



Sobre la Utilización del Análisis de Fourier, Análisis Espectral Singular y Redes Neuronales Artificiales en Estratigrafía. Parte 1: Teoría y Caso Sintético

On the Use of Fourier analysis, Singular Spectral Analysis and Artificial Neural Networks in Stratigraphy. Part 1: Theory and Synthetic Case

OSCAR JAVIER GARCÍA – CABREJO¹

GIOVANNI MORENO-SÁNCHEZ²

¹Departamento de Geociencias, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

E-mail: oscar.garciac@gmail.com

²Departamento de Geociencias, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

Instituto Colombiano de Geología y Minería – INGEOMINAS

E-mail: gmorenos@unal.edu.co, gmoreno@ingegominas.gov.co

GARCÍA-CABREJO, O. & MORENO-SÁNCHEZ, G. (2006): Sobre la Utilización del Análisis de Fourier, Análisis Espectral Singular y Redes Neuronales Artificiales en Estratigrafía. Parte 1: Teoría y Caso Sintético.- GEOLOGÍA COLOMBIANA, 31, pp. 105-120, 16 Figs., Bogotá.

RESUMEN

En este trabajo se presentan los fundamentos conceptuales de 3 metodologías para el análisis de información estratigráfica: Análisis de Fourier (AF), Análisis Espectral Singular (AES) y Redes Neuronales Artificiales (RNA). En el análisis de Fourier, se asume que la señal estratigráfica esta conformada por una sumatoria de funciones periódicas y por medio de esta representación se puede determinar las frecuencias principales. El análisis espectral singular permite separar la señal estratigráfica en componentes estadísticamente independientes que se pueden relacionar con procesos geológicos particulares. Las redes neuronales artificiales permiten extraer los componentes principales no lineales de la señal estratigráfica y se pueden usar en una versión mejorada del AES. Así mismo estos componentes principales no lineales se pueden combinar con el Clasificador de Señal Múltiple para determinar las frecuencias predominantes en la señal estratigráfica, siendo una alternativa al análisis de Fourier.

Estas 3 metodologías se aplican en un caso sintético que representa la curva de variación granulométrica en una sección. Los resultados indican que los componentes obtenidos del AES y RNA se encuentran asociados a frecuencias particulares que se pueden relacionar con procesos geológicos, y que la combinación de redes neuronales artificiales y el clasificador de señal múltiple detectan las frecuencias predominantes en una señal de una mejor forma que con el AF.

Palabras Clave: *análisis de Fourier, análisis espectral singular, estratigrafía, redes neuronales artificiales.*

ABSTRACT

This paper shows the basics of three different methodologies to analyze stratigraphic information: Fourier Analysis, Singular Spectral Analysis and Artificial Neural Networks. In Fourier Analysis, the fundamental assumption is that the signal can be composed in a sum of periodic components and from this it is straightforward to detect the predominant frequencies. In Singular Spectral Analysis, the signal can be separated in a set of statistical independent components and each one of this can be related to specific geological processes. The Artificial Neural Network can extract the nonlinear principal components from the signal, and these components can be employed in an improved version of SSA. Besides, these components can be used in conjunction with the MUSIC estimator to separate the fundamental frequencies associated with the original signal. These methodologies are employed in a synthetic signal that represents the granulometric variation in a stratigraphic section.

The results obtained using these methodologies indicate that the principal components extracted

using SSA and ANN are related with specific frequencies / processes and the combination of ANN and MUSIC estimator improves the frequency discrimination in a synthetic signal.

Key words: *artificial neural network, Fourier analysis, stratigraphy, singular spectral analysis.*

INTRODUCCION

En el análisis de series de datos estratigráficos aparecen dos temáticas de importancia primordial a la hora de caracterizar la presencia o ausencia de tendencias ambientales o energéticas. Estas se refieren al filtrado de las series de datos estratigráficos y a la determinación de frecuencias predominantes, las cuales pueden dar indicios de la ocurrencia de eventos geológicos de naturaleza uniforme, periódica o episódica durante el proceso de generación del registro estratigráfico.

Para abordar el problema relacionado con el filtrado de la serie estratigráfica se cuenta con diferentes metodologías desarrolladas en el campo del análisis de señales y de series de tiempo, las cuales se pueden aplicar en el caso de series de datos espaciales de propiedades litológicas. Sin embargo es de recordar que para realizar el filtrado de una señal se requiere conocer el rango de frecuencias que se quieren excluir (ruido) y que por ende no sería de interés conservar en la señal. Sin embargo esta aproximación puede tener problemas cuando se aplica en señales estratigráficas dado que en muchos casos la delimitación señal – ruido no puede hacerse de forma clara. Esto es debido a que las altas frecuencias presentes en la misma pueden corresponder al resultado de la ocurrencia de procesos geológicos particulares con periodicidades cortas.

El análisis de las frecuencias predominantes de la señal se ha realizado a nivel tradicional mediante análisis de Fourier y el espectro de frecuencias asociado a este se ha determinado por diferentes métodos. Entre estos métodos se pueden mencionar periodograma, máxima entropía y clasificador de señal múltiple entre otros.

El objetivo central de este trabajo corresponde a una comparación entre diferentes metodologías existentes para el análisis de series de datos estratigráficos (señal estratigráfica), entre las cuales se incluyen el Análisis de Fourier (AF), Análisis Espectral Singular (AES) y Redes Neuronales Artificiales (RNA). Se presta especial atención a las suposiciones que hace cada metodología y su conveniencia para el análisis de la información con que habitualmente se cuenta en estudios estratigráficos. En el caso del análisis espectral singular se presenta el procedimiento tradicional (GHIL *et al.* 2002) y se propone en este trabajo una variación del mismo basado en redes neuronales artificiales.

Este trabajo se encuentra dividido en 2 partes. En la primera entrega se presentan los fundamentos concep-

tuales de las metodologías antes mencionadas junto con su respectiva aplicación en un caso sintético. En la segunda entrega se presenta un caso de aplicación real que corresponde a las formaciones Tablazo y Simití aflorantes en el municipio de Sáchica, Boyacá, Colombia (MORENO & SARMIENTO 2002).

La estructura de esta primera entrega es la siguiente: en la sección 2 se presentan algunos aspectos de interés de las series de datos estratigráficas. En la sección 3 se presentan los fundamentos de los métodos de análisis entre los que se incluyen análisis de Fourier, Análisis Espectral Singular y Redes Neuronales Artificiales. En la sección 4 se desarrolla un caso de estudio sintético. La sección 5 incluye la discusión de resultados y la sección 6 presenta las conclusiones obtenidas en la presente entrega.

CARACTERÍSTICAS DE LAS SERIES DE DATOS ESTRATIGRÁFICOS

En una secuencia estratigráfica un ciclo corresponde a un conjunto de capas que ocurren en un orden específico y que definen un patrón energético indicativo de las condiciones hidrodinámicas (energéticas) actuantes sobre el fondo del depósito (WILKINSON *et al.* 1996). Periodo indica un conjunto de ciclos que se repiten en función de un intervalo de espacio (espesor) constante (WILKINSON *et al.* 1996). La periodicidad es por tanto indicativa de regularidad espacial o temporal.

Una secuencia de datos que represente valores de una propiedad física que fluctúa de forma variable en el tiempo o espacio y cuyo muestreo y medición se realiza a una tasa constante, se denomina serie de tiempo, cadena de datos o señal (DAVIS 2002). En un contexto estratigráfico, una serie de tiempo estratigráfica o señal estratigráfica es un conjunto de mediciones discretas realizadas a intervalos iguales de espacio representado en espesor o de tiempo de una propiedad sedimentológica o ambiental (SCHWARZACHER 2000).

El análisis de una serie de tiempo tiene por finalidad la cuantificación, caracterización y descripción de las componentes principales constituyentes de una señal (CARR 1995, MERRIAM & ROBINSON 1997). Las series de datos estratigráficos pueden estar constituidas por las magnitudes correspondientes a los valores de propiedades sedimentológicas (granulometría, contenido de cuarzo – feldespato – líticos, etc.) o geofísicas (valores de rayos gamma, potencial espontáneo, etc.), las cuales son registradas en función de la posición (espesor) dentro de la secuencia

sedimentaria (PROKOPH & BARTHELMES 1996, DAVIS 2002, XU & MACCARTHY 1998, PROKOPH 1999, PROKOPH & AGTERBERG 1999, PARKS *et al.* 2000, SCHWARZACHER 1993, SCHWARZACHER 2000)

ANÁLISIS CUANTITATIVO DE SERIES DE DATOS ESTRATIGRÁFICOS

Como se mencionó anteriormente las señales estratigráficas son series de tiempo (o siendo más estrictos son series espaciales) y por lo tanto su análisis se puede realizar usando los diferentes métodos que se han desarrollado para el tratamiento de este tipo de información. En esta sección se presentan los conceptos de algunas herramientas que se emplean habitualmente para el análisis de señales estratigráficas

Análisis de Fourier

Un proceso físico puede ser descrito en el dominio del tiempo por el valor de la variable de interés (tamaño de grano, unidades API, etc.) en función del tiempo $\{x(t): -\infty < t < +\infty\}$. Gráficamente esta representación correspondería a las denominadas series de tiempo o series espaciales, según sea el caso (Fig. 1).

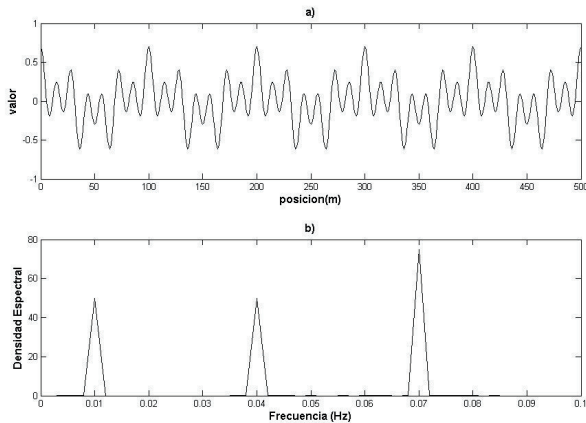


Fig. 1. a) Ejemplo de Serie de tiempo. b) Serie de tiempo en el dominio de la frecuencia.

