

REDUCCIÓN DE VIBRACIONES EN UN EDIFICIO MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE AMORTIGUADORES MAGNETOREOLÓGICOS

REDUCTION OF VIBRATIONS IN A BUILDING USING MAGNETORHEOLOGICAL DAMPERS

LUIS A. LARA V.

DSc Profesor Asistente, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín, Colombia. lualarava@unal.edu.co

JOSÉ L. V. BRITO

DSc Profesor Adjunto, Universidad de Brasilia, Brasil. jlbrito@unb.br

YAMILE VALENCIA G.

DSc Profesora Asistente, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín, Colombia. yvalenc0@unal.edu.co

Recibido para revisar Julio 19 de 2011, aceptado Diciembre 9 de 2011, versión final Enero 11 de 2012

RESUMEN: Uno de los dispositivos de control semi-activo más prometedor es el amortiguador magnetoreológico (MR), el cual se compone de un cilindro hidráulico, bobinas magnéticas y un fluido estimulable, denominado fluido magnetoreológico, cuya principal particularidad es su habilidad para variar, de manera reversible, de un estado líquido lineal viscoso de libre flujo para un estado semi-sólido en apenas milisegundos, cuando es expuesto a un campo magnético. Esta peculiaridad hace de los amortiguadores MR una herramienta ideal para el control de sistemas estructurales, pues con ellos es posible administrar fuerzas de amortiguamiento de forma simple, rápida y segura a un costo relativamente bajo. En el presente trabajo se analiza la respuesta estructural de un edificio tipo pórtico de dos pisos controlado por un par de amortiguadores MR administrados por un regulador lineal cuadrático (LQR) asociado a un algoritmo de selección de señal de comando desarrollado en el controlador clipped optimal. Los resultados obtenidos mostraron reducciones superiores al 49% y 76%, respectivamente, de picos de respuesta y de valores RMS de respuesta.

PALABRAS CLAVE: Dinámica de estructuras, control de vibraciones, amortiguador magnetoreológico, control LQR.

ABSTRACT: One of the most promising device of semi-active control is the magnetorheological (MR) damper, which consists of a hydraulic cylinder, magnetic coils and a stimulate fluid called magnetorheological fluid, whose main feature is its ability to vary from a linear viscous liquid free-flowing state to a semi-solid state in just milliseconds when exposed to a magnetic field. This peculiarity makes the MR dampers an ideal tool for the control of structural systems, because with them it's possible manage damping forces in a simple, fast and secure way to a relatively low cost. This paper analyzes the structural response of a two-story building controlled by a pair of MR dampers operated by a linear quadratic regulator (LQR) associated with a algorithm developed to choose command signal of the clipped optimal controller. The results showed reductions higher than 49% and 76% of peak response and RMS values of response, respectively.

KEYWORDS: Dynamic of structures, vibration control, magnetorheological damper, LQR control.

1. INTRODUCCIÓN

El control estructural es una metodología nacida en el siglo XX con el objetivo de proteger sistemas estructurales sometidos a la acción de cargas dinámicas. Esta tecnología promueve la alteración de la rigidez y el amortiguamiento de la estructura mediante la adición de dispositivos externos y/o la acción de fuerzas externas, pudiendo ser clasificada como control pasivo, control activo, control híbrido o control semi-activo (Soong y Dargush, 1997; Spencer Jr. y Soong, 1999; Gómez *et al.* 2008).

En los últimos años los dispositivos de control semi-activo han venido recibiendo una notable atención debido a su versatilidad, que posibilita contar con las mejores características del control pasivo y activo. De acuerdo con Housner *et al.* (1997), los dispositivos de control semi-activo son aquellos que permiten modificar las propiedades mecánicas de la estructura controlada sin la necesidad de inyectar grandes cantidades de energía al sistema, pudiendo operar con pequeñas fuentes de energía externas, como por ejemplo baterías. El ajuste de las propiedades mecánicas del sistema es generalmente realizado

retroalimentando los dispositivos semi-activos con los datos de respuesta y de excitación medidos, así, y de la misma manera que en un sistema activo, un controlador monitorea los registros obtenidos y genera a través de un comando apropiado, basado en un algoritmo de control predeterminado, una señal para el dispositivo semi-activo. Ya las fuerzas de control son desarrolladas de la misma forma que en un sistema pasivo, esto es, como resultado del movimiento de la estructura. Entre las principales ventajas que pueden ser atribuidas a este tipo de dispositivos se puede mencionar el mejor desempeño con respecto a estrategias de control pasivo e inclusive con estrategias de control activo, la adaptabilidad propia de los dispositivos activos sin la necesidad de altos gastos de energía, la estabilidad del sistema debido a la incapacidad de los dispositivos semi-activos de inyectar energía a la estructura y finalmente la confiabilidad (Dyke, 1996; Symans y Constantinou, 1999; Yang, 2001; Dias, 2005).

