



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Sensor óptico para la determinación de especies químicas en medios acuosos basado en la excitación de modos “Whispering Gallery” en microcavidades**

**Diana Melisa Domínguez Gómez**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias, Escuela de Física  
Medellín, Colombia

2013



# **Sensor óptico para la determinación de especies químicas en medios acuosos basado en la excitación de modos “Whispering Gallery” en microcavidades**

**Diana Melisa Domínguez Gómez**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:

**Magister en Ciencias-Física**

Director (a):

Ph.D Pedro Ignacio Torres Trujillo

Línea de Investigación:

Óptica

Grupo de Investigación:

Fotónica y Optoelectrónica

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias, Escuela de Física  
Medellín, Colombia

2013



*Este trabajo está dedicado al motor de mi vida... Mi Familia.*



## Agradecimientos

Mi más profundo respeto y agradecimiento al Profesor Pedro Ignacio Torres Trujillo, quién me ha formado como investigadora, impulsándome a dar lo mejor de mí confiando siempre en mis capacidades, inclusive más que yo.

También quiero expresar mis agradecimientos al Profesor Diego Aristizabal Ramírez por su amistad y ayuda a lo largo de la maestría; a mis amigos desde tiempos inmemoriales en pregrado: Infinitas gracias por soportar las quejas, el mal genio y las constantes conversaciones siempre de lo mismo. A David Julián Saldaña, quién me apoyó en el desarrollo de una parte muy importante en este proyecto: las personas se quedan grabadas en la mente no por el tiempo que han estado, sino por la huella que han dejado en ti.

Por último y no menos importante, quiero agradecerle a mi familia por apoyarme en lo que me ha gustado, estoy segura que sin su presencia incondicional, no sería la persona que soy, ni lograría ser quién pretendo ser.



## Resumen

En esta Tesis de Maestría se desarrolla un sensor óptico para determinar bajas concentraciones de especies químicas en medios acuosos basado en la excitación de modos “WhisperingGallery” (WGM) en microcavidades. Los resonadores WGM se fabricaron de sílice fundida, un material disponible y de bajo costo. Mientras que resonadores cilíndricos se obtuvieron al eliminar el protector primario a una fibra óptica, cuya superficie tiene la rugosidad lo suficientemente baja el desarrollo del sensor, micro-resonadores esféricos se fabricaron al fundir la punta de una fibra óptica sin recubrimiento primario, dado que la sílice fundida cuando es derretida toma la forma esferoidal debido a la tensión superficial. En ambos casos se lograron factores de calidad del orden  $\sim 10^5$ , dadas las condiciones de humedad del medio ambiente a que se someterán estos sensores cuando se consideran en usos prácticos. Junto con un procedimiento confiable para fabricar fibras ópticas adelgazadas (“tapers”) para excitar los WGM en las cavidades de interés, en esta Tesis de Maestría se muestra el potencial de esta tecnología para medir bajas concentraciones (<1%), para lo cual se tomó como caso de análisis soluciones de glucosa.

## Abstract

In this Master Thesis, I develop an optical sensor for determining low concentrations of chemical species in aqueous media based on Whispering Gallery mode (WGM) microresonators. WGM microresonators were fabricated from fused silica, a material available and inexpensive. While cylindrical resonators were obtained by removing the primary coating to an optical fiber whose surface roughness is low enough for the development of sensors, microspherical resonators were produced by melting the tip of an unjacketed optical fiber, as molten fused silica takes a spheroidal shape due to surface tension. Quality factors were achieved in the range  $10^5$  in both cases, given the humidity of the environment to be submitted these sensors when considered in practical applications. Along with a reliable procedure for making tapered optical fibers to excite the WGM in the cavities, in the present Thesis I show the potential of this technology to measure low concentrations (<1%), for which was taken as an example glucose solutions.

**Palabras clave: Microcavidad óptica, Modo Whispering Gallery, Sensado óptico y sensores, Bajas concentraciones**

# Contenido

	Pág.
<b>Resumen</b> .....	<b>IX</b>
<b>Lista de figuras</b> .....	<b>XII</b>
<b>Lista de tablas</b> .....	<b>XIV</b>
<b>1. Capítulo 1: Introducción</b> .....	<b>15</b>
<b>2. Capítulo 2: Marco Teórico</b> .....	<b>19</b>
2.1 Modos “Whispering Gallery” en microcavidades dieléctricas.....	19
2.1.1 Modos “Whispering Gallery” en Microcavidades Esféricas. ....	21
2.1.2 Modos “Whispering Gallery” en Microcavidades Cilíndricas. ....	26
2.1.3 Factor de calidad (Q) y espectro de transmisión .....	29
2.2 Acoplamiento de luz mediante fibras adelgazadas .....	34
<b>3. Capítulo 3: Montaje Experimental</b> .....	<b>39</b>
3.1 Excitación y detección de modos “Whispering Gallery” en microcavidades ...	39
3.1.1 Construcción de microcavidades.....	40
3.1.2 Fabricación de fibras adelgazadas .....	43
3.1.3 Calibración interferométrica de actuadores para el posicionamiento de las microcavidades.....	45
3.2 Sensor óptico para determinar la concentración de especies químicas en medios acuosos. ....	51
<b>4. Capítulo 4: Resultados Experimentales y Análisis.</b> .....	<b>55</b>
4.1 Evidencia Experimental de los modos “Whispering Gallery” en microcavidades esféricas y cilíndricas. ....	56
4.1.1 Control de la polarización: Selección de modos TE y TM.....	57
4.1.2 Factor de calidad (Q) .....	58
4.1.3 Número de Modo y Rango Espectral Libre (FSR) .....	59
4.2 Sensor óptico para medir la concentración de especies químicas en medios acuosos.....	60
<b>5. Conclusiones y Perspectivas</b> .....	<b>65</b>
5.1 Conclusiones .....	65
<b>A. Anexo: Relación de Fase en el Modelo de la Cavidad en Anillo</b> .....	<b>69</b>
<b>Bibliografía</b> .....	<b>71</b>

## Lista de figuras

	Pág.
<b>Figura 2. 1.</b> Catedral de San Pablo en Londres. Tomado de [1] .....	20
<b>Figura 2. 2</b> Diagrama esquemático de las múltiples reflexiones en el domo de la catedral de San Pablo. ....	20
<b>Figura 2. 3.</b> Representación del sistema coordinado y representación de los modos TE y TM para el caso de la cavidad esférica. ....	22
<b>Figura 2. 4.</b> Evolución de los modos a medida que aumentan los números radial y acimutal para la polarización TE. ....	26
<b>Figura 2. 5.</b> Sistema de ejes coordinados y representación de los modos TE y TM para el caso de la cavidad cilíndrica.. Sistema de ejes coordinados y representación de los modos TE y TM para el caso de la cavidad cilíndrica.....	27
<b>Figura 2. 6.</b> (a) Acoplamiento de luz desde el taper hasta la microcavidad y viceversa; (b) modelo de la configuración de anillo usando espejos, en donde el espejo superior es semi-transparente, mientras los otros tienen una reflectividad del 100%. ....	30
<b>Figura 2. 7.</b> Banda de atenuación lorentziana. Tomado de [13].....	32
<b>Figura 2. 8.</b> Potencia de la señal de luz transmitida. El comportamiento muestra que existe una distancia efectiva en la cual el acoplamiento es óptimo (aquí, el cero del eje horizontal corresponde al momento en que la microcavidad está en contacto con el taper). Tomado de [5].....	33
<b>Figura 2. 9.</b> Diagrama esquemático de un taper. ....	35
<b>Figura 2. 10.</b> Diagrama esquemático de una fibra óptica en un tiempo $t$ y $t+\delta t$ , $(PQ)^{-}$ ha sido estirada para obtener un tamaño de cintura muy estrecho. ....	36
<b>Figura 2. 11.</b> Diagrama esquemático de la aproximación adiabática en fibras adelgazadas. ....	37
<b>Figura 2. 12.</b> (a) Coeficiente de acoplamiento vs radio del taper para las distintas polarizaciones TE y TM, (b) Coeficiente de acoplamiento vs radio de la fibra para los distintos modos del taper que podrían acoplarse a modos TE de la microcavidad. Tomado de [20].....	38
<b>Figura 3. 1.</b> Diagrama esquemático del montaje experimental para la excitación y detección de modos “Whispering Gallery” .....	39
<b>Figura 3. 2.</b> Imagen de la máquina fusionadora con un hilo de fibra óptica, para la fabricación de cavidades esféricas.....	40
<b>Figura 3. 3.</b> Imágenes de algunas de las microesferas de sílice fabricadas en la punta de una fibra óptica (a) E04_X y E04_Y, (b) E05_X y E05_Y, (c) E09_X y E09_Y. ....	42
<b>Figura 3. 4.</b> Sistema de adelgazamiento disponible en el laboratorio de Fotónica de la Universidad Nacional de Colombia. ....	43
<b>Figura 3. 5.</b> Perfil de una fibra adelgazada tomado desde un microscopio electrónico. ...	45
<b>Figura 3. 6.</b> Configuración típica de un interferómetro Michelson. ....	46

<b>Figura 3. 7.</b> (a) Montaje experimental del interferómetro michelson, (b) acercamiento del patrón de franjas rectas obtenido .....	47
<b>Figura 3. 8.</b> Aplicación típica del conversor DAC 0808. Tomado de [29].....	48
<b>Figura 3. 9.</b> Imagen del sistema de control del actuador del interferómetro Michelson. A la derecha se encuentra el circuito de conexión del DAC conectado al control de los actuadores, mientras que la tarjeta Arduino está conectada al computador. La imagen que aparece en la pantalla corresponde al patrón de interferencia recogido por una cámara IP.....	48
<b>Figura 3. 10.</b> (a) Captura del programa ImageJ para el patrón de interferencia en escala de grises; la línea amarilla indica el corte de dónde se extraen los datos del nivel y pixel; (b) perfil del patrón de interferencia. ....	49
<b>Figura 3. 11.</b> Variación del nivel de gris a medida que se envía cada bit. ....	50
<b>Figura 3. 12.</b> Diagrama esquemático del sensor de concentración de especies químicas basado en WGM. ....	51
<b>Figura 3. 13.</b> Corrimiento de la banda de atenuación en una microcavidad cilíndrica de 125 $\mu\text{m}$ de diámetro al pasar de aire a agua destilada y desionizada. ....	53
<b>Figura 3. 14.</b> Corrimiento de la banda de atenuación en una microcavidad cilíndrica de 125 $\mu\text{m}$ de diámetro al pasar de aire a alcohol isopropílico. ....	53
<b>Figura 4. 1.</b> Espectros de transmisión obtenidos de las microcavidades analizadas: (a) micro cavidad esférica; (b) microcavidad cilíndrica. Los recuadros interiores de cada figura muestran una fotografía tomada a 64x con un estereoscopio de la microcavidad acoplada al taper de fibra óptica. En los espectros se evidencia una modulación suave del espectro de la fuente producto de la interferencia entre el modo fundamental y primer modo excitado del taper. ....	56
<b>Figura 4. 2.</b> Evolución de las bandas de atenuación en el espectro de transmisión a medida que se cambia la polarización de la luz para:(a) microcilindro, (b) microesfera. .	57
<b>Figura 4. 3.</b> Banda de atenuación central en el espectro de transmisión de la cavidad cilíndrica de fibra óptica en aire. La curva roja representa el ajuste Lorentziano realizado para calcular la longitud de onda central y el ancho de banda.....	61
<b>Figura 4. 4.</b> Corrimiento espectral de la banda de atenuación con solución al 0%, 1.5% y 4.5% de concentración de glucosa. ....	61
<b>Figura 4. 5.</b> Corrimiento espectral de la longitud de onda central para las diferentes concentraciones de glucosa en agua destilada. ....	64

## Lista de tablas

**Tabla 3. 1.** Cálculos para la elipticidad de las esferas..... 43

**Tabla 4. 1.** Cambio en la longitud de onda en la banda de atenuación central en el espectro de transmisión. .... 62

**Tabla 4. 2.** Cálculo de la incertidumbre para la banda de atenuación central. .... 63

# 1. Capítulo 1: Introducción

El desarrollo de sensores ópticos ha madurado al punto que el impacto de esta nueva tecnología ahora es evidente. Estos sensores ofrecen una serie de ventajas: aumento de la sensibilidad respecto a las técnicas existentes; versatilidad geométrica en la que los sensores se puede configurar en formas arbitrarias; una base tecnología común que facilita construir dispositivos para medir diversas perturbaciones físicas (acústicas, electromagnéticas, térmicas, etc); construcción dieléctrica por lo que se pueden utilizar en condiciones de alto voltaje, ruido eléctrico, alta temperatura, ambientes corrosivos u otros entornos bajo condiciones extremas; adicionalmente, la compatibilidad inherente con la tecnología de las fibras ópticas.

La detección química ha sido un tema de gran sensibilidad desde varias perspectivas; quizá con mayor impacto en el desarrollo de técnicas de diagnóstico biomédicas, sistemas de seguridad y en la medición de sustancias contaminantes. Este monitoreo “químico” debe ser efectuado de manera continua y regular en un sinnúmero de lugares, desde pequeñas muestras biológicas como ADN y virus, pasando por núcleos de desarrollo y unidades de producción donde se tengan sustancia volátiles, hasta vasta zonas donde se pueden tener agentes contaminantes. La aplicación de tales mecanismos de control conlleva a que cada día aumente el número de componentes químicos a monitorear, dando lugar a altas demandas de instrumentación, aumento de costos y horas de trabajo.

Si bien las técnicas actuales son capaces de medir gran parte del espectro de componentes químicos, en su mayoría se realizan a posteriori en laboratorios. Por lo tanto, hay una clara necesidad de detección química en tiempo real, automatizada, remota y/o transportable. En este contexto, la importancia de la fotónica es incuestionable, pues, además de su reconocida capacidad en sistemas de comunicaciones por fibra óptica -con lo que cada elemento del sistema detección se conectaría a una estación maestra mediante un canal de comunicación-, desde hace más

de dos décadas, diversas propuestas de sensores de fibra óptica se encuentran en condiciones de competir con los sensores convencionales

Gracias a este contexto, los sensores ópticos miniatura usados para la detección de analitos en gases o soluciones acuosas se están desarrollando rápidamente. Entre los más estudiados están los sensores de guía de onda y fibras ópticas que usan el campo evanescente para determinar la presencia de analitos en su superficie, o en el medio circundante, mediante cambios en el índice de refracción efectivo del(os) modo(s) de propagación en estas estructuras. Estos sensores son llamativos gracias a la facilidad que brindan para medir microfluidos y la gran precisión que muestran al medir cambios en superficies químicas; pero a la hora de detectar pequeñas concentraciones se necesitan que las longitudes de interacción con el campo evanescente sean relativamente grandes (cm). Además, requieren cantidades relativamente grandes de muestra, lo cual no es posible en ciertos casos.

En contraste, los sensores ópticos basados en microcavidades, también denominadas de resonadores, son de tamaño considerablemente reducido, centena de micras, por lo cual la cantidad de muestra a utilizar en la detección se reduce significativamente. Existen distintos tipos de microcavidades ópticas, entre ellas, esféricas, cilíndricas, toroidales [1,2]; en todas ellas, la resonancia se logra gracias a los modos llamados “Whispering Gallery” (WGM por sus siglas en inglés), lo cuales se generan por múltiples reflexiones internas totales dentro de la cavidad y cuyo campo evanescente es afectado por el medio circundante, resultando en un cambio en la condición de resonancia de dichos modos. El fenómeno de resonancia, como en otras áreas de las ciencias y la ingeniería, permite una mayor sensibilidad, como es el caso de las cavidades resonantes de interés en esta tesis, en la que el factor de calidad  $Q$  permite su uso para desarrollar sensores biológicos [3], dado que ello significa una mayor interacción de la luz con el analito. (El factor de calidad  $Q$  es un parámetro que mide la relación entre la energía almacenada y la energía disipada por la cavidad, lo que en términos prácticos significa el tiempo de confinamiento de un fotón dentro de la cavidad).

Como la excitación de los WGM generalmente se realiza acoplando luz a la cavidad resonante mediante fibras ópticas adelgazadas, el espectro de la señal óptica que continua transmitiéndose por la fibra óptica sirve como medio de detección ya que

presenta múltiples bandas de atenuación correspondientes a las frecuencias de resonancia de estos modos. Cuando el medio circundante a la cavidad cambia, se presenta un corrimiento en las frecuencias de resonancia, haciendo de este método una excelente técnica para detectar pequeñas concentraciones de un analito o virus.

En interés en esta tesis de maestría es determinar la concentración de especies químicas en soluciones acuosas mediante la excitación de los WGM en microcavidades. Como paso inicial a futuros trabajos en múltiples áreas (diagnóstico y tratamiento en medicina, bio-física, bio-tecnología, farmacología, detección de contaminantes y poluentes, entre otras), se reporta el uso de una microcavidad cilíndrica para determinar la concentración de soluciones de glucosa, como un ejemplo de la utilidad de esta tecnología en la medición de especies químicas en bajas concentraciones.

El trabajo realizado tiene como característica fundamental su fuerte componente experimental, la cual se complementa con una importante fundamentación física de los WGM en microcavidades. En ese sentido, esta tesis de maestría consiste de este capítulo introductorio seguido de tres capítulos principales y las conclusiones. En el capítulo 2 se presenta, por un lado, las bases teóricas de los WGM, mostrando matemáticamente cómo llegar a las expresiones que caracterizan este tipo de modos y su estrecha relación con la geometría de la cavidad y los índices de refracción tanto del material con que se fabrica la microcavidad como del medio externo que la rodea y, por otro lado, un importante discusión que fundamenta los protocolos desarrollados para acoplar luz desde una fibra óptica adelgazada a las microcavidades, al igual que las estrategias de caracteriza hasta llegar a la técnica de “sensado”.

Luego, en el capítulo 3 se muestra la parte experimental implementada para la excitación de los WGM, siendo muy cuidadoso en la puesta a punto de los sistemas de posicionamiento, la fabricación de las microcavidades y reconociendo toda la problemática que encierra esta tecnología para la construcción del sensor de concentración de especies químicas en medios acuosos. Vale señalar que esta componente experimental conllevó el desarrollo de todo un sistema opto-electrónico para controlar y caracterizar el acopamiento de la fibra adelgazada y la microcavidad, como quiera que es un factor crucial en la excitación de los WGM.

