

# SIMETRÍA Y ESTRUCTURA

*La profundización en el conocimiento  
de la naturaleza pone en evidencia  
la universalidad de la simetría y su relación  
con la complejidad de los objetos.*

## La simetría

El concepto de simetría, como cualquier otro, se ha desarrollado paulatinamente, tiene su historia. Seguramente, como lo indica la etimología de esta palabra griega, inicialmente denotada la proporcionalidad y el equilibrio observado en muchas de las expresiones concretas de la naturaleza, o también el término medio de las cosas que observadas desprevénidamente, nos agradan<sup>1</sup>. Esta particularidad encontró bien pronto aplicaciones en la arquitectura y en el arte monumental, escultórico y pictórico como manifestación de las proporcionalidades espaciales. La proporcionalidad en el tiempo, como sensación gratificante, la encontramos en la música, en la armonía, término que es prácticamente sinónimo de simetría, de equilibrio.

Mayor concreción del concepto de simetría se encuentra en la geometría, en donde muchas figuras son el resultado de una proporcionalidad adecuada de sus partes entre sí y de éstas con la figura misma. Pero, curiosamente, existen figuras geométricas (polígonos y poliedros) que pueden ser construidos y, descontada cierta idealización, ser sometidos a movimientos especiales o a la combinación simultánea de algunos de ellos, los cuales, gracias a la simetría, dejan finalmente la figura indistinguible de su situación o estado inicial. Obviamente, todo objeto espacial por asimétrico que sea encuentra un movimiento, por ejemplo, una rotación de  $360^\circ$  alrededor de un eje, que lo deja indistinguible de su situación inicial. Pero para las figuras geométricas a las que nos referimos existen conjuntos de movimientos diferentes que dejan la forma de la figura indistinguible. Esto supone que en el todo (la figura, por ejemplo un triángulo equilátero), una forma se va sustituyendo a sí misma como resultado de la sustitución de algunos de sus elementos constitutivos (en este caso los lados del triángulo se sustituyen unos a otros mediante rotaciones consecutivas de  $120^\circ$ ) por otros (Figura 1). Las figuras que permiten o que toleran movimientos de este tipo permaneciendo indistinguibles son simétricas y cuanto mayor sea el número de tales posibles movimientos mayor será el grado de su simetría.

Ahora nos hemos formado un concepto más preciso de la simetría, como resultado de la experiencia empírica y de su abstracción. El suponer en la Figura 1 que los triángulos *a* y *c* son indistinguibles, más que la igualdad de las dos figuras supone la identidad tanto de ellas como de los diversos elementos (lados) que las componen en un todo. En las figuras reales que hayamos construido o en los objetos de la naturaleza esta igualdad es siempre aproximada, pero en la abstracción cognoscitiva se puede ser suficientemente estrictos y suponer entre las figuras consideradas y entre sus elementos constituyentes la identidad, que para el caso es una coincidencia perfectamente congruente.

Podemos sin embargo construir formas idénticas, como las mostradas en la Figura 2(a), cuyos elementos (caras y aristas) coinciden con una perfecta congruencia, pero que no pueden ser sustituidas indistinguiblemente la una por la otra, ni mediante rotaciones ni traslaciones. No obstante, un observador imaginario en el interior de estos tetraedros, construidos con triángulos escalenos iguales, que pudiera trasladarse instantáneamente del interior de uno de ellos al del otro, los hallaría idénticos: sus propiedades y relaciones, como por ejemplo las distancias entre pares de puntos correspondientes serían iguales (una igualdad que, como se dice matemáticamente, se fundamenta en las propiedades topológicas internas del espacio) y, a pesar de ello, las formas totales vistas desde el exterior, como se muestran en la Figura 2(a), no son sustituibles la una por la otra mediante los movimientos de rotación o traslación antes señalados. Podría hasta aquí afirmarse que las formas de la Figura 2(a) no son simétricas, a menos que haya otro tipo de movimiento y operación que haga posible esa sustitución. Y, ciertamente, si por el medio de los dos tetraedros colocamos un espejo de doble faz *P* (plano de simetría), como se muestra en la Figura 2(b), entonces cada objeto creará en el espejo su propia imagen, la cual sustituye, o mejor, se superpone sobre el otro coincidiendo con él congruentemente.

