

3. ENERGÍA ESPECÍFICA Y FLUJO CRÍTICO

3.1 OBJETIVOS

- Comprobar la teoría relacionada con el concepto de energía específica, analizando el flujo sobre un escalón o resalto en el fondo de un canal rectangular.
- Calcular y verificar la presentación del régimen crítico del flujo en la cresta del escalón, con sus correspondientes profundidad crítica, y_c , y energía específica mínima, E_{min} .
- Visualizar y dibujar el perfil hidráulico del flujo a través del escalón.
- Dibujar y comparar las curvas de E vs. y , teórica y experimental, correspondientes a un caudal dado, Q_0 .
- Dibujar la Línea de Energía Total, H , correspondiente a un caudal determinado, Q_0 .

3.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.2.1 Conceptos de energía total y energía específica. En general, para un canal de pendiente constante y de sección transversal cualquiera (ver Figura 3.1), la energía total, H , se expresa de la siguiente manera:

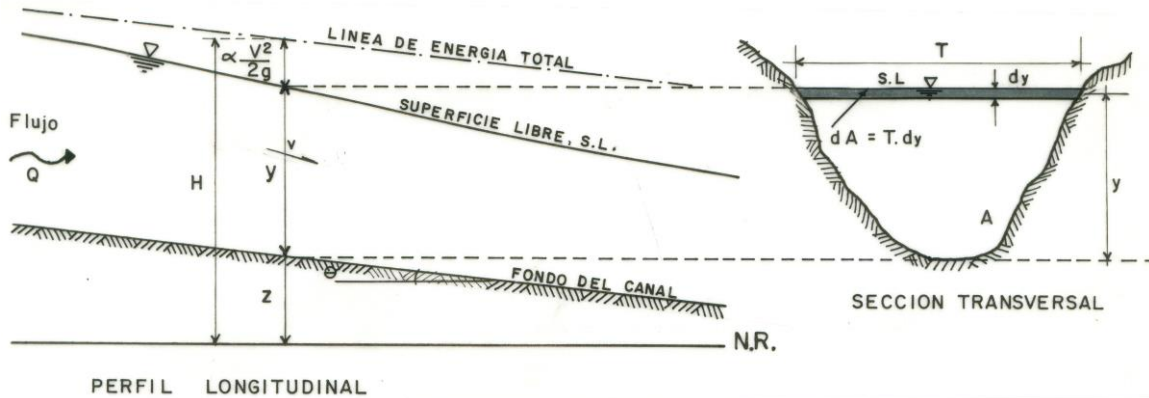


FIGURA 3.1. Flujo a superficie libre en un canal abierto.

$$H = z + y \cos^2 \theta + \frac{\alpha v^2}{2g} \quad (3.1)$$

y, en términos del caudal, así:

$$H = z + y \cos^2 \theta + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \quad (3.2)$$

Donde, θ es el ángulo que forma el fondo del canal con la horizontal, y α es el coeficiente de corrección por distribución de velocidades no uniforme, más conocido como el coeficiente de Coriolis.

Los términos de la ecuación (3.1) y (3.2) expresan energía por unidad de peso del líquido, y tienen dimensiones de longitud. La energía total, H , se mide con respecto a un plano horizontal de referencia. Véase la Figura 3.1.

A la suma $z + y \cos^2 \theta$ comúnmente se le llama cota piezométrica, y obsérvese que, para todas las secciones, a lo largo del canal, dicha suma coincide con la superficie libre del flujo; por ello, a la línea que une las cotas piezométricas se le llama Línea Piezométrica o Gradiente Hidráulico. Véase la Figura 3.1.

La energía específica, E , en la sección de un canal, se define como la energía que posee el flujo, por unidad de peso del agua que fluye a través de la sección, medida con respecto al fondo del canal, y se expresa así:

$$E = y \cos^2 \theta + \frac{\alpha v^2}{2g} \quad (3.3)$$

y, en función del caudal, así:

$$E = y \cos^2 \theta + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \quad (3.4)$$

Esto equivale a la suma de la profundidad del flujo, multiplicada por $\cos^2 \theta$, y la cabeza de velocidad correspondiente, aceptando que la variación de presiones con la profundidad sigue la ley hidrostática. Suponiendo que Q es constante y A es función de la profundidad del flujo, la energía específica es función exclusiva de esta última.

La línea que representa la energía total, H , de una corriente, tiene todos sus puntos a una distancia $\alpha v^2 / 2g$ sobre la superficie del agua, y se llama Línea de Energía Total o Gradiente de Energía. Véase la Figura 3.1.

Para un flujo permanente, es decir, Q es invariable en el tiempo, se obtiene una curva E vs. y que define las características y condiciones del flujo, y, a su vez, permite predecir cambios en el régimen de éste y en el perfil de la superficie libre. Ver la Figura 3.2.

