



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE
ÁNGULOS Y SU MEDIDA A ESTUDIANTES DE GRADO
SÉPTIMO A PARTIR DE LA RECREACIÓN DE ALGUNOS
INSTRUMENTOS DE POSICIONAMIENTO
ASTRONÓMICO**

GUZMÁN OLMEDO ANGARITA MOLINA

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Sede Bogotá D.C, Colombia

Año 2014

**PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE ÁNGULOS Y SU
MEDIDA A ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO A PARTIR DE LA
RECREACIÓN DE ALGUNOS INSTRUMENTOS DE
POSICIONAMIENTO ASTRONÓMICO**

**GUZMÁN OLMEDO ANGARITA MOLINA
LICENCIADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA (UNIVERSIDAD LA GRAN
COLOMBIA)**

Trabajo de grado como requisito parcial para optar el Título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Naturales y Exactas

Director:
BENJAMÍN CALVO MOZO
Físico, MSc Astronomía

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Maestría en Enseñanza de las
Ciencias Naturales y Exactas
Sede Bogotá, Colombia
2014

Dedicatoria:

A Dios,

Que me eligió desde antes de la fundación del mundo para vivir en este tiempo, y es Él quien en su infinita misericordia me da el amor, la sabiduría, el espíritu de superación, la perseverancia y la paciencia para alcanzar esta meta.

A mi padre, Carlos Daniel

Por regalarme la vida, por ser ejemplo de amor, serenidad, paciencia y por darme la fuerza espiritual que me hace ser cada día mejor.

A mi madre, Carmen Cruz

Por su gran amor hacia mí, por ser ejemplo de trabajo constante, de lucha por sus hijos, por esas hermosas y significativas palabras “Dios te bendiga” que son el fundamento de lo que soy y de lo que tengo y alcanzo.

A mi esposa Alexandra, quien me motiva día tras día a salir adelante, impulsada por el gran amor que guarda en su corazón, deseo que muy pronto inicie sus proyectos académicos y que Dios la fortalezca cada día más.

A mi hermana, Georgina

Quien me brinda el apoyo espiritual y moral para alcanzar mis metas.

A mi sobrino, José Alejandro

Quien con sus conocimientos hizo parte de este trabajo; deseo que reconozca sus capacidades y las utilice para alcanzar sus metas personales.

A mi director, Benjamín Calvo quien me brindó el apoyo y la orientación profesional, compartiendo su tiempo conmigo en aras de que yo alcanzase la meta propuesta.

"Nuestra lealtad es para las especies y el planeta. Nuestra obligación de sobrevivir no es sólo para nosotros mismos sino también para ese cosmos, antiguo y vasto, del cual derivamos." Carl Sagan

Agradecimientos

Agradezco a los Maestros de La Universidad Nacional de Colombia y en especial a aquellos que acompañaron en forma directa este proceso de La Maestría En Enseñanza De Las Ciencias Exactas, quienes con sus valiosos aportes contribuyen al desarrollo de la Educación en Colombia.

Gracias a mi compañera Adriana con la que en alguna ocasión me propuse asumir este nuevo reto, y que constantemente me ha colaborado y animado para sacarlo adelante.

Gracias a las directivas del Colegio La Toscana-Lisboa por propiciar los espacios necesarios para que este proyecto se pudiera llevar a cabo.

Resumen

Se presenta el análisis y respuestas observadas en un instrumento de indagación, en el que se valoran las ideas previas que tienen los estudiantes de grado séptimo de educación secundaria de la Institución Educativa Distrital la Toscana-Lisboa de la localidad de Suba, con respecto al concepto de ángulo y lo que ello involucra, su definición, notación, medición, clasificación y operaciones de suma y resta, así como su relación que tiene en fenómenos astronómicos observables y medibles como por ejemplo el tiempo y el posicionamiento de los astros. Se presentan los resultados parciales de la propuesta didáctica que se diseñó en respuesta a la información obtenida en dicha indagación.

La propuesta que en el presente documento se menciona ha sido estructurada con la intención de desarrollar un trabajo transdisciplinar, debido a que se involucran áreas como la Geometría, las ciencias Naturales, las ciencias sociales y el lenguaje, con el propósito de promover el conocimiento, y el desarrollo del espíritu científico y crítico de los estudiantes y asimismo implementar estrategia que permitan un cambio conceptual si así se requiere.

Palabras clave (Fenómenos observables, instrumentos de medida, trabajo transdisciplinar, cambio conceptual)

Abstract

Analysis and observed responses are presented as an instrument of inquiry, in which the previous ideas with seventh grade students of secondary schools of the District Educational Institution Toscana-Lisboa at the locality of Suba with regard to the concept of valued angle and what it involves, its definition, notation, measurement, classification, and addition and subtraction, as well as their relationship is observable and measurable astronomical phenomena such as the time and position of the stars. Partial results of the methodological approach that was designed in response to the information derived from that investigation are presented.

The proposal here in mentioned has been structured with the intention of developing a transdisciplinary work, because involved areas like Geometry, Natural Sciences, Social Sciences and language, in order to promote knowledge, and the development of scientific and critical spirit of the students and likewise implement strategy to enable conceptual change if required.

Keywords: (Observable phenomena, measure instruments, transdisciplinary work, conceptual change).

CONTENIDO.	pág.
Resumen	IV
Lista de Ilustraciones	VI
Introducción	1
1. Componente epistemológico	4
1.1. Egipto.....	4
1.2. Babilonia.....	7
1.3. Grecia.....	7
1.4. Arabia.....	12
1.5. Occidente.....	13
1.6. Tiempos modernos.....	13
1.7. Historia de los instrumentos de medición.....	14
1.7.1. El reloj de sol.....	14
1.7.2. El círculo meridiano.....	19
2. Componente pedagógico	20
2.1. El modelo dialógico.....	20
2.2. Didáctica.....	22
2.3. Enseñanza de la Geometría.....	23
2.3.1. ¿Cómo se enseña Geometría en Colombia?.....	24
2.3.2. Lineamientos curriculares de matemáticas.....	25
3. Componente disciplinar	30
3.1. ¿Qué significa medir ángulos?.....	30
3.2. Sistemas de medida.....	30
3.3. Incertidumbre en la medición de ángulos.....	32
3.4. Tipos de incertidumbre experimentales.....	32
3.5. Instrumentos de medición de ángulos.....	33
4. Análisis de resultados	35
5. Conclusiones y recomendaciones generales	46
5.1. Conclusiones.....	46
5.2. Recomendaciones.....	47
A. Anexo: Instrumentos de indagación saberes previos	48
B. Anexo: Propuesta	60
C. Anexo: Módulos que componen la propuesta didáctica	64
Bibliografía	107

Lista de ilustraciones

Ilustración 1	El primer contacto de hombre con la Geometría	5
Ilustración 2	Instrumento de medición usado por los egipcios.....	5
Ilustración 3	El transportador más antiguo del mundo.....	7
Ilustración 4	Thales midiendo la altura de una de las pirámides.....	8
Ilustración 5	Medida en grados de las cuerdas de Hiparco	8
Ilustración 6	instrumentos geométricos utilizados por Eratóstenes para medir el diámetro de la tierra.....	9
Ilustración 7	Demostración de Euclides del teorema de Pitágoras	11
Ilustración 8	Los griegos solo usaban regla y compás	12
Ilustración 9	La aceptación del gnomon como sombra proyectada	15
Ilustración 10	Modelo del reloj de Sol en el antiguo Egipto.....	16
Ilustración 11	Un modelo de cuadrante	17
Ilustración 12	El Nonio Circular	18
Ilustración 13	Apenas 5 minutos es el margen de error.....	18
Ilustración 14	Mapa conceptual unidades didácticas.....	23
Ilustración 15	Transportador con doble lectura.....	31
Ilustración 16	Instrumentos de medición y su respectiva precisión.....	33

INTRODUCCIÓN

No es un secreto que la enseñanza de las Matemáticas es el gran dolor de cabeza, para docentes, estudiantes y padres de familia. Una de las causas es la apatía que la gran mayoría de los estudiantes proyectan frente a las actividades propias del aula, como consecuencia de la apropiación incorrecta de conceptos en grados anteriores.

Además, la sola idea de concebir los conocimientos matemáticos como entes aislados y sin conexiones históricas que puedan despertar algún interés, hacen que nuestros educandos literalmente den la espalda al proceso de desarrollo de habilidades comunicativas, y de resolución de problemas, y hace que el trabajo en el aula se convierta en un conflicto de carácter personal entre enseñantes y aprendices.

Sin embargo, en la actualidad y a pesar de las circunstancias, considero que más que en ningún otro momento histórico de la educación se dispone de un buen número de herramientas que bien administradas pueden propiciar escenarios apropiados para el desarrollo de la inteligencia a partir de las habilidades matemáticas, entre los cuales se pueden mencionar, los referentes (conceptuales, epistemológicos, pedagógicos y didácticos), que dan luces acerca de la planeación de actividades del aula para un mejor direccionamiento de la labor docente, los avances tecnológicos que bien utilizados ofrecen grandes ventajas en el desarrollo de las actividades, y por último la posibilidad de generar ambientes transversales que han de convertirse en el pretexto ideal para despertar la motivación en el aprendiz.

La transversalidad de los proyectos como se plantea en el presente trabajo en el que se ha recurrido a la Astronomía, para inducir al estudiante en conceptos geométricos tales como el de ángulos y que al parecer ellos lo conciben como un ente abstracto, dado que su experiencia en el aula no pasó de la representación gráfica que su maestro en su momento dado le mostró en un tablero, fenómenos astronómicos observables para ellos tales como el día, la noche, la orientación

misma de los astros, ya que en su movimiento diurno “salen por el Este y se ponen al Oeste”, han sido utilizados en nuestra propuesta para que el niño pueda apreciar elementos presentes como la sombra y su dirección, para que él se familiarice con el transportador, una regla tan común para ellos pero tan desconocida en su lectura.

Para contextualizar un poco más el presente trabajo se aplicó un diagnóstico a un grupo de 35 estudiantes de grado séptimo en el colegio La Toscana-Lisboa que se encuentra ubicado en la localidad de Suba, en la que la mayoría de las familias pertenecen a un estrato socio-económico correspondientes al 1 y 2. El grupo está conformado por 23 niños y 12 niñas cuyas edades oscilan entre 12 y 14 años.

A partir de la experiencia docente en la que se perciben a diario comportamientos no muy favorables en los procesos de enseñanza- aprendizaje (primeras pruebas del curso), y los resultados obtenidos a través del instrumento de diagnóstico, me condujeron a la elaboración de una propuesta didáctica que involucre tanto estudiantes como docentes en un escenario adecuado para el desarrollo de habilidades matemáticas, el cual permite un cambio de rol en el estudiante pasivo que recibe cierto tipo de entrenamiento para desenvolverse en un taller, a un estudiante activo y propositivo, capaz de dar razones por el comportamiento de fenómenos astronómicos utilizando el lenguaje; el rol de docente instructor transmisor de información, a un educador gerente de recursos, mediador de significados, y lo que es más importante, motivador de jóvenes por su propio aprendizaje.

Para el alcance de nuestro objetivo se hizo una relación histórica con respecto de la evolución del concepto de ángulo, y la forma como una cultura aportaba a la siguiente para la construcción de dichos saberes. Mostramos al comenzar cada una de aquellas culturas antiguas reconocidas como las más influyentes (Egipto, Babilonia y Grecia), en cuanto a cómo fueron incorporando las mediciones angulares para sus actividades que bien fueran de carácter económico como académico y la forma en como estos saberes se fueron introduciendo en otros

campos tales como el de la Astronomía, pues el fenómeno más inmediato fue el de la concepción del tiempo como magnitud física y el cual se requirió de su medición, para lo que se utilizó la sombra proyectada por el Sol a través del gnomon el cual se constituyó en un instrumento de gran importancia tanto para el desarrollo de la Geometría como de la Astronomía.

Podemos mencionar incluso que el desarrollo sutil de la medición de ángulos en Astronomía condujo posteriormente a la formalización de la trigonometría, que tuvo lugar mucho tiempo después en la cultura árabe, en donde evolucionó de manera impresionante dando lugar a la aparición de las razones trigonométricas con sus respectivas tablas.

En este trabajo continuamos con la descripción del modelo pedagógico adoptado por la institución educativa, el cual proporciona elementos interesantes que fueron de gran utilidad para el diseño de nuestra propuesta; además mencionamos algunas tendencias didácticas con las que se aterrizó cada una de las actividades que constituyen cada uno de los módulos individuales.

A partir de las herramientas que se mencionan considero que resulta muy útil tener en cuenta, para propiciar espacios en los que los estudiantes podrán desempeñarse en actividades didácticas y prácticas donde encuentren la aplicación y relación de los conceptos trabajados. Estas actividades implican que nuestros estudiantes a partir de fenómenos astronómicos observables, medibles, construyan sus propios instrumentos de observación y tomen sus propias medidas.

La aplicación de una propuesta como la que aquí se menciona tendrá éxito en la medida en que el estudiante se sienta comprometido y además activo en el desarrollo de cada actividad y por tanto le hallará mayor significado a lo que está aprendiendo.

La dinamización de esta propuesta depende en gran medida del rol investigativo que asuma el docente para profundizar en los contenidos y de su interés por descubrir e implementar nuevas estrategias didácticas y herramientas tecnológicas.

1. Componente Epistemológico

En este capítulo pretendemos hacer un acercamiento histórico en aspectos relevantes tales como la medición, en culturas tales como la egipcia, la babilónica y la griega, las cuales han sido consideradas de gran importancia por su influencia en la evolución de la humanidad a lo largo de toda la historia; su desarrollo en los campos como la agricultura, la tecnología y las matemáticas se convirtieron en la base para el desarrollo de dichas civilizaciones.

Y es precisamente en las Matemáticas donde ellos mostraron habilidades en la comprensión de su entorno a través de las modelaciones matemáticas inventadas por ellos como, por ejemplo, sus sistemas numéricos y de medidas de magnitudes observables, para las que se utilizó el concepto de comparación entre los objetos a partir de una unidad de medida adoptada por el hombre.

1.1 Egipto

Son muy pocos los indicios de los aportes en Matemáticas de la cultura egipcia, debido a su ubicación cronológica y a la ausencia de un sistema que permitiera recolectar la información de sus aportes; sin embargo, llama la atención la maestría arquitectónica con que construyeron las denominadas pirámides de Egipto y los muchos conceptos geométricos que utilizaron aquí.

Además hicieron la distribución de la superficie para el que utilizaron un método creativo para su medición con cuerdas que constaban de 12 nudos haciendo con ellos un arreglo aritmético de 3, 4, y 5 nudos, lo que genera un triángulo rectángulo, veamos la siguiente ilustración:

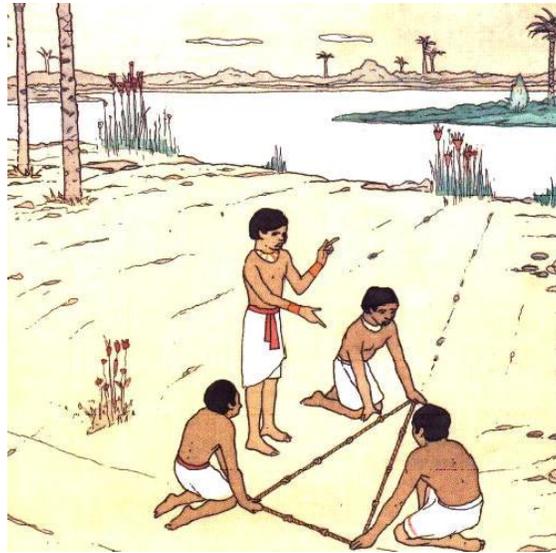


Ilustración 1 El primer contacto de hombre con la Geometría

Además de ello los egipcios implementaron su propio sistema de medidas básicas, las cuales fueron: la longitud en la que usaron sus partes del cuerpo tales como el codo, el palmo, la mano, el puño etc. De esta magnitud derivaron las unidades de superficie y de volumen; esta última la asociaron con las medidas de capacidad de manera similar a lo que se aprecia en el sistema internacional de medidas, mientras que para la medición del tiempo se basaron en acontecimientos naturales tales como el desbordamiento del río Nilo, y las interpretaciones que hicieron en las observaciones del cielo. En la figura 2 se muestra un ejemplo de regla usada por los egipcios. (Cada división de la regla corresponde a un dedo)

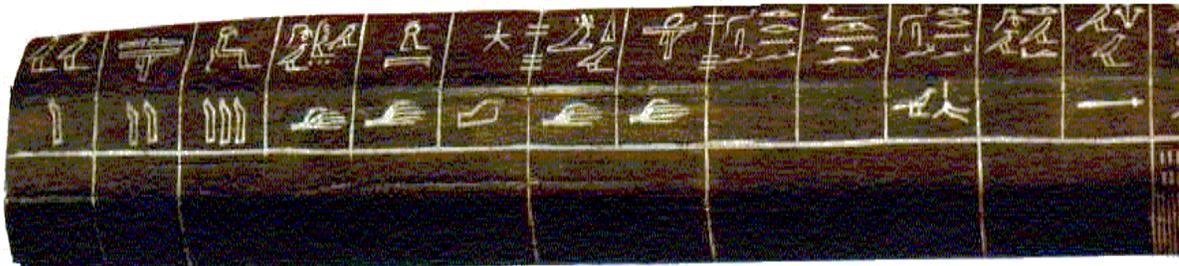


Ilustración 2 Instrumento de medición usado por los egipcios

Pero, quizás el logro más significativo en términos geométricos por parte de esta civilización fue la invención del que se considera el transportador más antiguo del mundo que al parecer perteneció a un importante arquitecto de la época de los faraones llamado Kha que correspondió a la 18^{va} dinastía y que cumplía las funciones de supervisor; en la fig 3, podremos ver su estructura.



Ilustración 3 El transportador más antiguo del mundo

En él se encontraron, como lo manifiesta Sparavigna, una decoración en forma de rosa de los vientos con 16 pétalos espaciados en forma uniforme rodeada de un zigzag con 36 puntas. La arqueóloga también afirma que la barra horizontal se ubica sobre una pendiente, en línea perpendicular una vertical o plomada revelaría la inclinación en el círculo. Este descubrimiento nos permitiría pensar que los egipcios ya reconocían la circunferencia como herramienta conceptual para la medición de ángulos.

1.2 Babilonia

Fueron los babilonios quienes dividen la circunferencia en 360 partes iguales, dándosele a cada partecita el nombre de grado, además se asigna a cada una de ellas un dios (típico de la cultura de la época).

Los babilonios conocieron formas generales para calcular áreas y volúmenes. Estimaron la circunferencia de un círculo como tres veces el diámetro, lo que les significaba la obtención de un valor aproximado de π ; asimismo calcularon el volumen del cilindro como el producto entre el área de la base por su altura.

Los babilonios calcularon la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos. Al igual que los egipcios y los griegos, los babilonios descubrieron que podían estimar su posición en la tierra con la de las estrellas midiendo la altura de estas con respecto al horizonte, por lo que se podría afirmar que la Geometría y la Astronomía fueron dos ciencias que nacieron simultáneamente.

Los babilonios, al igual que los egipcios, utilizaron las razones trigonométricas para las actividades agrícolas; además, para sus grandes construcciones, también se establece la medida de los ángulos en grados, para el que utilizaron su muy reconocido sistema sexagesimal que tuvo un carácter posicional. Muchos siglos después, con la aparición del nonio surgieron los minutos y los segundos de arcos como particiones finas del grado, siguiendo la división sexagesimal.

1.3 Grecia

Es en este momento cuando el hombre empieza a dar un sentido mucho más profundo a los desarrollos tecnológicos que habían desarrollado los egipcios y los babilonios, ya que la geometría deja de ser únicamente una herramienta eficaz para el desarrollo económico y mitológico y pasa a ser una ciencia que permitirá a esta civilización la formalización de la geometría en diversos campos como por ejemplo la trigonometría, la cual se encarga de estudiar los ángulos de los triángulos.

Fueron muchos los factores que contribuyeron al impulso de la geometría en Grecia, entre ellos su audacia para utilizar los legados de las civilizaciones anteriores, en donde Tales jugó un papel primordial al hacer un estudio de los avances en geometría de la cultura egipcia en la construcción de las pirámides. Ver fig 4

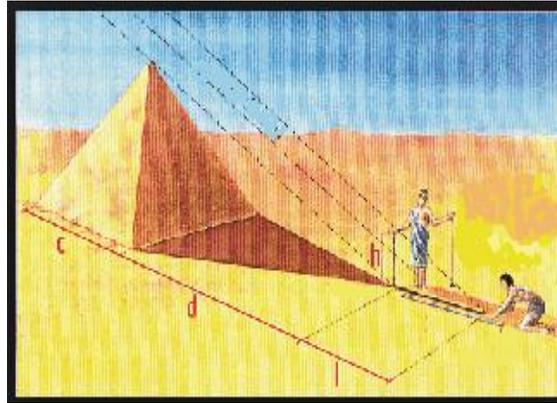


Ilustración 4 Thales midiendo la altura de una de las pirámides

Sin embargo, este no aporte de los griegos en los triángulos, y de su encontramos que Nicea construye una cuerdas que le permitió relacionar la medición de tabulada en función de la

sería el único la ciencia de medición; Hiparco de tabla de fácilmente los lados, cuerda por

cada 7.5 grados como mostraremos en la siguiente figura.

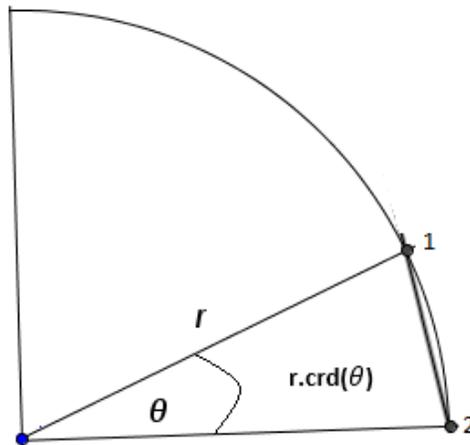


Ilustración 5 Medida en grados de las cuerdas de Hiparco¹

¹ Este gráfico fue elaborado tomando como base la que aparece en la siguiente dirección [http://es.wikipedia.org/wiki/Cuerda_\(geometr%C3%ADa\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Cuerda_(geometr%C3%ADa))

Si nos fijamos bien en el gráfico podríamos definir la cuerda de un ángulo como la longitud dimensional entre dos puntos 1 y 2 en una unidad circular separada por un ángulo θ . Gracias a este aporte es que Hiparco es considerado el padre de la Trigonometría. En el lenguaje moderno $crd(\theta) = 2r \text{sen} \frac{\theta}{2}$, o en palabras, la cuerda subtendida por las direcciones radiales que acoten un ángulo dado en la circunferencia unitaria, es igual al doble del seno del respectivo semi-ángulo.

Eratóstenes por su lado logra medir la circunferencia de la tierra con una precisión que llamó la atención, dadas las limitaciones de herramientas tecnológicas de la época; miremos la siguiente figura.

