

**REMALLADO POLIGONAL ANISOTRÓPICO CON BASE
EN LA GEOMETRÍA Y DINÁMICA DEL ROSTRO
HUMANO**

MARCO ANTONIO JINETE GÓMEZ

Tesis presentada como requisito parcial para obtener el título de
MAGISTER EN INGENIERÍA
AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL

Director:
FLAVIO AUGUSTO PRIETO ORTIZ, Ph. D.
Profesor Titular

Codirector:
AUGUSTO ENRIQUE SALAZAR JIMÉNEZ
Estudiante de Doctorado

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
BOGOTÁ D. C.
2013

DEDICATORIA

A Jesucristo

Amigo incondicional, que sin importar la dificultad ni la temática, está a mi lado brindándome su perfecto amor.

A mis padres

Por darme ese apoyo increíble en toda circunstancia tomando como suyos mis problemas y aconsejándome en cada momento.

A mi compañera de vida

Por amarme tanto y demostrármelo de formas tan diversas, gracias por creer en mí más que yo mismo, gracias porque siempre estuviste segura de que lo lograría, gracias por ser mi luz cuando todo era oscuridad.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo fue un gran esfuerzo conjunto por lo que quiero presentar mis sinceros agradecimientos a:

Flavio Prieto que con sus aportes y paciente orientación, se convirtió en un gran apoyo para el desarrollo de esta tesis, su disposición y amistad fueron definitivas en momentos en los que la solución no era evidente.

Augusto Salazar por su amable colaboración y desinteresado apoyo.

Todos los que de una forma u otra han contribuido con la culminación de este arduo trabajo.

RESUMEN

REMALLADO POLIGONAL ANISOTRÓPICO CON BASE EN LA GEOMETRÍA Y DINÁMICA DEL ROSTRO HUMANO

por

MARCO ANTONIO JINETE GÓMEZ

Magister en Ingeniería en Automatización Industrial

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Director: FLAVIO AUGUSTO PRIETO ORTIZ, Ph. D.

Palabras Clave: Remallado, anisotrópico, Poligonal, Líneas de curvatura, Vectores curvatura.

En el proceso de modelado geométrico tridimensional, las mallas poligonales de superficie son definitivas para lograr representar formas, mejorando la interpretación de los objetos modelados. Estas mallas son generadas a partir de la “*nube de puntos*”, resultado de la adquisición de un sistema estéreo o dispositivos de digitalización 3D. A pesar de que este proceso puede ser realizado de forma manual, la triangulación aleatoria es una herramienta que en los últimos años ha tenido un uso intensivo en diferentes áreas de la informática gráfica y procesamiento geométrico. Desafortunadamente, estos procesos automáticos son propensos a errores, a menudo realizan sobremuestreo y contienen muchos vértices redundantes. Adicionalmente, las mallas iniciales son demasiado complejas y pesadas, lo que hace tedioso procesos como: animaciones, edición de forma, simulación numérica, eliminación de ruido, suavizado, entre otros. Para corregir estos errores se desarrollaron técnicas conocidas como remallado que buscan modificar la malla inicial para adaptarla a la aplicación específica. El objetivo de este trabajo es implementar una técnica de remallado especializado en el rostro humano, cuyo propósito es reducir la malla inicial en caras y vértices, manteniendo las características propias de la anatomía humana; para lo cual se utilizó la información de curvatura que destaca la anisotropía intrínseca de geometría natural o de origen humano. Como resultado se obtuvieron mallas anisotrópicas poligonales compuestas principalmente por cuadriláteros con menos del 50% de los puntos y caras de la malla inicial, que mantienen las características anatómicas para modelos del rostro en expresión neutra, asimismo en rostros con expresiones de alegría, enojo, repugnancia, miedo, sorpresa y tristeza.

ABSTRACT

Keywords: Remeshing, Anisotropic, Polygonal, Lines of Curvature, Curvature Vectors.

In the process of three-dimensional geometric modeling, polygonal surface meshes are decisive in order to render shapes, improving the interpretation of the modeled objects. These meshes are generated from the “*point cloud*”, resulting from the acquisition of a stereo system or 3D scanning devices. Notwithstanding this process can be done manually, random triangulation is a tool that in recent years has had intensive use in different areas of computer graphics and geometry processing. Unfortunately, these automatic processes are prone to errors, frequently perform oversampling and contain many redundant vertices. Additionally, the initial mesh is (are) too complex and heavy, which leads to make tedious processes such as animation, editing form, numerical simulation, noise removal, smoothing, among others. In order to correct these errors, were developed some techniques known as Remeshing seeking to modify the initial mesh to adapt it to the specific application. The objective of this work is to implement a specialized technique remeshing on the human face, which aims to reduce the initial mesh on faces and vertices, keeping the own characteristics of human anatomy, for which was used the curvature information that highlights the intrinsic anisotropy of natural or human origin geometry.

As a result, were obtained anisotropic polygonal meshes mainly composed of quadrilaterals with less than 50% of points and faces of the initial mesh, which maintains the anatomical features for face models in neutral expression, also in faces with expressions of joy, anger, repugnance, fear, surprise and sadness.

Contenido

Contenido	vii
Lista de Tablas	viii
Lista de Figuras	viii
1 Introducción	1
2 Remallado de mallas trianguladas	3
2.1 Fundamentos para el Remallado	4
2.2 Criterios de calidad en remallado	8
2.3 Técnicas de Remallado	10
3 Remallado poligonal anisotrópico	21
3.1 Etapa I: Estudio de la curvatura	21
3.2 Etapa II: Líneas de Curvatura	26
3.3 Etapa III: Generación nueva Malla	34
4 Análisis anatómico de los puntos generadores	41
4.1 Modelos del Rostro Humano Utilizados	41
4.2 Puntos Claves del Remallado Poligonal Anisotrópico del Rostro Humano	41
4.3 Puntos Característicos basados en la anatomía de rostro	41
4.4 Relación umbilics y Puntos Característicos basados en la anatomía	44
4.5 Relación Puntos Claves Remallado Poligonal Anisotrópico y Puntos Característicos Basados en la Anatomía	48
5 Resultados: Remallado de Modelos 3D del Rostro Humano	51
5.1 Remallado Modelos Expresión Neutra	51
5.2 Remallado de Expresiones Faciales	53
5.3 Validación de la calidad del remallado	56
6 Conclusiones	69

Lista de Tablas

4.1	Distribución de umbilics alrededor de los puntos antropométricos esenciales.	47
4.2	Distancias mínimas entre los puntos anatómicos y mallas.	48
5.1	Remallado con diferentes cuadrículas generadoras.	53
5.2	Error de aproximación medio para modelos con expresiones.	58
5.3	Error de Hausdorff para modelos expresiones faciales.	58
5.4	Simplificación comparación vértices y caras.	63

Lista de Figuras

1.1	Modelado tridimensional.	2
2.1	Modelado tridimensional rostro de Nefertiti.	3
2.2	Modelado geométrico tridimensional.	4
2.3	Orientabilidad de una superficie.	4
2.4	Triangulación aleatoria.	5
2.5	Estructuras locales.	6
2.6	Clasificación de mallas según forma de sus elementos.	7
2.7	Número de elementos en mallas isotrópicas y anisotrópicas [1].	7
2.8	Regularidad de vértices en una malla triangular.	8
2.9	Mallas: irregular, semiregular, regular [2].	8
2.10	Cantidad de elementos por malla.	9
2.11	Distribución de los vértices en la malla [3].	9
2.12	Remallado estructurado [4].	11
2.13	Modelos parametrizados en esferas [5].	11
2.14	Parametrización esférica conjunta [5].	12
2.15	Parametrización esférica conjunta [5].	12
2.16	Remallado compatible [6].	13
2.17	Parametrización cruzada [6].	13
2.18	Parametrización [6].	14
2.19	Mezcla y transformación de dos modelos [6].	15
2.20	Remallado de alta calidad del modelo MaxPlanck basado en la curvatura. [7]	16
2.21	Remallado basado en características [8].	16
2.22	Remallado basado en características [8].	16

2.23	Etapas de filtrado para el refinamiento de bordes [8].	17
2.24	Generación de piramides [8].	18
2.25	Remallado basado en el error [9].	18
3.1	Integración de dominio para la estimación de tensor de curvatura [1].	23
3.2	Vectores de curvatura máximos y mínimos (k_{max} rojos, k_{min} verdes).	23
3.3	Parametrización de conformación discreta [10].	23
3.4	Superficie isotrópica [1].	24
3.5	Superficie anisotrópica [1].	25
3.6	Tipos de umbilics [1].	25
3.7	Tipos de umbilics según las líneas de curvatura cercanas [1].	26
3.8	<i>Patch</i> alrededor de los vértices.	26
3.9	Líneas de curvatura cercanas a los umbilics [11].	27
3.10	Umbilics y ridges [12].	27
3.11	Vectores de curvatura no suavizados.	28
3.12	Vectores de curvatura vista superior modelo del rostro.	29
3.13	Parametrización local.	29
3.14	Cálculo de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, basado en las áreas internas formadas desde el punto P al interior del triángulo.	30
3.15	Ángulos del vector α, β, γ .	30
3.16	Inicio de la creación de la línea.	31
3.17	Formación de la línea.	32
3.18	Líneas de curvatura en rostro neutral.	33
3.19	Líneas de curvatura en rostros con expresión.	33
3.20	Ortogonalidad de las líneas de curvatura.	35
3.21	Puntos de cruce líneas de curvatura.	36
3.22	Malla basada en cuadrícula.	37
3.23	Traslado al origen de los puntos generadores.	37
3.24	Inclusión de los umbilics en la malla final.	37
3.25	Malla final.	38
4.1	Expresiones faciales por modelo.	42
4.2	Vértices de la malla inicial y del remallado.	42
4.3	Puntos característicos de la antropometría facial [13].	43
4.4	Puntos anatómicos.	43
4.5	8 Puntos característicos de la antropometría facial.	44
4.6	Modelos posición original (a, b, d, e), modelos alineados (c, f).	45
4.7	Puntos antropométricos esenciales y umbilics del modelo.	45
4.8	Umbilic de todos los modelos (diferenciados por colores) y puntos antropométricos esenciales (color verde).	46
4.9	Distancia entre los puntos de cada ojo.	46
4.10	Esferas alrededor de los puntos antropométricos esenciales.	47
4.11	Relación entre los vértices de las mallas y puntos anatómicos.	48
5.1	Malla inicial del modelo femenino.	51
5.2	Remallado del modelo femenino.	52
5.3	Malla inicial del modelo masculino.	52
5.4	Remallado del modelo masculino.	52
5.5	Remallado generado con diferentes cuadrículas.	53
5.6	Remallado generado con diferentes cuadrículas suavizado.	54
5.7	Niveles de expresión de felicidad en BU3-DFE.	54
5.8	Niveles de expresión de enojo en BU3-DFE.	54
5.9	Remallado vs. mallas iniciales con expresiones faciales.	55
5.10	Error de aproximación medio.	56

5.11	Vectores de curvatura en modelos neutros con el error de aproximación medio máximo y mínimo.	57
5.12	Vectores de curvatura en modelos con expresión, con el error de aproximación medio, máximo y mínimo.	57
5.13	Representación gráfica de la métrica de Hausdorff.	59
5.14	Comparación de la malla inicial y el remallado resultante.	59
5.15	Modelos neutros con la máxima y mínima diferencia.	60
5.16	Modelos con expresiones con la máxima y mínima diferencia.	60
5.17	Imágenes de Textura.	61
5.18	Remallado y textura.	61
5.19	Textura final del Remallado.	62
5.20	Simplificación de superficie basada en QEM. [14]	63
5.21	Comparación mallas simplificadas.	64
5.22	Visualización de la Comparación mallas simplificadas	65
5.23	Visualización de la Comparación mallas simplificadas	66
5.24	Comparación ajuste Simplificación QEM y Remallado	66

Capítulo 1

Introducción

En el proceso de modelado geométrico tridimensional, las mallas poligonales de superficie son definitivas para lograr representar formas, mejorando la interpretación de los objetos modelados. Estas mallas son generadas a partir de la “nube de puntos” (Figura 1.1(a)), resultado de la adquisición de un sistema estéreo o dispositivos de digitalización 3D. Para la generación automática de modelos 3D, se utilizan estos puntos con el fin de realizar una triangulación aleatoria, que genera una superficie poligonal que llamaremos en adelante Malla Inicial (Figura 1.1(b)). De esta forma, la superficie real se puede aproximar a una superficie matemática discreta formada por superficies elementales planas triangulares, que se definen a partir de los puntos de coordenadas tridimensionales fruto de la adquisición 3D (nube de puntos). A pesar de que este proceso puede ser realizado de forma manual, la triangulación aleatoria es una herramienta que en los últimos años ha tenido un uso intensivo en diferentes áreas de la informática gráfica y procesamiento geométrico. Desafortunadamente, estos procesos automáticos son propensos a errores, a menudo realizan sobremuestreo y contienen muchos vértices redundantes. Adicionalmente, las mallas iniciales son demasiado complejas y pesadas, lo que hace tedioso procesos como: animaciones, edición de forma, simulación numérica, eliminación de ruido, suavizado, entre otros. Para corregir estos errores se desarrollaron técnicas conocidas como remallado. El remallado busca mejorar la calidad de la malla inicial en los algoritmos de modelado geométrico. No se cuenta con una definición precisa, universalmente aceptada, sin embargo, la siguiente es una posible definición: “Dada una malla 3D, calcular otra malla, cuyos elementos cumplan algunos requisitos de calidad, aproximando la entrada de forma aceptable según la aplicación” [15]. El término calidad puede referirse a toma de muestras, clasificación, regularidad, tamaño o forma de los elementos, todas dirigidas a mejorar los problemas de la malla inicial. En los últimos años se han desarrollado diversos algoritmos que abordan el remallado, los cuales normalmente se clasifican según su objetivo final, como por ejemplo, mejorar la estructura de las mallas, disminuir la densidad de puntos, mejorar la calidad de los componentes, realzar alguna característica propia del modelo, buscar la compatibilidad de dos o más modelos, entre otros objetivos, que finalmente buscan modificar la malla inicial para acomodarla a las necesidades de la aplicación específica.

El presente documento está enfocado en abordar el tema del remallado, teniendo como base para lograrlo la curvatura propia de la superficie y orientado a modelos 3D del rostro humano con diferentes expresiones faciales. Este remallado busca reducir la malla inicial (menos vértices y menos caras), conservando la información relevante de la forma de cada modelo, lo que para el caso puntual posiblemente aportará información para el reconocimiento de rostros, de expresiones faciales, entre otras posibles aplicaciones. Debido a las características anisotrópicas del mallado del rostro humano, esta técnica se ajusta muy bien a la hora de modelarlo, con lo que se podría conseguir mallas especializadas en la geometría del rostro, tanto en rostros neutros (sin expresión definida), como en rostros con expresiones.

Este documento se desarrolla como sigue : En el capítulo 2 se revisan los conceptos fundamentales para abordar el proceso de remallado y se presentan diferentes técnicas de remallado destacadas. En el capítulo 3 se revisa en detalle el proceso para el desarrollo de la técnica de remallado poligonal anisotrópico, desde el cálculo inicial de los vectores de curvatura, hasta la formación de la malla final

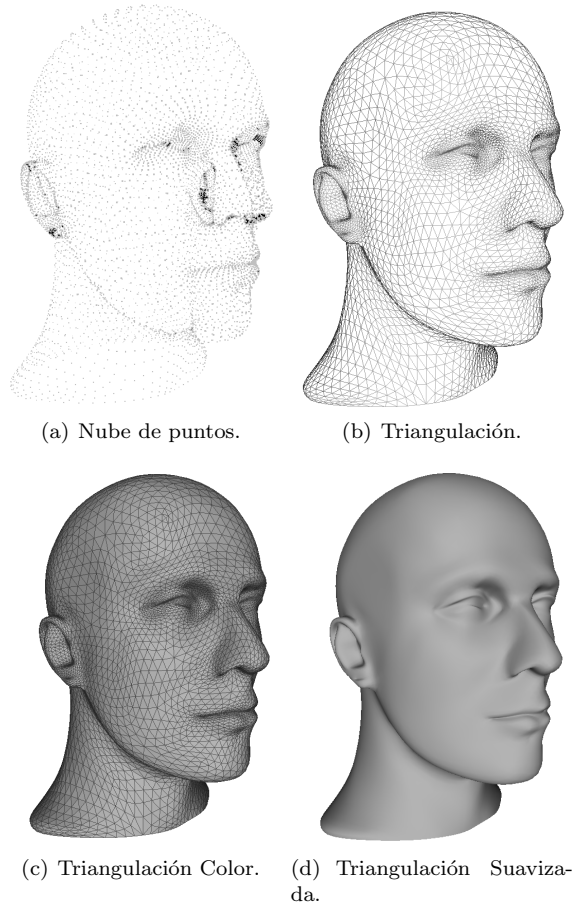


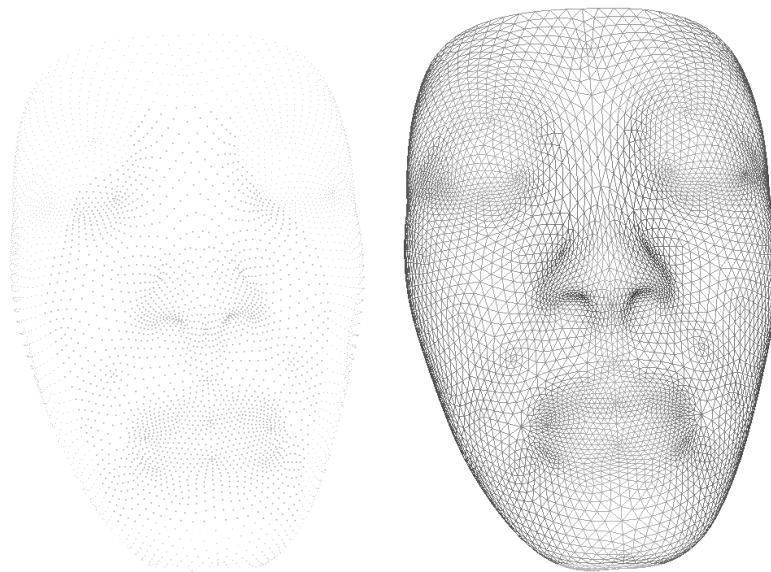
Figura 1.1: Modelado tridimensional.

resultante. En el capítulo 4 se realiza un análisis comparativo entre los puntos con los cuales se crea la malla final y puntos claves que describen la anatomía del rostro humano. En el capítulo 5 se presentan los resultados de la generación de esta técnica de remallado para modelos del rostro humano neutros, como también en presencia de expresiones faciales. En el capítulo 6 se desarrolla una posible aplicación de las líneas de curvatura para el reconocimiento de expresiones faciales. Finalmente, en el capítulo 7 se presentan las conclusiones.

Capítulo 2

Remallado de mallas trianguladas

Una malla es una colección de figuras y vértices que aproximan una superficie en 3D, estas figuras pueden ser triángulos formando mallas triangulares, como también pueden ser cuadriláteros en las mallas poligonales. En la mayoría de modelos 3D todo comienza con una malla de triángulos, que contribuye a la mejor interpretación de la digitalización del modelo; en la Figura 2.1(a) se tiene un grupo de puntos fruto de la digitalización 3D de un objeto del mundo real y no es fácil identificar su forma, pero en la Figura 2.1(b) se puede identificar fácilmente puesto que es una malla de triángulos. Estas mallas se logran con una técnica conocida como triangulación, que si se realiza de forma automática es propensa a generar errores que dificultan trabajos posteriores con estas mallas. Para corregir estos errores se desarrollaron técnicas conocidas como remallado, que buscan mejorar estas mallas de triángulos, generando nuevas mallas que tengan un desempeño más eficiente para la aplicación requerida. En este capítulo se revisará el tema del remallado de mallas trianguladas, identificando las diferentes técnicas utilizadas para este proceso.



(a) Puntos del modelo.

(b) Triangulación.

Figura 2.1: Modelado tridimensional rostro de Nefertiti.

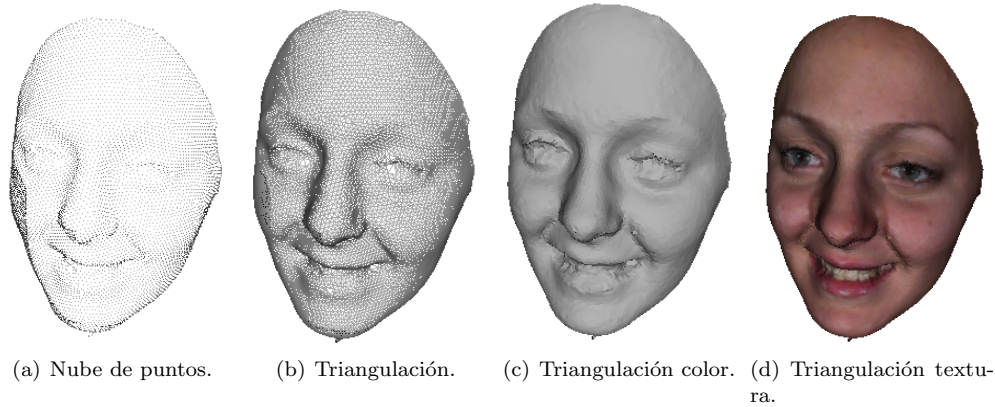


Figura 2.2: Modelado geométrico tridimensional.

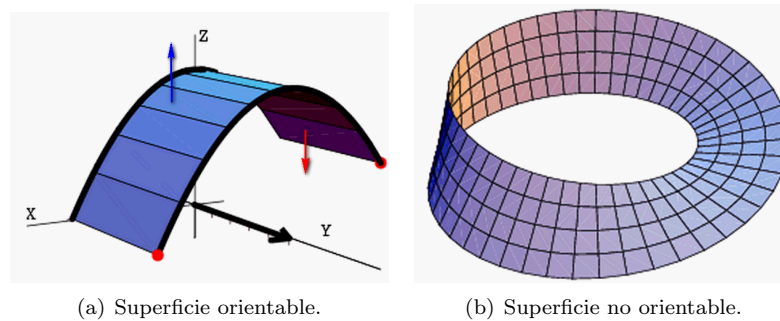


Figura 2.3: Orientabilidad de una superficie.

2.1 Fundamentos para el Remallado

En el proceso de modelado geométrico tridimensional, las mallas poligonales de superficie son definitivas para lograr representar formas, mejorando la interpretación de los objetos modelados. Estas mallas son generadas a partir de la “nube de puntos” (Figura 2.2(a)), resultado de la adquisición con un sistema estéreo o dispositivos de digitalización 3D.

Para la generación automática de modelos 3D, se utilizan estos puntos para realizar una triangulación aleatoria, que genera una superficie poligonal que llamaremos en adelante Malla Inicial (Figura 2.2(b)), de esta forma, la superficie real se puede aproximar a una superficie matemática discreta formada por superficies elementales planas triangulares, que se definen a partir de los puntos de coordenadas tridimensionales (nube de puntos). Estas superficies bidimensionales paramétricas, definen contornos de objetos tridimensionales en un espacio \mathbb{R}^3 , los modelos son huecos, como si se pusiera una tela delgada sobre el objeto a modelar y la posición de esta tela fuera la superficie que se trabaja matemáticamente. Para que el modelo pueda ser bien definido, estas superficies \mathcal{S} deben ser compactas y orientables. Una superficie es compacta si el área de la superficie es finita, la superficie de un cubo es compacta puesto que su área es finita pero el área de un plano en \mathbb{R}^3 es infinito, por tanto no es compacto y no se considera como una superficie. Para que una superficie sea orientable se debe poder definir la cara interior y exterior de la superficie (Figura 2.3(a)). Un ejemplo de una superficie no orientable es la cinta de Möbius, que constituye una de las paradojas geométricas más célebres, es no orientable puesto que si se recorre, se pasa sin transición de una cara a otra de la cinta (Figura 2.3(b)).

A pesar de que este proceso de modelado puede ser realizado de forma manual, la triangulación es una herramienta que en los últimos años ha tenido un uso intensivo en diferentes áreas de la

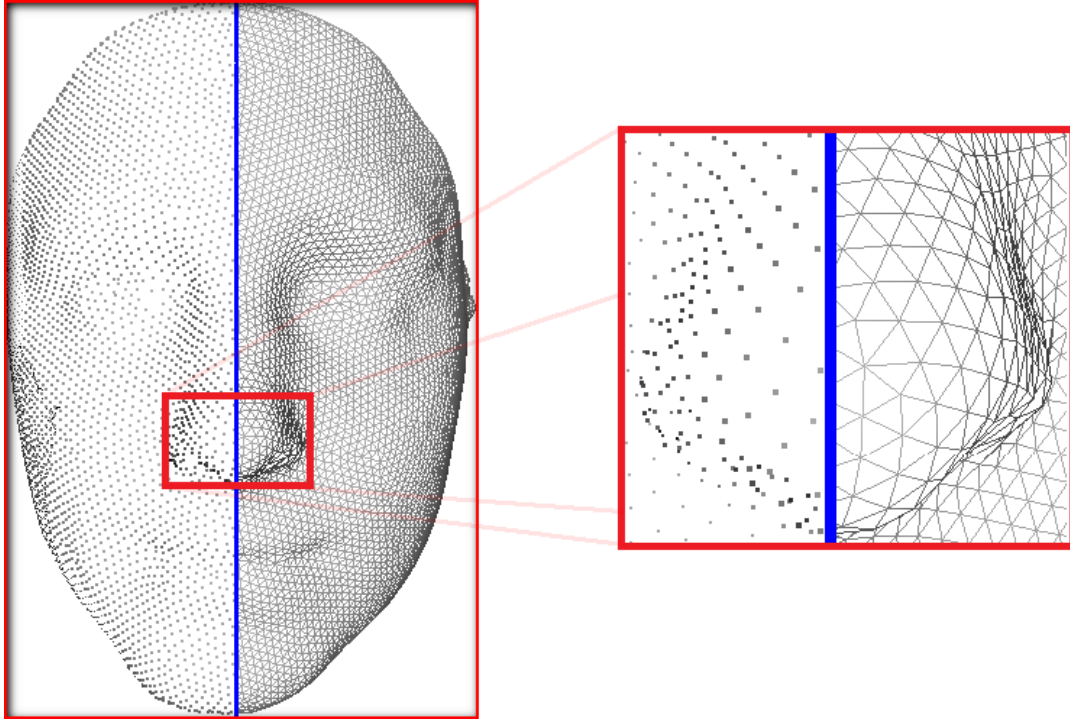


Figura 2.4: Triangulación aleatoria.

informática gráfica y procesamiento geométrico (Figura 2.4).

Desafortunadamente, estos procesos son propensos a errores (especialmente si se realizan de forma automática), a menudo realizan sobremuestreo, contienen muchos vértices redundantes; adiconamente las mallas iniciales son demasiado complejas y pesadas, lo que hace tedioso procesos como: animaciones, edición de forma, simulaciones numéricas, eliminación de ruido, procesos de suavizado, entre otros. En busca de corregir estos problemas, se desarrollaron las diferentes técnicas de remallado. Aunque el objetivo principal del remallado de superficie, es reducir la complejidad de la malla inicial formando una nueva malla de entrada con la cual trabajar de forma más eficiente, también puede ser implementado para mejorar la calidad, tal que esta nueva malla resultante pueda ser usada como entrada para diversas aplicaciones posteriores, es importante tener presente que diferentes aplicaciones implican diferentes criterios y requerimientos de calidad, por lo que se puede dar el caso que la malla resultante sea más compleja que la malla inicial. No se cuenta con una definición precisa y universalmente aceptada de lo que es el proceso de remallado, sin embargo, una posible definición podría ser: “Dada una malla 3D, calcular otra malla, cuyos elementos cumplan algunos requisitos de calidad, aproximando la entrada de forma aceptable” [16], el término calidad puede referirse a toma de muestras, clasificación, regularidad, tamaño o forma de los elementos, todas dirigidas a mejorar los problemas de la malla inicial.

Para la definición del tipo de remallado se pueden tener dos enfoques, el de estructuras locales y el de estructuras globales, con los cuales se busca estudiar la forma y densidad de las mallas y los elementos que las forman.

Estructuras locales

La estructura local de una malla se refiere a la definición del tipo, forma, orientación y distribución de los elementos de la malla (Figura 2.5).