El descubrimiento de esta operación o movimiento de reflexión especular es el descubrimiento de una nueva ex-

presión de simetría: la simetría de derecha e izquierda o simetría bilateral. Los objetos que responden a este tipo de simetría se llaman enantiomorfos. El enantiomorfismo es un fenómeno frecuente en la naturaleza y su trascendencia aumenta en la medida en que se profundiza en el conocimiento de las formas de organización de la materia y también de su constitución fundamental. Son enantiomorfas las manos de cada persona, la cristalización del cuarzo en sus formas derecha e izquierda, que conducen a la formación de cristales dobles en maclas de penetración organizados según las leyes llamadas de Dauphine y brasilera, importantes por la gran diferencia entre sus propiedades piezoeléctricas.

La cristalización de sustancias en formas enantiomórficas o isométricas fue descubierta por L. Pasteur desde 1848, al investigar el ácido tartárico<sup>2</sup>, y fue él quien propuso entonces el término de disimétricos para los objetos que no podían ser superpuestos congruentemente con su imagen especular. No obstante, hoy la disimetría no puede entenderse como la ausencia total de simetría, aunque sí la supresión de algunas de sus formas. Estos tres tipos de movimientos u operaciones de simetría (las rotaciones, las reflexiones y las traslaciones) con sus combinaciones, son suficientes para deducir los tipos de simetrías conocidos en los objetos espaciales y que se manifiestan como ciertas regularidades geométricas.

De otra parte, el concepto de simetría se ha formado a través de ideas como la de identidad y movimiento. La identidad es una categoría filosófica. Al respecto queremos subrayar solamente que ella implica, entre objetos idénticos, la igualdad o mejor la invariabilidad de sus propiedades y relaciones características. Pero, por otro lado, la identidad es una categoría contradictoria, pues además de la invariabilidad ya señalada, supone la existencia de diferencias y cambios que, por ejemplo en nuestro caso de la *Figura 1*, nos permitirían distinguir los estados de las figuras después de las rotaciones y traslaciones, si tales estados no fueran idénticos.

En la realidad todo está sujeto al cambio permanente, pero esto no niega la posibilidad de la identidad sino que apenas la hace relativa. Entre el cambio y la estabilidad de las propiedades y relaciones de los objetos sobre los que yacen, la simetría así entendida, es una categoría contradictoria que implica simultáneamente la existencia de algo invariante, y a la vez algo en cambio, en movimiento, inseparables lo uno de lo otro. Esta interpretación es la que ha permitido a N. F. Ovchinikov definir la simetría en su sentido más amplio, como "la unidad de la conservación y el cambio"<sup>3</sup>. En esta definición, por conservación no solamente ha de entenderse la de las magnitudes físicas que luego de determinadas transformaciones permanecen invariantes, y que por cierto siempre están asociadas con algún tipo de simetría, sino también los aspectos invariantes de cada objeto en cuanto a su conformación, propiedades y relaciones.

La simetría es una regularidad de la naturaleza, en la cual la conservación de las cosas, de sus propiedades o de sus relaciones se encuentra en íntima relación con los cambios correspondientes. La simetría representa la unidad de la conservación y el cambio por cuanto ella implica simultáneamente la identidad o invarianza, aunque relativa, del objeto como también el movimiento o cambio del mismo. Esta idea sustentada no solamente en el campo de las simetrías geométricas, enriquece el concepto de simetría y lo hace aplicable a diversos campos del conocimiento de la naturaleza, de la lógica y de las matemáticas.

En el conocimiento del mundo material se ha puesto mayor atención al movimiento, al cambio permanente de los objetos, a la aparición de fenómenos, a su repetición, desaparición o sustitución por otros y quizá se ha descuidado un tanto la permanencia, la estabilidad y la invarianza de los mismos, sin lo cual el conocimiento sería imposible. Los mayores logros de la ciencia, las leyes más universales de la física, están representadas en el descubrimiento de invariantes, en las leyes o principios de conservación, asociados siempre a nuevos tipos de simetría. Así, la simetría se convierte en un criterio metodológico muy importante para la profundización en el conocimiento de la naturaleza.

