Aplicaciones de lógica difusa a las cadenas de suministro

Applicability of fuzzy logic to supply chains

Martín Darío Arango Serna, Ph D, Conrado Augusto Urán Serna, M Sc (c); Giovanni Pérez Ortega, M Sc.
Escuela de Ingeniería de la Organización, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín
mdarango@unalmed.edu.co, casernau@unalmed.edu.co, gperez@unalmed.edu.co

Recibido para revisión: 15 de Septiembre de 2008, Aceptado: 28 de Noviembre de 2008, Versión final: 22 de Diciembre de 2008

***Resumen*—La administración de la cadena de suministro de manera integral, es una de las principales preocupaciones de las empresas en el entorno de mercado actual. Estas preocupaciones surgen gracias a las diversas fuentes de incertidumbre y a las complejas interrelaciones que existen entre los niveles de la cadena de suministro; preocupaciones como la perdida de ventas por bajas existencias, obsolescencia de productos, costos relacionados con transporte e inventario. En este contexto, el presente articulo aproxima la solución de dos modelos matemáticos, abstracciones de la cadena de suministro, mediante la aplicación de técnicas desarrolladas por la lógica difusa; la cual ha surgido como una de las metodologías más prometedoras para resolver las imprecisiones a las que se debe enfrentar un ingeniero o administrador para tomar una decisión en particular.**

***Palabras Clave*—Conjuntos difusos, Lógica difusa, Cadena de suministros, Planeación agregada de la producción, Análisis de decisiones.**

***Abstract*—Supply chain management holistically, is a major concern of businesses in the current market environment. These concerns arise due to various sources of uncertainty and the complex interrelationships that exist among the levels of the supply chain; concerns as the loss of sales by low stocks, obsolescence of products, costs associated with transportation and inventory. In this context, this article approximates the solution of two mathematical models, abstractions of the supply chain, by applying techniques developed by the fuzzy logic, which has emerged as one of the most promising methods to resolve the inaccuracies who must face an engineer or manager to take a particular decision.**

***Keywords*—Sets fuzzy, Fuzzy logic, Supply chain, Aggregate production planning, Decision analysis**

I. INTRODUCCIÓN

La cadena de suministro podría definirse de la siguiente manera: «El conjunto de empresas integradas por proveedores, fabricantes, distribuidores y vendedores (mayoristas o detallistas) coordinados eficientemente por medio de relaciones de colaboración para colocar los requerimientos de insumos o productos en cada eslabón de la cadena en el tiempo preciso al menor costo, buscando el mayor impacto en las cadena de valor de los integrantes con el propósito de satisfacer los requerimientos de los consumidores finales» (Jiménez, (8)). Queda establecido entonces que la cadena de suministro es algo más que logística; es más bien, un concepto que plantea la integración de varios procesos de diversas organizaciones buscando con ello una mayor eficiencia en el desempeño total. Sin embargo, con el actual comportamiento del mercado las empresas tiene que ofrecer a sus clientes, no sólo productos con precios competitivos, sino también una gran variedad de estos y en el menor tiempo posible, considerando además que el tiempo de vida del producto en el mercado es demasiado corto y fácilmente puede ser reemplazado por otro de mayor calidad y de menor precio. Es así como las empresas deben dar respuestas a una gran cantidad de preguntas relacionadas con: qué cantidad de productos fabricar, qué nivel de inventario tener en cada uno de sus centros de distribución, cómo reducir el impacto de los proveedores en los tiempos de entrega, sin embargo cualquier decisión que se tome al respecto, tiene asociado un nivel de incertidumbre el cual puede ser manejado de manera probabilística pero no aleatoria (Alex, (1)). Mula et al (10), distingue dos tipos de incertidumbre asociada a la toma de decisiones: la incertidumbre que surge por el desconocimiento de los parámetros que integran el modelo como por ejemplo los tiempos de suministro de materia prima, el comportamiento de la demanda y a los cuales se les puede asociar una variablilidad histórica, y la incertidumbre que surge debido a la flexibilidad en la descripción de datos que aparecen en los procesos de decisión subjetiva y que se pueden representar como una cuestión de tolerancia. Ambos tipos de incertidumbre no pueden ser vistos y tratados con aleatoriedad, sin embargo la teoría de conjuntos difusos fundada por Zadeh, se muestra como una metodología muy apropiada en el modelamiento de cadenas de valor bajo estos dos tipos de incertidumbre.

II. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA CADENA DE SUMINISTRO

El objetivo principal de la administración de la cadena de suministros es la organización de los recursos internos y externos de una empresa en un ambiente de mercado global. Los principales componentes del sistema de cadena de suministro son: el flujo de materiales, el flujo de información y las relaciones entre compradores y vendedores. Adicional a estos componentes existen otros elementos del sistema como los proveedores, ensambladores, fabricantes, distribuidores y clientes (Fazel, (6)). Estos componentes se muestran de manera integrada en la Figura 1.

