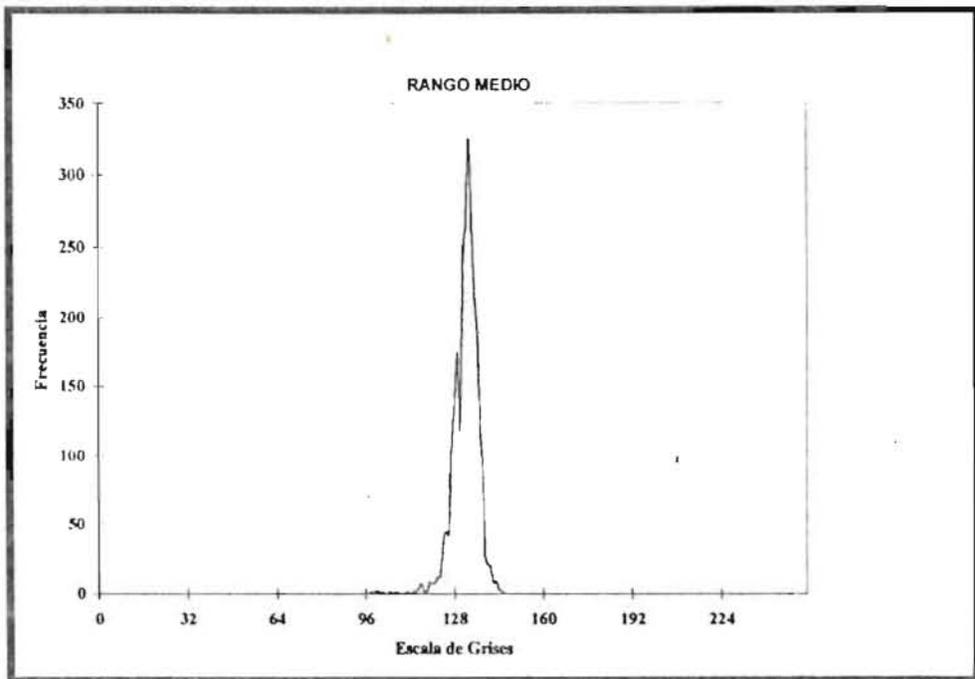
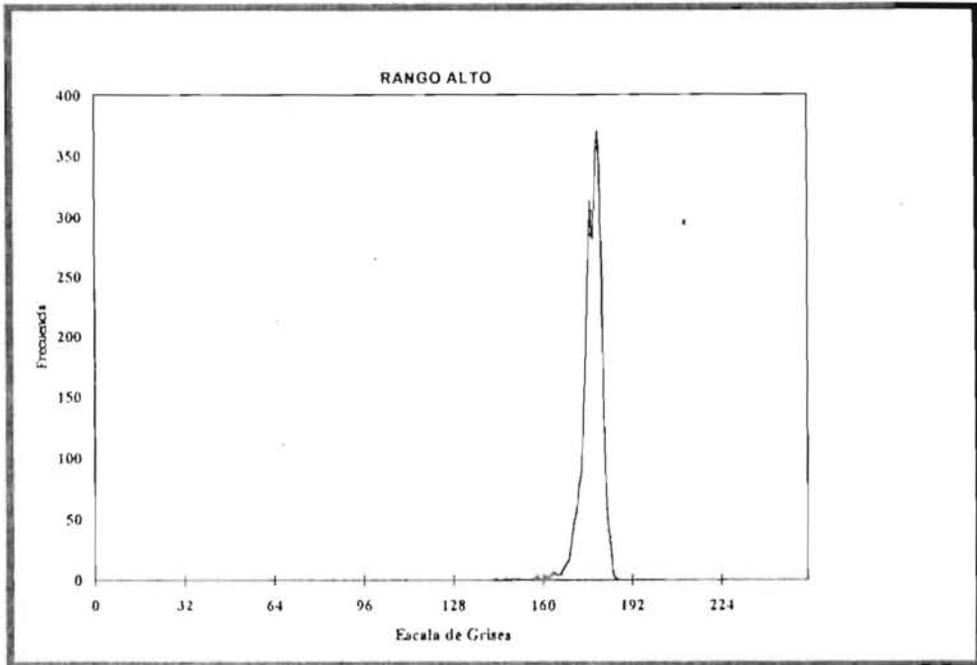


