

Modelos probabilísticos de la Energía Eólica

Para poder determinar la posibilidad de instalar un sistema de conversión de energía eólica (SCEE) en una localidad específica, es necesario conocer las características del viento en dicho sitio. La potencia generada por las turbinas eólicas es generalmente variable, debido a la naturaleza incontrolable de la fuente. Es necesario un conocimiento de las velocidades medias del viento, de sus niveles de potencia, duración, frecuencia, correlación, etc., para dimensionar la turbina y calcular el almacenamiento de energía necesario. Estos factores están relacionados con el sitio por escoger.

El artículo analiza varios métodos estadísticos para hacer más eficiente el uso de los datos que existen y de los nuevos por tratar.

Se seleccionaron varios registros de viento tendientes a usar las técnicas estadísticas e identificar los modelos de probabilidad apropiada a las características del viento.

Para todos los años y estaciones dadas por la CAR (Corporación Autónoma Regional), se cuenta con el análisis estadístico general de las variables de velocidad, potencia y energía.

Por la necesidad de hacer el artículo corto, se seleccionó la estación 40 de la CAR llamada el Boquerón, que está localizada en el municipio de Caldas, Boyacá, hoya hidrográfica del río Chiquinquirá (longitud oeste 734509, latitud norte 053623); a una altura de 2.840 M.S.M.; se utilizó un anemómetro tipo Wolple, a 11 metros de altura. Se escogieron también los meses de febrero y noviembre de 1977 para mostrar el estudio concreto. Para el análisis de la serie de tiempo se muestra un lapso de cinco años (1975 a 1979). Se han escrito los algoritmos de computación para poder manejar la gran cantidad de datos para el análisis estadístico y para desarrollar y probar los modelos probabilísticos. Se comparan las gráficas de frecuencia con las distribuciones Weibull y Chi-cuadrado. Se utiliza la prueba de ajuste de Kogomov-Smirnov.

DATOS DEL VIENTO

Se toman medidas cada hora durante las veinticuatro horas del día y se calculan los promedios de todo el mes; estos datos fueron obtenidos de la evaluación efectuada por la CAR. La letra N indica la cantidad de días en que se tomaron los valores a dicha hora, además se muestran el valor promedio, la desviación estándar, el valor mínimo y máximo de la

El siguiente artículo es el resultado de un trabajo realizado por el Ingeniero Guillermo Méndez a través de un proyecto de grado de la Facultad de Ingeniería; como parte integral de la Investigación sobre la Aerogeneración que se lleva a cabo en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional cuyo investigador principal es el Ingeniero Julio Mario Rodríguez D. Se diseñó un banco de datos de vientos en el que el archivo maestro de dicho banco está organizado en forma secuencial y almacenado en cinta con labels independientes para cada año, de tal forma que se puede utilizar en cualquier equipo de computación. Se usaron datos del HIMAT y la CAR para formar el banco, pero para el estudio se usaron los datos de éste último por tener períodos mayores. Se estudiaron las funciones de densidad de probabilidad de la velocidad y la potencia del viento. Los histogramas de velocidad observados se compararon con las distribuciones de Chi-cuadrado y Weibull usando las estadísticas de bondad de ajuste.

GUILLERMO MENDEZ P.

Ingeniero Mecánico

Centro de Cálculo Electrónico

Universidad Nacional de Colombia

JULIO MARIO RODRIGUEZ DEVIS

Ingeniero Mecánico, M.Sc.

Profesor

Instituto de Ensayos e Investigación, U.N.

FEBRERO							SEPTIEMBRE					
HORA	N	Valor promedio	Desviación Estandar	Valor Mínimo	Valor Máximo	Varianza	N	Valor Promedio	Desviación Estandar	Valor Mínimo	Valor máximo	Varianza
1	28	3.18	1.46	0.60	6.10	2.13	28	4.28	2.02	0.60	8.30	4.1
2	28	3.19	1.62	0.60	6.10	2.64	28	4.12	2.18	0.30	9.70	4.8
3	28	3.14	1.73	0.30	5.80	3.00	28	4.20	2.28	0.60	9.20	5.1
4	28	3.35	1.76	0.60	6.80	3.10	28	4.32	2.43	1.10	11.70	5.9
5	28	3.45	1.53	0.80	6.70	2.35	28	4.19	2.55	0.60	10.00	6.5
6	27	3.71	1.64	0.80	6.70	2.70	28	4.18	2.69	0.60	9.40	7.3
7	27	4.34	1.54	1.10	7.20	2.39	28	5.09	2.65	1.10	11.40	7.1
8	27	4.71	1.63	1.40	9.40	3.37	28	5.73	2.69	1.10	12.80	7.3
9	27	4.79	1.81	1.70	7.80	3.26	28	6.03	2.84	1.70	13.30	8.1
10	27	4.68	1.65	2.20	8.10	2.74	28	6.50	2.96	1.90	13.90	8.8
11	27	4.44	1.43	2.50	7.80	2.06	28	6.31	3.40	1.90	13.90	11.6
12	27	3.87	1.03	2.50	6.90	1.06	28	5.83	3.03	1.90	12.80	9.2
13	27	3.67	0.93	2.20	6.40	0.86	27	5.56	2.59	2.20	11.40	6.7
14	28	3.30	0.87	1.90	5.80	0.76	28	4.91	2.59	1.40	10.60	6.7
15	28	2.77	0.71	1.70	4.40	0.51	28	4.40	2.48	0.80	11.90	6.2
16	28	2.59	0.75	1.10	4.40	0.57	28	4.05	2.39	0.80	10.80	5.7
17	28	2.17	0.62	1.40	3.90	0.38	28	3.82	2.38	1.10	11.40	5.7
18	28	1.81	0.71	0.80	3.90	0.51	28	3.43	2.53	0.60	11.10	6.4
19	28	1.90	1.15	0.30	5.60	1.39	28	3.55	2.45	0.60	11.10	6.0
20	28	2.09	1.29	0.30	5.30	1.68	28	3.95	2.83	0.30	11.70	8.0
21	28	2.45	1.53	0.60	5.00	2.34	28	4.13	3.09	0.60	11.10	9.6
22	28	2.88	1.55	0.60	5.80	2.41	28	4.04	2.51	0.30	9.40	6.3
23	28	2.80	1.42	0.60	5.60	2.03	28	4.38	2.47	0.80	9.20	6.1
24	28	3.17	1.35	0.30	5.30	1.82	28	3.93	2.18	0.30	8.60	4.8
V media 3.26							4.72					
Potencia 396.74							1406.95					
Energía 9522.17							33.773.61					

TABLA 1. Resumen estadístico del valor promedio, la desviación estandar, el valor mínimo y máximo de la velocidad del viento y la varianza para los meses de Febrero y Septiembre.

velocidad y la varianza. No se incluye en la tabla 1 el error estandar de la medida, la sumatoria y el coeficiente de varianza por espacio. Todos estos datos están tabulados en el programa de computador.

(* Tabla 1).

