



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Control de formación de múltiples Vehículos Submarinos Autónomos empleando técnicas evolutivas

SANDRA MILENA GUZMÁN HERNÁNDEZ

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Bogotá, Colombia
2014

Control de formación de múltiples Vehículos Submarinos Autónomos empleando técnicas evolutivas

SANDRA MILENA GUZMÁN HERNÁNDEZ

Tesis de grado presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ingeniería - Automatización Industrial

Director:
Ph.D. EDUARDO ALIRIO MOJICA NAVA

Línea de Investigación:
Control y Robótica

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Bogotá, Colombia
2014

Dedicatoria

A Juan Nicolás y a Sebastián por ser la luz de mi camino.

Agradecimientos

A Dios por bendecirme.

A mi director Eduardo Alirio Mojica Nava por su apoyo incondicional en la realización de esta tesis.

A la Fundación Juan Pablo Gutiérrez Cáceres y a la Universidad Nacional de Colombia por el apoyo económico que me brindaron para poder cursar mi Maestría.

A mi familia por su paciencia durante todo este tiempo.

Resumen

Uno de los problemas típicos de coordinación en un sistema multi-agente integrado por Vehículos Submarinos Autónomos (AUVs por sus siglas en inglés) es el control de formación. Dentro de las posibles soluciones se encuentra la estructura de tipo líder - seguidor. Sus principales dificultades se presentan cuando se intenta seguir una formación geométrica o cuando se adicionan o disminuyen vehículos al sistema. Los mencionados problemas motivaron el desarrollo del presente documento en donde se da solución a estos inconvenientes.

Se realizó el modelamiento cinemático y dinámico y diseño de un controlador de posición basado en observadores GPI de un AUV. Se realizó un control de formación para múltiples AUVs. La propuesta consiste en tomar la respuesta de consenso (dinámica del replicador - mutador) y calcular la formación geométrica utilizando la matriz Laplaciana compleja. Las simulaciones describen las características del algoritmo de control que puede modificar su respuesta cambiando la mutación y el valor de las frecuencias de las estrategias.

Palabras clave: 1) Control de Formación, 2) Dinámica del replicador - mutador, 3) Sistemas multi-agente, 4) Vehículo Submarino Autónomo.

Abstract

The formation control for multi-agent system is a typical coordination problem for Autonomous Underwater Vehicles. A traditional method to make formation control for AUVs is the leader-follower structure. The main problems occur when vehicles are added and a geometric shape is maintained, because it causes an increase in the convergence time and generates potential collisions between vehicles.

This document describes the parameters for Autonomous Underwater Vehicle, kinematic and dynamic modelling, and design position controller based in GPI observers. The purpose of this thesis was in order to develop a multi-agent Formation Control for multiple Autonomous Underwater Vehicles. The algorithm is based on replicator-mutator dynamic learning and complex Laplacian. Simulations describe the characteristics of the formation control algorithm. The algorithm may modify consensus response by changing the mutation strength and the value of strategies frequency.

Keywords: 1) Formation Control, 2) Replicator-Mutator Dynamics, 3) Multiagent Systems, 4) Autonomous Underwater Vehicle.

Contenido

Resumen	v
Lista de figuras	viii
Lista de tablas	ix
Lista de símbolos	x
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	1
1.2. Contenido de la tesis	3
2. Control de formación de flotillas de Vehículos Submarinos Autónomos	4
2.1. Sistemas multiagente	4
2.1.1. Arquitecturas de los sistemas de control	5
2.1.2. Agentes	5
2.1.3. El proceso de aprendizaje en los sistemas multiagente	6
2.1.4. Coordinación entre agentes	6
2.1.5. Teoría de grafos en sistemas multiagente	7
2.2. Estrategias de formación para AUVs	10
2.2.1. Líder – seguidor	10
2.2.2. Potenciales artificiales	11
2.2.3. Cuerpos virtuales	11
2.2.4. Comparación de las estrategias de formación	12
2.3. Resumen	13
3. Modelo del Vehículo Submarino Autónomo	14
3.1. Diseño conceptual del vehículo	14
3.2. Modelamiento del Vehículo Submarino Autónomo	16
3.2.1. Modelamiento cinemático	16
3.2.2. Modelamiento dinámico	20
3.3. Control de posición del vehículo basado en observador proporcional-integral generalizado (GPI)	26
3.4. Resultados del controlador	29
3.5. Resumen	32

4. Control de formación del sistema multiagente	33
4.1. Descripción de los agentes	33
4.1.1. Agente líder	33
4.1.2. Agente seguidor	34
4.2. Consenso con teoría evolutiva	35
4.2.1. Dinámica del replicador - mutador	35
4.2.2. Ejemplo cálculo de consenso	38
4.3. Construcción de la formación con el Laplaciano complejo	40
4.3.1. Ejemplo cálculo del Laplaciano complejo	42
4.4. Control de formación con teoría evolutiva	45
4.4.1. Ejemplo del control de formación	49
4.5. Resumen	52
5. Análisis y simulaciones de los modelos	53
5.1. Análisis del control de formación con el Laplaciano complejo	53
5.2. Análisis del control de formación propuesto con técnicas evolutivas	57
5.3. Análisis adicionando agentes a la formación	60
5.4. Resumen	65
6. Conclusiones y trabajo futuro	66
6.1. Resumen	66
6.2. Conclusiones	66
6.3. Aportes originales y trabajos futuros	67
Bibliografía	68

Lista de figuras

2.1. Coordinación entre agentes.	7
2.2. Grafo.	9
3.1. Forma elipsoidal del AUV.	15
3.2. Sistema de referencia del AUV.	17
3.3. Lazo de control con observador GPI.	29
3.4. Simulación controlador con observador GPI eje x	30
3.5. Simulación controlador con observador GPI eje y	31
3.6. Simulación controlador con observador GPI ángulo ψ	31
3.7. Simulación seguimiento de trayectoria.	32
4.1. Formación compuesta por tres líderes y cuatro seguidores.	35
4.2. Topología con dos líderes y tres seguidores.	38
4.3. Respuesta de consenso con $\mu = 0,7$	39
4.4. Respuesta de consenso con $\mu = 1$	40
4.5. Formación para calcular el Laplaciano complejo.	43
4.6. Formación con dos co-líderes y dos seguidores.	47
4.7. Topología para control de formación.	49
4.8. Respuesta de consenso en formación geométrica.	51
4.9. Seguimiento de trayectoria con el control de formación.	52
5.1. Topología en el plano complejo.	54
5.2. Formación con Laplaciano complejo.	56
5.3. Seguimiento de trayectoria con Laplaciano complejo.	56
5.4. Resultado de consenso en la formación con seis agentes.	58
5.5. Resultado siguiendo una trayectoria en la formación con seis agentes.	59
5.6. Ejemplo 1. Seguimiento de una trayectoria no uniforme.	60
5.7. Ejemplo 2. Seguimiento de una trayectoria no uniforme.	60
5.8. Topología con ocho agentes	61
5.9. Resultado de consenso en la formación con ocho agentes.	64
5.10. Resultado siguiendo una trayectoria en la formación con ocho agentes.	64

Lista de tablas

- 2.1. Comparación de estrategias de formación. 12
- 3.1. Propulsores para cada grado de libertad. 15
- 3.2. Parámetros físicos. 16
- 3.3. Notación empleada en los grados de libertad. 17
- 3.4. Vectores de movimiento del AUV. Basada en [40]. 18

Lista de símbolos

Símbolo	Definición
a	Longitud de la elipsoide en el eje x
A	Matriz de Adyacencia
b	Longitud de la elipsoide en el eje y
b_{ij}	Pago del agente para pasar a la estrategia i a la j
B	Matriz de pagos
c	Longitud de la elipsoide en el eje z
$C(V)$	Matriz de Coriolis y centripeta del vehículo
C_A	Matriz de Coriolis y centripeta de la masa adjunta
C_{RB}	Matriz de Coriolis y centripeta del cuerpo rígido
d_{ij}	Grado del vértice ij
D	Matriz de grados
$D(V)$	Matriz de amortiguamiento hidrodinámico
E	Conjunto de aristas
e_x	Error característico
\tilde{e}_x	Estimación del error
f_i	Función fitness
f_B	Vector de fuerzas de flotabilidad
f_G	Vector de fuerzas de gravitación
G	Vector de gravedad del vehículo
I_0	Tensor de inercia del vehículo
$I_{3 \times 3}$	Matriz identidad de (3×3)
I_x	Momento de inercia alrededor del eje x
I_y	Momento de inercia alrededor del eje y
I_z	Momento de inercia alrededor del eje z
K	Torque aplicado al vehículo alrededor del eje x
L	Matriz Laplaciana
L_{ff}	Submatriz seguidor-seguidor de una matriz Laplaciana L
L_{lf}	Submatriz líder-seguidor de una matriz Laplaciana L
m	Masa del vehículo
M	Torque aplicado al vehículo alrededor del eje y
M	Matriz de masa e inercia del vehículo
M_A	Matriz de masa e inercia de la masa adjunta

Lista de símbolos

M_{RB}	Matriz de masa e inercia del cuerpo rígido
N	Torque aplicado al vehículo alrededor del eje z
N_i	Vecino entrante del conjunto del nodo i
p	Velocidad angular del vehículo alrededor del eje x
q	Velocidad angular del vehículo alrededor del eje y
r	Velocidad angular del vehículo alrededor del eje z
r_B	Vector de posición del centro de flotabilidad del vehículo
r_G	Vector de posición del centro de gravedad del vehículo
q_{ij}	Probabilidad de mutación de i a j
Q	Matriz de probabilidades de mutación
R_B	Centro de flotabilidad
R_G	Centro de masa/gravedad
S_i	Estrategia
u	Velocidad lineal del vehículo a lo largo del eje x
v	Velocidad lineal del vehículo a lo largo del eje y
v_i	Velocidad de control a la entrada de formación
v_1	Vector de velocidad lineal del vehículo
v_2	Vector de velocidad angular del vehículo
V	Vértices o Nodos
w	Velocidad lineal del vehículo a lo largo del eje z
w_{ij}	Peso del enlace i, j
W	Peso del vehículo
x	Posición a lo largo del eje x
x_B	Distancia a lo largo del eje x del origen del vehículo al centro de flotabilidad
x_1	Variable de estado
x_i	Frecuencia de la estrategia i
X	Fuerza aplicada al vehículo a lo largo del eje x
Y	Fuerza aplicada al vehículo a lo largo del eje y
y_B	Distancia a lo largo del eje y del origen del vehículo al centro de flotabilidad
Z	Fuerza aplicada al vehículo a lo largo del eje z
z_B	Distancia a lo largo del eje z del origen del vehículo al centro de flotabilidad
$0_{3 \times 3}$	Matriz de ceros de (3×3)
λ_n	Eigenvalor n
β	Ángulo de rotación
$\zeta(t)$	Perturbaciones del sistema
ξ	Vector de vértices complejos
$g(\eta)$	Vector de momentos gravitacionales y de flotabilidad
η	Vector de posición y orientación del vehículo
η_1	Vector de posición lineal del vehículo
η_2	Vector de posición angular del vehículo
ρ	Ángulo de rotación alrededor del eje x

Lista de símbolos

θ	Ángulo de rotación alrededor del eje y
ϕ	Ángulo de rotación alrededor del eje z
$T_1(\eta_2)$	Matriz de transformación de coordenadas generalizadas 1
$T_2(\eta_2)$	Matriz de transformación de coordenadas generalizadas 2
τ	Vector de fuerzas y momentos
τ_1	Vector de fuerzas
τ_2	Vector de momentos
μ	Coefficiente de mutación

1 Introducción

1.1. Planteamiento del problema

El control de formación en un sistema multi-agente es un problema de coordinación típico para vehículos submarinos autónomos (AUVs, por sus siglas en inglés), que se ha estudiado ampliamente en los últimos años. Un AUV se puede utilizar en diferentes aplicaciones entre las que se incluye la vigilancia y supervisión marina, detección de contaminantes, entre otros. Un método tradicional para hacer control de formación en los mencionados vehículos es la estructura líder-seguidor [1–3]. En dicha estructura, los agentes líderes cuentan con diferentes equipos de navegación, mientras que los agentes seguidores llevan equipos de una precisión relativamente baja.

