Geofísica Colombiana	Nº 3	pp.73-79	Octubre, 1995	Santafé de Bogotá D.C.	ISSN-0121-2974

MEDIDA DE PROPIEDADES DINAMICAS DE ROCAS "IN SITU" Y COMPUTO DE PARAMETROS ELASTOMECANICOS

LUIS ALBERTO BRICEÑO GUARUPE
Profesor Asociado
Departamento de Geociencias-Facultad de Ciencias-Universidad Nacional de Colombia

RAMIRO LEON DIAZ CAMPOS
Profesor Asociado
Departamento de Geociencias-Facultad de Ciencias-Universidad Nacional de Colombia

Briceño L.A. & R. Díaz (1995): Medida de Propiedades Dinámicas de Rocas "In Situ" y Computo de Parámetros Elastomecánicos. Geofís. Colomb. 3:73-79. ISSN 0121-2974

RESUMEN

Se presentan sintéticamente los fundamentos de la teoría elastomecánica, con definiciones y principales sistemas de unidades. Se discuten algunos de los problemas de adquisición de datos de ondas P y S y se muestran los resultados encontrados para el caso de unas areniscas Terciarias con velocidades de 3023 m/s y 1772 m/s para las ondas P y S, las que permiten deducir valores de módulos elásticos, típicos de rocas sedimentarias de buena resistencia mecánica. Así p.ej. el Módulo de Young encontrado fué de 2.11x10 Dinas/cm y la Razón de Poisson de 0.23.
Finalmente se plantean relaciones empíricas de los parámetros, en función de las velocidades y se dan unos valores de los coeficientes de estas ecuaciones, los cuales se proponen con el fín de ser enriquecidos y regionalizados en áreas particulares.

ABSTRACT

The basic elastomechanic theory is presented briefly. Some of the problems in data acquisition are pointed out and results for a Terciary sandstone are shown. Values of 3023 m/s and 1772 m/s for Vp and Vs conduces to Young's Modulus of 2.11x10 Dinas/cm and Poisson's ratio of 0.23. Empirical relations are calculated for E, K, μ as function of Vp and Vs, the found coeficients are proposed to be enriched with future studies.

1. INTRODUCCION

El planeta Tierra, sus rocas que la conforman, o los suelos que la cubren en gran parte, se comportan para muchos casos de interés como medios elásticos. Los geofísicos e ingenieros necesitan, por lo tanto, cuantificar el grado de elasticidad, para optimizar sus modelos, cualquiera que sea la aplicación a desarrollar.

Dentro de este marco, hemos realizado algunos trabajos geofísicos, esencialmente sísmica, para colaborar con la ingeniería en el cálculo de parámetros elastomecánicos "in situ". El uso de otros métodos como la geoeléctrica pueden ayudar para ver la continuidad de las unidades o su posible anisotropía.

Se muestran algunos ejemplos de medidas realizadas sobre areniscas de la Formación Guadalupe, por lo menos en tres sitios diferentes.

Nos ha parecido conveniente presentar inicialmente un sintético marco teórico acerca de las definiciones y relaciones de parámetros, así como de los sistemas de unidades utilizados.

En la parte de adquisición recalcamos algunos de los problemas básicos que se encuentran en el campo y en lo referente al análisis de los resultados hemos establecido algunas relaciones empíricas que podrían servir de guía para su enriquecimiento en trabajos posteriores.

2. LOS PARAMETROS ELASTOMECANICOS

Un medio elástico es aquél que se deforma linealmente ante la aplicación de esfuerzos externos, pero que al cesar éstos, recupera su estado inicial. Operacionalmente este hecho se define mediante la llamada Ley de Hooke, que en su forma completa y compacta se expresa mediante la siguiente ecuación tensorial (**Udías & Mézcua**, 1986):

$$\tau_{ij} = C_{ijkl}\, e_{kl} \qquad [1]$$

Donde:
τ_{ij} = Tensor esfuerzo; e_{kl} = Tensor deformación; C_{ijkl} = Constante de proporcionalidad (Tensor de cuarto rango); i,j,k = Subíndices enteros (1,2,3) para un sistema ortogonal.

En su forma más general la constante de proporcionalidad tiene 36 elementos diferentes, pero debido a la simetría de esfuerzos y deformaciones, se reducen a 21. Para un medio isotrópico, los elementos de la constante se reducen a dos términos independientes, y la relación de esfuerzos y deformaciones se transforma en:

$$\tau_{ij} = \delta_{ij}\lambda\, e_{kk} + 2\mu\, e_{ij} \qquad [2]$$

Donde λ y μ se conocen como los coeficientes de Lamé. Si el medio es homogéneo, son constantes. El coeficiente μ también se define como módulo de cizallamiento o rigidez y define la deformación angular que experimenta un medio al aplicarle esfuerzos tangenciales:

$$\mu = \frac{\tau_{12}}{2 e_{12}} \qquad [3]$$

El coeficiente λ no tiene un significado físico directo, pero se puede relacionar con el coeficiente de compresibilidad, K, denominado a veces de Bulk, mediante la ecuación:

$$\lambda = K - \frac{2}{3}\mu \qquad [4]$$

El coeficiente de compresibilidad, se define a su vez como la presión hidrostática dividida por el cambio unitario de volumen que se produce:

$$K = \frac{P}{\Delta V / V} \qquad [5]$$

El Módulo de Young se define como la relación entre un esfuerzo normal y su deformación asociada:

$$E = \frac{\tau_{ll}}{e_{ll}} \qquad [6]$$

En términos de λ y μ:

