BIBLIOGRAFIA

PLANE GEOMETRY. A Clear Thinking Approach, by Leroy H. Schnell and Mildred G. Crawford. Editor: McGraw - Hill Book Company, Inc. tercera edición, 1953. XII + 436 páginas.

SOLID GEOMETRY. A Clear Thinking Approach, by Leroy H. Schnell and Mildred G. Crawford. Editor: McGraw - Hill Book Company, Inc. primera edición, 1953. X + 198 páginas.

Estos dos textos cubren ampliamente los programas usuales de Geometría plana y de Geometría del espacio. El primero contiene varios capítulos interesantes que preceden lo que suele llamarse la Geometría demostrada. En ellos tratan los autores de fomentar el descubrimiento, por métodos experimentales, de relaciones geométricas que sólo más tarde serán objeto de demostración rigurosa; en otras palabras, persiguen el fin de que los estudiantes "vean" los teoremas antes de entenderlos. Fijan luego con precisión los axiomas y postulados fundamentales y sólo después empieza el desarrollo lógico y formal de la materia. Otras características de estos libros son la preocupación de que los alumnos apliquen el método geométrico a problemas de la vida diaria que requieren la misma lógica rigurosa, si bien aplicada a objetos diferentes, y la de que ellos mantengan frescos sus conocimientos previos de Aritmética y de Algebra.

H. YERLY

ALGEBRA FOR COLLEGE STUDENTS, by Ross R. Middlemiss. Editor: McGraw - Hill Book Company, Inc. 1953. IX + 394 páginas.

Este libro difiere del conocido *College Algebra* del autor, en que las bases son explicadas con mucho más detalle y está destinado al lector o estudiante con poca preparación. Los tres primeros capítulos que forman las primeras 11 lecciones del *College Algebra* ocupan aquí las 22 lecciones de los cinco primeros capítulos.

El libro es muy claro, sencillo y bien explicado y la presentación tipográfica es deliciosa. Los ejercicios son numerosos y escogidos de una manera excelente. Una particularidad del libro es la definición por recurrencia de los determinantes: si los determinantes de orden n-1 están definidas, un determinante de orden n se define por su desarrollo según una fila. Aunque esta definición carece de elegancia, quizás es más fácil de comprender que la definición usual.

J. H.

ANÁLISIS MATEMÁTICO, Volumen I., por Julio Rey Pastor, Pedro Pi Calleja, César A. Trejo. Editor: Editorial Kapelusz, Buenos Aires. 1952. XXVII + 817 páginas.

En la "Presentación" JULIO REY PASTOR escribe:

"Los libros en que durante cuatro decenios expusimos diversas ramas de la Matemática, con reflejos del estado progresivamente alcanzado en los países creadores, merecieron tan benévola acogida en el mundo de origen hispánico, que con ellos se han formado varias generaciones de estudiosos e investigadores, quienes no solamente conocen ya la moderna literatura universal, sino que colaboran en ella, hecho que habría parecido imposible y fabuloso a las mentes españolas de comienzos del siglo. Pero por halagador que sea este balance, el propio autor es el menos satisfecho de sus obras, que ya no reflejan el nuevo modo con que la Matemática está a punto de reorganizarse; y desde hace años viene estimulando a sus jóvenes colegas a emprender la publicación de libros en que tenga eco y forma ese nuevo rumbo, al que ningún país puede quedar ajeno, y que ya cuenta con fieles devotos y aun colaboradores activos en España e Hispanoamérica".

"Como cada año que pasa se hace más sensible esta necesidad, el propio autor se ha dedicado al fin de organizar la publicación de un nuevo tratado de Análisis matemático, que refleje todo lo bueno de lo clásico y de lo novísimo. Con entusiasmo juvenil y competencia insuperable pusieron mano a la obra los dos amigos colaboradores, plenamente autorizados para utilizar cuanto les agradara de nuestros libros, innovando libremente en el resto, y aquí sale a luz el primer fruto de su extraordinario esfuerzo, realizando el milagro, no superado en la literatura matemática, de organizar una obra que es a la vez introducción, texto y enciclopedia bibliográfica".

Esta orgullosa afirmación parece plenamente justificada para quien toma en la mano este magnífico libro. Destinado para estudiantes de ingeniería o de ciencias naturales como también para futuros matemáticos, el volumen contiene mucho más material que el común a otras obras de la misma índole. Las partes más fundamentales del texto están en tipo grande y las adiciones, que leerá únicamente el lector interesado, en letra pequeña. Además después de cada capítulo hay notas, que tratan hasta los conceptos más modernos de las matemáticas, y la última nota siempre da una bibliografía muy amplia concerniente al sujeto del capítulo.

Vamos a recorrer rápidamente el contenido de los dieciséis capítulos.

