FIGURA 4.32	Predicción de caudales por el método AES, río Nare, en noviembre para un horizonte de predicción de un mes durante 25 meses, aplicación caso 3, líneas a trazos y punteadas corresponden a bandas de error	74
FIGURA 4.33	Predicción de caudales por el método AES, río Nare, en noviembre para un horizonte de predicción de cinco meses, aplicación caso 3, líneas a trazos y punteadas corresponden a bandas de error	75
FIGURA 4.34	Predicción de caudales por el método AES, cuenca embalse el Peñol, en abril para un horizonte de predicción de siete meses, aplicación caso 3, líneas a trazos y punteadas corresponden a bandas de error	76
FIGURA 4.35	Autovectores 1, 2 y 3, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4	79
FIGURA 4.36	Autovectores 4, 5 y 6, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4	80
FIGURA 4.37	Autovectores 7, 8 y 9, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4	81
FIGURA 4.38	Autovectores 10, 11 y 12, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4	82
FIGURA 4.39	Autovectores 13 y 14, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4	83
FIGURA 4.40	IOS y componente principal 1, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4	85
FIGURA 4.41	IOS y componente principal 2, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4	86

FIGURA 4.42 Espectro de potencia de las componentes principales 1, 2 y 3, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4 87

FIGURA 4.43 Espectro de potencia de la componente principal 2, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4 88

FIGURA 4.44 Espectro de potencia de la componente principal 3, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4 89

FIGURA 4.45 Espectro de potencia de la componente principal 4, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4 90

FIGURA 4.46 Espectro de potencia de la componente principal 5, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4 91

FIGURA 4.47 Espectro de potencia de la componente principal 6, caso de caudales en los ríos Bata, Betania, Guadalupe, Nare y Salvajina, aplicación caso 4 92

FIGURA 4.48 Predicción de caudales por el método AES, río Magdalena (Betania), en junio de 1986 para un horizonte de predicción de un mes durante 12 meses, aplicación caso 4, líneas a trazos y punteadas corresponden a bandas de error 94

FIGURA 4.49 Predicción de caudales por el método AES, río Salvajina, en junio de 1986 para un horizonte de predicción de un mes durante 12 meses, aplicación caso 4, líneas a trazos y punteadas corresponden a bandas de error 95

FIGURA 4.50 Predicción de caudales por el método AES, río Nare, en junio de 1986 para un horizonte de predicción de un mes durante 12 meses, aplicación caso 4, líneas a trazos y punteadas corresponden a bandas de error 96

FIGURA 4.51 Predicción de caudales por el método AES, río Guadalupe, en junio de 1986 para un horizonte de predicción de un mes durante 12 meses, aplicación caso 4, líneas a trazos y punteadas corresponden a bandas de error 97

FIGURA 4.52 Predicción de caudales por el método AES, río Bata, en junio de 1986 para un horizonte de predicción de un mes durante 12 meses, aplicación caso 4, líneas a trazos y punteadas corresponden a bandas de error 98

FIGURA 5.1 Predicción de caudales por red neuronal, río Guadalupe, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 2 meses respecto a la predicción, aplicación caso 1, líneas punteadas indican bandas de error 108

FIGURA 5.2 Predicción de caudales por red neuronal, Riogrande, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 2 meses respecto a la predicción, aplicación caso 1, líneas punteadas indican bandas de error 109

FIGURA 5.3 Predicción de caudales por red neuronal, río Guadalupe, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 3 meses respecto a la predicción, aplicación caso 1, líneas punteadas indican bandas de error 110

FIGURA 5.4 Predicción de caudales por red neuronal, Riogrande, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 3 meses respecto a la predicción, aplicación caso 1, líneas punteadas indican bandas de error 111

FIGURA 5.5 Predicción de caudales por red neuronal, río Guadalupe, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 6 meses respecto a la predicción, aplicación caso 1, líneas punteadas indican bandas de error 112

FIGURA 5.6 Predicción de caudales por red neuronal, Riogrande, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 6 meses respecto a la predicción, aplicación caso 1, líneas punteadas indican bandas de error 113