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\lambda)}{(\lambda + \mu)} \qquad [7]$$

Finalmente se define la relación de Poisson, σ, como la relación entre la elongación y la contracción en dos direcciones perpendiculares, esto es:

$$\sigma = \frac{e_{22}}{e_{11}} \qquad [8]$$

que en términos de λ y μ se puede expresar como:

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \qquad [9]$$

De este modo, para un medio elástico, las relaciones entre esfuerzos y deformaciones se pueden expresar en términos de λ y μ, pero es quizás más común utilizar el módulo de Young E, la razón de Poisson σ y el Módulo de compresibilidad K, junto con μ.

A partir de las definiciones operativas para los módulos elásticos, se puede ver, respecto a sus dimensiones que:

- E, K, λ y μ se expresan en unidades de presión;

- σ es adimensional.

- Todas las constantes son positivas; $E > K > I > = \mu$.

Las siguientes son relaciones útiles entre diferentes sistemas de medidas:

1 Dina/cm^2 = 0.1 Newton/m^2 = 1.020 x 10^{-6} Kg-f/cm^2

1 Megabar = 1012 Dina/cm^2

1 Pascal = 1 Pa = 1 Nt/m^2

La forma como se propagan las deformaciones de volumen y forma de un medio elástico, ante la acción de esfuerzos tanto normales a las superficies del medio, como tangenciales a ellas, se encuentra aplicando la segunda ley de Newton a un elemento diferencial de volumen, tomando una densidad constante y aplicando las relaciones de elasticidad de la ley de Hooke. Después de perturbado el sistema y si se considera que las fuerzas exteriores no persisten, se obtiene como ecuación del movimiento de las perturbaciones, la llamada ecuación de Navier:

$$(\lambda + \mu)\,\nabla(\nabla.\boldsymbol{u}) + \mu\nabla^2\boldsymbol{u} = \rho\frac{\delta^2\boldsymbol{u}}{\delta t^2} \qquad [10]$$

Donde u es el vector desplazamiento y ρ la densidad del medio.
Al aplicar el operador divergencia a la ecuación [10], se obtiene que:

$$\Delta^2\Theta = \frac{1}{\alpha^2}\frac{\delta^2\Theta}{\delta t^2} \qquad [11]$$

Donde $\Theta = e_{11} + e_{22} + e_{33} = (\delta u_1/\delta x_1) + (\delta u_2/\delta x_2) + (\delta u_3/\delta x_3)$ es el cambio fraccional de volumen $\Theta = \Delta V/V$, y:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad [12]$$

La ecuación **[11]** es la ecuación de una onda, por lo tanto, los cambios de volumen, producidos por esfuerzos normales, se propagan como una onda con una velocidad α, dada por la ecuación **[12]**. Si se aplica el rotacional a la ecuación **[10]** y se remplaza $\Delta.\mathbf{u} = \mathbf{w}$, se obtiene la expresión:

$$\nabla^2\omega = \frac{1}{\beta^2}\frac{\delta^2\omega}{\delta t^2} \quad [13]$$

Donde:

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad [14]$$

También **[13]** es una ecuación de onda y expresa el hecho de que las deformaciones angulares, o de cizallamiento, producidas por esfuerzos tangenciales en un medio elástico, se propagan como una onda, con una velocidad ß, dada por la ecuación **[14]**.

Es posible mostrar que para un medio elástico, homogéneo e infinito solo existen estos dos tipos de onda, con velocidades α y ß, las cuales se denominan ondas de cuerpo.

Las ondas de deformación volumétrica, tienen una velocidad mayor que las transversales o de cizallamiento, α > ß. Las primeras se denominan también ondas P (por ondas de Presión o Primarias) y a las otras ondas S (por ondas de cizallamiento -Shear-, o Secundarias) y sus velocidades se notarán como Vp y Vs respectivamente.

Las expresiones **[12]** y **[14]** permiten expresar los parámetros elásticos en función de Vp y Vs, si se conoce la densidad.

$$\sigma = \frac{\frac{1}{2}V_p^2 - V_s^2}{V_p^2 - V_s^2} \quad [15]$$

$$E = \frac{\rho . V_p^2.(1 + \alpha).(1 - 2\alpha)}{(1 - \alpha)} \quad [16]$$

$$K = \frac{E}{(1 - 2\sigma)} \quad [17]$$

$$\mu = \rho . V_s^2 \quad [18]$$

A partir de este hecho, se han calculado los parámetros para diferentes tipos de rocas y materiales de la Tierra.

Se observa que:

1. $0 \leq \sigma \leq 0.5$
   Con $\sigma = 0.05$ para rocas muy duras y $\sigma = 0.45$ para material blando de poca consolidación.
2. Para líquidos, $\mu = 0$ y $\sigma = 0.5$
3. Para la mayoría de rocas de la corteza, E, K y μ están entre 0.2 y 1.2 Megabars.