Un aspecto interesante consiste en que esta serie de tiempo $x(t)$ puede ser descrita como una sumatoria de funciones periódicas de características definidas:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi nt}{N} + b_n \sin \frac{2\pi nt}{N} \right) \quad (1a)$$

Donde a_n y b_n son los coeficientes de Fourier, N es la longitud de la serie.

Así mismo este proceso se puede representar en el dominio de la frecuencia, en donde el fenómeno de interés puede ser descrito por su amplitud y fase en función de la frecuencia, $\{X(w)\}$. A nivel gráfico esta representación se

hace mediante el denominado periodograma (Fig. 1b)

De esta forma $x(t)$ y $X(w)$ son dos representaciones de la misma función y la conexión entre estas se encuentran dada mediante la transformada de Fourier. Esta función se encuentra definida por (Hsu 1987):

$$X(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-2\pi iwt} dt \quad (1b)$$

Donde w es la frecuencia (en Hertz), t el tiempo, e $i = \sqrt{-1}$.

La transformada inversa de Fourier se encuentra definida por:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(w)e^{2\pi iwt} dw \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) corresponden al denominado par de transformadas de Fourier y permiten que una función sea expresada en el dominio del tiempo o de la frecuencia según se requiera. La transformada directa de Fourier (Ecuación 1) representa a la serie de tiempo en términos de la distribución de varianza para diferentes frecuencias. El par transformado esta normalizado de tal forma que la varianza total es la misma ya sea se calcule en el dominio del tiempo o de la frecuencia, lo cual se encuentra establecido en el denominado teorema de Parseval:

$$\text{Varianza Total} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(w)|^2 dw \quad (3)$$

Las ecuaciones (1) y (2) representan la definición de la transformada de Fourier para señales continuas de longitud infinita, pero para emplear estas importantes herramientas en la práctica se requiere una versión discreta de la misma, la cual se denomina la transformada discreta de Fourier.

La transformada discreta de Fourier de una serie de tiempo $x(n)$ finita de longitud N esta dada por:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-2\pi i kn/N}, k = 0, 1, \dots, N-1, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

La ecuación anterior se puede expresar en notación polar compleja:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \left(\cos \frac{2\pi kn}{N} - i \sin \frac{2\pi kn}{N} \right), k = 0, 1, \dots, N-1, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5)$$

La ecuación 5 puede ser definida en términos de una serie $X(k)$:

$$X(k) = a(k) - ib(k) \quad (6)$$

Donde los coeficientes $a(k)$ y $b(k)$ están dados por:

$$\begin{aligned} a(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos \frac{2\pi kn}{N} \\ b(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \sin \frac{2\pi kn}{N} \end{aligned} \quad (7)$$

La frecuencia del k -ésimo coeficiente de Fourier esta determinado por la frecuencia f_s de muestreo y por la longitud de la serie:

$$f_k = \frac{k f_s}{N} \quad (8)$$

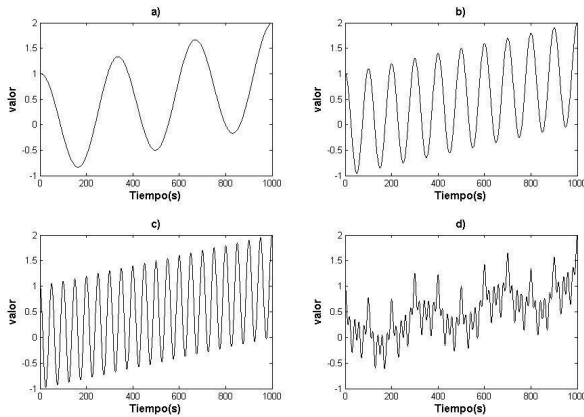


Fig. 2. La Serie de tiempo en d) es el resultado de la suma de componentes periódicos en a), b) y c).

Análisis Espectral Singular

El procedimiento de análisis espectral singular tiene por objetivos la compresión de información y el aumento de la relación señal – ruido para la serie de tiempo, y además el de encontrar la estructura del atractor que describe la dinámica del sistema. La siguiente explicación de este método se basa en la descripción dada por GHIL *et al.* (2002). Este procedimiento fue desarrollado para trabajar con series de tiempo de corta duración y que se encontrarán afectadas por ruido, con el fin de extraer el máximo posible de información útil de la misma.

El procedimiento para realizar el análisis espectral singular involucra el empotramiento de la serie de tiempo $\{X(t)=x_1, \dots, x_N\}$ en un vector de dimensión M (Fig. 3). Esta labor de empotramiento de la serie de tiempo se realiza definiendo un tamaño de ventana M , así como un rezago temporal r , con el cual de una serie de tiempo se puede obtener un conjunto multivariado.

En términos generales este procedimiento es equivalente a estudiar la serie de tiempo mediante un conjunto de vistas rezagadas que se superponen. El análisis conjunto de estas vistas rezagadas permite acentuar los patrones periódicos y recurrentes, y aminorar el efecto de aquella parte de la señal que no sea periódica, como es el caso del ruido. Este procedimiento tiene su origen en el análisis no lineal de series de tiempo, en donde se emplea para la reconstrucción del atractor del sistema usando una única realización temporal, y su justificación matemática se encuentra dada por el denominado Teorema de Takens (OTT 1993).

El empotramiento de la serie de tiempo permite la obtención de una secuencia de vectores M -dimensionales $\{X(t)\}$ a partir de la serie original $\{X(t)\}$ por medio de copias rezagadas de los datos escalares:

$$X(t) = \{X(t), X(t+1), \dots, X(t+M-1)\} \quad (9)$$

Donde los vectores $X(t)$ se encuentran indexados entre 1 y N' , donde $N'=N-M+1$, donde N es la longitud total de la serie de datos y M es la denominada dimensión de empotramiento y corresponde al número de componentes de los vectores $X(t)$.

El procedimiento de análisis espectral singular permite usar la información presente en la serie de tiempo empotrada para determinar los patrones elementales de variación de la misma. Esto lo realiza mediante la utilización de filtros adaptados a los datos que permiten la separación de la señal en componentes estadísticamente significativos para un rezago temporal igual a 0, en una serie empotrada. Estos componentes pueden ser clasificados en tendencias, patrones oscilatorios y ruidos. Para el caso del análisis espectral singular las tendencias no necesitan ser de tipo lineal y las oscilaciones pueden tener variaciones tanto en amplitud como en fase.

El procedimiento para realizar el análisis espectral singular es el siguiente:

1. Empotrar la serie de tiempo usando una ventana con un tamaño M igual al del periodo que se quiera estudiar.

A partir de la serie empotrada determinar la matriz de varianza – covarianza (KOTTGODA & ROZZO 1993) para un rezago máximo de M .

$$C_{ij} = \frac{1}{N-M} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^M \sum_{k=0}^{N-M} x(k+i)x(k+j) \quad (10)$$

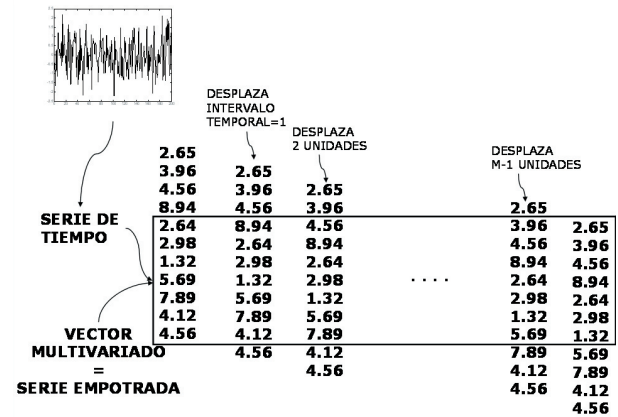


Fig. 3. Empotramiento de la serie de tiempo. Tomado de MORENO-SÁNCHEZ & GARCÍA-CABREJO (2003).

3. Determinar los valores y vectores propios de la matriz (MARSDEN & TROMBA 2000) obtenida en el paso anterior, con lo cual se definen las estructuras temporales que explican el máximo de información posible de la covarianza de la señal empotrada para una ventana de tamaño M , resolviendo:

$$C_X e_k = \lambda_k e_k \quad (11)$$

Los valores propios λ_k se encuentran relacionados con la varianza explicada por cada una de estas estructuras temporales, y los vectores propios e_k con la contribución de cada variable a la señal original.

4. Una vez obtenidos los valores y vectores propios de la matriz de covarianza de la señal (Ecuación 10) estos se pueden proyectar sobre la serie original por medio de:

$$A_k(t) = \sum_{j=1}^M x(t+j-1)e_k(j) \quad (12)$$

Los valores de estos componentes proyectados sobre la serie de tiempo se pueden estudiar mediante análisis de Fourier con el fin de determinar su contenido frecuencial.

La gran ventaja que presenta este método consiste en la posibilidad de reconstruir la señal original a partir de los vectores propios (Ecuación 11) obtenidos anteriormente, ya que estos se pueden asumir como una nueva base para la señal original. Esto se logra por medio de:

$$x_R(n) = \frac{1}{M_t} \sum_{k=1}^M \sum_{j=L}^U A_k(t-j+1)e_k \quad (13)$$

Donde $x_R(n)$ es la señal reconstruida, e_k son los vectores propios (o componentes principales) obtenidos del procedimiento descrito por la ecuación 11, A_k corresponde al respectivo componente k proyectado sobre la señal (Ecuación 12). L y U son los límites de sumatoria y M es un factor de escalamiento que depende de la ubicación del punto específico en el tiempo, los cuales se encuentran dados por:

$$(M_t, L_t, U_t) = \begin{cases} \left(\frac{1}{t}, 1, t\right) & 1 \leq t \leq M-1 \\ \left(\frac{1}{M}, 1, M\right) & M \leq t \leq N' \\ \left(\frac{1}{N-t+1}, t-N+M, M\right) & N'+1 \leq t \leq N \end{cases} \quad (14)$$

La ecuación 13 indica que se puede hacer una reconstrucción similar a la brindada por las series de Fourier (Ecuación 1a) pero en lugar de usar funciones trigonométricas (senos y cosenos), se emplean los vectores propios obtenidos en el procedimiento de componentes principales de la matriz de covarianza, brindando así la posibilidad de definir una base para reconstruir la señal a partir del mismo conjunto de datos y no haciendo

suposiciones restrictivas. Esto es de vital importancia en el análisis de series de datos estratigráficas debido a que las señales con las que habitualmente se trabaja tienen formas irregulares (Fig. 4) y en estos casos las funciones periódicas (senos y cosenos) no corresponderían a la mejor opción para representar patrones con formas tan irregulares (SCHWARZAGER 1993).