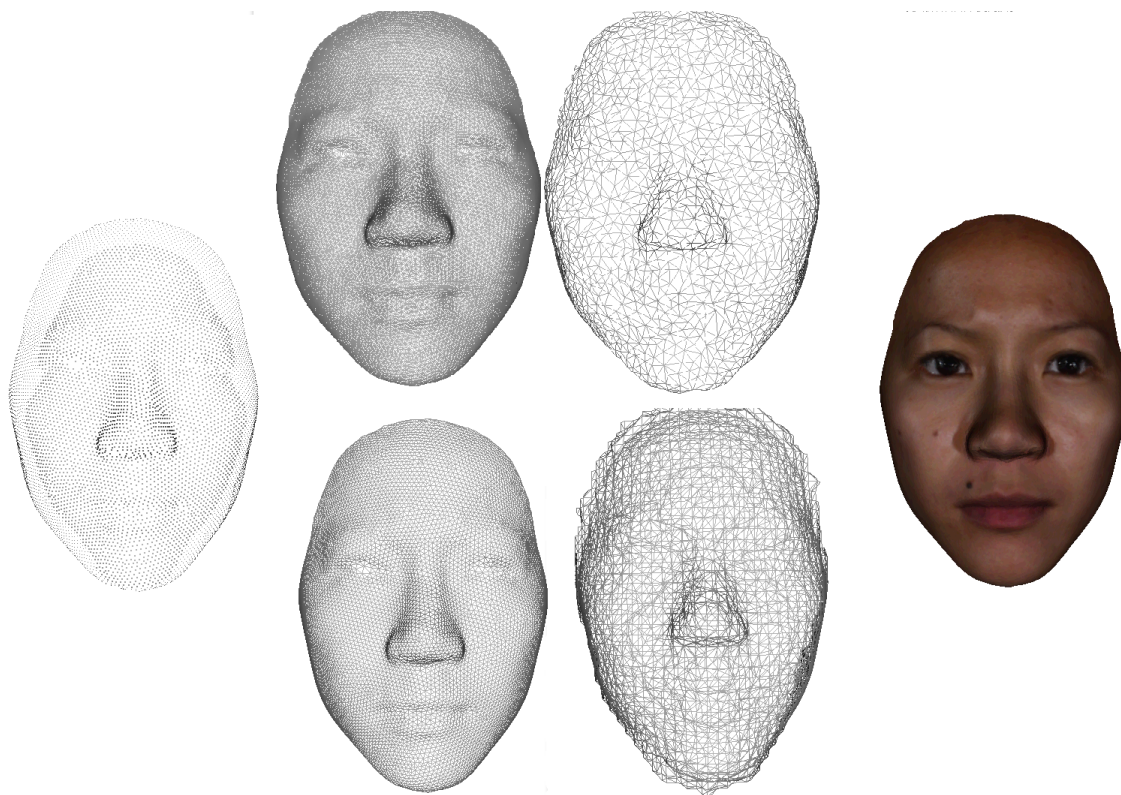


Figura 2.5: Estructuras locales.

Tipos de Elementos

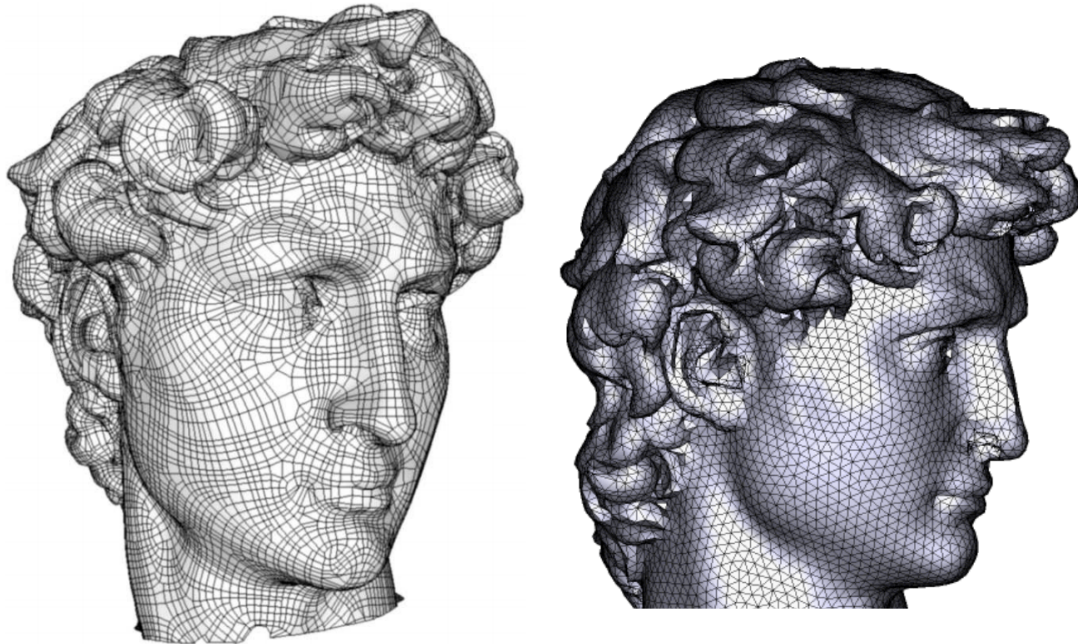
Los elementos más comunes para la generación de una malla son los triángulos y cuadriláteros. Las mallas de triángulos son normalmente fáciles de producir, mientras que en el mallado cuadrangular frecuentemente requiere de procesos más complejos.

Forma de Elementos

Para el estudio de la forma se pueden clasificar los elementos en isotrópicos o anisotrópicos. La forma de elementos isotrópicos es localmente uniforme en todas direcciones (Figura 2.6(a)). La forma se dice anisotrópica si los elementos son localmente variables de acuerdo a la orientación en la superficie (Figura 2.6(b)). Usualmente las mallas anisotrópicas, requieren de menos elementos que las isotrópicas con la misma calidad (Figura 2.7). Además los elementos anisotrópicos, representan mejor las estructuras de las primitivas geométricas inherentes en el modelo.

Densidad del Elemento

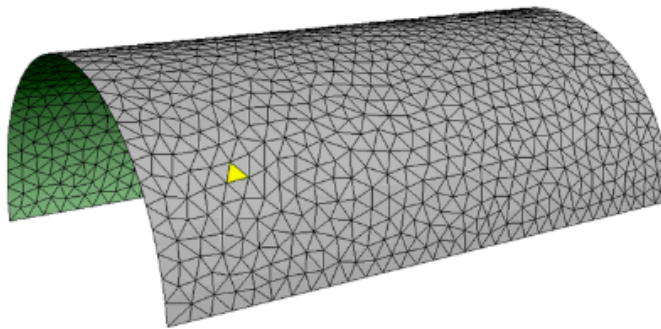
En cuanto a la densidad de los elementos de la malla, se encuentran dos tipos principalmente, mallas con distribución uniforme y mallas con distribución adaptativa o no uniforme. En las mallas uniformes los elementos de la malla están igualmente distribuidos a lo largo del modelo, en las adaptativas la distribución y el número de elementos varía a lo largo del modelo según la curvatura, pequeños elementos son asignados en áreas con alta curvatura. Las mallas con distribución adaptativa tienen significativamente menos elementos y una aproximación de calidad que es comparable con las mallas con distribución uniforme.



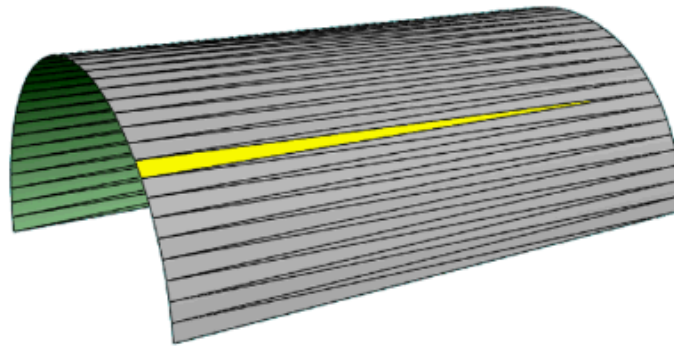
(a) Malla Anisotrópica [17].

(b) Malla Isotrópica [16].

Figura 2.6: Clasificación de mallas según forma de sus elementos.



(a) Malla isotrópica.



(b) Malla anisotrópica.

Figura 2.7: Número de elementos en mallas isotrópicas y anisotrópicas [1].

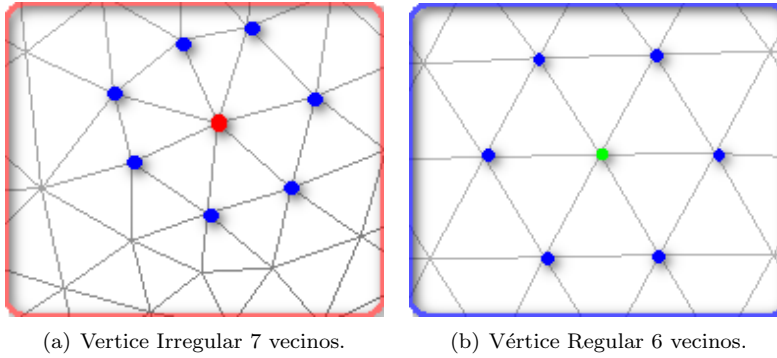


Figura 2.8: Regularidad de vértices en una malla triangular.

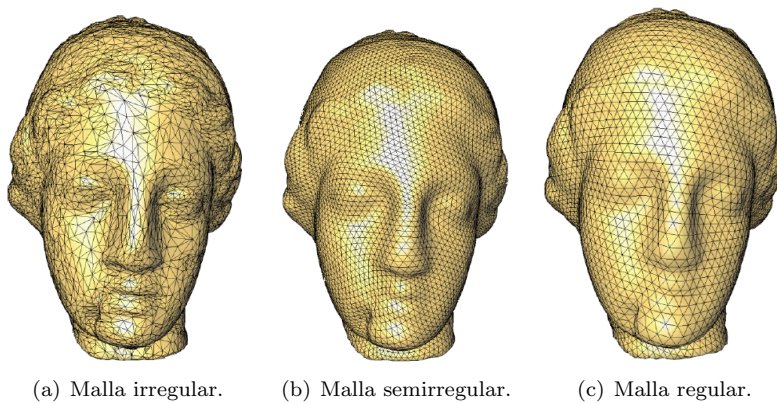


Figura 2.9: Mallas: irregular, semiregular, regular [2].

Estructura Global

La estructura global de las mallas se puede clasificar en irregulares, semirregulares, regulares y muy regulares. Un vértice de una malla triangular se considera regular o no de acuerdo a sus vecinos, para que un vértice sea llamado regular en el interior de la malla debe tener 6 vecinos (Figura 2.8(b)) y si se encuentra en los bordes debe tener 4 vecinos, en mallas de cuadriláteros los vértices son llamados regulares si tienen 4 vecinos para los vértices del interior y 3 vecinos para los bordes.

Las mallas irregulares no tiene vértices regulares, por su parte, las mallas semiregulares tienen un número significativo de vértices regulares producto de realizar un proceso grueso de subdivisión de la malla inicial [18]. Las mallas altamente regulares por su parte tienen la mayoría de los vértices regulares, en contraste con la malla semiregular no se obtienen producto de una subdivisión (Figura 2.9(b)). Las mallas regulares son las que todos sus vértices son regulares (Figura 2.9(c)).

2.2 Criterios de calidad en remallado

El objetivo del proceso de reconstrucción, es lograr que con la información discreta del modelo, se genere una malla cuyos elementos se aproximen de forma precisa a las características físicas del modelo real. Por su parte, en el proceso de remallado el objetivo es mejorar la calidad de la malla triangular, en términos de la nube de puntos inicial y la calidad de los elementos que componen la nueva malla. La calidad de los elementos de la malla resultante, es crucial para la robustez y la estabilidad numérica, lo que es necesario para la simulación numérica, así como para el procesamiento de la geometría de los modelos. Cálculos numéricos, tales como el análisis de elementos finitos, requieren de mallas muy

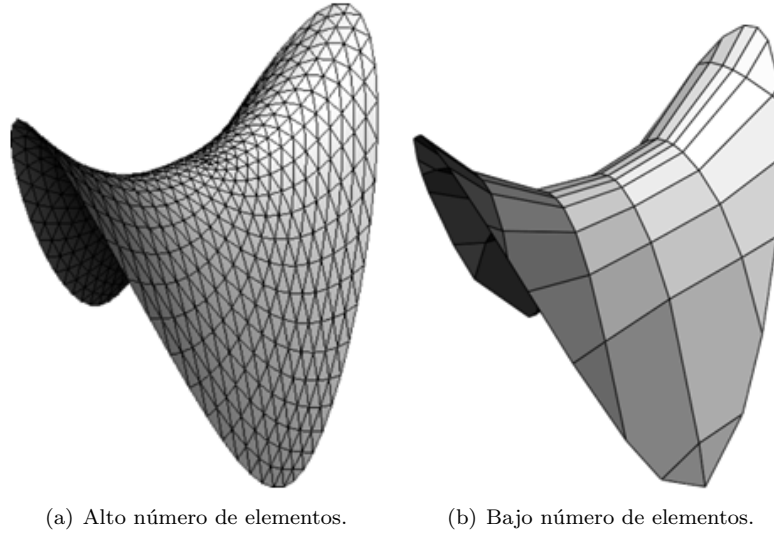


Figura 2.10: Cantidad de elementos por malla.

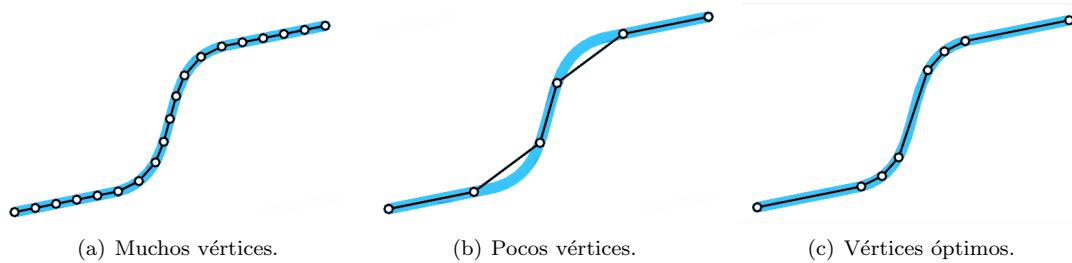


Figura 2.11: Distribución de los vértices en la malla [3].

regulares, tanto en términos de la geometría como de conectividad. El problema consiste en que no hay un criterio unificado para la definición de calidad del remallado, de acuerdo a la necesidad se establece un criterio particular, a continuación se revisan algunos criterios de calidad utilizados para la evaluación del remallado.

Cantidad de elementos.

Lo más probable es que este sea uno de los criterios de calidad más evidentes, dependiendo del número de elementos se puede estimar la calidad de la malla, si la malla tiene miles de triángulos, se puede inferir que la malla se aproxima mejor al modelo, que una malla con un porcentaje mucho menor de estos triángulos, el problema es que puede tener una inapropiada distribución de vértices, es decir, que se generen una cantidad de elementos demasiado alta para zonas que no lo requieran (Figura 2.10(a)).

Distribución de vértices.

La distribución de los vértices es un criterio muy importante para muchas aplicaciones. Con el estudio de esta distribución se pueden crear mallas de elementos similares (si la distribución de vértices es uniforme, mallas regulares), también se puede asegurar la precisión de la malla con respecto al modelo, ajustándose de forma óptima en zonas de alta curvatura (Figura 2.11).

Error de aproximación.

Un criterio ideal sería la fidelidad de la malla con respecto a la superficie original, el problema es que es imposible determinar la desviación T entre la malla y la superficie original puesto que no se cuenta con una representación continua de la superficie real. Sin embargo, es posible medir la distancia entre dos mallas triangulares [19], o la distancia entre los vértices de la triangulación calculada y un grupo de puntos correspondientes a la superficie P (nube de puntos). Dos cantidades comunes son utilizadas para medir esta distancia: el error medio (e_{medio} , Ecuación 2.1) y el error máximo (e_{max} , Ecuación 2.2). Es importante notar que si se utilizan todos los puntos del conjunto de datos para generar los elementos de la malla, esta medida de error no es válida.

$$e_{medio} = \frac{1}{\eta} \sum_i \min_{t \in T} \|t - p_i\| \quad (2.1)$$

$$e_{max} = \max \left\{ \min_{t \in T} \|t - p_i\| \right\} \quad (2.2)$$

2.3 Técnicas de Remallado

En los últimos años se han desarrollado diversos algoritmos que abordan el remallado, los cuales se pueden clasificar en 5 grupos principales según su objetivo final y la técnica empleada para lograrlo [15].

- Remallado Estructurado
- Remallado Compatible
- Remallado de Alta calidad
- Remallado basado en Características
- Remallado orientado al manejo del error

La definición de estos grupos de técnicas no implica que no se utilicen varias al mismo tiempo, esto depende de la aplicación final, de hecho algunas técnicas se desarrollaron para lograr resolver problemas de una aplicación particular.

Remallado Estructurado

Normalmente la malla inicial es irregular y el remallado estructurado sustituye la malla inicial no estructurada, por una malla estructurada o regular donde todos los vértices internos están rodeados por un número constante de elementos [20]. Dentro de este grupo de algoritmos no solo se encuentran los que buscan que la malla sea totalmente regular, sino que también se encuentran los algoritmos que definen mallas semirregulares o muy regulares. Las mallas estructuradas ofrecen ciertas ventajas sobre las mallas no estructuradas. Su gráfico de la conectividad es mucho más simple (Figura 2.12), lo que permite recorridos más eficientes y localización en los algoritmos. Por esta razón en la técnica de remallado estructurado los algoritmos buscan estructurar la malla inicial con el fin de aprovechar las características de una malla regular.

Remallado Compatible

Dado un conjunto de mallas 3D con una correspondencia parcial entre ellas, el objetivo del remallado compatible es generar un nuevo conjunto de mallas del conjunto de entrada, de forma que tengan una estructura de conectividad común [6].

Gran parte del trabajo realizado en remallado compatible tiene como objetivo la transformación de un modelo en otro, esto requiere el cálculo de una parametrización común, es decir, una aplicación

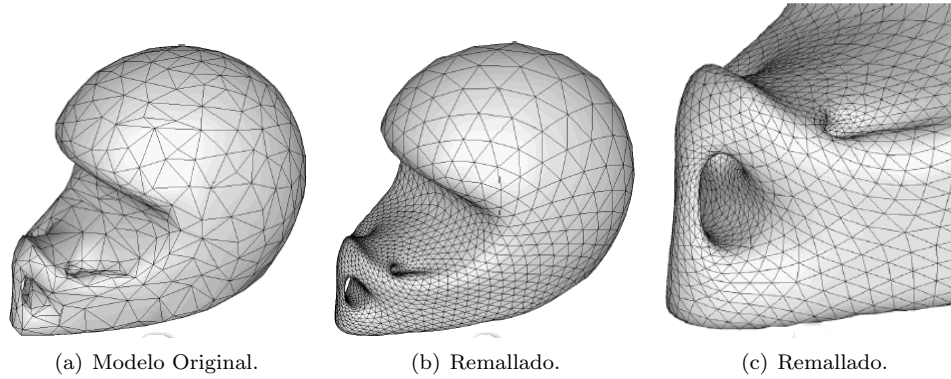


Figura 2.12: Remallado estructurado [4].

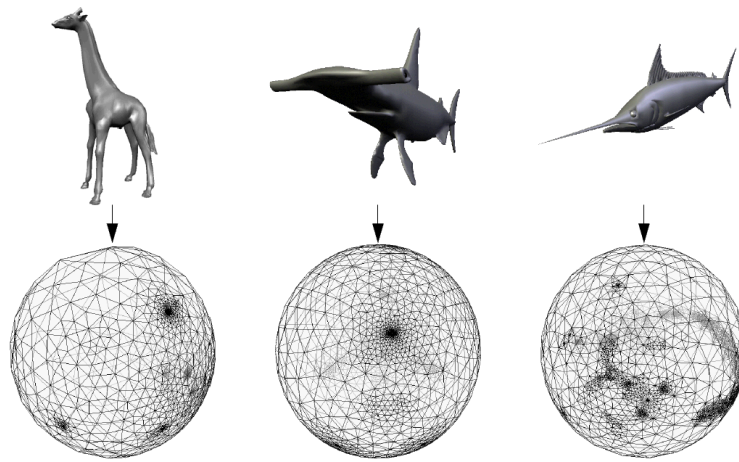


Figura 2.13: Modelos parametrizados en esferas [5].

biyectiva¹ entre los dos mallas, posiblemente sujeta a ciertas restricciones. Para lograr esto se pueden tener principalmente dos enfoques: La parametrización continua o el mapeo interno de superficie.

La parametrización conjunta suele ser calculada mediante la parametrización de los modelos en un dominio de base común. Una opción popular es la esfera como se muestra en la Figura 2.13.

El proceso para la parametrización esférica conjunta, comienza con la parametrización esférica inicial que se calcula de las mallas de los modelos a transformar (Figura 2.14). El siguiente paso es la deformación de la esfera de tal manera que las características comunes coincidan en las esferas, para que el último paso sea que las dos conectividades se fusionen (Figura 2.15).

El proceso de mapeo interno de superficie, se puede abordar desde diferentes enfoques, uno de los más destacados es el trabajo de remallado compatible basado en parametrización cruzada [6], donde el primer objetivo es realizar una parametrización cruzada entre dos mallas, buscando identificar vértices significativos, con los cuales se puedan conectar las dos mallas en una (Figura 2.16). Es decir, generar un malla base de dominio común (Figura 2.17), para luego con ayuda de esta malla realizar un remallado con transiciones graduales de una malla a la otra.

Este mapeo interno comienza con una malla producto de una triangulación inicial y definiendo un conjunto de vértices característicos (Figura 2.16(a)), el algoritmo basado en estos vértices genera caminos entre ellos tratando de minimizarlos (Figura 2.16(b)), esta minimización continua hasta que

¹Una función es biyectiva si es al mismo tiempo inyectiva y sobreyectiva, es decir, si todos los elementos del conjunto de salida tienen una imagen distinta en el conjunto de llegada, y a cada elemento del conjunto de llegada le corresponde un elemento del conjunto de salida.

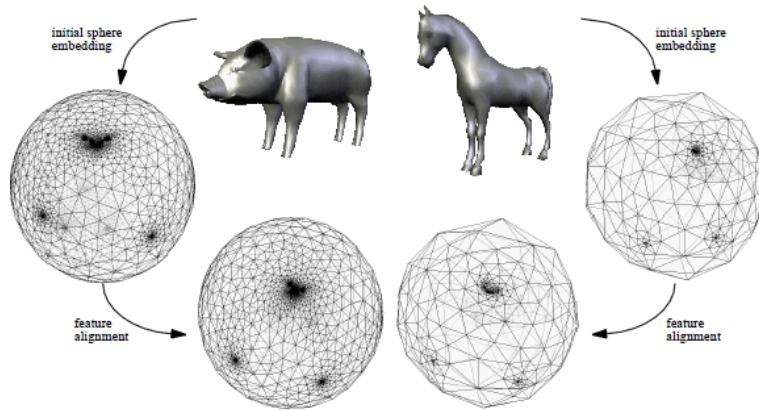


Figura 2.14: Parametrización esférica conjunta [5].

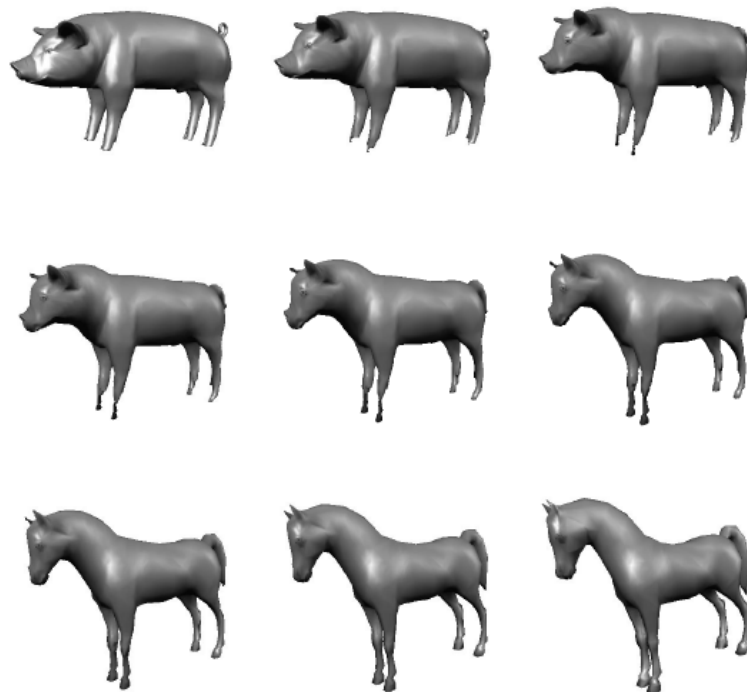


Figura 2.15: Parametrización esférica conjunta [5].

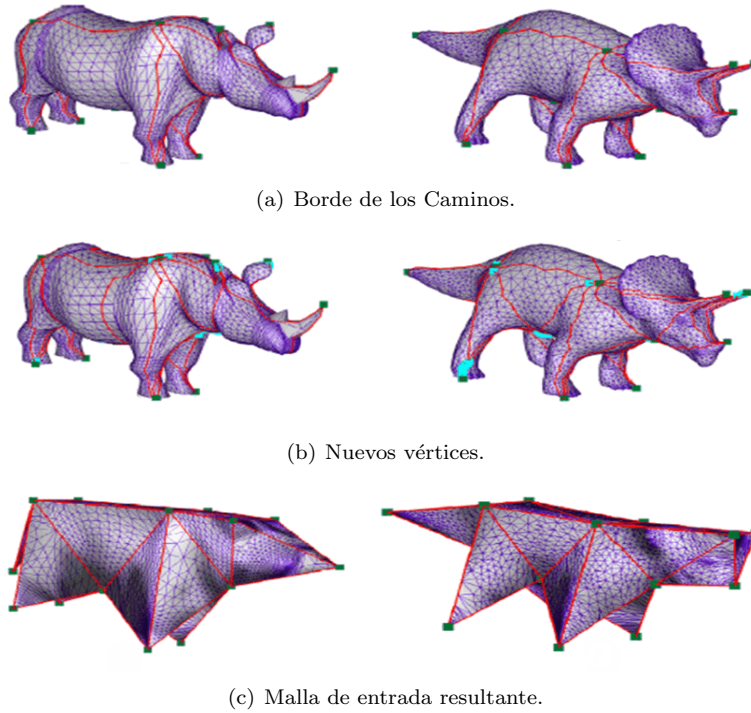


Figura 2.16: Remallado compatible [6].

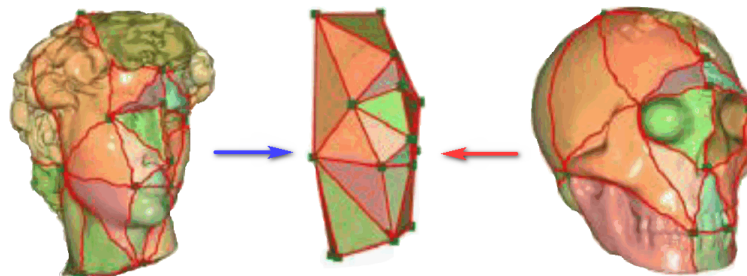


Figura 2.17: Parametrización cruzada [6].

todos los caminos son triángulos (Figura 2.16(c)) y esta malla triangular es la malla de entrada resultante. Luego de terminada la parametrización, se procede a realizar el remallado compatible, que consta de tres pasos:

- Cálculo del error de aproximación.
- Depuración según umbral
- Generación final

Cálculo del error de aproximación

En este paso se mide la distancia entre los vértices de la malla final M_t (malla a la que se busca aproximar la malla inicial) y la superficie de aproximación M_{st} . Se define también el mapeo F' entre M_t y M_{st} , adicionalmente se requieren de los mapeos F_s y F_t , que se obtienen de M_s (que es la segunda malla para la combinación) y M_t (Figura 2.18).

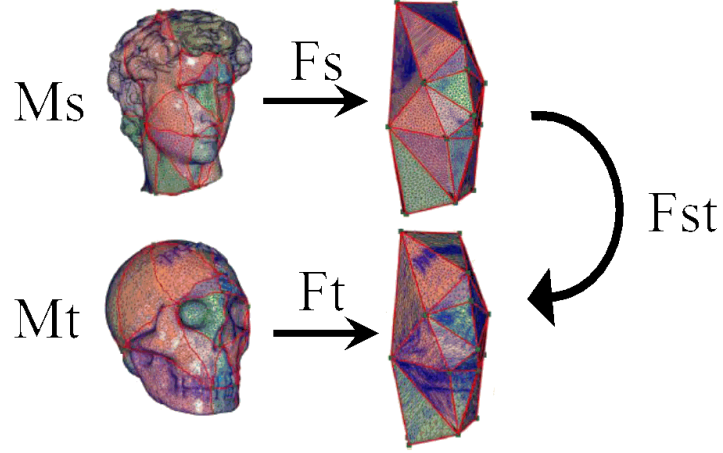


Figura 2.18: Parametrización [6].

