



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Modelamiento de la dinámica termo- mecánica presente en un par deslizante con fines de predecir desgaste**

**Juan Sebastián Rudas Flórez**

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas

Departamento de Materiales y Minerales

Medellín, Colombia

2012

# **Modelamiento de la dinámica termo- mecánica presente en un par deslizante con fines de predecir desgaste**

**Juan Sebastián Rudas Flórez**

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título  
de:

**Magister en Ingeniería - Materiales y Procesos**

Director (a):

Ph.D., Lina María Gómez E.

Codirector (a):

Ph.D., Alejandro Toro

Grupo de investigación:

Grupo de Proceso Dinámicos

Grupo de Investigación:

Grupo de Tribología y Superficies

Universidad Nacional de Colombia

Departamento de Materiales y Minerales

Medellín, Colombia

2012

*A mis padres*

## Resumen

El daño progresivo que se produce en la superficie de un componente como resultado de su movimiento relativo a las partes adyacentes de trabajo, tiene profundas consecuencias económicas que implican no sólo los costes de sustitución, sino también los gastos relacionados con la inactividad de la máquina y pérdida de producción, haciéndose necesario estudiar, analizar y modelar el proceso de deslizamiento entre sólidos. Se tiene conocimiento del desarrollado de diferentes modelos estáticos que correlacionan algunas propiedades mecánicas con el fin predecir la tasa de desgaste en procesos de deslizamiento entre sólidos, o de modelos dinámicos que describen los cambios térmicos y su influencia directa en el desgaste progresivo de uno o de ambos sólidos de un par mecánico. También se ha aplicado el potencial de las leyes de la termodinámica para analizar la fricción en sistemas de ingeniería, consolidando estudios en el desarrollo de modelos que representan y explican el comportamiento energético de dichos sistemas, logrando obtener modelos capaces de relacionar variables termodinámicas con variables mecánicas y así predecir el comportamiento de pares deslizantes. Sin embargo no se encuentra en la literatura un consenso de cuáles son las variables que representan, describen y explican el proceso de desgaste en deslizamiento entre sólidos, donde se relacione tanto las variables clásicas del proceso como el coeficiente de fricción, la carga y la velocidad, sino también la temperatura, con el aumento en la tasa de desgaste de un proceso de deslizamiento.

En este trabajo se planteó desarrollar un modelo que relacionara las dinámicas térmicas y mecánicas con el fin de predecir el aumento y/o disminución de la tasa de desgaste en un par deslizante. Para el desarrollo del modelo se debió: Primero modelar la generación y transferencia térmica, donde se halló la “*flash temperature*” y, Segundo, modelar los fenómenos disipativos de degradación, donde se cuantifica la tasa de desgaste.

El Modelado de la “*flash temperature*” se logró con el desarrollo de una ecuación constitutiva que representa el calor generado por el contacto entre microasperezas. Esta ecuación sirvió como entrada de energía para el modelo térmico desarrollado, con el cual se obtuvo un modelo finito dimensional, capaz de representar la dinámica de la llamada “Flash Temperature”. Esta variable ha sido difícil de estudiar por lo intrincado de los conceptos fenomenológicos que la componen (dinámica instantánea, relación en el

aumento en el flujo entrópico, posibles cambios en las propiedades de los materiales, entre otros). En este trabajo se logra determinar y cuantificar la influencia directa que tiene la “Flash Temperature” sobre el aumento y/o disminución de la tasa de desgaste en un proceso de deslizamiento entre sólidos.

Paralelamente se desarrolló un segundo modelo acoplado al anterior, modelo de los fenómenos disipativos de degradación, tomando como base la segunda Ley de la Termodinámica en el cual se calculó el aumento de la entropía del sistema mediante un balance de diferentes mecanismos de disipación en intercaras tribológicas con el fin de predecir la tasa de desgaste presente en el proceso de deslizamiento. En la utilización de algunos de estos mecanismos de degradación se realizaron cambios a los postulados originales y, además, se propone una ecuación que relaciona el cambio entrópico con la pérdida de masa por unidad de tiempo en el mecanismo de abrasión, específicamente para el proceso de microcorte. La validación del modelo se realizó mediante la comparación de los resultados obtenidos en la simulación con: a) Los resultados obtenidos en el desarrollo de ensayos de desgaste realizados en el Laboratorio de Tribología y Superficies de la Universidad Nacional ([R. Arrubla & C. Ochoa, 2011](#)) y b) con los resultados publicados por el autor ([H. A. Abdel-aal, 2003](#)). Finalmente, es importante considerar que el modelo propuesto se rige por la fenomenología que representa el sistema, sin embargo está delimitado por los supuestos que se tienen en cuenta para el desarrollo del modelo. La gran cantidad de variables y parámetros que pueden ser incluidos en un posible modelo haría que este aumente su nivel de precisión. Pero teniendo en cuenta las variables incluidas y supuestos propuestos se tiene que el modelo desarrollado realiza estimaciones precisas y predicciones certeras.

**Palabras clave:** Fricción, termodinámica, desgaste, modelo matemático.

## Abstract

The progressive damage that occurs at the surface of a component as a result of its motion relative to a counterbody has significant consequences which involve not only the costs of replacement but also the expenses related to machine downtime and production losses. This makes necessary to study, analyze and model the entropy balance associated with sliding solids. Such study requires the development of stationary models that correlate some mechanical properties to predict the wear rate of a rubbing pair, as well as dynamic models that describe the thermal changes and their direct influence on the progressive wear of one or both solids involved. It is also needed to apply the thermodynamics laws to analyze the friction in engineering systems in order to develop models that represent the energy balance of these systems. A deep literature survey showed that no consensus has been reached regarding the variables needed to accurately describe and explain the wear process of a sliding pair, since a number of process variables such as the coefficient of friction, load and relative speed have to be combined with thermal factors such as temperature-dependence of mechanical properties, thermal conductivity, among others.

In this work, a thermo-mechanical model was developed to predict the wear rate of a WC/Co--Ti6Al4V sliding pair. The model was composed of 2 main functional blocks: First, modeling of the process of generation and transfer of heat, which allowed finding the flash temperature variations. Secondly, modeling of the dissipative phenomena of degradation allowed obtaining the wear rate. The dynamics of the flash temperature was studied thanks to a finite dimensional model, whose data input was obtained through the development of a constitutive equation that represents the heat generated by the contact between micro-asperities. In parallel, a second model based on the second law of thermodynamics was developed and coupled to the previous model. This second model calculated the increase of entropy of the tribological system by proposing a balance among the different dissipation mechanisms present in order to predict the wear rate of the sliding pair. As a consequence, an equation that relates the entropy change with the mass loss per unit time was obtained, with the

main assumption that abrasion is the dominant wear mechanism. The validation model was performed by comparing the results obtained in the simulation to: a) The experimental data from wear tests performed at the Laboratory of Tribology and Surfaces National University ([R. Arrubla & C. Ochoa, 2011](#)) and b) the results published by [H. A. Abdel-aal, 2003](#).

It is worth noticing that the large number of variables and parameters that can be included in a model like the one developed in this work makes its level of precision quite difficult to increase. In spite of this limitation, the results of the present work showed that the assumptions made led to accurate estimates and reasonably good predictions.

**Key words:** Friction, thermodynamics, wear, mathematical modeling.

# Contenido

	Pág.
<b>Resumen.....</b>	<b>IV</b>
<b>Lista de figuras.....</b>	<b>10</b>
<b>Lista de tablas.....</b>	<b>11</b>
<b>Lista de Símbolos y abreviaturas.....</b>	<b>12</b>
<b>1. Generalidades Acerca de.....</b>	<b>17</b>
1.1 Tribología: “ <i>la ciencia del rozamiento</i> ” .....	18
1.1.1 <i>Fricción y Desgaste</i> .....	19
1.2 Área Real de Contacto .....	27
1.3 Procesos disipativos.....	32
1.3.1 <i>Entropía en procesos de contacto deslizante (Fricción y Desgaste)</i> 34	
<b>2. Modelamiento dinámico de sistemas: propuesta metodológica y estado del arte.</b>	<b>36</b>
2.1 Una taxonomía.....	37
2.2 Metodología para la obtención de Modelos Semifísicos de Base Fenomenológica .....	38
2.3 El modelamiento en procesos de desgaste: “ <i>A modo de revisión bibliográfica</i> ”40	
<b>3. Modelo semifísico de base fenomenológica de la dinámica termo-mecánica presente en un par deslizante.....</b>	<b>46</b>
3.1 Modelo transferencia térmica .....	47
3.1.1 <i>Formulación del Problema</i> .....	48
3.1.2 <i>Ecuaciones Constitutivas</i> .....	49
3.1.3 <i>Modelo Matemático</i> .....	52
3.2 Modelo de desgaste .....	55
3.2.1 <i>Procesos disipativos en intercaras Tribológicas</i> .....	56
3.2.2 <i>Formulación de Problema</i> .....	57
3.3 USO DEL MODELO .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
<b>4. Implementación numérica de Modelo de las Dinámicas Termo-Mecánicas presentes en un par Deslizante.....</b>	<b>69</b>
4.1 Algoritmo de solución .....	70
4.2 Resultados experimentales .....	71
4.3 Validación del Modelo .....	76

---

<b>5. Conclusiones .....</b>	<b>81</b>
<b>6. Trabajos futuros .....</b>	<b>83</b>
<b>7. BILIOGRAFÍA.....</b>	<b>84</b>
<b>8. ANEXOS.....</b>	<b>91</b>
8.1 Materiales de Estudio: <i>“Titanio y algunos aspectos del WC-CO”</i> .....	91
8.2 Diferencias finitas: <i>Discretización de ecuaciones diferenciales</i> .....	93
8.3 Procedimiento y parámetros de ensayo Pin Disco.....	94
8.4 Medición de rugosidad y cálculo de áreas transversales de asperezas .....	96

## Lista de figuras

Figura 1-1. Esquema de dos superficies en contacto y áreas reales de contacto $A_r = A_i$ (G.W Stachowiak & A. W Batchelor, 1993).....	21
Figura 1-2. Conceptos de cómo se origina la fricción visto desde la rugosidad de los materiales (a) Asperezas rígidas, (b) Asperezas flexibles y (c) Ruptura de las Asperezas (C.M. Mathew, 2008).....	22
Figura 1-3. Descripción esquemática de la influencia combinada de la carga .....	23
Figura 1-4. Representación esquemática de las diferentes interacciones entre un sólido deslizante y partículas: (a) Microarado, (b) Microcorte, (c) Microfatiga y (d) Microfisuración (K. H. Zum & K. Heinz, 1987) .....	26
Figura 1-5. Geometría de contacto asumida por Greenwood y Williamson.....	28
Figura 2-1. Metodologías convencionales de modelamiento del proceso de desgaste por deslizamiento entre sólidos. Intervalo de tiempo 1994-2011 .....	44
Figura 3-1 Esquema del proceso de modelado para un proceso de desgaste.....	47
Figura 3-2 Izquierda -Tribómetro Pin Disco, Derecha – Abstracción Pin Disco.....	48
Figura 3-3. Geometría del sistema, sistema coordinado.....	48
Figura 3-4. Interfaz de contacto típico en una configuración de deslizamiento en seco. a) Ilustración de flujo de masa b) Ilustración flujo de calor (A.B., Aghdam & M.M., Khonsari, 2011).....	57
Figura 3-5 Representación del factor $f_{ab}$ , donde se distinguen el material removido o surco $A_g$ y el material deformado plásticamente $A_s$ .....	61
Figura 3-6. Geometría de la profundidad alcanzada por una partícula abrasiva.....	62
Figura 3-7. Diagrama del flujo del proceso de desgaste.....	67
Figura 4-2. Perfil de energía generada por contacto .....	72
Figura 4-3. Dinámica de la fuente de calor generado: “Flash Temperature” .....	73
Figura 4-4. Transitorio del Flujo de Calor .....	74
Figura 4-5. Acumulación térmica alrededor del área de contacto: “Bulk Temperature” ...	75
Figura 4-6. Desplazamiento de la fuente de Calor.....	76

Figura 4-7. Variación de la Temperatura alcanzada para diferentes velocidades de deslizamiento .....	77
Figura 7-1. Ejemplo en 2D, en coordenadas cartesianas de una malla para Diferencias Finitas.....	94
Figura 7-2. Distribución geométrica de los ensayos.....	95
Figura 7-3. Definición del promedio aritmético de las alturas Ra.....	96
Figura 7-4. Definición del parámetro RSm.....	97
Figura 7-5. Idealización de la topografía para obtener el radio medio de las crestas de la superficie.....	98
Figura 7-6. Un segmento circular comprendido entre una secante y.....	99

## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 2-1 Revisión Sistemática de Literatura.....	41
Tabla 2-2 Variables estudiadas para predecir la tasa de desgaste en proceso de deslizamiento entre sólidos entre 1994 -2011.....	45
Tabla 3-1 Propiedades para cálculo de índice de Plasticidad e Índice .....	51
Tabla 3-2 Materiales y Propiedades.....	53
Tabla 4-1 Geometría del Problema, Placa de Titanio grado 5.....	71
Tabla 4-2 Parámetros de Operación del Tribosistema.....	72
Tabla 4-3 Características del ensayo (R. Arrubla & C. Ochoa, 2011).....	78
Tabla 4-4 Características del ensayo. (H. A. Abdel-aal, 2003) .....	78
Tabla 4-5 Resultados ensayo Pin disco y Modelo propuesto .....	79
Tabla 4-6 Resultados presentados en H. A. Abdel-aal, 2003 y Modelo propuesto .....	79
Tabla 4-7 Validación estadística del Modelo con datos de ensayo Pin disco.....	80
Tabla 4-8 Validación estadística del Modelo con resultados.....	80

Tabla 7-1 Resultados de Coeficiente de Fricción de las pruebas..... 95

Tabla 7-2 Parámetros de Rugosidad para Discos de Ti6Al4V ..... 98

## Lista de Símbolos y abreviaturas

### Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI
$A_n$	Área aparente de contacto	$m^2$
$A_r$	Área real de contacto	$m^2$
$A_i$	Área de contacto de una aspereza o partícula	$m^2$
$A_g$	Área transversal de partícula de corte	$m^2$
$H$	Dureza	$GP_a$
$E$	módulo de Young	$P_a$
$N$	Carga	$N$
$R$	<i>radio medio de la curvatura</i> de asperezas	$m$
$S$	Entropía total del sistema	$J/K$
$dS_e$	Flujo de entropía	$W/K$
$dS_i$	Flujo entropía proceso reversible	$W/K$
$dS'_i$	Flujo entropía proceso irreversible	$W/K$
$\dot{Q}$	Tasa de calor generado por área	$W/m^2$
$T$	Temperatura	$K$
$C_p$	Calor específico	$J/K \cdot K_g$
$K$	Conductividad térmica	$W/K \cdot m$
$h$	Coefficiente de convección de aire	$W/K \cdot m^2$
$T_{amb}$	Temperatura ambiente	$K$
$d$	Distancia entrecentro del pin y el disco	$m$
$V$	Velocidad de deslizamiento	$m/s$
$E$	Energía interna del sistema	$J$

### Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI
$\psi$	Índice de plasticidad	
$\rho$	Densidad	(Kg/m <sup>3</sup> )
$\mu$	Coefficiente de fricción	

### Abreviaturas

Abreviatura	Término
-------------	---------

<i>MSBF</i>	Modelos Semifísico de Base Fenomenológica
-------------	---

## Introducción

El daño progresivo que se produce en la superficie de un componente como resultado de su movimiento relativo a las partes adyacentes de trabajo, tiene profundas consecuencias económicas que implican no sólo los costes de sustitución, sino también los gastos relacionados con la inactividad de la máquina y pérdida de producción. Se tienen estudios que presentan que alrededor de un tercio del consumo total de energía mundial, se pierde en el rozamiento entre sólidos ([Williams, 1999](#)).

La ciencia e ingeniería de materiales ha estudiado, desde diferentes acercamientos, el proceso de desgaste, la pérdida de material o el daño progresivo, además, dentro de todos sus propósitos, tiene como interés la optimización de procesos de obtención de piezas con aplicaciones puntuales mediante los cuales sea posible modificar o manipular las propiedades finales del material. Es así como se hace necesario la representación, descripción y siguiente explicación de fenómenos que gobiernan gran cantidad de procesos industriales de materiales, particularmente procesos de deslizamiento entre sólidos, para lograr predecir con alto grado de certeza el comportamiento de la tasa de desgaste de los materiales que participan en los procesos. Como resultado se han realizado esfuerzos considerables en el desarrollo de teorías y modelos deterministas, por ejemplo, Meng y Ludema ([H. C. Meng & K. C. Ludema, 1995](#)) han identificado cerca de 300 ecuaciones de desgaste en las que intervienen un enorme espectro de las propiedades del material y las condiciones de funcionamiento de un sinnúmero de procesos industriales tanto de manufactura, generación de energía, como domésticos y de transporte. Sin embargo, a pesar de los esfuerzos de estos, y otro puñado de autores ([D. Ghosh et al., 1999](#); [N. Aderghal et al., 2011](#); [P. Cadenas et al., 2007](#)), todavía no hay manera de predecir con precisión el comportamiento tribológico de un par deslizante, aún cuando todas sus propiedades físicas y químicas se han establecido independientemente con suficiente antelación al estudio de estos fenómenos.

Con el fin de predecir la tasa de desgaste en un proceso de deslizamiento entre sólidos se han desarrollado una gran cantidad de modelos ([P. Cadenas et al., 2007](#); [H. A. Abdel-aal, 1999](#); [C. Guang-Neng et al., 2007](#)) muchos de estos son modelos estáticos desarrollados

---

con base en mediciones experimentales ([R. A. Singh et al., 2002](#); [E.-Sung Yoon et al., 1997](#); [D.-Cheol Ko & B.-min Kim, 2000](#)) obteniendo curvas y/o mapas de desgaste que representan el proceso de deslizamiento, solo y únicamente, para un conjunto determinado de pares tribológicos. Por esta razón, los modelos experimentales son, la mayoría de las veces, inservibles para predecir la tasa de desgaste en pares tribológicos que no hayan sido estudiados con antelación o peor aún, para materiales recientemente desarrollados; así consecutivamente, es necesario realizar la inversión de tiempo y dinero en la experimentación y la obtención de la curva de desgaste de dichos materiales. Sin embargo, se tiene que la experimentación ha sido la metodología más utilizada en el estudio de pares deslizantes, dando como resultado un gran número de ecuaciones constitutivas que representan el fenómeno, más no lo explican y ni mucho menos llegan a predecirlo ([H. A. Abdel-aal, 1999](#); [L. Beghi et al., 2008](#)). Otras metodologías han planteado observaciones relevantes en la temática de desgaste de sólidos en deslizamiento tales como el desarrollo de modelos analíticos (dinámicos y estáticos) ([D. Ghosh et al., 1999](#); [H. A. Abdel-aal, 2003](#); [V. Hegadekatte et al., 2006](#)) y modelos computacionales ([W. Yan et al., 2002](#))

De acuerdo con el estado del arte se evidencia que se han desarrollado diferentes modelos estáticos que correlacionan algunas propiedades mecánicas con el fin de predecir la tasa de desgaste en procesos de deslizamiento entre sólidos. También se han desarrollado modelos dinámicos que describen los cambios térmicos y su influencia directa en el desgaste progresivo de uno o de ambos sólidos de un par mecánico. Pero no se encuentra en la literatura un consenso de cuáles son las variables que representan, describen y explican el proceso de desgaste en deslizamiento entre sólidos, donde se relacione tanto las variables clásicas del proceso como el coeficiente de fricción, la carga y la velocidad, sino también la temperatura, con el aumento en la tasa de desgaste de un proceso de deslizamiento.

Por lo tanto se tiene que uno de los retos que enfrenta la comunidad de investigación es la producción de un marco teórico sólido para respaldar los estudios referentes al desgaste de sólidos en deslizamiento, unificando la teoría clásica (modelos estático-mecánicos) con la teoría contemporánea (modelos dinámico-térmicos). Los modelos semifísicos de base fenomenológica son altamente generalizables ya que su estructura se basa en la fenomenología subyacente del proceso estudiado, por tanto, aunque cambien la entrada de

energía, o se utilicen diferentes materiales, la fenomenología estudiada no cambia y sigue rigiendo el proceso, solo restaría modificar los parámetros de los nuevos materiales o la magnitud de las entradas de energía. Por tanto, un modelado de un proceso desde la fenomenología que lo rige, hace que el modelo sea escalable y generalizable.

Dado lo anterior, es necesario evaluar la posibilidad de encontrar por medio de estudios sistemáticos, la relación que existe entre los fenómenos térmicos y los fenómenos tribológicos con el aumento y/o disminución de la tasa de desgaste; de manera que se pueda desarrollar un modelo capaz de describir y de predecir con más precisión el desgaste en diferentes pares deslizantes, bajos múltiples puntos de operación.

En este trabajo se desarrolla un modelo semifísico de base fenomenológica de las dinámicas termo-mecánicas presentes en un par deslizante con fines de predecir desgaste. En el capítulo 1 se presenta una breve discusión de los planteamientos más relevantes en lo concerniente a fricción y desgaste, mecánica de contacto y disipación de procesos termodinámicos. Seguidamente, en el capítulo 2 se plantea una taxonomía de la ciencia del modelamiento de procesos, clarificando los diferentes tipos de modelos y su aplicabilidad, además se presenta la metodología utilizada para desarrollar el modelo propuesto en este trabajo. En la sección 2.3 se presenta, a modo de revisión sistemática de literatura, el estado del arte del modelamiento de procesos de desgaste, y se responden las preguntas: *¿Qué tipo de modelos se han desarrollado en el área de deslizamiento entre sólidos?*, *¿Qué metodologías se han utilizado para desarrollar modelos?*, *¿Qué variables se han tenido en cuenta en el proceso de deslizamiento entre sólidos?* En el capítulo 3 se desarrolla el modelo propuesto. Este capítulo se divide en dos apartados: Uno, la generación y tránsito de energía térmica y, dos, la disipación de dicha energía y su subsiguiente impacto en el material o desgaste del sólido. Posteriormente, en el capítulo 4 se exhibe la implementación numérica del modelo desarrollado en el capítulo anterior, se presentan los resultados y la discusión pertinente. Finalmente, en el capítulo 5 y capítulo 7, se presentan las conclusiones del trabajo y las referencias bibliográficas respectivamente. En el último capítulo, capítulo 8, se encuentran los apartados anexos del trabajo, aquellos aportes teóricos, prácticos o experimentales que sirven para justificar, aclarar o dar base a algún postulado planteado en el trabajo.

*"A mi juicio, no se pueden crear personajes sino después  
De haber estudiado mucho a los hombres,  
Como no se puede hablar una lengua  
Sino a condición de haberla aprendido seriamente.  
Como no he llegado aún a la edad de inventar, me limito a relatar."*

*Alejandro Dumas. La dama de las camelias. 1848*

## **1. Generalidades Acerca de**

En este capítulo se abordarán, como bien lo dice el nombre del capítulo, algunas generalidades de las temáticas que nos incumben en el estudio del proceso de desgaste entre sólidos por deslizamiento en seco. Los inicios o la definición, los antecedentes o un breve contexto de temáticas como la ciencia de la tribología, las propiedades de los materiales sólidos cuando se encuentran en contacto, los cambios que ocurren en las superficies cuando se da un movimiento relativo de alguna de las partes. Además se presenta una breve descripción de los conceptos clásicos de los mecanismos de desgaste. Se hablará también de los modelos desarrollados por Greenwood & Willianson acerca del área real de contacto. Finalmente, se expondrán los conceptos termodinámicos de los procesos disipativos, entrando al mundo de la energía generada por el contacto entre sólidos y su subsecuente disipación. Cabe aclarar que en este capítulo no se hace un tratado profundo de ninguna de la temáticas anteriormente planteadas y, por tanto, recomendamos al lector interesado en profundizar dichos conceptos acercarse a texto especializados ([D. F. Moore, 1995](#); [F. P. Bowden, & D. Tabor, 1950](#); [I. Prigogine, 1961](#), etc) en dichos temas.