Para obtener una idea intuitiva de este procedimiento se presenta un ejemplo a continuación. En la figura 4a se tiene una señal estratigráfica que presenta la variación del tamaño de grano con la posición y la cual tiene tres ciclos predominantes de 5m, 18m y 50m. En este caso las unidades son arbitrarias ya que la señal se ha estandarizado restandole el promedio y dividiéndola por su respectiva desviación estándar. Sobre esta señal se ha aplicado el Análisis Espectral singular y se han proyectado los dos primeros componentes sobre la señal original (Fig. 4b – 4c). En el primer componente se encuentran presentes los ciclos de 18m y 50m tal como lo muestra el periodograma (Fig. 4c). En el segundo componente aparece el ciclo de 5m (Fig. 4e). La señal reconstruida usando los dos primeros componentes aparece en la figura 4f. En este caso particular con dos componentes se separan los ciclos predominantes asociados a la señal, y la reconstrucción de esta a partir de estos componentes permite conservar estos ciclos. Por lo tanto, la proyección de los componentes obtenidos anteriormente tiene una connotación genética ya que se pueden relacionar con procesos geológicos particulares.

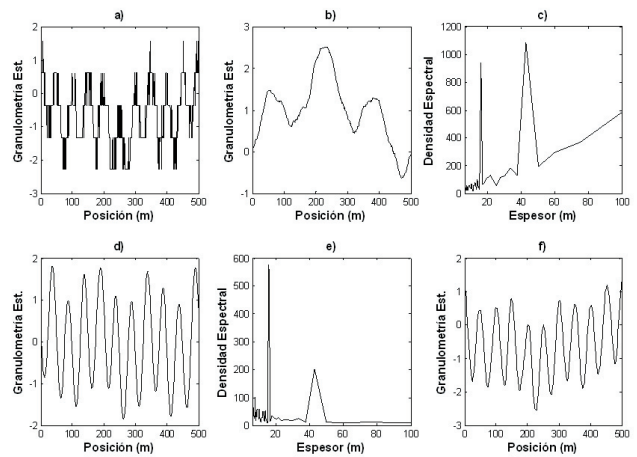


Fig. 4. Ejemplo de Análisis Espectral Singular. a) Señal real. b) Primer componente proyectado sobre la serie. c) Periodograma del primer componente. d) Segundo componente proyectado sobre la serie. e) Periodograma del segundo componente. f) Señal reconstruida usando los 2 primeros componentes principales.

Análisis de Componentes Principales

El análisis de componentes principales es una técnica

estadística usada para reducir la dimensionalidad de un conjunto de variables en el análisis exploratorio de datos (KOTTEGODA & ROZZO 1993). Esta metodología de análisis determina un conjunto de variables m que permiten explicar n variables, al minimizar el error de reconstrucción bajo las restricciones de reconstrucción lineal y factores ortogonales mientras que maximiza la varianza de las variables originales.

La mejor forma de entender este procedimiento es de forma grafica. En la figura 5 se muestra un diagrama de dispersión entre 2 variables X e Y . Se va a suponer que estas variables tiene una relación de tipo lineal y de proporcionalidad directa, y en el caso que se quiera realizar la gráfica se necesitarían de los dos conjuntos de datos. Si se definen dos nuevos ejes para representar los datos (línea negra continua y discontinua), se puede apreciar que hay un eje sobre el cual si se proyectan las muestras estas presentan una mayor variación (línea negra continua), mientras que en el otro (línea negra discontinua) la proyección de los puntos presenta una variación menor que para el eje anterior. Por lo tanto se puede decir que si se quiere representar el conjunto de datos originales en el nuevo sistema de ejes se requiere una variable (componente 1) mientras que en el espacio original se necesitarían 2 (X e Y). A estos nuevos ejes se les denomina componentes y cuando esta misma idea se extiende a un espacio de mayor dimensionalidad, se tiene la metodología de los componentes principales.

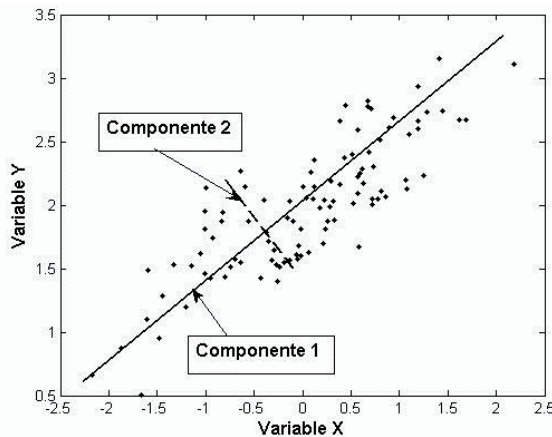


Fig. 5. Explicación grafica de la metodología de componentes principales. Modificado de MORENO-SÁNCHEZ & GARCÍA-CABREJO (2003).

Matemáticamente este procedimiento corresponde a la determinación de los valores y vectores propios de la matriz de covarianza C (Ecuación 10), lo cual esta dado por:

$$C_X e_k = \lambda_k e_k \tag{15}$$

Donde e_k serían los vectores propios y λ_k los correspondientes valores propios. Esta ecuación es equivalente

a la ecuación 11 presentada anteriormente.

En términos concretos las direcciones de los nuevos ejes sobre los cuales se puede proyectar la información corresponderían a los vectores propios, y la extensión de dichos ejes estaría dada por los respectivos valores propios. Estos valores propios corresponden a la varianza explicada por cada uno de los componentes o vectores propios de la matriz de covarianza y de esta forma se puede determinar cuantitativamente cual es la proporción de la información original que es explicada por estos componentes.

Redes Neuronales Artificiales

Una red neuronal artificial es una estructura computacional conformada por varios elementos de procesamiento (unidades o neuronas), las cuales se caracterizan por operar en paralelo. Estas neuronas son organizadas en capas, las cuales pueden ser de entrada, ocultas y salida. Entre cada una de estas capas existen conexiones, con las cuales se pretende dar flexibilidad a la interacción entre dichas capas y las cuales se encuentran ponderadas por un conjunto de pesos (Fig. 6). Esto pesos corresponden a los parámetros del modelo de la red y dado un conjunto de entrada y salida, estos se pueden modificar de tal forma que la diferencia entre esos conjuntos se puede hacer mínima (MARTÍN DEL BRIO & SANZ 2002).

Dado un conjunto de patrones de entrada x , la salida de la red neuronal y se puede determinar por medio de la expresión:

$$y_k(x, \theta) = \sum_{\beta=1}^m w_{\beta k} T \left(\sum_{\alpha=1}^n w_{\beta \alpha} x_{\alpha} \right), k = 1, \dots, K \tag{16}$$

Donde $w_{\beta k}$ y $w_{\alpha \beta}$ corresponden a los pesos de ponderación de las conexiones, y $T()$ es la función de activación. En forma matricial la ecuación anterior se convierte en:

$$Y = W_{21} \times T(W_{10} \times X) \tag{17}$$

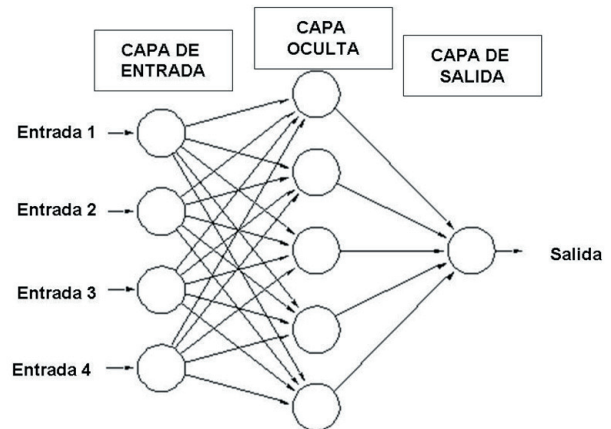


Fig. 6. Esquema de una red neuronal artificial.

En la cual las x representan operaciones de producto matricial y la función de activación $T()$ se aplica sobre el vector resultante.

La función de activación mide la respuesta de cada neurona ante las variables de entrada y una de las más comunes corresponde a la denominada función logística, la cual esta dada por:

$$T(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z)} \quad (18)$$

Donde z corresponde a la variable de entrada. Hay que tener en cuenta que cuando la expresión anterior se aplica en la ecuación (17) se esta haciendo sobre el vector resultante y no solamente sobre un número.

Existen tres propiedades que caracterizan a las redes neuronales artificiales:

1. Topología de la red. Forma como las capas se encuentran conectadas.
2. Funciones de activación. Definen la respuesta de una neurona ante un estímulo de entrada.
3. Algoritmo de aprendizaje. Corresponde a la forma como se pueden modificar los pesos de la red para cumplir un objetivo particular.

Cuando se le presenta a la red neuronal artificial un patrón de entrada es posible calcular la salida de la misma usando la ecuación (17). La selección de la función de activación es muy importante ya que determina el procedimiento de entrenamiento de la red neuronal, y se debe hacer de tal forma que sea una función no lineal y que además sea derivable (para el caso que se utilicen los procedimientos de entrenamiento con gradientes).

El modelo más común de red neuronal corresponde al denominado Perceptrón multicapa (Fig. 6), el cual consiste en una capa de entrada, una capa de salida y una capa oculta (aunque también pueden ser varias). Cada neurona en una capa específica se encuentra conectada a todas las neuronas de la capa siguiente. La función de activación se puede aplicar solamente en la capa oculta (intermedia) y en la capa de salida. A nivel práctico se ha determinado que la utilización de una función de activación de tipo lineal en la capa de salida brinda mejores resultados en el entrenamiento (LOONEY 1997).

