

## 2. ELEMENTOS DE HOLOGRAFIA

### 2.1 INTRODUCCION.

La holografía es un método para registrar completamente un frente de onda óptico, tanto en fase como en amplitud, sobre un material especial de registro fotográfico. El registro se llama "Holograma", derivado de la raíz griega "holos", que significa completo o total.

En el método fotográfico convencional, basado en lentes y sistemas formadores de imágenes, se registra la imagen de un objeto tridimensional sobre un material fotosensible (película fotográfica). La absorción de la luz por la cara sensible de la película resulta en reacciones químicas y en la formación de la imagen latente (ver § 2-2), que finalmente se transforma en la imagen visible por el proceso de revelado. La imagen es entonces "fijada" y aparece nítidamente en dos dimensiones.

En la holografía, sin el uso de lentes o de sistemas formadores de imágenes, se preserva, sin embargo, la escena tridimensional en un formato bidimensional (la película). En realidad, la holografía es un proceso de dos pasos: Registro y Reconstrucción. En el primero se registra sobre la película el patrón de interferencia creado por la superposición de dos ondas luminosas coherentes: una de ellas dispersada por el objeto (onda objeto, o señal), y la otra es una onda auxiliar conocida (onda de referencia). El patrón de interferencia grabado así en la película es el holograma y, aunque contiene toda la información sobre la amplitud y fase de la onda objeto, presenta una estructura fina no resoluble por el ojo del observador y sin ninguna semejanza con el objeto original.

La creación de una imagen discernible en el holograma es el segundo paso en el proceso, la Reconstrucción. Aquí, una vez la película fotográfica ha sido revelada y fijada (el holograma), se le ilumina con una onda coherente idéntica a aquella de referencia\*, y se conoce como onda de lectura o de reconstrucción. Esta onda

\* La condición de identidad de las ondas de referencia y de reconstrucción no incluye, necesariamente, la identidad en la longitud de onda. El registro y la reconstrucción pueden ser hechos con diferentes longitudes de onda y el efecto será, meramente, un cambio en la escala de la imagen reconstruida.

es difractada por el sistema de franjas de interferencia creado en el holograma que actúa, entonces, como una red de difracción. El proceso de difracción reconstruye (hace observable) la imagen del objeto previamente grabado en el holograma. Las ondas difractadas son, esencialmente, indistinguibles de la onda objeto y, de hecho, producen todos los fenómenos ópticos que caracterizan a la onda original: pueden, por ejemplo, ser recogidas por una lente, enfocadas y formar una imagen del objeto original aún cuando éste haya sido removido de su posición. O bien, si las ondas reconstruidas son interceptadas por el ojo del observador, el efecto es exactamente el mismo que si se observara el objeto original: el observador verá que todo aparece en forma tridimensional; que si cambia su punto de vista la perspectiva de la escena en la imagen también cambia; que son evidentes los efectos de paralaje (si el holograma tiene registrados dos objetos, uno en frente del otro, el observador podrá, cambiando su punto de vista, ocultar parcial o totalmente a uno de ellos); y que, en fin, el observador deberá reenfocar sus ojos cuando el punto de observación cambia de un objeto cercano a otro lejano en la escena misma.

En suma, si la construcción y reconstrucción del holograma se hace con la misma fuente luminosa coherente, no existe ninguna prueba visual que permita distinguir entre el objeto real y su imagen reconstruida: es como si el holograma fuera una ventana a través de la cual se observan los objetos que aparecen más allá de ella.

De otro lado, además de las características tridimensionales de la imagen, el registro holográfico tiene otras importantísimas propiedades. Una de ellas, es que cada porción del holograma puede reproducir la escena de la imagen completamente, aunque con una cierta pérdida en la intensidad y en la resolución (J. P. Waters, *Holography*, pág. 5; L.V. Tarasov, *Laser age in Optics*, pág. 90 y sig.). Otra, es que siempre se pueden reconstruir dos imágenes: una real pseudoscópica y otra virtual ortoscópica (Ver § 2 - 3). En casos muy especiales ambas serán reales o virtuales, pero siempre una pseudoscópica y la otra ortoscópica.

En la Fig. 14 se esquematiza un posible arreglo experimental para la construcción (registro) de hologramas. La luz coherente monocromática procedente de un laser se divide en dos por medio de un divisor de haz (D.H.). Un haz se expande y se usa para iluminar el objeto 0 que será registrado. El otro - de referencia - también se expande y se dirige por medio de espejos hacia una película fotográfica de alta resolución, H. El haz dispersado por el objeto se

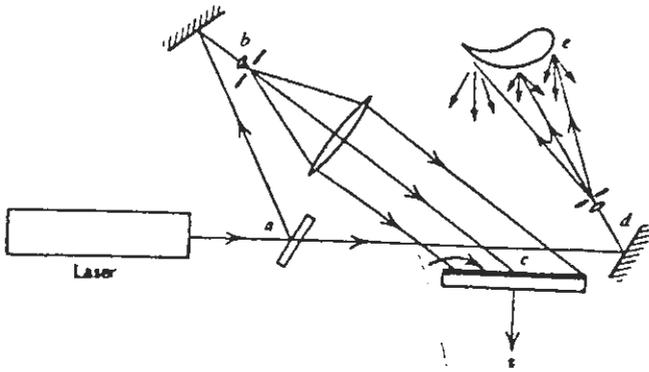


Fig. 14

superpone en la película fotográfica con el de referencia, y forman un patrón de interferencia que queda entonces registrado en la película, produciendo así el holograma.

El holograma, como se muestra con un ejemplo típico en la Fig. 15, no tiene ninguna semejanza con el objeto original. Las franjas de interferencia no son visibles al ojo porque tienen un espa -

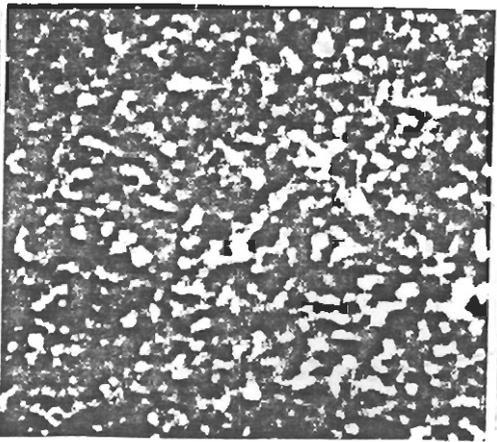


Fig. 15

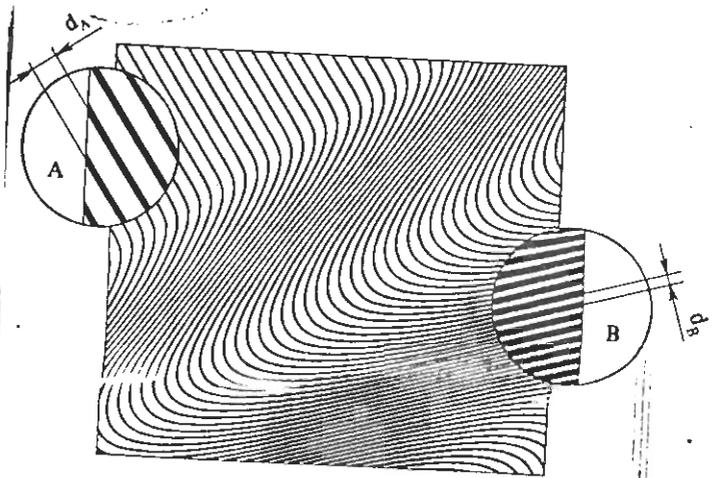


Fig. 16

ciamiento extremadamente fino, del orden de  $10^{-4}$  mm . Esta, justamente, es la razón por la cual la resolución espacial de la película debe ser bastante alta, pues ella debe registrar todos los detalles del patrón de interferencia. De paso, el poder de resolución de la película se mide (Ver § 2 - 2 ) por el número máximo de líneas paralelas por unidad de longitud (Usualmente en milímetros) que puede ser distinguido por el material (la Fig. 16 ilustra dos casos diferentes de resolución espacial: en a) la resolución es dos veces mas alta que en b) ). Para registrar el objeto en la película holográfica, en fin, se requiere que la resolución del material usado sea superior a 1000 líneas/mm.