Al hablar de medios elásticos, se supone que la única disminución de la energía se realiza por geometría. Sin embargo, siempre se produce absorción por fricción interna, fenómeno no elástico que se expresa mediante el coeficiente de disipación específica Q, cuyo inverso asociado a la fricción interna de los medios, representa la fracción de energía disipada durante un período de cada onda:

$$Q^{-1} = \frac{1}{2\Pi}\frac{\Delta E}{E} \quad [19]$$

Este tipo de disipación se puede inferir un poco cualitativamente como desviaciones de valores promedios. **Dutta** (1984), ha calculado parámetros anelásticos como el RQD (Rock quality designation) y la frecuencia de fracturas, a partir de análisis de curvas de regresión. El fenómeno de disipación o pérdidas no elásticas es dispersivo, esto es, depende de la frecuencia de la onda, notándose que a mayores frecuencias hay mayor absorción (**Tellford et. al.**, 1976).

3. ADQUISICION DE INFORMACION

El cálculo de parámetros elásticos (Young, Compresibilidad, Rigidez y Razón de Poisson) puede realizarse en el campo ("in situ"), a partir de ensayos sísmicos, para determinar las velocidades P y S de las ondas en los distintos medios, utilizando normalmente las fases Directa y Refractada. Calculadas las velocidades, se emplean las relaciones de la teoría elástica, expuesta en el numeral anterior, para deducir los parámetros de interés.

Cuando el trabajo se realiza a campo abierto y con unidades del subsuelo más o menos paralelas, el problema operativo e interpretativo se reduce considerablemente, pues la diferenciación de ondas P y S se facilita con la utilización de geófonos que respondan a movimientos verticales (ondas P) y geófonos que respondan a movimientos transversales (ondas S). Generalmente las ondas S tienen mayor amplitud. Sin embargo, es muy posible que ambos tipos de detectores reciban tanto ondas P como S y además pueden llegar ondas reflejadas y ondas superficiales como las de Raleigh y Love. Un criterio que ayuda a diferenciar las fases de interés es que Vs no puede ser mayor que 0.7 Vp. Conviene además, realizar más de un disparo con fuentes y arreglos diferentes en los extremos del tendido, con distancias SP-Geófono cercano (offset), del orden mínimo de 3 D, donde D es la distancia entre geófonos y en el centro del tendido, con offset igual a D/2.

Cuando el trabajo hay que realizarlo en túneles o galerías, aumentan los problemas debido principalmente a tres factores:

1. Casi siempre hay agua en el piso y, por lo tanto, se dificulta la ubicación tanto del punto de disparo, como de los detectores. Esto obliga a su colocación sobre superficies inclinadas; así el objetivo de los dos tipos de detectores es más complementaria que exclusiva.

2. Lo más común, es que dentro del túnel haya roca dura, que impide un fácil enterramiento de geófonos, lo que obliga al uso de cementos de secado rápido (enriquecidos con SIKA), para soportar el geófono. Esto genera interfases artificiales, con una cierta cantidad de ruido.

3. La limitación de espacio (dirección del túnel), obliga a realizar los tendidos casi siempre en direcciones estructurales (geológicamente hablando) constantes, lo que puede restringir los resultados y conclusiones.

4. ANALISIS DE RESULTADOS

La Tabla 1 muestra los valores promedio, para 57 muestras, con sus desviaciones estándar, máximos y mínimos para Vp, Vs, Razón de Poisson (R.P) y Módulos de Young (M.Y), Rigidez (M.R) y Bulk (M.B). En general, los valores son típicos de rocas de buena calidad mecánica.

Aparte de estos resultados, y siguiendo un análisis similar al de **Muñoz & Araneda** (1980) se han realizado ajustes para obtener fórmulas empíricas que sinteticen el comportamiento de los medios estudiados y faciliten su aplicación.

TABLA 1

VALORES PROMEDIO, PARA 57 MUESTRAS, CON SUS DESVIACIONES ESTÁNDAR, MÁXIMOS Y MÍNIMOS PARA Vp, Vs, RAZÓN DE POISSON (R.P) Y MÓDULOS DE YOUNG (M.Y), RIGIDEZ (M.R) Y BULK (M.B)

