Revista Colombiana de Matemáticas
Vol. XIV (1980) págs. 59 - 72

EL RADICAL PRIMO EN SISTEMAS TRIPLES

por

Luis Rafael JIMENEZ B.

El objeto de este artículo es dar una definición del radical primo para un sistema triple y probar que satisface las propiedades básicas que debe tener un radical. Para facilitar la lectura del artículo lo dividiremos en tres secciones. En la primera sección presentaremos los prerrequisitos necesarios sobre sistemas triples, en la segunda daremos la definición del radical y desarrollaremos sus propiedades y en la tercera estudiaremos sus relaciones con nilpotencia.

Este trabajo nació de una sugerencia hecha por el doctor Hyo Myung, en el sentido de estudiar la posibilidad de generalizar a sistemas triples los resultados demostrados por él en su artículo "A generalization of the prime radical in nonassociative rings" [3].

§1. Sistemas Triples

1.1. DEFINICIONES Y PROPIEDADES. Sea ϕ un anillo conmutativo con identidad. Un ϕ-módulo unitario T junto con una aplicación trilineal $T\times T\times T \to T$ $(x,y,z) \mapsto \langle xyz\rangle$ se llama un *sistema triple* (*sobre* ϕ).

Si A, B y C son submódulos de T, por $\langle ABC\rangle$ representamos el submódulo de T generado por todos los productos triples $\langle abc\rangle$ con $a\in A$, $b\in B$ y $c\in C$. Un submódulo A de T se llama un *subsistema* si $\langle AAA\rangle \subset A$; se llama un *ideal* si $\langle ATT\rangle+\langle TAT\rangle+\langle TTA\rangle \subset A$.

Sean T y T' sistemas triples donde T y T' son módulos sobre el mismo anillo ϕ. Una aplicación ϕ-lineal $f:T \to T'$ es un *homomorfismo* de sistemas triples si $f(\langle xyz\rangle) = \langle f(x)f(y)f(z)\rangle$ para todo x, y, z en T.

Si f es un homomorfismo de T en T', el *kernel* de f se define por $\ker f = \{x\in T \mid f(x) = 0\}$.

Si A es un ideal del sistema triple T, entonces $\overline{T} = T/A$ junto con

$$\langle (x+A)(y+A)(z+A)\rangle = \langle xyz\rangle+A$$

es de nuevo un sistema triple. Los teoremas usuales de homomorfismo e isomorfismo son válidos en sistemas triples y las pruebas son similares a las correspondientes pruebas para álgebras.

TEOREMA 1. *Sean* T *y* T' *sistemas triples. Entonces:*

(i) $A \subset T$ *es un ideal sí y sólo si* A *es el kernel de algún homomorfismo.*

(ii) *Si* $f : T \to T'$ *es un homomorfismo, entonces* $f(T) \cong T/\ker f$.

(iii) *Si* A *y* B *son ideales de* T, *entonces* $A+B/_{B} \cong A/_{A \cap B}$.

1.2. NILPOTENCIA. Las potencias de un elemento $a \in T$ se definen recursivamente por

$$a^1 = a \ , \quad a^{2(n+1)+1} = \langle a^{2n+1} a a \rangle \,.$$

Unicamente definimos potencias impares. Un sistema triple T se llama *asociativo para potencias* si

$$(a^{2n+1})^{2m+1} = a^{(2n+1)(2m+1)}$$

para todo $m,n > 0$ y todo $a \in T$. Un elemento a de T se llama *nilpotente* si $a^{2n+1} = 0$ para algún entero n. Un subsistema $A \subset T$ se llama *nil* si todo elemento de A es nilpotente.

LEMA 1. *Sea* T *un sistema triple asociativo para potencias. Si* A *y* B *son ideales nil de* T, *entonces* A+B *es también un ideal nil.*

Demostración. Sea $a+b \in A+B$, entonces $(a+b)^{2n+1} = a^{2n+1}+c$ donde $c \in B$. Puesto que a es nilpotente tenemos $(a+b)^{2n+1} = c$ para algún n.

Puesto que $c \in B$ y B es nil tenemos $c^{2m+1} = ((a+b)^{2n+1})^{2m+1} = (a+b)^{(2n+1)(2m+1)} = 0$ para algún m. Luego $A+B$ es nil. ▲

TEOREMA 2. *Si* T *es un sistema triple asociativo para potencias, entonces existe un único ideal maximal nil en* T, *llamado el radical nil de* T.