El error $e(v)$ calculado en cada vértice v es definido por la Ecuación 2.3.

$$e(v) = (F'F^{-1}(v) - v), \quad (2.3)$$

donde F se encuentra con la base de los mapeos individuales de cada malla (Figura 2.18) con la Ecuación 2.4:

$$F = F_t^{-1} \cdot F_{st} \cdot F_s. \quad (2.4)$$

Depuración según umbral

En esta etapa se establece un umbral para el error y si el error es mayor que el umbral, se realiza un suavizado y un refinamiento de la malla. Adicionalmente, se debe establecer un peso W_{uv} a los bordes (u,v) usando la Ecuación 2.5 se logra el suavizado requerido:

$$e_{uv} = \left(\frac{e(u) + e(v)}{2} + e \left(\frac{u+v}{2} \right) / 2 \right). \quad (2.5)$$

$$W_{uv} = (e_{uv} + W_{uv})/2. \quad (2.6)$$

El error e_{uv} se basa en la combinación de el error de los vértices e_v y en los puntos medios del borde e_u , en las regiones de alta curvatura, el error del punto medio puede ser muy alto, incluso si es bajo en ambos extremos. Luego el refinamiento se logra con la Ecuación 2.7, donde ϵ es definido por el usuario.

$$e_{uv} > \max \left(\frac{1}{2} \max(e_{u'v'}), \epsilon \right). \quad (2.7)$$

Generación final

El bucle de suavizado y el refinamiento del algoritmo de remallado termina cuando el error de aproximación en los vértices es suficientemente bajo. Por lo tanto, en términos de distancia absoluta entre las superficies, la aproximación es suficientemente precisa, sin embargo, aún se pueden encontrar grandes desviaciones entre M_t y M_{st} .

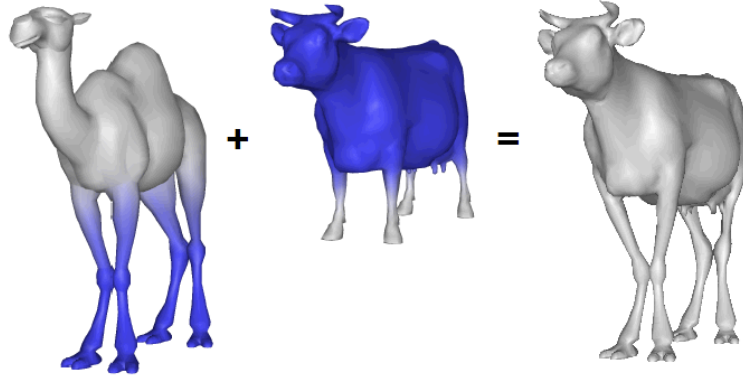


Figura 2.19: Mezcla y transformación de dos modelos [6].

Para resolver este problema se detectan los bordes que se alejaron calculando la desviación estándar normal. Para cada uno de esos bordes se calcula el punto medio del borde y el extremo, definiendo así la nueva ubicación. Un ejemplo de las aplicaciones de esta técnica se observa en la Figura 2.19 donde se unen dos modelos.

Remallado de alta calidad

El concepto de remallado de calidad debe cumplir básicamente tres propiedades:

- Elementos bien formados
- Muestreo uniforme
- Toma de muestra en gradación suave

Que los elementos estén bien formados se refiere a que cumplan algunas restricciones geométricas propias de la aplicación, por ejemplo en un cuadrilátero bien formado los ángulos entre dos bordes consecutivos son lo más cercanos posibles a 90° . De otra parte, el muestreo uniforme significa que la toma de muestras a nivel local es uniforme en todas las direcciones, el que la malla cumpla esta propiedad implica que la toma de muestras debe ser uniforme en toda la malla. Finalmente, por toma de muestra en gradación suave, se refiere a que si la densidad de muestreo no es uniforme se deben modificar de forma suave [21] [22].

El objetivo de esta técnica es obtener una malla de alta calidad basado en la modificación geométrica de la malla inicial (Figura 2.20).

En la Figura 2.20 se observa el proceso de remallado donde se adapta la rata de muestreo con respecto a la curvatura local. El modelo original a la derecha (color gris), es remallado asignando una importancia creciente (derecha a izquierda) en las zonas de mayor curvatura, como se muestra en el área ampliada, lo que hace la malla más compleja y ajustada al modelo según la curvatura.

Remallado basado en características

Este grupo de algoritmos, buscan conservar o resaltar las características propias del objeto reconstruido, con el fin de mejorar la calidad de aproximación, que en este contexto se puede medir ya sea usando una métrica puramente geométrica, un indicador que refleje la calidad visual, o una combinación de ambos. Uno de los casos típicos de aplicación de este algoritmo, es cuando se tiene una malla de triángulos tratando de aproximar una esquina, lo más probable es encontrar bordes afilados y nuevas esquinas que no reflejan exactamente la forma del modelos (Figura 2.21). Entonces el algoritmo genera una nueva malla en la cual los rasgos característicos del modelo se conservan [8] (Figura 2.22). Para este algoritmo en particular, es fundamental identificar los bordes y las esquinas, para esto se sigue un

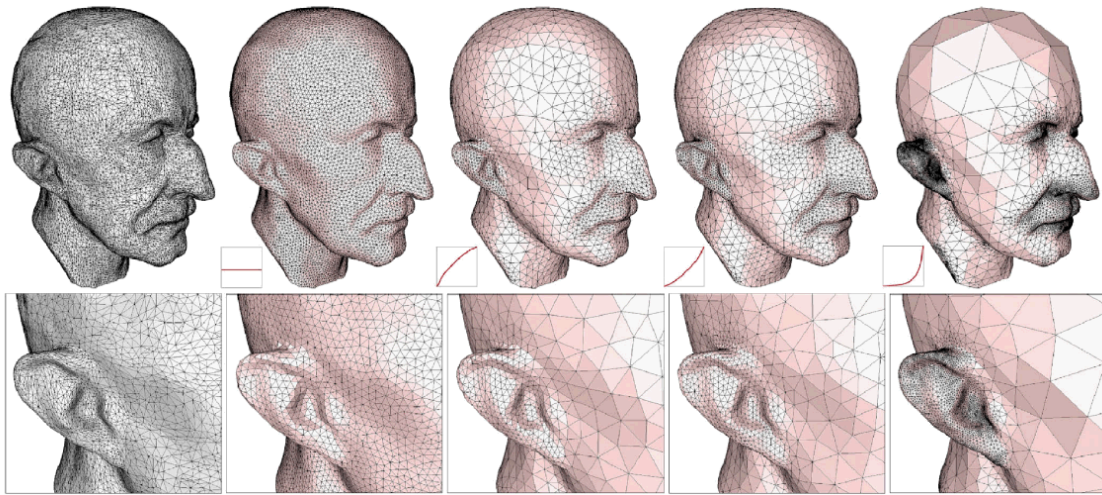


Figura 2.20: Remallado de alta calidad del modelo MaxPlanck basado en la curvatura. [7]

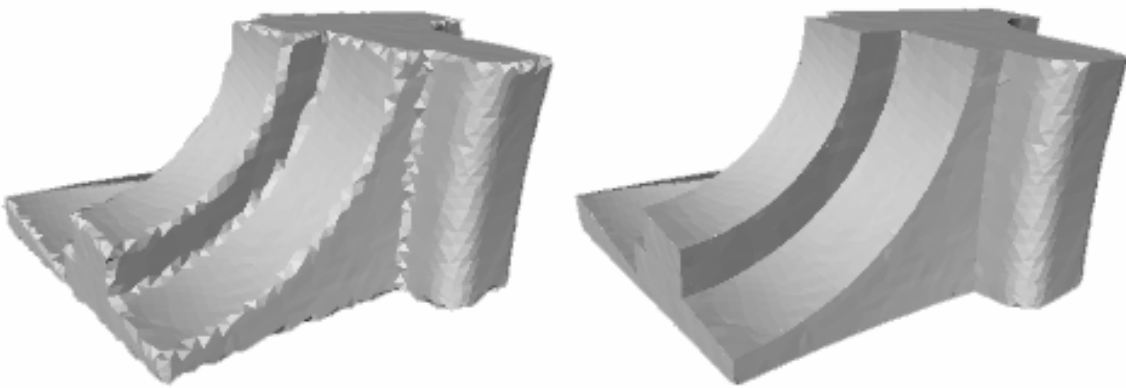
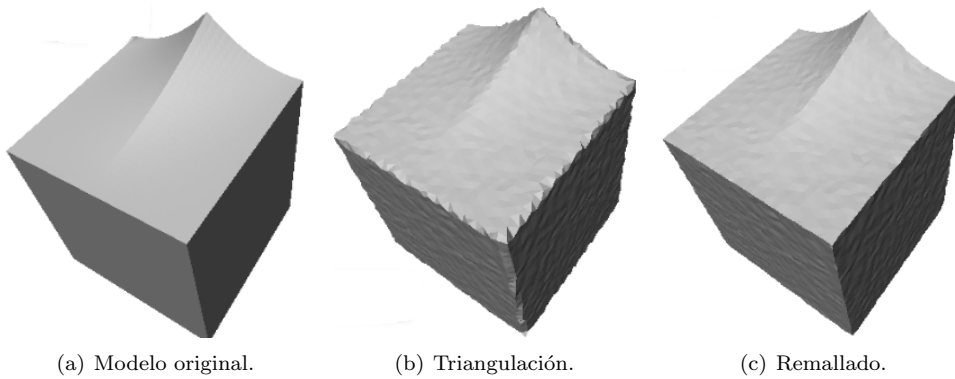


Figura 2.21: Remallado basado en características [8].



(a) Modelo original.

(b) Triangulación.

(c) Remallado.

Figura 2.22: Remallado basado en características [8].

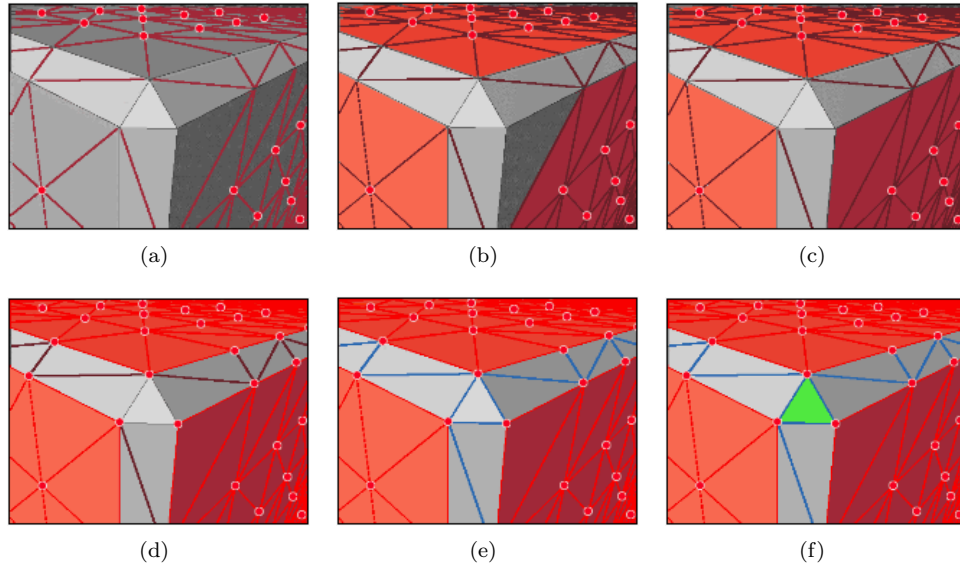


Figura 2.23: Etapas de filtrado para el refinamiento de bordes [8].

proceso de filtrado en 6 etapas (Figura 2.23), este proceso se aplica si los bordes de la superficie son suaves. Un borde se dice que es suave, si el ángulo entre las normales de sus dos triángulos incidentes, es menos del doble del promedio de los ángulos para toda la malla.

En la primera etapa, se identifican todos los bordes suaves para luego destacar en rojo los vértices cuyos bordes incidentes son suaves (Figura 2.23(a)), en la siguiente etapa, todos los triángulos que tengan por lo menos un vértice en rojo, se rellenan con rojo (Figura 2.23(b)), la tercera etapa es rellena en un proceso iterativo, todos los triángulos adyacentes a los triángulos rojos (Figura 2.23(c)), en la cuarta etapa se colorean los bordes de los triángulos destacados en rojo, de color rojo (Figura 2.23(d)), la siguiente etapa es identificar los bordes que no están rojos y destacarlos con color azul (Figura 2.23(e)), en la última etapa se identifican los triángulos de las esquinas que son los triángulos que tienen tres bordes azules, estos se rellenan de verde (Figura 2.23(f)). Luego de este proceso, queda identificada el área de trabajo para luego realizar un proceso de subdivisiones para identificar nuevos vértices que formen pirámides generando la nueva malla mejorada (Figura 2.24).

Remallado basado en el manejo del error

Este remallado está motivado en la generación de una malla que logre un equilibrio entre complejidad y exactitud geométrica. La complejidad se expresa en términos del número de elementos de malla, mientras que la exactitud geométrica se mide en relación a la malla de entrada y una medida de distorsión de errores predefinidos. La eficiencia de una malla es calificada por el error de relación de cada elemento. Generalmente, se quiere minimizar el error de aproximación para un número dado de elementos, o por el contrario, reducir al mínimo el número de elementos para lograr un margen de tolerancia de error determinado. La representación eficaz de formas complejas es de fundamental importancia, esto se debe principalmente al hecho de que la complejidad de numerosos algoritmos es proporcional al número de primitivas de la malla. En la mayoría de algoritmos de renderización, el número de polígonos sigue siendo el principal cuello de botella. Ser capaz de adaptar automáticamente la malla generada a la forma local es de crucial importancia en este contexto. En la última década se han desarrollado múltiples algoritmos que buscan lograr este objetivo [2], con diversos resultados de acuerdo con la técnica utilizada. Se pueden encontrar diferentes enfoques para abordar este objetivo, uno de ellos es la aproximación de una forma particular, este enfoque se propone basado en el error en la agrupación y no recurre a ninguna estimación de las cantidades diferenciales ni parametrización. El problema se aborda como un problema de partición de variaciones en un conjunto de los planos

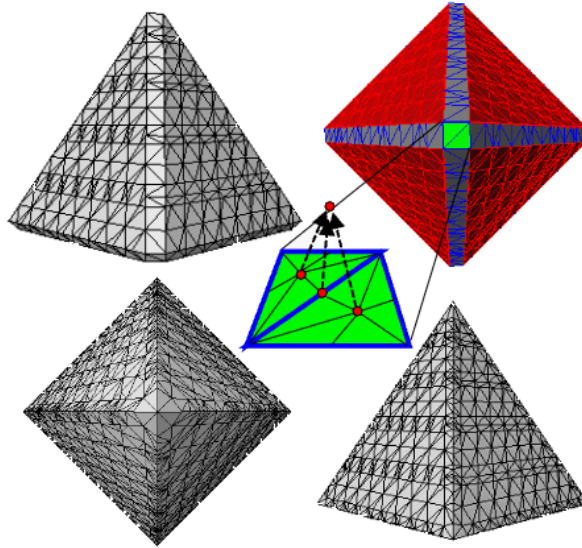


Figura 2.24: Generación de piramides [8].

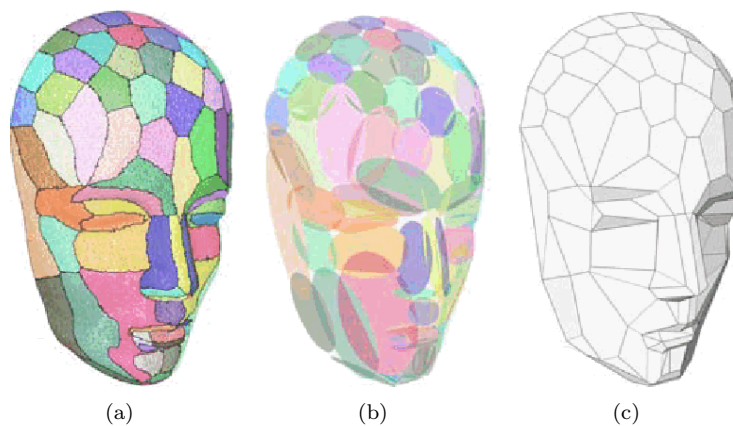


Figura 2.25: Remallado basado en el error [9].

llamados *Proxies*, estos son iterativamente optimizados utilizando heurística Lloyd [23]. En el modelo de la Figura 2.25, la partición geométrica fue representada como elipses, y proporciona una descripción concisa y geométrica de una superficie triangular de entrada. Los elementos de la malla poligonal que resultan entonces (Figura 2.25(c)), muestran la orientación y la elongación guiados por la minimización de la aproximación del error, en lugar de ser el resultado de un proceso de estimación de la curvatura. Otra forma de resolver este problema es utilizando la información de la curvatura, esta técnica es conocida como *Remallado Poligonal Anisotrópico* y será descrita en el Capítulo 3.

Discusión

Como se describe en este capítulo, existen diferentes posibilidades para abordar el problema del remallado, por lo tanto es definitivo definir el objetivo principal antes de determinar cual va a ser la técnica a utilizar, no solo para obtener el resultado, sino también para evaluar la técnica de verificación de la calidad de la malla resultante. El objetivo a trabajar a lo largo de esta tesis, es desarrollar una metodología de remallado especializada en la geometría del rostro para la caracterización de su morfología y dinámica, simplificando el tamaño y la complejidad de mallas iniciales que representan

modelos del rostro humano. Las complejas características dinámicas que se encuentran en las superficies del rostro humano, hacen que este proceso de remallado no sea un proceso fácil y enfocarse solo en mejorar la malla puede ocasionar pérdida de información importante a la hora del reconocimiento facial. Técnicas como la de remallado estructurado y de alta calidad se podrían ajustar, pero con mallas más complejas que la inicial y con la posibilidad de perder detalles al momento de intentar reducirlas. Técnicas basadas en características no aplicarían puesto que las características de los rostros varían, los rostros no son como figuras geométricas en las que se puedan encontrar secciones planas que pueden guiar la definición de características, sería muy complejo definir un grupo de características definitivas para el reconocimiento teniendo en cuenta que los rostros tienen expresiones faciales y que cada rostro es único en su forma, tamaño y textura. Por esto se consideró la evaluación del remallado poligonal anisotrópico, que se basa en el estudio de la curvatura perdiendo el mínimo de características esenciales para el reconocimiento de los modelos, esto sin aumentar la complejidad de las mallas iniciales, formando mallas especializadas en la geometría del rostro, tanto en rostros neutros (sin expresión definida), como en rostros con expresiones.

Capítulo 3

Remallado poligonal anisotrópico

Esta técnica de remallado presentada por Pierre Alliez [1], busca llevar más allá el paradigma del remallado, enfocando el problema en ajustar la malla a las características propias de la superficie, esta técnica de remallado está motivada en la idea de alinear los bordes de las características más generales en toda la superficie, y como resultado se obtiene una malla poligonal que refleja la simetría de los puntos de la forma de entrada con curvas en lugar de nubes de puntos. El algoritmo se puede agrupar en las siguientes etapas a saber:

- En la primera etapa se recupera un modelo continuo desde la malla de triangulación de entrada para la estimación de un tensor de curvatura 3D por cada vértice, la componente normal de cada tensor es descartada [15] y un campo de tensor de curvatura lineal a trozos 2D es construido después de computar una parametrización discreta.

Luego de la parametrización este campo tensorial se altera para suavizar las direcciones principales de curvatura, las singularidades del campo tensorial forman los llamados “umbilics”, la identificación de estos puntos es el principal objetivo de esta etapa.

- La segunda etapa consiste en un remuestreo de la malla original en el espacio paramétrico generado mediante la construcción de una red de líneas de curvatura, siguiendo la guía de las curvaturas principales, con el objetivo de destacar apropiadamente la geometría original a largo de los puntos de máxima o mínima curvatura.
- En la tercera etapa se deducen los vértices de la nueva malla generados a partir de las intersecciones de las líneas de curvatura en las áreas anisotrópicas. El resultado del algoritmo es una malla poligonal anisotrópica de cuadro dominante, esta malla se descompone en cuadriláteros en las áreas anisotrópicas y triángulos en las áreas isotrópicas.

3.1 Etapa I: Estudio de la curvatura

Como este método se basa en las líneas de curvatura, el primer paso es extraer las curvaturas principales, para lo cual se requiere el cálculo del tensor de curvatura.

Tensor de Curvatura

Uno de los aportes más relevantes a la geometría diferencial lo realizó el científico alemán Bernhard Riemann que estudió la curvatura y su relación con la topología. Una curva se puede representar de forma paramétrica con una función vectorial $x : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ con $x(u) = (x(u), y(u))^T$ para $u \in [a, b] \subset \mathbb{R}$, la medición de la curvatura de una superficie depende de cuanto se desvían dos líneas geodésicas que tienen sus vectores tangentes inicialmente paralelos, es decir, la no-desviación que ocurre en superficies planas, implica curvatura cero.

En general, es posible construir una función que para cada superficie cuantifique la desviación de dicho paralelismo inicial, es decir que mida su curvatura, esta función es conocida como tensor

de curvatura y el cálculo de esta puede describir de forma compacta las propiedades locales de una superficie. El tensor de curvatura \mathbf{C} de la superficie S , es el mapa $p \mapsto k_p$ que asigna a cada punto p de S en la función que mide la curvatura direccional $k_p(T)$. Esto lo hace de S a p en la dirección del vector unitario T , tangente a S en p . La dirección de curvatura $k_p(T)$ de una superficie S en un punto p en dirección de un vector unitario tangente T es definido por la identidad $x''(0) = k_p(T)N$ donde N es el vector unitario normal a S en p , y $x(s)$ es una sección normal de S en p parametrizada por la longitud de arco, tal que $x(0) = p$ y $x'(0) = T$. La función de curvatura direccional $k_p(\cdot)$ es una función cuadrática que satisface:

$$k_p(T) = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} k_p^{11} & k_p^{12} \\ k_p^{21} & k_p^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

donde $T = t_1T_1 + t_2T_2$ es un vector tangente a S en p , $\{T_1, T_2\}$ es una base ortogonal del plano tangente S en p , $k_p^{11}(T_1)$, p , $k_p^{22}(T_2)$, y $k_p^{12} = k_p^{21}$. Si se adiciona el vector normal N a la base $\{T_1, T_2\}$ de la dirección principal, se obtiene una base ortogonal $\{N, T_1, T_2\}$ en un espacio tridimensional, la siguiente expresión extiende la definición de la curvatura direccional en direcciones no tangentes:

$$k_p(T) = \begin{pmatrix} n \\ t_1 \\ t_2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_p^1 & 0 \\ 0 & 0 & k_p^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n \\ t_1 \\ t_2 \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

donde $T = nN + t_1T_1 + t_2T_2$ es un vector arbitrario. Para encontrar los vectores tangentes a S en p se iguala n a cero. Si se escribe el vector T como la combinación lineal $T = u_1U_1 + u_2U_2 + u_3U_3$ de otro sistema de vectores ortogonales $\{U_1, U_2, U_3\}$, la curvatura direccional ahora será:

$$k_p(T) = u^t k_p u,$$

donde $u = (u_1, u_2, u_3)$, y k_p es una matriz simétrica de 3×3 , las dos curvaturas principales k_p^1, k_p^2 serán producto del cálculo de los eigenvalores de T . La curvatura principal y la dirección principal de S en p se obtiene por la primera restricción de la matriz k_p en el plano tangente a S en p , y computando los valores propios (eigenvalores) y vectores propios (eigenvectores) de la matriz resultante 2×2 [24]. Por esto el vector de curvatura C está compuesto de forma general por una matriz 3×3 con eigenvalores $k_1, k_2, 0$ y los correspondientes eigenvectores t_1, t_2, n , como $C = \mathbf{PDP}^{-1}$ donde $P = [t_1, t_2, n]$, $D = \text{diag}(k_1, k_2, 0)$.

Estimación del tensor de curvatura 3D

Gracias a la naturaleza lineal a tramos de la malla de entrada y con el fin de obtener un campo tensorial continuo en toda la superficie, se debe construir un campo de tensor de curvatura lineal a tramos, para estimar la curvatura del tensor en cada vértice e interpolar estos valores linealmente en los vértices de cada triángulo; sin embargo, calcular a nivel local el tensor de curvatura, no es un procedimiento trivial, por esto se puede definir el tensor de curvatura en cada punto a lo largo del borde [25]. Esta línea de tensores puede ahora integrarse sobre una región arbitraria B (Figura 3.1), y sumando sus componentes en la expresión:

$$\mathfrak{S}(v) = \frac{1}{|B|} \sum_{\text{Bordes } e} \beta(e) |e \cap B|^- e^+ e, \quad (3.3)$$

donde v es un vértice arbitrario de la malla, $|B|$ es la superficie alrededor de v , sobre la que el tensor es estimado, $\beta(e)$ es el signo del ángulo entre la normal y las dos orientaciones de los triángulos incidentes al borde e , $|e \cap B|$ es la longitud de $|e \cap B|$, y ^-e es el vector unitario en la misma dirección de e .

Se evalúa el tensor en todos los vértices v , en la zona B que se aproximen a un disco geodésico alrededor de este vértice. La normal de cada vértice puede ahora ser estimado por el eigenvector de $\mathfrak{S}(v)$ asociado con el eigenvalor de mínima magnitud. Los dos eigenvalores principales k_{min} y k_{max} (Figura 3.2) son estimados de la curvatura principal en v .

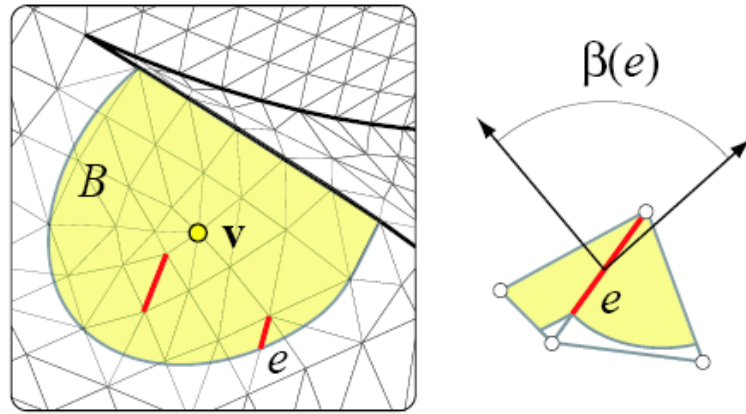


Figura 3.1: Integración de dominio para la estimación de tensor de curvatura [1].

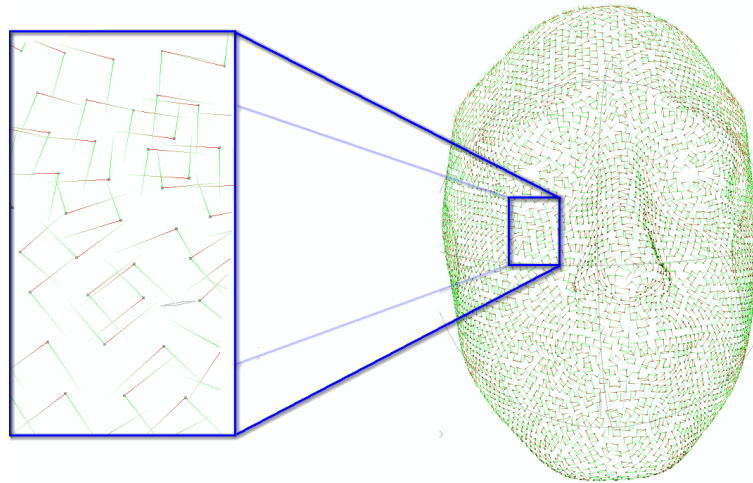


Figura 3.2: Vectores de curvatura máximos y mínimos (k_{max} rojos, k_{min} verdes).

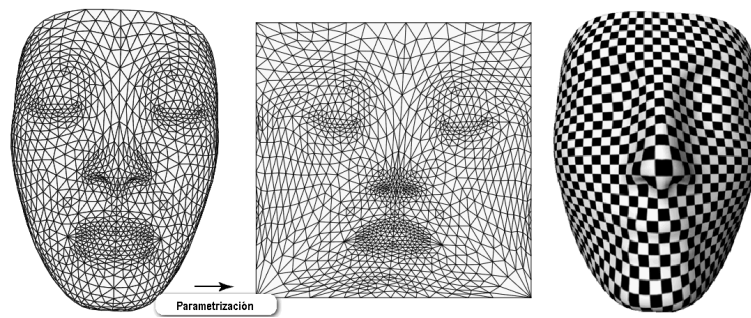


Figura 3.3: Parametrización de conformación discreta [10].