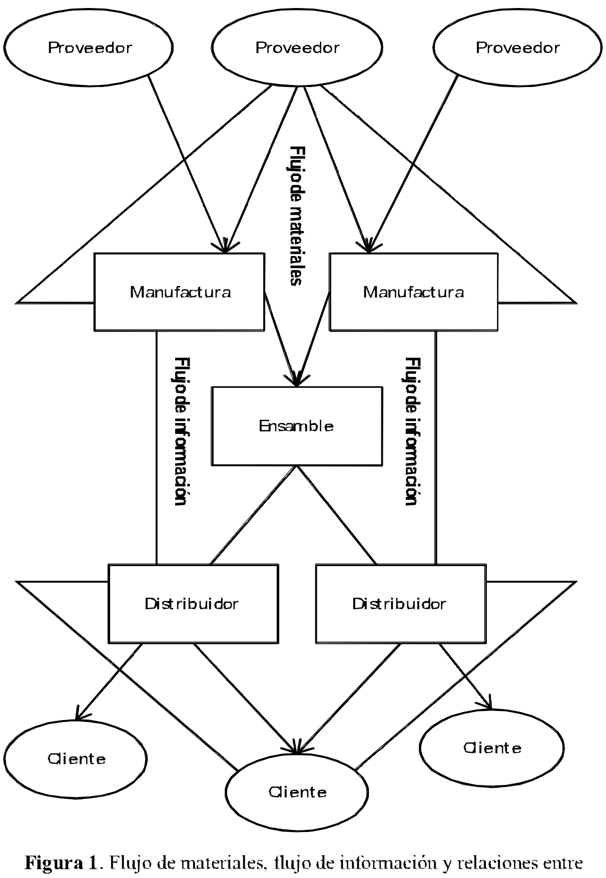

Figura 1. Flujo de materiales, flujo de información y relaciones entre compradores y vendedores en una cadena de suministros. (Adaptado de Mohammad, (6))

El flujo de materiales, se centra en la gestión que las empresas desarrollan para mantener los niveles de inventario adecuados, que le signifiquen menos costos y el cumplimiento efectivo de sus planes de producción. Es así como sincronizar las necesidades de producción con la forma como fluyen los materiales desde los proveedores al fabricante es relativamente fácil si sólo se cuenta con un proveedor, pero en el mundo real las condiciones son diferentes y en la mayoría de los casos las empresas cuentan con múltiples proveedores y sincronizar a estos con las necesidades de la empresa es muy complicado.

El segundo componente, flujo de información, incluye las tecnologías de la información usadas como estrategias para la reducción de costos en la cadena de suministros, de hecho, un buen sistema de información es fundamental para asegurar un apropiado flujo de materiales. Una cadena de suministro es vista como un sistema con un alto flujo de información, relacionada con los cambios en los productos, la adopción de nuevas tecnologías, los adelantos en investigación y desarrollo, etc.

El tercer componente, las relaciones entre compradores y vendedores, es el principal aspecto de la cadena de suministro, la necesidad de expansión de mercados y la búsqueda del mejoramiento del proceso de planificación en las empresas ha dado lugar a alianzas estrategias que conducen a una mayor unificación y armonización de las operaciones. Estas relaciones no solo se basan en la estabilización de precios y costos sino además en el desarrollo de nuevos productos.

Es así como la integración de estos tres componentes para lograr la máxima eficiencia es uno de los principales retos en las empresas, sin embargo dada la complejidad de las cadenas de suministros en el mundo real es muy difícil presentar modelos matemáticos bajo los conceptos clásicos de gestión de cadenas de suministros.

III. APLICACIONES DE LÓGICA DIFUSA EN LAS CADENAS DE SUMINISTRO

La mayoría de los fenómenos con los que nos encontramos diariamente son imprecisos, es decir tienen cierto grado de difusidad en su naturaleza, esta imprecisión puede estar asociada con su forma, color, textura o incluso la semántica que describen lo que son (Aranguren et al). Es así como en contextos de producción y de mercado, la gestión de la producción la planificación y el control de los problemas suelen ser imprecisos y complejos, además de que dependen de las actividades o decisiones humanas. La teoría de los conjuntos difusos ha motivado a un mayor alcance de las estructuras matemáticas acordes con sistemas lingüísticos (Klir, (7)) relacionados con la toma de decisiones. Expresiones como «muy importante» o «mas o menos relevante» se pueden formular matemáticamente bajo lógica difusa con el fin de dar soluciones a problemas de decisión en el mundo real.

En la literatura se pueden encontrar varios modelos de lógica difusa aplicados a las cadenas de suministro o sus componentes, Petrovic et. Al (4) por ejemplo, examina la incertidumbre en la cadena de suministro centrándose en «en el control de inventarios descentralizado» y «la coordinación parcial del control de inventarios». Petrovic et. Al (4) trató de identificar el nivel de existencias y las cantidades a ordenar en una cadena de suministro, con un análisis de dos fuentes de incertidumbre: «la demanda de los clientes» y «abastecimiento externo de materias primas»; este modelo busca la reducción de costos en los procesos de fabricación y en general en la cadena de suministros. Mohammad H. Fazel Zarandi presenta un modelo en lógica difusa para la gestión de la cadena de suministro, buscando maximizar los beneficios a obtener cuando se desea realizar una serie de inversiones con respecto a los proveedores, la fábrica y estrategias de mercadeo. Danijela Tadiæ 2005, presenta un modelo multicreterio difuso para la selección del mejor punto de reordenamiento de materia prima en una cadena de suministro .Jürgen Sauer, plantea un problema de programación de la producción multisitio el cual puede ser resuelto a través de conjuntos difusos.