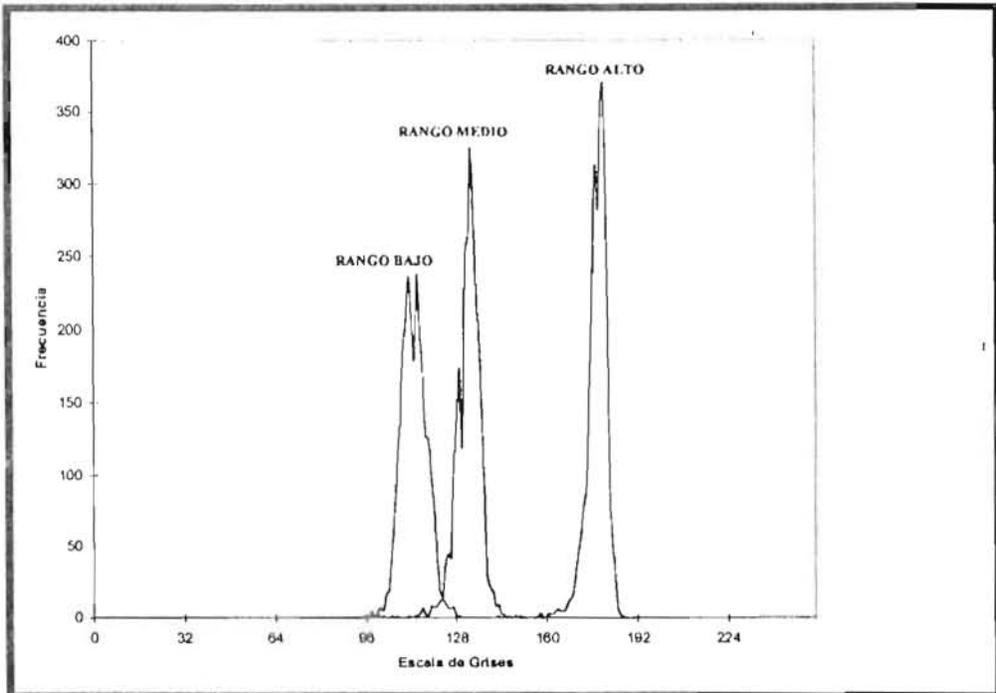
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.10. (a) Umbral del maceral vitrinita en el rango bajo (b) Umbral del material vitrinita en el rango medio (c) Umbral del material vitrinita en el rango alto (d) Umbrales de niveles de gris correspondientes al maceral vitrinita en los diferentes rangos

De esta forma se cuenta con dos propiedades (geométrica y óptica) con las cuales se puede definir un diagnóstico (ver figura 4.11) para la clasificación de una muestra de carbón de una cuenca dada de manera rápida, confiable y barata, que puede orientar al usuario del sistema sobre la manera de como ubicar el maceral en cuestión para efectos de aplicación de la metodología propuesta.

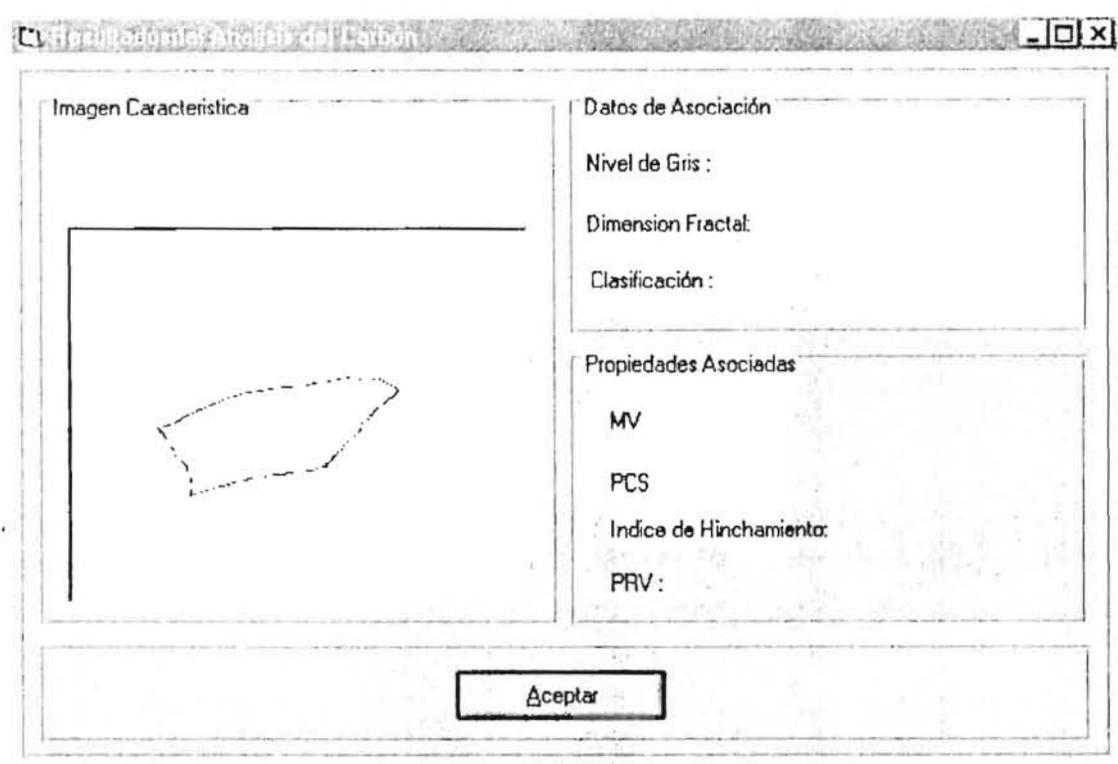


Figura 4.11. Diagnóstico de la muestra de carbón analizada

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

En la implementación metodológica del prototipo computacional logramos constatar su validez en función del grado de caracterización en el objeto patrón y sus efectos concretos en cuanto la entrega de resultados cuantitativos; de lo cual se evidencia que:

- ✓ Las ventajas que se obtienen con sistemas interactivos generadores de la componente metodológica, son evidentes frente al uso de técnicas computacionales individuales, lo que plantea la necesidad de mucha más exploración de alternativas con alta sinergia, pero siempre apoyadas en un conocimiento cada vez mejor de las técnicas individuales.
- ✓ Las tareas de captura e interpretación de imágenes, son el centro de cualquier propuesta de caracterización mineralógica con microscopía asistida por computador.
- ✓ Los resultados de este trabajo indican que la metodología propuesta es competitiva con respecto a la convencional del conteo de puntos y puede ser considerada como un método útil en el análisis petrográfico de carbones, por la eliminación de la subjetividad y por su confiabilidad en la teoría de medida, debido al acercamiento que permite a una realidad física del objeto en estudio
- ✓ El sistema CAM (microscopía asistida por computador) comparado con el método manual, permite llevar a cabo las mediciones de una forma rápida y con un grado muchísimo mayor de exactitud con respecto a las mediciones realizadas por inspección visual.

- ✓ El análisis digital de imágenes suministra una técnica no subjetiva para la caracterización de carbones, lo cual indica la mejor repetibilidad entre resultados. Con este método un número mayor de imágenes son analizadas para obtener la precisión requerida.
- ✓ La metodología implementada ayuda al experto en micropetrografía a realizar análisis de muestras con gran precisión ($5\mu m^2$ por pixel) y a una gran velocidad (promedio de 15 a 20 minutos por cada campo que se observe de una muestra). Además, mejora los procesos relacionados al análisis, entre ellos la evaluación de medidas, el cálculo de parámetros estadísticos y la generación de reportes, reduciendo en gran parte la subjetividad que implica alguno de ellos. Todo esto conlleva a un aumento en la comodidad de los análisis de rutina.
- ✓ El valor de la dimensión fractal obtenida por el método de Richardson se encontró sensible a la identificación de aspectos tales como forma y tamaño de grano del maceral vitrinita, dominante en los diferentes rangos del carbón muestreado.
- ✓ El análisis digital de imágenes empleando microscopía de luz azul y de luz blanca, es el método más preciso para la captura de la imagen del objeto a estudiar.
- ✓ La metodología propuesta reúne las características de un enfoque sistémico, ya que se integran una serie de herramientas que permiten proponer una nueva manera de clasificar los carbones colombianos a partir de la correlación de la dimensión fractal de la línea de contorno y del histograma de la escala de grises del maceral vitrinita con el rango de carbón para una cuenca dada.
- ✓ Hacia las mediciones más pequeñas se presentó el error máximo de medición, debido más al poder de resolución de las cámaras y a problemas en la técnica de preparación de la muestra que a fallas en el sistema CAM. Sin embargo, la precisión resultante sigue siendo mejor que la obtenida por el experto.

Es de anotar además que la eficacia en la metodología recae en mantener módulos estándares de entrada en la información que garantice que el análisis y procesamiento digital de imágenes, la morfología matemática y la geometría fractal, sean instrumentos que operen bajo entes que sean sensibles a su estado estructural (calibración).