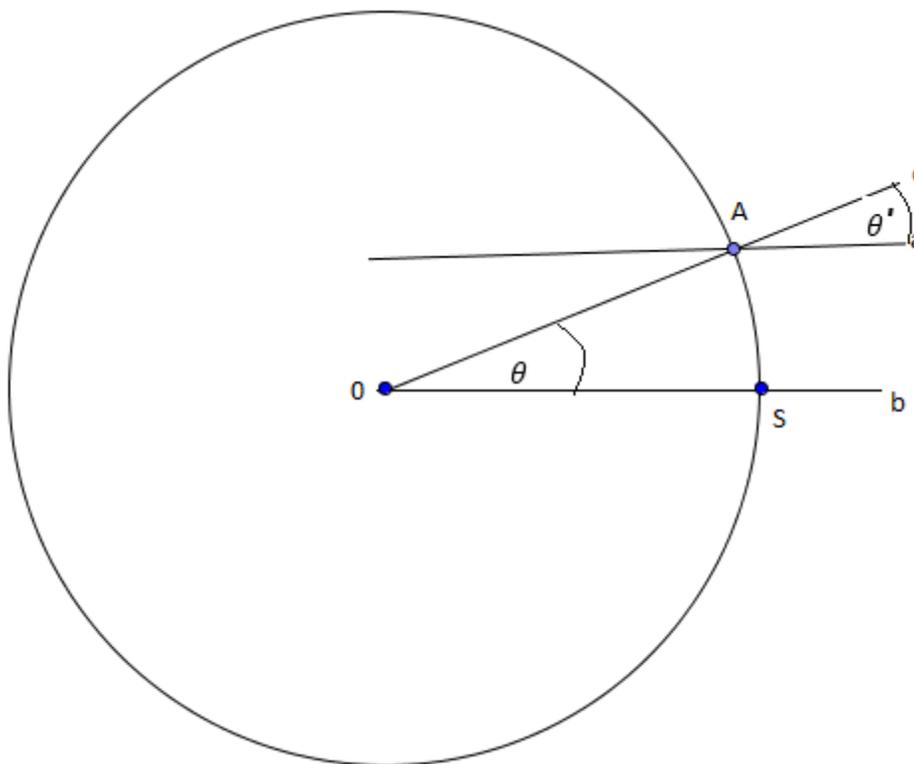


Ilustración 6 Instrumentos geométricos utilizados por Eratóstenes para medir el diámetro de la tierra

Su razonamiento fue: 1. Si los puntos A y S representan a las ciudades de Alejandría y Siena respectivamente, 2. Una estaca clavada verticalmente en el solsticio de verano no arroja sombra al medio día en S, mientras que en A la sombra desvía la luz 7.2 grados; en otras palabras, mientras en S es paralela al rayo solar

b, la estaca en A está desviada 7.2 grados del rayo solar a, y este ángulo a su vez es igual a θ , de modo que el ángulo θ' también vale 7.2 grados, de tal modo que la distancia entre Alejandría y Sirena es 7.2 grados de los 360 grados que es el perímetro total de la tierra, y como 7.2 equivale a la cincuentava parte de 360, solo le queda multiplicar la distancia lineal entre las dos ciudades por 50, que era aproximadamente 5000 estadios (un estadio griego equivale a 157.5 metros), este cálculo es aproximadamente 39,375 km el cual solo dista de la medición que hoy se tiene de tan solo en 56 km de las mediciones actuales.

Los aportes de Pitágoras en este campo de la Geometría fue el de aproximar el valor de π definido por los egipcios como la razón entre la medida de la circunferencia y el diámetro; además encontró la relación fundamental entre los lados de los triángulos rectángulos, la cual es su famoso teorema que lleva su nombre y que en la actualidad es utilizado para la resolución de muchos problemas en Matemáticas, Astronomía, Física, etc.

Como dato curioso podemos mencionar que Euclides por su parte no consideró como unidad de medida el grado ni sus fracciones, sino que adoptó como unidad de medida el ángulo recto. Por ejemplo, un ángulo de 72° sería un recto menos un quinto, o 120° sería un ángulo recto más un tercio. En cuanto al teorema de Pitágoras, Euclides lo aborda a partir de dos proposiciones que reposan en su obra Los Elementos; el enunciado del teorema en los elementos es: En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiende el ángulo recto es igual a los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto.

Euclides parte de triángulo BAC rectángulo en A. A continuación los tres cuadrados de la figura 7, la paralela AL a BD o CE y los segmentos A. Euclides justifica que CA y AG son parte de una misma recta haciendo notar que GAB es recto por construcción y BAC por hipótesis. Así, los ángulos suman dos rectos, lo que garantiza que GAC sea una línea recta. Consideremos la figura 7.

ellos iguales, teniéndose así la congruencia de dichos triángulos. Asimismo, el cuadrado KHA comparte un lado CK en el triángulo BCK y tienen la misma altura AC. O sea que el cuadrado ACKH y el rectángulo MLEC tienen igual área. Uniendo ambos raciocinios hemos probado el teorema de Pitágoras.

Otros matemáticos griegos que también contribuyeron notablemente al desarrollo de la Trigonometría fueron Arquímedes, Apolonio, Hypias entre otros. Valdría la pena mencionar que muchos de los aportes de la matemática griega al desarrollo del estudio de la ciencia y de los ángulos se le atribuyen al planteamiento de los tres problemas imposibles, también conocidos con el nombre de los tres problemas clásicos, siendo el que nos corresponde el denominado la trisección del ángulo utilizando únicamente la regla y el compás, los cuales fueron los únicos elementos que se utilizaban para la construcción de trazos.

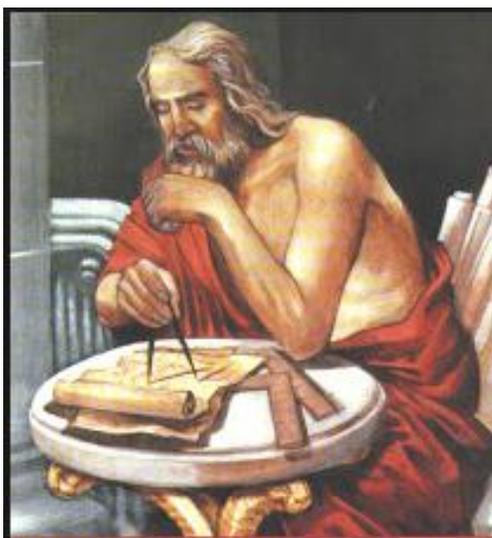


Ilustración 8 Los griegos solo usaban regla y compás

1.4 ARABIA

Los aportes de los árabes en el campo de la trigonometría consistieron en tomar $r=1$ para los círculos goniométricos a diferencia de los antiguos griegos que usaban $r=60$. Muchos historiadores consideran que el inicio real de la trigonometría se da en este momento, ya que el objeto de estudio pasa a ser los triángulos esféricos o planos, los ángulos y los lados que los constituyen.

Es la época dorada de la Trigonometría a principio del siglo IX, Al-kwarizmi construye las primeras tablas exactas del seno y del coseno y por primera vez tabula los valores de la tangente, y más adelante Al-Marwazi produce la primera tabla de las cotangentes, también pudieron descubrir demostrar teoremas fundamentales tanto de triángulos planos como esféricos.

En conclusión, es en Arabia cuando se da la estructura a la trigonometría que hoy en día se enseña en el bachillerato.

1.5 Occidente

La influencia de la trigonometría del Islam en occidente resulta determinante para el desarrollo de esta ciencia en Europa debido a los periodos de conquista a que este fue sometido. Se considera que el primer matemático que hace sus estudios y a la vez sus aportes fue Johannes Müller que con su libro *De triangulis*, escrito en 1464; este libro comienza con las nociones euclidianas sobre magnitudes y razones, además involucra las demostraciones de la ley de los senos, que resultó de gran utilidad para la solución de triángulos. También contiene teoremas encontrados en textos griegos antes de la trigonometría. Estos trabajos fueron conocidos en un manuscrito por el círculo de matemáticos de Núremberg.

Más adelante Georges Joachim, otro astrónomo alemán, introduce el concepto moderno de funciones trigonométricas como proporciones mientras que el francés François Viète en su libro **el Canon mathematicus**, presenta formulas relacionadas

con senos y cosenos e incorpora el triángulo polar en la trigonometría esférica; también encontró fórmulas para expresar las funciones de ángulos múltiples.

1.6 Tiempos modernos

Otro gran impulso sufre la trigonometría, dado a que la ciencia viene experimentando avances vertiginosos gracias a la nueva concepción de universo que se viene construyendo. Hacia el siglo XVII John Napier inventa los logaritmos y encuentra algunas técnicas para resolver triángulos esféricos; mientras que Newton inventa el cálculo diferencial e integral, lo que le permitió modelar muchas funciones matemáticas a través del uso de series infinitas, encontrando la serie para el seno así como para series similares del coseno y la tangente.

Euler por su parte y quien es considerado el padre de la trigonometría moderna, definió las funciones trigonométricas mediante el uso de expresiones exponenciales con números complejos. Demostró que las propiedades básicas de la trigonometría correspondían a los productos simples de aritmética de los números complejos, concepto que ha servido de gran utilidad al desarrollo de otras ciencias como la Física moderna y la Astronomía.

1.7 Historia de los Instrumentos de medición

Entre los instrumentos que fueron utilizados a lo largo de la historia, ya mencionamos al inicio de este capítulo el hallazgo del que se ha considerado el transportador más antiguo del mundo y que su singular distribución tiene directa relación con sus creencias religiosas; sin embargo, y gracias al vínculo que existe entre la Trigonometría y la Astronomía se desarrollaron instrumentos que permitieron establecer el posicionamiento de los astros y por tanto la medida de dichos ángulos se hizo necesario.

Entre los que consideramos más familiares son los siguientes.

1.7.1 El reloj de Sol:

El reloj de sol tiene su origen en gnomónica, dado que el hombre primitivo utilizó la sombra proyectada por los cuerpos para estudiar los movimientos del sol.



Ilustración 9 La aceptación del gnomon como sombra proyectada

El término gnomon en griego quiere decir indicador fue utilizado por el hombre primitivo para la descripción del tiempo valiéndose de la proyección de los círculos de la esfera celeste. Con esto se pudo establecer la primera fracción de tiempo; sin embargo, no se tiene claridad de cuándo se empezó a usar la hora como la duodécima parte del día, aunque según estudios arqueológicos², el uso de esta porción del día, tiene su origen en el empleo del sistema duodecimal, en algunas culturas antiguas.

El reloj de sol fue evolucionando en la medida en se avanzaba en los estudios astronómicos, encontrándose así modelos de reloj de sol desde los egipcios quienes

² El sistema duodecimal se basa en contar las falanges del cuatro dedos con el pulgar
<http://recuerdosdepondora.com/historia/%C2%BFpor-que-un-dia-tiene-24-horas/>

ya contaban con su observatorio astronómico, lo mismo que el transportador. El reloj de sol más antiguo que se tenga conocimiento fue encontrado en Egipto y data de unos 1500 años antes de Cristo en la época de Tutmosis III y consta de dos listones de piedra. Uno hacía las veces de gnomon y el otro estaba posicionado donde marcaba las horas. Dentro de la misma civilización se encontró otro, 750 años después, y es mencionado en el libro de Josué donde se narra cómo Jehová hace retroceder el tiempo 10 grados la sombra del cuadrante.



Ilustración 10 Modelo del reloj de sol en el antiguo Egipto

En la anterior figura mostramos un modelo de reloj egipcio que al parecer fue fabricado hacia el año 1000 antes de Cristo.

Sin embargo, fueron los griegos los que le dieron sentido al uso del gnomon como dándole la posición correcta ubicándolo paralelo al eje terrestre. De esta manera se permitía medir el tiempo durante todo el año las horas de medición constante, convirtiéndose en el primer instrumento de medición constante.

Otro instrumento utilizado para medir ángulos es el cuadrante el cual fue utilizado en la época dorada de la navegación y conquista de territorios hasta el momento desconocidos, y que sirvió para ubicar el posicionamiento de los astros y a su vez para determinar las coordenadas geográficas. El ángulo se mide apuntando hacia

el astro y con la ayuda de una plomada que indica la vertical. Veamos la siguiente figura.

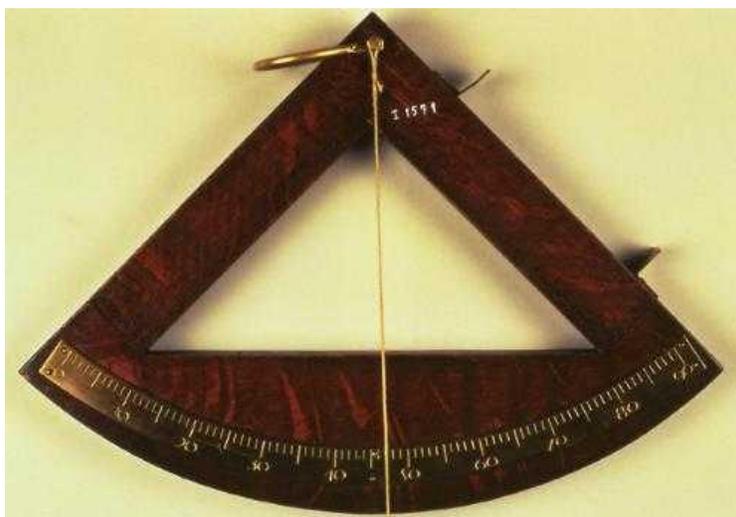


Ilustración 11 Un modelo de cuadrante

Otro instrumento que marcó un salto en la evolución de la precisión de la medición de los ángulos, fue el nonio angular, cuyo inventor fue el navegante portugués Pedro Nunes en el año 1514. Este instrumento tiene un funcionamiento similar al del transportador pero con mayor precisión consta de una regla principal de un nonio que es la que da la precisión. Tiene una precisión de 5 minutos; la escala circular principal está subdividida en 4 veces 90° , sirve para leer los ángulos enteros, el nonio se compone de 23° y este a su vez se divide en 12.

La escala de la subdivisión en el nonio LEN (lectura en el nonio) $23^\circ/12$ corresponde a $1^\circ55'$ como la longitud de la escala de la regla LER es 2° la diferencia entre LER-LEN= $2^\circ-1^\circ55'=5'$

Para la lectura del nonio angular se presentan dos casos:

Cuando el cero del nonio coincide con una línea de la regla principal se lee la cantidad entera de los grados, es decir, se cuentan las divisiones observadas desde el cero de la regla hasta el cero del nonio. Por ejemplo,

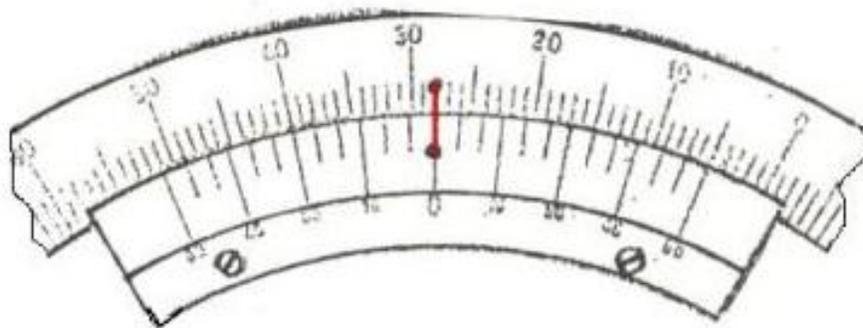


Ilustración 12 El Nonio Circular

El ángulo leído es 28°

El segundo caso es cuando el cero se ubica entre dos líneas de la regla, aquí se lee primero la cantidad en grados enteros, contando las divisiones que hay desde el cero de la regla hasta el cero del nonio, luego se le añade la fracción en minutos que corresponde al punto donde coinciden la línea del nonio con una línea de la regla. Por ejemplo:



Ilustración 13 Apenas 5 minutos es el margen de error

El ángulo entero indica 50° y la fracción que corresponde es $10'$; por tanto, el ángulo es $50^\circ 10'$.

1.7.2 El círculo meridiano

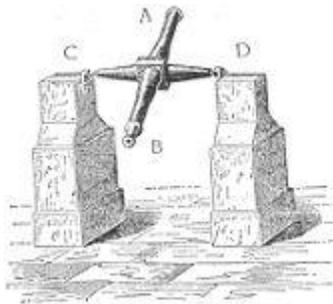


Ilustración 14 modelo sencillo del círculo Meridiano³

Este instrumento sirve para determinar con gran precisión el momento del paso de los astros por el meridiano del lugar, para calcular su ascensión recta, conociendo la diferencia de tiempos entre el paso del meridiano principal y el paso del astro por el meridiano del lugar; también determina la declinación del astro en tránsito, pues su valor es igual a la longitud del arco sobre el meridiano del observador, desde el ecuador celeste hasta el astro. El astro sobre este meridiano desde el ecuador al cenit es igual a la longitud geográfica del observador, y el arco del cenit al astro es la distancia cenital del astro, el cual se mide durante el tránsito o culminación superior.

El círculo meridiano es un anteojo movable alrededor de un eje horizontal, como se muestra en la figura anterior; en él se busca que coincida exactamente con el meridiano del lugar de desplazamiento. El mismo eje lleva un círculo graduado que sirve para precisar el ángulo del eje del anteojo con el del lugar. El material del cual debe construirse el cuerpo del anteojo no debe permitir que se doble por el peso de sus extremidades.

Es necesario para que las observaciones sean exactas, tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- ❖ Que el eje de rotación sea perfectamente horizontal.
 - ❖ Que el eje óptico y el eje de rotación sean perpendiculares.
2. Que el plano vertical coincida con el meridiano del lugar.

³ Tomado literalmente de la siguiente dirección.

<http://www.gratislibros.com.ar/textos/astronomia-instrumentos-astronomicos-circulo-meridiano-ecuatorial/astronomia-instrumentos-astronomicos-circulo-meridiano-ecuatorial.html>

3. Componente pedagógico

A partir las tendencias pedagógicas consideradas en el proyecto educativo Institucional del colegio La Toscana-Lisboa, cuyo énfasis es el de la comunicación en valores donde se centra a partir de la enseñanza desde la **dialógica crítica**, hemos diseñado una propuesta que conduzca al estudiante hacia la construcción del concepto de ángulo, a partir de la recreación y manipulación de instrumentos de medición angular, lo cual le permite discernir acerca de su funcionalidad y de discusiones epistemológicas del cómo se fue construyendo el saber científico como producto de las crisis paradigmáticas de cada época.

3.1 El modelo Dialógico

Concibe la educación como un escenario para promover las interacciones humanas orientadas a transformar las propias construcciones intersubjetivas de quienes participan en el acto de la educación; además considera que el aprendiz debe construir la base de núcleo intersubjetivo-autopoiético, es decir, capaz de producir y mantenerse por sí mismo; por tanto, consideramos que la posibilidad de construir instrumentos que le permitan medir lo observable, posiblemente se estén abriendo posibilidades para que él se auto construya sus propios conceptos con ayuda de la elaboración y la aplicación.

Este modelo, sugiere un conjunto de redes solidarias y colaborativas que tiendan a favorecer la construcción del currículo, es decir que para su formulación, elaboración y ejecución se debe contar con el concurso de toda la comunidad educativa. Esto hace posible la adopción de estrategias metodológicas más aterrizadas y efectivas para la enseñanza.

En lo referente a la forma de enseñanza y de aprendizaje, se precisa de una participación responsable del grupo, en donde se debe valorar los aportes de todos y cada uno de los estudiantes, teniendo en cuenta que sus argumentos son válidos en la medida en que sean soportados con experiencias propias.

Además es imprescindible el desarrollo de competencias comunicativas para garantizar el aporte de los estudiantes en el proceso; en nuestro caso, estas participaciones se llevarán a cabo en tres momentos: al momento de iniciar donde el maestro genera una serie de preguntas si es posible utilizando los contextos históricos como pretexto, el uso y aplicación de los instrumentos propuestos en la unidad didáctica, un segundo momento será en el que se cuestionarán y darán razones por las cuales funcionan o no funcionan en forma eficaz dicho instrumento elaborado, argumentar cuales fueron las variables y, por último, la puesta en común de las experiencias recogidas luego de las mediciones tomadas con los instrumentos de posicionamiento astronómico.

Estos procedimientos posiblemente conducirán a una transformación o modificación de conceptos errados haciendo énfasis en la transformación de contexto de aprendizaje.

Este modelo de enseñanza prioriza el aprendizaje en el diálogo igualitario, en el que se sugiere la participación como un escenario favorable para la argumentación; además procura potenciar las habilidades comunicativas asumiendo que toda persona es portadora de inteligencia. También sugiere que los conocimientos científicos y tecnológicos son herramientas que ayudan a la construcción de habilidades en el desenvolvimiento académico.

Con respecto a lo didáctica, el enfoque dialógico encierra algunos factores de gran importancia para la enseñanza; la metodología, por ejemplo, considera a los factores sociales como agentes colaboradores que desarrollan un trabajo de tipo voluntario en el aula con la orientación del maestro; mientras que la función de este último cambia de escenario y el aula pasa a ser privada para convertirse en pública, en cuanto al rol del estudiante que es quién va construyendo su propio aprendizaje a partir del trabajo comunitario y cooperativo en el que se van transformando las prácticas cotidianas.

El aprestamiento en el aula juega también un papel importante, puesto que se requiere dar a conocer las reglas de juego en cada actividad. En este aspecto se sugiere definir en forma concertada los criterios de evaluación con los estudiantes,

lo que posiblemente facilita el desarrollo de las actividades escolares ya que él se va a sentir más comprometido con su propio aprendizaje.

3.2 Didáctica

Dado que la propuesta didáctica que se pretende desarrollar en este trabajo está orientada hacia la adquisición del concepto de ángulo en estudiantes de grado sexto, a partir de la manipulación y construcción sencilla de instrumentos de posicionamiento astronómico, se ha desarrollado basándonos en estrategias pedagógicas que apuntan hacia el constructivismo, tales como: **las ideas previas, y el cambio conceptual**, puesto que considero que ellas nos proporcionan instrumentos valiosos para la formulación de instrumentos que nos permitieron el diseño objetivo y aplicación de diagnóstico, con el propósito de direccionar mejor el diseño de las actividades que se plasmaron en la propuesta didáctica que se implementará, mientras que la segunda orienta la fase evaluativa y reflexiva de acuerdo a la crisis conceptual por la cual debe pasar el aprendiz.

De igual manera, la didáctica involucra ciertos elementos que aterrizan en la práctica docente tales como la metodología, el rol del mismo, el rol del aprendiz, el papel que juega la preparación del aula y la evaluación; y la puesta en escena de toda esa preparación de las actividades que estarán sujetas un ejercicio previo denominado diagnóstico, el cual es un instrumento que debe suministrar la información suficiente al profesor para definir las fortalezas y debilidades conceptuales del grupo.

Para el desarrollo del trabajo que nos proponemos nos hemos apoyado en la estrategia de las unidades didácticas, en las que de acuerdo a las recomendaciones de Sánchez y Valcárcel⁴, se debe tener en cuenta cinco componentes: análisis

⁴ Tomado del documento " LA UTILIZACIÓN DE UN MODELO DE PLANIFICACIÓN DE UNIDADES DIDÁCTICAS: EL ESTUDIO DE LAS DISOLUCIONES EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA"

científico (selección de contenidos y delimitación de esquemas conceptuales), análisis didáctico (indagar sobre las ideas y saberes previos), selección de objetivos, selección de estrategias didácticas (determinación de la secuencia global del aprendizaje) y selección de estrategias de evaluación (participación del estudiante en la elaboración de matrices evaluativas).