Demostración. En virtud del Lema 1 la demostración es similar a la correspondiente para álgebras.▲

Sea A un submódulo de un sistema triple T. Definimos las potencias impares de A estableciendo que A^{2n+1} es el submódulo generado por todos los productos de la forma $a_1 a_2 \ldots a_{2n+1}$ donde $a_i \in A$ y los elementos pueden estar asociados de cualquier manera posible.

Un submódulo A de T se llama *nilpotente* si $A^{2n+1} = 0$ para algún n. En particular un ideal de T se llama nilpotente si es nilpotente considerado como submódulo de T. Claramente tenemos $(A^{2n+1})^{2m+1} \subset A^{(2n+1)(2m+1)}$ para todo m, $n > 0$ y todo submódulo A.

1.3. PRODUCTO SUBDIRECTO DE SISTEMAS TRIPLES.

Sea $(S_i)_{i \in I}$ una familia de sistemas triples sobre el mismo anillo ϕ. El producto directo ΠS_i (como ϕ-módulos) con la operación adicional

$$<(x_i)_I \ (y_i)_I \ (z_i)_I> = (<x_i y_i z_i>)_I$$

es un sistema triple llamado el *producto directo* de la familia $(S_i)_{i \in I}$. Para cada $j \in I$, la aplicación P_j de ΠS_i sobre S_j definida por

$P_j[(x_i)_I] = x_j$ se llama la *proyección* sobre S_j y es claramente un epimorfismo.

Un subsistema U de ΠS_i se llama un *producto subdirecto* de la familia de sistemas triples $(S_i)_{i\in I}$ si $P_i(U) = S_i$ para todo $i\in I$.

El teorema siguiente, cuya demostración es similar a la que se hace para anillos, nos dá una condición necesaria y suficiente para que un sistema triple T sea isomorfo a un producto subdirecto de una familia de sistemas triples.

TEOREMA 3. *Un sistema triples* T *es isomorfo a un producto subdirecto de sistemas triples* $(S_i)_{i\in I}$, *sí y sólo si existen homomorfismos* ψ_i *de* T *sobre* S_i *tales que si* $a \neq 0$ *entonces* $\psi_i(a) \neq 0$ *para al menos un* $i\in I$.

En virtud del Teorema 1 (ii), si ψ_i es un homomorfismo de T sobre S_i, entonces $S_i \cong T/K_i$ donde $K_i = \ker \psi_i$. Podemos por lo tanto formular el teorema anterior como sigue:

TEOREMA 4. *Un sistema triple* T *tiene una representación como un producto subdirecto de sistemas triples* $(S_i)_{i\in I}$ *sí y sólo si para cada* $i\in I$ *existe en* T *un ideal* K_i *tal que* $T/K_i \cong S_i$ *y* $\cap K_i = (0)$.

§2. El Radical Primo en Sistemas Triples. En esta parte definiremos el radical primo para un sistema triple, modificando adecuadamente la discusión en [3] y en [4]. Antes necesitamos unos lemas preliminares.

Sea T un sistema triple y sea $I(T)$ la familia de todos los ideales de T. Como indicamos en la parte 1, si A,B y C son ideales de T, por <ABC> representamos el submódulo generado por todos los productos triples <abc> con $a \in A$, $b \in B$ y $c \in C$.

LEMA 2. (i) *para* A, B, C, D, E *y* F *en* $I(T)$, *si* $A \subset D$, $B \subset E$ *y* $C \subset F$, *entonces* $\langle ABC \rangle \subset \langle DEF \rangle$.
(ii) *Si alguno entre* A, B *y* C *en* $I(T)$ *es el ideal* (0) *entonces* $\langle ABC \rangle = (0)$.
(iii) $\overline{\langle ABC \rangle} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$ *para toda imagen homomórfica* $\bar{A}$, $\bar{B}$ *y* $\bar{C}$ *de* A, B *y* C *en* $I(T)$.

<u>*Demostración*</u>. (i) es trivial, (ii) es una consecuencia de la trilinealidad de <xyz> y (iii) es una consecuencia de la definición de homomorfismos de sistemas triples. ▲

LEMA 3. *Sea* T *un sistema triple, entonces para todo* A, B, C *y* D *en* $I(T)$
(i) $\langle (A+D)(B+D)(C+D) \rangle \subset \langle ABC \rangle + D$
(ii) $\langle ABC \rangle \subset A \cap B \cap C$.