FIGURA 5.7	Predicción de caudales por red neuronal, río Guadalupe, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 2 meses respecto a la predicción, aplicación caso 2, líneas punteadas indican bandas de error	117
FIGURA 5.8	Predicción de caudales por red neuronal, Riogrande, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 2 meses respecto a la predicción, aplicación caso 2, líneas punteadas indican bandas de error	118
FIGURA 5.9	Predicción de caudales por red neuronal, río Guadalupe, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 3 meses respecto a la predicción, aplicación caso 2, líneas punteadas indican bandas de error	119
FIGURA 5.10	Predicción de caudales por red neuronal, Riogrande, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 3 meses respecto a la predicción, aplicación caso 2, líneas punteadas indican bandas de error	120
FIGURA 5.11	Predicción de caudales por red neuronal, río Guadalupe, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 6 meses respecto a la predicción, aplicación caso 2, líneas punteadas indican bandas de error	121
FIGURA 5.12	Predicción de caudales por red neuronal, río Guadalupe, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada 6 meses respecto a la predicción, aplicación caso 2, líneas punteadas indican bandas de error	122
FIGURA 5.13	Predicción de lluvia por red neuronal, cuenca emb. del Peñol, en dic. para un horiz. de seis meses durante 12 meses, inform. rezagada un mes respecto a la predicción, aplicación caso 3, líneas punteadas indican bandas de error	124
FIGURA 5.14	Predicción de caudales por red neuronal, río Nare, en dic. para un horizonte de un mes durante 12 meses, información rezagada un mes respecto a la predicción, aplicación caso 4, líneas punteadas indican a bandas de error	126

1. INTRODUCCION

La crisis del sector eléctrico en al año de 1992, planteó la necesidad de estudiar nuevos modelos de tipo hidrológico, cuyo objetivo es explorar la posibilidad de predecir situaciones hidrológicas críticas en un futuro, lo que permitirá tomar los correctivos del caso y hacer más confiable el sistema eléctrico nacional.

El objetivo de este trabajo es explorar dos técnicas de modelamiento diferentes a las comúnmente utilizadas, que tengan otro tipo de consideraciones en cuanto a las características fundamentales que consideran los modelos actuales, como son la media, la varianza, el coeficiente de autocorrelación y covarianzas cruzadas.

El explorar nuevas técnicas abrirá el campo de estudio a metodologías que van a permitir aprovechar otro tipo de propiedades, como es en este caso la no linealidad, presente en la naturaleza.

La información para este trabajo es de tipo hidrometeorológica y muy variada, la cual va de caudales, precipitación, hasta el índice de oscilación del sur, temperaturas del mar y datos de la oscilación cuasi-bianual de los vientos.

Inicialmente se presenta la técnica de Análisis Espectral Singular y predicción con modelos autorregresivos ajustados por el Método de Máxima Entropia, técnicas utilizadas recientemente para el modelamiento de variables de tipo meteorológicas como el Indice de Oscilación del Sur, temperaturas del aire superficial, momentum angular atmosférico, y en el estudio de series de tiempo paleoclimáticas. El hacer uso de ambas técnicas permite aprovehar las bondades de filtrado del Análisis Espectral Singular y el ajuste de modelos autorregresivos muy utilizados en el modelamiento hidrológico del sector eléctrico.

El Análisis Espectral Singular es un método para el procesamiento de señales digitales, que permite capturar la varianza significativa del proceso y reconstruir las señales originales ya filtradas, la información original se descompone en componentes principales, las cuales son una proyección de la información en una nueva base de ejes ortonormales. A cada componente principal se le ajusta un modelo autorregresivo por máxima entropía el cual posee alta resolución espectral y permitirá hacer predicciones de tipo lineal. Posteriormente las componentes y sus predicciones son reconstruidas y se obtienen de nuevo la señales originales suavizadas.

La predicción lineal usando los modelos autorregresivos dados por el Método de Máxima Entropía es útil extrapolando señales que son suaves y oscilatorias, no necesariamente períodicas y permitirá hacer predicciones a corto y mediano plazo. El Análisis Espectral Singular se puede aplicar a series de tiempo univariadas o multivariadas (caudales, índices de oscilación del sur, temperaturas superficiales del mar, etc).

