

# Estudio de la trayectoria de un cohete de tres etapas lanzado desde el territorio colombiano

Jhonathan Orlando Murcia Piñeros

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias, Observatorio Astronómico Nacional  
Bogotá, Colombia  
Año 2012



# Estudio de la trayectoria de un cohete de tres etapas lanzado desde el territorio colombiano

**Jhonathan Orlando Murcia Piñeros**

Tesis o trabajo de grado presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ciencias Astronomía**

Director:  
Ph.D., José Gregorio Portilla Barbosa

Facultad de Ciencias, Observatorio Astronómico Nacional  
Bogotá, Colombia  
Año 2012





## Dedicatoria

Con todo mi amor, a Linna y Esperanza.



# Agradecimientos

Primeramente, quiero agradecer a Dios por todas las bendiciones. De manera muy especial agradecerle a el Dr. José Gregorio Portilla, quien como director del proyecto me apoyo, me guio a lo largo del trabajo con su experiencia y sabiduría, agradezco su dedicación y todo lo que me transmitió no solo como profesional si no como persona. Agradezco a los docentes del Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de Colombia, por su paciencia, por su motivación e interés, por trasmitirme sus experiencias de vida y sus conocimientos, mil gracias. A la Universidad Nacional de Colombia, por brindarnos estos espacios para hacer realidad este tipo de proyectos y aportar al desarrollo de la Nación.

Con todo mi corazón quiero agradecerle a Linna González, por su incondicional apoyo, por su motivación y por inspirarme a descubrir las maravillas del universo a su lado. A mi familia, quienes han hecho realidad este sueño.

A mi grupo de trabajo, Andreas Gravenhorts, Andrés Córdoba, Saulo Gómez, Diego Galindo, John Silva, Jenny Robledo y Sergio Pachon, quienes me han apoyado en el desarrollo de los proyectos de cohetería durante mas de cinco años. A la estudiante de ingeniería aeronáutica Adriana Téllez, por ser un ejemplo a seguir y una profesional a quien admiro mucho. Al semillero AERODES&I de la Fundación Universitaria Los Libertadores. Al grupo de trabajo de propelentes de INDUMIL y en FEXAR, en especial al Ing. Carlos Cuboides por sus valiosos aportes y experiencias al trabajo desarrollado.



## Resumen

En la presente tesis se estudia la trayectoria de vuelo de un posible cohete diseñado para suplir los requerimientos del país en tecnología espacial. Inicialmente se presentan las ecuaciones del movimiento del cohete y sus principales características para contextualizar al lector en la evolución histórica de los cohetes a nivel mundial, haciendo énfasis en Latinoamérica. Posteriormente se presenta la descripción de las ecuaciones del movimiento teniendo en cuenta el medio atmosférico terrestre, el comportamiento gravitacional y el sistema de referencia inercial del centro de masas terrestre, a partir del cual se modelan las ecuaciones diferenciales y se involucran en un código computacional en FORTRAN. Una vez se tiene el código, se procede a diseñar conceptualmente un cohete que se ajuste a las necesidades de la nación para el transporte de carga útil, en este caso un satélite a órbitas bajas de la Tierra. Las masas y etapas del cohete son optimizadas con ayuda de otro código computacional, para que posteriormente sea simulada su trayectoria de vuelo, teniendo como punto de partida una zona de lanzamiento en Colombia. Las posibles zonas de lanzamiento son seleccionadas de acuerdo a los requerimientos mínimos en infraestructura y desarrollo tecnológico, brindando así unas condiciones iniciales de la zona de lanzamiento del cohete para verificar su trayectoria de vuelo a diferentes rumbos, de los cuales son seleccionados los más adecuados. Finalmente se realizan las simulaciones computacionales para un satélite de órbita inclinada con 45 grados y otro sol-sincrónico, obteniendo las trayectorias de vuelo de los mismos, la zona de inyección orbital y el comportamiento de los elementos orbitales al inicio de su órbita.

**Palabras clave:** (Aeronáutica, Cohete, Trayectoria de Vuelo, órbita.).

## Abstract

In this thesis the flight path of a possible rocket designed to meet the requirements of the country in space technology. Initially the equations of motion of the rocket and its main features to contextualize the reader in the historical evolution of the rockets worldwide, with emphasis on Latin America. Then there is a description of the equations of motion considering the atmospheric terrestrial gravitational behavior and inertial reference system Earth's center of mass, from which pinup differential equations and are involved in a computational code FORTRAN. Once you have the code, proceed to conceptually design a rocket that meets the needs of the nation to carry payload, in this case a satellite in low-Earth orbits. The masses and rocket stages are optimized with the help of other computer code, it is sub-

sequently simulated to its flight path, taking as its starting point a drop zone in Colombia. Possible launch sites are selected according to the minimum requirements in infrastructure and technological development, providing initial conditions in the area of rocket launch to verify flight path at different directions, which are selected from the most suitable. Finally, computer simulations are performed for an inclined orbit satellite 45 degrees and another sun-synchronous, obtaining flight paths thereof, orbital injection site and behavior of the orbital elements at the beginning of its orbit.

**Keywords: Astronautic, Flight path, Orbit, Rocket)**

# Índice general

INTRODUCCIÓN	1
1. ASPECTOS BÁSICOS	1
2. EVOLUCIÓN DE LOS COHETES EN EL MUNDO	3
3. COHETES EN EL MEDIO LOCAL	4
LAS ECUACIONES DEL MOVIMIENTO	6
4. MODELO ATMOSFÉRICO	6
5. MODELO GRAVITACIONAL	12
6. AERODINÁMICA	13
7. DINÁMICA	16
8. ELEMENTOS ORBITALES	24
9. OPTIMIZACIÓN	26
10. CONTROL	28
REQUERIMIENTOS TÉCNICOS	31
11. DESARROLLO NACIONAL	31
12. PARÁMETROS PARA LA SELECCIÓN DEL LUGAR DE LANZAMIENTO	35
12.1. Condiciones climáticas y meteorológicas	35
12.2. Densidad de población y tráfico aéreo	36
12.3. Geografía	36
12.4. Comunicaciones y transporte	37
12.5. Infraestructura	37
12.6. Maniobras orbitales	38
12.7. Otros factores	38
13. DESARROLLO TECNOLÓGICO	39
13.1. Plataformas de lanzamiento	39
13.2. Sistemas de rastreo	39
13.3. Laboratorios	39
13.4. Personal en tierra	40
13.5. Instalaciones	41
REQUERIMIENTOS DE LA MISIÓN	42
14. CÓDIGO COMPUTACIONAL	42
15. NECESIDADES DE SATÉLITES Y COHETES EN COLOMBIA	44
15.1. Los satélites	44
15.1.1. Masas	44
15.1.2. Misiones y aplicaciones	45
15.1.3. Órbitas	45
15.1.4. Satélites para Colombia	46
15.2. El cohete portador	47

15.2.1. Optimización del cohete portador	48
15.2.2. Rendimiento de los motores cohete	48
15.2.3. Características aerodinámicas	50
15.2.4. Control del cohete	52
15.2.5. Selección del lugar de lanzamiento	52
15.2.6. Trayectorias de vuelo desde la Guajira	53
15.2.7. Trayectorias de vuelo desde GAORI	55
<b>RESULTADOS</b>	<b>58</b>
16. RENDIMIENTO DEL COHETE	58
16.1. Caída de la primera etapa	61
16.2. Caída de la segunda etapa	62
16.3. Caída de la tercera etapa	63
16.4. Trayectoria de las tres etapas	63
17. LA ÓRBITA CON AZIMUT 45°	64
17.1. Perturbaciones de la órbita con azimut de 45°	66
18. ÓRBITA SOL-SINCRÓNICA	70
18.1. Plano órbita sol-sincrónica	73
18.2. Elementos orbitales de la órbita sol-sincrónica	76
<b>RECOMENDACIONES PARA EL DESARROLLO ES-</b> <b>PACIAL DE COLOMBIA</b>	<b>80</b>
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>82</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>84</b>
ANEXO A. Código computacional del movimiento del cohete en FORTRAN	77 89
ANEXO B. Código optimización de las etapas en FOR- TRAN	77 107



# Parte I

# INTRODUCCIÓN

La astrodinámica es aquella rama de la ciencia que se encarga del estudio de las órbitas de cuerpos artificiales creados y lanzados por el hombre tales como los cohetes portadores, satélites, sondas y naves espaciales, utilizando las leyes y principios físicos de la mecánica celeste y la propulsión. Esta área de investigación no lleva más de 60 años bajo el dominio de la humanidad, debido a que su desarrollo tecnológico dependió de los cohetes balísticos creados durante la Segunda Guerra Mundial (el cohete es el único motor de combustión diseñado por el hombre capaz de funcionar en el espacio exterior), pero la concepción ideológica y teórica viene de mucho más atrás con los relatos de Julio Verne y su escrito "*Viaje de la Tierra a la Luna*" (1865). El pionero en el campo de la astronáutica (navegación por fuera de la atmósfera terrestre con vehículos artificiales) fue Konstantin Tsiolkovski (1857 - 1935), quien desarrolló el primer estudio basado en las leyes de Newton para explicar el funcionamiento de un cohete y la posibilidad que este fuera un vehículo para la exploración espacial y el viaje a otros mundos (Marov, 2006).

## 1. ASPECTOS BÁSICOS

Tsiolkovski definió que los vehículos de transporte espacial adquieren la energía necesaria para su movimiento a partir de un sistema de motores cohete, los cuales permiten el desarrollo de grandes velocidades con la transformación de la energía química de sus propelentes en energía cinética de gases de escape mediante el direccionamiento en un ducto propulsivo (tobera). La expulsión de una cantidad significativa de masa en poco tiempo (flujo másico) es lo que hace posible que los cohetes generen altas velocidades, acompañadas de fuerzas de empuje, pero limitados a causa del poco tiempo que dura la combustión (Humble, Henry & Larson, 1995). La ecuación que relaciona la masa y la velocidad del sistema con su cantidad de movimiento lineal es:

$$P_{mom} = mV, \quad (1)$$

donde  $P_{mom}$  es el momentum lineal del sistema,  $m$  la masa y  $V$  la velocidad. Derivando esta ecuación respecto al tiempo se obtiene:

$$F_m = \frac{dP}{dt} = \frac{dm}{dt}v_e, \quad (2)$$

dando como resultado que  $F_m$  es la fuerza de empuje generada por el cambio del momentum del cohete respecto al tiempo, o el producto de la variación de masas  $dm/dt$  por la velocidad de salida de los gases respecto al vehículo representada por  $v_e$ . En otras palabras, el movimiento del cohete en una dimensión, sin

considerar fuerzas externas (es decir, un cohete ideal) y en función de la fuerza de empuje se puede expresar como:

$$F_m = \frac{dm}{dt}v_e = \dot{m}v_e = \dot{m}g_0I_{sp}, \quad (3)$$

siendo  $\dot{m}$  el flujo másico de los gases (tasa de salida de material eyectado por unidad de tiempo),  $I_{sp} = v_e/g_0$  el impulso específico de los mismos y  $g_0$  la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra.

El cambio de velocidad del cohete en el vacío depende entonces de la velocidad de expulsión de los gases y la pérdida de masa respecto al tiempo:

$$dV = -v_e \frac{dm}{m}. \quad (4)$$

En la figura 1 se observa la dirección de los vectores velocidad del cohete  $\vec{V}$  opuesto al vector velocidad de los gases de escape en la tobera  $v_e$ .

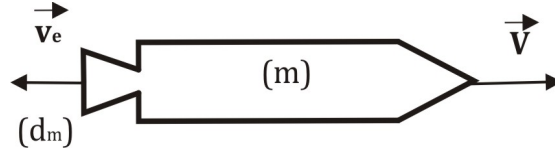


Figura 1: Velocidades del cohete.

Integrando la ecuación (4) en límites de la masa inicial del cohete  $m_i$  y la masa final  $m_f$ , para velocidades correspondientes a  $V_i$  y  $V_f$ , tenemos:

$$\int_{V_i}^{V_f} dV = -v_e \int_{m_i}^{m_f} \frac{dm}{m}, \quad (5)$$

se obtiene:

$$\Delta V = V_f - V_i,$$

$$V_f = V_i + v_e \ln \frac{m_i}{m_f}, \quad (6)$$

donde la velocidad final  $V_f$  depende de la fracción de masa consumida, o la relación entre la masa inicial y la masa final (Humble, Henry & Larson, 1995).

## 2. EVOLUCIÓN DE LOS COHETES EN EL MUNDO

El desarrollo de las anteriores ecuaciones por Tsiolkovsky se llevó a cabo en Rusia desde 1884 hasta 1903, con otras investigaciones adjuntas en el campo de la aeronáutica como el desarrollo de túneles de viento, dirigibles, entre otros (Marov, 2006). Fue hasta la década de los años veinte del siglo XX en donde los trabajos teóricos de Tsiolkovsky fueron tomados en cuenta para llevarlos a la práctica y poner a prueba el funcionamiento real del cohete como vehículo atmosférico. Por una parte, el estadounidense Robert Goddard (1882-1945) desarrolló el primer prototipo de vehículo cohete de propelentes líquidos en el año de 1926 y el primer cohete con una carga científica (barómetro y cámara fotográfica) (Portilla, 2001) que hoy en día se denominan cohetes sonda. Al mismo tiempo que Goddard, en Alemania los científicos de la sociedad para la navegación espacial, entre ellos Hermann Oberth (1894-1989) y Wernher von Braun (1912-1977), diseñaban prototipos de cohetes con propelentes líquidos e investigaciones sobre el comportamiento del cohete en el espacio interplanetario. También, el padre de la astrodinámica, el alemán Walter Hohmann (1880-1945), presentó el estudio teórico sobre las trayectorias de mínimo consumo de combustible entre dos órbitas (Martos, 2009).

En la Segunda Guerra Mundial, se implementó por primera vez el uso del cohete como un arma de largo alcance que transportaba una cabeza explosiva. Surge entonces el primer misil balístico en la Alemania Nazi creado por el ingeniero Wernher von Braun y bautizado como el V-2. Al finalizar la guerra, el grupo de científicos alemanes que trabajaban con von Braun se entregan a las fuerzas aliadas; de esa forma, sus conocimientos y desarrollos son adquiridos por los Estados Unidos los cuales serían utilizados en la exploración espacial (Jauregui, 1985).

Durante el periodo de posguerra, las dos superpotencias, Estados Unidos y la Unión Soviética, dan comienzo a la Guerra Fría, iniciando una carrera armamentista, que llegó a disputarse en el espacio exterior como punto estratégico para ataques nucleares: la denominada carrera espacial. Al ver que el cohete puede ser usado tácticamente como un misil, las dos superpotencias crean vehículos capaces de sobrevolar los continentes para atacarse con armas nucleares en el caso de una inminente guerra, creando los misiles balísticos intercontinentales (*ICBM* por sus siglas en inglés), pero no siendo suficiente este avance, tácticamente se elige el espacio exterior como una plataforma estratégica para posicionar armamento e instrumentos para monitorear el enemigo (Martos, 2009). En octubre de 1957 la Unión Soviética lanza el primer satélite artificial, el *Sputnik I* (acompañante 1); luego, en noviembre del mismo año, llevan el primer animal al espacio, la perra *Laika* (ladradora) y el primer ser humano en abril de 1961, el cosmonauta Yuri Alekseevich Gagarin (1934-1968) (Martos, 2009). Al

observar estos devastadores triunfos de los soviéticos sobre los estadounidenses, éstos lanzan en 1962 el primer satélite de comunicaciones *TelStar 1*; en ese mismo periodo, la administración del presidente J. F. Kennedy (1917-1963) propone a la NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) llevar los primeros astronautas al satélite natural de la Tierra, la Luna; es así como comienzan las misiones *Apollo* con los cohetes más potentes creados hasta la fecha, los Saturno V de von Braun (Martos, 2009). El 20 de julio de 1969, la misión *Apollo 11* posiciona a los primeros astronautas sobre la superficie de la Luna, Neil Armstrong (1930- ) y Edwin Aldrin (1930- ). Posteriormente, otros 10 hombres más pisarían la superficie del satélite entre 1969 y 1972 (Portilla, 2001). Después de la Guerra Fría, el espacio ultraterrestre es utilizado por las agencias espaciales, industrias e instituciones educativas alrededor del mundo para investigaciones del ambiente espacial con sondas, estaciones espaciales, satélites, telescopios espaciales, naves espaciales, comunicaciones con transmisión de señales de televisión, telefonía, Internet a distintas partes del mundo, entre muchos otros usos.

### 3. COHETES EN EL MEDIO LOCAL

Han pasado más de 100 años desde la conceptualización de los cohetes como medio de transporte espacial, y más de 60 años desde el uso real de un cohete de largo alcance; sin embargo, hasta el día de hoy, solo algunos países cuentan con las capacidades tecnológicas, políticas y económicas para sostener este tipo de tecnologías. Países como Estados Unidos, Rusia, China, la Unión Europea, Israel, Japón e India dominan el transporte de carga al espacio exterior y la creación de naves espaciales y satélites para comunicaciones, observación de la Tierra, astronomía, entre otros. En Latinoamérica se cuenta con la principal plataforma de lanzamiento ubicada en la Guyana Francesa de la Agencia Espacial Europea (ESA). Países como Chile, Brasil, México, Argentina y Venezuela, cuentan con sus propios satélites de telecomunicaciones. En casos como México, Brasil y Argentina desde hace más de 15 años con más de dos satélites por nación. El caso más reciente fue el satélite lanzado en 2008 por China para las telecomunicaciones venezolanas.

El desarrollo de cohetes ha sido un componente importante en los programas de defensa de un gran número de naciones. Por ello, no es extraordinario que en la mayoría de los casos la investigación y desarrollo de este tipo de tecnologías sea impulsado por agencias estatales para la seguridad y que, al mismo tiempo, dicho desarrollo sea vedado al escrutinio público. Brasil y Argentina son los países más avanzados en la creación de cohetes en la región. La Agencia Espacial Brasileña (AEB) desarrolla cohetes sonda desde 1964 y en la última década se encuentran dedicados en el proyecto de diseñar y construir un Vehículo Lanzador de Satélites (VLS) para órbitas geoestacionarias. Éste tuvo una falla catastrófica en 2003 en la base de Alcántara; debido a ello el proyecto quedó aplazado. En Argentina, la Comisión Nacional de Actividades Espaciales (CONAE) se

encuentra encargada de reiniciar el proyecto Tronador II retomado de los años 80 para lanzar pequeños satélites de órbita baja circumpolar.

En Colombia, hasta la fecha no se cuenta con el primer cohete desarrollado en el país para transporte de satélites al espacio. Es por tal motivo que se plantea la presente investigación del estudio de la trayectoria de vuelo para un cohete de tres etapas, pensado para el caso de su lanzamiento desde el territorio colombiano y teniendo en cuenta las posibilidades de una nación como la nuestra, en proceso de desarrollo.

A lo largo del documento se encontrará el análisis de vuelo durante el lanzamiento y el posicionamiento de la carga útil en órbita. Si se lanza un cohete hacia el espacio éste debe atravesar la atmósfera terrestre y, por lo tanto, se ve obligado a moverse a través de un fluido gaseoso, desarrollando fuerzas aerodinámicas como la sustentación y el arrastre en el cuerpo; la determinación de los coeficientes de sustentación y arrastre necesarios para hallar estas fuerzas dependen de la forma del cuerpo, de la velocidad a la cual está viajando y de la presión dinámica, esta última determinable a partir de un modelo atmosférico seleccionado con sus perfiles de presión, densidad y temperatura. Otro aspecto que hay que incluir en las ecuaciones de movimiento es el hecho de que la Tierra no es una esfera perfecta, es achatada en sus polos y tiene un movimiento rotacional que influye sobre el sistema de referencia inercial desde el centro de masas terrestre. El cambio de la gravedad respecto a la magnitud del radio vector posición, las coordenadas del vehículo sobre la Tierra y sus cambios de altura, velocidad y aceleración son analizados en el capítulo 2, con un breve análisis de optimización de las etapas en función de la masa de la carga útil, un programa de guía y control de la trayectoria, fuerza de empuje generada por el motor cohete, para finalizar con la posición de la carga útil en el espacio en términos de los elementos orbitales y su comportamiento en el tiempo. En el capítulo 3 se encontrará un análisis técnico de los principales requerimientos de la misión, ubicación de los posibles sitios de lanzamiento de acuerdo a parámetros de orden público, meteorológicos, de infraestructura, vías, geografía, cargas útiles que puedan implementarse en las necesidades del campo aeroespacial a nivel nacional, además de contar con una breve reseña histórica del vuelo espacial con sus desarrollos tecnológicos, avances e investigaciones que se llevan a cabo en el país. En el capítulo 4 se encuentran los requerimientos de la misión donde se diseña el cohete. Finalmente, en el capítulo 5, se analizan los resultados obtenidos al implementar las ecuaciones de movimiento en la trayectoria de vuelo en un código computacional desarrollado en lenguaje Fortran 77, con la propuesta de diseño de un cohete portador, la ubicación del sitio de lanzamiento y los criterios que se deben tener en cuenta para implementar una futura misión espacial en Colombia.

## Parte II

# LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO

Para modelar adecuadamente el movimiento del cohete se hace necesario comprender los parámetros físicos y matemáticos que lo regulan de la manera más aproximada posible. Por tal motivo, lo primero es entender el medio donde se está desplazando el vehículo, el fluido atmosférico y sus variaciones en función de la altitud debido a que genera las fuerzas aerodinámicas sobre el cuerpo del cohete que serán considerables para el análisis de la trayectoria de vuelo. También se hace necesario conocer las variaciones gravitacionales en función de la ubicación sobre la superficie de la Tierra así como su altitud; con ello se conoce la componente de la fuerza de peso para cada instante de tiempo considerando el cohete como un sistema de masa variable. Para conocer la ubicación del cohete se hace necesario establecer sistemas de referencia para fijar la posición del vehículo respecto al centro de masas de la Tierra, durante su ascenso y vuelo orbital. A lo largo de este capítulo se describen las ecuaciones que rigen el movimiento del cohete teniendo en cuenta los parámetros mencionados anteriormente.

## 4. MODELO ATMOSFÉRICO

Durante el ascenso del cohete a órbita es necesario que el vehículo atraviese la atmósfera del planeta Tierra. En esta etapa de vuelo sobre el cuerpo se generan cargas aerodinámicas productos de la presión dinámica, y la densidad atmosférica; en otras palabras, el fluido atmosférico genera fuerzas aerodinámicas sobre el cuerpo como el arrastre y la sustentación. Para modelar matemáticamente esas fuerzas que afectan la dinámica de la trayectoria de vuelo, se hace necesario incluir un modelo de la atmósfera terrestre para conocer las condiciones físicas del fluido como la densidad, presión y temperatura en función de la altitud geométrica.

Existen varios modelos matemáticos para el modelamiento de la atmósfera terrestre que han sido creados a lo largo de los años, tales como la *US Standard Atmosphere*, ISA (*International Standard Atmosphere*), *Earth-GRAM* (*Earth Global Reference Atmospheric Model*), MSISe (*Mass Spectrometer Incoherent Scatter*), ICAO (*International Civil Aviation Organization*), ARDC (*Air Research and Development Command*), entre otros (ANSI, 2004). El más reciente y avanzado es el modelo de la NASA *Earth Gram 2010*<sup>1</sup>, un modelo

<sup>1</sup>[http://see.msfc.nasa.gov/tte/model\\_gram.htm](http://see.msfc.nasa.gov/tte/model_gram.htm)

global que depende de la latitud, longitud y achatamiento terrestre; también modela las corrientes que generan los vientos; sin embargo, este código es de acceso restringido al público en general ya que solo agencias espaciales y gubernamentales que tengan convenios con Estados Unidos pueden acceder al uso del modelo. Otro modelo utilizado actualmente por la organización de aviación civil internacional (OACI) es el ISA con límites de datos hasta los 32 km y el modelo completo hasta los 90 km de altitud (ANSI, 2004). El modelo de atmósfera estándar US1976 de los Estados Unidos cuenta con datos hasta los 1000 km de altitud, pero el modelo matemático que describe las variaciones de presión y densidad en función de la altitud y temperatura no se encuentra completo. Es por tal motivo que actualmente el modelo más apropiado para aplicaciones que involucren satélites, cuerpos orbitando la Tierra y ascenso de cohetes a altitudes geométricas superiores a los 100 km sea el modelo ARDC1959 (Zipfel, 2007), que cuenta con la ventaja de que el modelo atmosférico OACI, estándar internacional (ISA) y el US1976 fueron creados en base al ARDC1959, contando con un modelo matemático que es utilizado en aplicaciones aeroespaciales actuales. Debido a que Colombia no cuenta con investigaciones de una atmósfera estándar local, se decidió utilizar para las simulaciones realizadas aquí, el modelo atmosférico ARDC1959 (Minzner, Champion & Pond, 1959). Otro motivo para su aplicación es que códigos como el CADAC o ALTOS de simulación de cohetes cuentan con este para el modelamiento atmosférico por su precisión y simplicidad (Zipfel, 2007).

El modelo ARDC1959 define el cambio de las propiedades del gas como lo son la temperatura molecular  $T$ , presión  $P$  y densidad  $\rho$  en función del incremento de la altitud geométrica  $h_G$  y la variación de la gravedad  $g$ . El incremento de la altitud geométrica representa una disminución de la gravedad a través de la siguiente ecuación:

$$g = g_o \left( \frac{R_e}{R_e + h_G} \right)^2, \quad (7)$$

donde  $R_e$  es el valor del radio medio de la Tierra en el ecuador (6378,14 km) y  $g_o$  la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre a nivel medio del mar (9,8 m/s<sup>2</sup>). De esta manera se observa la aplicación de la ley gravitacional de Newton, donde el valor de la gravedad varía inversamente en función del cuadrado de las distancias que lo separan (Anderson, 2010).

Utilizando los principios de la hidrostática (Minzner, Champion & Pond, 1959), considerando la atmósfera terrestre libre de rotación, fuerzas de Coriolis, centrípeta, vientos y la incidencia de la radiación solar, la variación de presiones en función del cambio de altitud se representa como:

$$dP = -\rho g dh_G. \quad (8)$$

Simplificando la ecuación, dejando la gravedad como una constante para su integración, se expresa de la forma:

$$dP = -\rho g_o dh, \quad (9)$$

donde la altitud geopotencial  $h$  es una variable que depende de la relación de cambio gravitacional y la altitud geométrica, dejando constante la gravedad a nivel del mar para integrar la presión en función de la altitud geopotencial, donde la relación de cambio de la altitud es:

$$dh = \frac{g}{g_o} h_G, \quad (10)$$

dando como resultado la dependencia del cambio entre las altitudes en función del cambio gravitacional de las ecuaciones (8) y (9):

$$h = \left( \frac{R_e}{R_e + h_G} \right) h_G. \quad (11)$$

Parte importante del modelo atmosférico es que no se basa solamente en un modelamiento teórico-matemático, sino que muchos datos utilizados fueron recolectados a lo largo de los años por cohetes sonda y satélites. Desde 1950 se lanzaban a diario más de 80 cohetes sonda y globos atmosféricos en cinco bases militares ubicadas en Estados Unidos. Estos cohetes podían alcanzar una altitud de más de 1000 km en vuelo suborbital, almacenando datos de los cambios de temperatura en las diferentes capas de la atmósfera (Minzner, Champion & Pond, 1959). Con este tipo de experimentación, se observó que en algunas capas la temperatura tenía un comportamiento de aumento o descenso lineal, denominándose regiones de gradientes térmicos; en otras, por el contrario, la temperatura se mantenía constante, denominando a estas regiones como isotérmicas (Anderson, 2010) (ver tabla 1).

La temperatura se encuentra relacionada con la presión y densidad en un gas ideal a través de:

$$P = \rho RT, \quad (12)$$

siendo  $R$  la constante de gases ideales (para el aire 286,9 J/kg K). Se crean dos tipos de modelos de presión y densidad a partir del comportamiento térmico y del gradiente de temperatura  $L_M$  obtenido con las observaciones en las bases de cada región. El cambio en la temperatura respecto a la región donde se encuentre el cuerpo en la atmósfera se representa por:

$$T = T_b + L_M (h - h_b), \quad (13)$$

teniendo presente los valores de temperatura base  $T_b$  y altitud base  $h_b$  (condiciones iniciales) para cada una de las regiones isotérmicas y gradientes. Para modelar adecuadamente el modelo térmico se deben conocer los valores de frontera o base relacionados con la altitud geopotencial obtenidos de la experimentación con sondas, que se observan en la siguiente tabla:



Altitud (km)	Pendiente (K/km)
0,0 – 11	-6,5
11 – 20	0,00
20 – 32	1,00
32 – 47	2,80
47 – 51	0,00
51 – 71	-2,8
71 – 86	-2,0
86 – 91	0,00
91 – 1000	12,0

Tabla 1. Datos correspondientes a los intervalos de altitud con sus correspondientes gradientes térmicos, modelo ARDC1959.

En la figura 2 se observan los cambios de temperatura de los modelos ARDC1959 y US1976, para una altitud geopotencial inferior a los 90 km.

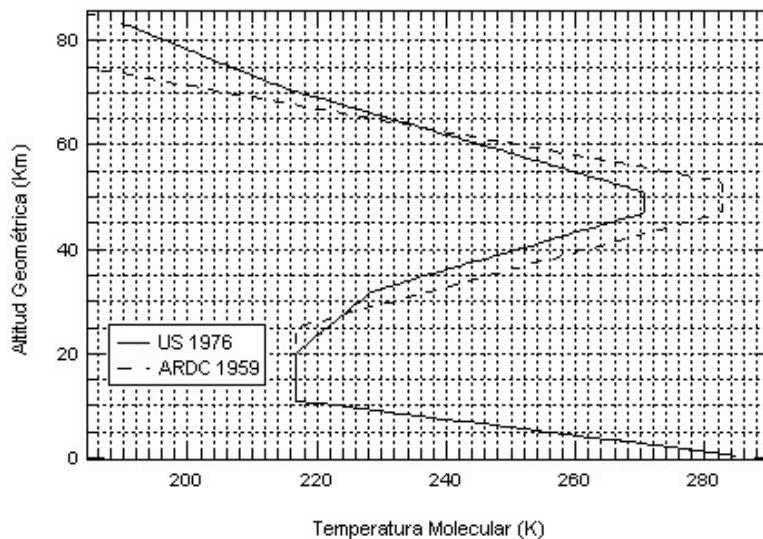


Figura 2: Temperatura vs. altitud inferior a 90 km.

El modelo completo de la temperatura representa un incremento lineal de la temperatura molecular para altitudes comprendidas entre los 91 km a 1000 km como lo muestra la figura 3.

Dividiendo la ecuación de la hidrostática (9) con la ecuación de los gases ideales (12) se obtienen dos soluciones de integración: una para las isotermas,

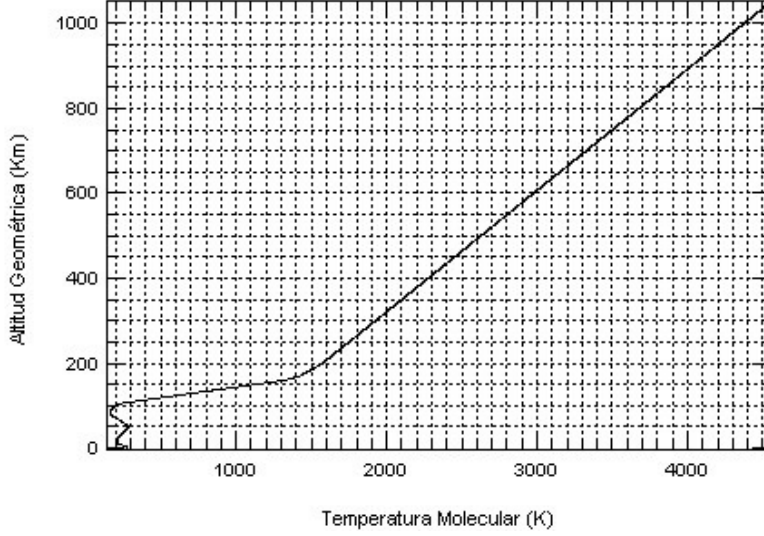


Figura 3: Temperatura vs. altitud ARDC1959.

es decir, cuando  $L_M = 0$ , manteniendo las temperaturas constantes en función del incremento de altitud, y otra para zonas no isotermas cuando la temperatura cambia de manera lineal con la altitud. Utilizando las ecuaciones (9), (12) y (13), se definen el comportamiento de la presión y la densidad para el caso  $L_M = 0$  como una relación exponencial del cambio de altitudes geopotenciales a una temperatura constante como:

$$P = P_b e^{\left[ \frac{-g_o(h - h_b)}{RT_b} \right]}, \quad (14)$$

$$\rho = \rho_b e^{\left[ \frac{-g_o(h - h_b)}{RT_b} \right]}. \quad (15)$$

Para las regiones gradientes, cuando  $L_M \neq 0$ , se modelan los comportamientos de la presión y densidad en función de la relación de cambio de las temperaturas y el gradiente térmico de las regiones no isotermas del siguiente modo:

$$P = P_b \left[ \frac{T_b}{T} \right]^{\left( \frac{-g_o}{RL_M} \right)}, \quad (16)$$

$$\rho = \rho_b \left[ \frac{T_b}{T} \right]^{1 + \left( \frac{g_o}{RL_M} \right)}. \quad (17)$$

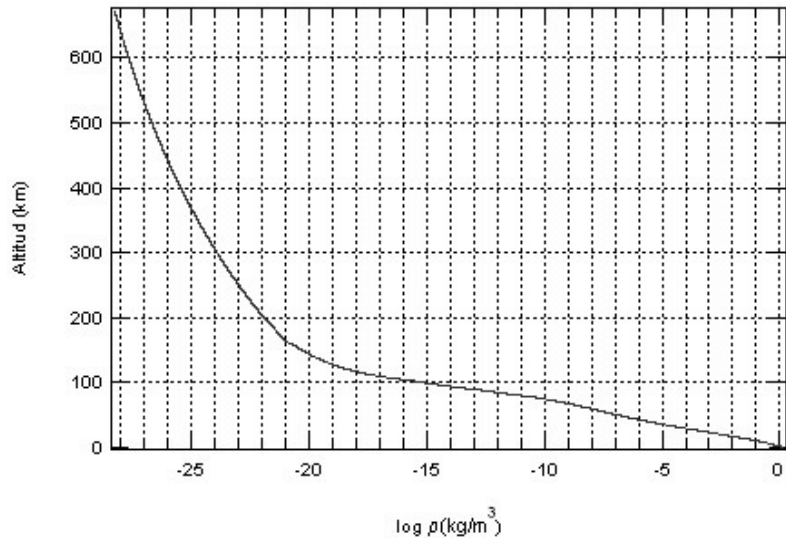


Figura 4: Densidad vs. altitud.