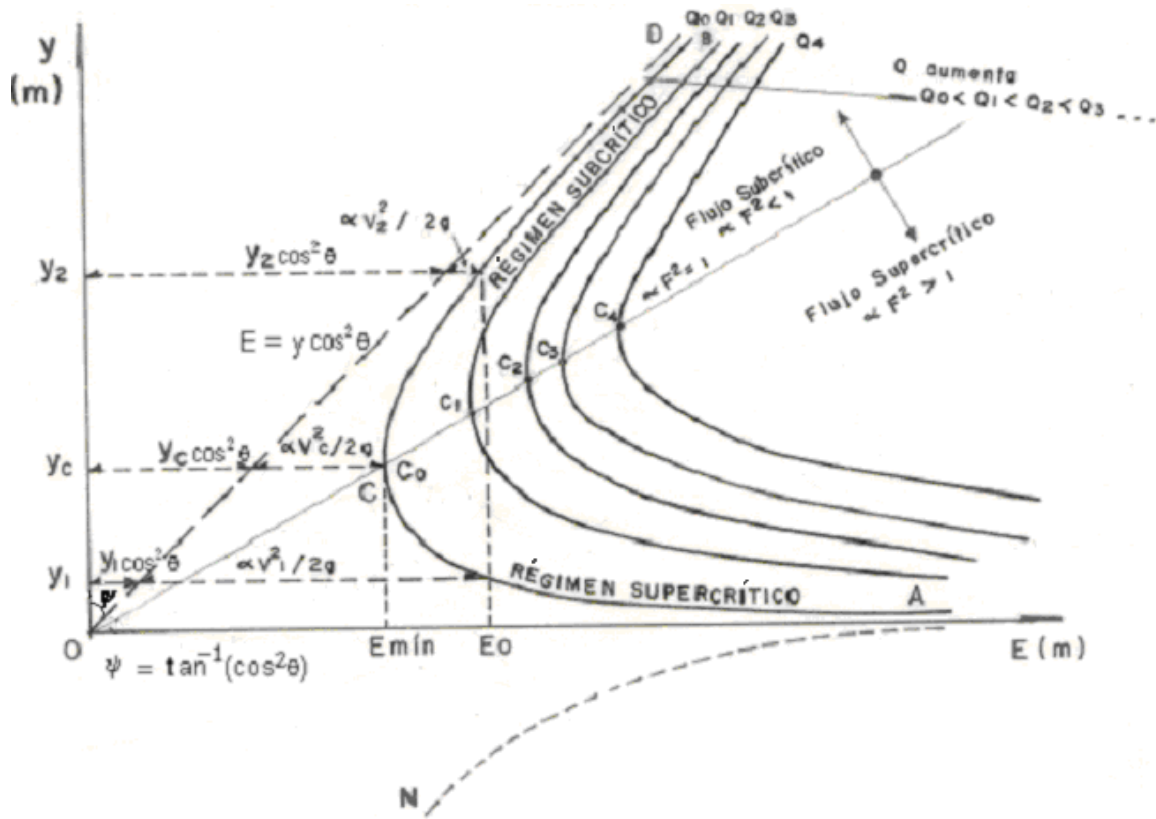


FIGURA 3.2. Diagrama de E vs. y, del flujo permanente en canales abiertos.

Esta curva presenta dos ramas AC y BC. La parte AC se aproxima al eje horizontal, asintóticamente hacia la derecha. La parte BC se aproxima asintóticamente a la línea OD que pasa por el origen y que tiene un ángulo de inclinación $\psi = \tan^{-1}(\cos^2\theta)$. La abscisa representa la energía específica en la sección. La curva muestra que, para una determinada energía específica, E_0 , existen dos valores de la profundidad, y_1 y y_2 , que reciben el nombre de profundidades alternas. El punto C es un punto de inflexión, para el cual la energía específica es mínima, E_{\min} ; dicho punto es un punto crítico, para el cual existe una profundidad única, llamada profundidad crítica, y_c , y una velocidad del flujo llamada velocidad crítica, v_c .

Cuando la profundidad del flujo es mayor que y_c , la velocidad del flujo es menor que v_c , y en estas condiciones el flujo se encuentra en régimen subcrítico. Cuando la profundidad del flujo es menor que y_c , la velocidad del flujo es mayor que v_c , y el flujo se encuentra en estado o régimen supercrítico. Si los caudales cambian, la energía específica cambiará en consecuencia. En efecto, al aumentar el caudal del flujo en el canal, la energía específica aumenta también, y las curvas E vs. y se desplazan hacia la derecha, como se muestra en la Figura 3.2.

Obsérvese que existe una tercera curva EN, la cual representa el conjunto de soluciones negativas para la profundidad del flujo; éstas, obviamente, no tienen ningún interés físico.

3.2.2 Estado crítico del flujo. El estado crítico del flujo se define como la condición para la cual el número de Froude es igual a la unidad. Una definición más común es aquella que dice que es el estado del flujo para el cual la energía específica toma un valor mínimo, para un caudal dado. Se determina matemáticamente haciendo

$$\frac{dE}{dy} = 0$$

En efecto,

$$E = y \cos^2 \theta + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \quad (3.4)$$

$$\frac{dE}{dy} = \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{A^2} \right)$$

$$\frac{dE}{dy} = \cos^2 \theta + \frac{\alpha Q^2}{2g} \left[\frac{(0)(A^2) - (1)(2A) \left(\frac{dA}{dy} \right)}{A^4} \right]$$

$$\frac{dE}{dy} = \cos^2 \theta - \frac{\alpha Q^2}{gA^3} \left(\frac{dA}{dy} \right) \quad (3.5)$$

Además, en la proximidad de la superficie libre, $dA = T \cdot dy$. Ver la Figura 3.1.

De donde,

$$\frac{dA}{dy} = T \quad (3.6)$$

Reemplazando (3.6) en (3.5), se tiene:

$$\frac{dE}{dy} = \cos^2 \theta - \frac{\alpha Q^2 T}{gA^3} \quad (3.7)$$

Para analizar puntos críticos, se hace $dE/dy = 0$; luego, de la ecuación (3.7), se tiene:

$$\frac{dE}{dy} = \cos^2 \theta - \frac{\alpha Q^2 T}{gA^3} = 0$$

De donde,

$$\frac{\alpha Q^2 T}{g A^3 \cos^2 \theta} = 1 \quad (3.8)$$

La ecuación anterior se puede transformar de la siguiente manera:

$$\alpha \frac{Q^2 T}{A^2} = g A \cos^2 \theta$$

$$\frac{\alpha v^2}{g \left(\frac{A}{T}\right) \cos^2 \theta} = 1$$

Introduciendo la profundidad hidráulica $D = A/T$, se tiene:

$$\boxed{\frac{\alpha v^2}{g D \cos^2 \theta} = 1} \quad (3.9)$$

Además,

$$\frac{v^2}{g D} = F^2$$

Luego,

$$\boxed{\frac{\alpha F^2}{\cos^2 \theta} = 1} \quad \text{Ecuación del estado crítico} \quad (3.10)$$

El resultado expresado por las ecuaciones (3.8) y (3.10) refleja el **estado crítico del flujo**, representado por el punto C de la Figura 3.2.