<u>*Demostración*</u>. (i) Consideremos el sistema triple $\bar{T} = T/_D$, entonces por el Lema 2 (iii) $\overline{\langle (A+D)(B+D)(C+D) \rangle} = \langle (\overline{A+D})(\overline{B+D})(\overline{C+D}) \rangle = \langle \bar{A}\bar{B}\bar{C} \rangle = \overline{\langle ABC \rangle}$ y por lo tanto $\langle (A+D)(B+D)(C+D) \rangle \subset \langle ABC \rangle + D$.
(ii) Sea $\bar{T} = T/_A$, entonces $\overline{\langle ABC \rangle} = \langle \bar{A}\bar{B}\bar{C} \rangle = \langle (\bar{0})\bar{B}\bar{C} \rangle = (\bar{0})$ por el Lema 2 (iii) y (ii). Por lo tanto $\langle ABC \rangle \subset A$. Similarmente $\langle ABC \rangle \subset B$ y $\langle ABC \rangle \subset C$

y en consecuencia $\langle ABC\rangle \subset A \cap B \cap C$. ▲

Continuamos con un importante lema.

LEMA 4. *Sea* T *un sistema triple. Para un ideal* P *de* T *las siguientes condiciones son equivalentes:*

(i) *Si* A, B *y* C *son ideales en* T *y* $\langle ABC\rangle \subset P$, *entonces* $A \subset P$ *ó* $B \subset P$ *ó* $C \subset P$.

(ii) *Si* A, B *y* C *son ideales en* T *y* $A \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$, $B \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$ *y* $C \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$, *entonces* $\langle ABC\rangle \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$

(iii) *Si* a, b *y* c *son elementos en* $\mathcal{C}(P)$, *entonces* $\langle (a)(b)(c)\rangle \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$ *donde* (a), (b) *y* (c) *son los ideales principales de* T *generados por* a, b *y* c *respectivamente.*

Demostración. Obviamente (i) y (ii) son equivalentes. Luego, mostraremos solamente que (ii) y (iii) son equivalentes. Sean a, b y $c \in \mathcal{C}(P)$, entonces $(a) \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$, $(b) \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$ y $(c) \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$. Por lo tanto (ii) implica (iii). Supongamos ahora que A, B y C son ideales de T tales que $A \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$, $B \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$ y $C \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$. Entonces existen elementos $a \in A \cap \mathcal{C}(P)$, $b \in B \cap \mathcal{C}(P)$ y $c \in C \cap \mathcal{C}(P)$; por la hipótesis (iii) tenemos entonces $\langle (a)(b)(c)\rangle \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$. Así, por el Lema 2 (i) tenemos $\langle ABC\rangle \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$. Por lo tanto (iii) implica (ii). ▲

DEFINICION. Un ideal P de un sistema triple T se llama *primo* si satisface alguna de las condiciones del Lema 4. Un subconjunto no vacío M de T se llama un L-*sistema* si para todo A, B y C en $\mathcal{I}(T)$, $A \cap M \neq \phi$, $B \cap M \neq \phi$ y $C \cap M \neq \phi$ implican

$\langle ABC\rangle \cap M \neq \phi$.

Un ideal P de T se llama *semiprimo* si para cualquier ideal A de T, $\langle AAA\rangle \subset P$ implica $A \subset P$. Un subconjunto no vacío M de T se llama un SL-*sistema* si para A en $I(T)$, $A \cap M \neq \phi$ implica $\langle AAA\rangle \cap M \neq \phi$. Como una consecuencia directa del Lema 4 tenemos que un ideal P es primo sí y sólo si $C(P)$ es un L-sistema y un ideal P es *semiprimo* sí y sólo si $C(P)$ es un SL-sistema.

Para A en $I(T)$, $A^* = \{x \in T \mid$ cualquier L-sistema que contiene x intersecta A$\}$ es el L-*radical* de A. Similarmente, $A_* = \{y \in T \mid$ cualquier SL-sistema que contiene y intersecta A$\}$ se llama el SL-*radical* de A.