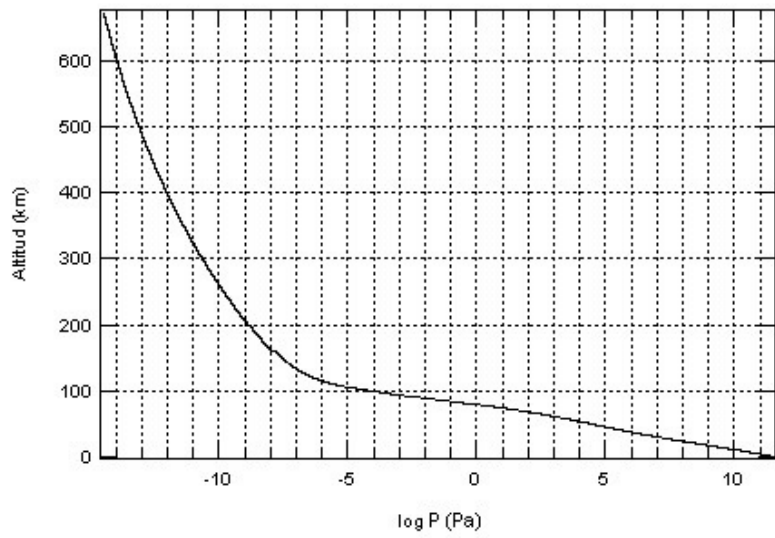


Figura 5: Presión vs. altitud.

Utilizando las ecuaciones (14) (15) (16) y (17) con los valores de gradientes de temperatura de la tabla 1, se puede calcular los valores de la densidad y presión en función de la altitud las cuales se pueden observar en las figuras 4 y 5 (Minzner, Champion & Pond, 1959).

Otro aspecto importante es la determinación de la velocidad del sonido  $V_{Son}$ , que se encuentra definida por la temperatura, solo hasta los 90 km de altitud, y representada por la expresión:

$$V_{Son} = \sqrt{\gamma RT}. \quad (18)$$

En esta ecuación,  $\gamma$  es la relación de calores específicos debido al proceso isentrópico, siendo para la atmósfera una constante igual a 1,4 (NOAA, 1976). En la figura 6 se observa el cambio de la velocidad del sonido para altitudes inferiores a los 90 km.

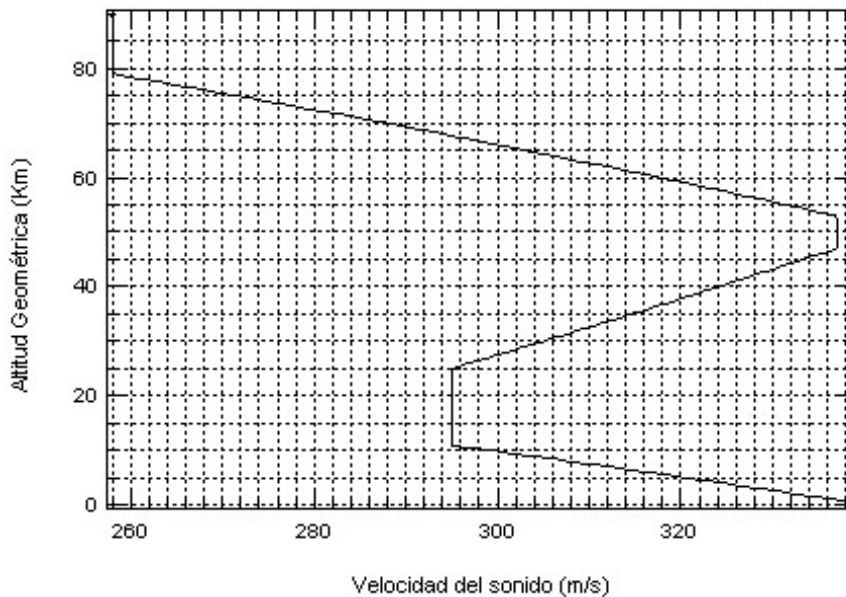


Figura 6: Velocidad del sonido vs. altitud.

## 5. MODELO GRAVITACIONAL

Se debe contar con un modelo gravitacional que permita tener una mejor aproximación de la forma geométrica terrestre y las perturbaciones gravitacionales que ejerce el planeta sobre la trayectoria de vuelo del cohete. Podemos

definir el potencial gravitacional del cuerpo central con simetría axial  $\Phi$ , que es función del radio vector posición ( $r = R_e + h$ ) y la latitud  $\phi$ , como (Tewari, 2006):

$$\Phi = \frac{GM_T}{r} \left[ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_e}{r} \right)^n J_n P_n(\cos \phi) \right], \quad (19)$$

donde  $R_e$  es el radio de la Tierra en el ecuador,  $G = 6,63 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$ , la constante de Cavendish,  $J_n$  son los armónicos zonales y  $P_n(\cos \phi)$  son los polinomios de Legendre. Para el caso de la Tierra  $M_T$  es la masa del planeta ( $5,67 \times 10^{24} \text{ kg}$ ) y el término perturbativo  $J_2 = 0,00108263$ , el cual es mil veces más grande que los otros términos  $J_{(n>2)}$  lo que es particularmente notorio para satélites en órbitas bajas (*Low Earth Orbit* - LEO) y tendrá gran significado en la perturbación de los elementos orbitales (Tewari, 2006; Portilla, 2009).

## 6. AERODINÁMICA

El movimiento de un cuerpo inmerso en un fluido, para el caso de un cohete moviéndose a través de la atmósfera terrestre, genera sobre el cuerpo una fuerza resultante denominada fuerza aerodinámica  $\vec{F}_a$ . Dependiendo del sistema de referencia se puede dividir esta fuerza en dos componentes. Si es con respecto al vector velocidad (ver figura 7) las fuerzas resultantes son la sustentación  $\vec{L}$  (fuerza ascendente que genera el vuelo) y el arrastre o fricción aerodinámica  $\vec{D}$  (fuerza que retrasa el movimiento). Entre el eje de referencia central del cuerpo y el vector velocidad se crea un ángulo denominado ángulo de ataque ( $\alpha$ ) que indica la dirección del vector sustentación y se relaciona con los coeficientes de las fuerzas aerodinámicas. El arrastre es perpendicular a la sustentación y en sentido opuesto al movimiento, tal y como se observa en la figura 7 (Anderson, 2010).

Si el sistema de referencia es sobre el cohete (ver figura 8), las componentes son la fuerza axial  $\vec{A}$  y la fuerza normal  $\vec{N}$ , donde la fuerza axial se encuentra ortogonal al eje central y la normal paralela a este eje. Se puede decir que  $\vec{L} = \vec{N}$  y  $\vec{D} = \vec{A}$  cuando  $\alpha = 0^\circ$  (Nielsen, 1960).

Por medio de una rotación se puede cambiar de un sistema de fuerzas a otro:

$$\vec{L} = \vec{N} \cos \alpha - \vec{A} \sin \alpha, \quad (20)$$

$$\vec{D} = \vec{N} \sin \alpha + \vec{A} \cos \alpha. \quad (21)$$

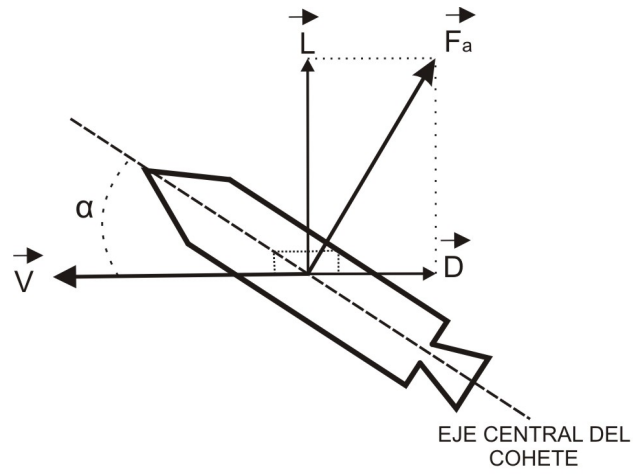


Figura 7: Componentes de la fuerza aerodinámica con relación al vector velocidad.

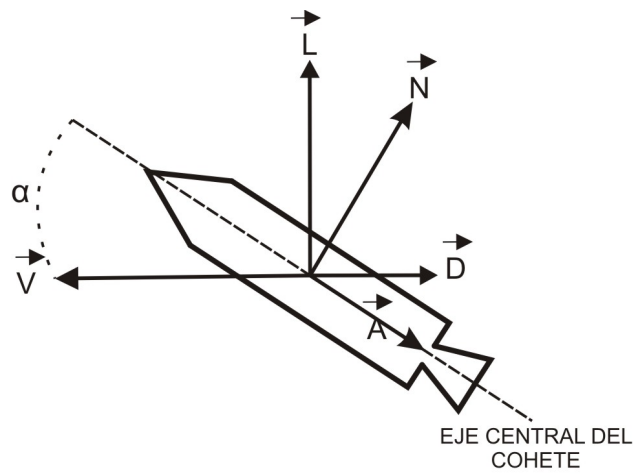


Figura 8: Componentes de la fuerza aerodinámica en el sistema del cohete.

Las componentes de la fuerza aerodinámica dependen del término de la presión dinámica  $q$ , que depende de la velocidad  $V$  del cuerpo y de la densidad  $\rho$  del fluido. Es un parámetro fundamental para el rendimiento del cohete, debido a que determina las cargas aerodinámicas que debe soportar la estructura. Funcionalmente:

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2. \quad (22)$$

Se define el número adimensional de Mach  $M$  como la relación de cambio entre la velocidad del cuerpo y la velocidad del sonido en el medio ( $V_{Son}$ ):

$$M = \frac{V}{V_{Son}}. \quad (23)$$

Con el concepto de presión dinámica, se describe la sustentación y el arrastre como:

$$L = q S C_L, \quad (24)$$

$$D = q S C_D, \quad (25)$$

donde los coeficientes de sustentación  $C_L$  y arrastre  $C_D$  son valores dependientes de la forma geométrica del cuerpo, el ángulo de ataque y el número Mach, mientras que la superficie de referencia  $S$  solo depende del diámetro  $d$  del cohete  $S = \pi d^2/4$  (Fleeman, 2006).

El coeficiente de arrastre total del cuerpo  $C_{D0}$ , para cero sustentación (es decir,  $\alpha = 0^\circ$  y  $C_L = 0$ , si el cuerpo es simétrico sobre su eje central las presiones se distribuyen de manera uniforme) está compuesto por la suma algebraica de los coeficientes de fricción (Mendenhall, 1992):

$$C_{D0} = (C_{D0})_{Fricción} + (C_{D0})_{Onda} + (C_{D0})_{Base}, \quad (26)$$

siendo  $(C_{D0})_{Fricción}$  el coeficiente de fricción por la forma del cuerpo,  $(C_{D0})_{Onda}$  el coeficiente por la onda de choque generada al superar la velocidad del sonido ( $M > 1$ ) y  $(C_{D0})_{Base}$  el coeficiente por la terminación del cuerpo y el desprendimiento del fluido. El coeficiente de arrastre por onda de choque se presenta solo cuando el cohete viaja a velocidades iguales o superiores a las del sonido ( $M \geq 1$ ), está determinado por la longitud de la punta  $l_n$  porque es la parte que genera la onda de choque y el diámetro del cuerpo (Fleeman, 2006). Determinada esta relación de manera experimental en túneles de viento para cohetes donde la relación longitud-diámetro es  $5 < l/d < 25$ , se expresa el coeficiente de arrastre por onda de choque como (Fleeman, 2006):

$$(C_{D0})_{Onda} = (1,586 + 1,834/M^2)(\tan^{-1} [0,5/(l_n/d)])^{1,69}. \quad (27)$$

El coeficiente de base se genera por la terminación de la forma del cohete, el desprendimiento del fluido en esta zona y la expulsión de los gases de escape

en la tobera de los motores. Existen dos relaciones: una para vuelo supersónico y otra para subsónico (Fleeman, 2006):

$$(C_{D0})_{Base} = (0,25/M), \text{ para } M \geq 1, \quad (28)$$

$$(C_{D0})_{Base} = 0,12 + 0,13M^2, \text{ para } M < 1. \quad (29)$$

Si el motor cohete se encuentra apagado, las ecuaciones a utilizar son las anteriores, pero, si el motor está en funcionamiento, estas se reducen por un factor de  $(1 - A_e/S)$ , donde  $A_e$  es el área de la tobera del motor, o el área proyectada de la estela de los gases de escape.

El coeficiente de arrastre por fricción es un parámetro dependiente de la forma del cuerpo, la presión dinámica y el número Mach, como se muestra a continuación (Fleeman, 2006) :

$$(C_{D0})_{Fricción} = 0,53(l/d) [M/(ql)]^{0,2}. \quad (30)$$

Cuando el ángulo de ataque es diferente de cero ( $\alpha \neq 0$ ), el coeficiente de sustentación tiene una variación significativa en la fuerza aerodinámica y también el coeficiente de la fuerza normal  $C_N$ , ambos dependientes del cambio en el ángulo de ataque :

$$C_N = 0,53 | \text{sen}(2\alpha) \cos(\alpha/2) | + (l/d) \text{sen}^2\alpha, \quad (31)$$

y la relación entre los coeficientes de arrastre y sustentación en función del coeficiente normal está dada por:

$$(L/D) = (C_L/C_D) = (C_N \cos \alpha - C_{D0} \text{sen} \alpha) / (C_N \text{sen} \alpha + C_{D0} \cos \alpha), \quad (32)$$

de esta manera se pueden determinar los coeficientes aerodinámicos y sus fuerzas para cualquier instante y maniobra de vuelo atmosférico del cohete.

## 7. DINÁMICA

Respecto a la Tierra el cohete se sitúa en un marco de referencia sobre la superficie del planeta que depende de las coordenadas esféricas de latitud  $\phi$  y longitud  $\lambda$ . A su vez este sistema de referencia se encuentra sobre el radio vector posición  $\vec{\mathbf{r}}$  que se crea entre el centro de masas del planeta y el centro de gravedad del cohete. Situados en el centro de masa de la Tierra, los ejes de referencia son  $\mathbf{XYZ}$  con sus vectores unitarios  $\hat{I}\hat{J}\hat{K}$  y origen en  $S$ , donde el plano del ecuador se encuentra sobre los ejes  $\mathbf{XY}$  y el eje  $\mathbf{Z}$  apunta al polo norte celeste (PNC) ver figura 9 (Tewari, 2006). Sobre este sistema de referencia inercial se encuentra un punto  $O$  sobre la superficie cuya distancia al centro de



masas es  $r$  e inclinado respecto a los ejes del sistema de referencia inercial un ángulo de latitud  $\phi$  sobre el plano del ecuador hacia el norte, y un ángulo de longitud  $\lambda$  respecto al eje  $X$ ; estas coordenadas se encuentran en movimiento debido al efecto de rotación de la Tierra a una velocidad angular  $\vec{\omega}$  sobre el ecuador. Por tal motivo se crea un sistema de referencia no inercial instantáneo de origen en  $o$  y los ejes  $xyz$  con sus vectores unitarios  $\hat{i}\hat{j}\hat{k}$ , el eje  $x$  en dirección del radio vector posición, el eje  $z$  apuntando en dirección norte y el eje  $y$  hacia el este. El ángulo formado entre el eje  $z$  y la proyección del vector velocidad  $\vec{V}$  en el plano  $yz$  se conoce como el azimut  $A$  o rumbo; es la dirección de movimiento del cohete respecto al norte de la Tierra. El ángulo que forman el vector posición con el vector velocidad sobre el eje  $x$  se denomina ángulo de trayectoria de vuelo  $\vartheta$ , como se observa en la figura 9.

El sistema de referencia no inercial  $oxyz$  rota alrededor del sistema de referencia inercial  $SXYZ$  con una velocidad angular  $\Omega$ . Debido a esto, la velocidad inercial del cuerpo  $\vec{V}_I$  depende de la rotación de la Tierra y de su posición:

$$\vec{V}_I = \vec{V} + \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad (33)$$

que se puede escribir como:

$$\vec{V}_I = \vec{V} + \omega r \cos \phi \hat{j}, \quad (34)$$

siendo la aceleración inercial la derivada de la velocidad con respecto al tiempo. Derivando la ecuación (34) y reemplazando los términos derivativos de la velocidad angular en la Tierra, se obtiene:

$$\vec{a}_I = \frac{d\vec{V}_I}{dt} = \dot{\vec{V}} + \omega(\dot{r} \cos \phi - r \dot{\phi} \sin \phi) \hat{j} + \omega r \cos \phi (\omega \hat{K} \times \hat{j}), \quad (35)$$

siendo la velocidad no inercial  $V$  en las componentes cartesianas del sistema de referencia del vehículo o el sistema  $oxyz$  descrita como (ver figura 9):

$$\vec{V} = V \left[ (\cos \vartheta) \hat{i} + (\sin \vartheta \sin A) \hat{j} + (\sin \vartheta \cos A) \hat{k} \right]. \quad (36)$$

En términos del radio y la velocidad angular, se escribe la velocidad de manera:

$$\vec{V} = \dot{r} \hat{i} + \Omega \times (r \hat{i}). \quad (37)$$

El vector velocidad angular se encuentra compuesto por:

$$\Omega = \Omega_x \hat{i} + \Omega_y \hat{j} + \Omega_z \hat{k}, \quad (38)$$

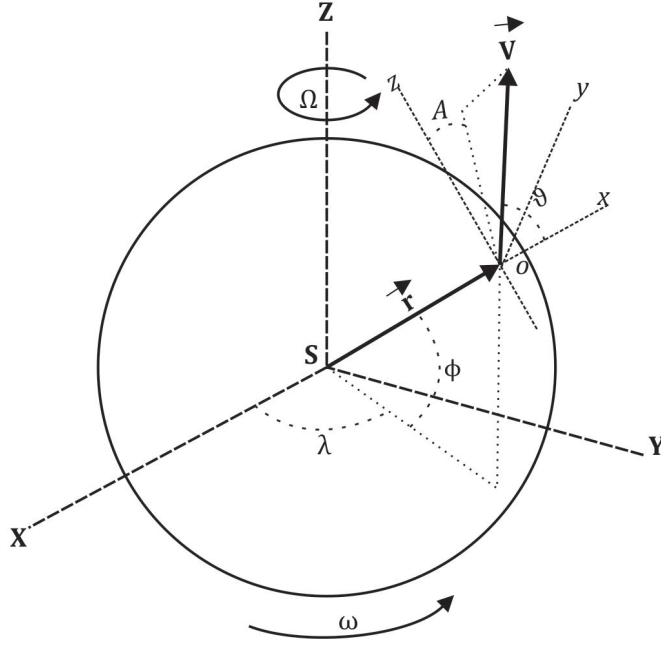


Figura 9: Sistema de referencia terrestre.

en términos de la latitud y longitud se expresa:

$$\mathbf{\Omega} = \dot{\lambda} \hat{i} - \dot{\phi} \hat{j} + \dot{\lambda} \cos \phi \hat{k}. \quad (39)$$

El segundo término de la ecuación (37) determina:

$$\mathbf{\Omega} \times (r \hat{i}) = r \Omega_z \hat{j} + r \Omega_y \hat{k}. \quad (40)$$

Reemplazando la ecuación (40) en (37) e igualando a la (36) se obtiene que:

$$\dot{r} = V \cos \vartheta, \quad (41)$$

$$\Omega_y = -\frac{V \sin \vartheta \cos A}{r}, \quad (42)$$

$$\Omega_z = \frac{V \sin \vartheta \sin A}{r}. \quad (43)$$

Involucrando las ecuaciones (38) y (39) en (42) y (43) se encuentra que las derivadas de la latitud y longitud en función del tiempo son:

$$\dot{\phi} = \frac{V \sin \vartheta \cos A}{r}, \quad (44)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V \sin \vartheta \sin A}{r \cos \phi}, \quad (45)$$

donde las ecuaciones (41), (44) y (45) representan el conjunto de ecuaciones cinemáticas de movimiento relativas al planeta rotante (Tewari, 2006; Weiland 2010). El término  $\dot{r}$  se conoce como la velocidad de ascenso, el término  $\dot{\phi}$  se mueve sobre  $\hat{j}$  desde el ecuador hasta el norte o sur del planeta  $90^\circ$  y  $\dot{\lambda}$  rota alrededor de  $\hat{K}$  sobre el plano ecuatorial  $\mathbf{XY}$  (Portilla, 1996; Jumper, Holladat, Wiechert & Seggel, 2012).

Se define ahora un nuevo sistema de referencia, denominado normal-tangencial sobre el vector velocidad del cohete, compuesto por los ejes  $x_v y_v z_v$  donde  $x_v$  apunta en dirección del vector velocidad y  $z_v$  en dirección de la fuerza de sustentación perpendicular al vector velocidad. De esta manera las fuerzas que se ejercen sobre el plano del cohete son:

$$\vec{F} = \left( \vec{T} \cos \alpha - \vec{D} - \vec{W} \cos \vartheta \right) x_v + \left( \vec{T} \sin \alpha + \vec{L} + \vec{W} \sin \vartheta \right) z_v, \quad (46)$$

ilustradas en la figura 10.

En la figura 10,  $\vec{T}$  representa el vector de fuerza de empuje que actúa sobre el eje longitudinal del cohete y  $\vec{W}$  la fuerza de atracción gravitacional que puede obtenerse del potencial gravitacional  $\Phi$ . En primera aproximación, se puede considerar como una función del radio vector posición  $W = \frac{GM_T m}{r^2}$ , pero aquí tendremos además en cuenta la contribución del armónico zonal  $J_2$  cuya presencia coloca el potencial gravitacional no solo a ser función de  $r$  sino también de  $\phi$ . Puesto que  $\vec{W} = \nabla \Phi$ , se tiene:

$$\begin{aligned} \vec{W} &= W_r \hat{i} + W_\phi \hat{j} = \frac{GM_T m}{r^2} \left[ 1 + \left( \frac{R_e}{r} \right)^2 \frac{J_2}{2} (1 - 3 \sin^2 \phi) \right] \hat{i} \\ &\quad + \frac{3GM_T m}{r^2} \left( \frac{R_e}{r} \right)^2 J_2 \sin \phi \cos \phi \hat{j}, \end{aligned} \quad (47)$$

donde, como ya se dijo,  $G$  es la constante de Cavendish,  $M_T$  es la masa de la Tierra,  $m$  la masa variable del cohete y  $r$  el vector en dirección radial al centro de masa de la Tierra. Una vez culminada la etapa de propulsión, cuando es consumido completamente el combustible, desaparece la fuerza de empuje. Con el aumento de altitud y la salida de la atmósfera, las fuerzas aerodinámicas tienden a desaparecer dejando la carga útil del cohete en órbita alrededor de la Tierra, influenciada por la velocidad, peso y posición como se aprecia en la figura 11.

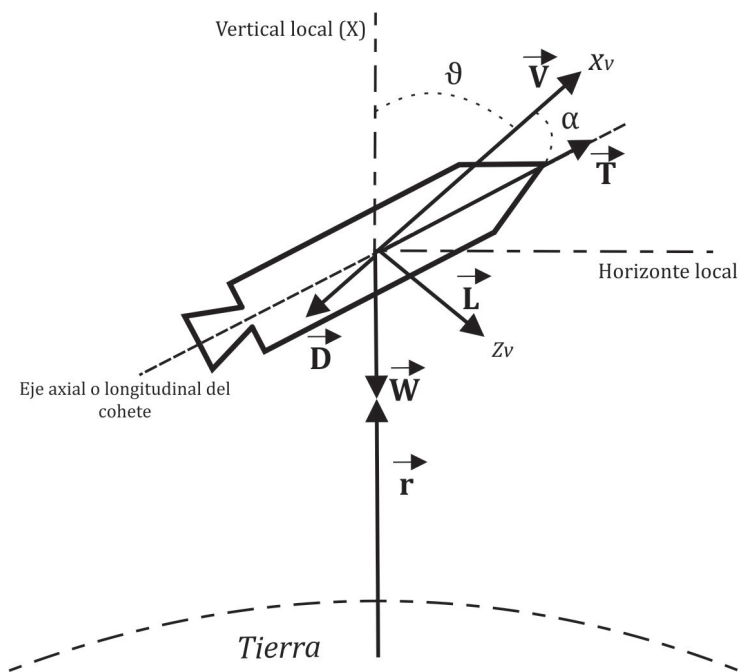


Figura 10: Fuerzas que actúan sobre el cohete. Los ejes  $y$  y  $y_v$  salen ortogonales al plano del papel.

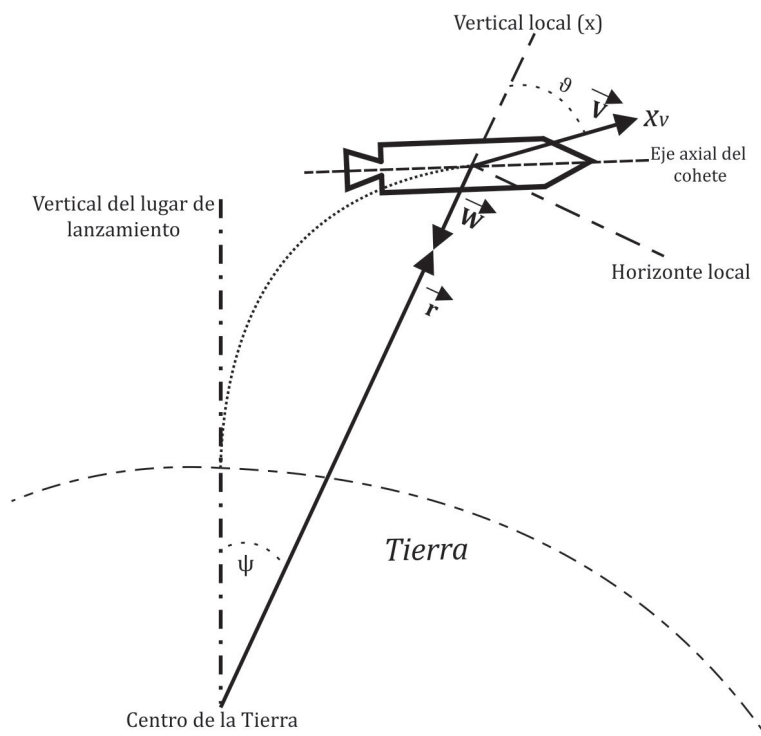


Figura 11: Cohete orbitando.

El ángulo  $\psi$  formado entre la vertical del lanzamiento y el radio vector indica el rango o desplazamiento angular que ha tenido el cohete desde su punto de partida; se define su derivada respecto al tiempo como:

$$\dot{\psi} = \frac{V \operatorname{sen} \vartheta}{r}. \quad (48)$$

De la ecuación (37), realizando la primera derivada del vector velocidad se encuentra que:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{V}} = & \ddot{r}\hat{i} + \dot{r}(\Omega_z\hat{j} + \Omega_y\hat{k}) + r(\dot{\Omega}_z\hat{j} + \dot{\Omega}_y\hat{k}) + \\ & \dot{r}(\vec{\Omega} + \vec{\omega}) \times \hat{i} + r\Omega_z(\vec{\Omega} + \vec{\omega}) \times \hat{j} - r\Omega_y(\vec{\Omega} + \vec{\omega}) \times \hat{k}. \end{aligned} \quad (49)$$

Los terminos  $\vec{\Omega} + \vec{\omega}$  determinan la velocidad angular total del sistema y se encuentran representados por las componentes:

$$\vec{\Omega} + \vec{\omega} = (\dot{\lambda} + \omega) \operatorname{sen} \phi \hat{i} - \dot{\phi} \hat{j} + (\dot{\lambda} + \omega) \operatorname{cos} \phi \hat{k}. \quad (50)$$

El termino de la derecha de la ecuación (35) se define como:

$$\omega r \operatorname{cos} \phi (\omega \hat{k} \times \hat{j}) = \omega r (\dot{\lambda} + \omega) \operatorname{cos} \phi (\operatorname{sen} \phi \hat{k} - \operatorname{cos} \phi \hat{i}). \quad (51)$$

La aceleración inercial se obtiene al reemplazar los términos de las ecuaciones (49), (50), (51) en la (35) dando como resultado las componentes de la aceleración inercial total:

$$\begin{aligned} \vec{a}_I = & \left[ \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 - r(\dot{\lambda} + \omega)^2 \operatorname{cos}^2 \phi \right] \hat{i} + \\ & \left[ r\ddot{\lambda} \operatorname{cos} \phi + 2\dot{r}(\dot{\lambda} + \omega) \operatorname{cos} \phi - 2r\dot{\phi}(\dot{\lambda} + \omega) \operatorname{sen} \phi \right] \hat{j} + \\ & \left[ r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} + r(\dot{\lambda} + \omega)^2 \operatorname{cos} \phi \operatorname{sen} \phi \right] \hat{k}. \end{aligned} \quad (52)$$

Reemplazando los términos de las segundas derivadas de  $\ddot{r}$ ,  $\ddot{\phi}$  y  $\ddot{\lambda}$ , que se obtienen al derivar las ecuaciones (41), (44) y (45) en la (52) y descomponiéndolo en el sistema cartesiano por sus vectores unitarios, se obtienen las ecuaciones para la aceleración inercial en cada uno de los ejes (Nguyen, 1993; Tewari 2006):

$$a_x = \dot{V} \operatorname{cos} \vartheta - V\dot{\vartheta} - \frac{V^2}{r} \operatorname{sen} \vartheta - 2\omega V \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} A \operatorname{cos} \phi - r\omega^2 \operatorname{cos}^2 \phi, \quad (53)$$

$$\begin{aligned}
a_y = & \dot{V} \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} A + V(\dot{A} \cos A \operatorname{sen} \vartheta + \dot{\vartheta} \operatorname{sen} A \cos \vartheta) + \\
& 2\omega V(\cos \vartheta \cos \phi - \cos A \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} \phi) + \\
& \frac{V^2}{r} \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} A(\cos \vartheta - \operatorname{sen} \vartheta \cos A \tan \phi), \quad (54)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_z = & \dot{V} \operatorname{sen} \vartheta \cos A + V(\dot{\vartheta} \cos A \cos \vartheta - \dot{A} \operatorname{sen} A \operatorname{sen} \vartheta) + r\omega^2 \cos \phi \operatorname{sen} \phi + \\
& 2\omega V \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} A + \frac{V^2}{r} \operatorname{sen} \vartheta(\cos \vartheta \cos A + \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen}^2 A \tan \phi). \quad (55)
\end{aligned}$$

Se procede a realizar una transformación de coordenadas entre el sistema de referencia local, anteriormente mencionado, al sistema de referencia del cohete mediante una rotación sobre los ejes  $oxyz$  a los ejes  $x_v y_v z_v$  del sistema de referencia del cohete, con los ángulos  $\vartheta$  y  $A$ , como se observa en la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} a_{xv} \\ a_{yv} \\ a_{zv} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} A & \operatorname{sen} \vartheta \cos A \\ 0 & \cos A & -\operatorname{sen} A \\ -\operatorname{sen} \vartheta & \cos \vartheta \operatorname{sen} A & \cos \vartheta \cos A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}, \quad (56)$$

resultando las componentes de la aceleración en el sistema de referencia del cohete en sus respectivos vectores unitarios:

$$a_{xv} = \dot{V} + r\omega^2 \cos \phi(\cos A \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} \phi - \cos \vartheta \cos \phi), \quad (57)$$

$$\begin{aligned}
a_{yv} = & V\dot{A} \operatorname{sen} \vartheta - r\omega^2 \cos \phi \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} A - \frac{V^2}{r} \operatorname{sen}^2 \vartheta \operatorname{sen} A \tan \phi + \\
& 2\omega V(\cos A \cos \vartheta \cos \phi - \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} \phi), \quad (58)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{zv} = & 2\omega V \cos \vartheta \operatorname{sen} A + \frac{V^2}{r} \operatorname{sen} \vartheta + V\dot{\vartheta} \\
& r\omega^2 \cos \phi(\cos \vartheta \cos A \operatorname{sen} \phi + \operatorname{sen} \vartheta \cos \phi), \quad (59)
\end{aligned}$$

De la segunda ley de Newton donde  $\vec{F} = m\vec{a}$  se iguala la ecuación (46) con las (57) (58) y (59), despejando los términos de las derivadas de  $\vartheta$ ,  $\dot{V}$  y  $\dot{A}$  da como resultado las ecuaciones de movimiento:

$$\begin{aligned}
\dot{V} = & \frac{T \cos \alpha}{m} - \frac{D}{m} - \frac{W_r \cos \vartheta}{m} + \frac{W_\phi \operatorname{sen} \vartheta \cos A}{m} \\
& -\omega^2 r \cos \phi(\operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \vartheta \cos A - \cos \phi \cos \vartheta), \quad (60)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{A} = & \frac{\omega^2 r \operatorname{sen} A \sin \phi \cos \phi}{V \operatorname{sen} \vartheta} + \frac{V}{r} \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} A \tan \phi - \frac{W_\phi \operatorname{sen} A}{mV} \\ & - \frac{2\omega}{\operatorname{sen} \vartheta} (\cos \phi \cos \vartheta \cos A - \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \vartheta), \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} = & \frac{T \operatorname{sen} \alpha}{mV} + \frac{L}{mV} + \frac{W_r \operatorname{sen} \vartheta}{mV} - 2\omega \operatorname{sen} A \cos \phi + \frac{W_\phi \cos \vartheta \cos A}{mV} \\ & - \frac{V}{r} \operatorname{sen} \vartheta - \frac{\omega^2 r \cos \phi}{V} (\operatorname{sen} \phi \cos \vartheta \cos A + \cos \phi \operatorname{sen} \vartheta), \end{aligned} \quad (62)$$

donde el termino  $\dot{V}$  representa la aceleración neta del cohete,  $\dot{A}$  la derivada del ángulo de rumbo y  $\dot{\vartheta}$  la derivada del ángulo de trayectoria de vuelo. Las ecuaciones (60), (61), (62) junto con las (41), (44) y (45) conforman el conjunto de las seis ecuaciones diferenciales que integran el movimiento del cohete en tres grados de libertad (Tewari, 2006; Cook, 2007; Zipfel, 2007; Weiland, 2010).

## 8. ELEMENTOS ORBITALES

Para predecir el movimiento y comportamiento de la carga útil en el espacio orbitando la Tierra, se hace necesario la implementación de los elementos orbitales que otorguen información de la trayectoria de vuelo tomada por el objeto. En esta etapa de vuelo, el combustible del cohete se agota, deja de ser un sistema de masa variable, no hay incremento de la velocidad por la fuerza de empuje y se puede considerar una conservación del momentum angular de la partícula. En este punto, el cuerpo más masivo (la Tierra) ancla gravitacionalmente al menos masivo (satélite, cohete, sonda, carga útil) y pueden aplicarse, en primera aproximación, las soluciones matemáticas que componen el problema de los dos cuerpos analizando el comportamiento del satélite artificial.