La profundidad, y , que satisface la igualdad con la unidad en las ecuaciones (3.8), (3.9) y (3.10) es la profundidad crítica. Véase la Figura 3.2. A esta profundidad corresponden el área crítica, A_c , el ancho superficial crítico, T_c , la profundidad hidráulica crítica, $D_c = A_c/T_c$, y la velocidad crítica, $v_c = Q/A_c$.

Por lo tanto, la ecuación (3.8) se expresa más adecuadamente como:

$$\boxed{\frac{\alpha Q^2 T_c}{g A_c^3 \cos^2 \theta} = 1} \quad (3.11)$$

Y la ecuación (3.9) se expresa mejor así:

$$\frac{\alpha v_c^2}{g D_c \cos^2 \theta} = 1 \quad (3.12)$$

De este último resultado, se tiene:

$$\frac{\alpha v_c^2}{2g} = D_c \cos^2 \theta$$

Dividiendo por 2 a ambos miembros de esta igualdad, se tiene:

$$\frac{\alpha v_c^2}{2g} = \frac{D_c \cos^2 \theta}{2} \quad (3.13)$$

Lo anterior prueba que, en el estado crítico del flujo, la cabeza de velocidad del flujo es igual a la mitad de la profundidad hidráulica, multiplicada por el factor de corrección, $\cos^2 \theta$.

3.2.3 Energía específica mínima del flujo. Para el punto crítico, C, de la Figura 3.2, al cual corresponden las ecuaciones (3.10) y (3.11), la ecuación (3.3) expresa lo siguiente:

$$E = E_{\min} = y_c \cos^2 \theta + \alpha \frac{v_c^2}{2g} \quad (3.14)$$

Sustituyendo (3.13) en (3.14), se tiene:

$$E_{\min} = y_c \cos^2 \theta + \frac{D_c \cos^2 \theta}{2} \quad (3.15)$$

Esta es la ecuación general para la energía mínima del flujo.

3.2.3.1 E_{\min} del flujo en canales rectangulares

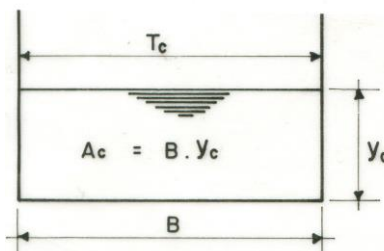


FIGURA 3.3. Sección rectangular en régimen crítico

$$E_{\min} = y_c \cos^2 \theta + \frac{\left(\frac{A_c}{T_c}\right) \cos^2 \theta}{2} = y_c \cos^2 \theta + \frac{A_c \cos^2 \theta}{2T_c}$$

$$E_{\min} = y_c \cos^2 \theta + \frac{By_c \cos^2 \theta}{2B} = y_c \cos^2 \theta + \frac{y_c \cos^2 \theta}{2}$$

$$E_{\min} = \frac{3}{2} y_c \cos^2 \theta \quad (3.16)$$

3.2.3.2 E_{\min} del flujo en canales triangulares

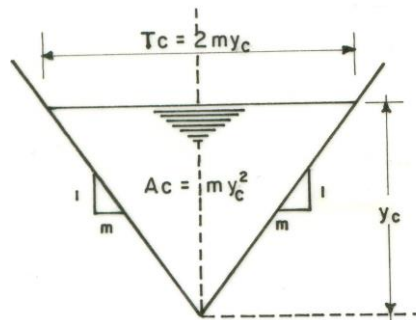


FIGURA 3.4 Sección triangular en régimen crítico.

$$E_{\min} = y_c \cos^2 \theta + \frac{A_c \cos^2 \theta}{2T_c} = y_c \cos^2 \theta + \frac{m y_c^2 \cos^2 \theta}{2(2m y_c)}$$

$$E_{\min} = y_c \cos^2 \theta + \frac{y_c \cos^2 \theta}{4}$$

$$E_{\min} = \frac{5}{4} y_c \cos^2 \theta \quad (3.17)$$

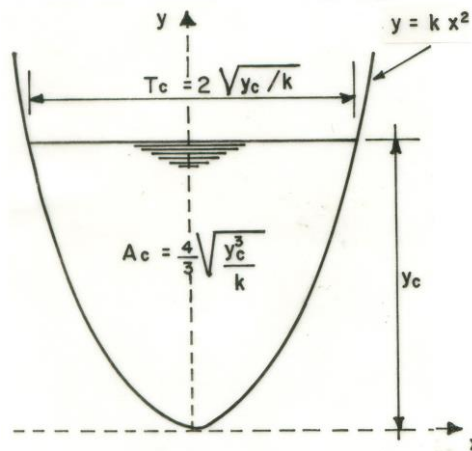
3.2.3.3 E_{\min} del flujo en canales parabólicos.

FIGURA 3.5 Sección parabólica en régimen crítico.

k : constante de la parábola.