Mayor alcance ha encontrado el concepto de simetría dentro de las matemáticas y sus aplicaciones en la física y otras ciencias, donde igualmente tiene validez su contenido. Por ejemplo, la posición de un objeto geométrico puede representarse con la ayuda de números, los cuales tienen sentido en un sistema de coordenadas. En efecto, una serie de números  $X_1, X_2, \dots, X_n$  puede caracterizar no solamente un objeto, una figura, sino también sus relaciones con el sistema. Es bien sabido que si el mismo objeto se representa en otro sistema, se obtendrán otros números  $X'_1, X'_2, \dots, X'_n$ , con los cuales al igual que con los del primer sistema, se pueden construir las funciones, expresiones matemáticas  $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$  y  $f(X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$  que caracterizan el objeto en cuestión en cada uno de los sistemas de referencia. El principio de identidad o invarianza del objeto se expresa precisamente en la igualdad de las dos características:

$$f(X_1, X_2, \dots, X_n) = f(X'_1, X'_2, \dots, X'_n) \quad (1)$$

En este caso el cambio de sistema de referencia es equivalente a una transformación, importante problema matemático que podemos interpretar como un movimiento que se realiza sobre el objeto. La igualdad de las funciones características representa la invariabilidad del objeto, que no tenía por qué cambiar en sí por el sólo hecho de cambiar de sistema de referencia. Si existen varias transformaciones posibles, es decir, varios conjuntos diferentes de números  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , que satisfagan entre sí la condición (1), entonces tendremos un objeto de determinada simetría, la cual, como quedó dicho, sólo se evidencia mediante el movimiento o cambio y la identidad o invarianza del objeto, luego de cada movimiento realizado.

Análogamente una función matemática puede representar objetos de la más variada índole, abstracta o real, y si ella está sujeta a la existencia de invariantes, de leyes de conservación, entonces siempre estará asociada a algún tipo de simetría. En física la conservación de la energía, del impulso, del momento angular, de la carga eléctrica de las partículas, la estabilidad de algunas propiedades de las partículas elementales de materia, siempre están relacionadas con algún tipo de simetría<sup>4</sup>. Igualmente, en la naturaleza cualquier tipo de simetría debe corresponder a algún tipo de conservación.

La teoría de grupos es la rama de las matemáticas más relacionada con invariantes y simetrías. En ella, en calidad de elementos se pueden tomar números, transformaciones, propiedades o cualquier otro objeto. Un conjunto de elementos conforma un grupo siempre que cumplan los conocidos postulados de la unidad, asociatividad y de los elementos inversos.

Analizar las transformaciones, dentro de la teoría de grupos, permite una operatividad metodológica para evidenciar nuevos tipos de simetrías, en contraposición a la evidencia de la observación empírica y puramente geométrica de la naturaleza con la que se comenzó a formar la idea de la simetría. Se pueden analizar diversas transformaciones, no solamente en espacios tridimensionales sino en el espacio-tiempo o en espacios de mayor dimensionalidad. Resulta el estudio de los principales logros de la ciencia que tienen relación con invariantes y simetrías, algunos de los cuales han representado verdaderas revoluciones científicas. Ya mencionamos algunas leyes de conservación en la física, a las que hay que sumar la teoría de la relatividad, la mecánica cuántica y nuevos tipos de simetrías que parecen tener relación con la estabilidad de la materia altamente organizada.

Eugene Wigner, ganador del Premio Nobel de Física en 1963 y gran aportante a las ideas de simetría y sus aplicaciones en la teoría de partículas elementales, distingue tres categorías en las ciencias naturales, según su orden de subordinación: los sucesos, las leyes naturales y los principios de simetría. Con esta distinción de Wigner citada por Ovchinnikov, queremos resaltar la importancia que se concede a la simetría en el desarrollo de la ciencia contemporánea. La historia del concepto de simetría ha ido paralela con la profundización que el hombre paulatinamente logra del conocimiento de la naturaleza.