Conociendo los valores del radio vector posición  $r$ , el vector velocidad ( $\vec{r} = \vec{V}$ ) y el ángulo de separación entre ellos  $\vartheta$ , se halla el vector de momentum angular  $\vec{h}$  perpendicular al plano de la órbita formado por los vectores posición y velocidad (Roy 1965; Moulton, 1970; Thomson, 1986; Portilla, 2009; Ning, Avendaño & Mortari, 2011):

$$\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}; \quad h = |\vec{r}| \times \left| \dot{\vec{r}} \right| \operatorname{sen} \vartheta. \quad (63)$$

El vector momentum angular se encuentra compuesto de tres vectores unitarios en los ejes  $(XYZ)$   $\hat{I}\hat{J}\hat{K}$ :



$$\vec{h} = h_1 \hat{I} + h_2 \hat{J} + h_3 \hat{K}. \quad (64)$$

El vector posición tiene tres componentes unitarias en el sistema de referencia:

$$\vec{r} = r_1 \hat{I} + r_2 \hat{J} + r_3 \hat{K}. \quad (65)$$

En el caso de la Tierra, el plano de referencia es el ecuador ( $XY$ ), el centro de masas se encuentra dentro de la misma en el origen del sistema de coordenadas ( $SXYZ$ ). A partir de lo anterior se establece el sistema de referencia para los elementos orbitales. El semieje mayor  $a$ , que representa la distancia media de la órbita, para una órbita elíptica se encuentra dado por (suponiendo  $M_T \gg m$ ):

$$a = \frac{rk^2}{2k^2 - rV^2}, \quad (66)$$

donde  $k$  se llama la constante de Gauss que depende de la constante de Cavendish y la masa de la Tierra:

$$k = \sqrt{GM_T}. \quad (67)$$

La excentricidad de la órbita está definida por:

$$e = \sqrt{1 - \frac{h^2}{k^2 a}}. \quad (68)$$

En la figura 12 se observan algunos conceptos geométricos básicos de la elipse, donde el radio vector posición del satélite se mide desde un foco  $F$  donde está el centro de masas de la Tierra. La máxima separación vertical de la elipse se conoce como el eje menor  $2b$  y la máxima separación horizontal como el eje mayor (distancia entre perigeo y apogeo)  $2a$ ; de esta manera se puede definir a la excentricidad de la órbita como la relación que existe entre la distancia de separación horizontal del foco al centro dividido entre el semieje mayor  $a$ ,  $\left(e = \frac{CF}{a}\right)$ , o en términos del semieje menor y el mayor como:  $e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$  (Portilla, 2009).

En la figura 13 se observa la distribución de los demás elementos orbitales respecto a la forma de la órbita y su posición con la Tierra.

La inclinación, el ángulo existente entre el plano del ecuador terrestre y el plano de la órbita, está dado por:

$$i = \cos^{-1} \left( \frac{h_3}{h} \right). \quad (69)$$

La longitud del nodo ascendente  $\Omega$  es el ángulo formado entre el eje de referencia  $X$  y la línea de los nodos y está dado por:

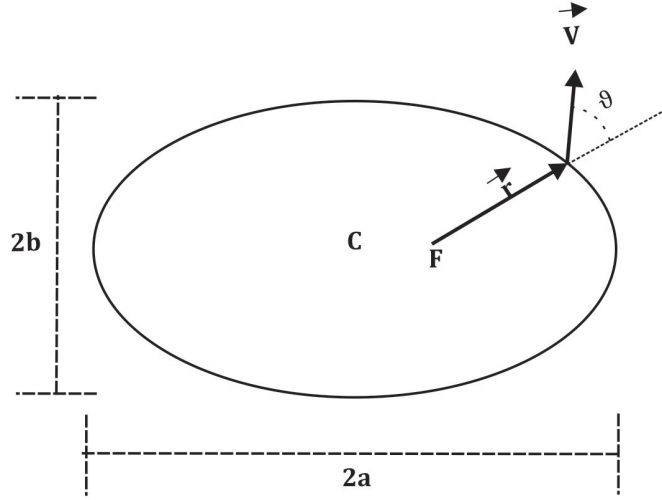


Figura 12: Definición del eje mayor  $2a$  y el eje menor  $2b$ .

$$\Omega = \tan^{-1} \left( \frac{h_1}{-h_2} \right). \quad (70)$$

El argumento del perigeo  $\omega$  es el ángulo formado entre el nodo ascendente y la línea de las ápsides sobre el plano de movimiento del satélite:

$$\tan(\omega + \theta) = \frac{Z}{\text{sen } i(X \cos \Omega + Y \text{sen } \Omega)}, \quad (71)$$

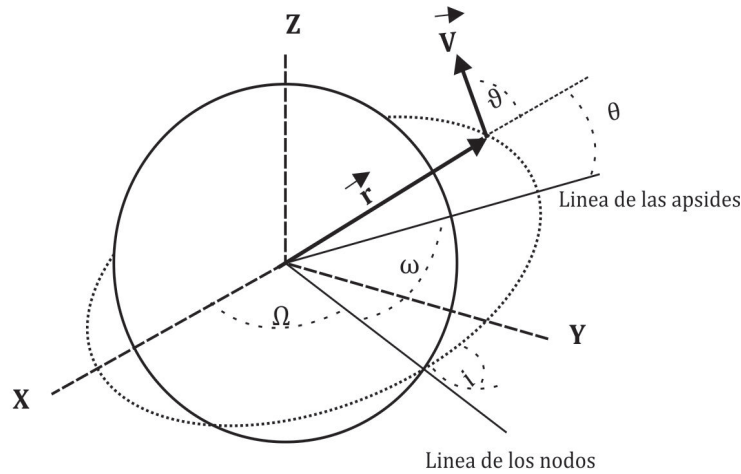
donde  $\theta$  es la anomalía verdadera que es el ángulo formado en el plano del satélite entre el perigeo y el radio vector posición del satélite.

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{1}{e} \left( \frac{a(1 - e^2)}{r} - 1 \right) \right]. \quad (72)$$

De esta manera se completan los seis elementos orbitales, que se determinarán para observar el comportamiento del objeto en órbita durante un periodo de tiempo determinado (Bate, Muller & White, 1971; Portilla, 2000).

## 9. OPTIMIZACIÓN

El proceso de optimización del cohete se encarga de disminuir la cantidad de masa total en función del combustible, relacionando la masa estructural de



..... Trayectoria de la órbita

Figura 13: Elementos orbitales.

las etapas y número de etapas del vehículo, con la velocidad de los gases y el impulso específico del propelente de cada etapa. Es posible, mediante un proceso iterativo, obtener los parámetros de masas en las etapas del cohete, respecto a la masa de la carga útil en el lanzamiento.

Según los parámetros de configuración a nivel Colombia y la misión, el impulso específico  $Isp_1$  para propelente sólidos que actualmente se desarrollan en el país por las industrias militares es del orden de  $220 \text{ s}^2$ . Debido al escaso desarrollo de propelente químicos en el país, este se toma como un estándar para impulso específico de todas las etapas  $Isp_k$ . Partiendo de la ecuación fundamental del movimiento del cohete  $\Delta V$  (ver ecuación 6), que depende de los gases de escape de la etapa  $v_{ek}$  y la relación de masas iniciales  $m_{0k}$  con la final  $m_{fk}$ , donde el subíndice  $k$  indica el número de etapas a analizar (Koelle, 1961; Tewari, 2006), se obtiene:

$$\Delta V = -\sum_{k=1}^N v_{ek} \ln \frac{m_{fk}}{m_{0k}}, \quad (73)$$

Si se reemplazan las masas por los factores de carga estructural  $\sigma_k$ , el factor de relación de masas iniciales y finales  $\lambda_k$ , se encuentra que la ecuación anterior queda de la forma:

<sup>2</sup>Comunicación personal con INDUMIL.

$$\Delta V = -\sum_{k=1}^N v_{ek} \ln(\sigma_k + (1 - \sigma_k) \lambda_k), \quad (74)$$

donde:

$$\lambda_k = \frac{m_{i(k+1)}}{m_i}, \quad (75)$$

$$\sigma_k = \frac{m_{sk}}{m_{sk} + m_{propk}}, \quad (76)$$

siendo  $m_{sk}$  la masa estructural de la etapa y  $m_{propk}$  la masa del propelente químico. Al relacionar el cambio de velocidad con la velocidad de gases de escape de la primera etapa, y la relación entre factores de masa  $\alpha_k$ , la ecuación a iterar queda de la siguiente forma:

$$\frac{\Delta V}{v_{e1}} = -\sum_{k=1}^N \beta_k \ln(\sigma_k + (1 - \sigma_k) \alpha_k \lambda_1), \quad (77)$$

$$\beta_k = \frac{v_{ek}}{v_{e1}} = \frac{Isp_k}{Isp_1}, \quad (78)$$

$$\alpha_k = \frac{\lambda_k}{\lambda_1}, \quad (79)$$

$$\lambda_T = \frac{m_{pay}}{m_{i1}} = \lambda_1^N \prod_{k=1}^N \alpha_k, \quad (80)$$

Para este caso  $\beta_k$  representa la relación de velocidades de escape,  $\lambda_T$  la relación entre la carga paga o carga útil  $m_{pay}$  (masa a transportar) con la masa inicial total del vehículo  $m_{i1}$  (Laffleur, Fleming & Saleh, 2012).

## 10. CONTROL

Durante la fase del vuelo de ascenso (de zona de lanzamiento a órbita) el cohete es direccionado por un sistema de guía, navegación y control (GNC's) mientras los motores cohete se encuentran en funcionamiento. El sistema guía es almacenado dentro de una computadora de vuelo para que el cohete, por medio de elementos de control aerodinámico (aletas) o mecánico (empuje vectorial de las toberas), siga la trayectoria de vuelo almacenada corrigiendo su rumbo, ángulo de cabeceo y ángulo de ataque en función de perturbaciones externas como los vientos. De esta manera se garantiza que el vehículo sea lo más preciso en el momento de la inserción orbital.

El cohete tiene tres ejes de movimiento, donde se efectúan tres posibles rotaciones. Para este caso la simulación es de tres grados de libertad y no de seis,

por lo tanto, supone que el cuerpo no tiene rotaciones de guiñada y alabeo, solo el cabeceo que es controlado por el sistema de guiado (Martos, 2009); tampoco se tienen en cuenta los momentos inerciales por la forma del cuerpo o por el cambio del centro de gravedad en función del tiempo por la expulsión de masa del propelente.

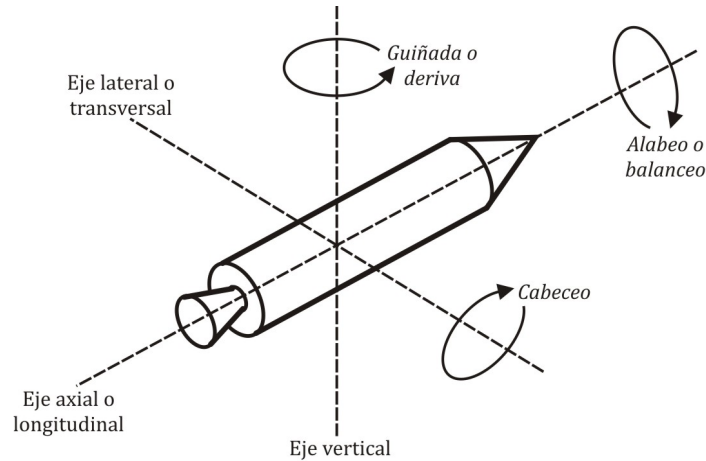


Figura 14: Rotaciones y ejes del cohete.

Debido a que no se cuenta con un diseño detallado del cohete, se asume que el ángulo de control  $\chi$  es equivalente al ángulo de trayectoria de vuelo  $\vartheta$ . Por otra parte, para la reducción de las fuerzas aerodinámicas se controla el ángulo de ataque  $\alpha = 0^\circ$  en cualquier instante del vuelo propulsado, disminuyendo el coeficiente de arrastre. Durante la fase de despegue el cuerpo necesita vencer la inercia gravitacional y adquirir la velocidad necesaria para el ascenso, se determina así que para los primeros segundos del despegue  $\vartheta = 0^\circ$  y, cuando se encuentre en inserción orbital para quedar en órbita circular, el valor del ángulo es  $\vartheta = 90^\circ$ , siendo perpendicular el vector velocidad al de posición. Para controlar la dirección del lanzamiento o rumbo se programa el ángulo de azimut  $A$  durante el lanzamiento, así se puede determinar el impacto de las etapas y la inclinación de la órbita (Calise, 1995).

La implementación de un programa de cabeceo para el control de la misión, reducción de cargas estructurales en el cuerpo del cohete y reducción de cargas aerodinámicas, durante el ascenso del vehículo, se hace anulando el ángulo de ataque  $\alpha = 0^\circ$  para la minimización de los coeficientes aerodinámicos (cuando el cuerpo es simétrico y el ángulo de ataque es  $0^\circ$  los coeficientes aerodinámicos de sustentación y arrastre obtienen los valores:  $C_L = 0$ ,  $C_D = C_{D0}$ ), se determina que la ecuación diferencial a primer orden que actúa sobre el ángulo de

trayectoria de vuelo  $\vartheta$  es aproximadamente (Koelle, 1961; Hughes, 2004; Zipfel, 2007):

$$\dot{\vartheta} \approx -g \frac{\cos \vartheta}{V}. \quad (81)$$

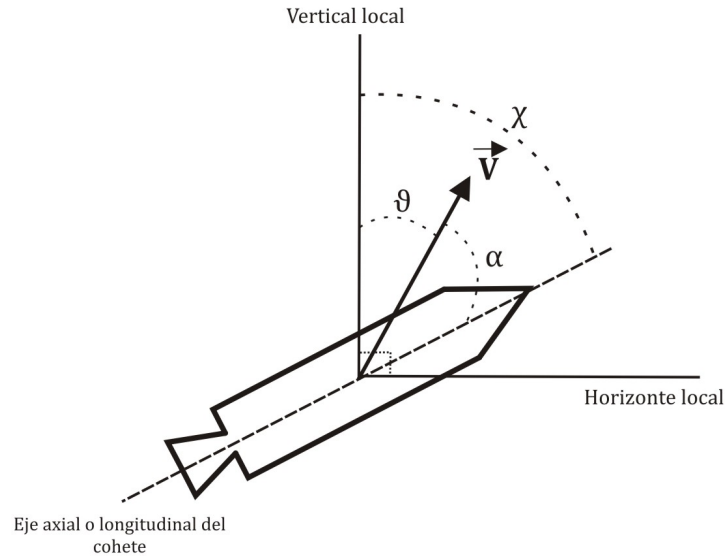


Figura 15: Ángulo de guía.

En esta tesis, en la etapa de guía, no se tendrán en cuenta los efectos por rotación del cuerpo central, vientos ni fuerzas aerodinámicas laterales, haciendo de este programa una guía relativamente sencilla para el ascenso del vehículo.

### Parte III

# REQUERIMIENTOS TÉCNICOS

El diseño, construcción y lanzamiento de un futuro cohete en Colombia que sea capaz de transportar cargas útiles a órbita, en donde pueda aplicarse el código aquí desarrollado y posteriores versiones del mismo mejoradas, necesita de una infraestructura tecnológica, política y económica que garantice su funcionamiento y operaciones. Para ello se requiere de un plan de desarrollo teniendo como base la evolución de las investigaciones aeroespaciales en países más desarrollados. En este capítulo se encontrarán los parámetros que se deben tener en cuenta para la selección de un sitio de lanzamiento y construcción de las estaciones terrenas para sus operaciones, las cargas útiles que por el momento podría desarrollar el país y comparándolo con los desarrollos e investigaciones actuales a nivel nacional.

## 11. DESARROLLO NACIONAL

Desde hace más de 60 años la historia de la humanidad dio un giro trascendental al dar comienzo a la denominada carrera espacial. Durante el periodo comprendido entre los años 1957 y 1975 grandes potencias como Estados Unidos y la ex Unión Soviética desarrollaron vehículos capaces de atravesar la atmósfera y llevar al hombre más allá de la frontera de la misma: los cohetes espaciales. La tecnología utilizada durante esta época deja un aporte fundamental en el desarrollo científico y social a nivel mundial, generando una integración entre países desarrollados para el fortalecimiento de la investigación y exploración del espacio exterior (Martos, 2009).

Colombia, debido a sus problemas sociales y económicos, no le ha dado la importancia necesaria a la exploración espacial. Son pocas las personas e instituciones que se atreven a incursionar en este campo, por falta de recursos destinados a este tipo de investigaciones, la escasez de personal idóneo y a la difícil situación de orden público.

Desde que la creación de la NASA y sus exitosas misiones *Apollo* que llevaron al hombre a la Luna, algunos pocos curiosos y visionarios colombianos se han interesado por esta exitosa tecnología de propulsión. Uno de los primeros pioneros del país fue Isaías Moreno, oriundo de Tocaima, Cundinamarca, quien, con su

capital privado, logró diseñar, construir y lanzar los primeros cohetes colombianos. En los años 60, al mismo tiempo que la NASA lanzaba su programa *Mercury* con seres humanos orbitando la Tierra, en Colombia se construyeron los cohetes Tequendama y Seek fabricados por Isaías Moreno, llevando primates a una altura de 3800 m. Este ha sido el logro más significativo de la cohetaría civil colombiana; hasta el momento ningún grupo ha superado esta altura, ni ha llevado algún otro ser vivo a bordo<sup>3</sup>.

Mientras el hombre llegaba a la Luna, y se desarrollaba el proyecto del transbordador espacial, la cohetaría colombiana parecía estancarse y las personas que trabajaron en esta área durante los años 70 y 80 eran escasas y ocultas a la luz pública por razones de seguridad.

Hernán Charry, con la Ayuda de José Orlando Parra en los años 90, diseñan y construyen pequeños cohetes con motores de baja potencia a base de pólvora y compuestos nitratos, los cuales desarrollan vuelos verticales menores a un kilómetro de altura. En la actualidad Hernán Charry sigue construyendo sus cohetes en Villa de Leyva, Boyacá, con la ayuda de la fundación científica Elkeve y desarrolla un proyecto para llevar roedores en vuelo suborbital con motores cohete de combustible líquido<sup>4</sup>.

En 1998 se desarrolla la misión Tamsa, la cual la integraban a entidades como Indumil, el Sena, la Universidad San Buenaventura, el Planetario Distrital y otras instituciones, que planeaban la construcción de un cohete portador como sistema de lanzamiento para satélites desde las costas colombianas. Como producto de su investigación quedó un diseño conceptual de un cohete que se encuentra como maqueta en el museo militar de Bogotá.

Poco a poco diversos profesionales se involucran en este campo de acción. Entre los años 2000-2002 surgen las primeras tesis en diseño de motores cohete de combustibles sólidos en la Universidad Nacional de Colombia y en el 2005 se realiza una investigación conjunta en el Departamento de Ingeniería Mecánica sobre el modelamiento matemático, diseño, construcción y pruebas de un micromotor cohete de propelentes líquidos y se publican los primeros avances teóricos de cohetaría en el país como el libro “Introducción a la tecnología de la propulsión” de la Universidad Nacional (Garzón, Duque & Roa, 2004; Achury, 2005; Gómez & Castro, 2006).

En la Universidad San Buenaventura de Bogotá, en el Departamento de Ingeniería Aeronáutica, se adelantan investigaciones en la construcción y funcionamiento de motores cohete de propelentes sólidos a base de combustibles caseros, estudios aerodinámicos de las estructuras e implementación de propelentes líquidos en mochilas cohete (Gómez & Castro, 2006).

---

<sup>3</sup>Comunicación personal.

<sup>4</sup>Información suministrada por Hernán Charry, director de la fundación científica proyecto Elkeve en Villa de Leyva, Boyacá.



Desde el año 2006, se crea la Comisión Colombia del Espacio (CCE) la cual se espera que en un futuro próximo dé paso a la Agencia Colombiana de Asuntos Espaciales, encargada de gestionar los proyectos y grupos de investigación en ciencias espaciales, entre ellos, un comité de la parte Astronáutica de Colombia dirigido por las Fuerza Aérea Colombiana (FAC). En este mismo año, Medellín fortalece sus conocimientos en el tema y junto con la colaboración de la Universidad de Antioquia, Eafit, y Bolivariana, crean un grupo que fomenta la investigación aeroespacial denominado Inges Aerospace, con una rama dedicada a la coherería conocida como Coherería Paisa, la cual es dirigida por el estudiante de ingeniería mecánica de la Universidad de Antioquia David Pineda y su principal desarrollo es en el campo de la propulsión sólida con el diseño de cohetes de etapas<sup>5</sup>. En la Universidad Nacional, en el mismo año, nace el grupo de investigación en coherería hidráulica (GIPCUN) dirigido por el Ing. Saulo Gómez.

En el 2008 surge el semillero de investigaciones en la Universidad Libre de Bogotá el cual cuenta con el desarrollo de motores cohete de combustible sólido supersónicos y la integración de ingenieros aeronáuticos, mecánicos y electrónicos enfocados en el desarrollo de cohetes atmosféricos y posteriormente cohetes sonda para toma de datos de la atmósfera colombiana. Al día de hoy el grupo ha diseñado más de cinco tipos de motores cohete sólidos supersónicos, con fuerzas de empuje entre los 80-200 kgf capaces de llevar un cohete sonda a altitudes superiores a 3 km con velocidades supersónicas de 1.5 Mach (Galindo & Murcia, 2009). Ese mismo año, la Fuerza Aérea Colombiana con el Centro de Investigaciones en Tecnología Aeronáutica (CITA) propone la creación de un cohete portador de tres etapas de propelentes líquidos con la capacidad de transportar pico satélites colombianos a orbitas bajas de la Tierra<sup>6</sup>.

En el año 2009, en la Fundación Universitaria los Libertadores crea la primera tesis sobre el diseño conceptual y preliminar de un cohete portador de dos etapas para el transporte de carga útil de una tonelada lanzado desde el territorio colombiano a órbitas bajas de la Tierra (Calderón & Murcia, 2009). Allí mismo, se crean las dos primeras tesis sobre el diseño y estudio de motores cohete de propulsión iónica para los sistemas de posicionamiento en satélites (Escorcia, 2011; Robledo, 2011).

La Universidad de los Andes con el grupo de investigación Proyecto Uniandino Aeroespacial (PUA) perteneciente al Departamento de Ingeniería Mecánica y dirigido por Fabio A. Rojas, se ha encargado durante la última década de generar, divulgar e investigar en temas de índole aeroespacial. Debido a la formación académica que ofrece la Universidad y al Departamento al que pertenece el grupo, el lado fuerte del mismo se centra en la investigación en temas de propulsión termoquímica, aerodinámica y, en general, comportamientos actitudinales propios de vehículos tipo cohete. El día 9 de junio de 2009, con apoyo

<sup>5</sup><http://ingesaerospace.blogspot.com>

<sup>6</sup>Presentación en el congreso de ciencia y tecnología aeroespacial CICTA 2007.

de la Fuerza Aérea Colombiana en la base de GAORI se llevó a cabo el lanzamiento de la primera misión de cohería experimental de PUA con un vehículo cohete de alta potencia, propulsado por un motor de combustible sólido de 20 kg de empuje, equipado con sistemas de monitoreo y almacenamiento de datos (Urrego, 2009).

La Universidad Pontificia Bolivariana de Medellín (UPB) adelanta investigaciones en diseños aerodinámicos de toberas, diseños de motores cohete de 70 mm con propelentes sólidos, contando con la colaboración de Fuerza Aérea Colombiana y empresas privadas para el avance de estos proyectos (Escobar & Jaramillo, 2009).

En la actualidad INDUMIL es la única empresa del estado que se encarga de investigar y adelantar proyectos en el campo de los cohetes y misiles de propelentes sólidos de doble base, contando con los permisos militares exigidos y con las instalaciones necesarias para el almacenamiento, manipulación y producción de químicos altamente explosivos. Estos cohetes son utilizados como artillería en los aviones y helicópteros de la Fuerza Aérea Colombiana con un alcance horizontal que oscila entre los 2 a 7 km y de velocidades de vuelo supersónicas<sup>7</sup>.

En el campo satelital el desarrollo más significativo lo ha tenido el proyecto de la Universidad Sergio Arboleda (USA) con el pico satélite Libertad I, ensamblado en esta universidad y transportado a Kazajistán para su lanzamiento abordo de un cohete portador ruso para posicionarlo en órbita baja polar (Joya, 2007). El 17 de abril de 2007 este satélite de masa menor a 1 kg se posicionó en órbita polar con inclinación de 98°, apogeo de 787.5 km y perigeo de 659.56 km transmitiendo datos sobre su ubicación a diversas estaciones en Tierra (IGAC, 2007). El Instituto Geográfico Agustín Codazzi adelanta la adquisición de un satélite de observación de la Tierra e implementación de estaciones terrestres para la toma de imágenes del territorio nacional y fortalecimiento de la infraestructura de datos espaciales en el país (IGAC, 2010). Desde el año 2008 el ministerio de telecomunicaciones desarrolla el proyecto para la compra de un satélite de telecomunicaciones geoestacionario que se posicionaría sobre la órbita geoestacionaria de Colombia, pero en el gobierno actual dicha iniciativa está congelada. La Universidad Distrital Francisco José de Caldas, en el programa de Ingeniería Electrónica, desarrolla el proyecto de un pico satélite que sirva para la transmisión de datos de telemedicina sobre el territorio nacional para facilitar el acceso médico a poblaciones vulnerables y alejadas de los cascos urbanos sin acceso a servicios de salud<sup>8</sup> (Gómez, 2009).

Comparando estos desarrollos con el nivel de latinoamérica, donde países como Brasil y Argentina ya tienen desarrollados cohetes en principio capaces de posicionar cargas útiles en el espacio como el Tronador II de Argentina y el SLV de Brasil, es claro que el atraso del país en este tipo de tecnologías

<sup>7</sup>Comunicación personal con el director del proyecto, Ing. Carlos Cubides.

<sup>8</sup>Presentación en el congreso de ciencia y tecnología aeroespacial CICTA 2010.

es bastante grande. Países como Chile, Venezuela, México, Brasil y Argentina cuentan con sus propios satélites de comunicaciones y observación de la Tierra y para finales de este año Bolivia tendrá su propio satélite de comunicaciones (Marcano, Benitez, La Rosa & La Cruz, 2009). Colombia se encuentra hasta ahora en un proceso de adquisición de conocimientos y tecnologías para poder llevar a cabo este tipo de proyectos y ponerse al nivel de la región. Sin embargo, los intentos de compra de un satélite de comunicación (habiendo sido aprobado el dinero) fueron infructuosos y la administración Santos decidió aplazarlo indefinidamente.

## 12. PARÁMETROS PARA LA SELECCIÓN DEL LUGAR DE LANZAMIENTO

A continuación se establecen los requerimientos mínimos a tener en cuenta para poder seleccionar una zona de lanzamiento de cohetes portadores espaciales (Koelle, 1961; Davies, 2003).

### 12.1. Condiciones climáticas y meteorológicas

En el campo aeroespacial, las condiciones meteorológicas determinan la facilidad que se tiene para realizar operaciones de apoyo para aeronaves desde las instalaciones en tierra. Este es un factor determinado por las condiciones atmosféricas características de la zona.

Entre las características climáticas de los sitios de lanzamiento se busca que se encuentren en lugares donde no se presenten estaciones, debido a que limita las operaciones a determinados meses o estaciones del año. También que no sea una zona común para la generación de huracanes, tifones, tornados, tormentas, entre otros fenómenos meteorológicos. El aire debe tener una condición de humedad baja para conservar las condiciones de atmósfera estándar y evitar que materiales químicos como los propelentes sufran de contaminación por humedad y las estructuras metálicas sufran de corrosión, preferiblemente con bajas precipitaciones y clima cálido (entre 250 ml/año y 600 ml/año) ( $10^{\circ}$  C y  $35^{\circ}$  C) (Koelle, 1961, Frost, 1985).

Es esencial que esta área o zona de lanzamiento se encuentre cerca al mar para que se acerque a las condiciones de atmósfera estándar (condiciones de presión, densidad y temperatura respecto a la altitud del nivel medio del mar) con la cual se pone a prueba el funcionamiento y rendimiento de los motores cohetes y la aerodinámica del vehículo de lanzamiento. Uno de los factores más importantes a la hora de realizar la selección es el perfil de viento (*wind-shear*) a lo largo de las capas de la atmósfera terrestre el cual puede desviar de su trayectoria al vehículo durante la fase de ascenso en el lanzamiento y causar

daños en las estructuras terrestres como torres de servicio y lanzaderas. Es recomendable que esta velocidad se encuentre en un promedio de 20 a 80 km/h en las capas troposférica y estratosférica, mientras que en la superficie de 0 m/s a 20 m/s para proceder con seguridad a la realización de las operaciones (Koelle, 1961; Frost, 1985). Debe carecer de poca nubosidad y niebla para permitir que los rangos de visibilidad en la superficie se encuentren entre los 2 y 5 km para que de esta manera los controladores en tierra puedan observar los lanzamientos a una distancia segura siguiendo la trayectoria de vuelo en ascenso atmosférico.

Es fundamental para garantizar estas condiciones y predecir cualquier cambio en ellas, el monitoreo diario en estaciones terrenas con sondas, globos, cohetes, barcos, satélites, etc., que transmitan información de condiciones como presión, densidad, temperatura, punto de rocío, velocidad del viento y visibilidad, altura de las nubes, entre otras.

## **12.2. Densidad de población y tráfico aéreo**

Para garantizar la seguridad de la población y el personal durante las fases de despegue y vuelo atmosférico, se hace necesario que los alrededores del sitio de lanzamiento así como los lugares debajo de la trayectoria de vuelo de los cohetes tengan una baja densidad de población (desiertos, mares), garantizando así que en caso de una explosión no haya personal cercano en un radio mínimo a 2 km, y, en caso de un fallo en el vuelo que genere una colisión en tierra, el vehículo no impacte a una población civil. Por estas mismas razones es preferible que se encuentre lo más lejos posible de ciudades principales. Ejemplos son: Cabo Cañaveral en Florida, EE.UU, Baikonur en Kasa,jiztán y el puerto espacial europeo de Kourou en Guyana francesa (Frost, 1985).

Estas zonas deben contar con espacio aéreo restringido en las cercanías de la base en tierra (FAA, 2009), operaciones aéreas limitadas en la cercanía de la trayectoria de vuelo del cohete, y baja densidad de tráfico aéreo de acuerdo con las regulaciones aeronáuticas establecidas por el país evitando la mayor cantidad de aerorutas tanto nacionales como internacionales que pasen cerca al puerto espacial. El objetivo es garantizar la seguridad del espacio aéreo y terrestre (Ley, Wittmann & Hallmann, 2009).

## **12.3. Geografía**

Preferiblemente las instalaciones en tierra de la plataforma de lanzamiento y el complejo de operaciones deben encontrarse lejos de fallas geológicas, volcanes activos, regiones montañosas y selváticas (preferiblemente una llanura o costa), fuentes de agua subterráneas, parques y ecosistemas naturales, sitios históricos, o asentamientos indígenas, garantizando la visibilidad y accesibilidad a las instalaciones, evitando el menor daño en los ecosistemas adyacentes. De

igual manera, se debe corroborar con la elaboración de estudios geológicos y topográficos de la región (Frost, 1985).

#### **12.4. Comunicaciones y transporte**

Parte esencial de la infraestructura para el mantenimiento y adecuación de los puertos espaciales son las comunicaciones y las vías de transporte.

Las comunicaciones permiten realizar coordinadamente las operaciones, recibir y enviar información oportuna con puestos de monitoreo y control fuera de las instalaciones. Es importante que, con las comunicaciones, también se encuentre un puesto de suministro de energía cercano para las mismas (hidroeléctrica, generadores eólicos, termoeléctrica, etc.). La distribución de comunicaciones en la zona debe ser redundante, aprovechando el uso de satélites de comunicaciones, microondas, y disposición de diversas antenas y radio ayudas (aéreas y terrestres) para utilizar adecuadamente las bandas del espectro electromagnético, así como también de la creación de canales de emergencia (Koelle, 1961; Astore, Giffen & Larson, 2004).

La infraestructura más importante se encuentra determinada por las vías de acceso que permiten el transporte de suministros y materia prima al complejo de lanzamiento. Entre mayor sea la infraestructura vial, más fácilmente se puede seleccionar el medio más adecuado para el transporte de determinadas sustancias, equipos y material, siendo apoyado por el sistema de logística del complejo. Es esencial el aprovechamiento de recursos naturales como los ríos para el transporte fluvial y los mares para cargamento de mayor capacidad. Así mismo debe contar con instalaciones de transporte aéreo como aeródromos y helipuertos que agilicen el transporte de personal y materiales. En el campo terrestre las vías deben encontrarse en perfecto estado para el transporte de cargas pesadas y, si es posible, contar con vías férreas. La ubicación y utilización de cada uno de estos medios de transporte debe ser adecuada de acuerdo al tipo de suministros a utilizar y el lugar donde se encuentran ubicados. Para el caso de vías férreas, carreteras y helipuertos es fundamental que se encuentren tanto externos a la base (para llevar los suministros) como internos en las mismas instalaciones (para movimiento y almacenamiento de los suministros) permitiendo no solo el suministro de personal y materiales sino también el desplazamiento de equipos dentro de las mismas instalaciones (Astore, Giffen & Larson, 2004).

#### **12.5. Infraestructura**

A parte de seleccionar el sitio de lanzamiento como un lugar lo bastante alejado de poblaciones humanas, es importante que se tenga en cuenta el espacio a utilizar del mismo, debido a que debe facilitar el desarrollo de las operaciones internas y la seguridad al personal que allí reside, algo así como una pequeña

ciudad. La zona debe ser lo bastante grande para tener laboratorios de pruebas, bodegas de almacenamiento de combustibles, instalaciones para el personal, torres de lanzamiento, talleres de ensamble y mantenimiento, sistemas de energía, infraestructura vial, y todos deben estar cuidadosamente alejados entre ellos con el fin de prevenir accidentes y, en el caso de que ocurran, no afecte la infraestructura de otras instalaciones y garantice la seguridad y evacuación adecuada del personal, todo esto enmarcado dentro de un plan de operaciones a desarrollar para el puerto espacial (Buchheim, 1959; Koelle, 1961; Ley, Wittmann & Hallmann, 2009).