En el capítulo 4 se reportan los datos experimentales obtenidos para el caso específico de esta tesis, la caracterización de las microcavidades de interés y su aplicación como sensor de concentración, contrastando los resultados con los datos reportados en la literatura mundial y analizando posibles causas de error en las mediciones, como una forma de valorar el aporte alcanzado en esta tesis y de proyectar posibles aplicaciones de interés en el contexto nacional.

Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y perspectivas de esta tesis.

## **2. Capítulo 2: Marco Teórico**

Como se dijo anteriormente, la finalidad de esta tesis es mostrar la utilidad de las microcavidades resonantes como sensores de concentración de especies químicas en medios acuosos, el cual tiene como principio de funcionamiento el cambio del medio que rodea la micro cavidad; por lo tanto, es importante conocer el fundamento teórico de los modos “Whispering Gallery” (WGM).

El arreglo experimental del sensor consta de tres partes fundamentales. La primera de ellas es la microcavidad, la cual es fabricada a partir de una fibra óptica (esta parte se abordará en el capítulo 3 de esta tesis en donde se describe el montaje físico del sensor); la segunda, se trata del adelgazamiento de las fibras para el acople de la onda de luz a la microcavidad y; por último, el sistema de nano-posicionamiento. En este capítulo se describe el principio físico y los modelos matemáticos que rigen cada uno de los componentes del sensor, empezando por la descripción de los WGM para los tipos de cavidades de interés en este trabajo; luego, la descripción de las fibras adelgazadas, más conocidas como “taper”, con las cuales se acoplará luz desde una fuente de luz banda ancha (SLED semiconductor, o fuente de luz tipo ASE de fibra óptica) hasta la microcavidad; además, se describe el funcionamiento del sistema de posicionamiento para realizar el acople de energía desde el taper hasta la microcavidad.

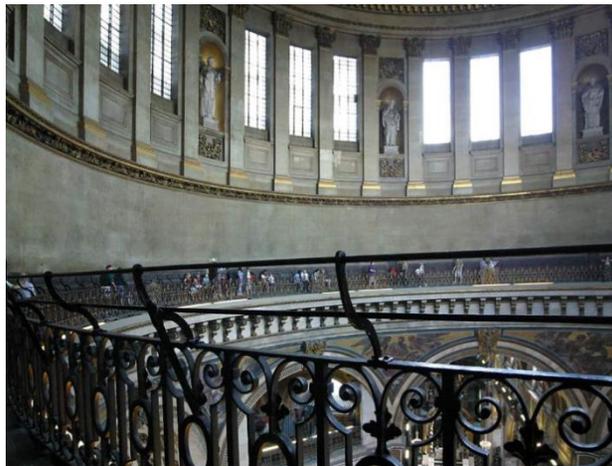
### **2.1 Modos “Whispering Gallery” en microcavidades dieléctricas**

Los modos “Whispering Gallery” se producen en cavidades con simetría rotacional (esferas, cilindros, toros, discos), en los cuales el acoplamiento de energía produce modos resonantes a una frecuencia y longitud de onda específicas, tal como sucede en

las ondas mecánicas en cuerdas, donde se encuentran nodos y vientres que corresponden a puntos de mínima y máxima amplitud, respectivamente.

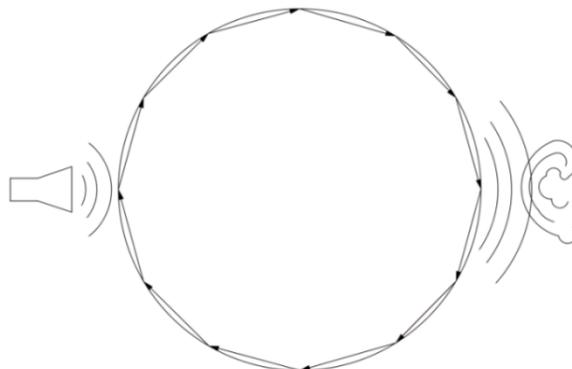
La primera descripción de los WGM la realizó Lord Rayleigh en 1912, donde describe el fenómeno de la propagación de ondas sonoras que se observa en la galería interior de la catedral de San Pablo en Londres. En la Figura 2.1 [1] se muestra una imagen de dicha galería, la cual tiene 42 m de diámetro.

**Figura 2. 1.** Catedral de San Pablo en Londres. Tomado de [1]



En la Figura 2. 2 se muestra un diagrama esquemático del fenómeno en el cual una persona “susurra” en un punto de la galería: la onda sonora se refleja múltiples veces de forma continua en la superficie interior del domo, de esta manera otra persona ubicada en el lado opuesto puede escuchar lo dicho por la primera.

**Figura 2. 2** Diagrama esquemático de las múltiples reflexiones en el domo de la catedral de San Pablo.



En este contexto, se puede decir que los WGM ópticos corresponden a ondas de luz atrapadas en órbitas cerradas justo dentro de la superficie de una estructura, mayoritariamente, dieléctrica. En cualquiera de las geometrías de las microcavidades –generalmente esférica [2], cilíndrica [3] y toroidal [4]– estos modos dependen directamente del índice de refracción del material con que se fabrican los resonadores y del medio externo.

Los WGM ópticos en microcavidades resonantes dieléctricas se calculan resolviendo la ecuación de onda

$$\nabla \times (\nabla \times \Psi(\mathbf{r}, t)) + \epsilon \mu \frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.1)$$

donde  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  representa el campo eléctrico, o magnético, de acuerdo a la polarización de la luz. Aquí, las variables en negrilla representan cantidades vectoriales.  $\epsilon$  es la permitividad y  $\mu$  la permeabilidad del material. Asumiendo solución armónica en el tiempo para el campo electromagnético de la forma

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty \Psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (2.2)$$

se llega a que la parte espacial  $\Psi(\mathbf{r})$  obedece a la ecuación de Helmholtz (2.3) [5], caracterizada por dos tipos de polarizaciones: la transversal eléctrica (modos TE) y la transversal magnética (modos TM)[2], [6], [7].

$$(\nabla^2 - k^2 n^2) \Psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.3)$$

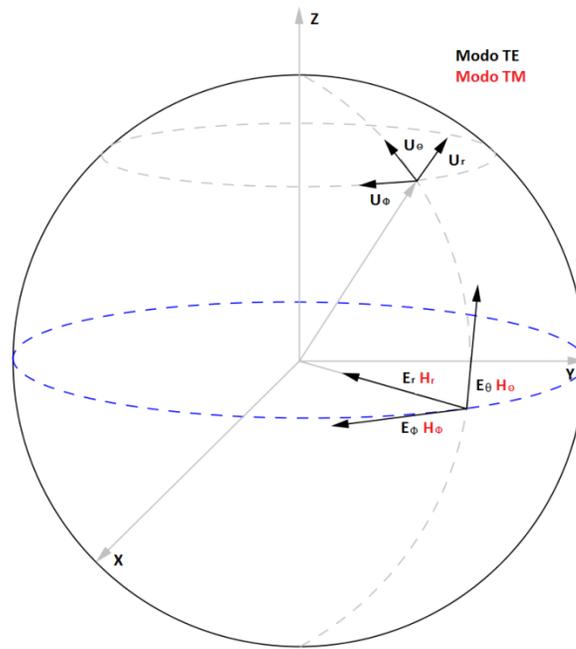
En (2.3)  $k$  es el número de onda y  $n$  es el perfil del índice de refracción del medio donde se propagan los modos. De acuerdo con lo anterior, la ecuación (2.3) se resuelve convenientemente adoptando los ejes coordenados apropiados de acuerdo a la geometría que presente la microcavidad.

### 2.1.1 Modos “Whispering Gallery” en Microcavidades Esféricas.

La figura 2.3 muestra el sistema coordenado para un WGM propagándose en una cavidad esférica junto con la representación gráfica de los modos TE y TM. Para los modos TE el campo eléctrico transversal es tangente a la superficie de la esfera, por

consiguiente  $\mathbf{E} = E_\theta(r, \theta, \phi)\hat{\theta}$ ; análogamente, para los modos TM el campo magnético transversal es tangente a la superficie de la esfera, por consiguiente  $\mathbf{H} = H_\theta(r, \theta, \phi)\hat{\theta}$ . Por lo anterior  $\Psi(\mathbf{r}) = \psi(r, \theta, \phi)$ , reduciendo la ecuación vectorial de Helmholtz (2.3) en una ecuación escalar.

**Figura 2. 3.** Representación del sistema coordenado y representación de los modos TE y TM para el caso de la cavidad esférica.



Usando el sistema de coordenadas  $(r, \theta, \phi)$  para la solución de los modos en la cavidad, la ecuación (2.3) se transforma a su forma esférica:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sin \varphi \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} - k^2 n^2 \psi = 0 \quad , \quad (2.4)$$

Esta ecuación se resuelve recurriendo al método de separación de variables, en el cual, dependiendo del tipo de modo, TE ó TM, se obtienen las funciones propias para cada una de las componentes del campo eléctrico ó magnético, respectivamente. De esta manera, con  $\psi(r, \theta, \phi) = \psi_r(r)\psi_\theta(\theta)\psi_\phi(\phi)$ , se encuentra que las ecuaciones diferenciales resultado de la separación de variables son:

$$\frac{d^2}{dr^2} \psi_r + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \psi_r + \left( k^2 n^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) \psi_r = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d}{d\theta} \psi_\theta \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \psi_\theta + \frac{l(l+1)}{r^2} \psi_\theta = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{d^2 \psi_\phi}{d\phi^2} + \frac{m^2}{r^2} \psi_\phi = 0 \quad (2.7)$$

La solución a estas ecuaciones diferenciales parciales se encuentran asociadas a los números radial ( $q = 1, 2, 3 \dots$ ), acimutal ( $l = 1, 2, 3 \dots$ ), ecuatorial o polar ( $-l \leq m \leq l$ ) los cuales determinan el número de máximos (vientres) en cada eje coordenado, caracterizando cada modo resonante por medio de estos subíndices. De la literatura se sabe que la solución a estas ecuaciones diferenciales es de la forma [8]:

$$\psi_r(r) = \begin{cases} AJ_l(kn_i r); & r \leq r_0 \\ BH_l(kn_e r); & r > r_0 \end{cases}, \quad (2.8)$$

$$\psi_m^l(\theta) = P_m^l(\cos \theta), \quad (2.9)$$

$$\psi_\phi(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm im\phi}, \quad (2.10)$$

donde  $J_l(knr)$  y  $H_l(knr)$  son las funciones esféricas de Bessel y Hankel, respectivamente, con  $n_i$  y  $n_e$  los índices de refracción para el interior y exterior de la esfera, respectivamente ;  $A$  y  $B$  son constantes y  $P_m^l$  corresponden a los polinomios de Legendre. La combinación de la ecuación (2.8) y (2.9) dan como resultado los armónicos esféricos, describiendo una onda estacionaria dentro de la cavidad esférica.

La ecuación (2.8) muestra dos soluciones, lo cual indica que el campo en dirección radial posee una solución para el interior de la esfera y otra para el exterior a ella. A continuación se muestra la solución para cada componente del campo, eléctrico o magnético, según la polarización, indicando la región en la que se encuentra [9]:

En el interior de la esfera ( $r < r_0$ ):

- Modo TE:

$$E_r(r, \theta, \phi, t) = 0 \quad (2.11)$$

$$E_\theta(r, \theta, \phi, t) = -E_0 \frac{im}{\sin \theta} P_l^m(\cos \theta) J_l(kn_i r) e^{im\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.12)$$

$$E_{\phi}(r, \theta, \phi, t) = E_0 \frac{\partial P_l^m(\cos \theta)}{\partial \theta} J_l(kn_i r) e^{im\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.13)$$

- Modo TM:

$$H_r(r, \theta, \phi, t) = 0 \quad (2.14)$$

$$H_{\theta}(r, \theta, \phi, t) = -E_0 \frac{k}{\omega\mu} \frac{m P_l^m(\cos \theta)}{\sin \theta} J_l(kn_i r) e^{im\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.15)$$

$$H_{\phi}(r, \theta, \phi, t) = E_0 \frac{k}{i\omega\mu} \frac{\partial P_l^m(\cos \theta)}{\partial \theta} J_l(kn_i r) e^{im\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.16)$$

En el exterior de la esfera ( $r > r_0$ ):

- Modo TE:

$$E_r(r, \theta, \phi, t) = 0 \quad (2.17)$$

$$E_{\theta}(r, \theta, \phi, t) = -E_0 \frac{im}{\sin \theta} P_l^m(\cos \theta) H_l^{(1)}(kn_e r) e^{im\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.18)$$

$$E_{\phi}(r, \theta, \phi, t) = E_0 \frac{\partial P_l^m(\cos \theta)}{\partial \theta} H_l^{(1)}(kn_e r) e^{im\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.19)$$

- Modo TM

$$H_r(r, \theta, \phi, t) = 0 \quad (2.20)$$

$$H_{\theta}(r, \theta, \phi, t) = -E_0 \frac{k}{\omega\mu} \frac{m P_l^m(\cos \theta)}{\sin \theta} H_l^{(1)}(kn_e r) e^{im\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.21)$$

$$H_{\phi}(r, \theta, \phi, t) = E_0 \frac{k}{i\omega\mu} \frac{\partial P_l^m(\cos \theta)}{\partial \theta} H_l^{(1)}(kn_e r) e^{im\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.22)$$

En una esfera perfecta, los modos determinados por el contador  $m$  son degenerados, es decir, para cada  $l$  existen  $2l + 1$  valores de  $m$ . Para entender mejor esta situación se recurre a la teoría de rayos [5]. Como se indica en la figura 2.1, la resonancia se produce gracias a las múltiples reflexiones internas de la superficie de la microcavidad, de esta

forma, modos que poseen el mismo número  $l$  resuenan en el plano ecuatorial describiendo una trayectoria en zig-zag, tomando diferentes valores para el ecuador; así, la constante de propagación para el rayo se encuentra descrita en dos componentes: la constante  $\beta_l$  para el plano acimutal (ecuación 2.23), que se obtiene de la ecuación (2.4), y la proyección de  $\beta_l$  sobre el plano ecuatorial  $\beta_m$  (ecuación 2.24), siendo  $r_0$  el radio de la microcavidad.

$$\beta_l = \frac{\sqrt{l(l+1)}}{r_0}, \quad (2.23)$$

$$\beta_m = \frac{m}{r_0}. \quad (2.24)$$

Los modos fundamentales son aquellos para los cuales  $m = l$  y corresponden a modos que viajan muy cerca del plano ecuatorial. Dado que, como ocurre con cualquier constante de propagación,  $\beta_m = 2\pi n / \lambda_0$ , con  $n$  el índice de refracción efectivo del modo de la cavidad, de tal manera que de (2.24) se puede calcular el número entero de modos que resuenan en el ecuador:

$$m = \frac{2\pi r_0 n}{\lambda_0}. \quad (2.25)$$

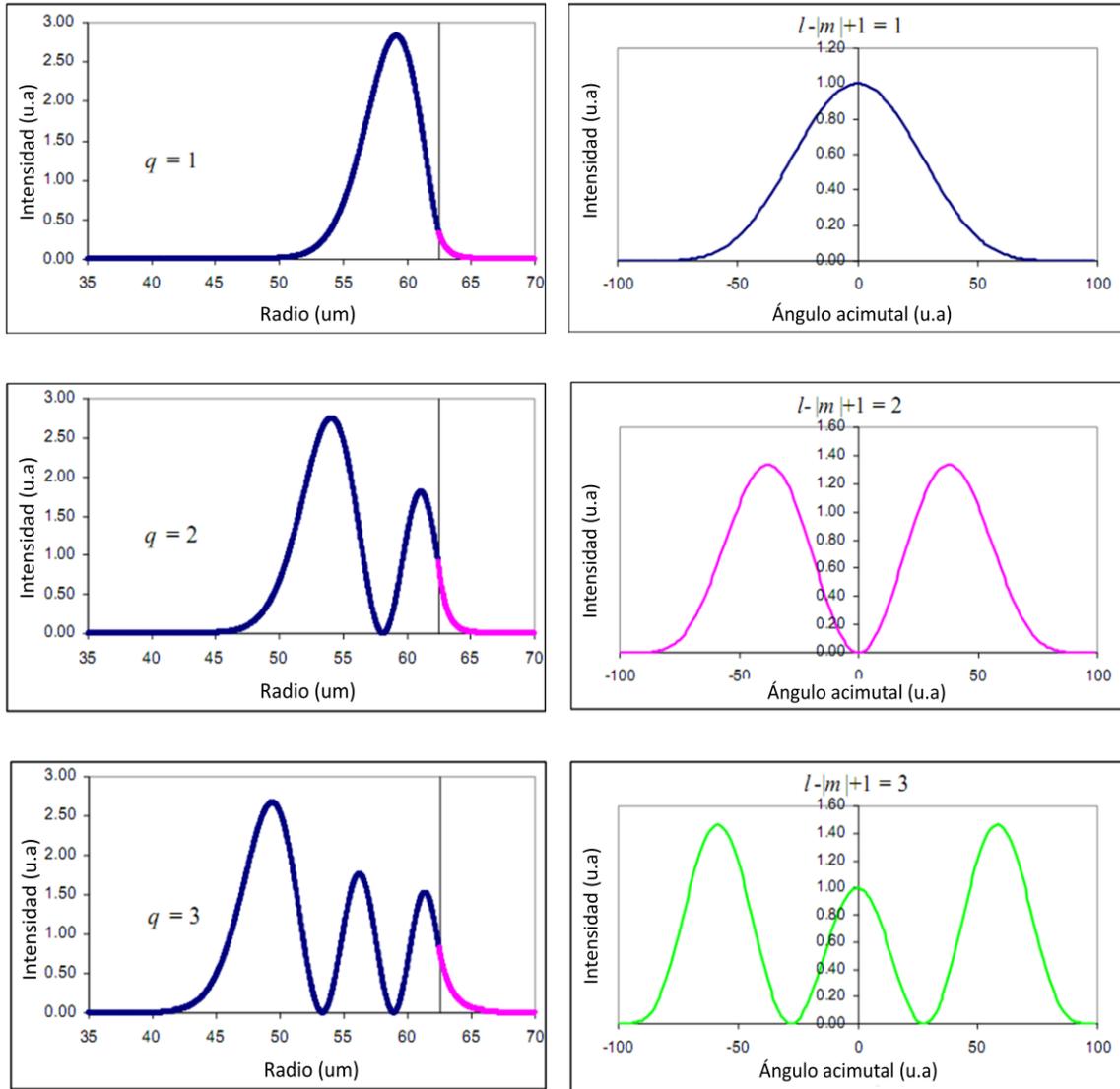
Además, puede calcularse, también, el rango espectral libre (FSR por sus siglas en inglés), el cual indica el espaciamiento espectral que hay entre modos fundamentales consecutivos [10–12]:

$$FSR = \frac{\lambda_0^2}{2\pi r_0 n}. \quad (2.26)$$

En la figura 2.4 se muestra la evolución del campo eléctrico para el modo TE a medida que aumenta el número radial y acimutal [13]. Se puede observar cómo a medida que aumenta el orden del modo, el campo evanescente se hace mayor para el modo radial al igual que para el acimutal. En ese sentido, es deseable trabajar con los modos resonantes de orden superior cuando se piensa en “sensar” la concentración de especies químicas en medios acuosos, dado que existiría una mayor interacción del campo evanescente con el medio externo, lo cual hace que el corrimiento de las bandas de atenuación en el espectro de transmisión sea mayor y, por ende, una mayor sensibilidad. No obstante, como el coeficiente de acoplamiento -del cual se hablará en una sección posterior- es menor para los modos de orden superior, el modo fundamental es el que

más se resalta en los espectros de transmisión por tener la banda de atenuación más profunda.