La segunda técnica presentada es una red neuronal del tipo multicapa denominada modelo de retropropagación, hábil para capturar las características de los patrones de entrada sobre todo en sistemas no lineales. Esta red neuronal será utilizada como herramienta para la predicción de variables hidrológicas, consiste de una capa de entrada, una capa de salida y capas escondidas, en cada capa hay neuronas conectadas con las neuronas de las otras capas, la importancia de cada enlace está determinada por un peso que pondera la conexión. El proceso de ajuste del modelo implica el entrenamiento de la red con la información para luego hacer las predicciones.

Una vez ajustados los modelos se procedió a hacer las diferentes aplicaciones. Para el Análisis Espectral Singular se consideró aplicaciones a caudales y a lluvias y simultáneamente a caudales y lluvias en una misma cuenca, mientras que para el modelo de retropropagación se consideraron lluvias y caudales en una misma cuenca, así como variables meteorológicas (índice de oscilación del sur, temperaturas del mar, manchas solares y la oscilación cuasi bianual de los vinetos) para predecir diferentes períodos en los años 1991-1992. La bondad de la predicción se verificó calculando el error de desviación cuadrático promedio con respecto a los valores reales y adicionalmente se calcularon bandas de error de una y dos magnitudes a lado y lado de cada predicción.

Por último se presentan los comentarios y observaciones a los resultados obtenidos.

2. ANALISIS ESPECTRAL SINGULAR Y AJUSTE DE MODELOS AUTORREGRESIVOS POR EL METODO DE MAXIMA ENTROPIA APLICADO A SERIES HIDROLOGICAS

2.1 Análisis Espectral Singular (AES)

El texto que se presenta a continuación es extraído fundamentalmente de los artículos de Vautard, Yiou y Ghil (1992) y de Keppene y Ghil (1992).

El AES es usado en recientes estudios climáticos para referirse a la aplicación univariada del Análisis de Componentes Principales (ACP) en el tiempo y es equivalente a aplicar las Funciones Ortogonales Empíricas (FOE), a series de tiempo univariadas.

El AES es un método usado por años en procesamiento de señales digitales. Este fue introducido en oceanografía por Colebrook (1978) y en dinámica no lineal por Broomhead y King (1986) y por Fraedrich (1986). El AES es la expansión de un campo discreto $(X_i,\ 1 \le i \le N)$, en sus componentes principales y Funciones Ortogonales Empíricas considerando una longitud de ventana M:

$$X_{i,j} = \sum_{k=1}^{cp} a_i^k E_j^k \quad 1 \le j \le M \qquad 2.1$$

Los coeficientes de proyección a_i^k son las llamados componentes principales (CP) y los vectores E^k_j, las Funciones Ortogonales Empíricas (FOE).

Para un análisis espectral simple la expansión sería:

$$x_{i+j} = \sum_{k=1} a_i^k E_j^k \quad 1 \le i \le N \quad 0 \le j \le M-1 \qquad 2.2$$

En la expresión 2.1 y 2.2 M es llamada la longitud de ventana la cual es fijada por el analista.

Para un análisis espectral multivariado el cual considere L sitios de información $X_{l,i}, \quad 1 \le l \le L, \quad 1 \le i \le N$, la expansión en las CP y FOE es:

$$X_{l,i+j} = \sum_{k=1}^{L\times M} a_i^k E_{l,j}^k \quad 1 \le l \le L, \quad 1 \le j \le M \qquad 2.3$$

El problema tiene una longitud de ventana de M, pero los autovectores tendrán una dimensión igual a LxM.

Las FOE son los autovectores de la matriz Toepletiz, T_x que contiene los coeficientes de covarianza cruzada de los diferentes L vectores para rezagos de 0 a M-1. Las ecuaciones 2.1 a 2.3 son la aplicación de la expansión biortogonal de Karhunen-Loève (1962), muy usada en procesamiento de señales digitales.