## 12.6. Maniobras orbitales

La posición geográfica del sitio de lanzamiento debe corresponder al tipo de maniobra u operación orbital a desarrollar de acuerdo con la órbita seleccionada para la carga útil. Esto permite ahorrar combustible en el cohete, hace más viable desde el punto de vista económico el desarrollo de la misión y permite transportar una mayor carga útil al espacio exterior. Si es un satélite geoestacionario necesita de maniobras de transferencia geoestacionaria (GTO) es mejor realizar el lanzamiento a latitudes cercanas al ecuador terrestre como ocurre en la base de Kourou con el cohete Ariane. El tipo de órbita es seleccionado de acuerdo al tipo de satélite que se va a transportar. Los de telecomunicaciones se encuentran en órbitas geoestacionarias (GEO) mientras que satélites de reconocimiento y vigilancia en órbitas bajas (LEO) inclinadas. Esto implica tener en cuenta otro factor que es el de las ventanas de lanzamiento. En el caso de los lanzamientos cercanos al ecuador terrestre es importante tener en cuenta el aprovechamiento de velocidad de propulsión aportada por la velocidad de la Tierra en este punto; esto permite ahorrar cerca de 0.5 km/s a la velocidad que debe suministrar el cohete. Uno de los países que no puede usar esta ventaja es Israel debido a que limita al oriente con territorios árabes por lo que sus naves espaciales deben ser lanzadas en contra-rotación terrestre exigiendo mayor gasto de combustible a un costo más elevado que otros lanzamientos (Rose, 1966; Larson & Wertz, 1999; Fortescue, Stark & Swinerd, 2003). Claramente Colombia, por su ubicación cerca al ecuador terrestre, ofrece ventajas competitivas a la hora de colocar satélites en órbitas GEO.

## 12.7. Otros factores

La ubicación del puerto espacial no debe atender contra la fauna, flora y los pobladores que residen cerca a éste. Para el desarrollo de operaciones en las cuales las trayectorias de lanzamiento coincidan un sobre vuelo sobre países o territorio limítrofe debe contar con la autorización de ese estado para utilizar su espacio aéreo y, de igual manera, tener las consideraciones adecuadas para las operaciones cumpliendo las legislaciones nacionales e internacionales (ONU, 2002; FAA, 2009). La situación actual de orden público en el país, también limita

la construcción y operación de instalaciones aeroespaciales en algunas zonas del territorio nacional.

## **13. DESARROLLO TECNOLÓGICO**

Es importante que el país cuente con la infraestructura tecnológica necesaria para desarrollar un proyecto de esta magnitud y de igual manera capacitar a los profesionales en estas áreas del conocimiento. Lugares como laboratorios, almacenes y demás son utilizados en el funcionamiento adecuado de las instalaciones. A continuación se explican de manera detallada cada uno de ellos (Koelle, 1961; Larson & Wertz, 1999; Fortescue, Stark & Swinerd, 2003).

### **13.1. Plataformas de lanzamiento**

Son las instalaciones en tierra encargadas de transportar, posicionar y guiar el cohete para su lanzamiento. En ellas se realiza el mantenimiento del cohete así como en algunas ocasiones el ensamble del mismo. Cuentan con sistemas de suministro de combustible (en el caso de los propelentes líquidos) y torres especializadas de mantenimiento que permiten al personal realizar las inspecciones antes del lanzamiento. También cuentan con sistemas umbilicales de telemetría que llevan los datos a la sala de control de vuelo, así como un sistema de cámaras para monitorear cada instante previo al lanzamiento. En algunos casos, se cuenta con más de una plataforma para lanzar varios vehículos simultáneamente o utilizar otro en caso de fallo de algún sistema principal (Larson & Wertz, 1999).

### **13.2. Sistemas de rastreo**

Son estaciones en tierra situadas debajo de la trayectoria de vuelo (grupo de antenas) que se encargan de monitorear al cohete desde el lanzamiento hasta la inserción en órbita. También monitorean otros factores como el tráfico aéreo y condiciones meteorológicas. A través de ellas el cohete envía los datos de vuelo al centro de control; allí, operadores en tierra controlan de manera remota y segura las etapas del vuelo. Es importante que se encuentren distribuidas a lo largo de la trayectoria y acompañadas de sistemas satelitales (Larson & Wertz, 1999; Fortescue, Stark & Swinerd, 2003).

### **13.3. Laboratorios**

- Los laboratorios son instalaciones esenciales a la hora de poner a prueba un componente de la nave espacial en las condiciones más reales posibles. Entre

las más importantes se encuentran (Larson & Wertz, 1999; Fortescue, Stark & Swinerd, 2003; Astore, Giffen & Larson, 2004):

- Los túneles de viento aerodinámico que permiten realizar investigaciones de la interacción entre el aire y la estructura del cohete conociendo de esta manera los coeficientes aerodinámicos de sustentación, arrastre y momentos, observar la influencia de las ondas de choque durante las fases de vuelo supersónico, conocer las regiones de turbulencia y desprendimiento del flujo para así optimizar el diseño del mismo.

- Bancos de prueba de motores cohete y laboratorios de propulsión que suministran información de la fuerza real de empuje, tiempo de combustión, presiones, velocidad de los gases, confiabilidad de los componentes, para controlar y predecir mejor la trayectoria de vuelo del mismo, poniendo a prueba los materiales adecuados y previniendo las posibles fallas (Meyer, 1999).

- Laboratorios de propelente que ayudan a encontrar y desarrollar la relación y tipo de propelente a utilizar de acuerdo al perfil de la misión deseada. De igual manera, permiten caracterizar el propelente, optimizar los procesos de fabricación y establecer sus propiedades termoquímicas.

- Laboratorios de pruebas no destructivas encargados de simular las cargas que va a soportar la estructura como las vibraciones, los choques térmicos, esfuerzos, presiones y radiación durante el vuelo, permitiendo que la carga útil esté lo más segura posible.

- Laboratorio de satélites donde se ensamblan y prueban los sistemas de la carga útil. Allí también se ajusta para su acoplamiento con la bahía de carga del cohete protegiéndolo de las condiciones extremas del vuelo.

#### **13.4. Personal en tierra**

La seguridad de las personas es lo más importante en este tipo de complejos industriales. Debido a que no se encuentra cerca una población, el personal debe contar con instalaciones para su hospedaje, servicios de salud y alimentación, alejadas de los sitios más peligrosos como las plataformas de lanzamiento, zonas de pruebas y almacenamiento de combustibles. Un lugar como el centro de control de vuelo suele ser un búnker ubicado bajo tierra reforzado con anchas paredes de concreto y alejado del sitio de lanzamiento, contando con un protocolo elevado de seguridad y vías subterráneas para su evacuación (Ley, Wittmann & Hallmann, 2009).



### **13.5. Instalaciones**

Son los lugares donde se almacenan los suministros bajo las condiciones adecuadas de seguridad y controlando el ambiente, alejadas unas de otras, proveen un ambiente ideal para el almacenamiento y manipulación de materias primas una vez son despachadas por los transportes externos a la base. En caso de que el proveedor no se encuentre cerca, estas instalaciones pueden disponer del almacenamiento en grandes cantidades y periodos de tiempo prolongados de la materia prima y gracias al amplio espacio del puerto espacial deben estar lo más alejadas posibles entre ellas evitando, en el caso de una falla, una reacción en cadena (Ley, Wittmann & Hallmann, 2009).

## Parte IV

# REQUERIMIENTOS DE LA MISIÓN

## 14. CÓDIGO COMPUTACIONAL

Para el desarrollo del proyecto se implementó un código computacional en lenguaje Fortran 77 donde se incluyen rutinas y subrutinas que contienen las ecuaciones de movimiento, modelo atmosférico, aerodinámica, modelo gravitacional, rendimiento del cohete, integrador numérico de tipo Runge - Kutta RK9 y control para el futuro vehículo que se podría desarrollar en Colombia tal y como se observa en el diagrama de las rutinas y subrutinas en el código computacional descrito en la figura 16.

Una vez se inicia el código computacional los parámetros de entrada son las coordenadas del lugar de lanzamiento (latitud y longitud), los ángulos de rumbo y trayectoria de vuelo para el despegue. Internamente el código computacional tiene almacenados los valores de rendimiento del cohete, fuerzas de empuje, flujos máxicos, masas, dimensiones y etapas, obtenidos de una iteración previa del código de optimización (Stack 1963; Omer & Teren 1968; Alred, 1988). Incluye el modelo atmosférico de ARDC 1959 el cual arroja los valores de densidad, presión, temperatura y número Mach del aire atmosférico en función de la altitud de vuelo del cohete. Se ejerce la subrutina de control para determinar el comportamiento del ángulo de trayectoria de vuelo y el ángulo de ataque. Luego, con las dimensiones del cohete y el número Mach de vuelo se determinan los coeficientes de las fuerzas aerodinámicas. De acuerdo a su posición de latitud y distancia del centro de masas se aplica el modelo gravitacional que determina la aceleración local de la gravedad y las aceleraciones angulares producto de la rotación de la Tierra. Con estos valores procede a integrar las ecuaciones diferenciales (2), (41), (44), (45), (48), (60), (61) y (62), con el integrador numérico RADAU tipo RK9 utilizado en problemas de mecánica celeste. Como resultado, se obtienen los valores de masa, altitud, velocidad, latitud, longitud, rango, rumbo y ángulo de trayectoria de vuelo para cualquier instante de tiempo, permitiendo predecir la ubicación de la carga útil y la caída de las etapas. Finalmente se haya los valores de los elementos orbitales para predecir su posición en el espacio (Anexo A).

Existen otros programas y códigos computacionales muy similares a este tales como: el CADAC, AGI-STK, ASTOS, TOLIP, Orbiter entre otros (Willwerth & Rosenbaum, 1965; Zipfel, 2007). El propósito de esta tesis es producir un código de forma independiente donde se pueda modificar las ecuaciones y subrutinas a utilizar, adaptándolo a las necesidades de la investigación; de esta

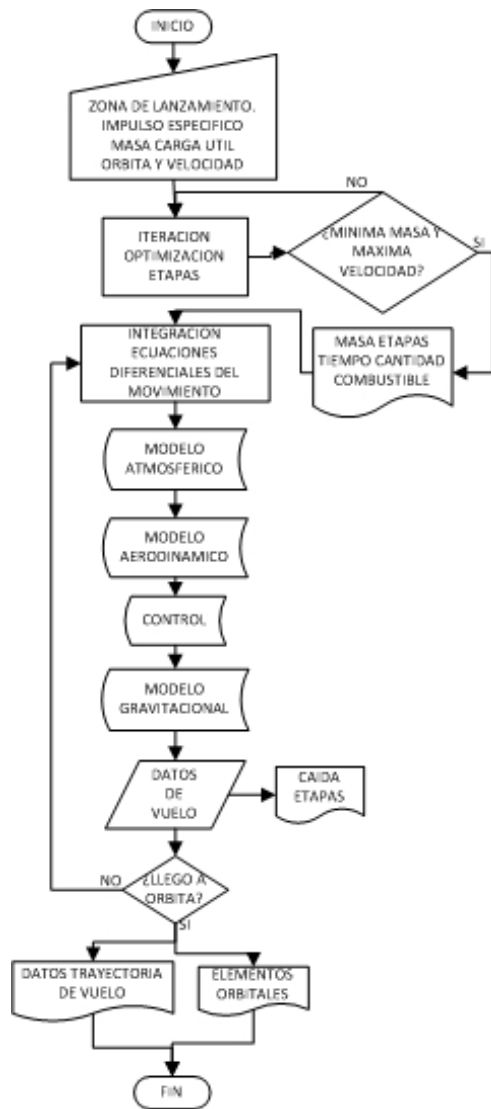


Figura 16: Algoritmo código en Fortran.

manera se obtiene un código que puede ser implementado en la simulación de las trayectorias de vuelo para el futuro desarrollo espacial de la nación, el control de satélites y/o cohetes, así como la implementación en estaciones de rastreo terrenas.

## 15. NECESIDADES DE SATÉLITES Y COHETES EN COLOMBIA

Para analizar de manera apropiada el funcionamiento del código, se propone un caso de estudio que se ajuste a la realidad a nivel nacional para la realización de un proyecto de esta categoría. Se parte de identificar los posibles usos a futuro de un cohete para el transporte de cargas útiles, las necesidades del país de este tipo de tecnología, los avances que se tienen actualmente en materia de propulsión. Con estos datos se procede a realizar un diseño conceptual de un cohete que se ajuste a la configuración de la misión para ponerlo a prueba en el código y analizar la trayectoria de vuelo desde diferentes rumbos. De acuerdo a las posibles trayectorias de vuelo se seleccionan las más adecuadas de acuerdo a los requerimientos de infraestructura y normativas internacionales en el desarrollo de este tipo de tecnologías.

### 15.1. Los satélites

Como primera parte de la incursión de un país en la investigación espacial es el desarrollo de las cargas útiles a transportar. El posicionamiento de satélites representa más del 80 % de ganancias en el sector civil y comercial de la industria espacial a nivel mundial. Los satélites se clasifican de acuerdo a su masa, tipo de órbita y misión a desarrollar. En esta última clasificación se dividen en satélites de comunicaciones, observación de la Tierra, meteorológicos, militares, astronómicos, entre otros (Fortescue, Stark & Swinerd, 2003).

#### 15.1.1. Masas

De acuerdo a la masa total del satélite al momento de ser diseñado se pueden dividir en las siguientes clases inferiores a los 1000 kg:

Clase de Satélite	Masa (kg)
Mediano	> 1000
Pequeño	500 – 1000
Mini satélite	100 – 500
Micro satélite	10 – 100
Nano satélite	1 – 10
Pico satélite	< 1

Tabla 2. Clasificación de los satélites por su masa.

Los satélites mini son actualmente los más utilizados para diversos fines tales como observación, militares, etc. También son los más comunes en lanzarse porque representan bajos costos de operación, fabricación y tienen adaptaciones para las principales familias de vehículos portadores a nivel mundial como los *Ariane*, *Delta*, *Titan*, *Soyuz*, entre otros (Fortescue, Stark & Swinerd, 2003).

### 15.1.2. Misiones y aplicaciones

Los satélites de bajo costo y rendimiento inferiores al mini como lo son los micro, nano y pico, a parte de sus bajas masas, también son más económicos y fáciles de transportar, requieren de menor infraestructura en laboratorios para sus operaciones y son fácilmente compatibles con la mayoría de cohetes lanzadores a nivel mundial, que pueden transportar más de uno a la vez (Gravenhorst, 2007).

Las principales aplicaciones de este tipo de cargas útiles son: las telecomunicaciones (transmisión de audio, video y datos en tiempo real desde diversas partes del mundo), ciencias del espacio (monitoreo de radiación espacial, campo magnético, rayos X, astrofísica y astronomía) prototipos (pequeños satélites para realizar pruebas de nuevas tecnologías implementadas en futuros satélites de mayor escala), observación de la Tierra (toma de imágenes y fotografías de la superficie terrestre, cartografía) (Pajarito & González, 2010), militares (espionaje, inteligencia militar), ciencias de la Tierra (medidores de la atmósfera, clima, capa de ozono, recursos naturales, densidad de población). Siendo todas estas aplicaciones de gran utilidad en el campo científico y militar a nivel nacional (Fortescue, Stark & Swinerd, 2003).

### 15.1.3. Órbitas

Los satélites son posicionados en órbitas elípticas alrededor de la Tierra por los cohetes lanzadores. Estas órbitas se encuentran a diferentes altitudes desde la superficie de la Tierra. Se conocen como LEO (*Low Earth Orbit*) a las órbitas más cercanas al planeta, entre los 180 – 2000 km de altitud, seguidas de las MEO (*Mid Earth Orbit*) cuya altitud está desde los 2000 km a los 42,162 km. Por último, las más alejadas de la superficie del planeta son las HEO (*High Earth Orbit*) u órbitas de gran altitud superior a los 42,162 km (Humble, Henry & Larson, 1995).

Las órbitas LEO son mayormente pobladas por satélites mini a diferentes inclinaciones, siendo ideales para la colocación de cargas útiles de bajas masas, en cualquier dirección desde la superficie de la Tierra por medio de lanzadores de baja masa. En ellas se encuentran los satélites de observación de la Tierra, ciencias de la Tierra y satélites militares porque su baja altura hace que tengan mayor velocidad orbital y puedan sobrepasar varias veces al día diversas partes de la superficie terrestre. De acuerdo a su inclinación se encuentran los satélites

de órbita polar cuando su inclinación es cercana a los  $90^\circ$ . Las órbitas LEO representan menor consumo de energía y menor masa para los cohetes portadores. Allí también se encuentra orbitando la Estación Espacial Internacional (EEI) y, antiguamente, el Transbordador Espacial (Space Shuttle). Los primeros vuelos tripulados y los primeros satélites de la humanidad fueron posicionados en estas órbitas.

En las órbitas MEO se encuentran satélites de mediana y gran masa. Allí se pueden posicionar sobre el ecuador con inclinación de  $0^\circ$  los satélites de telecomunicaciones geostacionarios, e inferior a ellos se encuentran los satélites de navegación de los sistemas GPS, GALILEO, COMPASS y GLONASS. Debido a que se encuentran más alejados de la Tierra, son satélites que necesitan de mayor energía para transmitir comunicaciones, mayor tiempo de operaciones, lo que se ve reflejado en el aumento de costos de la misión y masas de los mismos. Hay dos opciones para posicionar estos satélites; la primera es transportarlos desde la superficie de la Tierra por grandes cohetes portadores hasta las órbitas MEO incrementando los costos del lanzamiento pero disminuyendo el tiempo de posicionamiento. La segunda es dejarlos inicialmente en órbitas LEO para que, posteriormente, con un sistema autónomo de propulsión, realicen una maniobra orbital de transferencia hacia órbitas MEO, aumentando el tiempo de posicionamiento (Fortescue, Stark & Swinerd, 2003).

En las órbitas HEO se localizan naves espaciales que salen de la cercanía de la Tierra para explorar el espacio exterior. No es comúnmente utilizada para el posicionamiento de satélites (Humble, Henry & Larson, 1995).

#### 15.1.4. Satélites para Colombia

La Comisión Colombiana del Espacio determina a nivel nacional las necesidades para la implementación de un sistema satelital en Colombia. Entre ellas se destaca el uso de satélites para comunicaciones ( $m > 1000$  kg) y observación de la Tierra (500 kg). Por otra parte, las fuerzas militares también necesitarían posicionar satélites que ejerzan labores de vigilancia e inteligencia (500 kg) para control del conflicto armado nacional y el narcotráfico<sup>9</sup>. Finalmente, universidades como la Sergio Arboleda y Distrital Francisco José de Caldas han desarrollado proyectos de pico satélites (1 kg) proyectados para ser implementados en áreas como la telemedicina. De acuerdo a estos datos y al desarrollo tecnológico actual del país, el peso promedio de una carga útil de estas categorías estaría alrededor de los 200 kg para ser transportada a órbitas bajas de la Tierra, como es el caso de los satélites de observación, vigilancia y pico, estando a la par con países como España, Argentina y Brasil, desarrollando velocidades orbitales cercanas a los 7,5 km/s.

En Brasil, la Agencia Espacial Brasileña (AEB) cuenta con satélites para el monitoreo de los recursos terrestres, monitoreo y vigilancia de las fronteras

---

<sup>9</sup>Comunicación personal con FAC.

como los Cbers, satélite de recolección de datos de fuentes hidrográficas SCD, satélite de monitoreo de recursos naturales Amazonia-1, satélite para medidas de precipitación de lluvias y clima GPM y, más recientemente, el satélite científico para proyectos de astronomía y astrofísica, siendo el país latinoamericano con mayor influencia en la toma y uso de datos espaciales por medio de satélites, desarrollados a nivel nacional con el apoyo de alianzas con Argentina, Francia, China, India, Rusia, Ucrania y EEUU (Duarte, 2011).

El satélite de observación de la Tierra es un satélite tipo mini. Puede ser implementado en labores de diagnóstico y seguimiento de fenómenos naturales, explotación minera y de recursos naturales, cartografía y datos catastrales, hidrografía y meteorología, planeación y desarrollo, telemedicina, seguridad y vigilancia. Permitiría que Colombia tenga su propio satélite sin necesidad de comprar o arrendar la banda de otros con diferentes entidades y organizaciones a nivel nacional (Arias, Santacruz & Posada, 2010).

Por lo anterior, la masa de la carga útil a transportar por el cohete portador a órbitas bajas de la Tierra, de acuerdo con los requerimientos actuales de la nación, es de unos 200 kg. Una masa así puede incluir varios pico satélites desarrollados por la universidades, o mini satélites para aplicaciones específicas y satélites medianos.

## 15.2. El cohete portador

El cohete portador o lanzador es un vehículo impulsado por motores cohetes que tiene la capacidad de transportar una carga útil desde la superficie de la Tierra a órbitas alrededor de esta. Para su funcionamiento requiere alcanzar la velocidad orbital que será transmitida a la carga útil mediante el cumplimiento de la ecuación (6) de Tsiolkovsky. El cohete debe atravesar la atmósfera terrestre donde se generarán fuerzas aerodinámicas y presiones dinámicas por el movimiento en el fluido. Debe estar sometido a lo largo de la trayectoria a la atracción gravitacional ejercida por el planeta y al empuje generado por los motores cohete. Este tipo de vehículos es el primer paso que debe dar una nación para ser independiente en el campo espacial y posicionar los satélites que produzca.

El desarrollo tecnológico de Colombia ha demostrado que industrialmente se cuenta con instalaciones para el manejo y producción de propelentes sólidos de doble base que tienen un impulso específico de 220 s y una densidad de 1,67 gr/cm<sup>3</sup>. Este tipo de propelentes ya ha sido utilizado en aplicaciones militares a baja escala por INDUMIL puesto que se cuenta con un valor de impulso específico de los motores cohete, y se ha definido tanto la masa de la carga útil de 200 kg como la órbita LEO con altitud de 220 km, se puede realizar la iteración del código computacional de la sección 9 referente a la optimización del cohete.

### 15.2.1. Optimización del cohete portador

Para el caso de estudio se calcula una velocidad neta a desarrollar por el cohete ideal de 9,7 km/s, debido a que este valor se reduce por la influencia de la gravedad y arrastre atmosférico dejando una velocidad neta (orbital) del orden de los 7.7 km/s (Tewari, 2007). Se comparan datos estadísticos de otros cohetes lanzadores para órbitas bajas determinado el factor de masa estructural  $\sigma_k = 0,1$  que sería el peor episodio posible en las tres etapas, es decir, el cohete más pesado estructuralmente, y los  $\beta = 1$  porque todas las etapas tienen el mismo propelente e impulso específico (Humble, Henry & Larson, 1995). Los resultados obtenidos del proceso iterativo del código de optimización se presentan en la tabla a continuación.

Etapa	Masa Propelente (kg)	Masa Estructural (kg)	Masa Total (kg)
I	50416,36	5601,81	65552,89
II	7313,36	812,60	9054,70
III	1060,87	117,85	1378,75
Carga	0,0	200	200

Tabla 3. Masas cohete portador colombiano.

Con las masas halladas en el código de optimización (Anexo B) se procede a realizar un diseño conceptual del cohete portador según las líneas base que se ajusten a nivel mundial con los requerimientos de este cohete, como el número de etapas y la masa de la carga útil, obteniendo las dimensiones aproximadas para realizar el cálculo aerodinámico e incluir estos datos de rendimiento en el código de trayectoria de vuelo. A partir de una línea base (cohetes construidos a nivel mundial con las mismas o similares características) se puede determinar estadísticamente las dimensiones del cohete. Con ellas se estima el rendimiento aerodinámico y con la selección de lugares de lanzamiento en el código se puede obtener una aproximación del comportamiento real del cohete (Humble, Henry & Larson, 1995).

### 15.2.2. Rendimiento de los motores cohete

El primer parámetro que depende de las masas es la relación con la fuerza de empuje a desarrollar por los motores cohete de cada etapa. Para ello se identifica la relación empuje/peso ( $T/W$ ) en el momento del encendido del motor de los cohetes históricos o líneas bases (Humble, Henry & Larson, 1995; Sutton & Biblatz, 2001). Para los cohetes portadores, el valor de las primeras etapas oscila entre 1,0 a 1,5. Para el caso que nos ocupa se selecciona el valor medio de 1,3. En los motores de etapas superiores y de posicionamiento orbital el valor es inferior a 1,0. Aplicando la ecuación (2) con los valores obtenidos de las masas y fuerzas de empuje, teniendo como referencia que la velocidad de salida de los gases de



escape del motor es de 2160 m/s por la relación con el impulso específico (3) (ver tabla 4).

Etapa	$T/W$	Empuje (N)	$\dot{m}$ (kg/s)	$t_b$ (s)
I	1,3	834761	386,4	130,4
II	0,9	83831	38,8	188,4
III	0,6	7776	3,6	294,6

Tabla 4. Datos de rendimiento del cohete.

Una de las ventajas tecnológicas de realizar un cohete portador de varias etapas es que la estructura de las dos primeras etapas puede ser recuperada mediante paracaídas una vez consumido el propelente, para ser reutilizada en otro lanzamiento, mientras que la estructura de la etapa superior puede quedar en órbita baja para luego reingresar a la atmósfera terrestre donde se desintegra por efectos de la fricción y las altas temperaturas que se generan.

Nombre Cohete	Masa Total (kg)	Carga Útil (kg)	Etapas
<i>Caso estudio</i>	65552	200	3
<i>Scout</i>	18000	160	4
<i>Minotauro IV</i>	86300	1735	4
<i>SLV India</i>	1700	40	4
<i>VLS Brasil</i>	50700	380	4
<i>Vega</i>	137000	1500	4

Tabla 5. Comparación cohete portador colombiano con líneas bases.

En la tabla 5 se muestra la comparación de las principales propiedades del cohete colombiano (caso de estudio) con otros cohetes de la misma categoría (líneas bases), es decir, que sean de propelentes sólidos y transporten cargas útiles a órbitas bajas de la tierra (Humble, Henry & Larson, 1995). Con esta comparación se busca determinar cuales son las ventajas del sistema lanzador desarrollado frente a otros que existen en el mercado mundial de países como Brasil, Estados Unidos, Francia e India. Se puede observar que una de las ventajas del cohete es el hecho que solo tiene tres etapas frente a los demás cohetes que son de cuatro etapas, pero a su vez esto aumenta la masa total del lanzador porque debe suministrar el cambio de masas necesario para generar la velocidad orbital según la ecuación del cohete ideal (ecuación 6). Estos cohetes son diseñados para el transporte de satélites mini a excepción del Vega Francés y el Minotauro estadounidense (Vought, 1980; Botbyl, 1993). El cohete propuesto para el caso de estudio cumple con los requerimientos de los demás sistemas portadores a nivel mundial y de la región como es el caso de Brasil, para el transporte de cargas útiles a órbitas bajas.

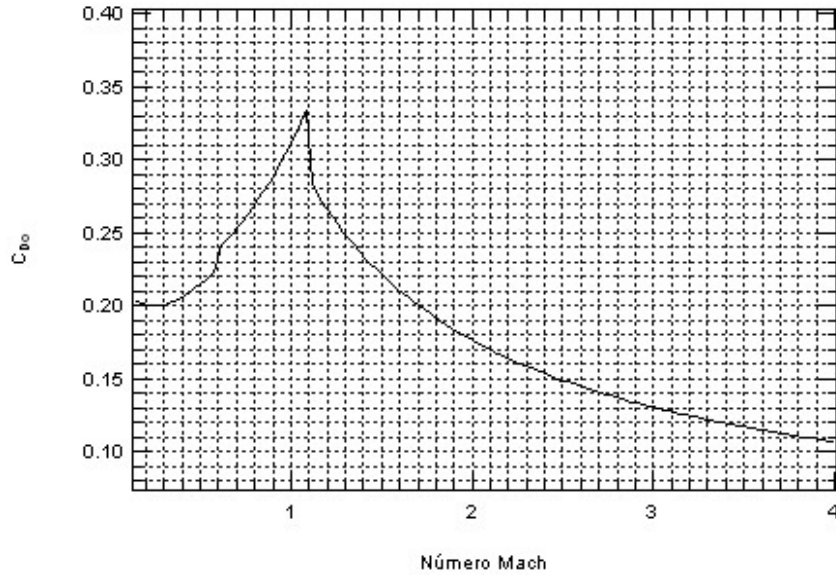


Figura 17: Coeficiente de arrastre total.

### 15.2.3. Características aerodinámicas

Teniendo los datos de las masas de cada etapa, el estimado de la densidad del propelente, el volumen de carga que ocupa y la referencia de los cohetes históricos, se estiman las dimensiones del cohete portador del presente estudio. En la figura 18 se pueden observar las dimensiones del cohete portador en unidades de metros.

Una vez calculadas las dimensiones del cohete, se introducen éstas como datos de entrada en el código computacional de aerodinámica con las ecuaciones descritas en la sección seis obteniendo los datos de coeficientes de arrastre en función del número Mach como se muestra en la figura 17, donde el máximo coeficiente de arrastre del vehículo por onda de choque se obtiene alrededor de Mach 1 con un valor cercano a 0,35. Después de superar los efectos sónicos, desciende el coeficiente de arrastre a medida que aumenta el valor de número Mach siendo cercano a 0,10 para velocidades de 4 veces la del sonido y superiores. En la figura 18 se observan las dimensiones del cohete, el cual tiene un diámetro de 2 m, longitud de fuselaje de 15 m y del cono de 4 m, dando una altura total de 19 m. Para este caso se tiene en cuenta la densidad<sup>10</sup> del propelente de 1,67 gr/cm<sup>3</sup>, y con las masas de la tabla 3 de cada etapa se estima el volumen y longitud de las mismas, dando como resultado que la primera etapa tiene una longitud estimada de 10 m, 2.5 m la segunda, 1.5 m la tercera y un espacio de

<sup>10</sup>Dato suministrado por INDUMIL.

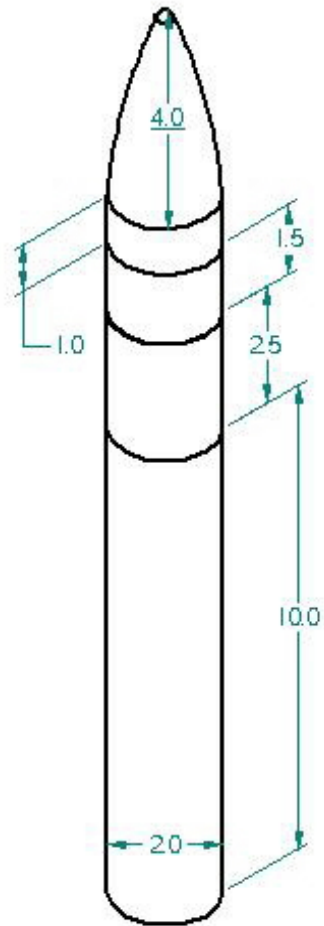


Figura 18: Dimensiones del cohete en metros.

1 m de longitud para computadoras y otros sistemas de vuelo. Para este modelo se calculan los coeficientes aerodinámicos de la figura 17.

#### 15.2.4. Control del cohete

En el momento del despegue el cohete tiene un ángulo  $\vartheta = 0^\circ$ ; luego, por acción gravitacional, cambia naturalmente su ángulo de trayectoria de vuelo y se controla el ángulo de ataque teniendo un valor constante  $\alpha = 0^\circ$  para que los coeficientes aerodinámicos sean los mínimos posibles ( $C_L = 0$ ,  $C_D = C_{D0}$ ), como se observó en la sección 10. Debido a que la simulación se realiza con tres grados de libertad mas no con seis, no se tienen en cuenta las rotaciones en los ejes axial y longitudinal del vehículo producto de los momentos de inercia, centro de presiones, movimiento del centro de gravedad por el consumo de propulente y expulsión de las etapas, entre otros. Durante su inserción en órbita se controla la posición del ángulo de trayectoria de vuelo para que la carga útil (satélite) quede en órbita baja circular donde  $\vartheta = 90^\circ$  para cualquier instante de tiempo. Otro medio de control es el direccionamiento de la fuerza de empuje en el ducto propulsivo con el movimiento de la tobera mediante el método de empuje vectorial, o controlar el consumo de combustible en función del tiempo  $\dot{m}$  para aumentar el tiempo de empuje, los cuales no se abarcan en la presente investigación.

#### 15.2.5. Selección del lugar de lanzamiento

Antes de realizar las simulaciones del código computacional para el posicionamiento de carga útil en órbita, se procede a realizar un análisis de los rumbos ( $A$ ) de dichas trayectorias de lanzamiento para determinar cuales cumplen las normativas internacionales de tráfico aéreo, observar cuales de ellas pasan sobre fronteras o territorio que tenga alta densidad de población, entre otras restricciones. De acuerdo a estos parámetros dos sitios de lanzamiento son seleccionados. El primero, ubicado en la Guajira colombiana sobre el mar Caribe en el Océano Atlántico con coordenadas de  $12^\circ 3' 20,0''$  latitud norte y  $72^\circ 9' 34,9''$  longitud oeste. Esta localización tiene la ventaja de estar ubicada en una zona desértica muy cerca al mar para aprovechar los recursos hídricos de éste en las plataformas de lanzamiento. Adicionalmente, se encuentra alejado de concentraciones de alta población; la mayor parte de la trayectoria de vuelo puede realizarse sobre zona desértica o marítima y en esta zona se encuentran las más grandes infraestructuras ferroviarias del país por las minas de sal y carbón, teniendo puertos marítimos y aeropuertos independientes que cuentan con la infraestructura para el transporte de maquinaria pesada. Entre las desventajas de este lugar se encuentran las altas velocidades de los vientos, razón por la cual allí se ubica el parque eólico de Colombia. Adicionalmente, es una de las zonas del territorio nacional más alejadas del ecuador con latitud superior a

los  $12^\circ$  N, lo que disminuiría el peso del lanzamiento de carga útil a orbitas geoestacionarias.

El segundo lugar seleccionado es la base de la Fuerza Aérea Colombiana (FAC) en Marandúa, Vichada, donde se encuentra la base de operaciones del Grupo Aéreo del Oriente (GAORI). Esta base es seleccionada por la importancia histórica de la nación en el campo de la cohetaría, debido a que allí se realizan pruebas de funcionamiento de los misiles, cohetes y explosivos de la Industria Militar Colombiana (INDUMIL). También se han realizado pruebas de cohetes por parte del Grupo PUA de la Universidad de los Andes y el Centro de Investigaciones Aeronáuticas (CITA) de la Fuerza Aérea. La base se encuentra localizada a  $5^\circ 31' 35,3''$  de latitud norte y  $68^\circ 40' 48,7''$  de longitud oeste, en medio de la selva del Vichada (Urrego, 2009).

Para el análisis de las trayectorias de vuelo seleccionadas se procede a realizar las simulaciones computacionales con el cohete diseñado lanzado desde las dos zonas posibles con diferentes rumbos ( $A$ ) los cuales van desde  $0^\circ$  hasta  $180^\circ$  en un intervalo de  $45^\circ$  para observar cuales trayectorias cumplen con los requerimientos de la misión ajustándose a las normativas internacionales de uso del espacio exterior para actividades comerciales. El tiempo de vuelo y de simulación es de 500 s momento en el cual se produce la inserción orbital y apagado de los motores en la tercera etapa.