Es de anotar que en ambos casos se observaron las máximas velocidades en las horas de la mañana (desde las 8 a.m. a las 12 m) y las mínimas durante las horas de la tarde (5 p.m. a 7

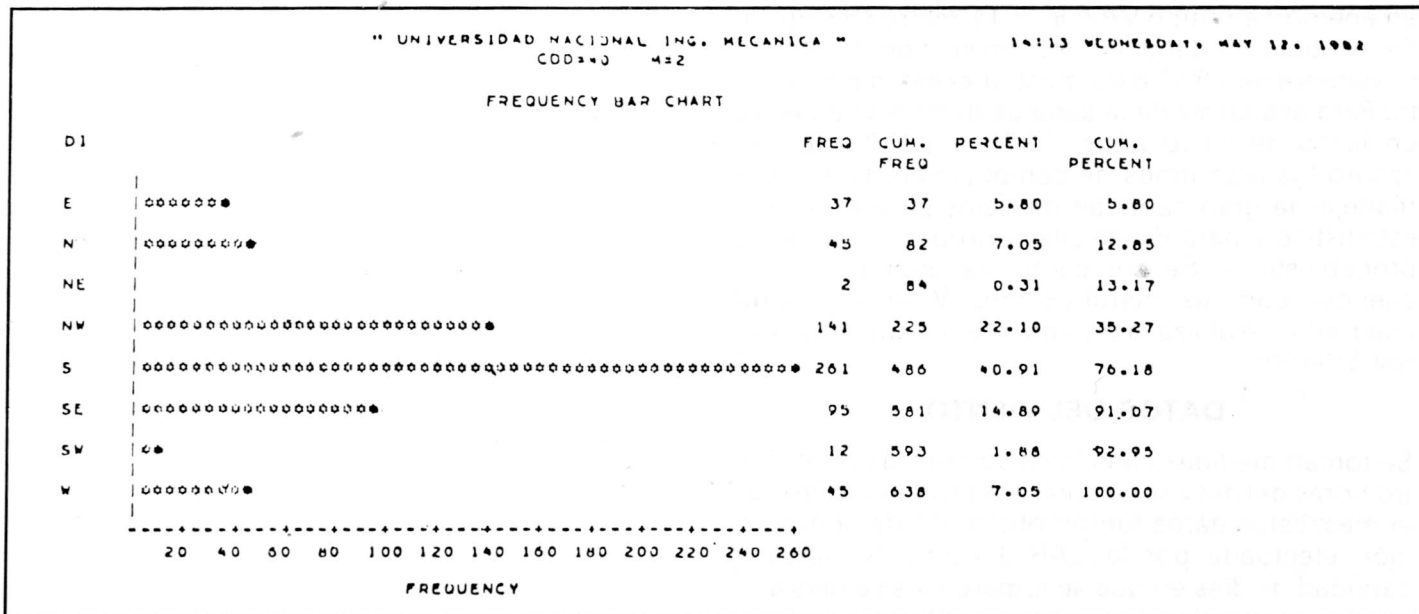


FIGURA 1a. Vientos dominantes en Febrero

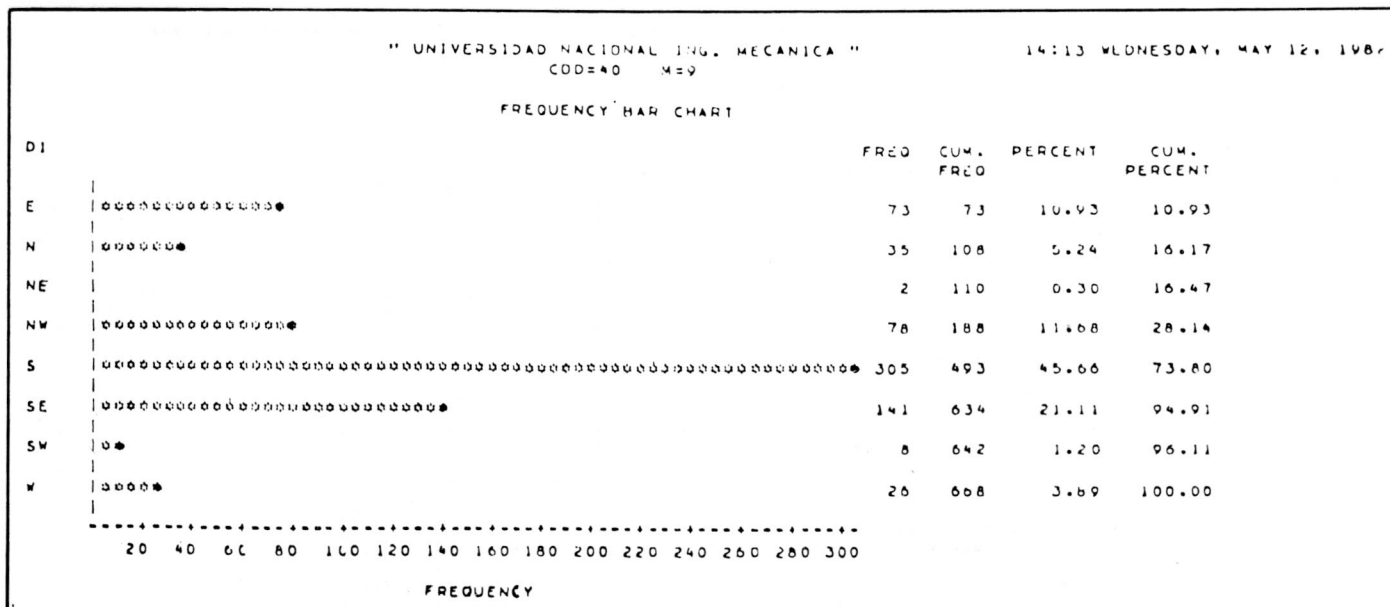


FIGURA 1b. Vientos dominantes en septiembre.

p.m.). La potencia no es la teórica que tiene el viento sino la máxima teórica que es capaz de extraer un sistema conversor de energía eólica (potencia teórica del viento multiplicada por 0.593) y está dada en vatios.

La figura 1a y 1b muestra la dirección de los vientos dominantes contra la frecuencia (número de horas por mes), siendo el dominante el del sur y casi nulo la dirección del noroeste. Esto tiene implicaciones en cuanto a la escogencia del lugar preciso del sistema eólico (SCEE) y la posibilidad de simplificar el sistema direccional.

Los registros continuos de la velocidad del viento se traducen en una curva de frecuencia de velocidades ya sea mensual o anual. En la figura 2a y 2b se grafican las horas mensuales de la duración del viento (frecuencia) y la velocidad del viento (NVEL 10 = Velocidad real multiplicada por 10) en m/s.

Con esta información se establece la energía que contiene el viento y se puede estimar la que es potencialmente aprovechable en un período determinado. La curva de duración de velocidades es una forma útil de representar la distribución de frecuen-