La ortogonalidad en tiempo (covarianza cruzada igual a cero para dos CP en el rezago cero) y el espacio (ortogonalidad de las FOE), implica que λ_k (autovalor k de la matriz Toeplitz) representa la varianza de la k-ésima CP. Si se trunca la ecuación 2.1 en la CP p, se reduce la información a las primeras p CP, esto se hace en una forma óptima ya que las primeras p componentes describen la mayor varianza de la varianza total que se puede obtener de una proyección en p vectores ortogonales.

Vautard y Ghil (1989) aplicaron el AES a datos paleoclimáticos y encontraron que cuando un par de autovalores están muy cerca se tiene actividad períodica. El AES descompone la señal en la parte significatica y el ruido.

El AES se ha aplicado a una docena de datos geofísicos, en escalas de tiempo de días a milenios, de varias longitudes y con extensiones a procesos multivariados. Rasmusson, Wang y Ropelewski (1990), mostraron que el fenómeno El Niño-Oscilación del Sur (ENOS) presenta una señal cuasibianual bastante regular modulada por una frecuencia baja, y una oscilación menos regular de 4 a 5 años.

Ghil, Yiou y Vautard (1992) aplicaron el AES a series de temperatura superficial de la tierra de 135 años de longitud, encontrando evidencias de oscilaciones en años y decenios, confirmado por Allen et al (1992).

Ghil y Mo (1991) aplicaron el AES de múltiples canales a datos de altura geopotencial en el Hemisferio Norte extratropical el cual reveló ciclos con períodos de 40 a 50 días, 20-25 días y 70 días.

Penland, Ghil y Weickman (1991), mostraron que el prefiltrado por AES, permite uasr el Método de Máxima Entropía (MME) con modelos autorregresivos (AR) de bajo orden en estimación espectral.

Basado en esta combinación Keppenne y Ghil (1992) hicieron predicciones del Indice de Oscilación del Sur (IOS) para el Niño-Oscilación del Sur (ENOS) con cierta habilidad en períodos de 30 meses.

2.1.1 Base Teórica

2.1.1.1 Matriz Toeplitz

La matriz de covarianza del proceso x_i, i=1,...,N, que tiene media cero se define como:

$$T_x = \begin{pmatrix} c(0) & c(1) & . & . & . & . & . & . & c(M-1) \\ c(1) & c(0) & . & . & . & . & . & . & c(M-2) \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & c(1) \\ c(M-1) & . & . & . & . & . & . & c(1) & c(0) \end{pmatrix} \qquad 2.4$$

donde $c(j);\quad 0 \le j \le M-1$, es la covarianza de x en el rezago j.

Para estimar T_x se tiene la expresión de Yule-Walker:

$$c(j) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N-j} x_i x_{i+j} \qquad 2.5$$

o la expresión:

$$c(j) = \frac{1}{N-j}\sum_{i=1}^{N-j} x_i x_{i+j} \qquad 2.6$$

Alternativamente, el algoritmo de Burg (1967, 1968) el cual estima los coeficientes autorregresivos asociados con el método de máxima entropía, también estima implicitamente los c(j). La ecuación 2.5 usada por Box y Jenkins (1970), es fuertemente sesgada cuando N es pequeño, la ecuación 2.6 tiene mayor varianza pero es menos sesgada, cuando N es pequeño. El método de Burg puede ser sesgado para los grandes rezagos, sí hay picos en períodos más grandes que N. (Ver para más detalle Vautard et al, 1992). Vautard et al (1992) recomiendan usar 2.6 para calcular T_x.

2.1.1.2 Autovalores y Longitud de Ventana

T_x es simétrica y no negativa. Sus autovalores λ_k son positivos excepto cuando los datos no tienen ruido y vienen de un sistema dinámico con comportamiento cuasiperiódico, (Vautard et al, 1992).

Los autovalores son ordenados en orden decreciente y los correspondientes autovectores están normalizados. La descomposición espectral del proceso se puede presentar como:

$$\sum_{k=1}^{M} \lambda_k E_h^k E_q^k = T_{x,hq} = c(h-q) \qquad 1 \le h \le M, \quad 1 \le q \le M \qquad 2.7$$

Donde h y p son componentes de cualquier autovector k que corresponde a la componente principal k-ésima.