## 1.1 Tribología: “*la ciencia del rozamiento*”

La tribología, vista desde una mirada tradicional, ha existido desde tiempos remotos. Existen un sinnúmero de ejemplos documentados donde múltiples civilizaciones han desarrollado dispositivos intentado disminuir la fricción bajo diferentes situaciones. El estudio a nivel científico también tiene una larga historia, Da Vinci en el siglo XV (1452-1519) postula una ley entre la fuerza normal y la fuerza de fricción, pero el entendimiento profundo de la fricción y el desgaste solo llegará siglos después bajo los conceptos, un poco fantasiosos, de un puñado de científicos, entre ellos Amontons (1663-1705) quien propone que las superficies están cubiertas por pequeñas esferas y que el coeficiente de fricción es el resultado del ángulo de contacto entre dichas esferas de las superficies en contacto. Seguidamente, Coulomb en el siglo XVII (1736-1806) estableció una Ley más acerca de la fricción, donde postulaba que “*la fuerza de fricción es independiente de la velocidad de deslizamiento*”, también se le reconoce el tratamiento distintivo entre fricción dinámica y fricción estática. Después Osborne Reynolds (1842-1912) propuso leyes, postulados y nuevos conceptos que ayudaron al entendimiento de la tribología, tal y como es estudiada en la actualidad. Paralelamente, Heinrich Hertz (1857-1894) a sus 24 años de edad, fue la persona que dio vuelo al trabajo en la mecánica del contacto. La teoría de Hertz se restringe a superficies sin fricción de sólidos perfectamente elásticos, más el progreso en la mecánica del contacto ha permitido extenderla a situaciones más reales al involucrar el efecto de la fricción. Durante las siguientes décadas se desarrollaron un sinnúmero de avances conceptuales a nivel teórico y experimental. A pesar de esto existía una frustración entre los investigadores que trabajaban en este campo, esto se daba por la falta de un nombre científico para el área de estudio, área que abarca todos los fenómenos que ocurren entre los objetos de contacto. Ellos consideraban que la falta de terminología privaba al campo de un cierto nivel de estatus y respeto dentro de la comunidad científica y fue así como el Profesor David Tabor (1913-2005) y otros colegas acuñaron el nombre de “Tribofísicos” para su grupo de investigación que precisamente Tabor dirigió durante algunos años. Esto sucedió durante la segunda guerra mundial y tomaron la palabra *Tribología* que se deriva de la palabra griega ‘*tribos*’ que significa rozamiento o deslizamiento.

En 1966, el Comité del Departamento Británico de Educación y Ciencia puso en marcha oficialmente la palabra tribología para describir todo el campo, que se deriva de la palabra antes propuesta por Tabor. La Tribología, finalmente, es declarada ciencia en 1967 por el Comité de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico. La Tribología queda definida como la ciencia o tecnología que estudia la interacción de superficies en contacto y en movimiento relativo, o, en otras palabras, estudia la fricción, el desgaste y la lubricación. El modelado, la predicción y el control de la fricción en sistemas de ingeniería con fines de reducir el desgaste es el foco más importante en la ciencia de tribología.

### **1.1.1 Fricción y Desgaste**

El modelado, la predicción y el control de la fricción en sistemas de ingeniería con fines de reducir el desgaste es el foco más importante en la ciencia de tribología. Históricamente, la fricción y el desgaste han sido estudiadas de forma separada, como fenómenos sin relación profunda ([N.P. Suh, 1986](#), [I.V. Kragelskii, 1965](#), [E. Rabinowicz, 1965](#)) Pero la fricción y el desgaste están íntimamente relacionados durante diferentes manifestaciones físicas y químicas que se llevan a cabo en la interfaz de los procesos tribológicos. La Tribología está definida como la ciencia o tecnología que estudia la interacción de superficies en contacto y en movimiento relativo, o, en otras palabras, estudia la fricción, el desgaste y la lubricación.

#### ***Acerca de la Fricción***

La fuerza de fricción se puede definir como la fuerza que genera una resistencia u oposición al movimiento de un cuerpo sobre otro. Esta fuerza tiene su origen en las interacciones que ocurren entre las superficies como consecuencia de la tendencia o presencia de un movimiento relativo entre éstas. Las superficies interactúan en regiones discretas muy pequeñas donde tiene lugar el contacto de ambos cuerpos.

Fricción es la disipación de energía dentro de los sólidos que se encuentran en deslizamiento. Desde hace algunos siglos se tienen cuatro “leyes” empíricas desarrolladas por Da Vinci y Amontons con base a las observaciones hechas a sus experimentos, estas “leyes” son:

- ~ En deslizamiento, la fuerza de fricción tangencial es proporcional a la fuerza normal.
- ~ La fuerza de fricción es independiente del área de contacto.
- ~ La fuerza de fricción es independiente de la velocidad de deslizamiento.
- ~ Existe una proporcionalidad entre la fuerza de fricción tangencial, máxima antes del deslizamiento, y la fuerza normal, cuando un cuerpo estático es sujeto a un incremento en la fuerza tangencial.

En los primeros estudios de superficies en contacto se supuso que, dado que las tensiones de contacto entre las asperezas son muy altas, estas asperezas debían deformarse plásticamente. Esta suposición era consistente con el postulado que Amontons realizó acerca de la fricción, donde establece que la fuerza de fricción es proporcional a la carga aplicada, a condición de que esta fuerza sea proporcional al área real de contacto. Sin embargo, se demostró después que las asperezas alcanzan cierto grado de deformación plástica después de deformarse elásticamente. ([J. F Archard, 1957](#))

La proporcionalidad entre la fuerza y la carga normal han conducido a la definición de los coeficientes “estáticos” y “dinámicos” de fricción. Como ya se sabe la fricción de deslizamiento se expresa en términos relativos de fuerza, como el coeficiente entre la fuerza de fricción y la carga nominal a la superficie de contacto, suele representarse por  $\mu$ , que es un coeficiente adimensional. La fuerza de fricción estática se da cuando se intenta mover un cuerpo que se encuentra en reposo sobre otro, el valor de la fuerza tangencial requerida para mover dicho cuerpo es la fricción estática,  $F_s$ . Por otro lado, la fuerza requerida para mantener en movimiento es conocida como fuerza dinámica,  $F_k$ . Es importante señalar que la fricción no es una propiedad de los materiales en contacto sino una respuesta integral del sistema, es decir es más un fenómeno debido a la interacción energética de las áreas en contacto y no una propiedad de los cuerpos en contacto. Tomar la fricción como propiedad podría ser un enfoque simplista del fenómeno global, ya que el coeficiente de fricción depende de parámetros del sistema, tales como la temperatura, la velocidad de deslizamiento, la morfología de las superficies que se encuentran en contacto, las propiedades mecánicas, térmicas, eléctricas de los materiales, entre otros.

A escala microscópica, las superficies de los sólidos presentan cimas y valles que se pueden evaluar midiendo su rugosidad de la superficie. Debido a esta rugosidad cuando dos superficies entran en contacto, no lo hacen en toda el área aparente de contacto  $A_n$ , sino que el contacto se realiza sólo en algunos puntos de estas rugosidades, como muestra la

Figura 1-1.

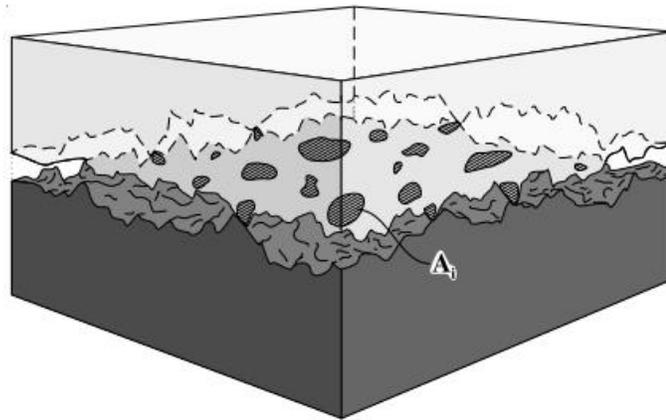


Figura 1-1. Esquema de dos superficies en contacto y áreas reales de contacto  $A_r = \sum A_i$  [G.W Stachowiak & A. W Batchelor, 1993](#)

La suma de todas las áreas reales de contacto se denominan *Área Real de Contacto*,  $A_r$ . Estos puntos de contacto son los encargados de soportar la carga normal y de generar la fuerza de fricción. Ahora bien, conociendo que las superficies ya eran concebidas idealmente planas nacen las conceptualizaciones de Amontons: Una, las asperezas rígidas hacen que la fricción se origine a partir de la fuerza necesaria para levantar las superficies hasta las cimas de la rugosidades, ver Figura 1-2 (a). Dos, la fuerza de fricción se origina a partir de la flexión que hacen las asperezas, (b). [\(C.M. Mathew, 2008\)](#) Finalmente, De la Hire propone el concepto de que la fuerza de fricción viene de la ruptura de las cumbres de las asperezas por el contacto, (c) [\(D.F. Moore, 1975\)](#).

Estas ideas iniciales, que implican que la fuerza de fricción se origina a partir de las rugosidades, han evolucionado en los últimos 300 años llegando a que la fuerza de fricción se origina a través de dos mecanismos:

1. Una fuerza de Adhesión necesaria para romper o cizallar los cruces o uniones de contacto donde la adhesión se produce
2. Una fuerza de Abrasión necesaria para arar la superficie más blanda por la superficie más dura.

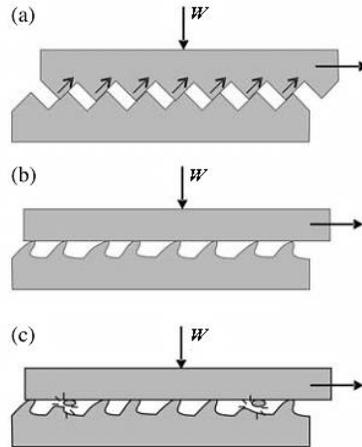


Figura 1-2. Conceptos de cómo se origina la fricción visto desde la rugosidad de los materiales (a) Asperezas rígidas, (b) Asperezas flexibles y (c) Ruptura de las Asperezas ([C.M. Mathew, 2008](#))

### ***Acerca del Desgaste***

Se entiende por desgaste el daño producido por remoción de material en una superficie sólida como resultado del movimiento relativo de esta superficie respecto a otra con la que se encuentra en contacto. En otras palabras, es el resultado natural de la fricción. El desgaste ocurre por mediación de fenómenos mecánicos y de fenómenos químicos, y se distinguen varios mecanismos que lo producen, además también puede ser causado por un fluido (mono o multi-fásico) un plasma o un campo electromagnético. En ocasiones, el desgaste puede ser iniciado por un mecanismo y después avanzar por otros mecanismos distintos ([A. Marquilles, 2007](#)).

En un sistema tribológico el desgaste ocasionado se puede controlar por la interacción de cuatro componentes ([F. A. Suarez, 2002](#)):

- ~ Los materiales de los cuerpos en contacto: caracterizados por su microestructura, morfología y distribución de las fases, propiedades físico-químicas y mecánicas a diferentes condiciones de temperatura y tasa de deformación entre otras.
- ~ La macro y micro-geometría asociada al contacto: tamaño y forma de los cuerpos y superficies de contacto, topografía de las superficies entre otras.
- ~ Las condiciones de operación impuestas al sistema: carga, velocidad, temperatura, tiempo y lubricación entre otras.
- ~ El ambiente que rodea al sistema: temperatura y humedad relativa del ambiente en las vecindades de la región de contacto, presencia de contaminantes químicos y físicos –polvo- entre otros.

Entre la complejidad que se presenta en la relación de cada uno de los factores anteriormente descritos, y sabiendo que cada uno de ellos influye sustancialmente en el aumento y/o reducción de la tasa de desgaste del sistema, cabe considerar que, tanto las cargas normales como las tangenciales sumadas con las propiedades de los materiales en contacto determinan la intensidad y la distribución de la energía generada en la superficie de contacto (esfuerzos mecánicos, temperatura...) y, posteriormente, disipada en la zona afectada mecánicamente y en sus alrededores.

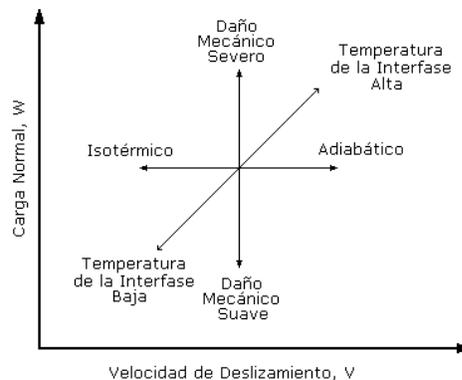


Figura 1-3 Descripción esquemática de la influencia combinada de la carga y la velocidad de deslizamiento en un proceso de desgaste en metales

La zona de contacto presentará dos comportamientos límites, uno adiabático y otro isotérmico. La velocidad de deslizamiento y la carga aplicada influyen en la tasa de crecimiento y remoción de óxidos en las superficies y en la ocurrencia de transformaciones

de fase en la intercara de deslizamiento. La relación entre componentes, anteriormente mencionada, se presentan en la Figura 1-3.

La experimentación ha sido metodológicamente una herramienta base en el entendimiento de los fenómenos que se presentan en la interfaz de contacto de dos sólidos en deslizamiento. En las observaciones realizadas a dichos experimentos se han identificado algunos eventos, la mayoría de las veces relacionados entre sí, los cuales permiten caracterizar modos específicos bajo los cuales se presenta un daño progresivo de la superficie en contacto a diferentes niveles o escalas (átomos, asperezas, óxidos, entre otros). Estos eventos han caracterizado lo que se define como mecanismos de desgaste. La evolución de estos mecanismos en el sistema tribológico no es independiente uno de otro, ellos coexisten en el sistema y en múltiples puntos de operación la tasa de desgaste depende de la magnitud de todos los mecanismos de desgaste, sin embargo en algunos casos se hace evidente que un mecanismo es predominante facilitando el proceso de caracterización. Se han propuesto muchos más mecanismos de desgaste, los cuales no se basan en la fenomenología que los genera, sino por el contrario, en los parámetros que hacen parte del sistema emulado experimentalmente, haciendo de estas propuestas de mecanismos un poco arbitrarias. ([K. H Zum & K. Heinz, 1987](#); [E. Rabinowicz, 1965](#)).

### ***Mecanismo de Adhesión***

A mediados del siglo XX muchos investigadores buscaban la relación entre la energía interatómica causada por contacto entre superficies y su efecto en la fricción. Bowden y Tabor describen la conexión entre estas fuerzas, llamada fuerza de adhesión, y la fuerza de fricción y desarrollaron experimentos para verificar las hipótesis por ellos planteadas ([F. P. Bowden & D. Tabor, 1950](#)). El concepto es inicialmente simple, cuando dos superficies se tocan, las asperezas en contacto quedan sometidas a una deformación elástica y plástica. Las uniones de este contacto generan unas muy pequeñas áreas de contacto  $A_i$  (la suma de todas aquellas pequeñas áreas generan el área real de contacto  $A_r = \sum_i A_i$ ). Los átomos superficiales en  $A_i$  están íntimamente en contacto generando fuerzas interatómicas de atracción y repulsión. Cuando una fuerza tangencial es aplicada, con el fin de deslizar uno de los sólidos en contacto, un esfuerzo de corte se desarrolla sobre la interfaz de unión

resistiendo al movimiento. Si este esfuerzo de corte es bajo, las fuerzas interatómicas serán mayores por tanto el material se deformará elásticamente en la superficie de contacto deslizándose solo en la intercara, ahora bien, si el esfuerzo de corte es crítico la carga aplicada excederá la fuerza interatómica y tratará de romper esta fuerza atómica haciendo que el material falle y comience a deslizarse sobre el otro. Es decir, el mecanismo de desgaste por adhesión se basa en la transferencia de material debido al rompimiento de las uniones adhesivas indistintamente, sin la necesidad, que haya una alta solubilidad entre los materiales de las superficies y tampoco que se presenten procesos difusivos.

### ***Mecanismo de Abrasión***

El mecanismo de desgaste abrasivo se produce cada vez que un objeto sólido está en contacto aplicando una carga, contra partículas o asperezas de un material que tiene una dureza igual o mayor del objeto, eliminando o desplazando el material de esa superficie en contacto. Para garantizar que la abrasión ocurra, estas partículas o una de las superficies en contacto necesita ser considerablemente más dura para que la otra superficie inicie a desgastarse por abrasión (alrededor de 1.3 veces más duro) ([C.M. Mathew, 2008](#)).

Ahora bien, dado que el desgaste abrasivo es el resultado de la interacción mecánica entre las superficies en contacto, se tiene que este desgaste puede ser producido por: penetración de asperezas de la superficie de mayor dureza, situación conocida por abrasión de un cuerpo sobre otro (abrasión de dos cuerpos), o bien por partículas abrasivas atrapadas entre las dos superficies (abrasión a tres cuerpos). Los mecanismos de desgaste que actúan son, en dependencia de la ductilidad de la superficie, deformación plástica que tiene su efecto en el rayado superficial y que también causa una cierta remoción de material, o fractura frágil de pequeños fragmentos.

Las partículas libres que producen abrasión a tres cuerpos pueden ser producto del medio o del mismo proceso de desgaste. Se puede introducir voluntariamente un flujo de partículas abrasivas entre dos superficies para obtener algún efecto determinado. O bien, puede ser la consecuencia de un anterior mecanismo de desgaste, como son los fragmentos obtenidos por desgaste adhesivo, o del mismo desgaste abrasivo de un cuerpo sobre otro que también

genera virutas, que se convierten en partículas abrasivas libres y potencian el desgaste abrasivo.

Ahora bien, la deformación plástica como desgaste abrasivo puede darse por el deslizamiento de partículas duras sobre una superficie sólida blanda “rayando”, arando o desplazando el material blando y causándole deterioro por remoción o pérdida de volumen. Se han desarrollado un sinnúmero de modelos y ecuaciones constitutivas que representan el desgaste abrasivo ([T. O. Mulhearn, & L. E. Samuels, 1962](#); [B. Bushan, & Y. Xie, 1996](#)). En el proceso de desgaste abrasivo se puede considerar cuatro tipos de desgaste dependiendo el tipo de interacción entre las partículas abrasivas y el material blando. Estos tipos son: Microcorte, microarado, microfatiga y microfisuración (Ver Figura 1-4). En un caso ideal se tiene que el microarado sería equivalente al paso de una aspereza y la deformación plástica total sin desprendimiento alguno de material, desplazando el material lateral y frontalmente. La pérdida de volumen se da en el incremento de paso de este mecanismo, es decir, se pierde volumen debido a la acción de muchas partículas abrasivas o la acción repetida de una sola partícula. El microcorte puro se da al realizar un corte en el material equivalente al área transversal de la partícula perdiendo así un volumen considerable.

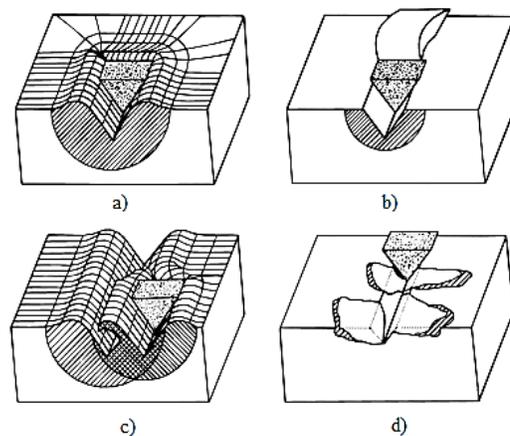


Figura 1-4. Representación esquemática de las diferentes interacciones entre un sólido deslizante y partículas: (a) Microarado, (b) Microcorte, (c) Microfatiga y (d) Microfisuración ([K. H. Zum & K. Heinz, 1987](#))

Por otro lado, la microfisuración se causa cuando las partículas producen tensiones altamente concentradas en el material formando grietas y ayudando a la propagación de las

ya existentes, haciendo que se desprendan grandes superficies. Los procesos de microcorte y microarado son los mecanismos dominantes en materiales dúctiles, por el contrario el proceso de microfisuración se presenta, predominantemente, en materiales frágiles ([K. H. Zum Gahr, 1998](#))

## 1.2 Área Real de Contacto

Cuando dos materiales sólidos están ejerciendo una presión uno sobre el otro, se tiene que el contacto ocurre en los puntos más altos de las superficies. El área en contacto son pequeñas asperezas de ambos sólidos, dicha área es extremadamente pequeña siendo tan solo una fracción (<1%) del área total que cubre las superficies o área aparente de contacto, pero las fuerzas que se generan por el contacto entre las asperezas son las responsables de casi todos los fenómenos tribológicos –fricción, desgaste, adhesión,... -, esta área se conoce con el nombre de área real de contacto y, como se mencionaba atrás, es tan solo una fracción del área aparente de los sólidos en contacto.

Medir el área real de contacto es extremadamente dificultoso y tecnológicamente complejo. En su lugar, se tiene que recurrir a la estimación del área real de contacto analizando los mecanismos de contacto entre las superficies de contacto. Para realizar este análisis se debe tener en cuenta:

- i. Rugosidad de la superficie:* Un rugosímetro o profilómetro se puede usar para determinar la topografía de las superficies que están en contacto y sus parámetros de rugosidad. Para superficies rugosas los parámetros más utilizados para análisis de mecánica de contacto son el *radio medio de la curvatura*  $R$  de las cimas de las asperezas, la *desviación estándar de las cimas*  $\sigma$ . Estos valores suelen ser usados para aproximar la geometría del contacto mediante la estimación de las asperezas en contacto, por asperezas esféricas con igual radio de curvatura  $R$ .
- ii. Constantes de deformación:* La *dureza*  $H$ , medida por un test de indentación. El mismo test experimental se puede utilizar para determinar otra constante de deformación: el *módulo de Young*  $E$ .

iii. *Fuerzas de contacto*: Se componen de las fuerzas aplicadas externamente. La fuerza normal o *carga*  $N$  y la fuerza tangencial o *fuerza de fricción*  $f$ .

Greenwood y Williamson ([Greenwood & Williamson, 1966](#)) desarrollaron un modelo para la deformación elástica, de múltiples puntos de contacto, que ilustra como el área de contacto depende de los parámetros de rugosidad, de los radios en las crestas o cimas, la distribución de dichas crestas y el módulo de elasticidad reducido del par tribológico. En este modelo, Greenwood y Williamson extendieron la teoría de contacto de Hertz para una esfera sobre un plano a la situación ilustrada en la Figura 1-5 con las siguientes suposiciones de la naturaleza de la interfaz de contacto ([C. M. Mathew, 2008](#))

- ~ Una de las dos superficies es plana e indeformable en contacto con otra superficie rugosa elásticamente deformable.
- ~ Las asperezas de la superficie rugosa tienen forma esférica, todas con el mismo radio de curvatura  $R$ .
- ~ Las alturas de las asperezas varían de forma aleatoria, ya sea con una distribución Gaussiana o exponencial de las alturas de los picos.

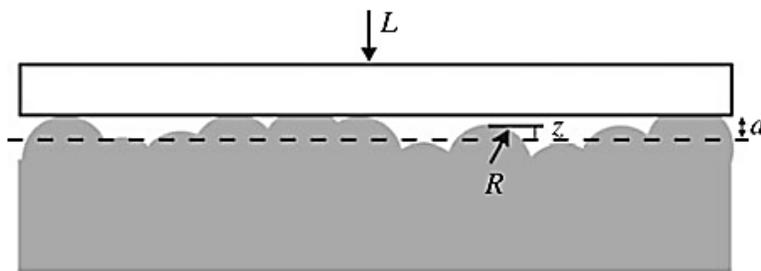


Figura 1-5. Geometría de contacto asumida por Greenwood y Williamson para el desarrollo de su modelo

En el modelo cada aspereza en contacto (asperezas con  $z > d$ , donde  $z$  es la altura de la aspereza cuando no está en contacto desde la línea media y  $d$  es la distancia entre la superficie plana y la altura media de la superficie rugosa) es deformada elásticamente sin interacción de las asperezas vecinas y la carga aplicada sobre ellas está dada por:

$$L_{asp} = \frac{4}{3} E_c R^{1/2} (z - d)^{3/2} \quad (1-1)$$

Donde  $E_c$  es el módulo elástico compuesto de los dos materiales en contacto y se obtiene por medio de la expresión:

$$E_c = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1-2)$$

Donde  $E_1$  y  $E_2$  son los módulos de elasticidad de cada material del Tribosistema igualmente  $\nu_1$  y  $\nu_2$  son las relaciones de Poisson de ambos materiales.

La carga total soportada está dada por la integración de toda la distribución de las alturas de las asperezas  $\varphi(z)$  para  $z = d$  hasta  $\infty$  y está dada por:

$$L = \frac{4}{3} N E_c R^{1/2} \int_d^{\infty} (z - d)^{3/2} \varphi(z) dz \quad (1-3)$$

Donde  $N$  es el total de todas las asperezas.