#### **15.2.6. Trayectorias de vuelo desde la Guajira**

Se procede a realizar la simulación y se grafican los cambios de los ángulos de latitud y longitud en función del tiempo para cada uno de los rumbos seleccionados (ver figura 19).

En dicha figura se observa la posición del cohete sobre la superficie terrestre en términos de las coordenadas geográficas para diferentes ángulos de azimut. Desde un rumbo de  $0^\circ$  hasta un rumbo de  $90^\circ$  la trayectoria de ascenso del cohete sobrevuela zonas marítimas y zonas desérticas, trayectorias factibles para el vuelo real debido a que no pasan sobre zonas de alta densidad de población, espacio aéreo concurrido o territorio de otros países. Sin embargo, para trayectorias con rumbos comprendidos entre  $135^\circ$  a  $180^\circ$  alcanzan a pasar sobre espacio aéreo internacional del vecino país de Venezuela, lo cual hace riesgosa la misión porque algunas etapas del cohete caen en territorio vecino o zonas pobladas. Por esta razón se descartan estos posibles rangos.

Otros parámetros determinantes son los comportamientos de la velocidad y altitud del cohete debido a la influencia de la zona de lanzamiento por efecto de las aceleraciones centripeta y de coriolis.

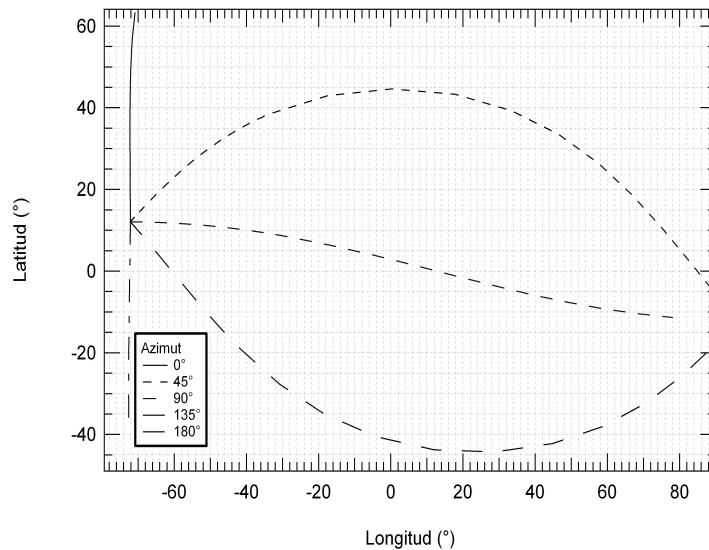


Figura 19: Latitud vs. longitud con varios lanzamientos con distintos rumbos lanzado desde la Guajira. Longitudes negativas indican valores hacia el oeste del meridiano de Greenwich.

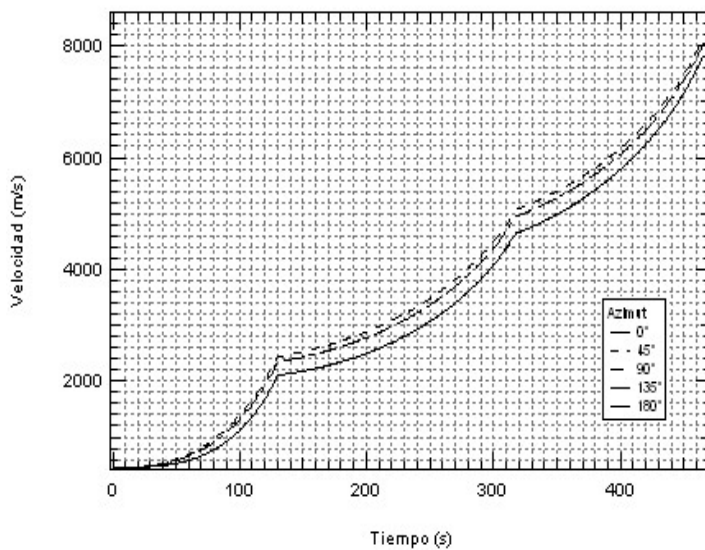


Figura 20: Velocidad vs. tiempo en el caso de lanzamiento desde la Guajira.

A partir del encendido de la tercera etapa del cohete se observa de manera significativa los cambios en las velocidades del cuerpo y altitudes, producto del ángulo de azimut al lanzamiento y la velocidad angular transmitida por el planeta, presentando una diferencia en las velocidades del orden de 400 m/s en la velocidad orbital, donde se presenta la menor velocidad en azimut de  $0^\circ$  y  $180^\circ$ , es decir lanzamiento hacia los polos y la mayor velocidad con rumbo de  $90^\circ$  en dirección de la rotación de la Tierra, ver figura 20.

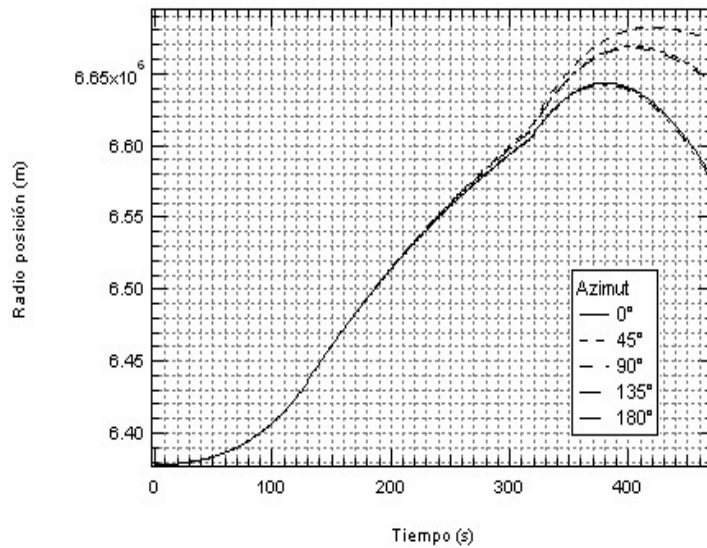


Figura 21: Altitud vs. tiempo en el caso de lanzamiento desde la Guajira.

En el caso de las altitudes, se observa que hay una diferencia de alrededor de 50 km en el perigeo de la órbita donde las de menor altitud son aquellas que se localizan de manera polar con un rumbo de  $0^\circ$  y las de mayor altitud con un rumbo de  $90^\circ$ . Para las trayectorias de vuelo desarrolladas desde la Guajira la velocidad orbital de la carga paga está del orden de los 7,7 km/s a una altitud geométrica cercana a los 300 km sobre el nivel medio del mar.

### 15.2.7. Trayectorias de vuelo desde GAORI

El siguiente paso en el análisis de la trayectoria de vuelo es simular el lanzamiento del cohete desde la base de GAORI.

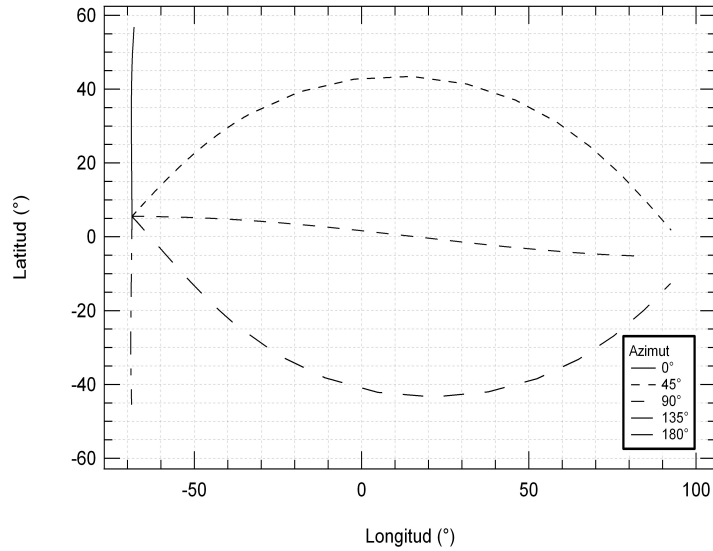


Figura 22: Latitud vs. longitud en GAORI.

En la figura 22 se observan las posibles trayectorias de vuelo que puede llegar a obtener el cohete lanzado desde la base de la Fuerza Aérea en Vichada. Todas las trayectorias sobrevuelan parte del territorio nacional y territorio de las llanuras venezolanas, razón por la cual estas trayectorias representan un riesgo para las poblaciones civiles cercanas por donde pasa la trayectoria del cohete, la fauna y flora de la región así como el tráfico aéreo de la zona. Una de las ventajas más destacadas es que se encuentra más cerca del ecuador terrestre a una menor latitud que la zona de lanzamiento de la Guajira. En cuanto a la velocidad y altitud desarrollada por el vehículo es muy similar a las obtenidas al ser lanzado en la Guajira, una órbita de 300 km de altitud con velocidad superiores a los 7,7 km/s como se observa en las figuras 23 y 24, donde las mayores altitudes y velocidades se logran a rumbos de 90°. De acuerdo con lo anterior, se ha decidido realizar las simulaciones con base en un lanzamiento desde la Guajira, por que estas no sobrevuelan territorio de otros países como es el caso de Venezuela, sino que pasan por aguas internacionales sin afectar poblaciones o normativas internacionales.



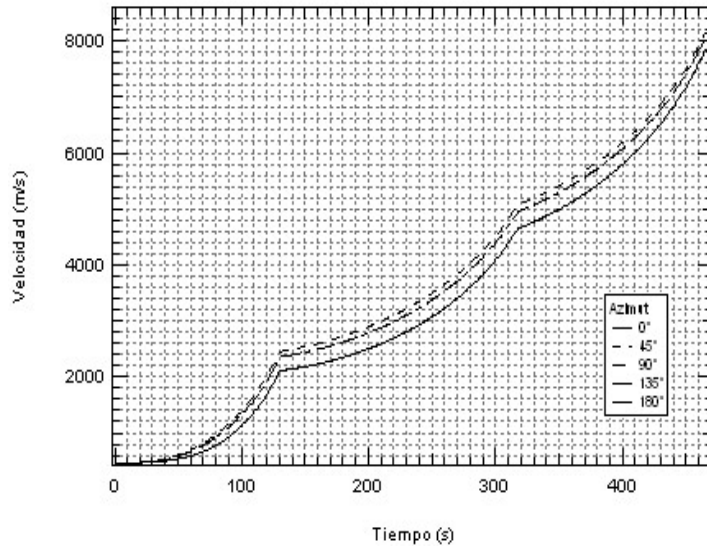


Figura 23: Velocidad vs. tiempo en GAORI.

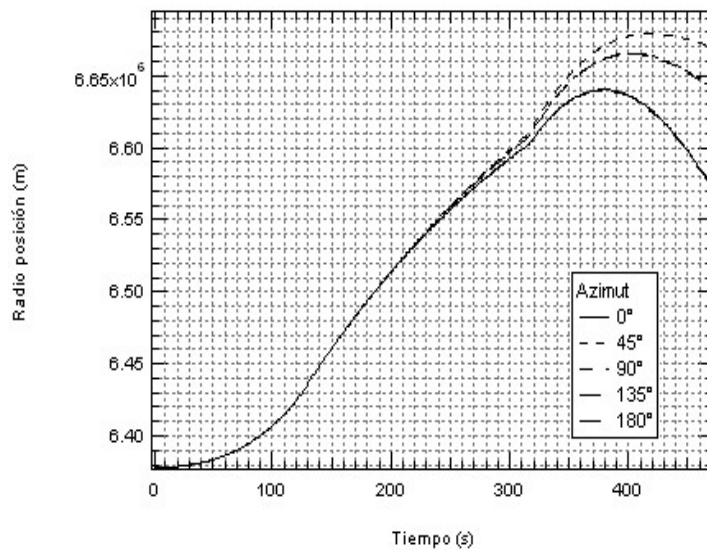


Figura 24: Altitud vs. tiempo en GAORI.

## Parte V

# RESULTADOS

En el presente capítulo se retoman los resultados obtenidos del diseño del cohete para aplicarlos en el estudio de las trayectorias posibles que puede tomar el vehículo, determinando la caída de las etapas, parámetros de rendimiento, comportamiento de los elementos orbitales en función del tiempo, órbita de la carga útil y las etapas para generar el desarrollo tecnológico de un posible programa espacial en Colombia.

## 16. RENDIMIENTO DEL COHETE

En el momento del despegue, el cohete enciende su motor cohete principal de primera etapa con propelentes sólidos el cual genera una fuerza de empuje constante de 834761 N durante un tiempo de 130,4 s. Cinco segundos antes del apagado del motor cohete principal (MECO - *Mean Engine Cut Off*) se desprende la estructura de la primera etapa del cuerpo principal del cohete, el cual enciende en ese mismo instante de tiempo el motor cohete sólido de segunda etapa, que transmite una fuerza de empuje de 83831 N durante 188,4 s antes de ser desprendida de la estructura de la tercera etapa y carga útil (SECO - *Segond Engine Cut Off*). Finalmente, se enciende la tercera etapa, que se conoce como etapa superior, para generar la velocidad necesaria en la carga útil y que ésta quede orbitando a una altitud determinada, con una fuerza de empuje constante de 7776 N durante 294,6 s. La figura 25 muestra el cambio de masas del cohete en función del tiempo para cada una de las etapas; en ella la pendiente de cada recta corresponde al flujo másico del motor cohete. De acuerdo a los parámetros de diseño, el flujo másico se mantiene constante, siendo controlado con la cantidad de área quemada por el propelente constante en el tiempo, muy posiblemente mediante la utilización de una configuración de estrella para la forma del grano, generando un control sobre el flujo másico manteniendo la fuerza de empuje del motor cohete constante.

El rendimiento aerodinámico define las cargas que soportará la estructura producto de las fuerzas aerodinámicas en la etapa de ascenso atmosférico definidas por la presión dinámica, producto de la densidad en función de la altitud y la velocidad transmitida por los motores cohete al vehículo. Los resultados obtenidos de la presión dinámica sobre el cuerpo simétrico del cohete en función del tiempo de vuelo se muestran en la figura 26.

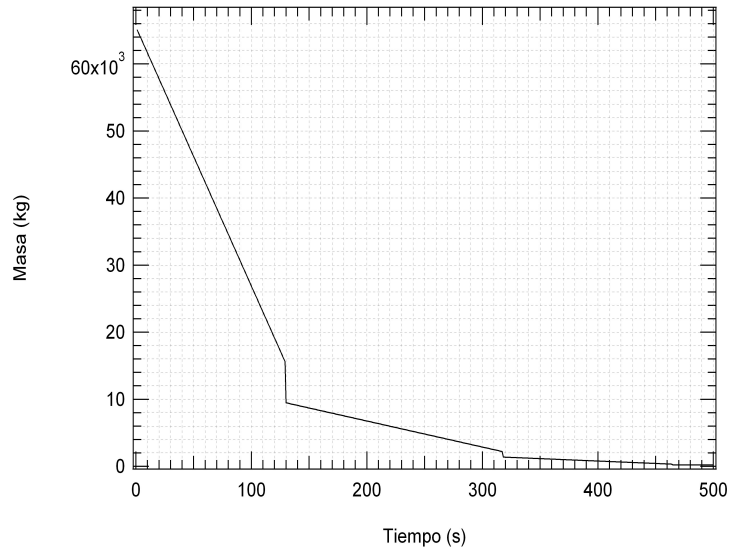


Figura 25: Masa vs. tiempo del cohete portador.

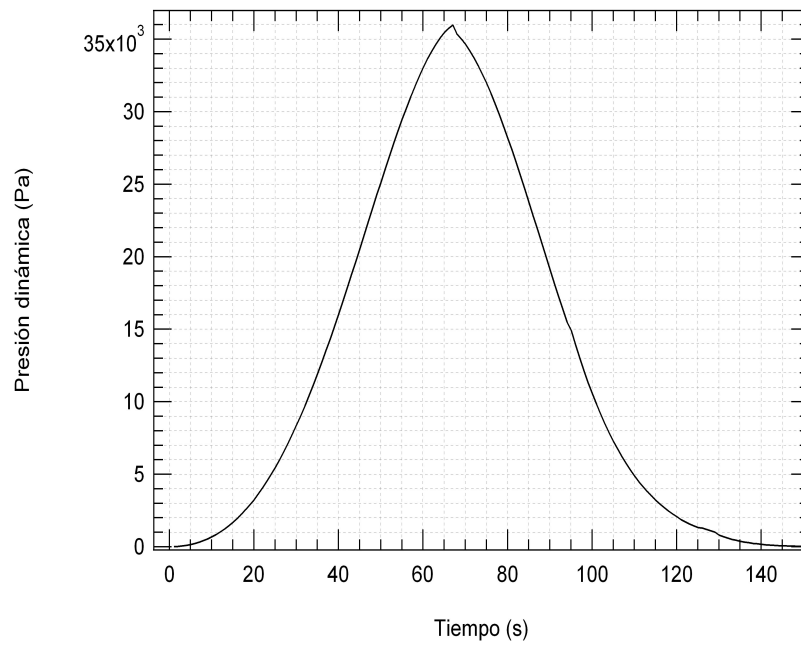


Figura 26: Presión dinámica vs. tiempo de vuelo.

En dicha figura se observa que el punto de mayor presión, conocido como el  $q_{\text{máx}}$ , se logra a los 65 s de vuelo a una altitud de 10 km cuando el cohete tiene una velocidad de 426,19 m/s. El valor de esta presión en ese punto es de  $q_{\text{máx}} = 36000$  Pa. Este factor es de vital importancia para el diseño estructural del vehículo, ya que es la máxima carga que debe soportar el cohete durante la fase de ascenso atmosférico. Para este caso el cohete hasta ahora se encuentra saliendo de la región troposférica donde se encuentra la mayor densidad del aire. Durante el ascenso el cohete aumenta la velocidad a medida que disminuye la masa, proporcionalmente a este aumento de velocidad se produce un aumento de presión hasta llegar a la zona de la atmósfera donde se vuelve significativo el descenso de la densidad del aire a medida que aumenta la altitud y velocidad del vehículo. Después de los 65 s de vuelo el valor de la densidad desciende considerablemente dando como resultado la disminución de la presión dinámica, y rápidamente tendiendo a cero.

Durante el ascenso a órbita es necesario considerar la componente vertical de la velocidad sobre el radio vector posición que se conoce como la velocidad de ascenso del cohete o  $\dot{r}$ ; este valor determina si el cohete se encuentra ascendiendo, descendiendo o en altura constante si es positivo, negativo o nulo, respectivamente. Durante el vuelo propulsado de la primera etapa el cohete alcanza velocidades de ascenso superiores a 1,2 km/s debido a que sale rápidamente de las capas densas de la atmósfera, luego descienden estos valores cuando se encuentra cercano a la inserción orbital, debido a que la mayor componente de la velocidad se distribuye de forma tangencial a la trayectoria orbital transmitiéndole a la carga útil la velocidad orbital necesaria para mantenerse a determinada altitud. Después de 400 s de vuelo la velocidad de ascenso queda en un valor constante alrededor de  $-0,003$  m/s indicando la caída de la carga útil de la órbita por el arrastre atmosférico, como se observa en la figura 27.

La relación adimensional de empuje/peso,  $T/W$ , describe la cantidad de fuerza de empuje que se aplica sobre el cohete comparado con el peso y la masa del mismo en ese instante de tiempo, teniendo en cuenta que es un sistema de masa variable y consta de tres motores cohete con diferentes relaciones de empuje. Este factor se asocia con las cargas que recibe la estructura del vehículo en vuelo producto del empuje de los motores cohete. En la figura 28 se observa la máxima relación con un valor de 8,6 en la culminación del empuje de la primera etapa, mientras que en la segunda etapa el máximo está del orden de 6. Para la tercera etapa el valor es inferior a 3 por el bajo consumo de flujo másico del tercer motor. Después de consumido el propelente de los tres motores cohete el factor es igual a cero porque el empuje neto es nulo.

Muy similar a la relación  $T/W$  y casi equivalente, es la relación  $a/g$  o, lo que es igual, a  $\dot{V}/g$ , que expresa la aceleración local del cohete con respecto a la gravedad local que disminuye en función de la altitud, teniendo unos valores

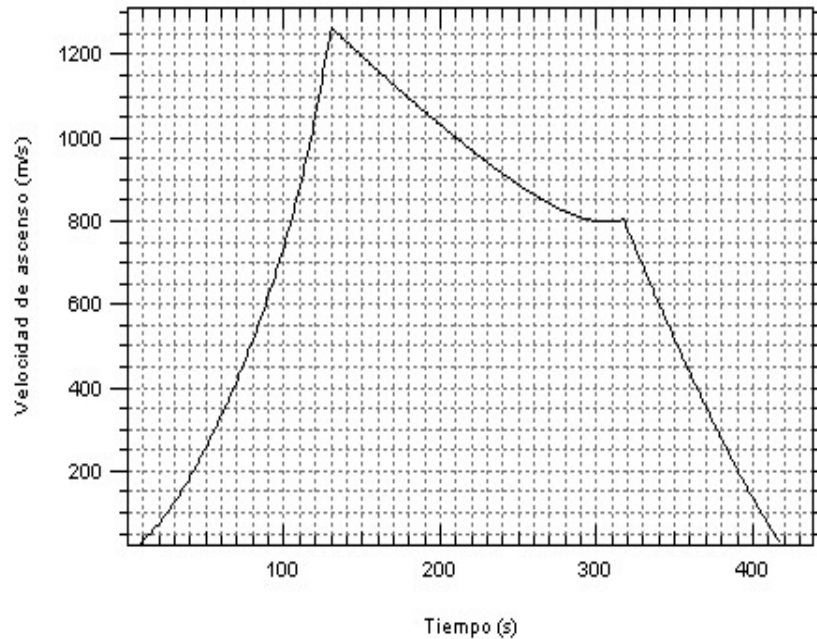


Figura 27: Velocidad de ascenso vs. tiempo de vuelo.

máximos de 5 al final de combustión de la primera y segunda etapa. Luego de consumido el propelente en las tres etapas este valor cae a cero indicando que no hay aceleración externa en el cuerpo de la carga útil como se observa en la figura 29.

Estos valores de aceleración máxima que puede alcanzar el cohete son importantes a la hora de diseñar el componente mecánico y electrónico de la carga útil, la cual ha de ser diseñada para soportar estos altos valores de aceleración.

### 16.1. Caída de la primera etapa

Durante la fase de ascenso propulsado, una vez se consume el propelente de la primera etapa, la estructura de ésta se desprende del cohete principal, el cual sigue suministrando fuerza de empuje por el encendido del motor de la segunda etapa, mientras la estructura de la primera etapa cae en una trayectoria libre sin control a la superficie de la Tierra. Esta trayectoria es analizada con el código computacional para conocer el posible punto de impacto de los residuos dejados por la estructura. Se analizan las posibles trayectorias al ser lanzado desde la Guajira con un rumbo desde los  $0^\circ$  hasta los  $90^\circ$  cada  $15^\circ$ , determinando si las etapas impactan cerca a poblaciones o territorios de otros países, descartando

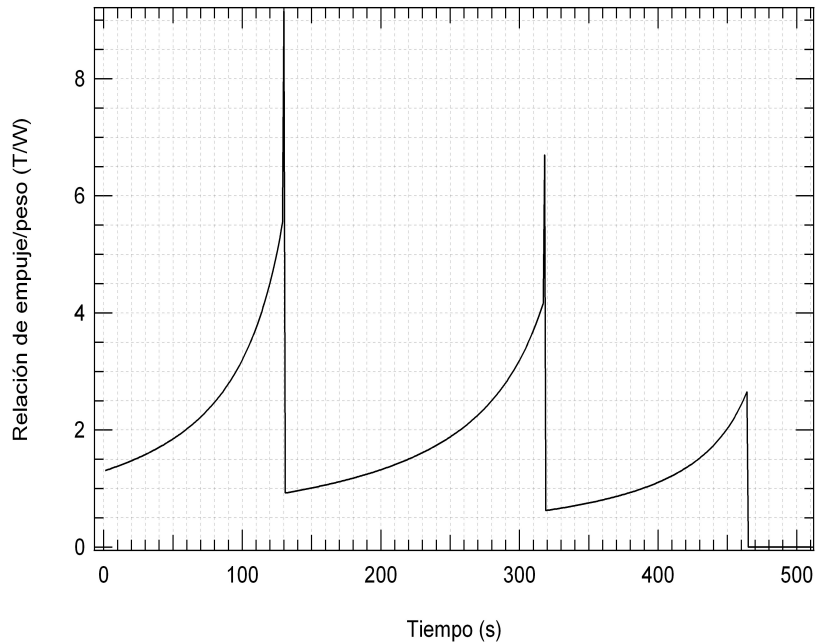


Figura 28: Relación T/W vs. tiempo de vuelo.

así la trayectoria de vuelo, como se observa en la figura 30; donde culminan las líneas de las trayectorias de vuelo es el punto de impacto. La mayoría de las trayectorias impactan en el mar Caribe, sin sobrevolar islas o asentamientos terrestres.

## 16.2. Caída de la segunda etapa

Después de expulsar la masa estructural de la primera etapa cuando se consume el propelente, para reducir el peso del vehículo, se pone en marcha la segunda etapa, la cual consume el propelente y su estructura es desprendida de la zona de la tercera etapa, cayendo libremente debajo de la trayectoria de vuelo de la carga útil. La figura 31 muestra las trayectorias de vuelo de la estructura de la segunda etapa desde el momento del despegue en la Guajira hasta el impacto de la etapa con la superficie de la Tierra o, en este caso, el mar. De igual manera que las trayectorias de vuelo de las estructuras en la primera etapa, esta se analiza desde la Guajira con un rumbo desde los  $0^\circ$  hasta los  $90^\circ$  cada  $15^\circ$ . Para este caso la trayectoria de rumbo  $90^\circ$  impacta con la isla de Curazao en el Océano Atlántico.

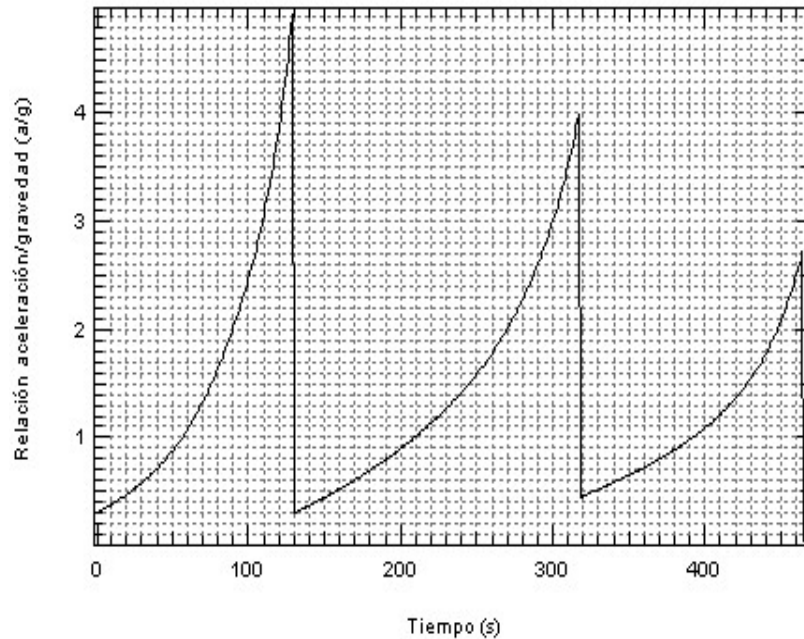


Figura 29: Relación a/g vs. tiempo de vuelo.

### 16.3. Caída de la tercera etapa

Cuando se consumen las tres etapas de los motores cohete del vehículo, la carga útil se desprende de la estructura de la tercera etapa para quedar en órbita baja circular alrededor de la Tierra. La estructura desprendida de la tercera etapa se mantiene orbitando la Tierra al igual que la carga útil; por tal motivo la trayectoria de vuelo de esta estructura será la misma que tiene el satélite en órbita en los primeros instantes a la inyección. Sin embargo, el satélite se desprende de la última etapa con ayuda de resortes u otro mecanismo con lo que altera ligeramente su trayectoria. La tercera etapa por su mayor área proyectada, experimenta una fuerza mayor de resistencia y su descenso será más marcado que el que experimentará el satélite.

### 16.4. Trayectoria de las tres etapas

Debido a que los anteriores análisis fueron realizados con el lanzamiento en la Guajira desde un rumbo de  $0^\circ$  hasta  $90^\circ$ , se selecciona un valor medio o ángulo de azimut de  $45^\circ$  para observar el comportamiento de la altitud de las trayectorias de las etapas en función del tiempo de vuelo, para comparar la caída de las mismas y la separación de la trayectoria de vuelo principal. La figura 32

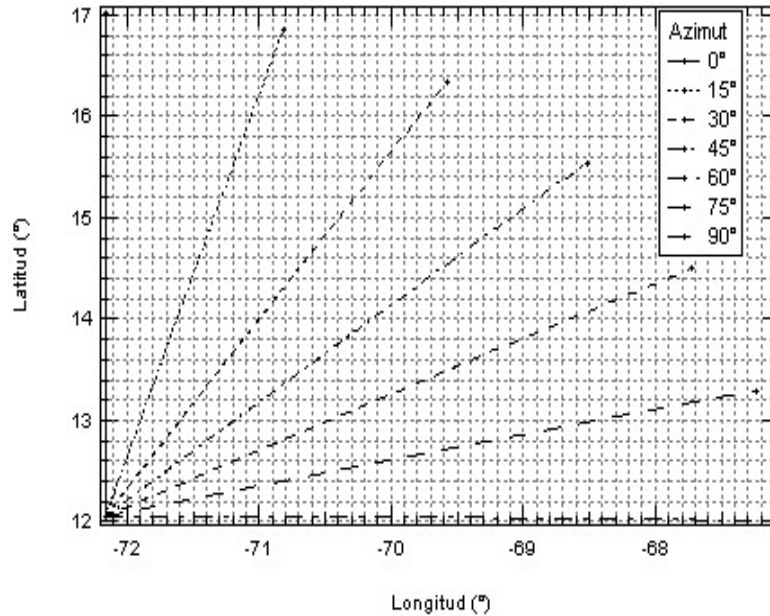


Figura 30: Trayectoria de la primera etapa. Las circunferencias en los extremos de las líneas indican el sitio de impacto.

muestra el tiempo en el cual se desprenden las etapas y como ellas comienzan su descenso.

La anterior trayectoria bidimensional de descenso de la estructura de las etapas es ampliada de manera tridimensional, donde se compara la altitud de vuelo con las coordenadas terrestres de latitud y longitud, dando un mejor alcance del comportamiento de las trayectorias de vuelo, el lugar donde se desprenden e información de las coordenadas de impacto, así como las posiciones geográficas que sobrevuelan. En la figura 33 se observa el plano de latitud y longitud (plano terrestre) versus la altitud sobre el terreno.

## 17. LA ÓRBITA CON AZIMUT DE $45^\circ$

Una vez se posiciona la carga útil en la órbita de destino, se observa el comportamiento de la trayectoria de vuelo proyectada sobre el plano del ecuador terrestre con sus ejes  $X$  y  $Y$  respectivamente, durante un periodo superior a la hora de vuelo, teniendo en cuenta que al instante del lanzamiento el cohete partió de la Guajira con un rumbo de  $45^\circ$ . Las coordenadas  $(0, 0)$  de la trayectoria de vuelo representan el centro de masas del planeta Tierra con un radio sobre el



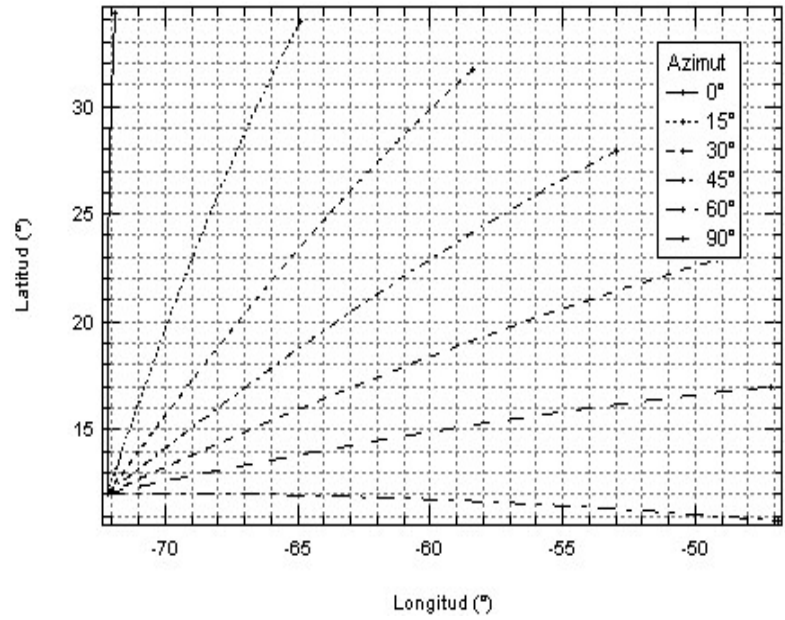


Figura 31: Trayectorias de la segunda etapa. Las circunferencias en los extremos de las líneas indican el sitio de impacto.

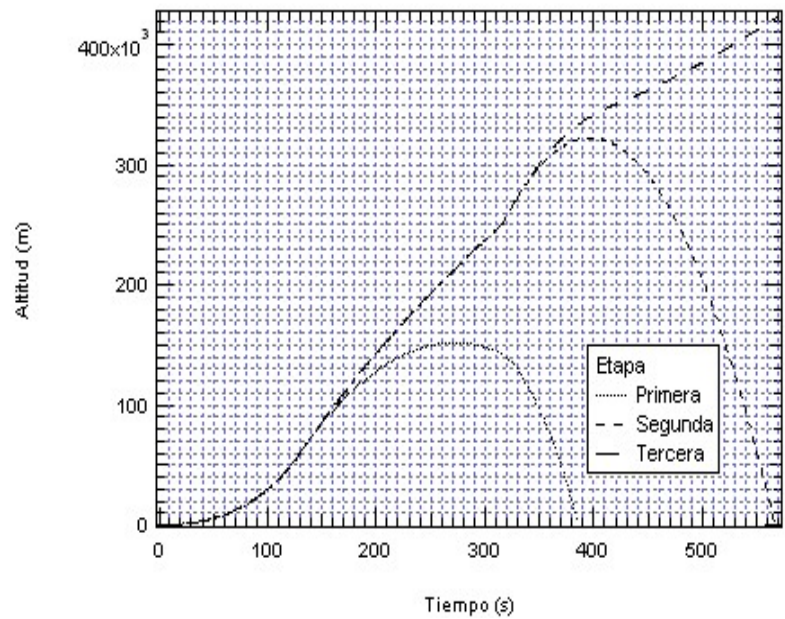


Figura 32: Trayectoria de las tres etapas para un azimut de 45°.