Veamos el siguiente mapa

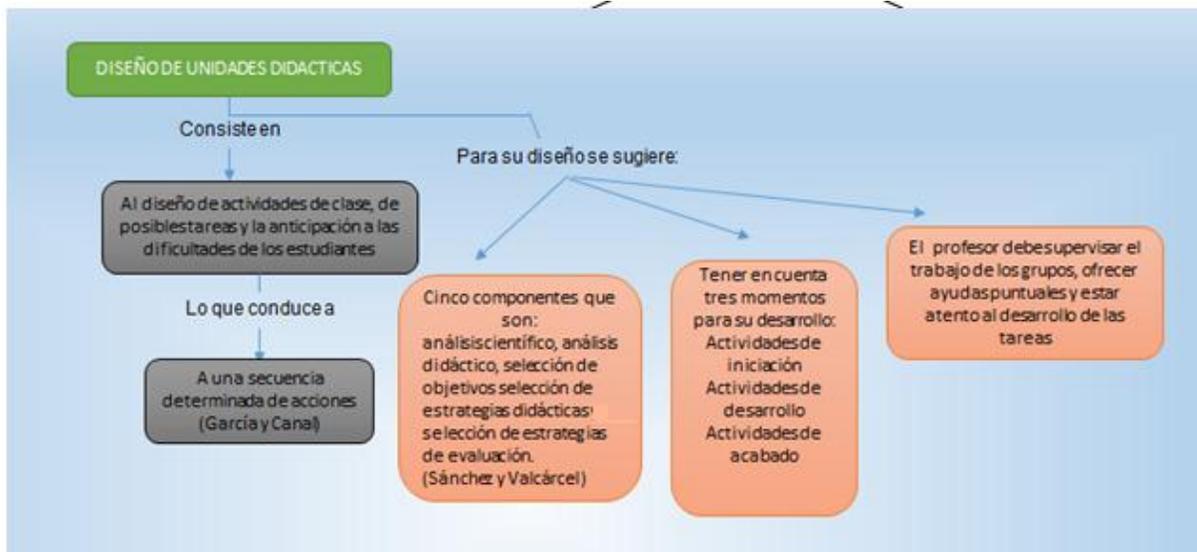


Ilustración 14 Mapa conceptual unidades didácticas

Como se explica en el mapa, en la unidad didáctica se consideran tres momentos determinantes para su desarrollo que son esenciales puesto que le da al profesor la posibilidad de valorar su grupo mediante las actividades de iniciación que cumplen la función, en primera medida, de indagar sobre los preconceptos, motivar al aprendiz en cuanto al desarrollo de la misma; una vez superada esta etapa se procede al desarrollo que viene siendo la puesta en marcha de las actividades propuestas en la unidad y, finalmente, las actividades de acabado son espacios reflexivos respecto de los cambios conceptuales como consecuencia del proceso de aprendizaje.

3.3 Enseñanza de la Geometría

En lo que a la enseñanza de la Geometría en el colegio La Toscana-Lisboa se refiere, podríamos afirmar por experiencia personal que existe una serie de inconsistencias que no son favorables para el desarrollo de habilidades de pensamiento en este subcampo de las Matemáticas; de los cuales uno de los más determinantes es la falta de formación disciplinar y pedagógica de los docentes responsables de los primeros años de formación de los niños. La ausencia de un verdadero currículo que se adecue a las características de los educandos es otro factor que impide un verdadero proceso de enseñanza y de aprendizaje de la Geometría; además la minimización de espacios pedagógicos para la reflexión de las prácticas en el aula, nos conduce irremediabilmente al fracaso en la enseñanza de esta disciplina.

Consideramos como causa de estas realidades institucionales, al desconocimiento parcial o total de referentes teóricos que ofrezcan orientaciones para el mejoramiento de nuestras prácticas. Otra causa es la sobresaturación de tareas de carácter local y distrital, hacen que se disminuyan enormemente los espacios para el trabajo en el aula, impidiendo de esta manera que se lleven a cabo los planes de estudio.

Por tal razón hemos considerado pertinente hacer mención de algunos aspectos que ofrecen luces respecto de nuestra labor docente en la enseñanza de la Geometría de los que hablaremos a continuación.

3.3.1 ¿Cómo se enseña Geometría en Colombia?

“La enseñanza de la Geometría es uno de los campos de las Matemáticas en las que hay más puntos de desencuentro entre matemáticos y educadores”⁵, esta brecha se hace más notoria en los contextos universitarios, puesto que constantemente se comenta por parte de los enseñantes en carreras afines como

⁵ Comentario tomado del documento “Enseñanza de la Geometría, Silvia García Peña Olga Leticia López Escudero ISBN 978-968-5924-35-1”

las diferentes ingenierías, que sus estudiantes no desarrollaron habilidades espaciales ni axiomáticas, herramientas propias para la resolución de problemas; sin embargo, esta escena no es la única, puesto que en la etapa de educación secundaria, comentarios similares suelen escucharse cuando los docentes de este nivel manifiestan que sus estudiantes carecen de bases conceptuales para el desarrollo de habilidades en esta disciplina, Lo cual conduce en la mayoría de los casos al fracaso escolar y por consiguiente a la deserción. De todo esto podemos concluir que el verdadero problema en la enseñanza de Geometría es que nadie se hace responsable de las dificultades y por tanto no surgen verdaderos proyectos de investigación que orienten la enseñanza este campo de las Matemáticas.

3.3.2 Lineamientos curriculares de Matemáticas

Esta propuesta planteada por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) hacia el año de 1998, sugiere una serie de requerimientos para la enseñanza de las Matemáticas, para la organización del currículo a partir de los procesos generales, conocimientos básicos, en el que se aparecen los cinco pensamientos matemáticos que, para nuestro caso, es el pensamiento geométrico. En este documento se sostiene que el estudio de la Geometría intuitiva fue dejado de lado y que en su lugar se adopta la “Matemática moderna” orientada más hacia la didáctica, lo científico y lo histórico.

También se rescata la propuesta de Gardner⁶ en su teoría de las inteligencias múltiples, puesto que considera la inteligencia espacial como una de ellas, y manifiesta su importancia para el desarrollo del pensamiento científico, puesto que es de gran utilidad para representar la información, y su manipulación para la resolución de problemas en los que se requiera de ubicación, orientación y distribución de espacios.

⁶ Lineamientos Curriculares de Matemáticas, Ministerio de Educación Nacional 1988

La presencia de la Geometría activa como estrategia sugiere el estudio de sistemas geométricos para la exploración y representación del espacio. Aquí se hace énfasis en las construcciones mentales, transformaciones y la modelación tanto para situaciones de objetos en reposo y en movimiento. La construcción del saber geométrico se entiende como un proceso cognitivo, en cual se le permite al estudiante un conjunto de interacciones desde su espacio intuitivo, que asociamos con el reconocimiento y manipulación de su espacio, localizando situaciones, calculando medidas entre otros; hasta el razonamiento en el cual establece regularidades a partir de la reflexión.

Para Kant, el conocimiento no es completamente innato ni tampoco empírico en su totalidad, sino que es construido, a partir de la asociación de la información que suministra la experiencia, asociándolo mediante la aplicación de reglas universales.

Todos estos procesos que el estudiante desarrolla, mediante la motivación, la manipulación de experiencias, y relación con los saberes previos, conducen a la modificación y evolución de la nueva información, así como subestructura cognitiva.

Pero hasta aquí solo se ha mencionado el proceso que tiene que ver con el aprendizaje; conviene también hacer una revisión de la otra parte del proceso: la enseñanza, para la cual y apoyados en el documento que se mencionó en la página anterior, se identifican ciertos enfoques que bien pueden orientar las prácticas pedagógicas. En el caso de este proyecto el enfoque que se ajusta es el Heurístico, en el que se da importancia al desarrollo de habilidades de aprendizaje, y el docente hace el papel de propiciador de ambientes para la organización de esquemas y aprendizaje significativo del alumno.

- Enseñanza de la geometría. Dentro del marco de la enseñanza de la geometría se debe reconocer su importancia, puesto que ayuda a potenciar habilidades de proceso de la información recibida por medio de los sentidos, también contribuye al desarrollo de muchas destrezas de tipo espacial que le permiten al estudiante comprender el espacio e interactuar con él. Además contribuye al desarrollo de habilidades mentales, como la intuición espacial e integración de la visualización con la conceptualización.

En las diferentes concepciones que se tiene de Geometría se encuentran argumentos válidos para su enseñanza; por ejemplo, Hernández y Villalba (2001)⁷, quienes la conciben como la ciencia del espacio, debido a que proporciona herramientas útiles en la descripción y medición de figuras, así como en el estudio y modelación del mundo físico y fenómenos del mundo real, por lo que conciben su enseñanza como un punto de encuentro entre una matemática teórica y una matemática como fuente de modelos para describir situaciones reales a través de las representaciones gráficas.

- Dificultades en la enseñanza de la Geometría. Una de las dificultades más marcadas en la enseñanza de la Geometría es la no superación de experiencias vividas por el docente en su etapa de formación y por eso termina planeando y utilizando los mismos recursos que ya experimentó, sin antes haber revisado el éxito o fracaso de los mismos al interior del aula. Lógicamente esto genera un rompimiento generacional, debido a que ni a los estudiantes les interesan estos métodos, y el docente muestra poca preocupación por reconocer los intereses propios de sus aprendices.

⁷ De acuerdo a la revista electrónica "La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes"
<http://www.redalyc.org/pdf/1941/194115606010.pdf>

Como consecuencia, los estudiantes que ingresan a la educación superior llegan con una gran cantidad de vacíos en cuanto a concepciones y conocimientos de Geometría.

Otro factor que ha sido de los más relevantes es el hecho de que en la década de los setenta se presentó el auge de las Matemáticas modernas, lo que propició que la Geometría pasara a un segundo renglón dentro del ambiente escolar, relegándose al final de los contenidos anuales de estudio y, en consecuencia, que no alcanzara el tiempo para abordar los contenidos propios de ésta ciencia.

•**Niveles de Van Hiele para la enseñanza de la Geometría.** Este modelo, explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes en cinco niveles graduales que se mencionaran a continuación.

1. **Reconocimiento o visualización.** Aquí el niño reconoce las figuras geométricas como un todo, pero no discrimina sus partes ni sus componentes.

2. **Análisis.** Ya reconoce y analiza las partes y propiedades de las figuras, pero no es capaz de establecer relaciones o clasificaciones entre propiedades de distintas familias.

3. **Deducción informal u orden.** Determina las figuras y sus propiedades y reconoce cómo unas propiedades se derivan de otras, construye interrelaciones entre las figuras y entre sus familias. No le es posible organizar una secuencia de razonamientos lógicos que justifiquen sus observaciones.

4. **Deducción.** Realiza demostraciones lógicas y formales, comprende y maneja relaciones entre propiedades y formaliza en sistemas axiomáticos. No reconoce la necesidad del rigor en los razonamientos.

5. **Rigor.** “Puede analizar el rigor de varios sistemas deductivos y compararlos entre sí; capta la geometría abstracta”.

3. COMPONENTE DISCIPLINAR

3.1 ¿Qué significa medir ángulos?

Siendo el ángulo una magnitud física, la medida de sus amplitudes se hacen observables mediante la comparación directa de cierta amplitud con otra a la que ya se ha adoptado como unidad patrón. Para este ejercicio se requiere de instrumentos de medida que están previamente calibrados en las unidades patrón.

Para la medición de ángulos se requiere inicialmente de una circunferencia, la cual es la figura geométrica que mejor permite la descripción de las amplitudes representadas en los ángulos.

La medición se puede considerar de dos tipos:

Medición directa: es la medición realizada por medio de un instrumento de medida capaz de suministrar por sí mismo y sin ayuda de un patrón auxiliar, el valor de la magnitud de medida. Lo obtendremos con solo leer la indicación de su escala numérica o su pantalla digital/analógica (goniómetro, nonio circular, sextante, cuadrante etc.).

La medición indirecta: es la medición realizada con un instrumento de medida capaz de detectar la variación existente entre la magnitud de un patrón y la magnitud de la pieza a medir (comparar una medida tomada con una pieza u otra medida cualquiera); resulta lenta y laboriosa para la medida de pocas piezas y rentable para la medición de muchas piezas.

3.2 Sistemas de medida

Para obtener los resultados de una medición y así mismo comunicarlos, es necesario definir el patrón de medida, hacerla convencional y transformarla en unidades más pequeñas o más grandes mediante algoritmos matemáticos. Esto hace que la unidad utilizada en la medición de magnitudes sea considerada dentro del sistema internacional de medidas.

Para la medición de ángulos se utilizan reglas como el goniómetro circular o el transportador que viene siendo una circunferencia segmentada de acuerdo al sistema de medidas que se quiere utilizar. Por ejemplo, en la figura 15 vemos un círculo graduado tanto en grados sexagesimales (interior; “degrees” en inglés) como en radianes (exterior). La partición con respecto al centro del círculo, digamos, en el plano cartesiano central, se ha dividido en cuatro zonas o cuadrantes, distinguidos en dicha figura mediante los números romanos I, II, III, IV. El incremento en los valores angulares, en ambas unidades empleadas, se sigue en el sentido en que incrementa el número (romano) asociado al cuadrante, lo cual popularmente se conoce como el sentido contrario al de las agujas del reloj.

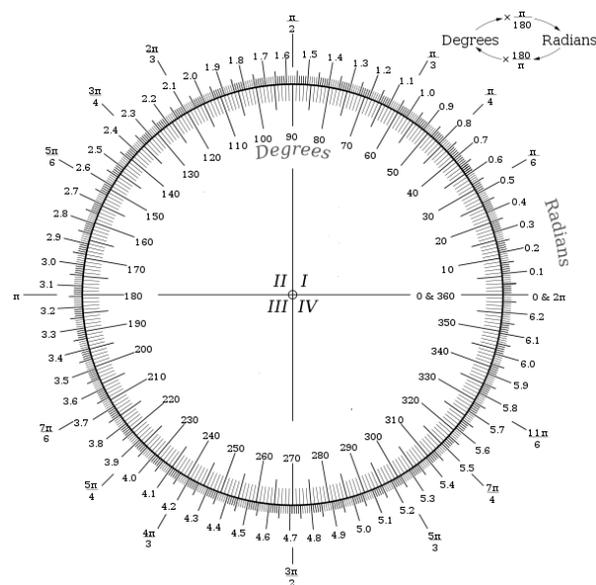


Ilustración 15 Transportador con doble lectura

Un modelo de transportador ideal para dos sistemas de medición angular que puede facilitar el proceso de conversión de unidades (sexagesimales y radianes).

Sin embargo, los instrumentos de medición de ángulos o goniómetros varían de acuerdo a la necesidad.

3.3 Incertidumbre en la medición de ángulos

El instrumento que se utiliza para medir la amplitud indica la medida por medio de un indicador o escala de acuerdo al sistema de medida. Por eso es indispensable su calibración que consiste en establecer una relación funcional entre la magnitud y la lectura que suministra el instrumento en la escala, bien sea por comparación directa o indirecta con un patrón de medida establecido. Esto ha de representar una cantidad física que se asume como la unidad, múltiplo o fracción de la misma; esta cantidad se representa mediante un número.

Cuando se mide se obtiene un valor aproximado a la magnitud que se desea conocer; por tanto, las mediciones nunca son números exactos, por lo que debemos conformarnos con estas aproximaciones. El ejercicio de medir implica determinar la ubicación y extensión de ese margen de error, lo que sugiere que cada vez que se mida se recurra en forma minuciosa la apreciación visual.

3.4 Tipos de incertidumbres experimentales

En la medición regularmente intervienen dos tipos de incertidumbre. Las primeras se atribuyen a causas definidas como factores que regularmente desvían las mediciones siempre en un sentido y por una magnitud constante y que pueden en principio corregirse. Estas incertidumbres resultan de valores medidos que son demasiado grandes o demasiado pequeños.

Las incertidumbres sistemáticas pueden ser de cuatro tipos:

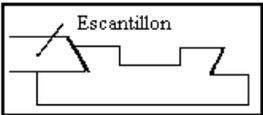
1. Instrumentales. Por ejemplo, un instrumento mal calibrado.
2. De observación. Por ejemplo, de paralaje en la lectura de una escala métrica.
3. Del medio ambiente. Por ejemplo, en la medición del tiempo con el reloj de sol y los cambios climáticos afectan en la observación.
4. Teóricas. Debidas a simplificaciones del sistema modelo o aproximaciones en las ecuaciones que lo describen.

3.5 Instrumentos de medición de ángulos

En la medición de ángulos se pueden considerar tres clases de instrumentos:

- a. Dispositivos de apertura fija, de los cuales encontramos:
 - Escantillones: Mediciones angulares muy precisas método de medición: por observación del pasaje de luz.
 - Placas angulares: formación de ángulos por adición y sustracción; consiste en un 6 Placas de: 1° - 3° - 5° - 15° - 30° - 45° ; 6 Placas de: $1-3'$ - $5'-10'$ - $25'-40'$ y 2 Placas de: $20''$ - $30''$. Su incertidumbre es de $5'$
 - Escuadras fijas: Control y trazado de ángulos rectos, 45° , 30° , etc.
- b. Métodos trigonométricos
 - Regla de senos: método indirecto con bloques patrón y comparador, o por pasaje de luz con reglas y escuadras.
 - Regla de tangentes: Una variante de la regla de senos (menor precisión).
- c. Métodos goniométricos.
 - Goniómetro común: sistema de escalas limbo-vernier. Disco fijo graduado en grados (limbo), con vernier giratorio que arrastra una regla.
 - Goniómetro óptico: limbo transparente lectura (aproximación): $10'$ Con polígono óptico y anteojo auto colimador se logra una precisión de $0,1''$.

Observemos la siguiente tabla de los instrumentos y su orden de precisión:

Instrumento	Imagen	Precisión
Escantillones	 <p>Escantillon</p>	$5'$ y $1'$

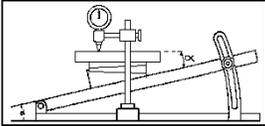
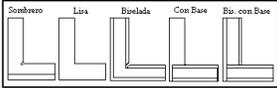
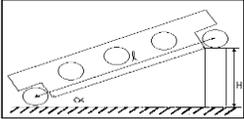
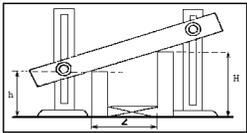
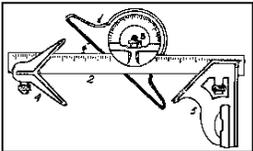
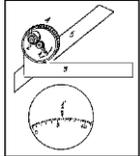
Placas angulares		6"
Escuadras fijas		
Regla de senos		6" a 10"
Regla de tangentes		
Goniómetro común		1°
Goniómetro óptico		10'

Ilustración 16 Instrumentos de medición y su respectiva precisión

4. Análisis de Resultados

Considerando las dificultades del cronograma escolar, y dado que el tema de ángulos se aborda regularmente durante el primer período académico, se optó por implementarla en espacios diferentes a los de la jornada de clase; hecho que resultó muy satisfactorio ya que la asistencia de los estudiantes fue aceptable y a su vez despertó curiosidad en estudiantes de otros grupos quienes continuamente indagaban por las actividades que se desarrollaron en estos espacios.

Sin embargo, de los tres módulos previstos para su aplicación, solo se alcanzaron los dos primeros debido a que, para el momento en que se implementó esta parte de la propuesta había un gran número de compromisos tanto académicos como de carácter institucional, a los cuales el grupo debió responder. Por tal razón en este capítulo se entrega un informe de los resultados obtenidos, luego del trabajo con los niños y se presentan los aspectos más importantes que se espera obtener en las actividades no aplicadas.

Como se ilustra en los diferentes módulos que componen esta propuesta se han sugerido unas fases, para orientar su propio desarrollo.

Módulo 1 (fase diagnóstico), en ella se pretende indagar acerca de las ideas que el estudiante tiene acerca del concepto de ángulo, para el cual se aplicó un test. En este se observó que los estudiantes de grado séptimo del colegio de La Toscana-Lisboa en un 65% desconocen formas adecuadas para denotar los ángulos, la relación de las unidades con la amplitud de los ángulos, y que dentro de la clasificación de ángulos según su abertura solo reconocen los agudos y los obtusos.

QUÉ TANTO SABES

Nombre José Alejandro M. Fecha _____

1. Indica si son correctas las siguientes afirmaciones.

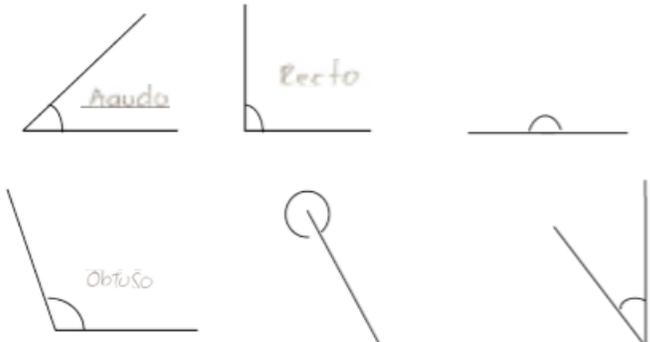
a) Un ángulo completo es cuatro veces mayor que un ángulo recto. Sí

b) Un grado sexagesimal es la ciento ochentava parte de un ángulo llano. No

c) La mitad de un ángulo recto son 30° . Sí

d) Un ángulo llano es el doble de un ángulo recto y vale 180° . Sí

2. Indica el nombre de cada uno de los siguientes ángulos



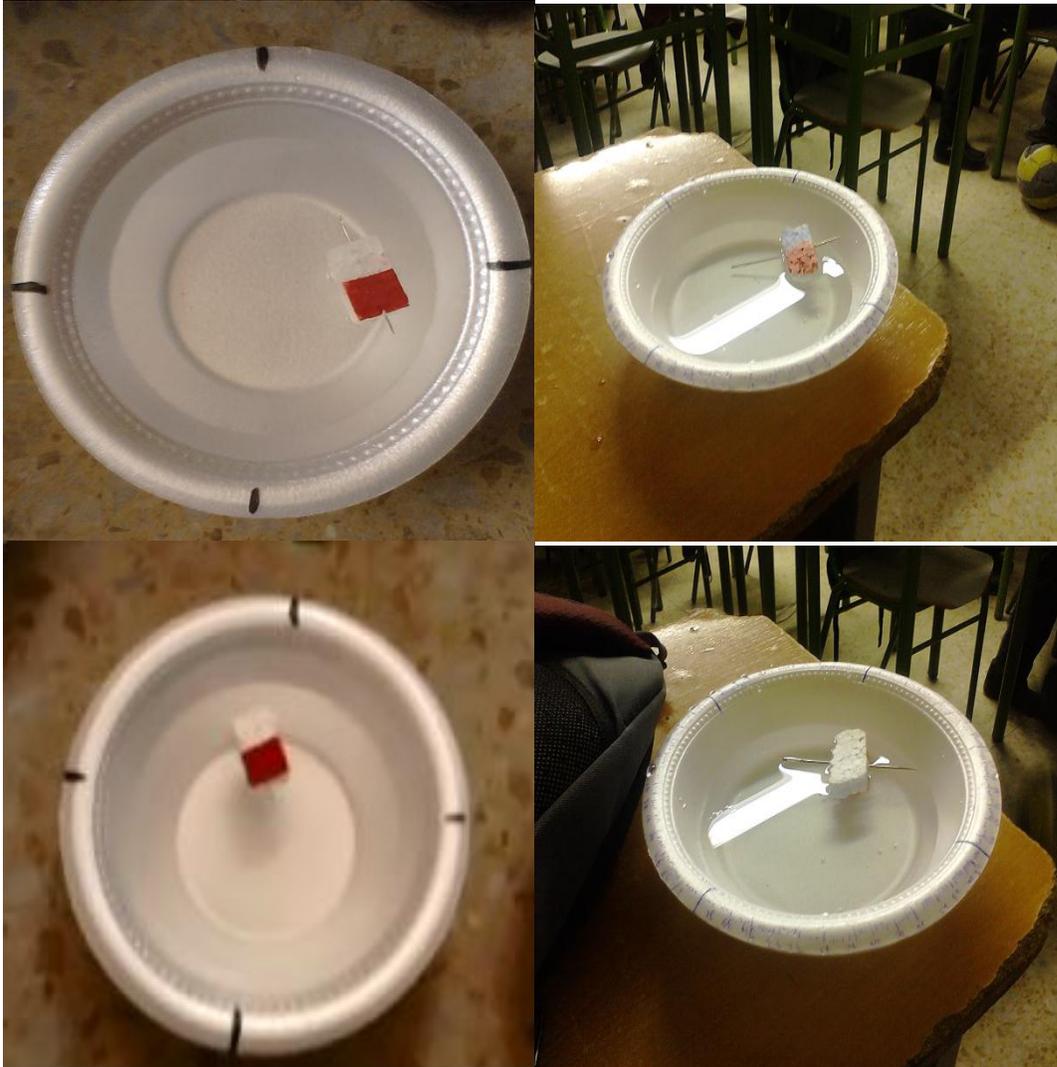
The diagram shows five angles drawn on a grid. The first is an acute angle labeled 'Agudo'. The second is a right angle labeled 'Recto'. The third is a straight angle. The fourth is an obtuse angle labeled 'Obtuso'. The fifth is a reflex angle.