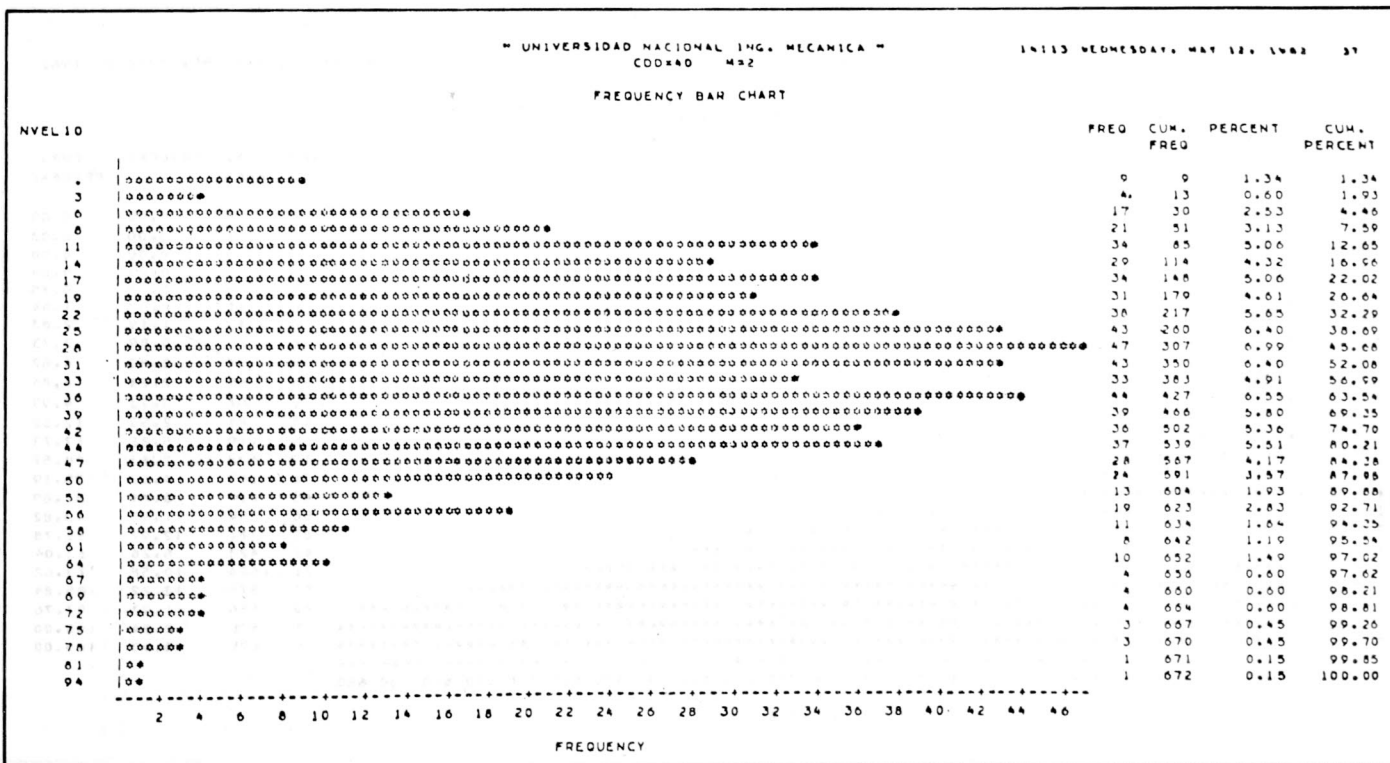


FIGURA 2a. Curva de frecuencia de velocidad en febrero.

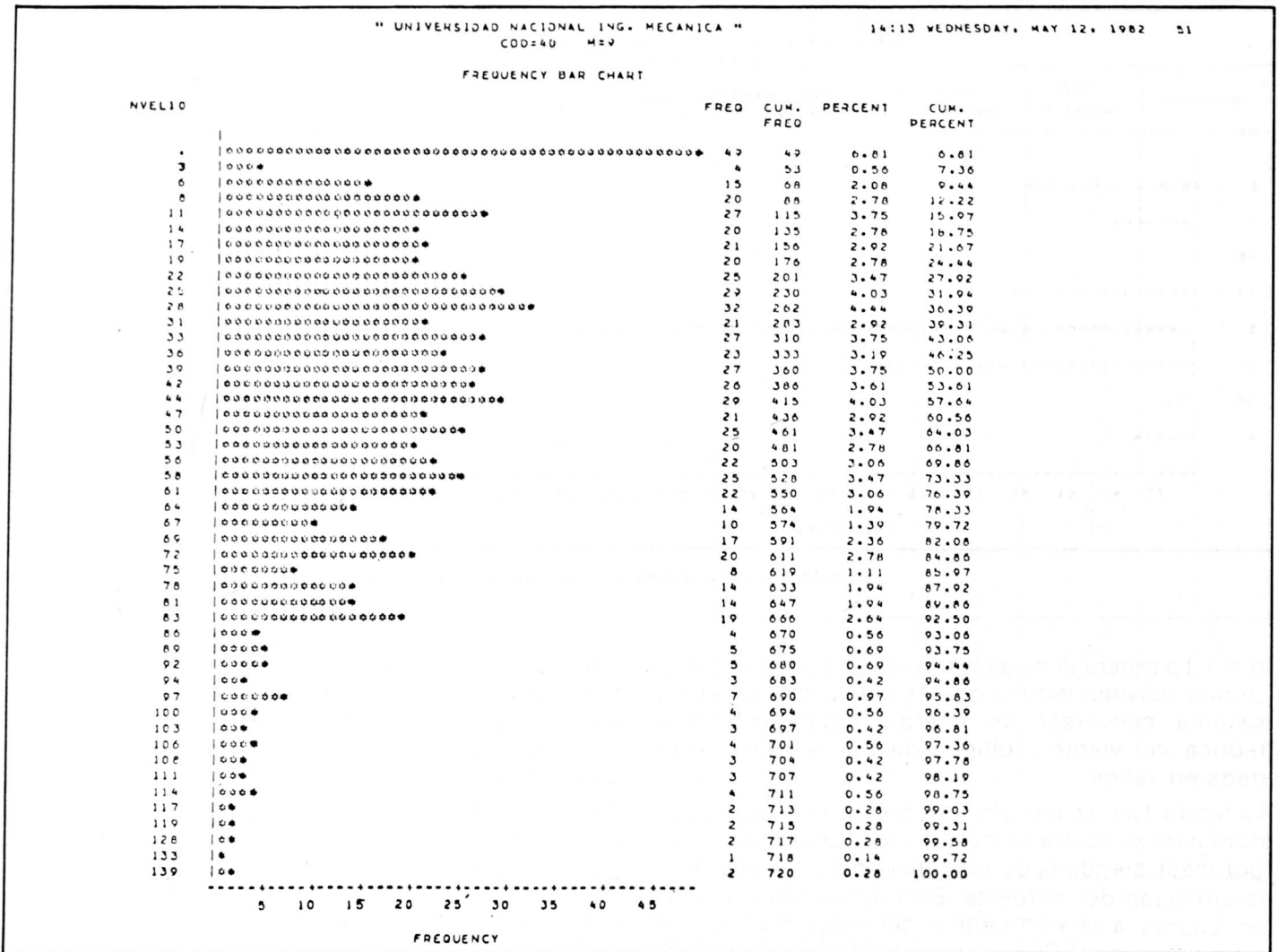


FIGURA 2b. Curva de frecuencia de velocidad en septiembre.