**Figura 2. 4:** Evolución de los modos a medida que aumentan los números radial y acimutal para la polarización TE.

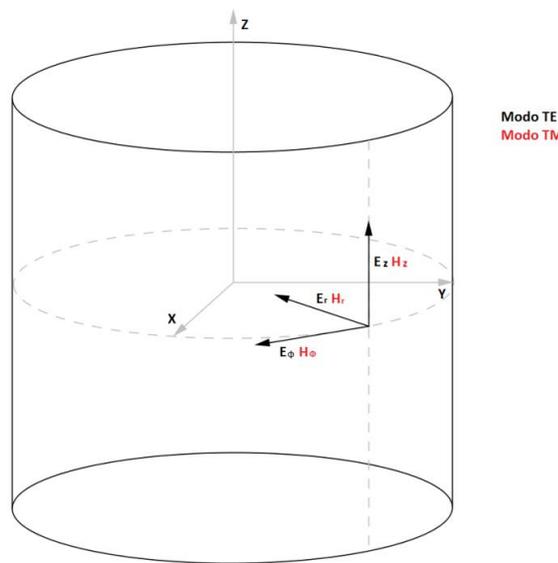


### 2.1.2 Modos “Whispering Gallery” en Microcavidades Cilíndricas.

Para las microcavidades que poseen forma cilíndrica, se realiza un tratamiento análogo. En la figura 2.5 se muestra el sistema de ejes usado. Aquí, nuevamente, en los modos

TE el campo eléctrico transversal es tangente a la superficie de la esfera, por consiguiente  $\mathbf{E} = E_\theta(r, \theta, z)\hat{Z}$ ; análogamente, para los modos TM el campo magnético transversal es tangente a la superficie de la esfera, por consiguiente  $\mathbf{H} = H_\theta(r, \theta, z)\hat{Z}$ . Por lo anterior  $\Psi(\mathbf{r}) = \psi(r, \theta, z)$ , reduciendo la ecuación vectorial de Helmholtz (2.3) en una ecuación escalar.

**Figura 2. 5.** Sistema de ejes coordenados y representación de los modos TE y TM para el caso de la cavidad cilíndrica. Sistema de ejes coordenados y representación de los modos TE y TM para el caso de la cavidad cilíndrica.



Ahora, para resolver la ecuación (2.3) se la transforma a su forma cilíndrica, llegando a la forma:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - k^2 n^2 \psi = 0 \quad (2.27)$$

Nuevamente, aplicando el método de separación de variables, se obtienen la solución a las ecuaciones características:

$$\psi_r(r) = \begin{cases} A J_l(kn_i r); & r \leq r_0 \\ B H_l^{(1)}(kn_e r); & r > r_0 \end{cases}, \quad (2.28)$$

$$\psi(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{il\phi}, \quad (2.29)$$

$$\psi(z) = e^{i\left(q^2 - \frac{l^2}{r^2}\right)z}. \quad (2.30)$$

Aquí,  $J_l(r)$  y  $H_l^{(1)}(r)$  son las funciones de Bessel modificadas y su orden corresponde al número angular  $l$ ;  $A$  y  $B$  son constantes. Con ello [9]:

En el interior del cilindro ( $r < r_0$ ):

- Modo TE:

$$E_r(r, \phi, z, t) = -H_0 \frac{l\mu\omega}{k^2 r} J_l'(kn_i r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.31)$$

$$E_\phi(r, \theta, z, t) = -H_0 \frac{i\mu\omega}{k} J_l'(kn_i r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.32)$$

$$H_z(r, \theta, z, t) = H_0 J_l(kn_i r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.33)$$

- Modo TM

$$H_r(r, \theta, z, t) = E_0 \frac{l}{\mu\omega r} J_l(kn_i r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.34)$$

$$H_\phi(r, \theta, z, t) = E_0 \frac{ik}{\omega\mu} J_l'(kn_i r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.35)$$

$$E_z(r, \theta, z, t) = E_0 J_l(kn_i r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.36)$$

En el exterior del cilindro ( $r > r_0$ ):

- Modo TE:

$$E_r(r, \theta, z, t) = -H_0 \frac{l\mu\omega}{k^2 r} H_l^{(1)}(kn_e r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.37)$$

$$E_\theta(r, \theta, z, t) = -H_0 \frac{i\mu\omega}{k} H_l^{(1)}(kn_e r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.38)$$

$$H_z(r, \theta, z, t) = H_0 H_l^{(1)}(kn_e r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.39)$$

- Modo TM

$$H_r(r, \theta, z, t) = E_0 \frac{l}{\mu\omega r} H_l^{(1)}(kn_e r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.40)$$

$$H_\phi(r, \theta, z, t) = E_0 \frac{ik}{\omega\mu} \frac{mP_m^l(\cos\theta)}{\sin\theta} H_l^{(1)}(kn_e r) e^{im\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.41)$$

$$E_z(r, \theta, z, t) = E_0 H_l^{(1)}(kn_e r) e^{il\phi} e^{-i\omega t} \quad (2.42)$$

Al igual que en la esfera, también se pueden obtener las constantes de propagación correspondientes a los modos radiales y angulares:

$$\beta_q = q, \quad (2.43)$$

$$\beta_l = \frac{l}{r_0}, \quad (2.44)$$

con  $r_0$  siendo el radio de la microcavidad. Aquí, nuevamente, la condición de resonancia está dada por el número de los modos; además, los modos fundamentales, también definidos con  $m = l$ , corresponden a los modos que viajan muy cerca del plano ecuatorial. Teniendo que  $\beta_l = 2\pi/\lambda$ , se puede calcular el número entero de modos que resuenan en el ecuador del cilindro:

$$l = \frac{2\pi r_0 n}{\lambda}. \quad (2.45)$$

Por otro lado, al igual a como se procedió con el caso de la cavidad esférica, se encuentra que para un cilindro el FSR tiene la forma:

$$FSR = \frac{\lambda^2}{2\pi r_0 n}. \quad (2.46)$$

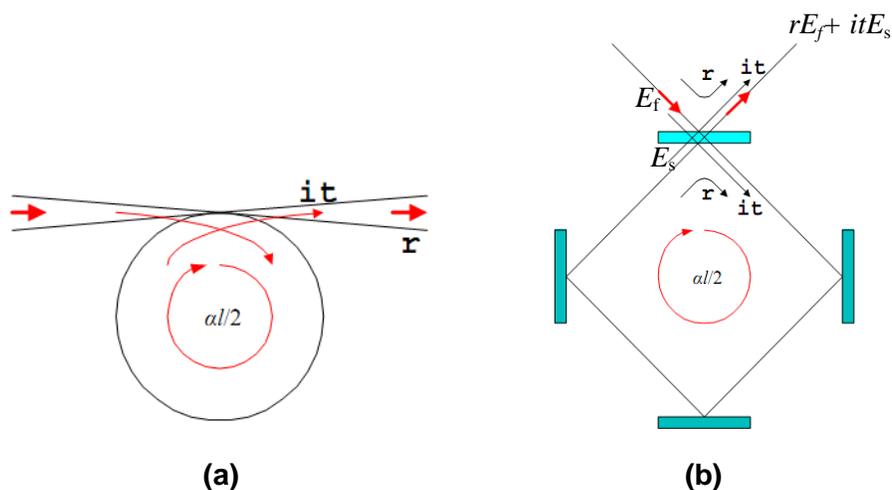
Con los parámetros anteriores es posible caracterizar una microcavidad esférica o cilíndrica, ofreciendo la posibilidad de utilizar estos dispositivos para el sensado de variables biológicas en medios acuosos, las cuales requieren una alta sensibilidad a pequeños cambios de concentración; además, gracias a su tamaño reducido no demanda una gran cantidad de muestra.

### 2.1.3 Factor de calidad (Q) y espectro de transmisión

Queda claro que los WGM son modos resonantes en la que los fotones atrapados circulan en la periferia de la microcavidad. La luz que se acopla hacia la microcavidad proviene del campo evanescente del taper; entonces, los WGM se manifiestan como una

serie de bandas de atenuación en el espectro de transmisión. Aunque la descripción de la sección anterior de los WGM en microcavidades esféricas o cilíndricas es precisa, estos modelos son difíciles de usar, haciendo impráctico el análisis de los resultados experimentales. Es por ello que en esta tecnología se prefiere usar el modelo simple de la cavidad en anillo de la figura 2.6, en la cual la onda electromagnética es acoplada desde un espejo semi-transparente y la microcavidad es reemplazada por 3 espejos de reflectancia perfecta.

**Figura 2. 6. (a)** Acoplamiento de luz desde el taper hasta la microcavidad y viceversa; **(b)** modelo de la configuración de anillo usando espejos, en donde el espejo superior es semi-transparente, mientras los otros tienen una reflectividad del 100%.



Para encontrar el campo  $E_s$ , se considera la transmisión del campo incidente  $E_f$  dentro de la cavidad; después de una vuelta completa, el campo se re-encuentra con el espejo semi-transparente, recirculando nuevamente y sumando más y más vueltas dentro de la cavidad, es decir:

$$\begin{aligned}
 E_s &= itE_f e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} + r \left( e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \right)^2 itE_f + r \left( e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \right)^2 \left( r e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \right) itE_f + \\
 &\quad r \left( e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \right)^2 \left( r e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \right) \left( r e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \right) itE_f + \dots \quad (2.47) \\
 &= tE_f e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \left[ 1 + \left( r e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \right) + \left( e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \right)^2 + \dots \right].
 \end{aligned}$$

Aquí,  $it$  es el coeficiente de transmisión de la cavidad y se toma como imaginario puro;  $r$  es el coeficiente de reflexión de la cavidad y se toma como real, de esta forma se

cumple con el requerimiento de conservación de potencia (energía), ver Anexo A;  $\delta$  es el término de fase inducido por la cavidad –estrictamente, es la desintonización de fase de la condición de resonancia de la cavidad como se mostrará más adelante–;  $\alpha$  es el coeficiente de pérdidas intrínsecas (dispersión+absorción) de la cavidad (la pérdida inducida en el campo electromagnético es  $\alpha l/2$ , [14] con  $l = 2\pi r_0$  la circunferencia de la cavidad). La suma en (2.47) se puede escribir como:

$$E_s = itE_f e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \sum_{j=0}^{\infty} \left( r e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta} \right)^j = \frac{itE_f e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta}}{1 - r e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta}}. \quad (2.48)$$

Con ello, y de acuerdo a como se esquematiza en la figura 2.6(b), el campo a la salida de la cavidad es:

$$E_t = rE_f + itE_s = rE_f - \frac{t^2 E_f e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta}}{1 - r e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta}} = E_f \left( \frac{r - e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta}}{1 - r e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta}} \right). \quad (2.49)$$

De aquí, la potencia óptica a la salida del taper es:

$$\begin{aligned} P_t &= P_f \left| \frac{E_t}{E_f} \right|^2 = P_f \left( \frac{r - e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta}}{1 - r e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{i\delta}} \right) \left( \frac{r - e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{-i\delta}}{1 - r e^{-\frac{\alpha l}{2}} e^{-i\delta}} \right) \\ &= P_f \frac{1 + e^{\alpha l} r^2 - 2e^{\frac{\alpha l}{2}} r \cos \delta}{e^{\alpha l} + r^2 - 2e^{\frac{\alpha l}{2}} r \cos \delta}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

En este punto vale hacer notar que cerca de la condición de resonancia natural de la cavidad con su frecuencia característica  $\omega_r$ , el término de desintonización de fase se puede escribir en términos de la razón de la frecuencia angular con la velocidad de propagación  $\vartheta$  como

$$\delta = \left( \frac{\omega}{\vartheta} - \frac{\omega_r}{\vartheta_r} \right) l = \frac{2\pi n_{eff} l}{c} (\nu - \nu_r) = 2\pi \tau_r (\nu - \nu_r) \quad (2.51)$$

con  $\nu$  la frecuencia lineal y  $\tau_r$  el tiempo necesario para dar una vuelta completa dentro de la cavidad. La ecuación (2.49), junto con el término de desintonización en (2.50), indica que el espectro de la señal de luz detectada al final del taper tiene bandas de atenuación con forma Lorentziana, muy agudas, centradas a las longitudes de onda que cumplen la condición de resonancia como se muestra en la figura 2.7.

Con este modelo, la cavidad se puede caracterizar en términos de observables experimentales. No obstante lo anterior, queda un aspecto a considerar: la profundidad de las bandas de atenuación Lorentzianas. Para ello, la profundidad de una banda de atenuación tiene, con (2.50) en resonancia y asumiendo que las pérdidas son pequeñas,  $\alpha l \ll 1$ , la forma:

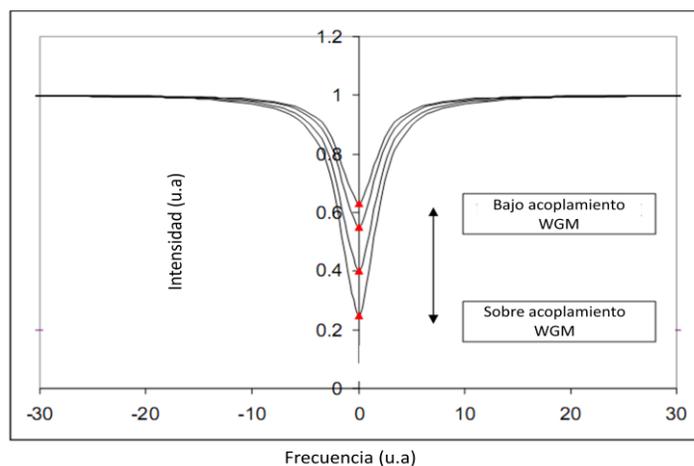
$$\zeta = 1 - \frac{P_t(\delta=0)}{P_f} = 1 - \frac{\left(\frac{\alpha l}{e^{\frac{\alpha l}{2}}} r - 1\right)^2}{\left(\frac{\alpha l}{e^{\frac{\alpha l}{2}}} - r\right)^2} \approx 1 - \frac{\left[\left(1 + \frac{\alpha l}{2}\right)r - 1\right]^2}{\left[\left(1 + \frac{\alpha l}{2}\right) - r\right]^2} \quad (2.52)$$

Como  $rr^* + tt^* = R + T = 1$ , con  $T$  y  $R$  la transmitancia y la reflectancia, respectivamente, del sistema, entonces,  $r = \sqrt{1 - T}$ , con lo cual  $\zeta$  se puede escribir como:

$$\zeta = \frac{\frac{T}{\alpha l}(4 + \alpha l)}{\left(\frac{2 - \frac{2}{\alpha l}\sqrt{1 - T} + 1}{\alpha l}\right)^2} \approx \frac{\frac{T}{\alpha l}(4 + \alpha l)}{\left(\frac{T}{\alpha l} + 1\right)^2} \approx \frac{4x}{(1 + x)^2}, \quad (2.53)$$

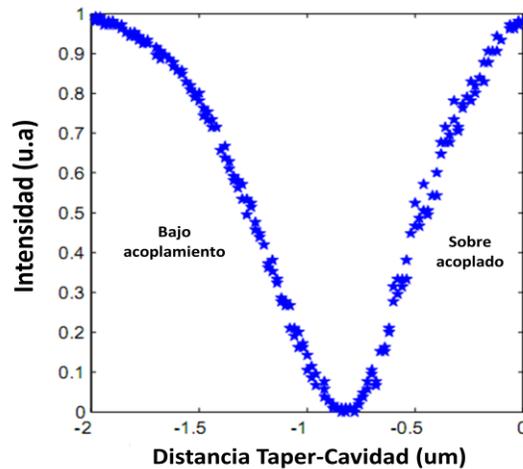
para lo cual se ha considerado que  $\sqrt{1 - T} \approx 1 - T/2$ ,  $(4 + \alpha l) \approx 4$  y se ha definido la variable  $x = \frac{T}{\alpha l}$ . De (2.53) se puede reconocer que la máxima profundidad de la banda Lorentziana ocurre cuando  $x = 1$ , i.e.,  $T = \alpha l$ . Al igual que un oscilador armónico clásico que presenta tres regímenes de respuesta de acuerdo al amortiguamiento en el sistema (sub-amortiguado, crítico y sobre-amortiguado), el oscilador óptico también presenta tres regímenes en el que ahora el parámetro pertinente es la eficiencia del acoplamiento de la señal de luz a la cavidad. Como se observa en la figura 2.7, la banda de atenuación depende del acoplamiento óptico de la señal de luz entre el taper y la microcavidad, teniendo un bajo acople de energía cuando  $T < \alpha l$ , mientras que  $T > \alpha l$  indica un sobre-acoplamiento en los modos

**Figura 2. 7.** Banda de atenuación Lorentziana. Tomado de [13]



Para presenciar los cambios del acoplamiento, es necesario conocer la forma en que cambia el coeficiente de transmisión al cambiar la distancia que existe entre el taper y la microcavidad. La figura 2.8 muestra resultados experimentales dando cuenta este hecho [6] -logrados bajo condiciones de especiales en una cámara de vacío-. Se observa que la señal transmitida disminuye hasta cierto punto mientras se aleja y luego vuelve a aumentar; esto significa que mientras se encuentre el taper en contacto con la microcavidad, el acoplamiento es bajo; al separar el taper del resonador, la banda de atenuación gana profundidad, indicando que más fotones están siendo atrapados hasta llegar a una distancia efectiva; luego de ello, la banda de atenuación se hace menos profunda con la distancia taper-cavidad hasta desaparecer. Este comportamiento define la manera como se debe proceder experimentalmente a la hora de acoplar luz del taper a la cavidad, esto es, ir pasando alternadamente de la condición de sobre-acoplamiento a la de sub-acoplamiento hasta aproximarse a la condición de acoplamiento óptima.