#	Vp/Vs	Vp m/s	Vs m/s	R.P	M.Young Dina/cm²	M.Bulk Dina/cm²	M.Rigidez Dina/cm²	M.B/M.R
1	1,91	2600	1362	0,31	1,31e+11	1,16e+11	5,01e+10	2,31
2	1,73	2600	1503	0,25	1,52e+11	1,01e+11	6,10e+10	1,66
3	1,83	2609	1429	0,29	1,42e+11	1,10e+11	5,51e+10	2,00
4	1,79	2625	1467	0,27	1,48e+11	1,09e+11	5,81e+10	1,87
5	1,61	2639	1635	0,19	1,72e+11	9,17e+10	7,22e+10	1,27
6	1,50	2647	1765	0,10	1,85e+11	7,71e+10	8,41e+10	0,92
7	1,59	2653	1667	0,17	1,76e+11	9,00e+10	7,50e+10	1,20
8	1,58	2689	1698	0,17	1,82e+11	9,14e+10	7,79e+10	1,17
9	1,49	2740	1835	0,09	1,99e+11	8,15e+10	9,09e+10	0,90
10	1,69	2745	1628	0,23	1,76e+11	1,08e+11	7,16e+10	1,51
11	1,58	2757	1740	0,17	1,91e+11	9,62e+10	8,17e+10	1,18
12	1,68	2771	1650	0,23	1,80e+11	1,09e+11	7,35e+10	1,49
13	1,63	2791	1714	0,20	1,90e+11	1,04e+11	7,93e+10	1,32
14	1,80	2800	1556	0,28	1,67e+11	1,25e+11	6,53e+10	1,91
15	1,79	2809	1572	0,27	1,70e+11	1,24e+11	6,67e+10	1,86
16	1,67	2813	1682	0,22	1,87e+11	1,12e+11	7,64e+10	1,46
17	1,67	2857	1707	0,22	1,92e+11	1,15e+11	7,87e+10	1,47
18	1,77	2857	1615	0,27	1,78e+11	1,27e+11	7,04e+10	1,80
19	1,71	2857	1667	0,24	1,86e+11	1,20e+11	7,50e+10	1,61
20	1,86	2857	1539	0,30	1,66e+11	1,35e+11	6,39e+10	2,12
21	1,81	2885	1596	0,28	1,76e+11	1,33e+11	6,88e+10	1,93
22	1,56	2893	1855	0,15	2,14e+11	1,02e+11	9,29e+10	1,10
23	1,79	2895	1618	0,27	1,80e+11	1,32e+11	7,07e+10	1,87
24	1,82	2903	1593	0,28	1,76e+11	1,36e+11	6,85e+10	1,99
25	1,96	2903	1484	0,32	1,57e+11	1,48e+11	5,94e+10	2,50
26	1,67	2906	1737	0,22	1,99e+11	1,19e+11	8,14e+10	1,47
27	1,78	2909	1633	0,27	1,83e+11	1,33e+11	7,20e+10	1,84
28	1,90	2936	1546	0,31	1,69e+11	1,47e+11	6,46e+10	2,27
29	1,69	2963	1758	0,23	2,05e+11	1,26e+11	8,35e+10	1,51
30	1,74	2963	1702	0,25	1,96e+11	1,33e+11	7,82e+10	1,70
31	1,66	3016	1815	0,22	2,16e+11	1,27e+11	8,89e+10	1,43
32	1,76	3030	1724	0,26	2,02e+11	1,41e+11	8,03e+10	1,76
33	1,66	3051	1837	0,22	2,21e+11	1,30e+11	9,11e+10	1,43
34	1,76	3125	1775	0,26	2,15e+11	1,50e+11	8,51e+10	1,77
35	1,83	3143	1719	0,29	2,05e+11	1,60e+11	7,98e+10	2,01
36	1,84	3158	1714	0,29	2,05e+11	1,63e+11	7,93e+10	2,06
37	1,65	3161	1920	0,21	2,40e+11	1,37e+11	9,95e+10	1,38
38	1,65	3167	1919	0,21	2,41e+11	1,38e+11	9,94e+10	1,39
39	1,68	3200	1908	0,22	2,41e+11	1,45e+11	9,83e+10	1,48
40	1,66	3208	1932	0,22	2,45e+11	1,43e+11	1,01e+11	1,42
41	1,77	3226	1818	0,27	2,26e+11	1,62e+11	8,93e+10	1,81
42	1,77	3227	1821	0,27	2,27e+11	1,62e+11	8,95e+10	1,81
43	1,57	3235	2056	0,16	2,65e+11	1,30e+11	1,14e+11	1,14
44	1,66	3286	1983	0,21	2,58e+11	1,50e+11	1,06e+11	1,41
45	1,75	3289	1879	0,26	2,40e+11	1,65e+11	9,53e+10	1,73
46	1,56	3333	2143	0,15	2,85e+11	1,35e+11	1,24e+11	1,09
47	1,63	3333	2039	0,20	2,70e+11	1,50e+11	1,12e+11	1,34
48	1,73	3333	1932	0,25	2,51e+11	1,66e+11	1,01e+11	1,64
49	1,77	3358	1901	0,26	2,47e+11	1,74e+11	9,76e+10	1,79
50	1,61	3362	2087	0,19	2,79e+11	1,48e+11	1,18e+11	1,26
51	1,60	3382	2110	0,18	2,84e+11	1,49e+11	1,20e+11	1,24
52	1,71	3411	1996	0,24	2,67e+11	1,71e+11	1,08e+11	1,59
53	1,71	3419	1994	0,24	2,67e+11	1,72e+11	1,07e+11	1,61
54	1,77	3443	1944	0,27	2,58e+11	1,84e+11	1,02e+11	1,80
55	1,80	3500	1944	0,28	2,61e+11	1,95e+11	1,02e+11	1,91
56	1,65	3514	2131	0,21	2,97e+11	1,70e+11	1,23e+11	1,38
57	1,75	3534	2017	0,26	2,76e+11	1,91e+11	1,10e+11	1,74
P	1,71	3023	1772	0,23	2,11e+11	1,34e+11	8,58e+10	1,61
St	0,10	272	189	0,05	4,16e+10	2,73e+10	1,82e+10	0,34
Mx	1,96	3534	2143	0,32	2,97e+11	1,95e+11	1,24e+11	2,5
Mn	1,49	2600	1362	0,09	1,31e+11	7,71e+10	5,01e+10	0,9

P = Promedio; St = Desviación Standar; Mx = Máximo; Mn = Mínimo

Las Figs.1 a 3 muestran los coeficientes E, K y μ,en función de Vp. En todos los casos el mejor ajuste se logra con una ecuación de la forma : $Y = a\,X^b$, en donde Y es el respectivo parámetro, X = Vp, a y b son los coeficientes de ajuste.