5.2. Recomendaciones

- ⇒ Trabajar con imágenes obtenidas mediante el análisis digital de muestras por SEM (microscopía electrónica de barrido) debido a su alta resolución, profundidad de campo, definición de los bordes de los granos y a que la muestra no requiere una tinción especial. Sin embargo, evaluaciones masivas tomarían mucho tiempo y serían los análisis altamente costosos.
- ⇒ Explorar la potencialidad de conceptos como dimensión fractal en evaluaciones específicas de estructura y textura de otros materiales (aceros, hormigón, cerámicos, textiles, etc), a partir del empleo de metodologías computacionales como la desarrollada en este trabajo.
- ⇒ Ampliar el sistema a un análisis completo de la información presente en la imagen como por ejemplo, composición mineralógica y granulometría.
- ⇒ El incorporar un sistema de posicionamiento de placas y enfoque automático, basado en motores paso a paso, permitiría una mayor precisión y disminución del tiempo de análisis en una muestra cualquiera.
- ⇒ Optimizar la técnica de preparación de la muestra y realizar un estudio de la resina utilizada con el propósito de aumentar la detección del campo de interés y obtener mejores resultados con el sistema de análisis digital de imágenes. Dicha resina debe considerar las características de los sensores ópticos, lograndose mejores imágenes con mayor contraste, y por lo tanto mejor definición en los macerales.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. **Acosta, S., Bermúdez, J., 1997.** Componentes para un sistema de análisis de imagen de microscopio. Revista Universidad EAFIT, p. 166-171.
2. **Adler, J., Hancock, D., 1994.** Advantages of using a distance transform function in the measurement of fractal dimensions by the dilation method. Powder technology, 78, p. 191-196, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
3. **Adler, J., Allen, M., 1994.** Obtaining fractal dimensions and examining boundaries by coordinate averaging. Part. Part. Syst. Charact 11 p. 418-425
4. **Albert, J., Arnau, V., Ferri, F., Pelechano, J., Vicens, M., 1990.** Tratamiento digital de imágenes: Perspectiva histórica. Mundo electrónico, 207, p. 87-97.
5. **Albert, J., Arnau, V., Ferri, F., Pelechano, J., Vicens, M., 1990.** Técnicas básicas. Mundo electrónico, 208, p. 67-76.
6. **Allen, M., Atkin, B., Cloke, M. Lester, E., 1992.** Analysis of the problems associated with the use of image analysis for microlithotype analysis on solid coal mounts.
7. **Allen, M., Brown, G.J., Miles, N.J. 1995.** Measurement of boundary fractal dimensions: review of current techniques. Powder technology 84, p.1-14. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
8. **Allen, M., Cloke, M., Lester, E., 1996.** Char characterization using image analysis techniques. Energy fuels, 10, p. 696-703.

9. **Allen, M., Cloke, M., Lester, E., Miles, N., 1995.** Repeatability of maceral analysis using image analysis systems. *Fuel* Vol 74 No 5, p. 654-658. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
10. **Andreu, R., Ricart, J.E., Valor, I., 1996.** La información en la era de la información. Mc Graw - Hill, p. 378.
11. **Arciniegas, O., Cogollo, M., Pinto, A., 1994.** Estudio de factibilidad para la caracterización fractal de las formas del relieve mediante el desarrollo de una herramienta computacional basada en un sistema de análisis de imágenes. Trabajo de grado en ingeniería de sistema, geología y física. Universidad Industrial de Santander.
12. **Atkin, B., Daemi, M.F., Dehmeshki, J., Marston, R.E., Miles, N.J., 1995.** Determination of major maceral groups in coal by automated image analysis procedures. *Proceedings, SPIE* vol. 2588, p. 62-73
13. **Atkin, B., Daemi, M.F., Dehmeshki, J., Marston, R.E., Miles, N.J., 1995.** Classification of coal images by a multi-scale segmentation techniques. *IEEE, International Symposium on Computer Vision*, p. 271- 276.
14. **Avnir, D., Farin, D., Peleg, S., Yarin, D., 1985.** Applications and limitations of boundary line fractal analysis of irregular surfaces: proteins, aggregates and porous materials. *American chemical society. Vol 1, No. 4*, p. 399-407.
15. **Barnsley, M., 1988.** *Fractals everywhere*. Academic press, London. Primera edición.
16. **Barry, J.C., Esterle, J.S., Yu, K., 1997.** Analysis of coal banding texture and implications for megascopic image analysis. *International journal coal geology*, 33, pág 1-18, 1997. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
17. **Borland C++, 1993.** Programers guide, borland international INC.
18. **Boyle, R., Hlavac, V., Sonka, M., 1995.** *Image processing analysis and machine vision*. Chapman hall computing.

19. **Branch, J.W., 1995.** El análisis de imagen y la geometría fractal en la aplicación geológico-minero-metalúrgica (ensayo). Trabajo dirigido de grado, Ingeniería de Minas y Metalurgia, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.

20. **Brown, G.J., Miles, N.J., Hall, S., 1993.** Fractal characterization of pulverised materials. Part. Part. Syst. Charact 10 p. 1-6.

21. **Brown, G.J., Miles, N.J., 1993.** Applied fractal geometry in impact pulverisation. Proceedings of the XIX IMPC.

22. **Brown, G.J. Miles, N.J., 1995.** Characterising the dynamic shape and transport behaviour of coarse particles. Part. Part. Syst. Charact., 12, p. 179-187.

23. **Carr, J.R., Benzer, W.B., 1991.** On the practice of estimate fractal dimension. Mathematical geology, vol. 23, No. 7, p. 945-958.

24. **Clark, G., Kaye, B., 1985.** Fractal description of extra terrestrial fineparticles. Part. Part. Syst. Charact., 2, p. 143-148. ✓

25. **Clark, N.N., Maeder, A.J., Reilly, S., 1992.** Data scatter in Richardson plots. Part. Part. Syst. Charact 9 p. 9-18. ✗

26. **Clark, G., Kaye, B., Leblane, J., Trottier, R., 1987.** Image analysis procedures for characterizing the fractal dimension of fineparticles. Part. Charact, 4 , p. 63-66. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.