$$E_{\min} = y_c \cos^2 \theta + \frac{A_c \cos^2 \theta}{2T_c} = y_c \cos^2 \theta + \frac{\frac{4}{3} \sqrt{\frac{y_c^3}{k}} \cos^2 \theta}{2 \left(2 \sqrt{\frac{y_c}{k}} \right)}$$

$$E_{\min} = y_c \cos^2 \theta + \left(\frac{4}{3(4)} \right) \sqrt{\frac{y_c k}{y_c k}} \cos^2 \theta$$

$$E_{\min} = y_c \cos^2 \theta + \frac{1}{3} \sqrt{y_c^2} \cos^2 \theta$$

$$E_{\min} = y_c \cos^2 \theta + \frac{1}{3} y_c \cos^2 \theta$$

$$\boxed{E_{\min} = \frac{4}{3} y_c \cos^2 \theta} \quad (3.18)$$

3.2.4 Cálculo de la profundidad crítica del flujo en canales abiertos. El cálculo de la profundidad crítica del flujo, para un canal de sección transversal definida, se basará en la siguiente ecuación de estado crítico:

$$\frac{\alpha Q^2 T_c}{g A_c^3 \cos^2 \theta} = 1 \quad (3.11)$$

3.2.4.1 Profundidad crítica del flujo en canales rectangulares. (Véase la Figura 3.3).
Reemplazando A_c y T_c en la ecuación (3.11), se tiene:

$$\frac{\alpha Q^2 B}{gB^3 y_c^3 \cos^2 \theta} = 1$$

$$\frac{\alpha Q^2}{gB^2 \cos^2 \theta} = y_c^3$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gB^2 \cos^2 \theta}} \quad (3.19)$$

Otra ecuación para y_c en canales rectangulares se obtiene al hacer $q = Q / B$ (caudal unitario), y sustituyéndolo en la ecuación (3.19).

De esta manera resulta:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g \cos^2 \theta}} \quad (3.20)$$

3.2.4.2 Profundidad crítica del flujo en canales triangulares. Véase la Figura 3.4.
Reemplazando A_c y T_c en la ecuación (3.11), se tiene:

$$\frac{\alpha Q^2 (2m y_c)}{g m^3 y_c^6 \cos^2 \theta} = 1$$

$$\frac{2\alpha Q^2}{g m^2 \cos^2 \theta} = y_c^5$$

$$y_c = \sqrt[5]{\frac{2\alpha Q^2}{m^2 g \cos^2 \theta}} \quad (3.21)$$

3.2.4.3 Profundidad crítica del flujo en canales parabólicos. Véase la Figura 3.5.

Reemplazando A_c y T_c en la ecuación (3.11), se tiene:

$$\frac{\alpha Q^2 \left(2 \sqrt{\frac{y_c}{k}} \right)}{g \left(\frac{4}{3} \right)^3 \left(\frac{y_c^{3/2}}{k^{1/2}} \right)^3 \cos^2 \theta} = 1$$

$$\frac{\alpha Q^2 \left(2 \frac{y_c^{1/2}}{k^{1/2}} \right)}{g \left(\frac{4}{3} \right)^3 \left(\frac{y_c^{9/2}}{k^{3/2}} \right) \cos^2 \theta} = 1$$

$$\frac{3^3 (2\alpha) Q^2 k}{4^3 g y_c^4 \cos^2 \theta} = 1$$

$$\frac{27 \alpha Q^2 k}{32 g \cos^2 \theta} = y_c^4$$

$$y_c = \sqrt[4]{\frac{27 \alpha k Q^2}{32 g \cos^2 \theta}} \quad (3.22)$$

3.2.5 Variación del perfil de flujo en canales abiertos. Sea el flujo en un canal de sección transversal definida, con pendiente y caudal constantes, como se muestra en la Figura 3.6. Se pretende analizar la variación del perfil hidráulico, es decir, de la profundidad del flujo, a lo largo del eje x , coincidiendo éste con el fondo del canal.

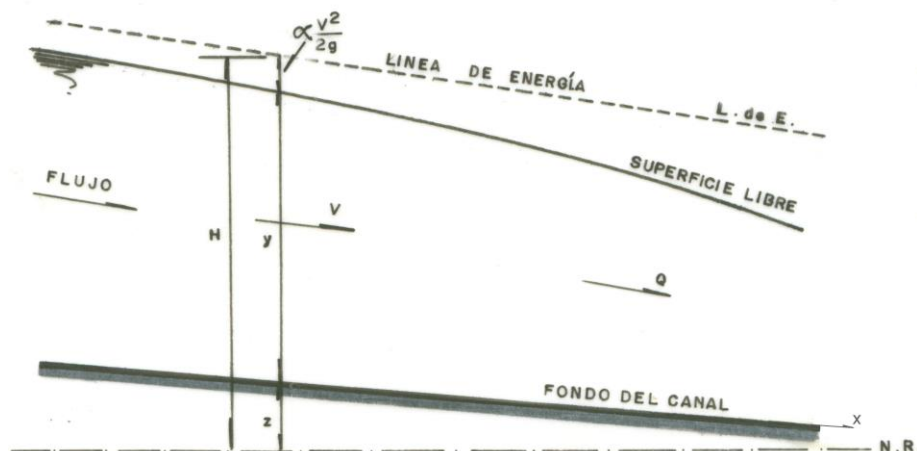


FIGURA 3.6. Variación del perfil de flujo en un canal abierto.

Partiendo de la ecuación de Bernoulli:

$$H = z + y \cos^2 \theta + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \quad (3.2)$$

y derivando la ecuación (3.2), con respecto a x, se tiene:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos^2 \theta \frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \right) \quad (3.23)$$

En este caso general, $A = f(y)$ y y varía con x; luego, $A = f(x,y)$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos^2 \theta \frac{dy}{dx} + \alpha \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{A^2} \right)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos^2 \theta \frac{dy}{dx} + \alpha \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{(0)(A^2) - (1)(2A) \frac{dA}{dx}}{A^4} \right]$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos^2 \theta \frac{dy}{dx} + \alpha \frac{Q^2}{gA^3} \left(\frac{dA}{dy} \frac{dy}{dx} \right)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos^2 \theta \frac{dy}{dx} + \alpha \frac{Q^2 T}{gA^3} \left(\frac{dy}{dx} \right)$$

$$\frac{dH}{dx} - \frac{dz}{dx} = \frac{dy}{dx} \left(\cos^2 \theta \frac{dy}{dx} - \alpha \frac{Q^2 T}{gA^3} \right) = \frac{dy}{dx} (\cos^2 \theta - \alpha F^2)$$

De donde:

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dH}{dx} - \frac{dz}{dx}}{\cos^2 \theta - \alpha F^2}} \quad (3.24)$$

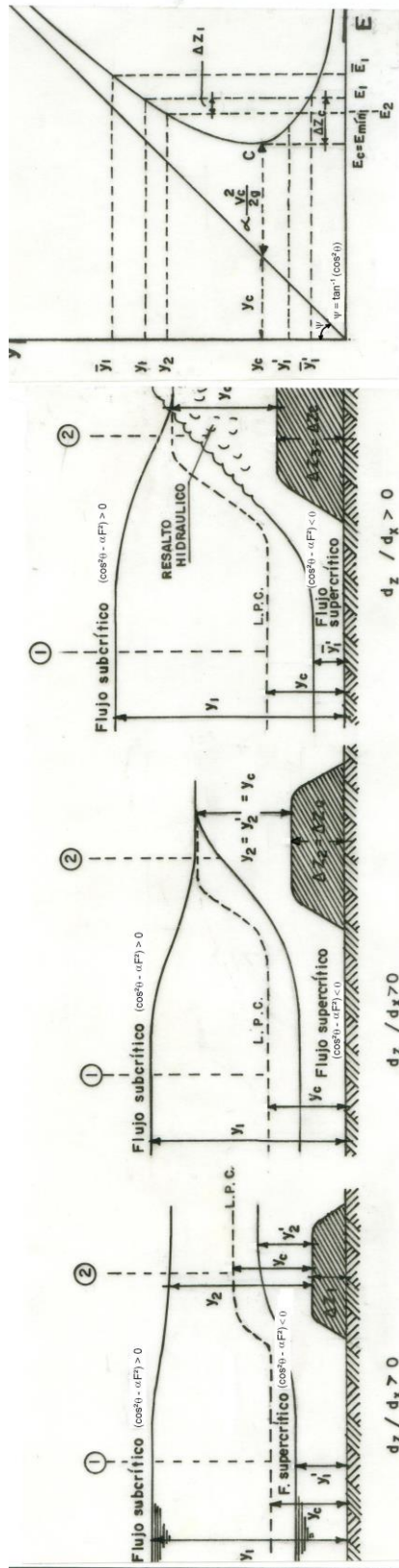
Esta es la ecuación general para predecir la variación del perfil hidráulico, a lo largo de un canal.

3.2.6 Secciones de control y condiciones de accesibilidad. Las secciones de control son ciertas singularidades que pueden presentarse en un canal, modificando su geometría, y que permiten establecer una relación de caudal vs. profundidad, la cual se aprovecha para determinar el caudal del flujo. Algunas secciones de control son: un cambio brusco en la pendiente longitudinal del canal, un estrechamiento o una expansión del canal, un resalto o una depresión en el fondo del canal y la presencia de obstáculos como una compuerta o un vertedero.

Dependiendo de las condiciones de acceso, esto es, del régimen de flujo que se aproxima a una sección de control, así será el comportamiento del flujo a través de dicho control. Los conceptos de energía específica y flujo crítico hacen posible analizar el comportamiento del flujo en un canal, ante cambios en la forma del canal y controles que haya en el flujo, como resaltos, compuertas, vertederos, escalones, gargantas, etc.

3.2.7 Cambios en el régimen de flujo debidos a la presencia de un resalto en el fondo del canal. Para apreciar mejor la aplicabilidad e importancia del concepto de la Energía Específica y del diagrama de E vs. y , considérese el flujo permanente en un canal rectangular de ancho, B , con un resalto en el fondo, de altura Δz .

Supóngase también que el resalto o escalón puede aumentar instantáneamente su altura Δz , adoptando sucesivamente un valor crítico, Δz_c , y otro valor mayor que Δz_c . Véase la Figura 3.7.



Caso No.1

Caso No.2

Caso No.3

FIGURA 3.7. Posibles casos del flujo a través de un resalto en el fondo del canal

FIGURA 3.8. Curva de E vs. y, para el flujo a través de un resalto.

Se analizarán los tres casos siguientes:

3.2.7.1 Caso No. 1: Resalto de altura menor que la crítica: $\Delta z_1 < \Delta z_c$. Con relación a la Figura 3.7, despreciando las “pérdidas” de energía debidas al resalto, y aplicando la ecuación de Bernoulli entre (1) y (2), se tiene:

$$z_1 + y_1 \cos^2 \theta + \alpha \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 \cos^2 \theta + \alpha \frac{V_2^2}{2g} \quad (3.25)$$

Siendo $z_1 = 0$ y $z_2 = \Delta z_1$, resulta:

$$y_1 \cos^2 \theta + \alpha \frac{V_1^2}{2g} = \Delta z_1 + y_2 \cos^2 \theta + \alpha \frac{V_2^2}{2g} \quad (3.26)$$

Luego,

$$E_1 = \Delta z_1 + E_2 \quad (3.27)$$

y

$$E_2 = E_1 - \Delta z_1 \quad (3.28)$$

Donde la energía específica en (1), E_1 , y Δz_1 son conocidos; por lo tanto, reemplazando en la ecuación (3.28), para canales rectangulares, se tiene:

$$y_2 \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gB^2 y_2^2} = E_1 - \Delta z_1 \quad (3.29)$$

Resulta una ecuación cúbica en y_2 , la cual se resuelve iterativamente, por ensayo y error. Se obtienen, así, tres soluciones: una profundidad negativa que se descarta, y dos profundidades positivas, físicamente posibles:

y_2 subcrítica, es decir, $y_c < y_2 < y_1$. Ver las Figuras 3.7 y 3.8.

y_2' supercrítica, es decir, $y_2' < y_c < y_1'$. Véanse las Figuras 3.7 y 3.8.