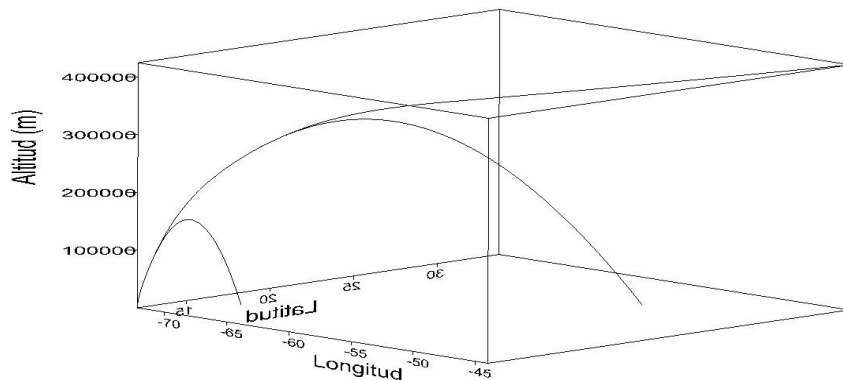


Figura 33: Trayectorias de ascenso y descenso de las tres etapas.

ecuador de 6378140 m. La órbita cambia de posición respecto al tiempo por la rotación del planeta y las perturbaciones sobre sus elementos orbitales.

Proyectando la figura 34 en tres dimensiones sobre los ejes  $X, Y$  y  $Z$  del sistema de referencia inercial que tiene como origen el centro del planeta, se obtiene la figura 35 donde se observa el efecto de la rotación de la Tierra, en la órbita y se visualiza la inclinación de la misma sobre el plano ecuatorial terrestre donde  $Z = 0$ .

Pasando la proyección orbital a un plano bidimensional de la latitud y longitud se obtiene la figura 36, la cual indica el sobrevuelo que realiza el satélite proyectado en el sistema de coordenadas geocéntrico. Con esta grafica se puede determinar los territorios por donde pasa el cuerpo en función del tiempo y conocer la huella del mismo sobre la superficie terrestre para el posicionamiento de las estaciones terrenas de control, monitoreo transmisión y recepción de datos de acuerdo al tipo de misión que cumpla.

### 17.1. Perturbaciones de la órbita con azimut de $45^\circ$

Durante el periodo de rotación alrededor del planeta se observa el cambio de los elementos orbitales en función del tiempo para determinar las perturbaciones producto del achatamiento terrestre y el arrastre aerodinámico de la atmósfera. Para este caso, solo se analizan dichos elementos desde el momento en que el satélite es insertado en la órbita baja hasta una hora despues, es decir tiempo total de la misión de 4000 s despues del lanzamiento. En la tabla 6 se observan los parámetros de la simulación realizada para la órbita de  $45^\circ$ .

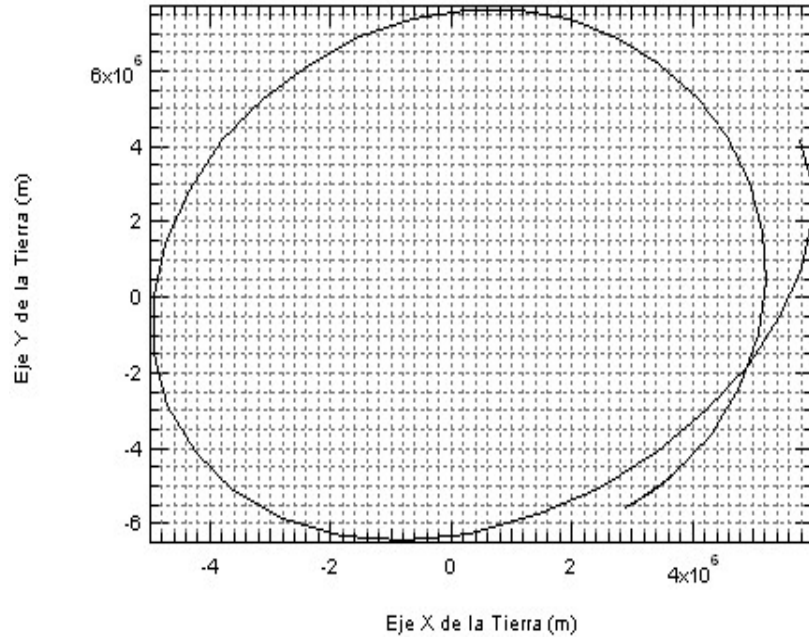


Figura 34: Órbita de azimut  $45^\circ$  en plano ecuatorial.

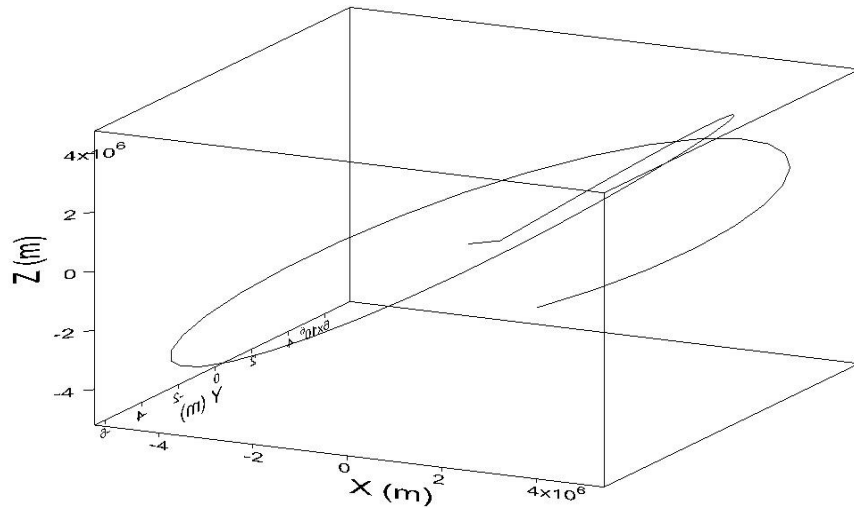


Figura 35: Órbita de  $45^\circ$  de azimut en 3D.

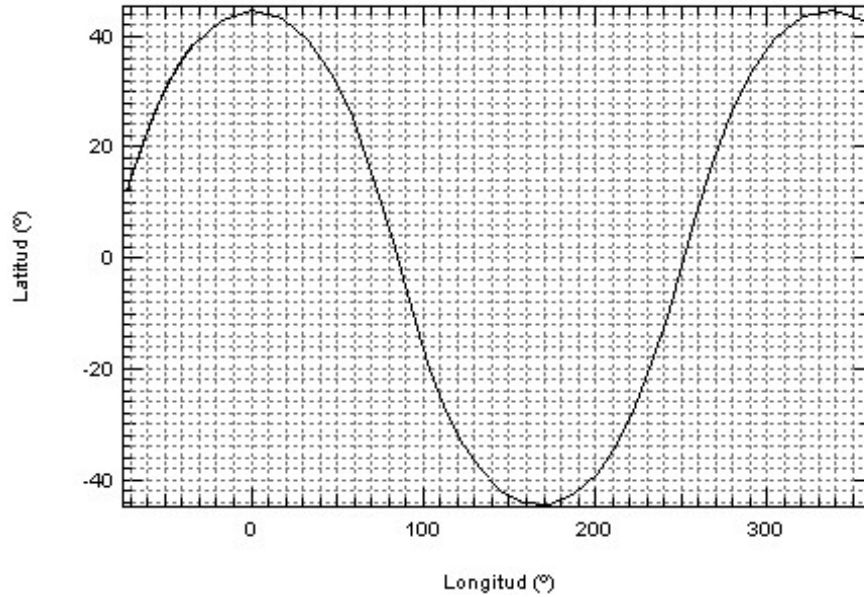


Figura 36: Órbita de 45° Longitud vs. latitud.

Lanzamiento		Inyección orbital		
Zona	Azimet (°)	Semieje mayor (km)	Excentricidad	Inclinación (°)
Guaajira	45	7130	0,08	44,3

Tabla 6. Datos de lanzamiento e inyección del satélite en Órbita de rumbo 45°.

El cambio del semieje mayor  $a$  en función del tiempo  $\left(\frac{da}{dt}\right)$ , muestra la caída o descenso de la órbita de manera periodica desde el momento en que llega al perigeo (ver figura 37). Este cálculo, sin embargo, no incluye el efecto de actividad solar, el cual, si es cerca del máximo, ocasionará una caída aún más significativa.

La excentricidad de la órbita circular es cercana a cero con un valor medio de 0.08, pero a medida que el tiempo avanza esta excentricidad se incrementa y disminuye periódicamente. La figura 38 muestra la variación de la excentricidad en función del tiempo  $\left(\frac{de}{dt}\right)$ . Tanto el semieje mayor como la excentricidad tienen un comportamiento periodico y secular en el tiempo.

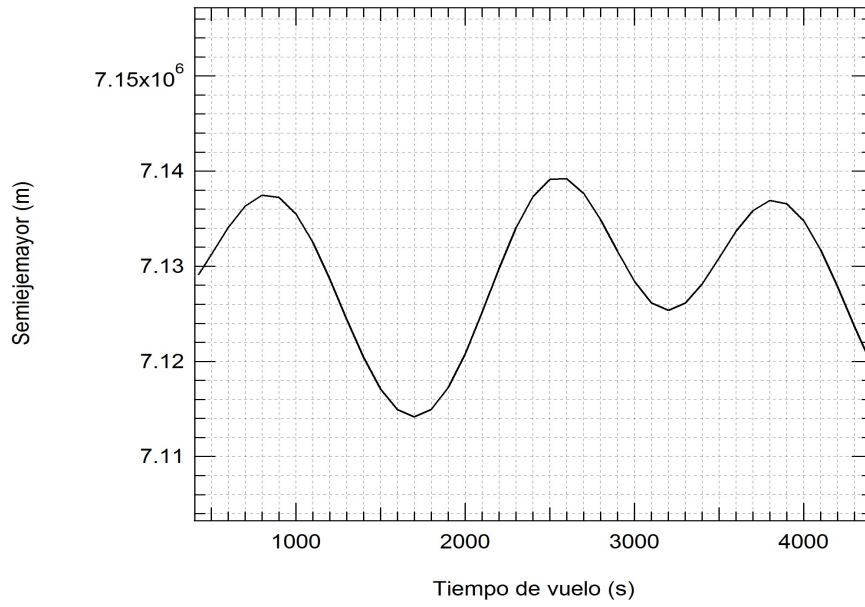


Figura 37: Órbita de  $45^\circ$ . Semieje mayor en función del tiempo.

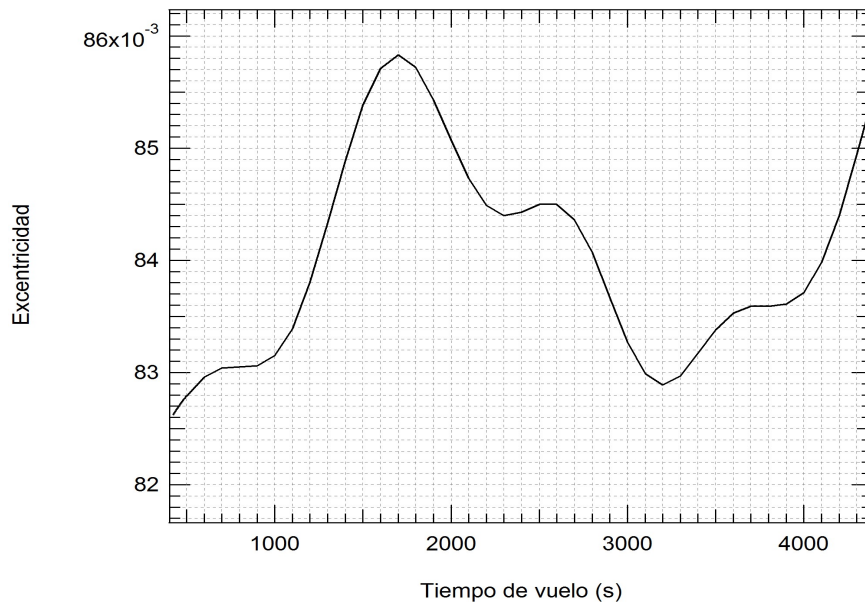


Figura 38: Órbita de  $45^\circ$ . Excentricidad en función del tiempo.

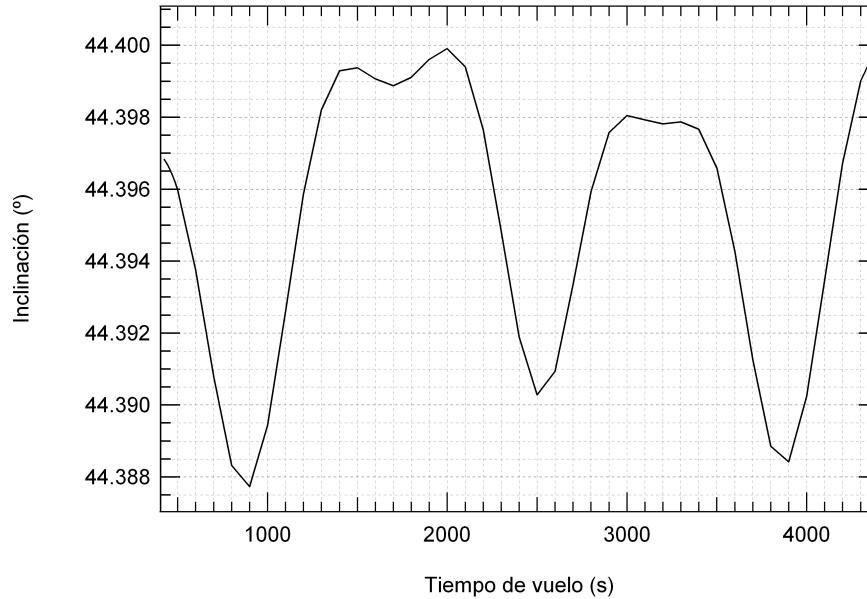


Figura 39: Órbita de 45°. Inclinación en función del tiempo.

El ángulo de inclinación  $i$  de la órbita también se ve afectado y cambia sus valores en el tiempo  $\left(\frac{di}{dt}\right)$  como se observa en la figura 39, teniendo un comportamiento periódico alrededor de 44° debido al azimut y latitud de la zona de lanzamiento.

A diferencia de  $a$ ,  $e$  e  $i$ , los cambios tanto de  $\omega$  como de  $\Omega$  son seculares, esto es, cambian linealmente con el tiempo. La longitud del nodo ascendente va disminuyendo en tanto el argumento del pericentro va creciendo. Como se trata de valores angulares, en realidad están circularizando, por lo que ambos ángulos adoptan los valores comprendidos dentro de una circunferencia (ver figuras 40 y 41). Para este caso los valores de  $\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)$  y  $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$  son 5.76 °/día y - 5.76 °/día respectivamente.

## 18. ÓRBITA SOL-SINCRÓNICA

Como complemento al caso de estudio, se propone el análisis de una trayectoria de órbita baja para el posicionamiento de un satélite sol-síncrono. El hecho de que un satélite en órbita sol-síncrona sobrevuele el mismo punto sobre la

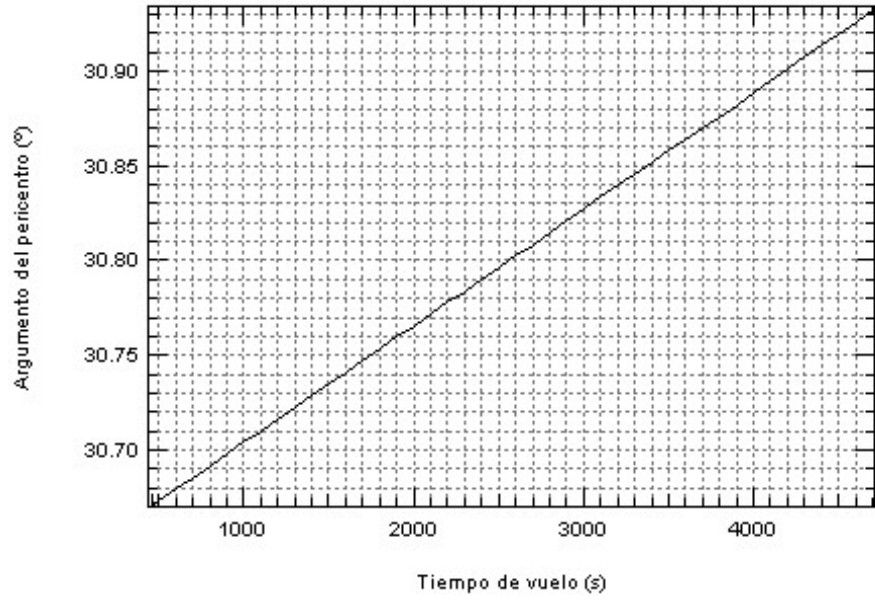


Figura 40: Órbita de  $45^\circ$ . Argumento del pericentro en función del tiempo.

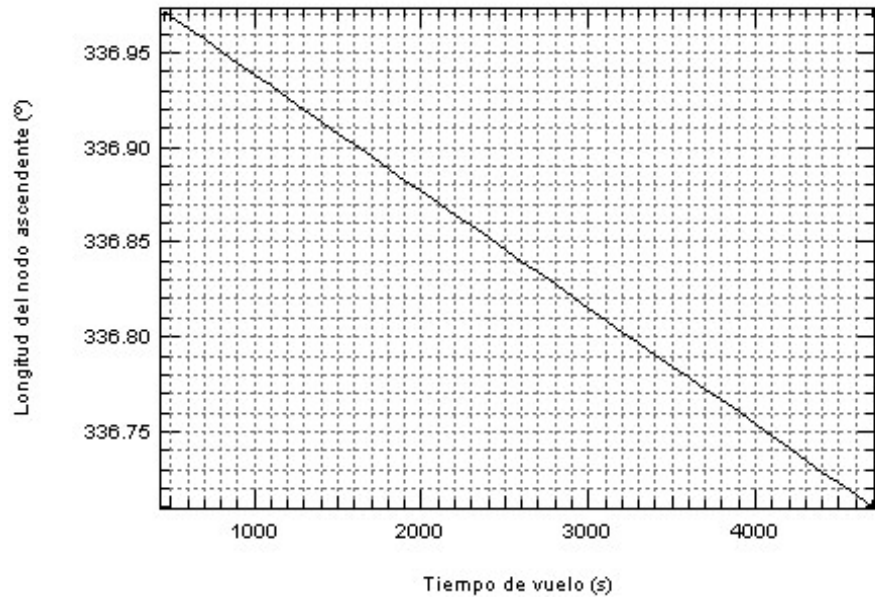


Figura 41: Órbita de  $45^\circ$ . Longitud del nodo ascendente en función del tiempo.

superficie terrestre bajo las mismas condiciones de iluminación solar, lo hace apropiado para cumplir misiones de observación de la Tierra, meteorología y espionaje. Teniendo en cuenta lo anterior se procede a calcular la inclinación de una trayectoria para orbita circular de altura 250 km. Se debe tener en cuenta el movimiento aparente del sol de  $0,9856^\circ/\text{día}$  en dirección antihoraria (Portilla, 2009). La siguiente ecuación relaciona la inclinación de la órbita con el armonico zonal  $J_2$ , el semieje mayor, la excentricidad y la constante de Gauss ( $k = 107,0883 \text{ RT}^{3/2}/\text{día}$ ) (Portilla, 2009):

$$0,9856 = -\frac{3k(180/\pi)J_2}{2a^{3,5}(1-e^2)^2} \cos i. \quad (82)$$

El lanzamiento de un satélite en una órbita con inclinación  $i$  requiere ser lanzado con una dirección de azimut  $A$  definida por la fórmula (Chobotov, 2002):

$$\text{sen } A = \frac{\cos i}{\cos \phi}. \quad (83)$$

Para la órbita circular el valor de  $e = 0,01$ , el semieje mayor de  $a = 6610$  km, dan como resultado un ángulo de inclinación de  $i = 96^\circ 26' 2,86''$  lo que equivale a un lanzamiento desde la Guajira con rumbo  $A = 353^\circ 25' 12,5''$  o  $A = 186^\circ 34' 47,5''$ . Se procede a ajustar la simulación en el código computacional, manteniendo un control sobre el rumbo desde el lanzamiento hasta el posicionamiento en órbita del satélite cuando se termina la etapa de propulsión, es decir, hasta donde se agota el propelente de la tercera etapa. Los datos del lanzamiento son presentados en la tabla 7.

Lanzamiento		Inyección orbital		
Zona	Azimut ( $^\circ$ )	Semieje mayor (km)	Excentricidad	Inclinación ( $^\circ$ )
Guajira	186	6610	0,01	96

Tabla 7. Datos de lanzamiento e inyección del satélite en Órbita sol-sincrónica.

Teniendo los datos de lanzamiento e inyección orbital, se procede a correr el código computacional para determinar la trayectoria de vuelo y caída de las etapas. Para este caso se elige el azimut de  $186^\circ$  debido a que la trayectoria no pasa sobre el norte del continente americano, o mejor cerca a las plataformas de lanzamiento de los Estados Unidos, debido a sus políticas de espacio aéreo. En la figura 42 se observa la altitud y trayectoria de las tres etapas en función del tiempo.

De igual manera, se determinan los posibles puntos de impacto de las dos primeras etapas del cohete sobre la superficie terrestre, figura 43. Para este caso, el impacto de la primera etapa sería en territorio Colombiano hacia la región de los Santanderes y la segunda etapa impactaría en suelo Peruano. Estos resultados deben ser analizados con más detalle, teniendo en cuenta las políticas internacionales e infraestructura requerida para este tipo de misiones.



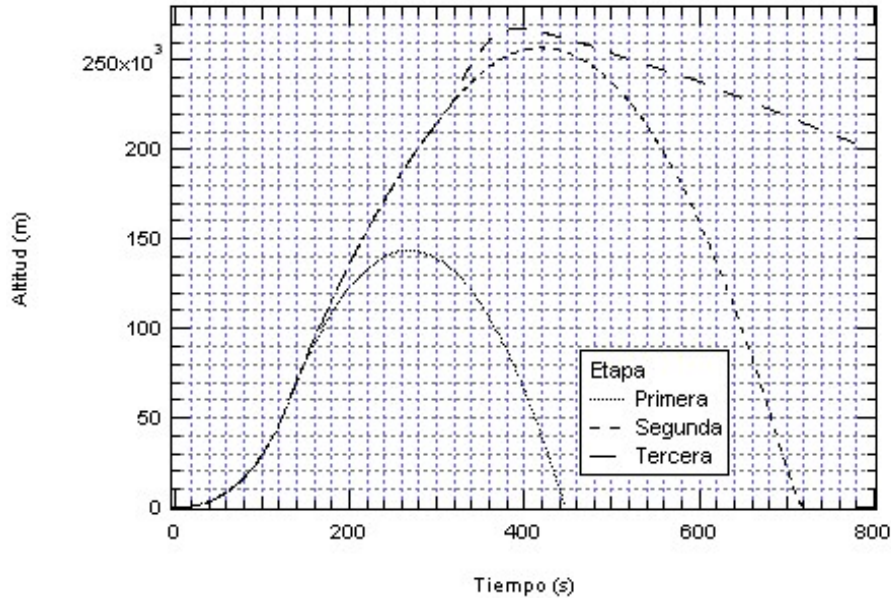


Figura 42: Trayectoria de las tres etapas para órbita sol-sincrónica.

### 18.1. Plano de la órbita sol-sincrónica

Obteniendo los resultados de la simulación se procede a graficar el plano de la órbita de manera bidimensional sobre el plano del ecuador terrestre en sus ejes  $X$  y  $Y$ . Para este caso la simulación tiene un tiempo superior a los 8000 segundos, más de una hora. Debido a que la órbita es inclinada a los polos se observa mayor incidencia de esta sobre las regiones polares en la figura 44.

Al proyectar la figura 44 sobre el eje  $Z$ , se obtiene el recorrido de la órbita alrededor del centro de masas de la Tierra, donde se observa el movimiento del satélite en los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  inerciales, describiendo la trayectoria de vuelo polar, figura 45.

Sobre el plano de la superficie terrestre se puede describir la trayectoria en función de la latitud y longitud para conocer sus coordenadas y qué territorios sobrevuela, teniendo en cuenta que para este caso de estudio, la órbita es polar, baja y retrógrada; por lo tanto, va a recorrer valores de latitud desde  $-90^\circ$  hasta  $90^\circ$  y así sucesivamente (figura 46).

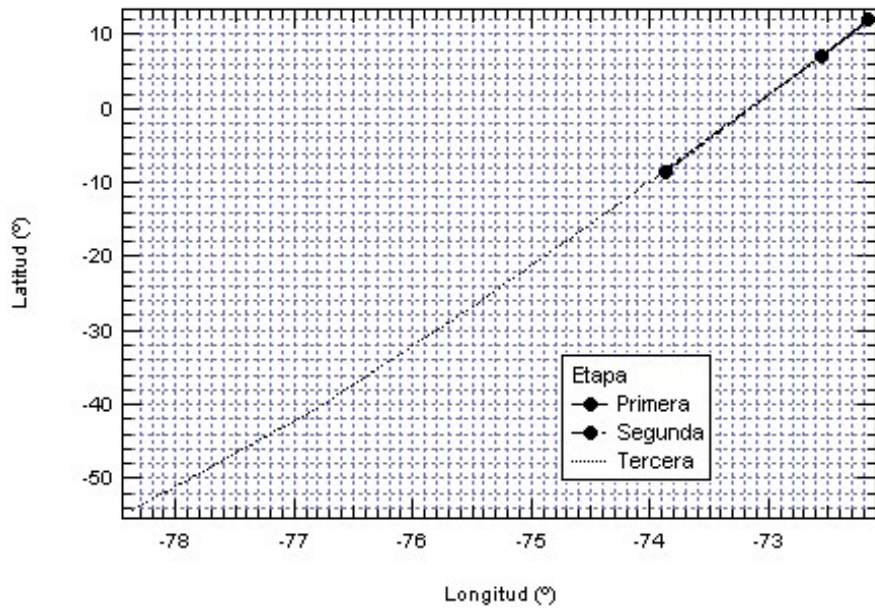


Figura 43: Trayectorias de las tres etapas para la órbita sol-sincrónica. Las circunferencias en los extremos de las líneas indican el sitio de impacto.

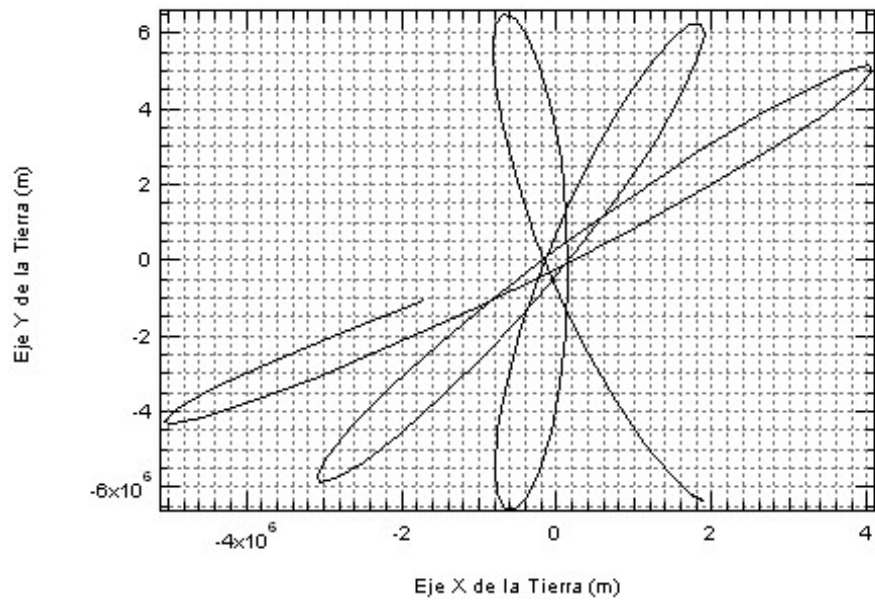


Figura 44: Órbita sol-sincrónica plano X,Y.

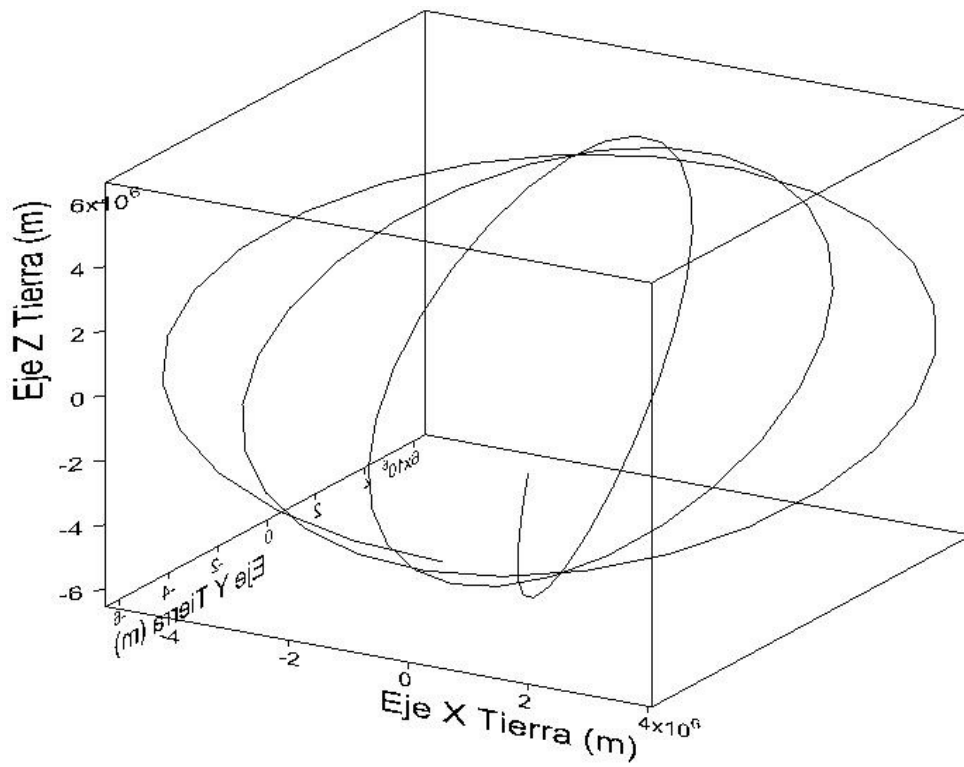


Figura 45: Órbita sol-síncrona del satélite alrededor del centro de masas de la Tierra.

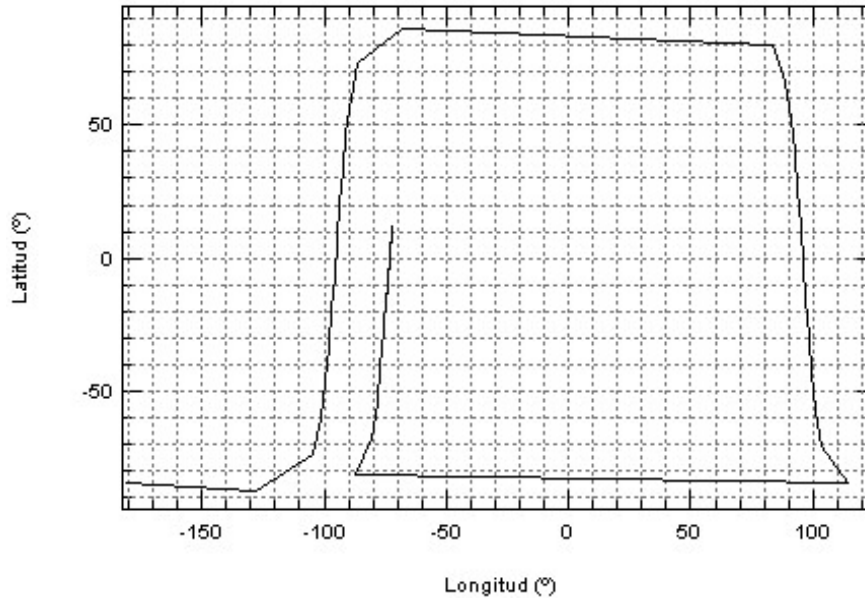


Figura 46: Latitud vs. longitud de la órbita sol-sincrónica.

## 18.2. Elementos orbitales de la órbita sol-sincrónica

Para esta órbita se procede a determinar el cambio de los elementos orbitales en función del tiempo. Se debe tener en cuenta que para este caso los elementos orbitales van a ser diferentes a los de la órbita de  $45^\circ$  debido no solo a la orientación del lanzamiento sino también a que en rumbos cercanos a los  $0^\circ$  y  $180^\circ$  se reduce la velocidad adicional por Coriolis que es del orden de los 500 m/s en el ecuador terrestre con rumbo de  $90^\circ$ .

Nuevamente, el primer parámetro a visualizar es el comportamiento del semieje mayor, que, en este caso, se encuentra del orden de 6610 Km, se reduce, al igual que sus alturas sobre la superficie del planeta (ver figura 47).

Al reducirse el semieje mayor de la órbita y disminuir consigo las alturas de apogeo y perigeo insidie sobre el comportamiento de la excentricidad generando que la órbita sea más circular con valores alrededor de 0.015 (ver figura 48). Sin embargo, se observa una componente secular de disminución del semieje mayor y de la excentricidad a causa de la interacción con la atmósfera terrestre.

En el caso de la inclinación, el tercer elemento orbital que mantiene un comportamiento periódico, se observa que tiene un rango cercano a los  $91^\circ$ , para un azimut de  $186^\circ$  en la zona de lanzamiento de la Guajira (ver figura 49).

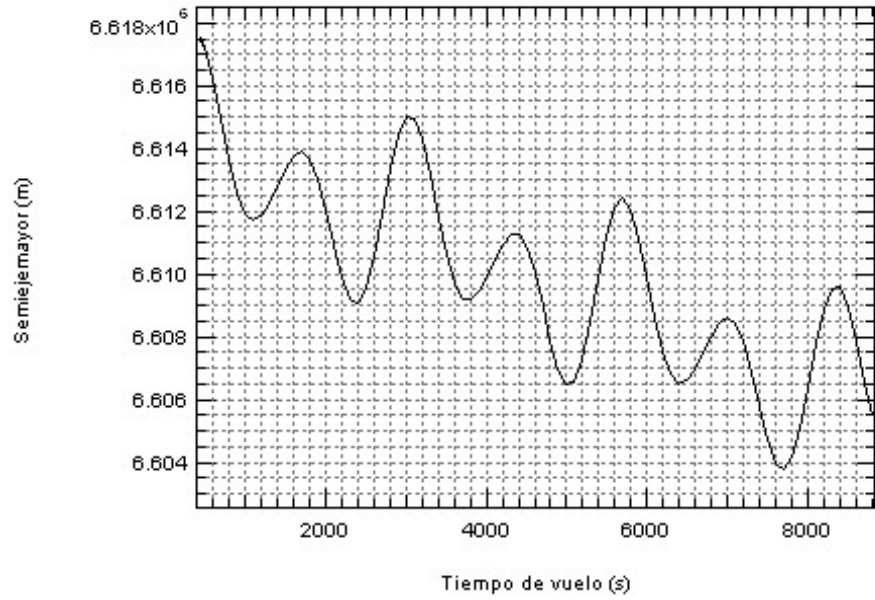


Figura 47: Semieje mayor órbita sol-sincrónica.