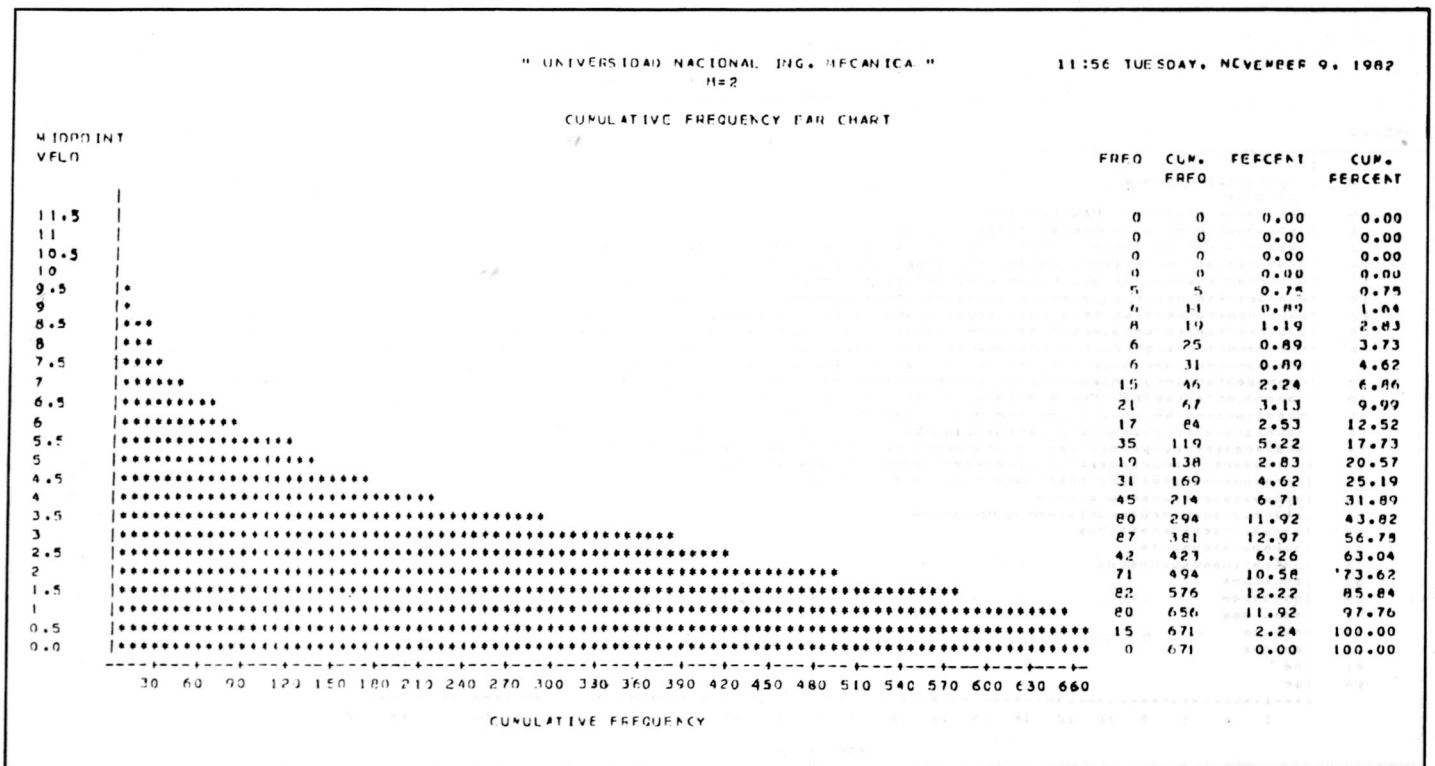


FIGURA 3a. Curva de duración de velocidades en febrero.

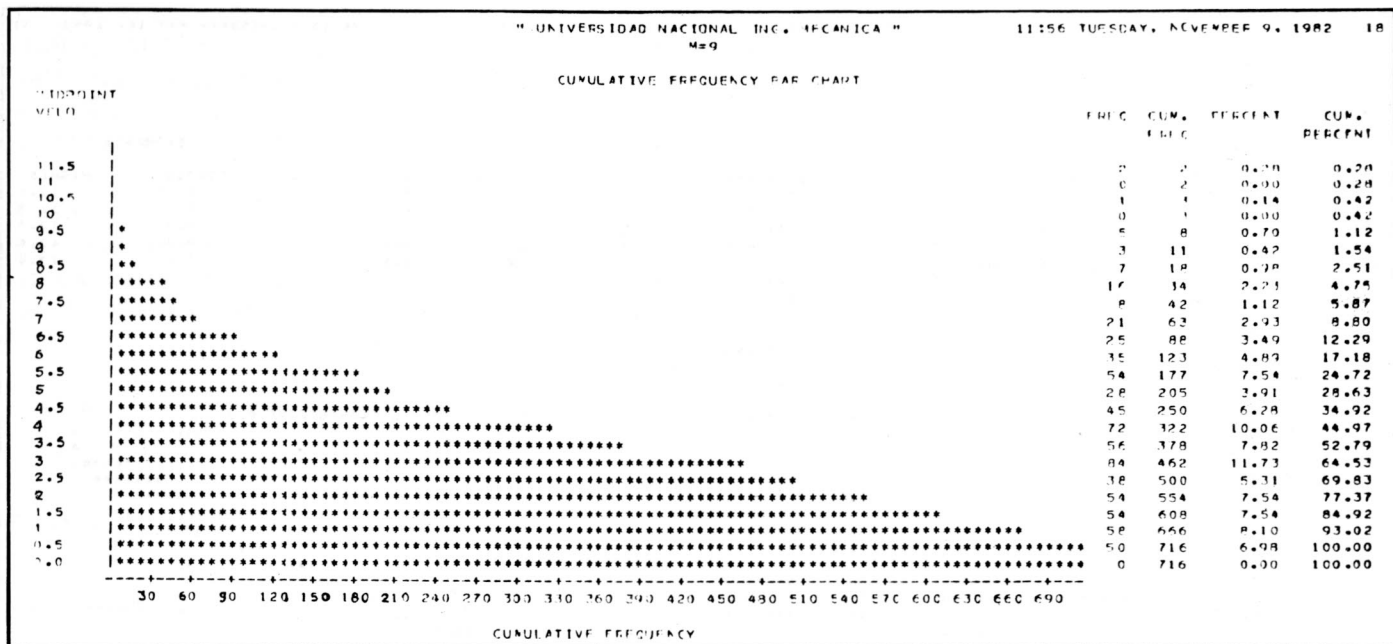


FIGURA 3b. Curva de duración de velocidades en septiembre.

cia de ellas durante un período dado. La figura 3a y 3b muestra en las ordenadas el rango de velocidades del viento (NVEL) en m/s y las absisas indican

progresivamente el número de horas en que el viento tuvo una velocidad superior a los valores de cada ordenada.