El procedimiento de entrenamiento que se emplea en este caso corresponde al denominado retropropagación de error (Back-Propagation), el cual consiste en los siguientes pasos:

1. El primer patrón se le presenta a la red y se determina la salida de la misma (usando la ecuación 17).
2. Si la salida de la red no es igual a la salida deseada entonces se calcula el error entre estas dos salidas y se modifican los pesos de tal forma que este error se minimice. Para el caso de la capa de salida la modificación de

los pesos se hace mediante la expresión:

$$W_{21}^{t+1} = W_{21}^t - \alpha T'(Y_2) \times error \quad (19)$$

Donde α es la denominada tasa de aprendizaje, error es la diferencia entre la salida obtenida y la deseada, y $T'()$ es la derivada de la función de activación aplicada sobre la salida de la red neuronal.

1. Se propaga esta información a las capas previas y se modifican los pesos de acuerdo a la ecuación:

$$W_{10}^{t+1} = W_{10}^t - \alpha T'(Y_1) \times W_{21}^{t+1} \quad (20)$$

Los pasos 2 y 3 se repiten para todos los patrones y conjuntamente se van modificando los pesos. El algoritmo representado por las ecuaciones (19) y (20) se denomina regla delta generalizada.

De acuerdo con LOONEY (1997) y MARTÍN DEL BRIO & SANZ (2002), la red neuronal artificial explicada anteriormente puede ser empleada para la extracción de componentes principales usando una topología como la que aparece en la figura 7. El objetivo central de esta red neuronal consiste en reconstruir la información original usando una proyección en un espacio de dimensionalidad menor que debe determinar la red. Este procedimiento de reconstrucción se realiza en dos etapas:

1. Obtención de una representación de la información original x en un espacio de dimensionalidad menor al original. Esto es claro del hecho que el número de neuronas en la capa oculta es menor que el número de variables de entrada.
2. Reconstrucción de la información original x a partir de la proyección de la misma obtenida por la red neuronal en la capa oculta.

En este caso particular el número de neuronas en la capa oculta se hace igual al número de componentes que se quiera extraer de la información original y se emplea el procedimiento de entrenamiento explicado en las ecuaciones (19) y (20). Este procedimiento de entrenamiento se puede realizar especificando una función de activación $T()$ de tipo lineal, con lo cual los componentes extraídos son similares a los determinados por el análisis de componentes principales tradicional, o si se especifica, una función no lineal como la dada en la ecuación 18, se obtendrían componentes principales no lineales, que pierden la propiedad de ortogonalidad pero que permiten realizar una mejor reconstrucción de la información inicial (LOONEY 1997).

Una vez obtenidos estos componentes principales (ya sean lineales o no lineales) se pueden emplear las ecuaciones (12) y (13) para realizar una proyección de estos sobre la señal original y proceder con la determinación de las frecuencias predominantes de la señal. Sin embargo un problema práctico relacionado con esta aproxi-

mación corresponde a la utilización de un procedimiento de entrenamiento supervisado, en el cual las operaciones matriciales pueden ser intensivas en términos computacionales, dependiendo del número de datos y del número de componentes que se desee extraer. Esto hace que en términos prácticos se prefieran otro tipo de redes neuronales artificiales para realizar la extracción de los componentes principales. Estas redes neuronales son las redes de tipo Hebbiano, las cuales se explican a continuación.

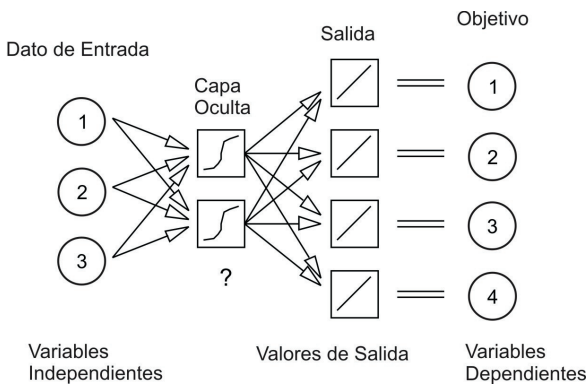


Fig. 7. Esquema del autoasociador.

Redes neuronales hebbianas

Este tipo de redes neuronales artificiales se propusieron originalmente como un modelo simplificado de interacción entre neuronas por Donald Hebb a finales de los años 40. Hebb encontró que si una neurona excita de forma repetida a otra, la comunicación o conexión entre estas se ve reforzada (Fig. 8). Dado que la conexión entre neuronas esta cuantificada por el peso de conexión entre estas, el reforzamiento de la conexión se puede expresar por medio de:

$$W^{t+1} = W^t + \alpha XY^T \tag{21}$$

Donde W^t son los pesos en el tiempo t , W^{t+1} son los pesos actualizados, α es la denominada tasa de aprendizaje, X es el patrón de entrada e Y^T es la salida de la red neuronal dada por:

$$Y^t = W^t \times X \tag{22}$$

La expresión (21) permite modificar los pesos de la red neuronal y por lo tanto se constituye en un esquema de entrenamiento como tal. La gran diferencia entre este y el procedimiento de retro – propagación de error (ecuaciones 19 y 20) consiste en que no se requiere la señal deseada, y al usar solamente información de los patrones de entrada, este tipo de entrenamiento se denomina no – supervisado.

Una característica de este tipo de esquema de entrenamiento es que el valor de los pesos se incrementará sin

límite a medida que se repite el procedimiento expresado por la ecuación (21) haciendo que este algoritmo sea inestable. Para hacer que el aprendizaje hebbiano sea útil es necesario contar con una versión estable del mismo, lo cual se puede hacer normalizando el valor de los pesos. Este procedimiento fue propuesto inicialmente por OJA (1982) y desde entonces se conoce como la regla de Oja y esta dado por:

$$w_i^{t+1} = \frac{w_i^t + \alpha y^t x_i^t}{\sqrt{\sum_i (w_i^t + \alpha y^t x_i^t)^2}} \tag{23}$$

Y donde la actualización de los pesos se realiza neurona por neurona.

Componentes principales usando redes neuronales hebbianas

Un aspecto interesante de la aplicación de la regla de Oja consiste en que el conjunto de pesos W obtenido cumple la relación $CW = \lambda_1 W$, donde C es la matriz de covarianza de los patrones de entrada y λ_1 es una constante. Esto es equivalente a lo presentado en las ecuaciones (11) y (15), y es similar a afirmar que los pesos obtenidos al aplicar la regla de Oja corresponden a un vector propio de la matriz de covarianza, y específicamente al primer componente principal del conjunto de patrones (OJA 1982).

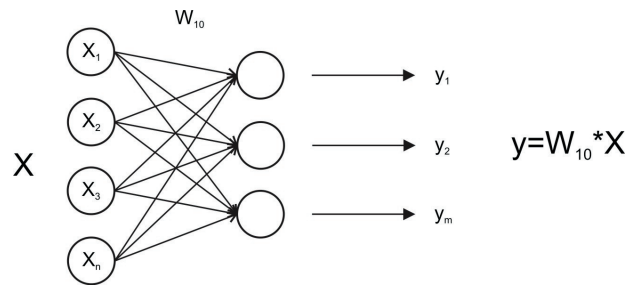


Fig. 8. Estructura de una red neuronal de tipo hebbiano. Modificado de MORENO-SÁNCHEZ & GARCÍA-CABREJO (2003).

Con el fin de extraer los componentes principales (vectores propios) del conjunto de patrones de entrada, la actualización de los pesos dada por la ecuación 23 se puede aplicar de forma secuencial sobre la proyección del respectivo componente en un procedimiento similar a la ortogonalización de Gram-Schmidt (MARSDEN & TROMBA 2000). Esta metodología fue implementada por SANGER (1989) y el esquema de entrenamiento de la red neuronal de tipo hebbiano (ecuación 21) queda expresada por:

$$\Delta w_{ij}^t = \alpha y_i^t \left[x_j - \sum_{k=1}^i w_{kj}^t y_k^t \right] \tag{24}$$

En esta regla de actualización la entrada a cada neu-

rona se le resta el producto de la salida de las neuronas anteriores por sus respectivos pesos. La salida y_t de la red neuronal se determina usando la ecuación (22), y por lo tanto este tipo de esquema permite extraer los componentes principales lineales o tradicionales. Este procedimiento se puede modificar para la extracción de componentes principales no lineales, si se utiliza una función de activación no lineal del tipo:

$$g(y) = \tanh(\beta y) \tag{25}$$

Donde y corresponde a la salida de la red neuronal (Ecuación 22) y β es un parámetro que determina el grado de activación que se aplica sobre la salida de la red neuronal. De acuerdo a TAGLIAFERRI *et al.* (1999) la única condición que debe cumplir una función para ser empleada en este procedimiento de modificación de la salida de la red neuronal, es que sea derivable y que presente un crecimiento de rapidez menor a $|t^2|$, para que no se presenten problemas de estabilidad numérica en la modificación de los pesos.

Sin embargo existen otros algoritmos para el entrenamiento de este tipo de redes neuronales artificiales que incorporan directamente elementos de la función de activación empleada. Uno de estos corresponde al denominado Algoritmo Hebbiano Generalizado (AHG), el cual se encuentra dado por:

$$w_{ij}^{k+1} = w_{ij}^k + \alpha g(y_k) e_k$$

$$e_k = x_j - \sum_{j=1}^i w_{kj} y_k \tag{26}$$

Donde e_k es el término de error para la época k , y $g(y)$ es la salida de la función de activación (Ecuación 25).

El entrenamiento de este tipo de redes neuronales artificiales se realiza de la siguiente forma:

1. Se inicializa la matriz de pesos W con valores aleatorios uniformemente distribuidos entre [-0.5, 0.5].
2. Para cada patrón de entrada X se determina la salida de la red neuronal. (Ecuaciones 22 o 25, según sea el caso).
3. Se modifican los pesos de la red neuronal usando expresiones como las presentadas en las ecuaciones 21, 23 y 24.
4. Si la variación de los pesos de una época a otra es menor que el valor de tolerancia especificado, entonces se detiene todo el procedimiento, de lo contrario se continúa a la siguiente época.

Una vez entrenada la red neuronal artificial la determinación de las frecuencias fundamentales asociada a la señal se hace de dos formas:

- Reconstrucción de la señal a partir de los componentes principales no lineales (análisis espectral singular neuronal) y estimación del periodograma.