Usando una distribución exponencial de las alturas de las asperezas, Greenwood y Williamson lograron derivar una expresión analítica para el área de contacto y otros parámetros. Una distribución exponencial para la altura de las asperezas puede ser expresada como:

$$\varphi(z) = \frac{C}{\sigma} \exp\left(\frac{-z}{\sigma}\right) \quad (1-4)$$

Donde  $\sigma$  es la desviación estándar de la altura de las crestas, y  $C$  es una constante. La aproximación de una distribución exponencial es más probable que sea válida si el contacto se limita a la décima parte de las asperezas. Para un contacto elástico entre una superficie plana y una distribución exponencial de las alturas de las asperezas, Greenwood y Williamson mostraron que ([Greenwood & Williamson, 1966](#)).

~ El número de asperezas en contacto es

$$n = \frac{N}{\pi^{1/2} E_c \sigma^{3/2} R^{1/2}} \quad (1-5)$$

~ El área real de contacto es

$$A_r = \left(\frac{\pi R}{\sigma}\right)^{1/2} \frac{N}{E_c} \quad (1-6)$$

~ El área media por aspereza es

$$\frac{A_r}{n} = \pi R \sigma \quad (1-7)$$

~ El radio medio de contacto es

$$a = \sqrt{R\sigma} \quad (1-8)$$

~ La presión media de contacto es

$$p_m = \frac{L}{A_r} = 0.56 E_c \left(\frac{\sigma}{R}\right)^{1/2} \quad (1-9)$$

A partir de estas expresiones analíticas, se pueden deducir algunos aspectos importantes:

- ~ El número de asperezas y el área real de contacto son proporcionales a la carga.
- ~ La medida del área de contacto por aspereza es independiente de la carga.
- ~ La presión media de contacto es independiente de la carga.

En este análisis, cuando se incrementa la carga, un suficiente número de asperezas se ponen en contacto, entonces los valores medios de las áreas reales de contacto, radio y presión permanecen constantes. Resultados similares también se obtienen si una distribución Gaussiana es usada para las alturas de las asperezas.

### ***Área real de contacto utilizando el modelo de Greenwood y Williamson***

Con el fin de utilizar el análisis apropiado para determinar el área real de contacto, se debe determinar si la deformación en el contacto de las asperezas es predominantemente elástica o plástica. Para lograr esto, el modelo de Greenwood y Williamson se puede utilizar para predecir si la presión media de contacto es menor que la dureza del material más blando del par (indicando que en su mayor parte se da una deformación elástica) o mayor que la dureza (indicando una deformación plástica predominante). Para este propósito se emplea

el modelo de Greenwood y Williamson definiendo un índice de plasticidad denotado por  $\psi$  para caracterizar si el contacto es elástico o plástico.

$$\psi = \left(\frac{\sigma}{R}\right)^{1/2} \left(\frac{E_c}{H}\right) \quad (1-10)$$

Si  $\psi \geq 1$  el modelo de Greenwood and Williamson predice que la presión media de contacto es superior a la dureza, predominando la deformación plástica. Si  $\psi \leq 0,6$  el modelo predice que la presión de contacto se encuentra por debajo del umbral de la plasticidad y se presenta deformación elástica en el contacto. De la definición del índice de plasticidad se observa que la deformación plástica es más probable si el material que se deforma es más blando o cuando las superficies son más ásperas.

### ***Deformación plástica***

Bajo condiciones de deformación plástica, las asperezas en contacto del material más blando fluirán plásticamente incrementando el área de contacto que soporta la carga, mientras que la presión media de contacto iguala el valor de la dureza. Por tanto, la geometría de contacto se estabiliza cuando:

$$p_m = \frac{N}{A_r} = H \quad (1-11)$$

Y se tiene una expresión aproximada para el área real de contacto cuando predomina la deformación plástica por:

$$A_r \approx \frac{N}{H} \quad (1-12)$$

Hay que tener en cuenta que no se hicieron suposiciones acerca de la geometría de contacto en la obtención de esta expresión, por lo que es una expresión bastante general para el área de contacto real en situaciones con deformación plástica.

### ***Deformación elástica***

Ahora, para situaciones de contacto donde predomina la deformación elástica la forma más sencilla de calcular el área real de contacto es utilizar el modelo de Greenwood y Williamson con una distribución Gaussiana de las asperezas para obtener la siguiente expresión:

$$A_r \approx 3 \left( \frac{R}{\sigma} \right)^{1/2} \frac{N}{E_c} \quad (1-13)$$

## **1.3 Procesos disipativos**

La fricción y el desgaste son procesos disipativos e irreversibles. La mayoría de los procesos fisicoquímicos como difusión, conducción de calor y electricidad, reacciones químicas, entre otros, son procesos disipativos. ([I. Prigogine, 1961](#)).

El segundo principio de la termodinámica postula la existencia de una función de estado, llamada entropía (proveniente del Griego *εντροπη* que se refiere a “evolución” o “cambio de forma”) que posee las siguientes propiedades:

- I. La entropía de un sistema es una propiedad *extensiva*. Si el sistema consiste en varias partes, entonces la entropía total del sistema va ser igual a la suma de las entropías de cada parte.
- II. El cambio de la entropía  $dS$  puede dividirse en dos partes. Denotando  $dS_e$  para el flujo de entropía, debido a las interacciones con el exterior, y  $dS_i$  la contribución debido a cambios dentro del sistema, teniendo que:

$$dS = dS_e + dS_i \quad (1-14)$$

El incremento de la entropía  $dS_i$ , debido a cambios espontáneos en el interior del sistema nunca es negativo, entiéndase que se plantea desde la mirada de la termodinámica clásica, en otros casos podría ser negativa si se considera desde la termodinámica estadística o la

mecánica cuántica, miradas o posiciones no tenidas en cuenta en esta tesis<sup>1</sup>. Ahora bien, el incremento de la entropía  $dS_i$  es cero solo bajo cambios reversibles del sistema, pero es positiva si el sistema está sujeto a procesos irreversibles:

$$dS_i = 0 \text{ (procesos reversibles)} \quad (1-15)$$

$$dS_i > 0 \text{ (procesos irreversibles)} \quad (1-16)$$

La mayoría de las veces se dificulta entender el concepto de entropía. Esto se da, en algunos casos, porque a diferencia de la temperatura, para la entropía no existe un método directo de medición, haciendo que nuestra “*intuición cotidiana*” no funcione bien para el estudio de esta función. Esto al parecer es la principal razón por la que la entropía, siendo la medida cuantitativa más importante de desorden y disipación, todavía no se ha convertido en la principal herramienta para el análisis de procesos disipativos como la fricción y el desgaste. ([M. Nosonovsky, 2010](#)).

La definición termodinámica clásica de entropía fue sugerida por R. Clausius en la década de 1860 ([C. Basaran & C.Y Yan, 1998](#)). Conforme a su definición se tiene que cuando la cantidad de calor  $dQ$  es transferido a un sistema a temperatura  $T$  la entropía del sistema crece por:

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (1-17)$$

En termodinámica un proceso que no depende del tiempo es llamado *estacionario*, mientras que un proceso que no depende de ninguna coordenada espacial es llamado *homogéneo*. Un proceso que es homogéneo y estacionario es llamado en *equilibrio* o *reversible*. Ahora, un proceso que sea tanto no-estacionario como no-homogéneo es llamado *fuera del equilibrio* o *irreversible*. ([M. Nosonovsky, 2010](#)). La teoría clásica de la

---

<sup>1</sup> Considera, por ejemplo, el caso de la solidificación cristalina de un líquido puro: en tal caso  $dS_i$  es, sin duda, negativo, porque el sistema pasa de un estado con un número de configuraciones (atómicas, moleculares) posibles a otro con un número sensiblemente menor. Recordar que  $S$  está relacionada con el número de configuraciones de acuerdo al modelo simple  $S = k \ln W$ , donde  $W$  es el número de configuraciones posibles. ([J. L. Lebowitz, 2000](#))

termodinámica se basa en el estudio de fenómenos reversibles. En el caso de fenómenos irreversibles que relacionan la degradación de los materiales, la teoría de la termodinámica irreversible se podría utilizar para obtener una descripción universal a nivel macroscópico del proceso de desgaste.

### **1.3.1 Entropía en procesos de contacto deslizante (*Fricción y Desgaste*)**

En la literatura de contacto deslizante, la medida del desgaste se ha formulado (relacionado) respecto a cambios en las siguientes cantidades: a) la masa removida del material sólido, b) el volumen removido del material, c) reducción en las dimensiones geométricas del sólido. Estas “cantidades” dependen del periodo de deslizamiento (o el número de ciclos) del proceso.

Kennedy y Ling ([Kennedy & Ling, 1974](#)) sugieren en su estudio que la tasa de desgaste (por ejemplo, la profundidad del material removido) es función de la presión normal, la velocidad de deslizamiento y la temperatura. La profundidad del material removido puede ser calculada o determinada en un ensayo de laboratorio. En el caso de desgaste abrasivo, se tiene la cantidad de material removido es proporcional al trabajo realizado por la fuerza de fricción ([A. Zmitrowicz, 2006](#)). El desgaste siempre incluye una irreversible y permanente reorganización de la estructura del material ([A. Sinatora, C.V. Arango, 2010](#)). Ahora, los principios fundamentales asociados con la segunda ley de la termodinámica proponen una producción irreversible de entropía durante la cualquier transformación estructural del material, incluyendo los cambios asociados al desgaste. Por tanto se tiene que la fuerza de fricción produce toda, o gran parte, de la energía que conduce a los cambios irreversibles asociados con el desgaste, es decir, la fuerza de fricción genera la entropía irreversible.

En el caso del proceso de deslizamiento entre sólidos el desgaste producido sería la degradación irreversible de las superficies en contacto debido a la fricción, entendiendo por superficie no solamente la frontera geométrica de un volumen sino una porción de dicho volumen, la cual se extiende desde la frontera hasta una región en el interior. El tamaño de dicha región dependerá de las propiedades de los materiales en contacto y de las condiciones mismas de deslizamiento. En una escala macroscópica, las interacciones

físico-químicas entre las superficies en deslizamiento – incluyendo deformación plástica de las asperezas, fractura, delaminación, desgaste abrasivo y corrosivo, entre otros – crea disipación de energía, o más bien, transforman la energía mecánica en otros tipos energía, y por tanto, generan entropía irreversible.

### ***Termodinámica de la degradación***

El potencial de aplicar las leyes de la termodinámica para analizar la fricción en sistemas de ingeniería se ha consolidado con estudios pioneros en el desarrollo de modelos que representan y explican el comportamiento energético de dichos sistemas, logrando obtener modelos capaces de relacionar variables termodinámicas con variables mecánicas y así predecir el comportamiento de éstas. Doelling ([K.L. Doelling et al., 2000](#)) y Ling ([F.F. Ling et al., 2002](#)) han investigado, de forma experimental, la relación entre un flujo de entropía y el desgaste reportando una relación lineal entre ambas. En un nuevo enfoque propuesto por Bryant y Khonsari ([M.D Bryant & M.M Khonsari, 2008](#)) se plantea que los componentes encargados de la degradación están relacionados con la producción de entropía en el sistema estudiado.

*“A los que gustan de desvanecerse en conjeturas,  
Deja Dios que se pierdan en fútiles cuestiones  
Sobre la máquina de los cielos, quizá para burlarse  
De sus vanas sutilezas; y cuando pretendan estudiar el cielo,  
Y someter a cálculo las estrellas,  
¡Qué no inventarán para ajustarlo todo a una forma!  
Construyendo unas veces, y destruyendo otras,  
Se esforzarán en salvar las apariencias,  
Y rodearán la esfera de curvas concéntricas  
Con sus ciclos y epiciclos,  
Y sus orbes colocados unos dentro de otros”.*

*John Milton (1608-74).  
El Paraíso Perdido. Libro 8, pg 67*

## **2. Modelamiento dinámico de sistemas: propuesta metodológica y estado del arte**

El uso intensivo de modelos en la ingeniería moderna es más que evidente. Los avances en la capacidad de computación han catapultado el desarrollo de modelos de procesos cada vez más detallados y precisos, que luego se utilizan en diseño, optimización, control y diagnóstico de fallas, entre otras tareas. Entre las tres grandes familias de modelos (fenomenológicos, empíricos y semifísicos), la facilidad de obtención de los modelos empíricos (basados sólo en datos del proceso), ocultó posibilidades importantes de las otras dos familias de modelos. De otro lado, el requisito del conocimiento detallado de

---

todos los fenómenos, ha hecho que los modelos fenomenológicos sean escasos en ingeniería, y que los existentes, estén confinados solo a centros de investigación especializada. La tercera familia (modelos semifísicos), solo empezó a demostrar sus verdaderas utilidades hasta que la potencia de cómputo alcanzó capacidad suficiente para resolver numéricamente sistemas de varias ecuaciones diferenciales y algebraicas simultáneamente. Sin embargo, aunque la literatura entrega algunos procedimientos para la construcción de esos modelos (fenomenológicos y semifísicos de base fenomenológica), tales procedimientos no son lo suficientemente explícitos para su aplicación inmediata. Siempre se dan algunos pasos soportados en la heurística del modelador, sin que exista manera para un ingeniero que apenas está iniciando su vida profesional (industrial o académica) de sobrepasar dicho escollo. En tal sentido, a pesar de la demostrada alta utilidad de los Modelos Semifísicos de Base Fenomenológica (MSBF), todavía su obtención sigue estando restringida a algunos investigadores e ingenieros de proceso con entrenamiento para tal labor ([C. A. Gómez et al., 2008](#)).

## 2.1 Una taxonomía

Como bien se mencionaba anteriormente el modelamiento ha jugado un importante papel en la explicación, el entendimiento y predicción de un sinnúmero de procesos. Según la taxonomía que propone Hangos y Cameron ([K.M. Hangos et al., 2006](#)), los modelos se clasifican en Modelos caja blanca, caja gris y caja negra. Los modelos caja blanca, o modelos fenomenológicos, son completamente explicativos y en su estructura se encuentran propiedades físico-químicas descritas de forma matemática; este tipo de modelos son completamente transparentes a la vista de la ingeniería. Los modelos caja blanca no son utilizados para estudiar el proceso de deslizamiento entre sólidos ya que en el estudio de este fenómeno es necesario utilizar determinadas ecuaciones constitutivas, que han sido desarrolladas experimentalmente, haciendo que el modelo desarrollado no se ciña únicamente bajo “los primeros principios” y por tanto, no logrando ser modelos caja blanca.

Los Modelos caja negra, también llamados Modelos Empíricos, se desarrollan en el caso en el cual el modelador tiene la posibilidad de obtener datos de medición de las entradas y

salidas del proceso; estimulando o excitando el sistema se logra obtener información útil para la identificación del modelo. La toma de datos en la experimentación hace de este método un punto de convergencia entre la metodología de experimentación y los métodos de modelamiento matemático, físico y químico o modelamiento fenomenológicos ([C. Gómez et al., 2008](#)).

El modelo caja gris o modelo semifísico de base fenomenológica ([H. Álvarez et al., 2009](#)) es una técnica de modelamiento en la cual se combina tanto el conocimiento ingenieril del proceso como la identificación de algunos parámetros. La fenomenología se basa en los fenómenos de transporte, tránsito, transmisión o transferencia, y en el principio de conservación de cualquier propiedad balanceable. Si se puede deducir que alguna de las propiedades o fenómenos anteriores se desarrollan en el proceso, se concluye que se puede obtener un modelo de él, ya que la universalidad de los principios de conservación es la base del modelo, hace de este método de modelamiento un método explicativo del proceso ([K. Hangos et al., 2006](#)).

## **2.2 Metodología para la obtención de Modelos Semifísicos de Base Fenomenológica**

Mediante la realización de balances de materia, energía y cantidad de movimiento se puede obtener y relacionar las variables más significativas en un determinado proceso. La estructura del modelo semifísico de base fenomenológica se basa en los principios balanceables brindándole un fundamento fenomenológico muy fuerte. La estructura del modelo se complementa con ecuaciones para los parámetros que participan en el modelo, estas ecuaciones, denominadas ecuaciones constitutivas, en su mayoría son de carácter empírico (correlaciones desde datos experimentales) o representación a fenómenos de transporte de entidades. En suma, se dice que este tipo de modelo es de *Base Fenomenológica* ya que su estructura se basa en los balances de energía, masa y cantidad de movimiento, y *Semifísico* porque agrega a la estructura formulaciones empíricas para varios de sus parámetros ([H. Álvarez et al., 2009](#)).

El método que se desarrolla en esta tesis está basado en el propuesto por H. Álvarez y otros en ([H. Álvarez et al., 2009](#)) que a su vez se basó en metodologías propuestas por

---

([K.M. Hangos et al., 2006](#)) ([K. Hangos & I. Cameron, 2001](#)). El procedimiento de modelado está dado por los siguientes pasos:

- i) Elaboración de una descripción, ya sea verbal, ya sea un diagrama de flujo.*
- ii) Precisar un nivel de detalle, según el propósito que se desea con el modelo, es decir: ¿Qué preguntas responderá el modelo?*
- iii) Definir sistemas de proceso y relacionar estos sistemas, ya sea de forma descriptiva, verbal o en diagrama de bloques.*
- iv) Aplicar el principio de conservación adecuado, según la entidad que se desea balancear, sobre cada sistema de proceso.*
- v) Hallar las ecuaciones constitutivas que permitan calcular el mayor número de parámetros en cada sistema de proceso.*
- vi) Obtención del modelo computacional y solución del modelo matemático.*
- vii) Validación del modelo para diferentes condiciones de operación y evaluación de su desempeño.*

Es importante aclarar o definir algunos conceptos que se plantearon anteriormente para la claridad de la metodología.

**Sistema de Proceso:** Según Hangos & Cameron ([K. Hangos & I. Cameron, 2001](#)) es una abstracción del proceso a la manera de un sistema, con lo cual se puede aplicar al proceso todas las herramientas de representación y análisis de sistemas matemáticos existentes.

**Objetivo del Modelado:** Es la intencionalidad del modelador, respecto la semejanza que quiere conservar entre el proceso real y el resultado teórico. Esta intención, normalmente se ata con la cualidad más tangible del modelo desarrollado, ya sea representación, descripción, explicación y/o predicción.

**Criterio de Validación:** Es la manera de comprobar la fidelidad, para la cualidad predefinida, del modelo respecto al proceso real. Si esta fidelidad no existe, no habrá manera de darle legalidad al modelo ante sus potenciales usuarios ([H. Álvarez et al., 2009](#)).

### **2.3 El modelamiento en procesos de desgaste: “A modo de revisión bibliográfica”**

En el área de estudio del desgaste generado por el deslizamiento entre sólidos se ha establecido una gama de metodologías que han ayudado a establecer un conocimiento entorno al proceso. La observación ha sido el paso inicial con el cual el hombre se ha aproximado por primera vez a un problema. Da Vinci (1452-1519), Amontons (1663-1705) y Coulomb (1736-1806) fueron algunos de los primeros científicos en estudiar experimentalmente el desgaste desde la concepción de la fricción como fenómeno y no como propiedad y desarrollando las primeras ecuaciones constitutivas que han representado este fenómeno.

En el caso del estudio del desgaste por deslizamiento se han diseñado y construido dispositivos que emulen dicho proceso ([G.W Stachowiak & A. W Batchelor, 1993](#)); entre ellos se desarrolló el tribómetro Pin-Disco en el cual se miden y controlan algunas de las variables que intervienen en el proceso, poniendo a prueba durante determinado tiempo los materiales específicos del estudio para realizar una posterior caracterización de dichos materiales mediante métodos que van desde un inspección visual, pasando por Microscopia Óptica, Difracción de Rayos X, Microscopia Electrónica de Barrido o Transmisión. Con esta metodología se pretende emular el proceso que se está estudiando, a escala de laboratorio mediante tribómetros, con el fin de obtener una probeta que presente el mismo el mecanismo de desgaste del proceso original y posteriormente plantear un modelo empírico.

Los modelos empíricos que se reportan en la literatura presentan que las variables estudiadas en la predicción de la tasa de desgaste están relacionadas, en su mayoría, con propiedades mecánicas (área real de contacto, módulo de Young, radio de Poisson etc.) ([P. Cadenas et al., 2007](#); [H. A. Abdel-aal, 1999](#); [C. Guang-Neng et al., 2007](#)) y el punto de operación del proceso de deslizamiento (velocidad, carga, geometría, etc.) ([R. A. Singh et al., 2002](#); [E.-Sung Yoon et al., 1997](#); [D.-Cheol Ko & B.-min Kim, 2000](#)). Por otro lado, los modelos teóricos relacionan la dinámica del desgaste en función de ecuaciones constitutivas que representan fenómenos de abrasión, adhesión y fatiga ([O. Ukhanska, 1996](#); [D. M. Kennedy & M.S. J. Hashmi, 1998](#)). Los modelos Semifísicos de base

fenomenológica han desempeñado un papel importante en el estudio del proceso de desgaste, aplicando metodologías determinadas se han desarrollado modelos estáticos ([D. Ko & B. Kim, 2000](#)), ([D.M. Kennedy & M.S.J. Hashmi, 1998](#)) modelos dinámicos ([H. K. Hong & C.S. Liu, 2000](#)) y simulaciones computacionales con fines de entender y predecir el fenómeno de desgaste generado por la fricción ([S.K. Wang & J. Woodhouse, 2011](#); [S.L. Rice & F.A. Moslehy, 1997](#); [V. Hegadekattea et al., 2006](#))

En general, se tiene que la investigación experimental y caracterización de materiales con su análisis profundo de los fenómenos hallados en dicha experimentación son el método más utilizado para el estudio de pares deslizantes, paralelamente el cálculo teórico, representado en el modelado analítico, una herramienta básica en el entendimiento del proceso. Después de realizar una búsqueda bibliográfica con el fin de identificar cual hay sido el camino de la investigación del proceso de deslizamiento entre sólidos sin lubricación en los últimos años, se ha llegado a que los artículos publicados entre los años 1994 y 2011, con al menos una citación bibliográfica, pueden ser clasificados bajo las siguientes metodologías:

***Clasificación metodológica según [S. V. Patankar, 1980](#):***

*i)* Investigación experimental (Aplicado – AP): Mucha de la información de los procesos o fenómenos físicos que necesita conocer el ingeniero para la solución de un problema específico se obtiene a través de mediciones. Estas mediciones generalmente son realizadas en prototipos de menor tamaño, debido a los altos costos que implicaría la medición en equipos a escala natural. Estas experimentaciones son desarrolladas bajo un riguroso diseño experimental estadístico, obteniendo suficiente información para realizar un análisis de datos y encontrar correlaciones, de cualquier orden, entre las variables que intervinieron en el experimento, dando como resultado ecuaciones constitutivas o modelos autorregresivos sean paramétricos o no paramétricos.

*ii)* Cálculo teórico (Teórica - TE): Otra forma de obtener información acerca de un comportamiento es por medio de una predicción teórica. La predicción se puede fundamentar en un modelo matemático, el cual consiste en una serie de ecuaciones diferenciales que describen el fenómeno.