Para describir el perfil hidráulico del flujo a través del resalto, se considerarán los dos casos posibles, según la condición del flujo de aproximación:

i) El flujo de aproximación es subcrítico $(\cos^2 \theta - \alpha F^2) > 0$. Si se desprecian las pérdidas de energía a través del escalón ($dH/dx = 0$), de la ecuación general para la variación del perfil hidráulico (3.24), se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{0 - \frac{dz}{dx}}{(\cos^2 \theta - \alpha F^2)}$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{-\frac{dz}{dx}}{(\cos^2 \theta - \alpha F^2)}} \quad (3.30)$$

En términos de álgebra de signos, resulta:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(+)}{(+)} = (-)$$

Luego, $dy/dx < 0$, lo cual significa que y decrece, es decir, el perfil de flujo se abate.

ii) El flujo de aproximación es supercrítico: $(\cos^2 \theta - \alpha F^2) < 0$. De la ecuación (3.30), se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(+)}{(-)} = (+)$$

Luego, $dy/dx > 0$, y crece, es decir, el perfil se eleva.

3.2.7.2 Caso No. 2: Resalto de altura crítica: $\Delta z_2 = \Delta z_c$. De acuerdo con la ecuación (3.28), a medida que aumenta la altura del escalón, Δz , se reduce la energía en (2), E_2 . Esta disminución sólo es posible hasta un valor mínimo, $E_{2\min}$, como se puede apreciar en la Figura 3.8.

$$E_{2\min} = E_c = \frac{3}{2} y_c \cos^2 \theta \quad (\text{En canales rectangulares}) \quad (3.16)$$

lo cual, se presenta cuando el resalto en el fondo tiene el valor particular de:

$$\Delta z = \Delta z_c$$

Además, aplicando la ecuación de Bernoulli entre (1) y (2), se dedujo que:

$$E_2 = E_1 - \Delta z_2 \quad (3.28)$$

Reemplazando (3.16) en (3.28), con $\Delta z_2 = \Delta z_c$ y $E_2 = E_{\min}$, se tiene:

$$E_{2\min} = E_1 - \Delta z_c$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} y_c \cos^2 \theta &= y_1 \cos^2 \theta + \alpha \frac{v_1^2}{2g} - \Delta z_c \\ \Delta z_c &= y_1 \cos^2 \theta + \alpha \frac{v_1^2}{2g} - \frac{3}{2} y_c \cos^2 \theta \\ \Delta z_c &= y_1 \cos^2 \theta + \alpha \frac{v_1^2}{2g} - \frac{3}{2} \left(\sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g B^2 \cos^2 \theta}} \right) \cos^2 \theta \\ \Delta z_c &= y_1 \cos^2 \theta + \alpha \frac{v_1^2}{2g} - \frac{3}{2} \alpha^{1/3} \frac{(v_1^2 B^2 y_1^2)^{1/3}}{(g B^2)^{1/3} \cos^{2/3} \theta} \cos^2 \theta \\ \Delta z_c &= y_1 \cos^2 \theta \left[1 + \frac{1}{2} \alpha \frac{v_1^2}{g y_1 \cos^2 \theta} - \frac{3}{2} \alpha^{1/3} \frac{(v_1 y_1^2)^{1/3}}{g^{1/3} y_1 \cos^2 \theta} \cos^{4/3} \theta \right] \\ \Delta z_c &= y_1 \cos^2 \theta \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\cos^2 \theta} \right) F_1^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{\alpha}{\cos^2 \theta} \right)^{1/3} F_1^{2/3} \right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Este es el tamaño crítico del escalón que impone la formación de flujo crítico en la sección (2), sin alterar la profundidad del flujo aguas arriba.

3.2.7.3 Caso No. 3: Resalto de altura mayor que la crítica: $\Delta z_3 > \Delta z_c$. Cuando la altura del escalón supera el valor crítico, Δz_c , matemáticamente ocurriría que $E_2 = (E_1 - \Delta z_3) < E_{\min}$, lo cual es físicamente imposible, ya que E_2 quedaría a la izquierda del punto crítico, C, por fuera de la curva. Véase la Figura 3.7.

Realmente, lo que ocurre es un autoajuste del flujo, es decir, cambian las condiciones del flujo aguas arriba, aumentando la profundidad en (1), desde un valor y_1 , hasta un nuevo valor \bar{y}_1 . Consecuentemente, la energía en (1) también se incrementa desde E_1 hasta un nuevo valor \bar{E}_1 , tal que (según la ecuación 3.28):

$$E_2 = E_c = E_{2 \min} = \bar{E}_1 - \Delta z_3 \quad (3.32)$$

En otras palabras, por ser $\Delta z_3 > \Delta z_c$, la sección en (2) actúa como una sección de control para el flujo subcrítico de aguas arriba, creando en sí misma las condiciones críticas, y produciendo un aumento en la profundidad y en la energía específica, aguas arriba.

La nueva profundidad \bar{y}_1 , aguas arriba, se podrá calcular iterativamente, a partir de la ecuación (3.32), así:

$$\bar{E}_1 = \Delta z_3 + E_{2\min}$$

$$\bar{y}_1 \cos^2 \theta + \alpha \frac{\bar{v}_1^2}{2g} = \Delta z_3 + \frac{3}{2} y_c \cos^2 \theta$$

$$\bar{y}_1 \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gB^2 \bar{y}_1^2} = \Delta z_3 + \frac{3}{2} \left(\sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gB^2 \cos^2 \theta}} \right) \cos^2 \theta$$

Iterativamente, se calculan las dos raíces físicamente posibles, \bar{y}_1 e \bar{y}_1' , aguas arriba del escalón. La primera, subcrítica ($\bar{y}_1 > y_c$), y la segunda, supercrítica ($\bar{y}_1' < y_c$). Esta última generará un resalto hidráulico. Véase la Figura 3.7 (Caso No. 3).