- Utilización del estimador de frecuencias denominado clasificador de señal múltiple o MUSIC (Multiple Signal Classifier), el cual emplea directamente los pesos obtenidos por la red neuronal sin el paso de reconstruir la señal.

Análisis espectral singular neuronal

Este procedimiento se propone en este trabajo como una alternativa al análisis espectral singular tradicional para el análisis de señales complejas como es el caso de las señales estratigráficas. Este algoritmo consiste en realizar el análisis espectral singular tal y como esta descrito en las ecuaciones (12) y (13), pero utilizando los componentes principales no lineales obtenidos mediante una red neuronal artificial. En este caso particular se emplea una red neuronal artificial de tipo de Hebbiano (ecuaciones 21 y 22), con un esquema de entrenamiento denominado algoritmo Hebbiano generalizado (ecuación 26). Es de aclarar que se espera que este procedimiento tenga diferencias con su contrapartida tradicional, sin embargo no se da una demostración matemática exhaustiva que lo asegure.

Clasificador de señal múltiple

Este estimador toma como entrada los pesos obtenidos del entrenamiento de la red neuronal, los cuales corresponden a los componentes no lineales asociados a la matriz de la señal empotrada (TAGLIAFERRI *et al.* 2001). Las frecuencias de la señal P_{cs} se estiman como los máximos de la siguiente función:

$$P_{cs} = \log \left(\frac{1}{1 - \sum_{i=1}^M |e_f^H W(i)|^2} \right) \tag{27}$$

Donde $W(i)$ es el vector de los pesos después del entrenamiento (componentes principales no lineales o vectores propios) y e_f^H es un vector de componentes periódicas dado por (28):

$$e_f^H = [1, e_f^{i2\pi f}, \dots, e_f^{j2\pi f(L-1)}] \tag{28}$$

La función P_{cs} permite resaltar las frecuencias principales ya que si la frecuencia en estudio f , corresponde con la frecuencia f_i del componente periódico e_p , el producto entre el componente principal no lineal respectivo (que es un vector propio) con e_i va a tender a un valor constante (cercano a 1), ya que estos vectores tienden a ser paralelos entre si. En este caso el valor de P_{cs} va a tender a infinito. Por lo tanto el criterio para determinar las frecuencias predominantes de la señal consiste en determinar los picos de la función definida por la ecuación 27.

Caracterización cuantitativa de datos estratigráficos

El análisis de Fourier se ha utilizado como herramienta para el análisis de la información estratigráfica, y espe-

cíficamente para la detección de ciclos que puedan corresponder a eventos geológicos particulares. Este tipo de análisis es hoy por hoy la herramienta más importante que se tiene para los estudios cicloestratigráficos y de ahí la importancia de conocer sus fundamentos teóricos y la forma como se aplica en situaciones reales. Ejemplos de aplicación de esta metodología aparecen en SCHWARZACHER (1993) y LONGO *et al.* (1994). Este tipo de análisis se ha aplicado con variables como registros eléctricos, isótopos estables, variables geoquímicas, y parámetros sedimentológicos (tamaño de grano, índice de color, espesor, etc.).

De acuerdo con GHIL *et al.* (2002), el AES se ha utilizado ampliamente en el tratamiento de información paleoclimática, con el fin de filtrar las señales originales y obtener patrones de variación más interpretables. En el caso específico de la estratigrafía esta metodología ha sido empleada para el análisis de la curva de variación eustática de la EXXON por SMITH (1994), con el fin de establecer si la dinámica del sistema puede ser descrita por medio de la reconstrucción del atractor extraño. Así mismo, SCHWARZACHER (2000) analiza la duración de las secuencias reportadas en la literatura usando el AES y determina que la contribución de los 4 primeros componentes principales permite explicar la mayor parte de la variabilidad de la serie, es decir, estos 4 componentes serían suficientes para reconstruir la mayor parte de la señal original.

Las redes neuronales artificiales se han aplicado para la detección de ciclos de Milankovith por BRESCIA *et al.* (1996) usando un modelo de perceptrón multicapa con retropropagación de error. Sin embargo esta aproximación al estar basada en un entrenamiento supervisado con señales grandes presenta problemas para su aplicación, ya que el entrenamiento de la red se vuelve intensivo a nivel computacional. Sin embargo estas herramientas matemáticas se han usado ampliamente para el análisis de información de registros eléctricos y estos estudios se han orientado hacia el desarrollo de procedimientos de clasificación automática con los cuales se pueda “predecir” la ocurrencia de un tipo litológico particular (CAERS & MA 2002). Para este fin se han empleado redes neuronales de alimentación hacia delante con retropropagación de error (CAERS & MA 2002), redes neuronales de tipo Kohonen (CHANG *et al.* 2002, BRODARIC *et al.* 2004), y topologías más avanzadas como el comité de expertos (CHANG 2000)

La utilización conjunta de redes neuronales artificiales y clasificador de señal múltiple para la determinación de frecuencias fundamentales en una señal se aplicó por primera vez en el campo de la astrofísica (TAGLIAFERRI *et al.* 1999) y en estratigrafía ha sido aplicado por TAGLIAFERRI *et al.* (2001) en secuencias estratigráficas del Cretácico, entre las cuales se pueden mencionar Monte Raggeto (Barremiano – Albiano), Monte Tobenna (Turoniano – Coniaciano) y San Lorenzello (Valanginiano – Hauteriviano). En estos casos particulares se ha empleado la información

de litofacies (tamaño de grano) e índice de color como variables de análisis.

CASO SINTÉTICO

Con el fin aplicar las metodologías antes explicadas con datos reales, estos procedimientos se automatizaron de la siguiente forma:

- Análisis de Fourier: Se emplearon las funciones implementadas en el ambiente de solución de problemas MATLAB®.

- Análisis Espectral Singular, Redes Neuronales Artificiales y Clasificador de Señal Múltiple: Se implementaron en Fortran 90, ya que este lenguaje de programación ofrece facilidades para la realización de cálculos numéricos. En el caso del AES tradicional y Neuronal el análisis del contenido frecuencial se realizó en MATLAB®.

Para la aplicación de los diferentes métodos de análisis explicados en la sección 3 se requiere que el usuario especifique ciertos parámetros. Los parámetros más importantes que requieren ser especificados son:

- Tamaños de ventana o dimensión de empotramiento
- Número de componentes principales
- Tasas de aprendizaje
- Valores óptimos de la activación
- Errores mínimos de entrenamiento

Esto se puede hacer en un caso en donde se tengan todas las condiciones controladas y de antemano se conozcan las frecuencias predominantes. Para esto se creó una señal periódica con 3 frecuencias predominantes que representan la variación una propiedad sedimentológica en función de contrastes ambientales debidos a la interacción entre subsidencia, aporte de sedimento y eustacia. Así mismo se le adicionó a la curva una componente de ruido blanco con una amplitud definida, la cual representa contribuciones de índole local, inherentes al medio de depósito particular en el cual se está generando el registro estratigráfico (cambios autocíclicos). La señal se generó empleando una expresión del tipo:

$$y(t) = mt + \sum_{i=1}^3 A_i \left[\cos \left(\frac{2\pi c_i t}{T} \right) \right] + A_r \epsilon \quad (29)$$

Donde:

m = Tasa de descenso del nivel mar (asumida constante durante todo el intervalo de tiempo de interés).

c_i = Frecuencias asociadas a los parámetros orbitales (Tabla 1),

A_i, A_r = Amplitud de cada una de las componentes consideradas (ver tabla 1)

T = Intervalo sobre el que $y(t)$ está definida,

ϵ = Variable aleatoria con distribución normal $N(0,1)$ (ruido blanco).

La señal generada corresponde a una sucesión sedimentaria de 300m espesor, con un intervalo de muestreo de 10cm. Esta sucesión representa un intervalo temporal

de 2.4Ma, con una tasa de sedimentación igual a 12.7cm/ka. Las frecuencias incluidas en la misma se presentan en la Tabla 1. Una vez generada la señal, esta se discretizó en 6 grupos diferentes con el fin de representar la variación de la granulometría, y dicha señal categorizada se empleó para examinar las diferentes metodologías. Los valores de las granulometrías y su porcentaje de ocurrencia en la señal se presentan en la Tabla 2, los parámetros estadísticos básicos del registro generado se presentan en la Tabla 3.

Tabla 1. Características de las diferentes componentes usadas para la generación de la señal sintética.

PARÁMETRO ORBITAL	PERIODO	ESPESOR EN LA SERIE	AMPLITUD
Excentricidad Larga	400ka	50m	0.3
Excentricidad Corta	130ka	16m	0.3
Oblicuidad	41ka	5m	0.6
Ruido			0.2

Tabla 2. Porcentajes de ocurrencia de los tamaños de grano en la sección sintética.

Granulometría	Valor	% en la Sección
G1	-2.28	2.9
G2	-1.32	17.16
G3	-0.35	35.06
G4	0.60	31.20
G5	1.57	12.40
G6	2.35	1.26

Tabla 3. Estadísticas básicas de la curva de variación granulométrica sintética.