Tabla 2-1 Revisión Sistemática de Literatura

Revista	Año	Metodología	Citas
Meng, H. C., and Ludema, K.C.	1995	TE	190
A. Molinari & U. G. Straffellini et al.	1997	TE- AP	84
R.A. Ibrahim & C.L. Pettit	2005	AP	83
Basaran & C.Y. Yan	1998	TE-AP	73
Koji Kato	2000	TE	60
J.A. Williams	1999	TE	56
Jiaren Jiang & F. H. Stott et al.	1998	TE-AP	53
Jiaren Jiang & F.H. Stott et al.	1995	TE	50
C. Hsieh & Y.-C. Pan	2000	TE	46
F.H. Stott	2002	AP	43
K. Hackl & F. D. Fischer	2008	TE	31
H. K. Hong & C.S. Liu	2000	TE	28
M.D Bryant & M.M Khonsari et al.	2008	TE	27
Eui-Sung Yoon, Hosung Kong et al.	1997	AP	22
H. A. Abdel-Aal	2003	TE	16
W. Yan & N. P. O'Dowd et al.	2002	TE	15
A. Yevtushenko & O. Ukhanska et al	1996	TE	14
S.L. Rice & F.A. Moslehy	1997	TE	14
A. Zmitrowicz.	2006	TE	13
H. A. Abdel-Aal.	2000	TE	12
K.H. Zum Gahr.	1998	TE	12
Dae-Cheol Ko & Byung-Min Kim	2000	TE	11
M. Nosonovsky	2010	TE	10
V. Hegadekattea & N. Huber et al	2006	TE	10
D.M. Kennedy & M.S.J. Hashmi	1998	TE	9
H. A. Abdel-Aal.	2003	TE-AP	9
F.F. Ling, M.D. Bryant et al.	2000	TE	8
A. Zmitrowicz.	1995	TE	5
N. Aderghal & T. Loulou	2011	TE	4
D. Ghosh & H. Basu et al.	1999	TE-AP	3
A. Zmitrowicz.	2006	TE	3
H. A. Abdel-Aal.	2011	TE	3
H. A. Abdel-Aal & S.T. Smith	1998	TE	2
M. Naderi & M.M. Khonsari	2012	TE-AP	2
M., Amiri & M.M. Khonsari.	2012	TE	2
H. A. Abdel-Aal.	2011	TE	2
H. A. Abdel-Aal	1999	AP	1
L. Beghi & E. Xausa	2008	TE-AP	1
M. Nouari & M. E. Mansori et al.	2009	TE-AP	1
S.K. Wang & J. Woodhouse	2011	TE-AP	1
G.G. Adams & M. Nosonovsky	2002	TE	1
H. Egner.	2012	TE	0
M.D, Bryant.	2009	TE	0
R. A. Singh & G.S. Narasimham et al	2002	AP	0
C. Viafara & A. Sinatora	2010	TE	0
B. Aghdam & M.M. Khonsari	2011	TE-AP	0
Guang-Neng Dong, Meng Hua et al	2007	TE-AP	0
K.L. Doelling & F.F. Ling	2000	TE-AP	0

---

Existen a su vez dos maneras de obtener la solución a este modelo matemático; a través de la matemática clásica, en cuyo caso se obtiene una solución analítica o por medio de métodos numéricos, en cuyo caso se obtiene una solución discreta y particular; es decir, solo se tiene el valor de la variable de interés en algunos puntos del dominio.

*iii)* Con ambas metodologías se puede predecir el comportamiento de alguna variable de interés presente en el proceso. La verdadera diferencia radica en que la primera metodología expuesta, la Investigación experimental, no logra describir y explicar los fenómenos que ocurren a dicha variable de forma implícita. En la La predicción se puede fundamentar en un modelo matemático, el cual consiste en una serie de ecuaciones diferenciales que describen el fenómeno.

Tabla 2-1 se presenta el reporte de los artículos obtenidos en el proceso de revisión sistemática de literatura, clasificados por nombre de los autores, año de publicación, metodología utilizada (según la anterior clasificación) y la cantidad de citas que el artículo reporta en la base de datos *Scopus®-SciVerse®* de Elsevier B. V.

El modelamiento dinámico en procesos de deslizamiento entre sólidos ha permitido entender los fenómenos y principios que rigen este proceso, además ha ayudado a predecir factores importantes como la tasa de desgaste en función de las fluctuaciones de propiedades mecánicas y operativas del proceso.

Después de la segunda mitad del siglo XX se propuso una nueva rama de estudio del proceso de desgaste en pares deslizantes, la cual expone que un alto porcentaje de la tasa de desgaste es ocasionado por la inestabilidad termodinámica generada por el rozamiento de los sólidos, reafirmando a su vez la influencia directa que tienen los fenómenos térmicos en la variación del desgaste del proceso, tomándose el proceso de contacto como uno de los ejemplos universales en lo concerniente a fenómenos disipativos. Estos postulados fueron estudiados por un puñado de autores Rusos, Alemanes y otros ([A. V. Chichinadze, 1967](#); [I. V. Kragelskii & G. I. Troyanovskaya, 1957](#); [A. V. Chichinadze et al., 1981](#); [M. B. Peterson & J. J. Florek, 1960](#); [C. Dayson, 1967](#)), pero fueron dejándose entre el cúmulo de hipótesis sin validar, en la bolsa de postulados archivados durante un par de décadas. Luego, a inicios de la década de 1980 el autor Klamecki publica dos

documentos ([B. E. Klamecki, 1980a](#); [B. E. Klamecki, 1980b](#)) en los cuales retoma los postulados realizados un par de décadas atrás, lanzando al mundo académico uno de los primeros modelos termodinámicos de fricción, dándole gran importancia a la generación de entropía debido al proceso de deslizamiento entre sólidos. Estos trabajos publicados por Klamecki reabrieron la puerta del estudio del proceso de desgaste entre sólidos deslizantes desde una mirada termodinámica. En los últimos años se ha realizado un acercamiento metodológico próximo al modelamiento de las dinámicas termo-mecánicas presentes en un par deslizante ([J. Jiang et al., 1995](#); [R. A. Singh et al., 2002](#); [F. H. Stott, 2002](#); [H. A. Abdel-aal, 2000](#)). Se han propuesto ecuaciones constitutivas donde se describen los diferentes mecanismos de desgaste en función de la energía disipada por cada mecanismo ([M.D Bryant & M.M Khonsari, 2008](#); [N. Aderghal et al., 2011](#)). También se tienen estudios donde se presentan correlaciones entre el área real de contacto con la energía generada por dicho contacto y su posterior disipación dentro de los sólidos en contacto ([M. Nosonovsky, 2010](#); [C. Basaran & C.Y Yan, 1998](#); [A. Zmitrowicz, 2006](#)). Los métodos más utilizados para el estudio, comprensión, análisis, representación o predicción del proceso de desgaste por sólidos deslizantes en seco se presentan en la Figura 2-1

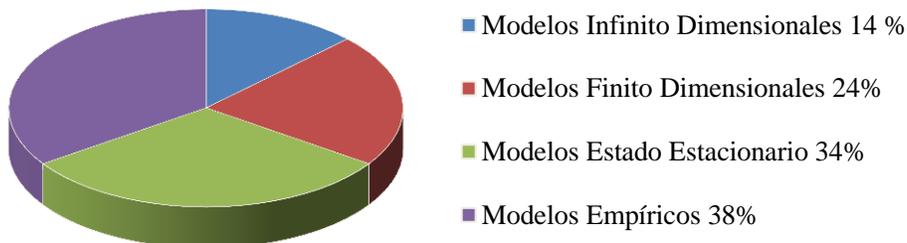


Figura 2-1 Metodologías convencionales de modelamiento del proceso de desgaste por deslizamiento entre sólidos. Intervalo de tiempo 1994-2011

Meng & Ludema en ([H. C. Meng & K. C. Ludema, 1995](#)) desarrollaron una pesquisa bibliográfica en búsqueda de las ecuaciones y modelos de fricción y desgaste. Tuvieron en cuenta los trabajos publicados entre 1957 y 1992 en la Revista “*Wear*”, además consideraron los artículos de la conferencia “*Wear of Materials*” entre 1977 y 1991. Hallaron 5466 trabajos publicados (4726 *Wear* – 740 *Wear of Materials*) para un total de 5325 autores. De la totalidad de artículos estudiados por Meng & Ludema más de la mitad

de los trabajos realizaron un análisis observacional, mediante el uso de microscopios o diferentes instrumentos de análisis, y una gran mayoría realizaron modelos descriptivos verbales. Meng & Ludema clasificaron los trabajos en tres categorías Metodológicas que coincidían con una época específica: Ecuaciones empíricas, en la era de 1970, Ecuaciones de contacto mecánico, entre 1970 y 1980, y finalmente, Ecuaciones basadas en mecanismos de desgaste entre 1980 y 1992. Meng & Ludema encontraron alrededor de 300 ecuaciones (o modelos), las cuales relacionaban más de 182 variables. Esta situación demuestra lo complejo del fenómeno, pero por otra parte demuestra que la comunidad investigativa que estudia el fenómeno no ha llegado a un consenso estricto el cual proponga o determine cuantitativamente qué variables son influyentes en el proceso, y así depurar según la importancia de cada variable estudiada.

Tabla 2-2 Variables estudiadas para predecir la tasa de desgaste en proceso de deslizamiento entre sólidos entre 1994 -2011

Mecánica del Contacto	Área Real de Contacto
	Módulo de Young
	Dureza
Mecanismos de Desgaste	Fluencia del Material
	Resistencia a la Fractura
	Dislocaciones/Defectos
Entropía	Temperatura Flash
	Tasa de Generación de Energía
	Conducción - Difusividad Térmica

*iv)* En la Tabla 2-2 se presentan las variables más estudiadas en el desarrollo de modelos, de cualquier metodología aplicada, para predecir la tasa de desgaste en procesos de deslizamiento entre sólidos. En la Tabla 2-2, no se tuvo en cuenta el trabajo desarrollado por Meng & Ludema ([H. C. Meng & K. C. Ludema, 1995](#)) y solo se presentan las variables estudiadas en los trabajos recopilados en la La predicción se puede fundamentar en un modelo matemático, el cual consiste en una serie de ecuaciones diferenciales que describen el fenómeno.

Tabla 2-1 exceptuando, como se acaba de aclarar, el trabajo de Meng & Ludema debido a lo amplio de sus resultados.

*-No tengo fuerza -dijo Talita-. La sogá es áspera, se agarra en ella misma.  
-La ambivalencia de la sogá -dijo Oliveira-.  
Su función natural saboteadá por una misteriosa tendencia a la neutralización.  
Creo que a eso le llaman la entropía.*

*Julio Cortázar. Rayuela, capítulo 41, pg 322  
Editorial Punto de Lectura. Séptima Edición 2004.*

### **3. Modelo semifísico de base fenomenológica de la dinámica termo-mecánica presente en un par deslizante**

En este capítulo se presenta el desarrollo del modelo propuesto dando así respuesta a la pregunta de investigación: “¿Un modelo semifísico de base fenomenológica logra predecir mejor la tasa de desgaste de un proceso de deslizamiento de sólidos en seco si se suman las dinámicas térmicas con las mecánicas?”, base de este trabajo. El presente capítulo consta de dos partes: Una, generación y transferencia de energía térmica por contacto deslizante y, dos, disipación y mecanismos de disipación de energía en procesos de degradación. Para el desarrollo de ambas secciones se tomarán conceptos que han sido planteados en secciones anteriores, como lo son: Área real de contacto, generación, tránsito y transferencia de energía térmica y procesos disipativos. La metodología bajo la cual se desarrolló el modelo propuesto es aquella planteada en la sección 2.2. En el presente capítulo se desarrollan los pasos del *i* al *v* de la metodología propuesta, en el

capítulo siguiente se presentan los pasos *vi* y *vii*. En la Figura 3-1 se presenta un esquema gráfico del proceso de modelamiento para el caso de estudio.

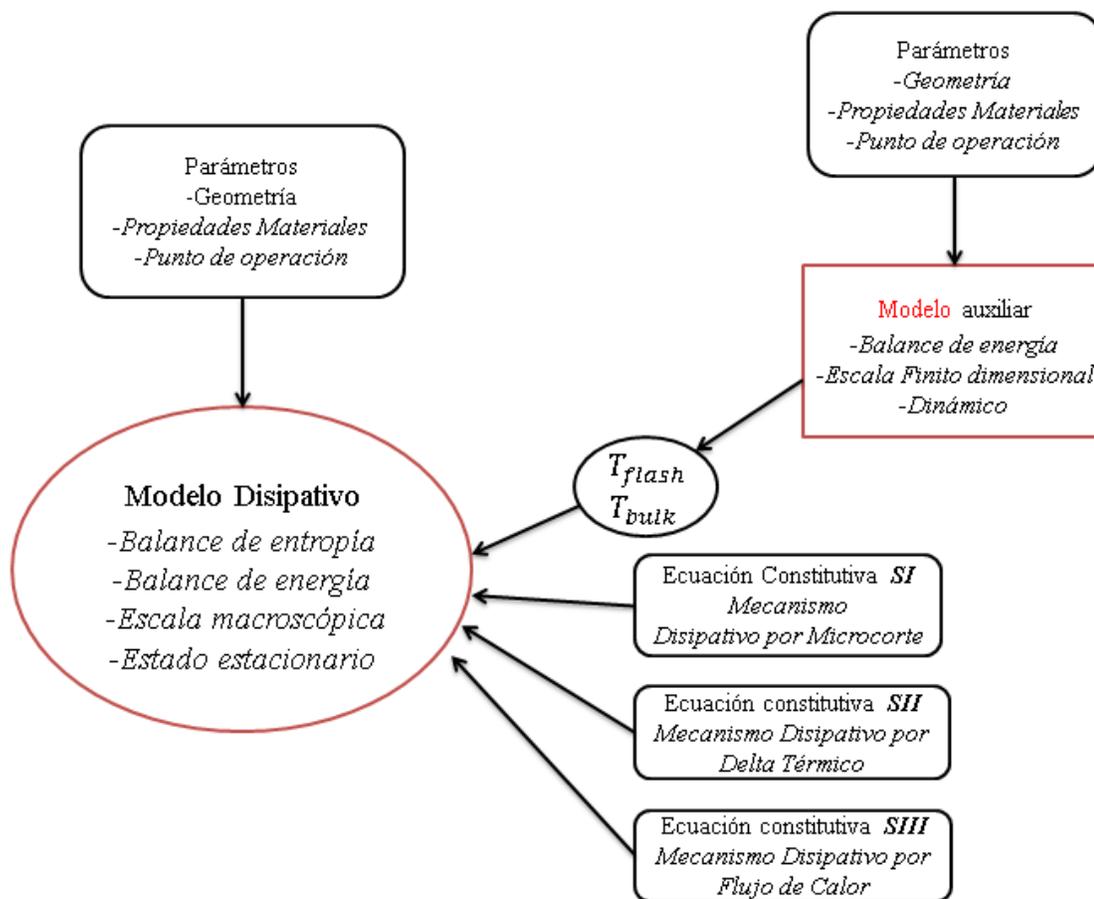


Figura 3-1 Esquema del proceso de modelado para un proceso de desgaste

### 3.1 Modelo transferencia térmica

El modelo semifísico de base fenomenológica que se desarrolla se basa en la primera ley de la termodinámica, el estamento de esta ecuación se rige bajo el principio físico de la conservación de la Energía. El propósito del desarrollo de este modelo de transferencia térmica es identificar y cuantificar la magnitud y la dinámica de la energía generada por el contacto deslizante. Se considera que el calor generado por el deslizamiento en seco es transportado en las superficies del disco debido tanto a la convección como a la

conducción. El modelo desarrollado es una aproximación y se realizan suposiciones y reducciones fenomenológicas con el fin de lograr representar el proceso.

### 3.1.1 Formulación del Problema

El modelo que se desarrolla en este trabajo viene de la abstracción de un ensayo de laboratorio para estudiar el desgaste generado por el deslizamiento en seco de sólidos. Este ensayo es realizado en un tribómetro llamado Pin-Disco. El tribómetro Pin-Disco es un dispositivo versátil que permite medir las propiedades de fricción y desgaste de combinaciones de materiales con y sin lubricantes, bajo condiciones de carga y velocidad de deslizamiento.

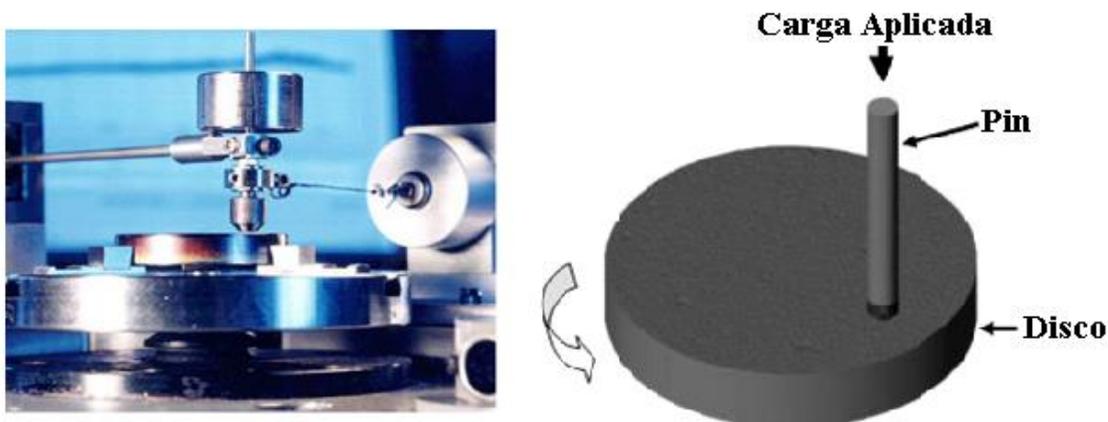


Figura 3-2 Izquierda -Tribómetro Pin Disco, Derecha – Abstracción Pin Disco

El tribómetro Pin-Disco consiste de un disco giratorio fabricado de uno de los materiales bajo ensayo y de un pin cilíndrico o esférico y estático sometido a una determinada carga. (Ver Figura 3-2) Ahora bien, para formular el problema a solucionar se tiene en cuenta algunos de los fenómenos que se presentan en el ensayo de desgaste Pin-Disco.

Considere una fuente de calor  $Q$  constante sobre un área de anchura  $2a$  que se mueve a lo largo de un sólido (Disco) de longitud  $L$  que inicialmente se encuentra a una temperatura uniforme  $T_{env}$ . Esta fuente se mueve en dirección y con velocidad de deslizamiento constante  $V$ . (Ver Figura 3-3)

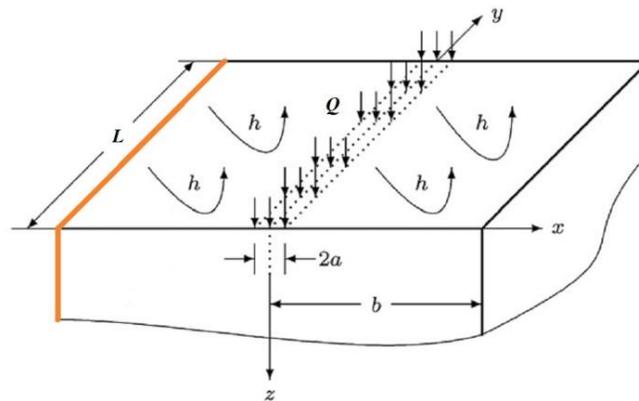


Figura 3-3. Geometría del sistema, sistema coordenado.

### 3.1.2 Ecuaciones Constitutivas

Como bien se mencionó anteriormente, en el capítulo 3, la estructura del modelo se debe complementar con ecuaciones para los parámetros que participan en el modelo, estas ecuaciones son denominadas ecuaciones constitutivas. A continuación se presentan las ecuaciones constitutivas que hacen parte integral del modelo de generación y transferencia térmica desarrollado.

#### *Calor generado por contacto deslizante en seco*

Cuando un espécimen (Pin) se desliza sobre un sólido (Disco), el resultado inevitable de la fricción es la liberación de calor. A altas velocidades de deslizamiento se libera una gran cantidad de energía ([N. Aderghal et al., 2011](#)). El calor liberado puede tener una influencia controladora sobre la fricción y el desgaste debido a su efecto sobre los procesos de contacto y/o lubricación, logrando cambiar algunas propiedades del fluido lubricante y llegando a oxidar ambos, o alguno de los materiales participantes en el par tribológico ([J. Jiang & F. Shot, 1998](#)). Casi todo el calor liberado en el proceso de fricción en un deslizamiento en seco entre sólidos es generado sobre la interfaz de contacto y disipado en el interior de los sólidos a través de las rugosidades en contacto ([G.W Stachowiak & A. W Batchelor, 1993](#)).

El calor generado por unidad de área por segundo  $[J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}]$  está dado por ([H. A. Abdel-aal, 1999](#)):

$$\dot{Q} = \frac{\mu F V}{A_n} \left[ \frac{J}{m^2 \cdot s} \right] \quad (3-1)$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción generado por el deslizamiento,  $F$  es la carga normal nominal aplicada,  $V$  es la velocidad lineal relativa entre el pin y el disco y  $A_n$  es el área aparente de contacto. [H. A. Abdel-aal](#) propone esta ecuación para hallar el calor del volumen en contacto y utiliza el área aparente de contacto. Por el contrario, y como se mencionó anteriormente, el calor se genera por las rugosidades que se encuentran en contacto y están representadas por el área real de contacto, área en la cual no solo se genera el calor sino que se transmite, disipándose dentro del sólido en movimiento o disco. En este trabajo se supone que toda la energía térmica generada por el contacto es disipada dentro del sólido en movimiento; se sabe que un porcentaje de esta energía fluye dentro del sólido estacionario o Pin, pero dado que el área de disipación del Disco es muchas veces mayor que la del Pin se asume dicho supuesto. Así, consecutivamente y teniendo que  $A_r$  es el área real de contacto, se plantea que la energía generada por el contacto está descrita por [\(J. S. Rudas, et al. 2012\)](#):

$$\dot{Q} = \frac{\mu F V}{A_r} \left[ \frac{J}{m^2 \cdot s} \right] \quad (3-2)$$

### ***Área real de contacto***

El área real de contacto es el resultado de la deformación de puntos altos, o cimas, en la interfaz de contacto que comúnmente son referidos como asperezas. El esfuerzo por el contacto entre asperezas es grande y en algunos casos da como resultado una deformación plástica localizada. La relación entre el área real de contacto y la carga es de suma importancia puesto que puede afectar la fricción y por tanto el desgaste ocasionado.

Como se plantea en la sección 2.2, es necesario determinar si la deformación en el contacto de las asperezas es predominantemente elástica o plástica. Para tal fin [\(Greenwood & Williamson, 1966\)](#) proponen una ecuación donde se determina qué tipo de deformación afecta al sólido el contacto.

La ecuación (1-10), índice de plasticidad determina el rango de deformación,

$$\psi = \left(\frac{\sigma}{R}\right)^{1/2} \left(\frac{E_c}{H}\right) \quad (3-3)$$

- $\psi \geq 1$  Deformación predominantemente plástica.
- $\psi \leq 0,6$  Deformación predominantemente elástica.

Donde  $\sigma$  es la desviación estándar de la altura de las crestas.  $R$  es el radio promedio de la curvatura de las asperezas de la superficie rugosa, las cuales se suponen tienen forma esférica, todas con el mismo radio de curvatura y  $E_c$  es el módulo elástico compuesto de los dos materiales en contacto.

Realizando una medición de los perfiles de rugosidad del Disco se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1 Propiedades para cálculo de índice de Plasticidad e Índice

$E_c$ [Pa]	$R$ [ $\mu m$ ]	$\sigma$ [ $\mu m$ ]	$H$ [MPa]	$\psi$
$1.061811 \times 10^{11}$	791.552	0.772	3.4	0.9756

Como el índice es aproximadamente uno,  $\psi \approx 1$ , se tiene que el contacto es predominantemente plástico. Ahora bien, para calcular el área real de contacto es necesario utilizar un modelo o ecuación constitutiva para contacto plástico ([R. Hill, 1950](#)).

La ecuación (1-12) nos permite calcular el área real de contacto para un contacto predominantemente plástico.

$$A_r \approx \frac{L}{H} \quad (3-4)$$

La ecuación (1-12) plantea que las asperezas en contacto del material más blando fluirán plásticamente incrementando el área de contacto. Es importante aclarar que para el desarrollo de esta expresión se plantearon diferentes tipos de supuestos, tarea típica en el proceso de modelado, pero no se hicieron suposiciones acerca de la geometría de contacto ([C.M. Mathew, 2008](#)).

Finalmente, utilizando la ecuación (1-12) se calcula el área real de contacto. Para una carga de  $L = 60 [N]$  se obtiene:

$$A_r = 1.765 \times 10^{-5} [m^2] \quad (3-5)$$

### 3.1.3 Modelo Matemático

El modelo matemático consta de las condiciones de frontera, las condiciones iniciales, los supuestos y las ecuaciones diferenciales.

#### *Condiciones de Frontera*

Las condiciones de frontera indican la interacción del sistema con el ambiente y, en este caso, se divide en tres regiones: Una, cara o región que está en contacto con el sólido en deslizamiento (Pin), es decir región de generación y transporte del Calor. Dos, cara axisimétrica y tres, área inferior y superior lateral (región sin contacto, ver Figura 3-2) y pérdida energética convectiva. Las condiciones de frontera para cada una de estas regiones están dadas a continuación:

#### *i) Cara que recibe calor*

El calor generado y transmitido al disco en el área de contacto se da por medio de conducción:

$$k \frac{\partial T}{\partial z} = -Q \quad (3-6)$$

#### *ii) Cara axisimétrica*

Con el fin de satisfacer la condición de axisimetría, es necesario establecer que no hay flujo de calor en la dirección axial.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (3-7)$$

#### *iii) Superficie inferior y superficie lateral*

Para el área que esta por fuera del área de contacto se considera que está a convección natural con el ambiente.

$$q = h(T - T_{env}) \left( \frac{1}{\partial x} + \frac{1}{\partial y} + \frac{1}{\partial z} \right) \quad (3-8)$$

### ***Supuestos***

Para el modelo del flujo de calor se consideran las siguientes suposiciones:

-Las propiedades físicas ( $\rho$ ,  $K$  y  $C_p$ ) son constantes ([A.Molinari & U. Straffelini, 1997](#))

(Ver Tabla 3-2)

-El calor tiene una distribución uniforme.