TEOREMA 5. *Sea* A *un ideal en el sistema triple* T , *Entonces*

(i) A^* *es la intersección de todos los ideales primos que contienen* A.

(ii) A_* *es la intersección de todos los ideales semiprimos que contienen* A.

(iii) A_* *es un ideal semiprimo de* T.

(iv) A *es un ideal semiprimo de* T *sí y sólo si* $A = A_*$.

Demostración. (i) Sea $\cap P_i$ la intersección de todos los ideales primos P_i de T que contienen a A. Si $a \notin P_i$ para algún i entonces $a \in C(P_i)$ y puesto que $C(P_i)$ es un L-sistema tal que $A \cap C(P_i) \neq \phi$, entonces $a \notin A^*$. Por lo tanto $A^* \subset \cap P_i$. Recíprocamente, si $a \notin A^*$ existe un L-sistema M tal que $a \in M$ y $A \cap M = \phi$. Consideremos la familia de todos los ideales K en T tales que $A \subset K$ y $M \cap K = \phi$. Esta familia es no vacía puesto que A es uno de tales ideales. Podemos verificar que el lema de Zorn se puede aplicar a esta familia para mostrar la existencia de un ideal maximal P tal que $P \supset A$ y $P \cap M = \phi$. Probaremos que P es un ideal primo en T. Sean B, C y D ideales de T tales que $B \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$, $C \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$ y $B \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$. Por la maximilidad de P, $(B+P) \cap M \neq \phi$, $(C+P) \cap M \neq \phi$ y $(D+P) \cap M \neq \phi$. Puesto que M es un L-sistema tenemos $\phi \neq \langle(B+P)(C+P)(D+P)\rangle \cap M \subset (\langle BCD\rangle+P) \cap M$, por Lema 3 (i). Por lo tanto, $\langle BCD\rangle \cap \mathcal{C}(P) \neq \phi$ puesto que si $\langle BCD\rangle \cap \mathcal{C}(P) = \phi$ entonces $(\langle BCD\rangle+P) \cap M = \phi$ lo cual contradice que $(\langle BCD\rangle+P) \cap M \neq \phi$. En consecuencia P es un ideal primo y $a \notin P$.

(ii) La demostración es similar a la de (i).

(iii) Sea B un ideal de T tal que $\langle BBB\rangle \subset A_*$ entonces $\langle BBB\rangle \subset S_i$ para todo ideal semiprimo S_i que contenga a A, entonces $B \subset S_i$ para todo i. Por lo tanto $B \subset \cap S_i = A_*$ y A_* es semiprimo.

(iv) Es trivial porque A_* es un ideal semiprimo que contiene a A. ▲

LEMA 5. *Sea* $a \in T$ *y* N *un* SL-*sistema que contiene* a. *Entonces existe un* L-*sistema* M *tal que* $a \in M$ *y* $M \subset N$.

<u>*Demostración*</u>. Construimos un conjunto $M = \{a_1, a_2, \ldots\}$ de elementos de T como sigue: sea $a_1 = a$, puesto que $(a_1) \cap N \neq \phi$ entonces $\langle(a_1)(a_1)(a_1)\rangle \cap N \neq \phi$ y escogemos $a_2 \in \langle(a_1)(a_1)(a_1)\rangle \cap N$;

en general escogemos $a_{k+1} \in \langle (a_k)(a_k)(a_k) \rangle \cap N$. Claramente $M \subset N$ y por el Lema 3 (ii), $a_{k+1} \in (a_k) \cap N$, luego $(a_{k+1}) \subset (a_k)$. Mostraremos ahora que M es un L-sistema. Sean A, B y C ideales de T tales que $A \cap M \neq \phi$, $B \cap M \neq \phi$ y $C \cap M \neq \phi$. Escojamos elementos a_r, a_s, a_t con $a_r \in A \cap M$, $a_s \in B \cap M$ y $a_t \in C \cap M$. Si $p = \max(r,s,t)$ entonces $a_{p+1} \in \langle (a_p)(a_p)(a_p) \rangle \cap N \subset \langle (a_r)(a_s)(a_t) \rangle \cap N$. Por lo tanto $\langle (a_r)(a_s)(a_t) \rangle \cap M \neq \phi$ y M es un L-sistema. ▲

TEOREMA 6. *Si* A *es un ideal en el sistema triple* T, *entonces* $A^* = A_*$. *(*A^* *se llama el radical primo de* A*).*