La placa fotográfica procesada, el holograma, puede ser usada ahora para reconstruir la imagen tridimensional del objeto grabado. El proceso se ilustra en la Fig. 17, donde una de las imágenes reconstruidas (Fig. 17-a) aparecerá al observador como una imagen virtual localizada por detrás del holograma, exactamente en la misma posición que antes había ocupado el objeto original la otra imagen (Fig. 17-b), cuando es reconstruida por una onda conjugada con

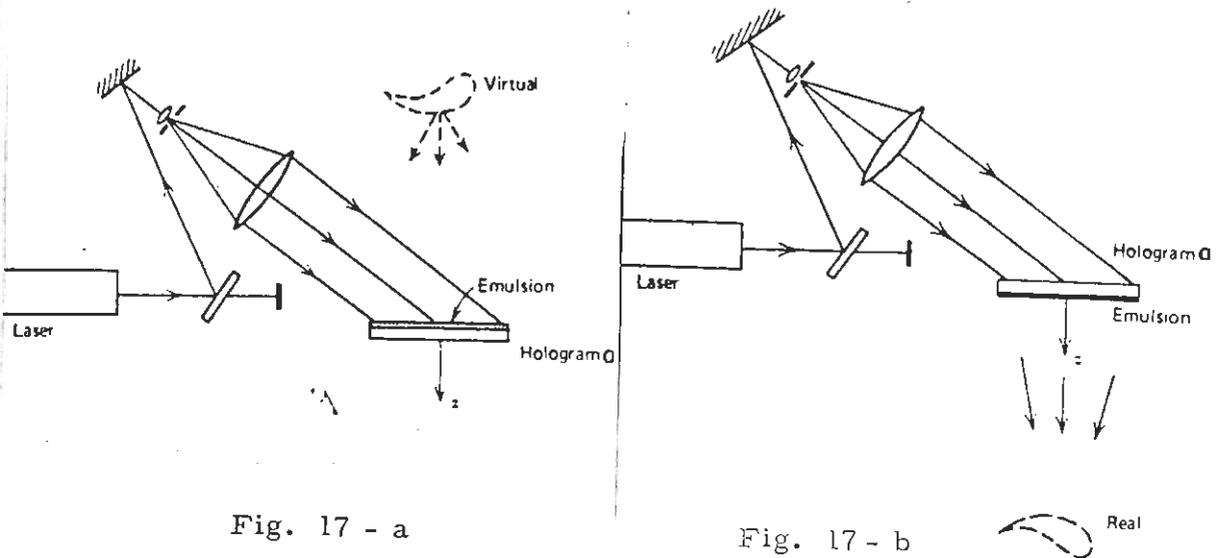


Fig. 17 - a

Fig. 17 - b

la de referencia, aparecerá como una imagen real en frente de la placa (la onda conjugada, antes lo habíamos mencionado, es aquella que viaja en dirección opuesta a una original y con curvatura invertida). La imagen real, por lo demás, es más difícil de visualizar debido a los límites de apertura del ojo y, por lo mismo, normalmente se trabaja con la imagen virtual. Ambas imágenes, por lo demás, son idénticas, pero la real es pseudoscópica, o sea, presenta sus relieves invertidos respecto a la virtual, que es ortoscópica.

## 2.2 LA EMULSION FOTOGRAFICA Y SU FUNCION DE TRANSMISION.

La holografía como cualquier proceso fotográfico normal, consiste en la iluminación de una placa sensible de emulsión fotográfica y en su sucesiva elaboración química (revelado y fijación). En general, una emulsión fotográfica consiste de numerosos granos de un halogenuro de plata (a menudo bromuro de plata, AgBr), colocados en un soporte de gelatina adherido a una base (de vidrio, en el caso normal holográfico). Al ser expuesta a la luz, se produce en la emulsión un proceso fotoquímico: el bromuro de plata se descompone depositando pequeños granos de plata metálica, los "centros de revelado", cuyo empaquetamiento más o menos denso lleva a la formación de una imagen "latente", llamada así por la imposibilidad de notar algún trazo de iluminación sobre la película. Al someter a continuación la emulsión a reactivos químicos apropiados, se obtiene la síntesis de la plata metálica, siendo mayor allí donde ha sido más intensa la iluminación de la película, los granos que no contienen centros de revelado no sufren ningún tipo de cambio. 20+

Al terminar el revelado se pasa a la etapa de "fijación", que es una operación en la cual el AgBr no descompuesto se elimina para proteger la película de cualquier cambio ulterior por efecto de la luz.

Los granos de plata metálica son opacos a las frecuencias ópticas, y la opacidad de la película revelada dependerá de la densidad de los granos de plata en cualquier región de la película. En un sentido macroscópico, las regiones de la emulsión expuestas a alta intensidad serán oscuras, y aquellas expuestas a baja intensidad serán transparentes: la emulsión revelada contiene una imagen "negativa" de la distribución de intensidad.

Es claro, entonces, que un aumento de la intensidad luminosa sobre la película, o del tiempo de exposición, implica un aumento en el número de centros de revelado, y entonces un consecuente efecto revelador. Pero, además, cuánto mayor es el grano, tanto más intensa es la acción del revelador y por lo tanto aumenta la "sensibilidad" de la película (energía incidente por unidad de área), disminuyendo contemporáneamente, empero, su capacidad de registrar los detalles ("poder de resolución" de la película).

De ahí que uno de los problemas técnicos de difícil solución en la holografía, es el de que la película fotográfica en la que ha de registrarse el holograma debe tener, simultáneamente, buen poder de resolución (poder resolver entre 1.000 y 2.000 líneas/mm) y buena sensibilidad ( $\approx 70 \mu\text{J}/\text{cm}^2$ ). Así, una emulsión holográfica comercial típica, por ejemplo Kodak 649 F, diseñada para trabajar con longitudes de onda de 632.8 nm (luz roja), tiene estas características: anchura del grano:  $17 \mu\text{m}$ ; resolución: 2.000 líneas/mm; sensibilidad:  $70 \mu\text{J}/\text{cm}^2$ .

Una vez realizados los procesos de revelado y fijación, la densidad de plata presente en la emulsión es una función de la distribución de intensidad en la película, y del tiempo de exposición. Esta relación se caracteriza por la curva de Hurter - Driffield (H - D) para películas fotográficas. La curva H - D (Fig. 18) es una gráfica de la "Densidad Óptica", D, contra el logaritmo de la "Exposición", E.

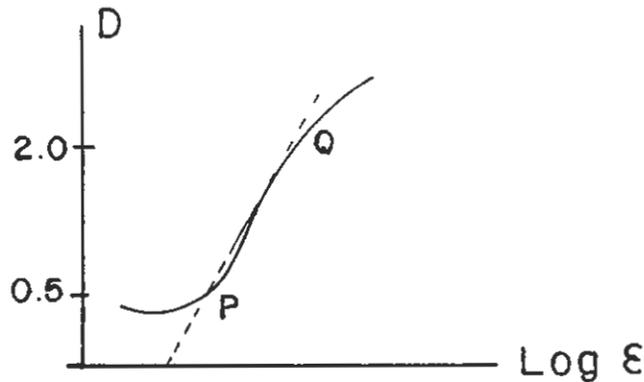


Fig. 18

La exposición E es la energía incidente sobre la unidad de área de la superficie fotosensible. Si la intensidad incidente es I y T el tiempo de exposición, entonces

$$\xi = I T \quad (2 - 1)$$

De otro lado, la densidad óptica se define como

$$D = - \log \tau \quad (2 - 2)$$

donde  $T$  es el factor de transmisión para la intensidad (o la transmitancia de intensidad dada, en analogía con la función de transmisión definida en § 1 - 3 - 4, como la relación entre la intensidad transmitida por la película a la intensidad incidente sobre ella).

En la Fig. 18 se muestra una curva H - D típica. En el rango entre los puntos P y Q la curva prácticamente es una línea recta, y presenta un comportamiento no lineal fuera de él, es decir, en regiones de pequeñas y grandes exposiciones. En el trayecto lineal la curva se puede representar con una buena aproximación como

$$D = D_0 + \gamma \log E \quad (2 - 3)$$

donde  $\gamma$ , que es una propiedad de la película y del proceso de revelado, es la pendiente de la curva en la parte lineal, mientras que  $D_0$  es una constante.

Comparando las ecs. (2 - 2) y (2 - 3), se sigue que

$$T = T_0 E^{-\gamma} \quad (2 - 4)$$

De otro lado, para el caso de reconstrucción holográfica con luz coherente, mas que el factor de transmisión en intensidad, se considera el factor de transmisión en amplitud (transmitancia de amplitud), ya que es la amplitud del haz de reconstrucción el que se ve afectado por la modulación de la película. En general, la transmitancia de amplitud es de la forma

$$t = t_0 e^{i\alpha} \quad (2 - 5)$$

donde  $t_0$  y  $\alpha$  son, respectivamente, la amplitud y el cambio de fase como resultado del paso de la onda de reconstrucción a través del holograma procesado.