En [1], se propone un algoritmo de formación tipo líder - seguidor basado en una función potencial artificial que evita colisiones entre los vehículos. Con dicho algoritmo, es difícil mantener una formación geométrica, ya que fue diseñado sólo para seguir un camino. El algoritmo propuesto en [2] mantiene una formación geométrica en uno, dos o tres dimensiones, sin ningún cambio en la ley de control. Además, se puede ampliar para incluir un gran número de vehículos. Sin embargo, el sistema de navegación limita el número máximo de vehículos en una formación. En [3], se estudia una estrategia que mantiene la formación triangular deseada. El líder puede ir a través de la ruta asignada y los seguidores se adaptan a su propio ritmo a lo largo de la distancia de la trayectoria del líder. Aunque, el sistema es inevaluable contra posibles colisiones dentro de la formación. En resumen, los principales problemas se producen cuando se añaden vehículos y se mantiene una forma geométrica, ya que provoca un aumento en el tiempo de convergencia y genera potenciales colisiones entre los vehículos. Una posible solución es garantizar que los vehículos lleguen a un acuerdo de su posición dentro de la formación geométrica, es decir, que los agentes lleguen a un consenso.

Diferentes técnicas y algoritmos han sido estudiados para resolver el problema de consenso en estructuras de tipo líder - seguidor [4–6]. En [4] se estudian los problemas de control de cooperación. El modelo puede ser utilizado para evaluar los efectos de los retardos de tiempo y las perturbaciones que puedan generarse. En [5] se propone un algoritmo que determina la velocidad de consenso de todo el grupo, mientras que los agentes siguen a un líder virtual. Por otra parte, el algoritmo de consenso considerado en [6] toma la velocidad del líder como invariante en el tiempo y las topologías son sin dirección. En conclusión, el

1 Introducción

consenso permite mejorar el tiempo de convergencia de los vehículo, aunque podría perderse la formación geométrica.

Teniendo en cuenta las mencionadas dificultades, se propone un nuevo método para resolver el problema del control de formación de un sistema multi-agente con estructura líder - seguidor a partir del consenso con el fin de modificar el tiempo de convergencia. El enfoque se basa en la dinámica del replicador-mutador, que describe el estado de los agentes en un sistema multi-agente. El sistema se modela como un dígrafo, donde los agentes están representados por los nodos y los bordes simbolizan la infraestructura de comunicación. El algoritmo se puede utilizar para dirigir la formación y llegar a un consenso asegurando un tiempo de convergencia más rápido en una formación líder-seguidor. Además, permite evitar posibles colisiones entre los seguidores, puede incluir diferentes números de agentes sin modificar la ley de control y facilita cualquier formación geométrica.

Ahora bien, como el algoritmo propuesto no considera las perturbaciones del medio, ni garantiza la posición en el espacio para el vehículo/agente, se proponen unos parámetros generales para un AUV. Para luego modelarlo y diseñarle un control de posición que tiene en cuenta tanto el modelo dinámico del vehículo como las perturbaciones que puedan generarse en el medio.

Por lo tanto, el objetivo principal del presente trabajo es diseñar un control de formación para múltiples Vehículos Submarinos Autónomos. La tesis se articula en dos contribuciones principales:

- Un control de posición para un Vehículo Submarino Autónomo que rechaza las perturbaciones del medio y tiene en cuenta el modelo dinámico.
- Un control de formación de tipo líder - seguidor que permite mantener una geometría específica durante una trayectoria, garantiza que los vehículos no se choquen y admite cualquier número de vehículos sin cambiar la ley de control.

En el desarrollo de la tesis se llevaron a cabo los siguientes pasos:

1. Revisión bibliográfica de los métodos de control de formación de flotillas de vehículos submarinos autónomos y de los sistemas multi-agente empleados en medios acuáticos.
2. Desarrollo de un control de posición para un vehículo submarino autónomo. El vehículo/agente es la base para realizar la formación del sistema multiagente.
3. Desarrollo de un control de formación líder-seguidor para múltiples vehículos submarinos autónomos basado en técnicas evolutivas.

4. Simulación del modelo en diferentes situaciones con el fin de analizar la respuesta de la formación geométrica realizando el seguimiento en diferentes trayectorias.

1.2. Contenido de la tesis

En el capítulo dos se presenta una revisión sobre el control de formación de flotillas de vehículos submarinos autónomos y el marco teórico sobre sistemas multiagente y grafos. El capítulo tres describe los parámetros físicos del vehículo submarino autónomo, luego se realiza el modelo cinemático y dinámico del agente y el control de posición empleando observadores GPI. El capítulo cuatro describe la construcción del modelo del control de formación del sistema multiagente, suposiciones y parámetros del modelo. El capítulo quinto presenta un análisis del modelo a través de simulaciones. Se compara con otra teoría y se presentan los resultados para el control de formación de los vehículos durante una trayectoria determinada. Por último, en el capítulo sexto se presentan las conclusiones y se proponen trabajos futuros.

2 Control de formación de flotillas de Vehículos Submarinos Autónomos

Un grupo de multi-AUV proporciona flexibilidad, robustez y eficiencia más allá de lo posible con un solo AUV, además, permite estudiar grandes áreas oceánicas de una manera más rápida y económica [7]. La coordinación de los AUVs permite mejorar la exploración marina e incrementa los resultados de las diferentes aplicaciones bajo el agua [8].

Las flotillas de AUVs se construyen como sistemas distribuidos. Aunque, su diseño se convierte en un reto debido a que los AUVs tienen una capacidad de percepción y comunicación limitada. Además, el uso y la coordinación de múltiples vehículos tienden a aumentar la complejidad de las comunicaciones. Para mitigar los inconvenientes mencionados hasta cierto punto se emplean los sistemas multiagente [9]. En el capítulo se revisan algunas generalidades de los sistemas multi-agente. Se analizarán diferentes estrategias de formación empleadas en flotillas de AUVs y se realizará una comparación entre éstas.

2.1. Sistemas multiagente

Diferentes autores han sugerido la definición de un sistema multiagente (MAS por sus siglas en inglés), uno de ellos propone que están compuestos por elementos computacionales que poseen acción autónoma, y que son capaces de interactuar entre sí, no sólo para el intercambio de mensajes, sino también para un tipo más elaborado de comunicación que se asemeja a la actividad social (cooperación, coordinación, negociación, etc.) [10]. Puede definirse también como una estructura manipuladora distribuida que tiene varios agentes [11]. Sistemas que inicialmente se centraban en la estructuración organizativa y protocolos de negociación [12]. Sin embargo, la coordinación descentralizada de los MAS se ha convertido en un área activa de investigación y ha atraído mucho interés de diversas disciplinas, incluyendo el comportamiento animal, la teoría de control, la biofísica, ciencias sociales y ciencias de la computación [13].

La tecnología MAS con muchos tipos de robots submarinos tiene un amplio campo en futuras investigaciones bajo el agua. Por ejemplo, en campos como la investigación de contaminación de agua, control de la acuicultura, o la investigación de los arrecifes de coral [14,15]. A continuación se presenta la descripción de las características de un MAS y

se realiza la revisión de coordinación multi-agente para flotillas con AUVs.

2.1.1. Arquitecturas de los sistemas de control

Hay tres enfoques principales para la organización de la arquitectura del sistema de control. Arquitecturas deliberativas, arquitecturas de comportamiento, también conocidas como arquitecturas reactivas y las arquitecturas híbridas que son una combinación de las dos anteriores, minimizando sus limitaciones [16].

a Arquitecturas deliberativas

Las arquitecturas deliberativas se basan en el proceso de planificación. El proceso utiliza un modelo global que consiste en un conjunto de objetivos. A partir de los que se genera un plan y luego se ejecuta por el sistema de control. Dentro de las arquitecturas deliberativas existen dos subtipos: arquitecturas jerárquicas y centralizadas. Las jerárquicas toman las metas del modelo global y las dividen en sub-objetivos. Las centralizadas tienen una unidad de control central de todos los otros sistemas que actúa como un supervisor que coordina todas las acciones dentro del sistema [17].

b Arquitecturas reactivas

Las arquitecturas reactivas se desglosan de acuerdo con las conductas requeridas por el vehículo. Los comportamientos reaccionan de acuerdo con la situación detectada por el sistema de percepción. El comportamiento global del vehículo es la combinación de los comportamientos activos. Los comportamientos activos se basan en el principio de acción- reacción [16].

c Arquitecturas híbridas

Generalmente, las arquitecturas híbridas se dividen en tres capas distintas: la capa de deliberación para la planificación, la capa de control de ejecución para las instrucciones del vehículo y la capa funcional para el ingreso de datos [17].

2.1.2. Agentes

Un agente es un sistema informático, que tiene la capacidad de comportarse de forma automática con el fin de lograr un objetivo durante el proceso de diseño [11]. Wooldridge y Jennings [18] señalan que las propiedades de un agente son: autonomía, habilidad social, reactivo y proactivo. La autonomía permite que los agentes puedan realizar su propia toma de decisiones, y no tiene por qué cumplir con las órdenes y peticiones de otras entidades.

La habilidad social le permite interactuar con otros agentes a través de un lenguaje de comunicación. La reactividad le brinda al agente poder responder a las señales externas del entorno y finalmente, la proactividad le otorga al agente no tener que esperar órdenes o peticiones y poder iniciar acciones por su propia voluntad.

Los agentes también se pueden caracterizar por el hecho de ser benevolentes (cooperativos) o competitivos [19]. El conocimiento de la organización dicta la planificación involucrada en el desarrollo y la coordinación de actividades de cooperación [20]. Es así como dichos agentes pueden utilizar diferentes protocolos y formas de descubrimiento para la coordinación y la comunicación en sus interacciones [21].

2.1.3. El proceso de aprendizaje en los sistemas multiagente

Recientemente se ha investigado el aprendizaje en sistemas multiagente sobre todo como punto de unión entre el aprendizaje por refuerzo (RL por sus siglas en inglés) y la teoría de juegos. La teoría de juegos proporciona el marco adecuado para modelar las interacciones de los agentes, mientras que RL se utiliza para el aprendizaje [22]. El RL es un tipo de aprendizaje de máquina, en el que un agente de aprendizaje explora el comportamiento adecuado y lo ajusta a un entorno dinámico con el fin de maximizar la acumulación de recompensas [23].

2.1.4. Coordinación entre agentes

La coordinación es una propiedad de un sistema de agentes que realizan alguna actividad en un entorno compartido. El grado de coordinación es la medida en que evitan bloqueos, puntos muertos y mantienen de las condiciones de seguridad vigentes. Hay dos tipos de coordinación (cooperación o competencia) que dependen de si el agente es benévolo o competitivo, respectivamente [24].

Dentro de la competencia se encuentra la negociación, que es aquella en donde los agentes buscan su propio interés y negocian para maximizar su propia utilidad [25]. Así como en la cooperación está la planificación (ver Figura 2.1). La planificación entre agentes puede ser centralizada o distribuida [26]. En la última los agentes trabajan para encontrar una solución que incrementa su utilidad conjunta - la suma de las utilidades de todos los agentes implicados [25]. La distribuida ha tenido bastante investigación porque los sistemas multiagente son más cercanos a dicho tipo de planificación. Aunque la centralizada permite tener una visión global y brinda facilidad para desarrollar el proceso de aprendizaje [27].

