



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**USO DEL CONTEXTO SOCIOCULTURAL  
COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN EL  
PROCESO DE ENSEÑANZA –  
APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL.**

**JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS**

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
SEDE MANIZALES  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA  
MANIZALES  
2014**

**USO DEL CONTEXTO SOCIOCULTURAL  
COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN EL  
PROCESO DE ENSEÑANZA –  
APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL.**

**TESIS ELABORADA POR  
JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS**

**Trabajo de investigación presentado  
Como Requisito Parcial para  
Obtener el Grado de  
Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**

**Director  
Dr. JOSÉ ISRAEL CÁRDENAS**

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
SEDE MANIZALES  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA  
MANIZALES  
2014**



**NOTA DE ACEPTACIÓN:**

---

---

---

---

---

---

**Firma del presidente del jurado**

---

**Firma del jurado.**

---

**Firma del jurado.**

**Manizales, Enero de 2014**

*A mi Madre Clara Inés Arias*

*A mis Hermanos y Familiares*

*A mis Amigos...*

*Con sacrificio puede ser que logres  
poco, pero sin sacrificio es seguro que  
no lograrás nada.*

*(Anónimo)*

*A Alien*

## AGRADECIMIENTOS

Los logros alcanzados por medio de la realización del presente trabajo de grado, quiero agradecerlo principalmente a Dios por llenarme de su sabiduría para alcanzar cada meta propuesta, por la fuerza, valor y entendimiento que me proporcionó para llevar a cabo todas las labores planeadas y superar cada dificultad presente en mi camino de formación.

Así mismo, agradezco a mi familia por entenderme y apoyarme en todo momento, por ser mi principal motivación en este proceso académico, por su inmensa colaboración para alcanzar de manera efectiva cada propósito en el desarrollo de la investigación.

A José Israel Cárdenas, mi director del proyecto, por su dedicación y apoyo en la realización de este trabajo, por sus saberes que cobraron relevancia en la elaboración y culminación de mi trabajo de grado.

Al profesor Carlos Mirquez, Docente de La Normal Superior de Ibagué, por su incondicional apoyo, por su amistad y por creer en las personas que lo rodean.

A la Universidad Nacional de Manizales por abrir su puertas para estudiar esta maestría y brindarme la oportunidad de aprender de sus maestros.

## Resumen

El presente trabajo propone una estrategia didáctica que permita abordar y potencializar la aprehensión de la función lineal en estudiantes de la media, este trabajo se desarrolló en la Escuela Normal Superior de Ibagué con alumnos de los grados 10-06 y 10-07 de la jornada tarde. Se contó con la participación de 57 estudiantes cuyas edades oscilan entre los 15 y 16 años. En la Normal Superior los estudiantes de grado décimo presentan dificultades con respecto a la función lineal, la falta de articulación de los registros (verbal, tabla, gráfico y algebraico) y la aplicabilidad en el contexto. Por tal razón el trabajo reportado está comprendido por la aplicación del contexto sociocultural como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza aprendizaje de la función lineal, con el propósito de trascender en la metodología hacia nuevas opciones didácticas que permitan mayor participación del estudiante y construcción de conocimiento a través de las interacciones sociales. Esto se realizó a través de salidas pedagógicas y desarrollando algunas actividades en el aula y fuera del aula, en las cuales se pudo evidenciar que el uso del contexto sociocultural del estudiante mejora sus procesos motivacionales, comprensión matemática e interacciones sociales cooperativas.

**Palabras claves:** Contexto sociocultural, función, función lineal, aprendizaje.

## Abstract

### **SOCIOCULTURAL CONTEXT USE AS TEACHING STRATEGY IN THE PROCESS OF TEACHING - LEARNING OF LINEAR FUNCTION.**

This paper aims to propose a teaching strategy that can address the apprehension and empower linear function of the average student, through this work was developed in the Normal School of Ibague with top grades 10-06 and 10 - day 07 of the afternoon. It was attended by 57 students aged between 15 and 16 years. In the Normal upper tenth grade students have dificultades regarding the linear function the lack of articulation of the records (verbal, table, graphic and algebraic) and applicability in the context. For this reason the work reported here is comprised of the application of the sociocultural context as a teaching strategy in the process of learning of the linear function, in order to transcend the methodologies to new educational options that enable greater student participation and construction of knowledge through social interactions. This was done by developing some educational outings and activities in the classroom and outside the classroom, in which it was evident that the use of the sociocultural context of improving student motivational processes, mathematical understanding and cooperative social interactions.

**Keywords:** sociocultural context, function, linear function, learning.



<b>Contenido</b>	<b>VII</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>V</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>VI</b>
<b>INDICE GENERAL</b>	<b>VII</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b>	<b>XI</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>XII</b>
<b>LISTA DE ANEXOS</b>	<b>XVI</b>
<b>INTRODUCCION</b>	<b>17</b>
<b>CAPITULO I</b>	<b>19</b>
<b>1. OBJETIVOS Y METODOLOGÍA</b>	<b>19</b>
1.1    OBJETIVOS	19
1.1.1    Objetivo General	19
1.1.2    Objetivos Específicos	19
1.2    METODOLOGIA	19
1.2.1    Tipo de Investigación	19
1.2.2    Diseño de la Investigación	20
1.2.3    Etapas de la investigación	20
<b>CAPÍTULO II</b>	<b>23</b>
<b>2. MARCO TEORICO</b>	<b>23</b>
2.1    Antecedentes	23
2.1.1    Antecedentes Internacionales	23
2.1.2    Antecedentes Nacionales	26
2.2    El Concepto de Función a Través de la Historia	27
2.2.1    Edad Antigua	27
2.2.1.1    Civilización Babilónica (2000 a.C. – 500 a.C.)	28

VIII	Contenido
2.2.1.2. Civilización Griega	28
2.2.2 Edad Media	29
2.2.3 Edad Moderna	30
2.2.4 La Evolución del Concepto en los Siglos XVIII y XIX	33
2.3 Representaciones Matemáticas en la Enseñanza de la Función Lineal.	34
2.3.1 Función Lineal y sus Diferentes Representaciones	37
2.3.2 Proporcionalidad Como Función: Función Lineal.	40
2.4 Modelación	41
2.4.1 Modelación Matemática Como Método de Enseñanza	45
2.4.2 Desarrollo del Contenido Programático	46
2.5 Teoría del Aprendizaje Significativo	46
2.5.1 Tipos de Aprendizajes Significativos	48
2.5.1.1 Aprendizajes de Representaciones.	48
2.5.1.2 Aprendizajes de Conceptos.	48
2.5.1.3 Aprendizaje de Proposiciones.	49
2.5.1.4 Principio de Asimilación	49
2.5.1.5 Diferenciación Progresiva y Reconciliación Integradora	50
<b>CAPITULO III</b>	<b>51</b>
<b>3. DESARROLLO METODOLOGICO</b>	<b>51</b>
3.1 Aplicación, Análisis de los Resultados de la Estrategia Metodológica	51
3.2 Desarrollo y Análisis del Pre Test	54
3.2.1 Desarrollo y análisis Pregunta 1 Pre-Test	54
3.2.1.1 Pregunta 1a	54
3.2.1.2 Pregunta 1b	56

	IX
3.2.1.3 Pregunta 1c	57
3.2.1.4 Pregunta 1d	60
3.2.1.5 Pregunta 1e	61
3.2.2 Pregunta 2. Pre -Test	62
3.2.2.1 Pregunta 2 a	62
3.2.2.2 Pregunta 2b	64
3.2.2.3 Pregunta 2c	65
3.2.2.4 Pregunta 2d	67
3.2.2.5 Pregunta 2e	69
<b>CAPITULO IV</b>	<b>72</b>
<b>4. PROPUESTA DIDACTICA: APLICACIÓN DEL CONTEXTO SOCIOCULTURAL DEL ESTUDIANTE EL PROCESO DE LA ENSEÑANZA DE LA FUNCION LINEAL</b>	<b>72</b>
4.1 Visitas a las Fábricas	72
4.2 Desarrollo de las Actividades	73
4.3 Actividades Extraclase	74
4.4 Socialización de la Actividad Extracurricular	80
<b>CAPITULO V</b>	<b>81</b>
<b>5. DESARROLLO Y ANÁLISIS DEL POS – TEST</b>	<b>81</b>
5.1. Desarrollo y Análisis Pregunta 1 Post – Test	81
5.1.1 Pregunta 1a Pos – test	81
5.1.2 Pregunta 1b Pos – test	82
5. 1.3 Pregunta 1c Pos – test	82
5. 1.4 Pregunta 1d Pos - test	84
5. 1.5 Pregunta 1e Pos-test	84
5. 2 Análisis Pregunta 2 Pos Test	86
5. 2.1 Pregunta 2a Post- test	86

X	Contenido
5. 2.2 Pregunta 2b Post-test	87
5. 2.3 Pregunta 2c Pos-test	88
5.2.4 Pregunta 2d Pos-test	89
5.2.5 Pregunta 2e Pos-test	90
5.3 Análisis y Presentación de los Resultados del Pre- Test Vs Pos - Test	91
<b>CAPITULO VI</b>	<b>102</b>
<b>6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>111</b>
6.1 Conclusiones	102
6.2 Recomendaciones	103
<b>REFERENCIAS</b>	<b>105</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>111</b>

## Lista de tablas

<b>Tabla 1-1</b> Metodología para el trabajo final de maestría	21
<b>Tabla 2-1</b> Representaciones según Azcárate (1990)	37
<b>Tabla 2-2</b> Primer caso	40
<b>Tabla 2-3.</b> Segundo caso	40
<b>Tabla 3-1</b> Tabla de categoría pre test y post test pregunta 1	52
<b>Tabla 3-2</b> Tabla de categoría pre test y post test pregunta 2	53

## Lista de figuras

<b>Figura 2-1:</b> Representación Gráfica de la función Nicolás Oresme	30
<b>Figura 2-2:</b> Gráfica de una función lineal	39
<b>Figura 2-3:</b> Elementos básicos de la construcción de modelos	43
<b>Figura 3-1:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que utilizan la noción de perímetro para resolver la pregunta 1a del Pre-test.	54
<b>Figura 3-2:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que elevan a la 4 para resolver la pregunta 1a del Pre-test	54
<b>Figura 3-3:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que plantean una multiplicación pero realizan una suma para resolver la pregunta 1a del Pre-test	55
<b>Figura 3-4:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que calculan el área para resolver la pregunta 1a del Pre-test	55
<b>Figura 3-5:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que construyen tablas a la pregunta 1b del Pre-test	56
<b>Figura 3-6:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que construyen tablas sin tener en cuenta los datos de la pregunta 1b del Pre-test	56
<b>Figura 3-7:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que realizan diagramas de barras a la pregunta 1c del Pre-test	57
<b>Figuras 3-8:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que no une los puntos de la recta y gradúa erróneamente los ejes en la pregunta 1c del pre-test.	57
<b>Figura 3-9:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que poseen una concepción de continuidad en la pregunta 1c del Pre-test	58
<b>Figura 3-10:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que realizan una representación icónica en la pregunta 1c del Pre-test	60
<b>Figura 3-11:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que desarrollan correctamente la pregunta 1d del Pre-test.	60
<b>Figura 3-12:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que explican pero no dicen ningún valor a la pregunta 1d del Pre-test.	60
<b>Figura 3-13:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica a la pregunta 1e del Pre-test.	61
<b>Figura 3-14:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que no establecen una formula algebraica a la pregunta 1e del Pre-test.	61
<b>Figura 3-15:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica errónea a la pregunta 1e del Pre-test.	62
<b>Figura 3-16:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen variable dependiente e independiente a la pregunta 2a del Pre-test	63

<b>Figura 3-17:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen magnitudes dependiente e independiente erróneamente a la pregunta 2a del Pre-test.	63
<b>Figura 3-18:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen si es una función a la pregunta 2b del Pre-test.	64
<b>Figura 3-19:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que no establecen si es una función a la pregunta 2b del Pre-test	64
<b>Figura 3-20:</b> Resultados de algunos estudiantes que realizan un diagrama de barras en la pregunta 2c del Pre-Test	65
<b>Figura 3-21:</b> Resultados de algunos estudiantes de la muestra poseen una concepción discreta en la pregunta 2c del Pre-Test	66
<b>Figura 3-22:</b> Resultados de algunos estudiantes de la muestra que unen los puntos de la recta en la pregunta 2c del Pre-Test	66
<b>Figura 3-23:</b> Resultados de algunos estudiantes de la muestra realizan un dibujo en la pregunta 2c del Pre-Test	67
<b>Figura 3-24:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que afirman que si es función lineal y no hallan la constante de proporcionalidad a la pregunta 2d del Pre-test	67
<b>Figura 3-25:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que afirman que la constante de proporcionalidad está relacionada con la luz solar a la pregunta 2d del Pre-test	68
<b>Figura 3-26:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que afirman que sí es función lineal y hallan la constante de proporcionalidad erróneamente a la pregunta 2d del Pre-test	68
<b>Figura 3-27:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que hallan la pendiente a la pregunta 2d del Pre-test	69
<b>Figura 3-28:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una formula algebraica a la pregunta 2e del Pre-test	69
<b>Figura 3-29:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que no establecen una formula algebraica a la pregunta 2e del Pre-test	70
<b>Figura 3-30:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una formula algebraica errónea a la pregunta 2e del Pre-test	70
<b>Figura 4-1:</b> Orientaciones del director textil a los estudiantes	73
<b>Figura 4-2:</b> Ingreso de los estudiantes a la fábrica	74
<b>Figura 4-3:</b> Ejemplo N° 1 por una estudiante en la actividad extracurricular	75
<b>Figura 4-4:</b> Gráfica del problema en contexto del ejemplo N°1	76
<b>Figura 4-5:</b> Ejemplo N° 2 por una estudiante en la actividad extracurricular	76
<b>Figura 4-6:</b> Desarrollo de la situación problema en el ejemplo N° 2	77
<b>Figura 4-7:</b> Tabla de valores de la situación problema del ejemplo N° 2	78
<b>Figura 4-8:</b> Tabla de valores comparando resultados del ejemplo N° 2	79
<b>Figura 4-9:</b> Gráfica de un estudiante de una situación del ejemplo N° 2	80
<b>Figura 5-1:</b> Respuesta de los estudiantes de la muestra a la pregunta 1a del	

Pos-Test	81
<b>Figura 5-2:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que construyen tablas verticales u horizontales especificando el nombre de las casillas a la pregunta 1b del Pos-Test	82
<b>Figura 5-3:</b> Resultados de algunos estudiantes de la muestra que no unen los puntos de la recta en la pregunta 1c del Pos-test	82
<b>Figura 5-4:</b> Resultados de algunos estudiantes de la muestra que unen los puntos de la recta en la pregunta 1c del Pos-test	83
<b>Figura 5-5:</b> Respuesta de los estudiantes de la muestra a la pregunta 1d del Pos-Test	84
<b>Figura 5-6:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica a la pregunta 1e del Pos-Test.	84
<b>Figura 5-7:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que no establece una fórmula algebraica a la pregunta 1e del Pos-Test	85
<b>Figura 5-8:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica errónea a la pregunta 1e del Pos-Test.	85
<b>Figura 5-9:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen magnitudes dependientes e independientes a la pregunta 2a del Pos-Test.	86
<b>Figura 5-10:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen magnitudes dependientes e independientes erróneamente a la pregunta 2a del Pos-Test.	87
<b>Figura 5-11:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen que sí es una función a la pregunta 2b del Pos-Test.	87
<b>Figura 5-12:</b> Resultados de algunos estudiantes de la muestra que no unen los puntos de la recta en la pregunta 2c del Pos-test	88
<b>Figura 5-13:</b> Resultados de algunos estudiantes de la muestra que unen los puntos de la recta en la pregunta 2c del Pos-test	89
<b>Figura 5-14:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que hallan la pendiente y la relacionan con la constante de proporcionalidad a la pregunta 2d del Pos-Test.	90
<b>Figura 5-15:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que hallan un fórmula algebraica a la pregunta 2e del Pos-Test.	90
<b>Figura 5-16:</b> Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica errónea a la pregunta 2e del Pos-Test.	91
<b>Figura 5-17:</b> Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 1a	92
<b>Figura 5-18:</b> Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 1b	93
<b>Figura 5-19:</b> Resultados del pre – tes Vs pos –test de la pregunta 1c	94
<b>Figura 5-20:</b> Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 1d	95
<b>Figura 5-21:</b> Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 1e	96
<b>Figura 5-22:</b> Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 2a	97
<b>Figura 5-23:</b> Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 2b	98



<b>Figura 5-24:</b> Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 2c	XV
<b>Figura 5-25:</b> Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 2d	99
<b>Figura 5-26:</b> Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 2e	100
	101

## **Lista de anexos**

<b>Anexo A</b> Pre test	112
<b>Anexo B.</b> Pos – test	115
<b>Anexo C.</b> Tabla de categorías	118
<b>Anexo D.</b> Desarrollo de Actividad	130
<b>Anexo E.</b> Gráficas de los resultados a las preguntas del pre-test	134
<b>Anexo F.</b> Gráficas de los resultados a las preguntas del pos-test	139
<b>Anexo G.</b> Evidencia fotográfica	144
<b>Anexo H.</b> Evidencia fotográfica actividades propuesta	147

## INTRODUCCION

El aprendizaje como un proceso natural, social y activo y no pasivo, puede ser lineal y no lineal; además es integrado y contextualizado basado en un modelo que debe ser cambiante; y se fortalece en contacto con las habilidades e intereses y cultura. Este aprendizaje debe ser acompañado por el docente, a quien le corresponde ser un agente activo en el proceso.

Habitualmente, la enseñanza de las matemáticas era dominada por el modelo transmisivo – receptivo donde el profesor elabora contenidos que el alumno recibe pasivamente. Al suceder esto el estudiante no estaba en la capacidad de contextualizar su aprendizaje, produciendo una apatía de los jóvenes frente a las matemáticas.

De igual forma la enseñanza de las matemáticas debe generar en los estudiantes la capacidad de intuición, razonamiento, de comunicación y de resolución de problemas, encontrando en esta última una dificultad, ya que en las clases se hace hincapié en la resolución de problemas rutinarios y fuera de contexto, que impiden vivenciar en el estudiante las aplicaciones de esta área de conocimiento en la vida real. Generalmente esto se debe a que los estudiantes consideran las matemáticas como un conjunto de temas fragmentados debido a que en las clases no se les presentan situaciones donde tengan la necesidad de relacionar diferentes contenidos.

Por esta razón esta propuesta surge de la reflexión pedagógica y didáctica evidenciada en el aula de clase frente a las dificultades que tienen los estudiantes en la comprensión del concepto de función lineal, su interiorización y aplicación al contexto. Animados por el deseo de lograr un trabajo más satisfactorio, motivador y significativo tanto para el estudiante como para el profesor nos centramos en la búsqueda de nuevos caminos, considerando a la enseñanza de la Matemática ya no como una mera transmisión de técnicas de resolución, sino como un instrumento apreciable para el abordaje de las situaciones, que ofrece asimismo la oportunidad de conectar y utilizar ideas de diferentes áreas de conocimiento.

He aquí la importancia de implementar en la propuesta las situaciones del contexto real para la enseñanza de la función lineal ya que a través de esta, el estudiante relaciona los contenidos matemáticos con la realidad de forma significativa, además de entender la importancia de la aplicación en otras disciplinas.

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS*

El diseño de esta propuesta se distribuyó en cinco capítulos: En el capítulo I se plantean los objetivos, la metodología y las etapas que se desarrollarán en la propuesta. En el capítulo II se desarrolla el marco teórico incidiendo en los antecedentes, aspectos históricos de la función lineal, el aprendizaje significativo planteado por Ausubel (2002)[1], donde concibe al aprendizaje como

“Un proceso constructivo y dinámico, donde el nuevo conocimiento se relaciona con las ideas previas propias de la estructura cognitiva del sujeto, por medio de procesos de asimilación y acomodación que modifican los nuevos conocimientos y las ideas previas del estudiante, reorganizan y amplían la estructura cognitiva del sujeto que aprende.”  
(p.11)

De igual forma en este capítulo se tienen en cuenta los registros de representación semiótica planteados por Duval (1998)[2], el constructivismo social como referente del aspecto socio cultural y su importancia en los procesos de enseñanza aprendizaje de los alumnos; además se hace una breve exposición de lo que normalmente se trabaja sobre el concepto de función lineal. En el capítulo III se describe el procedimiento metodológico, precisando la población y la muestra, las acciones realizadas en el estudio, aplicación y análisis de los resultados del pre-test y pos-test. En el capítulo IV se describe el diseño, construcción y desarrollo de una colección de actividades basadas en algunas visitas realizadas a algunas fábricas de la ciudad, y se realizan la verificación y el análisis de los resultados tanto del pre-test como del pos-test aplicado a los dos grupos con los que se trabajaron. Finalmente, en el capítulo V se dan las conclusiones y recomendaciones a partir del trabajo experimental realizado. Además al final de este trabajo se consignan las fuentes bibliográficas y anexos.

El tipo de estudio es experimental y cualitativo. Se trabajó con dos grupos de décimo grado, teniendo en cuenta que a uno de los grupos, el docente que plantea la propuesta le había orientado en el año anterior; el otro grupo se escoge de los otros décimos a los cuales el año anterior no se le había orientado clase. La medición se efectuará mediante una prueba diagnóstica, visitas a diferentes fábricas de la ciudad durante el proceso, y el desarrollo de diferentes tareas desarrolladas por los estudiantes de acuerdo a la información adquirida en cada visita. El procesamiento de los datos se llevará a cabo de forma cualitativa teniendo en cuenta las producciones realizadas por los estudiantes.

# CAPITULO I

A continuación se mostrarán los objetivos y metodología que se desarrollarán durante la propuesta, en la metodología se podrá destacar el tipo de investigación a realizar y cada una de las etapas que se desarrollarán para alcanzar los objetivos propuestos.

## 1. OBJETIVOS Y METODOLOGÍA

### 1.1 OBJETIVOS

#### 1.1.1 Objetivo General

Diseñar una estrategia didáctica para la enseñanza- aprendizaje de la función lineal a través del uso del contexto sociocultural de estudiantes de grado 10.

#### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Identificar herramientas y estrategias para la enseñanza de la función Lineal a través del contexto sociocultural presente en situaciones de aprendizaje contextualizado.
- Aplicar un pre test para diagnosticar la interpretación cognitiva del conocimiento matemático referente al concepto de función lineal.
- Diseñar e implementar una colección de situaciones de aprendizaje que permitan relacionar conceptos matemáticos como el de función lineal con el contexto sociocultural de los estudiantes.
- Aplicar y verificar el aprendizaje adquirido al implementar la estrategia teniendo como base el contexto socio cultural de los estudiantes.

### 1.2 METODOLOGIA

#### 1.2.1 Tipo de Investigación

Siguiendo los tipos de investigación educativa establecidos por Schroeder (1999) la investigación realizada:

- Por su finalidad: Es una investigación aplicada, porque está orientada a resolver un problema práctico del fenómeno educativo.

- Por su alcance temporal: es un tipo de investigación sincrónica, pues el resultado corresponde a un periodo de tiempo corto o a un momento específico.
- Por su amplitud: es de carácter micro educacional, puesto que la investigación se circunscribe a un grado y asignatura de estudio perteneciente a una institución educativa.
- Por su carácter: lo predominante es lo cuantitativo, en la descripción, análisis de datos empíricos recolectados en el trabajo de campo.
- Por su marco: tiene el carácter de empírica, experimental y de encuestas.
- Por el tipo de estudio: es una investigación piloto y evaluativa, pues pretende probar la eficacia de una estrategia didáctica y luego apreciar o enjuiciar el logro de los objetivos de la aplicación en el modelo de enseñanza.
- Por el objeto que se refiere: es una investigación disciplinar ya que está referido al proceso de enseñanza- aprendizaje de un tema de una asignatura específica.

### **1.2.2 Diseño de la Investigación**

La presente propuesta se aborda desde el enfoque esencialmente exploratorio y mixta. Por lo que en el análisis identifica las producciones realizadas por los estudiantes con el objetivo de detectar dificultades que tienen en el proceso de aprendizaje de la función lineal, luego verificar si el cambio de estrategia didáctica planteada en esta propuesta genera aprendizajes significativos en ellos.

### **1.2.3 Etapas de la investigación**

1. La propuesta se realiza con medición previa de una pre prueba y con medición posterior de una serie de actividades aplicadas a los grupos.
2. La elección de la muestra es intencional no probabilística ya que se tienen en cuenta a un grupo de estudiantes que recibieron clase en el grado noveno, con el docente que plantea la propuesta y a un grupo que haya sido orientado por otro docente. Cada grupo consta de 29 estudiantes para un total de 58 estudiantes.
3. Se realiza una pre prueba que consta de 10 preguntas y fue aplicada a estudiantes que estaban cursando el grado décimo de la educación media. Se dieron las indicaciones necesarias, se aclararon dudas para que procedieran a contestar las actividades, y se pidió que dieran explicación de sus respectivas respuestas.

Se orienta la estrategia didáctica planteada, en la cual se emplea las visitas a diferentes fábricas de la ciudad, con el propósito de emplear el contexto sociocultural del estudiante en el proceso de enseñanza- aprendizaje. Esta actividad tiene como fin resolver algunos problemas de la cotidianidad relacionados con la función lineal, ya que a partir del análisis de determinadas situaciones análogas de la vida cotidiana, se puede construir un modelo

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARJAS*

matemático que describa estas situaciones en términos de relaciones matemáticas y que permita hacer predicciones.

4. Finalmente se realiza la comparación del análisis de los resultados de la experimentación con las producciones de los estudiantes con el propósito de conocer con mayor precisión las dificultades que poseen al abordar el tema, cuando realizan pre-test y luego revisar si la implementación de la estrategia didáctica optimiza el proceso de enseñanza aprendizaje.

El siguiente cuadro expresa cuatro etapas que se desarrollarán para implementar la estrategia didáctica de la enseñanza de la función lineal. En cada una de las etapas se apuntó a alcanzar los objetivos propuestos.

**Tabla 1-1** Metodología para el trabajo final de maestría

ETAPA	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
<b>Etapa 1:</b> Identificación	Identificar herramientas y estrategias para la enseñanza de la función Lineal a través del contexto sociocultural presente en situaciones de aprendizaje contextualizado.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se realiza una revisión bibliográfica sobre los aspectos históricos sobre el concepto de función lineal.</li> <li>2. Se realiza una revisión bibliográfica sobre la teoría de aprendizaje significativo de David Ausubel y de las diferentes representaciones semióticas según Duval.</li> <li>3. Se realizó una revisión bibliográfica, tipos de estrategias didácticas.</li> </ol>
<b>Etapa 2:</b> Diagnóstico	Aplicar un pre test para diagnosticar la interpretación cognitiva del conocimiento matemático referente al concepto de función lineal.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se aplicará una pre prueba, para revisar qué conceptos y qué representaciones semióticas manejan los estudiantes con respecto a la función lineal.</li> <li>2. Categorización y análisis de las respuestas otorgadas por los dos grupos de estudiantes de décimo grado</li> </ol>
<b>Etapa 3:</b> Diseño de la Estrategia	Diseñar e implementar una colección de situaciones de aprendizaje que permitan relacionar conceptos matemáticos como el de función lineal con el contexto sociocultural de los estudiantes.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se realizará una visita a una fábrica de la ciudad de acuerdo a los intereses de los estudiantes, para revisar el proceso de producción y la forma como lo comercializan. Además que permitieran la construcción de una situación problema que contribuyera a la necesidad de aplicar o construir uno o</li> </ol>

<p>Etapa 4: Aplicación y verificación</p>	<p>Aplicar y verificar el aprendizaje adquirido al implementar la estrategia teniendo como base el contexto socio cultural de los estudiantes.</p>	<p>varios conceptos matemáticos.</p> <p>2. De acuerdo a las respuestas otorgadas en la fábrica a ciertos interrogantes de los estudiantes, se diseña una colección de actividades que permitan relacionar el contexto socio cultural del estudiante con el tema de función lineal.</p> <p>1. Se implementó la estrategia didáctica basada en la colección de actividades desarrolladas en la fase 3. Lo cual ofrecen al estudiante un escenario conocido, presentando una situación problema por enfrentar y desarrollando herramientas y conceptos matemáticos esenciales para un aprendizaje significativo, mientras el estudiante asumía el reto propuesto al resolverlas, aumentando su acervo de conocimiento.</p> <p>2. Se verifican y analizan los resultados obtenidos al implementar la colección de actividades desarrolladas por los estudiantes.</p>
---	--	--



## CAPÍTULO II

### 3. MARCO TEORICO

A continuación se mostrarán a manera de síntesis los antecedentes, referentes teóricos que sirvieron de soporte al trabajo realizado con los estudiantes de grado decimo de la Escuela Normal Superior de Ibagué, en los cuales se tuvieron en cuenta: antecedentes internacionales y nacionales, algunos referentes históricos, representaciones matemáticas según Duval y aprendizaje significativo de David Ausubel.

#### 2.1 Antecedentes

En el proceso de estudio de la propuesta se han encontrado artículos y trabajos relacionados con el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones, en particular la función lineal teniendo en cuenta como estrategia la modelación matemática. A continuación se realiza un breve recorrido revisando los aportes importantes como los de modelación, función y función lineal que pueden fortalecer esta propuesta.

##### 2.1.1 Antecedentes Internacionales

**Pérez, c. V., & Deulofeu, J. (2000) [3].** *“las ideas de los alumnos respecto a la dependencia funcional entre variables”*. Este estudio tiene como objetivo, analizar y clasificar las estrategias que utilizan los estudiantes para conocer la relación de dependencia entre dos variables, a partir de un enunciado en lenguaje natural que se refiere a una situación de contexto geométrico. Además de revisar las predicciones que realizan los alumnos respecto a la variación de una variable en situaciones de dependencia funcional, expresable mediante una ecuación. Este estudio se realizó en España y se particularizó en dos sentidos el estudio de dos variables, con una relación de dependencia expresado en una ecuación sencilla. Situaciones caracterizadas por contextos geométricos. Se tomó una muestra de 60 estudiantes, los cuales 33 pertenecían a la modalidad de ciencias y 27 a la modalidad de letras

mixtas. En la investigación se tuvo en cuenta las respuestas de las preguntas abiertas ya que aportaban información valiosa, evidenciando mejores resultados en los estudiantes de la modalidad de ciencias, ya que tienen una tendencia a utilizar el lenguaje algebraico frente a los estudiantes de la modalidad de letras.

**Damián, G. (2006)[4]** *“dificultades que presentan los estudiantes de tercer grado de educación secundaria al trabajar con los diferentes registros de representación de la función lineal”* tesis de grado para obtener de Licenciado en Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero en Acapulco México, realiza un análisis exploratorio para identificar las dificultades que presentan los estudiantes de educación secundaria al trabajar con las diferentes formas de representación de la función lineal. Entre sus conclusiones considera que los estudiantes poseen dificultades en las diferentes representaciones semióticas es decir, pasar de un lenguaje algebraico a lenguaje gráfico y viceversa, considera que esto puede suceder debido a las deficiencias en los procesos de enseñanza aprendizaje, ya que los estudiantes en sus respuestas eran muy mecánicas y rara vez justificaban sus respuestas.

**Vílchez J. (2007) [5].** *“modelo de enseñanza modular personalizada de las funciones trigonométricas en el quinto grado de educación secundaria”*, tesis de Doctor en Educación realizada en la Universidad de San Marcos en el Perú; con este trabajo se propone dar solución al bajo rendimiento académico en el aprendizaje de las funciones trigonométricas a estudiantes de quinto grado de secundaria de la localidad de Huánuco. A través de la elaboración de un Módulo didáctico y modelo de enseñanza personalizada para orientar el tema de las funciones trigonométricas a través de la Circunferencia unitaria en el plano cartesiano, esta iniciativa se tomó después de realizar un diagnóstico a todos los elementos básicos del proceso educativo. El proceso experimental de este estudio tuvo en cuenta un grupo experimental que trabajó con el Módulo Didáctico y un grupo control que trabajó de forma tradicional. De sus resultados concluye que el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes del grupo experimental son significativamente superiores a los estudiantes del grupo control.

**Rey, Boubée, Vazquez, & Cañibano., 2009 [6]** *“Aportes didácticos para abordar el concepto de función”* en su estudio se pretende realizar modificaciones didácticas que permitan potencializar el aprendizaje sobre el concepto de función en los estudiantes. Intenta desarrollar elementos alternativos para el abordaje didáctico de este tema, y en particular la función lineal. Los autores de este artículo plantean que el concepto de función; permite modelizar múltiples situaciones del mundo real, relacionando variables diversas. De esta manera, se posibilita el análisis de las situaciones desde un punto de vista dinámico, lo que permite sacar conclusiones y formular generalizaciones. El trabajo de modelización debe estar encaminado a resolver problemas que estén dentro del contexto de los estudiantes, teniendo en cuenta los diferentes registros: Registro verbal, registro tabla, registro gráfico, registro

algebraico y registro algorítmico, que trabajados aislados ocasionan limitación en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes; por el contrario deben de articularse para así poder distinguir la función de sus representaciones.

**Dominici & González, 2010[7]** “*Propuesta didáctica para la enseñanza del tema funciones a través de la utilización de estrategias meta cognitivas y el uso del Derive*” este estudio tiene como objetivo realizar una propuesta didáctica que tenga en cuenta la utilización de estrategias meta cognitivas y el uso de DERIVE para la enseñanza del tema de funciones especialmente las logarítmicas y exponenciales en la modelación de resolución de problemas de la vida diaria en los estudiantes de nivel medio del COLAPEC de Republica Dominicana. Los autores concluyen que hubo una gran aceptación por parte de profesores y especialistas sobre la propuesta didáctica.

**Vanegas, D., & Escalona, M. (2010) [8].** “*Representaciones de funciones matemáticas de una variable*” Artículo de la Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal, el objetivo que se persiguió en esta investigación es conocer las representaciones mentales usadas por los estudiantes del curso de cálculo I de la Universidad del Zulia para construir y descubrir una simbología matemática que permita al docente elaborar una estrategia para optimizar y enriquecer los aprendizajes de los estudiantes. Los autores concluyen que los estudiantes no logran establecer las conexiones necesarias o pertinentes entre sus estructuras cognitivas, los procedimientos adecuados, las operaciones, propiedades necesarias, y los distintos conceptos relacionados con el objeto matemático para poder enfrentar la situación. De igual forma infieren que si los estudiantes solo tienen representaciones mentales de tipo proposicional o analógico sin llegar a las de tipo modelo difícilmente van a tener las bases suficientes para lograr verdaderos aprendizajes ni mucho menos para realizar transferencia de los mismos.