Con el ánimo de relieves en esta breve exposición la trascendencia de la simetría, hemos utilizado con el mismo sentido palabras no completamente equivalentes como identidad, invarianza, conservación, lo que no puede absolutizarse siempre, puesto que diferenciamos dos tipos de simetría: uno que podría llamarse teórico o matemático y otro, el de la simetría de los objetos reales, que se puede evidenciar empíricamente mediante formas de movimiento, como las anteriores analizadas. Pero las dos caben bien dentro de la definición generalizada de simetría como la unidad del cambio y la conservación o invarianza del

objeto, cualidad o relación en que se sustenta dicha simetría. Si se trata de un objeto teórico, abstracto o matemático, la simetría se evidencia por la existencia de unas transformaciones y los invariantes que a ellas corresponden. Si en cambio se trata de objetos de la naturaleza, cosas o propiedades de las mismas, entonces la simetría se manifiesta como un reflejo de la estructura de tales objetos, explícita mediante formas concretas de movimiento de los mismos, que los dejan indistinguibles del estado inicial, bien sea en cuanto a su posición, a sus propiedades o a sus relaciones. Así, la conservación, la invarianza se apoya en el principio general de la simetría. La simetría es una regularidad de la naturaleza y del conocimiento. Sin embargo en la realidad del objeto, que suele ser más compleja que su idealización o modelo, la simetría se manifiesta como una aproximación. En ella no existe una verdadera simetría o asimetría. Por ejemplo, los cristales reales más perfectos, siempre poseen impurezas y defectos que los separan de la simetría ideal del grupo que les corresponde. En la naturaleza se observan casos en que la simetría se infringe extremadamente. Así, la simetría de la carga eléctrica en nuestro mundo real se infringe en el sentido de que él está construido fundamentalmente de electrones, mientras que los positrones son una rareza. La materia viva, el ADN, la albúmina y otras, suelen ser internamente asimétricas, aspecto éste al que se le atribuye gran importancia en los procesos de intercambio de sustancias e información y se considera como condición indispensable para la aparición y evolución de la vida<sup>5</sup>, elevadísima forma de organización de la materia. En general, al aumentar el grado de organización o en cuanto más se profundice en la elementalidad de la materia tanto más disminuye su simetricidad<sup>6</sup>.

La disimetría observada por L. Pasteur es un aspecto de la infracción de la simetría. Esta idea fue luego desarrollada por P. Curie, quien entiende por disimetría la ausencia de unos u otros elementos de simetría. Pero el número de elementos de simetría ausentes en un determinado caso puede ser muy alto, por lo que en la práctica se opera no con la disimetría sino con la simetría de los objetos.

Un cambio en la simetría de un objeto, que puede consistir en la ausencia de algunos de sus elementos iniciales, no necesariamente debe interpretarse como la tendencia a su desaparición. En una concepción más general de la simetría, que suponga múltiples formas de su manifestación, la desimetrización debe suponer no solamente la desaparición de unos elementos de simetría, sino la aparición de otras de sus formas. Por este camino se va a la idea de una compensación de la simetría en la naturaleza, a su conservación y a la permanente expectativa por encontrar nuevas expresiones y nuevas formas de movimiento de la materia asociadas con ellas, en la unidad de cambios e invarianzas tanto externos como internos de los objetos.

### La estructura

La estructura es, según una definición, "la conexión y relación recíproca, estables, sujetas a ley, entre las partes y

elementos de un todo, de un sistema”<sup>7</sup>. La estructura de los objetos permanece invariable a pesar de las modificaciones o cambios a que sus partes constituyentes y los objetos mismos están sometidos permanentemente. Es decir, el cambio permanente de unos elementos, por ejemplo, no siempre modifica el fundamento, la organización de las cosas, sus propiedades, aunque si puede ir acumulando la potencialidad de su transformación radical, de la conversión de un objeto en una estructura diferente.