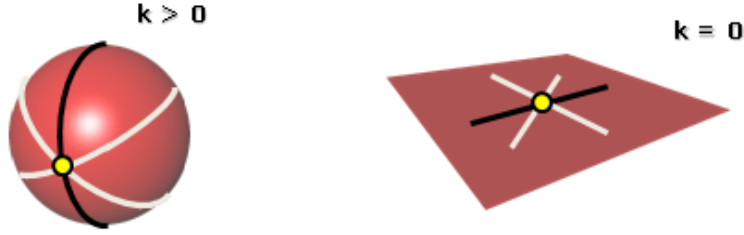


Figura 3.4: Superficie isotr3pica [1].

Parametrizaci3n

Con el objetivo de agilizar el procesamiento, se realiza un mapeo de la superficie 3D a un dominio 2D (Figura 3.3) y para esto se utiliza una parametrizaci3n de conformaci3n discreta [10], sobre la base de una formulaci3n variacional simple. Esta t3cnica requiere la soluci3n de un sistema lineal disperso con coeficientes basados en la geometr3a de la malla, y que se soluciona con un gradiente conjugado. Los mapas resultantes pueden ser almacenados de manera eficiente procesado como im3genes de punto flotante [7].

En esta parametrizaci3n que se tiene ahora, solo se almacena el tensor de curvatura en 2D, la componente normal ya no es necesaria. Para cada v3rtice en esta parametrizaci3n 2D, se debe calcular el tensor de curvatura 2D \mathbf{T} .

$$\mathbf{T} = \mathbf{P}^t \begin{bmatrix} K_{min} & 0 \\ 0 & K_{max} \end{bmatrix} \mathbf{P}. \quad (3.4)$$

En la pr3ctica no es necesario computar la matriz \mathbf{P} . El tensor de curvatura puede encontrarse al recoger una ventana de la 1-anillo, proyect3ndola sobre el plano tangente, y el c3lculo del 3ngulo a entre la proyecci3n y el vector propio del m3ximo valor propio. La parametrizaci3n permite encontrar ahora el vector proyectado, partiendo de la misma ventaja en el espacio de par3metrico, y girado por a . El otro vector es por definici3n ortogonal al primero, la matriz sim3trica que representa \mathbf{T} se puede encontrar de manera expl3cita. Una vez calculado \mathbf{T} para cada v3rtice, el campo tensorial 2D se interpola linealmente, es decir, los coeficientes de la matriz se interpolan linealmente en cada tri3ngulo (s3lo hay tres coeficientes para interpolar, ya que la matriz es sim3trica). Por lo tanto, para cualquier valor (u, v) en el espacio par3metrico, podemos devolver el valor de los tensores de curvatura locales $\mathbf{T}(u, v)$.

Superficies Isotr3picas y Anisotr3picas

Los conceptos de isotrop3a y anisotrop3a de una superficie, se pueden definir de acuerdo a la curvatura y son fundamentales para seguir la forma original, orientando la ubicaci3n de los puntos claves para el remallado. Un campo tensorial isotr3pico, se compone de superficies que forman esferas o planos, es decir, donde la curvatura en una zona espec3fica es mayor que cero o igual a cero respectivamente ($k > 0$, $k = 0$) (Figura 3.4). El campo tensorial se considera anisotr3pico, cuando su superficie tiene forma el3ptica y puede ser parab3lica o hiperb3lica, lo que est3 determinado por los componentes principales de curvatura (Figura 3.5).

Umbilics

La topolog3a de un campo tensorial puede ser definida bas3ndose en los puntos singulares de los tensores principales, estos puntos son conocidos como *Umbilics*. En un campo tensorial sim3trico bi-dimensional los *umbilics* est3n localizados en regiones donde el campo es isotr3pico, es decir, donde la superficie descrita por el campo es esf3rica o plana. Cuando se estudia el campo tensorial linealizado

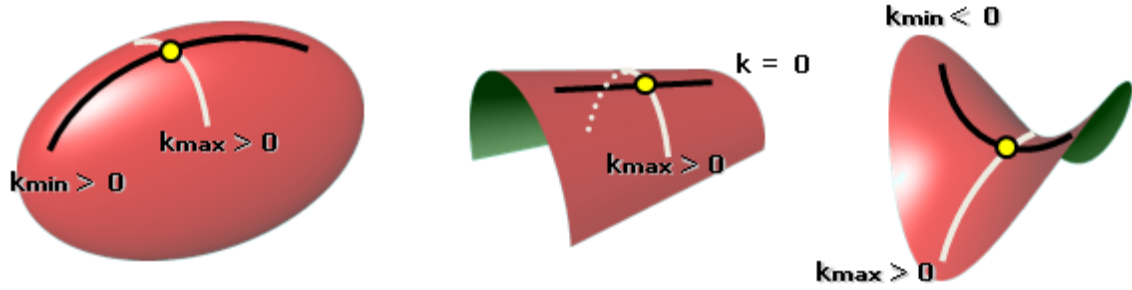


Figura 3.5: Superficie anisotrópica [1].

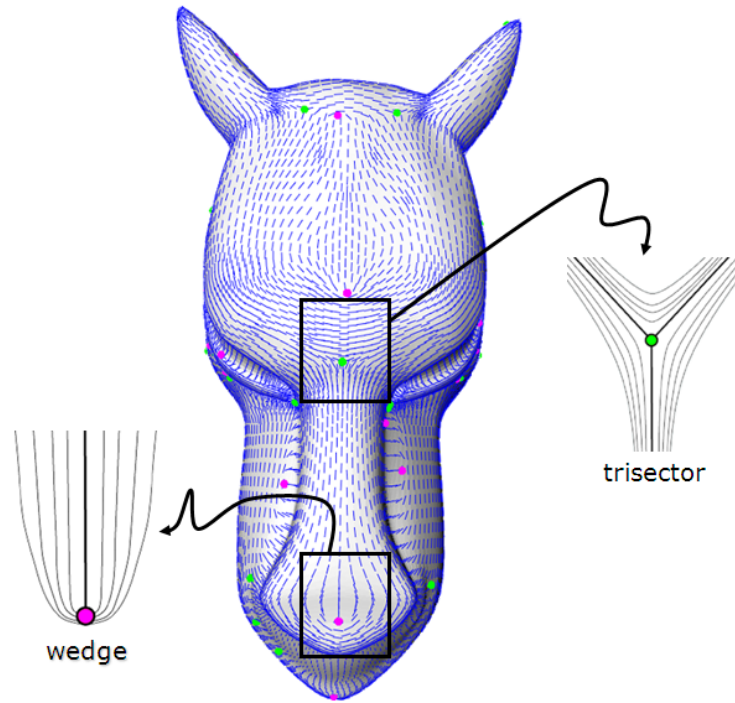


Figura 3.6: Tipos de umbilics [1].

a tramos, se pueden encontrar *umbilics* de dos clases *wedge* y *trisector* (Figura 3.6), y es posible identificar los umbilics considerando las curvaturas principales k_1 y k_2 con $k_1 \geq k_2$, donde se define un *umbilic* en los puntos donde $k_1 = k_2$. También es posible clasificar los umbilics, según la distribución de las líneas de curvatura cercanas a estos puntos singulares, en umbilics elípticos (Figura 3.7(a)) e hiperbólicos (Figura 3.7(b)). Se llama umbilic elíptico cuando k_1 es mínimo y k_2 es máximo (Figura 3.7(a)), cuando las curvaturas principales son constantes se encuentran los umbilics hiperbólicos (Figura 3.7(b)). Teniendo en cuenta que la superficie inicial para el cálculo de los umbilics es una malla basada en triángulos, lo que se quiere identificar, son los triángulos que contiene umbilics [26]. Para lograrlo se requiere del estudio de los triángulos vecinos al vértice analizado, y se determina al definir una ventana para el cálculo conocida como *Patch*, el *patch* es un disco topológico de los triángulos vecinos alrededor del vértice estudiado, se asume un *patch* para cada vértice de la malla. El primer paso para la definición del *patch* es establecer su tamaño, que será una medida de distancia D_f , la obtención del *patch* es un proceso iterativo donde se comienza con un *patch* inicial formado por los triángulos vecinos al vértice (Figura 3.8(b)), posteriormente se calcula la distancia euclídea entre

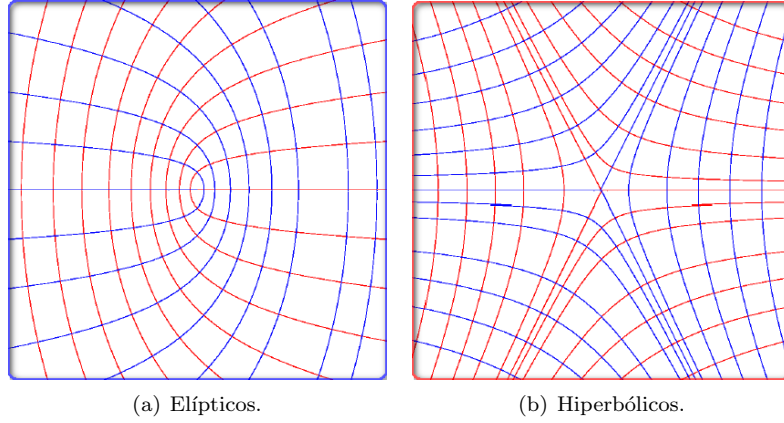


Figura 3.7: Tipos de umbilics según las líneas de curvatura cercanas [1].

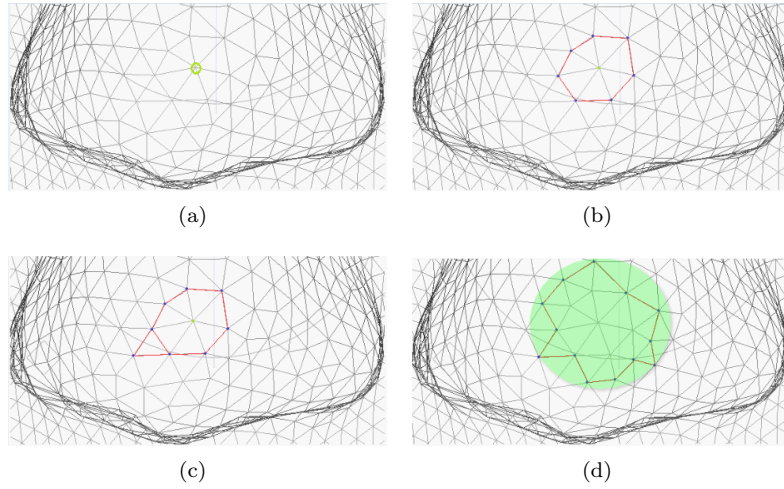


Figura 3.8: *Patch* alrededor de los vértices.

el vértice analizado y los vértices vecinos (Figura 3.8(c)), si las distancias calculadas son menores a D_f , se adiciona el triángulo vecino, el proceso termina cuando ningún triángulo adicional pueda ser incluido, puesto que superaría la distancia establecida (Figura 3.8(d)). Luego que se define el *patch* se define un vértice como umbilic si cumple las siguientes condiciones:

- La función $k_1 - k_2$ tiene un mínimo entre todos los vértices del *patch*.
- La desviación δ de cualquier vector de curvatura a lo largo de la frontera del *patch* en dirección antihoraria, define el tipo de umbilic.
 - $\delta \in [\pi/2, 3\pi/2]$, umbilic elíptico,
 - $\delta \in [-3\pi/2, -\pi/2]$, umbilic hiperbólico,
 - $\delta \geq [3\pi/2$ or $\delta \leq -3\pi/2]$, umbilic no genérico.

3.2 Etapa II: Líneas de Curvatura

Una línea de curvatura, se define como una curva sobre la superficie, donde en cada punto de esta curva el vector tangente es colineal con los directores principales de curvatura de la superficie, si el vector

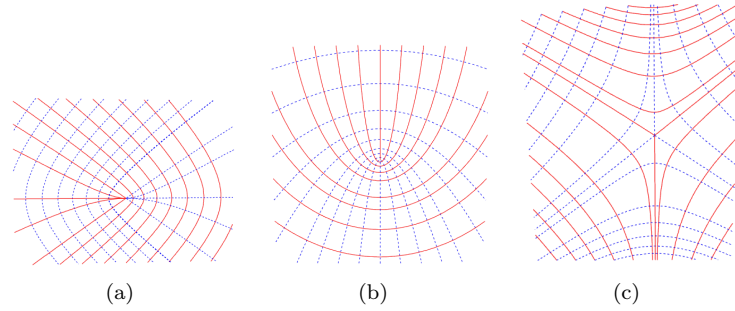
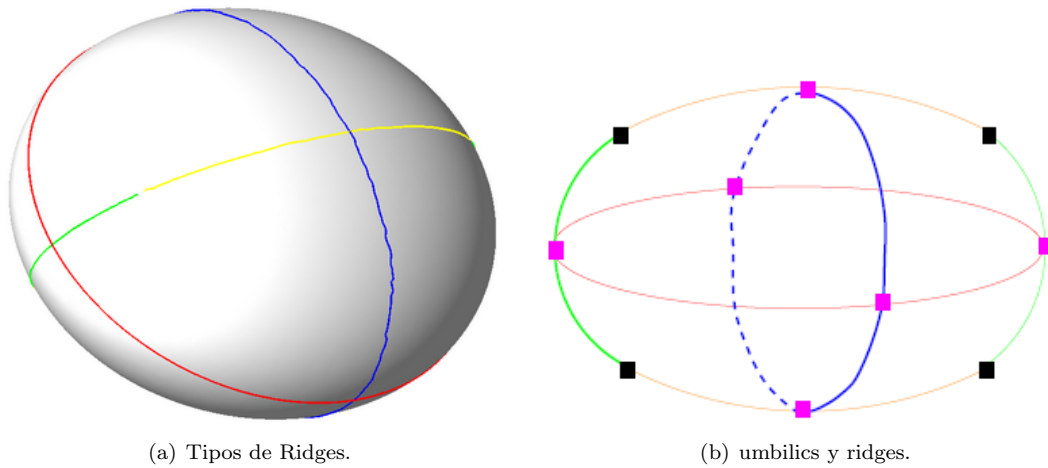


Figura 3.9: Líneas de curvatura cercanas a los umbilics [11].



(a) Tipos de Ridges.

(b) umbilics y ridges.

Figura 3.10: Umbilics y ridges [12].

de curvatura es mínimo se tendrá una línea de curvatura mínima y si el vector de curvatura tangente a la línea es máximo la línea de curvatura será máxima. Cada línea de curvatura puede comenzar y terminar en un umbilic, también se pueden encontrar líneas de curvatura que tengan órbitas cerradas o que entren y salgan de los límites de dominio. Un umbilic es un punto de una superficie donde todas las curvaturas normales son iguales, generando que los directores principales de la curvatura sean indeterminados, por esto la superficie ortogonal formada por las líneas de curvatura es singular en los puntos umbilics (Figura 3.9). Se podría trazar una curva $C : t \rightarrow (u(t), v(t))$ en un espacio paramétrico (u, v) de la superficie, para la integración (sección 3.1) se utiliza la siguiente ecuación diferencial :

$$\begin{bmatrix} u'(t) \\ v'(t) \end{bmatrix} = \gamma(t), \quad (3.5)$$

donde γ es el eigenvector de $T(u(t), v(t))$, más precisamente, γ es el eigenvector asociado con el más pequeño eigenvalor de T computando una línea de máxima curvatura, por otro lado si el eigenvector asociado es el más largo eigenvalor de T se computa una línea de mínima curvatura.

Ridges

Los *ridges* son los puntos extremos de curvatura que no son umbilics, basados en estos puntos se caracterizan las líneas de curvatura extremas [27]. Los *ridges* se pueden clasificar en 3 clases dependiendo de la superficie en las que están inmersos, ridges elípticos, ridges hiperbólicos, ridges parabólicos. En la Figura 3.10(a), se destacan en rojo los ridges elípticos mínimos, en amarillo los ridges hiperbólicos

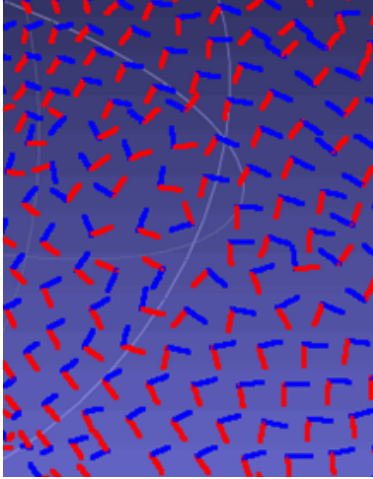


Figura 3.11: Vectores de curvatura no suavizados.

mínimos, en azul los ridges elípticos máximos y en verde los ridges hiperbólicos máximos. En la Figura 3.10(b), se extraen los umbilics y los ridges de la Figura 3.10(a), los cuadros representan los umbilics y las líneas los ridges que se forman a partir de las curvaturas principales extremas, máxima curvatura k_1 en azul, mínima curvatura k_1 en verde, máxima curvatura k_2 en amarillo y mínima curvatura k_2 en rojo.

Desarrollo del Algoritmo

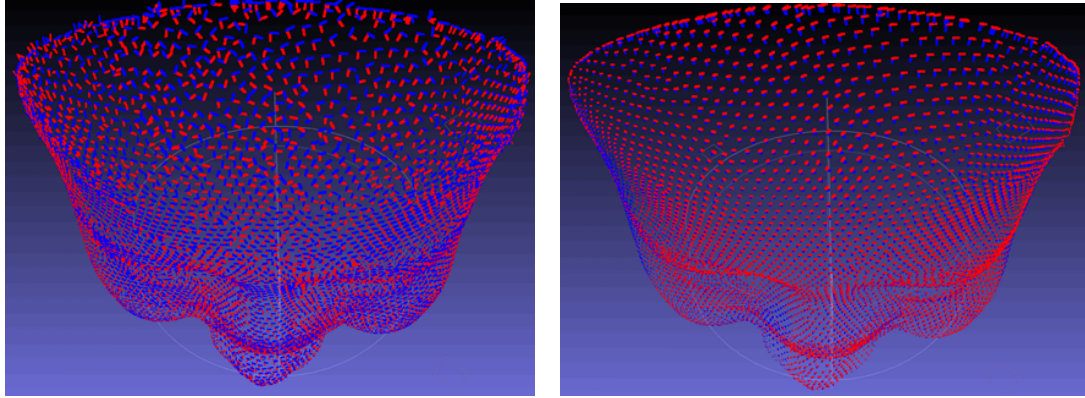
Suavizado de los vectores de curvatura

Antes de comenzar con el proceso de generación de las líneas de curvatura, es importante realizar un suavizado de los vectores de curvatura, esto debido a que a pesar de calcularlos con base en anillos su distribución tiene cambios bruscos, lo que puede generar errores a la hora de integrar las líneas de curvatura (Figura 3.11). Para esto se utilizó una técnica similar a la aplicada para filtros pasa bajos en procesamiento de imágenes, donde se crea una máscara formada por los vecinos, y el nuevo punto será el promedio de los valores de intensidad de los puntos dentro de la máscara. Para el suavizado de los vectores de curvatura la máscara está determinada por los vecinos dentro del anillo y se calcula el promedio de las direcciones de los vectores de curvatura de cada vértice y este promedio será el valor resultante, como se muestra en la Figura 3.12(b).

Generación de las Curvas

Teniendo los vectores de curvatura es posible identificar las líneas de curvatura con diferentes técnicas, una de estas es la desarrollada por Leif Kobbelt [17], donde por medio de una parametrización local se logra identificar la información relevante con el fin de determinar la línea de curvatura, y lograr la integración de las mismas triángulo a triángulo. Esta técnica se puede desarrollar en los siguientes pasos:

1. Parametrización local.
2. Representación en coordenadas baricéntricas.
3. Vector de curvatura director.
4. Generación local de la línea.
5. Terminación de la línea de curvatura.



(a) Vectores no Suavizados.

(b) Vectores Suavizados.

Figura 3.12: Vectores de curvatura vista superior modelo del rostro.

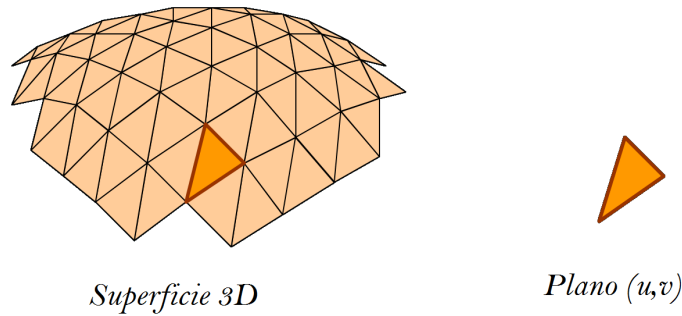


Figura 3.13: Parametrización local.

En cualquiera de las técnicas desarrolladas con el fin de identificar las líneas de curvatura se requiere de una parametrización con el fin de reducir la dimensionalidad y hacer que el problema sea manejable. En esta técnica se utiliza una parametrización local, en la cual no se requiere calcular la parametrización total de la malla, sino simplemente se realiza la parametrización de los triángulos que se estudian localmente para la generación de cada segmento de la línea de curvatura. Esta parametrización descrita en [28], comienza con la selección aleatoria de un triángulo que será el contenedor de la semilla de la línea de curvatura, se realiza una parametrización isométrica del triángulo mapeando sus vértices en el plano paramétrico (u,v) , este mapeo se logra aplanando el triángulo de 3D a 2D conservando sus dimensiones originales (Figura 3.13). Dentro del plano paramétrico (u,v) , siempre se utilizarán coordenadas baricéntricas con el fin de que todos los puntos de la línea identificados se puedan utilizar indistintamente en el triángulo paramétrico y el triángulo en la superficie en 3D.

Coordenadas baricéntricas:

Si se considera un triángulo en el plano R^2 de vértices $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$, $C(x_c, y_c)$, entonces cualquier punto interior de este triángulo $P(x, y)$, puede ser representado por tres coordenadas baricéntricas $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, donde $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ y sus valores deben pertenecer al rango $0 \leq \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 < 1$. Las tres componentes baricéntricas se obtienen de la relación de las áreas de los triángulos internos (Figura 3.14(b)) con el área general, por medio de la siguiente relación:

$$\frac{A_1}{A_T} = \lambda_1, \quad \frac{A_2}{A_T} = \lambda_2, \quad \frac{A_3}{A_T} = \lambda_3,$$

donde A_1, A_2, A_3 son las áreas de los triángulos internos y A_T es el área total. Calculando las coordenadas de esta forma se logra identificar si el punto pertenece al triángulo, puesto que si la suma de

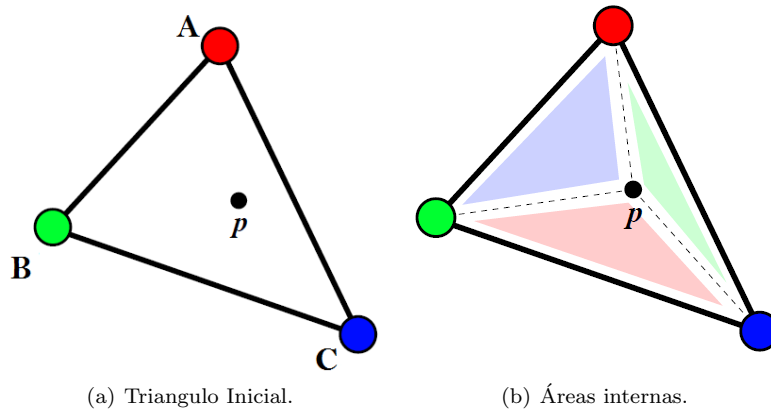


Figura 3.14: Cálculo de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, basado en las áreas internas formadas desde el punto \mathbf{P} al interior del triángulo.

las tres coordenadas es diferente de uno el punto no está dentro del triángulo.

Vector de curvatura director

Con el fin de determinar la dirección que se debe seguir dentro del triángulo, lo primero que se debe realizar es identificar los vectores de curvatura en cada punto del triángulo, esto ya se obtuvo puesto que se tienen calculados los vectores de curvatura por cada vértice de la malla y los puntos que componen estos triángulos siempre son vértices de la malla. El siguiente paso es determinar la dirección del vector de curvatura que determinará la dirección de la línea en el triángulo inicial de estudio, esto se logra calculando la dirección promedio de los vectores de curvatura que componen el triángulo (Figura 3.16(a)). Para esto se requieren los vectores unitarios de cada uno de los vectores de curvatura y los ángulos que forman con cada eje coordenado (α, β, γ) , Figura 3.15, para luego calcular un promedio de los ángulos e identificar el nuevo vector unitario con el que trabajará dentro del triángulo.

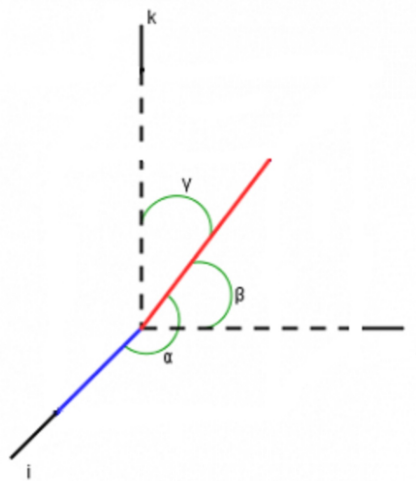


Figura 3.15: Ángulos del vector α, β, γ .

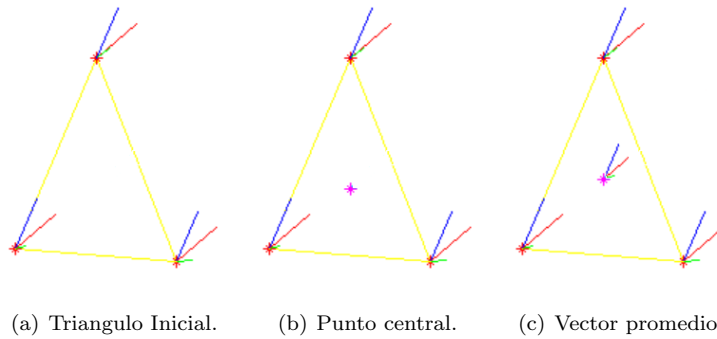


Figura 3.16: Inicio de la creación de la línea.

Este proceso se realiza tanto a los vectores de curvatura máximos como a los mínimos, y cada uno será la dirección de la línea de curvatura máxima y mínima respectivamente. Este nuevo vector de curvatura promedio se traslada al punto inicial de la línea de curvatura que para este primer triángulo se ubica en el centro del triángulo (Figura 3.16(c)), lo que se logra con ayuda de las coordenadas baricentricas, puesto que el punto central del triángulo se encuentra cuando $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ son iguales a $\frac{1}{3}$.

Generación local de la línea

Como ya se calculó la dirección de los vectores de curvatura que guiarán la línea de curvatura, se procede a dibujar la línea de curvatura siguiendo esta dirección, para esto se estira el vector unitario en pequeños incrementos para luego evaluar si el punto final de la línea se encuentra o no, dentro del triángulo. La dirección es la misma mientras que el punto final de la línea esté dentro del triángulo (Figura 3.17(a)), cuando se identifica que el punto final, luego de la elongación, está fuera del triángulo, se procede a identificar cual de los triángulos vecinos al triángulo actual es el que contiene el punto final del segmento de línea calculado hasta el momento, se llaman triángulos vecinos a los triángulos que comparten un al menos un punto. Para identificar en que triángulo se encuentra el punto final del segmento se recurre nuevamente a las coordenadas baricéntricas, el procedimiento es pasar este punto a coordenadas baricéntricas para cada uno de los triángulos vecinos y cuando el valor de la suma de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ sea igual a 1, quiere decir que el punto está en este triángulo.

El siguiente paso será calcular la nueva dirección de la línea de curvatura, para lo cual se requiere nuevamente el cálculo los vectores de curvatura promedio, pero ahora se calculan con base en los puntos que componen este nuevo triángulo, el cual contiene el punto final del primer segmento de línea.

Teniendo esta nueva dirección promedio, el proceso es el mismo que para el triángulo inicial, se estira el vector en dirección promedio hasta que el punto final esté fuera del triángulo (Figura 3.17(b)), la única diferencia es que no se traslada el vector de curvatura al punto central del triángulo, sino al punto final del segmento anterior. Este proceso se repite (Figuras 3.17(c),3.17(d)), hasta que alguno de los criterios de terminación de línea se cumpla.