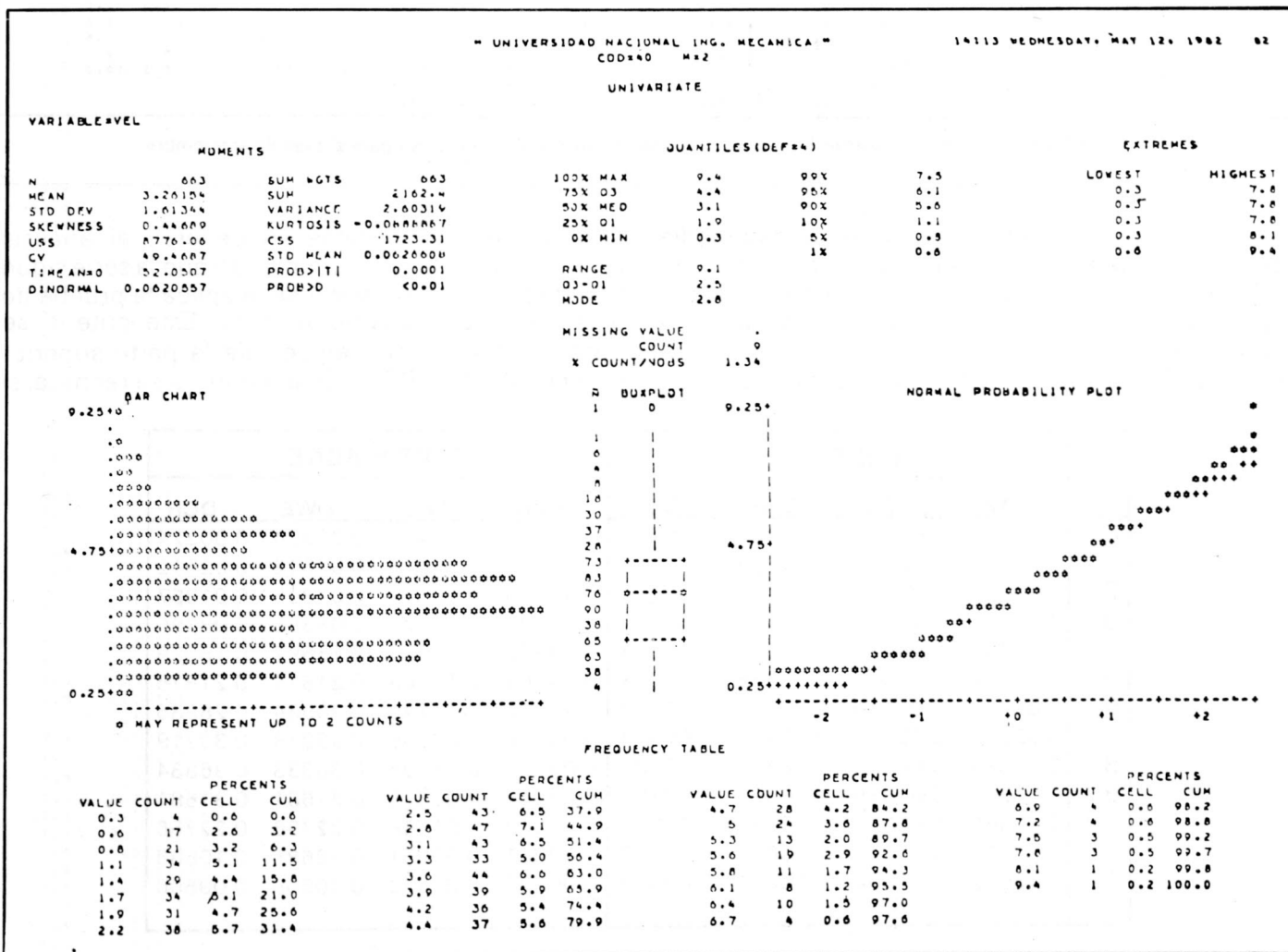


FIGURA 4. Prueba de ajuste de Kolmogorov-Smirnov y duración de la velocidad.

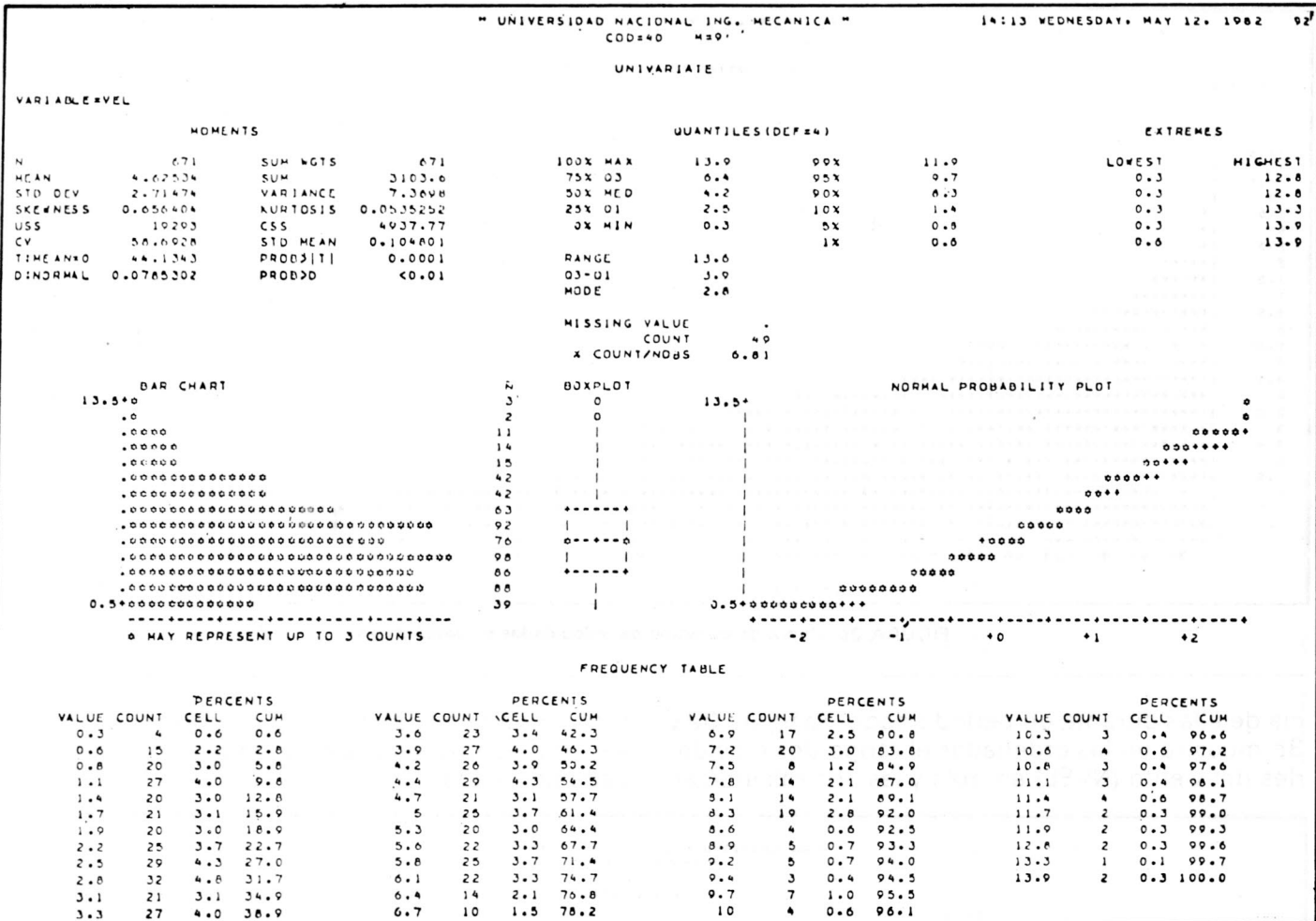


FIGURA 4b. Prueba de ajuste de Kolmogorov-Smirnov y duraci3n de la velocidad para el mes de septiembre.

Para un SCEE dise1ado para una velocidad media de 4.5 m/s, la figura muestra que en febrero hubo 170 horas en las que el viento tuvo una velocidad igual o superior a dicha magnitud y en septiembre hubo 250 horas. En el procedimiento UNIVARIATE (figura 4a y 4b) se

aprecian las estadísticas en general; el análisis estadístico se efectúa suponiendo que la serie sigue una distribución normal y se le aplica la prueba de ajuste de Kolmogorov.-Smirnov. Este criterio se aprecia en el último renglón de la parte superior (momentos). Si $PROB > D$ la hipótesis se rechaza, si

	FEBRERO				SEPTIEMBRE			
	FDW	FDC	DWE	DCH	FDW	FDC	DWE	DCH
0.2	0.02484	0.02945	0.00363	0.00308	0.01456	0.01456	0.00224	0.00224
1	0.13027	0.13715	0.04953	0.04345	0.07077	0.07078	0.02512	0.02512
2	0.22051	0.21981	0.01023	0.00070	0.12678	0.12679	0.01885	0.01887
3	0.23467	0.22794	0.03069	0.03599	0.15829	0.15829	0.08395	0.08395
4	0.18744	0.18126	0.00550	0.00383	0.15322	0.16323	0.15597	0.15599
5	0.11857	0.11558	0.02989	0.03573	0.14663	0.14663	0.21874	0.21875
6	0.05076	0.05120	0.00680	0.01273	0.11750	0.11749	0.28934	0.28935
7	0.02552	0.02775	0.00473	0.00874	0.08506	0.08506	0.33218	0.33219
8	0.00884	0.01048	0.00383	0.00585	0.05605	0.05605	0.36333	0.36334
9	0.00253	0.00336	0.00023	0.00102	0.03378	0.03378	0.31681	0.31681
10	0.00060	0.00092	0.00037	0.00062	0.01869	0.01868	0.22756	0.22756
11	0.00012	0.00021	0.00007	0.00013	0.00951	0.00951	0.10685	0.10685
12	0.00002	0.00004	0.00001	0.00003	0.00522	0.00522	0.00506	0.00506

TABLA 2. Modelos probabilísticos de Weibull y Chi-cuadrado y pruebas de bondad de ajuste para los meses de Febrero y Septiembre.

PROB<D se acepta. En la misma figura el gráfico BAR CHART muestra la curva real de duración de velocidad. A su derecha hay un gráfico de valores esperados (+) y observados (*) suponiendo que la serie sigue una distribución normal.