Los siguientes son los resultados obtenidos:

Para E: a = 17993.5 b = 2.02956
K: a = 9632.9 b = 2.05111
μ: a = 8952.3 b = 2.00405

De estas Figuras se puede ver que el valor de b es muy cercano a 2.00 y la dispersión alrededor de ese valor teórico promedio podría considerarse como una indicación de la falta de homogeneidad del parámetro sobre la muestra considerada. Por otra parte, el valor de a es un indicador de la magnitud del parámetro; los valores comprueban que en general $E > K > \mu$.

La Fig.4 de μ contra Vs, es igual que en los casos anteriores una parábola, con una mínima dispersión, debido a la fórmula empleada para su cálculo, en este caso b = 2.00101.

En la Fig.5, se compara la relación de los coeficientes de compresibilidad/rigidez, con la de velocidades Vp/Vs.

Finalmente, la Fig.6 es otra parábola alrededor del eje x, que debe tender asintóticamente al valor de $\sigma = 0.5$. Las dos últimas gráficas deben tener un mínimo en las ordenadas, para Vs = 0.7 Vp.

5. CONCLUSIONES

Las medidas sísmicas realizadas sobre areniscas de la Fm. Guadalupe, han permitido establecer unos valores promedio de velocidades de ondas P y S, lo mismo que para los principales parámetros elastomecánicos, dados en la tabla 1, que corresponden a rocas sedimentarias de buena calidad mecánica.

Se han establecido relaciones empíricas de los módulos de Young, Compresibilidad, Rigidez y Razón de Poisson, en términos de las velocidades Vp y Vs, medibles "in situ". Los coeficientes de estas relaciones se plantean, como proceso metodológico, para ser mejorados con más datos y resultados, que ojalá puedan ser aplicados a localidades específicas.

BIBLIOGRAFIA

Dutta, N.P. (1984): "Seismic Refraction Method to Stydy the Foundation Rock of a Dam". Geophysical Prospecting, 32, pp 1103-1110.

Muñoz, M. & M. Araneda. (1980): "Propiedades Físicas en Rocas de Mina Chuquicamata" Tralka, vol.1, no.2,119-142. U. de Chile.

Tellford, W.M., L.P. Geldart, R.E. Sheriff & D.A. Keys. (1976); Applied Geophysics. Cambridge University Press.

Udias, A. & J. Mezcua. (1986: Fundamentos de Geofísica. Ed. Alhambra S.A. Primera ed. Madrid.

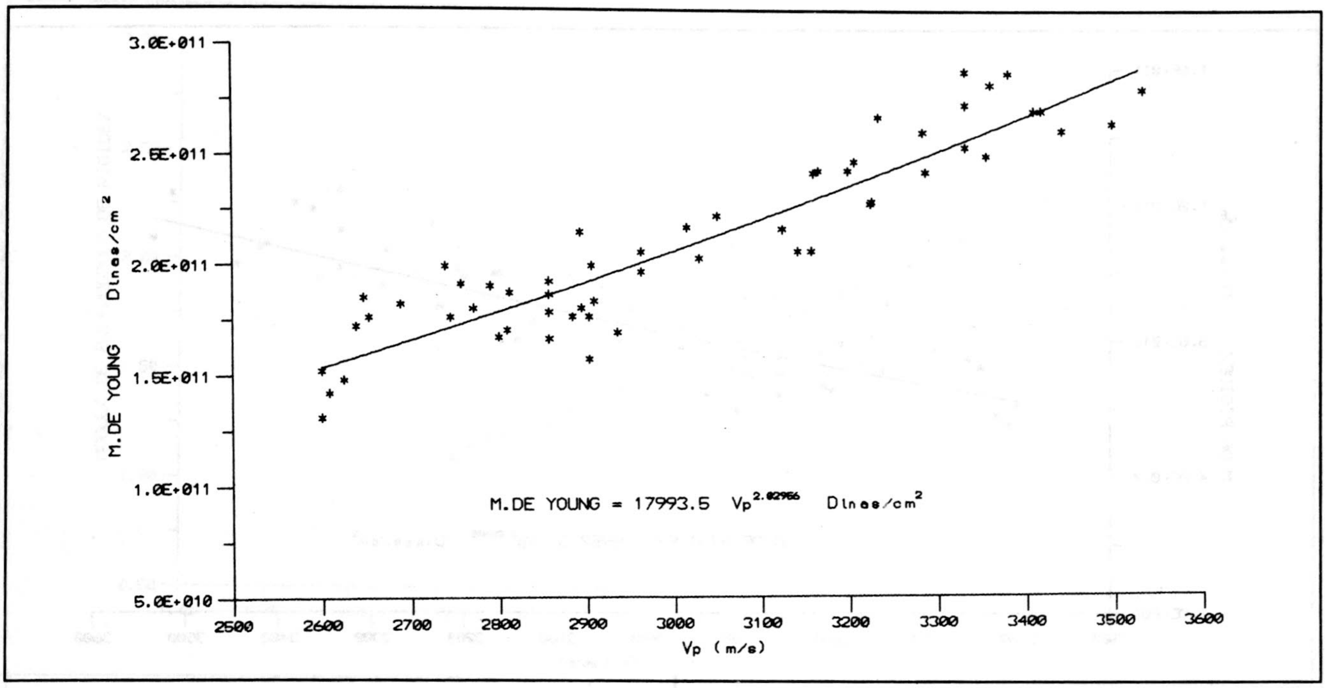

Figura 1. Relación entre Vp y el Modulo de Young, para Areniscas del Guadalupe.