3.3 INSTALACIÓN DE LA PRÁCTICA

La instalación para esta práctica de laboratorio consta de los siguientes elementos (Véase la Figura 3.9):

- Instalación de bombeo con tanque elevado, para el abastecimiento de agua.
- Tubería de alimentación, provista de válvula de regulación de caudales.
- Canal de aproximación, rectangular y de pendiente regulable, dotado de una malla disipadora de energía y tubos directores.
- Vertedero patrón, previamente calibrado, cuya relación entre la carga y el caudal es conocida.
- Escalón cuneiforme en el fondo del canal.
- Limnímetros o medidores de niveles.
- Medidor electromagnético de flujo, con el cual se hace una lectura más precisa de la magnitud del caudal, en l/s.

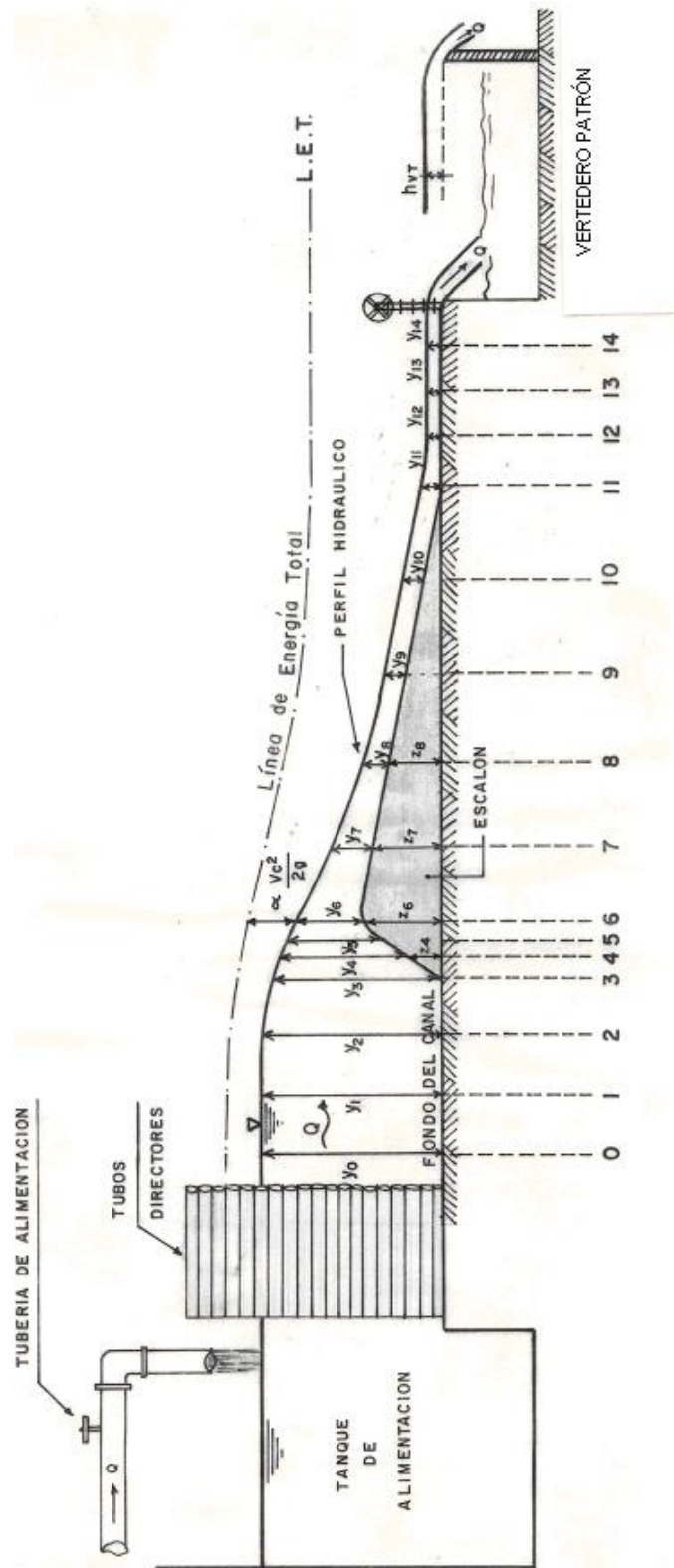


FIGURA 3.9. Instalación para la práctica de energía específica

3.4 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Una vez cebada la bomba, se pone en funcionamiento y se abre la válvula de impulsión para alimentar al tanque elevado. Cuando éste se rebose, se abre la válvula de alimentación del canal rectangular, de pendiente regulable. El agua circulará por este canal de aproximación, primero, a través del escalón y, luego, a través del vertedero calibrado, donde se determina previamente el nivel de la cresta, L_0 . Véase la Figura 3.9.

Al establecer continuidad en el sistema, los caudales que pasan por el vertedero y por el escalón, serán iguales; luego, se lee, con el limnómetro, el nivel de la superficie libre del agua, L_{SL} , aguas arriba del vertedero

Para cada abertura de la válvula, se mide la carga, h_v , del vertedero calibrado, como la diferencia entre el nivel de la cresta y el de la superficie libre del agua, una vez se haya estabilizado el flujo.

$$h_v = L_{SL} - L_0 \quad (3.33)$$

El canal está dividido en 15 secciones. En cada una de éstas se tomarán lecturas del fondo del canal, de la superficie libre y del nivel del escalón.

Las profundidades del flujo, y_i , en cada sección, se calculan restando la lectura en la superficie libre, de la lectura en el fondo del canal o de la lectura en el escalón, según sea el caso.

$$y_i = L_{\text{fondo}} - L_{SL} \quad (3.34)$$

ó

$$y_i = L_{\text{escalón}} - L_{SL} \quad (3.35)$$

La altura z en cada sección del escalón se calculará restando la lectura en el escalón, de la lectura en el fondo del canal, así:

$$z = L_{\text{fondo}} - L_{\text{escalón}} \quad (3.36)$$

El caudal, Q , se puede conocer haciendo su lectura en el medidor electromagnético de flujo o por medio de un vertedero patrón, cuya ecuación de calibración se conoce.