Aunque existe una amplia variedad de dispositivos semi-activos, a lo largo de los últimos años un dispositivo específico ha venido llamando la atención de la comunidad científica mundial, debido principalmente a su buen desempeño. Este dispositivo, clasificado como un amortiguador de fluido controlable, es llamado amortiguador magnetoreológico.

Los amortiguadores magnetoreológicos (MR) son dispositivos de control semi-activo altamente no-lineales, compuestos por un cilindro hidráulico, bobinas magnéticas y un fluido estimulable, denominado fluido magnetoreológico, que consiste de partículas magnéticamente polarizables suspensas en un medio oleoso, cuya principal particularidad es su habilidad para cambiar, de manera reversible, de un estado líquido lineal viscoso de libre flujo para un estado semi-sólido en milisegundos, cuando es expuesto a un campo magnético. Esta peculiaridad hace de los amortiguadores MR una herramienta ideal para el control de sistemas estructurales, pues con ellos es posible cambiar las fuerzas de amortiguamiento de forma simple, rápida y segura a un costo relativamente bajo.

El objetivo de esta publicación es verificar de forma numérica la eficiencia de un sistema de control semi-activo compuesto por amortiguadores magnetoreológicos, administrados por un algoritmo

regulador lineal cuadrático (LQR) asociado al selector de señal de comando del controlador *clipped optimal*, para reducir la respuesta estructural de un pórtico espacial que se encuentra sometido a la acción de una excitación dinámica externa.

2. MODELO NUMÉRICO DE AMORTIGUADORES MR

El modelo numérico de los amortiguadores MR es desarrollado utilizando un modelo paramétrico bastante eficiente propuesto por Spencer Jr. *et al.* (1997), este sistema es conocido como modelo fenomenológico para amortiguadores MR (Figura 1). El modelo fenomenológico consiste de un amortiguador colocado en serie con un modelo que emula el comportamiento de sistemas con histéresis (modelo de Bouc-Wen) y un resorte colocado en paralelo con el sistema.

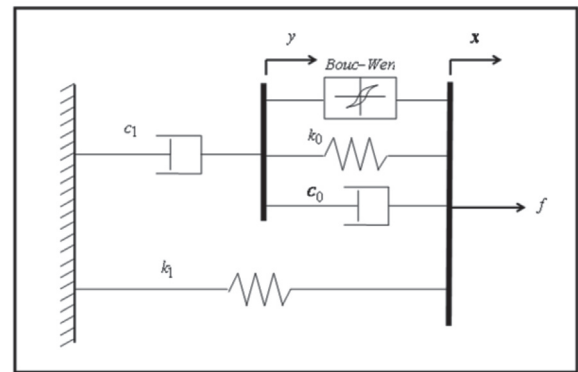


Figura 1. Modelo fenomenológico para amortiguadores MR.

Para obtener las ecuaciones gobernantes del sistema, el modelo será dividido en dos partes. Considerando solamente la sección superior del modelo se tiene:

$$c_1 \dot{y} = \alpha z + k_0(x - y) + c_0(\dot{x} - \dot{y}) \quad (1)$$

Donde la variable evolutiva z está gobernada por:

$$\dot{z} = -\gamma |\dot{x} - \dot{y}| z |z|^{n-1} - \beta (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + A(\dot{x} - \dot{y}) \quad (2)$$

Resolviendo la ecuación (1) en términos de \dot{y} se tiene:

$$\dot{y} = \frac{1}{(c_0 + c_1)} (\alpha z + c_0 \dot{x} + k_0(x - y)) \quad (3)$$

Ya la fuerza total generada por el sistema será la suma de la sección superior e inferior del sistema, así:

$$f = \alpha z + c_0(\dot{x} - \dot{y}) + k_0(x - y) + k_1(x - x_0) \quad (4)$$

Sustituyendo la ecuación (1) en la ecuación (4) se tiene:

$$f = c_1 \dot{y} + k_1(x - x_0) \quad (5)$$

En este modelo, la rigidez del acumulador está representada por k_1 y el amortiguamiento viscoso observado a grandes velocidades está representado por c_0 . Un amortiguador representado por c_1 , está incluido en el modelo con el objetivo de reproducir el comportamiento observado a bajas velocidades, k_0 controla la rigidez a grandes velocidades y x_0 representa el desplazamiento inicial del resorte con rigidez k_1 asociado con la fuerza nominal de amortiguamiento debida al acumulador del amortiguador.

3. CONTROL SEMI-ACTIVO MEDIANTE EL USO DEL REGULADOR LINEAL CUADRÁTICO (LQR) ASOCIADO AL ALGORITMO DE SELECCIÓN DE SEÑAL DE COMANDO DEL CONTROLADOR CLIPPED OPTIMAL

El algoritmo de control que será utilizado en este trabajo será realizado empleando el método del regulador lineal cuadrático en conjunto con la estrategia de selección de señal de comando del controlador *clipped optimal* desarrollada y utilizada por Dyke (1996).