**López, J. A. J. (2011) [9].** “*Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria*” presenta una investigación realizada a 74 profesores de la ciudad de México sobre la interpretación del concepto de variable, se pretendió detectar cuáles son las dificultades más comunes que presentan los profesores al tratar con los diferentes usos de la variable en el álgebra elemental (variable como incógnita, variable como número general y variables en relación funcional). Encontrando que los profesores de matemáticas de secundaria tienen serias dificultades para conceptualizar la variable en cada uno de sus usos siendo en relación funcional el uso de las variables donde se hallaron más errores.

**Gareis, Hernández, & Roldán, 2012; Obando, Arguedas, & Porras, 2012 [10]** “*Funciones con modelización matemática*” realizado en la Pampa argentina a estudiantes entre 14 y 15 años de 9° año de Educación General básica (E.G.B) en el Colegio secundario “Educadores Pampeanos” ex Unidad Educativa N. ° 13 de General Pico, muestra el diseño de una estrategia pedagógica para el estudio de las

funciones a través de la modelación matemática. En la propuesta desde el punto de vista metodológico, es esencial destacar que es a través de la construcción de modelos, cuando el alumno relaciona los conceptos matemáticos con la realidad y entiende la necesidad del estudio de la Matemática y su importancia en la aplicación a otras disciplinas.

**Obando, Arguedas, & Porras, 2012 [11]** “*Contexto sociocultural del estudiante como facilitador de su aprendizaje sobre conceptos de funciones en matemática*” desarrollada en Atenas, se estableció como propósito principal para analizar el impacto del uso del contexto sociocultural del estudiante como elemento facilitador del aprendizaje de la Matemática; en particular, sobre conceptos básicos de funciones reales de variable real”. Tomando como paradigma el constructivismo social. A través del diseño de una colección de actividades de aprendizaje significativo, estas actividades se elaboran siguiendo los principios de Ausubel (2002), las cuales fusionaron el contexto sociocultural del estudiante y el contexto matemático por abordar. Concluyendo que los estudiantes se sienten más dispuestos y motivados cuando se trabajan con aspectos de la vida real.

## 2.1.2 Antecedentes Nacionales

**Mesa, Y. M., & Villa Ochoa, J. A. (2011) [12].** “*Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática*”. Avance del proyecto de investigación desarrollado en cooperación entre la Universidad de Antioquia y el Instituto Tecnológico Metropolitano Campus Castilla (Medellín). En él se pretende diseñar y validar una propuesta didáctica mediante la cual se pueda construir el concepto de función cuadrática vía la modelización de fenómenos de variación. Además resalta la importancia de trabajar la modelación matemática en nuestras aulas ya que proporciona una mejor comprensión de los conceptos matemáticos al tiempo que permite construir una herramienta motivadora en el desarrollo de las clases.

**Giraldo Buitrago, H. (2012) [13].** “*Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno mediada en las nuevas tecnologías: Estudio de caso en el Colegio Marymount grupo 9° B del municipio de Medellín*”. Trabajo de grado para obtener el título de magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales de la Universidad Nacional. El autor concluye que el uso de las TIC en las clases es muy importante ya que el estudiante tiene diferentes opciones de comprender los conceptos y no está ceñido a una sola metodología de aprendizaje. Aunque el autor no concluye que el uso de este tipo de herramientas en su estudio mejora el rendimiento académico de los estudiantes en el análisis de los resultados, se evidencia que a los estudiantes que pertenecían al grupo experimental (los que realizaron el curso virtual en la plataforma MOODLE) obtenían mejores resultados en cada una de las actividades realizadas en comparación a los del grupo control.

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
**JOSÉ JONATHAN TORRES ARJAS**

**Hoyos, Y., & Carolina, L. (2013) [14].** “*conceptualización de la función lineal a través de situaciones concretas*”, Trabajo de grado para obtener el título de Licenciado(a) en Matemáticas, desarrollado en la Universidad Industrial de Santander (Bucaramanga). Esta propuesta tiene como objetivo diseñar y aplicar situaciones concretas de la vida cotidiana a estudiantes de 9 grado que permitan mejorar la conceptualización de la función lineal. La autora de este trabajo concluyo a través de los talleres y actividades realizadas que las situaciones concretas en los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática aportan a que los estudiantes realicen construcciones de los conceptos matemáticos. Además evidenció que había mayor participación por parte de los estudiantes cuando se modelaba con situaciones de la vida diaria encontrándole sentido al concepto de función lineal y a otros con los cuales se relaciona.

## **2.2 El Concepto de Función a Través de la Historia**

Según Bacallao, A (s. f 1996)[15] “El desarrollo de la Matemática como ciencia está marcado por los procesos dialécticos que se dan con las contradicciones en las cuales surgen y evolucionan los conceptos, leyes y procedimientos”. (p.2) Por esta razón pretendemos hacer un recorrido histórico por tres grandes periodos que marcaron los inicios del concepto de función, teniendo en cuenta que las opiniones de sus autores son distintas e incluso contradictorias. Así, mientras algunos autores admiten cierto carácter funcional en algunas operaciones de la antigüedad, ubican su auténtica aparición en el pleno siglo XIX. De esta forma este recorrido se realiza siguiendo el estudio de Youschkevitch (1976) [16] que ha sido una “fuente muy importante la cual resaltó los tres grandes periodos: Edad Antigua, Edad Media y Edad Moderna”. (p.5)

### **2.2.1 Edad Antigua**

En esta época difícilmente se puede hablar del concepto de función en general, sin embargo analizaremos algunas ideas que pueden relacionarse y que sin duda alguna tuvieron relación con la aparición del concepto de función. Según Baroody, A J. (1997) [17], “el conteo es un primer inicio ya que implica una correspondencia entre un conjunto dado de objetos y una secuencia de números para contar”. (P.5) En los primeros inicios el hombre dejó evidencia de una actividad que parecía ser la de contar por ejemplo, sobre restos óseos se han encontrado ciertas marcas sencillas que pudieron servir para llevar alguna cuenta. Puede decirse entonces, que la noción de función tiene sus raíces en el desarrollo del concepto de número. En este apartado tendremos en cuenta dos civilizaciones: La Babilónica y la griega.

2.2.1.1 **Civilización Babilónica (2000 a.C. – 500 a.C.).** Según Maza, C. (2000)[18]

Muy poco se puede decir de esta civilización con respecto al concepto de variable y función, debido a que los documentos conocidos no van más allá de una aritmética y una geometría elemental, y estos documentos se reducen casi siempre a tablas de cómputo y a colecciones de problemas resueltos, muchos de ellos de tipo práctico, sin explicación de métodos ni justificación. Sin embargo en otros campos como la astronomía estudiada también por esta civilización los hallazgos son un poco más alentadores, puesto que el carácter de sus datos tiene un gran interés para el conocimiento de las funciones. (p.17).

Si bien no se puede decir que los Babilónicos manejaban el concepto de función a la perfección, pero la noción de este concepto se encuentra explícita en tablillas astronómicas ya que estas reflejaban observaciones directas de fenómenos enlazados por una relación aritmética, como por ejemplo, los periodos de visibilidad de un planeta y la distancia angular de ese planeta al Sol.

2.2.1.2. **Civilización Griega.** Dentro de la civilización griega trataron con problemas de la noción de función, pero no fueron capaces de reconocerla ni de simbolizarla. Según Mason, S (1985) [19]

Uno de los antecedentes más significativos es que a principios del siglo II a.C. Los astrónomos griegos adoptaron el sistema babilónico y recopilaron tablas de cuerdas de un círculo. Para un círculo de radio determinado, estas tablas daban la longitud de las cuerdas en función del ángulo central que crecía con un determinado incremento (Almagesto de Ptolomeo), lo cual marcó el comienzo de la trigonometría. A pesar de este aporte de la cultura helénica, los griegos en su proceso tuvieron algunos obstáculos que impidieron que desarrollaran el concepto de función. (p.27)

Vamos a centrarnos en unos pocos conceptos como son la idea de proporción, el problema de la inconmensurabilidad y la separación entre número y longitud.

Según Bell, E.T. (1996). [20]

El papel predominante de las proporciones constituyó un serio obstáculo para el avance hacia el concepto de función. En efecto cuando se trabaja con proporciones es difícil distinguir la relación que existe entre magnitudes distintas, puesto que lo que se compara es siempre de la misma naturaleza. De forma que si los griegos se hubieran percatado que las proporciones esconden la dependencia que existen entre magnitudes distintas se hubieran acercado mucho a la idea de función. Para los pitagóricos “Todo es número”, pero esta idea empezó a bambolear con las Paradojas de Zenón y se vino abajo con la aparición de la inconmensurabilidad. La existencia de segmentos inconmensurables contradice lo siguiente: para poder expresar toda

razón de magnitudes mediante dos enteros, es necesario que dada dos magnitudes sea posible hallar una unidad que pueda medirlas a las dos. Esto ocasionó la separación entre número y magnitud. (p.13)

Por todo esto, se puede concluir que el estudio de fenómenos de cambio es aún muy mínimo y que las aproximaciones cuantitativas y cualitativas de dichos fenómenos se hallan todavía totalmente separadas y por lo tanto no es posible hablar de la formulación explícita de nociones como variable, dependencia o función.

### 2.2.2 Edad Media

La Edad Media comienza con la caída de Roma en el año 476, y finaliza en el año 1453, con la caída de Constantinopla en manos turcas. En esta época se hace referencia al trabajo desarrollado por los árabes quienes recopilaron buena parte de las obras griegas proporcionando a occidente un gran tesoro que desarrollará de forma increíble la Aritmética, sentando además las bases de una nueva rama de las Matemáticas: el Álgebra. Sin embargo no podemos hablar de un cambio sustancial en el tratamiento de las funciones, ni hay indicios que nos permitan pensar que los árabes avanzaron hacia el concepto general.

En este periodo específicamente en el siglo XIV tuvieron gran reconocimiento las escuelas de Filosofía de Oxford y Paris. Para estas escuelas, influenciadas por pensadores como Roger Bacon o Robert Grosseteste, las matemáticas griegas son un gran instrumento para el estudio de los fenómenos de la naturaleza. Entre sus mayores aportaciones resaltan el estudio cuantitativo del movimiento local no uniforme, partiendo de las doctrinas Aristotélicas.

Según Kosminsky, E. A., (1962) [21] “Durante esta época se estudiaron fenómenos bajo la terminología Aristotélica como: calor, luz, densidad, distancia y velocidad media de un movimiento uniformemente acelerado”. Las ideas se desarrollaron alrededor de cantidades variables independientes y dependientes, pero sin dar definiciones específicas. Así la evolución de la noción de función se vio asociada al estudio del cambio en particular del movimiento.

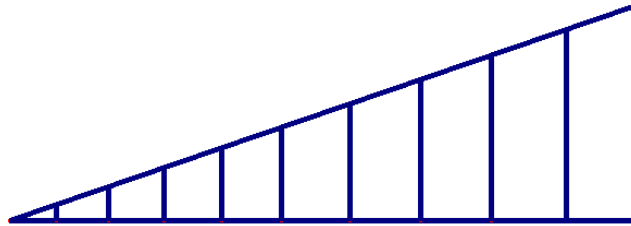
Asegura Ruiz, L. (1998) [22]

Nicolás Oresme (1323-1382) es el primero que introduce la representación gráfica de funciones en un sistema de coordenadas, uno de los aspectos esenciales de la geometría analítica. Hecho que resulto como método para representar las propiedades cambiantes de los objetos. Oresme desarrolló una teoría geométrica de las latitudes de las formas. En su obra titulada *Tractatus de latitudinibus formarum*. (p.58)

Este estudio inicia con una justificación sobre el uso de segmentos rectilíneos para representar todo lo que varía, ya que todo lo medible puede suponerse como una cantidad continua, pasando después a la representación de diversos tipos de cambio. Las funciones aparecen por primera vez dibujadas, trasladando al plano lo que hasta entonces habían hecho los geógrafos sobre la esfera. Mantuvo incluso los nombres longitud y latitud lo que hoy llamamos abscisa y ordenada.

Según Azcárate, C. Deulofet, J. (1996)[23]

De esta forma para representar por ejemplo la velocidad de un móvil a lo largo del tiempo, Oresme traza un segmento horizontal cuyos puntos representan los sucesivos instantes de tiempo (longitudes) y para cada instante traza un segmento perpendicular (latitud) cuya longitud representa la velocidad en aquel instante: Los extremos superiores de las latitudes determinan una curva, en nuestro ejemplo una recta, y si el movimiento parte del reposo, el total de las latitudes forman un triángulo rectángulo. (p.176)



**Figura 2-1:** Representación Gráfica de la función Nicolás Oresme

Fuente: J. Quillet, (1990) [24] Autor de Nicole Oresme, París, p. 12

Con este tipo de representaciones que nos recuerdan la representación gráfica de una función sobre unos ejes cartesianos, Oresme pretende que se entienda más fácil, y más rápidamente la naturaleza de los cambios ya sea cuantitativa o cualitativa, de modo que sea posible dar una representación de todos ellos.

Si bien en esta época se lograron resultados de interés para las matemáticas y las funciones en particular, puede decirse que no fueron de trascendencia debido a la discrepancia entre el nivel de abstracción de las teorías abordadas y la falta de un aparato matemático para su desarrollo.

### 2.2.2 Edad Moderna

Según Sastre Vázquez, P; Rey, G.; Boubée, C (2008) [25]. Kleiner (1989) [26], señala que desde 1450 a 1650 se produjeron sucesos fundamentales para el desarrollo del concepto de función:

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARJAS*



- 1) La extensión del concepto de número, números reales, e incluso a números complejos (Bombelli, Stifel),
- 2) La creación del Álgebra simbólica (Vieta, Descartes),
- 3) El estudio del movimiento como un problema central de la ciencia (Kepler, Galileo)
- 4) La unión entre el Álgebra y la Geometría (Fermat, Descartes). (p.145)

Sin embargo en primer lugar debemos referirnos a Galileo (1564-1642). Citado por Ruiz, A. (1998). [27]

En efecto Galileo estudia el movimiento de una forma cuantitativa, dando justificaciones experimentales de las leyes establecidas, es describiendo con detalle experimentos en los que usa ingeniosos instrumentos, para tomar medidas que le permiten establecer leyes entre magnitudes que son auténticas relaciones funcionales. Él impulsó lo numérico en las representaciones gráficas y expresó las leyes del movimiento, a las que incorporó el lenguaje de la teoría de las proporciones, dando un sentido de variación directa o indirectamente proporcional, lenguaje que junto con la teoría de la época encubrió aspectos de la variación continua.(p.242)

Por otra parte con la aparición de **Descartes** (1596-1650), se produce un enorme avance. Según cita Ruiz, A. (1998) [27]. “Descartes buscaba liberar a la Geometría del exceso de figuras, pero también buscaba darle sentido al Álgebra por medio de la Geometría. Fue revolucionario al establecer que una curva se construye con solamente ofrecer una ecuación algebraica” (p.246).

Kleiner, I (1989) [28]. Señala que desde 1450 a 1650 se produjeron sucesos fundamentales para el desarrollo del concepto de función, por ejemplo en 1637 Descartes publica su célebre trabajo, “La Geometría” y en este mismo pone en claro que una ecuación en  $x$  e  $y$  es una forma de mostrar una dependencia entre dos cantidades variables de modo que los valores de una de ella, pudieran calcularse a partir de los correspondientes valores de la otra variable (p.282).

Expresa Sastre Vázquez, P.; Rey, G.; Boubée, C (2008) [29]

De igual forma se debe mencionar a Fermat (1601-1665), el cual en una publicación póstuma de 1679, escrita antes de 1637, expone los principios fundamentales del método de coordenadas. Fermat aplicó el análisis de Vieta a los problemas de lugares geométricos y presentó en un estilo moderno, con las notaciones de Vieta, los principios fundamentales de la Geometría Analítica. (p.146)

La Geometría Analítica fue decisiva para el desarrollo del Cálculo Diferencial e Integral, que constituyó una auténtica revolución en el pensamiento matemático.

Según La Sociedad Real Española de las Matemática, Sevilla (2000) [30]

El surgimiento del cálculo implica hablar de Newton y Leibniz. Newton (1642 - 1727) redujo notablemente las restricciones de Descartes haciendo posible la representación analítica de la mayoría de las funciones estudiadas en aquellos tiempos gracias al descubrimiento del desarrollo de las funciones en series infinitas de potencias. (p.15)

Cabe señalar la interpretación geométrica cinemática de los conceptos fundamentales del análisis matemático. Pérez, F. (s.f) [31] “Siguiendo las ideas de Barrow en las que tomando el tiempo como argumento analiza las variables dependientes como cantidades continuas que poseen una determinada velocidad de cambio”. (p.312)

En uno de sus trabajos, el método de fluxiones y series infinitas, escrito en 1671 aunque no publicado hasta 1736, Según Tjalling J. (1995) [32] en el que expone sus ideas sobre el cálculo infinitesimal, expone las ideas básicas a través de la mecánica, al presentar los dos principales problemas del cálculo infinitesimal, la diferenciación y la integración, en términos de movimiento, es decir dada la ley para la distancia, determinar la velocidad para el primer caso, y dada la velocidad determinar la distancia, para el segundo (p.531).

Contemporáneo a Newton está Leibniz (1646-1716), fue el primer matemático en utilizar la palabra función en 1692, (Struik, 1969).[33]

Usó esta palabra para referirse a cualquier cantidad que varía de un punto a otro de una curva, tal como la longitud de la tangente, de la normal y de la ordenada. También implantó las palabras: constante, variable, coordenadas y parámetro en términos de un segmento de constante arbitrario o cantidad. Clasificó a las curvas en: “algebraicas”, las representadas por una ecuación de cierto grado y “transcendentes”, las representadas por una ecuación de grado infinito o indefinido. En 1673 se dio cuenta que la determinación de la tangente de una curva depende de la razón entre las diferencias de las ordenadas y las abscisas cuando estas tienden a cero, así como el cálculo de áreas depende de la suma de las ordenadas o de los rectángulos cuyas abscisas tienden a cero y que ambos problemas son inversos (p.42).

Newton y Leibniz contribuyeron definitivamente al desarrollo del concepto de función, introduciendo el desarrollo de función en una serie de potencias. En esta época la idea de función era muy limitada, pues se reducía a funciones analíticas, englobando inicialmente las que se podían expresar mediante una ecuación algebraica y poco después, las desarrollables en serie de potencias.

## 2.2.4 La Evolución del Concepto en el Siglo XVIII y XIX

Afirma Calinger, R (1996). [34]

El análisis matemático va perdiendo su carácter geométrico y mecánico en favor del uso casi exclusivo del álgebra. Hasta el punto de afirmar que el análisis no solo se convierte en una disciplina independiente sino que la mecánica llega a ser considerada parte de aquel. Siguiendo el camino en el siglo XVIII aparece uno de los matemáticos más importantes de la historia: Euler (1707-1783). Este matemático comenzó definiendo nociones iniciales como son: constante (cantidad definida que toma siempre un mismo valor determinado) y cantidad variable (Cantidad indeterminada o universal, que comprende en sí misma todos los valores determinados). (p.124)

En 1755 define función como una expresión analítica: Sastre Vázquez, Rey, & Boubée, 2008 [35] "la función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de esa cantidad variable y de números o cantidades constantes". (p.15) Aunque Euler no define qué es expresión analítica, sí clasifica a las funciones en: a) las operaciones algebraicas, b) trascendentes como las logarítmicas y las exponenciales, c) univariadas y multivariadas y d) implícitas y explícitas.

Euler lleva más allá la idea de función, considerando como ente matemático lo que hasta ese momento era considerado como una herramienta para resolver problemas, generalmente relacionados con la Física. Abre así la posibilidad de estudiar las funciones como objetos matemáticos.

Asegura Ruiz, A. (1998). [36]

El concepto de función trascendió y cambió su significado gracias a una controversia entre Euler y D'Alembert sobre el problema de la cuerda vibrante. Dada una cuerda elástica con extremos fijos se la deforma de alguna manera inicial y se la suelta para que vibre. El problema consiste en determinar la función que describe la forma de la cuerda en cada instante. El mayor resultado que produjo la discusión sobre el problema de la cuerda vibrante fue la generalización del concepto de función para permitir en él la inclusión de: 1) Funciones definidas por expresiones analíticas a trozos y 2) Funciones que tenían un gráfico y no tenían una expresión analítica. (P.299)

Sastre Vázquez, P.; Rey, G.; Boubée, C (2008) [37] "Fourier (1768 - 1830), estudiando el flujo de calor en cuerpos materiales, contribuyó a la evolución del concepto de función al considerar la temperatura como función de dos variables: tiempo y espacio". Conjeturó, pero no probó matemáticamente, que era posible desarrollar una función dada en un intervalo apropiado mediante una serie

trigonométrica. “Los trabajos de Fourier obligaron a reexaminar el concepto de integral y fueron el punto de partida que condujo a Cantor a la creación de su Teoría de Conjuntos”. (p.149)

Afirma Sastre Vázquez, P.; Rey, G.; Boubée, C (2008) [38]

Los matemáticos desde Euler hasta Cauchy, pasando por Fourier, parecían estar de acuerdo con la naturaleza “arbitraria” de las funciones, pero en la práctica ellos pensaban en las funciones como expresiones analíticas o curvas. Dirichlet fue el primero en considerar la noción de función como una “correspondencia arbitraria”. Y restringió explícitamente a un intervalo, el dominio de una función. (p.150)

Según Sastre Vázquez, P.; Rey, G.; Boubée, C (2008) [39]

Dirichlet quien, por primera vez, considera a una función como una “correspondencia”. En 1829 Dirichlet estableció las condiciones suficientes para que tal representación sea posible y definió función de la siguiente forma:

(y) es una función de la variable (x), definida en el intervalo  $a < x < b$ , si para todo valor de la variable (x) en ese intervalo, le corresponde un valor determinado de la variable (y). Además, es irrelevante cómo se establece esa correspondencia. (p.4)

La Teoría de Conjuntos iniciada por Cantor (1845 - 1918) produce una nueva evolución del concepto de función, extendiéndose la noción para incluir:

Según Azcárate, J., Deulofeu, J. (1996). [40]

Toda correspondencia arbitraria que satisfaga la condición de unicidad entre conjuntos numéricos o no numéricos.

La evolución continuó desde el concepto de correspondencia, los matemáticos pasaron al concepto de relación. Desde 1900 hasta 1920 se introdujeron conceptos como: espacio métrico, espacio topológico, espacio de Hilbert y espacio de Banach. A medida que la matemática se hace más abstracta el concepto también ya que estos desarrollos conducen a trabajar en funciones de conjuntos arbitrarios diferentes a los números reales. (p.176)

## **2.3 Representaciones Matemáticas en la Enseñanza de la Función Lineal.**

Desde hace muchos siglos el hombre ha necesitado comunicar sus ideas, sus conocimientos y para ello ha requerido del uso del lenguaje natural. No obstante en el aprendizaje de las matemáticas es necesario el uso de lenguaje cuando se resuelven problemas dentro y fuera del aula, sin embargo este lenguaje difiere un poco al natural pues hace referencia a símbolos artificiales y específicos. Esto no quiere decir que en matemáticas no se utilice el lenguaje natural para comunicar ideas matemáticas ya

que algunas veces los docentes transforman el lenguaje simbólico en lenguaje natural para que los estudiantes puedan tener una interpretación más sencilla o cómoda de lo que se está comunicando.

Según Comité Andaluz (2000) [41]

Desde el campo de la Educación Matemática, tenemos que ayudar a los estudiantes a que aprendan a ver la enseñanza de las matemáticas como un proceso social, y debemos introducirles, al menos parcialmente, dentro de la comunidad de personas que “hacen matemáticas”. Siempre que hacemos matemáticas, utilizamos algún tipo de representación, ya sea a través del lenguaje natural (oral o escrito) o mediante los símbolos y gráficos propios de las matemáticas (p.5).

Según Hitt, F., (1996) [42]

La enseñanza de la función lineal puede ser abordada mediante el uso de ciertas representaciones como: algebraica, tabular o la gráfica. A través de la manipulación de estas tres formas de representación el estudiante puede realizar diferentes traducciones entre ellas. Por ejemplo de la gráfica a la tabulación, de la algebraica a la tabulación o de la tabulación a la gráfica; la exitosa interacción entre estos tipos de representación permite al estudiante descubrir algunas nociones básicas del concepto de función. (p.245)

Es necesario resaltar que en matemáticas se evidencian diferentes sistemas de representación que favorecen los procesos de enseñanza aprendizaje. La palabra representación, según Duval, R. (1998). [43] “tiene un doble valor en matemáticas, es a la vez importante y marginal, además es un término difícil de definir” (p.173) (Llinares, 1994). [44] “Una escritura, una notación, un símbolo representando un objeto matemático, las figuras geométricas,... son ejemplos de representaciones”. (p.183) Kaput, J.J. (1987). [45] “Los diferentes sistemas utilizados como sistemas de representación, en matemáticas son: las figuras, las gráficas, la escritura simbólica (sistemas de escritura de números, escritura algebraica, lenguajes formales) e inevitablemente el lenguaje natural” (p.19).

Los elementos relevantes a considerar acerca de los aportes de Duval, R. (1993). [46] Son la importancia de trabajar con los diferentes registros de representación semiótica, y la coordinación entre estos, ya que juegan un papel fundamental en la actividad matemática, afirma que “los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción humana o de una experiencia intuitiva, es necesario entonces poder proporcionar representantes”. (p.118)

Afirma Duval, R. (1993). [47]. La teoría de Duval plantea que en lo general las representaciones semióticas en matemáticas, no se forman de manera aislada, sino que pertenecen a sistemas de representación que tienen su propia estructura interna, sus propias limitaciones de funcionamiento y de significado que pueden ser caracterizadas en función de las actividades cognitivas que permiten desarrollar. Estas actividades cognitivas condicionan la estructura misma del sistema de representación. (p.120)

Según Duval (1993). [48], para que un sistema semiótico sea un sistema de representación, debe permitir la realización de las tres actividades siguientes:

1. Identificación de la presencia de una representación. Implica una selección de rasgos en el contenido a representar.
2. El tratamiento de una representación: Es la transformación de esta representación en otra representación del mismo sistema.
3. La conservación de una representación: es la transformación de esta representación en una representación de otro sistema conservando la totalidad o sólo una parte del contenido de la representación inicial. Por ejemplo realizamos una conversión cuando al resolver un problema matemático usamos un gráfico para representar una función y en el siguiente paso expresamos con una ecuación algebraica la misma función o viceversa. (p.132)

Según Dufour-Janvier, B.; Bednarz, N.; Belanger, M. (1987). [49]

En matemáticas únicamente son accesibles directamente las representaciones semióticas (constituidas por el empleo de signos, son representaciones externas que se diferencian de las representaciones internas). La distinción entre representaciones internas y representaciones externas es una distinción clásica de la epistemología. Las primeras se refieren a representaciones como contenido mental, al que se le asigna un sentido subjetivo y personal. Las segundas se refieren a todas las organizaciones de signos externos, que tienen como objetivo representar externamente una cierta realidad matemática generalmente, se da mayor importancia a las representaciones internas que a las representaciones externas. Frecuentemente se considera a las representaciones semióticas como el medio de exteriorizar las representaciones internas para fines de comunicación, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a otros. (p.109)

Pero según Duval (1993) [50], eso es olvidar:

- El desarrollo de las representaciones internas no puede separarse de la interiorización de las representaciones semióticas.
- Las representaciones semióticas no cumplen únicamente una función de expresión (para otros), cumplen una función de objetivación (para sí) y también una función de tratamiento (que no pueden cumplir las representaciones internas).

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARJAS*

- Que algunas actividades de tratamiento están directamente ligadas a la utilización de sistemas semióticos.
- Las representaciones semióticas muestran sistemas de signos diferentes. (p.140)

R. Duval es un importante soporte teórico para nuestro trabajo en cuestión ya que nos permite evidenciar cada una de las representaciones (Algebraicas, tabulares o gráficas) que maneja el estudiante para el tratamiento y conservación del concepto de función lineal.

### 2.3.1 Función Lineal y sus Diferentes Representaciones

Asegura Azcárate (1990) [51]

De acuerdo a lo anterior se puede afirmar que la adquisición de un concepto depende en gran parte de la capacidad para reconocer e interpretar una representación del mismo, de igual forma un concepto raramente aparece aislado de otros ya que, en muchos casos, detrás de un concepto subyacen distintos objetos; así dentro del esquema del concepto de función aparecen otros términos como variable, dependencia, transformación, sucesión o isomorfismo. Es posible abordar la idea de función desde cada uno de estos conceptos lo cual permite distinguir diferentes visiones del concepto de función. (p. 62)

En consecuencia en el tema de las representaciones y partiendo de la idea de función entre variables como expresión de dependencia entre variables podemos considerar las siguientes representaciones.

**Tabla 2-1** Representaciones según Azcárate (1990)

Modelo físico o simulación	Descripción Verbal	Tabla de Valores	Gráfica	Formulación o Ecuación
-------------------------------	-----------------------	---------------------	---------	---------------------------

Cada una de estas representaciones permite expresar un fenómeno de cambio, una dependencia entre variables.

- **Modelo físico:** el lenguaje más cercano al fenómeno estudiado, el menos simbólico, y que aparece al realizar un experimento o simularlo con un ordenador.
- **Descripción verbal:** Utiliza un lenguaje común para darnos una visión descriptiva y generalmente cualitativa de la relación funcional y a la cual nos referimos cuando queremos interpretar los restantes lenguajes de un nivel simbólico mayor.

- **Tabla de valores:** Nos da una visión cuantitativa, fácilmente interpretable desde la óptica de una correspondencia, es decir, de la identificación de pares de valores, pero en la mayoría de los casos parcial e insuficiente puesto que de ella difícilmente podemos extraer las características globales de una función.
- **Gráfica:** La gráfica permite ver las características globales de la función como las variaciones, crecimiento, continuidad, concavidad, máximos y mínimos, periodicidad etc. Este tipo de representación proporciona mejor y mayor información que los anteriores.  
El conocimiento de este tipo de lenguaje, es decir, la capacidad de leer, interpretar y construir gráficas cartesianas, permite establecer la relación existente entre más dos magnitudes representadas, pero a su vez su conocimiento es un instrumento a través del cual pueden construirse nuevos conceptos como el de variación de una función.

Según Azcárate, C. y Deulofeu, J. (1990). [52]

La representación gráfica más común de una función es la llamada gráfica cartesiana. Sin dejar de lado que existen otras formas de representación gráfica como lo son los distintos diagramas, pero en todos prevalece más la idea de correspondencia punto a punto, que la idea de variación o continuidad, por lo que son poco adecuados para representar funciones cuyas variables toman valores en el conjunto de los números reales, y en las cuales lo principal es el estudio de la variación de las magnitudes. (p.52)

La asociación entre pares de valores y puntos del plano se realiza una vez trazados y graduados los ejes; a todo punto en el plano le corresponde un par de números reales, que llamamos las coordenadas del punto, y recíprocamente a cada par de números reales le corresponde un único punto del plano. Para que esta asociación quede unívocamente determinada, es preciso establecer un orden en los números que constituyen cada par, fijar un criterio para asociar cada coordenada con un eje determinado. Por esta razón se establece que el primer número, o primera coordenada, corresponden al eje horizontal y el segundo al eje vertical.

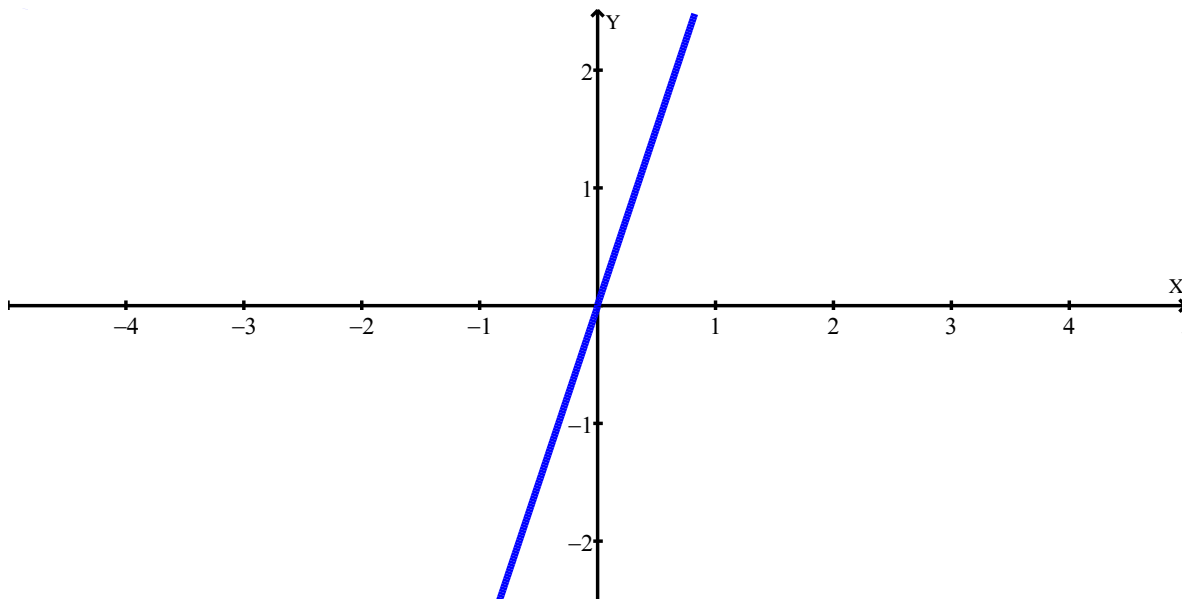
De igual forma cuando se trata de obtener información de una gráfica debemos tener en cuenta lo siguiente como se aprecia en Font, V. (2005): [53]

- Identificar las variables representadas en cada uno de los ejes
- El significado del origen.
- La unidad y la graduación de los ejes
- Identificación de los puntos de las gráficas (dado el valor de una de las variables, halla el valor correspondiente de la otra.



- Identificar si un punto dado por sus coordenadas pertenece a la gráfica (p.5)

Esto permite leer una gráfica correctamente pero no es suficiente para interpretarla ya que esta es una actividad más compleja ligada a cada situación, y que consiste en la capacidad para describir la función representada de forma global, atendiendo a las características generales de la gráfica, es decir a las variaciones que presenta. En lugar de puntos determinados será necesario considerar intervalos en los que se mantiene o se modifica de una determinada manera la variación de la función.