FIG 1

“Según las respuestas obtenidas tienen claridad respecto de la división del círculo en cuatro regiones iguales, pero desconocen al grado sexagesimal como la unidad de medida, además solo identifican tres ángulos en clasificación de estos según su abertura”

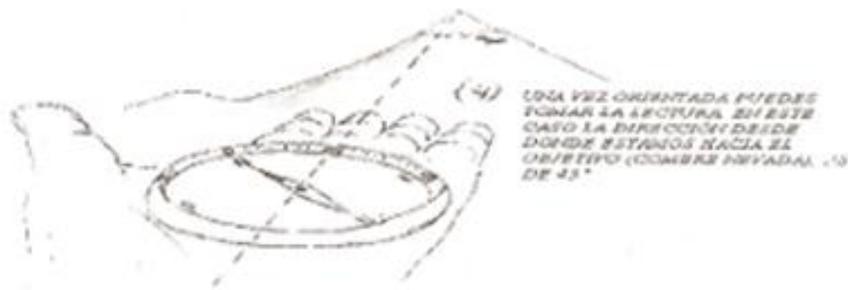
En la siguiente fase de este módulo, que corresponde a la construcción de la brújula, teniendo en cuenta las indicaciones del docente; se pudo comprobar que

sin importar las condiciones socioeconómicas, ellos responden a este tipo de actividades, por lo que se pudo apreciar gran interés en los estudiantes por su desarrollo, en esta etapa se valoró el interés de ellos por indagar acerca de las variables que hacían que unas brújulas funcionaran mejor que las otras y, como consecuencia de ellos se abre el espacio para la discusión alrededor del tema. Veamos las imágenes.



Pasando a la fase 3 de este módulo donde se sugiere al estudiante que determine su ubicación geográfica con la ayuda de su elemento construido para que así mismo deduzca el centro o vértice como un punto de referencia, en esta parte se encontró que ellos se orientan con mucha facilidad y con la ayuda de la brújula dieron un posicionamiento más preciso a través de la medición de ángulos. Además se reconoció la importancia en la toma de decisiones para establecer relaciones, comparaciones y así mismo inferencia en cuanto a la medida de ángulos. Lo cual es muy importante para su desempeño en cursos más avanzados.

La ubicación de los siguientes puntos tomando como punto de referencia el estudiar te



DESARROLLADO MI EJERCICIO CON AYUDA DE LA ESCUELA

LUGAR	ORIENTACION	ANGULO
Colegio	Noreste	Obtuso
Mi casa	Este	Nulo
La casa de mi mejor amigo	este	Nulo
El parque que frecuento los domingos	Sur	Concavo
La biblioteca más cercana	sur	Concavo
Centro comercial más cercano	Sur	Concavo
Hospital más cercano	Noroeste	obtuso
Salón comunal	Norte	Recto
Droguería más próxima	Este	Obtuso

Luego de terminar estas fases, se procedió a la explicación y aclaración de dudas por parte del docente, en la que se valoró el desempeño de los estudiantes tanto en el ejercicio práctico y operativo como en el intelectual. Aquí se percibió un cambio significativo con respecto al interés que ahora ellos mostraban por participar de ellas, así como por indagar acerca de la historia de dicho instrumento.

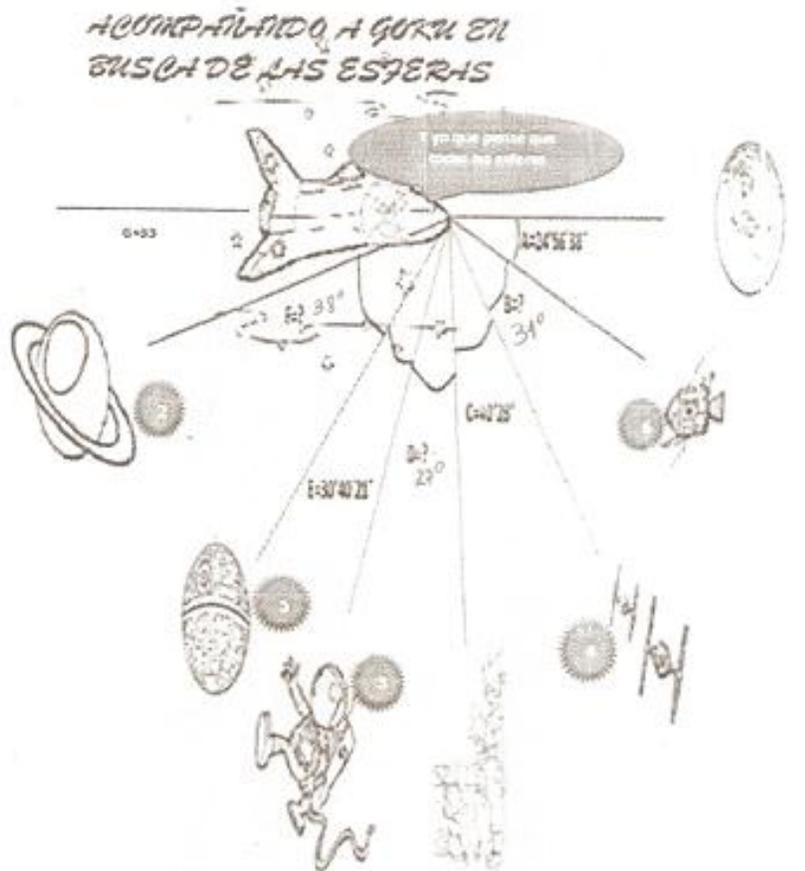
Ahora en la fase aplicativa la cual se ha denominado "Ponte a prueba", se encontró que se desempeñaron mucho mejor en cuanto a la clasificación de ángulos según su amplitud, el manejo adecuado del transportador para la respectiva medición de ángulos según su posición (complementarios y suplementarios).

IED LA TOSCANA-LISBOA GRADO SÉPTIMO

Taller de aplicación

Nombre: Fabrera Maresalva A. fecha _____

1. Goku viaja por el universo, en busca de las esferas del dragón y cree que todas ellas se encuentran en la tierra pero se acaba de enterar que ahí solo encontrara la 1 y la 7 por lo que debe hacer unos giros en la nave espacial para poder llegar a cada uno.

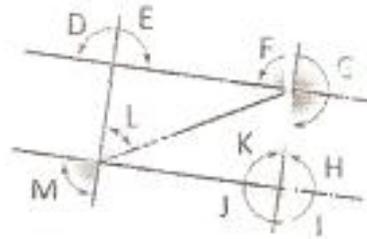
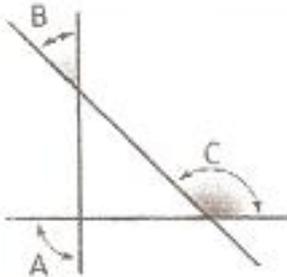


Goku no tiene idea del ángulo de giro que debe dar puesto que no sabe geometría, por lo que tendrás que ayudarlo.

1. Midiendo con ayuda del transportador los ángulos en los que no aparece su valor respectivo.
2. Dado que el maestro Karin es quien le dirá como encontrarías por lo que tendrás que operar los ángulos A, B Y C. para encontrar el ángulo de giro
3. Entre el planeta tierra y el planeta desconocido cual sería el ángulo de giro que tendrá que dar
4. Indica cual será el ángulo de giro para encontrar cada una de las esferas del dragón.
5. Indica el nombre de las esferas que se encuentran en la zona de ángulos agudos y la zona de ángulos obtusos
6. Ilustra el lugar donde se encuentran las esferas

Zona aguda	Zona obtusa
esfera 6 esfera 4	esfera 3 esfera 5 esfera 2
$2. A + B + C$ $A = 24^{\circ} 56' 38'' \quad B = 31^{\circ} \quad C = 40^{\circ} 28'$ $\begin{array}{r} 24^{\circ} 56' 38'' \\ + 31^{\circ} \\ + 40^{\circ} 28' \\ \hline 96^{\circ} 24' 38'' \Rightarrow 96^{\circ} 24' 38'' \text{ ángulo} \\ \text{de giro.} \end{array}$ $3. A + B + C + D + E$ $A = 24^{\circ} 56' 38'' \quad B = 31^{\circ} \quad C = 40^{\circ} 28'$ $D = 27^{\circ} \quad E = 30^{\circ} 40' 21''$ $\begin{array}{r} 24^{\circ} 56' 38'' \\ + 31^{\circ} \\ + 40^{\circ} 28' \\ + 27^{\circ} \\ + 30^{\circ} 40' 21'' \\ \hline 152^{\circ} 124' 59'' \Rightarrow 152^{\circ} 14' 59'' \text{ ángulo} \\ \text{de giro} \end{array}$	$4. \textcircled{6} 24^{\circ} 56' 38''$ $\textcircled{4} 55^{\circ} 56' 38''$ $\textcircled{3} 123^{\circ} 24' 38''$ $\textcircled{2} 154^{\circ} 4' 59''$ $\textcircled{5} 192^{\circ} 4' 59''$

2. Indica el nombre que corresponde a cada ángulo.



- A: Recto
- B: Agudo
- C: Obtuso
- D: Complementary
- E: Complementary
- F: Concave
- G: Concave
- H: Completo
- I: Completo
- J: Completo
- K: Completo
- M: Recto

3. Calcula y complete

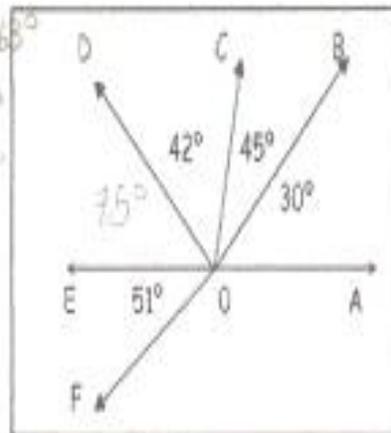
Angulo	complementario	suplementario
A= 45°	X= 45°	Y= 135°
B=80°	X= 10°	Y= 100°
C=16°	X= 74°	Y= 164°
D= 15°	X= 75°	Y= 165°
E=39°	X= 51°	Y= 141°

Módulo 2. (Fase diagnóstico), en este módulo, la intencionalidad fue la de: describir fenómenos astronómicos como el tiempo a través de la observación de sombras para el manejo de sistemas de medidas de ángulos, y reforzamiento en la medida y operaciones entre los mismos. Para lo cual se aplicó también un test que orientó a la verificación del manejo del estudiante en cuanto a las operaciones de suma y resta de ángulos. En lo que a las operaciones se refiere solamente 8 estudiantes de los 35 manejan adecuadamente los algoritmos necesarios para las operaciones entre ángulos cuando estos están dados en grados, minutos y segundos; lo que indica que la gran mayoría no reconoce el sistema sexagesimal.

Nombre Jose Alejandro **QUÉ TANTO SABES** Fecha _____

1.) Determinar el valor de los siguientes ángulos:

$$\begin{aligned} \angle AOC &= 30^\circ + 45^\circ \\ \angle BOD &= 45^\circ + 42^\circ \\ \angle AOE &= 120^\circ + 51^\circ \\ \angle AOF &= 120^\circ + 51^\circ \\ \angle BOE &= 45^\circ + 42^\circ + 165^\circ \\ \angle COF &= 42^\circ + 45^\circ + 51^\circ \\ \angle DOF &= 75^\circ + 51^\circ \end{aligned}$$

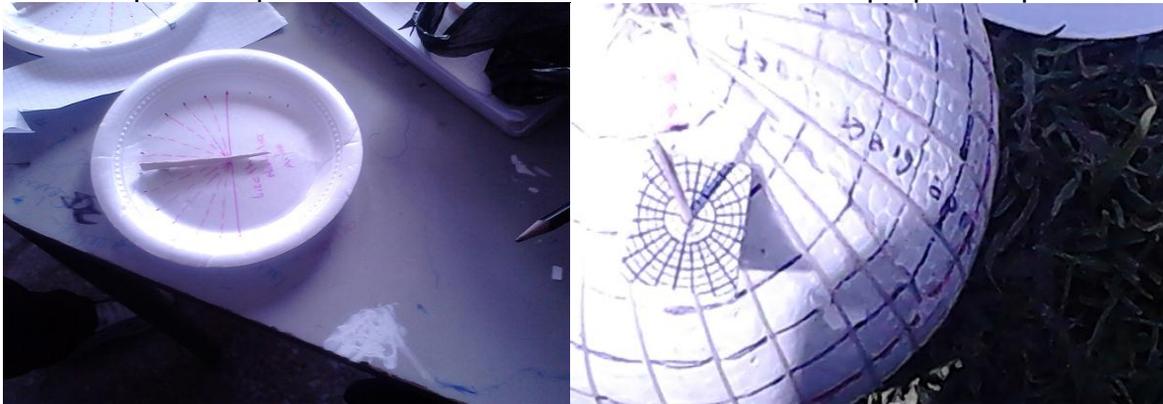


2.) Dados los siguientes ángulos:

$$\alpha = 23^\circ 45' \quad , \quad \beta = 120^\circ 40' 32'' \quad , \quad \gamma = 92^\circ 10' 20'' \quad \text{Calcula}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \alpha + \beta + \gamma &= \begin{array}{r} 23^\circ 45' \\ + 120^\circ 40' 32'' \\ + 92^\circ 10' 20'' \\ \hline 226^\circ 35' 52'' \end{array} \\ \text{b) } \beta - \alpha &= \begin{array}{r} 120^\circ 40' 32'' \\ - 23^\circ 45' \\ \hline 96^\circ 55' 32'' \end{array} \\ \text{c) } 2\alpha &= \begin{array}{r} 2\alpha \\ = 2(23^\circ 45') \\ = 46^\circ 90' \\ = 47^\circ 30' \end{array} \end{aligned}$$

Pasando a la fase operativa en la que ellos construyen el instrumento, en este caso el reloj de sol, se vuelve a presentar un situación similar a la del anterior modulo en la que estudiantes mostraron gran entusiasmo por desarrollar sus actividades y además por compartir o socializar los resultados de sus propias experiencias.



Para la medición y registro de las tablas se notó destreza en algunos y serias dificultades en otros en especial para el manejo del transportador.

Aunque las variaciones en la duración de los días solares y los días medios son pequeñas, su acumulación produce diferencias notables entre la hora solar verdadera y la hora solar media. Estas diferencias alcanzan un máximo de poco más de 14 minutos a mediados de febrero (cuando la hora solar verdadera va retrasada respecto a la hora solar media) y poco más de 16 minutos al principio de noviembre (cuando la hora solar verdadera va adelantada respecto a la hora solar media). Existen también otras dos variaciones menores a mediados de mayo (cuando la hora solar verdadera va adelantada aproximadamente 4 minutos) y a finales de julio (cuando la hora solar verdadera va atrasada un poco más de 6 minutos).

Las razones para estas diferencias se deben a dos causas independientes. La primera es que el plano del ecuador no es el mismo que el plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol, sino que está inclinado respecto de ella por lo que se conoce como el ángulo de oblicuidad. Y la segunda razón es que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es una elipse y no un círculo; por ello el movimiento aparente del Sol no es igual todo el año. El Sol parece moverse más rápido cuando la Tierra está más cerca de él.

TIEMPOS A REGISTRAR LOS MOVIMIENTOS DE LA SOMBRA

TABLA DE REGISTRO DE TIEMPOS Y MOVIMIENTOS DE LA SOMBRA PROYECTADA POR EL SOL

FECHA: _____

NOMBRE DEL OBSERVADOR: _____

HORA	ANGULO OBSERVADO	ANGULO ESPERADO	DIFERENCIA ENTRE EL ANGULO OBSERVADO Y EL ANGULO ESPERADO	HORA SOLAR
6:00 A.M	3	0	3	6:03 AM
6:30 A.M	9	7.5	1.5	6:31:30 AM
7:00 AM	17	15	2	7:02 AM
7:30 A.M	24	22.5	1.5	7:24:30 AM
8:00 A.M	32	30	2	8:02 AM
8:30 A.M	42	37.5	4.5	8:34:30 AM
9:00 A.M	49	45	4	9:04 AM
9:30 A.M	54	52.5	1.5	9:34:30 AM
10:00 A.M	62	60	2	10:02 AM
10:30 A.M	71	67.5	3.5	10:33:30 AM
11:00 A.M	80	75	5	11:05 AM

11:30 A.M	87	82.5	4.5	11:34:30 AM
12:00 M	93	90	3	12:03 M
12:30 P.M	100	97.5	2.5	12:32:30 PM
1:00 P.M	106	105	1	1:04 PM
1:30 P.M	114	112.5	1.5	1:34:30 PM
2:00 P.M	119	120	1	2:04 PM
2:30 P.M	130	127.5	2.5	2:32:30 PM
3:00 P.M	139	135	4	3:04 PM
3:30 P.M	146	142.5	3.5	3:34:30 PM
4:00 P.M	151	150	1	4:04 PM
4:30 P.M	160	157.5	2.5	4:32:30 PM
5:00 PM	167	165	2	5:04 PM
5:30 P.M	175	172.5	2.5	5:34:30 PM
6:00 P.M	184	180	4	6:04 PM

Hoja de operaciones

$$\begin{array}{l}
 3-0=3 \quad 9-7.5=1.5 \quad 12-15=2 \quad 24-22.5=1.5 \quad 32-30=2 \\
 42-37.5=4.5 \quad 49-45=4 \quad 59-57.5=1.5 \quad 62-60=2 \\
 71-67.5=3.5 \quad 80-75=5 \quad 87-82.5=4.5 \quad 93-90=3 \\
 100-97.5=2.5 \quad 106-105=1 \quad 114-112.5=1.5 \\
 120-119=1 \quad 130-127.5=2.5 \quad 139-135=4 \quad 146-142.5=3.5 \\
 151-150=1 \quad 160-157.5=2.5 \quad 167-165=2 \quad 175-172.5=2.5 \\
 184-180=4
 \end{array}$$

Una vez se finalizó con los registros, al igual que en el módulo 1 se procedió a iniciar el espacio para la puesta en común a partir de las ideas previas y las observaciones que se hicieron en las sombras proyectadas, nuevamente la participación aquí fue generalizada con argumentos más sólidos pues el primer módulo ya había dejado aportes conceptuales en cuanto a la medición de ángulos y su clasificación respectiva.

Una vez se contextualizó se pasó a la aplicación, aquí los estudiantes debieron llenar un crucigrama y operaciones de suma y resta en donde 23 estudiantes proyectaron un manejo ideal en cuanto a los algoritmos matemáticos requeridos.

Jose Alejandro

PONTE A PRUEBA

1. Crucigrama

HORIZONTALES

2. Matemático que midió el diámetro de la tierra
4. Sistema en el que mediremos los ángulos
5. Inclinação mutua de dos líneas
8. Llevaron la idea de sol a España
11. Segunda coordenada geográfica
12. Meridiano de referencia
14. Puntos extremos perpendiculares al plano del ecuador
15. líneas perpendiculares a los meridianos

VERTICALES

1. línea que divide el globo terráqueo y es perpendicular a los polos
3. Objeto que arroja sombra
6. Primera coordenada geográfica
7. Lo que proyecta el gnomon
9. Separaciones perpendiculares al ecuador
10. Astro utilizado para la descripción del tiempo
13. corresponde a 15 grados

5. Conclusiones y recomendaciones generales

5.1 Conclusiones

Uno de los aspectos que más llamó atención en la aplicación de estos dos módulos, fue el interés permanente que proyectaron aquellos estudiante, que regularmente se muestran apáticos en el desarrollo de actividades que a diario se proponen al interior del aula, lo que lleva a pensar que a veces como docentes nos quedamos cortos en la planeación de actividades que en realidad causen un impacto en el aprendiz.

En cuanto al aspecto conceptual se pudo comprobar que un número reducido del grupo llega con algunas ideas respecto de los ángulos, definición, medición y clasificación y que quizás esto les ha permitido un mejor desempeño en cursos donde se requiere de su aplicación; pero, de igual forma, se presentan muchas falencias en su desempeño.

Las actividades transversales como se demostró en las que se sugieren en los tres módulos que componen la propuesta didáctica aparte de ser viables, resultan ser atractivas para nuestros educandos como quedó demostrado en donde desarrollaron habilidades para la clasificación de ángulos, medidas y operaciones en diferentes contextos. Dada las condiciones en las que se desarrollaron los módulos fue muy satisfactorio para mí el ver cómo los padres acompañaban a sus hijos en los espacios donde se citaron lo cual nos lleva a concluir que ellos también están interesados en el aspecto formativo de sus acudidos.

En lo personal considero que mejora la relación estudiante docente puesto que aunque el escenario académico es el mismo, con los mismos intereses, el cambio de rol en el estudiante incide en sus cambios comportamentales, debido a que constantemente están tomando decisiones y, lo que es mejor, esas decisiones son valoradas tanto por el docente como por sus compañeros mismos.

No me equivoqué al considerar que el estudio de los fenómenos astronómicos es un instrumento de persuasión para enganchar al estudiante al conocimiento debido a que así haya sido a manera rudimentaria ellos han tenido contacto con estos

saberes, bien sea por aquellos encuentros familiares donde las personas mayores exponían sus conocimientos propios acerca del estudio del cielo, que haya visto este tipo de fenómenos a través de medios informativos o algunos de los términos propios de la astronomía le son familiares puesto que son los mismos que ellos identifican en dibujos animados como caballeros del zodiaco.

5.2 Recomendaciones

En la implementación de estrategias didácticas como la que se presenta en el presente documento, se sugiere organizar muy bien los tiempos en los cuales se va a desarrollar, puesto que los cambios climáticos son una variable determinante para su desarrollo, en cuanto a la utilización del astrolabio se debe hacer claridad a los estudiantes que a través del popote evítese mirar directamente al sol, en lo que a la construcción de la brújula se refiere, esta actividad se puede establecer transversalidad con aspectos de las Ciencias Naturales utilizando como pretexto la incidencia de los campos magnéticos.

A. Instrumentos de indagación saberes previos

COLEGIO: LA TOSCANA-LISBOA

Actividad: Diagnostico

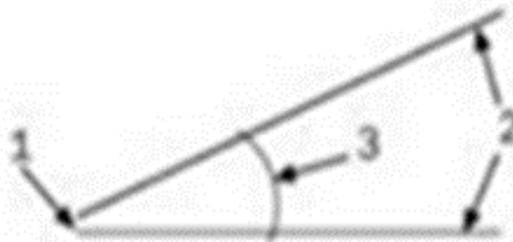
Tema: Ángulos

Nombre _____ Curso Séptimo Fecha _____

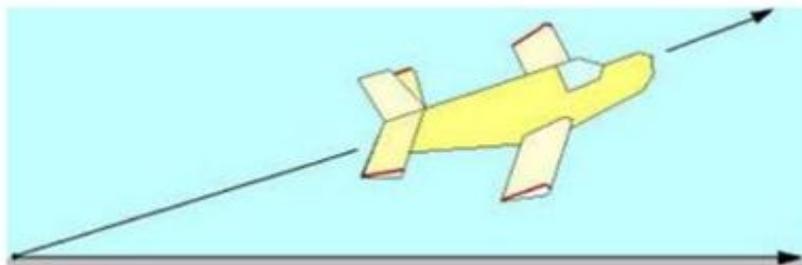
Docente aplicador: Guzmán Olmedo Angarita Molina

Objetivo: identificar los saberes previos de estudiantes de grado séptimo en cuanto al concepto de ángulos y los sistemas de medición.