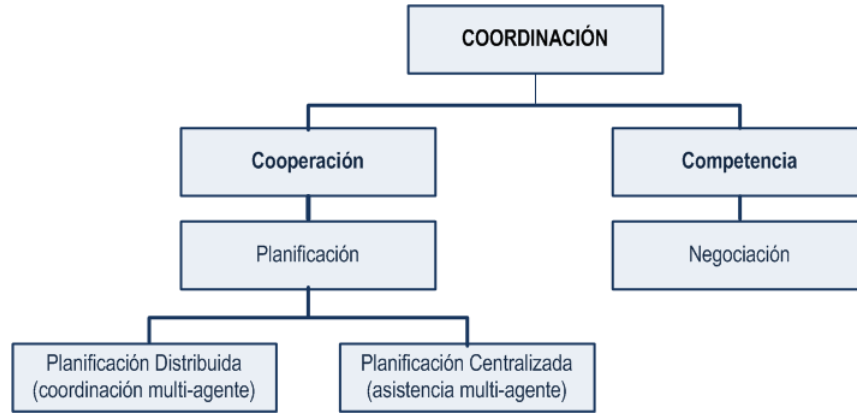


Figura 2.1: Coordinación entre agentes.

El planteamiento realizado por Dimopoulos y Moraitis [28] establece que en la planificación distribuida, los agentes tienen objetivos individuales (privados) que pueden lograr por sí solos. Los agentes pueden generar y ejecutar sus planes de forma independiente. Sin embargo, ya que operan en el mismo entorno, pueden surgir conflictos. Por lo tanto, tienen que coordinar su curso de acción con el fin de evitar interacciones perjudiciales (coordinación multiagente). En la planificación centralizada un agente puede pedirle a algún otro agente establecer condiciones previas de las acciones que aparecen en su plan (asistencia multiagente).

2.1.5. Teoría de grafos en sistemas multiagente

Un grafo puede representar gráficamente la formación e interacción de un sistema multiagente. Dado el interés del presente documento en esta sección se realizará una revisión teórica de la fundamentación de grafos. El grafo se define como $G = \{V, E\}$ en donde V es el conjunto de los vértices o nodos $V = \{V_1, \dots, V_n\}$ que corresponden a los n agentes del sistema. E corresponde al conjunto de aristas o arcos $E = \{(V_i V_j) \in V \times V\}$ que representan las comunicaciones entre los agentes. La arista es un par no ordenado (i, j) con $i \neq j$. El grafo puede ser dirigido o sin orientación. La orientación en la arista indica que el agente j envía un mensaje y que el agente i recibe la información. El grafo dirigido o dígrafo puede representarse por la matriz de adyacencia A definida como:

$$A_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{si } i=j \\ \omega_{ij}, & \text{si } i \neq j \end{cases}, \quad (2.1)$$

en donde ω_{ij} es el peso del enlace $(i, j) \in E$ ó 0 si los vértices no están conectados. En general, la matriz puede denotarse como:

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & w_{nn} \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

La matriz de grados $D = \{d_{ij}\}$ es una matriz diagonal de $n \times n$, cada elemento (i, i) de la diagonal es igual al grado del vértice i y se define como:

$$d_{ii} = \sum_{i \neq j} w_{ij}. \quad (2.3)$$

La matriz Laplaciana L de $n \times n$ se define como:

$$L_{ij} = \begin{cases} d_{ij}, & \text{si } i=j \\ w_{ij}, & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (2.4)$$

o

$$L = D - A. \quad (2.5)$$

La suma de una fila de la matriz Laplaciana es 0. Por lo tanto, L siempre tiene un eigenvalor cero que corresponde al eigenvector $1 = [1, \dots, 1]^T$ porque el eigenvector pertenece al espacio nulo del Laplaciano ($L1 = 0$). Si se normaliza cada fila de la matriz de adyacencia se obtiene la matriz de adyacencia normalizada que se define como:

$$\bar{A} = D^{-1}A. \quad (2.6)$$

La normalización de la matriz Laplaciana conlleva a que todos sus eigenvalores están en el intervalo $[0, 2]$ y el más pequeño es cero. Además, el grado de cada fila es uno y la matriz D es la identidad. La matriz Laplaciana normalizada se define como:

$$\bar{L} = D^{-1}L = I - \bar{A}. \quad (2.7)$$

Para un grafo dirigido y asociado a la matriz Laplaciana L se cumplen las siguientes propiedades:

- Si G es conectado y simétrico, L es simétrica y semidefinida positiva. Todos los eigenvalores son reales no negativos y pueden escribirse como:

$$0 = \lambda_1(L) < \lambda_2(L) \leq \dots \leq \lambda_n(L). \quad (2.8)$$

- Si G es un grafo fuertemente conectado con una matriz de adyacencia normalizada y una matriz Laplaciana normalizada:

$$\lambda(\bar{L}) = 1 - \lambda(\bar{A}). \quad (2.9)$$

En la siguiente subsección se presenta un ejemplo para calcular la matriz Laplaciana general y normalizada de un grafo.

Ejemplo cálculo matriz Laplaciana

Se toma como topología del grafo la presentada en la Figura 2.2. En ella se muestran cuatro nodos o vértices marcados con un número que lo identifica dentro del grafo. El grafo es dirigido es decir que las aristas marcan un sentido.

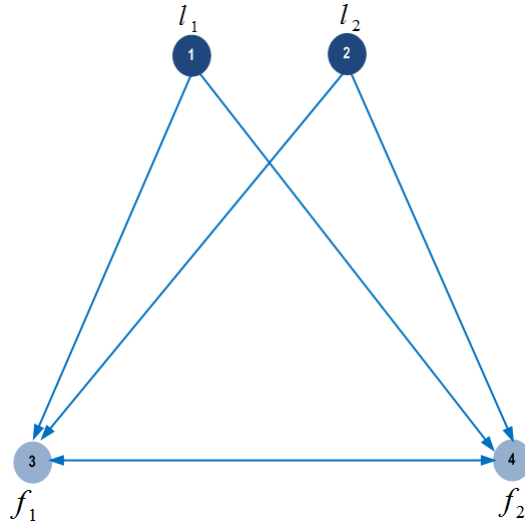


Figura 2.2: Grafo.

En el cálculo de la matriz Laplaciana en el nodo que recibe información se coloca -1 en la posición que confronta con el otro nodo. Por ejemplo, el nodo 3 recibe información de los nodos 1,2 y 4, entonces en las columnas 1,2 y 4 de la fila 3 se coloca -1. En la diagonal principal se ubica el grado de la fila es decir que si un nodo recibe información de tres nodos el grado es 3. De tal manera que la sumatoria de las filas debe ser cero. Los nodos 1 y 2 no reciben información de ningún otro nodo, entonces en todas las posiciones se coloca 0. La matriz Laplaciana resultante se presenta a continuación:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}. \tag{2.10}$$

El cálculo de la matriz Laplaciana normalizada sigue el mismo principio del cálculo de la matriz Laplaciana. Sin embargo, el grado de cada fila debe ser uno. Es decir que debe normalizarse el valor en los demás elementos que no correspondan a la diagonal principal. En el ejemplo anterior el resultado sería el siguiente:

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

2.2. Estrategias de formación para AUVs

Una forma fundamental de cooperación es realizar tareas manteniendo una formación geométrica. Existen diferentes enfoques de formación, entre otros se incluyen: formación líder- seguidor [29], potenciales artificiales y cuerpos virtuales [8]. El enfoque líder – seguidor se basa en el intercambio de datos entre dos vehículos (un líder y un seguidor) [30]. El vehículo líder está dotado con una variedad de equipos de navegación con alta precisión, mientras que el equipo del seguidor tiene una precisión relativamente baja.

Por otra parte, el enfoque potencial artificial es una estrategia general para la coordinación de traslación, rotación y dilatación de una gran variedad de vehículos para que pueda llevar a cabo una misión [8]. La perspectiva de cuerpos virtuales es un enfoque similar al de líder-seguidor solo que quien lidera es un cuerpo virtual. A continuación se resume el trabajo de algunos autores que utilizan dichas estrategias.

2.2.1. Líder – seguidor

El algoritmo presentado por Kumar et al. [31] formula que algunos AUV son elegidos como líderes (tienen conocimiento global de la trayectoria deseada) y otros vehículos se seleccionan como seguidores (sólo tienen capacidad sensorial para encontrar las posiciones de algunos vecinos sin ningún conocimiento global). Para mantenerse conectados, el grupo se acerca hacia el centro cuya posición se calcula aplicando el algoritmo de consenso con respecto a las posiciones del AUV vecino. El controlador se desarrolla utilizando funciones potenciales artificiales (APF por sus siglas en inglés). El algoritmo propuesto permite seguir la trayectoria y no genera colisión entre los vehículos. Fue implementado con cuatro vehículos.

Por otra parte, el algoritmo planteado por Edwards D.B. et al. [32] permite que cada vehículo siga una trayectoria específica y puede desplazarse generando una trayectoria circular o recta de acuerdo con su posición en la formación con respecto al líder. Permite la reconfiguración de la formación para compensar la pérdida de algún vehículo. Si se pierde toda la comunicación los vehículos trabajan independientemente y regresan a la trayectoria prescrita. El sistema de navegación adquiere la posición acústicamente a través de un LBL limitando el número máximo de vehículos en la formación.

Los autores Xiang X. et al. [3] plantean un algoritmo que elige un vehículo como un líder y otros vehículos como seguidores. Tanto el líder como los seguidores incorporan su propio camino para el seguimiento de las trayectorias asignadas. Luego, con base en la longitud de difusión generalizada a lo largo de la ruta el líder, se ajusta la velocidad del seguidor formando una línea que cumpla con algunas condiciones geométricas en forma de triángulo. La estrategia de control coordinado es bastante factible bajo severas limitaciones de comunicación acústica. Las velocidades de los seguidores pueden ser adaptadas en el nivel de control coordinado.

2.2.2. Potenciales artificiales

Con el fin de realizar la planificación de trayectoria, Barisci et al. [34] rediseñan su algoritmo en el que inicialmente planteaban utilizar el campo potencial de los obstáculos. Sin embargo, el desarrollo mostró una inestabilidad asintótica en la formación de los AUVs. Los vehículos navegaban libremente por un período prolongado con una determinada aceleración y se quedaban dando vueltas alrededor de un supuesto obstáculo cuando estaba lejos. Los autores cambiaron el método por el cual se ensambla la formación ralentizando al vehículo cuando entra en la zona de influencia y acelerando únicamente cuando haya dado la vuelta al obstáculo.

La propuesta de Yang Y. et al. [35] se basa en el enfoque extendido del campo potencial artificial. Los Campos potenciales artificiales que definen las fuerzas de control están contruidos para corresponder a un destino especial y una formación geométrica deseada. La formación extendida de los campos se puede considerar como un sistema multi-cuerpo con ramas cerradas. En el sistema, los vehículos están interconectados con una configuración derivada por las fuerzas potenciales.

El algoritmo presentado por Qiuling J y Li G. [36] controla eficazmente la formación de múltiples AUVs en un entorno incierto y hace efectiva la evasión de los obstáculos. El algoritmo se basó en la función de potencial de los obstáculos y las regiones en donde se detectó un impedimento se dividieron en varias partes con el fin de evitar que el radio de evasión fuese demasiado grande.

2.2.3. Cuerpos virtuales

El algoritmo abordado por Bian X. et al. [37] realiza una trayectoria coordinada con múltiples vehículos autónomos submarinos siguiendo una referencia virtual. Se utiliza la teoría de grafos para construir una compleja red de comunicación bajo el agua. El controlador está diseñado para ajustar la velocidad con el fin de lograr una formación deseada.

El esquema de control de formación que proponen Zhou Z. et al. [38] combina el enfoque líder-seguidor con una estructura virtual. Los AUVs se dividen en grupos de acuerdo con sus posiciones y los líderes de todos los grupos pueden realizar un seguimiento a sus trayectorias deseadas sobre la base de una estructura virtual. El algoritmo se basa en tiempo real y posiciona a los vehículos geoméricamente en línea recta o triangular sin errores. Para mitigar las limitaciones de comunicación bajo el agua, se dividen en grupos de acuerdo con su posición. El algoritmo fue implementado con tres vehículos.