Esta transformación suele ocurrir en forma de saltos de calidad, o por lo menos de procesos supramente más rápidos que el proceso de acumulación de los cambios tanto en las partes como en los objetos. La estabilidad de la estructura de un objeto en el tiempo, garantiza la estabilidad de las propiedades y atributos del objeto, que visto de otra manera es un sistema con cierta estabilidad, o estabilidad relativa. La estabilidad y las propiedades físicas de muchas fases cristalinas y su conversión mutua, como en el caso del cuarzo, el carbono y otros, cuyas transiciones dependen de parámetros termodinámicos, son ejemplos ilustrativos de esta afirmación.

La naturaleza se nos manifiesta en diferentes dominios o formas estructurales: las nebulosas, los sistemas solares, la tierra, la corteza terrestre, los minerales, los átomos, las partículas fundamentales. Estos y muchos otros sistemas, incluyendo los sociales, son objeto de la investigación del hombre, gracias a que son sistemas que cuentan con una estructura relativamente estable, lo que a su vez permite que en determinado momento de la teoría puedan tomarse como elementos indivisibles. No obstante al estudiar las propiedades de cada uno de ellos es necesario encontrar la relación de tales propiedades con la estructura del objeto. Por ejemplo, los átomos, que al ser propuestos por Demócrito en la antigüedad se consideraron indivisibles. También lo fueron al revivirse la teoría atómica por Dalton en el siglo XIX, pero muy pronto se prescindió de tal indivisibilidad con la teoría atómico-molecular formulada por Avogadro y Ampere<sup>8</sup>, pues al conocer mejor las propiedades del átomo se evidenció su estructura compleja. El núcleo atómico es hoy un objeto de investigación cuya estructura ha resultado difícil de explicar, un sistema de elementos materiales del que todavía no se ha podido formular una teoría suficientemente plausible y coherente con los experimentos.

En general no se ha llegado nunca a uno o unos cuantos objetos simples a partir de los cuales se pueda edificar la naturaleza; por esto se afirma que cada objeto siempre es un sistema y para diferenciar estos sistemas de los sistemas conceptuales, con frecuencia se los denomina estructuras. En cualquier estructura se pueden definir diversos sistemas de elementos y de los nexos existentes entre ellos, lo que permite conocer algunos aspectos de la misma. La estructura es pues la forma como se organizan los sistemas de elementos, para tal efecto considerados indivisibles y discretos, manifestando estabilidad e invariabilidad en el tiempo. Una estructura en la realidad no está aislada, sino

que se interrelaciona con otras dando lugar a diferentes niveles de calidad en la materia. La estructura representa el aspecto invariante de un sistema estacionario.

El análisis de la estructura de un objeto debe establecer claramente sus elementos, las relaciones y nexos entre los mismos, las leyes que permiten la existencia y funcionamiento del objeto como sistema estable, la unidad del mismo objeto, es decir, su conservación a pesar de los procesos de cambio internos y externos a que está sometido y que de hecho va acumulando.

Como elemento de un sistema puede tomarse cualquier objeto indivisible, dentro de la estructura dada, en partes de la misma calidad. Si se trata de la estructura elemental de la materia, entonces sus elementos son partículas discretas con características también discretas. La indivisibilidad y la discreción son características fundamentales de los elementos de una estructura. Debe recordarse que no cualquier parte de un objeto estructural puede considerarse como su elemento. El elemento sí es una parte de la estructura pero que la define de alguna manera fundamental; por lo tanto, la determinación de los elementos de una estructura no es casual.

Los elementos dentro de un sistema estacionario se interrelacionan, mantienen nexos entre sí. Clarificar el carácter de tales nexos constituye un aspecto importante del conocimiento y de la estructura misma. El nexo tiene lugar entre dos o más cosas y precisamente donde no hay homogeneidad de las mismas, en donde hay discontinuidad o diferencia de propiedades o relaciones. Los nexos entre los elementos de un sistema pueden ser de índole diversa, pero suponen siempre movimientos, o bien internos del sistema que determinan los nexos estructurales, o bien movimientos del sistema con respecto a otros, lo que da origen a la formación y transformación de las estructuras y al establecimiento de nexos de tipo genético.