El método del LQR surgió en los años 1960 como uno de los enfoques del control moderno que se centra en operar sistemas dinámicos al menor costo. Este método consiste básicamente en optimizar un índice de desempeño cuadrático donde el control es una función lineal del vector de estado del sistema. Dentro de las principales ventajas de este método de control se pueden citar los altos niveles de estabilidad, la robustez y la relativa facilidad de computo cuando se le compara con otros métodos (Lublin e Athans, 1999).

El controlador LQR será utilizado en este trabajo para determinar las fuerzas de control óptimas del sistema, aunque en los amortiguadores MR no se tenga control directo de estas fuerzas. Para inducir los dispositivos de control a desarrollar fuerzas próximas de las fuerzas de control obtenidas en el problema LQR, el voltaje aplicado en los amortiguadores deberá ser seleccionado cuidadosamente, debido al hecho de que los dispositivos son mecanismos altamente no-lineales. Para alcanzar tal objetivo se empleará el algoritmo de selección de voltaje del controlador *clipped optimal*.

3.1 El problema del regulador lineal cuadrático (LQR)

Considérese un sistema estructural de n grados de libertad cuyo comportamiento dinámico está regido por la siguiente ecuación matricial de movimiento:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = Du(t) + Ef(t) \quad (6)$$

El siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales simultáneas de primer orden, comúnmente conocido como ecuación de estado, facilita el manejo de la ecuación (6):

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + Bu(t) + Hf(t), \\ z(0) &= z_0 \end{aligned} \quad (7)$$

Donde:

$$z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Es el vector de estado de dimensión $(2n)$ y $x(t)$ es el vector de desplazamientos de orden (n) .

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (9)$$

Es la matriz de estado del sistema de orden $(2n \times 2n)$, siendo $\mathbf{0}$ una matriz nula de orden $(n \times n)$ y I una matriz identidad de orden $(n \times n)$.

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ M^{-1}D \end{bmatrix} \quad e \quad H = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ M^{-1}E \end{bmatrix} \quad (10)$$

Son matrices de localización de orden $(2n \times m)$ y $(2n \times r)$, respectivamente, que establecen la posición de los dispositivos de control y de la excitación externa en la ecuación de estado mediante las matrices \mathbf{D} y \mathbf{E} .

Finalmente, \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} son, respectivamente, las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez de orden $(n \times n)$, $\mathbf{x}(t)$ es el vector de desplazamiento de dimensión (n) , $\mathbf{f}(t)$ es el vector de dimensión (r) que representa la carga aplicada en el sistema y $\mathbf{u}(t)$ es el vector (m) dimensional que representa la fuerza de control. Las matrices \mathbf{D} y \mathbf{E} son matrices de orden $(n \times m)$ y $(n \times r)$ que definen la localización de las fuerzas de control (posición de los m controladores) y de las excitaciones externas (posición de las r fuerzas externas), respectivamente.

El problema del regulador lineal cuadrático (LQR) consiste en seleccionar un vector de control $\mathbf{u}(t)$ de tal forma que un índice de desempeño J sea minimizado restringido a la ecuación de estado del sistema. La forma del índice de desempeño J es cuadrática en $\mathbf{z}(t)$ y $\mathbf{u}(t)$ para el caso específico del control estructural. Así, seleccionando $t_0 = 0$, se puede representar el índice de desempeño J como:

$$J = \int_0^{t_f} [\mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)]dt \quad (11)$$

Donde \mathbf{Q} es una matriz positiva semi-definida de orden $(2n \times 2n)$ y \mathbf{R} es una matriz positiva definida de orden $(m \times m)$. Estos arreglos son comúnmente llamados de matrices de ponderación, debido a que sus magnitudes son definidas de acuerdo con la importancia relativa dada, respectivamente, a las variables de estado y a las fuerzas de control en el proceso de minimización.

Para resolver el problema del LQR con J definido por la ecuación (11) sometido a la restricción impuesta por el sistema descrito en la ecuación (7), se forma el Lagrangiano L agrupando estas dos ecuaciones con un multiplicador de Lagrange variable a lo largo del tiempo $\boldsymbol{\lambda}(t)$. Por tanto:

$$L = \int_0^{t_f} \{\mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t)[\mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\mathbf{f}(t) - \dot{\mathbf{z}}(t)]\}dt \quad (12)$$

El multiplicador de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}(t)$ también es

conocido como el vector de co-estado y asegura que la ecuación de estado sea considerada en el proceso de minimización.

Las condiciones necesarias que definen el control óptimo pueden ser encontradas por medio de la primera derivada del Lagrangiano en relación al estado y a las variables de control e igualando esta expresión a cero. La primera variación del Lagrangiano es:

$$\delta L = -\boldsymbol{\lambda}^T(t_f)\delta\mathbf{z}(t_f) + \boldsymbol{\lambda}^T(0)\delta\mathbf{z}(0) + \int_0^{t_f} \left[\left(\dot{\boldsymbol{\lambda}}^T + \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial \mathbf{z}} \right) \delta\mathbf{z} + \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial \mathbf{u}} \delta\mathbf{u} \right] dt \quad (13)$$

Donde \mathcal{K} es el Hamiltoniano definido como el integrando de la ecuación (12).