27. **Clark, N.N., 1986.** Three techniques for implementing digital fractal analysis of particle shape. Powder technology, 46, p. 45-32. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam. +

28. **Culik, K., Kari, J., 1993.** Image compression using weighted finite automata. Computer graphics, Vol 17. No. 3, p. 305-313.

29. **David, P. Fermont, J., 1993.** Determination of coal maceral composition by means of colour image analysis. Fuel processing Technology, 36, p. 9-15.

30. **De Cola, L., 1989.** Fractal analysis of a classified landsat scene. *Photogrammetric engineering and remote sensing*, Vol. 55, No. 5, p. 601-610.
31. **Dibos, F., Koepfler, G., Morel, J.M., 1992.** Las formulas de la reconstrucción visual. *Mundo científico*, No. 123 Vol 12, p. 382-385.
32. **Dooijes, E.H., Struzik, Z.R., 1994.** Towards fractal metrology. *Fractals in the natural and applied sciences*. P. 417-429. Editor, M.M. Novak.
33. **Dougherty, E.R., Glardina, C.R., 1991.** Image processing continuous to discrete. *Geometric, transform and statistical methods*, Vol 1.
34. **Duff, M., 1979.** Parallel processors for digital image processing. *Advances in digital image processing*, p. 265-279.
35. **Exner, H.E., Schwarz, H., 1980.** The implementation of the concept of fractal dimension on a semi-Automatic Image Analyser. *Powder Technology*, 27, p. 207-213. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
36. **Flagan, R., Rogak, S., 1992.** Characterization of the structure of agglomerate particles. Part. Part. Syst. Charact 9 p. 19-27.
37. **Fu, K.S., Gonzalez, R.C., Lee, C.S., 1988.** *Robótica: control, detección, visión e inteligencia*. Mc Graw Hill.
38. **Gonzalez, E., Montoro, J.J. Rios, J., 1993.** Evaluación de la fragmentación en voladuras por análisis de imágenes. *RDM*, p. 23-28.
39. **Gonzalez, R.C., Wintz, P., 1977.** *Digital image processing*. Addison wesley.
40. **Gonzalez, R.C., Thomason, M.G., 1978.** *Syntactic pattern recognition: An introduction*. Addison wesley.

41. **Haralick, R.M., Stenberg, S.R. Zhuang, X., 1987.** Image analysis using mathematical morphology. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, Vol 9, No. 4, p. 532-549.
42. **Heywood, H., 1937.** Numerical definitions of particle size and shape, *Chemical industrial*, 15, p. 149-154.
43. **Hunter, G.C., McDermott, C., Miles, N.J., Singh, A., Scoble, M.J., 1990.** A review of image analysis for measuring blast fragmentation. *Mining Science and Technology*, 11, p. 19-36. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
44. **Jahne, B. 1994.** *Digital image processing: concepts, algorithms and scientific applications*. Ed. Springer.
45. **Jianning, X., 1991.** Decomposition of convex polygonal morphological structuring elements into neighborhood subsets. *IEEE transactions of pattern analysis and machine intelligence*, Vol 13, No. 2, p. 153-161. ✓
46. **Jin, X.C., Ong, S.H., 1995.** A domain operator for binary morphological processing. *IEEE transactions. on image processing*, Vol 14, No. 7.
47. **Kaye, B.H., 1978.** Specification of the ruggedness and/or texture of a fine particle profile by its fractal dimension. *Powder Technology*, 21 p. 1-16. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
48. **Kaye, B.H., 1978.** The use feret's diameter signature waveform as a shape characterization parameter in fine particle science. *Powder Technology*. *Powder Technology*, 21 p. 20-25. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam. ✓
- 49. **Kaye, B.H., 1993.** Applied fractal geometry and the fineparticle specialist. Part 1: rugged boundaries and rough surfaces. *Part. Part. Charact.*, 10, p. 99-1110.
50. **Keller, J.M., Crownover, R.M., Chen, R.Y., 1987.** Characteristics of natural scenes related to the fractal dimension. *IEEE trans on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 9, No 55.

51. **Khinchin, A.I., 1957.** Mathematical foundations of information theory. Dover publications, Inc, New York, p. 120.
52. **Klein, J.C., Serra, J., 1977.** The texture analyzer. Journal microscopy, vol. 95, p. 349-356.
53. **Maher, A. 1995.** Image processing, theory, algorithms and architecture. Ed. Mc Graw Hill.
54. **Mandelbrot, B. 1977.** Fractal, form, chance and dimension. W.H. Freeman, San Francisco.
55. **Maragos, P., 1987.** Tutorial an advances in morphological image processing and analysis. Optical engineering, vol. 26, No. 7, p. 623-632.
56. **Matheron G., 1975.** Random sets and integral geometric. Willey.
57. **Mathlab, 1992.** Student user guide, Prentice hall, p. 494
58. **Medalia, A.I., 1970.** Dynamic shape factors of particles powder tecnology, 4, p. 117-138.
59. **Meer, P., Wang, S., Wehler, H., p. 481.** Edge detection by associative mapping. IEEE, vol. 22, 1989.
60. **Moore, G.A., 1968.** Automatic scanning and computing process for the quantitative analysis of micrographs and equivalent subjects. Pictorial pattern recognition, p. 275-326.
61. **Ogle, V.E., 1995.** Chabot: Retrieval from a relational database of images. Computer, p. 40-48.
62. **Pentland, A., 1984.** Fractal based description of natural scenes. IEEE trans. Pettern anal. Machine intell., Vol. 6 No. 6, p. 661-674.
63. **Phillips, D., 1995.** Image processing in C, part 15: Basic texture operations. C/C++ Users Journal, pág 55-68.
64. **Pratt, W.K., 1978.** Digital image processing. John Wiley Sons, New York.
65. **Ramirez, P.F., 1992.** Introducción a la caracterización de carbones. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín , Facultad de Minas, Centro Investigaciones del Carbón,