La transmitancia de intensidad y de amplitud se relacionan entonces como  $t = t_i^*$

Si ahora asumimos que no hay, o lo es levemente, variación en el ancho de la emulsión como resultado de la exposición inicial, se

puede despreciar el cambio de fase introducido por la emulsión y se tiene  $\sqrt{T} = t_0$ .

Con estas condiciones, se puede modificar la ec. (2 - 4) para dar una relación entre la transmitancia de amplitud,  $t$ , y la exposición  $E$ , o la intensidad  $I$ . Ellas son

$$t \propto \varepsilon^{-\delta^2/2} \quad 0 \quad t \propto I^{-\delta^2/2} \quad (2 - 6)$$

Es inmediato ver que si una onda  $U_r$  similar a la onda de referencia pasa a través del holograma, el campo emergente será  $U_r t \propto U_r I^{-\delta^2/2}$ , de tal modo que para  $\delta^2 = -2$ , la transmitancia de amplitud es una función lineal de la intensidad registrada, y esto asegura la total fidelidad en el holograma procesado. Estas discusiones, sin embargo, están fuera del objetivo del presente trabajo, y el lector puede consultar la bibliografía presentada al final para una interpretación más completa, en especial el artículo de K. Biederman.

### 2.3 ANALISIS TEORICO GENERAL.

El holograma de un objeto de forma y tamaño cualquiera se puede formar, entonces, por la superposición de dos ondas en un material de registro convenientemente escogido (Ver Fig. 14). La luz usada para el registro o construcción del holograma, debe ser coherente y monocromática para que pueda producir franjas de interferencia de alto contraste en el material fotográfico. Un laser, evidentemente, es la fuente luminosa que más conviene emplear.

Matemáticamente, la onda compleja que, en todo caso, emerge de un objeto que ha sido iluminado con luz monocromática de frecuencia  $\omega$ , y llega al plano de la película fotográfica, se puede representar como

$$U_0(x, y, t) = a_0(x, y) e^{-i[\phi_0(x, y) + \omega t]} \quad (2 - 7)$$

donde la amplitud y la fase son funciones complicadas de posición, y corresponden a un frente de onda irregular pues provienen de un objeto cualquiera. En realidad, es una onda portadora modulada en amplitud y fase que contiene toda la información disponible so-

bre el objeto. Adicionalmente existe un término dependiente del tiempo  $t$  y de la frecuencia angular  $\omega$ , y representa efectivamente la fase instantánea del frente de onda que se propaga.

La onda de referencia, a su vez, es en general de la forma

$$U_r(x, y; t) = a_r(x, y) e^{-i[\phi_r(x, y) + \omega t]} \quad (2 - 8)$$

en donde, normalmente la fase es una función simple conocida de posición, y la amplitud puede ser constante (onda plana). Que la fase sea función de posición significa meramente que el frente de onda (plano) de referencia está inclinado un ángulo  $\alpha$  con respecto al eje de la película. En la Fig. 19 se muestra otro posible arreglo geométrico para registrar un holograma (J. W. Goodman, op. cit. pág. 209) la luz proveniente de una fuente puntual  $S$  es colimada por la lente  $L$ . Una porción de la onda plana resultante

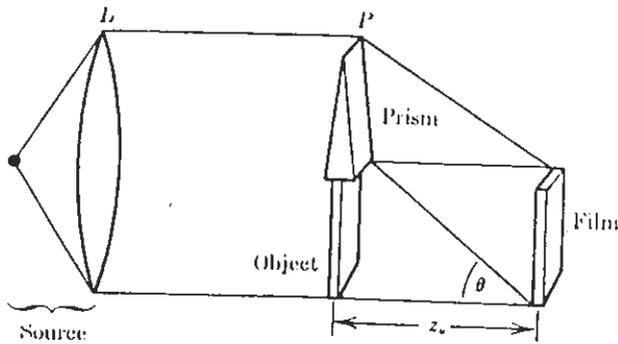


Fig. 19

va al objeto  $O$ , que en este caso puede ser una transparencia con una transmitancia de amplitud  $t_o(x_o, y_o)$ , mientras que otra porción de la onda plana va al prisma  $P$  localizado por encima del objeto, y es deflectada hacia abajo un ángulo  $\alpha$  con respecto al eje de la película.

La onda de referencia (ec. 2 - 8) puede ser escrita entonces como

$$U_r(x, y; t) = a_r e^{-i[ky \text{ sen} \alpha + \omega t]} \quad (2 - 9)$$

donde  $k = 2\pi/\lambda$ , es el número de propagación y el término  $\text{sen} \alpha$  es el cambio de fase introducido como resultado de que la onda de referencia hace un ángulo  $\alpha$  con el plano de la película.

Estas ondas objeto y de referencia se superponen en el plano de la película y la perturbación resultante es

$$U(x, y; t) = U_o(x, y; t) + U_r(x, y; t) \quad (2-10)$$

$$= a_o(x, y) e^{-i[\phi_o + wt]} + a_r e^{-i[ky \operatorname{sen}\alpha + wt]} \quad (2-12)$$

Sin embargo, puesto que la película fotográfica es un detector normal que solo registra el promedio de energía durante el tiempo de exposición, solo grabará entonces la intensidad luminosa resultante, esto es, \*

$$I = |U(x, y; t)|^2 = |U_o + U_r|^2 \\ = |U_o|^2 + |U_r|^2 + U_o^* U_r + U_o U_r^*$$

$$I = a_o^2 + a_r^2 + 2a_o a_r \cos [\phi_o(x, y) - ky \operatorname{sen}\alpha] \quad (2-11)$$

Es decir, el término dependiente del tiempo se cancela y solo permanecen aquellos con dependencia espacial. Por ello, digamoslo otra vez, se trabaja más con la amplitud compleja que con la perturbación óptica misma, pues es aquella la que contiene toda la información sobre la estructura espacial de la onda. Nótese, además, que el tercer término de la ec. (2-11) depende de las amplitudes individuales de las ondas objeto y de referencia, pero modulado por un factor coseno que, a su vez, depende de la diferencia de fase espacial entre ellas. Esto muestra que la amplitud y la fase de la luz transmitida (o reflejada) por el objeto han sido registradas, respectivamente, como amplitud y modulación de fase en la distribución de intensidad, y ellas pueden ser recuperadas, sin ambigüedad, de este patrón de interferencia.

De otro lado, como se vió en el numeral anterior, la densidad de granos de plata presentes en la película fotográfica, es una función de la distribución de intensidad y del tiempo de exposición. En realidad, la película fotográfica expuesta a la superposición de es-

\* De ahora en adelante, y mientras no sean necesarios detalles en las órdenes de magnitud, tomaremos igual a uno el término de proporcionalidad entre la intensidad de la onda y su amplitud al cuadrado.

tas dos ondas coherentes se convierte en una red irregular de difracción como resultado de la distribución de intensidad en ella creada. Por lo tanto, la placa fotográfica revelada es una transparencia con transmitancia de amplitud proporcional a la exposición, o a la intensidad, de acuerdo a la ec. (2-6), esto es,

$$t(x,y) = t_0 \{ a_0^2 + a_r^2 + 2 a_0 a_r \cos [\phi_0 - ky \operatorname{sen} \alpha] \} \quad (2-12)$$

Si ahora, una vez construido de esta forma el holograma, se le ilumina con una onda plana de reconstrucción idéntica a la onda de referencia (ec. 2-9), la onda que finalmente emerge del plano del holograma será entonces (ec. 1-13)

$$\begin{aligned} U_f(x,y) &= t(x,y) U_r(x,y) \\ &= t_0 \{ a_0^2 + a_r^2 + 2 a_0 a_r \cos [\phi_0 - ky \operatorname{sen} \alpha] \} \times \\ &\quad a_r e^{-i[ky \operatorname{sen} \alpha + \omega t]} \\ &= t_0 a_r (a_0^2 + a_r^2) e^{-i[ky \operatorname{sen} \alpha + \omega t]} + \\ &\quad 2 a_0 a_r^2 t_0 \cos [\phi_0 - ky \operatorname{sen} \alpha] e^{-i[ky \operatorname{sen} \alpha + \omega t]} \quad (2-13) \end{aligned}$$

El segundo término de esta ecuación se puede reescribir así:

$$\begin{aligned} &2 t_0 a_0 a_r^2 \cos [\phi_0 - ky \operatorname{sen} \alpha] e^{-i[ky \operatorname{sen} \alpha + \omega t]} \\ &= 2 t_0 a_0 a_r^2 e^{-i(ky \operatorname{sen} \alpha + \omega t)} \left\{ \frac{1}{2} e^{i(\phi_0 - ky \operatorname{sen} \alpha)} + \frac{1}{2} e^{-i(\phi_0 - ky \operatorname{sen} \alpha)} \right\} \\ &= t_0 a_0 a_r^2 e^{-i(\phi_0 + \omega t)} + t_0 a_0 a_r^2 e^{-i[-\phi_0 + \omega t + 2ky \operatorname{sen} \alpha]} \quad (2-14) \end{aligned}$$