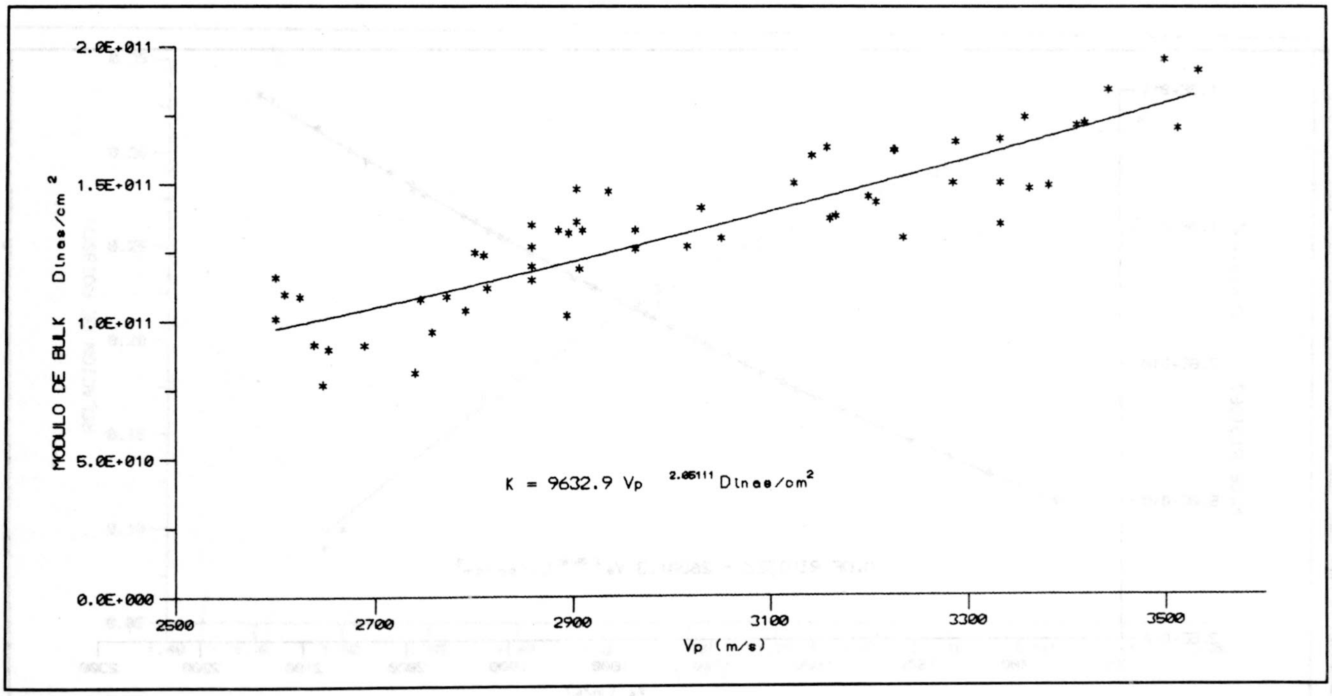

Figura 2. Relación entre Vp y el Modulo de Bulk, para Areniscas del Guadalupe.