**Figura 2-2:** Gráfica de una función lineal

Según Cantoral, R; Montiel (2001) [54]

- **Formulación o Ecuación:** al igual que el anterior determina las características globales de una función mencionadas, pero mucho más difíciles de interpretar, ya que su determinación a través del lenguaje algebraico presupone el conocimiento del significado de los símbolos; por medio de la expresión algebraica es posible hallar los valores de ambas variables con precisión, siempre que se conozca el algoritmo de resolución de la ecuación correspondiente.(p.57)

### 2.3.2 Proporcionalidad como Función: Función Lineal.

En este punto no se va a contemplar de forma completa el aprendizaje de la proporcionalidad ya que la enseñanza de este concepto merece mayor profundización;

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS*

por ello vamos a referirnos a la proporcionalidad en cuanto a un modelo de función. En este sentido se va a precisar qué significado tiene la frase “una cierta magnitud es directamente proporcional a otra”, es decir qué características tiene una función que admita esta expresión.

Para una mayor comprensión de esta situación tomemos dos casos funcionales, una de ellas de proporcionalidad directa, y partamos de tabla de valores en las que figuran ciertos valores de las dos magnitudes relacionadas.

**Tabla 2-2** Primer caso

x (altura de árbol en m)	1	2	4	5	0.5	9	12
y (longitud sombra en m)	1.5	3	6	7.5	0.75	13.5	18

**Tabla 2-3.**Segundo caso

x (número de copias)	1	5	10	25	50	100	500
y (precio en ptas)	5.5	26.5	50	125	240	450	2200

Principalmente se puede observar que, en ambos casos, cuando una de las variables aumenta la otra también; se trata pues de funciones crecientes, pero esta característica indica unas reglas determinadas que se cumplen en el primer caso y no en el segundo.

Cuando en el primer caso doblamos, hacemos a la mitad o multiplicamos por n los valores de una de las variables, los valores de la otra también se doblan, se hacen a la mitad o se multiplican por n. Por otro lado si sumamos dos valores de la variable independiente, el valor de la variable dependiente que corresponda a dicha suma, es la suma de los valores que correspondan a los dos valores iniciales.

Estas propiedades son (Ver ecuación (2.1) y (2.2)):

$$f(kx) = kf(x) \quad (2.1)$$

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) \quad (2.2)$$

Lo que quiere decir que el primer caso cumple con estas dos propiedades, que caracterizan la llamada función lineal o de proporcionalidad directa. Así que para la primera situación es posible determinar la expresión general, para la segunda esto no es posible.

Mochón, S. (2000, p.152)[55] “Existe otra propiedad que permite caracterizar cuando existe la proporcionalidad directa observando la tabla de valores, según la cual el cociente entre dos valores correspondientes es una constante”, o dicho de otra forma, conocido el valor de la variable independiente, el correspondiente valor de la variable dependiente se obtiene multiplicando por un número k, que llamamos la constante de proporcionalidad. Si por el contrario conocemos el valor de la variable dependiente, su correspondiente valor se hallara dividiendo por k.

En consecuencia si  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  son pares de valores correspondientes de una función de proporcionalidad, entonces se tiene que:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = k \text{ o bien que } y_i = k x_i \quad (2.3)$$

De acuerdo a nuestro primer caso esto quiere decir:

$$\frac{1.5}{1} = 1.5, \quad \frac{3}{2} = 1.5, \quad \frac{6}{4} = 1.5, \quad \frac{7.5}{5} = 1.5 \dots \frac{18}{12} = 1.5$$

En este caso la constante de proporcionalidad  $k = 1.5$  la cual nos permite hallar la expresión algebraica que representa esta función lineal  $y = 1.5x$ .

En la representación gráfica de la función se ponen de manifiesto otras características de la misma, relacionadas con las propiedades anteriores. Volviendo de nuevo a las dos situaciones iniciales, resulta que mientras para la primera los puntos representados aparecen siempre alineados y están sobre una recta que contiene al origen de coordenadas, para la segunda esto no es así.

Podemos decir, que para las situaciones de proporcionalidad, si la función es de variable real, su representación cartesiana es una recta que pasa por el origen.

## 2.4 Modelación

Según Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). [56]

En los estándares básicos de competencias matemáticas y en los lineamientos curriculares se describen cinco procesos generales de la actividad matemática: Formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. De los cuales dedicaremos un espacio a la modelación matemática.

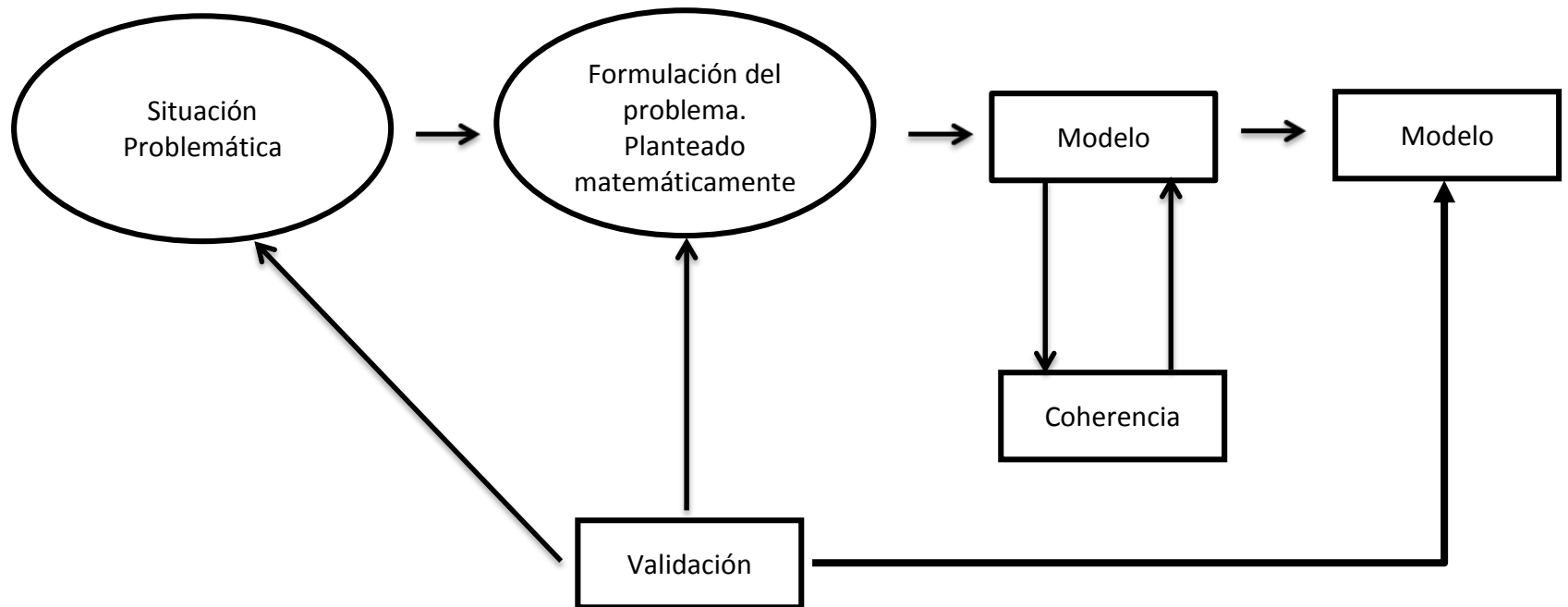
Un modelo se define como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad de forma esquemática para hacerla más comprensible. Este puede usarse como referencia para lo que se busca comprender, una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo. Un modelo se origina para operar transformaciones o procedimientos experimentales sobre cierto número de objetos, para apoyar la formulación de conjeturas y razonamientos, para avanzar en las demostraciones. (p.14)

Un buen modelo mental o gráfico permite al estudiante buscar distintitas vías de solución, estimar una solución aproximada, o darse cuenta de si una solución encontrada a través de cálculos numéricos o algebraicos es plausible o significativa, o si es imposible o no tiene sentido.

En una situación problema, la modelación permite decidir que variables y relaciones entre variables son importantes lo que posibilita establecer modelos matemáticos distintos y de diferentes niveles de complejidad.

Según Freudenthal (1977) [57] Incluye el termino matematización, que suele usarse como sinónimo de “la modelación” una forma elemental de entenderla como la simplificación y restricción de la complejidad de una situación real para reducirla a una situación ya conocida, de tal manera que se puede descubrir fácilmente qué esquema se le puede aplicar, cómo se relacionan con otras y qué operaciones matemáticas pueden ser adecuadas para responder a las preguntas de la situación tratada. (p.59)

Los lineamientos curriculares plantean que la resolución de problemas en un amplio sentido se considera siempre en conexión con las aplicaciones y la modelación, la forma de describir esa interrelación entre el mundo real y las matemáticas es modelación.



**Figura 2-3:** Elementos básicos de la construcción de modelos

**Fuente:** (MEN, 2000, Lineamientos Curriculares, p. 70)

Cordero, F. (1998) [58]

- Experimentación: Obtención y análisis del fenómeno.
- Abstracción: Selección de variables, establecimiento de conjeturas, Formulación de Hipótesis.
- Resolución: Se simbolizan las hipótesis y conjeturas por medio de un lenguaje matemático coherente. Se utilizan las herramientas matemáticas para resolver el problema.
- Validación: Es el momento donde se acepta o no el modelo, confrontación de los datos con los resultados del modelo. (p.57)

El proceso de modelación no solamente produce una imagen simplificada sino también una imagen fiel de alguna parte del proceso real pre-existente. Más bien los modelos matemáticos, también estructuran y crean un pedazo de la realidad, dependiendo del conocimiento, intereses e intenciones de quien resuelve el problema.

Perkins, D (1994) [59] proponen que para transferir una situación problemática real a un problema planteado matemáticamente pueden ayudar algunas actividades como las siguientes:

- Identificar las matemáticas específicas en un contexto general.
- Esquematizar
- Formular y visualizar un problema en diferentes formas.
- Descubrir relaciones.
- Descubrir regularidades
- Reconocer aspectos isomorfos en diferentes problemas.
- Transferir un problema del mundo real a un modelo matemático. (p.82)

Una vez que el problema ha sido transferido a un problema matemático, este problema debe ser atacado con herramientas matemáticas, para lo cual se puede realizar las siguientes actividades:

- Representar una relación en una fórmula.
- Probar o demostrar regularidades
- Refinar y ajustar modelos
- Utilizar diferentes modelos
- Combinar e integrar modelos
- Formular un concepto matemático nuevo
- Generalizar

Según Jan de Lange (1979). [60] “Generalizar se puede ver como el nivel más alto de la modelación”.

Según Zambrano (1998) [61]

La modelación es un proceso importante en el aprendizaje de las matemáticas, que permite a los estudiantes observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa. En consecuencia, se considera que todos los estudiantes necesitan experimentar procesos de matematización que conduzcan al descubrimiento, creación y utilización de modelos en todos los niveles. (P.43)

El concepto de modelo matemático ha estado presente en muchos de los campos de las ciencias en las cuales la matemática tiene amplia aplicación en la resolución de problemas. Al respecto se han planteado algunas definiciones como:

Según Giordano, F., Weir, M., & Fox, W. (1997). [62]

- Se define un modelo matemático como una construcción matemática dirigida a estudiar un sistema o fenómeno particular del “mundo real”. Este modelo puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales. (p. 34).

Según Biembengut, M., & Hein, N. (1997.).[63]

- Un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen, de alguna forma, un fenómeno en cuestión o un problema de situación real, es denominado: Modelo Matemático. (p. 89).

Según Bassanezi, R. (2002). [64]

- Modelo matemático de un fenómeno es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen de alguna forma el fenómeno en cuestión. (p. 65).

Cada una de las ideas presentadas sobre lo que es un modelo hace referencia en gran medida a la visión que se tiene de la matemática en relación con el mundo real.

### **2.4.1 Modelación Matemática Como Método de Enseñanza**

Asegura Biembengut & Hein, (2004)[65]

La modelación matemática originalmente como metodología de enseñanza parte de un tema y sobre él se desarrollan preguntas que se quieren comprender, resolver o inferir. Esas preguntas deberán ser respondidas mediante el uso de herramientas matemáticas y de la investigación del tema. (P.105)

Con la aplicación de la modelación matemática se espera propiciar en el estudiante:

- Integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento.
- Interés por las matemáticas frente a su aplicabilidad.
- Mejoría de la aprehensión de los conocimientos matemáticos.
- Capacidad para leer, interpretar, formular y resolver situaciones – problema.
- Habilidad en el uso de la tecnología. (calculadora- computadores)
- Capacidad para actuar en grupo.
- Capacidad para realizar investigación.

Para implementar la modelación matemática el docente puede actuar en dos tipos de abordaje: el primero le permite desarrollar el contenido programático a partir de modelos matemáticos aplicados a diferentes áreas del conocimiento y el segundo orientar a los estudiantes a que hagan sus trabajos de modelaje.

### **2.4.2 Desarrollo del Contenido Programático**

En esta primera etapa el docente escoge un tema de algún área del conocimiento que sea de interés a los estudiantes y elabora un modelo matemático adaptándolo a la enseñanza. Esto involucra al profesor en siete etapas que consiste en:

1. Exposición del tema
2. Delimitación del problema
3. Formulación del problema
4. Desarrollo del contenido programático.
5. Presentación de ejemplos análogos
6. Formulación de un modelo matemático y resolución del problema a partir del modelo.
7. Interpretación de la solución y validez del modelo.

Estas etapas no necesariamente se ven desarrollar todas en una misma clase, se pueden planificar en diferentes clases de un periodo electivo.

## **2.5 Teoría del Aprendizaje Significativo**

Durante mucho tiempo la educación estuvo marcada por un sistema conductista, donde los educandos recibían instrucción en busca de transformar su conducta, sin embargo a pesar de que en la actualidad se evidencia este modelo en los procesos de enseñanza aprendizaje; se busca interactuar con otras estrategias que permitan mayor participación del estudiante teniendo en cuenta como propósito profundizar y enriquecer el significado de sus experiencias para luego así fortalecer el conocimiento aprendido.



Según Moreira, M.A., Caballero, M.C. y Rodríguez, M.L. (orgs.) (1997). [66]

En el proceso de enseñanza aprendizaje hay que tener en cuenta ciertos aspectos relevantes como lo son: los docentes y la manera de enseñar, la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en el que este se produce y la estructura social en el que se desarrolla el proceso educativo. Por su parte los docentes se encuentran en una encrucijada, en el momento de buscar o elegir la manera más adecuada de orientar los saberes a los educandos, ya que año tras año se siguen orientando los mismos conocimientos y los estudiantes no logran aprendizajes fructíferos que permitan avanzar en la enseñanza llevando así a una repetición de los mismos debido a que los estudiantes olvidan y no recuerdan lo aprendido. (p.17)

En este sentido se busca que los docentes desempeñen su labor basándose en principios de aprendizajes bien establecidos ya que de esta forma podrá racionalmente elegir nuevas técnicas de enseñanza y mejorar la afectividad de su labor. Para ello se puede analizar la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, porque ofrece en este sentido el marco apropiado para el desarrollo de la labor educativa, así como para el diseño de técnicas educacionales coherentes con tales principios, constituyéndose en un marco teórico que favorecerá dicho proceso.

Según Ausubel, D.; Novak, J.; Hanesian, H. (1976) [67]

Describe que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. En los procesos de enseñanza aprendizaje es muy importante saber la estructura cognitiva que maneja el estudiante antes de empezar una temática en particular, es decir es necesario conocer qué información maneja el estudiante de lo que se va a orientar. Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, además nos permite aprovechar las experiencias vividas por el estudiante ya que estas afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechadas para su beneficio. (p.18)

Ausubel resume este hecho en el epígrafe de su obra de la siguiente manera: Ausubel, D "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente". (p.125)

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados con lo que el estudiante ya sabe; esta relación se debe evidenciar no de un modo arbitrario y sustancial, esto quiere decir que en el proceso educativo es relevante considerar lo que el estudiante ya sabe (ideas previas) de tal manera que se pueda establecer una relación

con aquello que se debe aprender. Esto implica que las nuevas ideas, proposiciones y conceptos pueden ser aprendidos de forma significativa en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del estudiante y sirvan como punto de anclaje de las primeras.

Por el contrario existen aprendizajes que no son significativos, como el aprendizaje mecánico éste se da cuando la nueva información no interactúa con saberes pre-existentes; el estudiante carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea del aprendizaje sea potencialmente significativa. Este tipo de aprendizajes están inmersos en ciertas ocasiones en los procesos de enseñanza, tanto aprendizaje mecánico como significativo, pueden ocurrir continuamente en una tarea de aprendizaje, pero de acuerdo a Ausubel es recomendable dar mayor importancia al aprendizaje significativo.

En la teoría del aprendizaje significativo Ausubel, D.P. (1976) [68] plantea ciertos requisitos:

- Que el material sea potencialmente significativo, que se pueda relacionar de forma intencional y sustancial con las ideas correspondientes y pertinentes que se hallan disponibles en la estructura cognitiva del alumno.
- Disposición para el aprendizaje significativo, es decir que el estudiante muestre una buena actitud para relacionar el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva. (p.41)

## 2.5.1 Tipos de Aprendizajes Significativos

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: representaciones, conceptos y proposiciones.

**2.5.1.1 Aprendizajes de representaciones.** Es el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos, al respecto Ausubel dice: “Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan” (Ausubel, 1983: 46). [69]

**2.5.1.2 Aprendizajes de conceptos.** Estos se definen como "objetos, eventos, situaciones o propiedades de que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos" (Ausubel, 1983: 61) [70], partiendo de ello podemos afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones. Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos. Formación y asimilación. En la formación de conceptos, los atributos de criterio (características)

del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis. El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva.

**2.5.1.3 Aprendizaje de proposiciones.** Es el aprendizaje del significado de las ideas en forma de proposición. Pozo, J.I (1989) [71]

El significado de las ideas expresadas verbalmente a través de los conceptos bajo forma de proposición. Las cuales implican la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, produciendo así un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva. (p.61)

**2.5.1.4 Principio de Asimilación.** El Principio de asimilación se refiere a la interacción entre el nuevo material que será aprendido y la estructura cognoscitiva existente, origina una reorganización de los nuevos y antiguos significados para formar una estructura cognoscitiva diferenciada, esta interacción de la información nueva con las ideas pertinentes que existen en la estructura cognitiva propician su asimilación. Al respecto Ausubel recalca: “Este proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición al cual está afianzada”. (Ausubel; 1983:120)[72].

Resumiendo, la teoría de la asimilación reside en que los nuevos significados son adquiridos a través de la interacción de los nuevos conocimientos con los conceptos o proposiciones previas, existentes en la estructura cognitiva del que aprende.

Dependiendo cómo la nueva información interactúa con la estructura cognitiva, las formas de aprendizaje planteadas por la teoría de asimilación según apreciación de Shuell, T.J. (1987). [73] son las siguientes.

**SUBORDINADO** Subsunción derivativa: Cuando el material es aprendido y entendido como un ejemplo o ilustración específica de un concepto ya existente.

Subsunción correlativa: Donde lo nuevo es una extensión, elaboración, modificación o cualificación de proposiciones previamente aprendidas.

**SUPRAORDINADO:** Se da cuando el sujeto integra conceptos ya aprendidos anteriormente dentro de un nuevo concepto integrador más amplio e inclusivo

**COMBINATORIO** Los nuevos conceptos no pueden ser ni subordinados ni supraordinados ordenadamente, estos nuevos conceptos se relacionan de una forma general con la estructura cognitiva ya existente. Es como si la nueva información fuera

potencialmente significativa con toda la estructura cognoscitiva.  
(p.239)

**2.5.1.5 Diferenciación progresiva y reconciliación integradora.** Durante el proceso de asimilación las ideas previas existentes en la estructura cognitiva se modifican adquiriendo nuevos significados; la presencia sucesiva de este hecho produce una elaboración jerárquica de los conceptos o proposiciones. Dando lugar a una diferenciación progresiva. Este hecho se presenta durante el proceso de asimilación debido a que los conceptos relevantes están siendo constantemente elaborados y modificados adquiriendo nuevos significados.

Según Moreira, Marco A. & Buchweitz, Bernardo (1993). [74]

Si durante la asimilación las ideas ya establecidas en la estructura cognitiva son reconocidas y relacionadas en el curso de un nuevo aprendizaje posibilitando una nueva organización y la atribución de un significado nuevo, a este proceso se le podrá denominar, según Ausubel, reconciliación integradora, este proceso se presenta durante los aprendizajes supraordinados y combinatorios, pues demandan de una recombinación de los elementos existentes en la estructura cognitiva. (p.141).

Según Ahumada, P (2001) [75]

La organización de éstos, para un área determinada del saber en la mente del individuo tiende a ser una estructura jerárquica en la que las ideas más inclusivas se sitúan en la cima y progresivamente incluyen proposiciones, conceptos y datos menos inclusivos y menos diferenciados (p.17).

De acuerdo a esto podemos concluir que Ausubel nos brinda una herramienta que nos permite afianzar el conocimiento teniendo como base las ideas previas de los estudiantes permitiendo así que la educación para el aprendizaje significativo nos lleve a desarrollar estrategias de aprendizaje pertinentes e inclusivas. (Ausubel-Novak-Hanesian, 1983)

## **CAPITULO III**

En el siguiente capítulo se mostrarán las categorías que se emplearon para analizar cada una de las respuestas de los estudiantes en el pre-test y pos-test, además se incluye las gráficas de los resultados a cada pregunta con sus respectivos porcentaje.

### **3.DESARROLLO METODOLOGICO**

#### **3.1 Aplicación, Análisis de los Resultados de la Estrategia Metodológica**

En esta etapa de la propuesta se presentan los resultados obtenidos al aplicar el pre-test y luego de emplear la estrategia metodológica los resultados del Pos-test para abordar y potencializar la aprehensión de la función lineal en estudiantes de educación básica secundaria. Se describen las respuestas más representativas dadas por los estudiantes y se cuantifican las respuestas de los estudiantes.

Para el correcto desarrollo de esta etapa metodológica se hizo necesario implementar la siguiente tabla en la cual se encuentran especificadas las categorías que se utilizaron para la obtención de resultados del Pre-test y en el Pos-test. Estas categorías se construyeron de acuerdo a las respuestas dadas por los estudiantes a cada pregunta. Tanto el pre- test como el pos-test contaron con 2 preguntas cada una con cinco incisos (a, b, c, d, e). Por tal razón cada categoría se especificará de acuerdo a la pregunta y el inciso.

**Tabla 3-1** Tabla de categorías pre test y post test pregunta 1

<b>PREGUNTA 1</b>	
1a1	Desarrolla correctamente el problema.
1a2	Desarrolla incorrectamente el problema
1a3	No responde
1b1	Construye tabla vertical u Horizontal
1b2	Construye tabla vertical u horizontal sin tener en cuenta los datos anteriores
1b3	No construye tabla
1c1	Posee una concepción discreta de la gráfica realizando un diagrama de barras
1c2	Concepción discreta, no une los puntos de una recta
1c3	Concepción de continuidad al unir los puntos
1c4	Representación icónica de la gráfica.
1c5	No responde
1d1	Desarrolla el problema correctamente
1d2	Explica, pero no desarrolla el problema
1d3	No Responde
1e1	Maneja un lenguaje algebraico determinando una fórmula donde se establece una regla que indica la dependencia entre las dos magnitudes
1e2	No establece fórmula, pero conjetura por medio de palabras la relación de dependencia entre variables
1e3	Establece una fórmula errónea
1e4	No responde

**Tabla 3-2** Tabla de categoría pre test y post test pregunta 2

<b>PREGUNTA 2</b>	
2a1	Establece cual es la variable dependiente y cual la independiente.
2a2	Establece magnitudes dependientes e independientes erróneamente
2a3	No responde
2b1	Si es una función, teniendo en cuenta la relación que existe entre magnitudes.
2b2	No especifica claramente si los datos de la tabla representa una función
2b3	No responde
2c1	Posee una concepción discreta de la gráfica realizando un diagrama de barras
2c2	Concepción discreta, no une los puntos de una recta
2c3	Concepción de continuidad al unir los puntos
2c4	Representación icónica de la gráfica.
2c5	No responde
2d1	Es función lineal , pero no halla la constante de proporcionalidad
2d2	Relaciona la constante de proporcionalidad con la luz solar la altura y la sombra
2d3	Es una función lineal y escribe la constante de proporcionalidad erróneamente.
2d4	Halla la pendiente y la relaciona con la constante de proporcionalidad
2d5	No Responde
2e1	Maneja un lenguaje algebraico determinando una fórmula donde se establece una regla que indica la dependencia entre las dos magnitudes
2e2	Establece una fórmula errónea
2e3	No establece fórmula y conjetura erróneamente la relación de dependencia entre variables
2e4	No responde

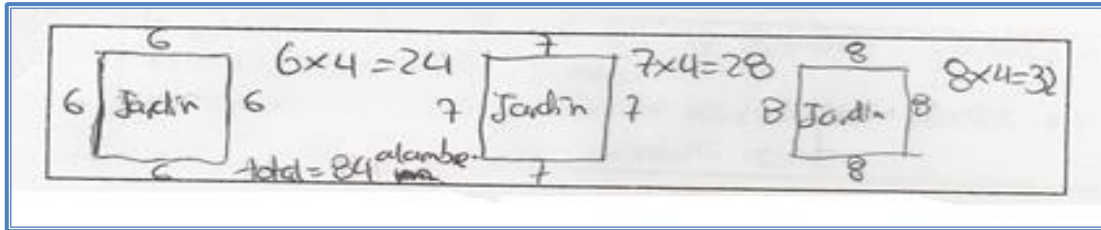
## 3.2 Desarrollo y Análisis del Pre Test

### 3.2.1 Desarrollo y análisis Pregunta 1

1. Queremos vallar con alambre un jardín de forma cuadrada.

#### 3.2.1.1 Pregunta 1a del Pre-Test

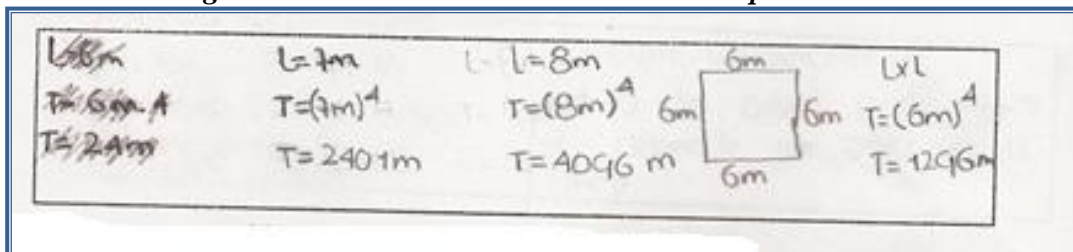
- **Categoría 1a1: Desarrolla correctamente el problema**
  - a. ¿Cuánto alambre es necesario si el lado del jardín mide 6 m? ¿y si mide 7m, o 8m?



**Figura 3-1:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que utilizan la noción de perímetro para resolver la pregunta 1a del Pre-test

En la figura anterior se puede observar las diferentes formas en la que los estudiantes resuelven el problema correctamente, algunos poseen la concepción de perímetro teniendo en cuenta la longitud del lado del cuadrado. En esta pregunta se pudo evidenciar cómo los estudiantes describen verbalmente la situación, utilizando un lenguaje matemático común para darnos una visión descriptiva y en algunos casos cualitativa de la relación funcional y la cual nos permite interpretar los distintos lenguajes en un nivel simbólico mayor. En esta categoría se encuentran el 88% de los estudiantes.

- **Categoría 1a2: Desarrolla incorrectamente el problema**



**Figura 3-2:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que elevan a la potencia de 4 para resolver la pregunta 1a del Pre-test



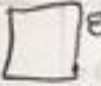


En esta categoría se encuentran el 5% de los estudiantes, realizan el dibujo pero poseen una concepción de potenciación para hallar la cantidad de alambre que se necesita para vallar el jardín de forma cuadrada, con esto se evidencia los errores que cometen ciertos estudiantes para identificar situaciones en contexto y resolverlas. Además se puede evidenciar la dificultad para interpretar la lectura de situaciones matemáticas que es el lenguaje más cercano al fenómeno estudiado.

$P = L \times L \times L \times L$   
 $P = 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 24$  lado que mide 6  
 $P = 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 28$  lado que mide 7  
 $P = 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 32$  lado que mide 8

**Figura 3-3:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra plantean una multiplicación pero realizan una suma para resolver la pregunta 1a del Pre-test

El 2% de los estudiantes se encuentran en esta categoría; plantean una operación pero se evidencia que conjeturan el resultado de forma diferente, es decir como podemos ver en la figura al parecer halló el perímetro, pero planteo una operación errada para hacerlo multiplicando todos los lados pero colocando el resultado correcto lo que nos deja entre ver inseguridad o poco noción del concepto por parte de los estudiantes.

$6 \times 6 = 36$    $36m^2$  de alambre.  
 $7 \times 7 = 49$    $49m^2$  de alambre.  
 $8 \times 8 = 64$    $64m^2$  de alambre.

**Figura 3-4:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que calculan el área para resolver la pregunta 1a del Pre-test

El 2% de los estudiantes se encuentran en esta categoría; se evidencia que tienen una concepción errada con lo que respecta al contorno de un terreno en este caso el jardín y lo confunden con la superficie al hallar el área del cuadrado como lo podemos evidenciar en la figura anterior. Además si analizamos la representación que realiza del jardín en forma cuadrada podemos ver diferentes formas que ninguna de

ellas representa un cuadrado lo cual se intuye de que la representación que realiza el estudiante también es errada.

- **Categoría 1a3: No responde**

El 3% se encuentra en esta categoría ya que no responden a la pregunta.

### 3.2.1.2 Pregunta 1b del Pre-test

b. Construye una tabla con los datos anteriores y añade otros.

- **Categoría 1b1: Construye tabla vertical u Horizontal**

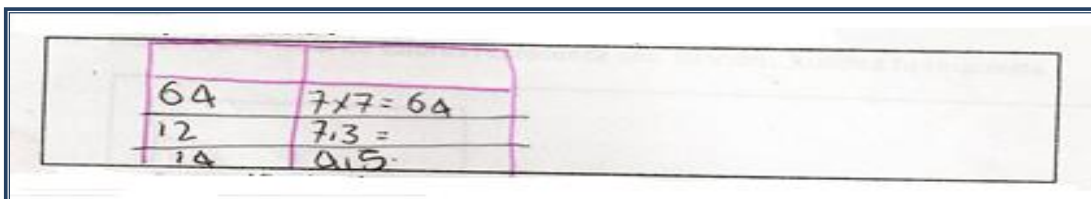


Jardin	6	7	8	9	10	11
Alambre.	24	28	32	36	40	44

**Figura 3-5:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que construyen tablas a la pregunta 1b del Pre-test

El 93% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, realizan tabla vertical u horizontal, se puede evidenciar una relación correcta entre las dos variables, lado del jardín y la cantidad de alambre necesario para encerrarlo. En esta pregunta se pudo evidenciar la facilidad que tuvieron los estudiantes al completar una tabla de valores de una situación específica, identificando las variables o pares de valores que intervienen en la situación. Algunos especificaron el nombre de las magnitudes que intervienen y otros simplemente realizaron la tabla con los valores numéricos desde una óptica de correspondencia.

### **Categoría 1b2: Construye tabla vertical u horizontal sin tener en cuenta los datos anteriores**



64	$7 \times 7 = 64$
12	$7,3 =$
14	$0,5$

**Figura 3-6:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que construyen tablas sin tener en cuenta los datos de la pregunta 1b del Pre-test

El 3% de los estudiantes construyen una tabla pero no tienen en cuenta los datos del problema planteado, se evidencia dificultad para relacionar las magnitudes con las que se estaban trabajando.

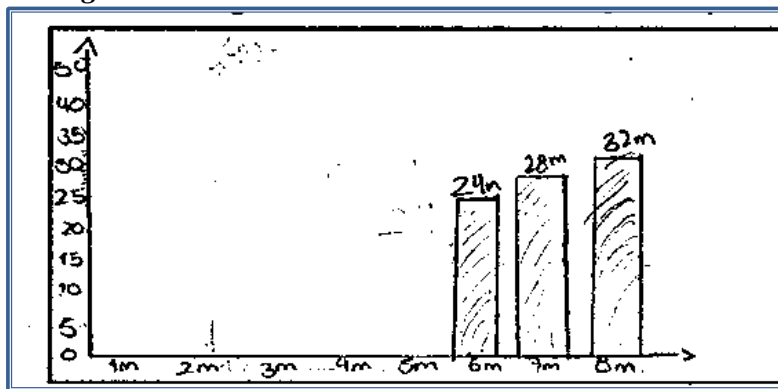
- **Categoría 1b4: No construye tabla.**

El 4% de los estudiantes no poseen conocimiento en la construcción de una tabla de valores.

### 3.2.1.3 Pregunta 1c del Pre-Test

c. Sitúa en una Gráfica los Datos de la Tabla. ¿Cómo Quedan los Puntos?

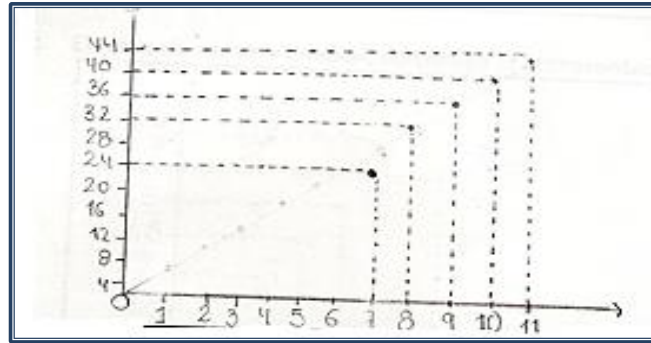
- **Categoría 1c1: Posee una concepción discreta de la gráfica realizando un diagrama de barras**



**Figura 3-7:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que realizan diagramas de barras a la pregunta 1c del Pre-test

De acuerdo a Carmen Azcárate [23] existen distintos tipos de diagramas, pero en todos ellos se pone de manifiesto más la idea de correspondencia punto a punto que la idea de variación o de continuidad. En la figura se puede evidenciar que el 18% de los estudiantes realizan diagramas de barras con la cual se puede intuir que los estudiantes poseen una concepción discreta. Se puede ver lo poco adecuado que es este procedimiento para representar y relacionar las magnitudes que intervienen en el problema ya que estas toman valores en el conjunto de los números reales y en las cuales lo principal es el estudio de la forma de variación de las magnitudes.