Y la ec. (2-13) para la onda emergente es, entonces,

$$U_f(x, y) = t_0 a_0 (a_0^2 + a_r^2) e^{-i(ky \sin \alpha + wt)} +$$

$$t_0 a_0 a_r^2 e^{-i[\phi_0(x, y) + wt]} +$$

$$t_0 a_0 a_r^2 e^{-i[\phi_0(x, y) + 2ky \sin \alpha + wt]}$$

(2-15)

Es decir, efectivamente el holograma funciona como una red de difracción, y se interpreta el primer término de la ec. (2-15) como el término de orden cero, o haz directo, que representa una onda propagándose en la misma dirección que la onda de referencia: es, en realidad, una versión modulada en amplitud de la onda de referencia. Y puesto que en ese término no aparece la fase  $\phi_0(x, y)$ , esta onda no contiene información sobre el objeto registrado y, consecuentemente, no produce imagen alguna. El segundo término en esta ecuación, en cambio, es proporcional a la onda objeto original; proporcionalidad que implica que este término produce una imagen virtual del objeto a una distancia  $z$  de la película (Fig. 20). Es en realidad una réplica tridimensional del objeto original con todas las características discutidas en el numeral anterior.

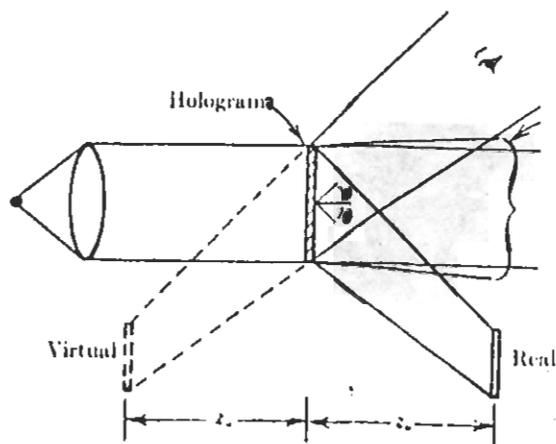
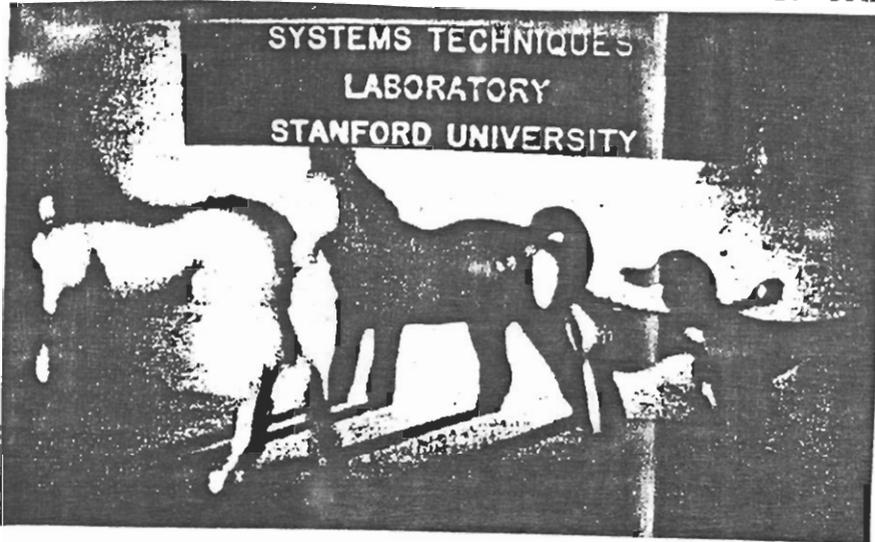


Fig. 20

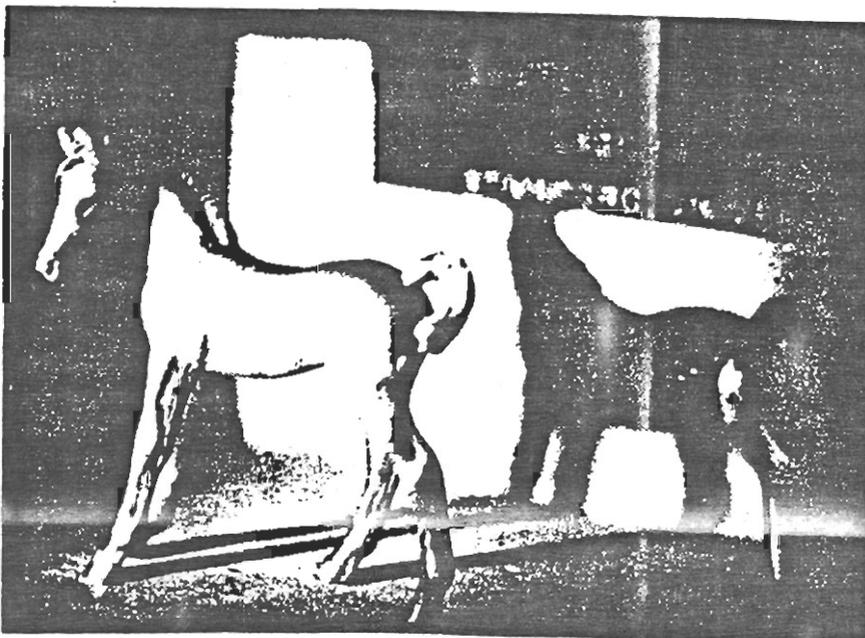
El tercer término de la ec. (2-15) forma una imagen real del objeto, localizada en frente del holograma, pero que no es exactamente una réplica de él: la fase, por ejemplo, es ahora  $-\phi_0(x, y)$ , lo que implica que la imagen es conjugada, esto es, una imagen espacial-

mente invertida del objeto original (imagen pseudoscópica): el relieve en la imagen aparece invertido con respecto al relieve del objeto original. En este término, además, aparece el factor  $2ky \sin \alpha$ , que es una consecuencia de la inclinación relativa de los frentes de onda objeto y de referencia, y es el factor responsable de la separación angular entre las imágenes real y virtual.

Finalmente, para ilustrar el carácter tridimensional de la imagen holográfica, refiramonos a las Figs. (21-a) y (21-b), que han sido tomadas del texto de Goodman (pág. 223), y muestran dos fotografías de la imagen (virtual) de una figurita de un caballo contenida



(a)



(b)

Fig. 21

en un holograma. En la Fig. 21-a, la cámara se enfoca hacia el fondo de la imagen virtual, y las letras allí presentes están finamente detalladas, mientras que la figura del caballo aparece completamente desenfocada. Nótese, además, que aparece una figura de un perro parcialmente oscurecida por la sombra del caballo. En la Fig. 21-b, la cámara ha sido movida para cambiar la perspectiva y reenfocada. Aparece ahora una imagen nítida del caballo, mientras las letras al fondo están completamente desenfocadas. El cambio de perspectiva hace que no aparezca en esta fotografía la figura del perrito.

La holografía permite la extensión de la técnica usada para medir pequeñas deformaciones de superficies planas y especularmente reflectoras a deformaciones de objetos tridimensionales. La técnica, llamada Interferometría Holográfica, es similar a la holografía convencional antes discutida. En la placa fotográfica se registran dos hologramas, uno de un objeto no deformado y otro de un objeto deformado. Una vez reconstruido el holograma,

clásica  
ópticam  
deform  
cualquier  
ar a la

mens  
const  
mism  
bre l  
brilla

nterferer  
njunto de  
En efecto

si  
patrón  
logra  
mom  
maci  
entor  
da a  
fín,  
desde  
co  
oj

esto no deformado; el segundo patrón es, el holograma del objeto e los dos patrones de interferencia est  
en la misma película  
nico de revelado  
interferencia ni  
y segundo regist  
dos primeros...

ion.  
rón,  
uía

Es  
qu  
m  
do

de franjas  
tiene, por el  
léctrico carga  
amente las fra

### 3. INTERFEROMETRIA HOLOGRAFICA.

#### 3.1 INTRODUCCION

La holografía permite la extensión de la interferometría clásica - usada para medir pequeñas deformaciones de superficies ópticamente planas y especularmente reflectoras - a la medición de deformaciones de objetos tridimensionales de forma y superficie cualquiera. La técnica, llamada Interferometría Holográfica, es similar a la holografía convencional antes discutida, excepto que en la misma placa fotográfica se registran dos hologramas del objeto de prueba, deformando el objeto entre una exposición holográfica y la otra. Una vez reconstruido el holograma, aparecen dos imágenes tridimensionales del objeto superpuestas; y puesto que ambas han sido construídas con la misma luz coherente y localizadas casi en el mismo lugar del espacio, ellas interfieren entre sí produciendo sobre la imagen reconstruida un conjunto de franjas (de interferencia) brillantes y oscuras (Fig. 22). En efecto, cuando se registra dos veces un objeto en la película fotográfica y después se reconstruye su imagen, se producen tres patrones de interferencia: el primer patrón se forma en, digamos, el momento uno, es decir, es el holograma del objeto no deformado; el segundo patrón se forma en el momento dos, esto es, el holograma del objeto en estado de deformación. Estos dos patrones de interferencia están superpuestos, entonces, sobre la misma película fotográfica que es ahora sometida al proceso químico de revelado y fijación. El tercer patrón, en fín, resulta de la interferencia misma de las ondas reconstruídas desde el primero y segundo registro holográfico. Este patrón, en contraste con los dos primeros, es claramente observable por el ojo humano.