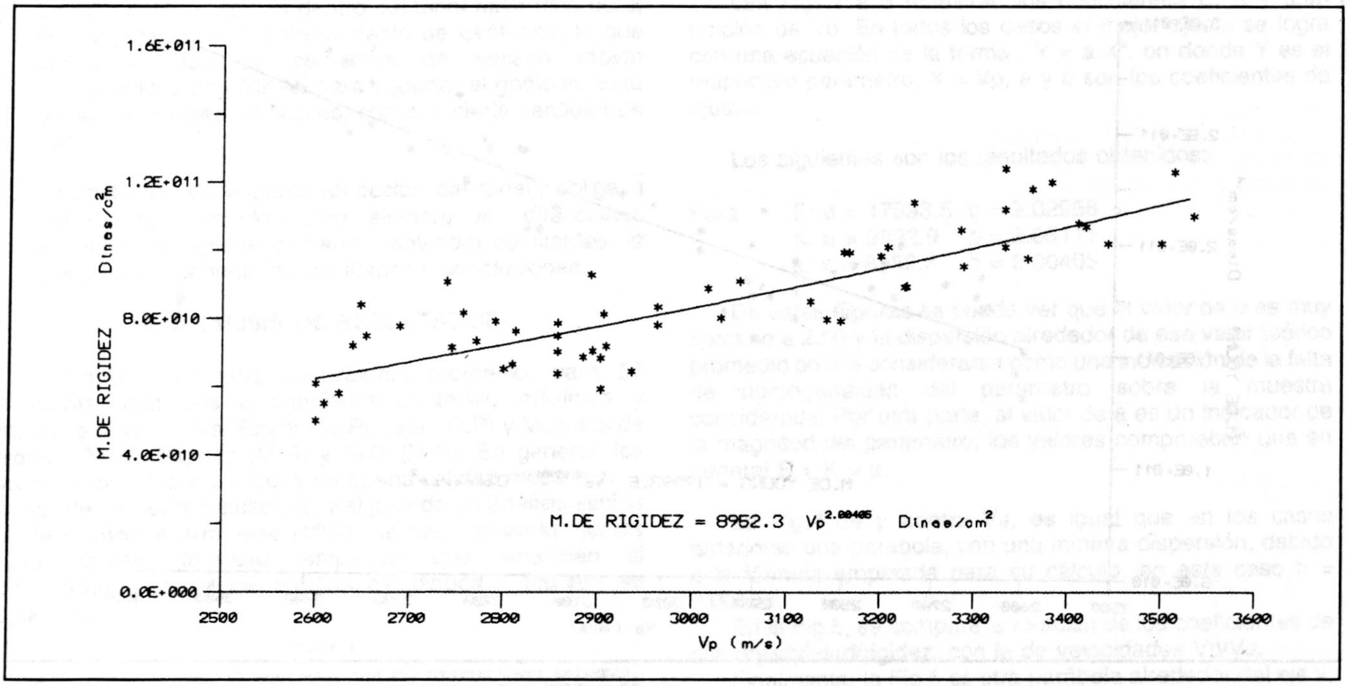

Figura 3. Relación entre Vp y el Modulo de Rigídez, para Areniscas del Guadalupe.

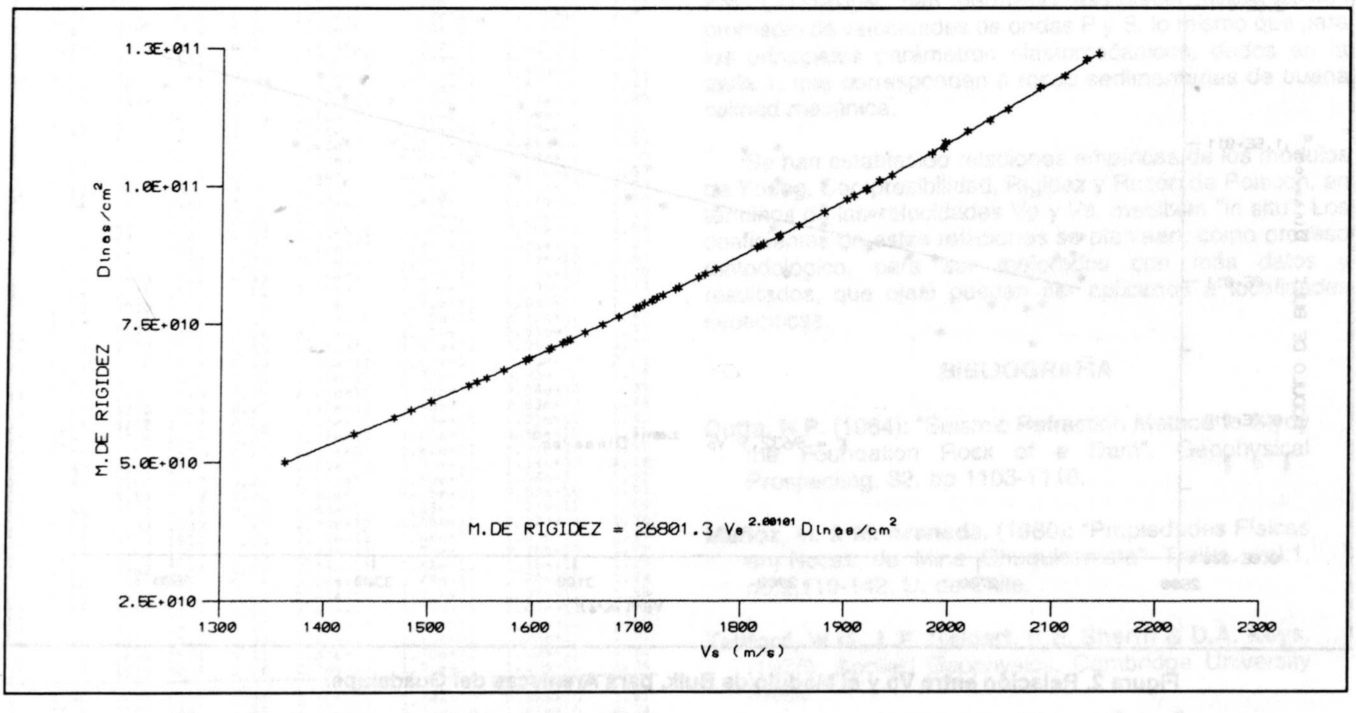

Figura 4. Relación entre Vs y el Modulo de Rigídez, para Areniscas del Guadalupe.