Partiendo de la condición inicial de la ecuación (6) se puede concluir que $\delta\mathbf{z}(0) = 0$. Como se necesita de que $\delta L = 0$, se debe cumplir que:

$$\frac{\partial \mathcal{K}}{\partial \mathbf{u}} = 0, \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (14)$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}^T + \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{0}, \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (15)$$

Con condición de frontera:

$$\boldsymbol{\lambda}^T(t_f) = \mathbf{0} \quad (16)$$

Derivando parcialmente \mathcal{K} con relación a \mathbf{u} y \mathbf{z} se obtiene:

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\mathbf{A}^T\boldsymbol{\lambda} - 2\mathbf{Q}\mathbf{z}, \quad \boldsymbol{\lambda}(t_f) = \mathbf{0} \quad (17)$$

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\boldsymbol{\lambda} \quad (18)$$

El conjunto de ecuaciones (7), (17) y (18) proporcionan la solución óptima para $\mathbf{z}(t)$, $\mathbf{u}(t)$ y $\boldsymbol{\lambda}(t)$. Particularmente, la ecuación (18) es el término de control óptimo expresado como función de co-estado. Resta, por tanto, determinar una relación entre el co-estado y el estado. Para tal fin, se asume que el vector de control sea regulado por el vector de estado, es decir, se realiza un control de malla cerrada que significa que

la respuesta estructural del sistema será continuamente monitoreada, utilizando esta información para realizar correcciones permanentes en las fuerzas de control aplicadas. Así, asumiendo que la relación entre co-estado y estado es lineal, se tiene:

$$\lambda(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{z}(t) \quad (19)$$

La matriz $\mathbf{p}(t)$ se determina derivando la ecuación (19) en función del tiempo, obteniendo:

$$\dot{\lambda}(t) = \dot{\mathbf{P}}(t)\mathbf{z}(t) + \mathbf{P}(t)\dot{\mathbf{z}}(t) \quad (20)$$

Sustituyendo las ecuaciones (7), (18), (19) y (20) en la ecuación (17) se obtiene:

$$\begin{aligned} \left[\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t) + \right. \\ \left. \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) + 2\mathbf{Q} \right] \mathbf{z}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{H}\mathbf{f}(t) = \mathbf{0} \quad (21) \\ \mathbf{P}(t_f) = \mathbf{0} \end{aligned}$$

Asumiendo que $\mathbf{f}(t) = \mathbf{0}$, la ecuación (21) es reducida a:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t) + \\ \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{P}(t_f) = \mathbf{0} \quad (22) \end{aligned}$$

En la teoría de control óptimo, la ecuación (21) es llamada de ecuación de la matriz de Riccati, donde $\mathbf{P}(t)$ es la matriz de Riccati. Dado que $\mathbf{P}(t)$ es especificado en t_f , esta ecuación se resuelve de forma retroactiva en el dominio del tiempo.

La sustitución de la ecuación (19) en la ecuación (18) muestra que el vector de control $\mathbf{u}(t)$ es lineal en $\mathbf{z}(t)$. Así, la ley de control óptima es:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}(t)\mathbf{z}(t) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t)\mathbf{z}(t) \quad (23)$$

Donde $\mathbf{G}(t)$ es la ganancia del control.

Estrictamente hablando, la matriz de Riccati $\mathbf{P}(t)$ obtenida de la ecuación (22) no proporciona una solución óptima a menos que el término de la excitación $\mathbf{f}(t)$ desaparezca dentro del intervalo de control $[0, t_f]$

o ésta sea un proceso estocástico de tipo ruido blanco. En aplicaciones estructurales, cálculos numéricos demostraron que la matriz de Riccati permanece generalmente constante en el intervalo de control, cayendo rápidamente para cero cuando se aproxima a t_f . Así, $\mathbf{P}(t)$ puede ser, en la mayor parte de los casos, aproximada a una matriz constante \mathbf{P} haciendo con que la ecuación de Riccati se reduzca a:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (24)$$

Con esto, la ganancia del control pasa a ser también una constante caracterizada por la siguiente expresión:

$$\mathbf{G} = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} \quad (25)$$

Por último, sustituyendo la ecuación (23) en la ecuación (7) se consigue determinar el comportamiento de la estructura controlada. El resultado es:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G})\mathbf{z}(t) + \mathbf{H}\mathbf{f}(t) \\ \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0 \quad (26) \end{aligned}$$

3.2 Algoritmo de selección de voltaje del controlador *clipped optimal*

Debido al hecho de que el incremento o la reducción de las fuerzas producidas por el amortiguador MR son controladas indirectamente mediante el voltaje aplicado al dispositivo, este será el foco principal para generar fuerzas de control próximas de las fuerzas de control deseadas. Para eso será utilizado el selector de señal de comando del algoritmo *clipped optimal* desarrollado por Dyke (1996).