Algunas de las ventajas que posee la aplicación de la lógica difusa en el modelamiento de las cadenas de suministro en contextos de incertidumbre (Fazel (6)) son las siguientes:

- Los modelos de sistemas difusos son conceptualmente fáciles de entender
- Son flexibles
- Toleran la imprecisión de los datos.
- Pueden ser construidos con conceptos aportados por la experiencia de los expertos.
- Pueden ser combinados con técnicas convencionales
- Se basan en un lenguaje natural.
- Proporcionan una mejor comunicación entre expertos y directores.

A. *Ejemplo de un modelo de lógica difusa aplicado a las cadenas de suministro*

Problemas de diferente índole y que pueden presentarse en la administración de la cadena de suministros, han sido abordados por diferentes autores los cuales han desarrollado modelos matemáticos basados en lógica difusa, para aproximar una solución óptima de dicho problema. En esta sección se mostrara uno de estos modelos.

Fazel (6), presenta un modelo de seis componentes: tres proveedores, un departamento de compras, una planta de producción y un departamento de mercadeo y ventas. El objetivo es maximizar las ganancias; el modelo se centra en el papel del departamento de compras para la consecución de materia prima más económica, con mejores tiempos de entrega y de mejor calidad, y el rol del departamento de mercadeo y ventas para el aumento en la demanda del producto, con precios de venta altos. Las inversiones en estos dos departamentos disminuyen en proporción diferente lo que la empresa debe invertir en la planta de producción para lograr competitividad. El modelo es el siguiente

$$\text{Max } Z = P - [(S1 + S2 + S3) + S + M + O + \alpha IT] \quad (1)$$

Sujeto a:

$$S_1 \geq \rho_{1max} - \theta_1 S \quad (1)$$
$$S_2 \geq \rho_{2max} - \theta_2 S \quad (2)$$
$$S_3 \geq \rho_{3max} - \theta_3 S \quad (3)$$
$$S_1 \geq \rho_{1min} \quad (4)$$
$$S_1 \geq \rho_{1min} \quad (5)$$
$$S_2 \geq \rho_{2min} \quad (6)$$
$$S_3 \geq \rho_{3min} \quad (7)$$
$$P \leq \pi_{min} + \beta M \quad (8)$$
$$P \leq \pi_{max} \quad (9)$$
$$O \geq \xi_{max} - \chi S \quad (10)$$
$$O \geq \xi_{max} \quad (11)$$
$$\alpha IT \geq \alpha I\tau_{max} - \delta M - \varepsilon S \quad (12)$$
$$M + S \leq \varphi \quad (13)$$
$$T \leq \tau max \quad (14)$$

Donde:

P: El precio del producto final;
M: gastos del presupuesto para comercialización
S: gastos del presupuesto para compras
O: Los gastos operacionales en producción
T: El tiempo del contrato de producción acordado,
S_i: precio de la materia prima i (i=1, 2, 3);
π_{min}: precio mínimo del producto.
π_{max}: precio máximo en que se podrá vender el producto.
ρi_{max}: precio máximo de la materia prima i
ρi_{min}: precio mínimo de la materia prima i
ξ_{max}: costo máximo operacional
ξ_{min}: mínimo costo operacional de la fabrica
α: tasa de interés anual
I: inversión realizada en la planta
θ_i: porcentaje en el que cada dólar invertido en compras dará lugar a una disminución del precio máximo de la materia prima i
β: porcentaje en el que cada dólar invertido en marketing incrementa el precio en que se venderá el producto
χ: porcentaje en el que cada dólar pagado en la compra decrecerá el costo medio operacional
τ_{max}: máximo de tiempo aceptable para la planta de producción para finalizar la operación
δ: La tasa, en la que, cada dólar pagado en mercadeo dará lugar a una disminución de los costes de inversión ($\alpha I\tau_{max}$)
ε: La tasa, en la que, cada dólar pagado en compras dará lugar a una disminución de los costes de inversión ($\alpha I\tau_{max}$)
φ: presupuesto disponible para compras y mercadeo

Para desarrollar este modelo se tiene que los parámetros definidos no se conocen con precisión (son difusos). Esta imprecisión puede surgir al consultar con algunos expertos su opinión sobre los valores de estos parámetros. A este inconveniente Klir et al (7), plantea una solución, en donde se asume que los coeficientes son números difusos triangulares. Cualquier numero difuso triangular A puede ser representado por tres números reales s, l, r, cuyo significado se enseña en la Figura 2.

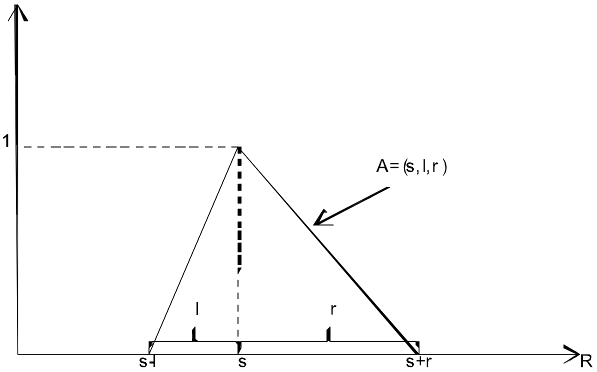

Figura 2. Concepto numero triangular

Usando esta representación un modelo de programación lineal de tipo:

$$\text{Max Z} = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \qquad (15)$$