En la Fig. 22 se muestran dos ejemplos de sistemas de franjas que cubren sendas imágenes. En la Fig. 22-a, se tiene, por el método de tiempo real, la fotografía de un motor eléctrico cargado estáticamente; y en la Fig. 22-b, aparecen claramente las fran-

jas sobre una pintura del siglo XV. "Santa Caterina", de Pier F. Fiorentino, de un interferograma de doble exposición. En cada caso, del ancho y de la distribución de las franjas, es posible deducir el carácter de la deformación.

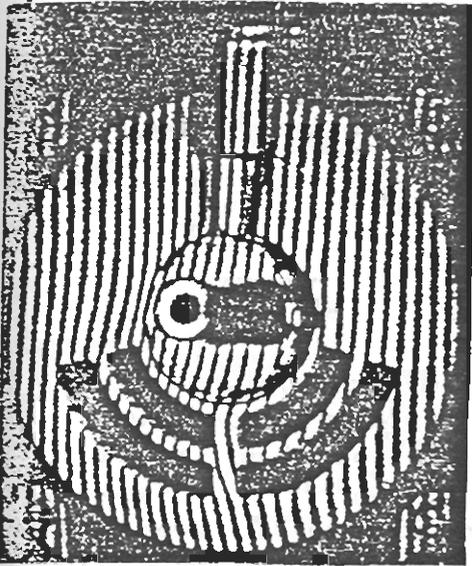


Fig. 22-a

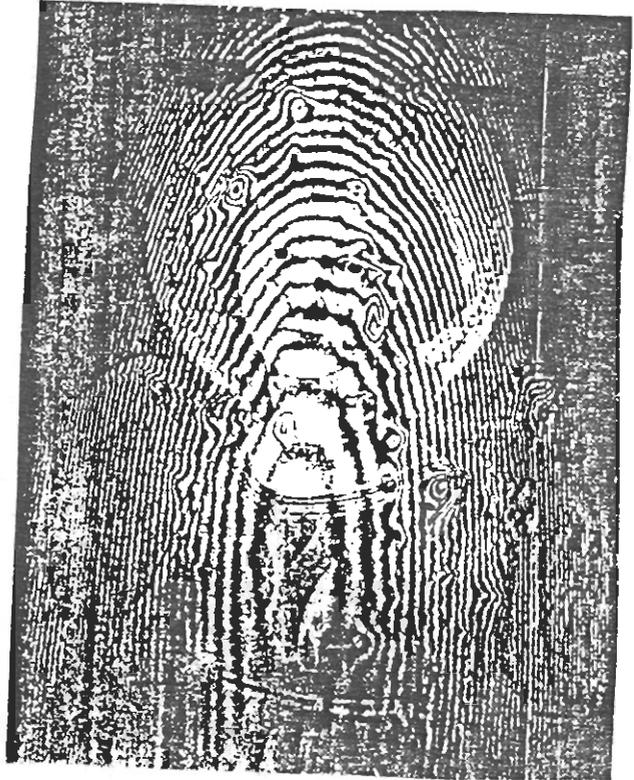


Fig. 22 - b

Por lo demás, existen tres variaciones de la técnica básica de la interferometría holográfica, cada una con una adaptabilidad mejor que las otras dependiendo de la aplicación particular de interés. Son:

- 1) Interferometría holográfica de doble exposición (Estática). Sobre la misma placa fotográfica, antes de procesarla, se regis-

tran dos hologramas del objeto de interés, antes y después de la deformación. Cuando, después de revelar y fijar la película, se ilumina la placa, el patrón de franjas que aparece sobre la imagen reconstruída representa los cambios que ocurrieron en la superficie durante el intervalo entre las dos exposiciones (Fig. 22-b)

### 2) Interferometría holográfica en media temporal (Dinámica).

Se hace un solo registro holográfico del objeto de interés sometido a movimiento vibratorio cíclico, siendo el tiempo de exposición largo respecto al período de la vibración. Puesto que las posiciones extremas asumidas por cualquier punto durante la vibración son estacionarias, se obtienen franjas que dan evidencia de líneas nodales y ventrales de las deformaciones. Dicho de otro modo, el holograma registra un conjunto de imágenes correspondientes a la media temporal de todas las posiciones asumidas por el objeto durante la vibración, y durante el registro del holograma el conjunto de imágenes interfieren produciendo una figura de interferencia. En consecuencia en la imagen reconstruída, a corrimientos nulos le corresponden máximos de intensidad luminosa, o líneas nodales en un estudio de vibraciones (Fig. 22-a).

### 3) Interferometría holográfica en tiempo real.

Es una técnica más complicada que las anteriores. Consiste en registrar un holograma del objeto quieto (no deformado); procesar fotográficamente la película y colocarla - ahora revelada - en el lugar exacto en que fué expuesta; el objeto de prueba, mientras tanto, no ha sido movido de su posición original. Al iluminar el holograma con unda onda de reconstrucción idéntica a la onda de referencia, la imagen (virtual) reconstruída del objeto se verá en la misma posición espacial en la que se encuentra el objeto; y si éste se somete ahora a un esfuerzo, la imagen virtual del objeto interfiere con el objeto mismo en estado de deformación: las franjas de interferencia son vistas, entonces, en tiempo real.

## 3.2 INTERFEROMETRIA HOLOGRAFICA DE DOBLE EXPOSICION.

El método consiste en registrar dos exposiciones holográficas sucesivas de un objeto en dos estados diferentes. En la primera exposición, el objeto en su estado inicial no deformado se registra, como es normal, exponiendo simultáneamente la placa fotográfica a las ondas objeto y de referencia. Así queda grabado un primer ho-

lograma. En la segunda exposición, el objeto es deformado\* y entonces se registra un segundo holograma (con la misma onda de referencia) en la placa fotográfica aún no procesada. Después de revelar y procesar la película, se le ilumina con una onda de reconstrucción idéntica a la onda de referencia usada en ambos procesos de construcción. Un observador mirando a través del holograma verá una imagen (virtual) tridimensional del objeto doblemente registrado, pero cubierto por un patrón de franjas de interferencia.

La descripción matemática para la holografía de doble exposición se puede derivar considerando que en el tiempo  $t_1$  se grabó la onda objeto  $U_0$  junto con la onda de referencia  $U_r$ , mientras que en el tiempo  $t_2$  se grabó la onda objeto  $U'_0$  junto con  $U_r$ . En  $t_1$ , la intensidad  $I_1$  registrada es:

$$I_1 = |U_0|^2 + |U_r|^2 + U_0^* U_r + U_0 U_r^* \quad (3-1)$$

Mientras que en  $t_2$  la intensidad registrada  $I_2$  es:

$$I_2 = |U'_0|^2 + |U_r|^2 + U'_0^* U_r + U'_0 U_r^* \quad (3-2)$$

Además, puesto que todas estas ondas son aditivas en el plano de la emulsión, la distribución de intensidad resultante  $I$  registrada, en definitiva, por el holograma, es

$$I = I_1 + I_2 = |U_0|^2 + |U'_0|^2 + 2|U_r|^2 + U_r^* (U_0 + U'_0) + U_r (U_0^* + U'^0^*) \quad (3-3)$$

Al procesar la película y reiluminarla con una onda idéntica a la onda de referencia  $U_r$ , la onda reconstruida resultante  $U_i$  tendrá un término proporcional a  $(U_0 + U'_0)$  (Ver 2-3), es decir,

$$U_i \propto (U_0 + U'_0) \quad (3-4)$$

---

\* En general, la deformación aparece como resultado, en cada caso, de someter el cuerpo a diferentes tipos de esfuerzos mecánicos, térmicos, etc.