66. **Rao, A.R. Schunck, B., 1991.** Computing oriented texture fields. Graphical model and image processing, Vol 53, No. 2, p. 157-185.
67. **Reimel, J.C., 1994.** Image processing and optical character recognition. Ed. Springer.
68. **Reimer, I., 1994.** Scanning electron microscopy: physics of image formation and analysis.
69. **Reid, A., 1979.** Personal communication. CSIRO Melbourne.
70. **Riepe, W., Steller, M., 1985.** Fuel. 63, 9.313.
71. **Rohini, K.S., 1995.** Automatic indexing and content based retrieval of captioned images. IEEE computer vision, graphics and image processing, vol. 49, p. 52-67.
72. **Russ, J.C, 1991.** Computer assisted microscopy. The measure and image analysis of image. Plenum press, London.
73. **Russ, J.C., 1995.** The image processing handbook. Ed. CRC.
74. **Senn, J., 1996.** Análisis y diseño de sistemas. McGraw Hill.
75. **Serra, J., 1972.** Stereology and structuring elements. Journal microscopy, p. 93-103.
76. _____, 1982. Image analysis and mathematical morphology. Academic press, London.
77. **Shin, F., Mitchell, O., 1980.** Threshold decomposition of gray scale morphology into binary morphology. IEEE, vol. 11, No. 1, p. 31-42.
78. **Srihari, R., 1995.** Automatic indexing and content based retrieval of captioned images. IEEE, september
79. **Stephan, R.Y., Tzay, Y.Y., 1995.** Boundary localization in texture segmentation. IEEE transactions on image processing, Vol. 4, No. 6, p. 849-855

80. **Van Gigch, J.P.**, 1997. Teoría general de sistemas. Ed. trillas.
81. **Vernaza, G.**, 1993. From numerical to symbolic image processing systems and applications. Optical engineering, vol. 32, No. 6.
82. **Visual Basic**, 1996. Language reference, version 4.0, Microsoft corporation.
83. **Voss, R.**, 1985. Random fractals: characterization and measurement. Scaling, phenomena in disordered systems, pág 1-11. Plenum publishing corporation. ✓

ANEXO 1

MORFOLOGÍA MATEMÁTICA

A1.1. INTRODUCCIÓN

La morfología matemática comenzó a desarrollarse en los años 60, como una rama relativamente separada del análisis de imagen. Sus principales protagonistas fueron Matheron y Serra cuyas obras son textos de alta matemática [Matheron G., 1975, Serra, J., 1982]. En este trabajo se presenta una explicación intuitiva y elemental del tema.

La morfología matemática proporciona un acercamiento al estudio de las estructuras geométricas de las entidades presentes en una imagen. Ésta es una rama del procesamiento y el análisis no lineal de imágenes que se aplica en varias áreas como la robótica, el control de calidad, la biología, la metalografía, la biomédica, el reconocimiento de caracteres etc [Haralick, R.M., Stenberg, S.R. Zhuang, X., 1987].

Para los propósitos de las aplicaciones industriales de visión requeridos en la identificación de objetos o defectos, las operaciones de morfología matemática son más útiles que las operaciones de convolución (aproximación no morfológica del procesamiento de imagen, estrechamente relacionada con el cálculo, se basa en el concepto de la función de dispersión de punto, por ejemplo, la función impulso (Delta) de Dirac y las transformaciones lineales (como la convolución) empleadas en el procesamiento de señales), ya que los operadores morfológicos, permiten procesar imágenes con el objeto de realzar, segmentar, detectar bordes, esqueletizar, afinar, analizar formas, comprimir, etc.

El principio básico de la morfología matemática consiste en extraer la información relativa a la geometría y a la topología de un conjunto desconocido de una imagen por una transformación, por medio de otro conjunto completamente definido llamado elemento estructurante. A partir de ese elemento estructurante, se tiene la posibilidad de medir (evaluar y cuantificar) de que manera el elemento estructurante “está o no está contenido” en la imagen. En la figura A.1. tenemos una imagen binaria y un ejemplo de elemento estructurante. Se puede verificar en función de la posición, de ese elemento estructurante si está incluido o no en una imagen. Marcando los resultados de las posiciones donde el elemento estructurante está incluido en la imagen, se tiene una primera respuesta sobre la estructura geométrica de identificación en esa imagen. El tipo y la naturaleza de la información extraída depende necesariamente del tipo de elemento estructurante y de la imagen estudiada.