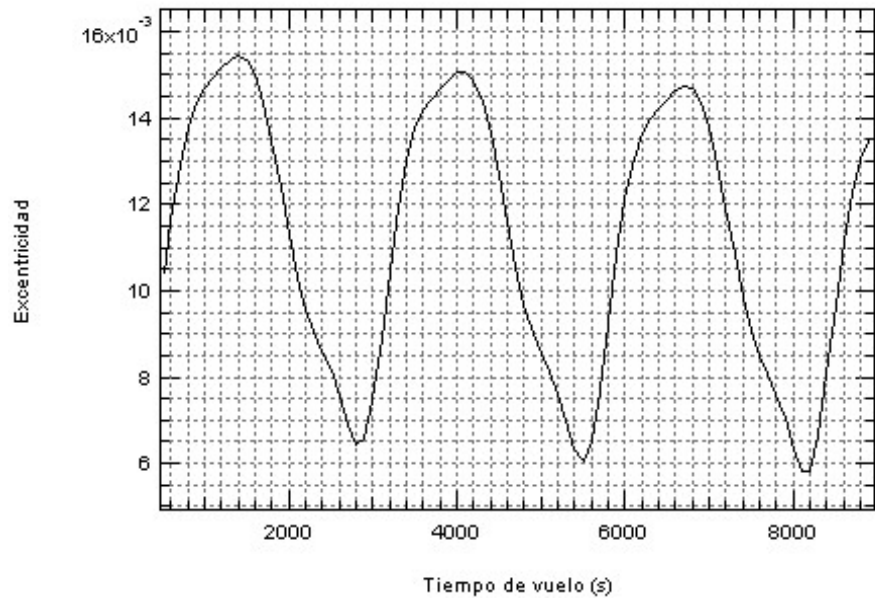


Figura 48: Excentricidad órbita sol-sincrónica.

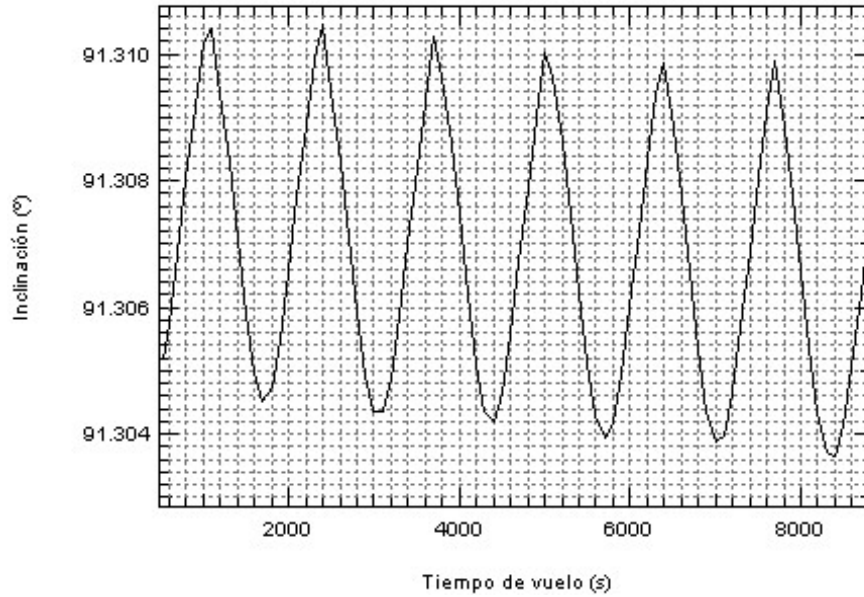


Figura 49: Inclinación órbita sol-sincrónica.

En el caso del argumento de latitud del pericentro, este elemento tiene un comportamiento de descenso lineal. Para el intervalo de tiempo evaluado se mantiene alrededor de los  $180^\circ$ . La relación de cambio  $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$  se mantiene del orden de  $-3.7^\circ/\text{dia}$  (ver figura 50).

La longitud del nodo tiende a ascender de manera lineal como se observa en la figura 51. Para este caso el valor de  $\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)$  es igual al de  $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$  pero con signo positivo, es decir, de  $3.7^\circ/\text{dia}$

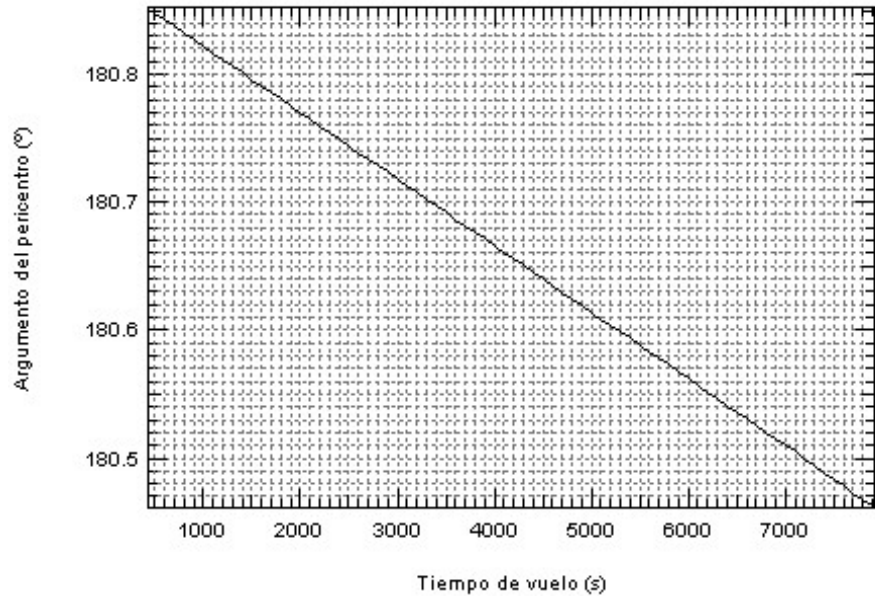


Figura 50: Argumento del pericentro orbita sol-síncronica.

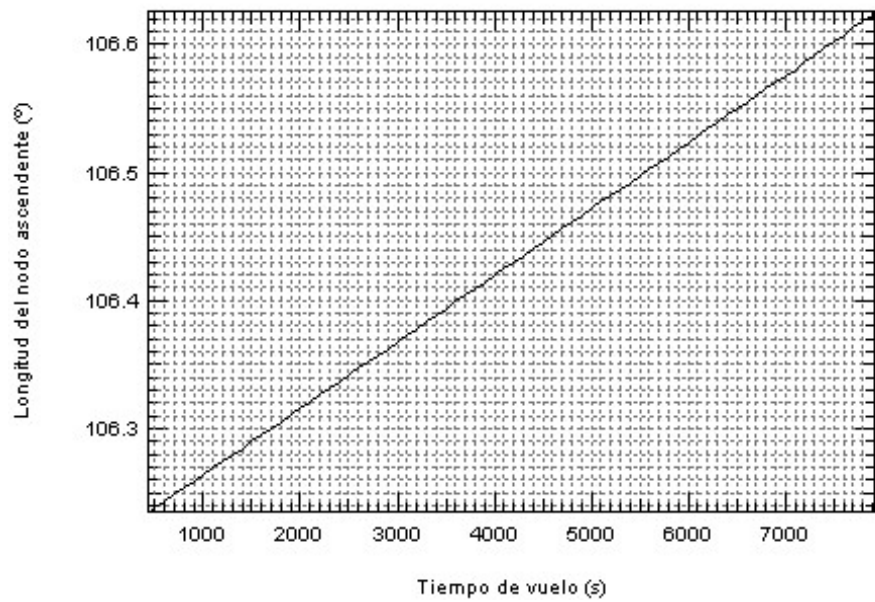


Figura 51: Longitud del nodo ascendente órbita sol-sincrónica.

## Parte VI

# RECOMENDACIONES PARA EL DESARROLLO ESPACIAL DE COLOMBIA

En la actualidad Colombia cuenta con una Comisión Colombiana del Espacio, la proyección hacia una Agencia Colombiana de Asuntos Espaciales, la necesidad de adquirir un satélite de comunicaciones y otro de observación de la Tierra, la incursión de universidades en proyectos de pico satélites y cohetes, el desarrollo de las fuerzas militares en misiles y prototipos de motores cohete líquido, pero, hasta el momento, no se percibe claramente una organización entre la industria, la academia y el estado para el desarrollo conjunto y macro de dichos proyectos, ni tampoco con agencias espaciales internacionales (ver parte III).

Desde el punto de vista tecnológico e histórico el primer paso a dar sería la realización de un programa de desarrollo en cohetes atmosféricos de baja altitud, cohetes útiles para la experimentación como lo son los cohetes sondas. Con el avance de la industria militar en el desarrollo de propelentes sólidos, se pueden crear cohetes sonda para vuelos supersónicos, de alcances verticales inferiores a los 100 km que puedan transportar cargas útiles inferiores a los 10 kg para la experimentación biológica, de materiales aeroespaciales, ionosférica, de fluidos o meteorológicas, entre otras, esta última muy útil para la elaboración del modelo atmosférico estándar de Colombia y países tropicales, aportando a la precisión de las simulaciones a futuro con dichos datos. Países de la región, como es el caso de Brasil, Argentina, Venezuela y Perú, han desarrollado por más de diez años cohetes sonda para avanzar tecnológicamente hacia cohetes lanzadores de satélites, ya que los cohetes sonda aportan experiencia al manejo y desarrollo de cohetes de mayor categoría.

Acompañado de los cohetes sonda, surgen las bases y centros de lanzamiento, la infraestructura terrestre necesaria para llevar a cabo una misión espacial y un lanzamiento a órbita. En Latinoamérica contamos con tres sitios reconocidos a nivel internacional por su posición estratégica cerca al ecuador: Puerto Espacial Europeo en Kourou, Guyana Francesa; Alcántara y Barrera del Infierno en Brasil.

El desarrollo de tecnologías satelitales, laboratorios y estaciones terrenas de telecomunicaciones para la producción de las cargas útiles es otro punto que se debe tener en cuenta. Para ello se requiere de profesionales capacitados en el extranjero en niveles posgraduales, donde tengan la ventaja de contar con



convenios entre otras agencias espaciales como es el caso de Venezuela y Bolivia, países que cuentan con convenios con China y Rusia, o Brasil y Argentina con las agencias espaciales de Japón, Europa y China. Esto permite un desarrollo conjunto y un avance significativo en el conocimiento.

Colombia ya lleva más de 50 años de atraso respecto a países como Estados Unidos y Rusia que dieron comienzo a la carrera espacial, y dominan la industria de posicionamiento de cargas útiles y seres humanos en el espacio. Es de vital importancia que el país se proyecte al desarrollo de esta tecnología en un lapso inferior a los 20 años, cuando otras naciones ya tienen proyectado regresar a la Luna e incluso llevar seres humanos a Marte.

Lo fundamental es que el estado decida de forma realista invertir en este tipo de tecnología, lo cual requiere no solo de una asignación presupuestal proporcional a los objetivos que se propongan, sino también un cambio estructural en la forma de administración. La futura Agencia ha de depender de Planeación Nacional o en su defecto de un ministerio y ha de contar con la autoridad suficiente como para convocar, reunir y coordinar organismos como universidades, institutos gubernamentales y servicios armados para concretar los objetivos asignados.

## Parte VII

# CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado el estudio de la trayectoria de vuelo para un cohete de tres etapas lanzado desde Colombia, partiendo de las ecuaciones diferenciales que describen su movimiento en un sistema de referencia no inercial, las características del diseño del vehículo y parámetros ambientales como la atmósfera del planeta, todos incorporados en un código computacional de lenguaje FORTRAN 77 desarrollado por el autor. Con la implementación del código, se logró simular la trayectoria de vuelo y determinar cuáles son los rangos de la misión que pueden ser aplicados en la realidad. Aunque este trabajo no ha sido llevado a la práctica, se espera que en futuras aplicaciones y estudios los datos puedan ser corroborados de manera experimental, y aporten al crecimiento espacial de la nación.

A lo largo del trabajo, se construyó el código computacional que modela matemáticamente las ecuaciones que rigen el movimiento del cohete, como se describe en la parte II de este documento. Las ecuaciones incorporadas en el código permitieron predecir el comportamiento de la trayectoria de vuelo del cohete, sus etapas y la caída de cada una de ellas, lanzado desde dos sitios posibles como Marandúa y la Guajira. Al obtener los datos de las trayectorias de vuelo para diferentes rumbos y teniendo en cuenta el sobre-vuelo del vehículo, se discriminan las trayectorias de vuelo que pasen por áreas pobladas o limítrofes con otros países; por tal motivo se discrimina el lanzamiento en Marandúa y se realizan las simulaciones desde la Guajira.

Identificando el desarrollo tecnológico de Colombia, se plantea la optimización de un cohete de tres etapas de propelentes sólidos que tiene la industria militar en la actualidad, con masa total de 65532 kg y longitud de 19 m; y se identifican las necesidades y aplicaciones de una carga útil satelital en dicho cohete, obteniendo como resultado una masa máxima de carga útil a transportar de 200 kg, la cual puede ser posicionada en órbitas bajas de la Tierra con el cohete lanzador de los casos de estudio. La carga útil puede tener diversas aplicaciones como lo es un satélite sol-sincrónico para labores de vigilancia y observación terrestre sobre Colombia, así como el lanzamiento múltiple de Cubesats que pueden ser ensamblados y modificados por instituciones educativas como universidades, el SENA o colegios de bachillerato incluso.

Las simulaciones obtenidas, muestran que el cohete tiene la capacidad de transportar una carga de 200 kg a una órbita baja de la Tierra, superior a los 300 km de altitud geométrica sobre el nivel del mar, dejando el cuerpo en órbitas casi circulares de excentricidades cercanas a cero y con una velocidad cercana a los 7.7 km/s, si es lanzado a bajas latitudes muy cercanas al ecuador terrestre,

con rangos de vuelo que van desde los  $0^\circ$  hasta los  $180^\circ$ . De dos posibles sitios de lanzamiento, se escogió la Guajira por presentar una zona despejada de grandes asentamientos de población y sus trayectorias de vuelo pasan sobre el Océano Atlántico, evitando incursionar en espacio aéreo de otros países como el caso de GAORI donde las trayectorias sobrevuelan Venezuela. Los lanzamientos desde este sitio han de realizarse con rumbos desde los  $0^\circ$  hasta los  $90^\circ$  debido a que las trayectorias no pasan sobre espacio aéreo de otros países y caen en aguas internacionales.

Finalmente, se elabora un recuento histórico del desarrollo en programas espaciales de diversas naciones a nivel mundial, comparando la evolución histórica obtenida en la región (Latinoamérica) y en la nación, dando como resultado unos parámetros de desarrollo tecnológico que se deben tener en cuenta para la creación de este tipo de tecnologías e implementación de estos estudios en una aplicación real, con la creciente comisión Colombiana del Espacio y la posible creación de la Agencia de Asuntos Espaciales.

## Parte VIII

# BIBLIOGRAFÍA

Achury, V., 2005, “*Modelamiento por CFD Aplicado a un Micro Motor Cohe-te*”, Tesis de Pregrado en Ingeniería Mecánica, Universidad Nacional, Bogotá.

Alred, W., 1988, “*Lander Program Manual*”, NASA Contract Report CR-172088, Houston.

American National Standard Institute (ANSI), 2004, “*Guide to Reference and Standard Atmosphere Models*”, AIAA, Reston VA.

Anderson, J., 2010, “*Intoduction to Flight*”, Mc Graw Hill, New York.

Arias, L., Santacruz, A., Posada, E., 2010, “*Programa Satelital Colombiano de Observación de la Tierra: Una Estrategia de Innovación y Desarrollo Tecnológico para Colombia*”, Rev. Análisis Geográficos, Instituto Geográfico Agustín Codazzi. Número 44, Pág. 13-29, Bogotá.

Astore, W., Giffen, R., Larson, W., 2004, “*Understanding The Space An Introduction to Astronautics*”, 2 Ed. Mc Graw Hill, New York.

Bate, R., Muller, D., White, J., 1971, “*Fundamentals of Astrodynamics*”, Dover Publications, New York.

Botbyl, G., 1993, “*Converting the Minuteman Missile Into a Small Satellite Launch System*”, NASA Contractor Report CR-197169, Virginia.

Buchheim, R., 1959, “*Space Handbook: Astronautics and its Aplications*”, Modern Library, New York.

Calderón, O. Murcia, J., 2009, “*Diseño Conceptual y Preliminar de un Vehículo que Transporta Carga Útil de una Tonelada a Órbitas Bajas*”, Tesis de Pregrado en Ingeniería Aeronáutica, Fundación Universitaria los Libertadores, Bogotá.

Calise, A. Leung, M., 1995, “*Optimal Guidance Law Development for an Advanced Launch System*”, NASA Contractor Report CR-4667, Virginia.

Chobotov, V., 2002, “*Orbital Mechanics*”, 3Ed. AIAA, Virginia.

Cook, M., 2007, “*Flight Dynamics Principles*”, 2Ed. BIH, Londres.

Davies, M., 2003, "*The Standard Handbook for Aeronautical and Astronautical Engineers*", Mc Graw Hill, New York.

Duarte, L., 2011, "*Programa Espacial Brasileiro*", Rev. Espacio Brasileiro, Agencia Espacial Brasileira. Año 4 Número 11, Pág. 16-19, Sao Pablo.

Escorcía, M. 2011, "*Estudio Dinámico de los Parámetros Generales de Rendimiento en un Motor Cohete de Propulsión Iónica Mediante el Lenguaje Computacional de Tipo M.* ", Tesis de Pregrado en Ingeniería Aeronáutica, Fundación Universitaria los Libertadores, Bogotá.

Escobar, S., Jaramillo, S., 2009, "*Diseño Conceptual de un Motor Cohete de 70 mm de Propelente Sólido.* ", Tesis de Pregrado en Ingeniería Aeronáutica, Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín.

Federal Aviation Administration FAA, 2009, "*Code of Federal Regulations, Title 14, part 200 – 1199: Commercial Space Transportation*", FAA, Washington.

Fleeman, E., 2006, "*Tactical Missile Design*", 2Ed. AIAA, Virginia.

Fostescue, P., Stark, J., Swinerd, G., 2003, "*Spacecraft Systems Engineering*", Wiley, Londres.

Frost, W., 1985, "*Natural Environment Analysis*", NASA Special Report NAS8-35973, Huntsville.

Gravenhorst, A., 2007, "*Manuscrito de Cátedra Sistemas de Transporte Espacial y Propulsión Espacial*", Bogotá.

Garzón, D., Duque, C., Roa, M., 2004, "*Introducción General a la Tecnología de la Propulsión*", Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

Galindo, D., Murcia, J., 2008, "*Diseño de Cohetes Atmosféricos*", Segundo Congreso de Ciencia y Tecnología Aeroespacial, CICTA 2008, Bogotá.

Gómez, L., 2009, "*Colombianos en la Agencia Espacial Europea*", Rev. Innovación y Ciencia, Vol. 16, Número 3, Pág. 10-16, Asociación Colombiana para el Avance de la Ciencia, Bogotá.

Gómez, S., Castro, H., 2006, "*Diseño Preliminar de un Sistema de Propulsión Líquida con Hidrógeno Líquido como Combustible Adaptado a un Rocket Belt*", Tesis de Pregrado en Ingeniería Aeronáutica, Universidad San Buenaventura, Bogotá.

Hughes, P., 2004, "*Spacecraft Attitude Dynamics*", Dover, New York.

Humble, R., Henry, G., Larson, W., 1995, “*Space Propulsion Analysis and Design*”, 3 Ed. Mc Graw Hill, New York.

IGAC, Análisis Geográficos Instituto Agustín Codazzi N°35, 2007 “*Edición Especial Comisión Colombiana del Espacio I*”, Bogotá, Colombia.

IGAC, Análisis Geográficos Instituto Agustín Codazzi N°43, 2010 “*Edición Especial Comisión Colombiana del Espacio V*”, Bogotá, Colombia.

Jumper, G., Holladat, J., Wiechert, M., Seggel, W., 2012, “*Impact of thrust Alignment on Orbital Debris Removal by Ground-Based Lasers*”, Journal of Spacecraft and Rockets , Vol. 49, Número 2, Pag. 261-273, AIAA, Virginia.

Joya, R., 2007, “*Desarrollo de Nuevas Tecnologías, Primer Satélite Colombiano en el Espacio, Libertad 1*”, Rev. Ciencia y Tecnología, Vol. 25, Número 1-2, Pág. 46-51, Colciencias, Bogotá.

Jauregui, A., 1985, “*Grandes Protagonistas de la Humanidad, von Braun*”, Editora cinco SA, Bogotá.

Koelle, H., 1961, “*Handbook of Astronautical Engineering*”, Mc Graw Hill, New York.

Lafleur, J., Fleming, S., Saleh, J., 2012, “*Response Surface Equations for Expendable Launch Vehicle Payload Mass Capability*”, Journal of Spacecraft and Rockets , Vol. 49, Número 1, Pag. 185-189, AIAA, Virginia.

Larson, W., Wertz, J., 1999, “*Space Mission Analysis and Design*”, Microcosm Press, California.

Ley, W., Wittmann, K., Hallmann, W., 2009, “*Handbook of Space Technology*”, Wiley & Sons, Singapur.

Marcano, V., Benitez, P., La Rosa, C., La Cruz, L., 2009, “*Progresos Alcanzados en el Proyecto Universitario Cohete Sonda ULA*”, Rev. Universidad, Ciencia y Tecnología , Vol. 13, Número53, Pág. 305-316, UNEXPO, Puerto Ordaz.

Marov, M.Ya., 2006, “*K.E. Tsiolkovsky Selected Works*”, 2Ed. Nauka, Moscú.

Martos, A., 2009, “*Breve Historia de la Carrera Espacial*”, Nowtilus Saber, Madrid.

Mendenhall, M., 1992, “*Tactical Missile Aerodynamics: Prediction Methodology*”, 2Ed. AIAA, Washington.

Meyer, R., 1999, "*Elements of Space Technology for Aerospace Engineers*", Academic Press, San Diego.

Minzner, R.A., Champion K.S.W., Pond, H.L., 1959, "*The ARDC model atmosphere, 1959*", Air Force Surveys in Geophysics N° 115, Cambridge.

Moulton, F., 1970, "*An Introduction to Celestial Mechanics*", Dover, New York.

Nielsen, J., 1960, "*Missile Aerodynamics*", 1Ed. McGraw Hill, Toronto.

Ning, Y., Avendaño, M., Mortari, D., 2011, "*Sequential Design of Satellite Formations with Invariant Distances*", Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 48, Número 6, Pág. 1025-1032, AIAA, Virginia.

NOAA., 1976, "*US Standard Atmosphere 1976*", NASA N77-16482, Washington.

Nguyen, X., 1993, "*Flight Mechanics of High Performance Aircraft*", Cambridge Aerospace Series, New York.

Omer, F., Teren, F., 1968, "*A Trajectory Code for Maximizing the Payload of Multistage Launch Vehicles*", NASA Technical Note TN D-4729, Cleveland.

ONU, 2002, "*Tratados y Principios de las Naciones Unidas Sobre el Espacio Ultraterrestre*", New York.

Pajarito, D., González, D., 2010 "*Perspectivas de Bases de Datos Espaciales*". Rev. Análisis Geográficos, Instituto Geográfico Agustín Codazzi, Número 46, Pág. 25-35, Bogotá.

Portilla, J., 1996, "*El Problema de los dos Cuerpos y el Problema Principal del Satélite Artificial en Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden*", Rev. Acad. Colomb. Cienc. Vol. XX, Número 76, Pág. 25-32, Bogotá.

Portilla, J., 2001, "*Astronomía para todos*", 2 Ed. UNIBIBLOS, Bogotá.

Portilla, J., 2009, "*Elementos de Astronomía de Posición*", UNIBIBLOS, Bogotá.

Robledo, J., 2011, "*Diseño Conceptual de un Motor Cohete Iónico para Maniobras Espaciales*", Tesis de Pregrado en Ingeniería Aeronáutica, Fundación Universitaria los Libertadores, Bogotá.

Rose, L.J., 1966, "*Launch Vehicle N°8 Flight Evaluation*", NASA Contractor Report CR-83089, Baltimore.

Roy, Archie E., 1965, "*The Foundations of Astrodynamics*", The Macmillan Company, New York.

Stack, W., 1963, "*The N-BODY Code: A General FORTRAN Code for the Numerical Solution of Space Mechanics Problem on a IBM 7090 Computer*", NASA Technical Report TN D-1730, Cleveland.

Stack, W., 1963, "*The N-BODY Code: A General FORTRAN Code for Solution or Problems in Space Mechanics by Numerical Methods*", NASA Technical Report TN D-1455, Cleveland.

Sutton, G., Biblatz, O., 2001, "*Rocket Propulsion Elements*", John Wiley and Sons, New York.

Tewari, A., 2006, "*Atmospheric and Space Flight Dynamics*", Birkhauser, Berlín.

Thomson, W., 1986, "*Introduction to Space Dynamics*", Dover Publications, Toronto.

Urrego, A., 2009, "*Investigaciones en Cohetería Experimental. Misión Séneca, Lanzamiento del Cohete Ainkaa 1*", Tesis de Pregrado en Ingeniería Mecánica, Universidad de los Andes, Bogotá.

Vought Corporation, 1980, "*Scout User's Manual*", Dallas.

Weiland, C., 2010, "*Computational Space Flight Mechanics*", Springer, Berlín.

Willwerth, R., Rosenbaum R., 1965, "*TOLIP: Trajectory Optimization and Linearized Pitch Computer Program*", NASA Contractor Report CR-66515, Hampton.

Zipfel, P., 2007, "*Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*", 2Ed. AIAA, Virginia.



# ANEXO A

## Código computacional del movimiento del cohete en FORTRAN 77.

```

C *****
C ** ECUACIONES DEL MOVIMIENTO DEL COHETE **
C ** PARA COLOMBIA DE TRES ETAPAS **
C ** MODIFICACION JUNIO DE 2012 **
C *****
IMPLICIT REAL *8 (A-H,O-Z)
COMMON DATE,ALCAN,TO,GE,PI,DIAM,VES1,RO,TEMP,VESOND,AMACH,ATA,
A CEDE,PDIN,R1,R12,R13,R2,R3,R4,AMDOT1
COMMON ASM,A1,ANOVG,ARGUMG,BIASG,E,OMEG,VES2,VES3,AMDOT2,AMDOT3,
A AMASSF11,AMASSIN1,AMASSIN2,AMASSIN3,AMASSF13,AMASSF12,ANG,
A ANGM,VELM,RM,WR1,WR2,WR3,WR4,WR5,X1,X2,X3,TW,AG,VASCEN,
A ANG1,ANG2,ANG3,V1,V2,V3
DIMENSION X(8),V(8),Z(8)

C ***** CONSTANTES *****
GE=9.81D0
PI=3.14159265D0
C COMIENZA AL 0.1 SEG.
DJZ=0.1D0
C NV ESTABLECE EL NUMERO DE ECUACIONES A INTEGRAR.
NV=8
C ***** PRIMERA ETAPA *****
C AMASSIN1 ES EL PESO TOTAL DEL COHETE
AMASSIN1=65522.d0
AMASSF11=15106.d0
VES1=2160
AMDOT1=386.4D0
C ***** SEGUNDA ETAPA *****
AMASSIN2=9504.0d0
AMASSF12=2191.0d0
VES2=2160
AMDOT2=38.8D0
C ***** TERCERA ETAPA *****
AMASSIN3=1378.0d0
AMASSF13=317.0d0
VES3=2160
AMDOT3=3.6D0
C NOR,LL y XL son parametros standard del integrador (NO TOCAR)
NOR=15
LL=-1

```

```

XL=0.40
C DATE ESTABLECE EL TIEMPO
C CREA LOS ARCHIVOS DE SALIDA
OPEN(2,FILE='Dinamica.txt')
OPEN(4,FILE='Aerodinamica.txt')
OPEN(5,FILE='Fuerzas.txt')
OPEN(7,FILE='Elementorbital.txt')
OPEN(8,FILE='Verificacion.txt')
OPEN(9,FILE='Coriolis.txt')
OPEN(10,FILE='Posicion.txt')
OPEN(11,FILE='Gravedades.txt')
OPEN(12,FILE='Relaciones.txt')
OPEN(13,FILE='Cadac.txt')
OPEN(14,FILE='Momentos.txt')
C CREA EL LOOP DE TIEMPO
DATE=DJZ
DO 101 N=1,2000
IF (DATE.LE.500) THEN
CONT=1
ELSE
CONT=100
END IF
DATE=DATE+CONT
C ES EL INTERVALO TIEMPO CADA SEGUNDO
TO=1.0D0
WRITE (*,*) DATE
C TODO ESTA EN MKS
C X(1) ES LA VELOCIDAD
C X(2) ES LA ALTURA
C X(3) ES LA MASA
C X(4) ES EL ANGULO DE VUELO
C X(5) ES EL AZIMUT
C X(6) ES LA LONGITUD
C X(7) ES LA LATITUD
C X(8) ES EL RANGO MODIFICAR POR TRIANGULO ESFERICO
C AQUI SE DEFINEN LAS CONDICIONES INICIALES PARA EL TIEMPO 0.1 S
X(1)=-VES1*DLOG(1-(AMDOT1*DJZ/AMASSIN1))-GE*DJZ
X(2)=(AMASSIN1*VES1/AMDOT1)*((1-(AMDOT1*DJZ/AMASSIN1))*DLOG(1-
A (AMDOT1*DJZ/AMASSIN1))+AMDOT1*DJZ/AMASSIN1)-0.5*GE*(DJZ)**2
X(3)=AMASSIN1-AMDOT1*DJZ
X(4)=0.0000001*PI/180
X(5)=45.0D0*PI/180
X(6)=-72.159722D0*PI/180
X(7)=12.055556D0*PI/180
X(8)=0.0000001*PI/180
C CORRIGE POR UNIDAD DE TIEMPO

```

```

X(1)=X(1)*TO
C TF ES EL TIEMPO PROPIAMENTE DICHO
TF=(DATE-DJZ)/TO
CALL RA15 (X,V,TF,XL,LL,NV,1,NOR)

X(1)=X(1)/TO
X(2)=X(2)
IF (X(2).LT.0) STOP
X(3)=X(3)
X(4)=X(4)*180/PI
X(5)=X(5)*180/PI
X(6)=X(6)*180/PI
X(7)=X(7)*180/PI
x(8)=X(8)*180/PI
C ***** PONE A FUNCIONAR LA SEGUNDA ETAPA *****
IF (DATE.LT.130.0) GOTO 76
GOTO 85
85 IF (DATE.EQ.130.1) GOTO 87
GOTO 86
86 IF (DATE.GT.130.2) GOTO 96
87 z(1)=X(1)*TO
z(2)=X(2)
z(3)=AMASSIN2
z(4)=X(4)*PI/180
z(5)=X(5)*PI/180
z(6)=X(6)*PI/180
z(7)=X(7)*PI/180
z(8)=X(8)*PI/180
TF=0
DL=0
96 X(1)=z(1)
X(2)=z(2)
X(3)=z(3)
X(4)=z(4)
X(5)=z(5)
X(6)=z(6)
X(7)=z(7)
X(8)=z(8)
DL=DL+CONT
TF=DL

97 CALL RA15 (X,V,TF,XL,LL,NV,1,NOR)
X(1)=X(1)/TO
X(2)=X(2)
IF (X(2).LT.0) STOP
X(4)=X(4)*180/PI

```

```

X(5)=X(5)*180/PI
X(6)=X(6)*180/PI
X(7)=X(7)*(180/PI)
x(8)=X(8)*180/PI
IF (DATE.LT.318.0) GOTO 76
GOTO 185
185 IF (DATE.EQ.318.1) GOTO 187
GOTO 186
186 IF (DATE.GT.318.2) GOTO 196

187 z(1)=X(1)*TO
z(2)=X(2)
z(3)=AMASSIN3
z(4)=X(4)*PI/180
z(5)=X(5)*PI/180
z(6)=X(6)*PI/180
z(7)=X(7)*PI/180
z(8)=X(8)*PI/180
TF=0
DL=0
196 X(1)=z(1)
X(2)=z(2)
X(3)=z(3)
X(4)=z(4)
X(5)=z(5)
X(6)=z(6)
X(7)=z(7)
X(8)=z(8)
DL=DL+CONT
TF=DL
197 CALL RA15 (X,V,TF,XL,LL,NV,1,NOR)
X(1)=X(1)/TO
X(2)=X(2)
IF (X(2).LT.0) STOP
X(4)=X(4)*180/PI
X(5)=X(5)*180/PI
X(6)=X(6)*180/PI
X(7)=X(7)*180/PI
x(8)=X(8)*180/PI
76 IF (X(6).LT.-180.0) THEN
X(6)=X(6)+360.0D0
ELSE
X(6)=X(6)
END IF

WRITE (2,11) DATE,X(1),X(2),X(3),X(4),X(5),X(6),X(7),X(8)

```

```

WRITE (4,11) DATE,RO,TEMP,VESOND,AMACH,ATA,CEDE,PDIN
WRITE (5,10) DATE,R1,R2,R20,R3,R4,ALCAN,TW
WRITE (7,11) DATE,ASM,E,BIASG,OMEG,ARGUMG,ANOVG,RM
WRITE (8,11) DATE,X(1),VELM,X(2),RM,ANG,ANGM
WRITE (9,11) DATE,WR1,WR2,WR3,WR4,WR5
WRITE (10,11) DATE,X1,X2,X3
WRITE (11,12) DATE,R1,R12,R13
WRITE (12,11) DATE,TW,AG,VASCEN
WRITE (13,11) X(7),X(6),X(2)
WRITE (14,11) ANG1,ANG2,ANG3,ANG,ANGM
10 FORMAT(7F15.5)
11 FORMAT(9F18.5)
12 FORMAT(11F20.16)
22 FORMAT(7f15.5)
101 CONTINUE
STOP
END
C $$$$$$$$$$$$$$$$$$ RUTINA DE LA FUERZA $$$$$$$$$$$$$$$$$$
SUBROUTINE FORCE(X,V,TM,F)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON DATE,ALCAN,TO,GE,PI,DIAM,VES1,RO,TEMP,VESOND,AMACH,ATA,
A CEDE,PDIN,R1,R12,R13,R2,R3,R4,AMDOT1
COMMON ASM,A1,ANOVG,ARGUMG,BIASG,E,OMEG,VES2,VES3,AMDOT2,AMDOT3,
A AMASSF1,AMASSIN1,AMASSIN2,AMASSIN3,AMASSF3,AMASSF2,ANG,
A ANGM,VELM,RM,WR1,WR2,WR3,WR4,WR5,X1,X2,X3,TW,AG,VASCEN,
A ANG1,ANG2,ANG3,V1,V2,V3
DIMENSION X(8),V(8),F(8),htab(11),ttab(11),ptab(11),gtab(11)
C *****
PARAMETER(AREARTH=6356.766D0) ! Radio de la Tierra (km)
PARAMETER(GMR=34.16479428D0) ! Constante del gas
PARAMETER(ROSL=1.22500D0) ! Densidad al nivel del mar - kg/m^3
PARAMETER(PRESL=101325.0D0) ! Presion al nivel del mar - Pa
PARAMETER(TEMPSL=288.15D0) ! Temperatura al nivel del mar - K
PARAMETER(GAMMA=1.4D0) ! Relacion de calores espedificos
PARAMETER(KGI=287.0D0) ! Constante del gas ideal
PARAMETER(NTAB=12) ! Numero de valores de las tablas
PARAMETER(GAUSS=19965817.59)
PARAMETER(AMAS=5.97D24)
PARAMETER(AMIU=3986012.D8)
PARAMETER(REARTH=6378140D0)
PARAMETER(PJ2=0.00108263D0)
C PARAMETER(PJ2=0.00D0)
PARAMETER(WRO=0.00007292115D0)
C ***** MODELO ATM ARDC1595 *****
DATA htab/ 0.0, 11.0, 25.0, 47.0, 53.0, 79.0, 90.0, 105.0,
& 160.0, 170.0, 200.0/