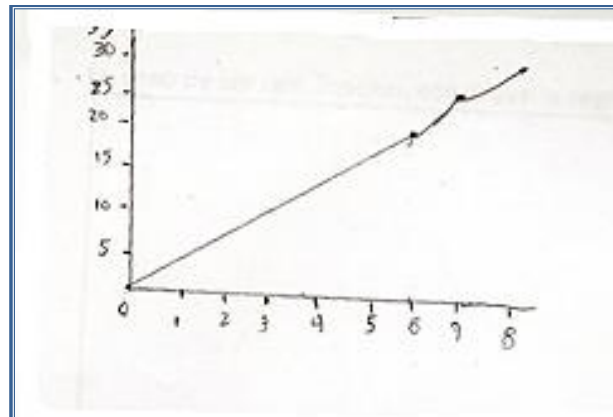
- **Categoría 1c2: Concepción discreta, no une los puntos de una recta**



**Figuras 3-8:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que no unen los puntos de la recta en la pregunta 1c del pre-test.

El 30% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, en la figura se puede evidenciar la concepción discreta entre magnitudes, es decir se evidencia más la idea de correspondencia punto a punto que la idea de continuidad, además algunos estudiantes en el momento de realizar la asociación entre pares de valores y puntos del plano cometen errores en la graduación de los ejes e inversión de los mismos; además la mayoría de los estudiantes que se encuentran en esta categoría tiene la tendencia de no nombrar los ejes lo que impide reconocer las variables que esta relacionando.

- *Categoría 1c3: Concepción de continuidad al unir los puntos*

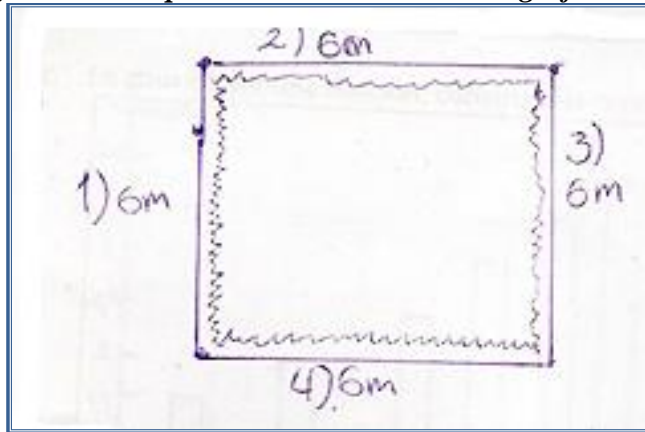


**Figura 3-9:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que poseen una concepción de continuidad en la pregunta 1c del Pre-test

En esta categoría se encuentran el 45% de los estudiantes; poseen una concepción de continuidad al unir los puntos que se representan en el plano cartesiano. Se puede entre ver que el estudiante reconoce valores intermedios en cada intervalo como fracciones y decimales sin que estén implícitamente en la situación. Sin embargo algunos estudiantes siguen cometiendo los mismos errores de la categoría anterior en la graduación de los ejes e inversión de los mismos, además de no nombrar los ejes de coordenadas. En la figura se puede observar un claro ejemplo de lo mencionado en el eje de las x al asociar los valores 6, 7 y 8 ya que al realizar el trazo de la recta

no es posible llevar la secuencia inicial debido a la mal graduación de la unidad en estos valores.

- **Categoría 1c4: Representación icónica de la gráfica.**



**Figura 3-10:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que realizan una representación icónica en la pregunta 1c del Pre-test

Solo en esta categoría se encuentran el 5% de los estudiantes, realizan una representación icónica o dibujo de la situación problema planteado, toman como ejemplo una longitud específica y realizan el jardín de forma cuadrada. Los estudiantes que intervienen en esta categoría realizaron una mala interpretación de lo que se le estaba pidiendo inicialmente y no tuvieron en cuenta la tabla de valores realizada, en esta situación no se evidencia asociación entre pares de valores ni correspondencia entre los mismos.

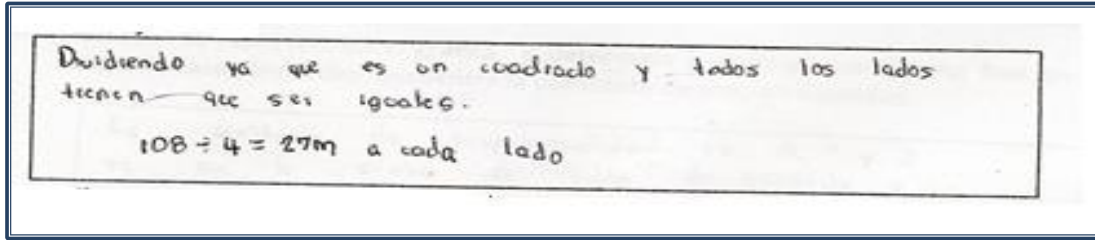
- **Categoría 1c5: No responde**

El 3% de los estudiantes no realizan ninguna gráfica, con lo cual se puede intuir la dificultad que tienen los estudiantes para dibujar gráficas cartesianas y ubicar en el plano cartesiano valores establecidos en una tabla.

### 3.2.1.4 Pregunta 1d del Pre-Test

- d. Si hemos utilizado 108m de alambre, ¿Qué dimensiones tenía el jardín? Explica cómo se hallan los metros de alambre necesarios si se conocen la longitud del lado del jardín.

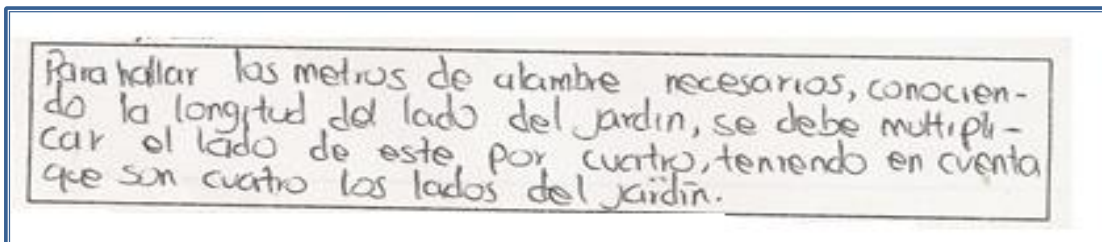
- **Categoría 1d1: Desarrolla el problema correctamente**



**Figura 3-11:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que desarrollan correctamente la pregunta 1d del Pre-test.

En la figura se evidencia las diferentes formas en la que los estudiantes resuelven el problema correctamente; en esta categoría se encuentran el 65% de los estudiantes. Igual que en la pregunta 1a del Pre-Test los estudiantes realizan una buena interpretación de la situación, algunos realizan operaciones como las que se puede observar en la figura para conocer las dimensiones del jardín y otros simplemente explicaron y dieron las respuesta, se puede pensar que realizaron cálculos mentales y no escribieron la operación.

- **Categoría. 1d2: Explica pero no dice ¿Que dimensiones tiene el jardín?**



**Figura 3-12:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que explican pero no dicen ningún valor a la pregunta 1d del Pre-test.

El 25% de los estudiantes explican cómo se deben hallar los metros necesarios para encerrar el jardín pero no hallan la longitud del lado del jardín cuando se ha utilizado una cantidad de alambre de 108 metros. Se puede evidenciar que conocen lo que deben hacer pero no realizan totalmente la interpretación a la pregunta ya que no establecen un valor numérico para el lado del jardín, que es una de las preguntas planteadas en la situación. Estas estudiantes utilizan el lenguaje natural para dar explicación a situaciones matemáticas en contexto.

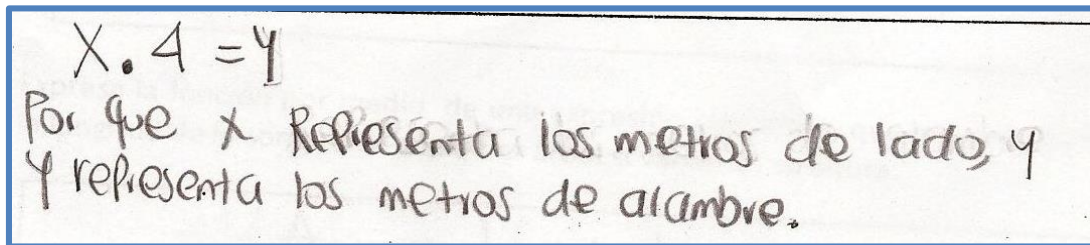
- **Categoría. 1d3: No Responde**

El 10 % de los estudiantes no responden a la pregunta.

### 3.2.1.5. Pregunta 1e

e. Escribe una fórmula que nos de los metros de alambre (que llamamos  $y$ ) necesarios para vallar un jardín de  $x$  metros de lado.

- **Categoría 1e1:** Maneja un lenguaje algebraico determinando una fórmula donde se establece una regla que indica la dependencia entre las dos magnitudes

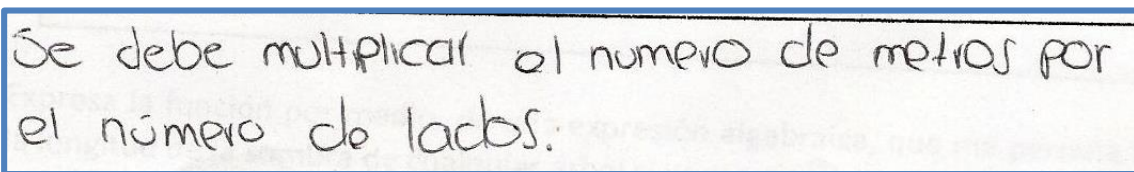


$X \cdot 4 = Y$   
 Por que  $x$  representa los metros de lado,  $y$   
 $Y$  representa los metros de alambre.

**Figura 3-13:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica a la pregunta 1e del Pre-test.

El 37% de los estudiantes se encuentra en esta categoría; manifiestan un conocimiento algebraico para expresar un modelo matemático que describa de forma general la solución del problema que se planteó. Se pudo evidenciar que a ciertos estudiantes se les facilito hallar una ley general para esta situación específica que permitió caracterizar la relación de dependencia de las variables. Como se puede evidenciar en la figura los estudiantes además de expresar la fórmula algebraica de dos variables que representan una función, explican el comportamiento de cada una de las variables que intervienen en la ecuación, siendo más explícitos en la situación.

- **Categoría 1e2:** No establece fórmula, pero conjetura por medio de palabras la relación de dependencia entre variables.



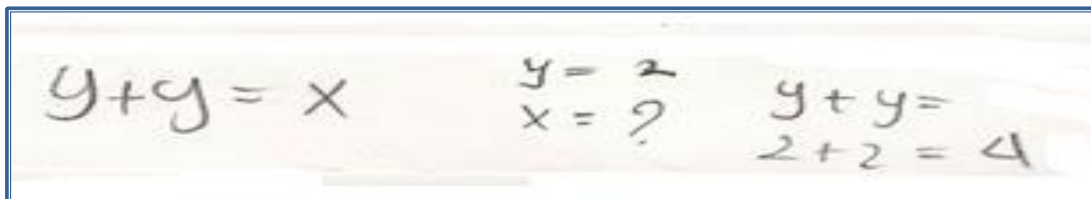
Se debe multiplicar el numero de metros por  
 el número de lados.

**Figura 3-14:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que no establecen una fórmula algebraica a la pregunta 1e del Pre-test.

El 21% de los estudiantes se encuentran en esta categoría conjeturan la relación de dependencia entre variables pero no establece ninguna expresión algebraica que represente un modelo matemático que describa la situación. En este caso los estudiantes al parecer conocen lo que deben hacer pero se evidencia la dificultad para

abstraer una fórmula que les permita evidenciar la regla que da la dependencia entre las dos variables que intervienen en la situación.

- **Categoría 1e3: Establece una fórmula errónea**



**Figura 3-15:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica errónea a la pregunta 1e del Pre-test.

El 28% de los estudiantes se encuentran en esta categoría y se evidencia que el estudiante emplea variables para expresar la fórmula, pero la concepción es errónea y no plantea ninguna solución al problema. De igual forma se puede evidenciar en la figura que los estudiantes escriben una ecuación y le da valores a una de las variables, pareciera que reconocen en este caso el comportamiento de las variables dependientes e independientes a partir de un valor al parecer sacado de una tabla. Sin embargo esto no describe la situación, ni generaliza el problema que se está trabajando.

- **Categoría 1e4: No responde**

El 14% de los estudiantes no responden a la pregunta; con esto se puede establecer el desconocimiento o la dificultad que tienen para establecer una expresión algebraica que describa o resuelva el problema que se está trabajando.

### 3.2.2 Pregunta 2. Pre Test

Las siguientes son representaciones de la relación entre la altura de un conjunto de árboles de un parque y la longitud de la sombra que proyectan a cierta hora del día.

Altura del árbol en (m)	1.5	2	2.5	3	4	4.5
Longitud de la sombra en (m)	3	4	5	6	8	9

#### 3.2.2.1 Pregunta 2a

- Expresa qué magnitud indica la variable dependiente y qué magnitud la independiente. Justifica tu respuesta.
  - **Categoría 2a1: Establece cual es la variable dependiente y cuál la independiente**



Altura del árbol = Independiente Por que esta se da sin necesidad de la sombra  
 Longitud de la sombra en (m) = dependiente por que depende del árbol para que proyecte y su sombra tenga longitud.

**Figura 3-16:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen variable dependiente e independiente a la pregunta 2a del Pre-test.

El 61% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, manifiestan cual es la variable independiente y la dependiente de la tabla de valores que se planteó, además algunos estudiantes estuvieron en la capacidad de justificar a través de sus ideas previas cuál era el comportamiento de dichas variables y a que se debía que pudieran mencionarse así. Esto permite evidenciar que los estudiantes empiezan a conocer el modelo con el que se está trabajando aunque solo implícitamente cuando a partir de unos pocos valores de una tabla, se es capaz de determinar el valor de la variable dependiente que corresponde a un valor cualquiera de la variable independiente.

- **Categoría 2a2: Establece magnitudes dependientes e independientes erróneamente**

La variable dependiente son  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{6}$  y  $\frac{4}{8}$  porque son números enteros  
 La variable independiente son  $\frac{1,5}{3}$ ,  $\frac{2,5}{5}$  y  $\frac{4,5}{9}$  porque son números decimales

**Figura 3-17:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen magnitudes dependiente e independiente erróneamente a la pregunta 2a del Pre-test.

El 30% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, sin embargo en la figura se evidencia que manifiestan erróneamente la variable independiente y dependiente, algunos la relacionan con cantidades decimales y otros con cantidades enteras, aunque cuando hace referencia a las cantidades enteras vemos que cometen errores al comparar un número fraccionario como un número entero, esto puede ser por la dificultades en el aprendizaje en años anteriores sobre los conjuntos numéricos. Se puede ver que tanto en la variable dependiente como en la independiente toman algunos valores específicos de la tabla y plantearon una fracción o cociente entre estos valores buscando justificar el comportamiento de las variables, sin embargo no se evidencia que reconozcan cual es la dependiente e independiente.

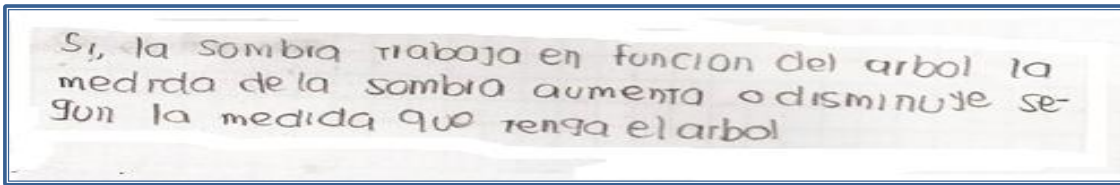
- **Categoría 2a3: No responde**

El 9% de los estudiantes no responden a la pregunta, evidenciando así desconocimiento total en el reconocimiento de la variable dependiente e independiente de la situación que se planteó en la tabla de valores.

### 3.2.2.2 Pregunta 2b

b. Indica si esta tabla de valores representa una función. Justifica tu respuesta

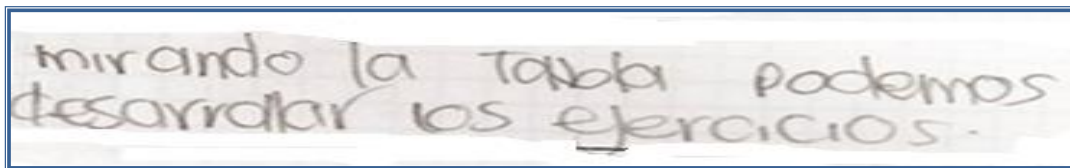
- **Categoría 2b1:** *Sí es una función, teniendo en cuenta la relación que existe entre magnitudes.*



**Figura 3-18** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen sí es una función a la pregunta 2b del Pre-test.

El 79 % de los estudiantes se encuentran en esta categoría, manifiestan que la tabla de valores es una función y la hacen encontrando una relación entre las variables. La idea en particular que plantean los estudiantes es que la tabla de valores sí representa una función debido a la existencia de dos magnitudes variables y una relación o dependencia entre estas variables, cuya expresión va depender del lenguaje utilizado. En la figura se puede ver como los estudiantes manifiestan que la longitud de la sombra va a depender de la altura que tenga el árbol.

- **Categoría 2b4:** *No especifica si los datos de la tabla representa una función*



**Figura 3-19:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que no establecen si es una función a la pregunta 2b del Pre-test.

En la figura se evidencia que los estudiantes no tienen claridad, si la tabla de valores representa una función, en este caso los estudiantes no relacionan las variables que intervienen en la situación simplemente lo que hacen es observar la tabla de valores y decir que el problema se puede desarrollar. En esta categoría se encuentra el 9% de los estudiantes.

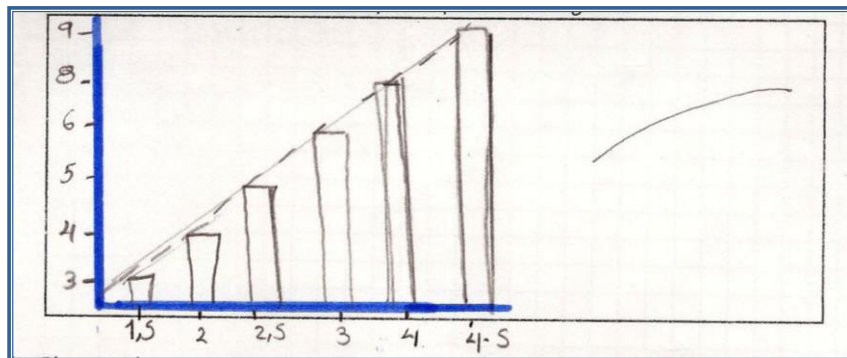
- **Categoría: 2b5: No responde**

El 12% responden a la pregunta evidenciado desconocimiento total al concepto de función de acuerdo a los valores que se presentaron en la tabla y a la relación que existe entre ellos.

### 3.2.2.3 Pregunta 2c

- En caso de ser una función, construye la representación gráfica.

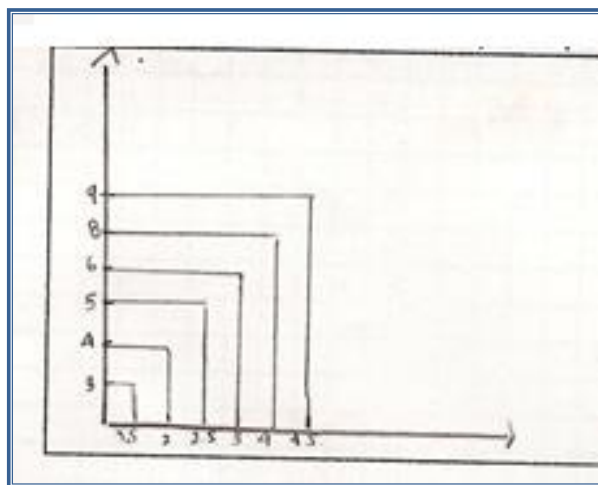
- **Categoría 2c1: Realiza un diagrama de barras**



**Figura 3-20:** Resultados de algunos estudiantes que realizan un diagrama de barras en la pregunta 2c del Pre-Test

El 5% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, en este caso en comparación de la pregunta 1c del Pre-Test disminuyó el porcentaje de los estudiantes que poseen una concepción discreta de los puntos, al relacionar las magnitudes variables de la tabla de valores realizando un diagrama de barras, sin embargo aunque trataron de unir los puntos no se puede establecer la idea de variación o de continuidad.

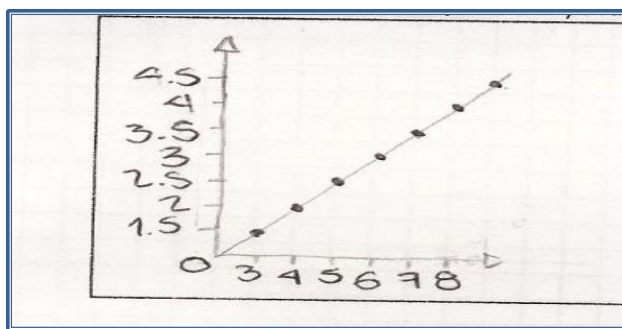
- **Categorías 2c2: Concepción discreta, no une los puntos de una recta**



**Figura 3-21:** Resultados de algunos estudiantes de la muestra poseen una concepción discreta en la pregunta 2c del Pre-Test

El 28% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, en la figura se puede poner de manifiesto más la idea de correspondencia punto a punto que la idea de variación y de continuidad, además se puede evidenciar que los estudiantes no gradúan la unidad de los ejes correctamente y no nombra cada uno de los ejes, dejando entre ver de alguna manera que no reconocen las magnitudes variables que se trabajan en el plano cartesiano.

- **Categorías 2c3: Concepción de continuidad al unir los puntos**



**Figura 3-22:** Resultados de algunos estudiantes de la muestra que unen los puntos de la recta en la pregunta 2c del Pre-Test

En esta categoría 54% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, al parecer poseen una concepción continua o de variación al trazar la recta la gráfica, sin embargo siguen cometiendo errores en la graduación de los ejes que distorsionan totalmente la situación que se está planteando, además invierten los ejes de coordenadas, es decir desconocen donde se debe ubicar la variable dependiente e

independiente en el plano cartesiano lo que ocasiona una mala lectura e interpretación de la gráfica.

- **Categoría 2c4: Representación icónica de la gráfica.**



**Figura 3-23:** Resultados de algunos estudiantes de la muestra realizan un dibujo en la pregunta 2c del Pre-Test

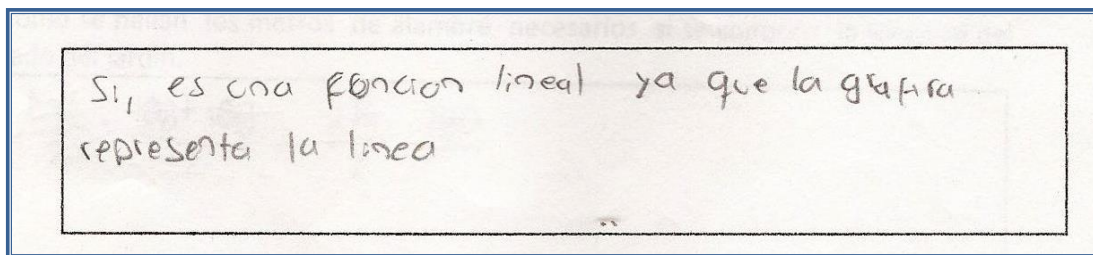
El 2% de los estudiantes realizan un dibujo, buscando relacionar la gráfica con la altura del árbol y la de un edificio, manifiestan desconocimiento para dibujar ejes y ubicar los puntos de una tabla determinada en el plano cartesiano.

- **Categoría 2c5: No responde**

El 11% de los estudiantes no responden a la pregunta manifestando desconocimiento sobre el concepto de función.

#### 3.2.2.4 Pregunta 2d

- d. Observa la representación gráfica y determina si corresponde a una función lineal. En caso afirmativo encuentra la constante de proporcionalidad.
- **Categoría 2d1: Es función lineal, pero no halla la constante de proporcionalidad**

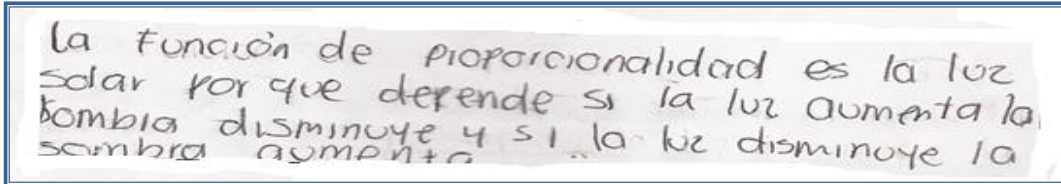


**Figura 3-24:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que afirman que sí es función lineal y no hallan la constante de proporcionalidad a la pregunta 2d del Pre-test

49% de los estudiantes en esta categoría manifiestan que la representación gráfica del punto anterior es una función lineal debido que al trazarla se forma una línea

recta, sin embargo no reconocen las características para ser una función lineal. De igual forma se evidencia que los estudiantes desconocen como hallar la constante de proporcionalidad ya que en la respuesta no se evidencia ningún proceso como se puede ver en la figura.

- **Categoría 2d2: Relaciona la constante de proporcionalidad con la luz solar la altura y la sombra**

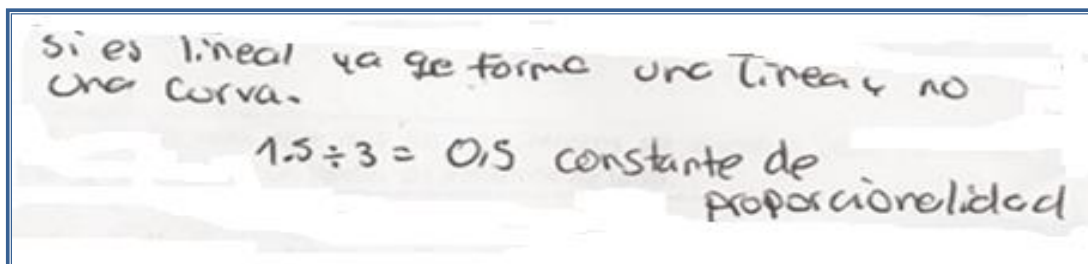


La función de proporcionalidad es la luz solar por que depende si la luz aumenta la sombra disminuye y si la luz disminuye la sombra aumenta

**Figura 3-25:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que afirman que la constante de proporcionalidad está relacionada con la luz solar a la pregunta 2d del Pre-test

18% de los estudiantes en esta categoría manifiestan que la constante de proporcionalidad está íntimamente relacionada con la luz solar y la sombra del árbol, pero no escriben ningún valor numérico representándola. Además aunque manifiestan que la gráfica es una función no afirman que sea una función lineal. Esto se puede caracterizar como un error conceptual en el aprendizaje; trata de mantener la relación entre las magnitudes pero también desconoce las características de una función lineal.

- **Categoría 2d3: Es una función lineal y escribe la constante de proporcionalidad erróneamente.**



Si es lineal ya se forma una línea y no una curva.  
 $1.5 \div 3 = 0,5$  constante de proporcionalidad

**Figura 3-26:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que afirman que si es función lineal y hallan la constante de proporcionalidad erróneamente a la pregunta 2d del Pre-test

En la figura se evidencia que los estudiantes manifiestan que si es una función lineal debido a que se forma una línea, lo que quiere decir que están usando solo la observación para contestar la pregunta. Además dan un valor para la constante de proporcionalidad algunos con una operación y otros observando que pasa con la sombra a medida que aumenta la longitud del árbol, sin embargo la constante de

proporcionalidad que hallan no es la correcta; en esta categoría se encuentra el 12% de los estudiantes.

- **Categoría 2d4: Halla la pendiente**

$$\text{Si. } \frac{9m - 3m}{9,5m - 1,5m} = \frac{6m}{3m} = \boxed{2m}$$

**Figura 3-27:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que hallan la pendiente a la pregunta 2d del Pre-test

En la figura se puede evidenciar que el estudiante halla la pendiente evidenciando así conocimiento previo sobre la constante de proporcionalidad, además permite ver como él o la estudiante reconoce las variables que intervienen en el proceso, establece un orden en los números que constituyen una coordenada en el plano y relaciona perfectamente cada valor numérico del plano con el eje al cual pertenece. Aunque halla la pendiente solo la clasifica como una función lineal sin especificar sus características que la hacen lineal. En esta categoría se encuentra el 2% de los estudiantes.

- **Categoría 2d5: No responde, no sabe**

El 19% no responden a la pregunta manifestando el desconocimiento sobre la función lineal y el cálculo de la constante de proporcionalidad.

### 3.2.2.5 Pregunta 2e

e. Expresa la función por medio de una expresión algebraica, que me permita hallar la longitud de la sombra de cualquier árbol si variamos su altura.

- **Categoría 2e1: Maneja un lenguaje algebraico determinando una fórmula donde se establece una regla que indica la dependencia entre las dos magnitudes**

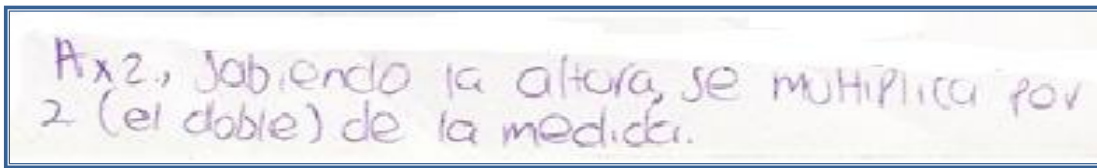
$$x = \text{altura del árbol.} \quad 2 \cdot x = Y$$

$$Y = \text{altura de la sombra}$$

**Figura 3-28:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica a la pregunta 2e del Pre-test

En la figura se puede evidenciar que algunos estudiantes poseen un conocimiento algebraico y escriben una ecuación que describe de forma general el problema planteado, además reconoce cuales son las variables que intervienen en la situación. Como se puede ver en la figura los estudiantes además de expresar la fórmula algebraica de dos variables las cuales representan una función, explican el comportamiento de cada una de las variables que intervienen en la ecuación, siendo más explícitos en la situación, sin embargo son pocos los estudiantes los que relacionan las magnitudes variables a través de una ecuación pues en esta categoría se encuentra solo el 26% de los estudiantes.

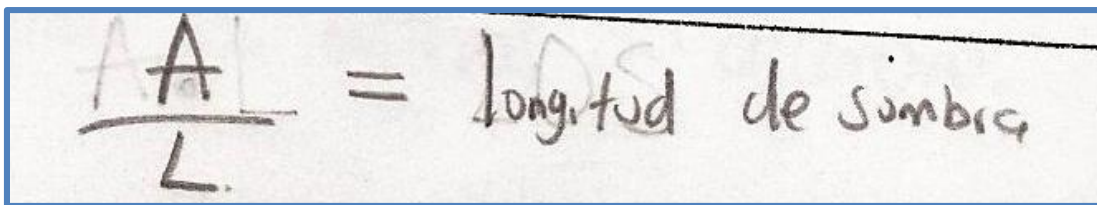
- **Categoría 2e2: No establece fórmula, pero conjetura por medio de palabras la relación de dependencia entre variables.**



**Figura 3-29:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que no establecen una fórmula algebraica a la pregunta 2e del Pre-test

En la figura se puede evidenciar que a pesar de no establecer una fórmula el estudiante explica cómo se puede generalizar el problema para describir la dependencia entre variables, es decir intuyen la manera o el procedimiento que deben realizar para hallar la longitud de la sombra del árbol siempre que se conozca la altura, pero se puede ver que se les dificulta establecer una ecuación que generalice la situación. El 7% de los estudiantes se encuentra en esta categoría.

- **Categoría 1e3: Establece una fórmula errónea**



**Figura 3-30:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica errónea a la pregunta 2e del Pre-test

En la figura se puede evidenciar la intención de algunos estudiantes los cuales emplean expresiones algebraicas para describir la situación pero este proceso lo hace de manera errónea. Saben que lo que buscan es una forma general que les permita



hallar la longitud de la sombra, sin embargo la ecuación que plantean no es correcta, por tanto no generaliza la situación que estamos abordando. En esta categoría se encuentran el 33% de los estudiantes.

- *Categoría 2e4: No responde*

El 28% de los estudiantes no responden a la pregunta manifestando que desconoce cómo hallar una ecuación que permita describir de forma general la situación que se está planteando.

## CAPITULO IV

En este capítulo se presenta el desarrollo de las visitas a las fábricas realizadas en el proceso de la estrategia didáctica para la enseñanza de la función lineal en el grado decimo, teniendo en cuenta una serie de actividades para una mejor comprensión del concepto de función lineal.

### **4. PROPUESTA DIDACTICA: APLICACIÓN DEL CONTEXTO SOCIOCULTURAL DEL ESTUDIANTE EN EL PROCESO DE LA ENSEÑANDA DE LA FUNCION LINEAL**

#### **4.1 Visitas a las Fábricas**

Durante la metodología de este trabajo de grado se realizó una salida pedagógica a la fábrica PRAXADIS ARTUNDUAGA cuyo nombre comercial es confecciones Carolina, los estudiantes de 10-06 y 10-08 (Ver anexo E Evidencias fotográficas) recibieron una breve orientación por el director Textil Jorge Luis Oviedo Guzmán sobre cuál es el proceso de fabricación de la tela, tinturación y confección de camisetas.



**Figura 4-1:** Orientaciones del director textil a los estudiantes

Como se puede evidenciar en la fotografía los estudiantes estuvieron muy atentos y receptivos a las orientaciones dadas por el director textil, además los estudiantes mostraron interés y participación durante el recorrido ya que durante este proceso realizaron diferentes preguntas, como:

- ¿Cuál es la cantidad de tela que fabrican diariamente?,
- ¿Cuántas camisetas se confeccionan diariamente y mensualmente?
- ¿Cómo hacen para controlar las pérdidas cuando la tela sale imperfecta?,
- ¿Cuántos empleados trabajan en la empresa?,
- ¿Cómo hacen para controlar el consumo de energía para optimizar los activos de la fábrica?
- ¿Qué hacen con los residuos o material sobrante? etc.



**Figura 4-2:** Ingreso de los estudiantes a la fábrica

Preguntas que se tuvieron en cuenta para diseñar y desarrollar diversas actividades relacionadas con la importancia de la función lineal en el contexto, luego de estas orientaciones, se realizó una visita guiada a las instalaciones de la fábrica por el director Textil donde nuevamente iba explicando el proceso de fabricación de la tela y confección de las camisetas. Cada vez que les explicaban el manejo de una máquina los estudiantes manifestaban asombro y curiosidad por el manejo de las mismas, además se evidencio gran interés, receptividad y motivación por el aprendizaje adquirido. Al finalizar, se retoman los elementos del contexto, en conjunción con los conceptos aprendidos para dar cierre a la sesión.