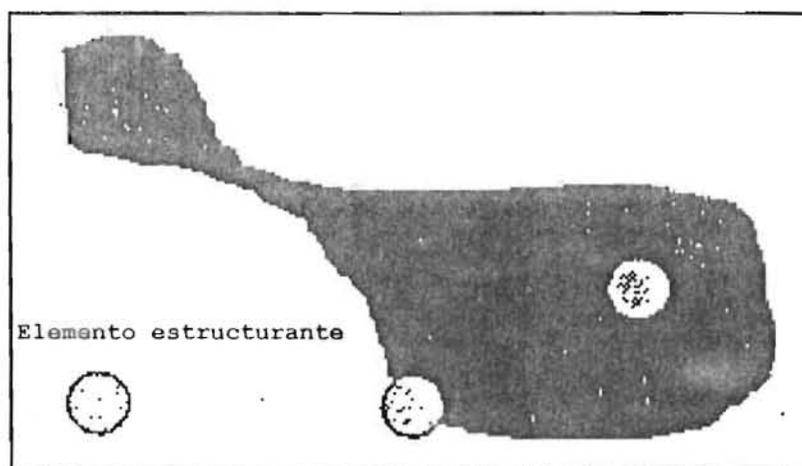


Figura A.1. Ejemplo de inclusión del elemento estructurante en una imagen binaria

En el momento en que la identificación de objetos, los rasgos de los objetos y el arreglo (disposición) de los defectos son directamente correlacionados con la forma, se hizo evidente que una aproximación natural al procesamiento que trate con los procesos de reconocimiento a partir de la visión de imágenes y los problemas de robots guiados visualmente constituiría la morfología matemática.

Cuando se aplican las transformaciones morfológicas, usualmente, corresponde a la parte intermedia en la secuencia del procesamiento de la imagen. En la primera fase la imagen se digitaliza y se procesa utilizando los operadores locales de convolución y la segmentación para así obtener una imagen binaria con los objetos separados del fondo. Las operaciones morfológicas constituyen la segunda fase y operan sobre la forma de los objetos. La última fase del procesamiento, evalúa los resultados de la morfología utilizando diferentes descriptores numéricos o una aproximación semántica (por ejemplo, el agujero negro)

Principalmente las operaciones morfológicas se emplean para los propósitos siguientes :

- Pre-procesamiento de la imagen (filtración del ruido, simplificación de la forma).
- Magnificación de las estructuras del objeto (esqueletización, adelgazamiento, engrosamiento, armazón convexo, clasificación de objetos).
- Descripción cuantitativa del objeto (área, perímetro, proyecciones, la característica Euler-Poincaré).

En general, se tienen dos tipos de morfología matemática: la morfología binaria que se aplica sobre imágenes binarias y la morfología gris que se aplica sobre imágenes con niveles de gris.

En la morfología binaria, la vecindad de cada pixel de la imagen original está constituida por puntos negros y blancos. Cuando se encuentra la configuración, el pixel correspondiente en la imagen resultante se determina de cierta manera. Una operación morfológica binaria está por lo tanto completamente determinada a partir de la vecindad examinada alrededor del punto central, de la configuración de puntos negros y blancos para esa vecindad con un algoritmo [Jin, X.C., Ong, S.H., 1995].

En la morfología de gris, para la vecindad de cada pixel o para una parte de su vecindad en la imagen original es necesario conocer el valor del pixel más oscuro MIN, el valor del pixel más claro MAX e igualmente el valor del pixel central PC. El valor del pixel resultante corresponde a una combinación particular de MAX, MIN y PC. El tamaño y la forma de la vecindad, en las regiones de investigación del MIN y el MAX y el algoritmo determinan completamente una operación de morfología de gris.

La morfología actúa sobre imágenes digitales a partir de elementos estructurantes generalmente definidos sobre una malla rectangular. Desde el punto de vista teórico, la obtención de resultados rigurosamente exactos se puede alcanzar solamente a partir de una malla hexagonal exacta. Ese tipo de malla tiene la propiedad de isotropía que torna todos los vecinos de un punto en una 6-vecindad equidistante cualquiera que sea la dirección considerada (figura A.2). La isotropía no se cumple con otros tipos de mallas.