Sujeto a :

$$\sum_{j=1}^{n} A_{ij} X_j \leq B \;, \quad (\text{i } \varepsilon \text{ N}) \qquad (16)$$

Puede ser transformado en:

$$\text{Max Z} = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \qquad (17)$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{n} (s_{ij}, l_{ij}, r_{ij}) X_i \leq (t_i, u_i, v_i) \;, \quad (\text{i } \varepsilon \text{ N}) \qquad (18)$$

Para nuestro caso, los expertos pueden señalar valores sobre los cuales infieren algún resultado, así por ejemplo podrían referirse a θ_2 como un valor que puede estar entre 1.2 y 1.4, siendo lo más probable 1.27. De la misma manera los demás parámetros pueden formularse de manera triangular, así:

$\tilde{\theta}_1 = (1.27, 0.07, 0.13)$

$\tilde{\theta}_2 = (1.4, 0.04, 0.03)$

$\tilde{\theta}_3 = (1.3, 0.05, 0.05)$

$\tilde{\beta} = (1.5, 0.03, 0.05)$

$\tilde{\varepsilon} = (0.03, 0.03, 0.005)$

$\tilde{\chi} = (1.2, 0.05, 0.05)$

$\tilde{\delta} = (0.055, 0.025, 0.025)$

Los demás valores se toman como números reales, (aunque también pueden ser definidos como números triangulares si es del caso)

$\rho_{1\,max} = 6.5$
$\rho_{2\,max} = 1.7$
$\rho_{3\,max} = 1$
$\pi_{min} = 11$
$\pi_{max} = 16$
$\rho_{1\,min} = 5$
$\rho_{2\,min} = 1.2$
$\rho_{3\,min} = 0.5$
ξ_{max}: 1.2
ξ_{min}: 0.8
α: 0.2
I: 0.65
τ_{max}: 1
δ: 0.05
φ: 1.5

$$\text{Max Z} = \tilde{P} - \left[\left(\tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 + \tilde{S}_3\right) + \tilde{S} + \tilde{M} + \tilde{O} + 0.125\tilde{T}\right.$$

Sujeto a:

$S_1 \geq 6.5 - 1.2S$
$S_1 \geq 6.5 - 1.27S$
$S_1 \geq 6.5 - 1.4S$
$S_2 \geq 1.7 - 1.36S$
$S_2 \geq 1.7 - 1.4S$
$S_2 \geq 1.7 - 1.43S$
$S_3 \geq 1 - 1.25S$
$S_3 \geq 1 - 1.3S$
$S_3 \geq 1 - 1.35S$
$S_1 \geq 5$
$S_2 \geq 1.2$
$S_3 \geq 0.5$
$P \leq 11 + 1.47M$
$P \leq 11 + 1.5M$
$P \leq 11 + 1.55M$
$O \geq 1.2 - 1.15S$
$O \geq 1.2 - 1.2S$
$O \geq 1.2 - 1.25S$
$O \geq 0.8$
$0.125T \geq 0.125\ 0.03M - 0S$
$0.125T \geq 0.125 0.055M - 0.03S$
$0.125T \geq 0.125 0.08M - 0.035S$
$M + S \leq 1.5$
$T \leq 1$

La solución obtenida a través del programa LINDO, es la siguiente

Tabla1. Solución ejemplo 1

Variable	Valor
Z	2,51
P	12.61
S1	6.02
S2	1.2
S3	0.5
S	0.4
M	1.1
O	0.8
T	0.74

El valor de 2.51 es entonces la mejor solución a un modelo que parte de valores no definidos con exactitud, debido a la incertidumbre que le es inherente o a la flexibilidad con la que los expertos pueden referirse al tema.

Esta solución permite asignar los siguientes valores a las variables de decisión:

El gasto del presupuesto destinado a compras por productos (S) es de 0.4.
El gasto del presupuesto destinado a mercadeo por productos (M) es de 1.1.
El tiempo de entrega a acordar con los clientes es de 0.74.
De acuerdo a las relaciones establecidas en la formulación del problema se obtiene que:
Precio del producto (P), seria de 12.61.
El precio de las materias primas S_1, S_2, S_3, se ubicarían en 6.02, 1.5, 0.4 respectivamente.

Los gastos operacionales (O) serian de 0.8.

Esta solución podría ser satisfactoria o no para el decisor, quien puede descartar en cualquier momento la incertidumbre asociada y hallar quizás mejores soluciones. Así por ejemplo la empresa puede suponer que lo invertido en compras supondrá una buena disminución en el precio final de la materia prima, por lo que destinaría una mayor proporción del presupuesto a fortalecer dicho departamento. Sin embargo los proveedores pueden comportarse de forma diferente a lo presupuestado, lo que acarrearía costos innecesarios y perdida de oportunidad en inversión. De esta manera un decisor puede adoptar estrategias optimista o pesimista para tomar decisiones; considerando que ninguna de las dos estrategias poseen ventajas absolutas una sobre la otra. La siguiente metodología se basa en encontrar una solución intermedia a la que se le pueda asociar un nivel de satisfacción que en definitiva valoraría el decisor.