En otro algoritmo presentado por Cui R. et al. [39] diseña un vehículo líder virtual de tal manera que la trayectoria del vehículo virtual converge a la trayectoria de referencia del seguidor. El diseño del controlador permite que el seguidor mantenga su posición con respecto al líder. Maneja incertidumbres hidrodinámicas y tiene en cuenta el tiempo de retardo en el control de formación.

2.2.4. Comparación de las estrategias de formación

Las estrategias resumidas en el numeral anterior se comparan en la Tabla 2.1 en donde se presenta una visión personal de acuerdo con los algoritmos, resultados y trabajos futuros descritos por los autores. Puede visualizarse que algunos de los enfoques dependen en gran medida del sistema de comunicación que se implemente en los vehículos. Ahora bien, teniendo en cuenta las limitaciones de las comunicaciones en el medio acuático (pérdidas, ancho de banda, fiabilidad, etc.) y que las estrategias fueron diseñadas para un número específico de vehículos, si se aumentará el número el intercambio de información entre los vehículos conllevaría a un diseño complejo en el protocolo de comunicación.

Tabla 2.1: Comparación de estrategias de formación.

Vehículo	Estrategia	Genera errores	Límite # vehículos	Dependiente comunicaciones	Apto ambientes dinámicos	Tipo vehículos	Publicación
AUV [31]	Líder - seguidor	No	Si	Si	No	Homogéneos	2010
AUV [32]	Líder - seguidor	No	Si	Una parte	No	Homogéneos	2004
AUV [33]	Líder - seguidor	No	Si	Una parte	No	Heterogéneos	2010
AUV [34]	Potencial artificial	Si	Si	No	Si	Homogéneos	2009
AUV [35]	Potencial artificial	No	No	No	Si	Homogéneos	2010
AUV [36]	Potencial artificial	No	Si	No	Si	Homogéneos	2007
AUV [37]	Cuerpos virtuales	No	Si	Una parte	No	Homogéneos	2011
AUV [38]	Cuerpos virtuales	Si	Si	No	No	Homogéneos	2012
AUV [39]	Cuerpos virtuales	Si	Si	Si	No	Homogéneos	2009

Por otra parte, los enfoques contemplan el conocimiento total de la estructura con la que se diseñó el AUV y las estrategias se elaboraron centradas a un tipo específico de vehículos. Además, la mayoría se implementaron en áreas conocidas y no se desenvuelven en ambientes dinámicos y/o desconocidos. Dificultando la implementación de los algoritmos en vehículos heterogéneos y aumentando la complejidad del diseño de dichas estrategias si se modifica el entorno.

2.3. Resumen

En el capítulo se presentó el marco teórico que fundamenta el trabajo desarrollado en la tesis. Se realizó una reseña sobre las características y generalidades de los sistemas multi-agente y una breve revisión de tres tipos de control de formación de flotillas de AUVs. La revisión contempla la comparación de los modelos identificando limitaciones y fortalezas de cada uno. En el siguiente capítulo se presentan los parámetros físicos del vehículo, el modelamiento cinemático y dinámico y el control de posición del AUV. El vehículo se tomará como la base del sistema multiagente.

3 Modelo del Vehículo Submarino Autónomo

El modelo del vehículo contempla las fases de diseño conceptual del vehículo, modelamiento cinemático y dinámico y desarrollo del controlador de posición. El vehículo propuesto se utilizará como base para el control de formación multiagente que se plantea en el presente documento. En el capítulo se desarrollará el modelo del vehículo detallando cada una de las fases mencionadas anteriormente.

3.1. Diseño conceptual del vehículo

El diseño conceptual consiste en analizar el contexto de uso para evaluar el entorno, la tarea y las necesidades del usuario. Finalmente, se determinan las especificaciones técnicas. El objetivo de realizar lo anterior es acotar las variables bajo las que trabajará el vehículo y garantizar que su diseño y posterior implementación cumpla con todos los requerimientos establecidos inicialmente. Dado que el principal objetivo es diseñar un control de formación para múltiples vehículos submarinos autónomos, el diseño conceptual solo se limitará a determinar las características físicas del AUV para que sea factible a partir de unos posibles parámetros realizar el modelamiento cinemático y dinámico y posterior control de posición.

Las características del vehículo se determinan teniendo en cuenta el medio en donde se desenvuelve. En presencia de cargas perturbadoras el AUV debe tener capacidad de volver a su condición de equilibrio, entonces se considera que el centro de volumen está por encima del centro de masa. El vehículo debe tener la capacidad de realizar seis posibles movimientos: rotar en eje x (balanceo), en el eje y (cabeceo) y en el eje z (viraje); desplazarse en el eje x (longitudinal), en el eje y (transversal) y en el eje z (vertical). Por tal razón, se utiliza una configuración de seis propulsores con el fin de desacoplar los movimientos. Los cuales deben vencer las fuerzas de arrastre hidrodinámico para moverse de acuerdo con la velocidad estimada por el sistema de control. Se requieren dos propulsores traseros en posición longitudinal, dos propulsores transversales y dos propulsores en posición vertical. La síntesis del sistema de propulsión se presenta en la Tabla 3.1. Se considera un vehículo con forma elipsoide y con movilidad de seis grados de libertad.

A partir de la forma del vehículo se calculan los momentos de inercia [40] con densidad

Tabla 3.1: Propulsores para cada grado de libertad.

Grado de libertad	Propulsor empleado
Rotación en X	Transversal
Rotación en Y	Vertical
Rotación en Z	Trasero longitudinal
Desplazamiento en X	Trasero longitudinal
Desplazamiento en Y	Transversal
Desplazamiento en Z	Vertical

uniforme ρ , masa m y su longitud de ejes es $2a < 2b \leq 2c$ (ver Figura 3.1). Se toma como origen su centro de gravedad. En la Tabla 3.2 se presentan las características estimadas que fueron dadas arbitrariamente como parámetros físicos del AUV.

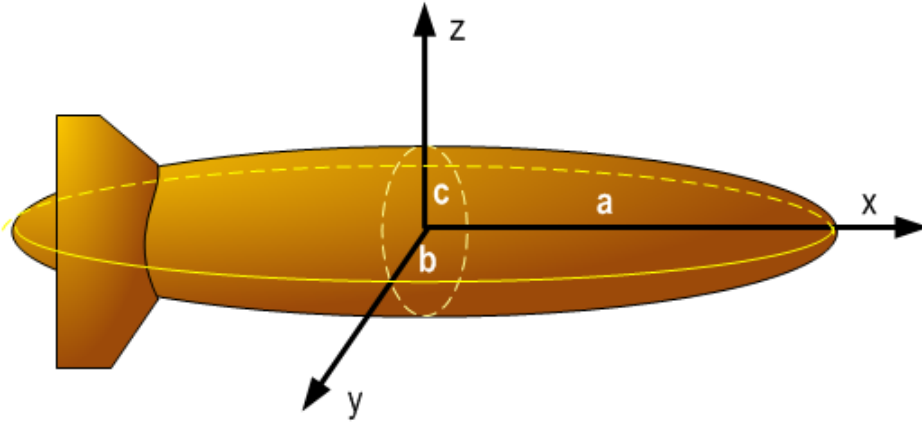


Figura 3.1: Forma elipsoidal del AUV.

$$I_x = \int_V (y^2 + z^2) \rho m dV = \frac{m}{5} (b^2 + c^2). \quad (3.1)$$

$$I_y = \int_V (x^2 + z^2) \rho m dV = \frac{m}{5} (a^2 + c^2). \quad (3.2)$$

$$I_z = \int_V (x^2 + y^2) \rho m dV = \frac{m}{5} (a^2 + b^2). \quad (3.3)$$

Tabla 3.2: Parámetros físicos.

Característica	Símbolo	Valor
Longitud en x de la elipsoide	a	900 mm
Longitud en y de la elipsoide	b	250 mm
Longitud en z de la elipsoide	c	250 mm
Masa	m	95 kg
Peso	W	931.95 N
Volumen	V	0.235 m ³
Centro de flotabilidad	R_B	[0, 0, mm] ^T
Centro de masa/gravedad	R_G	[0, 0, 0]
Momento de inercia	I_x	2.375 Kgm ²
Momento de inercia	I_y	16.57 Kgm ²
Momento de inercia	I_z	16.57 Kgm ²

Con los anteriores parámetros se determinará en la siguiente sección el modelamiento cinemático y dinámico del vehículo. Luego se diseñará un controlador de posición de tal manera que pueda garantizar que el vehículo llegue a la posición deseada y que atenue todas las perturbaciones del medio.

3.2. Modelamiento del Vehículo Submarino Autónomo

El modelamiento del AUV se divide en modelo cinemático y dinámico. El primero es el estudio del movimiento sin importar las fuerzas que lo generan. El segundo tiene en cuenta las fuerzas que influyen en el vehículo y las del medio que lo rodea. En este caso las generadas por el cuerpo rígido, las hidrodinámica y las hidrostáticas. A continuación se presentan dichos modelamientos para posteriormente con base en el resultado plantear el control de posición del vehículo. El modelo presentado está basado en el texto escrito por Fossen [41].

3.2.1. Modelamiento cinemático

a Sistema de coordenadas

El vehículo va a estar continuamente en movimiento. Por lo tanto, el sistema de coordenadas del AUV se realiza teniendo en cuenta un marco de referencia fijo y se coloca el sistema sobre el cual trabajará el vehículo (ver Figura 3.2). Se ha considerado que el AUV cuenta con seis grados de libertad. La notación que se empleó para señalar los

movimientos tanto de traslación como de rotación se presentan en la Tabla 3.3.

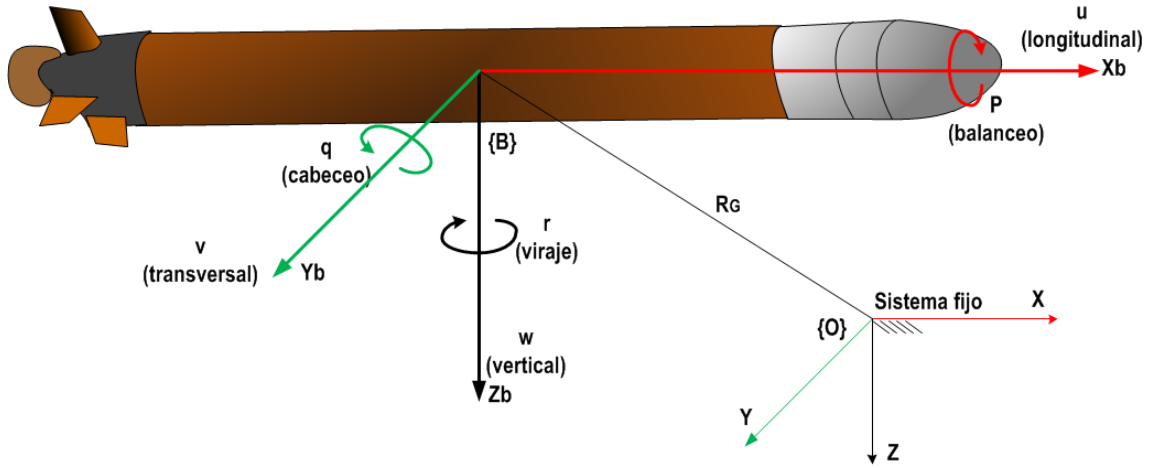


Figura 3.2: Sistema de referencia del AUV.

Tabla 3.3: Notación empleada en los grados de libertad.

Grado de libertad	Ángulo de Euler y posición	Velocidad angular y lineal	Momentos
Rotación en X (balanceo)	ϕ	p	K
Rotación en Y (cabeceo)	θ	q	M
Rotación en Z (viraje)	ψ	r	N
Desplazamiento en X (longitudinal)	x	u	X
Desplazamiento en Y (transversal)	y	v	Y
Desplazamiento en Z (vertical)	z	w	Z

b Relaciones cinemáticas

El movimiento del vehículo con seis grados de libertad se puede describir por los vectores que se enuncian en la Tabla 3.4, en donde se presentan los vectores que representarán la posición tanto de traslación como de rotación denotadas por η , las velocidades que se generan a partir de los movimientos (lineal y angular) expresadas por v y los momentos y fuerzas de cada uno señalados por τ , respectivamente.