## 4.2 Desarrollo de las Actividades

De acuerdo a la información obtenida en las fábricas se construyeron diversas actividades que contribuyeran con el proceso de enseñanza de la función lineal, en el caso de Confecciones Carolina se construye la Actividad de Desarrollo N°1 (Ver anexo D) tomando como base el contexto y la estructura desarrollada en el pre-test. Esta actividad fue desarrollada en el aula de clase por los estudiantes con el apoyo y algunas orientaciones impartidas por el docente, en la cual se pudo evidenciar que los estudiantes se les facilitaba más el desarrollo de ciertas problemáticas cuando

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARJAS*

habían recibido información previa o conocía con anticipación de qué se trataba la actividad, además se observó que los estudiantes no se sentían obligados a terminar la actividad por desconocimiento o apatía por el contrario, gracias a la salida pedagógica a la fábrica no encontraron mayor dificultad en realizarla. De igual forma se evidenció avance en la manera como los estudiantes resolvían cada ejercicio en comparación con lo que hicieron en el Pre- test ya que estuvieron en la capacidad de tabular datos, graficarlos correctamente, interpretar y analizar las gráficas y expresar mediante una expresión matemática dichos datos. Luego del desarrollo de cada actividad se realiza una socialización con todo el grupo sobre el trabajo realizado dirigida por el profesor para afianzar conocimientos y realizar una retroalimentación del trabajo.

### 4.3 Actividades Extraclase

Luego del desarrollo de las actividades se les solicitó a los estudiantes que de acuerdo a sus vivencias diarias diseñaran una problemática que les permitiera recoger información, la graficaran y analizaran para luego socializar en clase. El propósito de esta actividad es que los estudiantes evidenciaran la importancia de la línea recta en el contexto. Actividad que fue de interés ya que permitió a los estudiantes investigar problemáticas con las que se sintieran identificados, además que los motivara a resolverlas. A continuación algunos ejemplos de las situaciones que plantearon los estudiantes.

#### Ejemplo N°1

Problema

En una fábrica de chocolates diariamente se entregan 500 chocolates, los cuales se entregan a cada empresa, pero en esos 15 días fue anulada una entrega de 1700 chocolates y sin duda se bajaron las ventas en esos 15 días. ¿cuáles fueron los días en que se anuló la entrega?

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y	500	1000	1500	1100	2000	2300	2300	2700	3000	3300	3000	4200	4800	5300	5800
	entregar normal			-300	-200	-100	-300	-300	-200	-200					
	-1700														

En el día 15 las ventas fueron de \$800 lo cual fue una entrega anulada de 1700 chocolates.

Ana Ramirez # 23  
10-8

**Figura 4-3:** Problema planteado por una estudiante en la actividad extracurricular

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
**JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS**

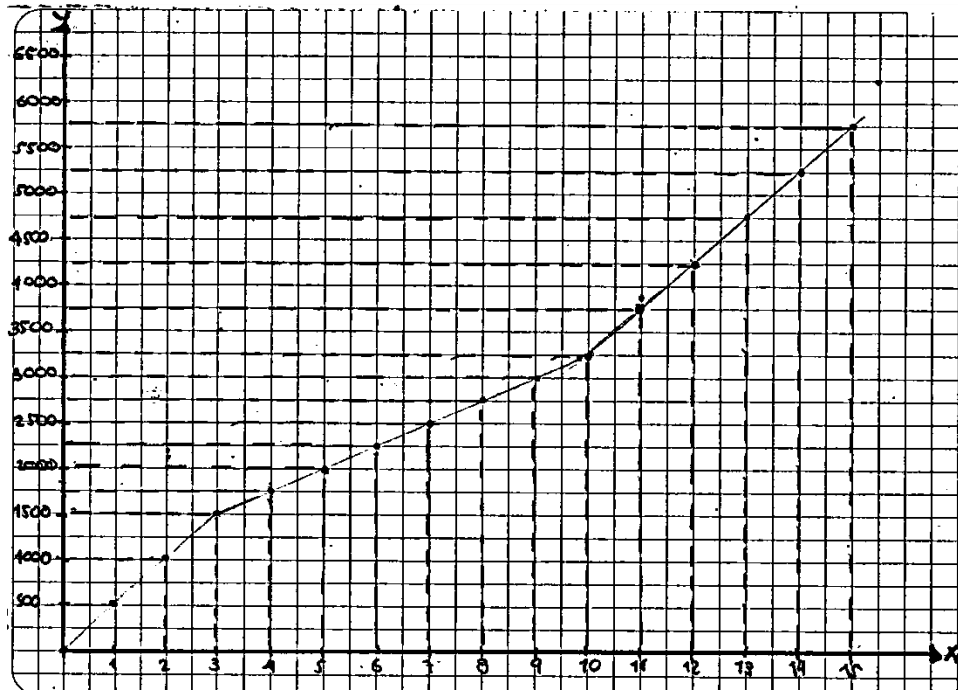


Figura 4-4: Gráfica del problema en contexto del Ejemplo N°1

### Ejemplo N° 2

En una tienda, la cual vende galletas y a la que llegan con constancia en el mes 14 compradores. 7 de ellas va por una caja de galletas los días impares del mes (grupo A) mientras que las otras 7 van por la caja de galletas los días pares (grupo B). Teniendo en cuenta que la caja cuesta \$5.500 responde:

Si esta tienda solo contase con aquellos clientes:

\*1- El ingreso de un día x:

$$\begin{array}{r} 5.500 \\ \times 7 \\ \hline 38.500 \end{array}$$

\*2- A los 15 días cuantas cajas se han repartido entre estos clientes:

$$\begin{array}{r} 15 \\ \div 7 \\ \hline 2 \text{ r } 1 \\ 105 \text{ cajas de galletas.} \end{array}$$

Figura 4-5: Ejemplo N° 2 por una estudiante en la actividad extracurricular

3- ¿Cuánto dinero gasta tan solo una computadora en todo el año?

5.500	82.500
x 15	x 12
27.500	165.000
5.500	82.500
82.500	990.000

R/= Al mes gasta 82.500 y al año gasta 990.000.

4- Esta tienda ¿cuántas cajas pide a la distribuidora semanalmente? ¿Cuánto gana y paga si estas le salen a \$ 2.150? **GRAFIQUE.**

7 días x 7 cajas = 49 cajas.

5.500	3.350	R/= La ganancia por caja es de \$ 3.350 entonces al día su acumulación es de \$ 23.450, de esta forma en constancia en la semana de ganancia tendrá \$ 169.150.
2.150	x 7	
3.350	23.450	
	23.450	
	x 7	
	169.150	

Figura 4-6: Desarrollo de la situación problema en el ejemplo N° 2

Tabulemos...

Días semana	Inversión	Ganancia.
1	15.050	23.450
2	30.100	46.900
3	45.150	70.350
4	60.200	93.800
5	75.250	117.250
6	90.300	140.700
7	105.350	164.150

Indique el ingreso total de la semana, a partir del desarrollo anterior.

105.350	- inversión
164.150	- ganancia.
269.900	- Ingreso Semanal.

**Figura 4-7:** Tabla de valores de la situación problema del ejemplo N° 2



16- Al día 19 ocurrió que 3 compradoras del grupo B ¿Cual es la pérdida de aquella tienda en los 8 días del mes a las que acostumbraban ir?

-COMPARE CON UNA GRAFICA CON EL GRUPO A.

Indique la diferencia existente entre los ingresos de un mes peculiar a esto en el cual se perdieron 3 clientes.

Días	Grupo A	Días	Grupo B
1	77.000	1	77.000
3	115.500	4	115.500
5	154.000	6	154.000
7	192.500	8	192.500
9	231.000	10	231.000
11	269.500	12	269.500
13	308.000	14	308.000
15	346.500	16	330.000
17	385.000	18	352.000
19	423.500	20	374.000
21	462.000	22	396.000
23	500.500	24	418.000
25	539.000	26	440.000
27	577.500	28	462.000
29	616.000	30	484.000

616.000	→ ingreso peculiar
616.000	
1232.000	
616.000	→ ingreso del mes actual
484.000	
1100.000	
1232.000	
- 1100.000	
132.000	

R1- En este mes perdio \$132.000 en ingresos

Figura 4-8: Tabla de valores comparando resultados del ejemplo N° 2

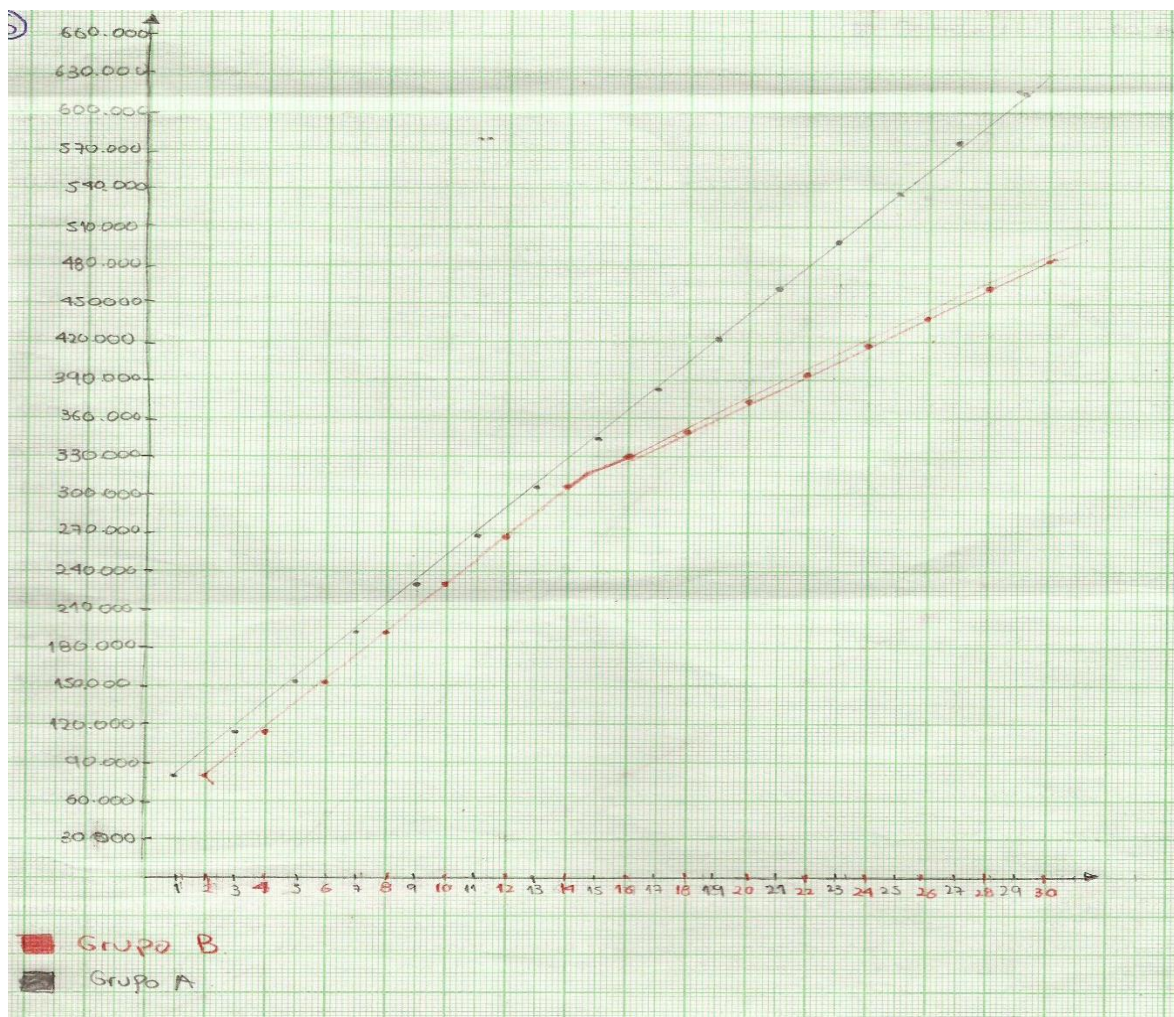


Figura 4-9: Gráfica de un estudiante de una situación en contexto

#### 4.4 Socialización de la Actividad Extracurricular

Se les solicitó a los estudiantes que realizaran una presentación para socializar cada una de las problemáticas que se plantearon en la actividad extracurricular dentro del contexto que vivían cotidianamente, los estudiantes realizaron diversas presentaciones en algunos casos en power point, y otros en carteleras. En las cuales explicaron cuándo una función es lineal o no, además hallaron la pendiente de diferentes rectas, manifestaban cuándo las variables estaban directamente correlacionadas y hallaron la constante de proporcionalidad; analizaron que a través de la tabla de valores se puede concluir si una función es lineal o no sin necesidad de graficarla. Esta actividad fue de gran apoyo ya que permitió aclarar dudas de los estudiantes e incentivó el interés y trabajo en equipo, además potencializó el aprendizaje adquirido por los estudiantes hasta el momento. ([Ver anexo E](#) evidencia fotográfica)

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
**JOSÉ JONATHAN TORRES ARJAS**

## CAPITULO V

En el siguiente capítulo se desarrollará el análisis del pos-test aplicado a los estudiantes de la Normal superior de los grados 10-06 y 10-08 de acuerdo a las categorías establecidas en el diseño metodológico en el cual se incluye las gráficas de los resultados a cada pregunta con sus respectivos porcentajes. Y finalmente se hace una comparación de los resultados del pre-test Vs pos-test

### 5. Desarrollo y Análisis del Pos – Test

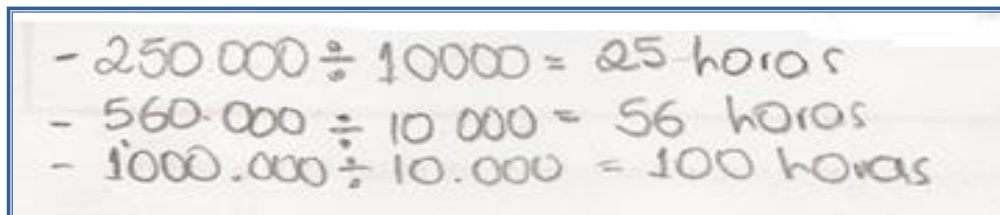
#### 5.1. Desarrollo y Análisis Pregunta 1 Post - Test

##### Análisis del Pos- Test

1. Octavio es panadero y gana \$10000 por cada hora laborada.
  - a. ¿Cuántas horas debe laborar para ganarse 250000, 560000 y 1000000?

##### 5.1.1 Pregunta 1a Post – test

- *Categoría 1a1: Desarrolla correctamente el problema.*



The image shows three handwritten equations on a light background, enclosed in a blue border. The equations are:
   
-  $250.000 \div 10000 = 25 \text{ horas}$ 
  
-  $560.000 \div 10.000 = 56 \text{ horas}$ 
  
-  $1000.000 \div 10.000 = 100 \text{ horas}$

**Figura 5-1:** Respuesta de los estudiantes de la muestra a la pregunta 1a del Pos-Test.

En esta categoría se encuentra el 100% de los estudiantes ya que desarrollaron correctamente el problema de la pregunta 1. Se pudo evidenciar que después de visitar la fábrica los estudiantes resolvieron el problema con mucha más facilidad y rapidez debido a que tenían los conocimientos previos para hacerlo.

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS*

### 5.1.2. Pregunta 1b Post – test

- b. Construye una tabla que pueda mostrar la forma como varia la cantidad de horas y el dinero ganado.

- **Categoría 1b1: Construye tabla vertical u Horizontal**

Horas	Dinero
1	10.000
3	30.000
5	50.000
7	70.000
9	90.000
11	110.000
13	130.000
15	150.000

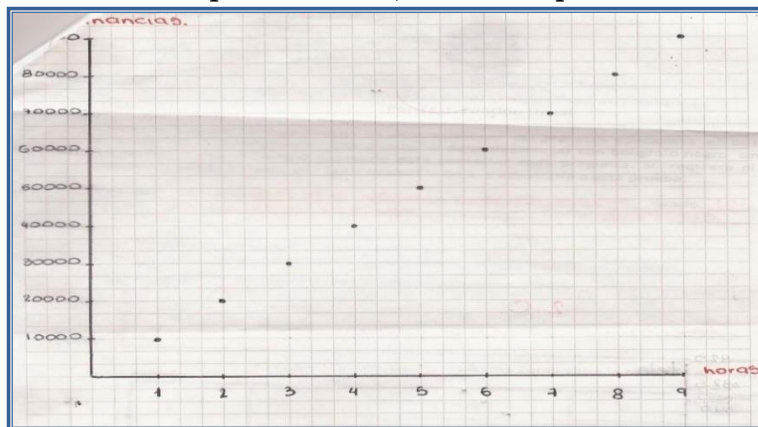
**Figura 5-2:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que construyen tablas verticales u horizontales a la pregunta 1b del Pos-Test.

En esta categoría se encuentra el 100% de los estudiantes, se evidencio la capacidad que tienen para construir tablas reconociendo cada una de la variables que intervienen en el proceso como lo podemos visualizar en la figura. Cabe resaltar que los estudiantes realizaron tablas de diferentes formas verticales y horizontales, en algunos casos especificaron el nombre de las columnas reconociendo las magnitudes variables que debían relacionar.

### 5.1.3 Pregunta 1c Post – test

- c. Sitúa los datos de la tabla en un gráfico. ¿Cómo quedan los puntos?

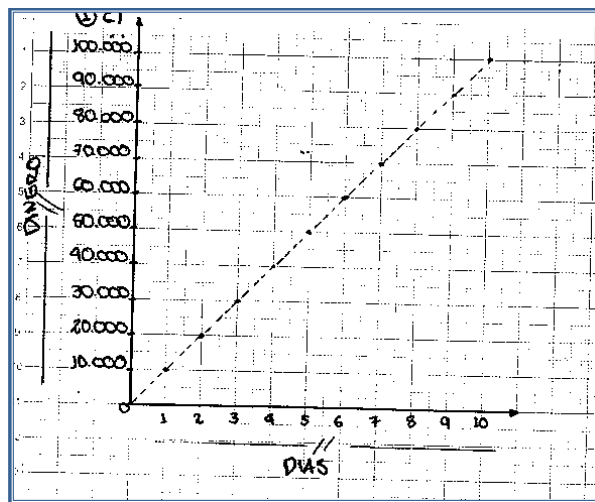
- **Categoría 1c2: Concepción discreta, no une los puntos de una recta.**



**Figura 5-3:** Resultados de algunos estudiantes de la muestra que no unen los puntos de la recta en la pregunta 1c del Pos-test

El 38% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, por ejemplo en los estudiantes 11, 12 y 15 entre otros se puede evidenciar que poseen una concepción discreta de las variables que intervienen en el gráfico porque no unen los puntos de la recta que se forma. Además reconocen las variables dándole nombre a los ejes del gráfico. De igual forma traza y gradúa los dos ejes correctamente, establece un orden en los números que constituyen cada par en las coordenadas, fijando un criterio para asociar cada coordenada a un eje determinado, de esta manera ubica y sabe que el primer número o magnitud independiente corresponde al eje horizontal y el segundo o magnitud dependiente corresponde al eje vertical, lo que permite ver una mayor facilidad para ubicar puntos en el plano cartesiano.

- **Categoría 1c3: Concepción de continuidad al unir los puntos.**



**Figura 5-5:** Resultados de algunos estudiantes de la muestra que unen los puntos de la recta en la pregunta 1c del Pos-test

El 60% de los estudiantes se encuentran en esta categoría; a diferencia de la anterior los estudiantes poseen una concepción de continuidad o variación al unir los puntos que ubicaron en el plano cartesiano, dejando entre ver que reconoce valores intermedios, además reconoce las variables que intervienen nombrando los ejes. De igual forma traza y gradúa los dos ejes correctamente, establece un orden en los números que constituyen cada par en las coordenadas, fijando un criterio para asociar cada coordenada a un eje determinado, de esta manera ubica y sabe que el primer número o magnitud independiente corresponde al eje horizontal y el segundo o magnitud dependiente corresponde al eje vertical, evidenciándose una mayor facilidad para ubicar puntos en el plano cartesiano.

- **Categoría 1c5: No responde**

El 2% de los estudiantes no responden a la pregunta, manifestando desconocimiento en el momento que se le solicita graficar una tabla de datos.

#### 5.1.4 Pregunta 1d Pos -test

- d. Si se trabajan 8 horas diarias, 6 días a la semana. ¿Cuánto dinero ha ganado a la semana, en un mes y en un año?

- **Categoría 1d1: Desarrolla el problema correctamente**

a la semana:  $480.000 = 80000 \times 6 = 480.000$  a la semana  
 en un mes:  $1.920.000 = 80000 \times 24 = 1.920.000$  al mes.  
 En un año:  $23.040.000 = 24 \times 12 = 288 \times 80.000 = 23.040.000$  Al año.

**Figura 5-5** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra a la pregunta 1d del Pos-Test.

El 96% de los estudiantes se encuentran en esta categoría se evidencia la capacidad de análisis y de interpretación del problema. Además la relación que guarda las dos variables que intervienen en el problema. Los estudiantes resolvieron el problema de diferentes formas, utilizando como estrategia las operaciones básicas y en algunos casos intuyeron la resolución del mismo.

- **Categoría 1d3: No Responde**

El 4% de los estudiantes no respondieron a la pregunta, manifestando no poseer los conocimientos previos para resolver el problema.

#### 5.1.5 Pregunta 1e Post Test

- e. Escribe una fórmula que nos indique el dinero recibido para cualquier número de horas.

- **Categoría 1e1: Maneja un lenguaje algebraico determinando una fórmula donde se establece una regla que indica la dependencia entre las dos magnitudes.**

$h \times 10000 = m$

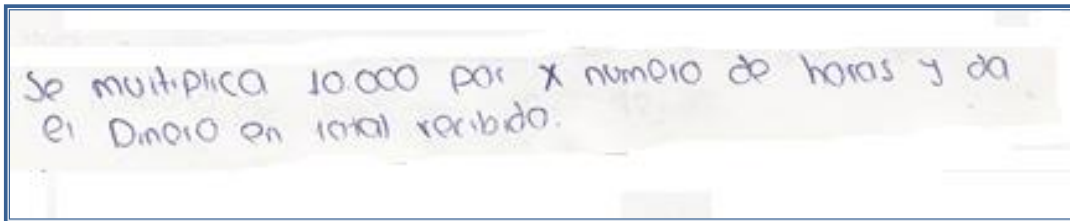
$m =$  Total dinero recibido  
 $h =$  horas

**Figura 5-6:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica a la pregunta 1e del Pos-Test.

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
**JOSÉ JONATHAN TORRES ARJAS**

El 72% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, estuvieron en la capacidad de plantear un modelo matemático expresión algebraica que les permitiera describir la situación de forma más general para cualquier número de horas. Además se puede evidenciar que los estudiantes reconocen las magnitudes variables que intervienen en la situación que se está trabajando dejando claro cuál es la variable dependiente y cuál la independiente en la ecuación.

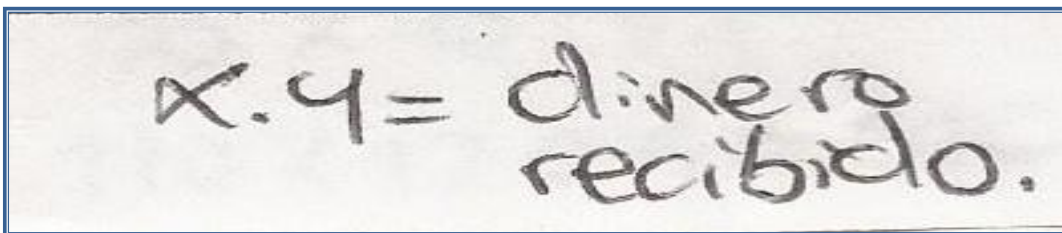
- **Categoría 1e2: No establece fórmula, pero conjetura por medio de palabras la relación de dependencia entre variables.**



**Figura 5-7:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que no establece una fórmula algebraica a la pregunta 1e del Pos-Test.

En esta categoría se puede evidenciar que a pesar de no establecer una fórmula, conjeturó por medio de palabras cual es el procedimiento correcto para para hallar el dinero ganado en cualquier número de horas, en esta categoría se encuentran el 12% de los estudiantes. Igualmente en problemáticas anteriores los estudiantes manifiestan conocimiento cuando relacionan las dos magnitudes variables y saben que la situación se puede generalizar, sin embargo se evidencia la dificultad para establecer una ecuación que indique dicha generalización del problema.

- **Categoría 1e3: Establece una fórmula errónea**



**Figura 5-8:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica errónea a la pregunta 1e del Pos-Test.

El 9% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, se evidencia que cometen errores al establecer la ecuación y que poseen dificultades para reconocer la relación de dependencia entre las variables involucradas, aunque establecieron una ecuación no especificaron el papel que jugaba cada una de las magnitudes lo que ocasionó que no cumpliera con las características de la situación planteada. Sin embargo es un

porcentaje mínimo en comparación a los estudiantes que estuvieron en la capacidad de plantear la expresión algebraica.

- **Categoría 1e4: No responde**

El 7% de los estudiantes no responde a la pregunta, lo que permite intuir dificultades en la comprensión y destreza para generalizar a través de una fórmula de dos variables la representación de una función.

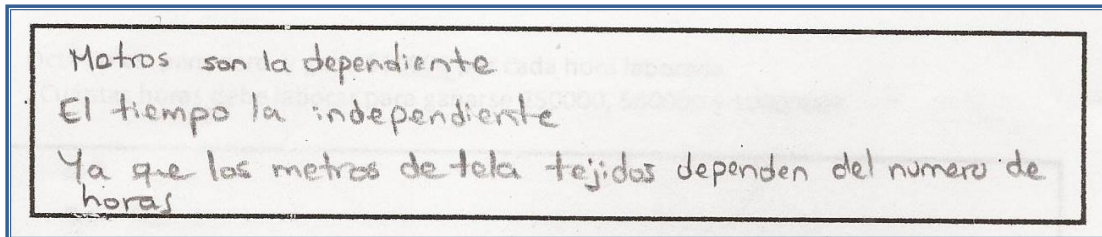
## 5.2 Análisis Pregunta 2 Pos Test

2. Las siguientes son representaciones de la relación entre el tiempo y los metros de tela que teje un telar

Tiempo (en horas)	1	2	3	4	4.5	5
Mts de tela tejida	85	170	255	340	382.5	425

### 5.2.1 Pregunta 2a Pos-test

- a. Expresa qué magnitud indica la variable dependiente y qué magnitud la independiente. Justifica tu respuesta.
- **Categoría 2a1: Establece cuál es la variable dependiente e independiente**

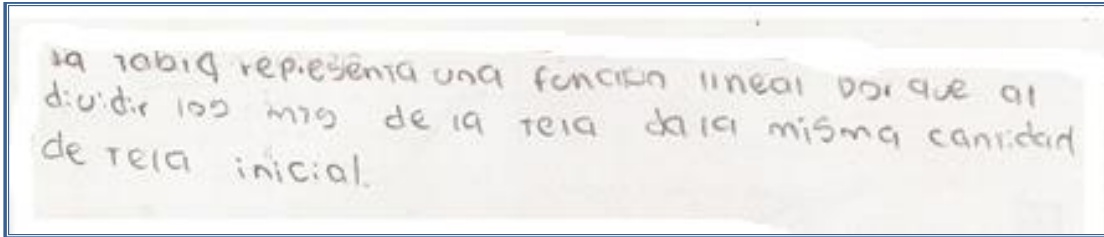


**Figura 5-9:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen magnitudes dependientes e independientes a la pregunta 2a del Pos-Test.

El 93% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, reconocen cuál es la variable dependiente e independiente a través de la relación que existe entre estas magnitudes variables que a medida que aumentan las horas laboradas aumenta la cantidad de tela fabricada. Sin embargo a pesar de este reconocimiento hay estudiantes que justifican esta relación funcional como se evidencia en la figura y otros estudiantes que no la hacen.

- **Categoría 2a3: Establece magnitudes dependientes e independientes erróneamente**





**Figura 5-10:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen magnitudes dependientes e independientes erróneamente a la pregunta 2a del Pos-Test.

El 5% de los estudiantes se encuentran en esta categoría. Se evidencia dificultades para reconocer en una tabla de valores la magnitud dependiente e independiente. La respuesta deja entre ver poca interpretación y lectura de la pregunta ya que lo que escriben los estudiantes no hace referencia a la pregunta.

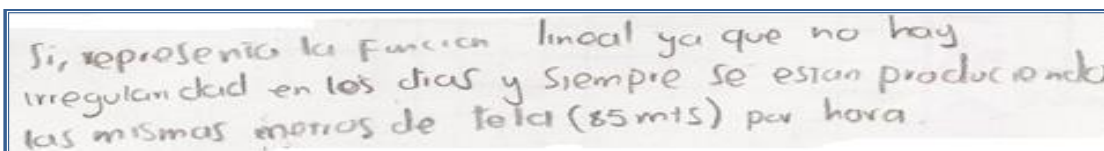
- **Categoría 2a4: No responde**

El 2% de los estudiantes no responden a la pregunta, manifestando desconocimiento para establecer las variables dependientes e independientes a través de una tabla de valores.

### 5.2.2 Pregunta 2b del Pos-test

- b. Indica si esta tabla de valores representa una función. Justifica tu respuesta

- **Categoría 2b1: Sí es una función, teniendo en cuenta la relación de dependencia que existe entre las magnitudes.**



**Figura 5-11:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen que si es una función a la pregunta 2b del Pos-Test.

En esta categoría se encuentra el 84 % de los estudiantes, manifiestan que es una función por la relación de dependencia que existe entre las variables, además manifiestan que es una función lineal lo cual hace que se evidencie que los estudiantes están conjeturando y analizando de forma diferente teniendo en cuenta las características de las funciones. De igual forma reconocen que cada día se está fabricando la misma cantidad de tela y esto ocasiona que la función tenga un comportamiento lineal.

- **Categoría 2b2: No especifica claramente si los datos de la tabla representa una función**

El 9% de los estudiantes no manifiestan claramente si los datos representan una función, lo cual hace ver que algunos estudiantes aún tienen dificultades en este concepto de acuerdo a la relación de dependencia entre las variables.

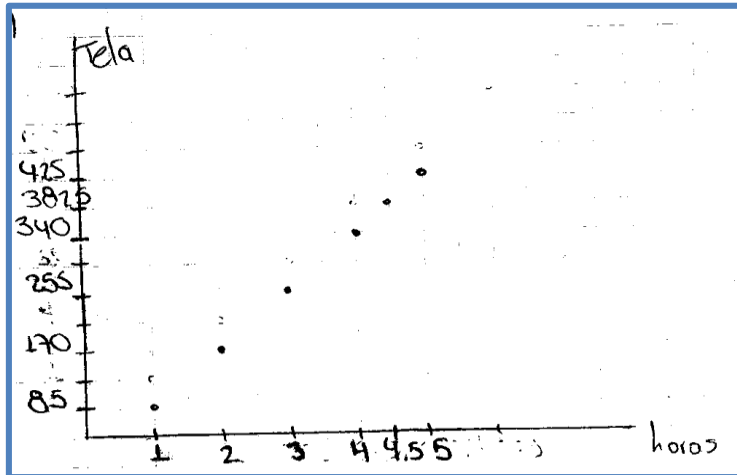
- **Categoría 2b3: No responde**

El 7% de los estudiantes no responden a la pregunta manifestando el desconocimiento de las características que debe cumplir una función para ser lineal.

### 5. 2.3 Pregunta 2c Pos Test

- c. En caso de ser una función, construye la representación gráfica.

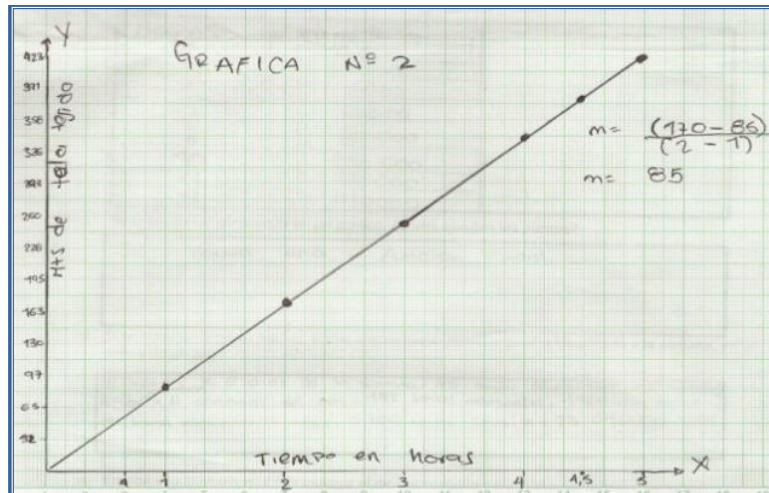
- **Categoría 2c2: Concepción discreta, no une los puntos de una recta.**



**Figura 5-12:** Resultados de algunos estudiantes de la muestra que no unen los puntos de la recta en la pregunta 2c del Pos-test

El 44% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, nombran los ejes y reconocen las variables que intervienen en el proceso, poseen una concepción discreta ya que no unen los puntos de la recta y se evidencia pocos errores en la graduación de los ejes e inversión de los mismos.

- **Categoría 2c3: Concepción de continuidad al unir los puntos,**



**Figura 5-13:** Resultados de algunos estudiantes de la muestra que unen los puntos de la recta en la pregunta 2c del Pos-test

El 47% de los estudiantes se encuentran en esta categoría; a diferencia de las anteriores los estudiantes poseen una concepción de continuidad o variación al relacionar funcionalmente las magnitudes variables que intervienen en la situación debido a la recta trazada sobre los ejes coordenados, a su vez en esta categoría podemos evidenciar trazados y graduados los ejes correctamente y establecieron un orden en los números que constituyen las coordenadas y establecieron criterios como mencionar los ejes para asociar a cada coordenada con un eje determinado. En este tipo de preguntas se logró alcanzar mayor destreza en los estudiantes cuando trazan una gráfica a través de una tabla de valores establecida.

- **Categoría 2c5: No responde**

El 9% de los estudiantes no responden a la pregunta.