Tabla 3-2 Materiales y Propiedades.

<b>Propiedad</b>	<b>Valor</b>
Disco	Ti6Al4V
$\rho$	4510 $[Kg / m^3]$
$C_p$	522.3 $[J / Kg * K]$
$K$	11.4 $[W / m * K]$

### ***Ecuaciones Diferenciales***

Ahora bien, como se ha dicho, para estimar el comportamiento dinámico de esta temperatura es necesario solucionar la ecuación de energía, la cual se expresa a través de una ecuación diferencial de balance. Para obtener esta ecuación diferencial es necesario realizar un balance de energía a un volumen de control, este balance relaciona la cantidad de variación de la propiedad (Energía) en un volumen de control, el cual es afectado por efectos externos ([S.V. Patankar, 1980](#)); expresando finalmente un principio de conservación de energía.

Debido a que "es más fácil y más seguro, partir de las ecuaciones en forma general, y simplificarlas con el fin de adaptarlas a un problema de que se trate"; se ha tomado la forma general de la ecuación de energía, planteada por ([R. B. Bird & W.E. Stewart, 2006](#))

y se ha aplicado al problema de nuestro interés. Ahora bien, existen múltiples formas de expresar este balance, pues éste corresponde al primer principio de la termodinámica para un sistema abierto no estacionario, sin embargo la ecuación general que describe el flujo de calor en un material sólido es:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left( K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + K \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \right) \quad (3-9)$$

Ahora bien tomando la ecuación (3-9) y aplicándole el método de discretización de las Diferencias Finitas, presentado en el anexo 8.2, se obtiene la Ecuación Diferencial Parcial discretizada o el modelo de generación y transferencia térmica.

### ***Modelo térmico discretizado***

$$\begin{aligned} \frac{T_{m,r,n,i+1} - T_{m,r,n,i}}{\Delta t} &= \left( \frac{1}{\rho C_p} \right) \left[ K \frac{T_{m+1,r,n,i} - 2T_{m,r,n,i} + T_{m-1,r,n,i}}{\Delta x^2} \right. \\ &+ K \frac{T_{m,r+1,n,i} - 2T_{m,r,n,i} + T_{m,r-1,n,i}}{\Delta y^2} \\ &\left. + K \frac{T_{m,r,n+1,i} - 2T_{m,r,n,i} + T_{m,r,n-1,i}}{\Delta z^2} \right] \end{aligned} \quad (3-10)$$

Teniendo en cuenta los supuestos, el punto de operación y los parámetros del sistema se soluciona numéricamente, a través de integración directa, la ecuación (3-10) obtenida al aplicar el método de discretización. De esta solución numérica se obtiene la cuantificación de la energía generada por el contacto deslizante entre los sólidos metálicos y los perfiles del flujo de calor disipándose en la placa y así, se puede calcular las temperaturas instantáneas o del volumen, llamadas “*flash temperature*” y “*bulk temperature*” que aparecen por el contacto. Con la obtención de este par de temperaturas se puede calcular la entropía generada por el flujo de calor presentada a continuación.

## 3.2 Modelo de desgaste

Todos los sistemas deben obedecer el principio de la conservación de la energía, por la primera ley de la termodinámica se tiene que

$$dE = dQ - dW + \sum n_k dN_k \quad (3-11)$$

Donde  $E$  es la energía interna del sistema;  $Q$  y  $W$  son el flujo de calor y el flujo de trabajo a través de las fronteras del volumen de control respectivamente; y  $n_k$  y  $N_k$  son el potencial químico y el número de moles de los especímenes  $k$ . Ahora bien, aplicando la segunda ley de la termodinámica sobre el volumen de control, se tiene que el cambio de entropía está dado por:

$$dS = dS'_i + dS_i \quad (3-12)$$

Donde  $dS_i$  es el cambio del flujo o transferencia de entropía y  $dS'_i$  es la generación de entropía debido a la presencia de irreversibilidades dentro del sistema; todo dentro y/o a través del volumen de control. Ahora bien, tomemos nota que el flujo de entropía (irreversible) surge desde la transferencia de calor vía dos fenómenos: El flujo de calor  $dQ$  y el flujo de masa  $\sum n_k dN_k$

$$TdS_i = dQ + \sum n_k dN_k \quad (3-13)$$

En equilibrio, la entropía del sistema es máxima y la producción de entropía se da si:  $dS'_i/dt = 0$  ([D. Kondepudi & I. Prigogine, 1998](#)) es decir el sistema produciría entropía ( $dS'_i/dt > 0$ ) hasta el equilibrio. En estado estacionario se tiene que  $dE = 0$  y  $dS = 0$ . Es de nuestro interés estudiar el efecto irreversible de los procesos disipativos causados por el trabajo de fuerzas no conservativas.

Se define un *proceso de degradación disipativo*  $p_i$  como el mínimo grupo de sub-procesos físicos que generan la entropía  $S_i$ , la entropía es *No-negativa* e irreversible.

Un *mecanismo de disipación* es una serie de uno o varios procesos de degradación disipativos  $p_i (i = 1, 2, \dots, m)$ . Este deterioro depende de los materiales. Se supone que un mecanismo de degradación consiste de procesos disipativos  $p_i$ , donde cada  $p_i = p_i(\zeta_i^j)$

describe la energía, el trabajo o el calor característico del proceso y depende de una serie de variables fenomenológicas dependientes del tiempo  $\zeta_i^j = \zeta_i^j(t)$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Cada proceso disipativo  $p_i$  genera una entropía irreversible  $S_i = S_i\{p_i(\zeta_i^j)\}$  caracterizada por la misma serie de variables  $\zeta_i^j$ . Aquí se denota  $S_i$  como cada entropía irreversible, el subíndice  $i$  hace referencia a cada proceso  $p_i$  y el superíndice  $j$  indica cada variable fenomenológica  $\zeta_i^j$  del proceso  $p_i$ .

De acuerdo con la segunda ley de la termodinámica, los mecanismos de degradación que generan una entropía total serían:

$$S = \sum_i S_i\{p_i(\zeta_i^j) \dots p_i(\zeta_i^j)\} \quad (3-14)$$

Tomando la derivada de la ecuación anterior respecto al tiempo, por regla de la cadena se tiene que:

$$\dot{S} = \frac{dS_i}{dt} = \sum_i \sum_j \left( \frac{dS_i}{dp_i} \frac{dp_i}{d\zeta_i^j} \right) \frac{d\zeta_i^j}{dt} = \sum_i S_i \quad (3-15)$$

Por tanto y en concordancia con la segunda ley de la termodinámica “... *la entropía total del sistema va ser igual a la suma de las entropías de cada parte*” en nuestro caso, es la suma de cada proceso disipativo.

### 3.2.1 Procesos disipativos en intercaras Tribológicas

Bryant & Khonsari realizan un interesante análisis de la entropía generada durante el estudio del proceso de desgaste ([M.D Bryant & M.M Khonsari, 2008](#)). Empiezan con asumir que tanto la fricción como el desgaste son manifestaciones de los mismos procesos disipativos físicos que ocurren en la superficie de deslizamiento. La fuerza de fricción disipa energía y genera entropía, mientras que el desgaste es el cambio irreversible en la estructura del material, a menudo representado o cuantificado en la pérdida de masa o volumen del material en deslizamiento, esto depende del mecanismo de desgaste que se lleve a cabo en la interfaz de contacto o en la zona afectada mecánicamente (MAZ, por sus siglas en inglés) definida por H. A. Abdel-Aal ([H. A. Abdel-aal, 2003](#)). Bryant ([M. D. Bryant, 2009](#)) identifica los mecanismos de producción entrópica o disipación energética

durante varios procesos disipativos. A continuación se presenta los dos mecanismos energéticos de daño que son estudiados en este trabajo:

I. Desgaste abrasivo, asociado con deformación plástica y/o corte de material:

$$dS_1 = \frac{U_c}{T_{bulk}} dV \quad (3-16)$$

Donde  $U_c$  es el trabajo (deformación plástica o corte) por unidad de volumen  $dV$  afectado.  $T_m$  es la temperatura promedio del material afectado

II. Transferencia de Calor, asociada al flujo del calor  $dQ$  desde la región de mayor temperatura  $T_{flash}$  a la región de menor temperatura  $T_{bulk}$

$$dS_2 = \left( \frac{1}{T_{flash}} - \frac{1}{T_{bulk}} \right) dQ \quad (3-17)$$

III. Flujo de entropía debido al flujo de calor  $dQ$  que deja el volumen de control a una temperatura "Bulk"

$$dS_3 = \frac{dQ}{T_{bulk}} \quad (3-18)$$

### 3.2.2 Formulación de Problema

El desgaste en sólidos por contacto deslizante en seco es comúnmente medido por la pérdida de material (volumen perdido). Entendemos deslizamiento en seco como el movimiento relativo de las partes adyacentes de trabajo de dos cuerpos sólidos, en nuestro caso metálicos, sin lubricante.

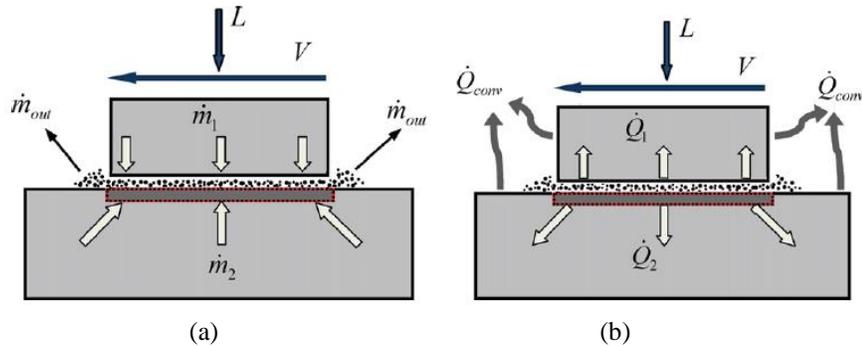


Figura 3-4. Interfaz de contacto típico en una configuración de deslizamiento en seco. a) Ilustración de flujo de masa b) Ilustración flujo de calor (A.B., Aghdam & M.M., Khonsari, 2011).

En una configuración típica de un par deslizante se tiene que el cuerpo estático ejerce una fuerza normal  $N$ , dada por su masa  $m_1$  y la carga  $L$  aplicada al cuerpo que se desplaza a una velocidad  $V$  (ver Figura 3-4), con masa  $m_2$ , generando una fuerza tangencial o Fuerza de Fricción  $F$ .

Ahora bien, consideremos un *volumen de control* el cual va estar encerrado por la superficie en contacto deslizante y cerca del interior del volumen que está en proceso de desgaste. En la Figura 3-4 se denota el volumen de control por la línea punteada roja. El sistema se asume en estado estacionario manteniendo un volumen de control fijo. La fuerza de fricción  $F$  dada por el deslizamiento a través de la distancia  $dx$  hace un trabajo  $dW$  sobre el volumen de control, dado por:

$$-dW = Fdx = \mu Ndx \quad (3-19)$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción y  $N$  es la carga aplicada. El signo menos significa que el trabajo fue realizado desde fuera del volumen de control y disipado dentro del volumen de control.

### **Supuestos:**

- i) *La velocidad de deslizamiento es constante.*
- ii) *La fuerza de fricción es un proceso estacionario.*
- iii) *Los cambios de energía interna  $dE$  dentro del volumen de control son iguales a cero.*
- iv) *Los efectos de la energía transportada por el material perdido son pequeños.*

- v) *El término  $\sum n_k dN_k$  de las ecuaciones (3-11) y (3-13) es insignificante, esto permite que se pueda estudiar el proceso como un sistema cerrado.*
- vi) *No ocurren reacciones químicas.*
- vii) *Todo el trabajo generado por la fricción es disipado dentro del volumen de control.*
- viii) *El sistema se asume como cerrado.*
- ix) *Solo actúan en el sistema los mecanismos de daño presentados (Deformación Plástica y Transferencia de Calor).*
- x) *Las propiedades de los Materiales no cambian con la temperatura, ni con el tiempo.*

Se asume que el sistema es cerrado aunque se esté buscando con el modelo una tasa de remoción de material, cambio de masa en el tiempo, debido a que la alta generación energética que ocurre en el sistema es muchas veces más grande que el cambio de la masa. Además se asume que la masa que es removida del sólido, perdiendo sus funciones estructurales, es expulsada a temperatura del volumen o “*Bulk Temperature*” disipando una muy baja cantidad de energía térmica ([J. S. Rudas et al., 2012](#)). Además se asume que la velocidad relativa de la masa expulsada con respecto al volumen de control es cercana a cero, disipando, de igual manera, una muy baja cantidad de energía cinética

Ahora bien, aplicando los supuestos de *i*) al *viii*) a las ecuaciones (3-11), (3-12) y (3-13) se tiene que:

$$dW = dQ = TdS_i = -TdS'_i \quad (3-20)$$

La tasa de entropía irreversible generada debido a la fricción se puede obtener como sigue:

$$\frac{dS'_i}{dt} = \frac{F}{T} \frac{dx}{dt} = \frac{F}{T} V \quad (3-21)$$

Por el contacto de estos cuerpos toma lugar una deformación severa en una capa a solo unos pocos cientos de micrómetros debajo de la superficie de contacto. A esta capa deformada frecuentemente se hace referencia como una Tribo-película de contacto o Capa de Deformación Severa (SDL, por sus siglas en inglés) ([N. Aderghal et al., 2011](#)). Durante el proceso de deslizamiento, las rugosidades que se forman se “*pulen*” continuamente y nuevas micro-unioniones y fragmentos o desechos son formados, resultando en la generación de una nueva interfaz de contacto. Sin embargo, al alcanzar el estado estacionario, el espesor de la capa de deformación severa seguiría siendo constante, así como los otros

parámetros de fricción en el sistema, por ejemplo, el coeficiente de fricción y la tasa de desgaste ([N. Aderghal et al., 2011](#))

La acumulación de energía en la zona afectada mecánicamente tiende a maximizar el potencial energético sobre la superficie del material, esta maximización del potencial energético hace que el sistema deslizante pierda estabilidad, haciendo que uno o ambos materiales en contacto, respondan de manera que se consuma – disipando – parte o toda la energía acumulada con el fin de restablecer el equilibrio del sistema ([J. S. Rudas et al., 2012](#)). El material puede responder de diferentes formas: iniciando grietas, desgastando el material o generando desechos entre otros. La ecuación (3-17) representa la disipación de la acumulación energética anteriormente descrita y es responsable de parte del deterioro del material. Retomando; sí se aplica el concepto de entropía dado por la ecuación (1-17) en la ecuación (3-17) se obtiene que:

$$dS_2 = \left( \frac{1}{T_{flash}} - \frac{1}{T_{bulk}} \right) dQ = (S_{flash} - S_{bulk}) \quad (3-22)$$

Ahora bien, como  $dS_2$  es responsable por parte de la pérdida de material se tiene:

$$dS_2 = \dot{m}(S_{flash} - S_{bulk}) \quad (3-23)$$

Donde  $\dot{m}$  representa la pérdida de masa en el proceso de deslizamiento entre sólidos. Y el término  $(S_{flash} - S_{bulk})$  de la anterior ecuación se soluciona:

$$dS_2 = \dot{m}(S_{flash} - S_{bulk}) = \dot{m} \int_{T_{bulk}}^{T_{flash}} \frac{C_p}{T} dT \quad (3-24)$$

Del mismo modo, se sabe que para deslizamiento entre metales dúctiles el proceso disipativo dominante del trabajo generado en el contacto es la deformación plástica ([Rigney & Hirth 1979](#)). En la sección 1.1.1 se planearon cuatro posibles procesos de desgaste que se pueden presentar en el mecanismo de desgaste abrasivo. En este trabajo se estudiará solamente uno de ellos: Microcorte, es muy posible que se presenten procesos de oxidación, de adhesión en el sistema, sin embargo como no fue de nuestro interés estudiar el proceso de oxidación o adhesión se supone que dichos procesos no se llevan a cabo en

el sistema. Es importante aclarar que este trabajo es un primer acercamiento al problema, se hace la aclaración de realizar un estudio del proceso de oxidación en los trabajos futuros y en los próximos desarrollos donde se puedan incluir todos los demás mecanismos de desgaste, como los restantes micromecanismos presentes en el proceso de abrasión. Dado que el par tribológico que se eligió para este estudio presenta, predominantemente, el micromecanismo de Microcorte dada las propiedades de corte del Wc/Co se tiene como único mecanismos de desgaste mecánico. Este micromecanismo de desgaste es ocasionado por partículas que “cortan” el material más blando, realizando o dejando unos surcos como huella. El material removido es igual al volumen de los surcos dejados por las partículas. Zum Gahr en ([K.H. Zum, 1998](#)) propone que la proporción del volumen de material eliminado, como residuos de desgaste, puede ser definido por

$$f_{ab} = \frac{A_g - A_s}{A_g} \quad (3-25)$$

Donde  $A_g$  es el área transversal de a ranura dejada por la partícula y  $A_s$  representa la cantidad de material que se ubica a los lados de los surcos, dado por deformación plástica (Ver Figura 3-5). Si el factor  $f_{ab}$  obtiene valores cercanos a la unidad se presenta el caso ideal del microcorte, si por el contrario es igual a cero sería el caso ideal del microarado.

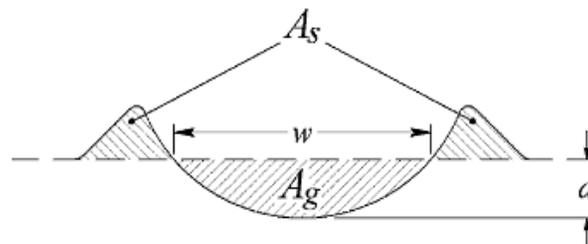


Figura 3-5 Representación del factor  $f_{ab}$ , donde se distinguen el material removido o surco  $A_g$  y el material deformado plásticamente  $A_s$

La energía que se disipa en el mecanismo de abrasión está dada por la ecuación (3-16), la cual representa la energía disipada por deformación plástica, fricción por arado o corte.

Si se consideran los siguientes supuestos:

- i) Caso ideal de corte puro se tiene que  $f_{ab} = 1$ , es decir,  $A_s = 0$

ii) *Las partículas o asperezas son completamente esféricas de radio R*

Se tiene que  $U_c$ , el trabajo generado por el desgaste abrasivo estaría dado por la ecuación (3-26), donde  $A_g$  es el área transversal de la partícula abrasiva. El desarrollo del cálculo de  $A_g$  se presenta en el Anexo 8.4

$$U_c = \frac{\mu N}{A_g} \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad (3-26)$$

Ahora, como lo expresa la ecuación (3-16), es la energía disipada por abrasión por volumen, se halla el volumen que remueve la partícula en deslizamiento, este volumen es equivalente a un porcentaje de la masa removida en todo el proceso, es decir, la energía disipada por el mecanismo de abrasión es responsable por parte de la masa que sale del sistema, por tanto se tiene que de la ecuación (3-16) se puede expresar el cambio de volumen  $dV$  en función de la masa  $dV = f(\dot{m})$

$$dS_1 = \frac{U_c}{T_m} dV = \frac{U_c}{T_m} \left( \frac{dm}{dt} \frac{1}{\rho} \right) \quad (3-27)$$

Reemplazando la ecuación (3-26) en la ecuación (3-27) se obtiene:

$$dS_1 = \frac{\mu N}{A_g \cdot T_{bulk} \cdot \rho} \dot{m} \quad (3-28)$$

La ecuación (3-28) representa disipación de energía debido al trabajo generado por el desgaste abrasivo de una partícula o aspereza esférica con área transversal  $A_v$  ortogonal a la dirección de deslizamiento. Sin embargo en el proceso de deslizamiento se encuentran una gran cantidad de partículas desgastando el material en el mismo instante, por tanto es necesario hallar la cantidad de partículas que ayudan a este mecanismo de disipación. Consecuentemente se tiene que una partícula de radio  $R$ , con profundidad de penetración  $d$  y radio de penetración  $a$ , presenta un área paralela a la superficie de deslizamiento igual a (ver Figura 3-6):

$$A_i = \pi a^2 \quad (3-29)$$

Ahora, conociendo el área real de contacto dada por la ecuación (1-12) y dividiéndola por la ecuación (3-29) se obtiene

$$K = \frac{A_r}{A_i} \quad (3-30)$$

donde,  $K$  es la cantidad de partículas o asperezas en contacto con área de contacto  $A_i$  y,  $A_r = \sum_{i=1}^n (A_i)$  es el área real de contacto.

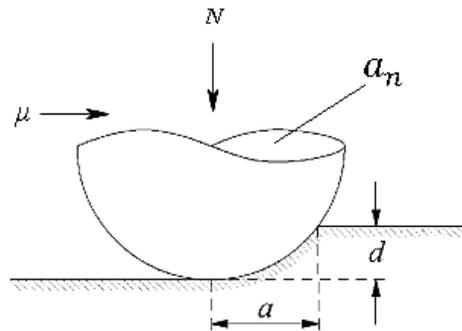


Figura 3-6. Geometría de la profundidad alcanzada por una partícula abrasiva

Por otro lado es importante considerar qué tipo de par tribológico se está estudiando con el fin de determinar el coeficiente porcentual  $\eta$  de eficiencia de corte. Dicho coeficiente  $\eta$  está en función de las propiedades del par tribológico como las durezas y las rugosidades de cada uno de materiales participantes en el proceso de deslizamiento. Para el caso de materiales diseñados específicamente para mecanizado como el caso de Aceros rápidos, de Carburos, de Nitruros o Herramientas diamantadas la eficiencia de corte es mayor al 70% para un coeficiente de  $\eta \geq 0.7$

Retomando la ecuación ( 3-28) y ponderándola con la ecuación (3-30) y el coeficiente de eficiencia de corte se obtiene que:

$$dS_1 = \frac{\mu N}{A_g \cdot T_{bulk} \cdot \rho} (K \cdot \eta) \dot{m} \quad (3-31)$$

La ecuación ( 3-31) representa la energía disipada en un proceso de microcorte puro dado por un mecanismo de desgaste abrasivo en un sistema de deslizamiento entre sólidos por  $K$  partículas con una eficiencia de corte igual a  $\eta$ .

Siguiendo con el análisis de los mecanismos energéticos de desgaste se tiene que existe una disipación o flujo de entropía debido al flujo de calor  $dQ$  que deja el volumen de control a una temperatura determinada. Este flujo de calor  $dQ$  está dado por las

condiciones de operación del sistema, las propiedades de los materiales en deslizamiento y las condiciones del ambiente alrededor del proceso siendo una pérdida energética importante (A.B., Aghdam & M.M., Khonsari, 2011). Respecto al flujo de calor Ghosh y otros en (D. Ghosh et al., 1999) plantean que el flujo de calor disipado del sistema es:

$$Q = \frac{\mu N x R_p^2 2\pi\omega}{A_n} \left[ \frac{N \cdot m}{s} \right] \quad (3-32)$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción,  $N$  es la carga total aplicada,  $x$  es la distancia entre el centro del pin y el disco,  $R_p$  es el radio del Pin,  $\omega$  es la velocidad angular del sistema y  $A_n$  es el área aparente de contacto. La ecuación (3-32) plantea que la energía disipada está proporcionada por las condiciones de operación del sistema, en ese caso de un tribómetro pin disco. Como en esta tesis se plantea validar el modelo propuesto con una serie de experimentos desarrollados en el tribómetro pin disco, ya sean publicados o realizados en laboratorio, se toma que la energía que se disipa desde el volumen de control lo hace a temperatura del volumen circundante al contacto o “*bulk temperature*” a un flujo dado por la ecuación (3-32). Este flujo de entropía (ecuación (3-33)) no contiene ningún término de flujo de masa, ya que dicho mecanismo de disipación es solo pérdida de calor hacia el entorno, y no favorece la pérdida de material del sistema deslizante.

$$dS_3 = \frac{\mu N x R_p^2 2\pi\omega}{A_n \cdot T_{bulk}} \quad (3-33)$$

Finalmente y como ya se ha propuesto anteriormente: “*La entropía de un sistema es una propiedad extensiva. Si el sistema consiste en varias partes o mecanismos de disipación, entonces la entropía total del sistema va ser igual a la suma de las entropías de cada parte o a la suma de los mecanismo*” validado por la ecuación (3-15) se tiene que:

$$\dot{S} = \sum_i S_i = dS_1 + dS_2 + dS_3 \quad (3-34)$$

Donde diferentes mecanismos disipativos que ayudan a aumento de la entropía generada dentro del volumen de control representados por las ecuaciones de (3-24) y (3-31) se suman con el flujo de entropía fuera del sistema dado por la ecuación (3-33) y se igualan a

la tasa total de entropía irreversible dada por la ecuación (3-21) se obtiene, finalmente, que:

$$dS_i = \frac{dQ}{T_{bulk}} + \left[ \int_{T_{bulk}}^{T_{flash}} \frac{C_p}{T} dT \right] \dot{m} + \left[ \frac{\mu N (K \cdot \eta)}{A_g \cdot T_{bulk} \cdot \rho} \right] \dot{m} \quad (3-35)$$

La ecuación (3-35) representa la tasa de entropía irreversible generada por el proceso de deslizamiento entre sólidos metálicos. Ahora bien, reemplazando la ecuación (3-21) en la ecuación (3-35) y despejando el término  $\dot{m}$  se tiene

$$\dot{m} = \frac{\frac{\mu N V}{T_{bulk}} - \frac{\mu N x R_p^2 2\pi\omega}{A_n \cdot T_{bulk}}}{\int_{T_{bulk}}^{T_{flash}} \frac{C_p}{T} dT + \frac{\mu N (K \cdot \eta)}{A_g \cdot T_{bulk} \cdot \rho}} \quad (3-36)$$

La ecuación (3-36) representa y predice la pérdida de masa dada en un proceso de deslizamiento entre sólidos bajo condiciones de operación similares a un tribómetro Pin Disco.