El siguiente ejemplo ilustra un problema de planeación de la producción, en el que es importante conocer la demanda, pero debido al carácter de incertidumbre de ésta, es posible que se generen costos por sobreproducción o, el caso contrario, por no tener el producto adecuado en el momento y lugar preciso.

B. Aplicación de lógica difusa en la planeación agregada de la producción

Las demoras en el cubrimiento de la demanda del consumidor a tiempo, pueden incrementar los costos o conducir a intangibles como perdida de prestigio en toda la cadena de suministro; las fallas resultantes al tratar de coordinar la producción con la demanda pueden implicar déficit y entregas tardías, así como tiempos ociosos. Por lo tanto la adopción de un plan de producción en un horizonte de tiempo dado, debe realizarse considerando factores que puedan afectar su ejecución optima, como por ejemplo la capacidad de producción, los costos de almacenamiento, los costos asociados a las compras , proveedores, costos de perdida de prestigio entre otros. La optimización de estos aspectos esta directamente relacionada con la demanda pronosticada, la cual posee cierto grado de incertidumbre que hace que el plan adoptado no siempre sea el más adecuado cuando se confronta con la realidad

En el siguiente ejemplo se aplican elementos de lógica difusa para dar solución a un modelo de planificación agregada de la producción con demanda incierta, para determinar las cantidades a producir, el número de trabajadores que deben contratarse o despedirse, y los niveles de inventario que debe tener la empresa en cualquiera de los periodos, con el objetivo de minimizar los costos asociados a estas variables.

En este modelo se considera la demanda como una variable difusa mientras que los demás parámetros y variables son conocidos y no tienen variación en el horizonte de planificación (6 meses).

$$Maximizar\ Z = \sum_{t=1}^{T} (\gamma_t P_t - \varepsilon_t P_t - \theta_t H_t - \varphi_t W_t - \alpha_t L_t - \rho_t I_t - \delta_t B_t) \quad (19)$$

Sujeto a:

$$P_t \le n_t W_t \qquad t = 1,2,...T \quad (20)$$

$$\mathrm{W}_t = W_{t-1} + H_t - L_t, \qquad t = 1,2,...T \quad (21)$$

$$I_t - B_t = I_{t-1} - B_{t-1} + P_t - \widetilde{D}_t \qquad t = 1,2,...T \quad (22)$$

$$P_t, W_t, H_t, L_t, B_t \ge 0 \qquad t = 1,2,...T \quad (23)$$

Los índices y coeficientes del modelos son los siguientes:

T: longitud del horizonte de planeación, en periodos
t :índice de periodos, t = 1,2,…,T
D_t: pronóstico del número de unidades demandadas en el periodo t

β_t: número de unidades que puede hacer un trabajador en el periodo t
γ_t: Precio de una unidad en el periodo t
ε_t: costo de producir una unidad en el periodo t
φ_t: costo de un trabajador en el periodo t
θ_t: costo de contratar un trabajador en el periodo t
α_t: costo de despedir un trabajador en el periodo t
ρ_t: costo de mantener una unidad en inventario durante el periodo t
δ_t: costo del faltante de una unidad durante el periodo t
P_t : número de unidades producidas en el periodo t
W_t: número de trabajadores disponibles en el periodo t
H_t: número de trabajadores contratados en el periodo t
L_t: número de trabajadores despedidos en el periodo t
I_t: número de unidades en inventario al final del periodo t
B_t: número de unidades faltantes al final del periodo t

Este problema de programación lineal posee la siguiente estructura:

$$\text{Max } Z = CX \tag{24}$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq \tilde{b} \tag{25}$$

En este caso el número difuso $\tilde{b}$ tendría la siguiente forma

$$B_i(x) = \begin{cases} 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots si \quad x \leq b \\ \dfrac{b_i + p_i - x_i}{p_i} \quad si \quad b_i < x < b_i + p_i \\ 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots si \quad b_i + p_i \leq x \end{cases} \tag{26}$$

Gráficamente seria:

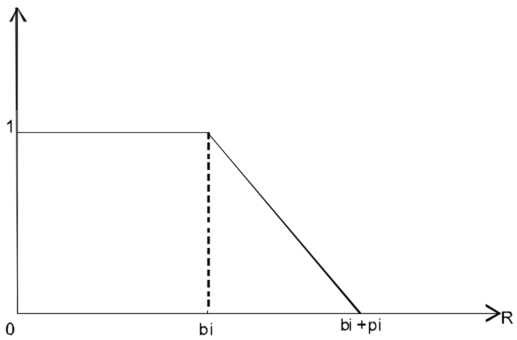

Figura 3. Numero difuso $\tilde{b}$

En nuestro caso la demanda siempre seria un valor igual o superior b_i e inferior a $b_i + p_i$

El conjunto difuso de valores óptimos G, esta definido por la siguiente función de pertenencia

$$G_i(x) = \begin{cases} 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots si \quad z_i(x) \leq z_l \\ \dfrac{z_i(x) - z_i}{z_u - z(l)} \quad si \quad z_l < z_i(x) < z_u \\ 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots si \quad z_u \leq z_i(x) \end{cases} \tag{27}$$

Los valores z_u y z_l se clasifican como el mayor y el menor valor que determina la función objetivo y el vector director que le corresponde, dentro de la región factible de soluciones, con restricciones difusas (Correa, (2)).