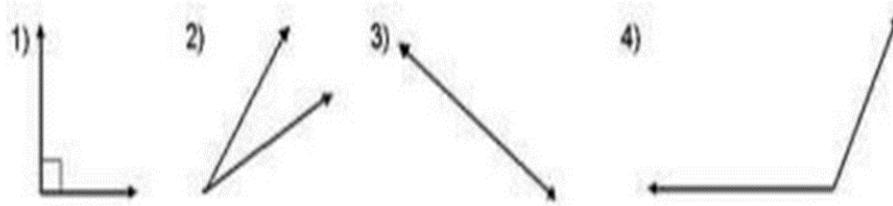
1. Escribe el nombre de las partes señaladas en este ángulo



2. La trayectoria que describe el avión forma un ángulo con la horizontal, de acuerdo a la amplitud formada entre las dos líneas ¿Qué clase de ángulo se forma?



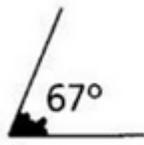
3. Indica el nombre de cada ángulo teniendo en cuenta su amplitud



4. Relaciona las dos columnas teniendo en cuenta la medida del ángulo.

<u>Amplitud</u>	<u>Tipo de ángulo</u>
15°	Llano
90°	Agudo
39°	Obtuso
150°	Completo
180°	Recto
360°	
100°	
45°	

5. Dibuja y escribe la medida del ángulo complementario de cada uno de los siguientes ángulos:

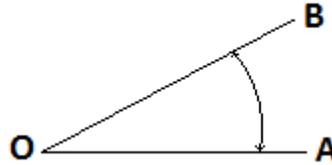


6. Dibuja y escribe la medida del ángulo suplementario de cada uno de los siguientes:



7. Dibuja con ayuda de un transportador un ángulo recto, uno menor de 90° , otro de amplitud dos rectos.

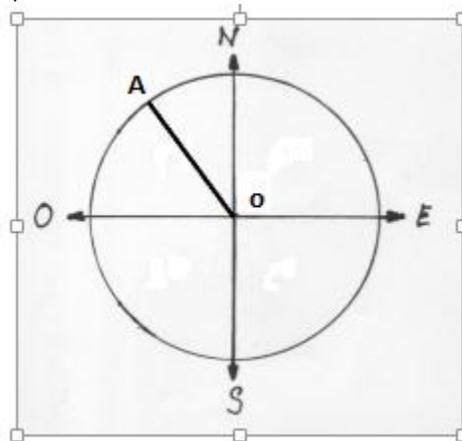
La figura corresponde a la representación geométrica de un ángulo.



8. El ángulo de la figura se nota de la siguiente manera
- A. $\angle OAB$
 - B. $\angle AOB$
 - C. $\triangle AOB$
 - D. $\triangle OAB$

Información para la pregunta 11

La figura representa una circunferencia dividida en cuatro porciones, de acuerdo a las orientaciones que pueden leer en una brújula, en donde se pueden ubicar los puntos cardinales N, S, E, Y O.



9. De acuerdo con la información dada en el grafico si tu casa se encuentra en el punto A y o representa el lugar donde te encuentras, se podría afirmar que la dirección que indica la recta OA forma un ángulo con la horizontal comprendido entre:
- A. 90° y 180°
 - B. 180° y 270°
 - C. 0° y 90°
 - D. 270° y 360°
10. ¿Qué unidad de medida conoces para calcular la amplitud de un ángulo?

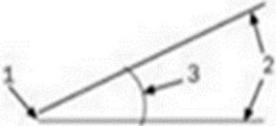
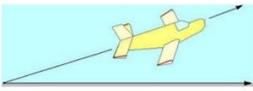
Rta _____ explica con tus palabras su significado

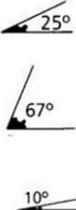
11. Explica la forma en que mides los ángulos

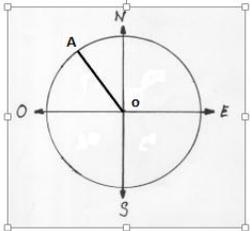
12. Construye dos ángulos comprendidos:
- a. Entre 75° y 86°
 - b. Entre 60° y 185°

Análisis del diagnóstico

Instrumentos de evaluación

saber a evaluar	Respuesta esperada	Respuesta obtenida	observaciones
<p>1. Escribe el nombre de las partes señaladas en este ángulo</p> 	<p>Se espera que el estudiante se posicione en al gráfico y ubique los nombres</p> <ul style="list-style-type: none"> 1- Vértice 2- Lados inicial y lado terminal 3- Angulo 	<p>Los estudiante en un 22% indicaron correctamente las partes del ángulo, el restante coincidió en indicar que 1 corresponde al vértice</p>	<p>Todos reconocen que para que haya un ángulo debe existir un punto en común que compartan dos líneas pero desconocen el resto de partes del ángulo</p>
<p>2. La trayectoria que describe el avión forma un ángulo con la horizontal, de acuerdo a la amplitud formada entre las dos líneas ¿Qué clase de ángulo se forma?</p> 	<p>A partir de la amplitud de los ángulos el estudiante asociara su clasificación de acuerdo a su amplitud, es una respuesta cerrada y se espera que la respuesta que él de sea que es un ángulo agudo</p>	<p>En esta pregunta la totalidad de los estudiantes coincidió en que el nombre del ángulo descrito por la trayectoria del avión es agudo</p>	<p>Hay manejo conceptual en cuanto a la clasificación de ángulos según su amplitud.</p>
<p>3. Indica el nombre de cada ángulo teniendo en cuenta su amplitud</p> 	<p>Nuevamente partiendo de la clasificación de ángulos según su amplitud, se espera que respondan:</p>	<p>Algunos coincidieron en dar el nombre a los ángulos 1, 2 y 4, otros optaron por</p>	<p>En general asocian la clasificación de ángulos según su amplitud a través de su vals numérico, solo reconocen tres</p>

	<p>1- Recto 2- Agudo 3- Llano 4- Obtuso</p>	<p>medir antes de dar respuesta. Ninguno dio respuesta por el ángulo 3</p>	<p>ángulos en esta clasificación</p>
<p>4. Relaciona las dos columnas teniendo en cuenta la medida del ángulo.</p>	<p>Aquí se proporcionó un listado de medidas de ángulos dado en el sistema sexagesimal, y los nombres de cada uno según su apertura él deberá asociar la medida con su nombre correspondiente</p>	<p>La respuesta esperada fue la que se dio en el 100% de los estudiantes</p>	<p>Esto refuerza la idea de que solo asocian esta clasificación solo desde la parte numérica</p>
<p>4 Dibuja y escribe la medida del ángulo complementario de cada uno de los siguientes ángulos:</p> 	<p>Se indaga sobre el conocimiento de la clasificación de ángulos según su posición, se espera la siguiente respuesta</p> <p>1- 65° 2- 23° 3- 80°</p>	<p>En esta pregunta no se obtuvo respuesta en la mayoría de los estudiantes un grupo minúsculo optó por reproducir los ángulos al frente.</p>	<p>Hay un desconocimiento total en el criterio de clasificación de ángulos según su posición</p>
<p>5 Dibuja y escribe la medida del ángulo suplementario de cada uno de los siguientes:</p> 	<p>De igual forma se valora el conocimiento acerca de la clasificación de ángulos según su posición</p> <p>1- 130° 2- 135° 3- 30°</p>	<p>En esta pregunta no se obtuvo respuesta en la mayoría de los estudiantes un grupo minúsculo optó por reproducir los ángulos al frente.</p>	<p>Hay un desconocimiento total en el criterio de clasificación de ángulos según su posición</p>
<p>La figura corresponde a la representación geométrica de un ángulo.</p>	<p>Es una pregunta de selección múltiple con única respuesta</p>	<p>Como se esperaba mayoría de los</p>	<p>Los estudiantes hicieron en su mayoría la relación</p>

<p>6 El ángulo de la figura se nota de la siguiente manera</p> <p>A.<OAB B.<AOB C.ΔAOB D.ΔOAB</p>	<p>en donde se presume que el estudiante asociara el símbolo del ángulo para su notación correcta, además utilizara las letras en mayúscula en su orden respectivo, se espera que haya que un alto porcentaje de los estudiantes se ubique en los ítem A y B.</p>	<p>estudiantes indicaron el ítem B que es la más estructurada de las cuatro respuesta, otro tanto se inclinó por el ítem A, que tiene una similitud con la B, solo dos estudiantes de los 30 marcaron el ítem C</p>	<p>adecuada con el símbolo <, lo que favoreció enormemente su acierto.</p>
<p>La figura representa una circunferencia dividida en cuatro porciones, de acuerdo a las orientaciones que pueden leer en una brújula, en donde se pueden ubicar los puntos cardinales N, S, E, Y O.</p>  <p>7 De acuerdo con la información dada en el gráfico si tu casa se encuentra en el punto A y o representa el lugar donde te encuentras, se podría afirmar que la dirección que indica la recta oA forma un ángulo con la horizontal comprendido entre:</p> <p>A.90° y 180° B.180° y 270° C. 0° y 90° D. 270° y 360°</p>	<p>En esta pregunta se pretende que el estudiante haga la relación respectiva de la división de la circunferencia en cuatro cuadrantes y que cada uno represente la medida d 90°, por tanto se pretende que se incline por el ítem A.</p>	<p>Solo el 40% de los estudiantes marcaron la respuesta correcta mientras que el restante se inclinaron por los ítems B y C.</p>	<p>Aquí no evidenciaron mucha seguridad y en algunos casos trataron de ayudarse con el transportador. No demuestran no identificar la circunferencia como la medida del ángulo completo</p>
<p>8 Para la medida de la amplitud de los ángulos, se usan algunos sistemas de medición; ¿Cuál o cuáles de ellos conoces? Resp</p> <p>_____</p>	<p>Dados los contenidos que se trabajan en el nivel de básica primaria, el sistema de</p>	<p>La mitad de los estudiantes indicaron que la unidad de medida de los</p>	<p>Dadas las respuestas se notaron varios niveles conceptuales en los subgrupos, situación que podría</p>

<p>_____</p> <p>_____</p> <p>Explica con tus palabras su significado</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>medición trabajado es el sistema sexagesimal, por tanto la respuesta que se espera den los estudiantes es el grado sexagesimal y que a su vez den su significado como la partición de la circunferencia en 360 partes asignándole como nombra a cada parte como grado sexagesimal</p>	<p>ángulos es el grado, pero la segunda respuesta no es muy consistente lo que indica que no hay claridad en cuanto al sistema de numeración utilizado para su medida. Un pequeño grupo indico que la unidad de medida es el transportador lo que permite concluir que confunden términos como instrumento de medición y unidad de medida. Y un último grupo prefirió no responder a la pregunta lo que indica que no hay interés por el tema</p>	<p>darse debido a diferentes variables tales como las poblaciones flotantes entre los estudiante, la adquisición de falsas acepciones propias de un aprendizaje erróneo.</p>
<p>¿Qué procedimiento utilizas para medir la amplitud de los ángulos?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>En esta pregunta se sugiere al estudiante la que ilustre la forma correcta de medir un ángulo, para lo que se le facilitó un transportador</p>	<p>La gran mayoría indicó la importancia de utilizar aquel punto en la regla que se ubica en el centro al que denominaron algunos como punto de</p>	<p>El grupo mostro no ser muy diestro con la medida de los ángulos, ya que se le sugirió la medida de algunos ángulos y solo dos estudiantes lo hicieron correctamente, mientras que el resto del grupo se</p>

		referencia; sin embargo, no especificaron más afirmando que así miden los ángulos.	mostraron inseguros por lo que no lo pudieron hacer.
--	--	---	---

CONCLUSIONES DEL DIAGNÓSTICO

- El grupo reconoce ciertos conceptos de medición de ángulo, pero solo asociado a lo numérico.
- Solo reconoce el vértice como una de las partes de un ángulo
- Solo reconoce un criterio de clasificación de ángulos (según su amplitud)

ANEXO A-1

Ejemplos de respuestas dadas por los estudiantes

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
MAESTRIA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
COLEGIO: LA TOSCANA-LISBOA

TALLER DIAGNOSTICO "ANGULOS"

Nombre: Javier Lopez - Juan niño - Juan antillano Fecha: 5/8/13 Curso: 702

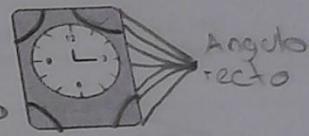
Objetivo: identificar los saberes previos de estudiantes de grado séptimo en cuanto al concepto de ángulos y los sistemas de medición.

1. Escribe el nombre de las partes señaladas en este ángulo

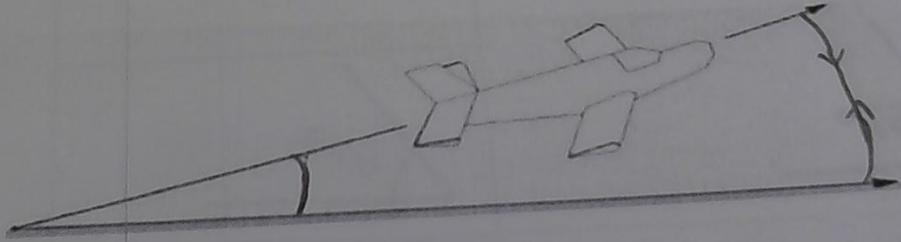
1º AGUDO
2º OBTUSO



2. Señala los diferentes ángulos que se observan en las figuras



3. La trayectoria que describe el avión forma un ángulo con la horizontal, de acuerdo a la amplitud formada entre las dos líneas ¿Qué clase de ángulo se forma?



Rta Agudo

4. Indica la clase de cada ángulo teniendo en cuenta su amplitud

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
MAESTRÍA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
COLEGIO: LA TOSCANA-LISBOA

TALLER DIAGNOSTICO "ANGULOS"

Nombre: Juan David Orjuela A. Ronald Lozano Fecha: 05-ago-2013 Curso: 7-2 JUT
Objetivo: identificar los saberes previos de estudiantes de grado séptimo en cuanto al concepto de ángulos y los sistemas de medición.

1. Escribe el nombre de las partes señaladas en este ángulo

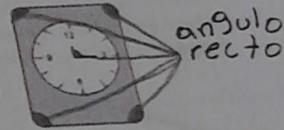
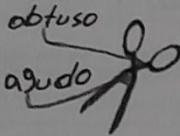
1- agudo

2- obtuso

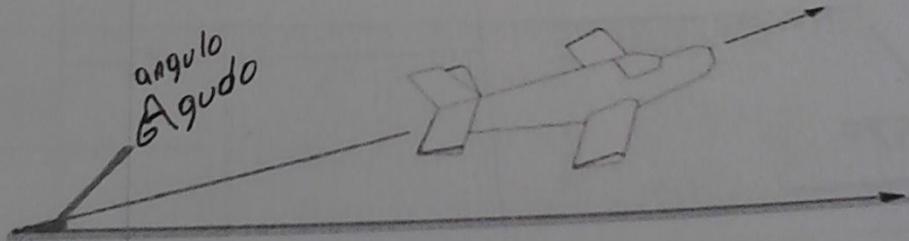
3- recto



2. Señala los diferentes ángulos que se observan en las figuras

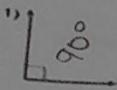
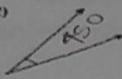
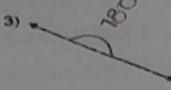
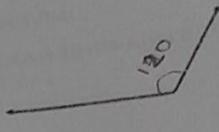


3. La trayectoria que describe el avión forma un ángulo con la horizontal, de acuerdo a la amplitud formada entre las dos líneas ¿Qué clase de ángulo se forma?



Rta Angulo agudo

4. Indica la clase de cada ángulo teniendo en cuenta su amplitud

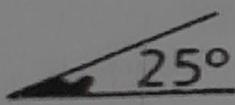
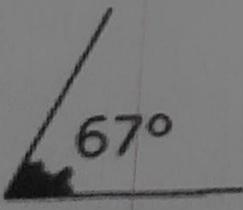
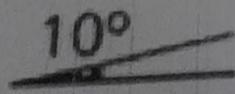
1)  2)  3)  4) 

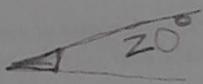
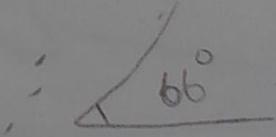
1 90°
 2 45°
 3 180°
 4 120°

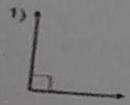
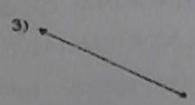
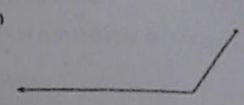
5. Relaciona las dos columnas teniendo en cuenta la medida del ángulo.

Amplitud	Tipo de ángulo
15°	Llano
90°	Agudo
39°	Obtuso
150°	Completo
180°	Recto
360°	
100°	
45°	

6. Dibuja y escribe la medida del ángulo complementario de cada uno de los siguientes ángulos:

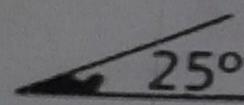

1)  2)  3)  4) 

1 Recto
 2 Obtuso
 3 Agudo
 4 Recto

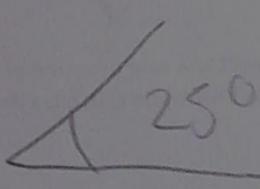
5. Relaciona las dos columnas teniendo en cuenta la medida del ángulo.

Amplitud	Tipo de ángulo
15°	Llano
90°	Agudo
39°	Obtuso
150°	Completo
180°	Recto
360°	
100°	
45°	

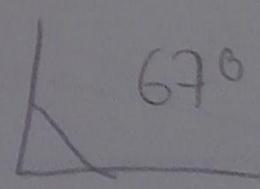
6. Dibuja y escribe la medida del ángulo complementario de cada uno de los siguientes ángulos:



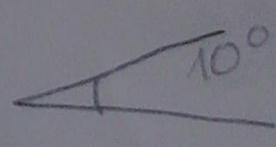
25°



25°



67°



10°

B. PROPUESTA

A partir de la experiencia como docente de Geometría en el colegio de la Toscana-Lisboa se ha podido apreciar dificultades en el desempeño académico de estudiantes del ciclo III en cuanto a la percepción espacial, y manejo conceptual en los saberes propios de la disciplina, tales como: ángulos, su medición, su clasificación y operaciones de suma y resta entre los mismos. De igual forma se ha podido percibir la motivación que tienen ellos por indagar acerca del cielo, el movimiento de los astros y en general el estudio de fenómenos astronómicos, esto se evidencia en su participación activa en conversaciones sobre temas alusivos y en el desarrollo de la actividad de aula sugerida del curso de enseñanza de la Astronomía.

En la presente propuesta se propone un trabajo interdisciplinario desde las áreas de las Ciencias Naturales (Astronomía), con actividades propias de la Geometría y el Lenguaje⁸, y en menor medida las ciencias sociales para los que asocia los puntos cardinales, y los husos horarios conceptos propios del área y que son mencionados en los estándares, así como las coordenadas geográficas.

En el campo de las Matemáticas como se ha venido mencionando en este trabajo en el que el tema central son los ángulos, los sistemas de medidas que se manejan y su clasificación, aquí el estudiante tendrá la posibilidad de describir el movimiento del sol y de la luna por medio de instrumentos como el reloj de sol y el astrolabio. De igual forma reconocerá la orientación magnética por medio de la brújula casera de donde se orientará desde su entorno inmediato. A partir de estas observaciones clasificará los ángulos de acuerdo a su medida, establecerá comparaciones entre un grado sexagesimal y un grado tiempo, y resolverá problemas propios de adición y sustracción de ángulos.

⁸ En este último el estudiante tendrá la necesidad de buscar la forma de comunicar los resultados de las observaciones a través de bitácoras, en informes escritos.

La propuesta consta tres módulos, en los que el estudiante es un constructor activo de su aprendizaje en el que él construye los escenarios propicios, luego pasa a identificar los fenómenos de estudio que en este caso vendrían siendo los movimientos del sol y la luna, y la orientación de la aguja luego de ser cargada magnéticamente. Más adelante viene la fase de comunicación en la que debe llevar una bitácora de dichos movimientos y, finalmente, resolverá problemas utilizando las ideas desarrolladas en sus experiencias.

De acuerdo a la experiencia se puede afirmar que los niños disfrutaban con mayor intensidad el trabajo de campo, puesto que allí despliegan sus esfuerzos para el desarrollo de las mismas, es esta una de las razones por las cuales se ha orientado el presente trabajo hacia el estudio de movimientos de astros para el que se requiere como aula de trabajo el cielo abierto.

Módulo 1:

Este módulo se inicia con preguntas motivadoras por parte del profesor como ¿sabes hacia donde queda el norte?, ¿de qué forma te orientas?, una vez generada la discusión el profesor hace que los estudiantes lleven una bitácora en la cual van escribiendo las preguntas, luego de definir los puntos cardinales, se pasa a la parte operativa en que de acuerdo a la instrucciones dadas, cada estudiante construye su propia brújula casera haciendo las anotaciones respectivas de acuerdo a la posición que toma la aguja dependiendo del tiempo que tarda la aguja en cargarse magnéticamente. Una vez identificado el norte se procede a marcar los otros tres puntos cardinales y de aquí se sugieren preguntas como ¿Qué clase de ángulos forman los cuatro puntos cardinales?, así mismo se indican sitios de los cuales el estudiante dará razón de su ubicación haciendo uso adecuado del lenguaje, finalmente se aplicará un taller evaluativo y de autoevaluación que permita que el estudiante reflexione acerca de su desempeño antes, durante y después de las actividades del módulo.

4.2 Módulo 2

Al igual que en el primer módulo el docente sugiere unas preguntas problematizadoras tales como ¿sabes por dónde sale el sol?, ¿En qué posición se encuentra cuando es medio día? Una vez generada la discusión el profesor hace que los estudiantes lleven una bitácora en la cual van escribiendo las preguntas, luego de la discusión colectiva, se pasa a la parte operativa en que de acuerdo a la instrucciones dadas, cada estudiante construye su propio reloj de sol (unos el horizontal y otros el globo terráqueo) haciendo las anotaciones respectivas de acuerdo a la posición de la sombra generada por el gnomon, dependiendo de la hora en que se hace la observación. Estos puntos serán registrados en una tabla que luego será socializada en el grupo para discutir acerca de las variables y el porqué de la diferencia en los resultados si es que la hay. Así mismo se evaluará en el caso del reloj globo terráqueo las razones por las cuales a la misma hora no se proyectó la misma sombra en varios relojes, finalmente se aplicará un taller evaluativo y de autoevaluación que permita que el estudiante reflexione acerca de su desempeño antes, durante y después de las actividades del módulo.

4.3 Módulo 3

A diferencia de los dos módulos anteriores el estudiante adelantará la fase de observación, toma de datos en forma autónoma, dadas las características del astro, este será un trabajo nocturno y se pondrá a prueba la experiencia adquirida en las dos experiencias anteriores para la construcción de su bitácora, por lo demás el trabajo de este módulo tiene la misma estructura, preguntas problematizadoras como ¿Qué dirección tiene la trayectoria de la luna?, parte operativa en donde a partir de las instrucciones dadas el estudiante construirá su propio astrolabio, el registro de la información, el taller evaluativo y la autoevaluación.

Con el propósito de orientar mejor el desarrollo de la propuesta didáctica, se han elaborado unos mapas conceptuales que se presentan en el anexo B y que aterrizan el desarrollo de las actividades en el marco de la pedagogía activa y el cambio conceptual.

Los tres módulos que componen esta unidad didáctica fueron diseñados pensando en favorecer el trabajo grupal, en ellos se comienza por una pregunta generadora que permite la participación de los estudiantes, pretendiendo generar conflictos o crisis cognitivas en los estudiantes, como lo sugieren las actuales tendencias pedagógicas, las cuales proponen que se debe indagar en cuanto a lo que sabe el estudiante al momento de iniciar un proceso de aprendizaje y si es posible propiciar un desaprender si las ideas que trae son erróneas. Esto es posible en la medida que el estudiante se motive y sea participe de la construcción colectiva de saberes en donde el confronta sus ideas con las nuevas y las integra.