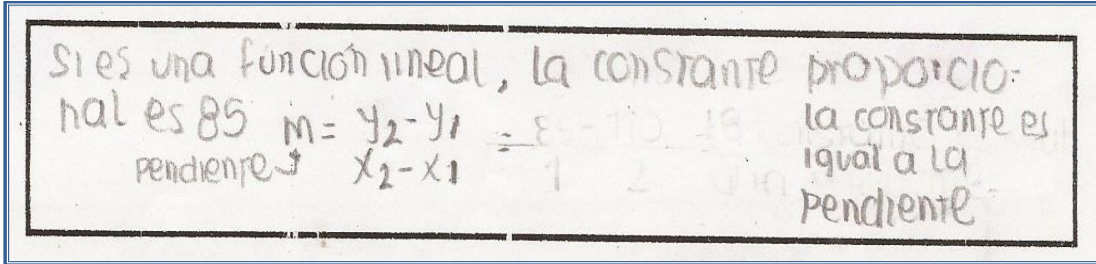
#### 5. 2.4 Pregunta 2d Pos test

- Observa la representación gráfica y determina si corresponde a una función lineal. En caso afirmativo encuentra la constante de proporcionalidad, la pendiente y compáralas.

- **Categoría 2d1: Es función lineal, pero no halla la constante de proporcionalidad**

El 2% de los estudiantes están en esta categoría, manifiestan que es una función lineal, pero tienen dificultades para reconocer la constante proporcionalidad. Sin embargo no explican las características que hacen a la recta trazada una función lineal.

- **Categoría 2d4: Halla la pendiente y la relaciona con la constante de proporcionalidad**



**Figura 5-14:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que hallan la pendiente y la relacionan con la constante de proporcionalidad a la pregunta 2b del Pos-Test.

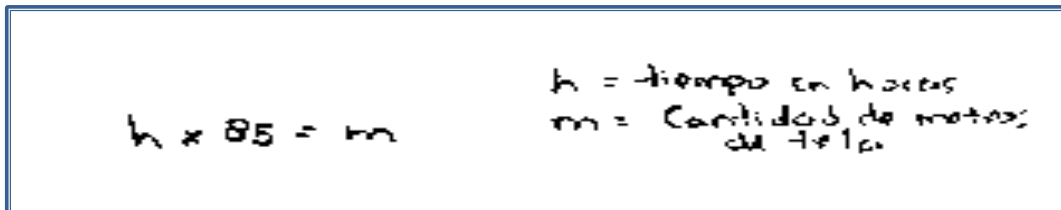
El 88% de los estudiantes hallaron la pendiente y la manifestaron que era la misma constante de proporcionalidad, se evidencia un conocimiento más amplio con respecto a algunas características de la función lineal. Se puso de manifiesto la existencia de dos magnitudes variables y una relación de dependencia entre estas variables al utilizar la ecuación de la pendiente.

- **Categoría 2d5: No responde**

El 10% de los estudiantes no responden a la pregunta manifestando que desconocen cómo hallar la constante de proporcionalidad y las características que cumplen la recta trazada para ser función lineal.

### 5. 2.5 Pregunta 2e Pos -test

- e. Expresa la función por medio de una expresión algebraica, que me permita hallar cualquier cantidad de metros de tela tejida en un tiempo determinado.
- **Categoría 2e1: Maneja un lenguaje algebraico determinando una fórmula donde se establece una regla de dependencia entre las magnitudes**



**Figura 5-15:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que hallan un fórmula algebraica a la pregunta 2e del Pos-Test.

El 65% de los estudiantes estuvieron en la capacidad de plantear una expresión algebraica que permitiera reconocer de forma más general la situación planteada, además se evidencia el reconocimiento de las variables que intervienen. En este caso utilizaron variables diferentes a las de  $x$  e  $y$  estableciendo que las variables se pueden manejar a conveniencia siempre y cuando cumplan con los requisitos en la ecuación para generalizar la situación planteada en el ejercicio.

- **Categoría 2e2: Establece una fórmula errónea**

**Figura 5-16:** Respuesta de algunos estudiantes de la muestra que establecen una fórmula algebraica errónea a la pregunta 2e del Pos-Test.

El 26% de los estudiantes poseen dificultad para establecer una expresión algebraica o ecuación que describa de forma general la situación planteada, intentan establecer una fórmula pero lo hacen de manera errónea. Al parecer reconocen que intervienen dos variables en la ecuación y que de alguna manera están relacionadas. En este caso incluyen expresiones algebraicas cuadráticas para establecer la ecuación alejándose de las características básicas que cumplen una función lineal.

- **Categoría 2e3: No responde**

El 9 % de los estudiantes no responden a la pregunta manifestando el desconocimiento que tienen para expresar un ecuación o expresión algebraica que generalice la situación planteada.

### 5.3. Análisis y Presentación de los Resultados del Pre- Test Vs Pos - Test

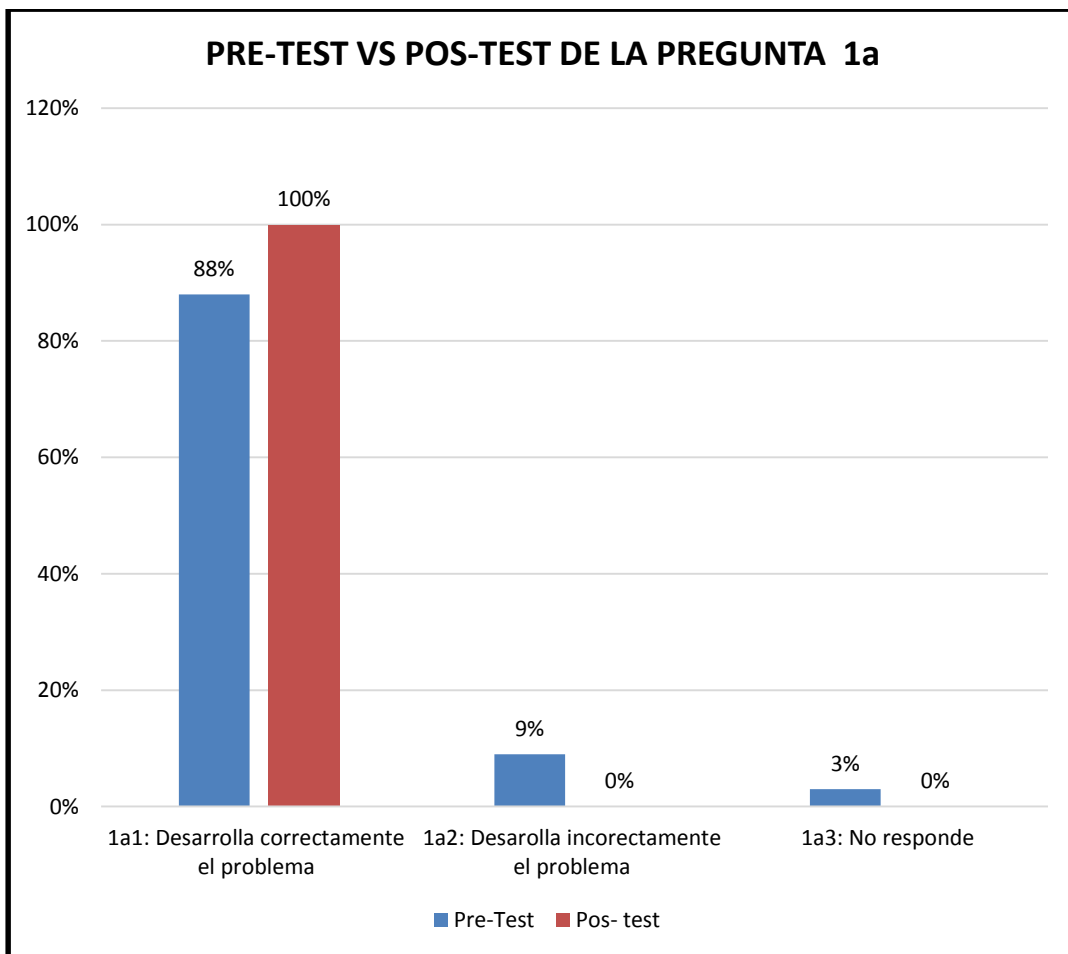
En esta sección confrontaremos los resultados del Pre-test contra los resultados del pos-test aplicado a los estudiantes de 10-06 y 10-07 de la Escuela Normal superior de Ibagué ENSI según las preguntas y categorías que se establecieron.

De acuerdo al trabajo realizado se pudo observar en el pre-test algunas dificultades de las cuales se resaltan las siguientes:

- Errores en la graduación de los ejes: Cambio de unidad e inversión de los ejes.
- Errores en la lectura y representación de puntos de coordenadas decimales.

- Concepción discreta de los puntos de una recta o de un segmento, algunas de las variables de las situaciones funcionales son consideradas continuas, los estudiantes todavía tienen una concepción muy discreta de los puntos de una recta.
- Dificultades para establecer un modelo o expresión algebraica que permitan evidenciar la dependencia entre las dos variables.

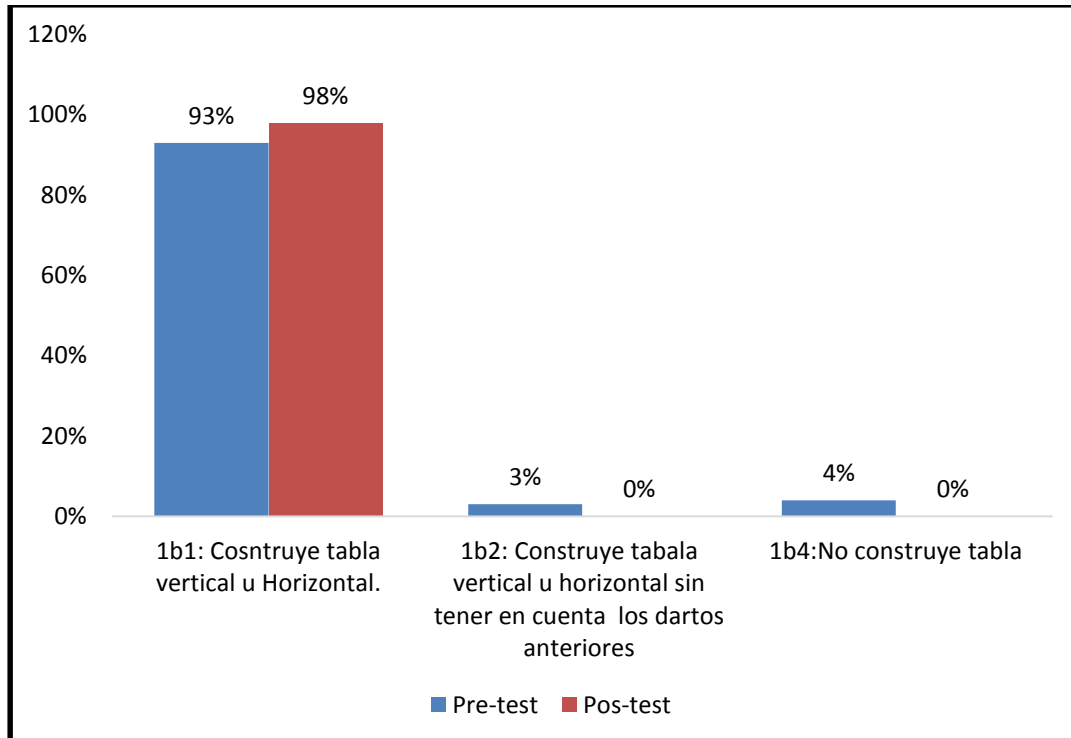
A la hora de abordar el tema de funciones en matemáticas y en particular de la función lineal en la clase encontramos este tipo de dificultades, así los estudiantes ya hubieran visto el tema en años anteriores, lo que deja en evidencia que el proceso no fue significativo; de acuerdo a lo establecido en este trabajo la aplicación del contexto sociocultural del estudiante en el proceso de enseñanza- aprendizaje y de cada una de las actividades realizadas se pudo evidenciar en el pos-test un rendimiento positivo frente a las dificultades planteadas, es decir los estudiantes estuvieron en la capacidad de resolver ciertas situaciones con más facilidad y correctamente como trataremos de especificar con las siguientes gráficas.



**Figura 5-17:** Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 1a

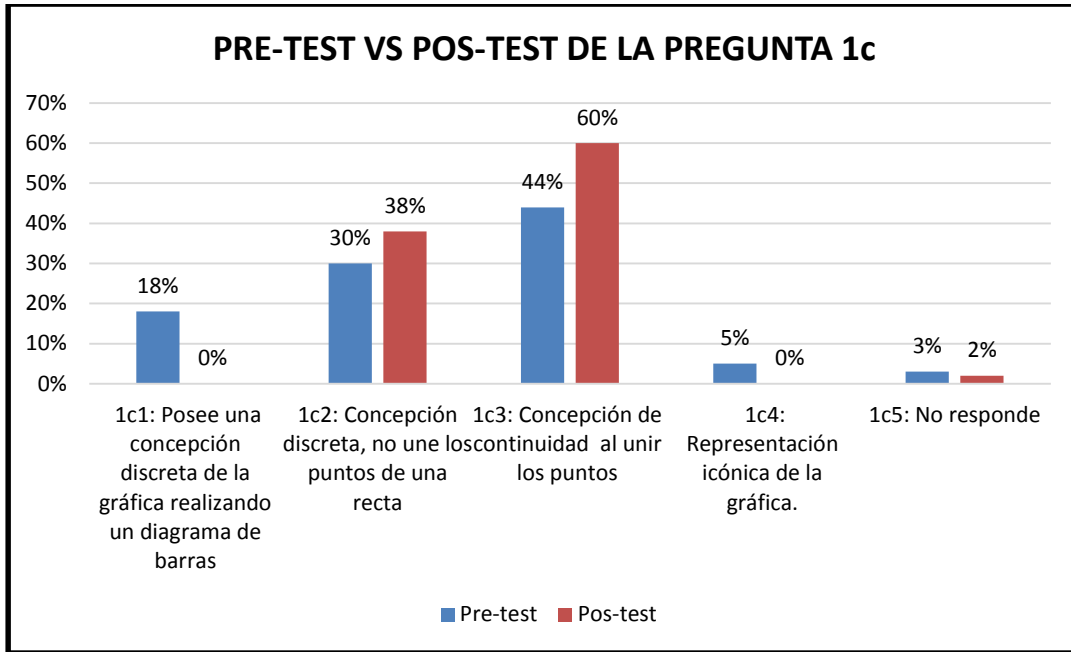
*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
**JOSÉ JONATHAN TORRES ARJAS**

En esta gráfica, en la pregunta 1a apreciamos los resultados del Pre-test y del Pos-test que recogen los resultados de una problemática común para darnos una visión descriptiva y generalmente cualitativa de la relación funcional y a la cual nos referimos cuando queremos interpretar los restantes lenguajes en un nivel simbólico mayor. Y en esta encontramos que el 100% de los estudiantes respondieron correctamente del pos-test frente a 88% de los estudiantes del pre-test. Aunque este porcentaje también es significativo se logró que en total los estudiantes resolvieran una problemática común sin mayor dificultad.



**Figura 5-18:** Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 1b

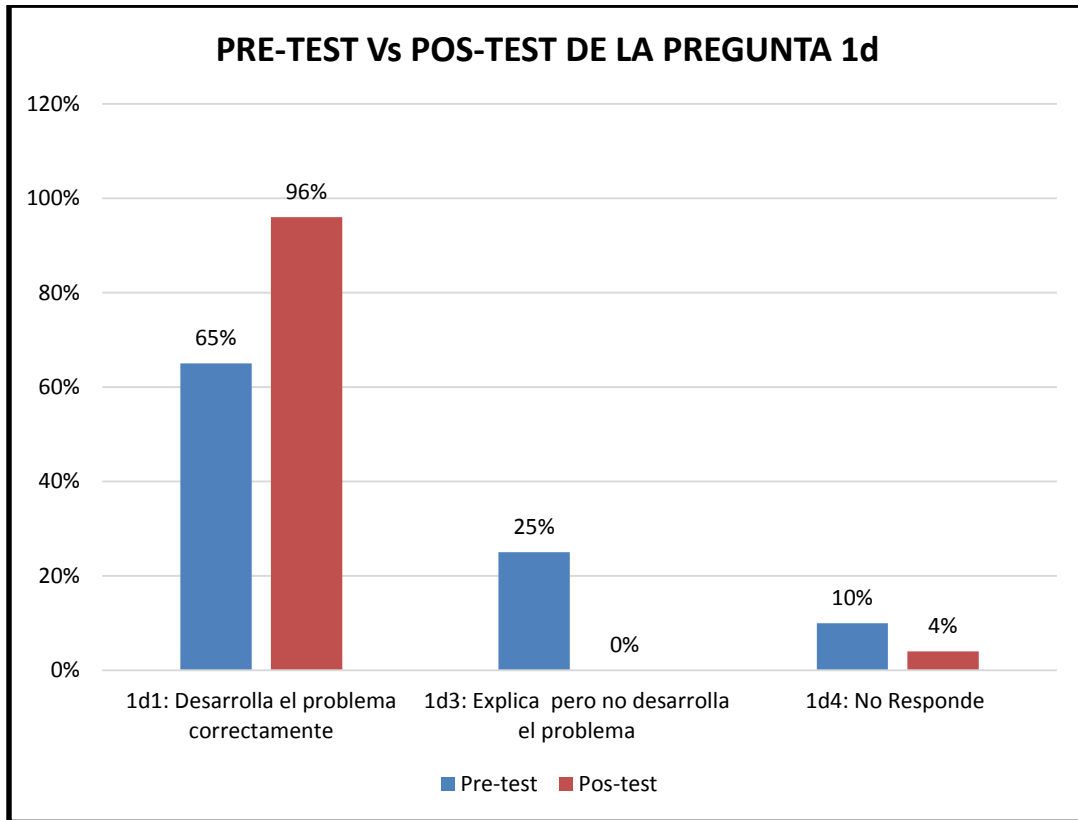
En esta segunda gráfica se evidencia que tanto en el pre-test como en el pos-test los estudiantes realizan tablas ya sea vertical u horizontal, sin embargo se evidencia en el Pos-test que el 98% de los estudiantes están realizando la tabla de valores correctamente para luego si poder construir una gráfica y que solo un 2% están construyendo tabla de valores sin especificar el nombre de las variables que intervienen en el proceso, de igual forma se mejoró el 4% de los estudiantes que no construían tabla de valores frente al 0% de los estudiantes.



**Figura 5-19:** Resultados del pre – test Vs pos –test de la pregunta 1c

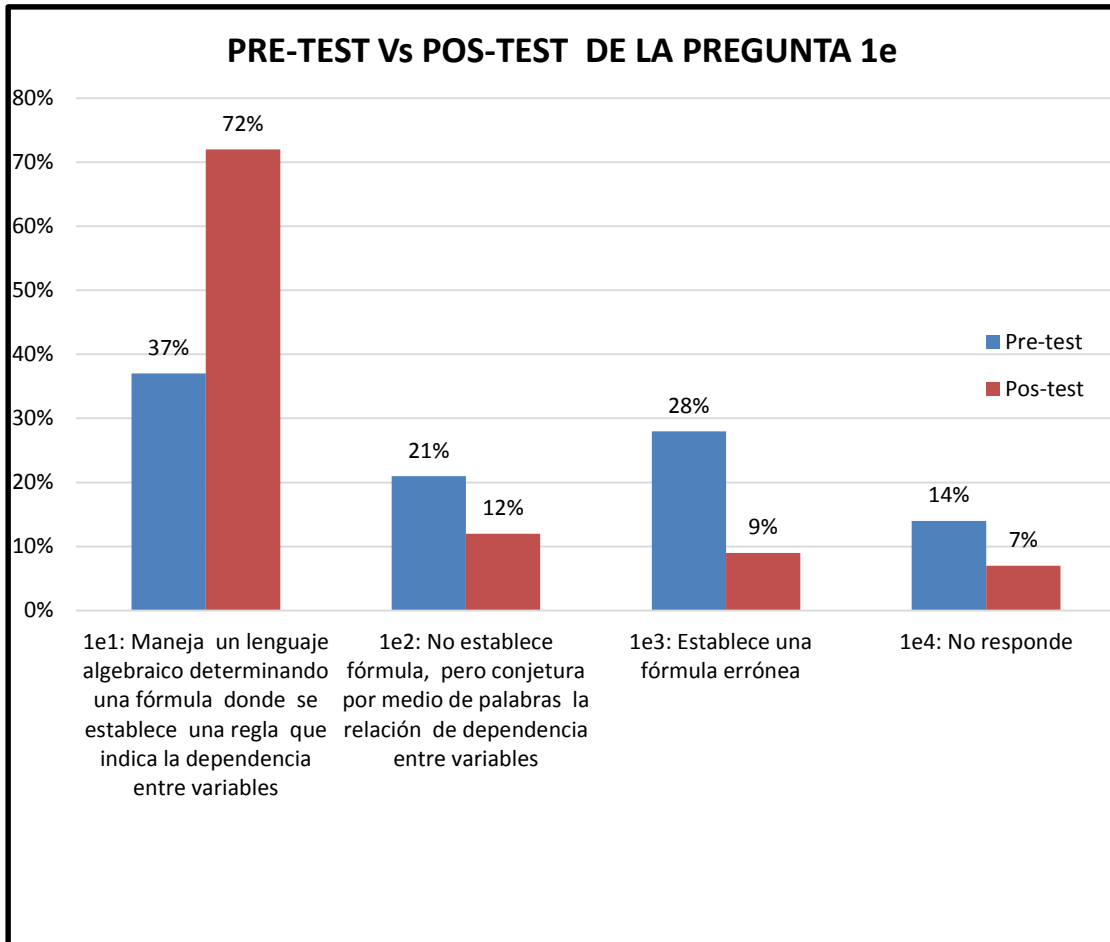
En la gráfica se observan los resultados de la pregunta 1c los cuales permiten observar como en el pre los índices de respuestas alcanzan un nivel de conocimientos menor que en el post, por lo tanto la aplicación gráfica que se sugirió realizar fue de resultados satisfactorios en el pos. Arrojando un 60 % como mayor resultado la categoría 1c3: cuya respuesta es concepción de continuidad al unir los puntos, además este porcentaje permite afirmar que los estudiantes mejoraron la calidad de las gráficas y no cometieron errores en la graduación de unidad de los ejes e inversión de los mismos. Sin embargo se evidencia en el post hubo un aumento en la concepción discreta al no unir los puntos de la recta en un 8%, con lo cual se puede afirmar que los estudiantes aun no reconocen cuando deben unir los puntos de una recta y cuando no. Es importante resaltar que en el post de la pregunta 1c arroja un margen de 2% la categoría de respuesta 1c5: No responde lográndose así superar que los alumnos no tengan ningún margen de conocimiento acerca del tema y de esta manera demostrar que todos realizan en el post una respuesta sobre la manera de graficar.





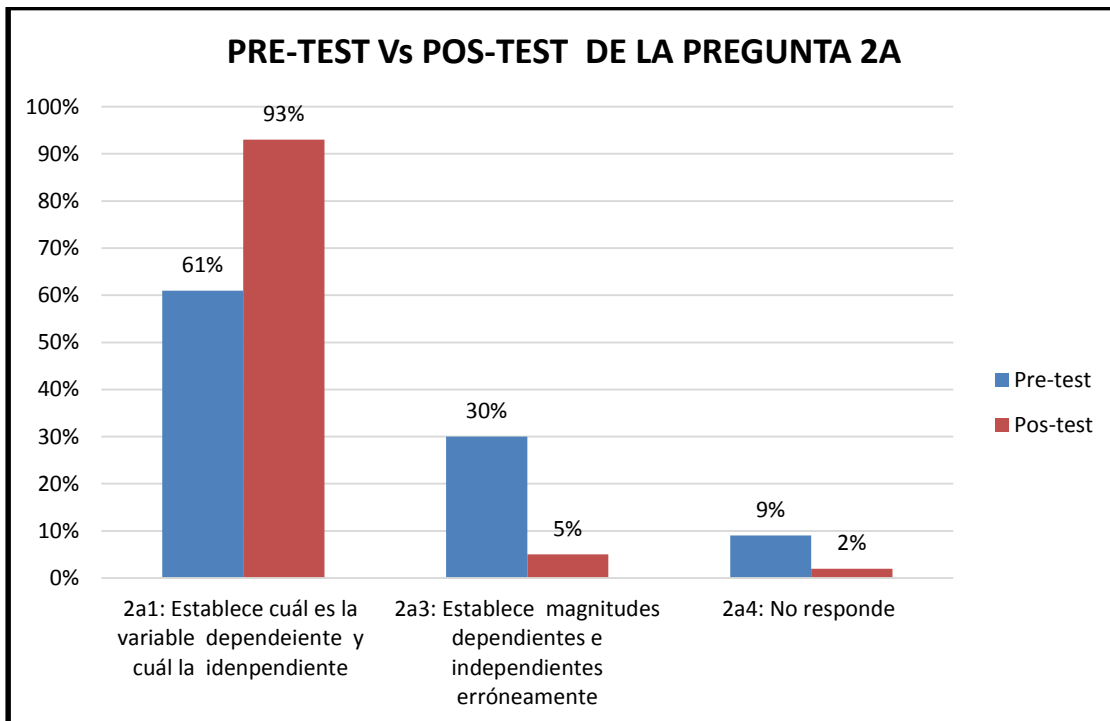
**Figura 5-20:** Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 1d

En la siguiente gráfica contemplamos los resultados a la pregunta 1d del pre-test y pos-test la cual busca solucionar un problema teniendo como base la tabla de valores realizada por los estudiantes para así generalizar un poco más la relación de dependencia entre las variables, entonces tenemos que se ha incrementado un 31% los estudiantes que resuelven correctamente este tipo de situaciones. En consecuencia se ha reducido al 0% los estudiantes que explica pero no desarrolla el problema, como también se pasó de un 10% a un 4% de los estudiantes que no responden a la pregunta. Mostrando así un avance satisfactorio en la resolución de problemas cuando son planteadas en contexto.



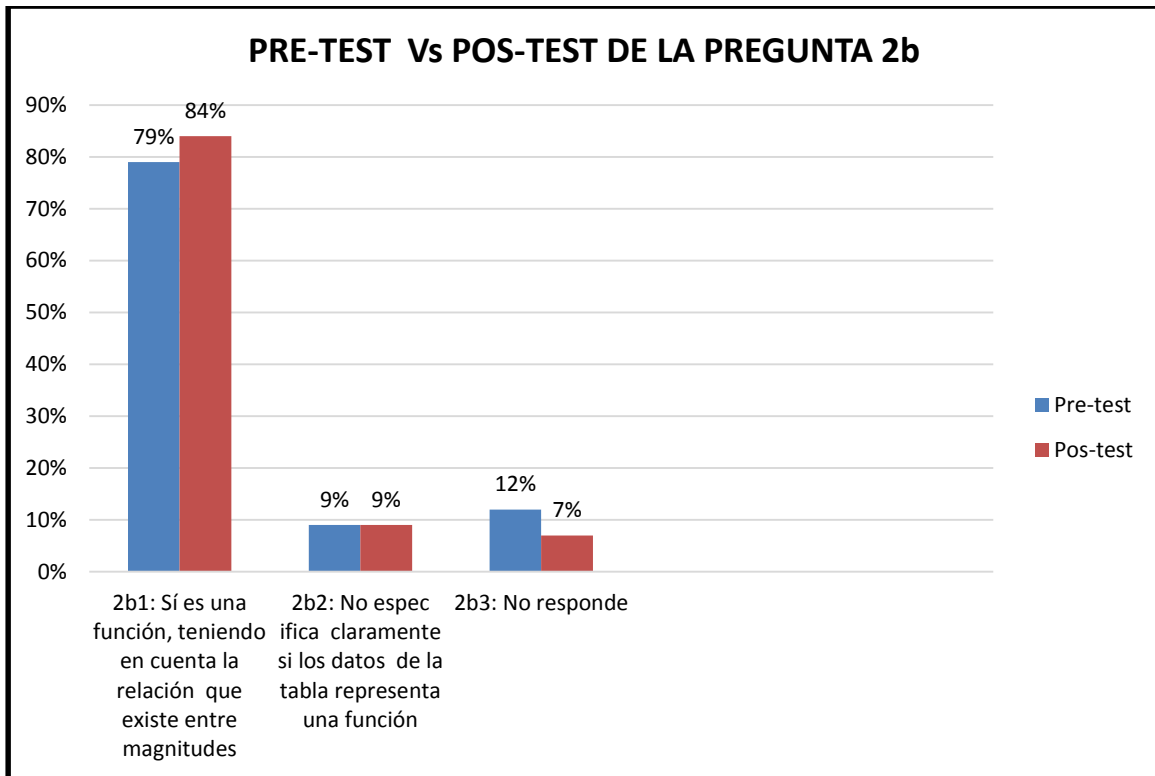
**Figura 5-21:** Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 1e

En esta gráfica se pueden comparar los resultados a la pregunta 1e del pre-test y pos-test que está relacionada con la capacidad que tienen los estudiantes para plantear una expresión algebraica que generalice el comportamiento de los valores de una tabla con la que se está trabajando, además donde se pueda evidenciar la relación de dependencia entre las dos magnitudes. Luego tenemos que se ha incrementado en un 35% los estudiantes que plantearon una expresión algebraica correcta una vez aplicada la estrategia propuesta en este trabajo. En consecuencia se redujo en un 19% los estudiantes que establecieron una fórmula errónea y un 7% que no responden a la pregunta en el pos-test, sin embargo algunos estudiantes siguen conjeturando pero no plantean ninguna ecuación. Esto se evidencia en el 12% de los estudiantes del pos-test contra un 21% del pre-test.



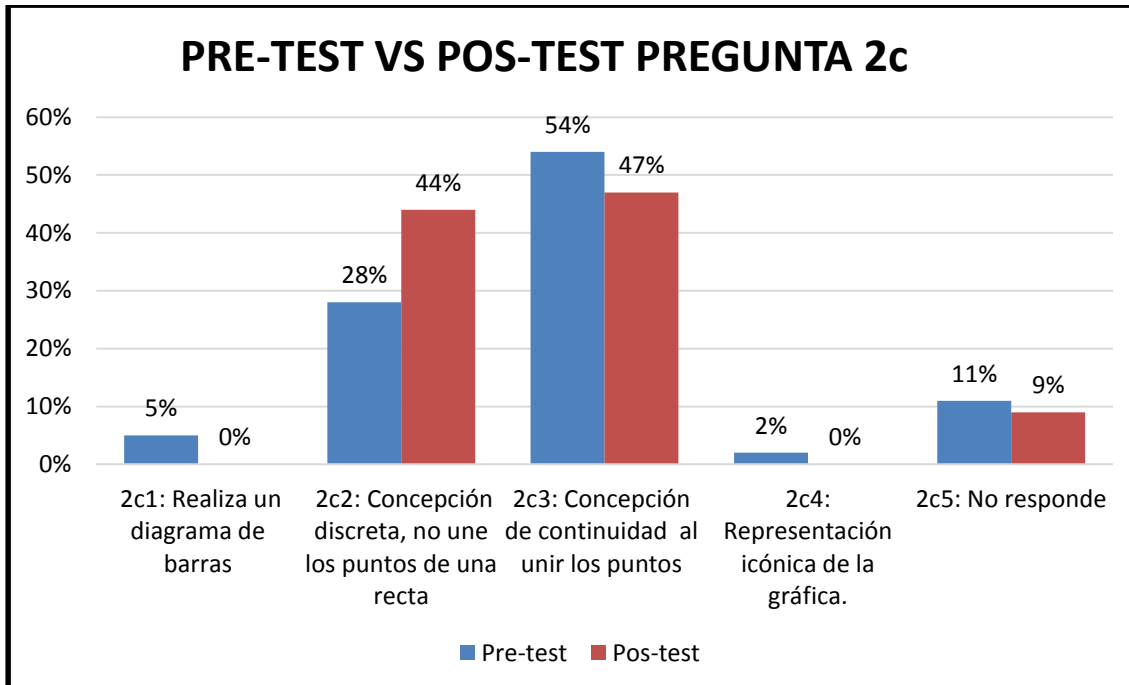
**Figura 5-22:** Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 2a

En esta gráfica se compara la pregunta 2a del pre-test y pos-test y que hace referencia al reconocimiento de las variables dependientes e independientes describiendo su comportamiento en una tabla de valores. Con lo cual podemos observar que en el pos-test se produjo un aumento de un 32% de los estudiantes que reconocen la variable dependiente e independiente y la relación de cada una en la tabla de valores. En consecuencia se ha reducido en un 25% los estudiantes que contestaron erróneamente a la pregunta, además se pasó de un 9% a un 2% de los estudiantes que no respondieron la pregunta. Con esto podemos afirmar que después de aplicar la estrategia los estudiantes mejoraron su capacidad para reconocer las variables dependientes e independientes a través de una tabla de valores.



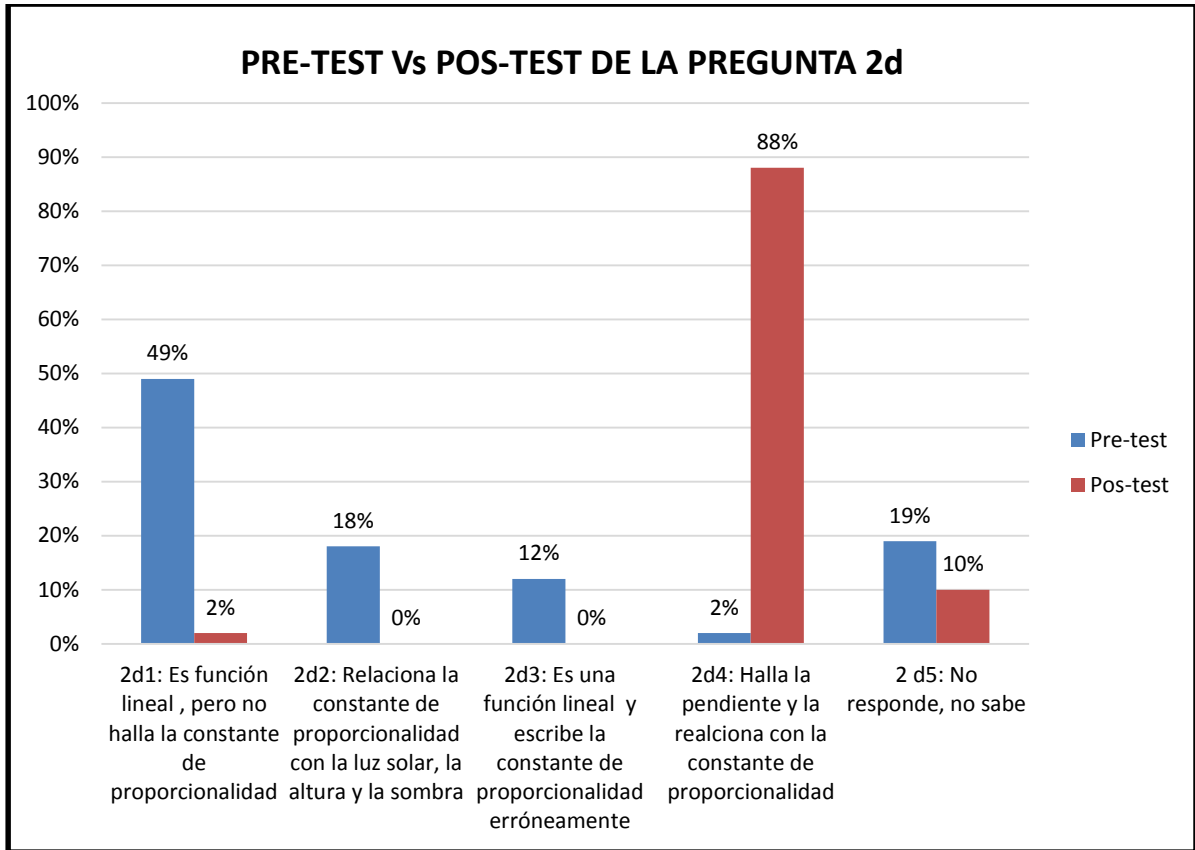
**Figura 5-23:** Resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 2b

En esta gráfica se compara la pregunta 2b del pre-test y pos-test la cual hace referencia a si la tabla de valores es una función, entonces tenemos que se ha incrementado en un 5% de los estudiantes que comprenden el concepto de función debido a la relación de dependencia que existe entre las magnitudes. Sin embargo en este porcentaje se sigue manteniendo la relación del concepto con que las magnitudes estuvieran directamente correlacionadas en el pos-test. Tanto en el pre-test como en el pos-test existe un 9% de los estudiantes que no especifican claramente si los datos de la tabla representan una función, como también se pasó de un 12% a un 7% de los estudiantes que no respondieron a la pregunta.