Ahora el modelo planteado llega a ser un problema de optimización clásico:

$$\text{Max } \lambda \tag{28}$$

Sujeto a:

$$\lambda\,(z_u - z_l) - cx \text{ d» } -z_l \tag{29}$$

$$\lambda\, \text{pi} + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i \leq b_i + p_i \tag{30}$$

λ, $xi \geq 0$

λ es el nivel que como mínimo tiene que alcanzar todas las funciones de pertenencias.

Para ilustrar el anterior modelo, se proporcionan los siguientes datos

T=6
γ_t=49
ε_t = 12
β_t = 4
φ_t = 15 por hora
θ_t = 450
α_t = 600
ρ_t = 5
δ_t = 1
Con t= 1, 2, 3, 4, 5, 6
W_0= 35

Los pronósticos de la demanda se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 2. Demanda y días hábiles

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Total
Demanda Mínima	2760	3360	3970	3540	3180	2900	19710
Demanda Máxima	2960	3610	4190	3740	3430	3100	21030
Días hábiles	21	20	23	21	22	22	129

La demanda mínima se toma como un valor seguro dentro del horizonte de planeación, esto es, no hay posibilidad de que la demanda sea menor a esta cantidad. La demanda máxima es el valor máximo que podría alcanzar la demanda, esto es, la posibilidad de que sea mayor es nula. De esta manera la demanda adquiere la forma de un número difuso definido en la ecuación (26)

La representación del modelo es la siguiente:

Maximizar z:

$49(P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6)-12(P_1+P_2+P_3+P_4+P_5+P_6) - 2520W_1-2400W_2-2760\ W_3-2520W_4-2640W_5-2640W_6 - 450(H_1+H_2+H_3 +H_4 +H_5 +H_6) -600(L_1+L_2+L_3+L_4 +L_5+L_6) + 5(I_1+I_2+I_3+I_4+I_5+I_6)-B_1-B_2-B_3-B_4- B_5-B_6$

Sujeto a:

$P_1 \leq 84\ W_1$
$P_2 \leq 80\ W_2$
$P_3 \leq$ » $92\ W_3$
$P_4 \leq 84\ W_4$
$P_5 \leq 88\ W_5$
$P_6 \leq 88\ W_6$
$W_1= 35 + H_1 – L_1$
$W_2= W_1 + H_2 – L_2$
$W_3= W_2 + H_3 – L_3$
$W_4= W_3 + H_4 – L_4$
$W_5= W_4 + H_5 – L_5$
$W_6= W_5 + H_6 – L_6$

$I_1– B_1= 0– 0 +P_1– \tilde{D}_1$

$I_2– B_2=I_1– B_1+P_2- \tilde{D}_2$

$I_3– B_3=I_2– B_2+P_3- \tilde{D}_3$

$I_4– B_4=I_3– B_3+P_4- \tilde{D}_4$

$I_5– B_5=I_4– B_4+P_5- \tilde{D}_5$

$I_6– B_6=I_5– B_5+P_6- \tilde{D}_6$

B_6=0, toda la demanda debe quedar satisfecha al final del horizonte de planeación.

I_6=0 El inventario al final del horizonte de planeación debe ser cero.

Resolviendo el modelo para hallar los valores de Z_u y Z_l, se encuentra que:

$$Z_u= \$141855.1$$

El plan correspondiente es:

Tabla 3. Plan de producción para demanda alta

Mes	Produc	Inven	Contr	Despido	Trabaj	Dema no satisfe
Ener	2960	0	0,238	0	35,24	0
Febr	3346,3	0	6,590	0	41,83	263,70
Marz	3848,24	0	0	0	41,83	605,46
Abril	3513,61	0	0	0	41,83	831,86
May	3680,93	0	0	0	41,83	580,93
Junio	3680,93	0	0	0	41,83	0

Z_l= \$133535.4,

El cual se obtiene de:

Tabla 4. Plan de producción para demanda baja.

Mes	Produc	Inven	Contr	Despido	Trabaj	Dema no satisfe
Ener	2940	180		0	35	
Febr	3105,56	0	3,82	0	38,82	74,44
Marz	3571,39	0		0	38,82	473,06
Abril	3260,83	0		0	38,82	752,22
May	3416,11	0		0	38,82	516,11
Junio	3416,11	0		0	38,82	0

En consecuencia, el modelo de planificación agregada se convierte en:

Max λ

Sujeto a:

λ (59155.1873) - z(x) <= -891409.7128
P_i d» $n_i\ W_i$
$W_i= W_{i-1} + H_i – L_i$
$-200\lambda + I_1 – B_1= 0 – 0 + P_1 - 2960$
$-250\lambda + I_2 – B_2=I_1 – B_1 + P_2 - 3610$
$-220\lambda + I_3 – B_3=I_2 – B_2 + P_3 - 4190$
$-200\lambda + {}_{I4} – B_4=I_3 – B_3 + P_4 - 3740$
$-250\lambda + I_5 – B_5=I_4 – B_4 + P_5 - 3430$
$-200\lambda + I_6 – B_6=I_5 – B_5 + P_6 – 3100$
$\lambda, I_i>=0$
$B_6= I_6= 0$

El valor de λobtenido al solucionar el modelo es ë= 0.50116, lo cual se interpreta como la satisfacción del decisor con la solución hallada.