<u>*Demostración*</u>. Puesto que todo ideal primo es semiprimo, con las notaciones del teorema 5 tenemos $A^* = \cap P_i \supset \cap S_i = A_*$. Recíprocamente, si $x \in A^*$ y N es un SL-sistema que contiene x, entonces por el Lema 5 existe un L-sistema M tal que $x \in M$ y $M \subset N$. Puesto que $N \cap A \neq \phi$ entonces $N \cap A \neq \phi$ y $x \in A_*$. ▲

DEFINICION. Sea T un sistema triple. El *radical primo* R(T) de T es el radical primo del ideal (0). Un sistema triple T se llama L-semisimple si R(T) = (0).

LEMA 6. *Sea* $\bar{T}$ *una imagen homomórfica de* T. *Entonces*

(i) *Si* M *es un* L-*sistema de* T, *entonces* $\bar{M}$ *es un* L-*sistema en* $\bar{T}$.

(ii) *Si* P *es un ideal primo de* T *que contiene al Kernel, entonces* $\bar{P}$ *es un ideal primo de* $\bar{T}$.

Demostración.

(i) Sean $\bar{A}$, $\bar{B}$ y $\bar{C}$ ideales de $\bar{T}$ tales que $\bar{A} \cap \bar{M} \neq \phi$, $\bar{B} \cap \bar{M} \neq \phi$ y $\bar{C} \cap \bar{M} \neq \phi$, donde A, B y C son ideales de T que contienen el kernel. Sea $\bar{a} \in \bar{A} \cap \bar{M}$ para algún $a \in M$, luego $a \in A+\ker \subset A+A \subset A$ y por lo tanto $A \cap M \neq \phi$. Similarmente $B \cap M \neq \phi$ y $C \cap M \neq \phi$. Puesto que M es un L-sistema, $<ABC> \cap M \neq \phi$ y entonces $\phi \neq \overline{<ABC> \cap M} \subset \overline{<ABC>} \cap \bar{M} = <\bar{A}\bar{B}\bar{C}> \cap \bar{M}$ por el Lema 2 (iii). Por lo tanto $\bar{M}$ es un L-sistema en $\bar{T}$ como se quería.

(ii) Sean $\bar{A}$, $\bar{B}$ y $\bar{C}$ ideales de $\bar{T}$ tales que $<ABC> \subset \bar{P}$, donde A, B y C son ideales de T que contiene el kernel. Entonces por el Lema 2 (iii) y el Lema 3 (i) tenemos $<(A+\ker)(B+\ker)(C+\ker)> \subset <ABC>+\ker \subset P+\ker \subset P$, puesto que P contiene el kernel. Por hipótesis $A+\ker \subset P$, ó $B+\ker \subset P$, ó $C+\ker \subset P$. Pero ésto significa que $\bar{A} \subset \bar{P}$, ó $\bar{B} \subset \bar{P}$, ó $\bar{C} \subset \bar{P}$ y por lo tanto $\bar{P}$ es un ideal primo de $\bar{T}$. ▲

Como una consecuencia del lema anterior tenemos.

TEOREMA 7. *Sea* T *un sistema triple y* R(T) *el radical primo de* T, *entonces* $R(T_{/R(T)}) = (0)$. *Esto es,* $T_{/R(T)}$ *es* L-*semisimple.*

Demostración. Sea $\phi : T \to T_{/R(T)}$ el homomorfismo natural. Si $\bar{a} \in R(T_{/R(T)})$ y P es un ideal primo en T, entonces por el Lema 6 (ii), $\bar{P} = \phi(P)$ es un ideal primo en $T_{/R(T)}$. Luego $\bar{a} \in \bar{P}$ y puesto que $P \supset R(T)$ entonces $a \in P$ para cada ideal primo P. Pero esto significa que $a \in R(T)$ y por lo tanto $\bar{a} = 0$. En consecuencia $R(T_{/R(T)}) = (0)$.

DEFINICION. Un sistema triple T se llama un sistema triple *primo* si (0) es un ideal primo en T.