PARÁMETRO ESTADÍSTICO	VALOR
Media	0.0
Desviación Estándar	1.0
Coefficiente de Variación	Indefinido
Máximo	2.5390
Cuartil Superior	0.6094
Mediana	-0.3554
Cuartil Inferior	-0.3554
Mínimo	-2.2849

En la figura 9a se presenta la señal generada y en la cual se puede apreciar que en general el tamaño de grano aumenta como resultado del descenso relativo en el nivel del mar incluido en la Ecuación (29). Así mismo la granulometría presenta una distribución simétrica en la cual los mayores porcentajes se concentran en los grupos G3 y G4, lo cual es consecuencia de discretizar una variable (tamaño de grano real) con distribución cercana a la normal (Fig. 9b). La función de autocorrelación espacial revela la presencia de las componentes periódicas (Fig. 9c), en la cual es evidente la ocurrencia de un ciclo con espesor de 5m y de otro con espesor de 18m aproximadamente, los cuales se pueden identificar claramente por la altura que presentan los picos en la gráfica. Lo anterior se corrobora en el caso del periodograma (Fig. 9d), en el cual se pueden identificar la ocurrencia de ciclos con espesores de 5m (oblicuidad), 18m (excentricidad corta) y 46m (excentricidad larga). Este último valor difiere ligeramente del especificado inicialmente (50m) lo cual se interpreta como efecto del ruido presente en la señal, y el cual aparece en las frecuencias altas (o espesores bajos) concen-

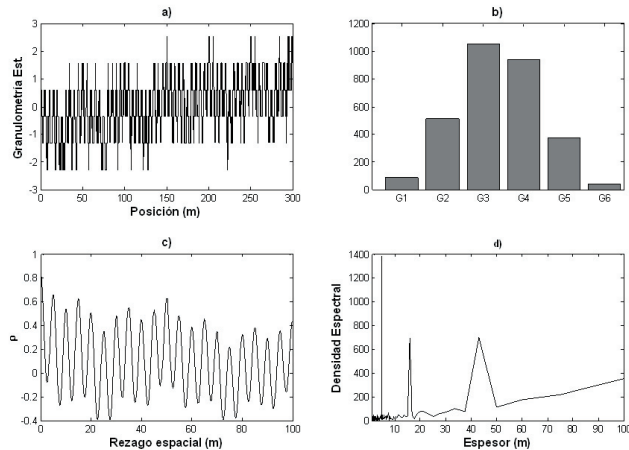


Fig. 9. Caso sintético a) Variación de la granulometría estandarizada con respecto a la posición. b) Histograma. c) Función de autocorrelación espacial. d) Periodograma de la granulometría en la sección sintética presentado picos a 5m (40ka), 16m (130ka) y 46m (460ka).

trándose en la parte izquierda del espectro. En la figura 9d es claro el pico del ciclo de 5m de espesor (oblicuidad) en contraste con los otros parámetros orbitales tal y como se especificó en el procedimiento de generación de la señal (Tabla 1), donde se aprecia que es el parámetro al que se le ha dado la mayor amplitud. Lo anterior indica que el periodograma obtenido mediante la transformada de Fourier permite identificar los ciclos principales presentes en la señal estratigráfica.

Análisis Espectral Singular Tradicional

Para aplicar el procedimiento del AES se hace necesario definir la dimensión de empotramiento y posteriormente el número de componentes principales con los cuales se va a reconstruir la señal. Para esto se seleccionaron diferentes valores de la dimensión de empotramiento y se realizó el AES de la señal. Los valores seleccionados fueron de 1m hasta 10m con incrementos de 1m, lo cual representa una dimensión de empotramiento de 10 hasta 100. Para un tamaño de ventana igual a 5m, es decir una dimensión de empotramiento igual a 50, se produce la separación clara de las frecuencias presentes en la señal original. Este valor coincide con el espesor del ciclo de mayor amplitud presente en la señal.

Los resultados del análisis espectral singular de la señal sintética para una ventana de 5m de espesor aparecen en la figura 10. De la forma del primer componente (Fig. 10a) se infiere que este se encuentra asociado a un comportamiento netamente periódico. Esto se corrobora con la proyección de dicho componente sobre la serie original (Fig. 10b) y con el periodograma de dicha proyección (Fig. 10c), el cual revela la presencia de los ciclos de

46m (excentricidad larga) y de 18m (excentricidad corta) en este componente. El segundo componente aparece en la figura 10d y también se encuentra asociado a un comportamiento periódico. La proyección de este componente sobre la señal original (Fig. 10e) presenta un comportamiento periódico muy diferente al del componente anterior (Fig. 10b), lo cual indica que incluye frecuencias adicionales. Esto se corrobora en el periodograma del segundo componente (Fig. 10f) en donde el pico del ciclo de 5m (oblicuidad) presenta una mayor amplitud. También se presentan picos de los ciclos de 18m y 46m con amplitudes menores a las observadas en el primer componente.

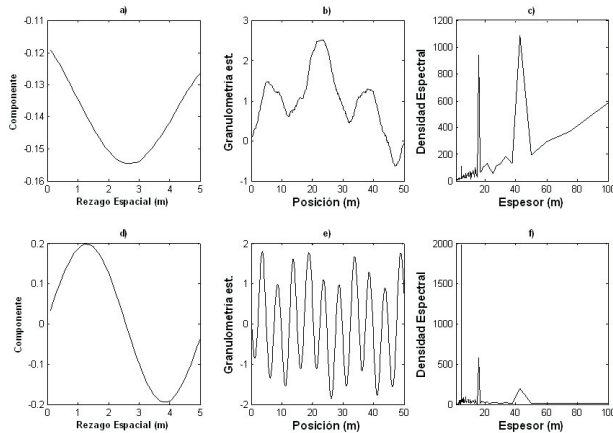


Fig. 10. a) Componente principal 1 obtenido usando AES Tradicional. b) Proyección del componente 1 en la serie de espacial original. c) Periodograma del Componente principal 1. d) Componente principal 2. e) Proyección del Componente principal 2 sobre la serie espacial original. f) Periodograma del Componente principal 2.

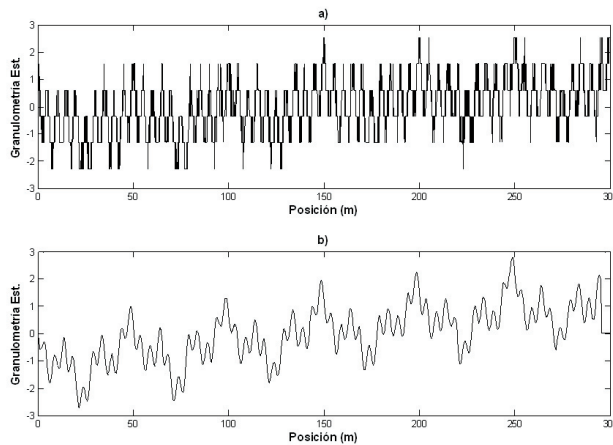


Fig. 11. a) Curva granulométrica real b) Curva granulométrica reconstruida usando los dos primeros componentes principales obtenidos en el AES tradicional.

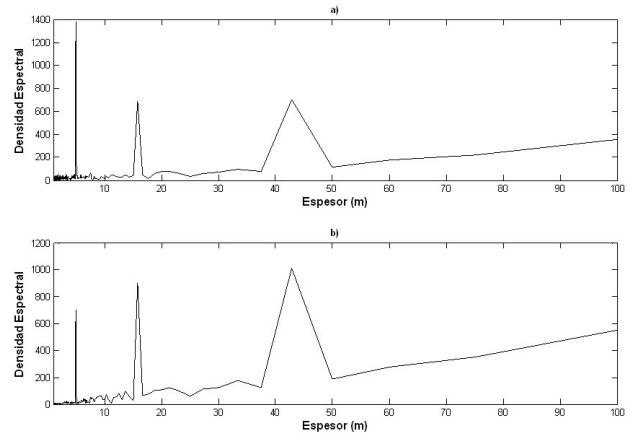


Fig. 12. a) Periodograma de la señal original. b) Periodograma de la señal reconstruida con los componente principales 1 y 2 obtenidos del AES tradicional.

Los resultados presentados anteriormente indican que los dos primeros componentes incluyen las frecuencias principales presentes en la señal original y por lo tanto estos se emplearon para la reconstrucción de la señal original. Al comparar la señal reconstruida (Fig. 11b) con la señal original (Fig. 11a) se puede apreciar que se conserva la tendencia general de la señal real y que las componentes de alta frecuencia asociadas al ruido han desaparecido. Así mismo el periodograma de la señal reconstruida (Fig. 12b) preserva las frecuencias principales presentes en la señal original (Fig. 12a).

Análisis Espectral Singular Neuronal

En este caso se empleó la misma dimensión de embotamiento usada para el AES Tradicional (5m o una dimensión de 50). El procedimiento para la definición de los diferentes parámetros de la red neuronal artificial se realizó por ensayo y error. Para las tasas de aprendizaje (α) se probaron valores entre 1.0×10^{-1} y 1.0×10^{-7} , y se obtuvieron resultados satisfactorios para un valor de 1.0×10^{-5} . Así mismo se probaron valores del parámetro de la función de activación (β) entre 0.1 y 20, y se seleccionó el valor de 10, ya que en combinación con la tasa de aprendizaje permitió realizar el entrenamiento de la red neuronal en tiempos relativamente cortos y sin que se presentaran oscilaciones en los valores de error obtenidos. En este caso el error corresponde a la diferencia

Tabla 4. Valores de los Parámetros empleados en el procedimiento de análisis espectral singular neuronal.

PARAMETRO	VALOR
Número de Neuronas de entrada	50
Número de Neuronas de salida	2
Tasa de aprendizaje	1.00E-05
Parámetro de activación	10
Tolerancia mínima	1.00E-04

entre los pesos de la época t y $t+1$. El valor de tolerancia mínimo especificado en este caso fue de 1.0×10^{-4} , ya que este valor se alcanzaba en un tiempo prudencial.

Una vez definidos los parámetros anteriores se entrenó la red neuronal artificial y se obtuvieron los componentes principales no lineales los cuales aparecen representados en las figuras 13a y d. Tal como se realizó en el caso del AES tradicional, se obtuvo la proyección del primer componente no lineal sobre la serie de tiempo original (Fig. 13b), el cual refleja la presencia de un componente periódico de alta frecuencia (ciclo de espesor bajo). Esto último se corrobora mediante el periodograma (Fig. 13c) el cual revela la existencia del ciclo de 5m (oblicuidad).

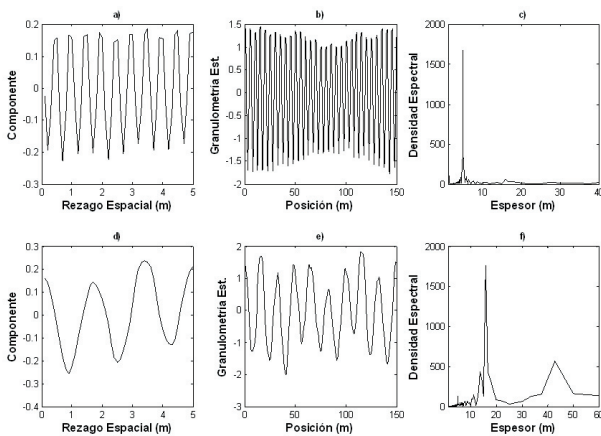


Fig. 13. a) Componente principal 1 obtenido usando AES Neuronal. b) Proyección del componente 1 en la serie de espacial original. c) Periodograma del Componente principal 1. d) Componente principal 2. e) Proyección del Componente principal 2 sobre la serie espacial original. f) Periodograma del Componente principal 2.