El plan agregado de producción es el siguiente:

Tabla 5. Solución plan agregado de producción

Mes	Produc	Inven	Contr	Despido	Trabaj	Demanda no satisfe
Ener	2940	80,23	0	0	35	0
Febr	3227,49	0	5,34	0	40,34	176,99
Marz	3711,62	0	0	0	40,34	545,11
Abril	3388,87	0	0	0	40,34	796,01
May	3550,24	0	0	0	40,34	550,48
Junio	3550,24	0	0	0	40,34	0

La utilidad asociada a este plan es de $ 137704.9, la cual se obtendría de satisfacer una demanda total en el horizonte de planeación igual a 20368.46 unidades. La implementación más eficiente con este nivel de demanda conlleva a que la empresa sólo tendría existencias en el inventario al inicio de enero, mientras que en los meses siguientes seria igual a 0, lo que acarrearía costos por la no satisfacción de la demanda entre los meses de febrero y mayo. Según el plan, en junio se terminaría de satisfacer toda la demanda proyectada y no se tendrían productos en inventario, logrando con esto satisfacer las restricciones del problema.

Este modelo puede ser ampliado considerando valores difusos en la función objetivo, además de que se podrían incluir sin mucha dificultad otras variables y restricciones relacionadas con materia prima, horas extras, mano de obra ociosa, etc, lo que llevaría a formular un de modelo de planeación de la producción más amplio.

En cuanto al cumplimiento de las restricciones, se puede verificar que el valor de las mismas están comprendidos dentro del límite de violación admitido.

IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El análisis de los resultados obtenidos para los modelos desarrollados en este articulo, se enseña a continuación:

Ejemplo 1

Si bien, en el primer ejemplo sólo se formularon algunos coeficientes como números difusos en las restricciones, los demás coeficientes tanto de las restricciones como de la función objetivo pueden formularse de igual manera.

Es importante señalar que para este modelo, la función objetivo tendrá un valor de 2.51 unidades monetarias por cada unidad, en el caso que se hubiera solucionado el modelo de programación lineal sin tener en cuenta la incertidumbre, es decir, asumiendo que la información es exacta, se obtendría la siguiente solución:

Tabla 6. Solución del modelo planteado con información exacta.

Variable	Valor
Z	2,6
P	12,67
S1	6,011
S2	1.2
S3	0.5
S	0,388
M	1,112
O	0.8
T	0,42

De acuerdo a los resultados ilustrados en la figura 5, para el problema especifico, es posible verificar que la inclusión de incertidumbre tendría una disminución en el valor optimo del 3.5%.

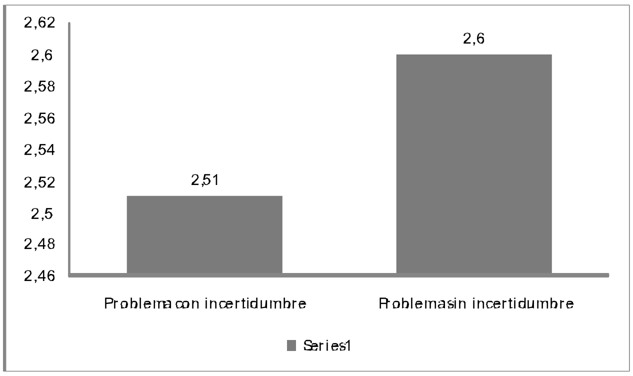

Figura 4. Solución al objetivo para maximizar ganancias con y sin incertidumbre.

Es así como se puede considerar que el costo de incluir la incertidumbre es relativamente bajo. Por tal motivo el decisor podría implementar con mayor seguridad la solución obtenida teniendo en cuenta los factores de incertidumbre. En cualquier caso, la selección de una solución particular, dependerá del objetivo o de los objetivos planteados en el problema.

Ejemplo 2

Con este ejemplo se ha abordado un modelo general para el establecimiento de un plan agregado de producción, en el que se cuenta con una demanda que puede estar entre dos valores máximo y mínimo. En este sentido el modelo se resuelve con lógica difusa hallándose una solución eficiente para la asignación de recursos, y a la que corresponde un nivel de satisfacción.

La producción mensual suponiendo la máxima y mínima demanda, además de la solución encontrada con la metodología propuesta, se enseña en la Figura 4.

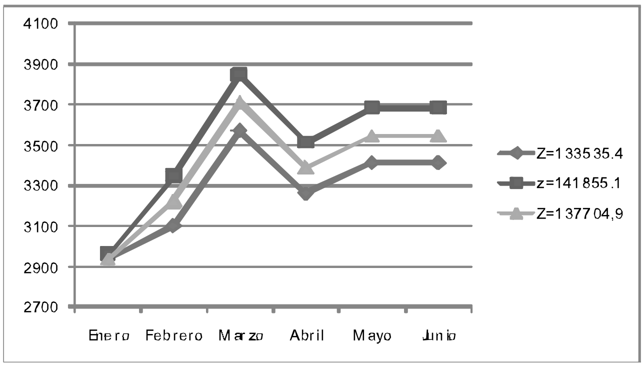

Figura 5. Alternativas de producción

En la Figura 4 se enseña como aumenta la utilidad en relación directa con el número de unidades producidas al final del horizonte de planeación. Sin embargo al suponer una demanda mayor a la que realmente se presenta, la utilidad esperada no se concreta y por el contrario se incurre en mayores costos. Por lo tanto la empresa debe decidir si ser optimistas y asumir el riesgo de producir más de lo necesario o planear la producción con base en proyecciones de baja demanda que no represente mayores riesgos. El plan de producción obtenido a través de lógica difusa y del cual se puede esperar obtener una utilidad de $137704.9, es una solución intermedia que equilibra los criterios pesimistas u optimistas del decisor, dado que su nivel de satisfacción con respecto a la máxima utilidad que podría esperar obtener la empresa ($141855.1) es de ë= 0.50116 (ver Figura 5)