Las relaciones cinemáticas se obtienen al realizar una rotación en el eje x (balanceo), luego en el eje y (cabeceo) y por último un giro en el eje z (viraje). La matriz de transformación de coordenadas generalizadas $T_1(\eta_2)$ resultante corresponde a la premultiplicación de las matrices de rotación de cada uno de los movimientos señalados anteriormente.

$$T_1(\eta_2) = R(z, \psi)R(y, \theta)R(x, \phi), \quad (3.4)$$

Tabla 3.4: Vectores de movimiento del AUV. Basada en [40].

Nombre del vector	Vector total	Vector lineal	Vector angular
Posición y orientación	$\eta = [\eta_1^T, \eta_2^T]^T$	$\eta_1 = [x, y, z]^T$	$\eta_2 = [\phi, \theta, \psi]^T$
Velocidades	$v = [v_1^T, v_2^T]^T$	$v_1 = [u, v, w]^T$	$v_2 = [p, q, r]^T$
Fuerzas y momentos	$\tau = [\tau_1^T, \tau_2^T]^T$	$\tau_1 = [X, Y, Z]^T$	$\tau_2 = [K, M, N]^T$

$$T_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

$$T_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$T_1(\eta_2) \triangleq \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

La transformación de la velocidad lineal en angular se denota por $\dot{\eta}$. A continuación se presentan las dos transformaciones empleadas en el modelamiento:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1(\eta_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T_2(\eta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

$$\dot{\eta}_1 = T_1(\eta_2)v_1. \quad (3.8)$$

$$\dot{\eta}_2 = T_2(\eta_2)v_2. \quad (3.9)$$

La velocidad angular corresponde a la suma de las tres componentes con respecto al sistema de referencia. A continuación se presenta el resultado obtenido:

$$v_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_{(x,\phi)}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_{(x,\phi)}^T R_{(y,\theta)}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} T_2^{-1}(\eta_2) \dot{\eta}_2. \quad (3.10)$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}.$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

A partir de la velocidad angular se puede obtener la matriz de transformación $T_2(\eta_2)$:

$$T_2^{-1}(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \Rightarrow T_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

c Restricciones de rotación

La rotación del vehículo queda sujeta a sus restricciones cinemáticas, es decir debe limitarse la rotación de cada uno de los ejes para no caer en singularidades. De acuerdo con los resultados de las matrices obtenidas se establecen las siguientes restricciones para cada uno de los ángulos de giro:

$$-\pi < \phi \leq \pi. \quad (3.13)$$

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}. \quad (3.14)$$

$$0 \leq \psi < 2\pi. \quad (3.15)$$

d Modelo cinemático resultante

Con los resultados obtenidos de las matrices de transformación se describen la orientación y velocidades lineales y angulares que llevará el vehículo. Se relacionan a continuación como modelo cinemático resultante:

$$\theta = -\arcsin(r_{31}). \quad (3.16)$$

$$\phi = -\arctan(r_{32}, r_{33}). \quad (3.17)$$

$$\psi = -\arctan(r_{21}, r_{11}). \quad (3.18)$$

$$\dot{x} = u(\cos \theta \cos \psi) + v(\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi) + w(\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi). \quad (3.19)$$

$$\dot{y} = u(\cos \theta \sin \psi) + v(\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) + w(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi). \quad (3.20)$$

$$\dot{z} = -u(\sin \theta) + v(\sin \phi \cos \theta) + w(\cos \phi \cos \theta). \quad (3.21)$$

$$\dot{\phi} = p + q(\sin \phi \tan \theta) + r(\cos \phi \tan \theta). \quad (3.22)$$

$$\dot{\theta} = q(\cos \phi) - r(\sin \phi). \quad (3.23)$$

$$\dot{\psi} = q \left(\frac{\sin \phi}{\cos \theta} \right) + r \left(\frac{\cos \phi}{\cos \theta} \right). \quad (3.24)$$

3.2.2. Modelamiento dinámico

a Modelo dinámico de un cuerpo rígido

El modelo dinámico permite determinar las fuerzas que actúan sobre el vehículo. El AUV puede modelarse como un cuerpo rígido. A continuación se muestra el resultado obtenido en [42] para un cuerpo rígido. La Ecuación 3.25 representa las fuerzas externas y la Ecuación 3.26 los momentos aplicados al sistema.

$$\underbrace{m\dot{v}_1 + m\dot{v}_2 \times r_G}_{\text{Inercia}} + \underbrace{mv_2 \times v_1 + mv_2 \times (v_2 \times r_G)}_{\text{Coriolis}} = \tau_1. \quad (3.25)$$

$$\underbrace{I_0\dot{v}_2 + mr_G \times \dot{v}_1}_{\text{Inercia}} + \underbrace{v_2 \times (I_0v_2) + mr_G \times (v_2 \times v_1)}_{\text{Coriolis}} = \tau_2, \quad (3.26)$$

donde v_1 , v_2 , τ_1 y τ_2 corresponden a los vectores enunciados en la Tabla 3.4, m es la masa del AUV; $r_G = [x_G, y_G, z_G]^T$ es el centro de gravedad del vehículo e I_0 es el tensor de inercia del cuerpo. El tensor de inercia se define por la matriz descrita como:

$$I_0 = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{zx} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

donde I_x, I_y, I_z son los momentos de inercia; $I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}, I_{yx}, I_{zy}$ e I_{xz} son los productos $I_{xy} = I_{yx}, I_{yz} = I_{zy}, I_{zx} = I_{xz}$.

b Formulación Newton – Euler

La fuerza que actúa sobre el actuador no es solo del movimiento de las moléculas del agua sino de la fuerza hidrodinámica externa. El vehículo está sometido a las fuerzas del medio que lo rodean. De tal manera que la forma general de la dinámica se escribe de la siguiente forma:

$$M\dot{V} + C(V)V + D(V)V + g(\eta) = \tau, \quad (3.28)$$

donde $M = M_{RB} + M_A$ es la matriz de inercia del cuerpo rígido (AUV) y de la masa añadida, respectivamente; $C(V) = C_{RB}(V) + C_A(V)$ es la matriz de Coriolis y la fuerza centrípeta del cuerpo rígido y de la masa añadida, respectivamente; $D(V)$ es la matriz de amortiguamiento viscoso; $g(\eta)$ es el vector de momentos gravitacionales y de flotabilidad o fuerza de restauración y τ es el vector de control de fuerzas y momentos de los actuadores. La forma general de la dinámica (Ecuación 3.28 se puede reescribir como:

$$\underbrace{M_{RB}\dot{V} + C_{RB}(V)V}_{\text{Términos del cuerpo rígido}} + \underbrace{M_A\dot{V} + C_A(V)V + D(V)V}_{\text{hidrodinámicos}} + \underbrace{g(\eta)}_{\text{e hidrostáticos}} = \tau. \quad (3.29)$$

c **Matriz de inercia del AUV**

A partir del resultado obtenido en el modelo dinámico de un cuerpo sólido se extraen los términos que corresponden a la matriz de inercia. A continuación se define la matriz con los elementos respectivos:

$$M_{RB}\dot{V} = \begin{bmatrix} m\dot{v}_1 + m\dot{v}_2 \times r_G \\ I_0\dot{v}_2 + mr_G \times \dot{v}_1 \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Teniendo en cuenta la definición de la matriz anti-simétrica:

$$S(r_G) = \begin{bmatrix} 0 & -z_G & y_G \\ z_G & 0 & -x_G \\ -y_G & x_G & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

$$r_G = \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Se reescribe la matriz de inercia del AUV como:

$$M_{RB}\dot{V} = \begin{bmatrix} mI_{3x3} & -mS(r_G) \\ mS(r_G) & I_0 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

El resultado final se presenta en la siguiente matriz:

$$M_{RB}\dot{V} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Considerando que el sistema tiene el centro de gravedad en el origen, es decir que $r_G = [x_G, y_G, z_G]^T = [0, 0, 0]^T$ y que hay simetría en todos los planos, se puede simplificar la matriz de inercia del AUV. En dicha matriz se conservan únicamente los valores de la diagonal principal. La matriz puede reescribirse de la siguiente manera:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} mI_{3x3} & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & \widehat{I}_0 \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

donde $\widehat{I}_0 = \text{diag}\{I_0\} \approx I_0$, entonces: $M_{RB} = \text{diag}\{m, m, m, I_x, I_y, I_z\}$.

d **Matriz de inercia de la masa añadida**

La masa añadida no es una cantidad de fluido para agregar al sistema sino que surge en el balance de fuerzas hidrodinámicas. De tal manera, que el líquido que rodea el cuerpo se acelera con el mismo y se requiere una fuerza para lograr el movimiento. Para mantener el equilibrio el fluido ejerce una fuerza de reacción que es igual en magnitud y opuesta en dirección. Entonces, la fuerza es la contribución de la masa añadida y tiene componentes en la matriz de inercia y en la matriz de Coriolis. La masa añadida está en función de la geometría de la superficie del cuerpo. En general, la fuerza hidrodinámica a lo largo de X_b debida a la aceleración lineal en la dirección X_b se define como:

$$X_A = -X_{\dot{u}}\dot{u}, \quad (3.36)$$

en donde $X_{\dot{u}} = \frac{\partial x}{\partial \dot{u}}$ De la misma manera se pueden definir los restantes 35 elementos de la matriz de masa añadida de la siguiente manera: $M_A = M_A^T > 0$,

$$M_A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cong - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}. \quad (3.37)$$

Considerando que el cuerpo esté completamente sumergido en el agua, que la velocidad es baja y que tiene tres planos de simetría comunes al vehículo. Los elementos fuera de la diagonal principal de la matriz de inercia definida positiva son mucho más pequeños que los homólogos de la diagonal. Por lo tanto, se puede considerar la simplificación de la matriz que corresponde a la diagonal principal y se expresa como:

$$M_A = \text{diag}\{X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}\}, \quad (3.38)$$

en donde $\{X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}\}$ dependen de la forma geométrica del vehículo. Para un AUV con forma elipsoidal y con semiejes $b = c$ y $a > b$ aplican las siguientes ecuaciones [40]:

$$X_{\dot{u}} = -\frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0}m. \quad (3.39)$$

$$Y_{\dot{v}} = Z_{\dot{w}} = -\frac{\beta_0}{2 - \beta_0}m. \quad (3.40)$$

$$K_{\dot{p}} = 0. \quad (3.41)$$

$$N_{\dot{r}} = M_{\dot{q}} = -\frac{1}{5} \frac{(b^2 - a^2)^2(\alpha_0 - \beta_0)}{2(b^2 - a^2) + (b^2 + a^2)(\beta_0 - \alpha_0)}m, \quad (3.42)$$

3 Modelo del Vehículo Submarino Autónomo

en donde $\alpha_0 - \beta_0$ son constantes que describen las proporciones relativas del elipsoide y dependen de la excentricidad de la sección elíptica del meridiano del vehículo, definida como $e^2 = 1 - (\frac{b}{a})^2$. Las constantes se definen como:

$$\alpha_0 = \frac{2(1 - e^2)}{e^3} \left(\frac{1}{2} \log \frac{1 + e}{1 - e} - e \right). \quad (3.43)$$

$$\beta_0 = \frac{1}{e^2} - \left(\frac{1 - e^2}{2e^3} \log \frac{1 + e}{1 - e} \right). \quad (3.44)$$