C. Módulos que componen la Propuesta didáctica

*UNIDAD DIDÁCTICA LOS
ÁNGULOS A PARTIR DEL
POSICIONAMIENTO
ASTRONÓMICO*



1. ELEMENTOS PREVIOS
 - 1.1 Título de la unidad didáctica
 - 1.2 Justificación
 - 1.3 Contexto
 - 1.4 Población
 - 1.5 Tiempos
2. ASPECTOS CURRICULARES
 - 2.1 Objetivo general
 - 2.2 Objetivos específicos
 - 2.3 Estándares
 - 2.4 Conceptualización
 - 2.5 Criterios de evaluación
 - 2.6 Metodología
 - 2.7 Actividades de aprendizaje

- a. Actividad 1. Presentación de la unidad
- b. Actividad 2. Taller diagnóstico
- c. MÓDULO 1. La brújula (construcción, observación de fenómenos, discusión, reforzamiento evaluación).
- d. Actividad 5 círculo solar (El círculo solar(construcción, observación de fenómenos, discusión, reforzamiento, evaluación)
- e. MÓDULO 2. El reloj de sol El círculo solar (construcción, observación de fenómenos, discusión, reforzamiento, evaluación).

JUSTIFICACIÓN

La necesidad de propiciar escenarios favorables para el aprendizaje Geometría es cada vez más notorio, debido a que ella proporciona herramientas conceptuales para el desempeño en diferentes campos, tales como el científico, académico, laboral entre otros, Además la ausencia parcial de algunos conceptos, la desaparición casi en su totalidad del currículo en IED La Toscana-Lisboa, y la carencia de hábitos de estudio hacen del estudio de la Geometría en los estudiantes una de las actividades que menos despiertan interés.

La importancia del desarrollo de habilidades en la medición de ángulos, se soporta en que estos están presentes en muchos de los fenómenos de estudio a los cuales nuestros estudiantes se enfrentan; por ejemplo, y en la descripción de un diagrama de cuerpo libre, el análisis de un movimiento en forma parabólica, movimiento armónico simple, etc. De igual forma se requiere de habilidades para el desenvolvimiento en el campo de la Trigonometría, para la resolución de problemas mediante la modelación geométrica.

Sin embargo, y a pesar de lo sugerido por los estándares básicos del Ministerio de Educación; para los grados inmediatamente anteriores en los que se supone un dominio del estudiante en cuanto al dominio en la comparación y clasificación de polígonos de acuerdo a sus componentes (ángulos y vértices), además se exige un manejo del estudiante en la identificación, representación y utilización de ángulos de giro, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas. Se carece de una estructura curricular que garantice la consecución de tales propósitos en el IED La Toscana-Lisboa.

Erróneamente se ha pensado en la institución que, la solución a este problema radica en la asignación de un espacio para la enseñanza de la Geometría, destinando una hora semanal en los grados de Primero a Noveno, lo que hace pensar que el estudiante de grado sexto del Colegio de La Toscana-Lisboa, no tendría dificultades en cuanto a la medición de ángulos; aunque, y después de haber

hecho un ejercicio diagnóstico con ellos se encontró con que existen muchas dificultades en la descripción de un ángulo para lo cual se requiere de la apropiación de un lenguaje apropiado, (se hace referencia a la forma y como notan los ángulos, el nombre que reciben los instrumentos de medición), en este sentido se encontró que los estudiantes tienen dificultades para la notación de ángulos a pesar de la información suministrada, de igual forma no diferencian reglas como el compás y transportador sin la necesidad de ser presentados.

Una segunda dificultad es que ellos no reconocen la circunferencia como la medida del ángulo completo, y por tanto no posicionan los ángulos de acuerdo al cuadrante donde se encuentra el lado terminal de un ángulo. En consecuencia con estas dificultades difícilmente el estudiante no tendrá muchas posibilidades en su desempeño escolar en campos más complejos como la demostración de teoremas, la geometría espacial y la trigonometría.

Como una alternativa de solución se propone una actividad en la que se centren sus metas en el significado de ángulos, el manejo de la medición de ángulos, la unidad de medida y el sistema de medición, a partir de la exploración, puesta a prueba, y la construcción individual y colectiva de dichos significados

En la presente unidad didáctica se presenta algunas actividades de carácter experimental y observacional, haciendo uso de la astronomía de posición y su historia como pretexto para el estudio de los ángulos, que aunque en la mayoría de los libros son poco tratados representa especial importancia, para la Geometría plana y del espacio.

Como estructura de cada actividad se sugiere en primera instancia, la construcción de objetos sencillos tales como la brújula, el círculo solar, el reloj de sol y el astrolabio con materiales que en su mayoría serán reutilizados, luego viene la fase observacional en la que el estudiante llevará un registro de las diversas posiciones de los astros sugeridos que en nuestro caso es el Sol y la Luna. A continuación se sugieren unos ejercicios que llevan a la discusión grupal a partir de los cuestionamientos, considerando los conocimientos previos, la observación y los saberes propios de la disciplina, para la construcción colectiva de conceptos, luego se desarrollará un taller aplicativo como reforzamiento y, finalmente, se aplicará la evaluación del aprendizaje.

OBJETIVO GENERAL

Propiciar el desarrollo de competencias matemáticas en el análisis, identificación, clasificación de ángulos y sus sistemas de medidas, a partir del posicionamiento astros.

- f. MÓDULO 3. El astrolabio El círculo solar (construcción, observación de fenómenos, discusión, reforzamiento, evaluación).

Reconocer situaciones de su medio habitual para cuya comprensión o tratamiento se requieran operaciones elementales de cálculo, formularlas mediante formas sencillas de expresión matemática o resolverlas utilizando los algoritmos correspondientes, valorar el sentido de los resultados y explicar oralmente y por escrito los procesos seguidos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

1. **Desarrollar habilidades en la construcción de instrumentos sencillos de posicionamiento astronómico.**
2. **Reconocer la utilidad de los instrumentos sencillos de posicionamiento astronómico.**
3. **Reconocer criterios de clasificación de ángulos**
4. **Desarrollo de destrezas con la suma y resta de ángulos.**

Competencias

2.3.- COMPETENCIAS

Matemática:

Realizar operaciones básicas de conversión entre las diferentes unidades de medida utilizadas en la medida de la amplitud de los ángulos.

Reconocer sus símbolos de carácter astronómico y geométrico.

Comunicación lingüística:

Interpretar los diferentes fenómenos apreciados mediante los instrumentos de posicionamiento astronómico y asociarlos con la Geometría.

Representar, interpretar y comprender las unidades de medida de los ángulos y saber utilizarlos de forma correcta tanto en expresiones orales como escritas.

Conocimiento e interacción con el mundo físico:

Aplicar la medida de los ángulos y su amplitud en la resolución de los problemas cotidianos.

Estándares

Hacer conjeturas y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.

CONTENIDOS

El ángulo como medida de un giro o abertura.

El sistema sexagesimal.

Medida de ángulos y uso de instrumentos convencionales para medir ángulos.

Cálculo sencillo con medidas angulares.

Clasificación de ángulos según su posición y su medida

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

1. Identifica ángulos a partir de la observación y señala sus partes.
2. Discrimina los graduadores de ángulos dependiendo del sistema en que mide los ángulos.
3. Clasifica ángulos rectos, agudos y obtusos a partir de su medida en grados.
4. Conoce el significado de amplitud de un ángulo.
5. Conoce las unidades de medida utilizadas para medir la amplitud de los ángulos.
6. Realiza cambios de unidades dentro del sistema y reconoce la relación sexagesimal existente.
7. Valora el lenguaje matemático y astronómico como recurso que facilita el almacenamiento y la transferencia de información.

METODOLOGÍA.

La metodología está orientada a los aspectos instruccionales que el maestro utiliza para la enseñanza, además se enfatizará en la caracterización de la población, los saberes previos así como los intereses de los mismos. Estos aspectos implican un enfoque motivador para el estudiante, que se ve involucrado en su proceso de aprendizaje buscando ante todo la autonomía.

Teniendo en cuenta los principios de las teorías constructivistas del aprendizaje que se han mencionado, es el alumno o alumna quien elabora y construye sus estructuras de conocimiento. El profesor/a deberá actuar como guía u orientador y establecer la relación entre lo que el alumno estará frente a los fenómenos de estudio, incorpora sus nuevos saberes y los relaciona con los que trae para la construcción de nuevas estructuras.

Por tanto se orientará la programación hacia los principios metodológicos y didácticos o de mediación pedagógica considerados como la base de todos los procesos de enseñanza-aprendiz. Estos son: el principio de **aprestamiento**, el de **manos a la obra**, el de **observación y recolección de la información**, el de **Aprender a aprender**, el de **Intuición**, el **Significativo**, el de **Globalización** y el de **Socialización**.

Para llevar a cabo todo este entramado, pensado en el deber del estudiante y de los contenidos de los estudiantes se habrá de considerar los siguientes condicionamientos:

- Relacionar las actividades escolares con la vida cotidiana del alumno y alumna, y con sus experiencias obtenidas en todos los ámbitos, para tomar conciencia de la progresiva complejidad de éstos.
- Facilitar la construcción de aprendizajes enlazando los nuevos contenidos escolares con los que ya han integrado. Afianzar las destrezas instrumentales básicas valorando su incidencia en las demás áreas.
- Consolidar un método de estudio para enfrentarse con éxito a cualquier situación.
- Profundizar la reflexión sobre las causas y efectos de hechos y acontecimientos sociales, y las relaciones entre los elementos que intervienen en ellos.
- Atender a la diversidad de los alumnos, tanto para compensar carencias instrumentales como para motivarles a pensar, razonar y reflexionar.

Al momento de direccionar temporalmente cada sesión, se recomienda la siguiente secuencia:

1. Repaso de los contenidos de la sesión anterior y su relación con los contenidos de la sesión que comienza.
2. Explicación del objetivo de la sesión.
3. Identificación de los saberes previos.
4. Desarrollo de actividades y contenidos.
5. Cierre de la sesión.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE.

1. Presentación de la actividad

MÓDULO 1: ÁNGULOS Y LA BRUSULA

Introducción

- **Antes de empezar**
- **Qué tanto sabes**
- **Práctica de construcción y observación**
- **Contextualización**
- **Ángulos y definición**
- **Sistemas de medida**
- **Clasificación de ángulos en función de su medida**

- **Clasificación de ángulos según su posición**
- **Operaciones de suma y resta**
- **Dibujando ángulos**
- **Actividades de evaluación**

- **Preguntas tipo test**
- **Taller de profundización**
- **Emparejamiento**
- **Crucigrama**
- **Información adicional**
- **Amplía tus conocimientos**
- **Bibliografía**

Introducción

Estrategia metodológica: diagnóstico

Tipo: Actividad de construcción, observación, aplicación.

Desarrollo: al iniciar la actividad de los ángulos, los estudiantes de grado séptimo realizarán una prueba escrita sobre sus nociones previas sobre la temática. Al finalizar la prueba, se formulan preguntas orales para introducir el tema, de esta manera los alumnos adquirirán nociones sobre el significado del concepto de ángulo. Así pues, se darán cuenta que los ángulos son parte de nuestras expresiones cotidianas. Luego se darán las orientaciones para el trabajo práctico.

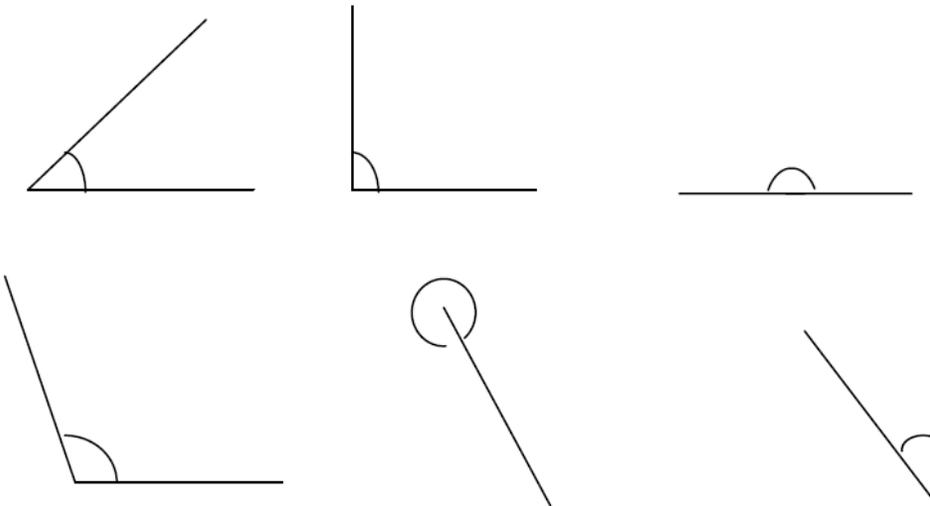
QUÉ TANTO SABES

Nombre _____ Fecha _____

1. Indica si son correctas las siguientes afirmaciones.

- Un ángulo completo es cuatro veces mayor que un ángulo recto.
- Un grado sexagesimal es la ciento ochentava parte de un ángulo llano.
- La mitad de un ángulo recto son 30° .
- Un ángulo llano es el doble de un ángulo recto y vale 180° .

2. indica el nombre de cada uno de los siguientes ángulos



Construcción de la brújula

Objetivo: Identificar los ángulos de giro de la aguja y determinar su medida

Materiales

- Una aguja
- Un imán
- Un pedazo de corcho

- Un recipiente con agua.
- Marcador permanente
- Compas



Procedimiento

Con ayuda del compás se trazan en el plato dos líneas que se cortan perpendicularmente, para fijar puntos cardinales y así facilitar la orientación, y la medición de ángulos en el sistema sexagesimal.

Para que la brújula funcione necesitamos imantar la aguja. Para ello tenemos que frotar la punta del filo con el polo positivo del imán y la punta del ojal con el polo negativo (cada frotada que sea de unos 30 segundos). Para asegurarnos que está imantada podemos pegar esta aguja con otra y ver como se atrae. Una vez que tenemos la aguja imantada tomamos el trozo de corcho y lo atravesamos con la aguja (no te preocupes, el corcho no sufre).

Ahora colocamos el corcho con la aguja en el agua, y vemos como comienza la magia.

¿Qué sucede? Veremos como el corcho gira hasta alcanzar un estado de quietud. En ese instante la punta estará marcando el norte. Y por las dudas, en el caso de que justo la hayas puesto perfectamente alineada te recomiendo que juegues un poco antes y la gires para ver bien el funcionamiento de la brújula.

A propósito de la brújula

Cómo se utiliza la brújula

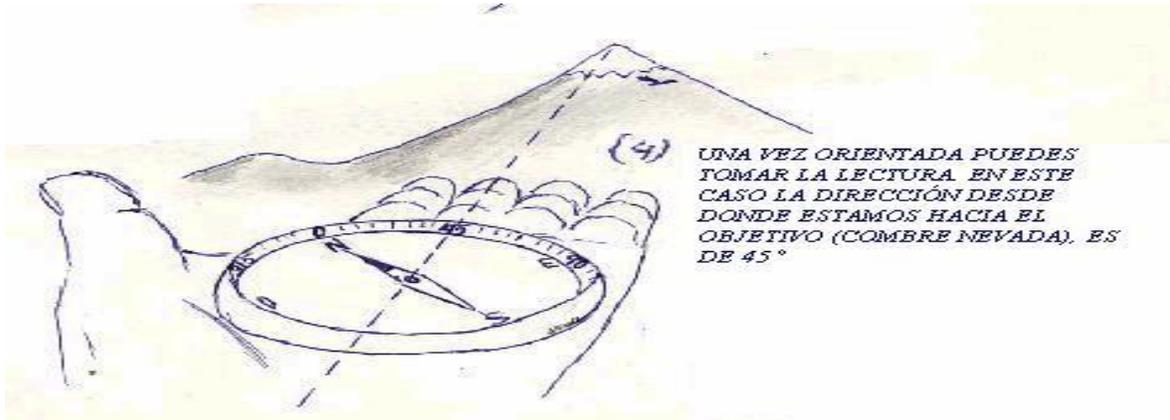
¿Qué es una brújula?

1. Una brújula simple se compone generalmente de una **aguja magnética** que oscila libremente sobre un pivote en el centro de un **círculo graduado**. La aguja magnética se orienta automáticamente hacia el **norte magnético**. La aguja está encerrada en una caja con tapa transparente que la protege.

2. Las **brújulas de orientación** en general se montan sobre un trozo rectangular pequeño de plástico transparente. Están dotadas de una línea de mira en el eje de un espejo móvil. Cuando el espejo se inclina, es posible observar simultáneamente la brújula y la recta trazada en el suelo.

A continuación se disponen los puntos cardinales con ayuda del transportador se indicará

la ubicación de los siguientes puntos tomando como punto de referencia el estudiante.



DESCUBRIENDO MI ENTORNO CON AYUDA DE LA BRUJULA

LUGAR	ORIENTACIÓN	ÁNGULO
Colegio		
Mi casa		
La casa de mi mejor amigo		
El parque que frecuento los domingos		
La biblioteca más cercana		
Centro comercial más cercano		
Hospital más cercano		
Salón comunal		
Droguería más próxima		

Alcaldía local		
----------------	--	--

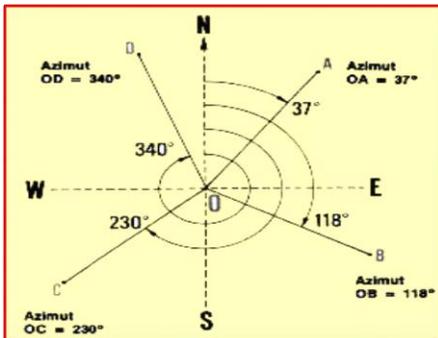
Describe en las siguientes líneas tu opinión personal respecto de la utilidad de la brújula en tu diario vivir:

Clasifica los ángulos medidos en la tabla anterior según su medida en menores de 90°, iguales a 90° y mayores de 90°



LUGARES CUYO ÁNGULO MIDE MENOS DE 90°	LUGARES CUYO ÁNGULO DE MEDIDA ES IGUAL A 90°	LUGARES CUYO ÁNGULO DE MEDIDA ES MAYOR A 90°

- Haz un plano que oriente las ubicaciones de los lugares que indica la tabla y toma las medidas con ayuda del transportador



AZIMUT MAGNÉTICO

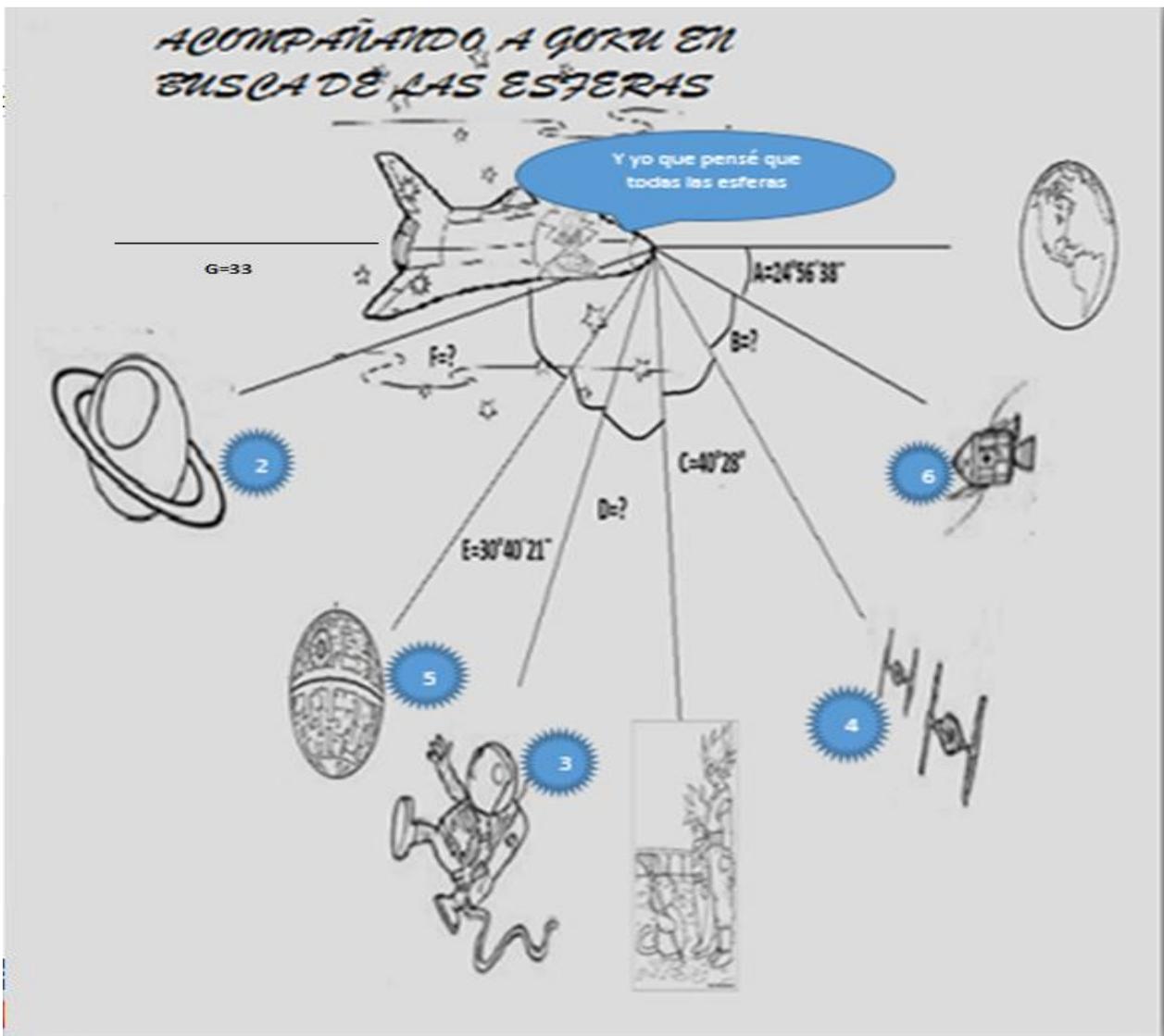
Un concepto importante relacionado con la orientación de la brújula es el de Azimut que corresponde al ángulo comprendido entre la línea que apunta hacia el norte y cualquier línea y va en sentido de las manecillas del reloj.

Miremos el gráfico

Taller de aplicación

Nombre: _____ fecha _____

1. Goku viaja por el universo, en busca de las esferas del dragón y cree que todas ellas se encuentran en la tierra pero se acaba de enterar que ahí solo encontrará la 1 y la 7 por lo que debe hacer unos giros en la nave espacial para poder llegar a cada uno.

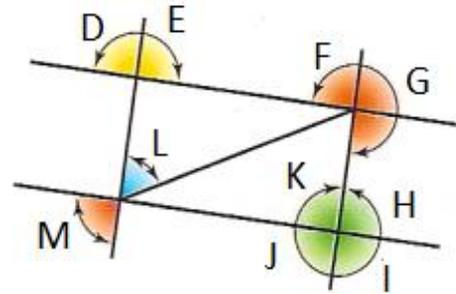
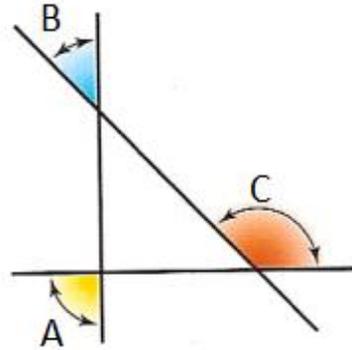


Goku no tiene idea del ángulo de giro que debe dar puesto que no sabe geometría, por lo que tendrás que ayudarlo.