Las estructuras, pues, se forman en sistemas estacionarios y estos sistemas son portadores de algún tipo de simetría. Por tal razón, como lo señala Ovchinnikov<sup>9</sup>, “tiene gran significado la investigación de la simetría interna de un sistema estacionario. Esta investigación permite evidenciar los elementos potenciales de futuras estructuras y predecir la aparición de algunas formaciones que la naturaleza podría convertir de posibles en reales solamente en un discurrir infinito del tiempo”.

La estabilidad de una estructura formada en un sistema estacionario está relacionada con la invariabilidad de sus elementos y de los nexos entre ellos, a pesar de los movimientos estructurales. Es decir, esa estabilidad de la estructura, la invariabilidad de los elementos y de los nexos, tienen relación con un determinado tipo de simetría del sistema. Un cambio en los nexos estructurales conlleva a un nuevo tipo de simetría del sistema estacionario. La aparición de nuevos nexos estructurales supone en el objeto una forma de simetría más generalizada que implica mayor multiplicidad en las formas de movimiento. Como ya lo indicamos, la concepción más amplia de simetría es la que la interpreta

como la unidad del cambio y la invariabilidad del objeto en que se sustenta.

Al estudiar sistemas complejos el concepto de estructura se hace sinónimo de organización, y la conservación o invariación de la misma depende de la asimilación informativa que esos sistemas puedan tener en la interacción con su ambiente para introducir los correctivos necesarios.

Matemáticamente, la estructura es un concepto abstracto, generalizado con otros como el de conjunto y el de función, que satisfacen determinadas condiciones como las de reflectividad, antisimetría, transitividad, que, en últimas, no son otra cosa que la indivisibilidad, la identidad y la trasponibilidad o indistinguibilidad de los elementos del sistema, características estas que permiten o suponen movimientos internos (estructurales) del sistema (matemáticamente son transformaciones) que sin embargo lo conservan, lo dejan invariable. La estructura es pues una categoría que en el conocimiento no solamente implica la forma, sino también el contenido del objeto dado.