Con lo anterior la Matriz de masas e inercia total del vehículo quedaría expresada como:

$$M = \text{diag}\{m + X_{\dot{u}}, m + Y_{\dot{v}}, m + Z_{\dot{w}}, I_x + K_{\dot{p}}, I_y + M_{\dot{q}}, I_z + N_{\dot{r}}\}. \quad (3.45)$$

e Matriz de Coriolis y fuerza centrípeta del AUV

La fuerza de Coriolis actúa perpendicularmente a la dirección del movimiento y es proporcional a la velocidad y a la rotación del sistema de coordenadas. A partir del resultado obtenido en el modelo dinámico de un cuerpo sólido en las siguientes ecuaciones se extraen los términos que corresponden a la matriz de Coriolis y fuerza centrípeta. A continuación se define la matriz con los respectivos términos:

$$C_{RB}(V)V = \begin{bmatrix} mv_2 \times v_1 + mv_2 \times (v_2 \times r_G) \\ v_2 \times (I_0 v_2) + m r_G \times (v_2 \times v_1) \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

$$C_{RB}(V)V = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & m(y_G q + Z_G r) & -m(x_G q - w) & -m(x_G r + v) \\ 0 & 0 & 0 & -m(y_G p + w) & -m(z_G r + x_G p) & -m(y_G r - u) \\ 0 & 0 & 0 & -m(z_G q - v) & -m(x_G q + u) & m(x_G p + y_G q) \\ -m(y_G q + z_G r) & m(y_G p + w) & m(z_G - v) & 0 & -I_{yzq} - I_{zzp} - I_z r & I_{yzr} + I_{xyp} - I_y q \\ m(x_G q - w) & -m(z_G r + x_G p) & m(z_G q + u) & I_{yzq} + I_{xzp} - I_z r & 0 & -I_{xzz} - I_{xyq} + I_x p \\ m(x_G r + v) & m(y_G r - u) & -m(x_G p + y_G q) & -I_{yzr} - I_{xyp} + I_y q & I_{xzz} + I_{xyq} - I_x p & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.47)$$

Teniendo en cuenta las mismas consideraciones descritas en la matriz inercial. La matriz de Coriolis se puede simplificar como se presenta a continuación:

$$C_{RB}(V)V = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & -mw & mv & 0 & I_z r & -I_y q \\ mw & 0 & -mu & -I_z r & 0 & I_x p \\ -mv & mu & 0 & I_y q & -I_x p & 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -mS(v_1) \\ mS(v_1) & -S\{\widehat{I}_0 v_2\} \end{bmatrix}. \quad (3.48)$$

f Matriz de Coriolis y fuerza centrípeta de la masa añadida

La matriz de Coriolis de la masa añadida puede definirse como:

$$C_A(V)V = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -S(A_{11}v_1 + A_{12}v_2) \\ -S(A_{11}v_1 + A_{12}v_2) & -S(A_{21}v_1 + A_{22}v_2) \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

El resultado final se presenta en la siguiente matriz:

$$C_A(V)V = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.50)$$

en donde $a_1 = X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r$, $a_2 = X_{\dot{v}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r$, $a_3 = X_{\dot{w}}u + Y_{\dot{w}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r$, $b_1 = X_{\dot{p}}u + Y_{\dot{p}}v + Z_{\dot{p}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r$, $b_2 = X_{\dot{q}}u + Y_{\dot{q}}v + Z_{\dot{q}}w + K_{\dot{q}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r$, $b_3 = X_{\dot{r}}u + Y_{\dot{r}}v + Z_{\dot{r}}w + K_{\dot{r}}p + M_{\dot{r}}q + N_{\dot{r}}r$.

Teniendo en cuenta las mismas consideraciones descritas en la matriz inercial de la masa añadida. La matriz de Coriolis y fuerza centrípeta añadida se puede simplificar como se presenta a continuación:

$$C_A(V)V = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

g Matriz de amortiguamiento

Las fuerzas de amortiguamiento hidrodinámico se oponen a la dirección del movimiento del vehículo. Dicha matriz se compone de la fuerza de arrastre y elevación. Si se considera que el AUV lleva baja velocidad y tiene simetría, entonces las fuerzas de elevación lineales suelen ser muy pequeñas en comparación con las fuerzas de arrastre. Por lo tanto, se puede considerar que la matriz de amortiguamiento tiene la siguiente forma diagonal:

$$D_l(V) = -diag\{X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r\}. \quad (3.52)$$

$$D_q(V) = -diag\{X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, Z_{w|w}|w|, K_{p|p}|p|, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|\}. \quad (3.53)$$

$$D(V) = -diag\{X_u + X_{u|u}|u|, Y_v + Y_{v|v}|v|, Z_w + Z_{w|w}|w|, K_p + K_{p|p}|p|, M_q + M_{q|q}|q|, N_r + N_{r|r}|r|\}. \quad (3.54)$$

h Momentos gravitacionales y de flotabilidad o fuerza de restauración

El vector de fuerza gravitacional corresponde al peso del AUV se denota por $W = mg$ y el vector de fuerza de flotabilidad por $B = \rho gV$ en donde ρ es la densidad del fluido, g es la gravedad y V es el volumen de desplazamiento del vehículo. Los vectores se expresan con respecto al marco de referencia $\{O\}$ de la siguiente manera:

$$f_G^B = T_1(\eta_2)^{-1} \begin{bmatrix} W \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.55)$$

y

$$f_B^B = T_1(\eta_2)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -B \end{bmatrix}. \quad (3.56)$$

El vector $g(\eta)$ puede ser expresado por:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} f_B + f_G \\ r_B \times f_B + r_G \times f_G \end{bmatrix}, \quad (3.57)$$

en donde r_B es el centro de flotabilidad y r_G es el centro de gravedad. Ahora, debido a que $r_G = [0, 0, 0]$ entonces la matriz se simplifica a:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} f_B + f_G \\ r_B \times f_B \end{bmatrix}. \quad (3.58)$$

Definiendo $r_B = [X_B, Y_B, Z_B]$ y combinado con las anteriores ecuaciones el vector queda expresado como:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} (B - W) \sin \theta \\ -(B - W) \sin \phi \cos \theta \\ -(B - W) \cos \phi \cos \theta \\ B \cos \theta (z_B \sin \phi - y_B \cos \phi) \\ B(x_B \cos \phi \cos \theta + z_B \sin \theta) \\ -B(x_B \sin \phi \cos \theta + y_B \sin \theta) \end{bmatrix}. \quad (3.59)$$

El modelo dinámico presentado es la base para realizar el controlador de posición que tiene en cuenta el resultado del modelamiento y las perturbaciones del medio. En la siguiente sección se plantea el diseño y resultado de dicho controlador.

3.3. Control de posición del vehículo basado en observador proporcional-integral generalizado (GPI)

La matriz de amortiguamiento hidrodinámico (Ecuación 3.54) presentada en el modelamiento dinámico del vehículo no puede ser calculada directamente porque depende de las perturbaciones del medio. Recientemente, el control robusto basado en observador proporcional - integral generalizado (GPI) ha demostrado atenuar las perturbaciones [43, 44]. Por tal razón, se propone como modelo para poder realizar el control de posición del vehículo. Este tipo de control incorpora un modelo interno con un aproximación polinomial no lineal que depende de la señal de entrada de perturbación.

En adelante se asume que las perturbaciones se representarán por una señal. En general el modelo dinámico del vehículo se puede expresar de la siguiente manera:

$$M\dot{V} + \underbrace{C(V)V + D(V)V + g(\eta)}_{\zeta(t)} = \tau, \quad (3.60)$$

en donde la Matriz M de masa e inercia incluye la del vehículo y de la masa añadida (Ecuación 3.45), el término $\zeta(t)$ agrupa la matriz de Coriolis, de amortiguamiento, momentos gravitacionales y de flotabilidad y las posibles perturbaciones que pueden alterar el sistema por las características del medio en el que se desplaza. Se considera que los seis torques están desacoplados, que la matriz de inercia es invertible y que es de carácter dominante diagonal. El observador se diseña de la misma forma que el sistema original con una entrada adicional dependiente de la diferencia entre los valores reales y los valores estimados del vector de salida. Bajo dicho concepto la dinámica puede reescribirse como:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m + X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m + Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m + Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x + K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y + M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z + N_{\dot{r}} \end{bmatrix}}_M \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix}}_{\dot{V}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \\ \zeta_4 \\ \zeta_5 \\ \zeta_6 \end{bmatrix}}_{\zeta(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix}}_{\tau}, \quad (3.61)$$

de donde se obtiene:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{1}{m+X_{\dot{u}}} \tau_1 + \tilde{\zeta}_1(t) \\ \ddot{y} &= \frac{1}{m+Y_{\dot{v}}} \tau_2 + \tilde{\zeta}_2(t) \\ \ddot{z} &= \frac{1}{m+Z_{\dot{w}}} \tau_3 + \tilde{\zeta}_3(t) \\ \ddot{\phi} &= \frac{1}{I_x+K_{\dot{p}}} \tau_4 + \tilde{\zeta}_4(t) \\ \ddot{\theta} &= \frac{1}{I_y+M_{\dot{q}}} \tau_5 + \tilde{\zeta}_5(t) \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_z+N_{\dot{r}}} \tau_6 + \tilde{\zeta}_6(t) \end{aligned} \quad (3.62)$$

Se considera cada variable a controlar de posición lineal y angular (x, y, z, ϕ, θ y ψ) del modelo dinámico simplificado en la Ecuación 3.61 como lazos de control independientes. El modelo que se presenta a continuación aplica para el control de posición en el eje x y se convierte en la base para formular de una manera similar los demás lazos para todas las variables especificadas anteriormente.

Se seleccionan como variables de estado a la posición lineal (x), la velocidad lineal (\dot{x}) y la aceleración lineal (\ddot{x}). Con $x = x_1, \dot{x} = x_2$ y $\ddot{x} = x_3 = \tilde{\zeta}_1(t)$ se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \vdots \\ \dot{x}_{2+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m+X_u} \tau_1 + x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ \vdots \\ x_{3+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \frac{1}{m+X_u} \tau_1 + \tilde{\zeta}_1(t) \\ \tilde{\zeta}_1(t) \\ \ddot{\zeta}_1(t) \\ \vdots \\ \tilde{\zeta}_1(t)^{(m)} \end{bmatrix}, \quad (3.63)$$

en donde $x_i \in R(i = 1, 2, \dots, 2 + m)$ son los estados. Se desea que $\frac{d^m \tilde{\zeta}_1(t)}{dt^m} \approx 0$. A partir de esto se diseña el observador GPI y definiendo el error de estimación como $\tilde{e}_x = x_1 - \hat{x}_1$, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{2+m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_2 + \lambda_{1+m} \tilde{e}_x \\ \frac{1}{m+X_u} \tau_1 + \hat{x}_3 + \lambda_m \tilde{e}_x \\ \hat{x}_4 + \lambda_{m-1} \tilde{e}_x \\ \vdots \\ \lambda_0 \tilde{e}_x \end{bmatrix}, \quad (3.64)$$

en donde $\hat{x}_i (i = 1, 2, \dots, 2 + m)$ son las estimaciones de $\dot{x} (i = 1, 2, \dots, 2 + m)$ y $\lambda_i (i = 1 + m, m, \dots, 0)$ son los coeficientes o ganancias del observador. De lo anterior se deduce que:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 - \dot{\hat{x}}_1 &= x_2 - \hat{x}_2 - \lambda_{1+m} \tilde{e}_x \\ \tilde{e}_x + \lambda_{1+m} \tilde{e}_x &= x_2 - \hat{x}_2. \end{aligned} \quad (3.65)$$

La dinámica de 3.65 estaría dada por:

$$\begin{aligned} \ddot{\tilde{e}}_x + \lambda_{1+m} \dot{\tilde{e}}_x &= \dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}_2 \\ \ddot{\tilde{e}}_x + \lambda_{1+m} \dot{\tilde{e}}_x + \lambda_m \tilde{e}_x &= x_3 - \hat{x}_3, \end{aligned} \quad (3.66)$$

en general, $\tilde{e}_x^{(m+2)} + \lambda_{1+m} \tilde{e}_x^{(m+1)} + \dots + \lambda_1 \dot{\tilde{e}}_x + \lambda_0 \tilde{e}_x = (\tilde{\zeta}_1)^m$ cuya característica polinomial se puede escribir como:

$$\lambda(s) = s^{m+2} + \lambda_{1+m} s^{m+1} + \dots + \lambda_1 s + \lambda_0. \quad (3.67)$$