MODELOS ESTADISTICOS

Se utilizaron dos modelos matemáticos con el fin de conocer las distribuciones de probabilidad que se aproximaron al modelo de la velocidad del viento. Un de ellos es el modelo de Chi-cuadrado, definido por:

$$f_v(v) = \frac{\pi}{2} \frac{v}{m^2} \exp \left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{v}{m} \right)^2 \right] \quad (1)$$

$$F_v(v) = 1 - \exp \left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{v}{m} \right)^2 \right] \quad (2)$$

en donde V es la velocidad variable, m es la velocidad promedio y $f_v(v)$ y $F_v(v)$ y son las funciones de densidad de probabilidad y la función de distribución acumulativa, respectivamente.

El otro modelo de probabilidad es la distribución de Weibull, que tiene las siguiente forma:

$$f_v(v) = \frac{K}{c} \left(\frac{v}{c} \right)^{K-1} \exp \left[-\left(\frac{v}{c} \right)^K \right] \quad (3)$$

$$F_v(v) = 1 - \exp \left[-\left(\frac{v}{c} \right)^K \right] \quad (4)$$

En donde k y c son determinados por:

$$\left(\frac{\sigma_v}{m} \right)^2 = \frac{\Gamma \left(1 - \frac{2}{k} \right)}{\Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{k} \right)} - 1 \quad (5)$$

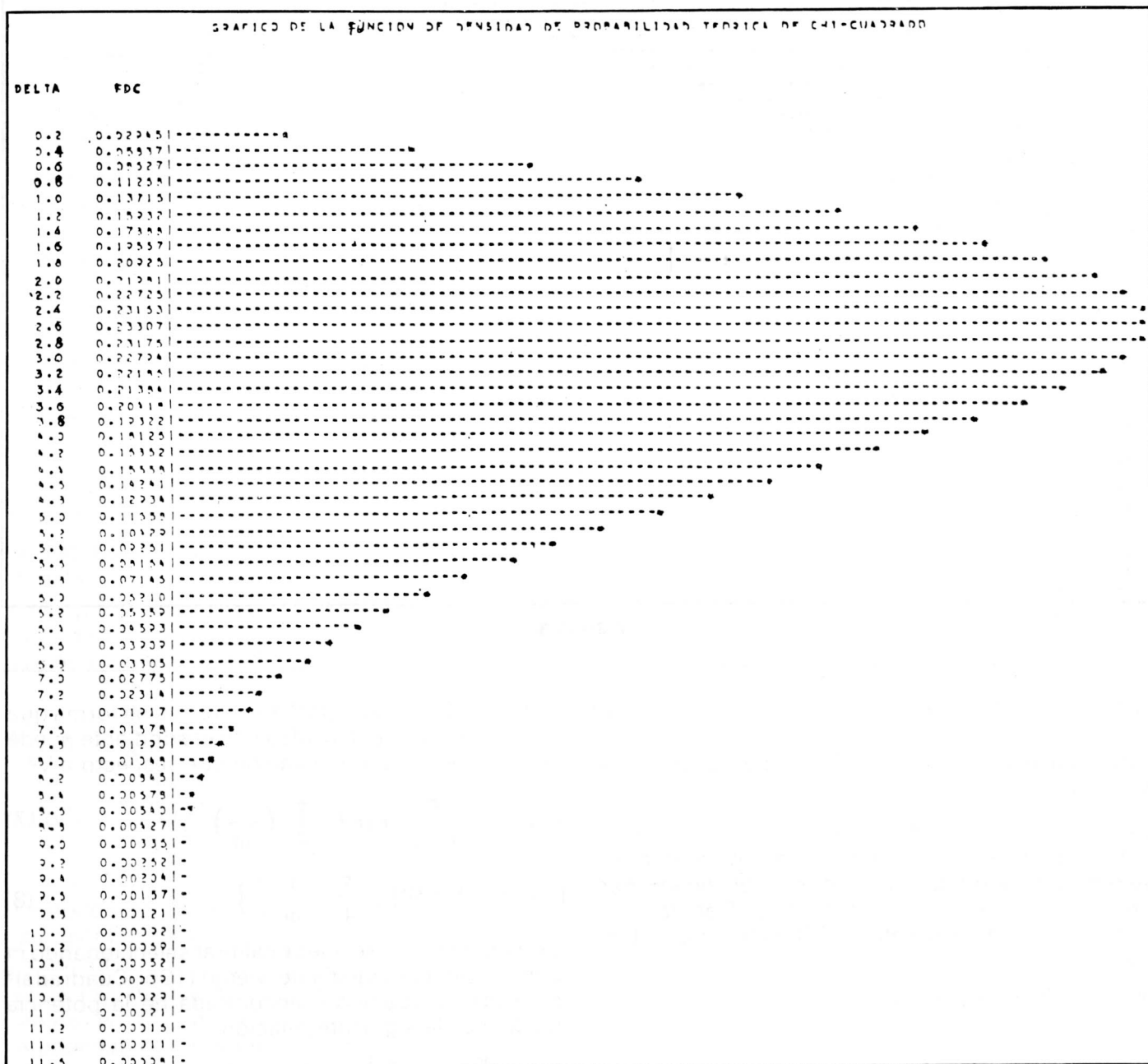


FIGURA 5a.