**Figura 2. 8.** Potencia de la señal de luz transmitida. El comportamiento muestra que existe una distancia efectiva en la cual el acoplamiento es óptimo (aquí, el cero del eje horizontal corresponde al momento en que la microcavidad está en contacto con el taper). Tomado de [5]



Ahora se inicia la discusión del factor de calidad  $Q$  de la cavidad. Formalmente, la  $Q$  describe la vida media de un fotón para cada modo dentro de la microcavidad. Si  $U$  es la energía promedio almacenada en la cavidad, entonces la tasa de disipación de la energía es la potencia disipada en un ciclo y el factor de calidad se puede escribir como

$$Q = \omega_0 \frac{U}{\frac{\partial U}{\partial t}}, \quad (2.54)$$

Esta ecuación proporciona una ecuación diferencial de la cual se tiene que

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\omega_0}{Q} U \rightarrow U(t) = U(0)e^{-\frac{\omega_0}{Q}t}. \quad (2.55)$$

De aquí se reconoce que la energía tendrá un tiempo de vida característico dado por  $\tau_c = Q/\omega_0$ . La expresión en (2.55) permite expresar el campo dentro de la cavidad de la forma

$$E(t) = e^{-\frac{t}{2\tau_c}} e^{-i\omega_0 t}, \quad (2.56)$$

con lo cual, al efectuar la transformada de Fourier y tomar el módulo cuadrado para encontrar la expresión del espectro de potencia, se puede demostrar que el campo dentro de la cavidad, inicialmente de frecuencia  $\omega_0$ , se ha ensanchado en  $\Delta\omega = \omega_0/Q$ ; por consiguiente:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}, \quad (2.57)$$

Donde  $\Delta\lambda$  es el ancho medido a medial altura de la banda de atenuación. Vale decir que el factor de calidad encierra varias pérdidas de energía que se generan por diversos factores, entre otros, absorción del material, dispersión por inhomogeneidades del material, calidad de la superficie de la cavidad, etc.

## 2.2 Acoplamiento de luz mediante fibras adelgazadas

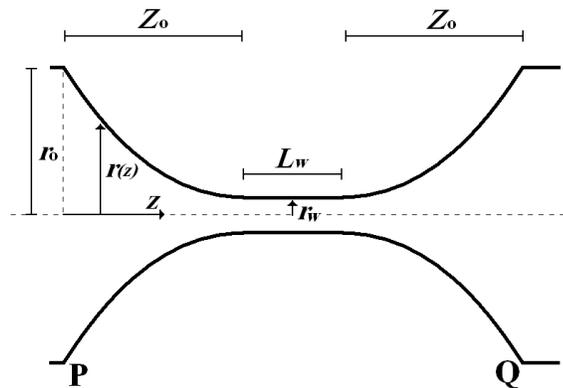
En la literatura se reportan diversas formas para realizar el acoplamiento de luz hacia la microcavidad, y se usando prismas [15], [16], guías de onda [17], tapers [3–5], [10], [12], fibras ópticas apuntadas [11], [18]. En este trabajo, el acoplamiento se realiza mediante tapers, dado que se quiere aprovechar el sistema de fabricación de estos dispositivos desarrollado en el laboratorio de Fotónica de la Universidad Nacional-Sede Medellín [19].

Formalmente, los tapers son secciones adelgazadas de fibra óptica las cuales, dependiendo de la forma en que son fabricados, pueden ser cónicos o bicónicos refiriéndose a la forma de la región de transición. Los taper bicónicos se componen de 3

regiones: una región muy delgada llamada cintura conectada a regiones de transición en ambos extremos, las cuales aumentan su diámetro gradualmente hasta llegar al diámetro nominal de la fibra.

El método de fabricación de estos dispositivos consiste en derretir parcialmente un pequeño tramo de fibra óptica cuyos extremos están sujetos a un sistema de tracción para estirar y adelgazar la fibra. El resultado de este proceso es una estructura como la que se esquematiza en la Figura 2.9. Existen diversas formas de calentar la fibra; en esta tesis se usó una forma muy común de calentamiento, la cual consta de un soplete de butano que se realiza mueve en zig-zag frente a la fibra para calentar uniformemente la región a adelgazar

**Figura 2. 9.** Diagrama esquemático de un taper.



Como se puede ver esta figura,  $r_0$  es el diámetro nominal de la fibra sin adelgazar,  $r_w$  es el diámetro de la fibra medido en la parte más estrecha de una longitud  $L_w$ . Cada una de las regiones de transición tienen una longitud  $Z_0$  y su perfil dependen de la función  $r(z)$ . Un modelo sencillo para describir la forma de los tapers es descrito en [20], donde se asume una longitud  $L_0$  la cual se calienta uniformemente durante el proceso de fabricación del taper; fuera de esta zona la fibra se encuentra fría y sólida. Se predice que la variación del radio  $r_w$  varia con la elongación del taper  $x$  de la forma:

$$r_w(x) = r_0 \exp\left(-\frac{x}{2L_0}\right). \quad (2.58)$$

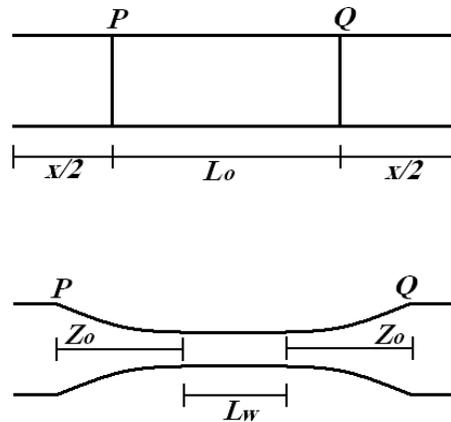
En la figura 2.10 se observa la fibra antes y después de adelgazar. Si se comparan las longitudes  $\overline{PQ}$  de la fibra adelgazada y la longitud inicial  $\overline{PQ}$  antes de adelgazar, se encuentra la relación:

$$2Z_0 = x + L_0 - L_w \quad (2.59)$$

Si se toma la zona caliente como constante, es decir  $L_w = L_0$ , la zona de transición del taper será exponencial:

$$r(z) = r_0 \exp\left(-\frac{z}{L_0}\right) \quad (2.60)$$

**Figura 2. 10.** Diagrama esquemático de un taper de fibra óptica en un tiempo  $t$  y  $t+\delta t$ . La distancia  $(\overline{PQ})$  se jala para formar una cintura del taper muy estrecha.



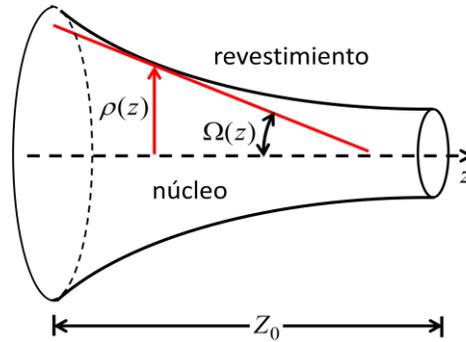
Los tapers se usan en diversas aplicaciones gracias a sus propiedades ópticas y mecánicas, tales como fuerte confinamiento de la luz, obtención de grandes campos evanescentes y, además, la posibilidad de tener dispositivos adiabáticos, es decir, tapers con pérdidas mínimas de energía pese al proceso de adelgazamiento. En este punto vale señalar que las pérdidas de energía pueden ser despreciables, por una parte, si la región de transición cumple el criterio  $\lambda/n_{cl} \leq Z_0$ , donde  $\lambda$  es la longitud de onda en el vacío para la luz que se propaga y  $n_{cl}$  es el índice de refracción del revestimiento de la fibra y, por otra parte, si las pérdidas por acoplamiento modal cumplen  $Z_0 \leq z_b$ , donde  $z_b \approx \frac{2\pi}{\beta_1 - \beta_2}$  es llamada la longitud de batimiento. Aquí,  $\beta_1$  es la constante de propagación para el modo fundamental y  $\beta_2$  es la constante de propagación para los modos de propagación en el revestimiento cercanos al modo fundamental. Si se combinan las dos condiciones descritas, se obtiene que la región de transición debe cumplir la siguiente condición:

$$\lambda/n_{cl} \leq Z_0 \leq z_b \quad (2.61)$$

En un taper, la condición anterior se cumple siempre y cuando el ángulo  $\Omega$  formado entre el eje de la fibra y cualquier punto de la interface entre el núcleo y el revestimiento en la región de transición sea muy pequeño. De la figura 2.11 puede asumirse que la región de transición es cónica y se concluye que  $\Omega \approx \frac{r(z)}{Z_0}$ . Introduciendo esta relación en la ecuación (2.60), se obtiene que:

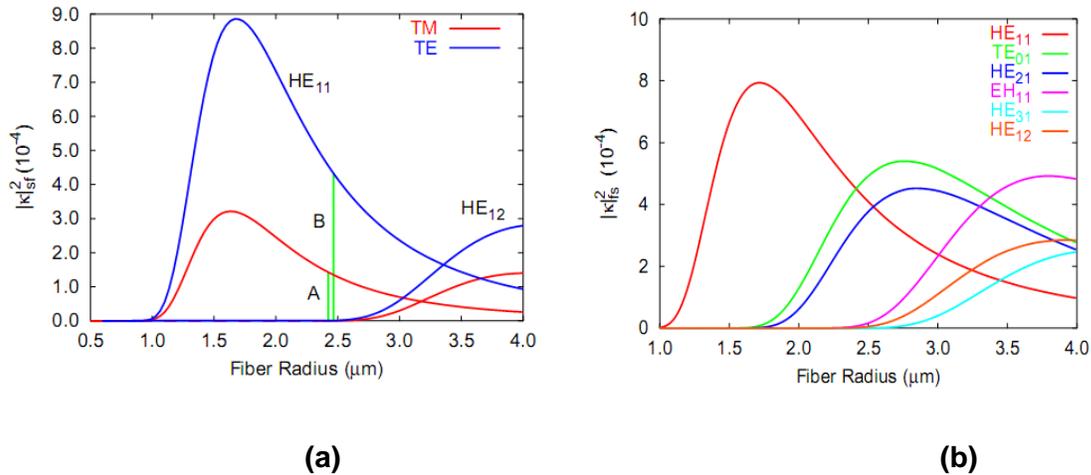
$$\Omega \approx \frac{r(\beta_1 - \beta_2)}{2\pi} \quad (2.62)$$

**Figura 2. 11.** Diagrama esquemático de la aproximación adiabática en fibras adelgazadas.



Mientras el radio del taper decrece, el núcleo y el revestimiento se hacen más cercanos y el modo fundamental  $HE_{11}$  que viaja por el núcleo empieza a ser acoplado a modos de propagación de la región de la cintura del taper; por tanto, existe la posibilidad de que haya acoplamiento de los WGM de la microcavidad con otros modos de propagación del taper distintos al fundamental. Recientemente, Humphrey desarrolló un modelo teórico para estimar el coeficiente de acoplamiento entre modos de la fibra y una microcavidad esférica [16]. De los resultados de este trabajo, ver figura 2.9, se desprende que la condición de acoplamiento máximo se alcanza entre el modo fundamental  $HE_{11}$  de la fibra con modos TE de la cavidad en “tapers” de aproximadamente  $1.5 \mu\text{m}$  de radio; otros modos del taper, a costa de un menor coeficiente de acoplamiento, no requieren que se adelgace tanto la fibra para excitar los WGM.

**Figura 2. 12. (a)** Coeficiente de acoplamiento vs radio del taper para las distintas polarizaciones TE y TM, **(b)** Coeficiente de acoplamiento vs radio de la fibra para los distintos modos del taper que podrían acoplarse a modos TE de la microcavidad. Tomado de [20]



En este trabajo, la fibra se adelgaza hasta alcanzar una cintura de un tamaño comparable a la longitud de onda de la luz que se propaga por el taper [21], obteniendo un campo evanescente lo suficientemente fuerte como para excitar modos WGM y obtener la máxima interacción de dicho campo con la solución a analizar. En el capítulo 3 se muestra y se describe en detalle el sistema de fabricación disponible en el laboratorio.

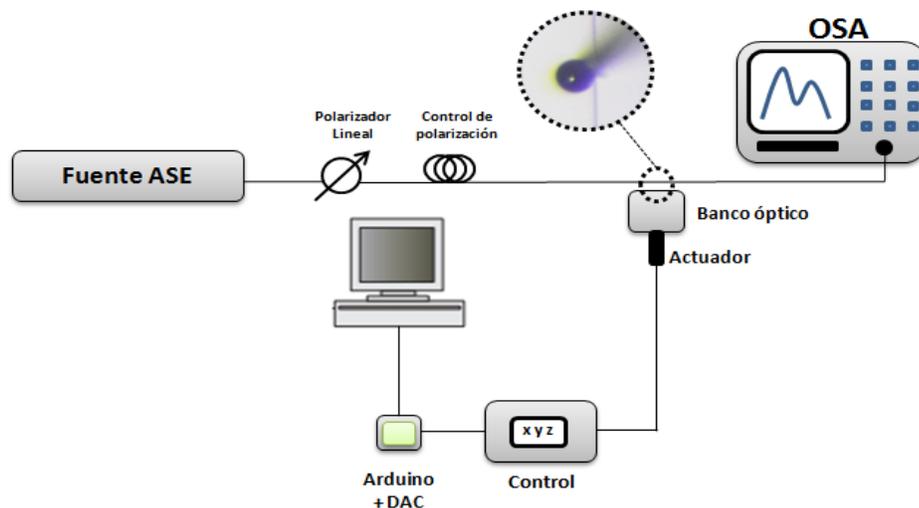
## 3. Capítulo 3: Montaje Experimental

En este capítulo se muestra la componente experimental realizada en esta tesis para la excitación y detección de los modos “Whispering Gallery”. Se muestra la construcción de las microcavidades, la puesta a punto de los instrumentos de medida y posicionamiento, para luego dar paso a la construcción del sensor para determinar la concentración de especies químicas en medios acuosos.

### 3.1 Excitación y detección de modos “Whispering Gallery” en microcavidades

El arreglo experimental para la excitación de los WGM en microcavidades se muestra en la figura 3.1.

**Figura 3. 1.** Diagrama esquemático del montaje experimental para la excitación y detección de modos “Whispering Gallery”.

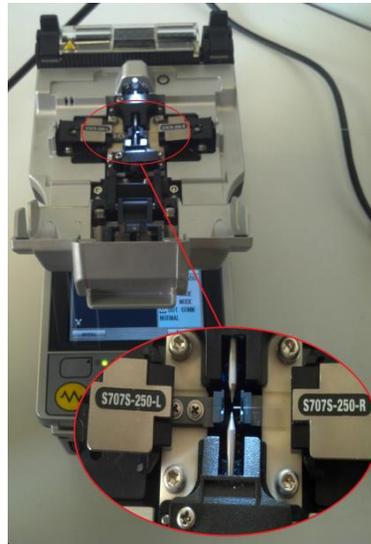


El montaje consta de una fuente ASE que emite luz con un ancho de banda de 11.24 nm centrada a  $\lambda_c = 1550$  nm. Para tener control de la polarización de la luz que se acopla a la cavidad, la fuente ASE se conecta un polarizador lineal conectorizado a fibra óptica y un controlador de polarización, permitiendo direccionar la luz y facilitando la visualización de los distintos modos de polarización (TE ó TM). Como se muestra en la foto del recuadro de la figura 3.1, mediante un taper fabricado con fibra estándar para telecomunicaciones (Corning, SMF-28e) se acopla la luz a la microcavidad a analizar. En un principio, la microcavidad se encuentra en contacto con el taper, a pesar de que en este caso los modos se encuentran sobre-acoplados y las bandas de atenuación no son tan profundas, pero de esta forma se puede garantizar que el espectro que se está visualizando en el analizador de espectros ópticos de alta resolución (OSA por sus siglas en inglés) corresponde al fenómeno esperado. La microcavidad se encuentra sujeta sobre un banco óptico movido por un actuador el cual es controlado por computador. En las siguientes secciones se explica en detalle el funcionamiento de cada uno de los componentes descritos.

### 3.1.1 Construcción de microcavidades

Las microcavidades (en este caso esféricas) usadas en esta tesis se fabricaron a partir de fibras ópticas para telecomunicaciones que, por ser hilos de sílice de alta pureza, garantizan, entre otras, que los efectos de las impurezas en el factor de la cavidad sean despreciables[22]. Para ello, se usó una máquina fusionadora de fibra óptica (Fitel S177)[23], aprovechando el hecho de que en estos equipos las fibras se calientan a la temperatura de fusión de la sílice mediante una descarga eléctrica de alto voltaje, con lo cual la punta de las fibras ópticas llega a ser maleable y, gracias a la tensión superficial, toma la forma esférica. En la figura 3-2 puede verse en detalle el montaje para la construcción de las esferas de sílice en la punta de una fibra óptica.