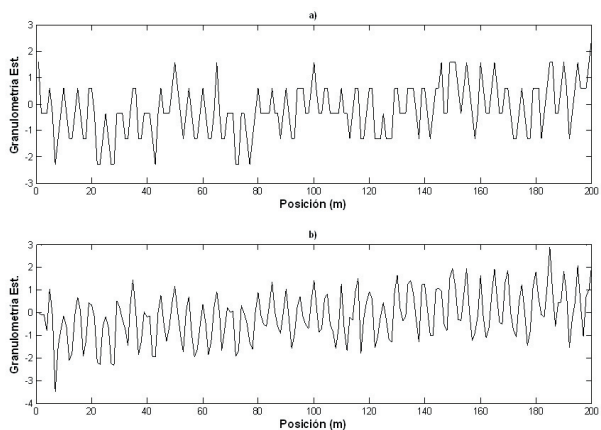


Fig. 14. a) Curva granulométrica real. b) Curva granulométrica reconstruida usando los dos primeros componentes principales obtenidos en el AES Neuronal.

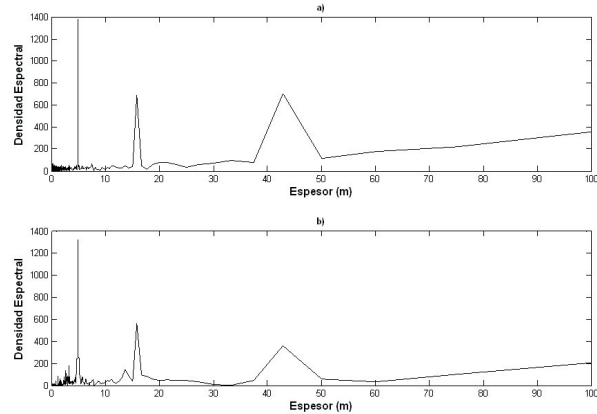


Fig. 15. a) Periodograma de la señal original. b) Periodograma de la señal reconstruida con los Componente principales 1 y 2 obtenidos del AES Neuronal.

Para el caso de la proyección del segundo componente sobre la señal original (Fig. 13e) este nuevamente presenta un comportamiento periódico, el cual se encuentra asociado a los ciclos de 18m y 46m tal como lo muestra el periodograma (Fig. 13f). Con esto, se puede comparar la señal real (Fig. 14a) con la señal reconstruida usando los dos componentes principales no lineales (Fig. 14b), y se puede apreciar que se obtiene una buena reconstrucción de la señal, la cual presenta diferencias evidentes con la señal reconstruida usando AES tradicional (Fig. 11b). Así mismo se comparan los periodogramas de la señal real (Fig. 15a) con el obtenido para la señal reconstruida (Fig. 15b) y se puede apreciar que se preservan los ciclos principales de la señal original.

Red Neuronal Artificial y Clasificador de Señal Múltiple

Con el fin de utilizar el clasificador de señal múltiple para realizar la detección de los ciclos principales presentes en la señal estratigráfica se entrenó una red neuronal artificial de tipo hebbiano usando los mismos parámetros consignados en la Tabla 4. El periodograma de la señal real estimado usando la transformada de Fourier (Fig. 16a) sirve como base para comparar los resultados empleando la red neuronal artificial y el clasificador de señal múltiple. La figura 16b muestra que el ciclo principal presente en la señal estratigráfica corresponde a 5m. Una vez detectado este ciclo, la señal original se somete a un procedimiento de filtrado pasabanda definido en un intervalo de ciclos de espesor entre 6m y 100m. La señal resultante es empleada como entrada a una red neuronal artificial de iguales características que las empleadas anteriormente, y en este caso el ciclo detectado corresponde a 16m (Fig. 16c). Se aplica nuevamente el filtro pasabanda entre 17m y 100m, y se repite el procedimiento en la red neuronal. En esta oportunidad el ciclo principal en esta señal filtrada corresponde a 50m (Fig. 16 d). Como se puede apreciar los ciclos detectados empleando esta metodología corresponden a los especificados inicialmente para la

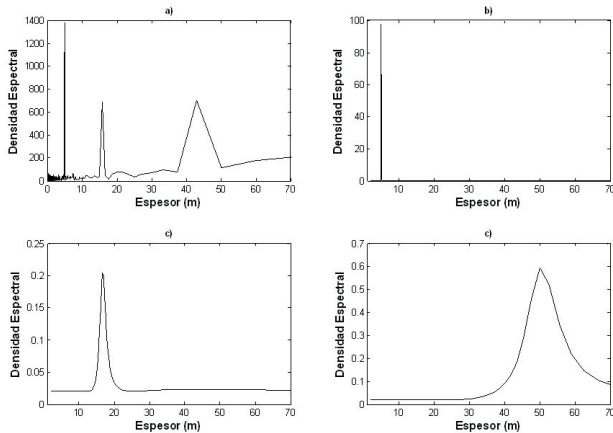


Fig. 16. a) Espectro de potencia para el tamaño de grano obtenido mediante el algoritmo de transformada rápida de Fourier. El espesor de los ciclos predominante corresponde a 46m, 18m y 5m. b) Espectro de potencia obtenido mediante la Red Neuronal Artificial y clasificador de señal múltiple (Señal completa), ciclo principal 5m. c) Espectro de potencia obtenido mediante la Red Neuronal Artificial y clasificador de señal múltiple (Señal filtrada ciclos entre de 6 y 100m), el ciclo principal corresponde a 16m. d) Espectro de potencia obtenido mediante la Red Neuronal Artificial y clasificador de señal múltiple (Señal filtrada ciclos entre de 17 y 100m), ciclo principal 50m.

generación de la señal sintética, y los cuales se identifican parcialmente usando el periodograma estimado a partir de la Transformada de Fourier.

DISCUSION DE RESULTADOS

Caso Sintético

En el caso sintético resulta de interés el hecho que al definir una función sencilla para la categorización de la señal original las frecuencias predominantes se conserven a pesar que este procedimiento introduce algunas frecuencias que no corresponden a la realidad. Esto es especialmente importante si se tiene en cuenta que el tamaño de grano es uno de los parámetros que más fácil resulta determinar en campo, y que por lo tanto pueden ser utilizados para la determinación de frecuencias relacionadas con procesos alocíclicos.

La señal reconstruida a partir de los componentes principales lineales es una versión suave de señal real, tal como se aprecia en la figura 11. La reconstrucción realizada a partir de los componentes principales lineales es una señal en donde claramente predominan componentes periódicas, tal como se aprecia en los componentes principales (Fig. 10) y en la misma señal reconstruida (Fig. 11). En la señal reconstruida, el ciclo de 5m (oblicuidad) presenta amplitud menor que mismo ciclo en la señal real,

tal como lo muestran los periodogramas (Fig. 12a y 12b) lo cual indica que filtrado realizado por AES tradicional puede verse afectado por el ruido presente en la señal. Así mismo en la señal reconstruida se acentúa la amplitud de los ciclos de 18m (excentricidad corta) y 46m (excentricidad larga) con respecto a la señal original, lo cual en último término afecta la forma que tiene la reconstrucción realizada.

En el caso del Análisis Espectral Singular Neuronal, los componentes principales no lineales tienen una forma diferente a la de su contrapartida lineal, aunque las formas obtenidas corresponden a patrones netamente periódicos. Sin embargo la reconstrucción realizada con los dos componentes extraídos es diferente que la señal reconstruida con los componentes lineales. La señal reconstruida con los componentes principales tradicionales es diferente a la reconstrucción realizada con los componentes no lineales. Esto indica que efectivamente estos componentes no lineales capturan rasgos diferentes y que al incluirlos en el procedimiento de reconstrucción de la señal se obtienen mejores resultados.

Un aspecto que vale la pena mencionar corresponde al hecho que tanto el periodograma de la señal real, como el de la señal reconstruida (usando AES Tradicional y Neuronal), no permiten identificar exactamente los valores de los ciclos especificados inicialmente en la señal sintética. Los valores obtenidos para los ciclos predominantes en la señal son de 18m y 46m, mientras que los especificados inicialmente corresponden a 16m y 50m. Así mismo las amplitudes de estos ciclos presentan variación cuando se comparan los periodogramas de la señal real y la reconstruida usando cualquiera de los métodos empleados. Este problema de las amplitudes se puede corregir si se utilizan más componentes en la reconstrucción de la señal, sin embargo los ciclos predominantes asociados a la señal parecen no ser determinados correctamente desde el principio. Esto tendría serias implicaciones para la utilización del análisis de Fourier y del AES, ya que si el ruido puede afectar significativamente el contenido frecuencial de una señal, los resultados obtenidos con estas metodologías deben interpretarse con mucho cuidado. Sin embargo la generalización de esta idea requiere de un estudio más completo con el fin de determinar hasta que punto el ruido puede afectar la detección de estos ciclos de interés.

Las combinación de redes neuronales artificiales y del clasificador de señal múltiple, posibilitaron la detección de todos los ciclos predominantes asociados a la señal, tal y como se presenta en la figura 16. Sin embargo cabe mencionar que se detectaron los ciclos en un orden inverso al obtenido para el caso de los componentes principales lineales, ya que primero se determinó la existencia del ciclo de 5m (oblicuidad), y posteriormente el de 16m (excentricidad corta) y de 50m (excentricidad larga). Así mismo los valores de densidad espectral obtenidos no son comparables con la densidad espectral empleada en el

periodograma obtenido usando transformada de Fourier, y en este caso se debe tener en cuenta son las frecuencias detectadas. Esta misma situación aparece reportada en TAGLIAFERRI *et al.* (1999).

CONCLUSIONES

El análisis de Fourier es una herramienta fundamental para el tratamiento de las señales estratigráficas, ya que permite determinar el contenido frecuencial de la señal en estudio, con lo cual se pueden evidenciar procesos alocíclicos particulares y también facilita la definición de la dimensión de empotramiento en el caso que se vaya a realizar el Análisis Espectral Singular.