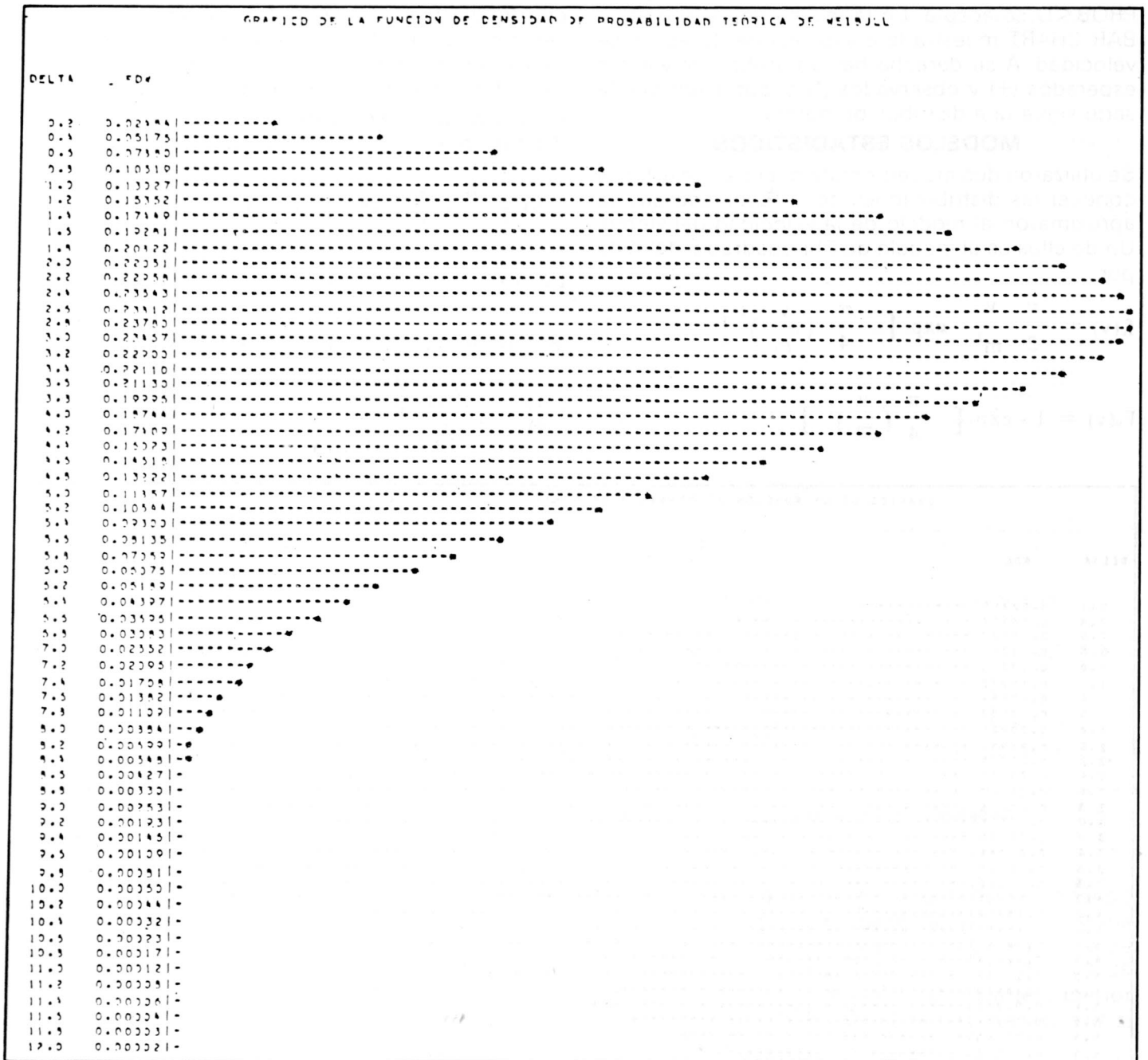


FIGURA 5b.

$$m = c \Gamma(1 + 1/k) \tag{6}$$

Para el caso de febrero, K = 2.07 y para septiembre K = 2.0

Se utilizaron dos distribuciones para analizar la potencia del viento. La primera, la (Chi-cuadrada)³ se deriva de la suposición de que la velocidad sigue una distribución de Chi-cuadrado. Debido a la relación monótonica entre la velocidad y la potencia,

$$P[V^3 \leq v^3] = P[V \leq v],$$

por consiguiente,

$$F_v^3(v^3) = F_V(v).$$

Luego la (Chi-cuadrada)³, tiene la misma forma que (2). La función de densidad correspondiente puede ser establecida por derivación con respecto a V³

$$f_v^3(v^3) = \frac{\pi}{6vm^2} \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{v}{m}\right)^2\right] \tag{7}$$

$$F_v^3(v^3) = 1 - \exp\left[-\frac{\pi}{4} \frac{v}{m}^2\right] \tag{8}$$

Esta distribución se puede calibrar seleccionando m con la velocidad media del viento ((Chi-Cuadrada)³ derivada) o puede ser encontrada de la potencia media por la siguiente relación

$$m = \left(\frac{\pi}{6} E(v^3)\right)^{\frac{1}{3}} \tag{9}$$

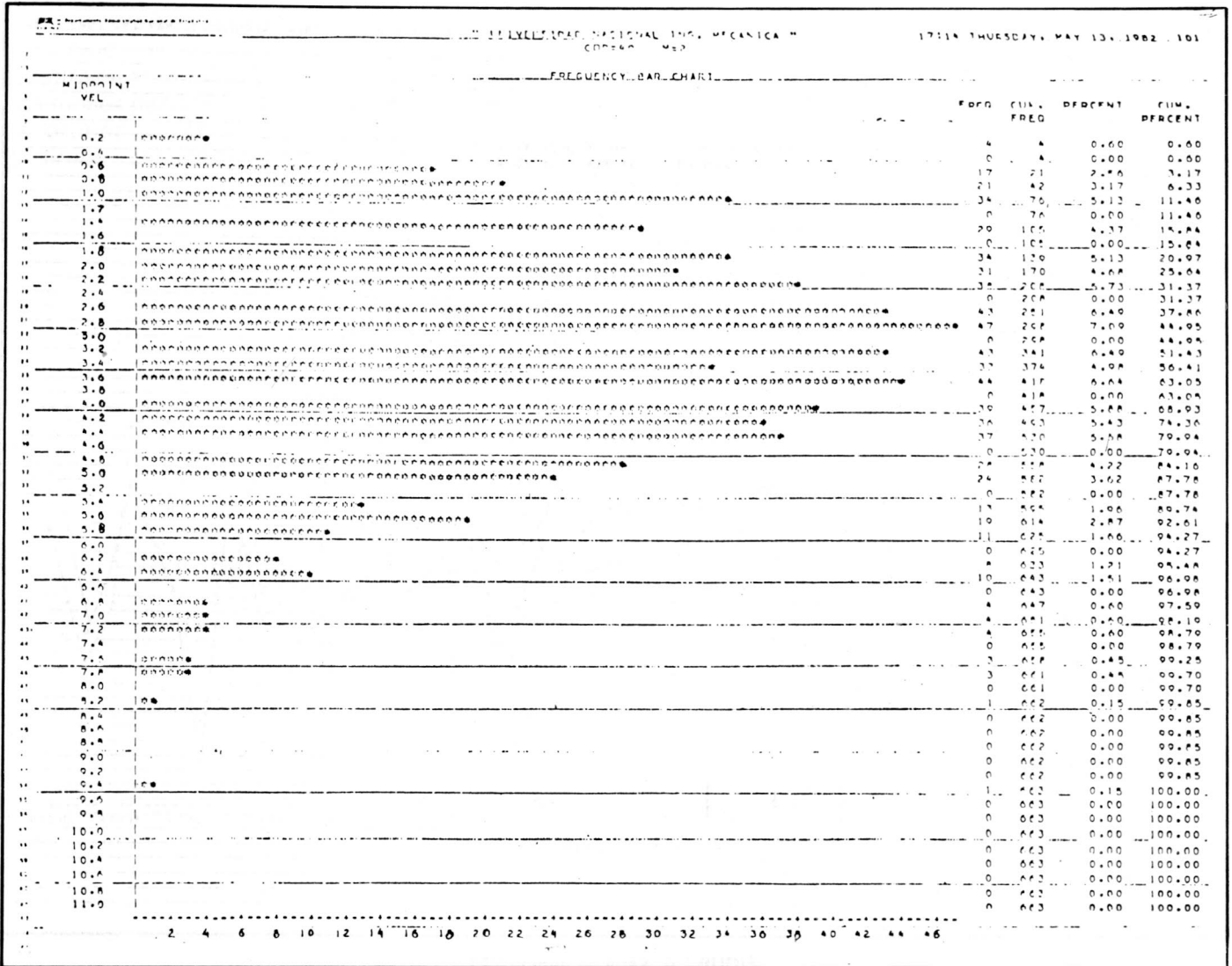


FIGURA 5c. Función de densidad observada.

FIGURA 5. Función de densidad de probabilidad teórica y observadas para el mes de febrero.

la distribución resultante se llama (Chi-cuadrada)³ directa.

La segunda distribución se desarrolla de la suposición de que la velocidad sigue la distribución de Weibull y se llama (Weibull)³

$$f_v^3(v^3) = \frac{k}{2cv^2} \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \exp \left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right] \quad (10)$$

$$F_v^3(v^3) = 1 - \exp \left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right] \quad (11)$$

En donde los parámetros K y C son encontrados de las distribuciones de velocidad de Weibull correspondientes.

En la investigación se incrementó la velocidad del viento en 0.2 en los modelos de densidad de probabilidad de velocidad y de potencia y la distribución acumulativa de velocidad y potencia teóricas y en la observada.

A continuación se les aplicó la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov. El nivel de significancia se tomó como 5%. En este artículo se muestran los incrementos de uno en uno de la velocidad, los resultados de los modelos de Chi-cuadrado (FDC) y Weibull (FDW) y finalmente los valores absolutos de la diferencia entre la densidad teórica y la observada en cada nivel de la velocidad en el modelo de Weibull (DWE) y Chi-cuadrado (DCH) (Pruebas de ajuste). (Tabla 2).