De otro lado, dado que las deformaciones (desplazamientos) o cambios considerados en interferometría holográfica son pequeños comparados con la extensión espacial del objeto, y puesto que esos cambios afectan básicamente la fase de  $u_0$ , podemos escribir las ondas provenientes del objeto en ambos casos como

$$\begin{aligned} u_0(x, y) &= a_0(x, y) e^{-i\phi_0(x, y)} \\ u'_0(x, y) &= a_0(x, y) e^{-i[\phi_0(x, y) + \Delta\phi_0(x, y)]} \end{aligned} \quad (3 - 5)$$

La distribución de intensidad de la imagen reconstruida,  $I_i$ , es entonces

$$\begin{aligned} I_i &= |u_i|^2 \propto |u_0 + u'_0|^2 = |u_0|^2 + |u'_0|^2 + u_0^* u'_0 + u_0 u_0'^* \\ I_i &\propto 2a_0^2 + a_0^2 e^{i\phi_0} e^{-i(\phi_0 + \Delta\phi_0)} + a_0^2 e^{-i\phi_0} e^{i(\phi_0 + \Delta\phi_0)} \\ \therefore I_i &= |u_i|^2 \propto 2a_0^2(x, y) \{ 1 + \cos[\Delta\phi_0(x, y)] \} \end{aligned} \quad (3 - 6)$$

Es decir, la distribución de intensidad en la imagen reconstruida es función de la intensidad del objeto mismo,  $a_0^2(x, y)$ , modulada por un factor coseno (patrón de franjas)  $2\{1 + \cos[\Delta\phi_0(x, y)]\}$  que a su vez es función del cambio de fase  $\Delta\phi_0$  que resultó como consecuencia de la deformación (desplazamiento) sufrida por el objeto. En efecto, franjas oscuras corresponden a diferencias de fase  $\Delta\phi_0$  que sean múltiplos impares de  $\pi$ ; mientras que franjas brillantes corresponden a diferencias de fase que sean múltiplos pares de  $\pi$ .

La diferencia de fase, una vez se ha fijado la dirección de observación y la del haz que ilumina la placa, depende del desplazamiento tenido por el objeto. La radiación emitida por el objeto en  $t_1$  y en  $t_2$ , recorre caminos de diferente longitud hasta llegar a la placa. Esta diferencia de caminos multiplicada por  $2\pi$  y dividida por la longitud de onda de la radiación, da la diferencia de fase buscada. Basta entonces medir la diferencia de longitud óptica de los rayos luminosos que, desde la fuente  $O$  y según provengan del objeto de

formado o no, lleguen a un plano de observación ortogonal a la dirección de los rayos del haz que ilumina el objeto (Fig. 23). Refiriéndonos a la Fig. 23, la diferencia de fase en el centro del pla-

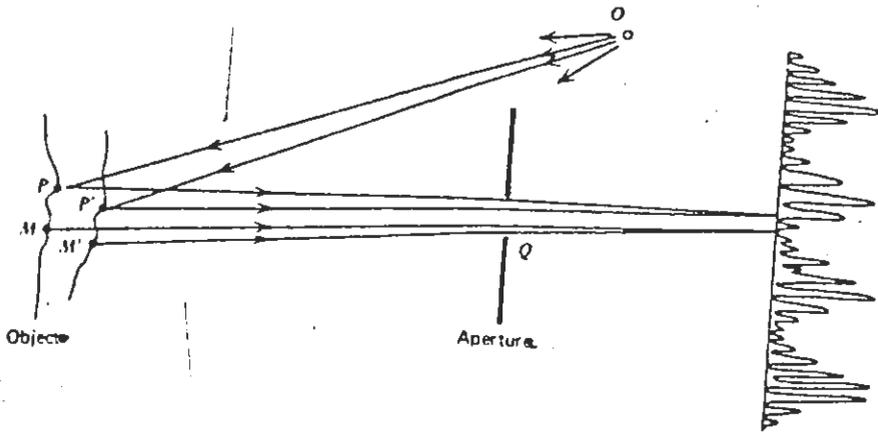


Fig. 23

no de observación Q entre los haces provenientes de P y P' es

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} [(op + p'q) - (op' + p'q)] \quad (3 - 7)$$

Esta ecuación dá una relación geométrica simple entre el desplazamiento del objeto y el patrón de franjas. Vale decir que para efectos del cálculo del patrón de franjas, basta considerar el cambio en la trayectoria óptica de la luz dispersada por puntos correspondientes, tales como P y P' en la Fig. 23. En esos cálculos no entra la interferencia entre haces provenientes de puntos no correspondientes, como P y M, P y M' ó P' y M.

Finalmente mencionemos el hecho de que  $\Delta\phi$  se puede relacionar en diferentes casos con ciertas cantidades físicas de interés, tales como rotaciones, desplazamientos, esfuerzos, momentos flectores, vibraciones, temperatura, presión, etc. Una discusión bastante detallada para diferentes  $\Delta\phi$ , se encuentra en el texto de Ch.M. Vest, *Holographic Interferometry*, en donde, además, analizan - aunque sin mucho detalle - el fenómeno de speckles inherente a los interferogramas.

Por lo demás, la formación e interpretación de las franjas en interferometría holográfica es un fenómeno complicado que requiere, pa-

ra su descripción física detallada, un análisis ondulatorio completo que dé cuenta del fenómeno de difracción presente en una superficie aleatoria, algo que, ciertamente, está lejos del alcance y pretensiones de estas notas. Afortunadamente, sin embargo, son numerosos los artículos y discusiones que sobre este tema se encuentran en las revistas internacionales que circulan, con relativa amplitud, en nuestras bibliotecas; en especial las revistas Journal Optical Society of America (J. Op. Soc. Am.) y Applied Optics (Appl. Opt.).

### 3.3 INTERFEROMETRIA HOLOGRAFICA EN MEDIA TEMPORAL.

Este método consiste en registrar un solo holograma de un objeto sometido a un movimiento vibratorio cíclico, con la condición de que el tiempo de exposición sobre la película sea grande comparado con el período de la vibración. El holograma así registrado contiene un conjunto de imágenes correspondientes a la media temporal de todas las posiciones asumidas por el objeto durante su vibración. La imagen reconstruida aparece modulada por un sistema de franjas de interferencia, que resultan de la superposición del conjunto mismo de imágenes registradas. Franjas brillantes coinciden con regiones nodales, es decir, con partes de la superficie que permanecen estacionarias durante la vibración, de una forma completamente similar al patrón de nodos presentes cuando se usa el método de Chladni, que consiste en cubrir la lámina vibrante, dispuesta horizontalmente, de un material en polvo. Además de estas franjas brillantes, aparecen en la imagen holográfica otras franjas, que son contornos de amplitud de vibración constante. Si el movimiento vibracional tiene una dependencia temporal simple, por ejemplo sinusoidal, la amplitud de vibración de cada punto en la superficie se puede determinar por un cuidadoso análisis de estas franjas.

Para dar una descripción matemática de la distribución de intensidad resultante en la imagen reconstruida, consideremos un objeto sometido a una vibración armónica de frecuencia  $\omega$  alrededor de su posición de equilibrio. El objeto considerado puede ser, como se muestra en la Fig. esquemática 24, una viga en voladizo con un extremo fijo a un bloque rígido. La viga se ilumina con una onda plana que viaja en la dirección  $-z$ , perpendicular a la superficie del objeto. El desplazamiento  $Z(x, t)$  de cada punto de la viga es

$$z(x, t) = Z(x) \cos \omega t \quad (3 - 8)$$

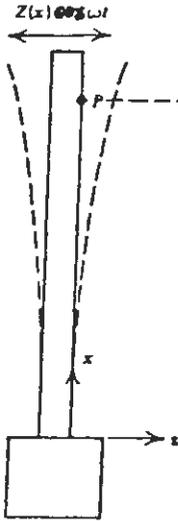


Fig. 24- a

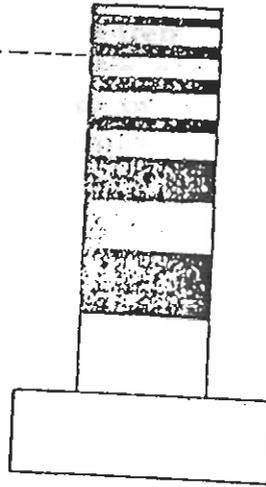


Fig. 24- b

bración mecánica en el punto  $x$ . La onda objeto en el plano del holograma cuando la viga está en su posición de equilibrio (caso estacionario), es de la forma

$$u_0(x, y) = a_0(x, y) e^{i\phi_0(x, y)} \quad (3 - 9)$$

Asumamos ahora que la distancia entre el objeto y el plano de la película es relativamente grande, y que la luz, por simplicidad, viajando perpendicularmente entre el objeto y la película, recorre una distancia  $l$  desde la fuente a un punto en el plano de la viga estática y desde allí al holograma; por lo que recorrerá entonces una distancia  $L - 2Z(x, t) = L - 2Z(x) \cos \omega t$  cuando el objeto está vibrando. Por consiguiente, la onda luminosa proveniente de la viga en vibración, tendrá un cambio de fase respecto a  $u_0(x, y)$  dado por  $\Delta\phi_0 = 2\pi/\lambda [L - (L - 2Z(x, t))] = 4\pi/\lambda Z(x, t)$ , y, en consecuencia, la onda luminosa en el plano del holograma en cualquier instante del tiempo es

$$\begin{aligned}
 u_0(x, y; t) &= a_0(x, y) e^{i[\phi_0(x, y) + \Delta\phi_0(x, y, t)]} \\
 &= a_0(x, y) e^{i[\phi_0(x, y) + \frac{4\pi}{\lambda} z(x) \cos wt]} \quad (3-10)
 \end{aligned}$$