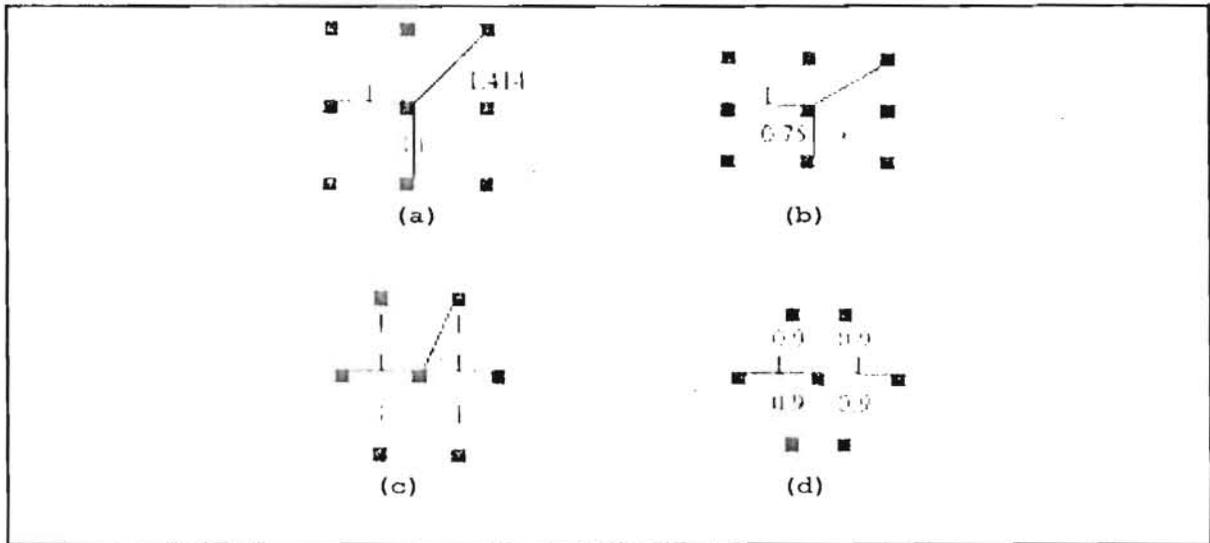


Figura A.2. Ejemplos de mallas

A1.2. Principios Básicos de la Morfología Matemática

La idea básica de la morfología consiste en comparar los objetos que deseamos analizar con otro conjunto de forma conocida llamado elemento estructurante. Cada elemento estructurante da una apariencia nueva del objeto, de ahí la importancia de su selección. La morfología utiliza operaciones entre conjuntos que son transformaciones Hit-miss (acierto-desacierto) asociados a las operaciones clásicas del tipo unión, intersección e inclusión.

Las transformaciones morfológicas constituyen un medio sistemático para el estudio de las relaciones entre los puntos de un conjunto A. Las transformaciones dan un nuevo conjunto X generalmente se sigue con la medida de uno o varios parámetros característicos de la estructura de A.

La información estructural da la transformación de la imagen y no la medida. Para aplicar una transformación Hit-miss, es necesario escoger un elemento estructurante B de geometría conocida que se desliza de modo que el origen de este elemento pase por todas las posiciones del espacio. Para cada posición hacemos una pregunta relativa a la unión, a la intersección o a la inclusión de B con X. La respuesta será afirmativa o negativa, de ahí el nombre de transformaciones Hit-miss. El conjunto de puntos correspondientes a las respuestas positivas crea un nuevo conjunto llamado la imagen transformada.

Vamos a describir el estudio en términos de conjuntos de puntos. En este caso las dos partes, X y X^c son los conjuntos correspondientes (X^c es el complemento de X). Toda operación morfológica se compone de una transformación ϕ de un conjunto en otro y de una medida μ . $\phi(X)$ es un conjunto, $\mu(\phi(X))$ es un número. Estos operadores no son solamente matemáticos, sus efectos no pueden violar la realidad física que ellas representan, ϕ y μ deben respetar las condiciones de contorno impuestas por la percepción visual, es decir :

- La invarianza por translación.
- La invarianza por homotecia.
- El conocimiento de la disposición local.
- La continuidad.

A1.2.1. Conmutación para la translación

Sean X_h el conjunto trasladado del conjunto X por el vector h . De forma general, existen dos tipos de transformaciones, las que no dependen de la posición de referencia y las que si dependen de esta posición. Las operaciones (acierto-fallo) son independientes de la localización de referencia, es una operación del punto y sus vecinos. En este caso, se puede afirmar que la transformación ϕ sobre un conjunto X es invariante por la translación h (figura A.3). Y esto se escribe así :

$$\begin{aligned}\phi(Ax) &= [\phi(A)]x \\ \phi(Xh) &= [\phi(X)]h\end{aligned}\tag{1}$$

A1.2.2. La invariancia por homotecia o compatibilidad por cambio de escala.

Sea por ejemplo, dos investigadores que trabajan con una misma muestra. Puede suceder que ellos trabajen en una amplificación diferente de la muestra. Para llegar a las mismas conclusiones, ellos tienen que hallar un medio de trabajo independiente de la amplificación usada. Para lo que es necesario, que la evaluación cuantitativa de la muestra X sea independiente de la reducción o ampliación λ . Lo cual se escribe así :