Capítulo I. *Fundamentación del número racional*. Después de una introducción lógica se definen sucesivamente los números naturales, enteros y racionales. Para los primeros se utilizan los axiomas de PEANO, pero hay amplia mención de las otras maneras de introducirlos. Se expone la teoría de la divisibilidad, con la demostración del teorema fundamental de la aritmética. Las notas tratan sobre el álgebra de BOOLE, la numeración (sistemas diferentes al decimal) y complementos sobre la divisibilidad (congruencia de FERMAT). *Capítulo* II. *El número real y el número complejo*. Los números reales se definen mediante sucesiones monótonas contiguas, pero en letra chiquita se mencionan las cortaduras y otras maneras de definir los reales. Se definen rigurosamente los exponentes reales y los logaritmos de los números positivos. Las notas dan la caracterización de los números reales como campo ordenado, la no enumerabilidad de los reales y el concepto de sistema hipercomplejo. *Capítulo* III. *Combinatoria. Algebra lineal*. Después del análisis combinatorio se discute con mucho detalle la noción de determinante hasta el desarrollo de LAPLACE y el teorema de multiplicación de determinantes. La teoría de los sistemas de ecuaciones lineales se desarrolla para el caso completamente general de n ecuaciones con m incógnitas. En nota se explica el concepto de grupo de permutaciones. *Capítulo* IV. *Algoritmo Algebraico*. Teoría de la divisibilidad y de las raíces de polinomios de una y varias variables, con una demostración del teorema fundamental del álgebra. Hay una nota sobre números trascendentes. *Capítulo* V. *El límite aritmético*. Definiciones y teoremas básicos sobre sucesiones y series con términos positivos, reales y complejos. Fuera de los criterios usuales de convergencia (CAUCHY, D'ALEMBERT, RAABE) se trata de convergencia absoluta e incondicional y sobre la multiplicación de series. Una de las notas discute los métodos de sumación de TOEPLITZ, otra las fracciones continuas. *Capítulo* VI.

Las funciones reales y la continuidad. Se da una definición del concepto de función, se introduce la noción de límite funcional unilateral y bilateral y la de función continua. Se establecen las propiedades fundamentales de las funciones continuas. Se discuten las diversas clases de discontinuidades y en las notas los teoremas de BOLZANO - WEIERSTRASS y de BOREL - LEBESGUE. *Capítulo* VII. *Las funciones trascendentes elementales.* Definición y continuidad de las funciones exponenciales, logarítmicas, circulares e hiperbólicas. En nota hay un ejemplo de una curva de PEANO. *Capítulo* VIII. *Funciones derivables.* Definición de la derivada (inclusive la derivada infinita y la derivada unilateral) y de la diferencial. Se deducen las leyes de derivación y las derivadas de las funciones trascendentes. Como primeras aplicaciones se consideran tangentes, normales, máximos y mínimos, concavidad, puntos de inflexión y el estudio de la variación de una curva. *Capítulo* IX. *Teoremas de valor medio y consecuencias.* El teorema de ROLLE y los de LAGRANGE y CAUCHY se aplican para demostrar la regla de L'HOSPITAL. Las notas interesantísimas exponen los números derivados, el ejemplo de VAN DER WAERDEN de una función continua sin derivada, etc. *Capítulo* X. *Fórmulas de Taylor. Ecuaciones algebraicas.* Se considera el residuo en las formas dadas por LAGRANGE, CAUCHY y SCHLÖMILCH. Se introducen los métodos de NEWTON, STURM y GRÄFFE para aproximación y separación de raíces. Se explican los métodos de eliminación de EULER, BÉZOUT y KRONECKER y se demuestra el teorema general de BÉZOUT. Entre las notas hay una sobre funciones simétricas y otra sobre la resolución gráfica de ecuaciones. *Capítulo* XI. *Series de potencias.* Convergencia uniforme y propiedades generales. Desarrollos de MAC-LAURIN de las funciones elementales. Las notas son sobre teoremas tauberianos, el número π, productos infinitos. *Capítulo* XII. *Interpolación y diferencias finitas.* Fórmulas de LAGRANGE y de NEWTON - GREGORY. En nota se introducen las diferencias divididas. *Capítulo* XIII. *El área y la integración.* El concepto de integral de RIEMANN y su conexión con la noción de derivada. Integrales impropias. En nota se demuestran las condiciones para la integrabilidad, inclusive la de LEBESGUE. *Capítulo* XIV. *Cálculo de primitivas y aplicaciones. Capítulo* XV. *Aplicaciones geométricas y físicas.* Areas, volúmenes, rectificación de curvas planas, trabajo. *Capítulo* XVI. *Integración aproximada.* Métodos de integración numérica, gráfica y mecánica (intégrafos).

Al final del libro se dan las respuestas a los ejercicios, hay un índice de símbolos y abreviaturas y un índice alfabético muy completo.

El libro es muy claro y de lectura fácil y agradable. Cada concepto se introduce primero intuitivamente, casi siempre con la ayuda de figuras, luego se da la difinición rigurosa y después hay un gran número de ejemplos para ilustrar el nuevo concepto. Hay una grande riqueza de ejercicios interesantes y de grado de dificultad muy variado.

Esperamos con grande impaciencia el segundo volumen de esta espléndida obra.

J. H.

DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS, by Philip Franklin. Editor: McGraw - Hill Book Company, Inc. 1953. XI + 641 páginas.

Esta es seguramente la más valiosa publicación que ha aparecido en los últimos días sobre este tema, pues contiene, además del material clásico sobre cálculo integral y diferencial extraordinariamente bien expuesto, muy bien entreverados capítulos de Geometría Analítica que dan al estudiante lo que en ese momento le es necesario recordar para entender bien el análisis y partes más avanzadas del cálculo que permiten a los alumnos ampliar sus conocimientos y tener una visión más general de esta parte de las matemáticas.

En la página 4 se dan las definiciones de variable y constante en la siguiente forma:

"Una cantidad cuyo valor es fijo a través de una discusión se llama constante. Una cantidad que puede asumir diferentes valores en el curso de una discusión se llama variable". Definir variable y constante en esta forma tiene el defecto de basarse en los conceptos de cantidad y valor, que seguramente no son bien claros para los alumnos que inician estos estudios y en el de discusión que no da una idea bien clara de lo que se quiere definir. Más clara y sencilla es la definición moderna que considera la variable simplemente como un símbolo con el cual se representa uno cualquiera de los elementos de un conjunto.

Pero, fuera de esta pequeña observación, el libro es excelente en todas sus partes y lo considero como la mejor ayuda para los estudiantes de cálculo.

PABLO CASAS