El holograma en tiempo promedio se registra exponiendo simultáneamente la película fotográfica a las ondas  $u_0(x, y, t)$  y a una onda de referencia  $U_r$ , durante un tiempo  $T$  mayor que el período de la vibración. Pero puesto que el holograma registra cualquier posición asumida por el objeto durante un periodo de la vibración, para conocer el campo reconstruido (imagen) es necesario tomar la media temporal de la ec. (3-10) en el intervalo de exposición  $T$ , es decir, una vez procesado el holograma y reiluminado con una onda idéntica a la de referencia, la imagen reconstruida tendrá una amplitud compleja  $U_i$  proporcional al promedio temporal de  $u_0$ :

$$U_i \propto \frac{1}{T} \int_0^T a_0(x, y) e^{i[\phi_0(x, y) + \frac{4\pi}{\lambda} z(x) \cos wt]} dt \quad (3-11)$$

$$= a_0(x, y) \cdot \frac{1}{T} \int_0^T e^{i(\frac{4\pi}{\lambda} z(x) \cos wt)} dt \quad (3-12)$$

La integral de media temporal en la ec. (3-12) se conoce como "Función característica" \*, y se denota como  $M_T$ .

En consecuencia, la amplitud compleja de la onda reconstruida (imágenes), es proporcional a  $u_0(x, y) \cdot M_T$ , y la distribución de intensidad de la imagen reconstruida,  $I_i$ , está dada por

$$I_i(x, y) = |u_i|^2 \propto |u_0|^2 \cdot |M_T|^2 = a_0^2(x, y) |M_T|^2 \quad (3-13)$$

Para el caso del movimiento armónico que estamos considerando, la función característica se puede evaluar de una forma simple, teniendo en cuenta que la representación integral de la función de Bessel de orden  $n$ ,  $J_n(x)$ , es de la forma (Hecht-Zajac, op. cit. pág. 374):

\* Discusiones completas sobre la función característica se encuentran en el texto de Ch.M. Vest y en el artículo de K.A. Stetson, 60, 1378 - 1388 (1970), J. Opt. Soc. Am.

$$J_n(x) = \frac{i^{-n}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \cos v} e^{in v} dv \quad (3-14)$$

y puesto que el tiempo de exposición es grande comparado con el periodo de la vibración,  $T \gg 1/w$ , se tiene

$$M_T \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e^{i[\frac{4\pi}{\lambda} Z(x) \cos wt]} dt \quad (3-15)$$

Para el caso cuando  $n = 0$  en la ec. (3-14), es inmediato que

$$M_T = J_0\left(\frac{4\pi}{\lambda} Z(x)\right) \quad (3-16)$$

donde  $J_0$  es la función de Bessel (de primera clase) de orden cero. La distribución de intensidad  $I_i$  será proporcional entonces a

$$I_i(x, y) \propto a_0^2(x, y) J_0^2\left(\frac{4\pi}{\lambda} Z(x)\right) \quad (3-17)$$

Es decir, la imagen virtual reconstruida está modulada por un sistema de franjas descritas por el cuadrado de la función de Bessel de orden cero. Esta función (Fig. 26) se caracteriza por tener un máximo cuando su argumento es cero, y máximos sucesivos decrecientes al aumentar  $x$ . De esta gráfica y de la ec. (3-17), se ve que cuando el desplazamiento es cero, la intensidad de la imagen reconstruida es brillante, indicando que regiones que no tienen movimiento presentarían altas intensidades. De la misma forma, franjas oscuras estarán centradas en los puntos de la superficie del objeto donde la amplitud de la vibración  $Z(x)$  sea tal que la función de Bessel en la ec. (3-17) es cero. En la pequeña tabla 3-1 se incluyen los 10 primeros ceros de  $J_0(x)$ , y si se mira el dibujo del patrón de franjas (Fig. 24-b) obtenido por interferometría holográfica en tiempo promedio de la viga en voladizo antes mencionada, el punto P de la Fig. 24-a cae en el centro de la quinta franja oscura ( $n = 5$ ). Por lo tanto, la amplitud de vibración en P puede determinarse fácilmente con ayuda de la tabla 3-1:

$$\frac{4\pi}{\lambda} z(p) = 14.9309 \Rightarrow z(p) = 1.188 \lambda$$

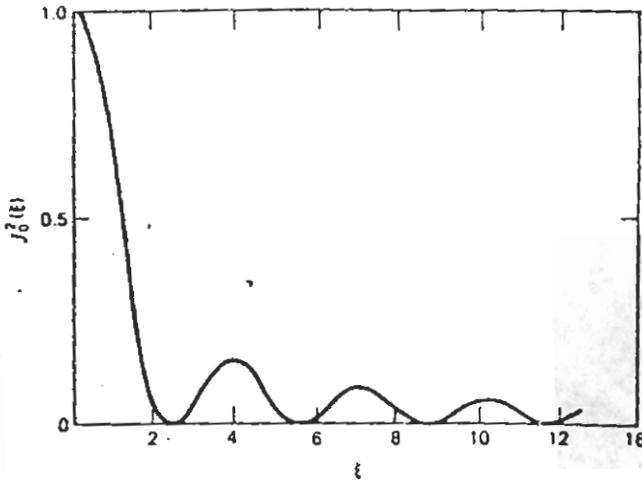


Fig. 26

$n$	$\xi_n$
1	2.4048
2	5.5200
3	8.6537
4	11.7915
5	14.9309
6	18.0710
7	21.2116
8	24.3524
9	27.4934
10	30.6346

Tabla 3 - 1

La amplitud de cualquier otro punto se puede determinar similarmente. Por lo demás, las franjas moduladoras que se forman con este método, difieren de las franjas cosenoidales características del método de doble exposición (ec. 3-6) en que su brillantez y espaciamiento decrecen cuando aumenta el orden. El orden cero es fácilmente identificable pues corresponde a una franja más brillante que las demás (franja nodal). Esto se ilustra en las Figs. 27-a y 27-b, que son sendas fotografías de dos interferogramas de una lámina circular de acero fuertemente unida a un soporte de latón. La lámina en ambos casos se ha excitado magnéticamente y su vibración ha sido sinusoidal (ver próximo capítulo). En Fig. 27-a, son visibles las franjas circulares en la zona periférica, lo que indica una unión rígida y equilibrada de la lámina en el soporte; en el centro la figura se hace oscura debido a una elevada amplitud de oscilación: la visibilidad de las franjas varía como una  $J_0^2(x)$ . En la Fig. 27-b, la misma lámina oscila en su segundo modo, y es claramente visible una línea nodal en su centro.