Criterios de terminación de la línea de curvatura

La línea puede terminar por las siguientes causas:

- No se encontró ningún triángulo vecino al cual pertenezca el punto final del segmento, esto se presenta cuando la malla terminó, es decir que este punto está fuera de la malla; ningún triángulo de la malla lo contiene.
- Se finaliza la línea cuando el promedio de las direcciones que componen la línea de curvatura y la dirección para el nuevo segmento superan un ángulo de $\frac{\pi}{4}$. Para esto, cada vez que se adicione

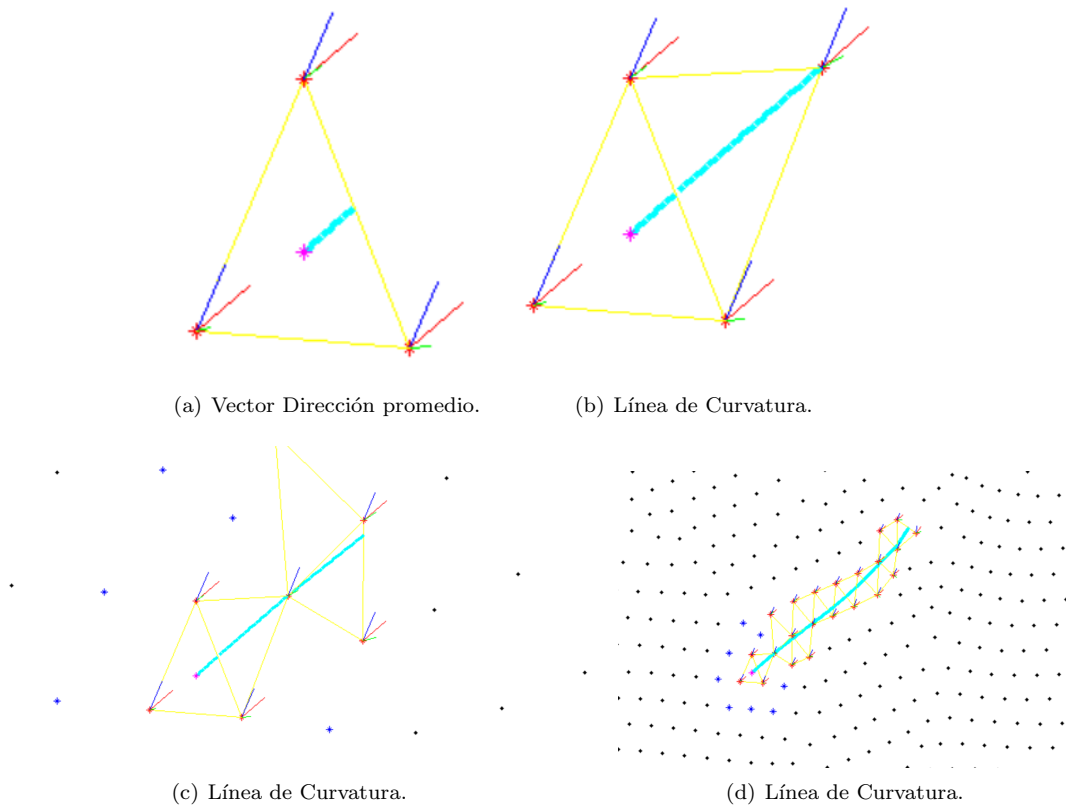


Figura 3.17: Formación de la línea.

un segmento se debe almacenar sus ángulos directores e incluirlos en el cálculo del promedio. Esta condición se requiere para evitar que las líneas de curvatura tengan cambios demasiado bruscos, situación que se presenta probablemente por la falta de precisión a la hora de calcular los vectores de curvatura. Con el fin de mitigar este problema es que se realiza previamente el suavizado de la totalidad de vectores de curvatura.

Como resultado de la aplicación de este proceso a modelos del rostro, se obtuvieron los resultados mostrados en la Figura 3.18, donde las líneas azules son las líneas formadas a partir de los vectores de curvatura máximos (K_{max} , Figura 3.18(a)), y las líneas verdes son formadas a partir de los vectores de curvatura mínimos (K_{min} , Figura 3.18(b)).

Cuando se observan las líneas generadas en rostros con expresiones (Figura 3.19) son apreciables los cambios en la curvatura fruto de las características propias de cada expresión.

El algoritmo 1 describe el proceso de implementación para el cálculo de las líneas

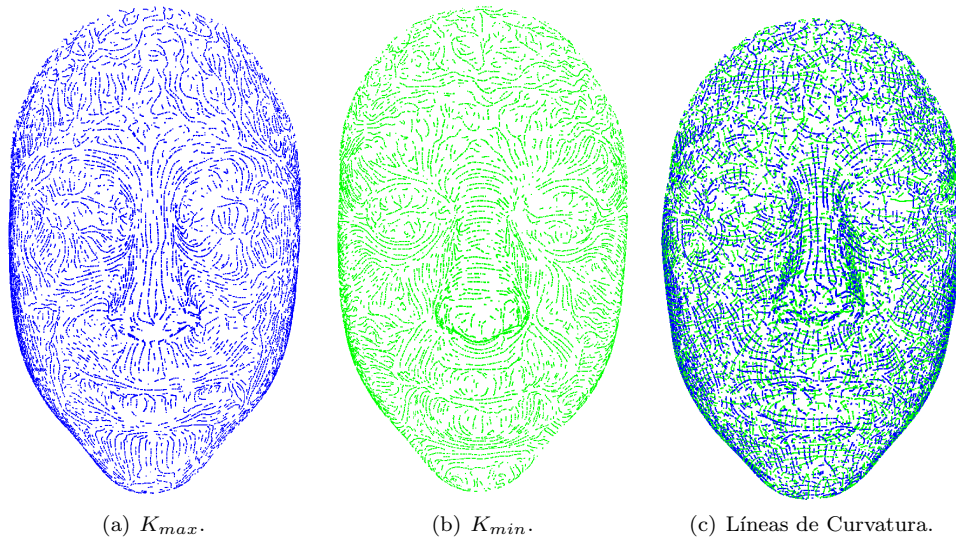


Figura 3.18: Líneas de curvatura en rostro neutral.

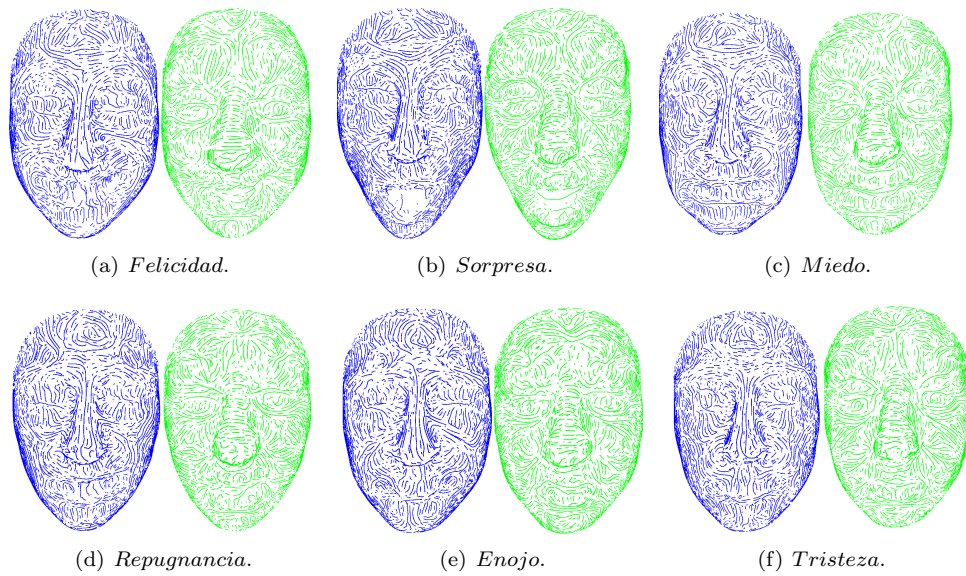


Figura 3.19: Líneas de curvatura en rostros con expresión.

Algorithm 1 Calculo Líneas de Curvatura

Require: Coordenadas del triángulo semilla (T_k)

Ensure: Vector con puntos de la línea

```
1: while Criterios de terminación  $\neq$  True do
2:   Definición del triángulo 3D semilla ( $T_k$ )
3:   Aplanado de ( $T_k(x, y, z)$ ), Superficie 3D ( $x, y, z$ ) a plano 2D ( $u, v$ ).
4:   Vértices de  $T_k(u, v) = (u1, v1), (u2, v2), (u3, v3)$ .
   Punto inicial de la línea P,
5:   Definición Baricentro  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{3}$ 
6:    $P = (u1, v1) * \lambda_1 + (u2, v2) * \lambda_2 + (u3, v3) * \lambda_3$ 
   Vector de curvatura director  $K_{vd}$ 
7:    $K_{max}, K_{min}$  para cada punto de  $T_K(u, v)$ 
8:   Definición de los ángulos ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) de cada vector
9:   Vector director promedio ángulos  $\alpha_{vd}, \beta_{vd}, \gamma_{vd}$ 
10:   $\alpha_{vd} = Promedio(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 
11:   $\beta_{vd} = Promedio(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ 
12:   $\gamma_{vd} = \gamma(\alpha_1, \gamma_2, \gamma_3)$  Crecimiento del Vector
13:  while Punto final dentro de  $T_k$  do
14:    if El punto final del vector está dentro de  $T_K(u, v)$  then
15:      Incremento del vector en 1% ( $K_{vd} = K_{vd} + 1\%$ )
16:      Línea =  $K_{vd}$ ;
17:      Triángulos de la línea  $T_k$ 
18:    else
19:      if Punto final del vector ( $K_{vd}$  fuera del triángulo then
20:         $T_k =$  Triangulo donde se encuentra el punto extremo del vector ( $K_{vd}$ )
21:      else
22:        goto incremento ( $K_{vd} + 1\%$ )
23:      end if
24:    end if
25:  end while
26:  call Criterios de terminación
27:  if Se cumplen Criterios de terminación (Criterios de terminación = True) then
28:    Retornar línea
29:  end if
30: end while
```

3.3 Etapa III: Generación nueva Malla

En este punto ya se cuentan con todas las herramientas necesarias para la creación de la malla con la que se concluye el proceso, esta malla es producto de la característica de ortogonalidad entre las líneas de curvatura máximas y mínimas (Figura 3.20), puesto que los vértices de la malla final serán los cruces entre estos dos conjuntos de líneas y como resultado se obtiene una malla formada por polígonos o malla poligonal.

Para este proceso se deben identificar con claridad los puntos de cruce, para curvas en tres dimensiones. Los cruces entre dos segmentos difícilmente son en el mismo punto, por esto se implementó un procedimiento de cálculo de puntos cercanos, estableciendo un umbral mínimo para determinar si los puntos se están cruzando o no. Para lo que se requieren seguir los siguientes pasos:

- Determinar las líneas vecinas: Identificar las líneas vecinas es importante, si no se identifican se debería calcular la distancia de cada punto de una línea de curvatura máxima con todos los puntos que forman las líneas de curvatura mínima, lo cual hace que este proceso sea costoso computacionalmente. Para esto se deben identificar los triángulos que pertenecen a una línea, lo que se obtiene al momento de la generación de las líneas de curvatura, puesto que para su

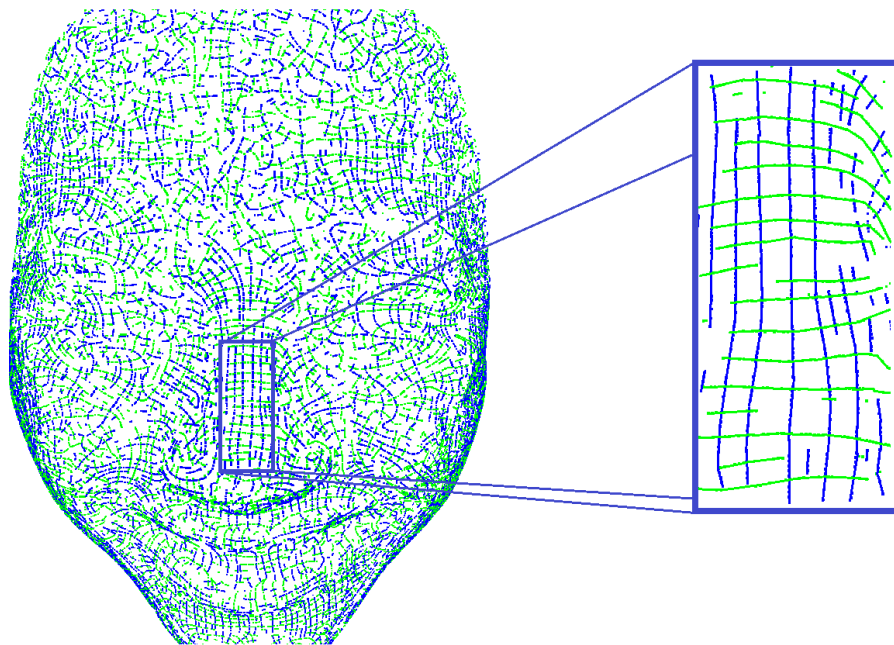


Figura 3.20: Ortogonalidad de las líneas de curvatura.

generación se recorre triángulo a triángulo, es importante almacenar la lista de triángulos a medida que se van formando las líneas, puesto que con esto solo se identifica el triángulo al cual pertenece el punto y las líneas que pasen por este triángulo, reduciendo así el cálculo de distancias entre los posibles puntos de cruce.

- Cálculo de distancias punto a punto entre líneas vecinas: Tomando un punto inicial de una línea de curvatura máxima, se identifica el triángulo al cual pertenece y comienza el proceso de cálculo de distancia con los puntos de líneas vecinas. La distancia que se requiere es la distancia euclídea en tres dimensiones.
- Asignación de umbral: Teniendo las distancias calculadas se debe identificar de acuerdo a la escala del modelo, un umbral que determine cruce o no, este valor debe ser muy pequeño puesto que se pueden asignar más de un vértice en puntos cercanos al cruce.
- Almacenamiento de nuevos vértices: Luego de identificados los cruces se almacenan para continuar con el proceso de creación de la malla.

El algoritmo 2 describe el proceso para la implementación.

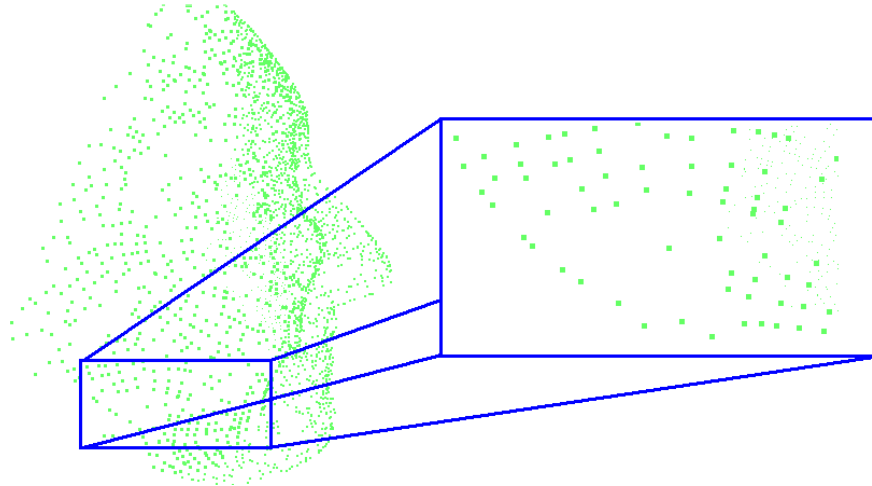


Figura 3.21: Puntos de cruce líneas de curvatura.

Algorithm 2 Vértices de la nueva malla

Require: Líneas de curvatura L_{kmax}, L_{kmin}

Ensure: Vector con puntos de la línea

- 1: Determinar líneas vecinas
 - 2: **while** n < número total de líneas formadas a partir de k_{min} **do**
 - 3: **while** m < número total de líneas formadas a partir de k_{max} **do**
 - 4: **if** Triangulo de líneas (L_{kmax-n}) comparten lado con triángulos de (L_{kmin-m}) (vecinos) **then**
 - 5: Asignación de L_m como vecina de L_n
 - 6: **while** k < Punto de la línea L_{kmax-n} **do**
 - 7: D_{min} = menor(Distancia euclidea punto k de L_{kmax-n} y todos puntos de L_{kmin})
 - 8: **if** $D_{min} < Umbral$ **then**
 - 9: Con las coordenadas baricentricas del punto en 2D $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ calcular el punto 3D asignando los parámetros en el triángulo en 3D.
 - 10: Asignar el punto de cruce P_{cf} como vértice de la nueva malla
 - 11: **end if**
 - 12: $k = k + 1$ Siguiente punto
 - 13: **end while**
 - 14: **end if**
 - 15: $n = n + 1; m = m + 1;$
 - 16: **end while**
 - 17: **end while**
-

Como se evidencia en la Figura (3.21), los puntos de cruce o puntos generadores resultado de la aplicación del procedimiento anterior tienen una distribución tal que se prestan para la generación de polígonos, por esta razón la malla final será el resultado de la formación de caras poligonales. El último paso del algoritmo es la generación de la malla resultante, con base en los puntos clave del remallado calculados en el proceso anterior, para esto se creó una malla formada por una cuadrícula centrada en el origen (Figura 3.22). El siguiente paso es calcular el centroide del conjunto de puntos clave del remallado para realizar el traslado de todos los puntos, donde el centroide se trasladará al punto (0,0,0) y, según los parámetros de esta traslación, se realizará lo mismo con todos los puntos, con el fin de alinear los puntos clave del remallado y la malla de la Figura (3.22) como lo muestra la Figura (3.23).

Luego de la alineación, se realiza un proceso en el cual cada vértice de la cuadrícula será asignado a un punto de los puntos claves del remallado de tal forma que se conserve la malla y los vértices

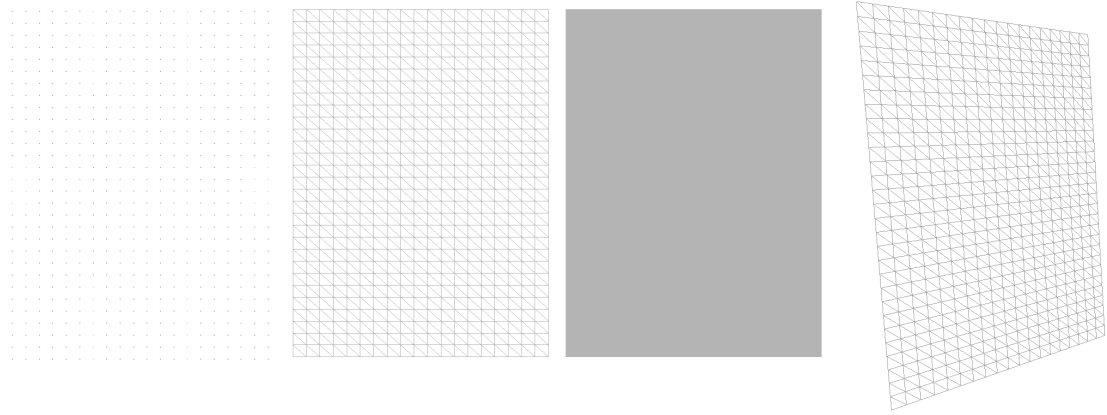
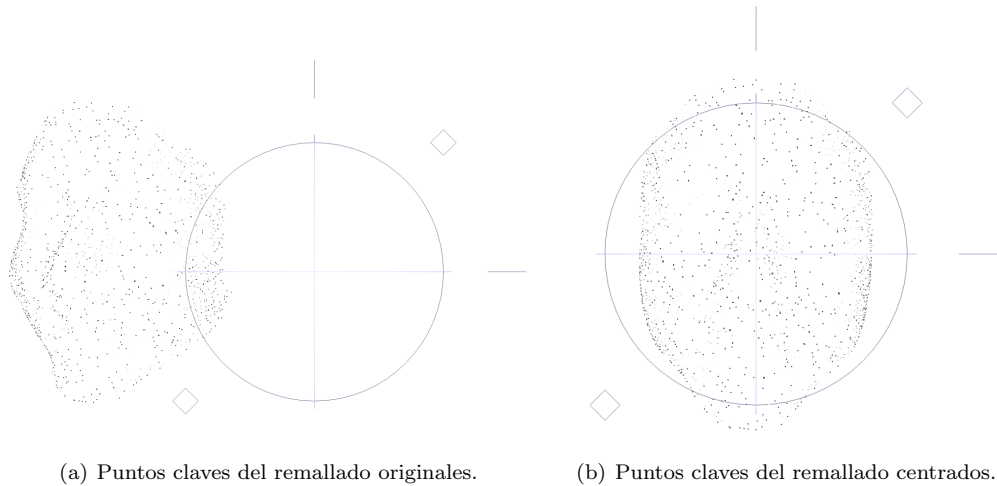


Figura 3.22: Malla basada en cuadrícula.



(a) Puntos claves del remallado originales.

(b) Puntos claves del remallado centrados.

Figura 3.23: Traslado al origen de los puntos generadores.

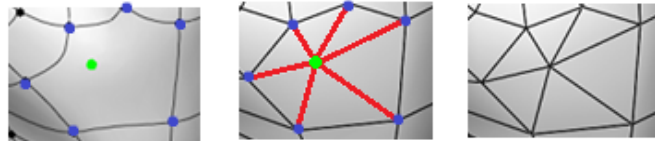


Figura 3.24: Inclusión de los umbilics en la malla final.

de esta sean los puntos del remallado, con esto se generará una nueva malla donde los vértices serán los puntos generadores. Este proceso consiste en cambiar cada punto de la cuadrícula por el punto con la mínima distancia de los puntos del remallado, conservando la asignación original de las caras realizada en la creación de la malla basada en la cuadrícula. Como la cuadrícula tienen muchos más puntos que los puntos del remallado (lo que garantiza que se conserve la anisotropía del modelo), el proceso termina con la eliminación de los vértices duplicados.

Para evitar que se pierda información relevante de la anatomía del rostro, se deben tener en cuenta los puntos donde se encuentran singularidades en la curvatura, es decir en los Umbilics, por esto se incluyen en la malla poligonal y se crean caras con los vértices del polígono más cercanos (Figura 3.24), obteniendo la malla final (Figura 3.25).

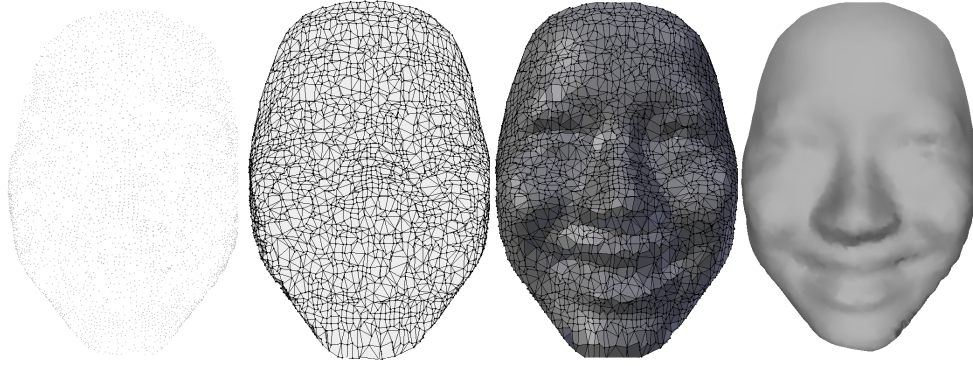


Figura 3.25: Malla final.

El algoritmo 3 describe el proceso para la implementación final de la malla.

Algorithm 3 Generación de Malla final

Require: Puntos de cruce P_{cf} , Umbilics

Ensure: Malla final

- 1: Generación de Cuadrícula centrada en $P(0,0,0)$, M_C .
 - 2: Cálculo del centroide de los puntos P_{cf}
 - 3: Cálculo de la matriz de transformación A del centroide al origen.
 - 4: Traslado de los puntos P_{cf} al origen con la matriz de transformación A
 - 5: **while** $k < \text{Número Puntos de la Cuadrícula } P_c$ **do**
 - 6: **while** $i < \text{Número Puntos de } P_{cf}$ **do**
 - 7: $P_{mc} = \text{menor}(\text{Distancia}(P_{cf}(k), M_C(P)))$
 - 8: **end while**
 - 9: Asignación de punto de la malla conservando la configuración de malla de la cuadrícula (puntos por cara)
 - 10: **end while**
 - 11: Incluir los umbilics dentro de a la malla resultante
 - 12: Calcular el polígono donde se en cuenta el punto
 - 13: Crear bordes adicionales por cada vértice del polígono y el punto P_{mc}
 - 14: Definir las caras triangulares en el sentido horario con los vértices calculados.
-

Discusión

A pesar de tomar como guía para el desarrollo del algoritmo de remallado poligonal anisotropico el trabajo realizado por Pierre Alliez [1], la técnica finalmente aplicada difiere considerablemente de la inicialmente propuesta por Pierre Alliez, principalmente en la etapa de generación de líneas y en la creación de la malla final. La técnica de Alliez realiza una integración de los segmentos de línea formando líneas continuas con el método desarrollado por Runge-Kutta [29], mientras que en el procedimiento implementado, se tomaron los segmentos de recta para encontrar los puntos de cruce sin calcular la ecuación de cada curva. Para la generación de la malla final se tomaron todos los puntos generadores del remallado, con el fin de conservar la información anatómica más relevante y se generó la malla con base en una cuadrícula lo que Alliez resuelve definiendo polígonos con base en la vecindad.

El algoritmo propuesto en este documento no puede modificar la densidad de las líneas de curvatura, siempre genera el máximo número de líneas posibles, lo que dificulta procesos en los cuales se quiera cambiar la densidad de los puntos clave del remallado para lograr generar mallas con menos puntos y menos caras. Este problema se puede mitigar, modificando la densidad la cuadrícula creada

para la última etapa del proceso, lo que se logra definiendo el número de cuadros en la malla, para cambiar el número de caras y vértices de la malla final resultante.

Capítulo 4

Análisis anatómico de los puntos generadores

El remallado implementado busca no solo reducir el número de vértices y caras sino también conservar las características anatómicas, puesto que está orientado a modelos del rostro humano, por esto es importante realizar una evaluación de la relación entre puntos claves anatómicos del rostro y los nodos de generación del remallado anisotrópico.

4.1 Modelos del Rostro Humano Utilizados

Para el desarrollo de este trabajo se utilizó la base de datos BU-3DFE [30] desarrollada en la universidad de *New York at Binghamton*, la cual cuenta con modelos de sujetos hombres y mujeres, con 7 expresiones faciales, felicidad (Figura 4.1(b)), enojo (Figura 4.1(g)), tristeza (Figura 4.1(e)), repugnancia (Figura 4.1(f)), miedo (Figura 4.1(d)), sorpresa (Figura 4.1(c)) y expresión neutra (Figura 4.1(a)).

Esta base de datos de expresión facial 3D, está disponible para la comunidad científica, con el fin de fomentar la investigación en computación afectiva [31] y aumentar la comprensión general del comportamiento y la estructura facial 3D inherente a las expresiones faciales humanas.

4.2 Puntos Claves del Remallado Poligonal Anisotrópico del Rostro Humano

Los puntos clave del remallado poligonal anisotrópico son precisamente los puntos con los cuales se forma la nueva malla; es decir los puntos en los que se cruzan las líneas de curvatura máxima y mínimas. Estos puntos, que corresponden a los vértices de la malla final, son menos que los puntos vértices de la malla inicial, pero no se pierde la información relevante de los modelos, como lo muestra la Figura (4.2).

Para este modelo la malla inicial tiene 5011 vértices (Figura 4.2(b)), y luego del proceso de remallado la malla final (Figura 4.2(c)) cuenta con 2409 vértices, que es una disminución del 52 % de los puntos.

4.3 Puntos Característicos basados en la anatomía de rostro

La antropometría es la rama de la ciencia que se ocupa de la descripción cuantitativa de las características físicas del cuerpo humano. En referencia al rostro humano, se busca el estudio antropométrico de las diferentes regiones que componen el complejo facial (cabeza, órbita, nariz, labios, boca, orejas), con el fin de identificar si una cara es sana, normal o atractiva. Adicionalmente, estos estudios se utilizan para guiar los procesos de diseño de productos para que se adapten a la mayoría de personas, el análisis de resultados de cirugías (modelos antes y después), construcción de modelos 3D de caras



Figura 4.1: Expresiones faciales por modelo.