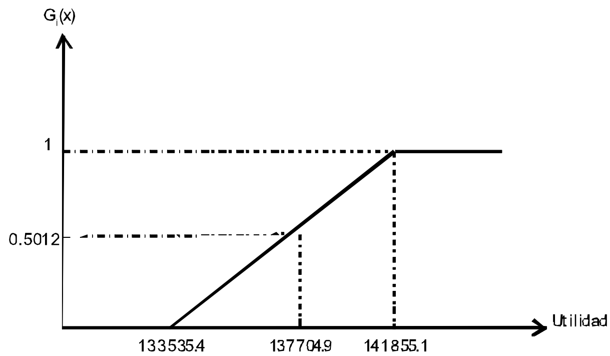

Figura 6. Mapeo de la función objetivo

Hay que anotar que en la medida que la información con la que cuenta el decisor sea más precisa, entonces su satisfacción será mayor. Por lo tanto, la utilidad de las metodologías aquí mostradas, redunda en la admisión de niveles de incertidumbre asociados en la formulación de todos los coeficientes implicados en las funciones objetivo, así como en las restricciones y recursos del problema.

V. CONCLUSIONES

Los modelos aquí presentados, son sólo un ejemplo de las diferentes aplicaciones que puede tener los conjuntos difusos y la lógica difusa para facilitar la toma de decisiones en la gestión de la cadena de suministro. El paso a seguir, es llevar estas técnicas a la practica y validarlas con los resultados que se pueden obtener a través de métodos convencionales con el fin de establecer la forma más apropiada de decidir en entornos inciertos.

La consideración de la incertidumbre en la formulación de las restricciones de un problema, podría redundar en un mayor grado de satisfacción en las soluciones de un decisor al momento de aceptar ciertas tolerancias en la consideración de sus restricciones. Este grado de satisfacción puede ser incluso medido gracias a la función de pertenencias del modelo respectivo, lo que supone una mejora importante en comparación a otras herramientas de análisis.

El uso de números difusos, permite involucrar directamente dentro del número, la incertidumbre. Es así como, un valor exacto de 30 puede ser sustituido por un número difuso definido como «cercano a 30». De esta forma, se plantea una nueva alternativa para el manejo de la incertidumbre que ofrece un nuevo punto de vista a la solución de problemas de decisiones en contextos de incertidumbre y enriquece el análisis que realice un profesional al respecto.

La aplicación de las metodologías planteadas en el presente articulo, parte de la factibilidad de especificar la importancia de una u otra restricción en la formulación del modelo. De esta manera se puede presentar la estimación de soluciones a problemas que tengan incertidumbre para la existencia o consecución de recursos. En el caso particular de la producción agregada, es posible verificar una menor satisfacción en la decisión que se tome, cuando un problema tenga mayores componentes de incertidumbre. Sin embargo la medida en que el grado de satisfacción sea mayor, el decisor tendrá una mayor confianza para implementar la solución obtenida.

REFERENCIAS

[1] Alex, R. 2007. Fuzzy point estimation and its application on fuzzy supply chain analysis. Fuzzy sets and Systems No 158, pp 1571- 1587.

[2] Correa, G. J., 2004. Aproximaciones metodológicas para la toma de decisiones, apoyadas en modelos difusos. Tesis Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín.

[3] Tadic, D., 2005. Fuzzy multi-criteria approach to ordering policy ranking in a supply chain. Yugoslav Journal of Operations Research 15 Number 2, PP. 243-258

[4] Petrovic, D., Dobrila, R. et. al., 1999. Supply chain modeling using fuzzy sets. International Journal of Production Economics.

[5] Diaz, F. J. y Alvarez, W., 2006. Planeación de producción aplicando programación lineal. Trabajo de investigación Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.

[6] Fazel, Z. y Mohammad, H., 2007. Five crisp and fuzzy models for supply chain of an automotive manufacturing system. International Journal of

Management Science and Engineering Management Vol. 2 No. 3, pp. 178-196.
[7] Klir, G.J y Yuan, B., 1995. Fuzzy sets end fuzzy logic, theory and applications. New Jersey: Prentice Hall PTR.
[8] Jiménez, J E. y Hernández, S., 2002. Marco conceptual de la cadena de suministro: un nuevo enfoque logístico. Mexico: Sanfandila, Qro.
[9] Jürgen, S., Multi-site Scheduling with Fuzzy Concepts. University of Oldenburg, Dept. of Computer Science Escherweg 2, D-26121 Oldenburg Germany
[10] Mula Bru J. et al., 2007. Material Requirement Planning with fuzzy constraints and fuzzy coefficients Fuzzy sets and Systems No 158, pp. 783-793.