**Figura 3. 2.** Imagen de la máquina fusionadora con un hilo de fibra óptica, para la fabricación de cavidades esféricas.



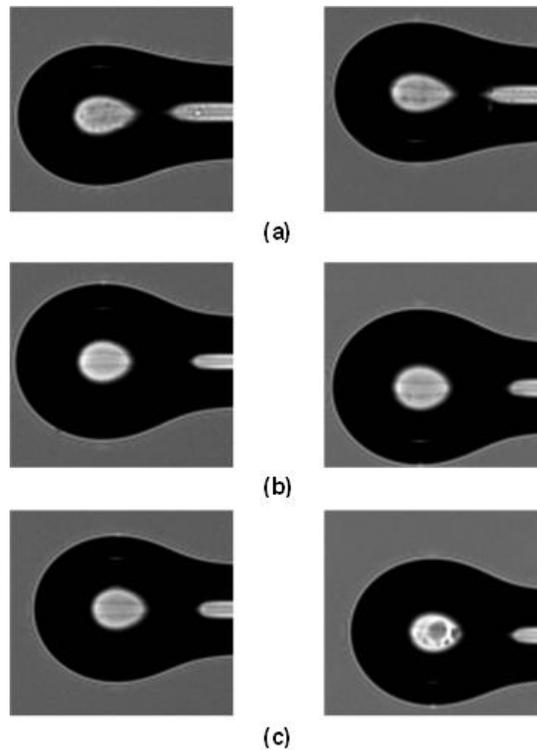
El procedimiento a seguir para la construcción de las microesferas de sílice se describe a continuación:

1. Se retira el acrilato protector de la fibra óptica. Luego, se limpia y se “cliva” la punta.
2. El extremo de fibra preparado se asegura con uno de los soportes de fibra desnuda de la fusionadora. Vale decir que se deben definir las condiciones de trabajo adecuadas, las cuales son dadas por el equipo al editar el programa de fusión: se despliegan los programas existentes para fusionar fibras, se escoge uno de ellos y se modifica de acuerdo a los parámetros que se muestran en la pantalla, permitiendo modificar la duración y la intensidad del arco. Para el modelo de la fusionadora usada, se encontró que las mejores condiciones de fabricación de las microcavidades son: tiempo de duración de la descarga eléctrica: 1000ms; intensidad de la descarga eléctrica: 100V.
3. Luego de estos pasos puede verse en la pantalla la punta de la fibra. Se escoge un punto de referencia dónde ubicar la punta la de fibra óptica para la fabricación de la microcavidad y se realiza el número de descargas necesarias hasta lograr un aspecto redondeado. Finalmente, se procede a capturar una imagen con el software de la fusionadora.

En este proceso de fabricar microesferas se busca estandarizar y desarrollar un protocolo que asegure la repetitividad en su fabricación con una baja elipticidad, lo que se traduce en resultados mucho más cercanos a la teoría descrita en el capítulo 2, ya que una de las condiciones para la generación de los modos es la simetría rotacional de la cavidad. La escogencia de las esferas a utilizar se basa en la medida de la excentricidad  $e$  (medida de la elipticidad de una esfera); por tanto, dicha excentricidad debe ser lo más pequeña posible,  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ , donde  $\varepsilon = 0$  es sinónimo de una esfera perfecta y  $\varepsilon = 1$  significa que es una elipse.

Se fabricaron alrededor de 30 esferas, de las cuales se obtuvieron imágenes desde dos perspectivas que ofrece la empalmadora: una vista frontal (X) y otra superior (Y). En la figura 2-3 se muestra la vista X y la vista Y de algunas de las esferas fabricadas en distintas condiciones.

**Figura 3. 3.** Imágenes de algunas de las microesferas de sílice fabricadas en la punta de una fibra óptica (a) E04\_X y E04\_Y, (b) E05\_X y E05\_Y, (c) E09\_X y E09\_Y.



La elipticidad de las esferas se estima de la relación geométrica [24]:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}, \quad (2.1)$$

donde  $a$  es el semieje menor y  $b$  es el semieje mayor de la circunferencia. En la tabla 2.1 se relacionan los cálculos de las elipticidades para las microesferas mostradas en la figura 3-3.

**Tabla 3. 1.** Cálculos para la elipticidad de las esferas.

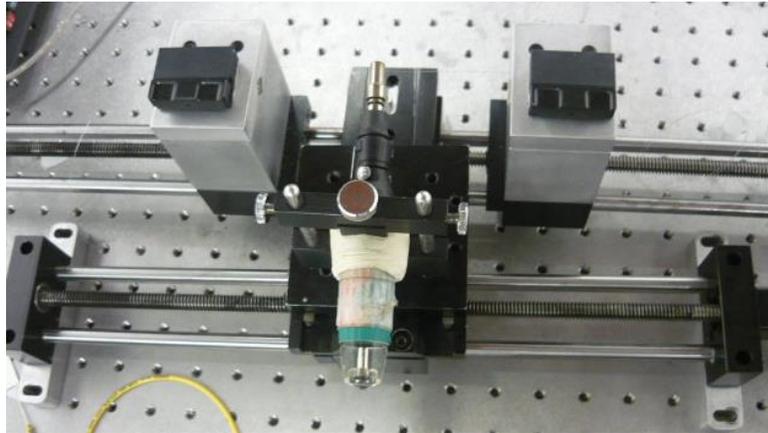
E04		E05		E09	
Diámetro Y	Diámetro X	Diámetro Y	Diámetro X	Diámetro Y	Diámetro X
211,8957	184,8962	207,4468	210,1062	195,3130	196,8085
Elipticidad		Elipticidad		Elipticidad	
a	b	a	b	A	b
92,4481	105,9479	105,0531	103,7234	98,4043	97,6565
0,4885		0,1586		0,1230	

Vale decir que los valores de los diámetros de las microesferas fabricadas se basan en el análisis de imágenes con el programa GetData [25], tomando como referencia que la base de las microesferas corresponde a una fibra monomodo sin recubrimiento, la cual tiene un diámetro nominal de 125  $\mu\text{m}$ .

### 3.1.2 Fabricación de fibras adelgazadas

Para la fabricación de las fibras adelgazadas, se dispone de un sistema de adelgazamiento que consta de un quemador de butano que se mueve en zig-zag para el calentamiento de la fibra mientras que los extremos de la fibra se sujetan a un par de motores lineales (ET-300-1, Newmark System Inc), todos controlados con un PC por comunicación RS-232. En la figura 2-4 se muestra el sistema de adelgazamiento mencionado.

**Figura 3. 4.** Sistema de adelgazamiento disponible en el laboratorio de Fotónica de la Universidad Nacional de Colombia.

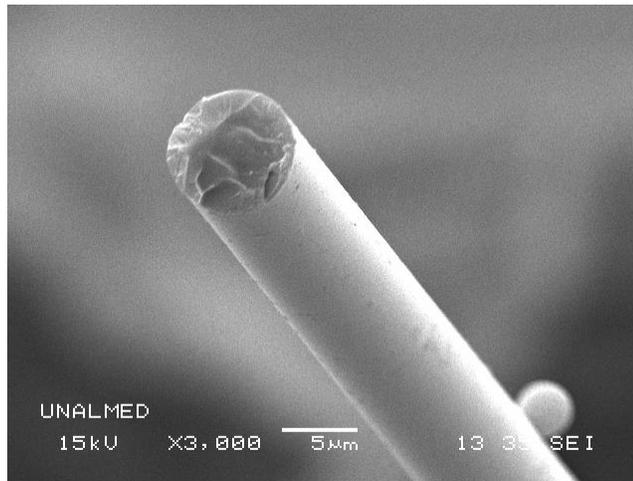


El proceso de adelgazamiento es sencillo. Se ubica la fibra de tal forma que la parte descubierta quede frente al quemador. Para determinar si la fibra alcanzó el tamaño deseado, es necesario establecer un protocolo de fabricación para garantizar repetitividad en los “tapers” obtenidos. A continuación se citan los pasos seguidos en la fabricación de los tapers usados en este trabajo:

1. Se toma una fibra monomodo estándar, se le quita el revestimiento en la parte que se desea adelgazar y se limpia con isopropanol. Se ubica la fibra de tal forma que la parte descubierta coincida con el quemador y luego los extremos se sujetan con dos soportes de fibra desnuda ubicados en la parte superior de los motores lineales.
2. Antes de adelgazar la fibra se deben establecer las condiciones apropiadas de adelgazamiento; esto se logra modificando las variables que son determinantes en el proceso: tiempo de calentamiento previo, velocidad de los motores y desplazamiento de los mismos; estas condiciones quedan determinadas cuando logra acoplarse luz a la microcavidad. Para los motores y el quemador usado, las condiciones de trabajo son: calentamiento previo: 42s; velocidad de los motores: 0.8mm/s y desplazamiento: 7mm.
3. Mientras se adelgaza se monitorea en tiempo real todo el proceso, observando el espectro de transmisión en el OSA y buscando obtener un espectro muy suave, es decir, un espectro que presente el menor número de bandas de atenuación producto de la interferencia modal ocasionada por los modos que viajan por el

taper. Un espectro sin bandas de atenuación es señal de que en el taper apenas se propaga el modo fundamental  $HE_{11}$ .

El tiempo de calentamiento de la fibra, la velocidad y qué distancia debe halarse la fibra para llegar a las condiciones deseadas (alrededor de  $1 \mu\text{m}$ ), son modificadas mediante ensayo y error. Los modelos existentes para las fibras adelgazadas mencionados previamente buscan fabricar tapers que cumplan con el principio de adiabaticidad. Aquí, el mayor interés es lograr que la región adelgazada sea lo más corta posible, evitando, así, vibraciones causadas por la extensa longitud de la parte adelgazada y, además, sean de cintura muy pequeña. En la figura 3-5 se muestra el perfil de un taper fabricado en el sistema de adelgazamiento disponible.



**Figura 3. 5.** Perfil de una fibra adelgazada tomado desde un microscopio electrónico.

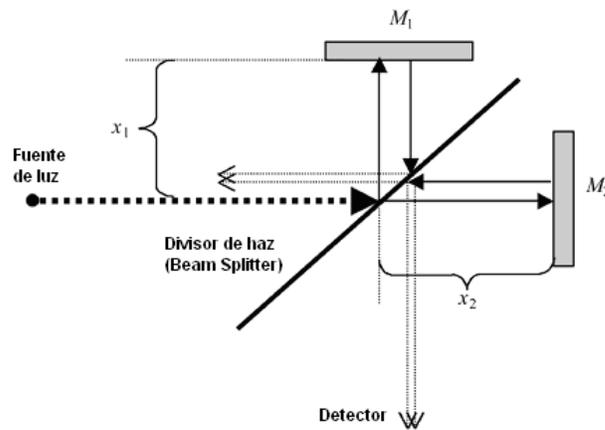
El cálculo de la cintura del taper también se hace por medio del re-escalamiento de las imágenes obtenidas en el microscopio. El diámetro de la cintura no es el mismo en todas las muestra debido al sistema mecánico: no puede asegurarse una total repetitividad en la fabricación, por esta razón puede que en ocasiones las bandas de atenuación en el espectro de transmisión no sean tan profundas.

### **3.1.3 Calibración interferométrica de actuadores para el posicionamiento de las microcavidades**

El paso siguiente en la excitación de los modos “Whispering Gallery” consiste en acercar la cavidad dieléctrica a una fibra adelgazada, como método para acoplar la onda de luz a

la microcavidad. Como se explicó en el capítulo 2, la cantidad de luz que se logra acopla depende, además del diámetro la cintura del taper, de la distancia entre el taper y la cavidad, siendo un factor crucial en la generación de los WGM. Dado el tamaño de los elementos involucrados (cintura del taper  $\sim 1 - 2\mu\text{m}$ , esferasy cilindros de diámetros entre  $\sim 50 - 125\mu\text{m}$ ) se requiere un sistema de posicionamiento que garantice un paso sub-micrométrico. Para obtener este paso tan fino, se utilizaron actuadores que tienen un paso mínimo de  $20\text{nm}$ , aproximadamente. La transmitancia del sistema depende de la distancia taper-microcavidad, por tal razón se debe conocer con un alto grado de precisión este valor. Para lograr este objetivo, la calibración del sistema de posicionamiento se realizó con un interferómetro Michelson. En la figura 3-6 se muestra la configuración típica de este interferómetro, en la que la calibración se basa en que la distancia  $d$  entre máximos y mínimos en el patrón de interferencia, dada por  $d = \frac{\lambda}{4}$ , permitiendo medir distancias del orden de  $\text{nm}$  [26] como se explica a continuación.

**Figura 3. 6.** Configuración típica de un interferómetro Michelson.



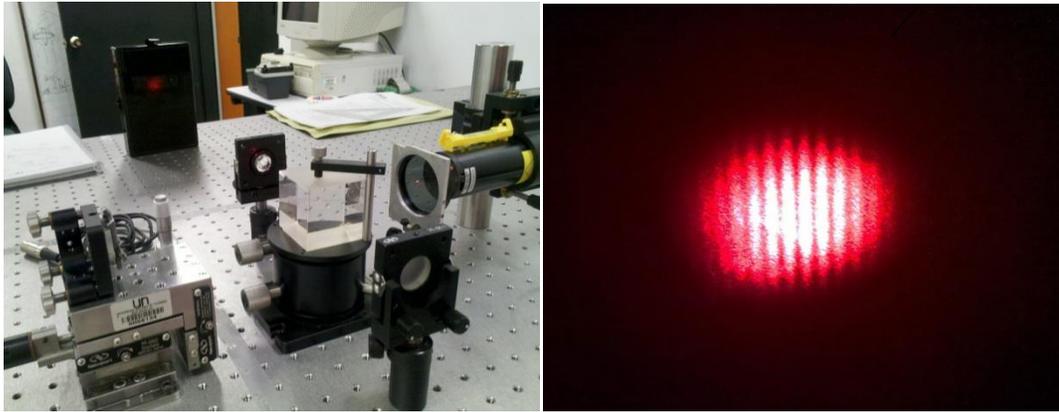
La preparación de la calibración del interferómetro consta de tres pasos:

- **Optimización del interferómetro:**

Para realizar el montaje del interferómetro se usó un láser de Helio-Neón estabilizado [27] ( $\lambda = 632.8\text{nm}$ ), el cual apunta hacia un divisor de haz de forma cúbica –tiene la ventaja de que ambos haces atraviesan la misma cantidad de vidrio-, dividiendo este haz en dos, uno se dirige hacia el espejo  $M_1$  (fijo), el segundo haz se dirige hacia el espejo  $M_2$  que está anclado a un banco óptico el cual es movido por el actuador. Los espejos

son de primera superficie, así, cuando la luz es reflejada en ambos espejos, esta regresa al divisor de haz y se recombina formando el patrón de interferencia. En este caso, la distancia entre máximos y mínimos es  $d = 158,2nm$ . En la figura 3-7 se muestra una foto del interferómetro desarrollado, en la que, por facilidad a la hora de procesar los datos, los espejos se ajustaron para producir un patrón de franjas rectas.

**Figura 3. 7. (a)** Montaje experimental del interferómetro michelson, **(b)** acercamiento del patrón de franjas rectas obtenido

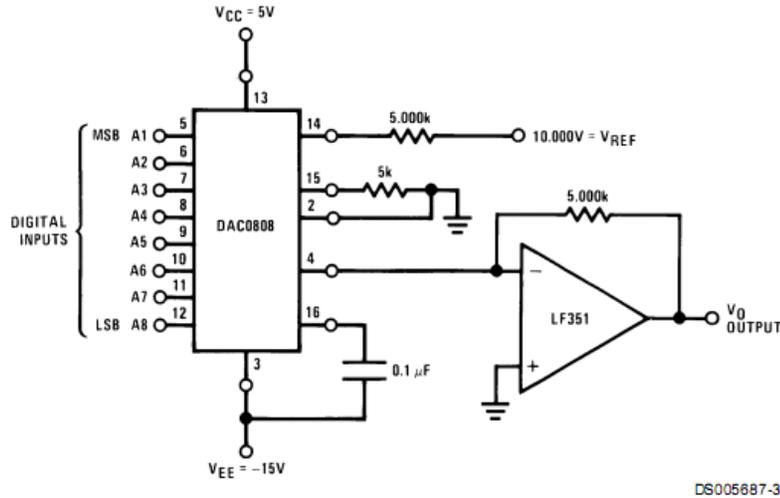


- **Control de la alimentación de los actuadores:**

Los actuadores están conectados a un control el cual les proporciona el voltaje necesario para realizar el paso mínimo. Este control debe entregarle a dichos actuadores un voltaje mínimo de  $0,1V$  para que avancen en pasos aproximados de  $20nm$  reportado por el fabricante. Una forma de automatizar el proceso es manejar el control mediante un conversor digital-análogo; ello le agrega una ventaja al proceso, ya que el interferómetro es muy sensible a vibraciones y a la temperatura, evitando cambios bruscos por el movimiento del operario, ofreciendo mayor estabilidad en el sistema.

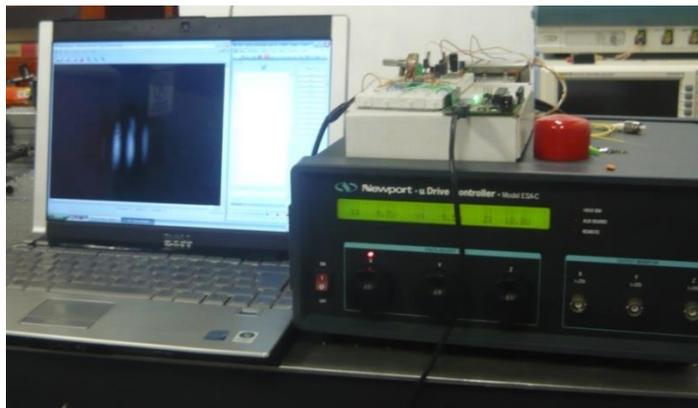
El conversor digital-análogo (DAC) convierte una señal traducida en bit en un voltaje análogo, siendo preciso en sus pasos y dándole mayor confiabilidad. Para facilitar el control del DAC, se usó un programa para enviar comandos por medio del puerto USB de un computador a una tarjeta Arduino [28], la cual establece los pines digitales de salida que configuran el valor de entrada del DAC. En la figura 3-8 se muestra el circuito de conexión para el conversor [29].