### 3.3 Análisis y uso del Modelo

Como se mencionó en la sección 2.2 los Modelos semifísicos de base fenomenológica logran representar y predecir un proceso determinado, característica que muchos otros tipos de modelos o descriptores teóricos presentan, pero los MSBF logran explicar el proceso basándose en el estudio de los fenómenos intrínsecos del sistema y su representación físico-química-matemática. La ecuación (3-36) relaciona variables obtenidas de una entidad balanceable (la energía y la entropía en este caso), parámetros de operación del sistema, parámetros geométricos del sistema y propiedades de los materiales estudiados. Desde la mirada de la teoría de control los estados son la mínima cantidad de variables que pueden representar el comportamiento del sistema estudiado, para el caso del proceso de desgaste tenemos que con tres variables: la Temperatura *Flash*, la Temperatura *Bulk*, y la entropía generada dentro del sistema, logramos dar cuenta sobre el comportamiento del proceso de desgaste. Si bien las variables  $T_{flash}$  y  $T_{Bulk}$  fueron

obtenidas de un sistema matemático finitodimensional donde estrictamente hablando tendríamos un número enorme, pero finito, de estados o variables, tenemos que desde una mirada macroscópica del sistema la información que nos provee estas dos variables es suficiente para representar todos los finitos estados o, mejor aún, dar cuenta del comportamiento del sistema a nivel térmico. Esto se da porque el contenido de información de estas variables tiene un amplio espectro frecuencialmente, haciendo que la información de todas las demás variables menos relevantes sean “absorbidas” por la  $T_{flash}$  y  $T_{Bulk}$ . Ahora, es importante aclarar que fue necesaria la mirada infinitodimensional del sistema, solución numérica/matemática con múltiples ecuaciones derivadas parciales o EDP's, ya que desde esta mirada se logró caracterizar correctamente el comportamiento térmico del proceso de desgaste. Con estas dos variables también se determinó que la dinámica del sistema era *instantánea*, razón por la cual es llamada la temperatura *flash*, y se pudo entrever que el sistema implica un alto grado de *estacionariedad* a nivel térmico, por tanto a nivel entrópico ocurrirá lo mismo. La estacionariedad que se abstrae del problema ocurre a nivel macroscópico y no es del todo asombrosa ya que en el ensayo de laboratorio también se asume un comportamiento en estado estable y se calcula una tasa de desgaste y no una dinámica del cambio de la masa. Todo esto ocurre sin asumir que los cambios que sufre la zona afectada mecánicamente (MAZ), o zona de contacto, se den en estado estacionario, y por tanto es importante identificar cual es la entrada de energía al sistema. El modelo nos dice que la entrada de energía al sistema es un flujo de calor, pero este flujo de calor está dado por la relación entre la fuerza normal, la velocidad de deslizamiento, el área real de contacto y la fuerza tangencial (ver ecuación (3-2)); a su vez el área real de contacto es una relación entre la dureza y la carga. De la anterior lista se tiene que la dureza de los materiales es una propiedad por tanto es un parámetro del sistema. La carga y la velocidad de deslizamiento son las responsables de que se cree una fuerza tangencial y una zona afectada mecánicamente, es así que los parámetros Carga  $[N]$  y Velocidad de Deslizamiento  $[V]$  son los responsables de que se dé el fenómeno de fricción y se aumente o disminuya el área real de contacto. Ahora, la carga es constante, la dureza es constante (se supone que las propiedades de los materiales no cambian ni con el tiempo ni con la temperatura, ver sección 3.2.2) además también se supone que la fricción es estacionaria e isotrópica, lo cual ayuda que el área real de contacto también pueda

suponerse constante dada la unidirección de deslizamiento por tanto el área real de contacto también será un parámetro y así se tiene que la Carga y la velocidad son las responsables de generar la fricción y su vez es el contacto friccional que ocasiona la concentración y aumento de esfuerzos y tensiones localizados en las asperezas en contacto que son la causa de que se genere un flujo de calor y los instantáneos deltas térmicos (ver Figura 3-7).

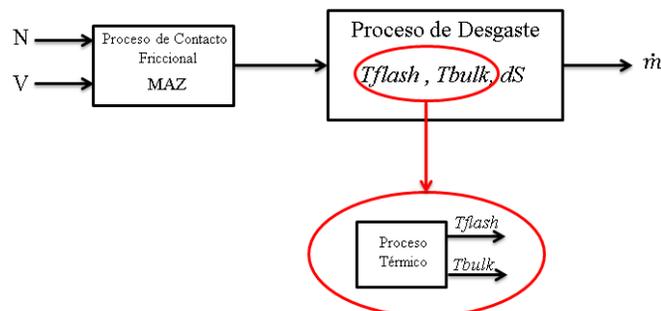


Figura 3-7. Diagrama del flujo del proceso de desgaste

La fricción es la causa de que ocurra un desgaste pero a diferencia de las fuerzas, o las cargas, la fricción es un fenómeno que presenta una alta componente no lineal haciendo que su estudio resulte intrincado como es bien conocido en la literatura. Por lo tanto utilizamos otra entidad, o propiedad termodinámica igualmente balanceable y cuantificable como la energía, pero a diferencia de esta no conservativa, la entropía. Tenemos claro que el contacto mecánico y la fricción puede ser la causa de todas las causas en el proceso de desgaste por deslizamiento entre sólidos en seco, entendiendo al contacto, friccional o no, como un proceso inestabilizante de la zona afectada mecánicamente, es decir aumenta la energía de Gibbs de los múltiples microsistemas alrededor de la MAZ (ver ecuación (3-21)). La ecuación (3-35) puede verse como la sumatoria de los diferentes modos en que el sistema intenta recuperar su equilibrio termodinámico. El sistema busca la manera de disipar la energía acumulada por el contacto friccional, es así como puede intentar estabilizar la MAZ a nivel térmico (ecuación (3-22)), también puede reorganizarse estructuralmente generando/propagando grietas y generando pérdida de materia (ecuación (3-28)) o disipando la energía en forma de calor al ambiente (ecuación (3-33)) en fin, puede incluirse tantos mecanismos de disipación cuantificables según su relevancia en el proceso. En resumen, la entropía logra “*dar cuenta de todo lo que ocurre dentro del*

*sistema*” y por tanto logra identificar, representar, predecir y aproximarnos a una explicación de que ocurre en un proceso de desgaste. Es importante ver que la ecuación (3-36) relaciona constantes y eficiencias y que el proceso a nivel termodinámico responde de forma tal que el sistema tienda a su mínima energía o energía de equilibrio y dichas constantes y eficiencias ayudan en la sintonización del modelo, pero también pueden apartarnos del entendimiento del proceso.

Finalmente se puede observar que las descripciones teóricas, como el modelo de desgaste propuesto en este trabajo, se puede utilizar en códigos numéricos para los cálculos de la resistencia de estructuras y materiales. Los cálculos pueden ser útiles para la mejora de la resistencia al desgaste de los materiales y la durabilidad en deslizamiento y desgaste de partes de máquinas y herramientas.

*En aquel Imperio, el Arte de la Cartografía logró tal  
Perfección que el Mapa de una sola  
Provincia ocupaba toda una Ciudad, y el  
Mapa del Imperio, toda una Provincia.  
Con el tiempo, estos Mapas Desmesurados no satisficieron y los  
Colegios de Cartógrafos levantaron un Mapa del Imperio, que tenía el  
Tamaño del Imperio y coincidía puntualmente con él.*

*Suárez Miranda: Viajes de varones prudentes,  
libro cuarto, cap. XLV, Lérida, 1658.*

*Del Rigor en la Ciencia, en El Hacedor,  
Jorge Luis Borges, 1960*

## **4. Implementación numérica de Modelo de las Dinámicas Termo-Mecánicas presentes en un par Deslizante**

En la primera parte de este capítulo se presenta, a modo de generalidades, el método utilizado para discretizar el modelo desarrollado y hallar una solución aproximada. Seguidamente, se presenta una representación esquemática del algoritmo de solución utilizado en busca de la solución del modelo matemático. Finalmente se presentan los resultados experimentales obtenidos de la simulación computacional y la validación del modelo propuesto.

## 4.1 Algoritmo de solución

El desarrollo de un modelo para predecir la tasa de desgaste en un proceso de deslizamiento entre sólidos, requiere de conocer y considerar la geometría del sistema, el punto de operación en el cual el modelo se solucionará y parámetros como las propiedades de los materiales participantes del par mecánico.

En la Figura 4-1 se presenta la representación esquemática del algoritmo propuesto para predecir la tasa de desgaste de un proceso de deslizamiento entre sólidos en seco

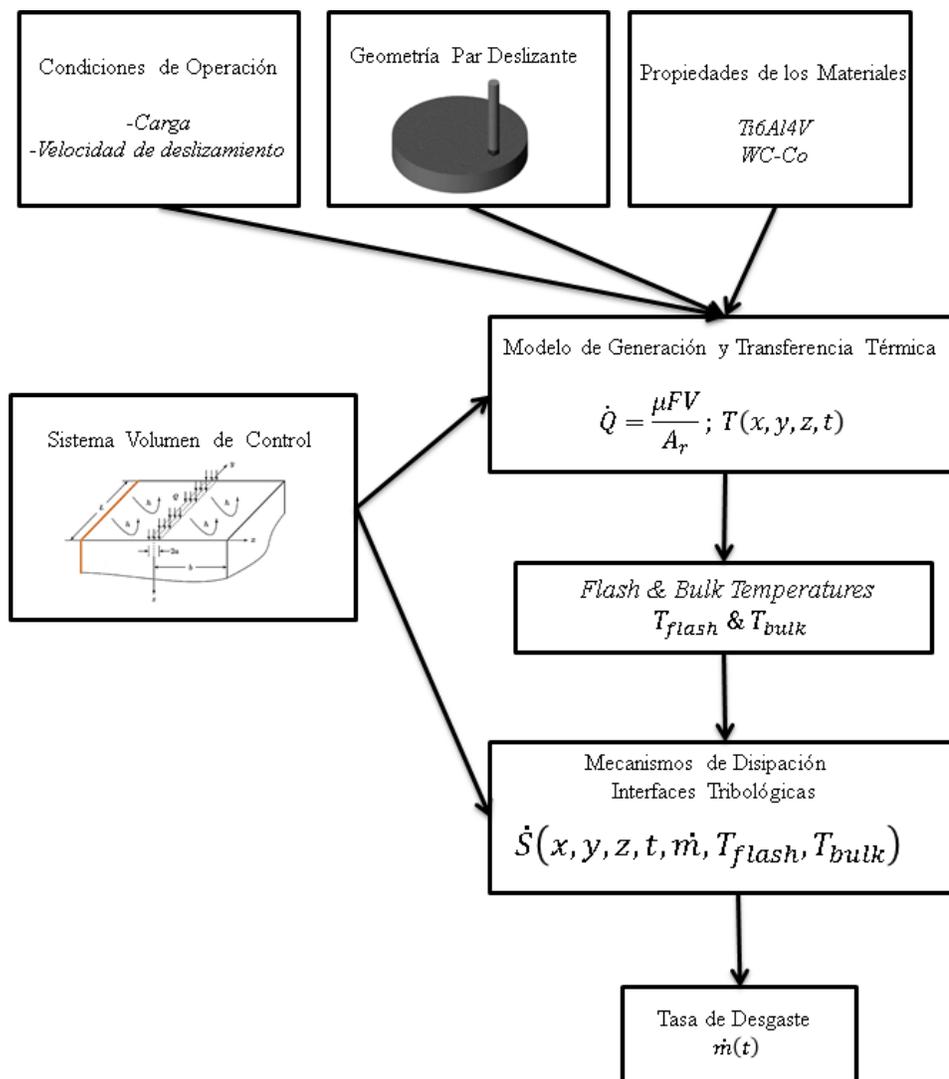


Figura 4-1. Representación esquemática del algoritmo propuesto para predecir la tasa de desgaste

## 4.2 Resultados experimentales

En este apartado se presentan y discuten los resultados obtenidos al efectuar una serie de experimentos en simulación del modelo matemático propuesto en el software Matlab®. Los resultados obtenidos a partir de la simulación serán comparados, a modo de validación, con datos tomados de un ensayo Pin Disco en el Laboratorio de Tribología y Superficies de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.

### *Modelo de Generación y Transferencia Térmica*

Como bien se había planteado anteriormente el modelo matemático consta del método de discretización, las condiciones de frontera, las condiciones iniciales, los supuestos y las ecuaciones diferenciales.

Tabla 4-1 Geometría del Problema, Placa de Titanio grado 5

<b>Dimensión</b>	<b>Valor [m]</b>
Largo	0.1737
Ancho	0.0276
Alto	0.0044

Por razones de simplicidad se tomará que el sólido que disipa toda la energía por el contacto estará estacionario y su geometría será la de una placa de longitud  $L$  (Ver Tabla 4-1), esta placa es de Titanio grado 5 -Ti6Al4V- aleación Titanio-Aluminio-Vanadio, la fuente de calor generado por el contacto deslizante en seco se da por el rozamiento entre la placa de Ti6Al4V con un Pin de Carburo de Tungsteno-Cobalto WC-Co, (en el Anexo 8.1 se presenta un breve apartado donde se habla de la cualidades de estos materiales y de sus propiedades físicas, químicas y mecánicas). Esta fuente de calor  $Q$  es constante sobre un área de anchura  $2a$  que se mueve a lo largo de la placa.

Como punto de operación se toma un compendio entre las condiciones experimentales desarrolladas por [\(A.Molinari & U. Straffelini, 1997\)](#) y las tomadas por [\(H. A. Abdel Aal 2003\)](#). (Ver Tabla 4-2)

Tabla 4-2 Parámetros de Operación del Tribosistema.

Parámetro	Valor
$\mu$	0.35
$N$	60 – 90 [N]
$V$	0.16 – 0.3 – 0.4 [m/seg]
$A_r$	$1.76 e^{-5} - 2.65 e^{-5}$ [m <sup>2</sup> ]
$T_{env}$	300 [K]
$T_{\infty}$	330 [K]
$h_{env}$	10 [W/m K]

Debido a un contacto deslizante en seco entre dos sólidos se tiene una generación de energía térmica que se disipa dentro del sólido en movimiento, en la Figura 4-1 se puede apreciar una vista superior de la placa sobre la cual se desplaza la fuente de calor. Los ejes X y Y son las coordenadas geométricas de la placa y en el eje Z se presenta la magnitud de la energía generada y, seguidamente, disipada dentro del sólido. El flujo térmico permite alcanzar temperaturas de hasta 1200K para una velocidad de deslizamiento de  $V = 0.16 \text{ m/seg}$ .

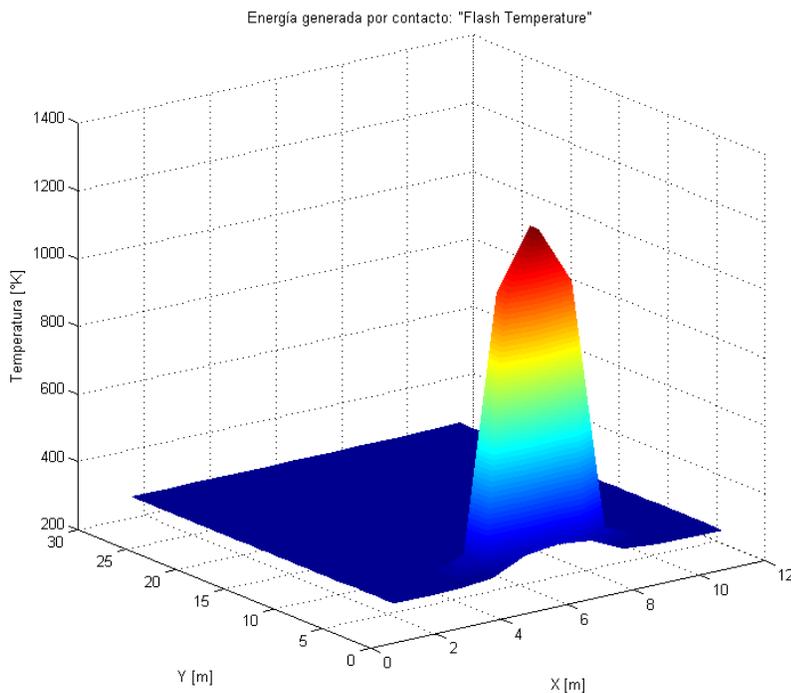


Figura 4-1 Perfil de energía generada por contacto

Este flujo de calor se disipa dentro del sólido generando de forma instantánea haciendo que se cree un delta térmico entre el volumen que absorbe la energía y su volumen circundante. Este delta térmico ocasiona una inestabilidad termodinámica pero el sólido responde buscando un equilibrio energético y aumenta su entropía e inicia algún proceso de deterioro, ya sea formando grietas o generando desechos, entre otros. Como se aprecia en la Figura 4-1 la magnitud del flujo de calor es elevada, si se mantiene esta energía constante durante un lapso considerable de tiempo las propiedades del material cambiarían considerablemente, ya que su potencial energético aumentaría.

En la Figura 4-2 se presenta la dinámica de la fuente de calor, se observa que su tiempo de estabilización es corto. Para lograr una mejor identificación del tiempo de respuesta se hace un acercamiento al transitorio del flujo de calor, como se presenta en la Figura 4-3. El tiempo de estabilización del flujo de calor es de aproximadamente  $40 \mu\text{seg}$ , una respuesta dinámica “instantánea”. Aquel flujo de calor es generado específicamente por el contacto entre las asperezas, donde la concentración de esfuerzos y tensiones hacen que se genere un delta de energía, bien llamado, una “Flash Temperature”. Esta temperatura ha sido planteada, entre otros autores, por Stachowiak y Batchelor ([G.W Stachowiak & A. W Batchelor, 1993](#)).

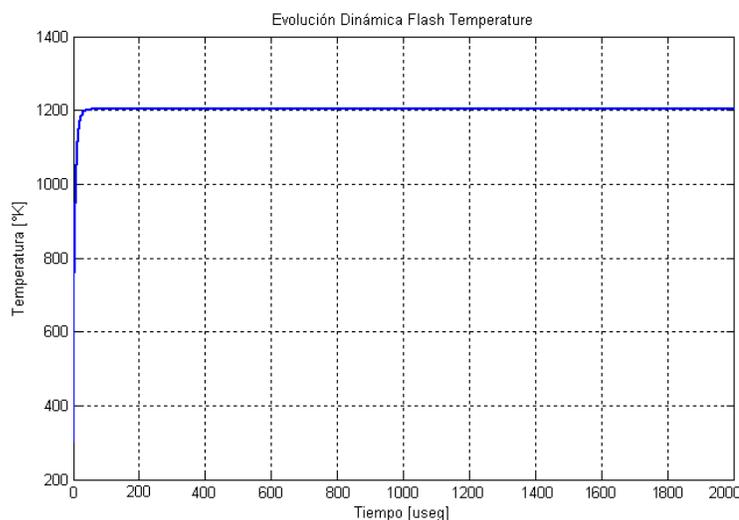


Figura 4-2 Dinámica de la fuente de calor generado: “Flash Temperature”

Esta energía tiene su máxima magnitud en las áreas de contacto y tiene una velocidad de transferencia alrededor de 2500 veces más alta que el desplazamiento de la fuente de calor,

por tanto cada vez que la fuente de calor abandona la posición de generación para desplazarse a una siguiente posición, la energía generada ya se habrá disipado mediante diferentes mecanismos dentro y fuera del sólido (placa en la simulación y disco en el caso real). La fuente de calor hará un recorrido y, emulando el caso real del tribómetro pin disco, pasará de nuevo por la posición inicial, dependiendo de la velocidad de desplazamiento de la fuente (o deslizamiento de los sólidos) se demorará determinado tiempo.

En el caso de la simulación realizada, la fuente de calor se desplaza con una velocidad constante de  $V = 0.16 \text{ m/seg}$  y realiza un ciclo completo en  $t = 0.448 \text{ seg}$ , suficiente tiempo para que la energía que se generó en la primera posición ya se haya disipado por completo al momento en que la fuente regresa a dicha posición. Es decir, cada vez que la fuente de calor regrese espacialmente a un mismo punto, dicho calor ya habrá sido disipado y no habrá acumulación térmica alguna; situación que no condiciona el aumento de la tasa de desgaste del sólido.

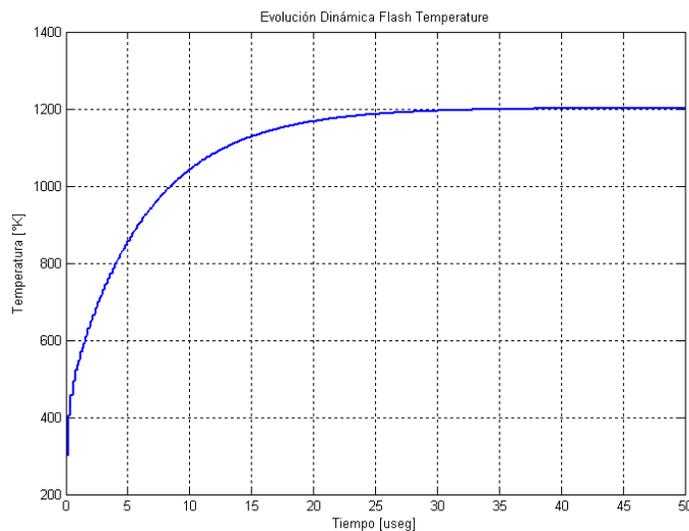


Figura 4-3 Transitorio del Flujo de Calor

Por otro lado, aunque la dinámica de la “Flash Temperature” sea tan veloz se presenta que el volumen alrededor del área real de contacto almacena suficiente energía para aumentar la temperatura de estas regiones circundantes al área de contacto en unos cuantos grados y por consiguiente, aumentando la tasa de disipación de energía, desde el volumen que ha acumulado dicho calor; es así como aparece la llamada “Bulk Temperature” o temperatura

de volumen la cual es igual a  $T_{bulk} = 337 [K]$ . Esta acumulación se puede apreciar en la Figura 4-4 donde se presenta una vista frontal superior de la placa estudiada y sus coordenadas geométricas. En dicha figura el área aparente de contacto está delineada por un rectángulo negro, toda la energía que se observa fuera de dicho rectángulo es debida al tránsito de la energía generada por el contacto, parte de esta energía se almacena momentáneamente alrededor del área de contacto, dando lugar a la “*Bulk Temperature*”.