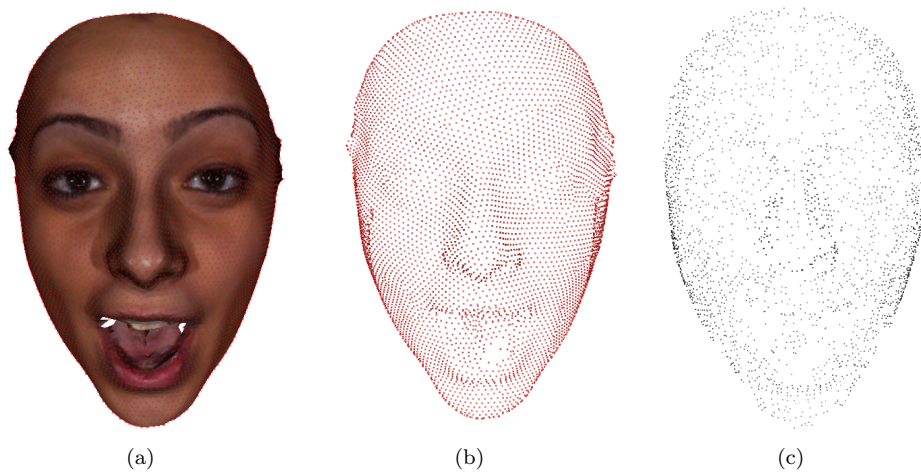


Figura 4.2: Vértices de la malla inicial y del remallado.

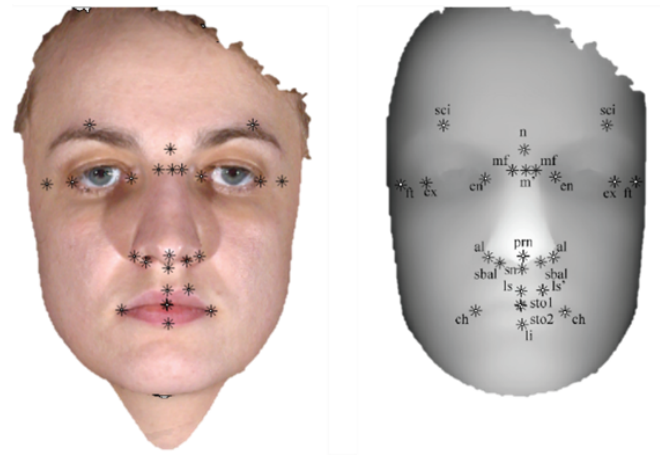


Figura 4.3: Puntos característicos de la antropometría facial [13].

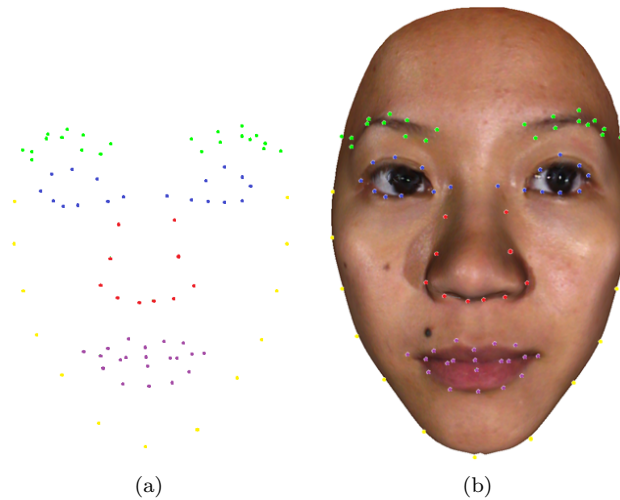


Figura 4.4: Puntos anatómicos.

humanas, entre otras muchas aplicaciones. En el estudio de la antropometría facial para la extracción de características, se definieron zonas de proporción y puntos significativos para ayuda de los algoritmos de reconocimiento de rostros en 3D [32]. En la Figura 4.3 se muestran 25 puntos de un modelo 3D, identificados para este fin.

Estos puntos se asignan de acuerdo con las proporciones faciales definidas en [33], los cuales son de vital importancia para procesos de caracterización y reconocimiento de modelos tanto en 2D como en 3D.

En la base de datos utilizada, se asignaron 83 puntos definiendo sectores relevantes en el rostro, como lo son cejas, ojos, nariz, boca y contorno, como se muestra en la Figura 4.4(b). Estos puntos fueron asignados manualmente partiendo de la imagen en 2D de la textura y también brindan información anatómica de cada modelo.

En la Figura 4.4(b) se destacan los sectores asignándoles los siguientes colores a los puntos: cejas puntos en verde, ojos puntos azul, nariz puntos en rojo, boca puntos en morado y contorno puntos en amarillo. Cada sector tiene un número definido de puntos: sector de los ojos 8 puntos para cada ojo, sector de las cejas 10 puntos para cada ceja, sector de la nariz 12 puntos, sector de la boca 12 puntos

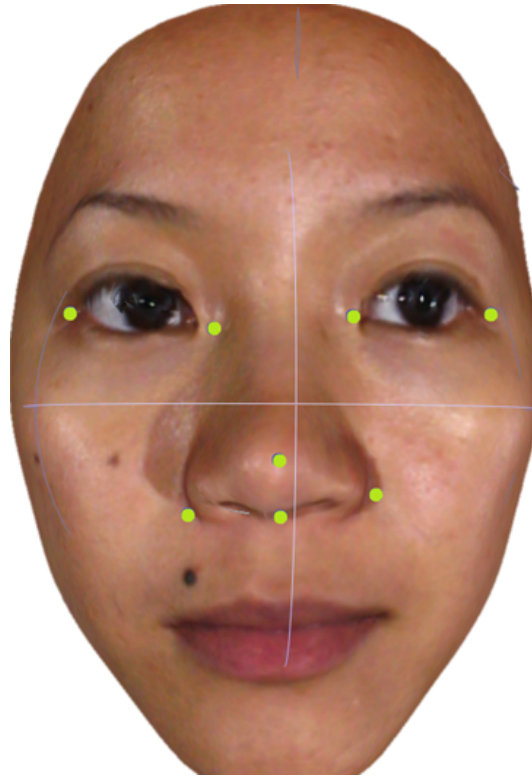


Figura 4.5: 8 Puntos característicos de la antropometría facial.

y sector del contorno 23 puntos.

4.4 Relación umbilics y Puntos Característicos basados en la anatomía

Para estudiar el comportamiento de los umbilics en el rostro humano, se realizaron una serie de experimentos donde el objetivo fue comparar la ubicación de los umbilics en diferentes rostros con expresión neutra. Todos los rostros tienen las mismas partes; ojos, boca, quijada, pero ningún rostro coincide con otro 100%, cada rostro es único, a pesar de esto, se pueden encontrar puntos con los cuales se identifiquen los sectores importantes de cada rostro. Por las características de los puntos en las singularidades de curvatura (umbilics), es posible que sean similares sin importar el rostro en el que sean calculados. Se pueden encontrar umbilics en crestas y undimiento de los modelos, por esta razón se realizó un experimento para analizar la concentración de los umbilics en diferentes rostros de expresión neutra, comparándolos con los puntos definidos como esenciales para antropometría facial. Para el experimento se seleccionaron 8 puntos de estos 25 (Figura 4.5), puesto que se consideró que estos puntos podrían tener más relevancia a la hora de compararlos con los umbilics, esto porque estos puntos, de importancia antropométrica, se encuentran en crestas y valles del rostro al igual que los umbilics. El primer paso para el desarrollo del experimento fue calcular umbilics de 80 modelos de rostros (40 hombres y 40 mujeres), con los cuales se trabajará para la comparación. El segundo paso fue seleccionar los 8 puntos antropométricos para el estudio, estos puntos fueron seleccionados manualmente en cada modelo. La intención del experimento fue identificar si los umbilics tienen alguna relación directa con los puntos antropométricos, es decir, que se puedan inferir los puntos característicos a de forma automática con ayuda de los umbilics. Se buscó identificar la concentración de los umbilics de todos los modelos al mismo tiempo, para luego calcular la relación que tenían con un grupo genérico de puntos esenciales. Para estudiar todos los modelos al mismo tiempo, se deben trabajar en un mismo plano y orientados en la misma dirección. A pesar de tener las condiciones

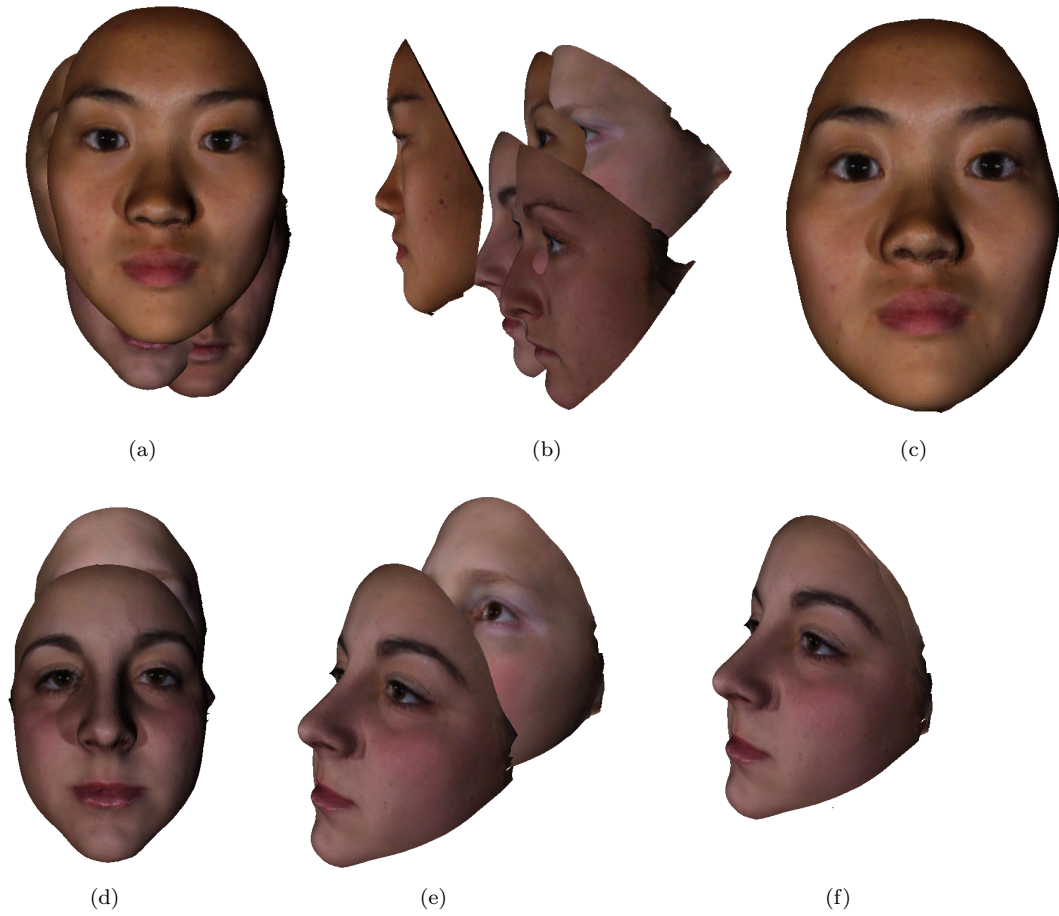


Figura 4.6: Modelos posición original (a, b, d, e), modelos alineados (c, f).

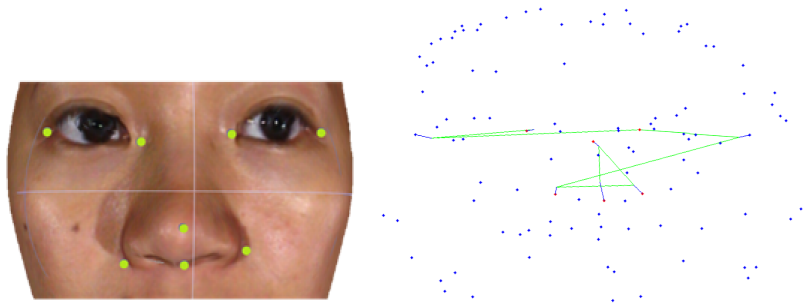


Figura 4.7: Puntos antropométricos esenciales y umbilics del modelo.

controladas al momento de la adquisición de los modelos, estos difícilmente terminan en la misma posición, como se evidencia en las Figuras (4.6(a, b, d, e)). Para corregir este problema, se seleccionó un modelo y con el grupo de 8 puntos antropométricos esenciales del mismo (Figura 4.7). Se calculó la matriz de transformación para que todos los modelos roten y se trasladen hasta quedar alineados en un mismo plano y dirección que el modelo seleccionado (4.6(c, f)), esto asumiendo que todos los puntos antropométricos esenciales están en la misma posición, para usarlos como referencia en el cálculo de cada matriz de transformación.



Figura 4.8: Umbilic de todos los modelos (diferenciados por colores) y puntos antropométricos esenciales (color verde).

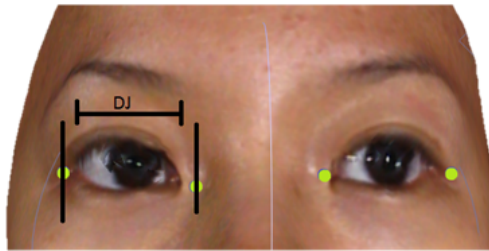


Figura 4.9: Distancia entre los puntos de cada ojo.

Como los puntos de interés para este análisis no son todos los vértices, sino solo los umbilics, se dejaron estos puntos y los puntos antropométricos para el estudio, que son los puntos del modelo escogido para el cálculo de todas las matrices de transformación. En la Figura(4.8) se muestra el resultado de la traslación y rotación de todos los modelos, con base en la matriz de transformación calculada a partir de los 8 puntos característicos de la antropometría facial.

El siguiente paso fue realizar un análisis estadístico de la distribución de los umbilics alrededor de los puntos característicos. Para esto se calculó una esfera de estudio alrededor de los 8 puntos seleccionados, cuyo centro fue el punto característico, el radio (R_{Esfera}) se definió como un porcentaje ($F\%$) de la distancia entre los puntos de cada ojo DJ Figura 4.9.

$$R_{Esfera} = \frac{DJ \cdot F\%}{100\%} \quad (4.1)$$

Las esferas (Figura 4.10) limitan la búsqueda para calcular el número de puntos y la desviación estándar de los umbilics dentro de cada una de ellas, esto con el objetivo de identificar que tanta concentración de umbilics se encuentra alrededor de los puntos característicos, y así definir si los umbilics son significativos a la hora del cálculo automático de estos puntos antropométricos.

Para el proceso del cálculo de los umbilics se modificó el tamaño del *patch*, con el fin de aumentar su concentración, entre más pequeño el *patch* más concentración de umbilics resultará. Se dividió en tres tipos de *patch* pequeño, mediano y grande, con lo que se busca una distribución de umbilics máxima, media y mínima respectivamente, esto tanto para los modelos femeninos como para los masculinos.

En la Tabla (4.1) se evidencian los resultados del experimento, las distancias mínima y máxima entre los puntos dentro de la esfera y el punto antropométrico esencial, como también, la cantidad (aciertos por punto) y distribución (STD) de los puntos dentro de cada esfera.

Como resultado de este experimento se demostró, que la concentración de los umbilics al rededor de los puntos antropométricos esenciales, no es significativa como para calcular de forma automática estos puntos. Los umbilics están distribuidos por todo el modelo, a pesar de que algunos umbilics

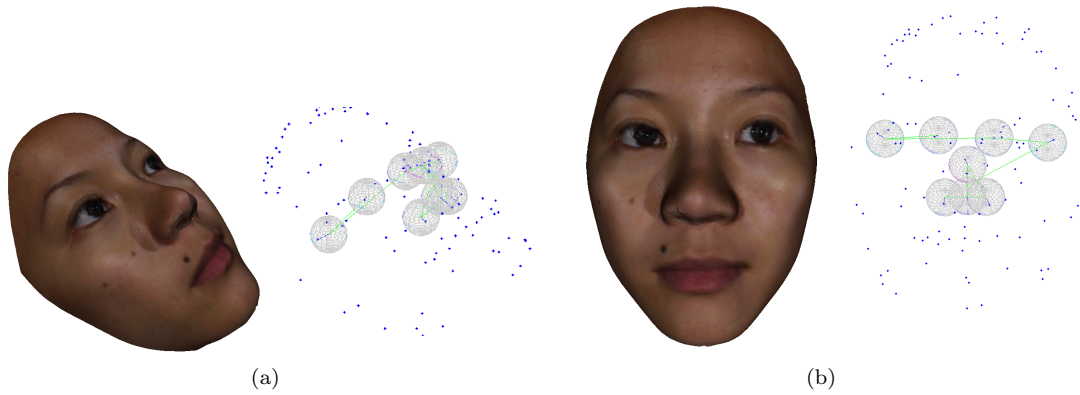


Figura 4.10: Esferas alrededor de los puntos antropométricos esenciales.

Parámetro	F Max	F Min	F Med	M Max	M Min	M Med
Distancia mínima	7.7945	24.0565	9.5149	9.2104	7.3995	7.3995
Distancia media	35.6626	53.2197	35.7515	35.9115	36.6567	36.6567
Punto mínima distancia	8	8	8	8	7	7
STD punto 1	11.5064	11.3223	10.9833	11.9112	11.7719	11.0875
STD punto 2	24.5032	24.8306	24.7702	22.6205	26.7179	25.2054
STD punto 3	17.943	11.8557	17.2728	12.0382	11.356	11.1953
STD punto 4	30.8762	21.476	28.6807	21.1534	29.0614	26.8385
STD punto 5	41.8379	55.3003	56.5982	23.0964	34.7586	40.9232
STD punto 6	37.4078	27.1636	44.516	25.0456	35.6688	33.8643
STD punto 7	10.1654	10.4948	18.152	10.7783	10.9055	23.6673
STD punto 8	12.5064	12.3223	11.9833	12.9112	12.7719	12.0875
Aciertos punto 1	120	32	51	86	29	50
Aciertos Punto 2	60	20	26	66	18	21
Aciertos Punto 3	106	34	47	86	32	57
Aciertos Punto 4	73	26	40	71	19	25
Aciertos Punto 5	70	17	23	81	25	34
Aciertos Punto 6	71	27	31	72	19	32
Aciertos Punto 7	127	37	49	99	41	52
Aciertos Punto 8	112	28	45	97	34	30

Tabla 4.1: Distribución de umbilicos alrededor de los puntos antropométricos esenciales.

están cerca de los puntos esenciales, no se pueden distinguir del resto y por ende no se puede inferir si es un punto esencial o no.

4.5 Relación Puntos Claves Remallado Poligonal Anisotrópico y Puntos Característicos Basados en la Anatomía

Con el fin de estudiar la relación que existe entre los puntos característicos de la antropometría facial y los puntos claves del remallado, y con ello validar las posibles aplicaciones en reconocimiento y segmentación de rostros en tres dimensiones, se realizó un experimento donde se calcularon las distancias de los 60¹ puntos anatómicos con los que cuenta la base de datos y los vértices de las mallas iniciales, para comprobar con esto que tanto se ajusta la malla generada por las líneas de curvatura a estos puntos de relevancia anatómica (Figura 4.11).

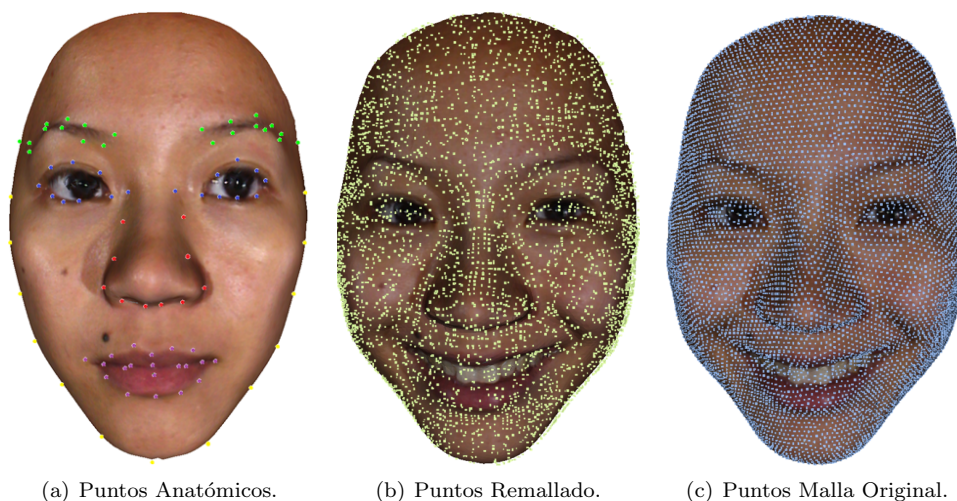


Figura 4.11: Relación entre los vértices de las mallas y puntos anatómicos.

Este procedimiento se realizó en 80 modelos con expresión neutra y 382 modelos con las diferentes expresiones. Los resultados promedio de este procedimiento se muestran en la Tabla (4.2), donde se evidencia que los puntos del remallado tienen un ajuste mejor que el de los puntos originales a los puntos anatómicos, exceptuando en el sector de los labios.

Sectores del rostro	Remallado Anisotrópico		Malla Original	
	Expresiones	Neutros	Expresiones	Neutros
Ojo Iz (1-8)	1.38	1.41	2.20	2.21
Ojo Der (9-16)	1.76	1.83	1.94	2.13
Ceja Iz (17-26)	1.12	1.11	2.33	2.37
Ceja Der (27-36)	1.56	1.62	2.07	2.29
Nariz (37-48)	1.97	2.04	2.22	2.33
Boca (49-60)	2.81	2.88	2.47	2.55

Tabla 4.2: Distancias mínimas entre los puntos anatómicos y mallas.

En el sector de los ojos el remallado presenta un mejor ajuste en un 25 % para modelos neutros y de un 23 % para modelos con expresión, en el sector de las cejas la mejora en el ajuste es de un 41 %

¹Se tomaron solo 60 puntos, porque se descartaron los puntos del contorno que no aportan mucha información de la anatomía del rostro.

para modelos neutros y un 38 % para modelos con expresión, y el sector de la nariz mejora el ajuste en un 12 % para modelos neutros y un 11 % para modelos con expresión. Esta mejora en los modelos neutros se puede presentar porque es más fácil identificar los puntos anatómicos en estos modelos que en los modelos con expresión, puesto que la asignación de estos puntos se realiza de forma manual y sobre las imágenes de textura en 2D.

Discusión

Como resultado de este experimento se concluyó que la concentración de los puntos claves del remallado, no es significativamente mayor en las áreas consideradas anatómicamente relevantes, por lo tanto no son los apropiados para definir procesos como la segmentación de rostros ni para la identificación de expresiones (solo con estos puntos), debido a que no es sencilla la identificación de la zona del rostro en la que se encuentran. Sin embargo, y a pesar de que los vértices se redujeron en aproximadamente 50 %, los vértices de la malla final basados en la curvatura, se ajustan mejor a los puntos característicos de la antropometría que los vértices de la malla inicial, lo que evidencia la calidad del remallado, teniendo como criterio de calidad la conservación de las características anatómicas propias del rostro humano. También es importante destacar que la calidad del remallado, no se ve afectado por la dinámica de la malla en presencia de expresiones faciales, el ajuste de los vértices de la malla final sigue siendo superior en estas condiciones.

Capítulo 5

Resultados: Remallado de Modelos 3D del Rostro Humano

Con el fin de determinar el comportamiento de este algoritmo de remallado en el rostro humano, se calculó el remallado en modelos neutros y modelos con expresiones, para lo cual, se utilizó la base de datos BU-3DFE [30].

Para el manejo de las mallas se utilizaron 2 formatos de archivos, el primero fue VRML (Virtual Reality Modeling Language) ¹ que fue el formato original de las mallas de la base de datos utilizada (BU-3DFE), este formato de archivo normalizado fue diseñado para el manejo en web de objetos interactivos o escenas 3D, para el cálculo de curvatura y los procedimientos posteriores se utilizó el formato de los archivos OFF (Object File Format)², esto porque solo se requiere de la información básica de la malla, es decir los vértices y los triángulos, lo que con este formato es muy práctico. Adicionalmente la librería utilizada para el desarrollo de este algoritmo fue CGAL (Computational Geometry Algorithms Library), proyecto de software libre implementado para C++, ³, la cual trabaja principalmente con este formato.

5.1 Remallado Modelos Expresión Neutra

Se aplicó el algoritmo a los 80 modelos de la base de datos en expresión neutra, en promedio se logró generar una malla con el 46% de los vértices y con 48% de las caras de la malla inicial, en la Figura 5.2 se muestra cual fue el resultado en un rostro femenino, en la primera Figura se encuentra la nube de puntos, en la segunda la malla sin textura, en la tercera la malla y la textura, y en la última la textura suavizada.

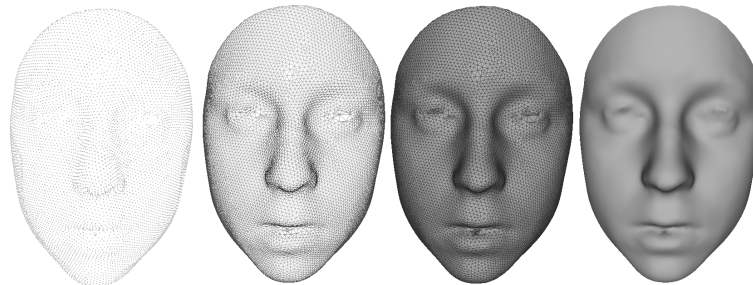


Figura 5.1: Malla inicial del modelo femenino.

¹Puede encontrar más información de este modelo en <http://www.web3d.org/x3d/specifications/vrml/VRML1.0/index.html>, ISO/IEC 14772-1:1997, ISO/IEC 14772-2:2004

²Puede encontrar más información de este formato en <http://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/data/off/off.html>

³Si requiere más información, descarga y manuales de la librería consulte <http://www.cgal.org/>

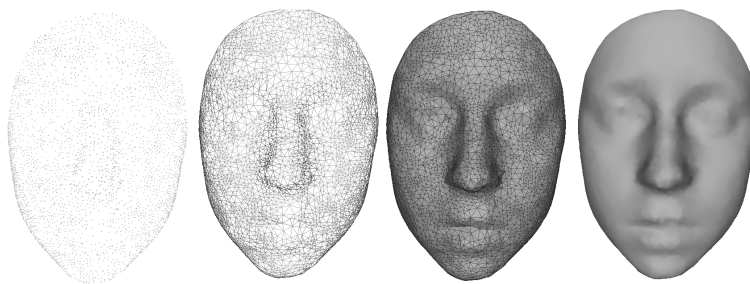


Figura 5.2: Remallado del modelo femenino.

En este modelo la malla inicial (Figura 5.1) cuenta con 7740 vértices y 15030 caras y el remallado final (Figura 5.2) requiere de 3676 vértices y 7567 caras, es decir un 47% de los vértices y 50% de las caras.

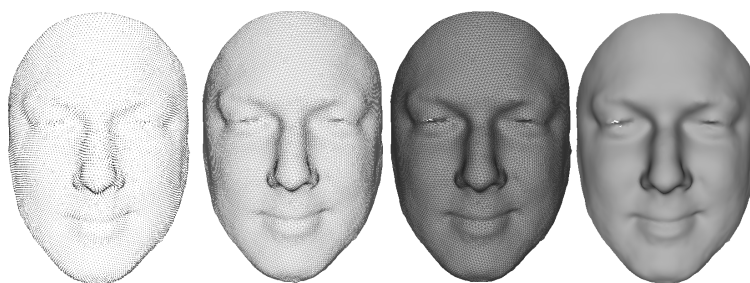


Figura 5.3: Malla inicial del modelo masculino.

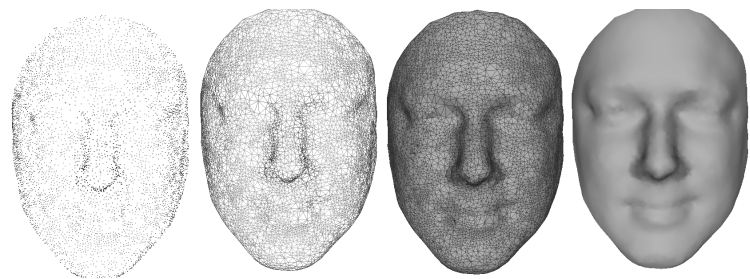


Figura 5.4: Remallado del modelo masculino.

En el modelo masculino de la Figura 5.3, donde la malla inicial cuenta con 9930 vértice y 18241 caras, se aplicó el proceso de remallado y el resultado que se muestra en la Figura 5.4, requirió de 5042 vértices y 10160 caras, es decir un 51% de los vértices y un 56% de las caras. Los resultados anteriores se obtuvieron utilizando todos los puntos generadores, fruto de los cruces entre las líneas de curvatura. Pero es posible utilizar menos puntos modificando el tamaño de la cuadrícula para la generación de la malla final (Figuras 5.5, 5.6), lo que reduce el número de vértices y caras, como lo muestra la Tabla 5.1, pero sacrifica los detalles de los modelos.