El algoritmo para la selección de voltaje que debe ser aplicado a los amortiguadores MR es presentado a continuación:

$$\mathbf{v}_i = V_{max}H((\mathbf{u}_c - \mathbf{u})\mathbf{u}) \quad (27)$$

Donde V_{max} es el voltaje asociado a la saturación del campo magnético del dispositivo de control, H es la función escalón unitario, \mathbf{u}_c es la fuerza de control deseada

y \mathbf{u} la fuerza producida por el amortiguador MR.

4. MODELO UTILIZADO

El modelo utilizado consiste de un pórtico espacial de dos pisos con 2m de altura cada uno y tres grados de libertad por piso (desplazamientos horizontales en los ejes X y Y y rotación en torno del eje Z). En planta, el edificio es un rectángulo con distancia entre columnas de 3m en la dirección Y y de 4m en la dirección del eje X . Los elementos estructurales del pórtico son hechos en acero, utilizando perfiles comerciales tipo HE 140B para las columnas e IPE 180 para las vigas. Otros elementos que componen el pórtico son las losas de los pisos, las cuales fueron formadas por placas de acero revestidas en concreto. Además, el modelo considera el uso de un par de amortiguadores MR de referencia RD-1005-3 instalados en el primer piso del edificio, los cuales serán los mecanismos encargados de controlar el sistema. La Figura 2 presenta un esquema del modelo estructural utilizado.

Este modelo es un prototipo experimental en escala 2:3 construido en el Laboratorio del Departamento de Estructuras, Geotecnia y Geología Aplicada de la Universidad de Basilicata, en Italia, el cual fue empleado en un proyecto de investigación conjunto entre la Red de Laboratorios Universitarios Italianos de Ingeniería Sísmica (ReLUIS) y el Departamento de Protección Civil Italiano (DPC), denominado proyecto ReLUIS-DPC 2005-2008.

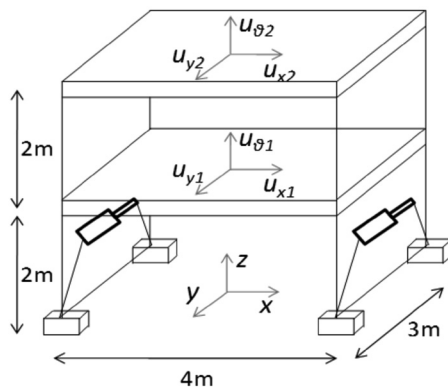


Figura 2. Modelo estructural utilizado.

4.1 Parámetros y propiedades del edificio

La matriz de masa de la estructura fue definida como una matriz diagonal que representa la idealización de

que la masa del sistema se concentra en el centro de masa de las losas. Así, la matriz de masa del edificio es:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2660 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2660 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7600 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2660 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2660 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7170 \end{pmatrix} \quad (28)$$

Donde los elementos asociados al desplazamiento tienen unidades de kg y los elementos asociados a la rotación tienen unidades de $\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

La matriz de rigidez del edificio analizado, determinada con base en la hipótesis del diafragma, es:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 28888 & 0 & 0 & -11596 & 0 & 0 \\ 0 & 12303 & 0 & 0 & -5550 & 0 \\ 0 & 0 & 114379 & 0 & 0 & -48376 \\ -11596 & 0 & 0 & 7621 & 0 & 0 \\ 0 & -5550 & 0 & 0 & 4524 & 0 \\ 0 & 0 & -48376 & 0 & 0 & 35330 \end{pmatrix} \quad (29)$$

Donde los elementos asociados al desplazamiento tienen unidades de kN/m y los elementos asociados a la rotación tienen unidades de $\text{kN}\cdot\text{m}$.

Finalmente, fue asumido que la matriz de amortiguamiento del edificio será equivalente a 10% del valor de la matriz de masa (valor comúnmente encontrado en la práctica para este tipo de estructura), lo que corresponde a una razón de amortiguamiento de 0,2% con relación a la primera frecuencia del modelo.

4.2 Parámetros y propiedades de los amortiguadores MR

Basili (2006) identificó los parámetros que caracterizan el comportamiento del amortiguador MR RD-1005-3. El autor encontró que algunos de estos parámetros permanecían constantes bajo diversas condiciones de operación, así, por ejemplo, fueron definidos, con base en ensayos que buscaban determinar las características mecánicas del disipador, valores fijos de k_{ρ} , n y $k_1(x-x_0)$, mientras que otros, como los valores de A , β y γ , son

valores constantes sugeridos en la literatura (Spencer Jr. *et al.*, 1997). Los parámetros del amortiguador que se asumieron como constantes son listados en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros constantes del amortiguador MR RD-1005-3 (Carneiro, 2009).