Los coeficientes de 3.67 se pueden calcular empleando el polinomio de Hurwitz dado por: $(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)^2(s + p)$. En general, el observador quedaría expresado de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \\ \dot{\hat{x}}_4 \\ \dot{\hat{x}}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_2 + \lambda_4 \tilde{e}_x \\ \frac{1}{m+X_u} \tau_1 + \hat{x}_3 + \lambda_3 \tilde{e}_x \\ \hat{x}_4 + \lambda_2 \tilde{e}_x \\ \hat{x}_5 + \lambda_1 \tilde{e}_x \\ \lambda_0 \tilde{e}_x \end{bmatrix}. \quad (3.68)$$

El cálculo de la señal de control τ_1 se realiza con las salidas $\hat{x} = \hat{x}_2$ y $\hat{\zeta} = \hat{x}_3$ del observador para producir una estimación de manera que se puede plantear como:

$$\tau_1 = (m + X_u)[(x^*)^{(2)} - k_1(\hat{x} - \dot{x}^*) - k_0(x - x^*) - \hat{\zeta}_1(t)], \quad (3.69)$$

en donde, x^* es la señal de referencia, k_1 y k_0 son las ganancias del controlador. El error de seguimiento está dado por $e_x = x - x^*$. Se reemplaza τ_1 de la Ecuación 3.69 en la Ecuación 3.62 para llegar a:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= (x^*)^{(2)} - k_1(\hat{x} - \dot{x}^*) - k_0(x - x^*) - \hat{\zeta}_1(t) + \tilde{\zeta}_1(t) \\ \ddot{x} - (x^*)^{(2)} + k_1(\hat{x} - \dot{x}^*) + k_0(x - x^*) &= -\hat{\zeta}_1(t) + \tilde{\zeta}_1(t). \\ \underbrace{\ddot{e}_x + k_1 \dot{e}_x + k_0 e_x}_{\text{Polinomio característico error}} &= \underbrace{\tilde{\zeta}_1(t) - \hat{\zeta}_1(t)}_{\text{Errores de estimación}} + \underbrace{f_{est.errores}} \end{aligned} \quad (3.70)$$

k_1 y k_0 pueden elegirse de una manera adecuada tal que las raíces del polinomio $s^2 + k_1 s + k_0$ se encuentren en el semiplano izquierdo del plano complejo.

El diagrama de bloques del lazo de control propuesto se muestra en la Figura 3.3. En el gráfico el bloque M representa los elementos de la diagonal principal de la matriz de masas e inercias del vehículo y M^{-1} corresponde a la inversa de la misma matriz. Los seis lazos de control tienen la misma forma. Es decir, que los coeficientes del polinomio $\lambda_{(s)}$ (ganancias del observador) son del mismo orden y en todos los lazos hay dos ganancias para el controlador (k_0 y k_1). Dado que los coeficientes son independientes de los parámetros del vehículo puede dejarse el mismo valor para todos los lazos.

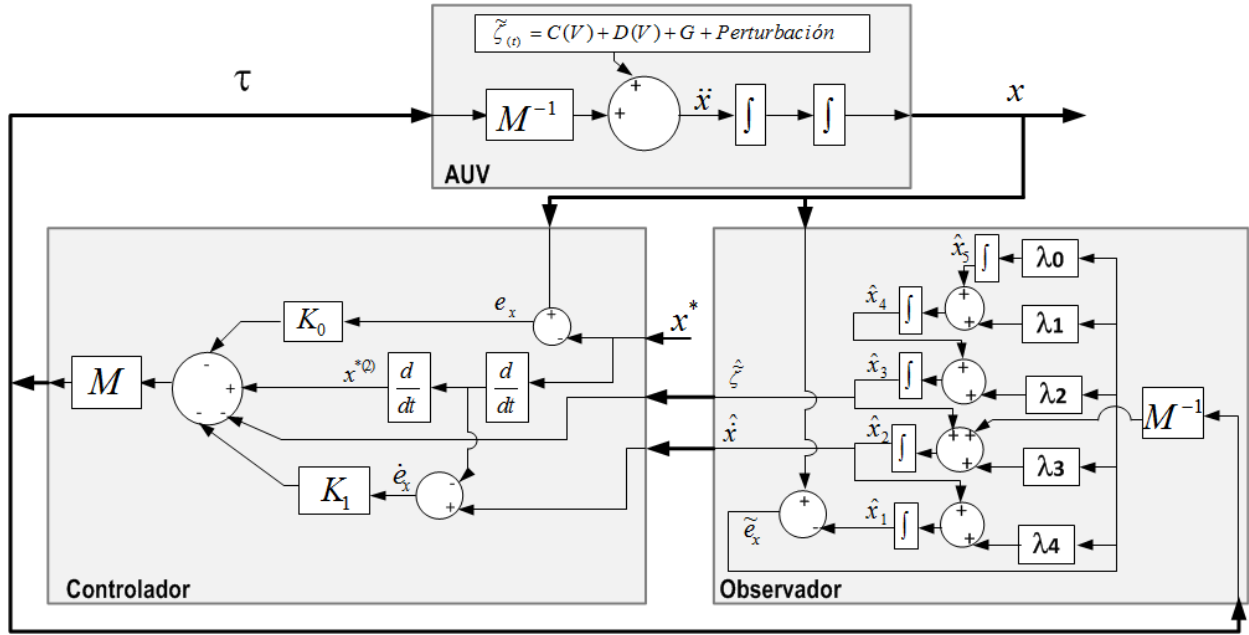


Figura 3.3: Lazo de control con observador GPI.

A continuación se presentan los resultados de la simulación del controlador. Teniendo en cuenta que la formación de los vehículos se realizará en el plano, entonces se evalúa la respuesta únicamente para tres lazos de control específicamente de las variables (x, y, ψ) .

3.4. Resultados del controlador

El controlador presentado en la Sección 3.3 se implementó en el software Matlab - Simulink. Se toma una señal $\tilde{\zeta}(t)$ que representa a las matrices de Coriolis, amortiguamiento hidrodinámico, gravedad y posibles perturbaciones del medio. Se realiza el seguimiento en una determinada trayectoria durante un tiempo específico.

Las ganancias del observador se calcularon con los resultados de los coeficientes del polinomio $(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)^2(s + p)$, los valores asignados fueron: $\xi = 1$, $\omega_n = 2$ y $p = 1$. Entonces, el resultado obtenido fue: $\lambda_0 = 9$, $\lambda_1 = 32$, $\lambda_2 = 56$, $\lambda_3 = 48$ y $\lambda_4 = 16$. La elección de k_1 y k_0 se realizó con el polinomio $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$ en donde $\xi = 2$ y $\omega_n = 3$ de tal manera que las raíces de $s^2 + k_1 s + k_0$ estuvieran en el semiplano izquierdo del plano complejo. El resultado obtenido es $k_1 = 12$ y $k_0 = 9$. Para los demás lazos de control se pueden tomar los mismos valores o encontrarse los coeficientes de los polinomios tal y como se realizó en este caso.

3 Modelo del Vehículo Submarino Autónomo

Los parámetros del vehículo (masa, inercia y dimensiones) se mencionaron al inicio del capítulo (ver Tabla 3.2). A partir de estos valores se reemplazan en la Ecuación 3.45 y se obtienen los datos de la matriz de masas e inercias M utilizada en el controlador. Es decir que para el controlador del eje x el resultado es $m + X_{\dot{u}} = 86Kg$. En el eje y se obtiene $m + Y_{\dot{v}} = 15,12Kg$ y para ángulo ψ el valor es $I_z + N_{\dot{r}} = 1,35Kgm^2$. Teniendo en cuenta que el movimiento del vehículo se va a realizar en el plano; la simulación se realizó únicamente para las tres variables mencionadas (x, y, ψ). De tal manera que el vehículo pueda hacer viraje (rotación en z), desplazamiento longitudinal (en x) y desplazamiento transversal (en y). Sin embargo, los demás controladores funcionan de la misma manera y podrían simularse aunque por no ser objeto de estudio no se realizaron.

El esquema general de la simulación corresponde al lazo de control presentado en la Figura 3.3. En el controlador de posición del eje x , la señal de referencia x^* es una senoide con amplitud de tres. La señal $\tilde{\zeta}_1(t)$ que reúne la perturbación y las demás matrices diferentes de la masa e inercia se simularon con una señal sinusoidal con amplitud de uno. La simulación se realizó en un tiempo de 25 segundos. Los resultados obtenidos se presentan en la Figura 3.4, en donde se muestra la señal de referencia y la señal de salida del controlador. Se observa que en menos de un segundo se estabiliza la posición. Por lo tanto, se puede establecer que la perturbación no afecta la posición deseada.

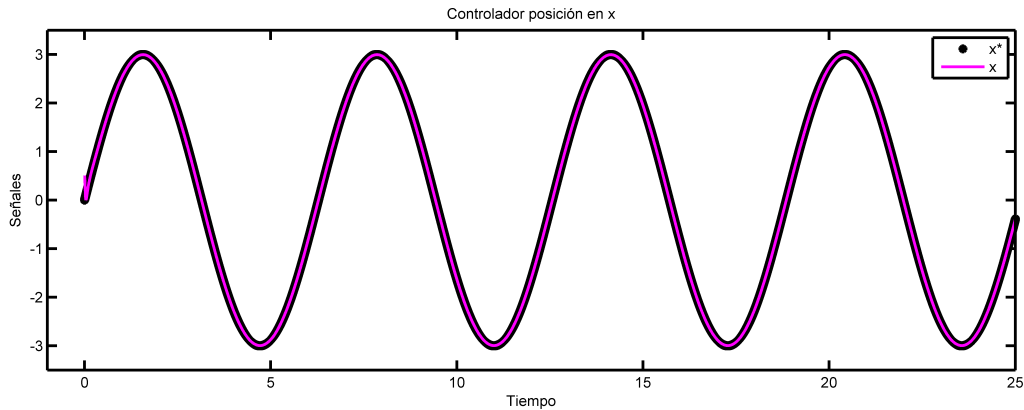


Figura 3.4: Simulación controlador con observador GPI eje x .

En la simulación del controlador de la posición del eje y , la señal de entrada y^* es una sinusoidal integrada con amplitud de tres y la señal de perturbación $\tilde{\zeta}_2(t)$ es una señal sinusoidal con amplitud de uno. El resultado se muestra en la Figura 3.5. Se observa que la perturbación es atenuada, que no tiene incidencia sobre la señal resultante en el modelo y que el controlador alcanza la posición en y deseada. El controlador proporciona una respuesta rápida y garantiza que se alcance el valor de referencia en menos de un segundo.

3 Modelo del Vehículo Submarino Autónomo

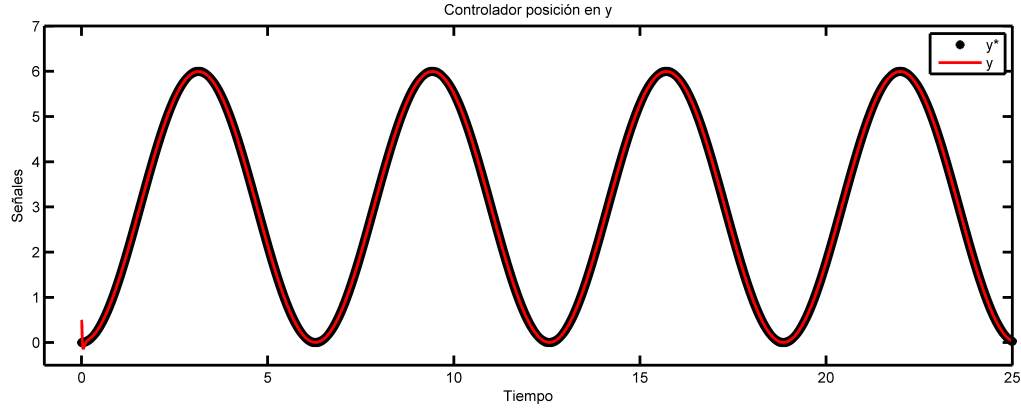


Figura 3.5: Simulación controlador con observador GPI eje y .