**Figura 3. 8.** Aplicación típica del convertor DAC 0808. Tomado de [29].



En este caso se obtuvo un voltaje mínimo de salida de  $4.04mV \pm 0,01mV$  para el primer bit, siendo acumulativo para los siguientes. La fuente tiene una ganancia de 32,1 para la entrada de voltaje, por lo cual se tiene un voltaje mínimo de  $0,128V \pm 0,003V$  por cada bit enviado desde la tarjeta Arduino. En la figura 3-9 se muestra una imagen del circuito de conexión DAC, la tarjeta Arduino y el control de los actuadores.

**Figura 3. 9.** Imagen del sistema de control del actuador del interferómetro Michelson. A la derecha se encuentra el circuito de conexión del DAC conectado al control de los actuadores, mientras que la tarjeta Arduino está conectada al computador. La imagen que aparece en la pantalla corresponde al patrón de interferencia recogido por una cámara IP.



El paso mínimo puede ser calculado teniendo en cuenta la relación entre este paso y el voltaje mínimo que debe ser suministrado; en la hoja de datos se reporta un paso de  $20nm$  por cada  $0,1V$  entregados por el control al actuador. En este caso, el control entrega un voltaje de  $0,128V \pm 0,003V$ ; esta última cifra en el voltaje entregado puede ser acumulable, aunque en el primer bit no sea percibido por el actuador, esto genera un error de  $+0,1V$  por cada 3 bit enviados repetitivamente. Por tanto,

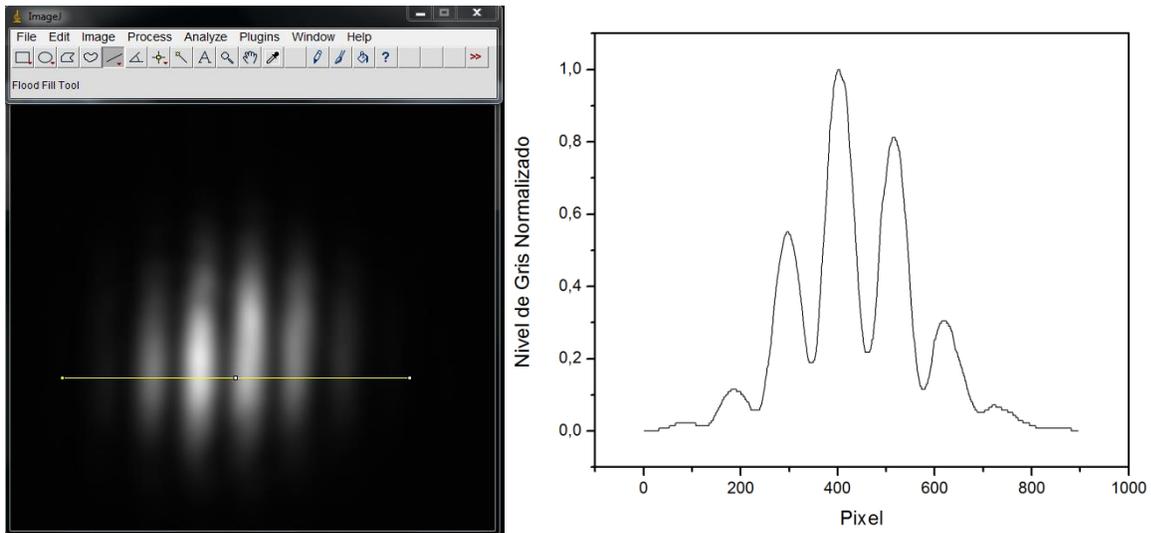
$$Pasomínimo = \frac{20 \text{ nm} * 0,128V}{0,1V} = 25.6 \text{ nm} \pm 0.6nm. \quad (2.2)$$

Debido a este error en la calibración, se prevé que, en un principio, para pasar de un máximo a un mínimo en el patrón de interferencia, se debía enviar el bit 8, pero teniendo en cuenta lo dicho anteriormente, debe enviarse en realidad el bit 6. Estos datos servirán para reportar el paso mínimo real de los actuadores; además, cabe aclarar que la incertidumbre reportada para el paso mínimo se hizo teniendo en cuenta el error introducido por la parte electrónica, es decir, no se tuvo en cuenta las vibraciones mecánicas del sistema ni la histéresis que puede presentar el actuador al momento de aplicar determinado voltaje repetidamente—la cual se obvia cuando se opera el actuador en una sola dirección—, por lo cual se puede decir que dicha incertidumbre es un poco mayor (su cálculo completo va más allá de los alcances de este trabajo).

- **Análisis de imágenes para la obtención del paso mínimo.**

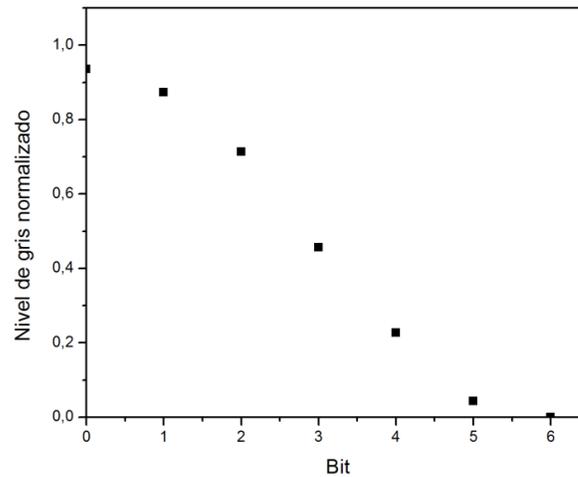
Después de configurar el interferómetro y la fuente controlada con el DAC, se continúa con la recolección de datos. Las imágenes son recogidas mediante una cámara IP BaslerScout [30]. Por cada paso que se avanza se toma una imagen, luego se realiza un análisis de las imágenes mediante el programa ImageJ [31], permitiendo obtener un perfil en escala de grises del patrón de interferencia, donde los máximos de potencia se interpretan como blanco (255) y los mínimos de potencia se interpretan como Negro (0); luego se grafican los datos obtenidos en OriginPro 8.0 [32]. En la figura 3-10 se muestra la superposición de dos perfiles.

**Figura 3. 10. (a)** Captura del programa ImageJ para el patrón de interferencia en escala de grises; la línea amarilla indica el corte de dónde se extraen los datos del nivel y pixel; **(b)** perfil del patrón de interferencia.



De acuerdo con lo previsto, el patrón de interferencia pasa de máximo a mínimo en el bit 6 como se muestra en la figura 3-11; con esto puede calcularse el paso mínimo de los actuadores como el cociente entre la distancia que existe entre un máximo y un mínimo y el número de bits enviado para llegar a esta condición:

**Figura 3. 11.** Variación del nivel de gris a medida que se envía cada bit.



$$Pasomínimo = \frac{158,2nm}{\#Bit} = 26.37nm \quad (2.3)$$

Vale decir que a este resultado no se le calculó la incertidumbre por no tener información de la incertidumbre en la longitud de onda del láser; sin embargo, se espera que sea muy baja, considerando que se usó un láser estabilizado [27]. El error en la calibración se calcula haciendo una comparación entre el paso mínimo calculado de forma teórica y el paso calculado de forma experimental como se muestra a continuación:

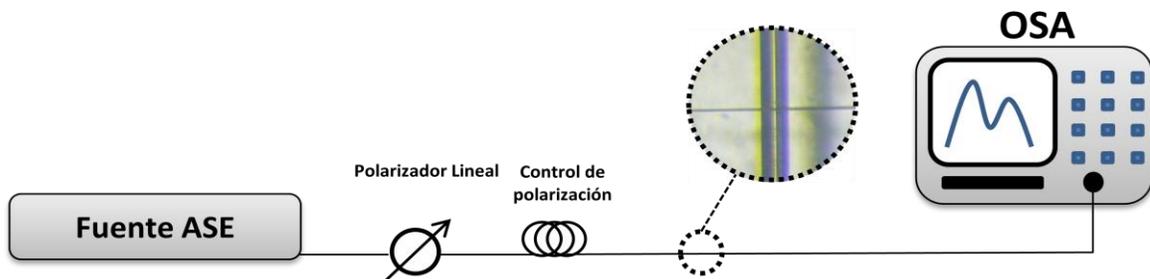
$$\%E = \left| \frac{25.6nm - 26.367nm}{25.6nm} \right| \approx 3\% \quad (2.4)$$

Este error es bajo en comparación al paso que se debe dar en procedimiento de acoplamiento del taper a la microcavidad. Como referencia, en la bibliografía reportan cambios significativos en la profundidad en las bandas de atenuación cada 100nm mientras se aleja la microcavidad de la fibra adelgazada [5].

### 3.2 Sensor óptico para determinar la concentración de especies químicas en medios acuosos.

El montaje experimental del sensor es similar al montaje usado en la obtención de los WGM. La microcavidad se encuentra todo el tiempo en contacto con el taper, sujeto sobre un porta-objetos para evitar que al introducir la muestra, o en la limpieza, este se mueva y cambien las condiciones de resonancia. Para determinar si el montaje es funcional para la medición de concentraciones, debe cambiarse el medio circundante y -presenciar un corrimiento en las bandas de atenuación. En la figura 3-12 se muestra el diagrama esquemático del montaje del sensor.

**Figura 3. 12.** Diagrama esquemático del sensor de concentración de especies químicas basado en WGM.

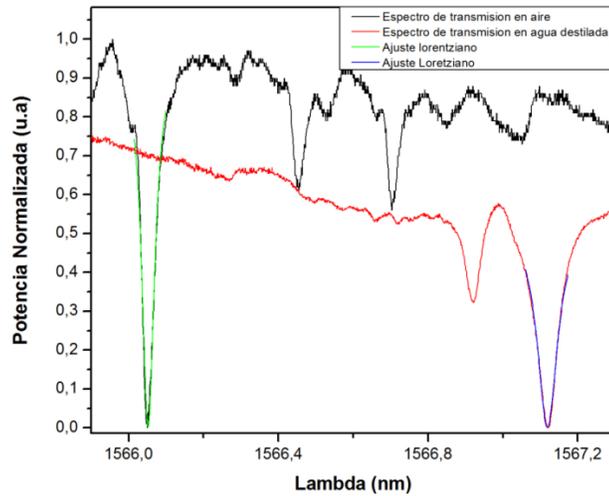


Como se muestra en la figura, el polarizador lineal y el control de polarización sirven para seleccionar los dos posibles modos de resonancia que existen (TE ó TM) como se explicó previamente. Se prefirió trabajar con los modos TE ya que estos acoplan más luz a la microcavidad, con lo cual se observan bandas de atenuación más profundas en el espectro de transmisión. En la figura 3.13 se muestra el corrimiento de la banda de atenuación centrada en  $1566,05nm$ , cuando se cambia el medio que rodea a una microcavidad cilíndrica de  $125\ \mu m$  de diámetro, adicionando una gota de agua destilada y desionizada. Para realizar estas mediciones debe seguirse un protocolo que garantice la repetitividad del experimento, teniendo en cuenta la limpieza de la microcavidad y el taper. A continuación se describe el protocolo usado para realizar las mediciones:

1. El cuarto debe encontrarse a una temperatura constante, preferiblemente baja para crear un ambiente seco; con ello se busca evitar una alta humedad, contribuyendo a la limpieza de los elementos.
2. Se toma el espectro de transmisión en aire.
3. Luego se deposita una gota de la muestra a determinar.
4. Se toma el espectro luego de dos minutos, para estabilizar la medida evitando medir posibles corrimientos ocasionados por las vibraciones al depositar la muestra.
5. Para limpiar se recoge la muestra acercando papel absorbente, luego se retira la microcavidad del taper y se limpian de forma individual con papel absorbente empapado con isopropanol, haciendo un poco de presión para retirar residuos de la solución de interés que pudieran quedarse adheridos a la superficie.
6. Se acerca nuevamente la microcavidad al taper hasta que estén en contacto. Por último se toma nuevamente el espectro, verificando que las bandas de atenuación han vuelto a su posición inicial.

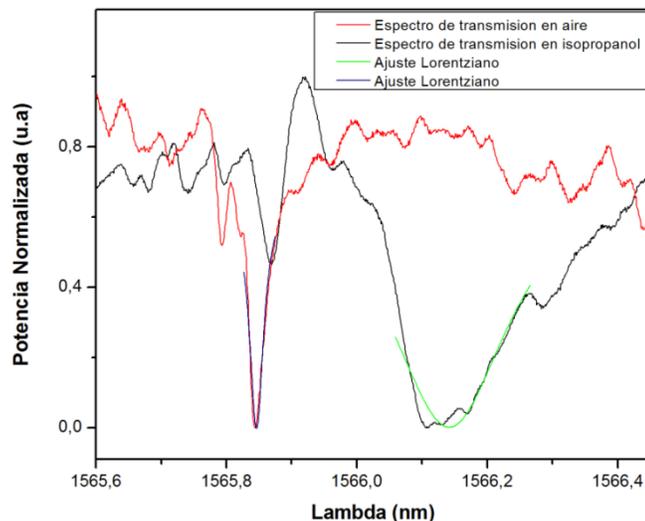
Definido el protocolo de medición, se procede a tomar la muestra, la cual arroja el resultado mostrado en la figura 3-13. Para este caso se compara la longitud de onda central de la banda de atenuación del espectro en aire y en agua destilada. Para determinar la longitud de onda central se realiza un ajuste Lorentziano [13], con lo cual también se determina el ancho de la banda medio brindando la posibilidad de medir el factor de calidad de la microcavidad.

**Figura 3. 13.** Corrimiento de la banda de atenuación en una microcavidad cilíndrica de 125  $\mu\text{m}$  de diámetro al pasar de aire a agua destilada y desionizada.



Del ajuste Lorentziano realizado a las bandas de atenuación en los espectros de transmisión se obtiene que están centradas en  $\lambda_{\text{aire}} = 1566,0520\text{nm} \pm 0,0002\text{nm}$  y  $\lambda_{\text{agua}} = 1567,1188\text{nm} \pm 0,0001\text{nm}$ . El cambio abrupto en el índice de refracción ocasiona un corrimiento  $\Delta\lambda \approx 1,1\text{nm}$ , brindando la posibilidad de medir pequeños cambios en la concentración de soluciones químicas usando microcavidades. Se realiza una siguiente prueba usando una muestra de alcohol isopropílico:

**Figura 3. 14.** Corrimiento de la banda de atenuación en una microcavidad cilíndrica de 125  $\mu\text{m}$  de diámetro al pasar de aire a alcohol isopropílico.



Se realiza un análisis idéntico para la banda de atenuación centrada en  $\lambda_{aire} = 1565,8462nm \pm 0,0003nm$ . Cuando se depositó la muestra de alcohol la banda de atenuación presenta un corrimiento de  $\Delta\lambda \approx 0,2953nm$ , centrándola en  $\lambda_{isop} = 1566,1415nm \pm 0,0008nm$ . El corrimiento para este caso es menor que en la muestra anterior; además, el espectro se mostró inestable, algo que no se tiene claro pero que se cree se debe a la alta volatilidad del isopropanol.

En conclusión, la componente experimental desarrollada, junto con los protocolos definidos en este capítulo, muestran que los WGM son efectivos a la hora de caracterizar soluciones acuosas. En el capítulo 4 se mostrará la calibración del sensor para una solución de agua destilada y glucosa en pequeñas cantidades

## **4. Capítulo 4: Resultados Experimentales y Análisis.**

La excitación y caracterización de los modos “Whispering Gallery” se realiza con el montaje descrito en el capítulo 3. En esta tesis de maestría se examinaron dos tipos de microcavidades basados en la tecnología de las fibras ópticas: i) cavidad cilíndrica, básicamente constituida por un hilo de fibra óptica desnuda y; ii) cavidad esférica que, como ya se mostró en el capítulo anterior, se fabrican en la punta de una fibra óptica monomodo para telecomunicaciones mediante descargas eléctricas de alto voltaje.

Todos los espectros de transmisión se analizan con el OSA, de esta manera se pueden identificar los parámetros de interés de las cavidades, a saber: tipo de polarización, longitud de onda central de las bandas de atenuación, factor de calidad y FSR [10], [11], [33].

En este capítulo se muestran los resultados experimentales obtenidos para cada caso y se confrontan con los modelos teóricos del capítulo 2. Luego, aprovechando la alta sensibilidad de estos modos al cambio de índice de refracción externo [2], [10], [34], [35], se usa este montaje experimental para determinar la concentración de una solución de glucosa + agua destilada, mostrando la utilidad de esta tecnología en la medición de especies químicas en bajas concentraciones.

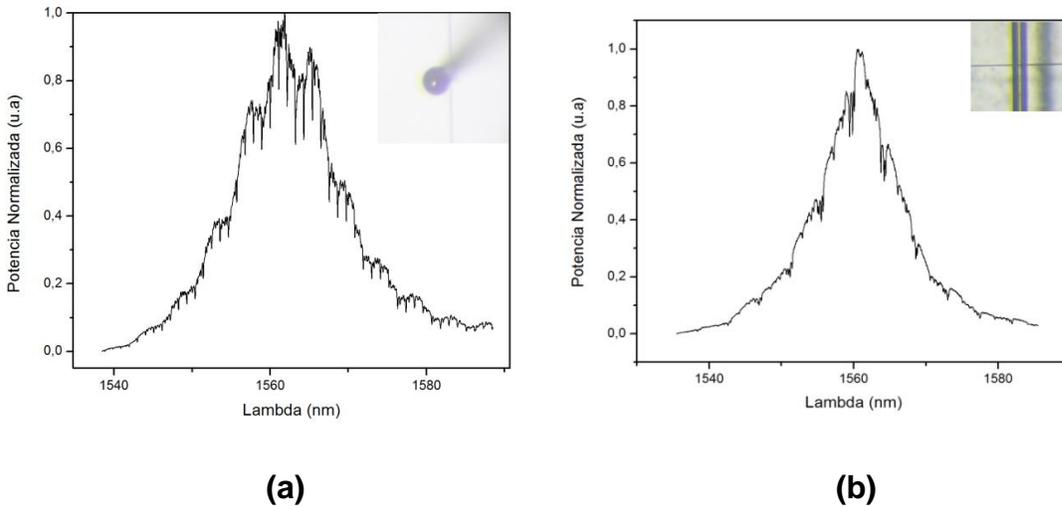
En el capítulo 3 se demostró la capacidad de las microcavidades estudiadas para realizar este tipo de mediciones; sin embargo, la escogencia de la microcavidad depende directamente de la aplicación y también de las ventajas que ofrezca a la hora de la limpieza y manipulación de la misma.