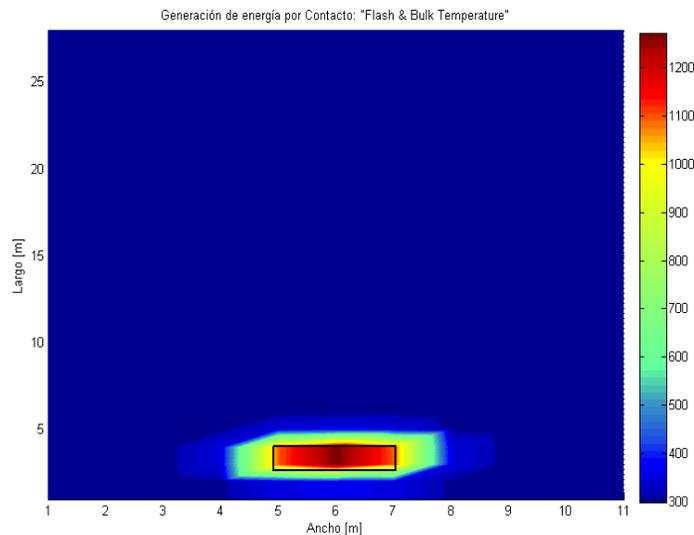


Figura 4-4 Acumulación térmica alrededor del área de contacto: “*Bulk Temperature*”

En la Figura 4-5 se presenta el desplazamiento de la fuente de calor y las temperaturas alcanzadas en cada uno de estos “pasos”. Se puede apreciar la transferencia de calor alrededor del área aparente de contacto e identificar las temperaturas “*flash* y *bulk*”. Estas temperaturas se encuentran en estado estable. Así, se ha llegado a determinar mediante la simulación de modelo de generación y transferencia térmica las variables  $T_{flash}$  y  $T_{bulk}$  (Temperatura *flash* y *bulk*, respectivamente).

La entrada de Calor al sistema está dada por la ecuación ( 3-2), esta ecuación relaciona el trabajo generado por el deslizamiento entre los sólidos con el área real de contacto. En la Figura 4-6 se presenta la variación de la temperatura máxima alcanzada para diferentes velocidades de deslizamiento; se puede observar que el sistema se estabiliza en todos los casos en alrededor de  $t = 40 [\mu seg]$  sin importar la velocidad en la que se desplace la fuente de calor, sí y solo sí  $V > 0$ , validando que la dinámica térmica del sistema es

muchas veces más rápida que el movimiento de la entrada de energía. Sin embargo el trabajo realizado por el sistema se reduce a medida que la velocidad también lo hace.

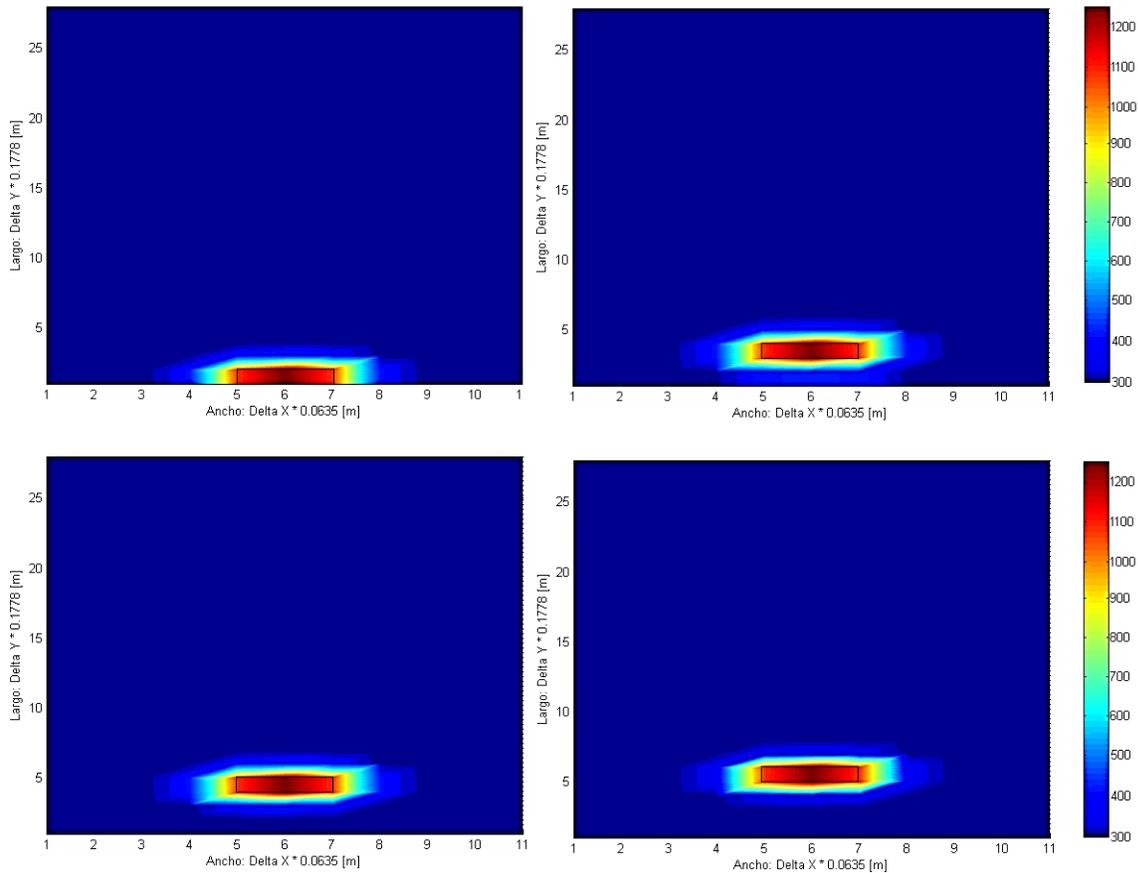


Figura 4-5 Desplazamiento de la fuente de Calor.  
Identificación de “Flash & Bulk Temperatures” en estado estable

Ahora bien, como ya se ha obtenido el valor de la energía generada por el contacto deslizante de un par mecánico se procede a realizar la simulación del Modelo para predecir la tasa de desgaste, en función de los diferentes mecanismos de disipación.

### 4.3 Validación del Modelo

En este apartado se calcula la tasa de desgaste presente en un par deslizante en función del flujo entrópico generado por el trabajo realizado por el contacto en seco del par mecánico.

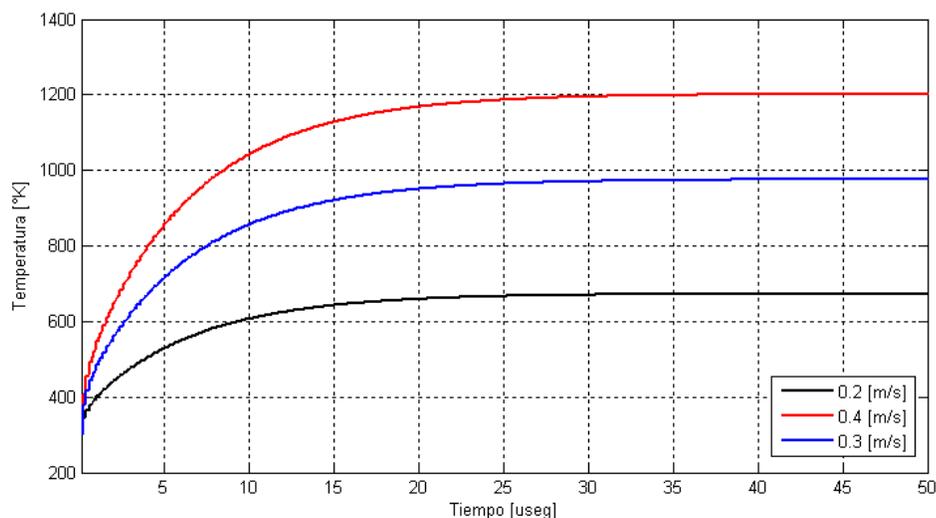


Figura 4-6 Variación de la Temperatura alcanzada para diferentes velocidades de deslizamiento

Como se discutió anteriormente en el sistema no se da una acumulación térmica debido a la alta velocidad de disipación que se presenta, haciendo que la magnitud de la temperatura que se alcanza en cada uno de los “pasos” donde se ubica la fuente de calor se establezca rápidamente, disipando de forma irreversible la energía que alcanza a transferirse al sólido. Por tanto se tiene que para unas condiciones fijas de operación (carga, velocidad de deslizamiento, área real de contacto y demás) el sistema siempre alcanza las mismas temperaturas *Flash* y *Bulk*. Es así como no es necesario realizar una simulación, ni para todo el tiempo que dura una prueba pin disco o ni para una longitud de deslizamiento equivalente a un test real, siendo suficiente calcular la energía generada en una sola posición de la fuente y seguidamente calcular el flujo de entropía debido a los mecanismos disipativos estudiados para, finalmente, calcular la tasa de desgaste para dicha posición y ponderarla con una constante que represente, ya sea el tiempo de la prueba real o de la longitud (en ciclos) realizados en la prueba.

La validación del modelo se realizó mediante la comparación de los resultados obtenidos en la simulación con los resultados de un ensayo de desgaste realizado en el laboratorio de Tribología de la Universidad Nacional de Colombia por ([R. Arrubla & C. Ochoa, 2011](#)) en un tribómetro Pin Disco y presentados en la Tabla 4-5 y en el Anexo 8.2 se presentan los procedimientos tenidos en cuenta para la realización de dichos ensayos. También se valida el modelo comparando los resultados de las simulaciones con los resultados de un ensayo

Disco-Disco realizado por ([A. Molinari et al., 1997](#)) pero presentado por H. A. Abdel-Aal en ([H. A. Abdel-aal, 2003](#)) y se recopilan ambos resultados en la Tabla 4-6. En el Anexo 8.1 se presenta un corto apartado donde se detallan las propiedades de cada uno de los materiales de estudio, en el caso de estudio realizado por ([R. Arrubla & C. Ochoa, 2011](#)) el par tribológico estaba dado por: Ti6Al4V-WC/Co. Y para los ensayos realizados por ([A. Molinari et al., 1997](#)) el par estuvo dado por: Ti6Al4V -AISI M2.

Tabla 4-3 Características del ensayo ([R. Arrubla & C. Ochoa, 2011](#))

<b>Par Tribológico: Ti6Al4V-WC/Co</b>	
<b>Carga [N]</b>	<b>Área Real de Contacto [m<sup>2</sup>]</b>
60	$1.76e^{-5}$
90	$2.647e^{-5}$

En las Tabla 4-3 y Tabla 4-4 se presentan las características del ensayo para la experimentación real del ensayo Pin Disco hecho por Arrubla y Ochoa ([R. Arrubla & C. Ochoa, 2011](#)) y para los ensayos realizados por H. A. Abdel-Aal en ([H. A. Abdel-aal, 2003](#)), respectivamente. Con el fin de validar el modelo se realiza una comparación entre los resultados del ensayo y los resultados presentados por H. A. Abdel-Aal con la simulación del modelo propuesto y desarrollado en este trabajo.

Tabla 4-4 Características del ensayo por ([A. Molinari et al., 1997](#)) presentados en ([H. A. Abdel-aal, 2003](#))

<b>Par Tribológico: Ti6Al4V-AISI M2</b>		
<b>Carga [N]</b>	<b>Dureza [MPa]</b>	<b>Área Real de Contacto [m<sup>2</sup>]</b>
50	7.4	$8.12e^{-6}$

La comparación entre los resultados experimentales, anteriormente presentados, con los resultados de las simulaciones, se realizaron teniendo en cuenta que los resultados de ambos experimentos son dependientes o pareados, por el hecho de tener el mismo punto de operación. El estadístico de prueba con el cual se valida el modelo está definido por la siguiente ecuación:

$$t_o = \frac{\bar{d}}{S_D/\sqrt{n}} \quad (4-1)$$

Donde

$t_o$ : Estadístico de Prueba

$\bar{d}$ : Promedio muestral de las diferencias

$S_D$ : Desviación estándar muestral de las diferencias

$n$ : Tamaño de la muestra

Tabla 4-5 Resultados ensayo Pin disco realizados por [\(R. Arrubla & C. Ochoa, 2011\)](#) y resultados obtenidos por el modelo propuesto en este trabajo

Parámetros		Test real Tribómetro Pin Disco	Presente Trabajo Simulación Modelo		
Velocidad de Deslizamiento [m/seg]	Carga [N]	Volumen Perdido [cm <sup>3</sup> ]	Volumen Perdido [cm <sup>3</sup> ]	Tasa de Desgaste [mm <sup>3</sup> /min]	Temperatura Máxima [°K]
0.4	60	0.031	0.0342	0.0074	1025.3
0.4	90	0.058	0.0637	0.0167	1267.8
0.3	60	0.027	0.0222	0.0058	700.45
0.3	90	0.044	0.0486	0.0120	903.72

Con el anterior estadístico de prueba se calcula el *valor-p* (significancia observada o calculada) y se compara con la significancia predefinida que se denota por alfa ( $\alpha$ ). Si la significancia observada es mayor que la significancia predefinida existe una alta probabilidad de que los materiales sean idénticos o muy parecidos.

Tabla 4-6 Resultados de los ensayos de [\(A. Molinari et al., 1997\)](#) presentados en [\(H. A. Abdel-aal, 2003\)](#) y los resultados del modelo propuesto en este trabajo

Parámetros		H. A. Abdel Aal, 2003		Presente Trabajo Simulación Modelo	
Velocidad de Deslizamiento [m/seg]	Carga [N]	Tasa de Desgaste [mm <sup>3</sup> /min]	Temperatura Máxima [°K]	Tasa de Desgaste [mm <sup>3</sup> /min]	Temperatura Máxima [°K]
0.4	50	0.01	731.55	0.0167	700.45
0.3	50	0.0098	784.17	0.0082	782.87

Para las comparaciones realizadas en este trabajo se define un valor de alfa del 5 % ( $\alpha = 0.05$ ), este valor es el más utilizado presente en la Literatura para la validación de modelos. El valor alfa corresponde al riesgo máximo que se está dispuesto a correr en el momento de determinar la igualdad o no entre dos muestras.

Tomando los datos tabulados en la Tabla 4-5 y la Tabla 4-6 se calcula el estadístico de prueba y se determina la significancia observada.

Tabla 4-7 Validación estadística del Modelo con datos de ensayo realizado por [\(R. Arrubla & C. Ochoa, 2011\)](#)

Variable comparada: Volumen perdido [ $cm^3$ ]		
Significancia	Valor-p	0.428
	Alfa ( $\alpha$ )	0.05

Tabla 4-8 Validación estadística del Modelo con resultados presentados en [H. A. Abdel-aal, 2003](#)

Variables comparadas: Tasa de Desgaste [ $mm^3/min$ ] Temperatura Máxima [ $^{\circ}K$ ]		
Significancia	Valor-p	0.369
	Alfa ( $\alpha$ )	0.05

En las Tablas Tabla 4-7 Tabla 4-8 se presenta la comparación entre las significancias calculadas para la validación del modelo. Se observa que lo valores del *valor-p* son mayores, en ambos casos, con respecto al valor predefinido de  $\alpha = 0.05$ . Esto permite afirmar estadísticamente y, de forma contundente, que los resultados obtenidos por el modelo propuesto y los datos adquiridos en el ensayo son idénticos. Igual ocurre con los datos presentados en el trabajo realizado por H. A. Abdel-Aal y los resultados de la simulación del modelo propuesto, ambos datos presentan la misma variabilidad, precisión o error de medición.

Con la información anterior se logra validar el modelo propuesto en este trabajo, afirmando que el modelo desarrollado logra predecir la tasa de desgaste, la temperatura generada y el volumen removido en un proceso de deslizamiento entre sólidos en seco.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se realizó un Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF) de las dinámicas termo-mecánicas presentes en un par deslizante con el fin de predecir la tasa de desgaste del proceso. El modelo desarrollado provee una excelente alternativa para predecir el comportamiento de algunas variables en el proceso de deslizamiento entre sólidos, no solo para predecir la tasa de desgaste del sistema, sino también, para observar las dinámicas de las variables presentes y explicar cuál es su influencia en la salida del sistema, el aumento y/o reducción de la tasa de desgaste. Además, el modelo desarrollado en esta tesis es altamente generalizable, logrando ser utilizado por cualquier par mecánico siempre y cuando el mecanismo de desgaste predominante sea el mismo que se desarrolló en esta tesis.

Para el desarrollo del modelo se realizaron dos aportes relevantes y explícitamente identificables: el modelado de generación y transferencia térmica, donde se halla la “*flash temperature*” y el modelado de los fenómenos disipativos de degradación.

### ***Modelado de la flash temperature***

Mediante un profundo análisis de los fenómenos de transporte y transferencia de energía térmica originada en el proceso de contacto deslizante se identificó cuáles son los parámetros de operación que relacionan el trabajo generado por el contacto. Es así como se propuso en esta tesis una ecuación constitutiva (ecuación (3-2)) que representa el calor generado por el contacto entre microasperezas. Esta ecuación sirvió como entrada de energía para el modelo térmico desarrollado, con el cual se obtuvo un modelo finito dimensional, capaz de representar la dinámica de la llamada “*Flash Temperature*”. Esta variable ha sido difícil de estudiar por lo intrincado de los conceptos fenomenológicos que la componen (dinámica instantánea, relación en el aumento en el flujo entrópico, posibles cambios en las propiedades de los materiales, entre otros). En este trabajo se logra determinar y cuantificar la influencia directa que tiene la “*Flash Temperature*” sobre el aumento y/o disminución de la tasa de desgaste en un proceso de deslizamiento entre sólidos.

Se determinó que las propiedades mecánicas de los materiales pertenecientes al par tribológico no se ven afectadas por las altas temperaturas o “*flash temperatures*”, ya que estas temperaturas, además de tener una magnitud elevada, tienen una dinámica altamente rápida y su tiempo de estabilización, como el de disipación, son alrededor de  $50 \mu\text{seg}$  razón por la cual no existe una acumulación de calor, y cada vez que la entrada de energía llega a un sitio donde anteriormente ya se había posado, este sitio ya ha disipado todo el trabajo generado por el contacto. Por tanto, el sólido sólo se encuentra sometido a estas elevadas temperaturas unos pocos microsegundos, tiempo insuficiente para causar un cambio sustancial en las propiedades del material a nivel macroscópico. Es importante considerar que se tiene claro que a nivel atómico y cristalino, estos tiempos son suficientes para realizar cambios relevantes en las propiedades del sistema; pero esta consideración atomística se escapa del nivel de detalle del modelo desarrollado en este trabajo.

### ***Modelado de los fenómenos disipativos de degradación***

Paralelamente se desarrolló un segundo modelo acoplado al anterior, tomando como base la segunda Ley de la Termodinámica, en el cual se calcula el aumento de la entropía del sistema mediante un balance de diferentes mecanismos de disipación en intercaras tribológicas, con el fin de predecir la tasa de desgaste presente en el proceso de deslizamiento. En la utilización de algunos de estos mecanismos se realizaron cambios a los postulados originales, desarrollando no solo ecuaciones constitutivas propias (ecuación (3-2)), sino además proponiendo una ecuación (ecuación (3-28)) que relaciona el cambio entrópico con la pérdida de masa por unidad de tiempo en el mecanismo de abrasión, específicamente del proceso de microcorte; esta ecuación es uno de los logros más relevantes obtenidos en este trabajo.

Es así como uno de los grandes aportes que hace este trabajo es un modelo que relaciona el aumento de la entropía con la cantidad de masa removida en un proceso de deslizamiento entre sólidos en seco capaz de predecir, y aún más allá, explicar y representar la tasa de desgaste en función de los mecanismos de disipación en interfaces tribológicas. Finalmente, es importante considerar que el modelo propuesto se rige por la fenomenología que representa el sistema, sin embargo está delimitado por los supuestos que se tienen en cuenta para el desarrollo del modelo. La gran cantidad de variables y

parámetros que pueden ser incluidos en un posible modelo haría que este aumente su nivel de precisión. Pero teniendo en cuenta las variables incluidas y supuestos propuestos se tiene que el modelo desarrollado en este trabajo realiza estimaciones precisas y predicciones certeras.

## **6. Trabajos futuros**

Durante todo el desarrollo de esta tesis se ha propuesto cuantificar la pérdida de masa en un proceso de deslizamiento entre sólidos, esto se logra cumplir a satisfacción y llevar a cabo realizando una sumatoria de “*algunos*” de los mecanismos de disipación que se dan en el proceso de deslizamiento y que pueden ser responsables de aumento y/o disminución de la tasa de desgaste. Se propone como trabajos futuros la integración de los procesos de Microarado, Microfatiga y Microfisuración en el cambio de entropía generado por el mecanismo de desgaste Abrasivo. Conjuntamente, queda abierto el campo de investigación para la combinación de todos los restantes posibles procesos disipativos presentes en intercaras tribológicas, como lo son: cambio de entropía debido al mecanismo de adhesión, de fatiga, al cambio entrópico dado por cambios de fases y/o recristalización, por difusión y reacciones químicas. Finalmente, se proponen el desarrollo de herramientas computacionales que permitan reducir la complejidad del sistema numérico resuelto.

## 7. BILIOGRAFÍA

- A, Marquilles. Estudio tribológico por desgaste micro-abrasivo, Tesis de Maestría Universitat Politècnica de Catalunya, 2007
- A. V. Chichinadze, Z. V. Ignatieva, M. A. Mamkchegov & A. G. Ginzburg, Thermal, physical and chemical processes under high-speed sliding and their relationship with parameters of friction and wear, Eurotrib '81, Proc. 3rd Int. Tribology Congr., Warsaw, 21 - 24, 1981.
- A. Molinari, G. Straffelini, B. Tesi, and T. Bacci. Dry sliding wear mechanisms of the Ti6Al4V alloy. *Wear*, 208, 105-112, 1997.
- A. Sinatora, C.C. V. Arango. Thermodynamic approaches in sliding wear: a review Suiza, *International Journal of Materials & Am*, 38(1), 93-116, 2010.
- A. V. Chichinadze. Calculation and Investigation of External Friction at Brakes. Nauka, Moscow, 1967.
- A. Zmitrowicz. Wear patterns and laws of wear – a review, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 44(2), 219-253, 2006.
- A.B., Aghdam & M.M., Khonsari, On the correlation between wear and entropy in dry sliding contact. *Wear* 270 (11-12), 781-790, 2011.
- B. Bushan & Y. Xie. Effects of particle size, polishing pad and contact pressure in free abrasive polishing. *Wear*, 200, 281–295, 1996.
- B.E. Klamecki. A thermodynamic model of friction. *Wear*, 63(1), 113-120, 1980b.
- B.E. Klamecki. Wear—an entropy production model. *Wear*, 58(2), 325-330, 1980a.
- C. A. Gómez, Y. A. Calderón, H. Álvarez; Construcción de modelos semifísicos de base fenomenológica. Caso proceso de fermentación. *Biotecnología en el Sector Agropecuario y Agroindustrial*, 6, 28-39. 2008.

- 
- C. Basaran & C.Y. Yan. A thermodynamic framework for damage mechanics of solder joints. *J. Elect. Pack.*, 120, 379–384, 1998.
- C. Dayson. Surface temperatures at unlubricated sliding contacts. *ASLE Trans.* 10(2), 169-174, 1967.
- C. Guang-Neng Dong, M. Hua, Jian Li & Kong B. Temperature field and wear prediction for UHMWPE acetabular. *Material and Design*, 28, 2402-2416, 2007.
- C. M. Mathew. *Tribology on the small scale*, Oxford University Press, 2008
- D, Kondepudi & I, Prigogine. *Modern thermodynamics: from heat engines to dissipative structures*. New York, NY: Wiley, 1998.
- D. A. Rigney, & J. P. Hirth, Plastic deformation and sliding friction of metals. *Wear*, 53, 345–370, 1979.
- D. F. Moore, *Principles and Applications of Tribology* (Pergamon, Oxford, 1975)
- D. Ghosh, H. Basu & I. Manna. Mathematical Modeling of thermal profile generated in the sample during a pin-on-disc wear testing operation. *Acta Metallurgica*, 40(4), 417-423, 1999.
- D. M. Kennedy & M. S. J. Hashmi. Methods of wear testing for advanced surface coatings and bulk materials. *Journal of Materials Processing Technology*, 77, 246-253, 1998.
- D.-cheol Ko & B.-min Kim. Development of an analytical scheme to predict the need for tool regrinding in shearing processes. *International Journal*, 40, 1329-1349, 2000.
- E, Rabinowicz. *Friction and Wear of Materials*. John Wiley and Sons, New York, 1965.
- E.-Sung Yoon, H. Kong, & O.-kwan Kwon. Evaluation of frictional characteristics for a pin-on-disk different dynamic parameters apparatus with. *Wear* 203/204, 341–349, 1997.
- F. A Suarez. Analisis del modelo de Archard para desgaste por deslizamiento en seco, Tesis de Pregrado en Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia, 2002

F. H. Stott. High-temperature sliding wear of metals. *Tribology International*, 35, 489-495, 2002.

F. P. Bowden, & D. Tabor. *The friction and lubrication of solids*. Oxford, Clarendon Press. 1950

F.E Kennedy & F.F. Ling. A thermal, thermoelastic and wear simulation of a high-energy sliding contact problem. *Journal of Lubrication Technology - Transactions of the ASME*, 94, 497-507, 1974.