Un problema importante en el AES es la escogencia de la ventana M, según el número de datos disponibles N, si se considera que la capacidad de resolución del AES es igual a la longitud de la ventana M y se desea reconstruir un atractor extraño, cuyo espectro incluye periodos de longitud arbitraria, el mayor M es el mejor, pero para que los errores estadísticos no afecten los últimos valores de la función de autocovarianza M no debe ser mayor que (1/3)N.

2.1.1.3 Componentes Principales (CP)

La k-ésima CP es el coficiente de la proyección ortogonal de la serie original en el k-ésismo vector propio:

$$a_i^k = \sum_{j=1}^{M} x_{i+j} E_j^k, \qquad 0 \leq i \leq N-M \qquad 2.8$$

Las CP son procesos de longitud N-M+1, que pueden ser considerados como promedios móviles ponderados del proceso x.

2.1.1.4 Componentes Reconstruídas (CR)

Las CP son versiones filtradas de la serie original y se pueden considerar como un promedio móvil de la información en la longitud de ventana M considerada. En la ecuación 2.2 los términos individuales dependen del índice j (variando de 1 a M), por lo tanto hay M formas diferentes de recontruir los componentes de la señal, que en general no dan los mismos resultados. Otro inconvenite es que las series resultantes de usar la ecuación 2.2 son de longitud N-M+1 y no de longitud N. Las CR permiten extraer series de longitud N, correspondientes a un conjunto de autovalores ya seleccionados.

Se busca una serie y de longitud N, $y=R_Ax$, tal que la diferencia entre y y x al cuadrado sea mínima, siendo A un subconjunto de k autovalores sobre los cuales se va a realizar la reconstrucción.

La solución de $y=R_Ax$, en forma óptima de acuerdo al criterio de mínimos cuadrados es (Vautard, 1992, ecs 2.17a-2.17c):

$$(R_A x)_i = \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}\sum_{k\in A} a_{i-j}^{k} E_j^{k}, \qquad M\leq i\leq N-M+1 \qquad 2.9$$

$$(R_A x)_i = \frac{1}{i}\sum_{j=1}^{i}\sum_{k\in A} a_{i-j}^{k} E_j^{k}, \qquad 1\leq i\leq M-1 \qquad 2.10$$

$$(R_A x)_i = \frac{1}{N-i+1}\sum_{j=i-N+M}^{M}\sum_{k\in A} a_{i-j}^{k} E_j^{k}, \qquad N-M\leq i\leq N \qquad 2.11$$

Las CR son las R_Ax (denotadas por x^k), y tienen propiedades aditivas, como:

$$R_A x = \sum_{k\in A} x^k \qquad 2.12$$

Las series x pueden ser expandidas como la suma de sus CR.

$$x = \sum_{k=1}^{M} x^{k} \qquad 2.13$$

No obstante su aspecto lineal, la transformación de x en y, es no lineal, pues los autovectores E^k dependen no linealmente de x. Una desventaja de los CR es que son correlacionados aún en el rezago cero. La ventaja de los componentes reconstruídos es que sí hay períodos cortos de oscilaciones en la señal, se pueden localizar en forma precisa. Una desventaja es que x y x^k no están en fase excepto al final de la serie.

2.2 Ajuste de Modelos Autorregresivos por el Método de Máxima Entropía (MME), Predicción Lineal

La desventaja del MME es su alta resolución espectral y su desventaja es la aparición de picos falsos según la resolución incrementando el orden del modelo. Las series espaciadas un intervalo de tiempo t, se les puede ajustar un modelo autorregresivo (AR) de orden P.

$$x(t) = \sum_{k=1}^{P} b_k x[t-k] + \varepsilon \qquad 2.14$$

donde ε es un ruido blanco.

La densidad espectral de potencia de Fourier correspondiente a un proceso AR es:

$$P(f) = \frac{b_0}{\left[1 + \sum_{k=1}^{M} b_k e^{2\pi i k f \Delta}\right]^2} \qquad 2.15$$

donde las constantes $\{b_k;\ k=1,2,...,P\}$ son los coeficientes del proceso de la ecuación 2.14 y el valor b_0 es la varinza del ruido, $b_0=\langle\varepsilon^2\rangle$.