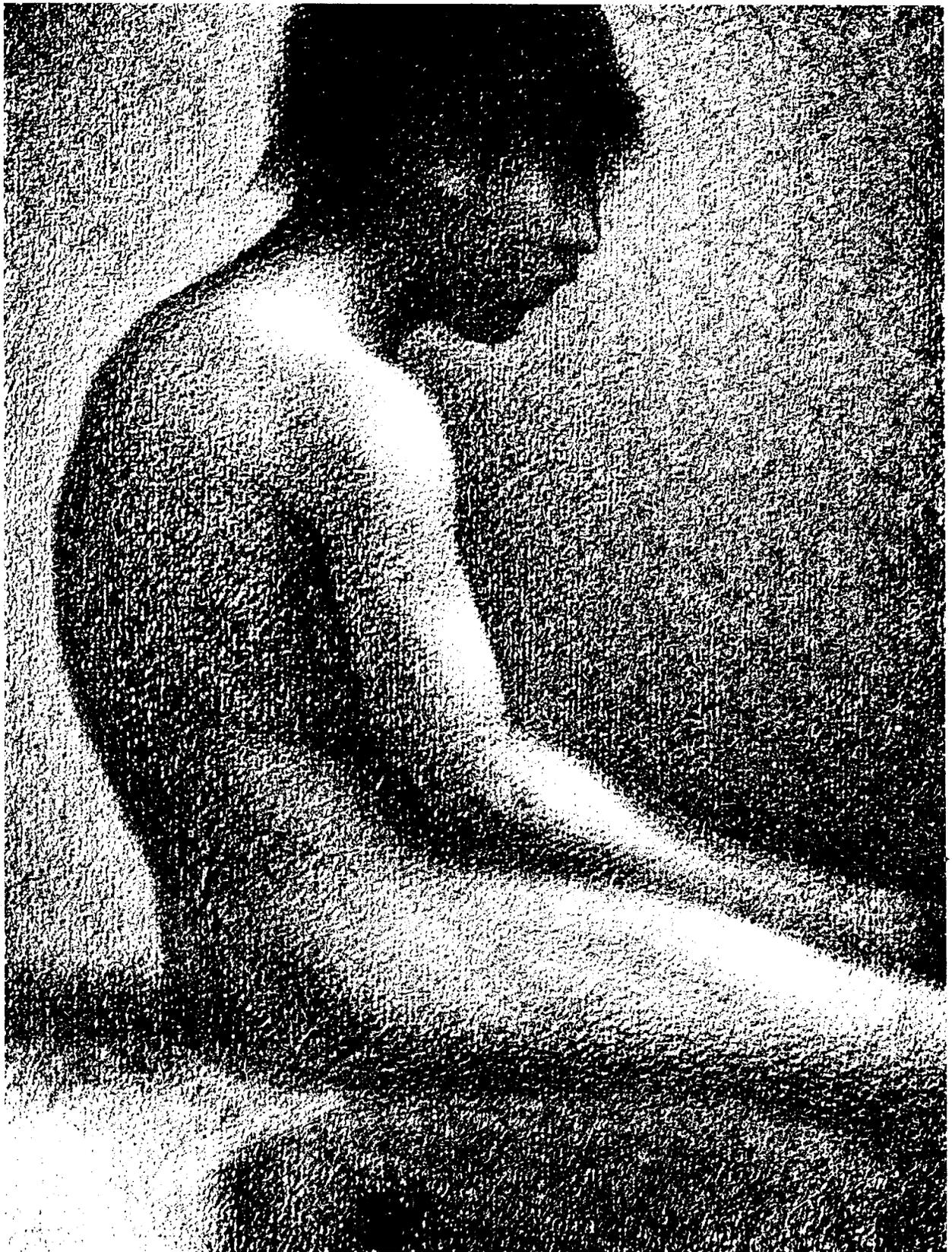
Al destacar, aunque muy breve y limitadamente, la importancia del concepto de estructura en la naturaleza, queremos finalmente subrayar la estrecha relación de éste con el de simetría. La simetría ha encontrado sus expresiones concretas no solamente en la geometría, sino también en las leyes de la física, en la biología y en otros campos de la ciencia y en general se la considera una peculiaridad universal de todas las manifestaciones concretas de la naturaleza. Precisamente este aspecto de universalidad de la simetría, asociada desde luego a la gran diversidad posible de movimientos de la materia, es la que se expresa en la definición generalizada que hemos acogido.

Esta misma idea es la que día a día se somete a prueba, a nuestro entender con éxito, en los campos fronterizos de la ciencia contemporánea, convertida en valioso criterio eurístico y metodológico para la investigación.

## NOTAS

1. WEYL, H. *Symmetry*. Princeton University Press, N. Jersey, 1952.
  2. KARAPETIANTS, M. J.; DRAKIN, S. I. *Estructura de la Sustancia*. Moscú: Mir, 1974, p. 150.
  3. OVCHINIKOV, N. F. *Los Principios de Conservación*. Moscú: Nauka, 1966, p. 204 (en ruso).
  4. FEYNMAN, RICHARD. *The Character of Physical Law*. London: Cox and Wyman Ltd., 1965, 4a. lección.
  5. BLUNDELL, T. L.; JOHNSON, L. N. *Protein Crystallography*. Nueva York: Academic Press, 1976, capítulo 19.
  6. VAINSHEIN, B. K.; FRIDKIN, V. M.; INDENBOM, V. L. *Cristalografía Moderna*, Moscú: Nauka, T. II, 1979, p. 160-162, 225-228.
  7. ROSENTHAL, M.; LUDIN, P. *Diccionario Filosófico*, Montevideo: Pueblos Unidos, 1965.
  9. OVCHINIKOV, N. F. *Ob cit.*, p. 292.
- \* VARELA MORA, JUAN DE DIOS, PH. D. Profesor Asociado del Departamento de Física de la Universidad Nacional de Colombia.





*Jeune homme nu de «La Baignade».*