Este procedimiento se repetirá para diferentes caudales.

3.5 REGISTRO DE DATOS EXPERIMENTALES

A continuación, se presenta una forma de tabular los datos y medidas requeridos para el desarrollo de la práctica, con las ecuaciones necesarias para cada parámetro.

TABLA 3.1. Registro de datos experimentales para las profundidades y el perfil del flujo.

MEDICIÓN	SECCIONES TRANSVERSALES														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
L _{fondo}															
L _{escalón}															
L _{superficie}															
y															
z															

Para determinar el tipo de flujo de aproximación, se calcula el número de Froude en la sección (1), con la siguiente ecuación:

$$F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{Q}{By_1 \sqrt{gy_1}} \quad (3.37)$$

La profundidad crítica, teórica, se calculará con la ecuación (3.19), así:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g B^2 \cos^2 \theta}} \quad (3.19)$$

y la altura crítica del escalón, Δz_c , se determinará con la ecuación (3.31), de la siguiente manera:

$$\Delta z_c = y_1 \cos^2 \theta \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\cos^2 \theta} \right) F_1^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{\alpha}{\cos^2 \theta} \right)^{1/3} F_1^{2/3} \right) \quad (3.31)$$

Estos datos se registrarán de la siguiente forma:

TABLA 3.2. Registro de datos medidos y calculados para diferentes caudales.

ENSAYO No.	h _v (cm)	Q(l/s)	y ₀	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	y ₁₃	y ₁₄	y _c	F ₁	
1													
2													
3													
.
.
.

Para calcular la energía específica y la energía total de Bernoulli, en cada sección, se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$E = y \cos^2 \theta + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \tag{3.4}$$

$$H = z + y \cos^2 \theta + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \tag{3.2}$$

Nótese que:

$$H = E + z$$

Los datos y cálculos se registran en las siguientes tablas:

TABLA 3.3. Tabulación de valores de energía específica del flujo a través del escalón.

ENSAYO No.	Q(l/s)	Q(m³/s)	E ₀	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₇	E ₈	E ₉	E ₁₀	E ₁₁	E ₁₂	E ₁₃	E ₁₄
1																	
2																	
3																	
.
.

TABLA 3.4. Tabulación de valores de energía total del flujo a través del escalón.

No.	Q(l/s)	Q(m³/s)	H ₀	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	H ₆	H ₇	H ₈	H ₉	H ₁₀	H ₁₁	H ₁₂	H ₁₃	H ₁₄
1																	
2																	
3																	
.
.

3.6 RESULTADOS Y GRÁFICOS

Procesada la información, los resultados se podrán expresar de una manera gráfica. Conjuntamente con la curva teórica de E vs. y, se dibujarán las curvas experimentales obtenidas de las Tablas 3.2 y 3.3. Véase la Figura 3.10.

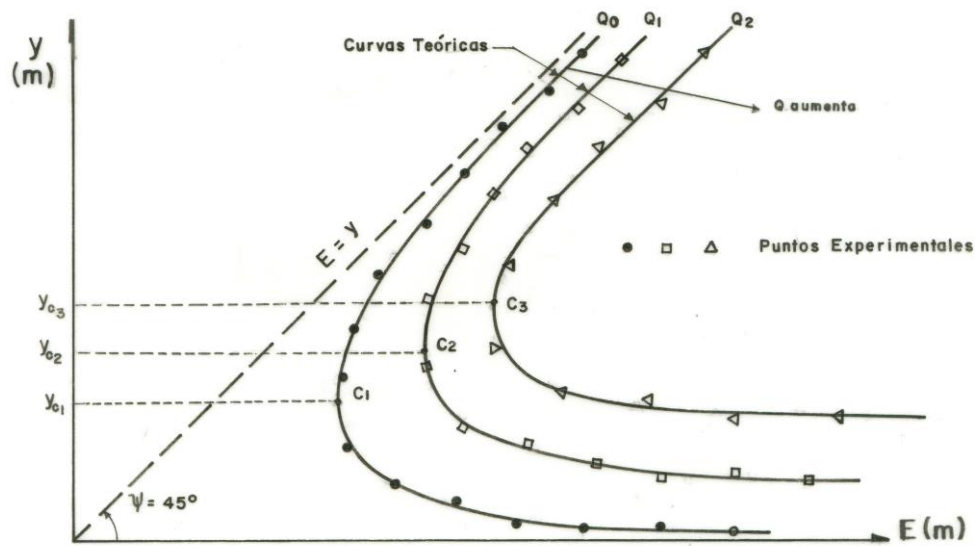


FIGURA 3.10. Curvas teórica y experimental de E vs. y , para diferentes caudales.

Además, se debe dibujar la curva o línea de energía total, H , para un caudal determinado, a partir de las Tablas 3.2 y 3.4.

3.7 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las que se consideren pertinentes.

3.8 CUESTIONARIO

- 3.8.1 ¿Por qué la energía específica en las secciones (3), (4), (5) y (6) decrece sucesivamente?
- 3.8.2 ¿Por qué la energía específica aumenta sucesivamente en las secciones (7), (8), hasta la sección (11)?
- 3.8.3 Verifique que en las secciones (0), (1), hasta la sección (5), el flujo es subcrítico.
- 3.8.4 Verifique que la y_c teórica ocurre efectivamente en la cresta del escalón, es decir, en la sección (6).
- 3.8.5 Compruebe que en las secciones (7), (8), hasta la sección (11), el flujo es supercrítico.
- 3.8.6 ¿Cómo variarían el perfil hidráulico y la energía específica del flujo a lo largo del canal, si el flujo de acceso al escalón fuese supercrítico?
- 3.8.7 ¿Qué ocurriría si z_6 fuese menor que Δz_c ?
- 3.8.8 ¿Qué ocurriría si z_6 fuese mayor que Δz_c ?
- 3.8.9 Calcule el error relativo total en la estimación de Δz_c y de y_c .