```

```

DATA ttab
& / 288.16, 216.66, 216.66, 282.66, 282.66, 165.66, 165.66,
& 225.66, 1325.66, 1425.66, 1575.66/
DATA ptab
& /1.0, 2.20537873D-1, 2.494251172D-2, 1.181643227D-3,
& 6.068887244D-4, 9.948186528D-6, 1.092524056D-6, 8.231926968d-8,
& 3.584505305D-9, 2.829509006D-9, 1.421169504D-9/
DATA gtab / -6.5, 0.0, 3.0, 0.0, -4.5, 0.0, 4.0, 20.0, 10.0,
& 5.0, 3.5/
alt=X(2)/1000.D0
h=alt*AREARTH/(alt+AREARTH)! Transforma altitud geometrica a geopotencial
C
i=1
j=NTAB ! Control binario
DO
k=(i+j)/2 ! Division del integrador
IF (h.lt.htab(k)) THEN
    j=k
ELSE
    i=k
END IF
IF (j.le.(i+1)) EXIT
END DO
C
tgrad=gtab(i) ! Busca el parametro de las tablas
tbase=ttab(i)
deltah=h-htab(i)
tlocal=tbase+tgrad*deltah
theta=tlocal/ttab(1) ! Relacion de temperaturas
C
IF (tgrad.eq.0.0) THEN ! Relacion de presiones
delta=ptab(i)*DEXP(-GMR*deltah/tbase)
ELSE
delta=ptab(i)*(tbase/tlocal)**(GMR/tgrad)
END IF
C
sigma=delta/theta ! Relacion de densidades
C
RO=ROSL*sigma
PRES=PRESL*delta
TEMP=TEMPSL*theta
IF (h.le.90.0) THEN ! Velocidad del sonido
VESOND=DSQRT(GAMMA*TEMP*KG1)
ELSE
VESOND=258.0D0
END IF

```

```

C ***** AERODINAMICA *****
CLONG=1500.00D0
CONOLONG=4000.00D0
CDIA=200.00D0
CONODIA=200.00D0
CLONGTOT=CONOLONG+CLONG
CSUREF=PI*0.25*(CDIA)**2
CONOSUP=PI*0.25*(CONODIA)**2
SALSUP=36.29D0
C NUMERO MACH Y PRESION DINAMICA
AMACH=X(1)/VESOND
C CALCULA LA PRESION DINAMICA
PDIN=0.5*RO*X(1)**2
C DETERMINA LOS COEFICIENTES DE ARRASTRE
IF (AMACH .GE. 0.6) GOTO 101
C COEFICIENTE ARRASTRE ONDA DE CHOQUE CONO
CDNSW=0.0D0
GOTO 102
101 CDNSW=(1.586+1.834/AMACH**2)*(DATAN(0.5/(CONOLONG/CONODIA)))**1.69
C COEFICIENTE ARRASTRE FRICCION PIEL CUERPO Y CONO
102 CDFP=0.053*(CLONGTOT/CDIA)*(AMACH/(PDIN*0.0685*CLONGTOT))**0.2
C COEFICIENTE ARRASTRE SALIDA
IF (AMACH .GE. 1.1) GOTO 103
CDSA=0.12+0.13*AMACH**2
GOTO 104
103 CDSA=0.25/AMACH
C CORFICIENTE DE ARRASTRE TOTAL
104 CDTOT=CDSA+CDFP+CDNSW
CL=0.0D0
C PASA EL AREA DE  $C_m^2 A m^2$ 
AREA=CSUREF/10000.D0
C FUERZA DE ARRASTRE
R3=PDIN*CDTOT*AREA/X(3)
R4=PDIN*CL*AREA/X(1)*X(3)
*****
C G1 ES EL PRODUCTO DE LA CONSTANTE DE CAVENDISH POR LA MASA DE LA
TIERRA
C R1 ES LA ACELERACION DE LA GRAVEDAD EN FUNCION DE LA ALTURA
G1=(19965817.59**2)*(TO)**2
R1=G1/((X(2)+REARTH)**2)

C R12 ES LA GRAVEDAD EN FUNCION DE DIRECCION RADIAL
R12=G1/((X(2)+REARTH)**2)*(1+
A 0.5*PJ2*(1-(3*(DSIN(X(7)))**2)*(REARTH/(X(2)+REARTH))**2)
C R13 ES LA GRAVEDAD EN FUNCION DE LA LATITUD
R13=(3.0*G1/((X(2)+REARTH)**2))*PJ2*DSIN(X(7))*DCOS(X(7))*

```

```

A (REARTH/(X(2)+REARTH))**2
C ALCANCE EN METROS
ALCAN=X(1)*DSIN(X(4))/(X(2)+REARTH)
C ALCAN ES EL CAMBIO DEL ANGULO DE RANGO EN EL TIEMPO
C WR ES LA VELOCIDAD ANGULAR DE LA TIERRA EN EL ECUADOR EN RAD/s
WR=WRO*TO
C WR=0.0000*TO
C *****CORIOLIS*****
WR1=(WR**2)*(X(2)+REARTH)*DCOS(X(7))*
A (DSIN(X(4))*DCOS(X(5))*DSIN(X(7))-DCOS(X(4))*DCOS(X(7)))
WR2=(WR**2)*(X(2)+REARTH)*DCOS(X(7))*(DCOS(X(4))*
A DCOS(X(5))*DSIN(X(7))+DSIN(X(4))*DCOS(X(7)))/X(1)
WR3=(WR**2)*(X(2)+REARTH)*DSIN(X(5))*DSIN(X(7))/
A (X(1)*DSIN(X(4)))
WR4=2*WR*DSIN(X(5))*DCOS(X(7))
WR5=2*WR*(DCOS(X(5))*DCOS(X(7))*DCOS(X(4))-DSIN(X(7))*DSIN(X(4)))/
A DSIN(X(4))
C R2 ES EL TERMINO DEL EMPUJE SOBRE LA MASA (F/W)
THRUST1=VES1*AMDOT1
R2=THRUST1*(TO**2)/X(3)
THRUST2=VES2*AMDOT2
R20=THRUST2*(TO**2)/X(3)

THRUST3=VES3*AMDOT3
R21=THRUST3*(TO**2)/X(3)
C EL R2 SALE DE MULTIPLICAR EL IMPULSO ESPECIFICO POR EL FLUJO DE MASA
POR
C LA ACELERACION DE LA GRAVEDAD EN LA SUPERFICIE
C *****PROGRAMACION DEL ANGULO DE ATAQUE*****
ATA=0.0D0
ALCAN=X(1)*DSIN(X(4))/(X(2)+REARTH)
IF(DATE.LE.400.1)THEN
GOTO 300
ELSE
C ***** ELEMENTOS ORBITALES *****
R=X(2)+REARTH
VEL=X(1)
ANG=VEL*R*DSIN(X(4))
C COMPONENTES VECTOR POSICION
X1=R*DCOS(X(6))*DCOS(X(7))
X2=R*DSIN(X(6))*DCOS(X(7))
X3=R*DSIN(X(7))
C COMPONENTES DEL VECTOR VELOCIDAD
V1=VEL*(DCOS(X(6))*DCOS(X(4))*DCOS(X(7))-DSIN(X(4))*DSIN(X(5))*
A DSIN(X(6))-DSIN(X(4))*DSIN(X(7))*DCOS(X(5))*DCOS(X(6)))-
A WR*R*DCOS(X(7))*DSIN(X(6))

```



```

V2=VEL*(-DCOS(X(5))*DSIN(X(4))*DSIN(X(7))*DSIN(X(6))+DSIN(X(5))*
A DSIN(X(4))*DCOS(X(6))+DCOS(X(4))*DCOS(X(7))*DSIN(X(6))+WR*R*
A DCOS(X(6))*DCOS(X(7))
V3=VEL*(DCOS(X(5))*DSIN(X(4))*DCOS(X(7))+DCOS(X(4))*DSIN(X(7)))
C COMPONENTES VECTOR MOMENTUM ANGULAR
ANG1=X2*V3-X3*V2
ANG2=-X1*V3+X3*V1
ANG3=X1*V2-X2*V1
C VERIFICACIONES
RM=DSQRT(X1**2+X2**2+X3**2)
VELM=DSQRT(V1**2+V2**2+V3**2)
ANGM=DSQRT(ANG1**2+ANG2**2+ANG3**2)
C ELEMENTOS ORBITALES EXCENTRICIDAD Y SEMIEJE MAYOR
ASM=(1.D0/((2.D0/RM)-((VELM/GAUSS)**2)))
E=DSQRT(1.D0-((ANGM/GAUSS)**2/ASM))
C INCLINACION Y NODO ASCENDENTE
BIAS=DACOS(ANG3/ANGM)
BIASG=BIAS*180/PI
T1=DSQRT(ANG1**2+ANG2**2)
PN1=-ANG2/T1
PN2=ANG1/T1
IF(PN2.LT.0) Q1=-1
IF(PN2.GT.0) Q1=1
Q2=(1-Q1)/2
OME=(-1)**Q2)*DACOS(PN1)
IF(OME.LT.0) OME=OME+2.D0*PI
OMEG=OME*180/PI
C ANOMALIA EXCENTRICA EN LA EPOCA DE REFERENCIA
PRO=X1*V1+X2*V2+X3*V3
DES=1.D0-(R/ASM)
DES1=GAUSS*(ASM**.5D0)*DES
C ANOMALIA EXCENTRICA DE REFERENCIA
CALL CUADRAN (DES1,PRO,ANOE)
C ANOMALIA MEDIA
ANOM=ANOE-E*DSIN(ANOE)
IF (ANOM.LT.0) ANOM=ANOM+2.D0*PI
C ANOMALIA VERDADERA
ANOV1=2*DATAN(DSQRT((1+E)/(1-E)))*DTAN(ANOE/2)
IF (ANOV1.LT.0) ANOV1=ANOV1+2.D0*PI
ANOVG=ANOV1*180/PI
C ARGUMENTO DE LATITUD DEL PERIHELIO
PER0=X3
PER1=DSIN(BIAS)*(X1*DCOS(OME)+X2*DSIN(OME))
CALL CUADRAN (PER1,PER0,PER3)
ARGUM=PER3-ANOV
ARGUMG=ARGUM*180/PI

```

```

END IF
C ***** ENCIENDE LOS MOTORES Y HALLAR LA RELACION T/W *****
300 IF (DATE.LE.130.1) THEN
THRUST=THRUST1
ELSE
THRUST=THRUST2
END IF
IF (DATE.GT.318.1) GOTO 200
GOTO 201
200 IF (DATE.LE.464.1) THEN
THRUST=THRUST3
ELSE
THRUST=0.0d0
END IF

201 TW=THRUST/(X(3)*R1)
C ***** ECUACIONES DIFERENCIALES *****
C TODO ESTA EN MKS
C F(1) ES EL CAMBIO DE LA VELOCIDAD RESPECTO AL TIEMPO
C F(2) ES EL CAMBIO DE LA ALTURA (RADIO) RESPECTO AL TIEMPO
C F(3) ES EL CAMBIO DE LA MASA (FLUJO MASICO) RESPECTO AL TIEMPO
C F(4) ES EL CAMBIO DEL ANGULO VUELO (ENTRE V,R) RESPECTO AL TIEMPO
C F(5) ES EL CAMBIO DEL AZIMUT RESPECTO AL TIEMPO
C F(6) ES EL CAMBIO DE LA LONGITUD RESPECTO AL TIEMPO
C F(7) ES EL CAMBIO DE LA LATITUD RESPECTO AL TIEMPO
C F(8) ES EL CAMBIO DEL RANGO RESPECTO AL TIEMPO
C ALCAN ES EL CAMBIO DEL ANGULO DE RANGO EN EL TIEMPO
C WR ES LA VELOCIDAD ANGULAR DE LA TIERRA EN EL ECUADOR EN RAD/s
C PRIMERA ETAPA
110 IF (X(3).LE.AMASSF11) GOTO 111
F(1)=R2*DCOS(ATA)-R12*DCOS(X(4))-R3+R13*DSIN(X(4))*DCOS(X(5))
F(2)=X(1)*DCOS(X(4))
F(3)=-THRUST1*TO/VES1
F(4)=R4+R12*DSIN(X(4))/(X(1))-ALCAN+(R2*DSIN(ATA)/X(1)
A +(R13*DCOS(X(4))*DCOS(X(5)))/X(1)
F(5)=ALCAN*DTAN(X(7))*DSIN(X(5))-R13DSIN(X(5))
F(6)=(ALCAN*DSIN(X(5)))/DCOS(X(7))
F(7)=ALCAN*DCOS(X(5))
F(8)=X(1)*DSIN(X(4))/(X(2)+REARTH)
GO TO 99
C SEGUNDA ETAPA
111 IF (X(3).LE.AMASSF12) GOTO 113
F(1)=R20*DCOS(ATA)-R12*DCOS(X(4))-R3-WR1+R13*DSIN(X(4))*DCOS(X(5))
F(2)=X(1)*DCOS(X(4))
F(3)=-THRUST2*TO/VES2
F(4)=R4+R12*DSIN(X(4))/(X(1))-ALCAN+(R20*DSIN(ATA)/X(1))-WR4-WR2

```

```

A +(R13*DCOS(X(4))*DCOS(X(5)))/X(1)
F(5)=ALCAN*DTAN(X(7))*DSIN(X(5))+WR3-WR5-R13DSIN(X(5))
F(6)=(ALCAN*DSIN(X(5)))/DCOS(X(7))
F(7)=ALCAN*DCOS(X(5))
F(8)=X(1)*DSIN(X(4))/(X(2)+REARTH)
GOTO 99
C TERCERA ETAPA
113 IF (X(3).LE.AMASSF13) GOTO 115
F(1)=R21*DCOS(ATA)-R12*DCOS(X(4))-R3-WR1+R13*DSIN(X(4))*DCOS(X(5))
F(2)=X(1)*DCOS(X(4))
F(3)=-THRUST3*TO/VES3
F(4)=R4+R12*DSIN(X(4))/(X(1))-ALCAN+(R21*DSIN(ATA)/X(1))-WR4-WR2
A +(R13*DCOS(X(4))*DCOS(X(5)))/X(1)
F(5)=ALCAN*DTAN(X(7))*DSIN(X(5))+WR3-WR5-R13DSIN(X(5))
F(6)=(ALCAN*DSIN(X(5)))/DCOS(X(7))
F(7)=ALCAN*DCOS(X(5))
F(8)=X(1)*DSIN(X(4))/(X(2)+REARTH)
GOTO 99
C CARGA UTIL
115 X(3)=200.0D0
F(1)=-R12*DCOS(X(4))-R3-WR1+R13*DSIN(X(4))*DCOS(X(5))
F(2)=X(1)*DCOS(X(4))
F(3)=0.0D0
F(4)=R4+R12*DSIN(X(4))/(X(1))-ALCAN-WR4-WR2
A +(R13*DCOS(X(4))*DCOS(X(5)))/X(1)
F(5)=ALCAN*DTAN(X(7))*DSIN(X(5))+WR3-WR5-R13DSIN(X(5))
F(6)=(ALCAN*DSIN(X(5)))/COS(X(7))
F(7)=ALCAN*DCOS(X(5))
F(8)=X(1)*DSIN(X(4))/(X(2)+REARTH)
GOTO 99
C ***** CALCULA LA RELACION DE ACELERACION *****
99 AG=F(1)/R1
VASCEN=F(2)
RETURN
END
C $$$$ RA15.FOR
SUBROUTINE RA15(X,V,TF,XL,LL,NV,NCLASS,NOR)
C Integrator RADAU by E. Everhart, Physics Department, University of Denver
C This 15th-order version, called RA15, is written out for faster execution.
C y'=F(y,t) is NCLASS=1, y-F(y,t) is NCLASS=-2, y-F(y',y,t) is NCLASS=2
C TF is t(final) - t(initial). It may be negative for backward integration.
C NV = the number of simultaneous differential equations.
C The dimensioning below assumes NV will not be larger than 18.
C LL controls sequence size. Thus SS=10*(-LL) controls the size of a term.
C A typical LL-value is in the range 6 to 12 for this order 11 program.
C However, if LL.LT.0 then XL is the constant sequence size used.

```

```

C X and V enter as the starting position-velocity vector, and are output as
C the final position-velocity vector.
C Integration is in double precision. A 64-bit double-word is assumed.
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL *4 TVAL,PW
DIMENSION X(1),V(1),F1(18),FJ(18),C(21),D(21),R(21),Y(18),Z(18),
A B(7,18),G(7,18),E(7,18),BD(7,18),H(8),W(7),U(7),NW(8)
LOGICAL NPQ,NSF,NPER,NCL,NES
DATA NW/0,0,1,3,6,10,15,21/
DATA ZERO, HALF, ONE,SR/0.0D0, 0.5D0, 1.0D0,1.4D0/
C These H values are the Gauss-Radau spacings, scaled to the range 0 to 1,
C for integrating to order 15.
DATA H/ 0.D0, .05626256053692215D0, .18024069173689236D0,
A.35262471711316964D0, .54715362633055538D0, .73421017721541053D0,
B.88532094683909577D0, .97752061356128750D0/
C The sum of the H-values should be 3.7333333333333333
NPER=.FALSE.
NSF=.FALSE.
NCL=NCLASS.EQ.1
NPQ=NCLASS.LT.2
C y'=F(y,t) NCL=.TRUE. y-F(y,t) NCL=.FALSE. y-F(y',y,t) NCL=.FALSE.
C NCLASS=1 NPQ=.TRUE. NCLASS=-2 NPQ=.TRUE. NCLASS= 2 NPQ=.FALSE.
C NSF is .FALSE. on starting sequence, otherwise .TRUE.
C NPER is .TRUE. only on last sequence of the integration.
C NES is .TRUE. only if LL is negative. Then the sequence size is XL.
DIR=ONE
IF(TF.LT.ZERO) DIR=-ONE
NES=LL.LT.0
XL=DIR*DABS(XL)
PW=1./9.
C Evaluate the constants in the W-, U-, C-, D-, and R-vectors
DO 14 N=2,8
WW=N+N*N
IF(NCL) WW=N
W(N-1)=ONE/WW
WW=N
14 U(N-1)=ONE/WW
DO 22 K=1,NV
IF(NCL) V(K)=ZERO
DO 22 L=1,7
BD(L,K)=ZERO
22 B(L,K)=ZERO
W1=HALF
IF(NCL) W1=ONE
C(1)=-H(2)
D(1)=H(2)

```

```

R(1)=ONE/(H(3)-H(2))
LA=1
LC=1
DO 73 K=3,7
LB=LA
LA=LC+1
LC=NW(K+1)
C(LA)=-H(K)*C(LB)
C(LC)=C(LA-1)-H(K)
D(LA)=H(2)*D(LB)
D(LC)=-C(LC)
R(LA)=ONE/(H(K+1)-H(2))
R(LC)=ONE/(H(K+1)-H(K))
IF(K.EQ.3) GO TO 73
DO 72 L=4,K
LD=LA+L-3
LE=LB+L-4
C(LD)=C(LE)-H(K)*C(LE+1)
D(LD)=D(LE)+H(L-1)*D(LE+1)
72 R(LD)=ONE/(H(K+1)-H(L-1))
73 CONTINUE
SS=10.**(-LL)
C The statements above are used only once in an integration to set up the
C constants. They use less than a second of execution time. Next set in
C a reasonable estimate to TP based on experience. Same sign as DIR.
C An initial first sequence size can be set with XL even with LL positive.
TP=0.1D0*DIR
IF(XL.NE.ZERO) TP=XL
IF(NES) TP=XL
IF(TP/TF.GT.HALF) TP=HALF*TF
NCOUNT=0
c WRITE (*,3)
3 FORMAT(/' No. of calls, Every 10th seq.X(1),T,TM,TF')
C An * is the symbol for writing on the monitor. The printer is unit 4.
C Line 4000 is the starting place of the first sequence.
4000 NS=0
NF=0
NI=6
TM=ZERO
CALL FORCE (X, V, ZERO, F1)
NF=NF+1
C Line 722 is begins every sequence after the first. First find new beta-
C values from the predicted B-values, following Eq. (2.7) in text.
722 DO 58 K=1,NV
G(1,K)=B(1,K)+D(1)*B(2,K)+
X D(2)*B(3,K)+D(4)*B(4,K)+D( 7)*B(5,K)+D(11)*B(6,K)+D(16)*B(7,K)

```

```

G(2,K)= B(2,K)+
X D(3)*B(3,K)+D(5)*B(4,K)+D( 8)*B(5,K)+D(12)*B(6,K)+D(17)*B(7,K)
G(3,K)=B(3,K)+D(6)*B(4,K)+D( 9)*B(5,K)+D(13)*B(6,K)+D(18)*B(7,K)
G(4,K)= B(4,K)+D(10)*B(5,K)+D(14)*B(6,K)+D(19)*B(7,K)
G(5,K)= B(5,K)+D(15)*B(6,K)+D(20)*B(7,K)
G(6,K)= B(6,K)+D(21)*B(7,K)
58 G(7,K)= B(7,K)
T=TP
T2=T*T
IF(NCL) T2=T
TVAL=DABS(T)
c IF(NS/10*10.EQ.NS) WRITE(*,7) NF,NS,X(1),X(2),T,TM,TF
7 FORMAT(1X,2I6,5F12.5)
C Loop 175 is 6 iterations on first sequence and two iterations thereafter.
DO 175 M=1,NI
C Loop 174 is for each substep within a sequence.
DO 174 J=2,8
JD=J-1
JDM=J-2
S=H(J)
Q=S
IF(NCL) Q=ONE
C Use Eqs. (2.9) and (2.10) of text to predict positions at each substep.
C These collapsed series are broken into two parts because an otherwise
C excellent compiler could not handle the complicated expression.
DO 130 K=1,NV
A=W(3)*B(3,K)+S*(W(4)*B(4,K)+S*(W(5)*B(5,K)+S*(W(6)*B(6,K)+
V S*W(7)*B(7,K))))
Y(K)=X(K)+Q*(T*V(K)+T2*S*(F1(K)*W1+S*(W(1)*B(1,K)+S*(W(2)*B(2,K)
X +S*A))))
IF(NPQ) GO TO 130
C Next are calculated the velocity predictors need for general class II.
A=U(3)*B(3,K)+S*(U(4)*B(4,K)+S*(U(5)*B(5,K)+S*(U(6)*B(6,K)+
T S*U(7)*B(7,K))))
Z(K)=V(K)+S*T*(F1(K)+S*(U(1)*B(1,K)+S*(U(2)*B(2,K)+S*A)))
130 CONTINUE
C Find forces at each substep.
CALL FORCE(Y,Z,TM+S*T,FJ)
NF=NF+1
DO 171 K=1,NV
C Find G-value for the force FJ found at the current substep. This
C section, including the many-branched GOTO, uses Eq. (2.4) of text.
TEMP=G(JD,K)
GK=(FJ(K)-F1(K))/S
GO TO (102,102,103,104,105,106,107,108),J
102 G(1,K)=GK

```

```

GO TO 160
103 G(2,K)=(GK-G(1,K))*R(1)
GO TO 160
104 G(3,K)=((GK-G(1,K))*R(2)-G(2,K))*R(3)
GO TO 160
105 G(4,K)=(((GK-G(1,K))*R(4)-G(2,K))*R(5)-G(3,K))*R(6)
GO TO 160
106 G(5,K)=((((GK-G(1,K))*R(7)-G(2,K))*R(8)-G(3,K))*R(9)-
X G(4,K))*R(10)
GO TO 160
107 G(6,K)=((((((GK-G(1,K))*R(11)-G(2,K))*R(12)-G(3,K))*R(13)-
X G(4,K))*R(14)-G(5,K))*R(15)
GO TO 160
108 G(7,K)=(((((((GK-G(1,K))*R(16)-G(2,K))*R(17)-G(3,K))*R(18)-
X G(4,K))*R(19)-G(5,K))*R(20)-G(6,K))*R(21)
C Upgrade all B-values.
160 TEMP=G(JD,K)-TEMP
B(JD,K)=B(JD,K)+TEMP
C TEMP is now the improvement on G(JD,K) over its former value.
C Now we upgrade the B-value using this difference in the one term.
C This section is based on Eq. (2.5).
GO TO (171,171,203,204,205,206,207,208),J
203 B(1,K)=B(1,K)+C(1)*TEMP
GO TO 171
204 B(1,K)=B(1,K)+C(2)*TEMP
B(2,K)=B(2,K)+C(3)*TEMP
GO TO 171
205 B(1,K)=B(1,K)+C(4)*TEMP
B(2,K)=B(2,K)+C(5)*TEMP
B(3,K)=B(3,K)+C(6)*TEMP
GO TO 171
206 B(1,K)=B(1,K)+C(7)*TEMP
B(2,K)=B(2,K)+C(8)*TEMP
B(3,K)=B(3,K)+C(9)*TEMP
B(4,K)=B(4,K)+C(10)*TEMP
GO TO 171
207 B(1,K)=B(1,K)+C(11)*TEMP
B(2,K)=B(2,K)+C(12)*TEMP
B(3,K)=B(3,K)+C(13)*TEMP
B(4,K)=B(4,K)+C(14)*TEMP
B(5,K)=B(5,K)+C(15)*TEMP
GO TO 171
208 B(1,K)=B(1,K)+C(16)*TEMP
B(2,K)=B(2,K)+C(17)*TEMP
B(3,K)=B(3,K)+C(18)*TEMP
B(4,K)=B(4,K)+C(19)*TEMP

```

```

B(5,K)=B(5,K)+C(20)*TEMP
B(6,K)=B(6,K)+C(21)*TEMP
171 CONTINUE
174 CONTINUE
IF(NES.OR.M.LT.NI) GO TO 175
C Integration of sequence is over. Next is sequence size control.
HV=ZERO
DO 635 K=1,NV
635 HV=DMAX1(HV,DABS(B(7,K)))
HV=HV*W(7)/TVAL**7
175 CONTINUE
IF (NSF) GO TO 180
IF(.NOT.NES) TP=(SS/HV)**PW*DIR
IF(NES) TP=XL
IF(NES) GO TO 170
IF(TP/T.GT.ONE) GO TO 170
8 FORMAT (2X,2I2,2D18.10)
TP=.8D0*TP
NCOUNT=NCOUNT+1
IF(NCOUNT.GT.10) RETURN
c IF(NCOUNT.GT.1) WRITE (*,8) NOR,NCOUNT,T,TP
C Restart with 0.8x sequence size if new size called for is smaller than
C originally chosen starting sequence size on first sequence.
GO TO 4000
170 NSF=.TRUE.
C Loop 35 finds new X and V values at end of sequence using Eqs. (2.11),(2.12)
180 DO 35 K=1,NV
X(K)=X(K)+V(K)*T+T2*(F1(K)*W1+B(1,K)*W(1)+B(2,K)*W(2)+B(3,K)*W(3)
X +B(4,K)*W(4)+B(5,K)*W(5)+B(6,K)*W(6)+B(7,K)*W(7))
IF(NCL) GO TO 35
V(K)=V(K)+T*(F1(K)+B(1,K)*U(1)+B(2,K)*U(2)+B(3,K)*U(3)
V +B(4,K)*U(4)+B(5,K)*U(5)+B(6,K)*U(6)+B(7,K)*U(7))
35 CONTINUE
TM=TM+T
NS=NS+1
C Return if done.
IF(.NOT.NPER) GO TO 78
c WRITE(*,7) NF,NS,X(1),X(2),T,TM,TF
c WRITE(*,7) NF,NS
RETURN
C Control on size of next sequence and adjust last sequence to exactly
C cover the integration span. NPER=.TRUE. set on last sequence.
78 CALL FORCE (X,V,TM,F1)
NF=NF+1
IF(NES) GO TO 341
TP=DIR*(SS/HV)**PW

```



```

IF(TP/T.GT.SR) TP=T*SR
341 IF(NES) TP=XL
IF(DIR*(TM+TP).LT.DIR*TF-1.D-8) GO TO 77
TP=TF-TM
NPER=.TRUE.
C Now predict B-values for next step. The predicted values from the preceding
C sequence were saved in the E-matrix. Te correction BD between the actual
C B-values found and these predicted values is applied in advance to the
C next sequence. The gain in accuracy is significant. Using Eqs. (2.13):
77 Q=TP/T
DO 39 K=1,NV
IF(NS.EQ.1) GO TO 31
DO 20 J=1,7
20 BD(J,K)=B(J,K)-E(J,K)
31 E(1,K)= Q*(B(1,K)+ 2.D0*B(2,K)+ 3.D0*B(3,K)+
X 4.D0*B(4,K)+ 5.D0*B(5,K)+ 6.D0*B(6,K)+ 7.D0*B(7,K))
E(2,K)= Q**2*(B(2,K)+ 3.D0*B(3,K)+
Y 6.D0*B(4,K)+10.D0*B(5,K)+15.D0*B(6,K)+21.D0*B(7,K))
E(3,K)= Q**3*(B(3,K)+
Z 4.D0*B(4,K)+10.D0*B(5,K)+20.D0*B(6,K)+35.D0*B(7,K))
E(4,K)= Q**4*(B(4,K)+ 5.D0*B(5,K)+15.D0*B(6,K)+35.D0*B(7,K))
E(5,K)= Q**5*(B(5,K)+ 6.D0*B(6,K)+21.D0*B(7,K))
E(6,K)= Q**6*(B(6,K)+ 7.D0*B(7,K))
E(7,K)= Q**7*B(7,K)
DO 39 L=1,7
39 B(L,K)=E(L,K)+BD(L,K)
C Two iterations for every sequence after the first.
NI=2
GO TO 722
END

```

```

C ***** SUBROUTINA DEL CUADRANTE *****
C SIRVE PARA DETERMINAR EL COMPORTAMIENTO DE LA ANOMALIA VERDADERA
Y
C EL ARGUMENTO DE LATITUD DEL PERICENTRO
SUBROUTINE CUADRAN(XI,ETA,ANGULO)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
PI=3.141592653
ANGULO=DATAN(ETA/XI)
IF (XI*ETA.LT.0) GO TO 66
IF (XI+ETA.LT.0) GO TO 67
GO TO 69
67 ANGULO=ANGULO+PI
GO TO 69
66 IF (XI.GT.0) GO TO 68

```

```
    ANGULO=ANGULO+PI
    GO TO 69
68 ANGULO=ANGULO+2*PI
69 RETURN
    END
```

# ANEXO B

## Código optimización de las etapas en FORTRAN

### 77.

```
C ***** SUBROUTINA OPTIMIZACION *****
IMPLICIT REAL *8 (A-H,O-Z)
GE=9.81D0 ! constante gravitacional terrestre en m/s2
C HISP IMPULSO ESPECIFICO PROPELENTE EN SEGUNDO
C VORB VELOCIDAD ORBITAL DE DESTINO
C AMASSPL MASA DE LA CARGA PAGA
C BETA RELACION ESTRUCTURAL
HISP=220
VORB=9700
AMASSPL=200
C AMASSP=PESO DE CARGA PAGA EN KG
DV=VORB/(HISP*GE)
ALF2=1.0D0
ALF3=1.0D0
C RM1=AMASSIN2/(AMASSIN1-AMASSPROP1)
BETA2=1.0D0
BETA3=1.0D0
SIG1=0.1D0
SIG2=0.1D0
SIG3=0.1D0
CONT=0.0D0
FP=0.0D0
RM1=0.1D0
F=DV
C DEFINE LOS ARCHIVOS DE SALIDA
OPEN(2,FILE='Opt.txt')
OPEN(3,FILE='Mass.txt')
OPEN(4,FILE='Massprop.txt')
DO 101, N=1,200000
WRITE (*,*) N
CONT=CONT+1.0D0
F=DV+DLOG(SIG1+(1-SIG1)*RM1)+(BETA2*DLOG(SIG2+(1-SIG2)*ALF2*RM1))
A +(BETA3*DLOG(SIG3+(1-SIG3)*ALF3*RM1))
FP=FP+(1/(SIG1+(1-SIG1)*RM1))+
A (ALF2*BETA2/(SIG2+(1-SIG2)*ALF2*RM1))+
A (ALF3*BETA3/(SIG3+(1-SIG3)*ALF3*RM1))
D=-F/FP
RM1=RM1+D
RMT=RM1**3*ALF2*ALF3
RM2=RM1*ALF2
```

```

RM3=RM1*ALF3
C MASAS INICIAES DE CADA ETAPA
AMASSI1=AMASSPL/RMT
AMASSI2=RM1*AMASSI1
AMASSI3=RM1*ALF2*AMASSI2
C MASAS DE PROPELENTES
AMASSP3=(AMASSI3-AMASSPL)*(1-SIG3)
AMASSP2=(AMASSI2-AMASSI3)*(1-SIG2)
AMASSP1=(AMASSI1-AMASSI2)*(1-SIG1)
C MASA TOTAL DEL PROPELENTE
AMASSPT=AMASSP1+AMASSP2+AMASSP3
FMPR=AMASSPT/AMASSI1
WRITE (2,11) CONT,ALF2,RM1,RM2,RM3,RMT,D
WRITE (3,12) CONT,AMASSPL,AMASSI1,AMASSI2,AMASSI3,AMASSPT,FMPR
WRITE (4,12) CONT,AMASSP1,AMASSP2,AMASSP3
11 FORMAT(9F18.11)
12 FORMAT(9F18.8)
101 CONTINUE
STOP
END

```