A (m)	β (m)	γ (m)	$k_f(x-x_0)$ (N)	k_0 (N/m)	n
20000	10000	10000	60	2020	2

Por otra parte, Basili (2006) identificó los parámetros α , c_0 y c_1 del amortiguador MR RD-1005-3 como parámetros dependientes del voltaje. Las ecuaciones que describen estas relaciones son:

$$\alpha = 58v^2 + 112v + 51 \text{ (N)} \quad (30)$$

$$c_0 = -1,25v^2 + 4,15v + 1,62 \text{ (Ns/mm)} \quad (31)$$

$$c_1 = 11,53v^2 + 37,68v + 11,87 \text{ (Ns/mm)} \quad (32)$$

5. RESULTADOS OBTENIDOS

Con el objetivo de determinar la eficiencia del proyecto de control desarrollado, el modelo utilizado fue sometido a la acción de una aceleración en la base con duración de 40s y una amplitud máxima absoluta de 1,47m/s², registro de aceleración procedente del proyecto de investigación ReLUIS-DPC 2005-2008 desarrollado en Italia. Este registro de aceleración es de origen natural y globalmente reproduce el espectro de suelo tipo B de acuerdo con la norma Italiana OPCM3431, además, este acelerograma pasó por una preparación inicial consistente en escalonarlo en el tiempo y en la magnitud para hacerle compatible con las dimensiones de la estructura. El registro de aceleración utilizado puede ser observado en la Figura 3.

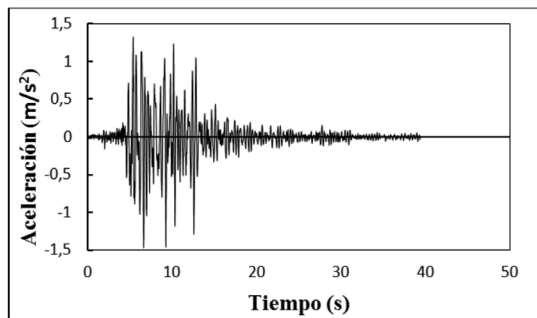


Figura 3. Registro de aceleración utilizado.

El algoritmo de selección de señal de comando del control *clipped optimal* comparará las fuerzas producidas por los amortiguadores con las fuerzas de control deseadas, determinando así el voltaje requerido para aproximar estas fuerzas. Parte de la desventaja de este tipo de control está en presentar un selector de señal binario, es decir, el controlador solo permitirá que el voltaje que es aplicado al dispositivo de control tenga dos valores, un valor mínimo donde el amortiguador permanece apagado (voltaje=0V) o un valor máximo que para el caso específico de este trabajo es de 2.5V.

Uno de los mayores desafíos al utilizar este tipo de control consiste en determinar de manera adecuada los valores de las matrices de ponderación Q y R incluidas en el índice de desempeño a minimizar en el problema LQR. Debido a la falta de criterios establecidos en la literatura, el proceso de selección de estas matrices es bastante artesanal convirtiéndose en un procedimiento de tentativa y error. En su trabajo, Carneiro (2009) utilizó este procedimiento para evaluar el desempeño de distintas matrices de ponderación que consiguieron equilibrar la eficiencia del control y el consumo de energía en el sistema analizado. La conclusión del estudio de la autora evidenció que la matriz de ponderación Q demostró mayor eficiencia cuando se emplea en ella la matriz de rigidez estructural del sistema, mientras que la matriz de ponderación R es mucho más eficiente y equilibrada cuando se utiliza la matriz identidad multiplicada por un factor establecido. Con base en este criterio fueron seleccionadas las siguientes matrices de ponderación:

$$Q = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$R = 4 \times 10^{-7} I \quad (34)$$

Donde Q y R son matrices de orden 12x12 y 2x2, respectivamente.

Las Figuras 4 y 5 presentan las respuestas para el primero y segundo piso, respectivamente, del modelo sometido a la acción de la aceleración mostrada en la Figura 4, cuando el sistema es administrado con el controlador LQR asociado al algoritmo de selección de señal del control *clipped optimal* y cuando el sistema no es controlado.

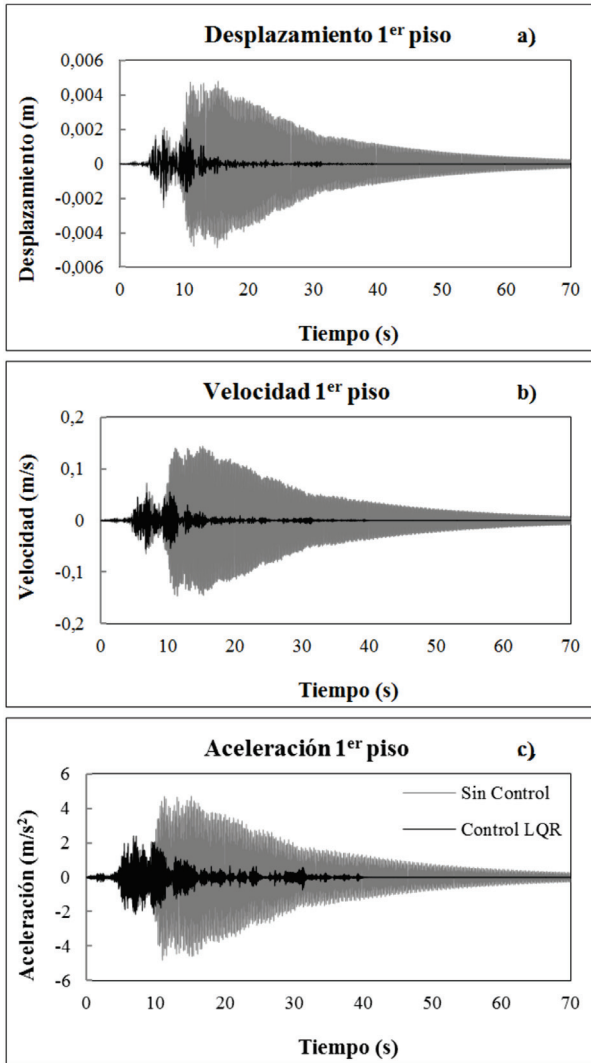


figura 4. Respuestas en el primer piso del modelo para los casos sin control y controlado mediante el LQR: a) Desplazamiento, b) Velocidad y c) Aceleración.