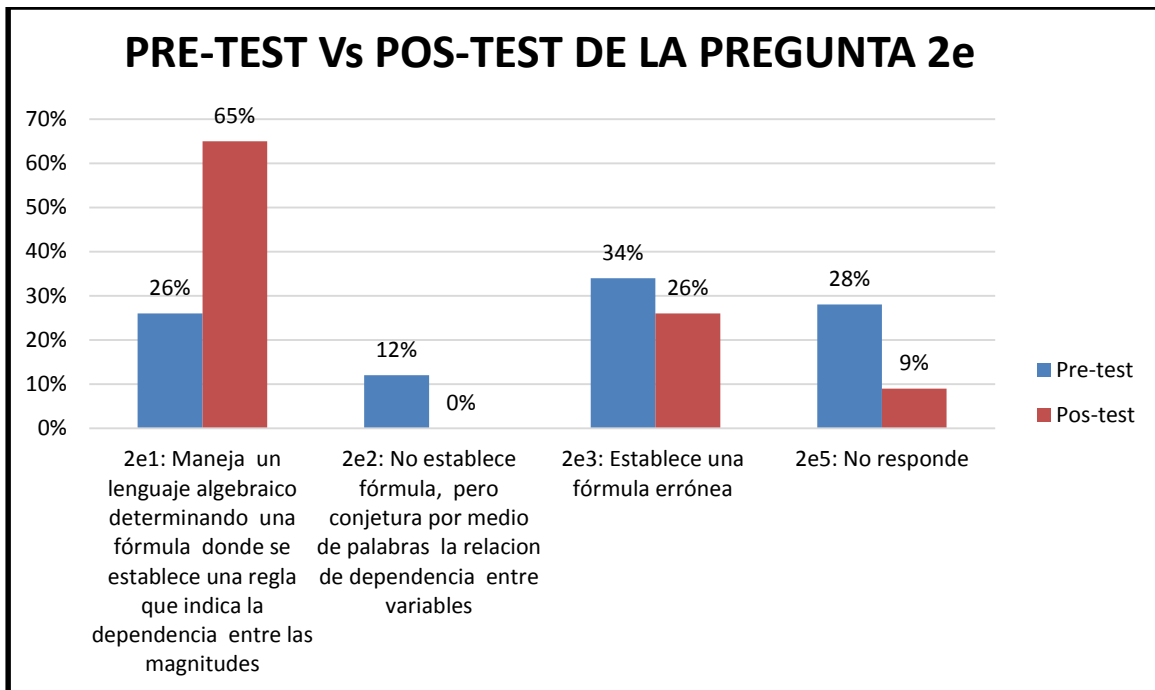
**Figura 5-24:** Gráfica de los resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 2c

En el comparativo entre el pre y pos de las respuestas de la pregunta 2c se observa el proceso que se realizó con los estudiantes logrando en el pos disminuir en un 0% de la respuesta 2c1: Realiza un diagrama de barras y en la 2c4: representación icónica de la gráfica. Logrando demostrar su continuidad en el proceso. Sin embargo se evidencia un aumento del 16% en el pos en la categoría 2c2: Concepción discreta de los puntos, lo que nos permite conjeturar la dificultad que tienen los estudiantes para reconocer cuándo deben unir los puntos de la recta y cuándo no, a su vez se disminuyó en un 7% la noción de continuidad. De igual forma durante el proceso se evidenció que los estudiantes mejoraron en el trazo, graduación de los dos ejes estableciendo un orden en los números que constituye cada par, fijando un criterio para asociar cada coordenada con un eje determinado, estableciendo que la primera coordenada corresponde al eje horizontal y la segunda al eje vertical.



**Figura 5-25:** Gráfica de los resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 2d

En la gráfica se confrontan los resultados de la pregunta 2d del pre-test y el pos-test relacionada con la clasificación de la función y el conocimiento de la constante de proporcionalidad, entonces se puede observar que se disminuyó el porcentaje de los estudiantes que manifestaban que era una función pero no hallaban la constante de proporcionalidad, por el contrario se aumentó en un 88% los estudiantes que hallaron pendiente y manifestaron que es la misma constante proporcionalidad en el pos-test caracterizando así el concepto de función lineal, además se pasó de un 19% a un 10% de los estudiantes que no responden la pregunta.



**Figura 5-26:** Gráfica de los resultados del pre-test Vs Pos-test de la pregunta 2e

En esta gráfica se confrontan los resultados de la pregunta 2e del pre-test y pos-test que aborda la manera como los estudiantes establecen una fórmula o expresión algebraica general que interprete la tabla de valores y la gráfica, además que exprese una relación funcional. Entonces tenemos que se ha incrementado un 39% de los estudiantes que están en la capacidad de obtener una expresión algebraica donde se establece una regla de dependencia entre las variables en el pos-test, además se evidencia que se pasó notoriamente de un 28% a un 9% de los estudiantes que no responden a la pregunta y disminuyó en un 8% los estudiantes que establecen una ecuación errónea en el pos-test, sin embargo persiste que el 26% los estudiantes cometen errores en obtener una ecuación general de la relación funcional de la situación que se esté planteando.

## CAPITULO VI

En este capítulo se presentan las conclusiones a las que se llegó teniendo como base el antes y el después de aplicar la estrategia didáctica, además incluye algunas recomendaciones que se pueden tener en cuenta para trabajo futuros.

### 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 6.1 Conclusiones

Algunas conclusiones obtenidas son:

- Nuestro estudio reveló las dificultades que tienen los estudiantes de grado décimo de la Escuela Normal Superior en la interpretación y falta de coordinación entre los diferentes registros tabular, gráfico y algebraico, poseen ciertas dificultades al plantear un modelo matemático que describa la situación problémica que se esté trabajando, además errores en la graduación los ejes. Las dificultades registradas no solo revelan un descuido notorio de las actividades de conversión por parte de la enseñanza, sino además una confianza excesiva de los estudiantes en los procedimientos que han logrado mecanizar y de los que no manifiestan tener una significación clara.
- La salida pedagógica a la Fabrica Confecciones Carolina fue de gran apoyo para el desarrollo de la estrategia didáctica; los estudiantes estaban motivados por el solo hecho de evidenciar la forma de cómo se fabrica la tela, se tintura la tela y se confeccionan camisetas. Se evidencio gran interés y participación en cada una de las preguntas que realizaban al director textil las cuales sirvieron de apoyo para la construcción de una de las actividades que se desarrollaron durante el proceso.

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARJAS*



- La implementación de la estrategia permitió que los estudiantes trabajaran en equipo y resolvieran problemas del contexto con facilidad teniendo en cuenta saberes previos.
- Los estudiantes de grado décimo trabajaron con mucha disposición en cada una de las actividades realizadas, se evidencia un gran interés por compartir sus conocimientos y construcciones con sus compañeros.
- La implementación de la estrategia permitió que los estudiantes estructuraran las características en torno a la función lineal y desarrollaron estrategias que permitieran la aprehensión de la función lineal en diferentes contextos.
- El contexto sociocultural es una herramienta de fácil acceso para el docente, ya que genera motivación inicial en el estudiante para el abordaje de diferentes situaciones problémicas en este caso referidas a la función lineal.
- Presentar a los estudiantes su contexto sociocultural en situaciones de aprendizaje matemático despierta, sin duda, su atención e interés para abordar las actividades y fomenta a su vez, diversos procesos que mejoran progresivamente su motivación, activando las necesidades de logro y mejorando su auto concepto.

## 6.2 Recomendaciones

- Para favorecer el aprendizaje de la función lineal y el desarrollo del pensamiento conceptual, es fundamental que los alumnos puedan articular y realizar la conversión de las diferentes representaciones semióticas (por ejemplo: de una expresión algebraica pasar a la gráfica, de un enunciado en lenguaje natural a una expresión algebraica, o viceversa); para lo cual es necesario, enfrentarlos a suficientes problemas de articulación entre las distintas representaciones.
- A todos los docentes sin importar el área de formación, sugerirles que durante el proceso de enseñanza si es posible realicen salidas pedagógicas que permitan articular el aprendizaje de los estudiantes con el contexto y actividades diarias que ellos realizan.
- Se deben plantear problemas interesantes que tengan relación con los que se enfrentan en la vida cotidiana, de tal manera que motiven al estudiante a la búsqueda de soluciones, relacionando los conocimientos adquiridos y generando así nuevos conocimientos.

- Es de vital importancia generar espacios que permitan al docente conocer las necesidades e intereses de los estudiantes para luego ser utilizadas en los procesos de enseñanza aprendizaje.
- Se debe reconocer que no solo el contexto es un agente facilitador del aprendizaje y por tanto se plantea la necesidad de realizar nuevas investigaciones educativas que partan de los intereses y necesidades de los estudiantes.

## REFERENCIAS

- [1] Ausubel, D. (2002c) Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva Editorial Paidós
- [2][46][47][48] [50] Duval, R. (1993a). Semiosis y noesis. En Sánchez y Zubieta (Eds.), *Lecturas en Didáctica de las Matemáticas: Escuela Francesa*, México: Departamento de Didáctica Educativa del CINVESTAV-IPN. (pp. 118-144.)
- [3] Pérez, c. V., & Deulofeu, J. (2000). Las ideas de los alumnos respecto a la dependencia funcional entre variables. *SUMA*, 9
- [4] Damián, r. G. (2006) “*dificultades que presentan los estudiantes de tercer grado de educación secundaria al trabajar con los diferentes registros de representación de la función lineal* Universidad autónoma de Guerrero Facultad de matemáticas.
- [5] Vílchez J. (2007). Modelo de enseñanza modular personalizada de las funciones trigonométricas en el quinto grado de educación secundaria.
- [6] Rey, G., Boubée, C., Vazquez, P. S., & Cañibano., A. (DICIEMBRE de 2009). Ideas para enseñar, aportes didácticos para abordar el concepto de función. *Revista iberoamericana de educación matemática*(20), 153-162
- [7] Dominici, J. R., & González, O. L. (juNIO de 2010). Propuesta didáctica para la enseñanza del tema funciones a través de la utilización de estrategias metacognitivas y el uso del Derive. *Iberoamerica De Educacion Matematica*(22), 91-107
- [8] Vanegas, D., & Escalona, M. (2010). Representaciones de funciones matemáticas de una variable. *Omnia*, 16(3), 101-122.
- [9] López, J. A. J. (2011). Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria. *Números*, (76), 83-103.
- [10] Gareis, M. E., Hernández, A. E., & Roldán, M. V. (2012). Funciones con modelación matemática. *Números, revista Didactica de las matematicas*, 81, 91-101
- [11] Obando, E. D., Arguedas, A., & Porras, J. (2012). Contexto sociocultural del estudiante como facilitador de su aprendizaje sobre conceptos de funciones matemáticas. *UNICIENCIA*, 26, 113-124

- [12] Mesa, Y. M., & Villa Ochoa, J. A. (2011). Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 1(21).
- [13] Giraldo Buitrago, H. (2012). *Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno mediada en las nuevas tecnologías: Estudio de caso en el Colegio Marymount grupo 9° B del municipio de Medellín* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín).
- [14] Hoyos, Y., & Carolina, L. (2013). Conceptualización de la función lineal a través de situaciones concretas.
- [15] Bacallao Gallestey, J. (1996). Al rescate de las pruebas de nivel de entrada como predictores del rendimiento en la enseñanza médica superior. *Educación Médica Superior*, 10(1), 1-4.
- [16] Youschkevitch (1976) “The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century”
- [17] Baroody, A. J. (1997), “Técnicas para contar”, “Desarrollo del número” y “Aritmética informal”, en *El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*, 3ª ed., Madrid, pp. 5
- [18] Maza, C. (2000). *Las Matemáticas de la antigüedad y su contexto histórico*. Universidad de Sevilla. Sevilla. (p.17)
- [19] Mason, S (1985) *Historia de las Ciencias 1. La Ciencia Antigua, la Ciencia en Oriente y en la Europa Medieval*, pág. 27
- [20] Bell, E.T. (1996). *Historia de la matemática*. Fondo de Cultura Económica. México. Pág. 13.
- [21] Kosminsky, E. A., (1962) “Historia de la Edad Media”, Futuro, Buenos Aires, 1962.
- [23] Azcárate, C. Deulofet, J. (1996b) *Funciones y gráficas, Matemáticas: Cultura y Aprendizaje*. Editorial Síntesis, S.A. Madrid, 176 p.
- [24] Quillet, J. (Ed.). (1990). *Autour de Nicole Oresme: actes du Colloque Oresme*. Vrin.

- [25][29] [35] [37] [38] [39] Sastre Vázquez, P.; Rey, G.; Boubée, C (2008) El concepto de función a través de la Historia. *Revista Iberoamericana De Educación Matemática* ISSN: 1815-0640. N. 16 – (p.15-150)
- [26][28]Kleiner, I (1989): “Evolution of the function Concept: A Brief Survey”. *The college Mathematics Journal*, Published by: Mathematical Association of America September 1989, Vol. 20, Number 44,pp. 282-300.
- [27][36]Ruiz, L. (1998) *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico*. Universidad de Jaén. .299, 320 p.
- [30]Real Sociedad Matemática Española, Sevilla (2000) (p.15) C.F. Medvedev. *Scenes from the history* (p.42)
- [31]Pérez, F. (s.f) *Cálculo Diferencial E Integral De Funciones De Una Variable* Departamento de Análisis Matemático Universidad de Granada (p.312)
- [32]Tjalling J. Ypma, (1995) Historical development of the Newton-Raphson method, *SIAM Review* Vol **37** (No.4), (p.531)
- [33]Struik, (1969), *A Sourcebook in Mathematics, 1200-1800*, Harvard University Press, Cambridge, Ma (p.44)
- [34]Calinger, R (1996). «Leonhard Euler: The First St. Petersburg Years (1727–1741)». *Historia Matemática* Vol **23** (No.2): pp. 124.
- [40][51][52]Azcárate, C. y Deulofeu, J. (1990a). *Funciones y gráficas*. Madrid: Síntesis. (p.52)
- [42]Hitt, F., (1996) *Investigaciones en Matemática Educativa, Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos*, Ed Iberoamérica (p. 245-246.)
- [43]Duval (1998b), registro de representaciones semióticas y funcionamiento cognitivo del pensamiento en investigaciones de matemáticas educativas II. Grupo editorial Iberoamérica. Vol. 5, (p. 75)
- [44]Llinares, S. (1994). Los aprendices y las matemáticas. En Santaló y otros, *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia*, Madrid: Rialp. (p. 183-225.)

- [45] Kaput, J.J. (1987). Representation Systems and Mathematics. In Janvier (Ed.), Problems of representation in the teaching and learning of Mathematics, Hillsdale: LEA. (pp.19-26.)
- [49] Dufour-Janvier, B.; Bednarz, N.; Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In Janvier (Ed.), Problems of representation in the teaching and learning of Mathematics, Hillsdale: LEA. (pp.109-122).
- [53] Font, V. (2005). Funciones y derivadas. *Actas del XXI Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística*, 2, 5-54.
- [54] Cantoral, R; Montiel, G (2001) Funciones: Visualización al pensamiento matemático, Prentice hall y Pearson education (p.57)
- [55] Mochón, S. (2000) Modelos matemáticos para todos los niveles. Grupo Editorial Iberoamericana.
- [56] Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). Lineamientos curriculares en matemáticas. Bogotá: Autor.
- [57] Freudenthal, H. (1997). Mathematics as an educational task. D. Reidel. Norwell, Massachusetts
- [cor58a] Cordero, F. (1998) El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del Cálculo y Análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. 1, Núm. 1, 57-74.
- [59] Perkins, D (1994), Enseñar a pensar, Barcelona, Ediciones Paidós, 1994, pág. 82.
- [60] Jan de Lange (1979). Mathematics and Meaning, pag. 43
- [61] Zambrano, R. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. (m. D. Naciona, ed.) Santa fe de Bogotá: cramos Alternativas Soc. Ltda. (P.131)
- [62] Giordano, F. R., Weir, M. D., & Fox, W. P. (1997). A first Course in mathematical Modeling, brooks. Cole, London, UK.
- [63][65] Biembengut, M. y Hein, N. (2004) Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, Vol16 (N.2), (PP105-125.)

- [64]Bassanezi, R. (2002). Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.São Paulo: Contexto.
- [66]Moreira, M.A., Caballero, M.C. y Rodríguez, M.L. (orgs.) (1997b). Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo. Burgos, España. pp. 19-44
- [67]Ausubel, D.P. (1976b). Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México, Editorial Trillas. Traducción al español de Roberto Helier D., de la primera edición de Educational psychology: a cognitive view. (p.41)
- [68]Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1976a). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* (Vol. 3). México: Trillas. Cognoscitivo. 2ª ed. México: Trillas.
- [69][70][72]Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIF.
- [71]Pozo, J.I (1989) Teorías cognitivas del aprendizaje. Morata (p.61)
- [73]Shuell, T.J. (1987). Cognitive psychology and conceptual change: implications for teaching science. Science Education, Vol 71 (N.2), (pp.239-250.)
- [74]Moreira, Marco A. & Buchweitz, Bernardo (1993a). Novas estratégias de ensino e aprendizagem: os mapas conceituais e o Vê epistemológico. Lisboa: Plátano Edições Técnicas. 114 p.
- [75]Ahumada, P (2001) La evaluación en una concepción de aprendizaje significativo. Ediciones universitarias de valparaiso (p.17)
- Chadid, I; Pérez, J; Morales, N (2007) Un paseo finito por lo infinito. El infinito en Matemáticas. Universidad Javeriana (p.21)

## WEBGRAFIA

Bacallao, A (S. F) Apuntes sobre el surgimiento del concepto función en la historia.,  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA. "Juan Marinello" de Matanzas. Leer más:  
[http://www.alammi.info/revista/numero2/pon\\_000d.pdf](http://www.alammi.info/revista/numero2/pon_000d.pdf)

Biembengut, M., & Hein, N. (s.f.). Modelo, Modelación y Modelaje: Métodos de  
Enseñanza-Aprendizaje de Matemáticas. Recuperado el 13 de Marzo de 2011,  
de [Matemática Interactiva. Educación Superior:](http://matesup.utralca.cl/modelos/articulos/modelacion_mate2.pdf)  
[http://matesup.utralca.cl/modelos/articulos/modelacion\\_mate2.pdf](http://matesup.utralca.cl/modelos/articulos/modelacion_mate2.pdf)

[41]Comité Andaluz (2000) Año Mundial de las Matemáticas. (pp.1-16)  
[http://www.juntadeandalucia.es/educacion/webportal/ishare-](http://www.juntadeandalucia.es/educacion/webportal/ishare-servlet/content/8ac49586-d794-42bb-94d0-95c68f5d59ad)  
servlet/content/8ac49586-d794-42bb-94d0-95c68f5d59ad Recuperado 20 de  
abril del 2000

González de la Hoz, F. A. (2003) Teoría de números Entrega 4: Teorema de Dirichlet  
Versión 2003-05-10 3 Recuperado oct 2013, a las 06:20.  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Teorema\\_de\\_Dirichlet](http://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Dirichlet)

[22]Ruiz, A. (1989). Historia y filosofía matemática  
<http://www.cimm.ucr.ac.cr/aruiz/libros/Historia%20y%20filosofia%20de%20las%20matematicas.pdf>

Sastre, P, D`Andrea, R, Boubée, C y Rey, G (2011) ¿cuánto conocen del lenguaje  
matemático los estudiantes que ingresan a la universidad?  
Actas del 3er CUREM, 2011 ISBN 978-9974-98-432-5 (p.472)  
<http://www.semur.edu.uy/curem3/actas/109.pdf>



# ANEXOS

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS*

**Anexo A Pre test**



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**Apreciado estudiante:** Esta prueba no incide en el desarrollo del plan de área de matemáticas ni en las calificaciones, sino que es para reconocer los procesos educativos en mejora de la calidad de la educación. Esta prueba se debe desarrollar con bolígrafo negro sin salirse de las márgenes. Tome el tiempo necesario para contestar cada pregunta. Si requiere el uso de hojas adicionales puede hacerlo. Por favor marcar la hoja y adjuntarla a esta prueba.

Institución Educativa: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_  
Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**1. Queremos vallar con alambre un jardín de forma cuadrada.**

- c. ¿Cuánto alambre es necesario si el lado del jardín mide 6 m? ¿y si mide 7m, o 8m?

- d. Construye una tabla con los datos anteriores y añade otros.

- e. Sitúa en una gráfica los datos de la tabla. ¿Cómo quedan los puntos?

- f. Si hemos utilizado 108 m de alambre, ¿Qué dimensiones tenía el jardín? Explica cómo se hallan los metros de alambre necesarios si se conoce la longitud del lado del jardín.

- g. Escribe una fórmula que nos dé los metros de alambre (que llamamos  $y$ ) necesarios para vallar un jardín de  $x$  metros de lado.

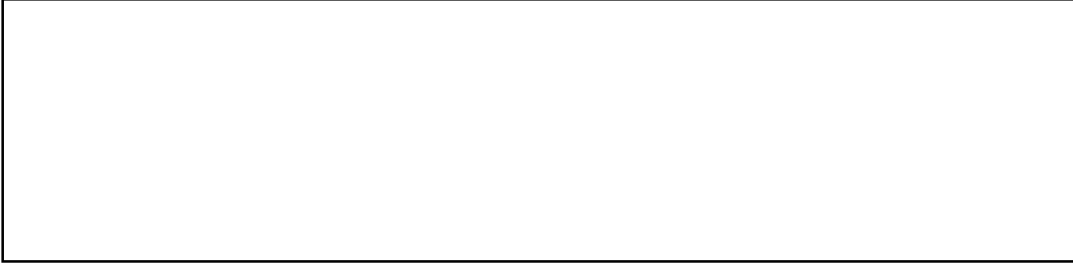
2. Las siguientes son representaciones de la relación entre la altura de un conjunto de árboles de un parque y la longitud de la sombra que proyectan a cierta hora del día.

Altura del árbol en (m)	1.5	2	2.5	3	4	4.5
Longitud de la sombra en (m)	3	4	5	6	8	9

- a. Expresa qué magnitud indica la variable dependiente y qué magnitud la independiente. Justifica tu respuesta.

- b. Indica si está tabla de valores representa una función. Justifica tu respuesta

c. En caso de ser una función, construye la representación gráfica.



d. Observa la representación gráfica y determina si corresponde a una función lineal. En caso afirmativo encuentra la constante de proporcionalidad.



e. Expresa la función por medio de una expresión algebraica, que me permita hallar la longitud de la sombra de cualquier árbol si variamos su altura.



**Anexo B.** Pos - test

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**Apreciado estudiante:** Esta prueba es para reconocer los procesos educativos en busca de mejorar la calidad de la educación. Esta prueba se debe desarrollar con bolígrafo negro sin salirse de las márgenes. Tome el tiempo necesario para contestar cada pregunta. Si requiere el uso de hojas adicionales puede hacerlo. Por favor marcar la hoja y adjuntarla a esta prueba.

Institución Educativa: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_  
 Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

1. Octavio es panadero y gana \$10000 por cada hora laborada.
- c. ¿Cuántas horas debe laborar para ganarse 250000, 560000 y 1000000?

--

- d. Construye una tabla que pueda mostrar la forma como varía la cantidad de horas y el dinero ganado.

--

- e. Sitúa los datos de la tabla en un gráfico. ¿Cómo quedan los puntos?

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
**JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS**

- f. Si se trabajan 8 horas diarias, 6 días a la semana. ¿Cuánto dinero ha ganado a la semana, en un mes y en un año?

- g. Escribe una fórmula que nos indique el dinero recibido para cualquier número de horas.

3. Las siguientes son representaciones de la relación entre el tiempo y los metros de tela que teje un telar

<b>Tiempo (en horas)</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>4.5</b>	<b>5</b>
<b>Mts de tela tejida</b>	85	170	255	340	382.5	425

- f. Expresa qué magnitud indica la variable dependiente y qué magnitud la independiente. Justifica tu respuesta.

- g. Indica si esta tabla de valores representa una función. Justifica tu respuesta

- h. En caso de ser una función, construye la representación gráfica.

- i. Observa la representación gráfica y determina si corresponde a una función lineal. En caso afirmativo encuentra la constante de proporcionalidad, la pendiente y compáralas.

- j. Expresa la función por medio de una expresión algebraica, que me permita hallar cualquier cantidad de metros de tela tejida en un tiempo determinado.

## Anexo C. Tabla de categorías

PREGUNTA 1 DEL PRE-TEST																		
CATEGORÍAS	a1	a2	a3	b1	b2	b3	c1	c2	c3	c4	c5	d1	d2	d3	e1	e2	e3	e4
ESTUDIANTE																		
1	X			X				X					X			X		
2	X			X			X						X				X	
3	X			X				X				X			X			
4		X		X				X						X				X
5	X			X				X					X		X			
6	X			X					X				X				X	
7	X			X				X				X				X		
8	X			X				X				X			X			
9	X			X			X						X				X	
10	X			X					X					X	X			
11		X		X				X						X				X
12	X			X				X				X			X			
13	X			X					X			X				X		
14	X			X				X				X			X			
15	X			X					X				X			X		
16	X			X					X			X					X	
17	X			X					X			X					X	
18	X			X				X				X			X			
19	X			X					X			X					X	



20	X			X							X					X		
21		X			X			X				X					X	
22	X			X			X				X			X				
23	X			X				X	X		X					X		
24	X			X			X				X			X				
25	X			X				X			X							X
26	X			X					X			X				X		
27	X			X					X			X			X			
28	X			X					X			X				X		
29	X			X					X			X				X		
30			X		X				X				X					X
31	X			X					X			X				X		
32	X					X			X				X					X
33	X			X			X					X				X		
34		X		X					X				X		X			
35	X			X					X			X				X		
36	X			X					X			X			X			
37	X			X					X			X			X			
38			X			X					X			X				X
39	X			X			X					X			X			
40	X			X							X			X				X
41	X			X			X					X			X			
42	X			X				X				X					X	
43	X			X			X					X			X			
44	X			X					X			X			X			

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
**JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS**

45	X			X				X				X						X
46	X			X					X			X			X			
47	X			X				X				X					X	
48	X			X						X			X				X	
49	X			X			X					X					X	
50	X			X					X			X					X	
51	X			X						X			X				X	
52	X			X				X				X				X		
53	X			X					X			X			X			
54	X			X					X				X				X	
55		X		X				X					X				X	
56	X			X			X					X			X			
57	X			X					X			X			X			
	50	5	2	53	2	2	10	17	22	3	2	37	14	6	21	12	16	8

PREGUNTA 2 DEL PRE-TEST																				
CATEGORIAS	a1	a2	a3	b1	b2	b3	c1	c2	c3	c4	c5	d1	d2	d3	d4	d5	e1	e2	e3	e4
ESTUDIANTE																				
1		X		X						X						X				X
2	X			X					X			X					X			
3	X			X					X				X							X
4	X					X					X					X				X
5			X			X		X								X				X
6		X		X					X			X					X			
7		X		X					X				X						X	
8	X			X				X					X					X		
9	X			X					X			X						X		
10		X			X			X					X						X	
11	X					X					X					X				X
12	X			X					X				X						X	
13		X			X				X			X							X	
14	X			X					X				X						X	
15	X			X					X					X				X		
16		X		X					X			X								X
17		X		X					X				X							X
18	X			X					X			X							X	
19		X		X					X			X								X
20	X			X					X			X						X		
21	X			X				X				X							X	

*Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
**JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS**

22	X			X				X						X				X	
23			X	X			X							X		X			
24	X			X			X						X			X			
25		X				X		X						X					X
26		X		X					X				X				X		
27		X		X					X			X							X
28		X		X					X				X						X
29		X		X				X					X						X
30		X			X			X							X		X		
31	X			X						X					X				X
32			X			X				X					X				X
33	X			X				X				X							X
34	X			X					X			X							X
35	X			X					X			X							X
36	X			X					X			X							X
37	X			X					X				X						X
38			X			X				X					X				X
39	X			X					X			X							X
40			X			X				X					X				X
41	X			X				X				X					X		
42	X			X					X			X					X		
43	X			X					X				X				X		
44	X			X					X			X					X		
45	X			X				X				X							X
46	X			X				X				X					X		

47		X		X				X				X					X			
48	X			X					X			X					X			
49	X			X			X					X								X
50		X			X				X			X					X			
51	X			X					X			X					X			
52	X			X					X			X							X	
53	X			X					X				X						X	
54	X				X			X				X					X			
55		X		X				X						X					X	
56	X			X				X				X					X			
57	X			X					X						X		X			
	35	17	5	44	5	7	3	16	31	1	6	28	10	7	1	11	15	7	19	16

PREGUNTA 1 POS-TEST																			
CATEGORIAS	a1	a2	a3	b1	b2	b3	b4	c1	c2	c3	c4	c5	d1	d2	d3	e1	e2	e3	e4
ESTUDIANTE																			
1	X			X					X				X				X		
2	X			X						X			X			X			
3	X			X					X				X			X			
4	X			X					X				X			X			
5	X			X					X				X			X			
6	X			X						X			X			X			
7	X			X					X				X			X			
8	X			X					X				X					X	
9	X			X					X				X			X			
10	X			X						X			X						X
11	X			X					X				X			X			
12	X			X					X				X			X			
13	X			X						X			X			X			
14	X			X					X				X			X			
15	X			X					X				X					X	
16	X			X						X			X			X			
17	X			X								X	X			X			
18	X			X					X				X				X		
19	X			X						X			X			X			
20	X			X						X			X					X	
21	X			X					X				X			X			

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARJAS*

22	X			X					X			X			X			
23	X			X					X			X			X			
24	X			X					X			X			X			
25	X			X					X			X			X			
26	X			X					X			X			X			
27	X			X					X			X					X	
28	X			X					X			X			X			
29	X			X					X			X			X			
30	X			X					X			X				X		
31	X			X					X			X			X			
32	X			X					X			X				X		
33	X			X					X			X			X			
34	X			X					X			X			X			
35	X			X					X			X			X			
36	X			X					X			X					X	
37	X			X					X			X			X			
38	X			X					X			X			X			
39	X			X					X			X			X			
40	X			X					X			X			X			
41	X			X					X			X			X			
42	X			X					X			X			X			
43	X			X					X			X			X			
44	X			X					X			X			X			
45	X			X					X			X				X		
46	X			X					X			X			X			

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS*

47	X			X					X				X						X
48	X			X						X			X			X			
49	X			X					X				X						X
50	X			X						X					X			X	
51	X			X						X			X					X	
52	X			X						X			X					X	
53	X			X						X			X					X	
54	X			X						X			X						X
55	X			X						X					X			X	
56	X			X						X			X					X	
57	X			X						X			X					X	
	57	0	0	57	0	0	0	0	22	34	0	1	55	0	2	41	7	5	4



PREGUNTA 2 POS-TEST																			
CATEGORIAS	a1	a2	a3	b1	b2	b3	c1	c2	c3	c4	c5	d1	d2	d3	d4	d5	e1	e2	e3
ESTUDIANTE																			
1	X			X				X							X		X		
2	X			X					X						X			X	
3	X			X				X							X		X		
4	X			X				X							X		X		
5	X					X					X					X			X
6		X			X				X						X			X	
7	X			X				X							X		X		
8	X				X			X								X			X
9	X				X			X								X	X		
10	X			X					X						X			X	
11	X			X				X							X		X		
12	X			X				X							X		X		
13	X			X					X						X			X	
14	X			X				X							X				X
15	X			X				X							X			X	
16	X			X							X				X			X	
17	X			X				X							X			X	
18		X		X				X							X		X		
19	X			X					X						X			X	
20	X			X				X							X			X	
21	X			X				X							X			X	

*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
*JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS*

22	X			X				X						X			X	
23	X			X				X						X		X		
24	X			X					X					X		X		
25	X			X				X						X		X		
26	X			X				X						X		X		
27	X			X					X					X		X		
28	X			X				X						X			X	
29	X			X				X						X			X	
30	X			X				X						X		X		
31	X			X				X							X	X		
32		X		X				X						X		X		
33	X			X				X						X		X		
34	X			X					X					X		X		
35	X			X					X					X		X		
36	X			X					X					X			X	
37	X			X					X					X		X		
38	X			X					X					X		X		
39	X			X					X					X		X		
40	X			X					X					X		X		
41	X				X				X					X		X		
42	X					X			X					X		X		
43	X			X					X					X		X		
44	X			X					X					X		X		
45	X			X					X					X		X		
46	X			X					X					X		X		

47	X				X						X					X			X
48	X			X					X						X		X		
49	X			X					X						X			X	
50			X			X					X					X			X
51	X			X					X						X		X		
52	X			X					X						X		X		
53	X			X					X			X					X		
54	X					X					X				X		X		
55	X			X					X						X		X		
56	X			X					X						X		X		
57	X			X					X						X		X		
	53	3	1	48	5	4	0	25	27	0	5	1	0	0	50	6	37	15	5

**Anexo D.** Desarrollo de Actividad

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**  
**Desarrollo de actividad N°1**

**Apreciado estudiante:** Esta prueba se debe desarrollar con bolígrafo negro sin salirse de las márgenes. Tome el tiempo necesario para contestar cada pregunta. Si requiere el uso de hojas adicionales puede hacerlo. Por favor marcar la hoja y adjuntarla a esta prueba.