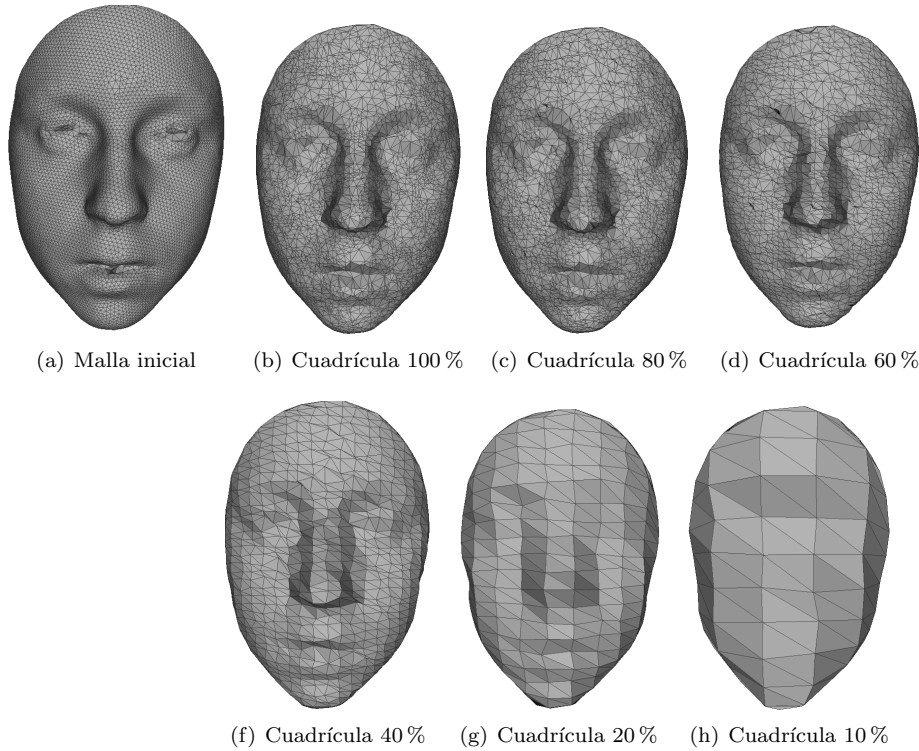


Figura 5.5: Remallado generado con diferentes cuadrículas.

Malla	Vértices	Caras	% Vértices	% Caras	Figura
Original	7740	15030	100 %	100 %	5.5(a) 5.6(a)
Remallado Total	3676	7567	47 %	50 %	5.5(b) 5.6(b)
Remallado C1	3277	6815	42 %	45 %	5.5(c) 5.6(c)
Remallado C2	1972	4085	25 %	27 %	5.5(d) 5.6(d)
Remallado C3	670	1381	9 %	9 %	5.5(f) 5.6(f)
Remallado C4	212	403	3 %	3 %	5.5(g) 5.6(g)
Remallado C5	68	105	1 %	1 %	5.5(h) 5.6(h)

Tabla 5.1: Remallado con diferentes cuadrículas generadoras.

5.2 Remallado de Expresiones Faciales

Se calculó el remallado para los 80 rostros: 40 mujeres y 40 hombres, donde cada rostro cuenta con 6 expresiones básicas definidas por el doctor Paul Ekman en 1972, felicidad (Figura 4.1(b)), enojo (Figura 4.1(g)), tristeza (Figura 4.1(e)), repugnancia (Figura 4.1(f)), miedo (Figura 4.1(d)), sorpresa (Figura 4.1(c)) y expresión neutra.

La base de datos utilizada cuenta con cuatro diferentes niveles de intensidad de cada expresión (Figuras(5.7,5.8)), de los cuales solo se utilizó el nivel máximo (nivel 4) puesto que la expresión en este nivel es la más definida (Figuras 5.7(d),5.8(d)).

En promedio se logró generar una malla con el 46 % de los vértices y con 47 % de las caras de los vértices y caras de la malla inicial, en la Figura 5.9 se muestra el resultado del remallado comparado con la malla inicial, para cada una de las expresiones faciales.

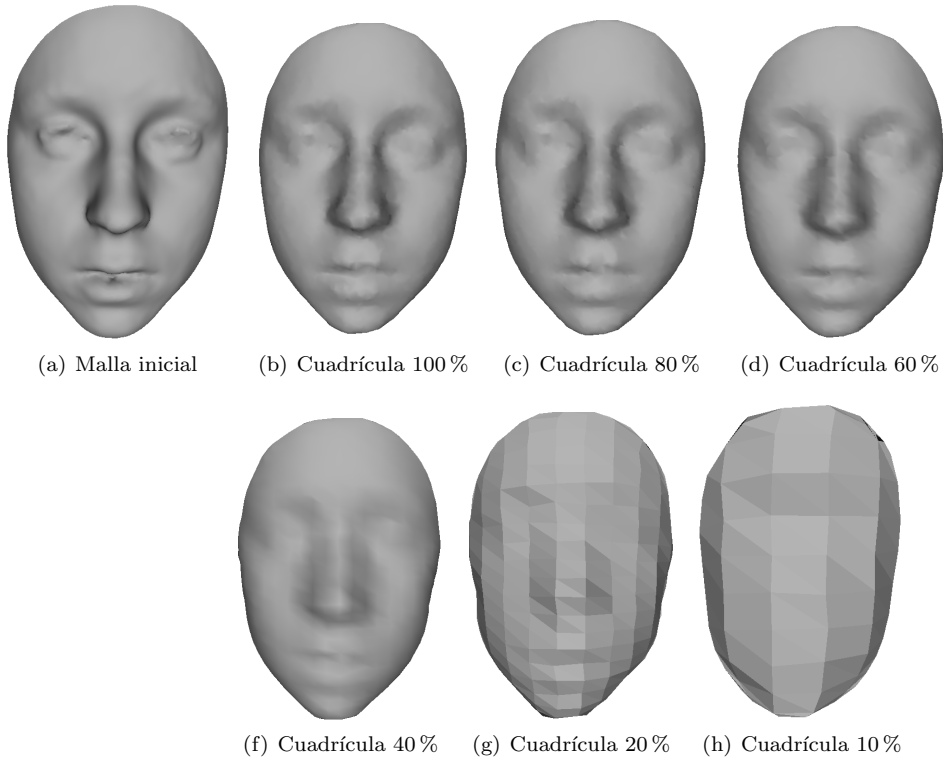


Figura 5.6: Remallado generado con diferentes cuadrículas suavizado.

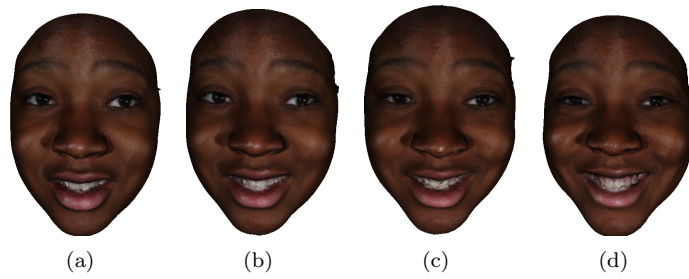


Figura 5.7: Niveles de expresión de felicidad en BU3-DFE.

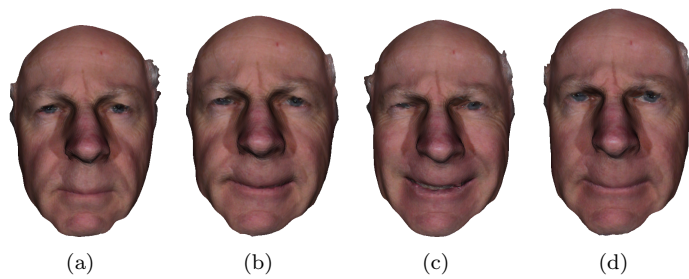
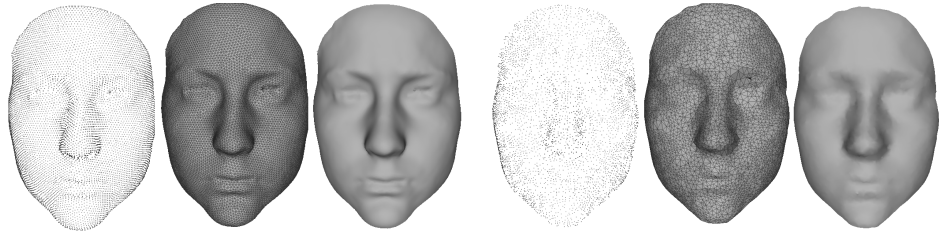
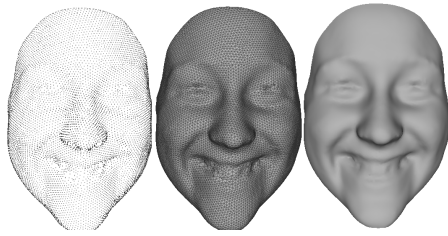


Figura 5.8: Niveles de expresión de enojo en BU3-DFE.



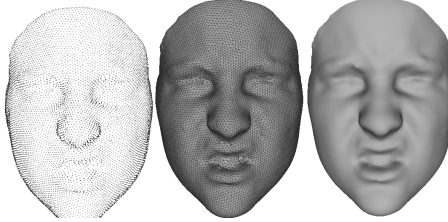
(a) Expresión de rabia malla inicial.

(b) Expresión de rabia remallado.



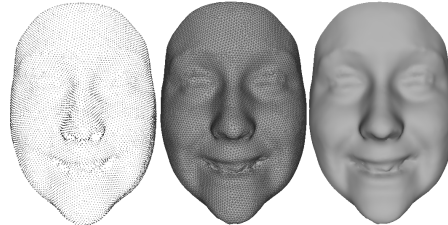
(c) Expresión de felicidad malla inicial.

(d) Expresión de felicidad remallado.



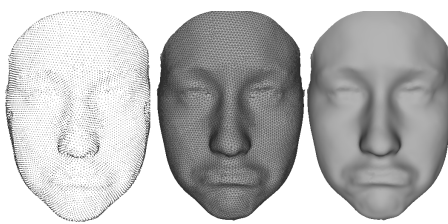
(e) Expresión de repugnancia malla inicial.

(f) Expresión de repugnancia remallado.



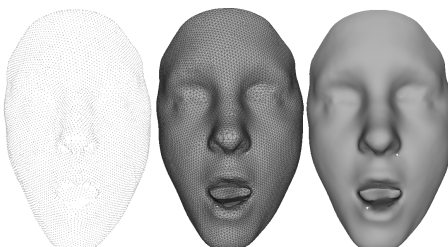
(g) Expresión de miedo malla inicial.

(h) Expresión de miedo remallado.



(i) Expresión de tristeza malla inicial.

(j) Expresión de tristeza remallado.



(k) Expresión de sorpresa malla inicial.

(l) Expresión de sorpresa remallado.

Figura 5.9: Remallado vs. mallas iniciales con expresiones faciales.

5.3 Validación de la calidad del remallado

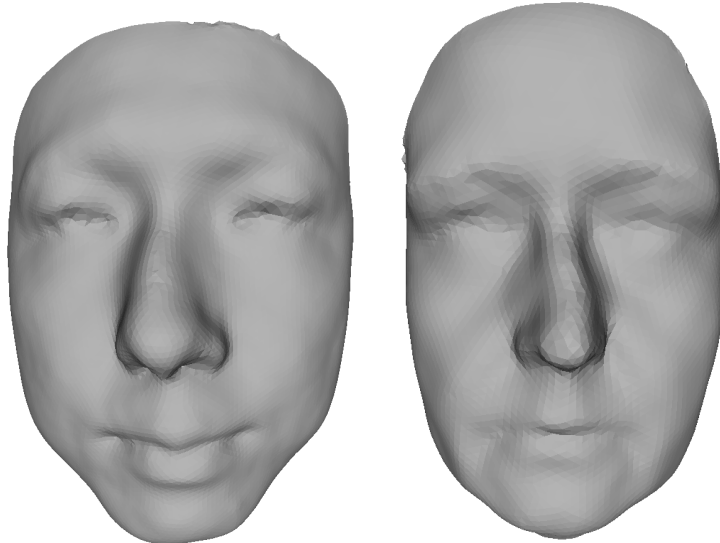
La definición de la calidad del remallado no se puede unificar o estandarizar para todas las técnicas, por esto para el remallado poligonal anisotrópico, no son relevantes criterios como distribución de los vértices, puesto que no se busca generar mallas con elementos similares, de hecho se busca reducir el número de caras utilizando polígonos en cambio de triángulos. Tampoco tiene relevancia el criterio de la cantidad de elementos, puesto que a pesar de que la malla resultante tiene menos elementos, no se puede afirmar que tienen una mejor calidad, porque solo con la cantidad de caras no asegura la fidelidad anatómica.

En el capítulo anterior se comprobó que los puntos generadores del remallado, se ajustan mejor que los vértices de la malla inicial en los puntos con relevancia anatómica, con lo que se obtiene una mejora promedio en la calidad del ajuste anatómico del 22 % para modelos neutros y de 20 % para modelos con expresiones faciales. Otro criterio que se aplicó para el estudio de este remallado fue el error de aproximación, que se basó en las ecuaciones (5.1 y 5.2).

$$e_{medio} = \frac{1}{\eta} \sum_i \min_{t \in T} \|t - p_i\| \quad (5.1)$$

$$e_{max} = \max \left\{ \min_{t \in T} \|t - p_i\| \right\} \quad (5.2)$$

Se calculó este error entre la malla inicial y el remallado, para modelos neutros el error de aproximación medio en promedio fue de 0.54 y el error de aproximación máximo en promedio fue de 1.04, en la Figura (5.10(a)) se muestra la malla en la que se obtuvo el mayor error de aproximación medio que es la misma que tiene el máximo error de aproximación máximo. En la Figura (5.10(b)) se muestra el modelo que obtuvo el menor error de aproximación.



(a) Malla con el error medio máximo. (b) Malla con el error medio mínimo.

Figura 5.10: Error de aproximación medio.

Este mejor ajuste, puede ser producto de la curvatura propia del modelo, es decir, que si los modelos presentan una distribución de curvatura suave (con pocos cambios), las líneas de curvatura describirán la forma acercándose a los vértices de la malla inicial. Por el contrario si la curvatura tienen una distribución altamente cambiante a lo largo del modelo, las líneas de curvatura estarán más lejos de los vértices iniciales y por ende el error de aproximación será mayor. En la Figura (5.11) se muestra

la comparación de los vectores de curvatura para el modelo con el máximo error de aproximación medio (Figura 5.11(a)) y el modelo con el mínimo error de aproximación medio (Figura 5.11(b)).

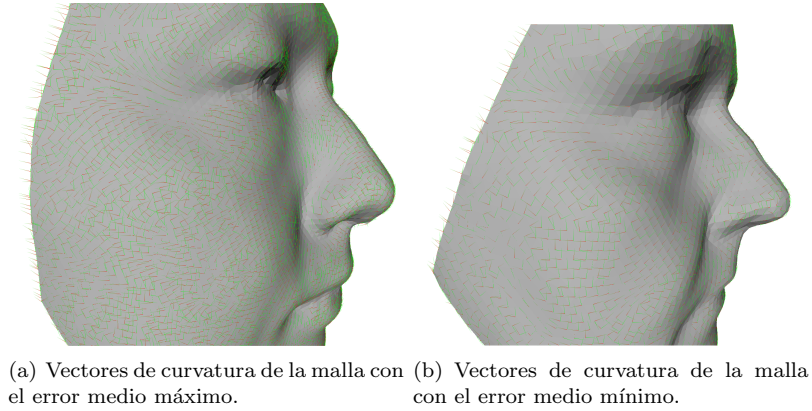


Figura 5.11: Vectores de curvatura en modelos neutros con el error de aproximación medio máximo y mínimo.

Para el caso de modelos con expresiones faciales, el error de aproximación arrojó los siguientes resultados: el error de aproximación medio promedio fue de 0.61, el error de aproximación máximo promedio fue de 1.05. En la Figura (5.12) se muestra los modelos con el máximo y mínimo error de aproximación medio con sus respectivos vectores de curvatura, lo que confirma que cuando la distribución de los vectores es uniforme, el remallado se acerca más a la malla inicial.

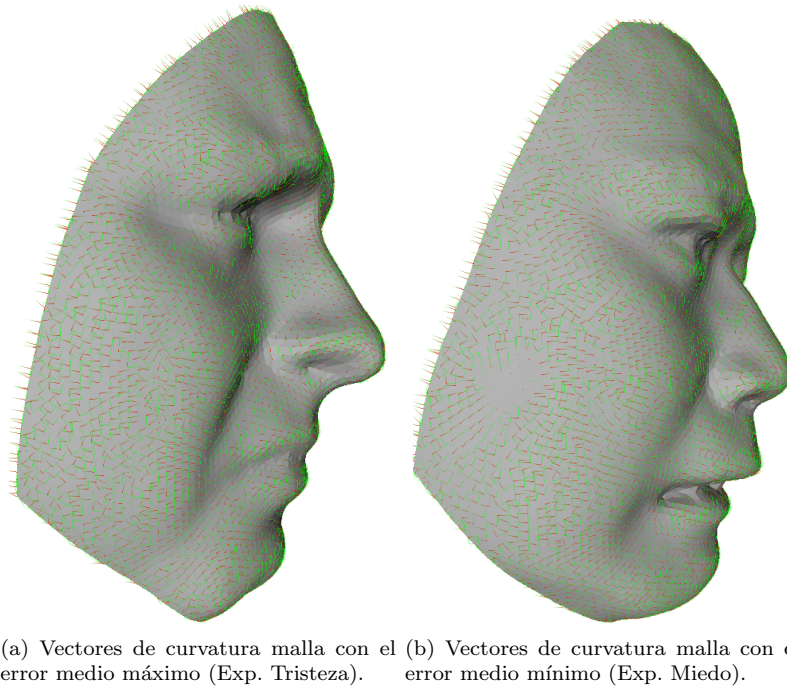


Figura 5.12: Vectores de curvatura en modelos con expresión, con el error de aproximación medio, máximo y mínimo.

En la Tabla 5.2, se muestra el error de aproximación medio promedio, para cada grupo de modelos con la misma expresión, se evidencia que la expresión de miedo fue con la que se logró un menor error

y que la aproximación al modelo inicial es similar, sin importar la expresión facial que el sujeto tenga.

Expresión	Promedio	Desviación
Enojo	0.616	0.16
Repugnancia	0.620	0.22
Miedo	0.591	0.26
Felicidad	0.641	0.32
Tristeza	0.602	0.24
Sorpresa	0.620	0.15
Promedio Total	0.61	0.22

Tabla 5.2: Error de aproximación medio para modelos con expresiones.

Error Basado en la Métrica de Hausdorff

Las validaciones realizadas hasta el momento, se han calculado con base en la distancia euclídea, que finalmente lo que establece es la distancia geométrica entre dos puntos. Cuando se requiere el estudio de mallas, existe un método que aborda el problema de comparación de mallas, cuando la distancia punto a punto no aporta la suficiente información, porque una de las mallas tienen muchos menos puntos; que es precisamente el caso del remallado poligonal anisotrópico.

Este método busca la comparación no solo de un punto, sino de grupos de puntos, lo que se logra con el error basado en distancia de Hausdorff [34], [35]. La distancia de Hausdorff es una métrica que permite comparar conjuntos de puntos en un espacio métrico.

Esta distancia se puede definir como la máxima distancia desde un conjunto de puntos, al punto más cercano de otro conjunto de puntos [36]. Si $X = x_1, \dots, x_m$ y $Y = y_1, \dots, y_n$ son dos subconjuntos de puntos, la distancia Hausdorff ($D_H(X, Y)$) está dada por:

$$D_H(X, Y) = \max(h(X, Y), h(Y, X)), \quad (5.3)$$

donde

$$h(X, Y) = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} \|x - y\|, \quad (5.4)$$

$$h(Y, X) = \max_{y \in Y} \min_{x \in X} \|y - x\|. \quad (5.5)$$

La Ecuación 5.4 se denomina distancia de Hausdorff directa y la Ecuación 5.5, se conoce como distancia de Hausdorff inversa, estas dos ecuaciones evidencian que la distancia de Hausdorff no es simétrica, lo que aporta información importante a la hora de realizar medidas de proximidad entre mallas. Se calculó este error para todos los modelos y se obtuvo en promedio para modelos neutros un error de 1.04 y para modelos con expresión de 1.11. En la Tabla 5.3 se muestra el error de aproximación medio promedio, para cada grupo de modelos con la misma expresión, con esta métrica el mínimo error se encontró en la expresión de miedo, confirmando el resultado del cálculo del error de aproximación.

Expresión	Promedio
Enojo	1.10
Repugnancia	1.11
Miedo	1.08
Felicidad	1.12
Tristeza	1.09
Sorpresa	1.15
Promedio Total	1.11

Tabla 5.3: Error de Hausdorff para modelos expresiones faciales.

Visualización de la validación de Calidad

Con el fin de mejorar la interpretación de los resultados, se calculó la métrica de Hausdorff de forma gráfica, comparando la malla inicial con el remallado. Como se muestra en la Figura 5.13 se representó la diferencia entre las mallas por medio del color, donde en rojo se muestran los puntos de máxima diferencia y en azul oscuro se muestran los puntos con mínima diferencia, a los valores intermedios se les asignó un degradé que pasa por naranja, amarillo, verde y azul claro, a estos se asignaron de menor diferencia a mayor diferencia respectivamente.

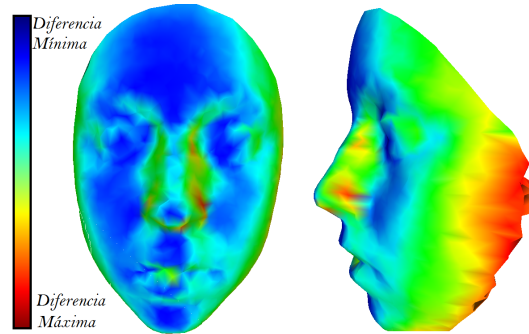


Figura 5.13: Representación gráfica de la métrica de Hausdorff.

En la Figura 5.14 se muestran los resultados de la comparación de la malla inicial y los modelos remallados, en cada figura se muestran la malla inicial, el remallado y la diferencia basada en la métrica de Hausdorff, respectivamente.

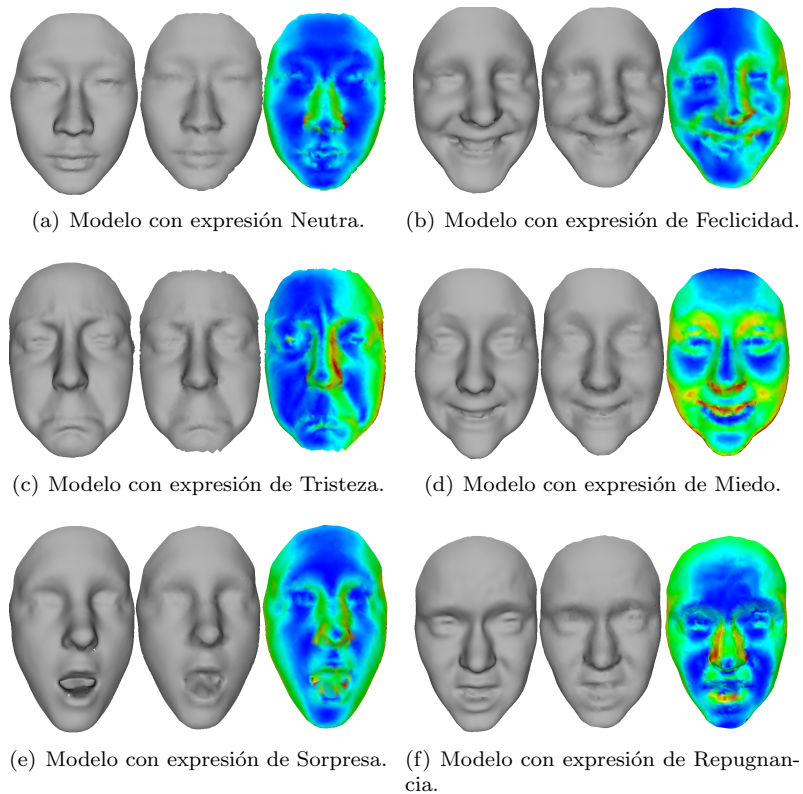


Figura 5.14: Comparación de la malla inicial y el remallado resultante.

Para los modelos neutros la máxima diferencia se muestra en la Figura 5.15(a) y el modelo con la mínima diferencia se muestra en la Figura 5.15(b), los sectores que presentan la mayor diferencia son los extremos de la malla.

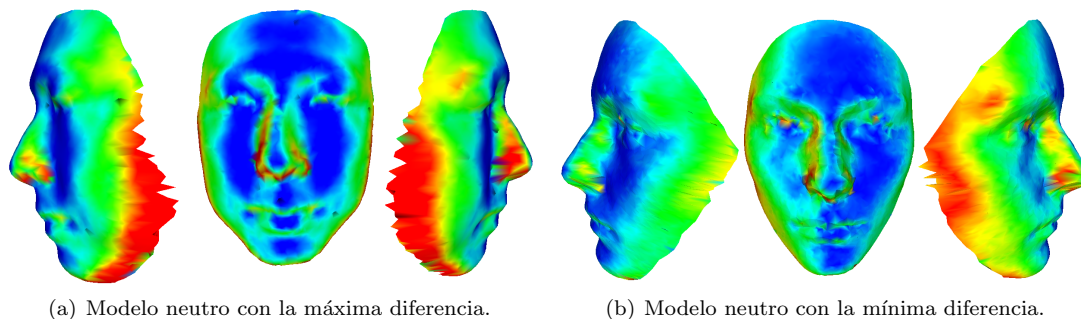


Figura 5.15: Modelos neutros con la máxima y mínima diferencia.

Para los modelos con expresión la máxima diferencia se muestra en la Figura 5.16(a) expresión de tristeza, y el modelo con la mínima diferencia se muestra en la Figura 5.16(b) expresión de sorpresa, los sectores que presentan la mayor diferencia son los extremos de la malla.

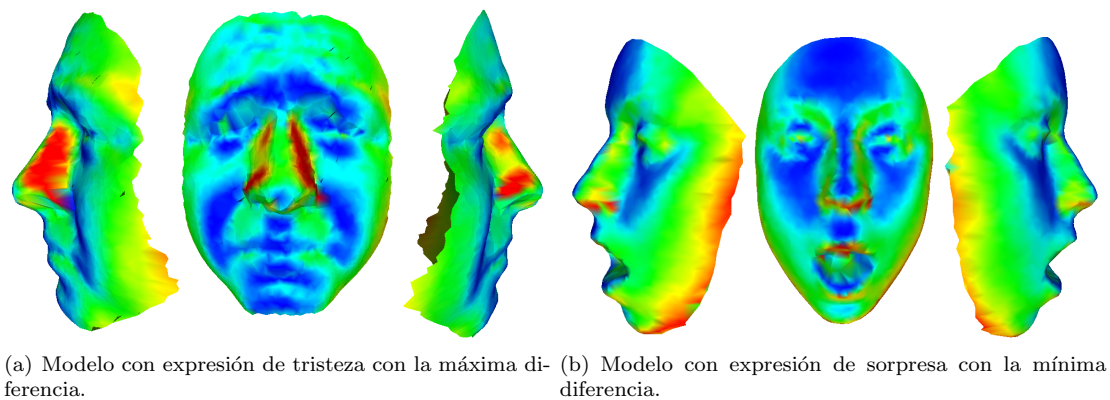


Figura 5.16: Modelos con expresiones con la máxima y mínima diferencia.

Textura de la Malla

El proceso final consiste en agregar la textura de los rostros a cada una de las mallas, para este proceso se utilizó la imagen de textura bidimensional que se tiene por cada modelo (Figura 5.17(b)), la cual es una segmentación de la imagen tomada inicialmente en la adquisición del modelo 3D (Figura 5.17(a)).

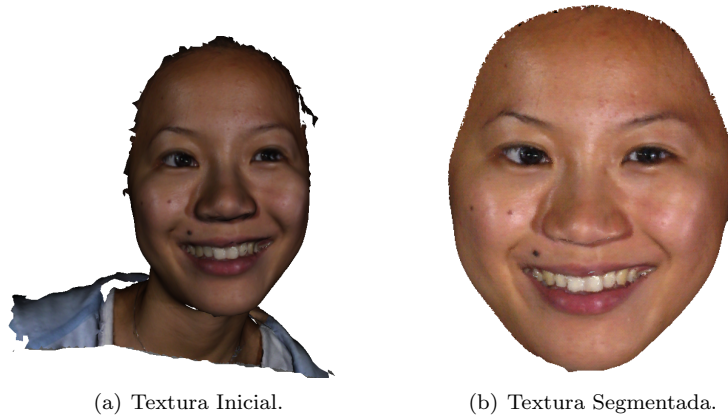


Figura 5.17: Imágenes de Textura.