La Tabla 2 presenta un resumen con los valores de respuesta cuando el sistema es administrado por el control semi-activo LQR asociado al algoritmo de selección de señal de comando *clipped optimal*. Esta Tabla ofrece también los porcentajes de reducción de cada respuesta cuando se les compara con los valores obtenidos cuando el sistema no es controlado.

Otros factores importantes a tener en cuenta en el control semi-activo son el comportamiento y la variación del voltaje y de las fuerzas introducidas por los dispositivos de control en el sistema. Cabe recordar

que las variaciones bruscas de la fuerza son causadas principalmente por las variaciones repentinas en el voltaje como consecuencia de las decisiones tomadas por el algoritmo de selección de señal

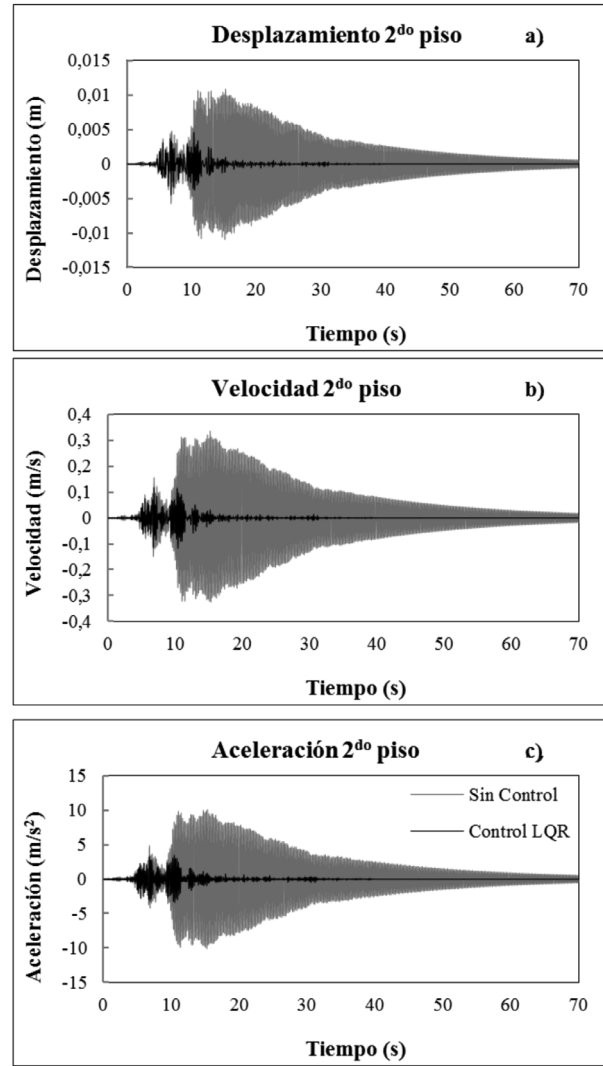


Figura 5. Respuestas en el segundo piso del modelo para los casos sin control y controlado mediante el LQR: a) Desplazamiento, b) Velocidad y c) Aceleración.

. Para entender mejor estas variaciones son presentadas las Figuras 6 y 7, las cuales muestran, respectivamente, la variación del voltaje y la fuerza en función del tiempo. Buscando obtener una mejor visualización de la variación del voltaje a lo largo del tiempo, el tiempo de análisis utilizado en la Figura 6 fue reducido a solo 10 segundos.

Tabla 2. Valores de respuesta obtenidos en el sistema administrado por el control semi-activo LQR.

Valores de respuesta		Primer piso	Segundo piso
Desplazamiento	Pico máximo (m)	0,0021	0,0046
	Reducciones pico (%)	57,14	58,18
	Valor <i>RMS</i> (m)	0,0002	0,0005
	Reducciones valor <i>RMS</i> (%)	83,16	83,53
Velocidad	Pico máximo (m/s)	0,0564	0,1191
	Reducciones pico (%)	61,53	64,52
	Valor <i>RMS</i> (m/s)	0,0066	0,0142
	Reducciones valor <i>RMS</i> (%)	84,83	85,64
Aceleración	Pico máximo (m/s ²)	2,4590	3,4608
	Reducciones pico (%)	49,36	65,98
	Valor <i>RMS</i> (m/s ²)	0,3184	0,4416
	Reducciones valor <i>RMS</i> (%)	76,39	85,48