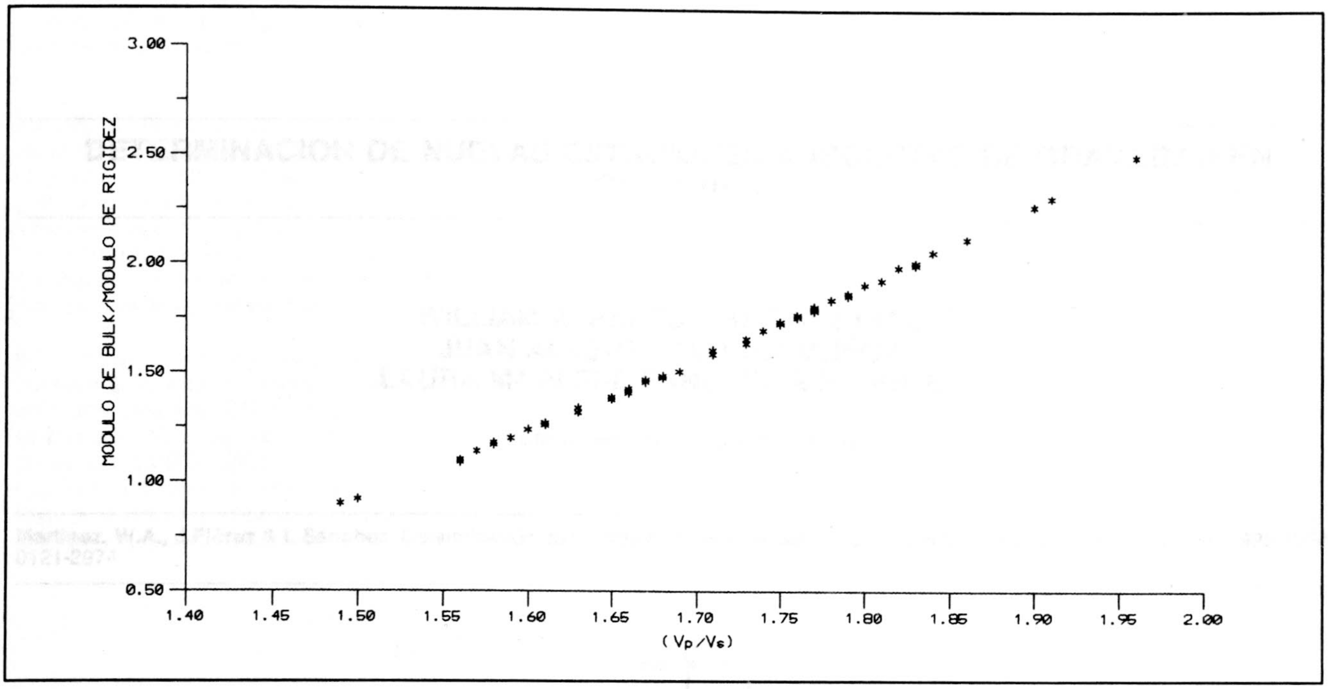

Figura 5. Relación entre (Vp/Vs) y el (Modulo de Bulk/Modulo de Rigídez), para Areniscas del Guadalupe.

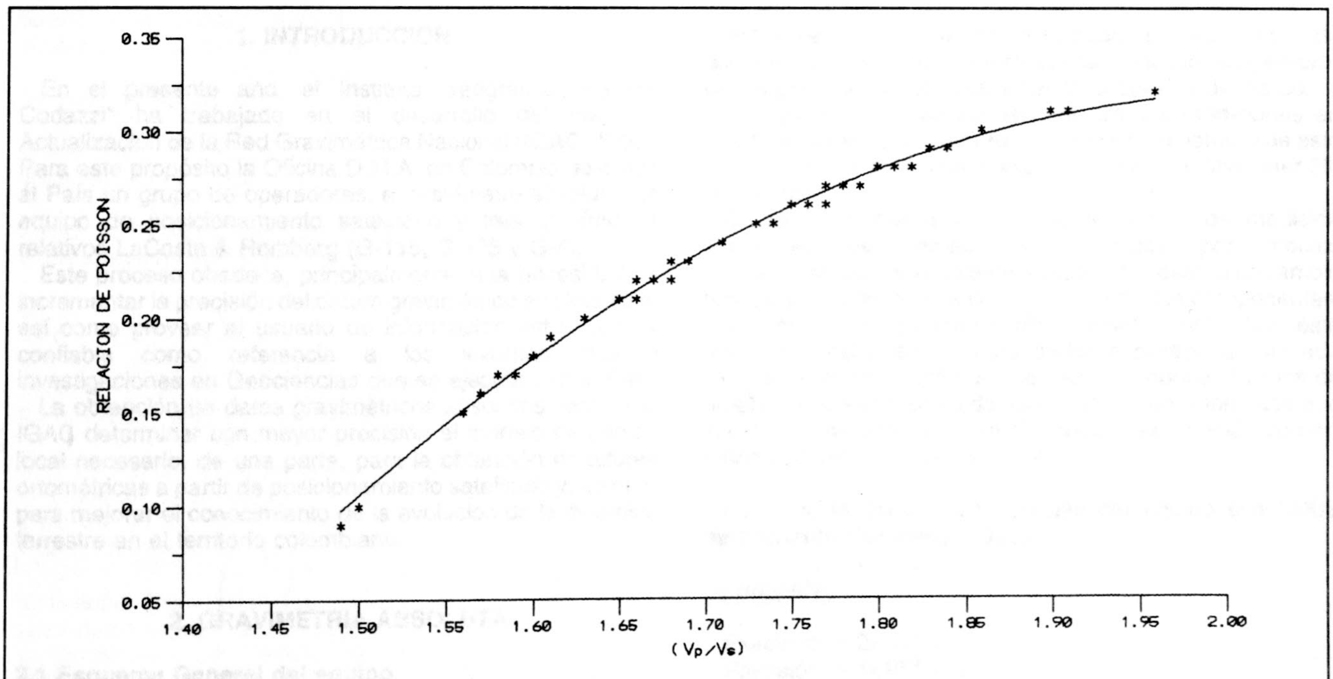

Figura 6. (Vp/Vs) en función de la relación de Poisson, para Areniscas del Guadalupe.