## 4.1 Evidencia Experimental de los modos “Whispering Gallery” en microcavidades esféricas y cilíndricas.

Para evidenciar la excitación de los WGM, es necesario operar el OSA con máxima resolución, 10 pm. Las pruebas se realizan en condiciones especiales de temperatura (18°C), ya que se presenta un alto índice de humedad para la época del año en que se realizaron las medidas.

En la figura 4.1 se muestran los espectros de transmisión de las dos cavidades con un taper de 1~2  $\mu\text{m}$  de diámetro. Las caídas de potencia en los espectros son bandas de atenuación asociadas a los WGM excitados que, como sabemos, le corresponde un conjunto de índices  $q, l, m$  [1].

**Figura 4. 1.** Espectros de transmisión obtenidos de las microcavidades analizadas: (a) micro cavidad esférica; (b) microcavidad cilíndrica. Los recuadros interiores de cada figura muestran una fotografía tomada a 64x con un estereoscopio de la microcavidad acoplada al taper de fibra óptica. En los espectros se evidencia una modulación suave del espectro de la fuente producto de la interferencia entre el modo fundamental y primer modo excitado del taper.

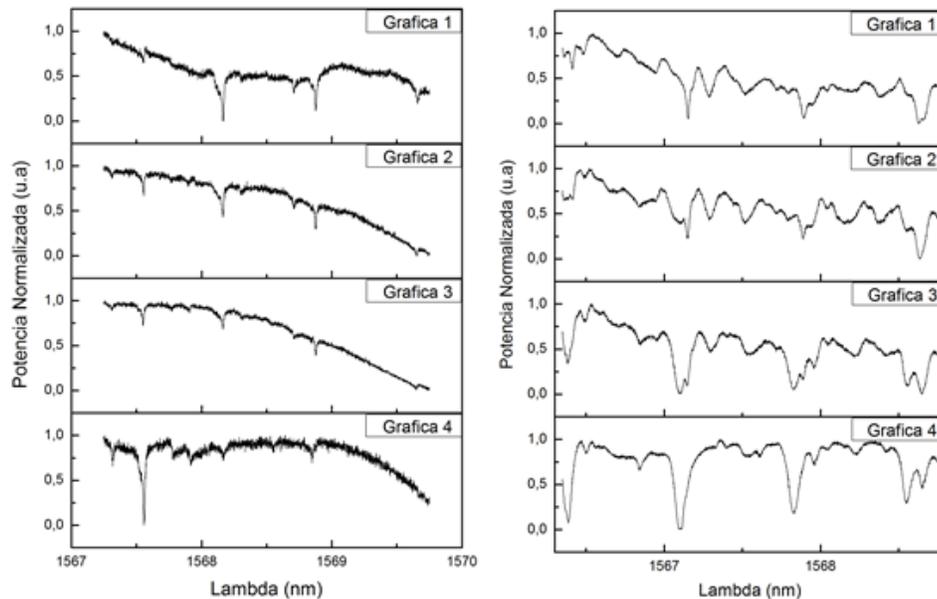


Como ya se mencionó, la microcavidad cilíndrica es simplemente una fibra óptica desnuda usada en telecomunicación, la cual tiene un diámetro nominal de 125  $\mu\text{m}$ , mientras que la microesfera tiene un diámetro de 197  $\mu\text{m}$ , para el espectro presentado en la figura 3.1. Claramente, se puede evidenciar que las bandas de atenuación más profundas presentan cierta periodicidad para ambas microcavidades, mostrando una similitud con el fenómeno de resonancia en ondas mecánicas [36]. Además, como era de esperarse de los fundamentos teóricos del capítulo 2, la microesfera presenta más bandas de atenuación que el microcilindro en el rango espectral estudiado. En la bibliografía no se reportan muchos trabajos usando fibras ópticas como microcavidad; aun así, en esta tesis se utilizarán debido a su fácil adquisición y manipulación.

#### 4.1.1 Control de la polarización: Selección de modos TE y TM

En el primer momento en que se observan las bandas de atenuación no se tiene certeza de la dirección del campo eléctrico, o magnético, dentro de la microcavidad. Por esta razón no se puede afirmar el tipo de modo, TE ó TM, que corresponden [11]. En la figura 4.2 se muestra la evolución de las bandas de atenuación a medida que se cambia el estado la polarización de la luz.

**Figura 4. 2.** Evolución de las bandas de atenuación en el espectro de transmisión a medida que se cambia la polarización de la luz para:(**a**) microcilindro, (**b**) microesfera.



Como se puede ver en la figura 4.2(a) para el microcilindro, a medida que se ajusta la polarización de la luz se genera una banda de atenuación que va ganando profundidad, mientras que las dos bandas de atenuación de la derecha van perdiendo profundidad hasta hacerse poco perceptibles. En la figura 4.2(b) para la microesfera, se aprecia un comportamiento similar, solo que en este caso no se logran desvanecer completamente las bandas de atenuación pertenecientes a una polarización mientras se fortalecen otras; ello se debe a la cantidad de modos degenerados que existen en esta microcavidad, donde cada modo se encuentra caracterizado por los tres subíndices  $(l, m, n)$  y  $(-l \leq m \leq l)$ , mientras que en el microcilindro solo se caracteriza por dos subíndices, haciendo más fácil su identificación. Se identifican los modos TE como las bandas de atenuación que se generan hacia la izquierda del espectro, siendo identificadas, también, por la profundidad de la banda, mostrando que, efectivamente, los modos TE acoplan un porcentaje mayor de fotones que los modos TM.

#### 4.1.2 Factor de calidad (Q)

Para calcular el factor de calidad, es necesario conocer la longitud de onda central de la banda de atenuación más pronunciada, al igual que su ancho espectral medido a media altura, por lo cual se normalizan los datos para luego realizar una regresión Lorentziana con la cual se define el punto más bajo de la banda seleccionada y el ancho medio antes mencionado. Usando la ecuación (2.57), se estima el factor de calidad de la cavidad con los modos TE; por ejemplo, de la figura 4.2(a), gráfica 4, para el microcilindro:

$$Q = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{1567,5565nm}{0,01146nm} = 1,37 \times 10^5$$

Repetidas pruebas realizadas con tapers fabricados, muestran resultados similares ( $1 \sim 2 \times 10^5$ ). En la literatura se reportan factores de calidad para microcilindros del mismo orden de magnitud bajo condiciones de trabajo similares [10], [12], [33]; inclusive, reportan factores de calidad de  $10^3$  para fibras ópticas desnudas usadas como micro-cilindros [10], lo cual indica, entre otros, que tanto los protocolos de fabricación como del cuidadoso desarrollo del montaje experimental para acoplar luz a la microcavidad dan cuenta de las requerimientos que se deben cumplir en esta tecnología.

De otro lado, para la microesfera se tiene que se logra un factor de calidad de  $6,7 \times 10^4$  para una microesfera de  $10.5\mu m$  y de  $2,5 \times 10^4$  para una microesfera de  $197\mu m$ . Contrastando con resultados reportados en la literatura mundial, en [37] reportan un  $Q$  de igual orden de magnitud; en [2], [38], [39] reportan un  $Q$  superior en un orden de magnitud e indican que estos bajos factores de calidad son atribuibles a la baja conductividad del material, la cual se puede mejorar dopando la sílice. En [36], [40] reportan entre  $10^5 - 10^8$  como valores típicos para factores de calidad de microesferas; aun así este resultado es bajo en comparación con los reportados en dos artículos [5], [18], los cuales señalan factores de calidad de hasta  $10^{10}$ , usando técnicas de fabricación de las microesferas altamente sofisticadas.

### 4.1.3 Número de Modo y Rango Espectral Libre (FSR)

Ahora que se tiene la longitud de onda central, se puede establecer el número principal con el cual se puede identificar el modo resonante como se mencionó en el capítulo 2, conociendo, claro está, el radio de la microcavidad ( $62.5\mu m$ ) y el índice de refracción del medio en el cual se propagan los modos. Como se mencionó anteriormente, el microcilindro usado en este trabajo es una fibra óptica de sílice pura ( $n_{eff} \approx 1.467$  a la longitud de onda de la banda de atenuación), con lo cual al introducir estos datos en la ecuación (2.45) se tiene que el número principal es:

$$l = \frac{2\pi r_0 n_{eff}}{\lambda} = \frac{2\pi(62.5\mu m)(1.467)}{1.5675565\mu m} \approx 368$$

Este resultado concuerda con lo reportado en la literatura para fibras ópticas de sílice usadas como microcavidades [10], [11].

Para el caso de las cavidades esféricas fabricadas en la punta de una fibra óptica, la ecuación (2.25) indica que el número principal para una microesfera de  $10.5\mu m$  es:

$$m = \frac{2\pi r_0 n}{\lambda} = \frac{2\pi(10.5\mu m)(1.467)}{1.56706844\mu m} \approx 62$$

Adicionalmente, se caracterizó la micro-esfera de  $197\mu m$ :

$$m = \frac{2\pi r_0 n}{\lambda} = \frac{2\pi(98.5\mu m)(1.467)}{1.5671057\mu m} \approx 579$$

Este valor del número de modo es coherente con la literatura para microesferas en condiciones de operación similares [37].

Ahora se calcula el rango espectral libre para las dos microcavidades analizadas. Para el caso del microcilindro, usando la ecuación (2.46) se tiene que:

$$FSR = \frac{\lambda^2}{2\pi r_0 n} = \frac{(1.5675565\mu m)^2}{2\pi(62.5\mu m)(1.467)} \approx 4.3nm$$

En el espectro de transmisión no se logró presenciar este espaciamiento dado que el FSR es superior a la ventana de adquisición ( $2.5nm$ ); vale decir, sin embargo, que este resultado concuerda con valores reportados en la literatura [10–12]. Para el caso de las microesferas de  $10,5\mu m$  y  $98,5\mu m$ , el rango espectral para el modo acimutal se calcula usando nuevamente la ecuación (2.26) y; respectivamente:

$$FSR = \frac{\lambda^2}{2\pi r_0 n} = \frac{(1.56706844\mu m)^2}{2\pi(10.5\mu m)(1.467)} \approx 25nm$$

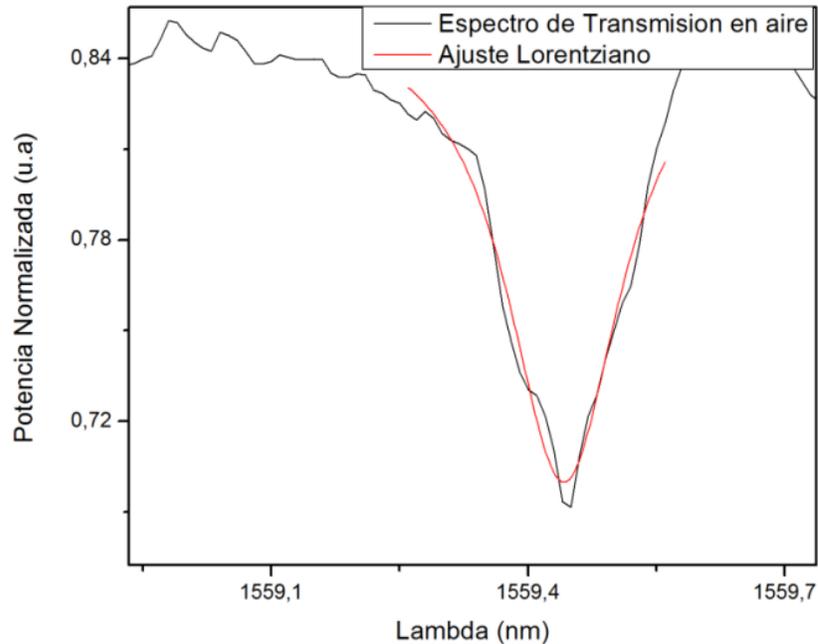
$$FSR = \frac{\lambda^2}{2\pi r_0 n} = \frac{(1.5671057\mu m)^2}{2\pi(98.5\mu m)(1.467)} \approx 2.7nm$$

Nuevamente, estos resultados son coherentes con resultados reportados en la literatura para microesferas de tamaño similar [18].

## 4.2 Sensor óptico para medir la concentración de especies químicas en medios acuosos.

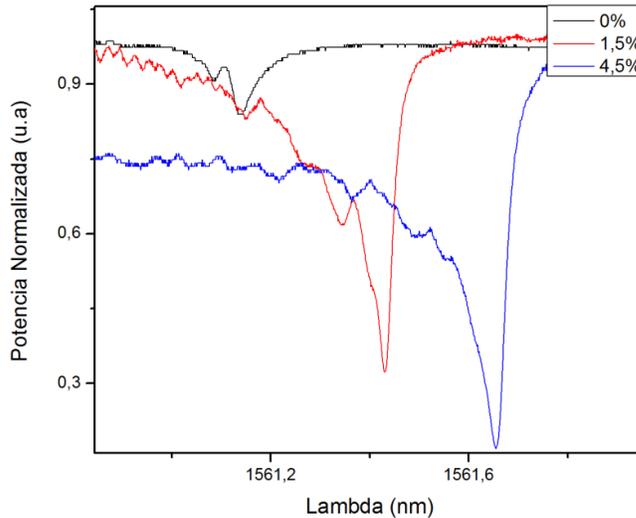
Tal como se describió en el montaje experimental de la figura 3.12, los WGM se pueden usar para la determinación de la concentración de especies químicas en medios acuosos. En esta sección se muestra la calibración de este sistema para ser usado como sensor, realizando una serie de mediciones en una solución de agua destilada y glucosa a bajas concentraciones, siguiendo el protocolo descrito en la sección 3.2. En la figura 3.3 se muestra el espectro ampliado de la banda de atenuación central para un microcilindro.

**Figura 4. 3.** Banda de atenuación central en el espectro de transmisión de la cavidad cilíndrica de fibra óptica en aire. La curva roja representa el ajuste Lorentziano realizado para calcular la longitud de onda central y el ancho de banda.



Caracterizando la cavidad antes de realizar las mediciones, se encuentra que la longitud de onda central es  $\lambda_c = 1559,442nm \pm 0,002nm$  y el ancho de banda a media altura es  $\Delta\lambda_c = 0,16nm \pm 0,01nm$ , con lo cual se concluye que el modo resonante es  $l \approx 369$ , el factor de calidad  $Q \approx 1 \times 10^4$ ; además, que el rango espectral libre es  $FSR \approx 4,250nm \pm 0,005nm$ . Para garantizar la repetitividad del método, cada vez que se realiza una medida de concentración se verifica que se vuelve a la misma  $\lambda_c$ . En la figura 3.4 se muestra el corrimiento de la banda de atenuación a distintas concentraciones de glucosa en agua destilada.

**Figura 4. 4.** Corrimiento espectral de la banda de atenuación con solución al 0%, 1.5% y 4.5% de concentración de glucosa.



De esta figura se puede ver, inmediatamente, cómo el acoplamiento de la luz mejora a medida que el índice de refracción aumenta: mientras más cercano es el índice de refracción de la muestra al valor del índice de refracción efectivo del WGM, más luz podrá acoplarse en la microcavidad (ver capítulo 2). También, se puede ver que aparecen más bandas de atenuación pero de menor intensidad, lo cual indica que otros modos degenerados que no alcanzaban a excitarse en el aire ahora se manifiestan, uniéndose con el modo fundamental y ensanchando la banda; esto se refleja en el factor de calidad en la microcavidad disminuyendo su valor. El corrimiento espectral entre 0% (gráfica negra) y 1.5% (gráfica roja) es de aproximadamente  $\Delta\lambda \approx 0,2418nm$ , indicando que es posible detectar concentraciones menores a 1.5%.

Desde un inicio, en esta figura se puede presenciar una banda de atenuación con una profundidad menor, la cual se identificó como el modo degenerado  $l = m, q = 2$ . En [37] confrontan resultados experimentales con simulaciones, en la que la banda más profunda corresponde al modo fundamental  $l = m, q = 1$  y la banda adyacente corresponde al modo  $l = m, q = 2$ , mostrando que el factor de acoplamiento para dichos modos es menor.

En la tabla 3.1 se reporta la longitud de onda central de la banda de atenuación para cada muestra de glucosa:

**Tabla 4. 1.** Cambio en la longitud de onda en la banda de atenuación central en el espectro de transmisión.

Concentración de glucosa (%)	$\lambda_c$ (nm)	Corrimiento de $\lambda_c$ (nm)	Q	$\Delta\lambda$ (nm)
0,0	1561,143	4E-02	3,E+04	0,07
0,5	1561,227	7E-02	2,E+04	0,07
1,5	1561,384	8E-02	9,E+03	0,07
2,0	1561,352	9E-02	2,E+04	0,07
2,5	1561,399	1E-01	2,E+04	0,07
3,0	1561,431	7E-02	1,E+04	0,07
3,5	1561,459	4E-02	2,E+04	0,07
4,5	1561,645	6E-02	4,E+04	0,07

Como se puede ver, en la cuarta columna de esta tabla se reportan los factores de calidad para la banda de atenuación, confirmando lo dicho anteriormente, esto es, los modos que no alcanzan a excitarse en el aire empiezan a manifestarse, ensanchando la banda de atenuación y bajando el factor de calidad. Además, en la quinta columna se muestra la incertidumbre asociada a la medida, para lo cual se consideró la desviación estándar definida como la precisión del instrumento (OSA) para tomar el mismo dato y se determinó, tomando el espectro de transmisión para la banda de atenuación estudiada, antes de tomar la siguiente muestra. Dado que la longitud de onda central se calcula mediante un ajuste Lorentziano, este también introduce un error asociado a la regresión, resultando la incertidumbre final como una combinación de ambos errores. La tabla 3.2 muestra el cálculo para realizar la incertidumbre global.