La figura 5(a), (b) y (c) muestra las gráficas entregadas por el programa para el mes de febrero. Para el mes de febrero se aceptan los dos modelos teóricos pero en el mes de septiembre se rechazan ambos. Esta diferencia puede deberse a que en el segundo caso los datos son pocos y se encuentran dispersos, lo que hace que no sean representativos. R. B. Corotis et al. en sus investigaciones al respecto encontró que para la velocidad, el Chi-cuadrado da un mejor ajuste que el Weibull y ambos pasan la prueba de Kolmogorov-Smirnov en más de la mitad

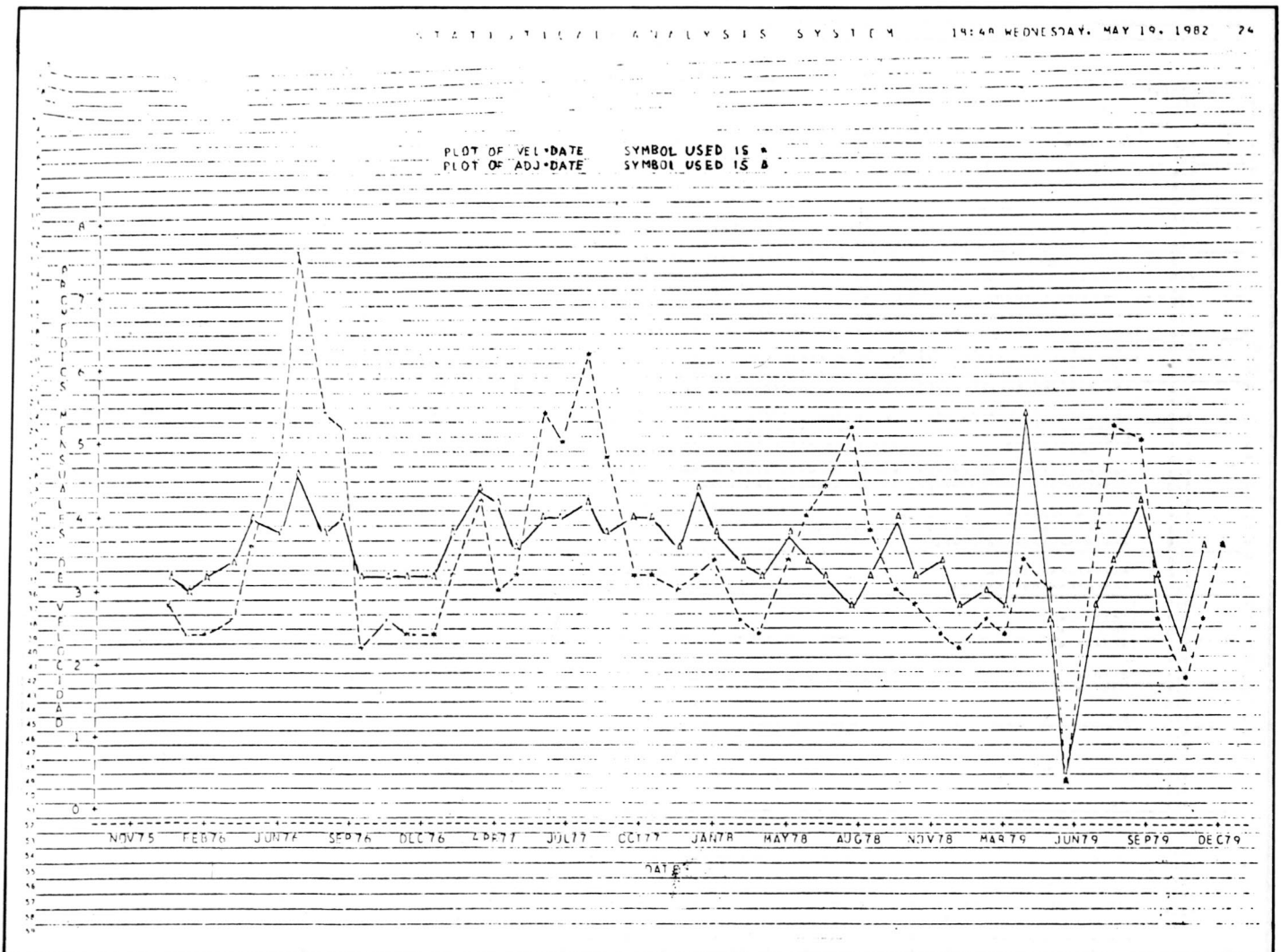


FIGURA 6. Serie de tiempo X11

de los casos (debido al 5% de nivel de significancia). También determinó que para la potencia el (Chi-cuadrado)³ es aceptable en más o menos la mitad de los casos en dicho nivel de significancia, mientras el (Weibull)³ pasa en la mayoría de los casos.

SERIES DE TIEMPO

Existen tres métodos computacionales para analizar las series de tiempos.

- "Bureau of the Census II method" que se encuentra en el paquete SAS como procedimiento XII.
- "Bureau of labor Statistics Method" conocido como procedimiento BLS.
- "Box and Jenkins" que se encuentra dentro del paquete SAS como procedimiento ARIMA.

La finalidad de las series de tiempo es la de tratar de caracterizar el "ruido" o los movimientos irregulares que se miden en toda serie estadística y aislarla. Se pretende también determinar los movimientos seculares o de larga duración y las variables cíclicas para de esta manera proyectar las características del viento unos años hacia adelante.

Este procedimiento ha sido utilizado normalmente en los campos económico y financiero y se hacen

para cualquier intervalo de tiempo. Para un buen análisis en cualquier procedimiento computacional se necesitan datos consecutivos de por lo menos 96 meses.

El sistema lee y verifica la serie de tiempo. De acuerdo al período que se especifique, los factores son evaluados mensual o diariamente.

A continuación se estiman los factores estacionales, diarios, tendencia y componente irregular; luego elimina los valores extremos de las componentes irregulares mediante diferentes iteraciones para ir ajustando los factores e ir determinando los componentes de la serie.

Se utilizará el procedimiento XII para mostrar la posibilidad de este método. Se usaron 49 observaciones de promedios mensuales para una estación.

CONCLUSIONES

El método desarrollado en este trabajo es de gran utilidad para el diseño de un SCEE; los datos registrados y tabulados muestran todas las características del viento, haciendo fácil su interpretación. Para los dos modelos estadísticos ensayados, el

modelo Weibull mostró un mejor ajuste a la curva observada (50% de los casos), mientras que el Chi-cuadrado solo tiene un 20% de ajuste. Ninguno de los meses pasó la prueba de la distribución normal y la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov resultó ser útil a pesar del nivel de

significancia alto.

El siguiente paso en el trabajo es tomar los datos probabilísticos por año, por estación y compararlos con las estaciones cercanas para intentar hacer un muestreo en zonas más amplias.

REFERENCIAS

1. Marulanda E. Monroy, N. Diseño y sistematización de datos para la energía eólica en Colombia. Proyecto de grado. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia. 1982.
2. Corotis, R. Sigl, A. and Klein, J. Probability Models of Wind Velocity Magnitude and persistence. Solar Energy magazine, Vol. 20 Great Britain. 1978.
3. Nathan, G. and Goh, t. Wind Measurements in an equatorial region (Singapore). Solar Energy magazine, Vol. 26 Great Britain. 1981.
4. Chov. K., and Corotis, R. Simulation of hourly wind speed and array wind power. Solar Energy magazine, Vol. 20. Great Britain. 1981.
5. Downey, W. On the costs and Benefits of siting a wind turbine in the mountains of New Hampshire. Paper B4 Third International Symposium on Wind Energy Systems. Copenhagen. Denmark. 1980.
6. Gerald W. Koepl, Ph. D. Putnams Power from the wind. Second Edition. Van Nostrand Reinhold Company. 1982.