1. Midiendo con ayuda del transportador los ángulos en los que no aparece su valor respectivo.
2. Dado que el maestro Karin es quien le dirá como encontrarlas por lo que tendrás que operar los ángulos A, B Y C para encontrar el ángulo de giro.
3. Entre el planeta tierra y el planeta desconocido cuál sería el ángulo de giro que tendrá que dar.
4. Indica cual será el ángulo de giro para encontrar cada una de las esferas del dragón.
5. Indica el nombre de las esferas que se encuentran en la zona de ángulos agudos y la zona de ángulos obtusos.
6. Ilustra el lugar donde se encuentran las esferas.

Zona aguda	Zona obtusa

2. Indica el nombre que corresponde a cada ángulo.



- A: _____
- B: _____
- C: _____
- D: _____
- E: _____
- F: _____
- G: _____
- H: _____
- I: _____
- J: _____
- K: _____
- M: _____

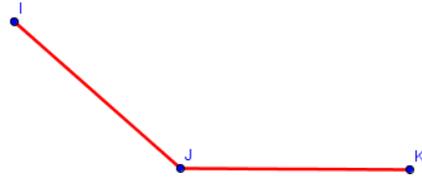
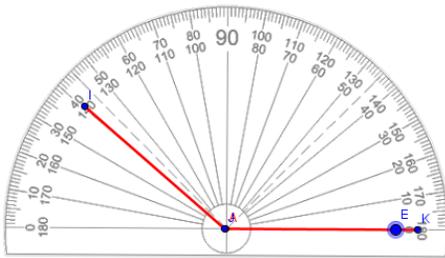
3. Calcule y complete

Ángulo	Complementario	Suplementario
A= 45°	X= _____	Y= _____
B=80°	X= _____	Y= _____
C=16°	X= _____	Y= _____
D= 15°	X= _____	Y= _____
E=39°	X= _____	Y= _____

Aplicando lo aprendido

ACTIVIDAD: MEDIR ÁNGULOS CON EL USO DE TRANSPORTADOR

Midiendo con su transportador compruebe la medida de cada ángulo. Guíese por el ejemplo.



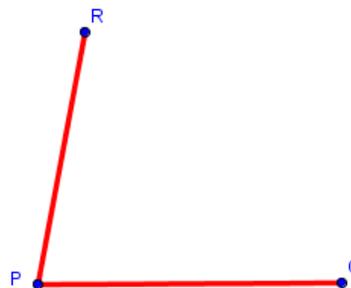
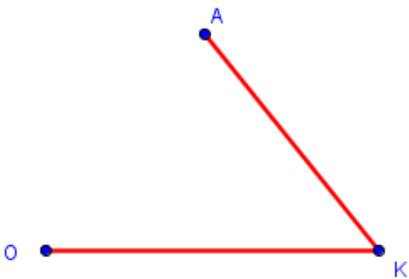
Nombre del ángulo: $\angle KJI$
 Medida del ángulo: 120°

Imagen	Medida del ángulo	Nombre del ángulo

Observe la siguiente imagen y determine la medida del ángulo que representa cada color con el uso de su transportador.

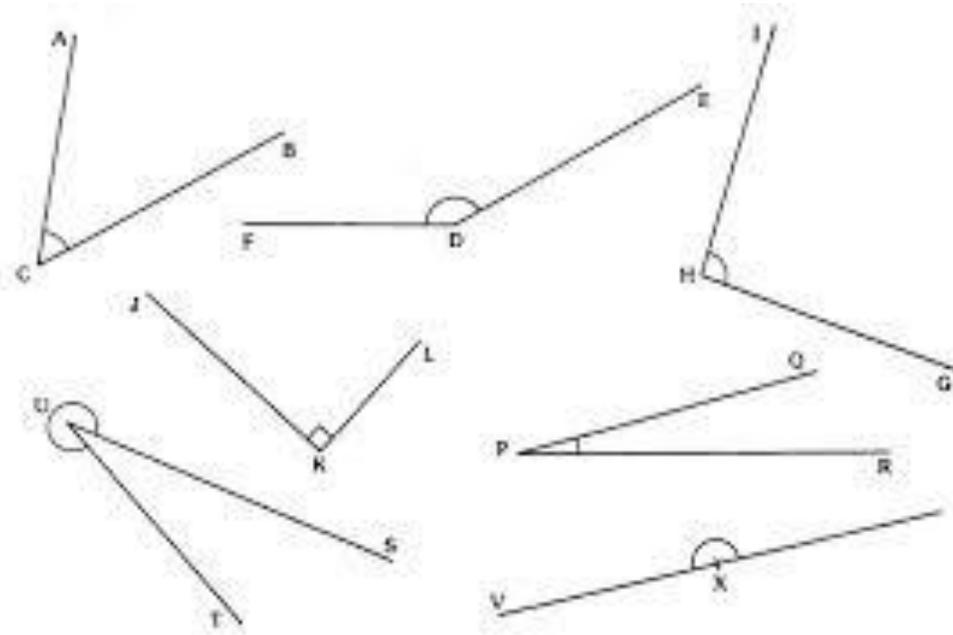


Con su transportador compare cuál de los siguientes ángulos tiene mayor medida.



El ángulo que tiene mayor medida es _____

Ordene de menor a mayor los siguientes ángulos teniendo en cuenta su medida.



No	Ángulo	Medida en grados sexagesimales	Medida en grado centesimales	Medida en radianes
1°				
2°				
3°				
4°				
5°				
6°				
7°				

Autoevaluación

Aspecto	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
1. ¿Muestro interés por aprender lo propuesto en clase?					
2. ¿Me preocupo y apporto en las actividades de trabajo en equipo?					
3. ¿Cumplí con la actividad propuesta en forma ordenada y puntual?					
4. ¿Asumo una actitud de escucha, y de atención en las actividades desarrolladas en clase?					
5. ¿Acato y cumpro las normas estipuladas en el manual de convivencia?					
6. ¿Asistí puntualmente a clase?					
7. ¿Manejo buenas relaciones y doy buen trato a los compañeros y profesor?					
8. ¿Aporto en la aclaración de dudas que surgieron durante la actividad?					
9. ¿Cuido y uso respetuosamente los materiales suministrados por el profesor?					
10. ¿Presento en forma correcta y ordenada la bitácora sugerida por el profesor?					

SUMATORIA					
TOTAL					
¿Consideras que fueron claras y pertinentes las actividades propuestas por el docente?					

MODULO 2 "ÁNGULOS Y EL RELOJ DE SOL"

Introducción

- **Antes de empezar**
- **Qué tanto sabes**
- **Práctica de construcción y observación con el reloj de sol**

Contextualización

- **Sistemas de medida**
- **Clasificación de ángulos en función de su medida.**
- **Conversión**

- **Clasificación de ángulos según su posición**

- **Operaciones de suma y resta**
- Actividades de evaluación**

- **Preguntas tipo test**

- **Taller de profundización**

- **Emparejamiento**

- **Mapa conceptual**

Información adicional

- **Amplía tus conocimientos**

Bibliografía

Objetivos: describir fenómenos astronómicos como el tiempo a través de la observación de sombras para el manejo de sistemas de medidas de ángulos, medida y clasificación de los mismos.

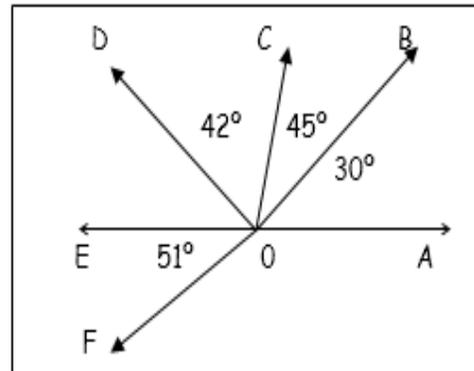
QUÉ TANTO SABES

Nombre _____ Fecha _____

co

1.) Determinar el valor de los siguientes ángulos:

- $\angle AOC =$
- $\angle BOE =$
- $\angle BOD =$
- $\angle COF =$
- $\angle AOE =$
- $\angle DOF =$
- $\angle AOF =$



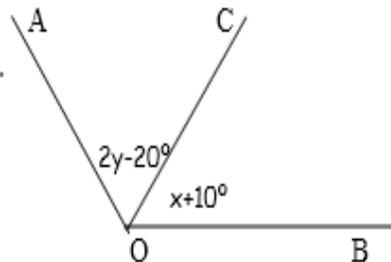
2.) Dados los siguientes ángulos:

$\alpha = 23^\circ 45'$, $\beta = 120^\circ 40' 32''$, $\gamma = 92^\circ 10' 20''$ Calcula

- a) $\alpha + \beta + \gamma =$
- b) $\beta - \alpha =$
- c) 2α

3) En la figura, OC es bisectriz del $\angle AOB$.

Encuentra el valor de x e y , si $\angle AOB = 140^\circ$.



CONTEXTUALIZACION

¿QUÉ ES UN RELOJ DE SOL?⁹

El reloj de sol es un dispositivo que sirve para calcular la medida del tiempo a partir de la sombra que produce un cuerpo denominado gnomon, el cual está expuesto a la luz del Sol.

Un reloj de Sol sencillo como el que se construirá en la siguiente actividad consta de dos partes: el gnomon (es quien produce la sombra y corresponde a una pieza que es paralela al eje polar terrestre) y la superficie de lectura (debe estar marcada de tal forma que indique las horas del día).

Por lo general un reloj de sol como el que se propone a construir debe estar diseñado para una latitud concreta, por lo que el ángulo del estilete corresponde a la latitud del lugar.

Debido a que la hora solar es irregular al variar la velocidad aparente del sol en el transcurso del año, se deben emplear unas tablas valorativas.

En el modelo de reloj que se propone construir, el gnomon que proyecta la sombra debe tener la siguiente orientación:

- Es paralelo al eje de rotación de la Tierra.
- Está contenido en el plano meridiano del lugar.
- Forma con el plano horizontal un ángulo igual a la latitud del lugar.

Para determinar la dirección del plano meridiano del lugar para colocar posteriormente el gnomon, lo mejor es determinar la meridiana del lugar, es decir la intersección de dicho plano meridiano con el plano horizontal. La meridiana coincide con la dirección SUR- NORTE. (Tal como se sugiere en la actividad para la orientación del estilete). La meridiana del lugar coincide también con la sombra que produce una varilla colocada verticalmente en el momento del paso del Sol por el meridiano del lugar (en ese momento el Sol está situado hacia el SUR, en el hemisferio Norte, y hacia el NORTE en el hemisferio SUR y en el punto más alto de su trayectoria diaria). Para saber a qué hora oficial ocurre dicha situación es posible recurrir a las tablas de efemérides de los observatorios oficiales.

La superficie sobre la que se proyecta la sombra es plana y perpendicular al gnomon y por tanto es paralela al ecuador. El trazado de las líneas horarias es sencillo. En el cuadrante, se dibuja un círculo con el centro en el polo del cuadrante

⁹ Tomado de la Enciclopedia Microsoft Encarta 2002

y se divide dicho círculo en 24 partes de 15° cada una y posteriormente se trazan los 24 radios correspondientes a la división anterior. De todos ellos, el radio que coincide con la intersección del plano meridiano del lugar con el plano del cuadrante y que se dirige hacia el horizonte es la recta horaria de las 12.00. Los diferentes radios espaciados de 15 en 15° indican las horas anteriores a las 12h cuando están al Oeste de la línea de las 12 h y las horas posteriores cuando están al este de la línea de las 12 h. No es necesario trazar todos los radios, puesto que las horas anteriores a la 4 h y las posteriores a las 20.00 no son necesarias. Los radios de las 6.00 y de las 18.00 determinan la dirección ESTE – OESTE si está correctamente orientado el cuadrante¹⁰.

Hora solar verdadera y hora solar media

Se ha comprobado que el Sol no se mueve con la misma velocidad en el transcurso del año, esto quiere decir que en ocasiones es más rápido como por ejemplo a mediados de septiembre donde los días duran $23^{\text{h}} 59'40''$, o por el contrario en diciembre es más lento y podría demorar $40''$ más que en el caso anterior. Por lo que se ha establecido una duración promedio entre todos los días verdaderos para lo que se estableció una duración promedio de 24 horas. La diferencia entre la hora media y la hora verdadera es lo que se conoce como ecuación del tiempo.

$$E = H_M - H_V$$

El llamado *día solar medio* es el promedio entre todos los días verdaderos. A pesar de no ser real, es más práctico medir el tiempo utilizando el día solar medio cuya duración es siempre la misma, 24 horas. El movimiento de ese "sol medio", que no está señalado por nada en el cielo, nos da la *hora solar media*.

Aunque las variaciones en la duración de los días solares y los días medios son pequeñas, su acumulación produce diferencias notables entre la hora solar verdadera y la hora solar media. Estas diferencias alcanzan un máximo de poco más de 14 minutos a mediados de febrero (cuando la hora solar verdadera va retrasada respecto a la hora solar media) y poco más de 16 minutos al principio de noviembre (cuando la hora solar verdadera va adelantada respecto a la hora solar media). Existen también otras dos variaciones menores a mediados de mayo (cuando la hora solar verdadera va adelantada aproximadamente 4 minutos) y a

¹⁰ Tomado de la siguiente dirección.
<http://www.relojeria.org/reloj-sol.html>

finales de julio (cuando la hora solar verdadera va atrasada un poco más de 6 minutos).

Las razones para estas diferencias se deben a dos causas independientes. La primera es que el plano del ecuador no es el mismo que el plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol, sino que está inclinado respecto de ella por lo que se conoce como el ángulo de oblicuidad. Y la segunda razón es que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es una elipse y no un círculo; por ello el movimiento aparente del Sol no es igual todo el año. El Sol parece moverse más rápido cuando la Tierra está más cerca de él¹¹.

CONSTRUCCION DEL RELOJ DE SOL

Materiales

Cartulina

Balso o cartón grueso cuadrado de 15 X15

Regla

Brújula

Tijeras

Pincel

Bisturí

Pinturas

Pegante

Dos palitos de balso de 8 cm de largo

Instrucciones

¹¹ Tomado de la siguiente dirección
www.juntadeandalucia.es/averroes/~04000134/fisiqui/relojsol/horas.htm



Se pinta el balsa o cartón grueso de cualquier color

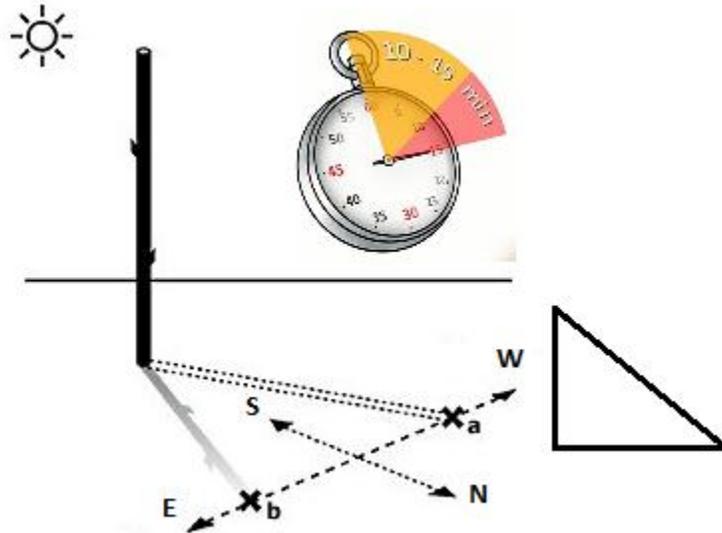
Luego se corta un triángulo rectángulo con 9 cm de lado y se corta una ondulación para que adquiriera la forma del estilete o de aguja.

Seguidamente se ajusta el estilete¹² en la tabla con ayuda de los palitos de balsa



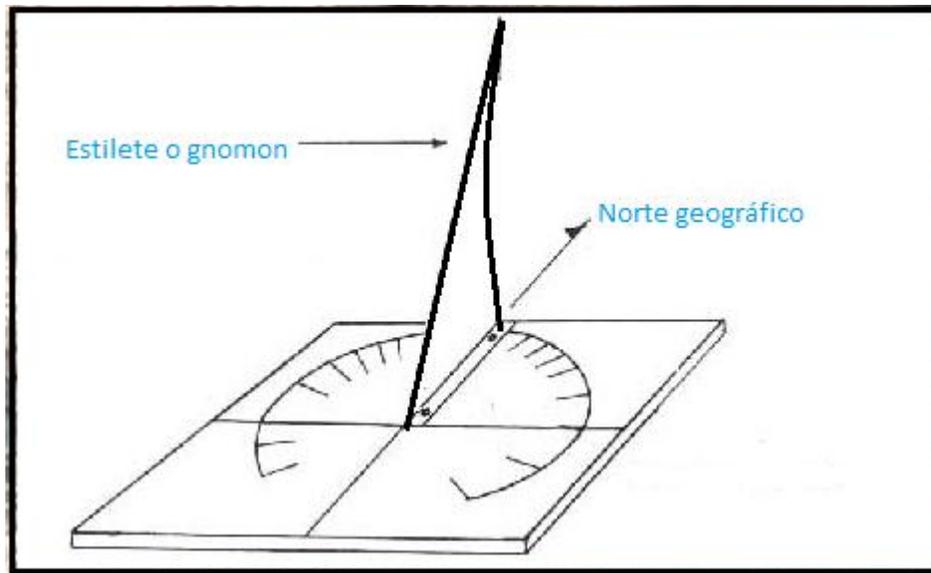
Una vez fijado el estilete nos dispondremos a determinar el norte geográfico que es hacia donde debe apuntar; para ello nos ayudamos con un gnomon el cual se debe fijar perpendicularmente con la superficie, y a continuación marcamos la sombra que se señala en ese primer momento. Luego esperamos que transcurra un intervalo de 15 minutos y marcamos la dirección que ahora marca la sombra, seguidamente construimos un triángulo cuyos vértices son: el punto sobre el cual está clavado el gnomon y las dos marcas indicadas por la sombra señalada en los dos momentos. Con ayuda de la escuadra trazamos una perpendicular entre el punto medio entre las dos marcas y el punto sobre el cual está el gnomon. Para mayor precisión, tomamos las posiciones de las sombras del gnomon cada 15 minutos desde las 10 a.m hasta las 2 p.m; así, en lugar de dos puntos extremos de la sombra a y b (ver la siguiente figura), tenemos un conjunto de varios puntos que nos permite trazar una recta promedio EW. Esta recta y la línea que une las dos marcas indican los cuatro puntos cardinales; veamos la siguiente gráfica.

¹² Se llama estilete a un elemento inclinado con la latitud geográfica del lugar, cuya sombra se emplea para la indicación de la hora en un reloj solar.



Ahora tenga en cuenta las siguientes instrucciones: primero trace la meridiana (línea NS) siguiendo el procedimiento anterior. Una vez fijada la orientación, de estilete, trace una línea de un cm de separación del borde de la tabla.

Cada media hora marcará la sombra proyectada en la base del reloj, de tal forma que al terminar el día el reloj quede de manera similar como se indica en la siguiente imagen.



Al día siguiente vuelva a realizar las proyecciones de sombra del estilete sobre el plano, teniendo cuidado con la orientación de la dirección NS. Verifique las posiciones de la sombra con respecto a las marcaciones del día anterior. Es

conveniente comparar con un reloj convencional, para así graduar las marcaciones correspondientes a cada hora.

VAMOS A REGISTRAR LOS MOVIMIENTOS DE LA SOMBRA

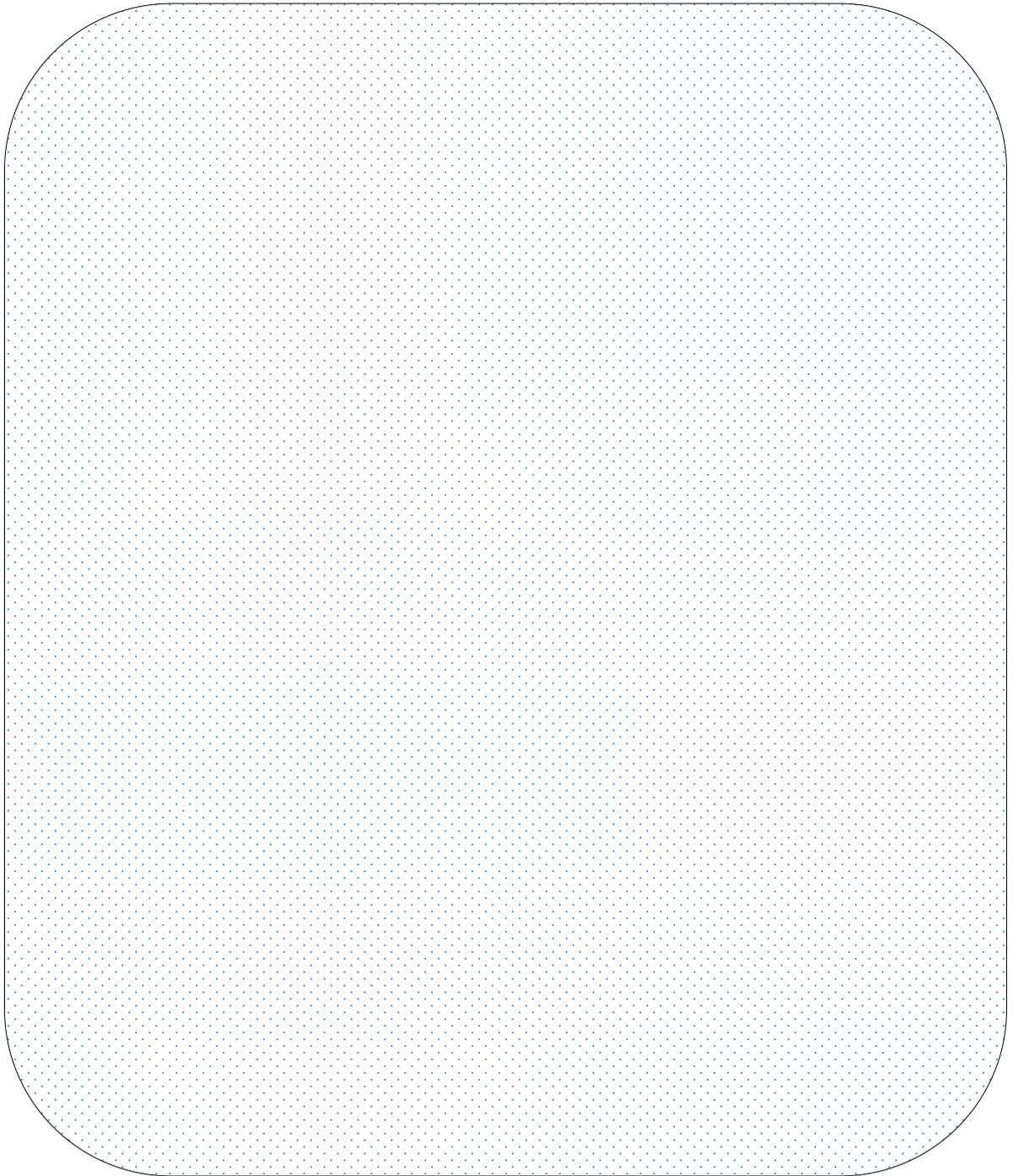
TABLA DE REGISTRO DE TIEMPOS Y MOVIMIENTOS DE LA SOMBRA PROYECTADA POR EL SOL

FECHA: _____

NOMBRE DEL OBSERVADOR _____

HORA	ÁNGULO OBSERVADO	ÁNGULO ESPERADO	DIFERENCIA ENTRE EL ÁNGULO OBSERVADO Y EL ANGULO ESPERADO	HORA SOLAR
6:00 A.M				
6:30 A.M				
7:00 AM				
7:30 A.M				
8:00 A.M				
8:30 A.M				
9:00 A.M				
9:30 A.M				
10:00 A.M				
10:30 A.M				
11:00 A.M				
11:30 A.M				
12:00 M				
12:30 P.M				
1:00 P.M				
1:30 P.M				
2:00 P.M				
2:30 P.M				
3:00 P.M				
3:30 P.M				
4:00 P.M				
4:30 P.M				
5:00 PM				
5:30 P.M				
6:00 P.M				