F.F. Ling, M.D. Bryant & K.L. Doelling. On irreversible thermodynamics for wear prediction. *Wear*, 253, 1165–1172, 2002

G.W Stachowiak & A. W Batchelor; *Engineering tribology*, Tribology Series 24 , ED. Elsevier science publishers B.V. 1993

H. A. Abdel-aal & S. T. Smith. Thermal compatibility of metallic pairs in sliding contact. *Heat Mass Transfer*, 25(5), 599-608, 1998.

H. A. Abdel-aal, M. Nouari & M. E. Mansori. Tribo-energetic correlation of tool thermal properties to wear of WC-Co inserts in high speed dry machining of aeronautical grade titanium alloys. *Wear*, 266, 432-443, 2009.

H. A. Abdel-aal. On the interdependence between kinetics of friction-released thermal energy and the transition in wear mechanisms during sliding of metallic pairs. *Wear*, 254, 884-900, 2003.

H. A. Abdel-aal. The correlation between thermal property variation and high temperature wear transition of rubbing metals. *Wear*, 237, 147-151, 2000.

H. A. Abdel-aal. The deduction of friction-induced temperatures from thermal strain measurements in the dry sliding of metallic pairs. *Therm Science*, 38, 160-174, 1999.

H. Alvarez, R. Lamanna, P. Vega & S. Revollar. Metodología para la Obtención de Modelos Semifísicos de Base Fenomenológica Aplicada a una Sulfitadora de Jugo de

---

Caña de Azúcar. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI. 6, 10-20, 2009.

H. C. Meng & K. C. Ludema, "Wear models and predictive," *Wear*, vol. 183, pp. 443-457, 1995.

H. K. Hong & C.S. Liu. Coulomb friction oscillator: Modelling and responses to harmonic loads and base excitations. *Journal of Sound and Vibration*. 229(5), 1171-1192, 2000.

I. Prigogine. *Introduction to Thermodynamics of irreversible processes*. Interscience Publishers, a division of John Wiley & Son, New York, 1961.

I. V. Kragelskii & G. I. Troyanovskaya. An influence of temperature conditions on frictional characteristics. In M. A. Bolschanin (ed.), *Investigations in Solid Physics*, ANSSR, Moscow, 20-31, 1957.

I.V. Kragelskii. *Friction and Wear*. Butterworth and Co., Bath, 1965

J. A. Greenwood & J. B. P. Williamson. Contact of Nominally Flat Surfaces. *Journal of Tribology*, 295(1442), 300-319, 1966.

J. A. Williams. Wear modelling: analytical, computational and mapping: a continuum mechanics approach. *Wear*, 225, 1-17, 1999.

J. Jiang, F. H. Stott & M. M. Stack. A mathematical model for sliding wear of metals at elevated temperatures. *Wear*, 183, 20-31, 1995.

J. Jiang, F. H. Stott & M. M. Stack. The role of tribo-particulates in dry sliding wear. *Tribology International*, 31(5) 245-256, 1998.

J. L., Lebowitz. La entropía de Boltzmann y la flecha del tiempo. *Rev. Esp. de Fís.* 14 (4), 26-31, 2000.

J.F. Archard. Elastic Deformation and the Laws of Friction, *Proc. Roy. Soc., London, Series A*, Vol. 243, 190-205, 1957.

J.F., Archard. Contact and rubbing of flat surfaces, *Journal of Applied Physics*, 24(8), 981-988, 1953.

J.S. Rudas, L.M. Gómez, D.M. López, A.O. Toro & L., Tobón, Modelo fenomenológico de una tobera de Laval que representa la tapa de aceleración de gases de una turbina a gas. *Mecánica Computacional*, 29, 2365-2383. 2010.

J.S. Rudas, J.H. Urrea, L.M. Gómez & A.O. Toro. Correlación entre la dinámica de la temperatura “flash” y la temperatura “bulk” generada durante el deslizamiento de pares metálicos. *Mecánica Computacional* 31, 2119-2131, 2012.

K. H Zum Gahr & K. Heinz. *Microstructure and wear of materials*. Ed. Elsevier, The Netherlands, 80-130, 351-435, 1987

K. Hangos & I. Cameron. *Process Modelling and model analysis*. Academic Press. 2001

K.H. Zum Gahr. Wear by hard particles. *Tribology International* 31(10), 587–596, 1998.

K.H., Zum Gahr. Modelling of two-body abrasive wear. *Wear* 124, 87–103, 1988.

K.L. Doelling, F.F. Ling, M.D. Bryant & B.P. Heilman. An experimental study of the correlation between wear and entropy flow in machinery components. *J. Appl.Phys.* 88(5), 2999–3003, 2000

K.M. Hangos, J. Bokor, G. Szederkényi & M. di Bernardo. *Analysis and control of nonlinear process systems*. Springer-Verlag London Limited, 42(10), 1829-1831, 2006

L. & T. G. Ljung, *Modeling of Dynamic Systems*. New Jersey: 1994, p. 374.

L. Beghi, E. Xausa, & M. Zanforlin. Modelling stereokinetic phenomena by a minimum relative motion assumption: the tilted disk, the ellipsoid and the tilted bar. *Biol Cybern* 99, 115-123, 2008.

M. B. Peterson & J. J. Florek. Sliding characteristics of metals at high temperature, *ASLE Trans*, (3), 101-109, 1960.

- 
- M. Nosonovsky. Entropy in Tribology: in the Search for Applications, *Entropy* 2010, 12, 1345-1390.
- M., Amiri & M.M. Khonsari. On the role of entropy generation in processes involving fatigue. *Entropy* 14 (1), 24-31, 2012.
- M.D Bryant, M.M Khonsari & F.F Ling. On the thermodynamics of degradation. *Proceedings of the Royal Society A*, 464, 2001-2014. 2008
- M.D, Bryant. Entropy and dissipative processes of friction and wear. *FME Trans.*, 37, 55-60, 2009.
- N. Aderghal, T. Loulou, A. Bouchoucha, & P. Rogeon. Analytical and numerical calculation of surface temperature and thermal constriction resistance in transient dynamic strip contact. *Applied Thermal Engineering*, 31(8), 1527-1535, 2011.
- N.P. Such. *Tribophysics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1986.
- A. Yevtushenko, O. Ukhanska, & R. Chapovska. Friction heat distribution between a stationary pin and a rotating disc. *Wear* 196, 219-225, 1996.
- P. Cadenas & M. R. M. H. Staia. Efecto del tratamiento térmico posterior sobre la resistencia al desgaste por deslizamiento de un recubrimiento base níquel depositado por HVOF. *Revista de Metalurgia*, 43(1), 50-62, 2007.
- R. A. Singh, G. S. V. L. Narasimham, & S. K. Biswas. Estimation of surface temperature of a pin wearing on a disk. *Tribology Letters*, 12(4) 203-207, 2002.
- R. Arrubla, C. Ochoa. Evaluación del desempeño tribológico del par Wc/co - Ti6Al4v mediante pruebas tipo pin-disco en contacto no lubricado. Tesis de Grado En Ingeniería Mecánica, Universidad Nacional De Colombia, 2011.
- R. Hill. *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford, Clarendon Press. 1950.
- R.B. Bird, W.E. Stewart & E.N. Lightfoot. *Fenómenos de Transporte*. Limusa Wiley. 2, 2006

S. V. Patankar. Numerical heat transfer and fluid flow. Editorial Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980

S.K. Wang & J. Woodhouse. The frequency response of dynamic friction: A new view of sliding interfaces. *Journal Mechanics and Physics of Solids*, 59, 1020-1036, 2011.

S.L. Rice & F.A. Moslehy U. Modeling friction and wear phenomena. *Wear*, 206, 136–146, 1997.

T. O. Mulhearn & L. E., Samuels. The abrasion of metals: a model of the process. *Wear*, 5, 478–498, 1962.

V. Hegadekatte, N. Huber & O. Kraft. Modeling and simulation of wear in a pin on disc tribometer. *Tribology Letters*, 24(1), 51-60, 2006.

W. Yan, N. P. O. Dowd & E. P. Busso. Numerical study of sliding wear caused by a loaded pin on a rotating disc. *Science*, 50, 449-470, 2002.

## 8. ANEXOS

### 8.1 Materiales de Estudio: *“Titanio y algunos aspectos del WC-CO”*

Aunque el titanio fue identificado como elemento químico hace más de 200 años pero solo a mediados del pasado fueron profundamente estudiadas sus propiedades mecánicas y físicas, ganando popularidad en el medio comercial. El desarrollo de las aleaciones de titanio progresó rápidamente después que fueron puestos en evidencia los efectos benéficos de la adición de aluminio, incursionando tempranamente al medio comercial. De hecho, actualmente, la aleación Ti6Al4V abarca más de la mitad del mercado comercial del titanio. Con una densidad de alrededor del 55% de la densidad del acero, la aleación Ti6Al4V es ampliamente usada para componentes aeroespaciales que operan a bajas y ligeramente elevadas temperaturas. Su resistencia a la corrosión se debe a la formación de una película de óxido protectora estable, y su capacidad de pasivación la hace muy útil para aplicaciones de implantes quirúrgicos y prótesis ortopédicas.

La aleación Ti6Al4V es usada en implantes ortopédicos en su especificación de contenido extra bajo de intersticiales, manteniendo en valores muy reducidos la concentración de oxígeno para evitar la fragilización y aumentar la resistencia y la ductilidad. Esta aleación posee una excelente resistencia a la fatiga comparada con los 4 grados del titanio. Sus propiedades mecánicas son las más adecuadas para la mayor parte de las aplicaciones ortopédicas, en la que se puede ver que un alto contenido de impurezas, como es el caso del titanio grado 4, aumenta la resistencia y reduce la ductilidad.

En la mayoría de las aplicaciones donde interviene un metal duro, el contacto entre éste y otro material desempeña un papel importante desde el punto de vista de diseño, ya sea como parámetro crítico directo (por ejemplo, resistencia al desgaste) o como factor relevante indirecto (por ejemplo, resistencia mecánica residual asociada al daño inducido por contacto). Los metales duros son materiales compuestos constituidos por partículas cerámicas, WC, inmersas en un ligante metálico, Co. La particular microestructura que presentan estos materiales les confiere combinaciones de propiedades excepcionales que

han revertido en un amplio campo de aplicaciones, siendo destacable su uso en minería, construcción, perforación de rocas, componentes estructurales y herramientas para conformar y mecanizar metales –preferentemente aceros y fundiciones-. Durante servicio, dichas herramientas se ven sometidas a sollicitaciones complejas (impacto, contacto mecánico, desgaste, etc.), las cuales condicionan la vida útil de las piezas o componentes elaborados a partir de estos materiales.

#### Algunas Propiedades de los materiales estudiados

Propiedad	Ti6Al4V	WC-Co
Rho	4510 (kg/m <sup>3</sup> )	15800 (kg/m <sup>3</sup> )
Cp	522,35 (J/Kg.K)	130 (J/Kg.K)
K	11,4 (W/m.K)	41,8 (W/m.K)
Alfa	4,84e-6 (m <sup>2</sup> /s)	2,04e-5 (m <sup>2</sup> /s)

Un material que ha sido intensamente estudiado durante las últimas décadas debido a su importancia en una gran variedad de aplicaciones tecnológicas, que van desde la ingeniería aeronáutica hasta la implementación de componentes biomédicos son las aleaciones de titanio. Una de estas aleaciones, el Ti-6Al-4V, cubre la mayor parte del mercado actual para la industria médica, razón por la cual es la más estudiada. Adicionalmente, su buena combinación de propiedades como resistencia a corrosión, baja densidad y alta resistencia a elevadas temperaturas, la convierten en un material muy adecuado para aplicaciones exigentes. Este material continua con su desarrollo tecnológico industrial y, aún más allá, el desarrollo investigativo hacia el entendimiento de los fenómenos dinámicos, tanto mecánicos como térmicos, que gobiernan el desempeño del material en cualquier proceso donde sea utilizado. Así, consecuentemente se hace necesario el desarrollo de métodos que expliquen y realicen predicciones de cómo va ser el desempeño del material, es este caso la aleación grado 5 de titanio (Ti6Al4V), y por tanto ahorrar dinero en desarrollar un sinnúmero de experimentaciones que solo logran representar algunas propiedades del material.

## 8.2 Diferencias finitas: *Discretización de ecuaciones diferenciales*

Los algoritmos de integración explícita en el tiempo proporcionan una metodología de solución para problemas dinámicos. El método de las diferencias finitas consiste en aproximar las ecuaciones diferenciales por ecuaciones en diferencias obtenidas usualmente a partir del truncamiento de series de Taylor ([J. S. Rudas et al., 2010](#)). El conjunto de ecuaciones en diferencias resultante constituye un sistema de ecuaciones lineales, el cual se puede resolver numéricamente en un computador obteniendo una solución aproximada del problema original. Con el fin de resolver la ecuación de energía, se obtiene una aproximación de las derivadas parciales, para este fin se seleccionó el método de las diferencias finitas, método que normalmente se utiliza en problemas de transferencia de calor.

Una función continua diferenciable, en la vecindad de  $X_i$ , puede ser expresada en una serie de Taylor.

$$\phi(x) = \phi(x_i) + (x - x_i) \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i + (x - x_i)^2 \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_i + \dots \quad (8-1)$$

Usando esa expansión, se puede obtener la primera derivada y derivadas de mayor orden en el punto  $x_i$ , en términos de los valores de la función de sus puntos vecinos.

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{x_{i+1} - x_i} - \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_i - \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{6} \left( \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \right)_i \quad (8-2)$$

Finalmente, la aproximación de la primera derivada se obtiene por el truncamiento de la serie, pues solo se considera el primer término de la derecha. Además, esta aproximación se puede realizar hacia delante, hacia atrás o por diferencia central, las cuales se indican a continuación respectivamente.

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_i &\approx \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{x_{i+1} - x_i} \\
 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_i &\approx \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \\
 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_i &\approx \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}}
 \end{aligned} \tag{8-3}$$

El truncamiento produce un error, el cual disminuye con la reducción del espaciamiento de la malla. (Ver Figura 8-1). La aproximación de la segunda derivada se obtiene reemplazando la aproximación de la primera derivada. Para el caso en que la malla sea igualmente espaciada, se tiene.

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_i = \frac{\phi_{i+1} + \phi_{i-1} - 2\phi}{(\Delta x)^2} \tag{8-4}$$

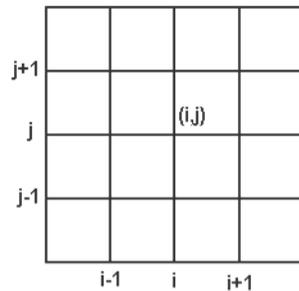


Figura 8-1 Ejemplo en 2D, en coordenadas cartesianas de una malla para Diferencias Finitas

### 8.3 Procedimiento y parámetros de ensayo Pin Disco

Las pruebas realizadas para el contacto no lubricado entre los materiales analizados se realizaron en un tribómetro pin disco en el Laboratorio de Tribología y superficies de la Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín, las condiciones ambientales de temperatura y humedad relativa constantes de 22°C y 60% respectivamente. Los materiales analizados fueron discos de Ti6Al4V y pines de WC-10Co. El parámetro fijo en el ensayo fueron tiempo de deslizamiento (90 min), las variables utilizadas fueron la carga normal de 6 y 9kg (58.86 N y 88.29N), el área de contacto que depende del diámetro de los pines (Ø1/8” y Ø1/4”) el número de ciclos. Se realizaron 11 pruebas en total utilizando cuatro discos de Ti6Al4V y pines con la cara transversal plana, y se utilizó un pin diferente para cada prueba, para garantizar que las condiciones de operación fueran iguales al inicio

de cada prueba. Para la medición de la fuerza de fricción se empleó una celda de carga CAS CI-2001A con capacidad de 10 libras ver y para la toma de rugosidades se empleó un rugosímetro V-3000

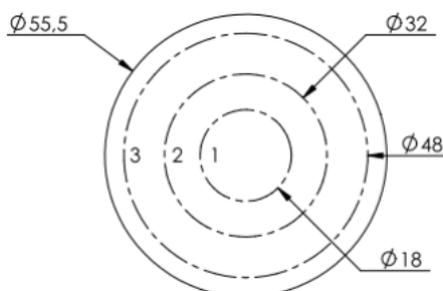


Figura 8-2 Distribución geométrica de los ensayos

Las probetas se marcaron:

M: indica el número de muestra

P: indica el Pin y el número el diámetro (1/4" y 1/8")

D: discos de Ti6Al4V

Tabla 8-1 Resultados de Coeficiente de Fricción de las pruebas

Prueba	Coeficiente de Fricción Promedio
M1C1P4	0,315
M1C2P4	0,386
M1C3P4	0,386
M2C1P8	0,334
M2C2P8	0,379
M2C3P8	0,370
M3C1P8	0,332
M3C2P8	0,406
M3C3P8	0,337
M4C1P4	0,352
M4C3P4	0,351

Para determinar el Volumen de material removido luego de finalizar cada prueba se registró la pérdida de masa para posteriormente obtener el volumen de material removido durante la prueba de contacto

## 8.4 Medición de rugosidad y cálculo de áreas transversales de asperezas

En general los parámetros utilizados para cuantificar la rugosidad pueden interpretarse como parámetros propios de la distribución estadística de las alturas del perfil o superficie bajo análisis.

### Definiciones

#### i) Promedio aritmético de alturas $R_a$

Es el parámetro de rugosidad más utilizado universalmente para el control de calidad de superficies. Es definido como el promedio absoluto de las irregularidades de las asperezas desde la línea media sobre un “Sampling length” como se muestra en la Figura 8-3. Este parámetro es fácil de definir, de medir y obtener una buena descripción general de la variación de las alturas. La definición matemática de este parámetro se expresa a continuación.

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i| \quad (8-5)$$

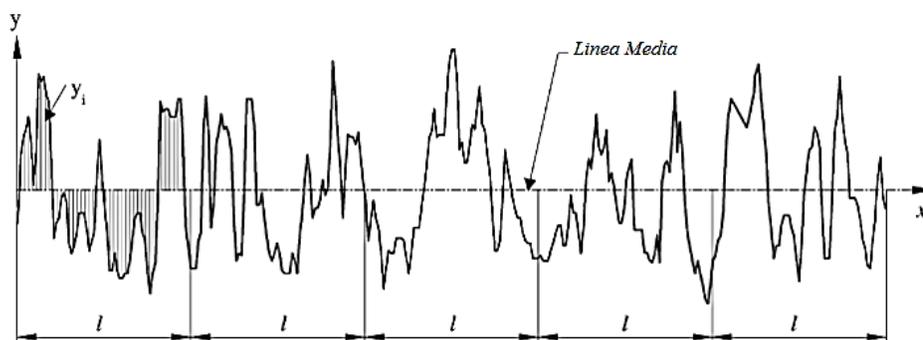


Figura 8-3 Definición del promedio aritmético de las alturas  $R_a$

#### ii) Raíz cuadrada media de la rugosidad $R_q$

Este parámetro también es conocido como RMS, representando la desviación estándar de la distribución de las alturas de la superficie, también es un parámetro importante que describe la rugosidad de la superficie utilizando métodos estadísticos. Este parámetro es

más sensible que el Ra a una gran desviación a lo largo de la línea media. La definición matemática se expresa a continuación.

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2}$$

### *iii) Distancia media en la línea media RSm*

Este parámetro es definido como el espaciamiento medio entre los picos del perfil y la línea media. Los picos del perfil son los puntos más altos entre las crestas y los valles que cruzan la línea media, (Ver Figura 8-4) y está definido por:

$$RSm = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i$$

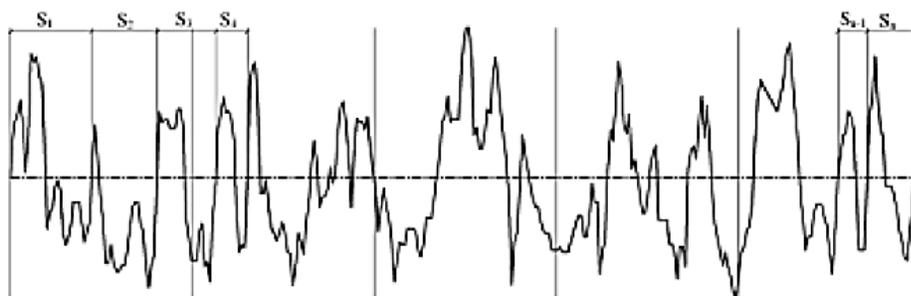


Figura 8-4 Definición del parámetro RSm

### ***Procedimiento experimental***

Se tomaron medidas de rugosidad de las muestras de material en estado de entrega. Para las medidas se utilizó un rugosímetro tipo V-3000 marca Mitutoyo Corporation, para medir los diferentes parámetros de rugosidad.

### ***Idealización de la topografía de la superficie***

Para obtener un estimativo del radio de curvatura de los picos de la topografía, se realizaron ciertas suposiciones como se explica a continuación (ver Figura 8-5):

- Se asume el parámetro de rugosidad  $R_{Sm}$  (Espaciamiento medio entre los picos) es uniforme a lo largo de toda la superficie.
- El parámetro  $R_a$  representa la altura desde la línea media hasta el punto superior de los picos.
- El radio medio de los picos es el del arco que pasa por el punto superior del pico y la intersección de este con la línea media.

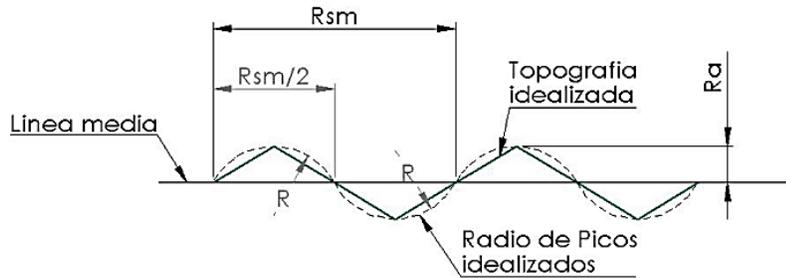


Figura 8-5 Idealización de la topografía para obtener el radio medio de las crestas de la superficie

Bajo la anterior suposición es posible calcular el área transversal de una partícula abrasiva, la cual removerá un volumen del material más blando por el desplazamiento sobre la superficie de dicho material. Se realizaron las medidas de rugosidad de discos de Ti6Al4V después de haber sido sometidos a un ensayo de deslizamiento, como se presenta en el Anexo 8.2.

Los resultados de rugosidad para las pruebas de desgaste realizadas en el tribómetro Pin Disco se presentan en la Tabla 8-2

Tabla 8-2 Parámetros de Rugosidad para Discos de Ti6Al4V después de ensayo de desgaste en tribómetro Pin disco

	$R_a$ [ $\mu\text{m}$ ]	$R_q$ [ $\mu\text{m}$ ]	$R_{Sm}$ [mm]
M1C1P4	1,186	1,488	0,078
M1C2P4	1,077	1,294	0,096
M2C1P8	1,114	1,41	0,07
M2C2P8	1,128	1,465	0,096
M3C1P8	0,807	1,136	0,081
M3C3P8	0,922	1,19	0,054
M4C1P4	1,205	1,476	0,094
M4C3P4	1,267	1,639	0,088

Ahora bien, se considera la geometría presentada en la Figura 8-5 Idealización de la topografía para obtener el radio medio de las crestas de la superficie se calcula el área  $A_g$ , presentado en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, de la siguiente manera considerando la geometría de un segmento circular, como se presenta en la Figura 8-6:

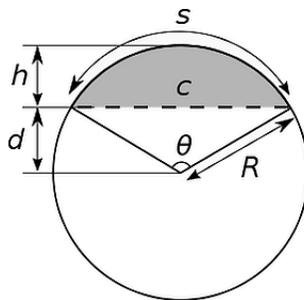


Figura 8-6 Un segmento circular comprendido entre una secante y el arco cuyos puntos extremos son los de la cuerda

$$R = \frac{C^2 + 4R_a^2}{8R_a} \quad (8-6)$$

Donde

$$C = \frac{RS_m}{2} \text{ y } a = \frac{RS_m}{4} \quad (8-7)$$

$$\theta = 2 \cos^{-1} \left( \frac{R_a}{R} \right) \quad (8-8)$$

Y así finalmente se obtiene que:

$$A_g = R^2 \cdot \left( \frac{\theta}{2} \right) \quad (8-9)$$