1. Una empresa estadounidense ha solicitado a la fábrica PRAXEDIS DE ARTUNDUAGA S.A. cuyo nombre comercial es Confecciones Carolina la confección de 108000 camisetas, para entregar en 30 días. La fábrica decide distribuir el trabajo en dos de sus módulos empresariales de apoyo los cuales consta por 12 empleadas cada uno. En este caso serán llamados módulo 1 y módulo 2. Diariamente cada módulo realiza 1800 camisetas.
  - a. ¿Cuántas camisetas ha confeccionado los módulos en los primeros 15 días teniendo en cuenta que el modulo1 ya tiene confeccionada 1500 camisetas en el momento que se hizo el pedido?

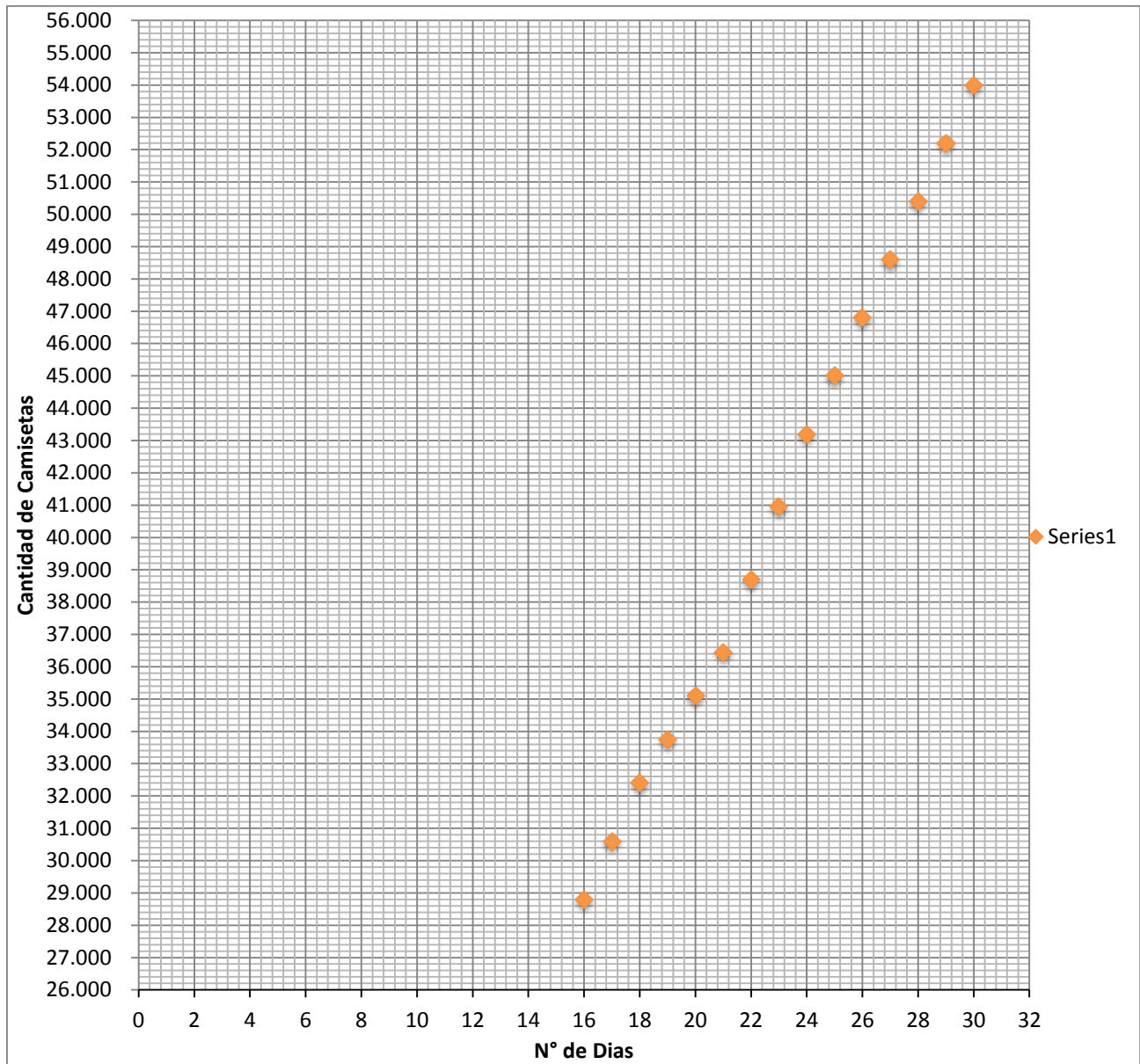
b. Completa las siguientes tablas

<b>Módulo 1</b>		<b>Modulo 2</b>	
N° días	Cantidad de camisetas	N° días	Cantidad de camisetas
0	1500	1	
1		2	
2		3	
3	6900	4	7200
4		5	
5		6	
6		7	
7		8	
8		9	
9		10	
10		11	
11		12	
12		13	
13		14	
14		15	
15			

c. Grafica los datos de cada una de las tablas. ¿Cómo quedan los puntos?

d. Halla la expresión Matemática en cada caso que represente la producción realizada para cualquier número de días teniendo en cuenta que diariamente confeccionan 18000 camisetas

2. La empresa decidió incentivar a cada módulo con \$1000000 por la entrega del pedido a tiempo, sin embargo 3 empleadas del módulo 2 se enfermaron finalizando en el día 18 y fueron incapacitadas por 3 días lo que ocasionó una baja producción y la posibilidad de no entregar a tiempo el pedido.



De acuerdo al gráfico Contesta

- a. ¿Cuántas camisetas debe realizar inicialmente cada empleada del módulo para confeccionar las 1800 camisetas?

- b. ¿Cuántas camisetas dejaron de confeccionarse en los 3 días de incapacidad de las empleadas?

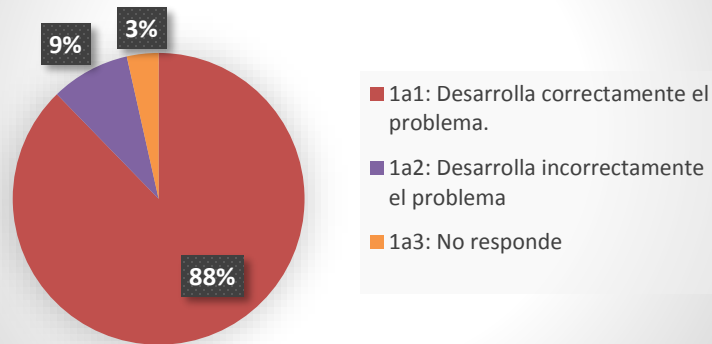
- c. ¿Qué días fueron en los que estuvieron incapacitadas las empleadas?

- d. En qué días se niveló el módulo para alcanzar la meta propuesta. Y ¿Cuántas camisetas confeccionaron demás en esos días?

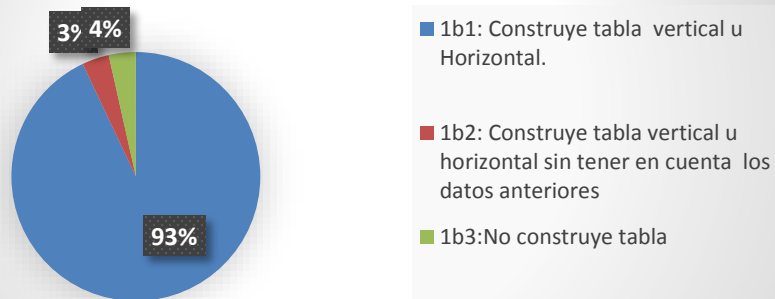
- e. Qué otra opción propone usted para que las camisetas que dejaron de confeccionarse se realicen en el resto de días. Tabula esta información y gráficala.

## ANEXO E

### Gráfica de los resultados a la pregunta 1a del pre-test

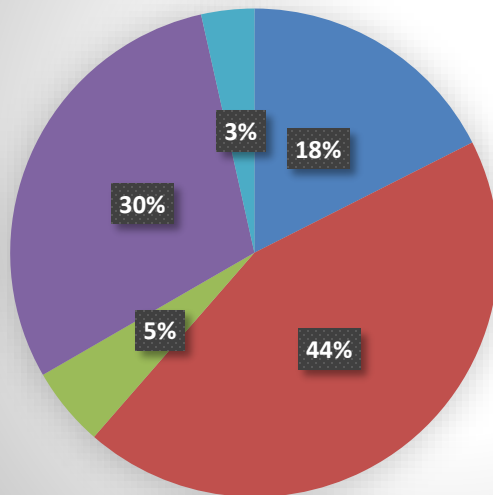


### Gráfica de los resultados a la pregunta 1b del pre-test



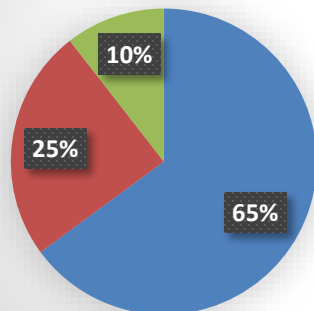


### Gráfica de los resultados a la pregunta 1c del Pre-Test



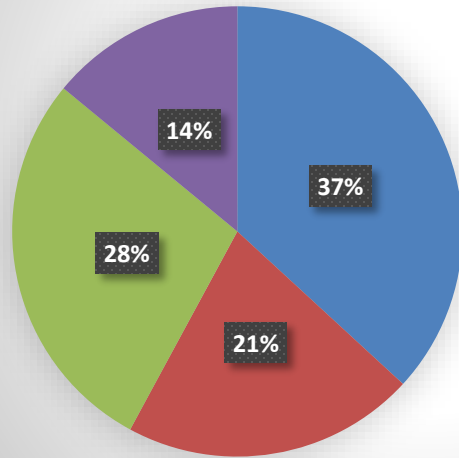
- Categoría 1c1: Posee una concepción discreta de la gráfica realizando un diagrama de barras
- Categoría 1c3: Concepción de continuidad al unir los puntos
- Categoría 1c4: Representación icónica de la gráfica.
- 1c2: Concepción discreta, no une los puntos de una recta
- Categoría 1c5: No responde

### Gráfica de los resultados a la pregunta 1d del pre-test



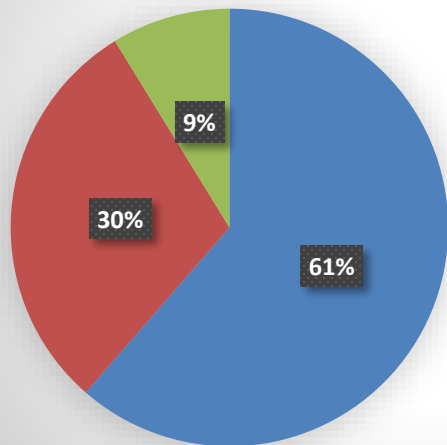
- 1d1: Desarrolla el problema correctamente
- 1d2: Explica pero no desarrolla el problema
- 1d3: No Responde

### Gráfica de los resultados a la pregunta 1e del pre-test



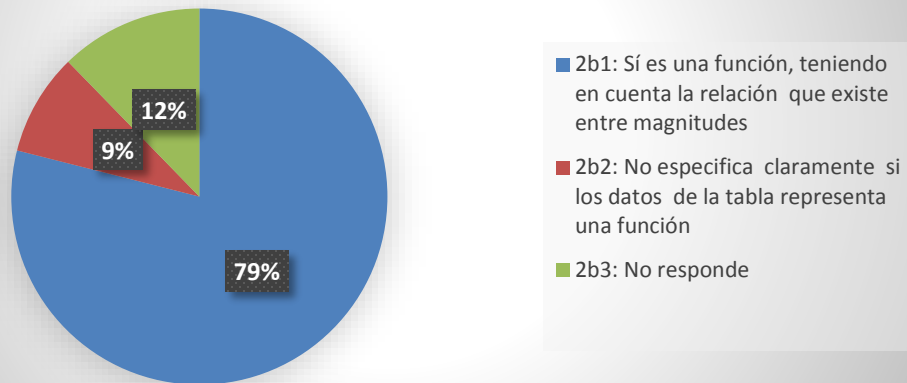
- 1e1: Maneja un lenguaje algebraico determinando una fórmula donde se establece una regla que indica la dependencia entre variables
- 1e2: No establece fórmula, pero conjetura por medio de palabras la relación de dependencia entre variables
- 1e3: Establece una fórmula errónea
- 1e4: No responde

### Gráfica de los resultados a la pregunta 2a del pre-test

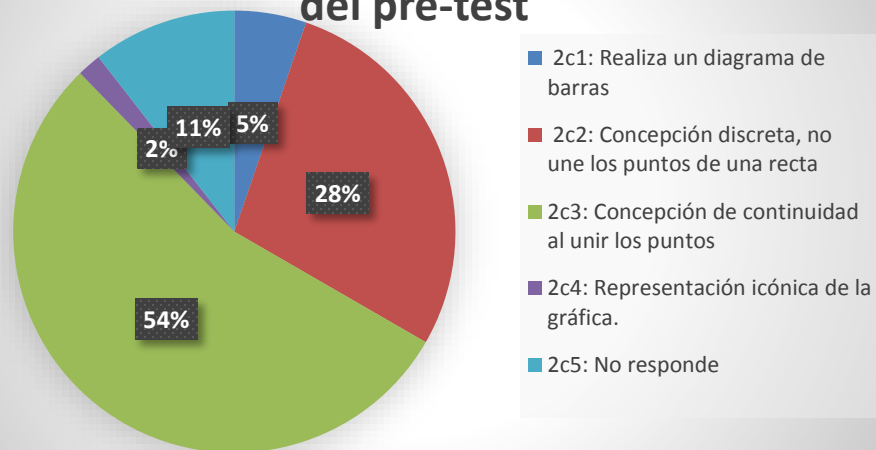


- 2a1: Establece cuál es la variable dependiente y cuál la independiente
- 2a2: Establece magnitudes dependientes e independientes erróneamente
- 2a3: No responde

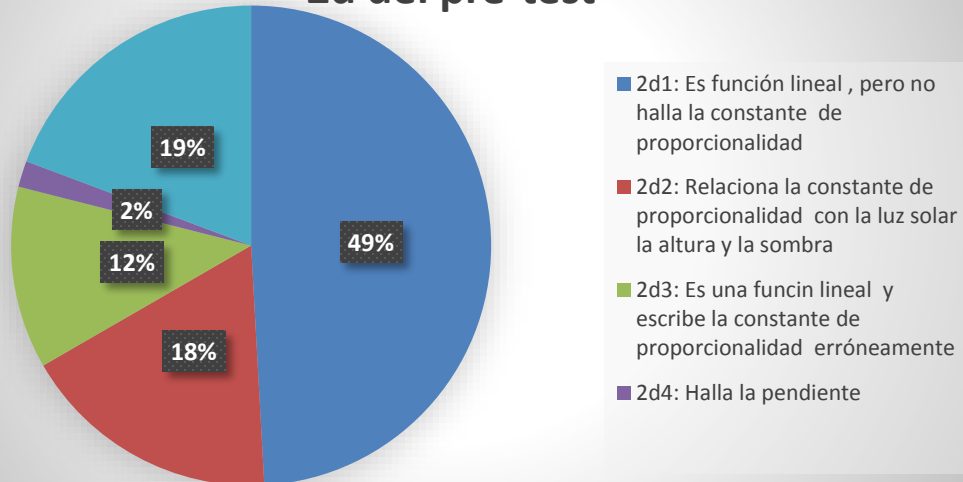
### Gráfica de los resultados a la pregunta 2b del pre-test



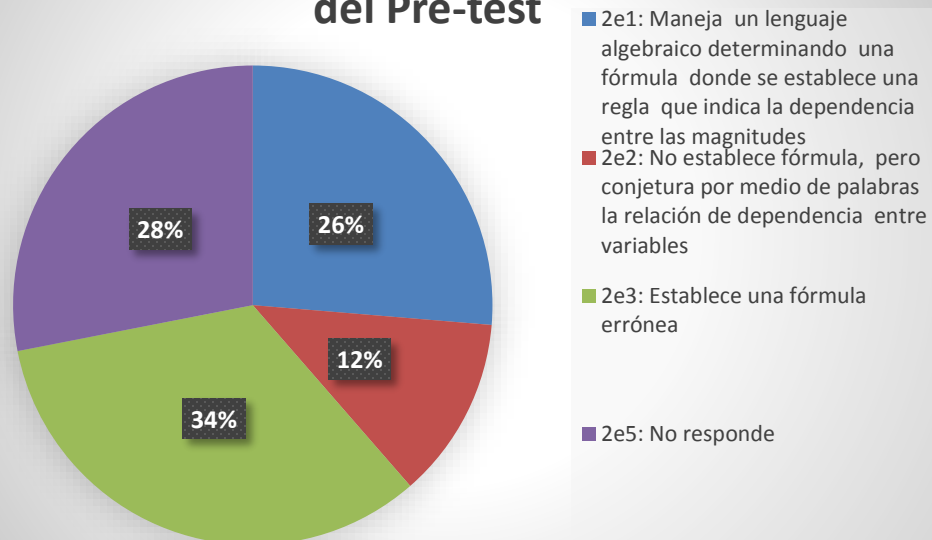
### Gráfica de los resultados a la pregunta 2c del pre-test



### Gráfica de los resultados a la pregunta 2d del pre-test

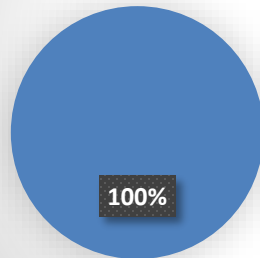


### Gráfica de los resultados a la pregunta 2e del Pre-test



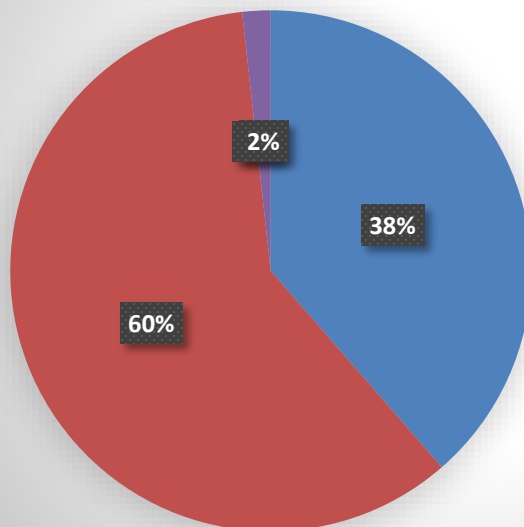
## ANEXO F

### Gráfica de los resultados a la pregunta 1b del pos- test



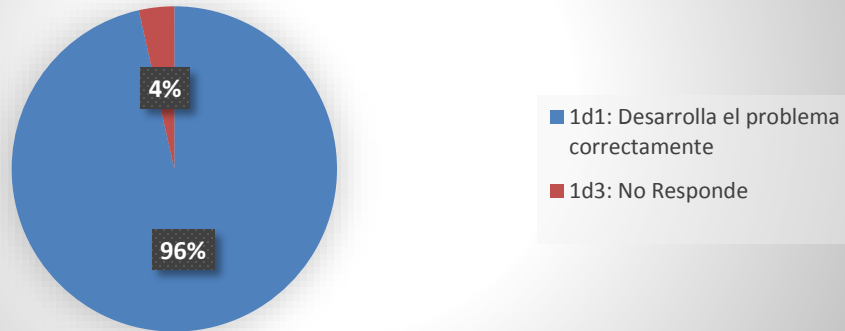
- 1b1: Construye tabla vertical u Horizontal especificando el nombre de las casillas

### Gráfica de los resultados a la pregunta 1c del pos - test

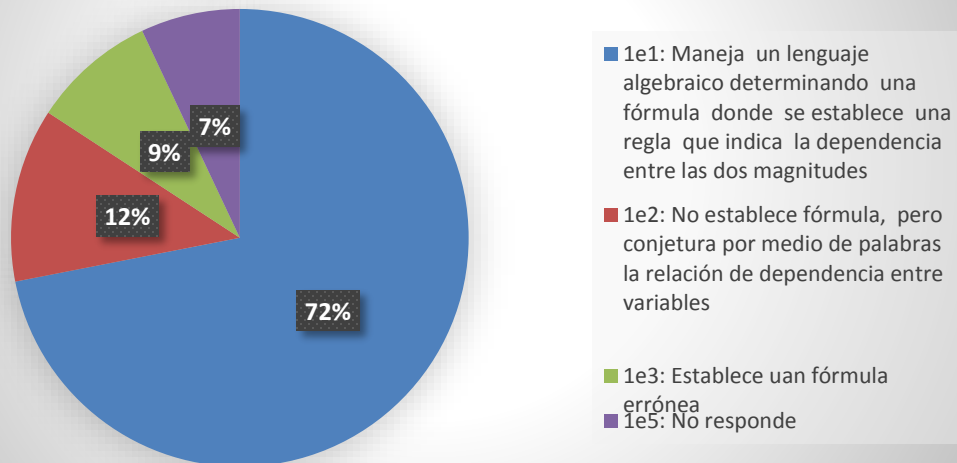


- 1c2: Concepción discreta, no une los puntos de una recta.
- 1c3: Concepción de continuidad al unir los puntos.
- 1c4: Representación icónica de la gráfica
- 1c5: No responde

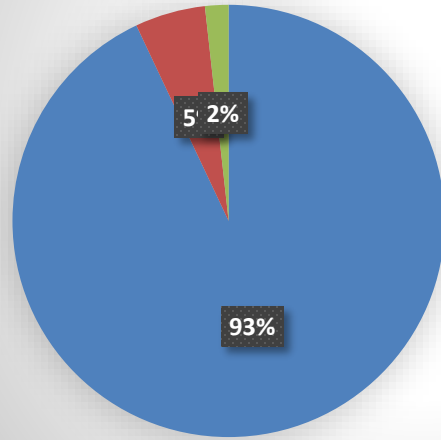
### Gráfica de los resultados a la pregunta 1d del pos-test



### Gráfica de los resultados a la pregunta 1e del pos-test

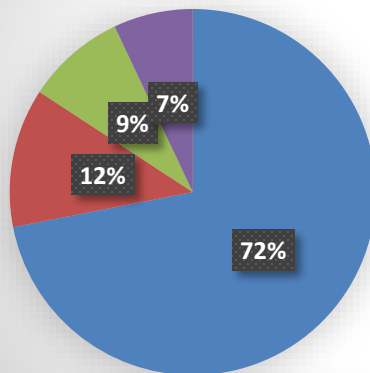


### Gráfica de los resultados a la pregunta 2a del pos-test



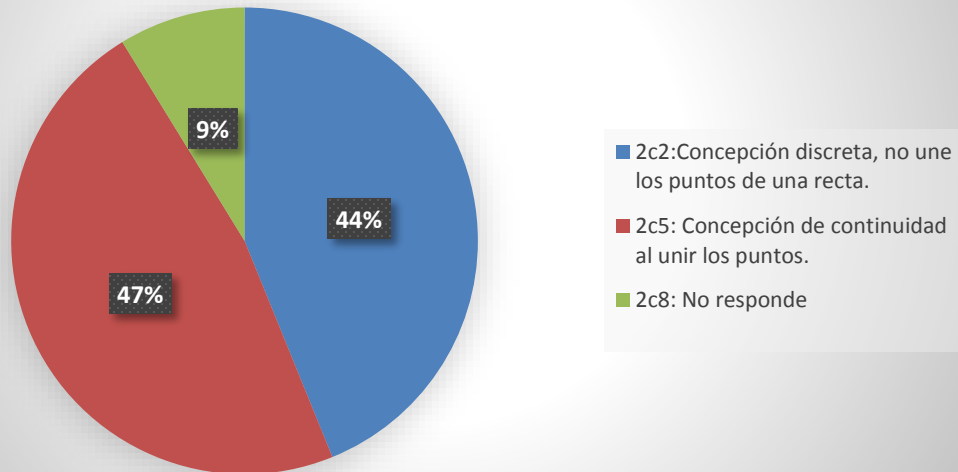
- 2a1: Establece cual es la variable dependiente y cuál la independiente
- 2a3: Establece magnitudes dependientes e independientes erróneamente
- 2a4: No responde

### Gráfica de los resultados a la pregunta 2b del pos-test

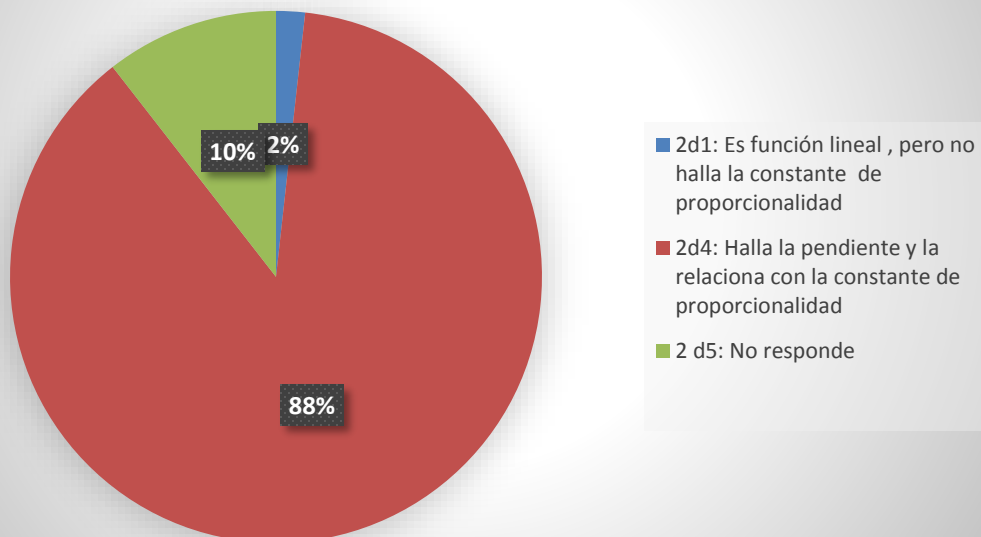


- 2b1: Sí es una función, teniendo en cuenta la relación que existe entre las magnitudes
- 2b2: Sí es una función teniendo en cuenta que si una de las variables aumenta la otra también
- 2b4: No especifica claramente si los datos de la tabla representan una función
- 2b5: No responde

### Gráfica de los resultados a la pregunta 2c del pos- test

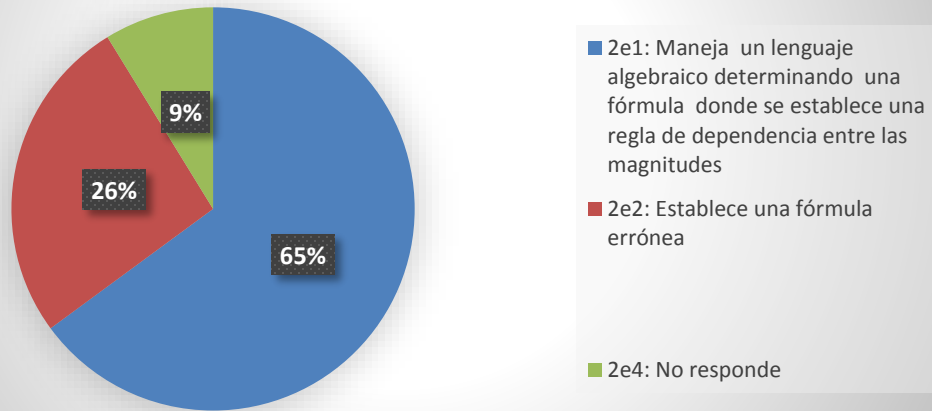


### Gráfica de los resultados a la pregunta 2d del pos-test





## Gráfica de los resultados a la pregunta 2e del pos-test



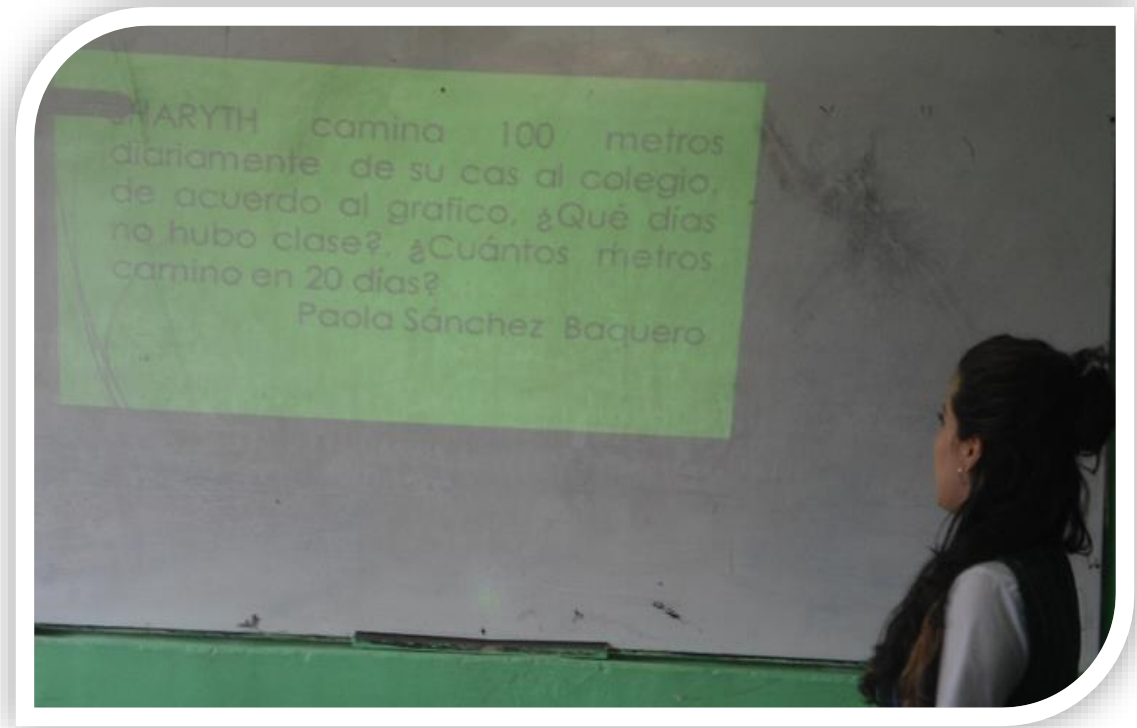
**Anexo G.** Evidencia fotográfica



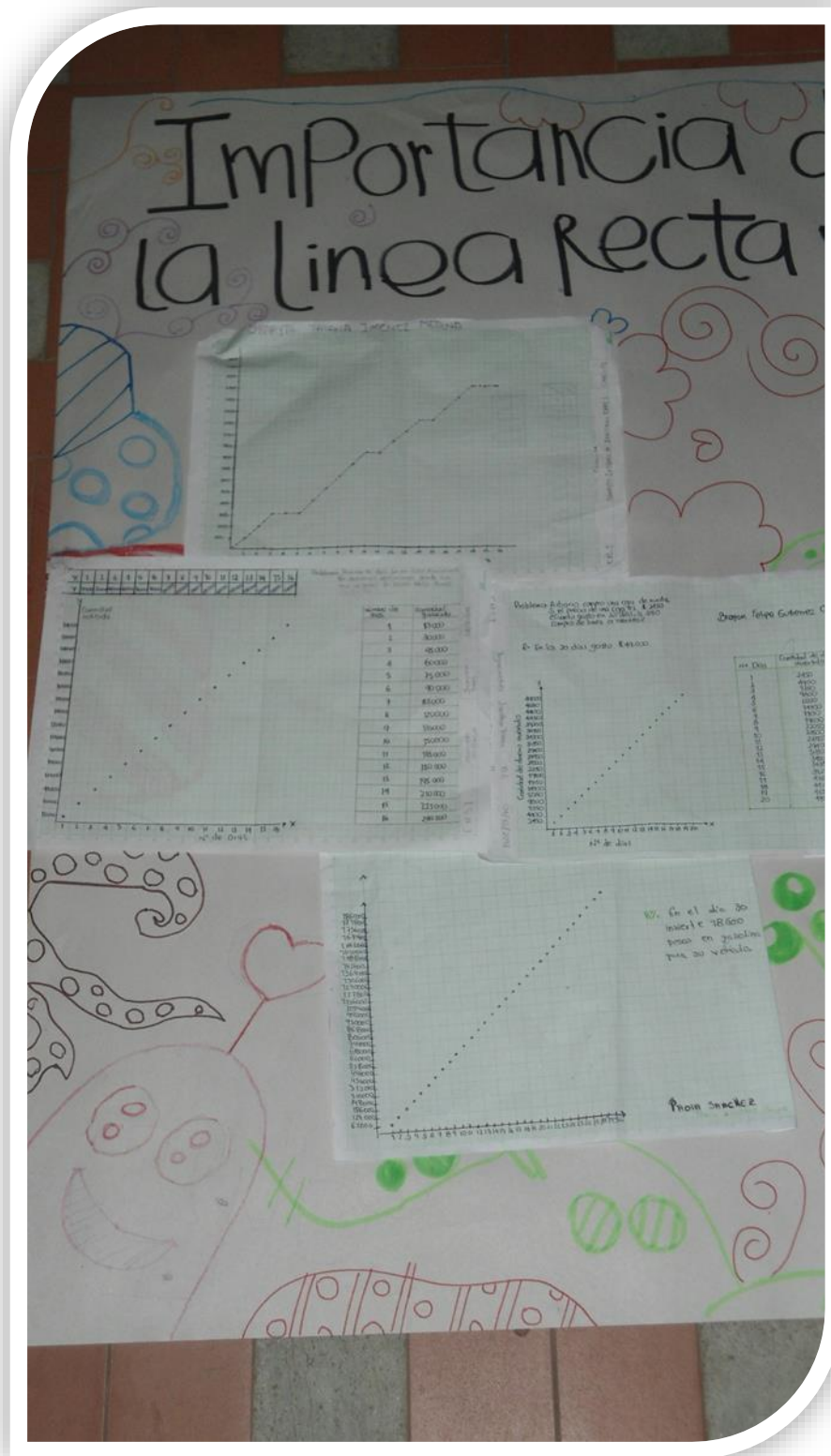


*Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales  
JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS*



**Anexo H.** Evidencia fotográfica actividades propuesta





*Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*  
**JOSÉ JONATHAN TORRES ARIAS**