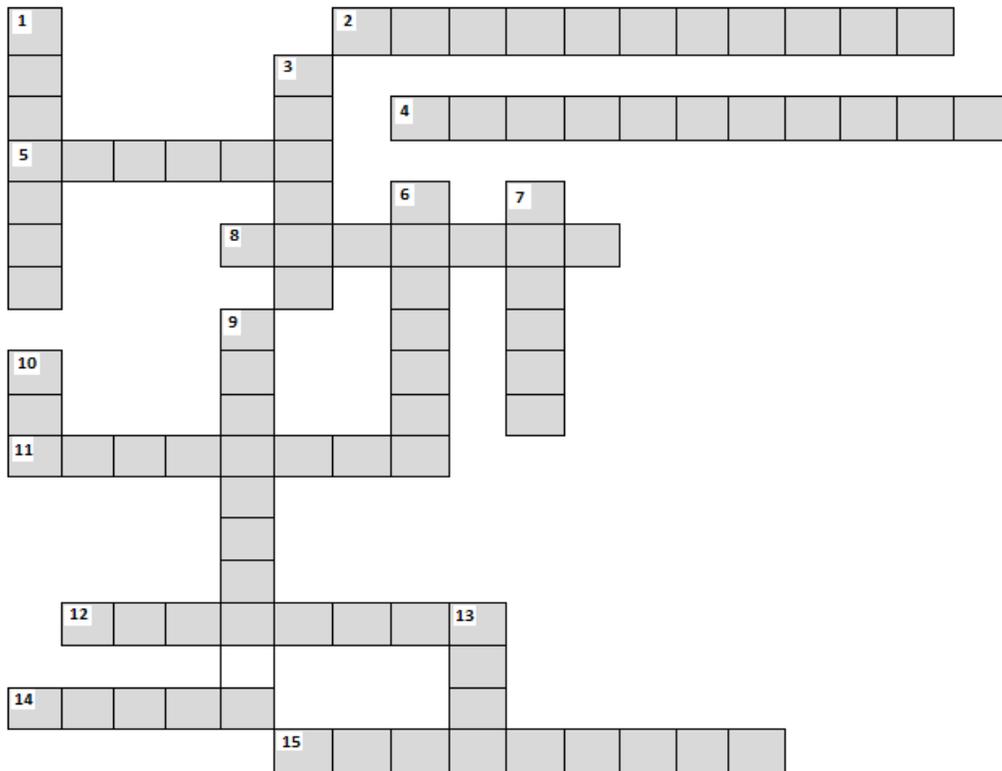
Hoja de operaciones



PONTE A PRUEBA

1. Crucigrama

HORIZONTALES	VERTICALES
2. Matemático que midió el diámetro de la tierra	1. Línea que divide el globo terráqueo y es perpendicular a los polos
4. Sistema en el que mediremos los ángulos	3. Objeto que arroja sombra
5. Inclínación mutua de dos líneas	6. Primera coordenada geográfica
8. Llevaron la idea de sol a España	7. Lo que proyecta el gnomon
11. Segunda coordenada geográfica	9. Separaciones perpendiculares al ecuador
12. Meridiano de referencia	10. Astro utilizado para la descripción del tiempo
14. Puntos extremos perpendiculares al plano del ecuador	13. corresponde a 15 grados
15. líneas perpendiculares a los meridianos	



2. Resolver las siguientes sumas entre ángulos

$$\begin{array}{r} 2 \text{ h } 48 \text{ min } 35 \text{ s} \\ + 2 \text{ h } 45 \text{ min } 30 \text{ s} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56^{\circ} 20' 40'' \\ + 37^{\circ} 42' 15'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125^{\circ} 15' 30'' \\ + 24^{\circ} 50' 40'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33^{\circ} 33' 33'' \\ + 17^{\circ} 43' 34'' \\ \hline \end{array}$$

3. Resolver las siguientes restas entre ángulos

$$\begin{array}{r} 3 \text{ h } 00 \text{ min } 00 \text{ s} \\ - 2 \text{ h } 48 \text{ min } 35 \text{ s} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56^{\circ} 20' 40'' \\ - 37^{\circ} 42' 15'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125^{\circ} 15' 30'' \\ - 24^{\circ} 50' 40'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33^{\circ} 33' 33'' \\ - 17^{\circ} 43' 34'' \\ \hline \end{array}$$

Autoevaluación

Aspecto	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
1. ¿Muestro interés por aprender lo propuesto en clase?					
2. ¿Me preocupo y apporto en las actividades de trabajo en equipo?					
3. ¿Cumplí con la actividad propuesta en forma ordenada y puntual?					
4. ¿Asumo una actitud de escucha, y de atención en las actividades desarrolladas en clase?					
5. ¿Acato y cumplo las normas estipuladas en el manual de convivencia?					
6. ¿Asistí puntualmente a clase?					
7. ¿Manejo buenas relaciones y doy buen trato a los compañeros y profesor?					
8. ¿Aporto en la aclaración de dudas que surgieron durante la actividad?					
9. ¿Cuido y uso respetuosamente los materiales suministrados por el profesor?					
10. ¿Presento en forma correcta y ordenada la bitácora sugerida por el profesor?					
SUMATORIA					

TOTAL					
¿Consideras que fueron claras y pertinentes las actividades propuestas por el docente?					

MODULO 3 "ÁNGULOS Y EL CUADRANTE MARINO"

Introducción

- **Antes de empezar**
- **Práctica de construcción y observación con el cuadrante marino**
- **Contextualización**
- **Sistemas de medida**
- **Clasificación de ángulos en función de su medida.**
- **Clasificación de ángulos según su posición**

- **Operaciones de suma y resta**
- **Actividades de evaluación**
- **Preguntas tipo test**
- **Taller de profundización**
- **Emparejamiento**
- **Mapa conceptual**
- **Información adicional**
- **Amplía tus conocimientos**
- **Bibliografía**

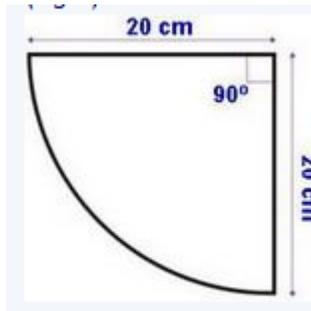
CONSTRUCCION DEL CUADRANTE MARINO

Materiales

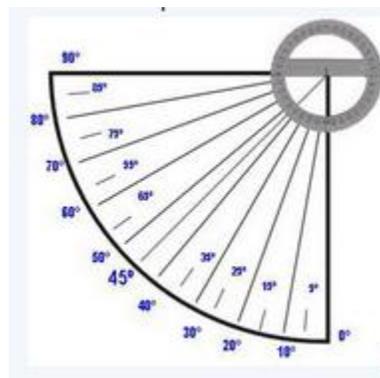
- una hoja de papel de 22 X 22cm
- transportador
- compas
- escuadra
- un pedazo de cartón de 25 X 25 cm
- una cuerda fina de 30 cm de largo
- una plomada pequeña
- un popote
- pegamento y cinta adhesiva
- tijeras

Instrucciones

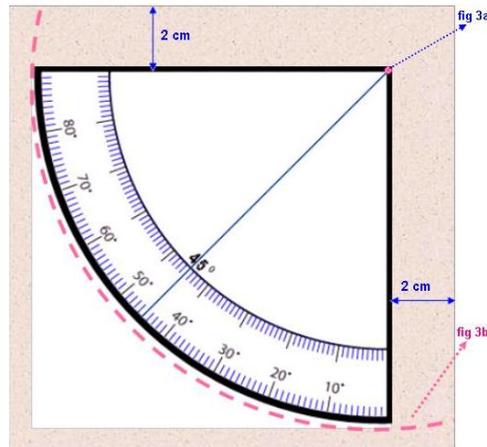
1. con ayuda del transportador y el compás construye un cuarto de circunferencia de la siguiente forma



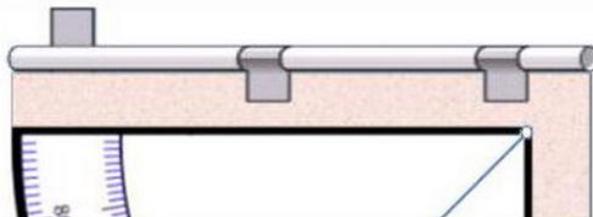
2. con el transportador y la regla marcar los ángulos sobre el borde circular



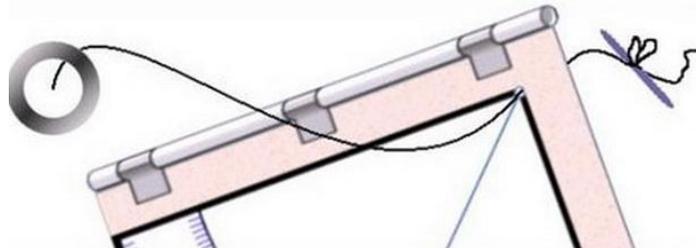
3. Pegar con el dibujo al cartón dejando 2 cm de distancia entre los bordes rectos del papel y el cartón.



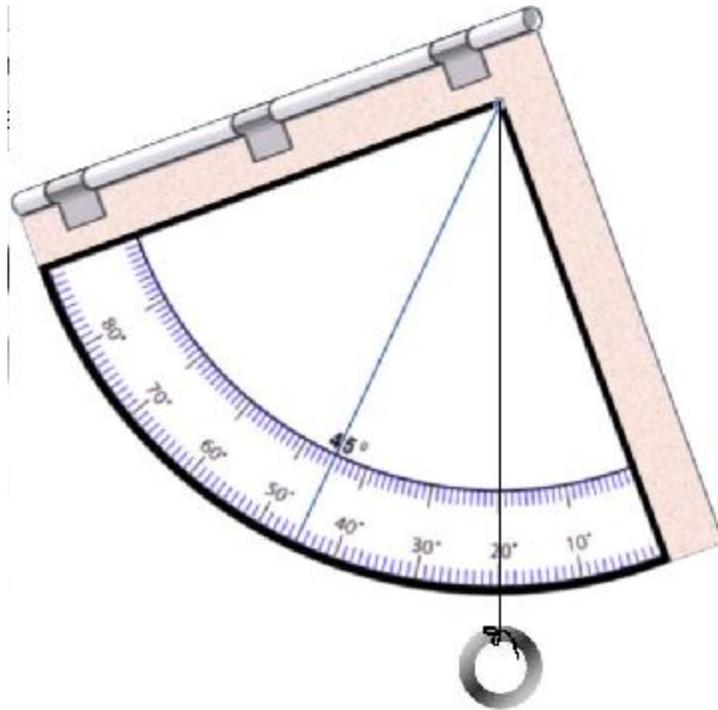
4. Con la punta de la tijera realizar un orificio pequeño justo en el vértice de la figura.
5. Cortar por la línea punteada siguiendo el borde circular de la figura.
6. Pegar el sorbete a la parte superior usando la cinta adhesiva.



7. Atar la plomada a un extremo de la cuerda. El otro extremo pasarlo por el orificio en el cartón. Hacer un nudo o atar a un palito para que se sostenga.



8. Hemos terminado



VAMOS A REGISTRAR LOS MOVIMIENTOS DE LA LUNA

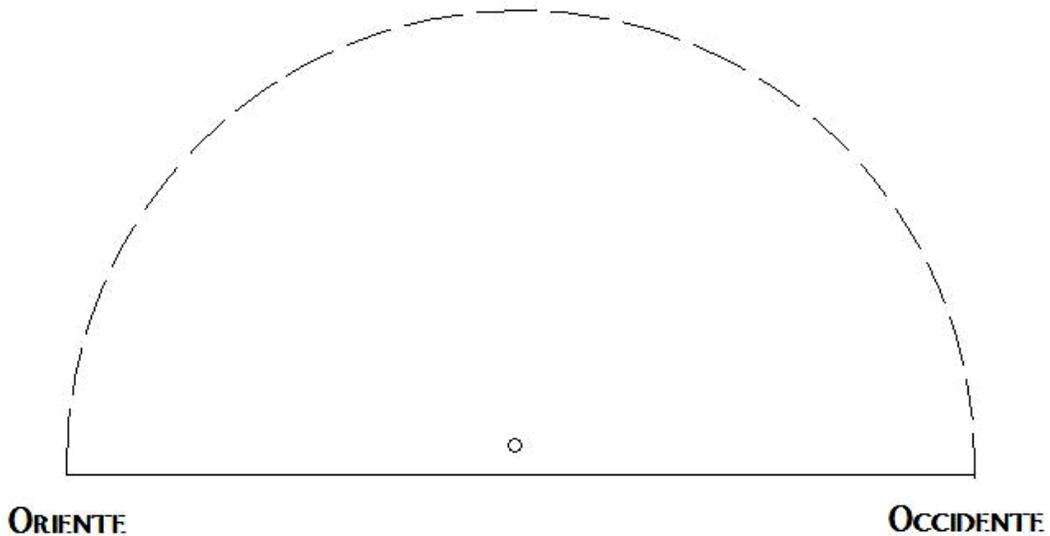
TABLA DE REGISTRO DE ÁNGULOS DE POSICIÓN DE LA LUNA

FECHA: _____

NOMBRE DEL OBSERVADOR _____

1. Movimiento de la Luna.

En las noches que puedas seguir a la Luna registra su movimiento. Mide su altura desde el horizonte hacia el cenit (punto sobre el cielo exactamente encima de ti), cada media hora con tu cuadrante. Mira por el pitillo el centro de la Luna y anota el valor marcado por la arandela. Ver tabla. Para mayor precisión realiza tres medidas consecutivas y calcula el valor promedio.



Hora de la observación: _____

¿Cuántos días utiliza la Luna para recorrer 90 grados en el cielo?

Según lo anterior ¿cuantos días necesita para recorrer la órbita alrededor de la Tierra? _____

¿Durante qué fases se observa la luna durante la noche y cuándo durante el día?

Observa la posición de la Luna sobre el horizonte oriental u occidental, según te convenga. ¿Ves alguna variación? Haz un esquema.

2. Seguimiento estelar

Toma una estrella brillante que identifiques fácilmente. Registra su altura sobre el horizonte y sigue su movimiento durante algunas noches, ten en cuenta que esta medición se debe hacer a la misma hora. Utiliza la siguiente tabla:

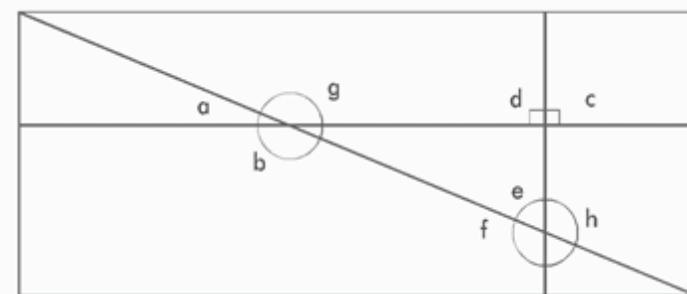
HORA DE OBSERVACIÓN _____ NOMBRE DE LA ESTRELLA _____

FECHA	ALTURA SOBRE EL HORIZONTE

¿Qué puedes concluir de los datos encontrados respecto al movimiento de la estrella? _____

Ponte a prueba

- Una hoja de papel se cortó como se muestra en la siguiente imagen, mide los ángulos y clasifícalos de según su medida.



Agudos

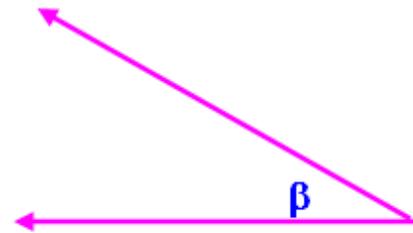
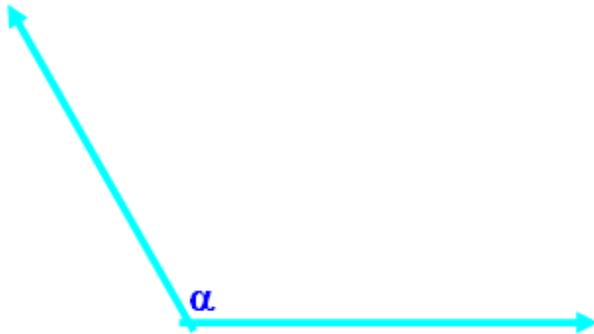
Rectos

Obtusos

Llanos

2. Resuelve los siguientes problemas

- Carlos ha estado corriendo durante 3h 5 min 18seg mientras que Luis ha corrido 1h 25 min 40 seg ¿Cuánto tiempo ha corrido más Carlos que Luis?
- Usa tu transportador para medir cada uno de los siguientes ángulos.-

1) Si $\alpha = 25^\circ$. Calcular el complemento de α .-

- a) 75° b) 65° c) 155° d) 100° e) 25°

2) Calcular el suplemento del complemento de 50° .

- a) 40° b) 14° c) 90° d) 130° e) 60°

3) Alfa y Beta son complementarios. Si Alfa es el doble de Beta. ¿Cuánto mide Alfa?

- a) 60° b) 30° c) 120° d) 180° e)

Otro

4) Alfa y Beta son suplementarios. Si Alfa es 5 veces Beta ¿Cuánto mide Beta?

- a) 30° b) 15° c) 60° d) 80° e) 450

Autoevaluación

Aspecto	siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
1. ¿Muestro interés por aprender lo propuesto en clase?					
2. ¿Me preocupo y apporto en las actividades de trabajo en equipo?					
3. ¿Cumplí con la actividad propuesta en forma ordenada y puntual?					
4. ¿Asumo una actitud de escucha, y de atención en las actividades desarrolladas en clase?					
5. ¿Acato y cumplo las normas estipuladas en el manual de convivencia?					
6. ¿Asistí puntualmente a clase?					
7. ¿Manejo buenas relaciones y doy buen trato a los compañeros y profesor?					
8. ¿Aporto en la aclaración de dudas que surgieron durante la actividad?					
9. ¿Cuido y uso respetuosamente los materiales suministrados por el profesor?					
10. ¿Presento en forma correcta y ordenada la bitácora sugerida por el profesor?					

SUMATORIA					
TOTAL					
¿Consideras que fueron claras y pertinentes las actividades propuestas por el docente?					

BIBLIOGRAFÍA

- [1]. Ministerio de Educación Nacional, Lineamientos Curriculares de Matemáticas, Editorial Magisterio, 1998.
- [2]. Ministerio de Educación Nacional, Estándares de Matemáticas 2003
- [3]. García Merayo Félix, La Invención de la Geometría, Científicos-técnicos y pedagógicos, 2008.
- [4]. Alsina Claudi, Una Invitación A la Didáctica de la Geometría, editorial Síntesis, 1988.
- [5]. La enseñanza de las matemáticas y las NTIC. Una estrategia de formación permanente, Mariela Sarmiento Santana, Universidad Rovira I Virgil, 2007, Enseñanza y aprendizaje capítulo 2.
- [6] Portilla, J. Gregorio (2000). Astronomía para todos. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- [7] Portilla, J. Gregorio (2001). Elementos de Astronomía de posición. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- [8] Sánchez, V. (s.f.) Representaciones y comprensión en el profesor de matemáticas. Sevilla, España: Universidad de Sevilla.
- [9] POZO, J. A. Las ideas de los alumnos sobre la ciencia: Una interpretación desde la Psicología cognitiva. En: Enseñanza de las ciencias. No 9(1), 1991; p 83-94.
- [10] CAMINO, N. Ideas previas y cambio conceptual en Astronomía. Un estudio con maestros de primaria sobre el día y la noche, las estaciones y las fases de la luna. En: Enseñanza de las ciencias. No 13(1), 1995; p 81-96.
- [11] DOMENECH CARBO, A. Apuntes para una programación didáctica de la astronomía. En: Enseñanza de las ciencias. 1985: p 204-208.
- [12] CARRETERO, Mario. Construir y enseñar las ciencias experimentales. Argentina, 1997, 18p.
- [13] EUCLIDES: Elementos. Traducción y notas de M.L. Puertas. Gredos. Madrid,

1991.

[14]. Enciclopedia Microsoft Encarta, 2002.

REFERENCIAS VIRTUALES

[1] Historia de la trigonometría (1013/10/25), en Wikipedia, la Enciclopedia Libre, recuperado (2014/01/10) a las 13:10

http://es.wikipedia.org/wiki/Historia_de_la_trigonometr%C3%ADa

[2] Trigonometría (2008/07/14) Trigonometría, recuperado (2014/01/10) a las 13:23

<http://trigonometriavc.blogspot.com/>

[3] Papp, D. (1996) Historia de las Ciencias desde la antigüedad hasta nuestros días recuperado (2014/01/10) a las 13:40

http://www7.uc.cl/sw_educ/educacion/grecia/plano/html/pdfs/cra/fisica/NM3/RFE3G_004.pdf

[4] Tito Eliatron (2010/10/15) Una Breve historia impresionista de la Trigonometría II: de Arabia a Europa, Recuperado (2014/01/10) a las 13:48

<http://naukas.com/2010/10/15/una-breve-historia-impresionista-de-la-trigonometria-ii-de-arabia-a-europa/>

[5] Oscar Mario Rodríguez (2002/09) Apuntes Historia de Las Matemáticas Vol. 1, visitada (2014/01/10) a las 13:52

<http://www.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/pdf/1-3-2-renacimiento.pdf>

[6] Francisco Luis Flores, Historia y Didáctica de la Trigonometría visitada (2013/10/27)

[www.publicatuslibros.com/.../Francisco Luis Flores Gil - Historia y ...](http://www.publicatuslibros.com/.../Francisco_Luis_Flores_Gil_-_Historia_y_...)

<http://www.profesorenlinea.cl/mediosocial/RelojSol.htm>

[7] Iván Fuentes Miranda, Metrología angular, visitada (2014/01/10)

<http://ingivanfuentesmiranda.es.tl/METROLOGIA-ANGULAR.htm>

<http://museo.fcaglp.unlp.edu.ar/inve/instrumentos/1-03.htm>

[8] María de los Dolores Ayala, Medidas no repetibles, visitada (2014/01/10) a las 14:15

<http://docencia.izt.uam.mx/dav/MetodoExperII/contenido/instruymediciones.pdf>

[9] Investigación Didáctica, visitada (2014/03/27) a las 11:00

<http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v17n3p411.pdf>

[10] Astronomía- instrumentos astronómicos, visitada (2014/03/27) a las 9:00

<http://www.gratislibros.com.ar/textos/astronomia-instrumentos-astronomicos-circulo-meridiano-ecuatorial/astronomia-instrumentos-astronomicos-circulo-meridiano>

[11] Hiparco de Nicea, visitada (2014/03/27) a las 9:00

http://es.wikipedia.org/wiki/Hiparco_de_Nicea

[12] La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes, visitada (28/03/2014), a las 8:20

<http://www.redalyc.org/pdf/1941/194115606010.pdf>

[13] Amelia Carolina Sparavigna (2011/07/25) a las 13:26 GMT The architect Kha's protractor, recuperado (2014/01/10)

<http://www.connuestroperu.com/ciencia-y-tecnologia/42/19467-objeto-del-antiguo-egipto-seria-el-primer-transportador-en-el-mundo>

[14] ¿Qué hora indica nuestro reloj de sol?, visitada (2013/12/13), a las 20:20

www.juntadeandalucia.es/averroes/~04000134/fisiqui/relojsol/horas.htm

[15] Sánchez Blanco, G., De Pro Bueno, A. y Valcárcel Pérez, M.A.V. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Facultad de Educación. Universidad de Murcia. 30100 Murcia La utilización de un modelo de planificación de unidades didácticas: el estudio de las disoluciones en la educación secundaria, visitada (04/04/2014) a las 6:25

<http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21475/93471>

[16] ¿Por qué un día tiene 24 horas?, visitado (04/04/2013) a las 6:30

<http://recuerdosdepandora.com/historia/%C2%BFpor-que-un-dia-tiene-24-horas/>