El Análisis Espectral Singular (AES) es una técnica espectral que permite separar la señal en componentes estadísticamente independientes que pueden relacionarse con procesos alocíclicos específicos como es el caso de los ciclos de Milankovitch. La obtención de estos componentes exige por parte del usuario un conocimiento claro de las características de dichas periodicidades. Así mismo el Análisis Espectral Singular brinda la posibilidad de reconstruir la señal original a partir de un conjunto de bases definidos a partir del mismo conjunto de datos.

Como se determinó en el caso sintético, el procedimiento de filtrado realizado a partir del Análisis Espectral Singular se hace a partir de la misma señal y de sus características de correlación temporal, con lo cual no se requiere la especificación de un rango de frecuencias en el cual puedan presentarse fenómenos de interés geológico, como es el caso de los filtros pasabanda. El AES al brindar la posibilidad de realizar el filtraje sin estos requerimientos restrictivos se convierte en una herramienta importante para el pre – procesamiento y análisis de señales estratigráficas y por lo tanto su utilización es recomendable en el caso que se cuente con este tipo de información.

Las redes neuronales artificiales son herramientas matemáticas que permiten emular ciertas funciones del cerebro humano relacionadas con el aprendizaje y el reconocimiento de patrones. En el caso particular del caso sintético estudiado, las redes neuronales artificiales de tipo hebbiano permitieron obtener componentes principales no lineales, los cuales capturan mayor detalle de la señal que su contrapartida lineal. Así mismo estos componentes principales no lineales sirvieron de base para separar las frecuencias predominantes asociadas a la señal por medio del clasificador de señal múltiple.

La utilización combinada de redes neuronales artificiales de tipo hebbiano y el clasificador de señal múltiple permitieron la identificación correcta de las frecuencias presentes en una señal sintética, cuando se la compara con el periodograma obtenido mediante la transformada de Fourier. En este caso el espectro de potencia obtenido con el clasificador de señal múltiple es mucho más sencillo de interpretar que el obtenido con el análisis tradicional.

Para el entrenamiento de una red neuronal artificial de tipo hebbiano se hace necesario que el analista defina ciertos parámetros, relacionados con la topología de la red (número de neuronas de entrada y salida) y con el esquema de entrenamiento (tasas de aprendizaje, valores de los parámetros de las funciones de activación, errores mínimos, etc). La definición de estos valores depende del conjunto de datos y en este caso particular se optó por un procedimiento de ensayo y error para la determinación de los mismos, aunque sería recomendable definir criterios más objetivos. Esto es tema de futuras investigaciones.

Agradecimientos

El presente trabajo hace parte de los resultados presentados por los autores en el Seminario – Taller “Metodologías Cuantitativas en el Análisis de Datos Estratigráficos”, realizado durante los días 20 y 21 de Junio de 2003 en INGEOMINAS – Bogotá, evento auspiciado por la Sociedad Colombiana de Geología, AGUNAL, Comisión Colombiana de Estratigrafía y la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Los autores agradecen a los directivos de estas organizaciones el apoyo recibido para la realización de la presente investigación.

Los autores agradecen de forma especial al Geólogo Gustavo Sarmiento Ph.D., Profesor del Departamento de Geociencias de la Universidad Nacional de Colombia y al Ingeniero Nelson Obregón Neira, M.Sc., Ph.D., Profesor de la Pontificia Universidad Javeriana por sus valiosos comentarios que ayudaron enormemente a mejorar la calidad del presente trabajo. Al Departamento de Ingeniería Civil de la Pontificia Universidad Javeriana, por las facilidades computacionales brindadas.

GMS reconoce el apoyo recibido mediante el programa “Becas para Estudiantes Sobresalientes de Postgrado” (Vicerrectoría Académica, Universidad Nacional de Colombia) durante sus estudios en el programa curricular “Maestría en Ciencias – Geología” del Departamento de Geociencias de la Universidad Nacional de Colombia.

REFERENCIAS

- BRESCIA M., D'ARGENIO B., FERRERI V., LONGO G., PELOSI N., RAMPONE S. & TAGLIAFERRI R. (1996): Neural net aided detection of astronomical periodicities in geologic records. *Earth and Planetary Science Letters* 139, 33 – 45.
- BRODARIC, B., GAHEGAN, M., & HARRAP, R. (2004): The art and science of mapping: computing geological categories from field data. *Computers & Geosciences* 30, 719 – 740.
- CAERS, J. & MA, X. (2002): Modeling conditional distributions of facies from seismic using neural nets. *Mathematical Geology*, 34(2), 139 – 163.
- CARR, J. (1995): *Numerical analysis for the Geological Sciences*. Prentice – Hall, New Jersey. 695 p.
- CHANG, H., KOPASKA – MERKEL, D., CHEN, H., & DURRANS, R. (2000): Lithofacies identification using multiple adaptive resonance theory neural networks and group decision expert system. *Computers & Geosciences* 26, 591 – 601.
- CHANG, H., KOPASKA-MERKEL, D., & CHEN, H. (2002): Iden-

- tification of lithofacies using Kohonen self-organizing maps. *Computers & Geosciences* 28, 223 – 229.
- DAVIS, J. (2002): *Statistics and Data analysis in Geology* 3 edition John Wiley & Sons. 638p. New York.
- GHIL, M., ALLEN, M., DETTINGER, M., IDE, K., KONDRASHOV, D., MANN, M., ROBERTSON, A., SAUNDERS, A., TIAN, Y., VARADI, F. & YIOU, P. (2002): Advanced spectral methods for climatic time series. *Reviews of Geophysics* 40 (1), 1.1 – 1.41.
- HSU, H. (1987): *Análisis de Fourier*. McGraw Hill. 287p. Delaware.
- KOTTEGODA, N. & ROZZO, R. (1993): *Statistics, Probability and Reliability for Civil and Environmental Engineers*. McGraw Hill. 735p. Singapore.
- LONGO, G., D'ARGENIO, B., FERRERI, V., & LORIO, M. (1994): Fourier evidence for high-frequency astronomical cycles recorded in Early Cretaceous carbonate platform strata, Monte Maggiore, southern Apennines, Italy. *Special Publication of the International Association of Sedimentologists* 19, 77 – 83.
- LOONEY, C. (1997): *Pattern recognition using neural networks*. Oxford University Press. New York. 458 pp.
- MARTÍN DEL BRIO, B. Y SANZ, A. (2002): *Redes Neuronales y Sistemas Difusos*. Alfaomega, 2a edición. 495p. Barcelona.
- MARSDEN, J. & TROMBA, A. (2000): *Vector Calculus*. Addison Wesley. 5 Edición. New York. 665p.
- MERRIAM, D. & ROBINSON J. (1997): Harmonic Analysis of Sedimentary Cyclic Sequences in Kansas, Midcontinent, USA. *Mathematical Geology*, 29 (8), 953 – 962.
- MORENO, G. & SARMIENTO, G. (2002): *Estratigrafía Cuantitativa de las Formaciones Tablazo y Simití en las localidades de Sáchica (Boyacá) y Barichara - San Gil (Santander), Colombia*. *Geología Colombiana* 27, 51 – 76.
- MORENO-SÁNCHEZ, G. & GARCÍA-CABREJO, O. (2003): *Metodologías Cuantitativas en el Análisis de Datos Estratigráficos*. *Notas de Clase (Material No Publicado)*. 105 pp.
- OJA, E. (1982): A simplified neuron model as a principal component analyzer. *Journal of Mathematical Biology* 15 (2), 267 – 273.
- OTT, E. (1993): *Chaos in Dynamical Systems*. Springer Verlag. New York. 525p.
- PARKS, K., BENTLEY, L. & CROWE, A. (2000): Capturing geological realism in stochastic simulation of rocks systems with Markov statistics and simulated annealing. *Journal Of Sedimentary Research* 70 (4), 803 – 813.
- PROKOPH, A. & BARTHELMES, F. (1996): Detection Of Nonstationarities in Geological Time Series: Wavelet Transform of Chaotic and Cyclic Sequences. *Computers & Geosciences* 22 (10), 1097 – 1108.
- PROKOPH, A. (1999): Fractal, multifractal and sliding window correlation dimension analysis of sedimentary time series. *Computers & Geosciences* 25, 1009 – 1021.
- PROKOPH, A. & AGTERBERG, F. (1999): Detection of Sedimentary Cyclicality and Stratigraphic Completeness by Wavelet Analysis: An Application to Late Albian Cyclostratigraphy of the Western Canada Sedimentary Basin. *Journal of Sedimentary Research* 69 (4), 862 – 875.
- SANGER, T. (1989): Optimal unsupervised learning in a single layer linear feedforward neural network. *Neural Networks* 12 (3), 459 – 473.
- SCHWARZAGER, W. (1993): *Cyclostratigraphy and the Milankovitch Theory*. Elsevier Science Publishers, *Developments in Sedimentology* 52. 225 p.
- SCHWARZACHER, W. (2000): Repetitions and cycles in stratigraphy. *Earth - Science Reviews* 50, 51 – 75.
- SMITH, D. (1994): Cyclicality or Chaos?, Orbital forcing vs non-linear dynamics. *Special Publication of the International Association of Sedimentologists* 19, 531 – 544.
- TAGLIAFERRI, R., CIARAMELLA A., MILANO L., BARONE F. & LONGO, G. (1999): Spectral analysis of stellar light curves by means of neural networks. *Astronomy & Astrophysics Supplement Series* 137 (2), 391 – 405.
- TAGLIAFERRI, R., PELOSI, N., CIARAMELLA, A., LONGO, G., MILANO, M. & BARONE, F. (2001): Soft computing methodologies for spectral analysis in cyclostratigraphy. *Computers & Geosciences* 27 (4), 535 – 548.
- WILKINSON, B., DIEDRICH, N. & DRUMMOND, C. (1996): Facies Successions in Peritidal Carbonate Sequences. *Journal of Sedimentary Research* 66 (6), 1065 – 1078.
- XU, H. & MACCARTHY, I. (1998): Markov Chain Analysis of Vertical Facies Sequences Using a Computer Software Package (SAVFS): Courtmacsherry Formation (Tournaisian), Southern Ireland. *Computers & Geosciences* 24 (2), 131 – 139.

Manuscrito recibido Octubre 2005; aceptado Octubre 2006.