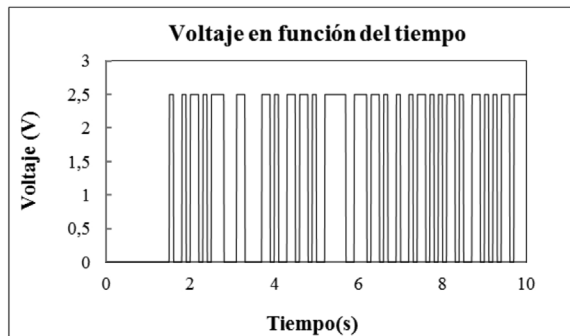


Figura 6. Variación del voltaje en el sistema controlado

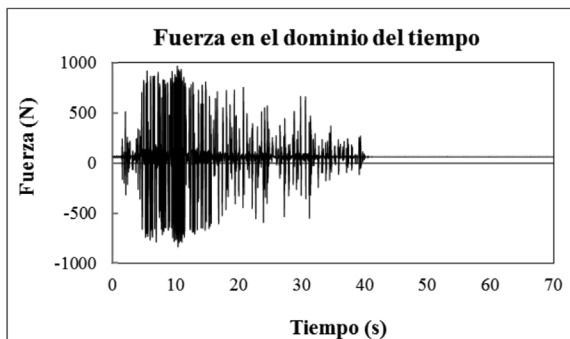


Figura 7. Comportamiento de la fuerza de los amortiguadores MR.

6. CONCLUSIONES

La estrategia de control desarrollada indicó ser una herramienta eficiente, robusta y confiable para ser utilizada como administradora de amortiguadores magnetoreológicos. El conjunto “algoritmo-dispositivo de control” analizado se mostró suficientemente apto para realizar a cabo la tarea de reducción de la respuesta del pórtico tridimensional estudiado, confirmando así el potencial de uso que presenta este sistema de control semi-activo en edificaciones.

El controlador mostró resultados bastante satisfactorios en la reducción de valores de respuesta, especialmente desplazamiento y velocidad. Esta estrategia de control es particularmente rápida, lo que se convierte en su principal ventaja frente a otras estrategias de control existentes. Por otra parte, su principal desventaja es su sensibilidad a algunos parámetros específicos como es el caso de las matrices de ponderación Q y R .

AGRADECIMENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero dado por el CNPq para el desarrollo de este trabajo.

REFERENCIAS

[1] Soong, T. T. and Dargush, G. F., Passive energy dissipation systems in structural engineering. John Wiley & Sons, Chichester, 1997.

[2] Spencer, JR., B.F. and Soong, T.T., New applications and development of active, semi-active and hybrid control techniques for seismic and non-seismic vibration in the USA. International Post-SMiRT Conference Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibration of Structures, Cheju, Korea, 1999.

[3] Gómez, D., Marulanda, J. and Thomson, P., Sistemas de control para la protección de estructuras civiles sometidas a cargas dinámicas. Dyna, 155, pp. 77-89, 2008.

[4] Housner, G.W., Bergman, L.A., Caughey, T.K., Chassiakos, A.G., Claus, R.O., Masri, S.F., Skelton, R.E., Soong, T.T., Spencer, B.F. and Yao, J.T.P., Structural Control: Past, Present and Future. Journal of Engineering Mechanics, 123(9), pp. 897-971, 1997.

[5] Dyke, S.J., Acceleration feedback control strategies for active and semi-active control systems: modeling,

algorithm development, and experimental verification [PhD Dissertation], Notre Dame, Indiana: University of Notre Dame, 1996.

[6] Symans, M.D. and Constantinou, M.C., Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review, *Engineering structures*, 21, pp. 469-487, 1999.

[7] Yang, G., Large-Scale Magnetorheological Fluid Damper for Vibration Mitigation: Modeling, Testing and Control [PhD Dissertation], Notre Dame, Indiana: University of Notre Dame, 2001.

[8] Dias, C.M., Fuzzy Control of Magnetorheological Dampers for Vibration Reduction of Seismically Excited Structures [PhD Dissertation], Tallahassee, Florida: The Florida State University, 2005.

[9] Spencer, JR., B.F.; Dyke, S.J., Sain, M.K. and Carlson, J.D., Phenomenological model of a magnetorheological damper, *Journal of engineering mechanics*, 123(3), pp. 230-238, 1997.

[10] Lublin, L. and Athans, M., Chapter 39: Linear quadratic regulator control, In: *The control handbook*, Volume I, Jaico Publishing House, Mumbai, 1999.

[11] Basili, M., Controllo semi attivo di strutture adiacenti mediante dispositivi magnetoreologici: teoria, sperimentazione e modellazione [Tesi di Dottorato], Roma: Università degli studi di Roma "La Sapienza", 2006.

[12] Carneiro, R.B., Controle semi-ativo de vibrações em estruturas utilizando amortecedor magnetorreológico [Tese de Doutorado], Distrito Federal, Brasília: Universidade de Brasília, 2009.