Claramente, un sistema triple primo es L-semisimple y se tiene:

LEMA 7. *Sea* T *un sistema triple. Un ideal* P *en* T *es primo sí y sólo si* $T/_P$ *es un sistema triple primo.*

Demostración. Supongamos que P es un ideal primo de T. Por el Lema 6 (ii) aplicado al homomorfismo natural de T sobre $T/_P$, (0) es un ideal primo de $T/_P$ y por lo tanto $T/_P$ es un sistema triples primo. Recíprocamente, supongamos que $\bar{T} = T/_P$ es un sistema triple primo. Si A, B y C son ideales de T tales que $\overline{\langle ABC\rangle} \subset P$, entonces $\overline{\langle ABC\rangle} \subset (\bar{0})$ o equivalentemente por el Lema 2 (iii): $\langle\bar{A}\bar{B}\bar{C}\rangle \subset (\bar{0})$ y así $A \subset P$ ó $B \subset P$ ó $C \subset P$. Por lo tanto P es un ideal primo de T. ▲

TEOREMA 8. *Un sistema triple* T *es isomorfo a un producto subdirecto de sistemas triples primos sí y sólo si* T *es L-semisimple.*

Demostración. Es una consecuencia del Lema 7 y del Teorema 4. ▲

§3. Relaciones con nilpotencia. En esta sección, asumimos la condición adicional siguiente: $\langle AAA\rangle$ es un ideal de T para todo $A \in I(T)$.

LEMA 8. *Sea* A *un ideal de un sistema triple aso* *ciativo para potencias* T *y sea* $r \in A_*$. *Entonces existe un entero positivo* k *tal que* $r^k \in A$.

Demostración. Es suficiente mostrar que si $r \in A_*$, el conjunto $M = \{r, r^3, r^5, \ldots\}$ es un SL-sistema. Supongamos que B es un ideal de T y $r^{2n+1} \in B \cap M$, entonces $\langle r^{2n+1} r^{2n+1} r^{2n+1} \rangle = (r^{2n+1})^3 = r^{6n+3}$ es un elemento de $\langle BBB \rangle$. Por lo tanto M es un SL-sistema. ▲

Como una consecuencia del lema anterior tenemos:

TEOREMA 9. *El radical primo de un sistema triple* T *asociativo para potencias es un ideal nil.*

Demostración. Sea $r \in R(T)$. Por el Lema 8, existe un entero positivo k tal que $r^k = 0$. Por lo tanto R(T) es un ideal nil. ▲

Puesto que R(T) es nil entonces R(T) está contenido en el radical nil N(T) (el ideal nil maximal de T, por el Teorema 2).

TEOREMA 10. *Sea* T *un sistema triple. Entonces* T *es* L-*semisimple sí y sólo si* T *no tiene ideales nilpotentes diferentes de cero.*

Demostración. Claramente T es L-semisimple sí y sólo si (0) es un ideal semiprimo. Supongamos que T contiene un ideal nilpotente diferente de cero A y supongamos que $A^{2k+1} = (0)$. Entonces existen enteros positivos $u = 3^t$ y $v = 3^{t-1}$ tales que $A^u = 0$ pero $A^v \neq (0)$. Puesto que $\langle A^v A^v A^v \rangle = (A^v)^3 \subset A^{3v} = A^u = (0)$, el ideal (0) no es semiprimo. Por lo tanto si T es L-semisimple no tiene ideales nilpotentes diferentes de cero.

Recíprocamente, si T no es L-semisimple, ésto es, si (0) no es semiprimo, entonces existe un ideal diferente de cero A en T tal que $\langle AAA\rangle = A^3 = (0)$. Por lo tanto A es nilpotente. En consecuencia si T no tiene ideales nilpotentes diferentes de cero entonces T es L-semisimple. ▲

Una consecuencia inmediata de este teorema es

COROLARIO. *El radical primo de un sistema triple contiene todos los ideales nilpotentes de* T.

***

BIBLIOGRAFIA

[1] McCoy, N.H., *The theory of rings*. Chelsea, New York, 1964.

[2] Meyberg, K., Lectures on algebras and triple systems. Notas mimeográficas. University of Virginia, 1972.

[3] Myung, H.C., *A generalization of the primer radical in nonassociative rings*. Pacific, J. Math., 42 (1972) 187-193.

[4] Tsai, C., *The prime radical in a Jordan ring*. Proc. Amer. Math. Soc. 19 (1968) 1171-1175.

***

Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional
Bogotá, D.E., COLOMBIA.

(Recibido en Febrero de 1980)