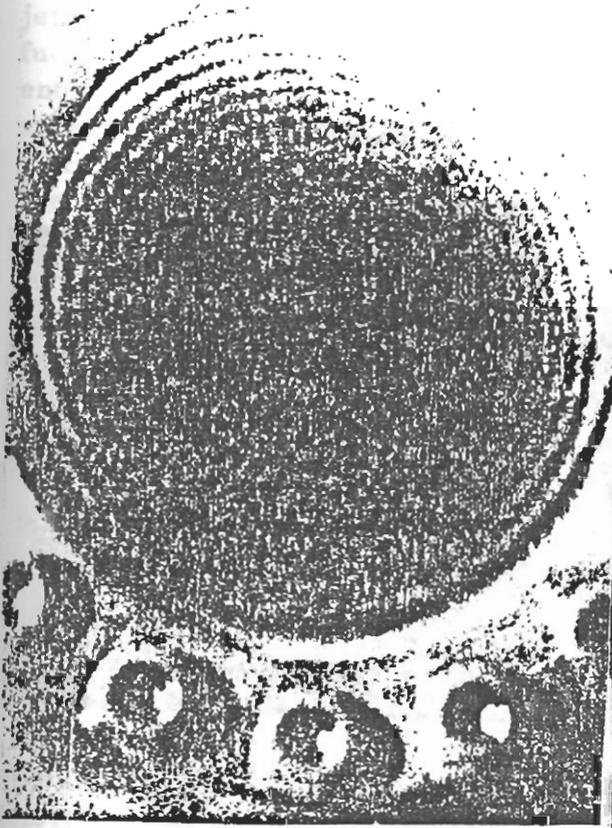


Fig. 27 - a

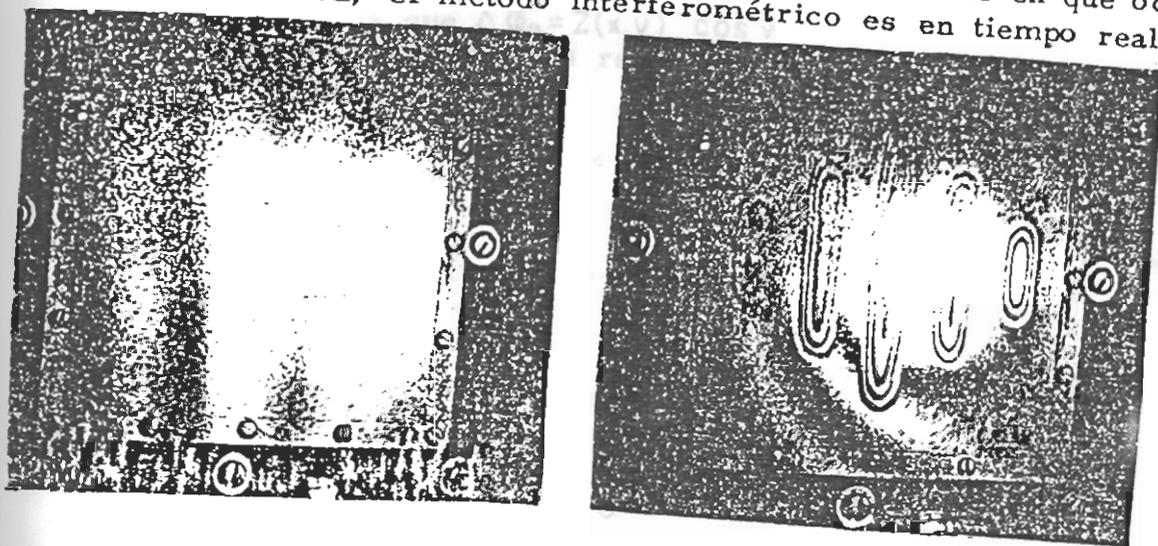


Fig. 27 - b

### 3-4 INTERFEROMETRIA HOLOGRAFICA EN TIEMPO REAL.

En algunas aplicaciones es deseable observar la respuesta del objeto de prueba, a ciertas deformaciones, en tiempo real. Esta técnica consiste en tomar un solo registro holográfico del objeto en estado no deformado, procesar la película y reposicionarla después en el lugar exacto en que fué registrada (la precisión con que el holograma debe ser colocado de nuevo en su posición original, es de algunas longitudes de onda; por ello, en la práctica, la película normalmente es procesada en el mismo lugar de registro, usando una variedad de técnicas de revelado diseñadas especialmente para estas aplicaciones. Ver, por ejemplo, H.M. Smith, et. al.; Appl. Opt., 15, 729-733; 1976 y K.A. Stetson and R.L. Powell. J. Opt. Soc. Am. 55, 1694-1695; 1965). El holograma es ahora recons-

truido en esa posición usando un haz de construcción idéntico al de referencia; la imagen reconstruida se superpone entonces con el objeto original, que a su vez es iluminado con la misma luz con que fue creado el holograma. Las franjas de interferencia se observan entonces al deformar ligeramente el objeto; y puesto que la comparación interferométrica entre el objeto deformado y su imagen holográfica virtual original, se hace en el mismo instante en que ocurre la deformación, el método interferométrico es en tiempo real.



Holograma del objeto no deformado

Objeto deformado: franjas obtenidas en tiempo real

Fig. 28

Para el análisis matemático consideraremos que el objeto está sometido a una vibración armónica, y que las intensidades del objeto y de su imagen son iguales. Entonces, si  $U_0(x, y)$  denota la amplitud compleja de la onda objeto reconstruida holográficamente, y  $U_0(x, y, t)$  es la amplitud compleja instantánea del objeto mismo, podemos poner

$$U_0(x, y) = a_0(x, y)e^{i\phi_0(x, y)}$$

$$U_0(x, y, t) = a_0(x, y)e^{i[\phi_0(x, y) + \Delta\phi_0(x, y; t)]} \quad (3-18)$$

donde  $\Delta\phi_0$  es el cambio de fase debido al desplazamiento o deformación del objeto en cualquier tiempo  $t$ .

La perturbación compleja instantánea en el objeto será entonces proporcional a la suma de la onda imagen reconstruida  $U_0$  y la onda ahora dispersada por el objeto  $U'_0$ , es decir,

$$u_i \propto (U_0 + U'_0) = a_0(x,y) e^{i\Phi_0} + a_0(x,y) e^{i[\Phi_0 + \Delta\Phi_0(x,y;t)]} \quad (3-19)$$

O, si pensamos que  $\Delta\Phi_0 = Z(x,y) \cos wt$ , representa el movimiento armónico del objeto real, tenemos

$$u_i \propto (U_0 + U'_0) = a_0(x,y) e^{i\Phi_0(x,y)} \left\{ 1 + e^{iZ(x,y) \cos wt} \right\} \quad (3-20)$$

y la intensidad instantánea en el espacio objeto-imagen es entonces

$$\begin{aligned} I_i(x,y;t) &= |u_i|^2 \propto a_0^2(x,y) \left| 1 + e^{iZ(x,y) \cos wt} \right|^2 \\ &= a_0^2(x,y) \left\{ 2 + e^{iZ \cos wt} + e^{-iZ \cos wt} \right\} \\ &= 2a_0^2(x,y) \left\{ 1 + \cos[Z \cos wt] \right\} \end{aligned} \quad (3-21)$$

Una vez hemos encontrado la distribución de intensidad instantánea, es necesario promediar sobre el tiempo de integración del ojo humano. Es decir, puesto que el ojo humano retiene las imágenes en su retina por un tiempo de aproximadamente 0.04 s (Ch. M. Vest, pag. 199), si la frecuencia de vibración está por encima de 25 Hz, se podrá ver en promedio temporal la distribución de intensidad. Por esta razón, más que la intensidad instantánea, debemos calcular el promedio temporal de la ec. (3-21) con un tiempo de integración apropiado, por ejemplo, un período de vibración:  $T = 2\pi/\omega$ , es decir,

$$I_i(x,y) \propto 2a_0^2(x,y) \frac{1}{T} \int_0^T [1 + \cos(Z \cos wt)] dt \quad (3-22)$$

Al evaluar la integral (Ver G. Arfken, *Mathematical methods for physicists*, pag. 483), la intensidad media es

EN PRUE

$$I_i(x, y) \propto 2\sigma_0^2(x, y) [1 + J_0(Z)]$$

(3 -23)

Esta ecuación no es igual a la ecuación encontrada para el caso de interferometría en media temporal (ec. 3-17), pues ahora aparece un término unitario adicional, y la función de Bessel de orden cero está elevada a la primera potencia y no a la segunda. Estos dos factores causan una notable reducción en la visibilidad de las franjas comparadas con el fuerte contraste que aparece en la interferometría en tiempo promedio. Además, otra diferencia adicional que resulta del hecho de que la función de Bessel esté elevada a la primera potencia, es que el método de tiempo real es menos sensible que el de tiempo promedio, esto es, el número total de franjas en aquel es la mitad de las que aparecen en este.

En suma, a pesar de la ventaja del método de tiempo real de exigir el registro de un sólo holograma, presenta, en cambio, como desventajas el bajo contraste y una sensibilidad notablemente reducida cuando se estudian movimientos vibratorios; además del difícil problema técnico de exponer y procesar la película "in situ".

Los experimentales que presentaremos, hacen parte del grado "Estudio de los modos de vibración de láminas con métodos holográficos", realizada en 1982 por Aurelio di Franco, de la Facultad de Ingeniería de Roma, bajo la dirección de los profesores Franco Santis. La parte del cálculo numérico estuvo a cargo del profesor Giovanni Santucci, mientras que la exposición se realizó con la ayuda del autor del presente trabajo.

Además, para el caso de una lámina plana, referente al tema de vibraciones, presentaremos citar dos textos de "Vibrations of Plates and Shells", McGraw-Hill 1940; y "Vibration Problems in Engineering", McGraw-Hill Company Inc., Princeton.