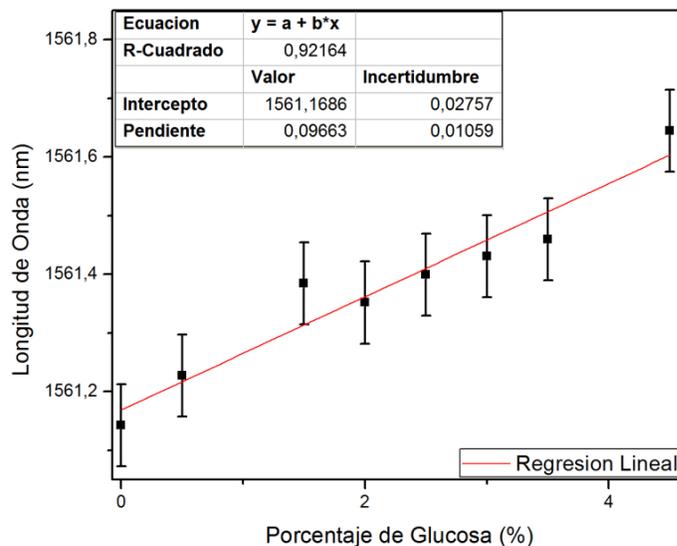
**Tabla 4. 2.** Cálculo de la incertidumbre para la banda de atenuación central.

$\Delta\lambda$ (nm)			
$\lambda$ (nm)	Incertidumbre Ajuste Lorentziano(nm)	Desviación estándar(nm)	incertidumbre combinada (nm)
1559,3030	0,0005	0,07	0,07
1559,440	0,001		0,07
1559,322	0,001		0,07
1559,317	0,001		0,07
1559,290	0,002		0,07
1559,280	0,001		0,07
1559,444	0,001		0,07

También se siguieron las bandas de atenuación para modos fundamentales hacia izquierda y derecha, mostrando un comportamiento análogo. En la figura 4.5 se muestra el corrimiento de  $\lambda_c$  como una función de la concentración de glucosa. En la figura 3.5 se

muestra el corrimiento de  $\lambda_c$  como una función de la concentración de glucosa. La figura muestra una tendencia lineal, con un par de puntos distantes de la regresión. De acuerdo al valor de la pendiente de la regresión lineal, se puede reportar una sensibilidad de  $\approx 0.10 \text{ nm}/\%$ . En [41] reportan sensibilidades desde  $0.1 \text{ nm}/\%$  hasta  $1.2 \text{ nm}/\%$ , encontrándose el resultado obtenido en el límite de medición. No obstante este buen resultado, se deben mejorar algunos aspectos para tener una mejor sensibilidad, entre otros, el procedimiento para retirar el acrilato protector de las fibras ópticas, dado que los métodos mecánicos usados pueden generar rayones que degradan la calidad de la superficie y, por ende, el  $Q$  de la cavidad; adicionalmente, se debe evolucionar en el sistema de detección para mejorar la calidad en la medida y alcanzar  $1 \text{ pm}$  de resolución. En este caso, la incertidumbre relativa indica la precisión del método y se calcula como el cociente de la incertidumbre absoluta ( $0.01 \text{ nm}$ ) y la medida  $0.10 \text{ nm}$ , obteniéndose un 10% de precisión; con ello, las barras de error en el gráfico indican que existe la posibilidad que medidas se solapen; ello puede ser mejorado, realizando un diseño de experimentos en el cual se tomen una cantidad mayor de datos por muestra, ofreciendo una mayor confiabilidad en los resultados.

**Figura 4. 5.** Corrimiento espectral de la longitud de onda central para las diferentes concentraciones de glucosa en agua destilada.



# 5. Conclusiones y Perspectivas

## 5.1 Conclusiones

Esta tesis de maestría se constituye como el primer contacto en el país con este tipo de sensores, brindando la posibilidad de enfocarse en investigaciones basadas en esta tecnología, la cual puede implementarse con elementos comunes en un laboratorio de óptica. Al usar fibras ópticas como microcavidades se logra un sensor de bajo costo y alta sensibilidad, mostrándose como una de sus grandes ventajas frente a otros métodos existentes, en los cuales se necesitan grandes cantidades de muestra.

El primer paso en esta tecnología se dio en el capítulo 2 en donde se estudió la física de los WGM, desde la descripción matemática, la condición de resonancia hasta la dependencia de dichos modos con la geometría de las microcavidades y los índices de refracción de los medios involucrados. Entender a cabalidad este fenómeno es fundamental, dado que de esta forma se tiene claridad sobre los requerimientos mínimos para obtener resultados de buena calidad, tales como un sistema de sub-microposicionamiento, construcción de tapers de buena calidad y el tamaño idóneo de las microcavidades para detectar cambios en el medio externo, objetivo en el cuál se centró esta tesis.

A continuación, en el capítulo 3 se mostró en detalle todo el trabajo de implementación de la fase experimental, teniendo en cuenta lo estudiado en el capítulo 2. En primer lugar, se realizó un montaje para la excitación y caracterización de los WGM en dos tipos de cavidades: microesferas y microcilindros, calculando el FSR y el número de modo para cada microcavidad; se observó que la geometría es determinante a la hora de acoplar luz, indicando el tamaño del taper usado. Así, se mostró que para un microcilindro es necesario fabricar tapers con una cintura más angosta que para la microesfera, haciendo evidente la dependencia de la geometría y el factor de acoplamiento. Ahora,

considerando que la distancia taper-cavidad constituye también un factor importante en el avistamiento de los modos, se realizó una calibración interferométrica asegurando pequeños pasos ( $\approx 26nm$ ) y una distancia efectiva en la cual el acoplamiento de luz a la microcavidad fuese máximo; esta parte de la descripción no pudo realizarse satisfactoriamente, dado que las condiciones ambientales no permitieron su medición. Luego se procede a determinar la influencia de la polarización, mostrando una dependencia de la calidad en el acoplamiento y el tipo de polarización de la luz, indicando que los modos TE tienen un factor de acoplamiento mayor, como se predice en el marco teórico.

Finalizada la caracterización de las cavidades en el capítulo 4, se modificó ligeramente el montaje realizado y, aprovechando la geometría de las cavidades, se determinó una forma sencilla para detectar cambios en la concentración en medios acuosos, principalmente para bajas concentraciones. Se verificó su utilidad en dos tipos de soluciones y se escogió el microcilindro debido a que su manipulación a la hora de la limpieza es más sencilla. Teniendo el protocolo de medida establecido, se procede a realizar una curva de calibración del corrimiento espectral de los WGM, arrojando resultados acordes con la literatura a nivel mundial; además, el corrimiento presenciado entre 0% y 1.5% indica que podrían realizarse mediciones a concentraciones menores de 1.5%, e inclusive menores si se mejoran las condiciones experimentales.

Para mejorar las medidas y tener una mayor sensibilidad deben tenerse en cuenta varios aspectos que afectan las mediciones, tales como el ruido que puede generarse por impurezas al fabricar las fibras adelgazadas e inclusive la suciedad y la humedad del ambiente. Todo esto puede mejorarse realizando las medidas en un ambiente donde pueda asegurarse extrema limpieza, puede ser bajo una campana extractora. Otra forma de mejorar la sensibilidad es cambiar de cavidad, reemplazándola por una que presente mayor factor de calidad como un microtoroide, el cual exhibe un factor de calidad tres órdenes superiores a un microcilindro, además de ofrecer la posibilidad de bajar la cantidad de muestra requerida.

Cómo trabajo futuro, ahora que se ha dado el primer paso, esta tecnología puede ser implementada en la medición no solo de bajas concentraciones, sino también para la medición de otras variables que ocasionen cambios o corrimientos en el espectro, tales

como vibraciones, temperatura, esfuerzos, pequeños desplazamientos etc. Dadas las condiciones, este primer acercamiento se considera exitoso ya que se demostró que la técnica puede ser reproducida con un montaje sencillo, usando elementos de uso común en un laboratorio de óptica. El método muestra una sensibilidad dentro de los valores típicos y se convierte en una opción real de medir bajas concentraciones.



## A. Anexo: Relación de Fase en el Modelo de la Cavity en Anillo

En este anexo se demuestra el ansatz en la relación de fase entre el coeficiente de transmisión  $t$  y el coeficiente de reflexión  $r$  usado en el modelo de la cavity en anillo de la sección 2.1.3. La idea es construir una ecuación de conservación de potencia (energía), para lo cual, naturalmente, no se puede asumir la naturaleza de  $r$  ni de  $t$ , esto es, de acuerdo a la figura 2.6(b):

$$E_t = rE_f + tE_s \quad (\text{A.1})$$

Se considera la cavity en resonancia, esto es,  $\delta \rightarrow 0$ , y que no se inducen pérdidas; en consecuencia, los campos de entrada y de salida a la cavity deben ser iguales, con lo cual:

$$\begin{aligned} E_f = E_t &= rE_f + \frac{t^2}{1-r} E_f, \\ 1 &= r + \frac{t^2}{1-r} = \frac{r+(t^2-r^2)}{1-r}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Ahora, tomando el módulo al cuadrado se encuentra que

$$1 = \frac{rr^* + r(t^2 - r^2)^* + (t^2 - r^2)r^* + (t^2 - r^2)(t^2 - r^2)^*}{1 - r - r^* + rr^*}, \quad (\text{A.2})$$

el cual se satisface si  $t^2 - r^2 = -1$ , resultado que, como se sabe, debe estar sujeto a la restricción impuesta por la conservación de la energía, esto es,  $rr^* + t^2 = 1$ .

Para chequear que el ansatz es correcto, supóngase el coeficiente de transmisión es imaginario puro y el coeficiente de reflexión es real puro:

$$\begin{aligned}t &= i\xi, \\r &= \sqrt{1 - tt^*}, \\1 = r^2 - t^2 &= \left[\sqrt{1 - \xi^2}\right]^2 - (i\xi)^2 = 1 - \xi^2 + \xi^2 = 1.\end{aligned}\tag{A.3}$$

Se concluye, pues, que se requiere un corrimiento de fase de  $i$  entre los coeficientes de reflexión y transmisión y que la potencia del sistema se conserva.

## Bibliografía

- [1] “St Paul’s Cathedral.” [Online]. Available: <http://www.stpauls.co.uk/>. [Accessed: 24-Jan-2013].
- [2] L. J. Guo, “Optical sensors based on active microcavities,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 12, no. 1, pp. 143–147, Jan. 2006.
- [3] E. I. Smotrova, S. Member, A. I. Nosich, T. M. Benson, S. Member, and P. Sewell, “Optical Coupling of Whispering-Gallery Modes of Two Identical Microdisks and Its Effect on Photonic Molecule Lasing,” vol. 12, no. 1, pp. 78–85, 2006.
- [4] M. Borselli, “High-Q Microresonators as Lasing Elements for Silicon Photonics Thesis by,” vol. 2006, 2006.
- [5] T. Jan and A. Kippenberg, “Nonlinear Optics in Ultra-high-Q Whispering-Gallery Optical Microcavities Thesis by,” 2004.
- [6] B. E. Little, J. Laine, H. A. Haus, and L. Fellow, “Analytic Theory of Coupling from Tapered Fibers and Half-Blocks into Microsphere Resonators,” vol. 17, no. 4, pp. 704–715, 1999.
- [7] M. L. Gorodetsky and a. E. Fomin, “Geometrical theory of whispering-gallery modes,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 12, no. 1, pp. 33–39, Jan. 2006.
- [8] E. Kreyszig, *Matemáticas Avanzadas para Ingenieros*. Limusa S.A, 2006, p. 871.
- [9] J. P. Rezac, “Properties and Applications of Whispering-Gallery Mode Resonances in Fused Silica Microspheres,” Oklahoma State University, 2002.
- [10] A. Boleininger, T. Lake, S. Hami, and C. Vallance, “Whispering gallery modes in standard optical fibres for fibre profiling measurements and sensing of unlabelled chemical species.,” *Sensors (Basel, Switzerland)*, vol. 10, no. 3, pp. 1765–81, Jan. 2010.

- 
- [11] L. Arques, a. Carrascosa, V. Zamora, a. Díez, J. L. Cruz, and M. V. Andrés, “Excitation and interrogation of whispering-gallery modes in optical microresonators using a single fused-tapered fiber tip,” *Optics Letters*, vol. 36, no. 17, p. 3452, Aug. 2011.
- [12] V. Zamora, A. Díez, M. V. Andrés, and B. Gimeno, “Refractometric sensor based on whispering-gallery modes of thin capillaries,” vol. 15, no. 19, pp. 12011–12016, 2007.
- [13] G. Farca, “Cavity-Enhanced Evanescent-Wave Chemical sensing Using Microresonators,” Oklahoma State University, 2006.
- [14] M. V. Klein and T. E. Furtak, *Optics*, 2nd ed. Wiley, 1986, p. 660.
- [15] V. S. Ilchenko and a. B. Matsko, “Optical resonators with whispering-gallery modes-part II: applications,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 12, no. 1, pp. 15–32, Jan. 2006.
- [16] S. M. Spillane, “Fiber-coupled Ultra-high-Q Microresonators for Nonlinear and Quantum Optics,” California Institute of Technology, 2004.
- [17] S. Member, K. C. Popat, J. C. Aldridge, T. A. Desai, J. Hryniewicz, N. Chbouki, B. E. Little, O. King, V. Van, S. Chu, D. Gill, M. Anthes-washburn, and M. S. Unl, “Optical Sensing of Biomolecules Using Microring Resonators,” vol. 12, no. 1, pp. 148–155, 2006.
- [18] N. M. Hanumegowda, C. J. Stica, B. C. Patel, I. White, and X. Fan, “Refractometric sensors based on microsphere resonators,” *Applied Physics Letters*, vol. 87, no. 20, p. 201107, 2005.
- [19] Y. Cardona Maya, “Ingeniería y Caracterización de un Dispositivo para Adelgazar Fibra Óptica,” Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín, Medellín, 2010.
- [20] A. Birks T and Y. W. Li, “The shape of fiber tapers,” *IEEE Journal Lightwave technology*, vol. 10, pp. 432–438, 1992.
- [21] L. Tong and M. Sumetsky, *Subwavelength and Nanometer Diameter Optica Fibers*.
- [22] Y. Cardona Maya, N. Gómez, and P. Torres, “Low cost heat-and-pull rig for manufacturing adiabatic optical fiber tapers,” p. 6, 2013.
- [23] “Fitel Fusion Splicers.” [Online]. Available: <http://www.ofsoptics.com/resources/FITEL-S177A-web.pdf>. [Accessed: 19-Jan-2013].

- [24] L. Leithold, *The calculus 7*. HarperCollins College Publishing, 1996, p. 1394.
- [25] “GetData Graph-Digitizer.” [Online]. Available: <http://getdata-graph-digitizer.com/>. [Accessed: 19-Jan-2013].
- [26] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th ed. Cambridge University Press, p. 988.
- [27] “JDSU Argon-Ion and Helium-Neon Gas Lasers.” [Online]. Available: [http://www.jdsu.com/ProductLiterature/hnlh1100\\_ds\\_cl\\_ae.pdf](http://www.jdsu.com/ProductLiterature/hnlh1100_ds_cl_ae.pdf).
- [28] “Arduino - HomePage.” [Online]. Available: <http://www.arduino.cc/>. [Accessed: 18-Apr-2013].
- [29] “DataSheet Catalog.” [Online]. Available: [http://www.datasheetcatalog.com/datasheets\\_pdf/D/A/C/0/DAC0808.shtml](http://www.datasheetcatalog.com/datasheets_pdf/D/A/C/0/DAC0808.shtml). [Accessed: 20-Jan-2013].
- [30] “Basler.” [Online]. Available: <http://www.baslerweb.com/products/scout.html?model=106>. [Accessed: 20-Jan-2013].
- [31] “ImageJ.” [Online]. Available: <http://rsbweb.nih.gov/ij/index.html>. [Accessed: 20-Jan-2013].
- [32] “OriginLab.” [Online]. Available: <http://www.originlab.com/index.aspx?go=Products/OriginPro>. [Accessed: 20-Jan-2013].
- [33] V. Zamora, A. Díez, M. V. Andrés, and B. Gimeno, “Interrogation of whispering-gallery modes resonances in cylindrical microcavities by backreflection detection,” *Optics Letters*, vol. 34, no. 7, p. 1039, Mar. 2009.
- [34] I. M. White, H. Oveys, and X. Fan, “Liquid-core optical ring-resonator sensors,” *Optics Letters*, vol. 31, no. 9, p. 1319, 2006.
- [35] H. Zhu, I. M. White, J. D. Suter, M. Zourob, and X. Fan, “Opto-fluidic micro-ring resonator for sensitive label-free viral detection.,” *The Analyst*, vol. 133, no. 3, pp. 356–60, Mar. 2008.
- [36] a. B. Matsko and V. S. Ilchenko, “Optical resonators with whispering-gallery modes-part I: basics,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 12, no. 1, pp. 3–14, Jan. 2006.

- [37] Y. Panitchob, G. S. Murugan, M. N. Zervas, P. Horak, S. Berneschi, S. Pelli, G. Nunzi Conti, and J. S. Wilkinson, “Whispering gallery mode spectra of channel waveguide coupled Microspheres,” *Optics Express*, vol. 16, no. 15, p. 11066, Jul. 2008.
- [38] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, “Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip,” vol. 421, no. February, pp. 925–928, 2003.
- [39] “Fiber-taper coupling to Whispering-Gallery modes of a droplet resonator embedded in a liquid medium.pdf.” .
- [40] J. C. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. a. Birks, “Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper,” *Optics Letters*, vol. 22, no. 15, p. 1129, Aug. 1997.
- [41] V. Zamora, A. Díez, M. V. Andrés, and B. Gimeno, “Chemical sensor applications of whispering-gallery modes resonances of thin capillaries with submicrometric wall,” vol. 7356, p. 73560Z–73560Z–8, May 2009.