Este proceso comienza con la parametrización del modelo en dos dimensiones con el fin de ajustar la textura 2D en modelo parametrizado, entonces se establece la textura asociada con la parametrización de la malla, en la Figura 5.18(a) se muestra el resultado del ajuste de la textura. Finalmente y con el propósito de mejorar los resultados, se realizó un suavizado de la malla con la textura, como se muestra en la Figura 5.18(b).

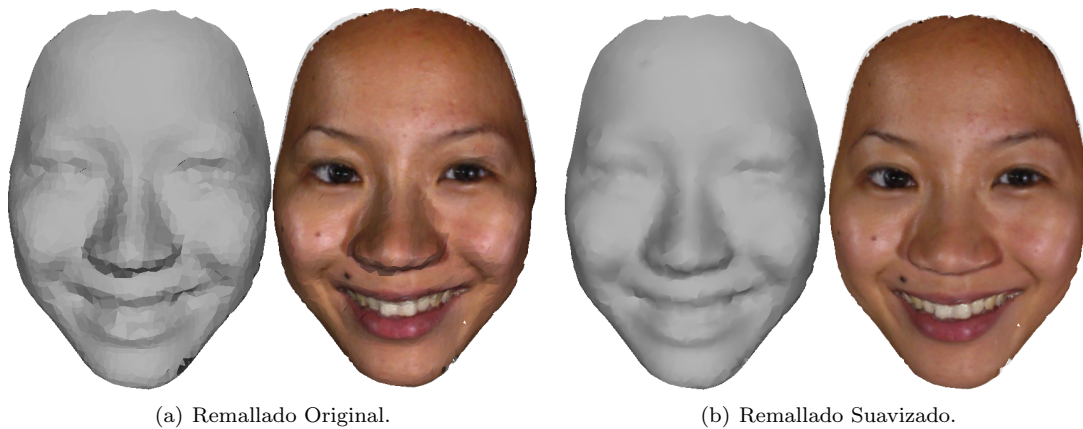


Figura 5.18: Remallado y textura.

Como resultado de este proceso, se logró la representación final de los modelos incluyendo la textura, a pesar de la reducción de los triángulos y la redistribución de los vértices en polígonos. La textura permite apreciar los rostros con expresión neutra como se evidencia en la Figura 5.19(g), como también para las diferentes expresiones como se muestra en las Figuras 5.19(d), 5.19(b), 5.19(c), 5.19(a), 5.19(e), 5.19(f), en estas Figuras también se pueden comparar los resultados finales con la textura inicial, la primera imagen muestra la textura del remallado, la segunda imagen muestra la textura del remallado suavizado y la tercera imagen muestra la textura en el modelo inicial.



(a) Modelo con expresión Tristeza Remallado



(b) Modelo con expresión Enojo Remallado



(c) Modelo con expresión Miedo Remallado



(d) Modelo con expresión Felicidad Remallado



(e) Modelo con expresión Sorpresa Remallado



(f) Modelo con expresión Repugnancia Remallado



(g) Modelo con expresión Neutra Remallado

Figura 5.19: Textura final del Remallado.

Comparación con el método de simplificación de *Quadric Error Metrics*

Con la intención de validar los resultados finales del remallado, se comparó la técnica de remallado propuesta, con una técnica de simplificación de superficie muy utilizada en el área del modelamiento tridimensional conocida como *Surface Simplification Using Quadric Error Metrics (SQEM)* ([14]), se utilizó esta técnica puesto que a pesar de que no fue implementada para el manejo específico de modelos del rostro, asegura una aproximación de alta calidad y conserva las principales características del modelo, incluso después de una significativa simplificación.

Modelo	Original		Simplificación QEM		Remallado Propuesto	
	Vértices	Caras	Vértices	Caras	Vértices	Caras
Sorpresa	4662	8903	1127	2154	1100	2155
Alegria	7088	13693	1406	2750	1398	2751
Repunancia	6190	11913	1336	2593	1325	2593
Tristeza	7079	13692	1316	2539	1292	2540
Enojo	4759	9095	1340	2591	1312	2591
Miedo	7568	14638	2365	4602	2352	4603
Neutra	8201	15888	2533	4972	2540	4973

Tabla 5.4: Simplificación comparación vértices y caras.

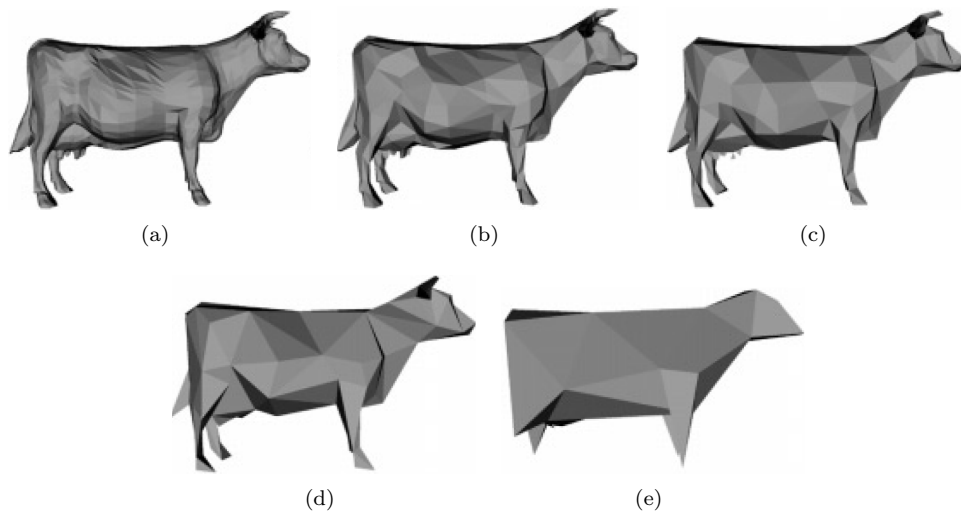


Figura 5.20: Simplificación de superficie basada en QEM. [14]

En la Figura 5.20 se muestra la secuencia de simplificaciones realizadas a un modelo utilizando esta técnica de simplificación donde el modelo original tiene 5804 (Figura 5.20(a)) caras y se reduce a 994 (Figura 5.20(b)), 532 (Figura 5.20(c)), 248 (Figura 5.20(d)) y 64 (Figura 5.20(e)) caras manteniendo la forma fundamental del modelos.

Para realizar la comparación se calculó la simplificación de 7 modelos seleccionados aleatoriamente, utilizando la técnica basada en SQEM, y el remallado propuesto, con un porcentaje de reducción igual con las dos técnicas, en la tabla se muestran los resultados de esta simplificación en número de caras y vértices.

La reducción en el método de simplificación basado en QEM solo se puede garantizar en el número de caras puesto que los vértices resultantes son dependientes de las caras finalmente formadas, en este punto se ve la primera diferencia entre los dos métodos, el número de vértices es menor para el método de remallado propuesto esto debido a que se utilizan polígonos para la formación de las caras y vértices requeridos para la simplificación son menos. En las siguientes Figuras se muestran los resultados de la simplificación donde en cada figura se tienen las imágenes del modelo inicial, simplificación QEM y remallado propuesto, consecutivamente.

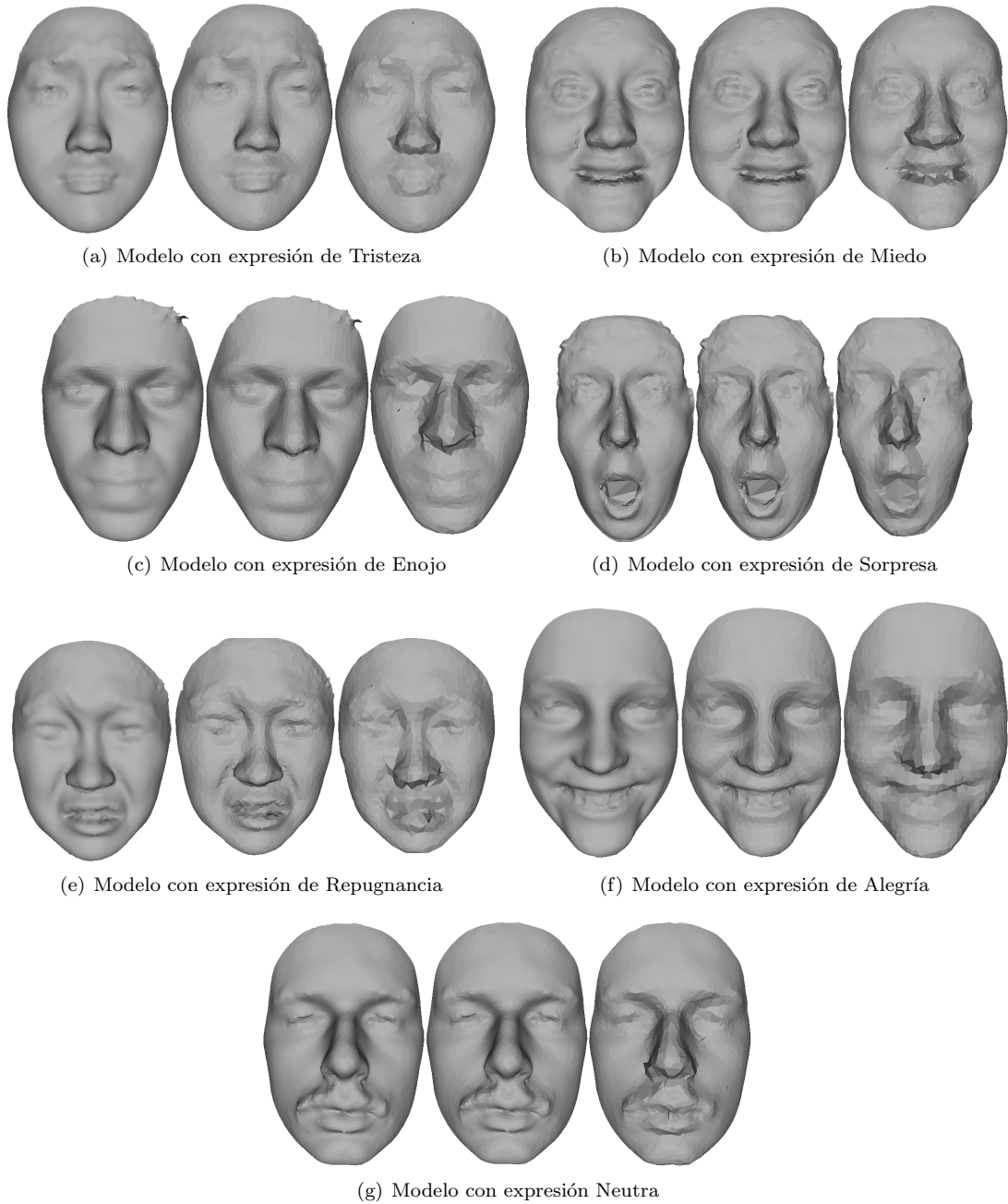


Figura 5.21: Comparación mallas simplificadas.

Al realizar la primera valoración cualitativa se aprecia que la técnica de QEM entrega malla más suaves y ajustadas al modelo original.

Con el fin de visualizar de una forma más gráfica la comparación se realizó la visualización de la validación de calidad, utilizando la métrica de Hausdorff entre el modelos inicial y el modelo simplificado en las dos técnicas.

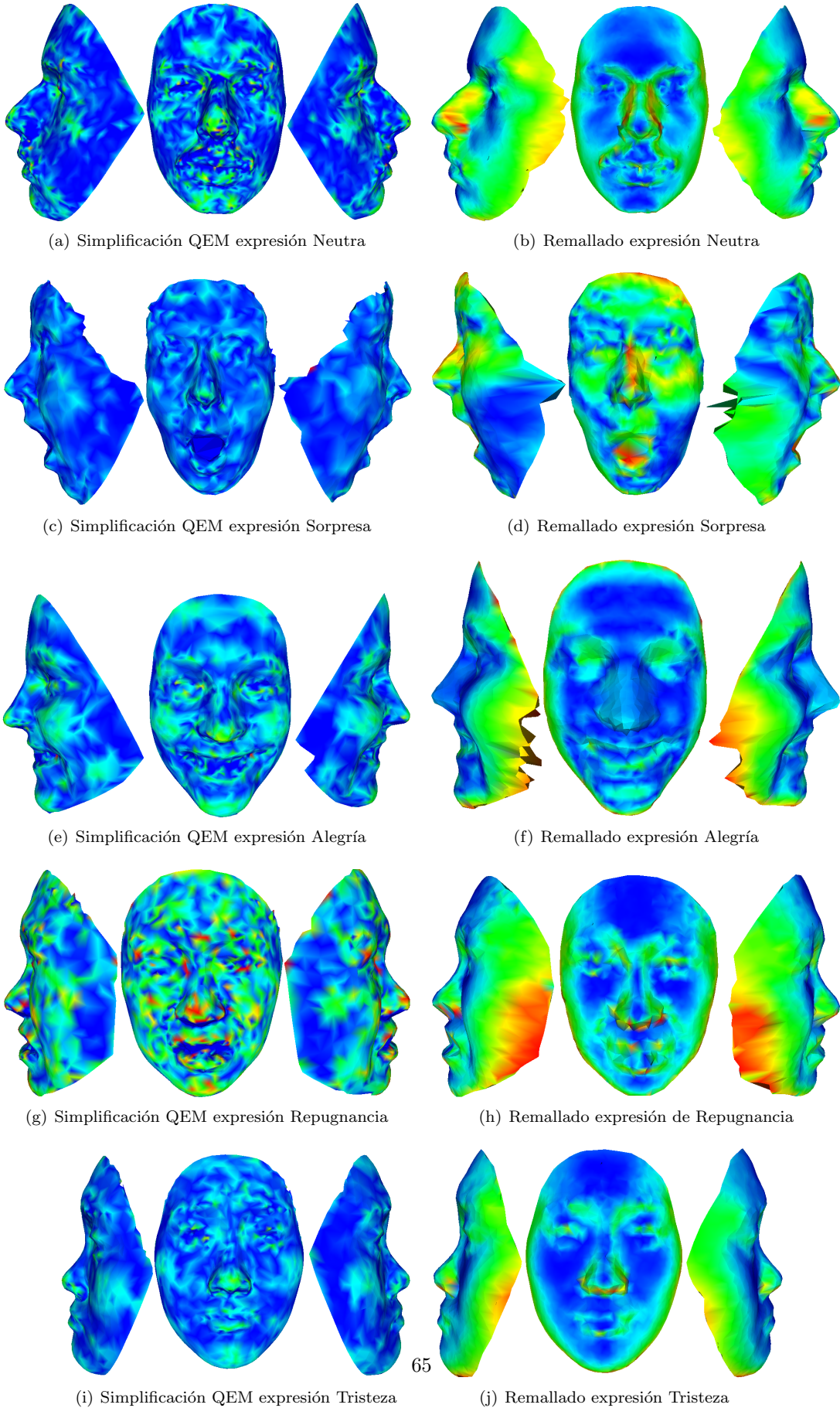


Figura 5.22: Visualización de la Comparación mallas simplificadas

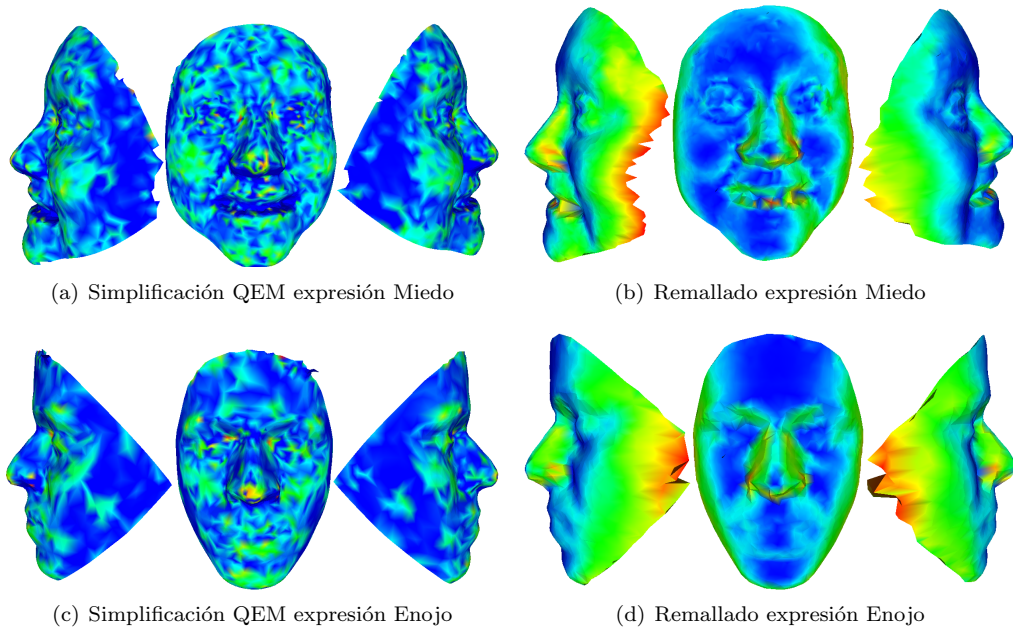


Figura 5.23: Visualización de la Comparación mallas simplificadas

En las Figuras(5.22,5.23) se muestran los resultados donde se evidencia que a pesar de que el ajuste en general al modelo inicial es de mayor calidad utilizando la simplificación QEM, el remallado poligonal tienen ajustes más uniformes en las zonas de relevancia antropométrica como se muestra en la Figura(5.24), esto probablemente se debe a que el remallado propuesto tiene como guía para su generación la curvatura propia del modelo, por lo cual es razonable que sean suaves los cambios en estas zonas.

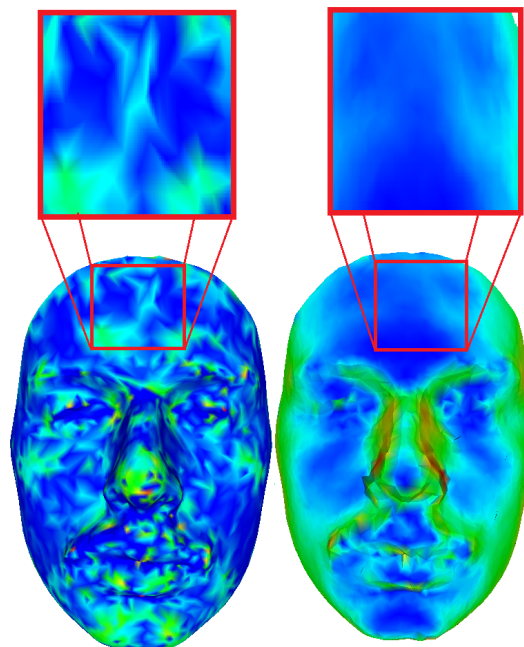


Figura 5.24: Comparación ajuste Simplificación QEM y Remallado

Discusión

Con el remallado poligonal anisotrópico se consiguió reducir la malla inicial conservando la forma de los modelos y mejorando la calidad de ajuste anatómico, tanto en modelos neutros, como para modelos con expresiones. Sin embargo, a la hora de evaluar la calidad del remallado, no es evidente la selección del criterio hasta definir una aplicación específica y evaluar la calidad con el rendimiento en dicha aplicación. Es importante destacar que por tener un elevado error de aproximación, no significa que la calidad del remallado es baja, esto puesto que para el caso de estudio, todos los vértices del remallado son diferentes a los vértices de la malla inicial y el ajuste requerido es sobre los sectores de relevancia anatómica, conservando así las características propias de cada rostro. La visualización de la diferencia por color, evidenció que el remallado tienen un ajuste bueno en las áreas de relevancia antropométrica, sin importar la expresión facial del modelo.

Capítulo 6

Conclusiones

Existen diferentes posibilidades para abordar el problema del remallado, por lo tanto es definitivo definir el objetivo principal antes de determinar cuál va a ser la técnica a utilizar, no solo para obtener el resultado, sino también para evaluar la técnica de verificación de la calidad de la malla resultante. En este trabajo se desarrolló una técnica de remallado, basada en la curvatura, orientada a modelos del rostro humano, con la que se logró reducir la malla inicial en más del 45 % (vértices y caras), conservando la información de forma relevante para los modelos del rostro, teniendo en cuenta la dinámica que los caracteriza cuando están sujetos a expresiones faciales.

Se evidenció que con esta técnica de remallado, se obtiene un mejor ajuste de los puntos generadores de la malla final a los puntos anatómicos de relevancia, tanto en rostros de expresión neutra como en modelos de rostros con las diferentes expresiones faciales. Con este resultado se comprueba que al realizar el remallado siguiendo la curvatura de la malla, no se pierden las características anatómicas a pesar de la reducción tanto en vértices como en caras.

Como resultado de la comparación de los puntos generadores y los puntos en zonas de relevancia anatómica se concluyó que la concentración de los puntos claves del remallado, no es significativamente mayor en las áreas consideradas anatómicamente relevantes, por lo tanto si se utilizan solo estos puntos para definir procesos como la segmentación de rostros o para la identificación de expresiones no son determinantes, debido a que no es sencilla la identificación de la zona del rostro en la que se encuentran.

A pesar de que en los puntos ubicados en las crestas y valles de las mallas, conocidos como umbilics, se espera encontrar una relevancia anatómica importante, se comprobó que no aportan información significativa a la hora de estudiar la anatomía del rostro y no son discriminantes en la caracterización anatómica de los modelos.

La técnica propuesta en este documento no puede modificar la densidad de las líneas de curvatura, siempre genera el máximo número de líneas posibles, lo que dificulta procesos en los cuales se quiera cambiar la densidad de los puntos clave del remallado para lograr generar mallas con menos puntos y menos caras. Este problema se puede mitigar, modificando la densidad la cuadrícula creada para la última etapa del proceso, lo que se logra definiendo el número de cuadros en la malla, para cambiar el número de caras y vértices de la malla final resultante pero sin garantizar el ajuste anatómico puesto que la reducción de la cuadrícula no está orientada a mantener los puntos más relevantes anatómicos sino un submuestreo aleatorio de los puntos generadores de curvatura.

A la hora de evaluar la calidad del remallado, no es evidente la selección del criterio hasta definir una aplicación específica y evaluar la calidad con el rendimiento en dicha aplicación. Es importante destacar que por tener un elevado error de aproximación, no significa que la calidad del remallado es baja, esto puesto que para el caso de estudio, todos los vértices del remallado son diferentes a los vérti-

ces de la malla inicial y el ajuste requerido es sobre los sectores de relevancia anatómica, conservando así las características propias de cada rostro. La métrica de Hausdorff aportó más información de la similitud de formas que la que podría aportar una medida de distancia punto a punto, por esto se pudo evidenciar gráficamente (con la visualización de la diferencia por color), que el remallado tienen un ajuste bueno en las áreas de relevancia antropométrica, sin importar la expresión facial del modelo.

Al comparar la calidad del remallado con la técnica de simplificación basada en *Quadric Error Metrics* se evidenció que el método propuesto tiene una distribución uniforme de las caras resultantes con respecto a las características del rostro a pesar de que el ajuste de la simplificación fue mejor.

Bibliografía

- [1] Olivier Devillers Bruno Levy Pierre Alliez, David Cohen-Steiner and Mathieu Desbrun. Anisotropic polygonal remeshing. *ACM Transactions on Graphics*, 22:485493, 2003.
- [2] Gotsman C. Alliez P. Recent advances in compression of 3d meshes. 2003.
- [3] Simon Fuhrmann. Master thesis, curvature-adaptive and feature-sensitive isotropic surface remeshing. Technical report, Technische Universität Darmstadt, Germany, 2009.
- [4] Vitaly Surazhsky and Craig Gotsman. Explicit surface remeshing, 2003.
- [5] Marc Alexa. Merging polyhedral shapes with scattered features, 2000.
- [6] Vladislav Kraevoy and Alla Sheffer. Cross-parameterization and compatible remeshing of 3d models. *ACM Trans. Graph.*, 23, 2004.
- [7] Pierre Alliez, Mark Meyer, and Mathieu Desbrun. Interactive geometry remeshing. *ACM Trans. Graph.*, 2002.
- [8] Marco Attene, Bianca Falcidieno, Jarek Rossignac, and Michela Spagnuolo. Edge-sharpener: Recovering sharp features in triangulations of non-adaptively re-meshed surfaces, 2003.
- [9] David Cohen-steiner and Duke U. Variational shape approximation. *ACM Trans. Graph*, 23:905–914, 2004.
- [10] Mathieu Desbrun, Mark Meyer, and Pierre Alliez. Intrinsic parameterizations of surface meshes, 2002.
- [11] Takashi Maekawa. *Robust computational methods for shape interrogation*. PhD thesis, 1993. AAI0574184.
- [12] cgal-editorial board. Cgal open source project, cgal user and reference manual. Technical report, 2012.
- [13] Shalini Gupta · Mia K. Markey · Alan C. Bovik. Anthropometric 3d face recognition. © Springer Science+Business Media, LLC 2010, 20 May 2010.
- [14] Michael Garland and Paul S. Heckbert. Surface simplification using quadric error metrics, 1997.
- [15] Craig Gotsman Pierre Alliez, Giuliana Ucelli and Marco Attene. Recent advances in remeshing of surfaces. *Shape analysis and structuring, Mathematics and Visualization*, pages 53–82, 2008.
- [16] C. Gotsman P. Alliez, G. Ucelli and M. Attene. Recent advances in remeshing of surfaces. 2005.
- [17] Martin Marinov Leif. Direct anisotropic quad-dominant remeshing, 2004.
- [18] W. Sweldens and P. Schroeder. Digital geometry processing. 2001.
- [19] Paolo Cignoni, Claudio Rocchini, and Roberto Scopigno. Metro: measuring error on simplified surfaces. Technical report, 1996.

- [20] Goruntu Isleme Mudurugu Mikroelektron Turkey Yirci, Ulusoy. Regular remeshing of 3d human face models. 2009.
- [21] Housman Borouchaki, Frederic Hecht, Pascal, and J. Frey. Mesh gradation control. In *Int. J. Numer. Methods Eng*, pages 131–141, 1998.
- [22] Lijun Qu and Gary Meyer. Perceptually driven interactive geometry remeshing. In *In ACM I3D06*, 2006.
- [23] Tapas Kanungo, David M. Mount, Nathan S. Netanyahu, Christine D. Piatko, Ruth Silverman, and Angela Y. Wu. A local search approximation algorithm for k-means clustering, 2004.
- [24] G. Taubin. Estimating the tensor of curvature of a surface from a polyhedral approximation. In *IEEE Fifth International Conference on Computer Vision Proceedings*, 1995.
- [25] Cohen Steiner and J. M. Morvan. Restricted delaunay triangulations and normal cycle. *ACM Symp. on Computational Geometry.*, 2003.
- [26] Frederic Cazals Marc Pouget. Ridges and umbilics of a sampled smooth surface: a complete picture gearing toward topological coherence. *Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique*, 5294, Septembre 2004.
- [27] Frederic Cazals and Marc Pouget. Ridges and umbilics of a sampled smooth surface: a complete picture gearing toward topological coherence. 0 RR-5294, INRIA, 2004.
- [28] Olga Sorkine, Daniel Cohen-or, Rony Goldenthal, and Dani Lischinski. Bounded-distortion piecewise mesh parameterization. In *IEEE Visualization*, pages 355–362, 2002.
- [29] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery. Numerical recipes in c: The art of scientific computing, second edition, 1992.
- [30] Lijun Yin, Xiaozhou Wei, Yi Sun, Jun Wang, and Matthew J. Rosato. A 3d facial expression database for facial behavior research. In *Proc. IEEE Intl Conf. Face and Gesture Recognition*, pages 211–216, 2006.
- [31] R. W. Picard. Affective computing, 1995.
- [32] L. G. et al. Farkas. An attempt to define the attractive face: an anthropometric study. In *18th annual meeting of the American society for aesthetic plastic surgery, Boston.*, 1985.
- [33] L. Farkas. Anthropometric facial proportions in medicine, thomas books,, 1987.
- [34] Massimiliano Corsini, Elisa Drelie Gelasca, Touradj Ebrahimi, and Mauro Barni. Watermarked 3d mesh quality assessment.
- [35] Bozidar Radunovic. Convergence in hausdorff metric preserves geometric shape, 1996.
- [36] Daniel P. Huttenlocher, Gregory A. Klanderman, Gregory A. Kl, and William J. Rucklidge. Comparing images using the hausdorff distance. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15:850–863, 1993.