El controlador para el ángulo ψ se realizó con una señal de referencia ψ^* sinusoidal con amplitud de 3.5 y la perturbación $\tilde{\zeta}_3(t)$ es una señal sinusoidal de amplitud uno. La respuesta se puede observar en la Figura 3.6. Al igual que en las dos simulaciones anteriores es resultado es el deseado y no hay presencia de atenuaciones.

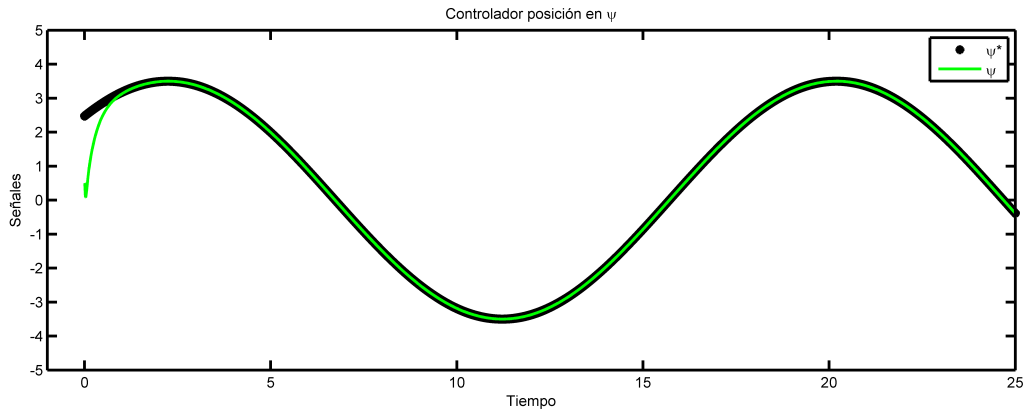


Figura 3.6: Simulación controlador con observador GPI ángulo ψ .

Finalmente, las respuestas obtenidas para las posiciones del eje x y y se graficaron y se obtiene el seguimiento a una trayectoria circular. En la Figura 3.7 se muestra la trayectoria que seguiría el vehículo. Allí se observa que iniciando el recorrido la señal de salida no sigue a la de referencia. Sin embargo, analizando las posiciones de x y y en menos de un segundo se logra la trayectoria deseada y por lo tanto la estabilidad del vehículo.

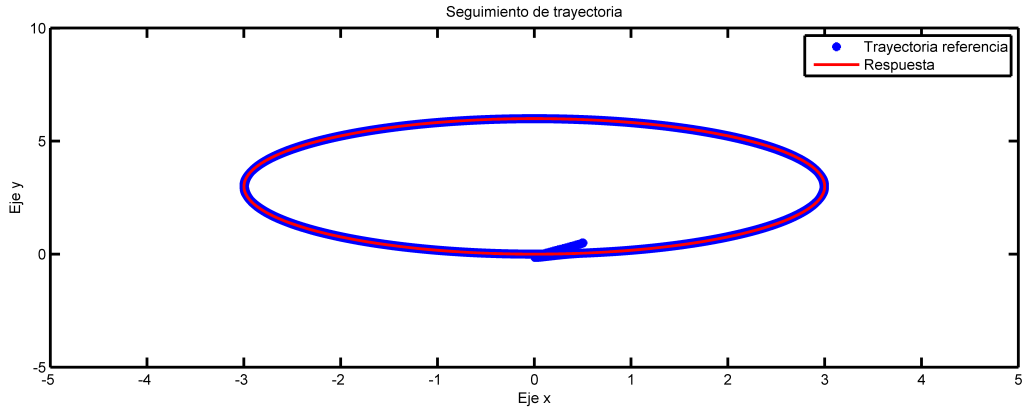


Figura 3.7: Simulación seguimiento de trayectoria.

De acuerdo con las observaciones el controlador rechaza en menos de un segundo las perturbaciones sin importar el tipo de señal que afecte el lazo de control. Teniendo en cuenta los resultados se determina que se puede controlar la posición del vehículo. Por lo tanto, el AUV y su controlador de posición propuesto en adelante se convierten en el agente base con el que se diseñará el control de formación.

3.5. Resumen

En el capítulo se plantearon unos parámetros físicos para un Vehículo Submarino Autónomo. Luego se realizó el modelamiento cinemático y dinámico y se propuso un control de posición con observadores GPI para el vehículo, que se toma como el agente para realizar el modelo del sistema multiagente conformado por múltiples AUVs. En el siguiente capítulo se presenta la propuesta de del control de formación.

4 Control de formación del sistema multiagente

En el capítulo se presenta la construcción detallada del modelo del control de formación del sistema multiagente que fue diseñado utilizando una teoría evolutiva como respuesta del protocolo de consenso y posteriormente se unifica con teoría de grafos específicamente con el Laplaciano complejo. El método se aplica a una formación líder – seguidor para múltiples AUVs.

El modelo será presentado en cuatro apartados: en el primero se realiza la descripción del agente líder y del seguidor como base del sistema multiagente. En el segundo se desarrolla el protocolo de consenso con teoría evolutiva concretamente con la dinámica del replicador-mutador. En el tercero se detalla la construcción de la formación empleando el Laplaciano complejo y en el cuarto se formula el modelo propuesto a partir de estas dos teorías.

4.1. Descripción de los agentes

El sistema multiagente está formado por múltiples AUVs. Es decir que un agente es un Vehículo Submarino Autónomo. El control de formación propuesto es del tipo líder - seguidor. Por lo tanto, hay dos clases de agentes uno que se comporta como líder y otro como seguidor. A continuación se realiza la descripción de los dos agentes.

4.1.1. Agente líder

El agente líder es uno de los vehículos que encabeza la formación y por lo tanto es el encargado de señalar la ruta por donde deba moverse el sistema. Se considera que es un vehículo que cuenta con un sistema de comunicación que puede enviar a los vehículos seguidores las coordenadas de su ubicación. La principal tarea del líder es dirigir la expedición, entonces se asume que posee un sistema de navegación y un sistema sensorial para determinar los posibles obstáculos dentro de una determinada trayectoria. El vehículo puede tener predeterminada una trayectoria a seguir o podría encontrarla autónomamente. Además, corresponde al vehículo modelado en el Capítulo 3, es decir que se asume que se puede controlar la posición del vehículo y que tanto la dinámica como las posibles perturbaciones

del medio se incluyeron en el control propuesto en ese capítulo.

Ahora bien, el sistema multiagente se modelará como un dígrafo que se define como $G = (V, E)$, en donde V corresponde a los vértices del grafo y que representa a un agente del sistema. E son las aristas que unen a los vértices y que se toma como el sistema de comunicación entre los agentes. Como se trata de un dígrafo la orientación de las aristas indica el sentido en el que se envía la comunicación. Por lo tanto, un agente líder no tendrá en el grafo una arista con una orientación hacia él porque el vehículo no se preocupa por la posición de sus seguidores, ni recibe información de ningún otro agente.

4.1.2. Agente seguidor

El agente seguidor corresponde al vehículo submarino autónomo encargado de cumplir la formación geométrica. Se asume que el vehículo tiene un sistema de comunicación que le permite recibir la información de la ubicación de los líderes y que además le brinda la capacidad de enviar las coordenadas de su posición a los demás vehículos seguidores. Al igual que el agente líder, el seguidor se representa como un vértice en el grafo y su sistema de comunicación será la arista y también corresponde al vehículo modelado en el Capítulo 3. La diferencia con el líder radica en el sistema de navegación y de comunicación.

Teniendo en cuenta la anterior descripción, el agente seguidor debe tener por lo menos una conexión que provenga de un vehículo líder y otra de un vehículo seguidor. Esto le permitirá mantener el estado relativo de su posición con respecto al líder y al seguidor con el que se comunique. Entonces el sistema de comunicación juega un papel importante dentro de la formación porque garantiza que puedan establecerse los parámetros para alcanzar la posición deseada por los agentes seguidores.

En la Figura 4.1 se presenta un dígrafo que representa una formación líder - seguidor. En él se denominan a los líderes como l_1, l_2 y l_3 y a los seguidores como f_1, f_2, f_3 y f_4 . En la figura se representa el sistema de comunicación con las aristas. Se observa que el primer seguidor recibe información de l_1, l_3 y f_2 y envía información hacia el agente f_2 . El segundo seguidor recibe comunicación desde l_2, f_1 y f_3 y envía datos hacia f_1 y f_3 . De la misma manera los otros agentes seguidores tienen representado su sistema de comunicación.

Los líderes tal y como se mencionó anteriormente no reciben información de ningún otro agente. El sistema de comunicación entre los seguidores permite que entre ellos se pueda establecer un intercambio de información. Es decir que el sistema les permite ponerse de acuerdo (consenso) para alcanzar la posición deseada.

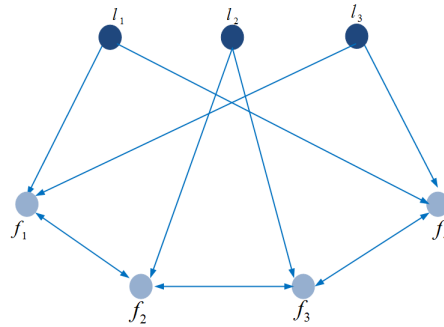


Figura 4.1: Formación compuesta por tres líderes y cuatro seguidores.

Por lo tanto, el consenso es el punto de partida del control de formación. En la propuesta los agentes líderes no participan aunque si determinan el punto a donde deben llegar los agentes seguidores. En la siguiente sección se presentará el consenso planteado a partir de una teoría evolutiva.

4.2. Consenso con teoría evolutiva

Se considera que el consenso es el acuerdo establecido entre los agentes para lograr una formación geométrica en donde el objetivo es alcanzar un estado de acuerdo mutuo entre los agentes. En otras palabras, el consenso determina si los agentes seguidores alcanzan la posición indicada por el líder. Los agentes líderes determinan la trayectoria y los agentes seguidores realizan la formación geométrica de la posición de los líderes. En la siguiente subsección se presenta el enfoque de consenso utilizando teoría de juegos evolutiva con la dinámica del replicador-mutador.

4.2.1. Dinámica del replicador - mutador

La dinámica del replicador fue propuesta en primer lugar por Taylor y Jonker en [45]. Ésta describe la evolución de las frecuencias de las estrategias en una población. Básicamente es una noción dinámica de estabilidad evolutiva bajo el supuesto de describir el sistema como continuo. Se puede ver como un mecanismo para modelar las actividades de una población cuyos individuos están en hábitats con diferentes condiciones. La dinámica del replicador se ha utilizado en diversos estudios, como en la biología [46], la economía [47], la teoría de juegos [48] y recientemente en aplicaciones de control [49].

En 2002, un importante estudio realizado por Page y Nowak [50] combinan la mutación con la dinámica del replicador. En el que se considera una frecuencia de selección y mutación que permite estudiar dos principios fundamentales que describen cómo las poblaciones

cambian con el tiempo. Consecuentemente, se propone modelar el consenso utilizando la dinámica del replicador - mutador.

La topología del sistemas multiagente propuesto se representa por un dígrafo y se establece que los agentes seguidores pueden modificar su posición sólo si el agente líder cambia la suya. El sistema multiagente se considera como una población evolutiva dinámica que se puede modelar como un juego evolutivo, donde los agentes son las estrategias. Entonces, se supone que una estrategia puede ser replicada o mutada. La replicación o la mutación dependen de la fuerza de mutación μ .

El parámetro de mutación μ representa la probabilidad de error en la replicación. Entonces, si $\mu = 0$ significa que es una réplica perfecta y si $\mu = 1$ es una mutación perfecta. Por lo tanto, si los agentes seguidores logran la formación geométrica deseada, entonces el parámetro de mutación y las estrategias utilizadas permitieron que haya un consenso. El control de formación propuesto reúne todas las probabilidades en una matriz llamada $Q = [q_{ij}]$ y sus entradas satisfacen la condición de $\sum_j q_{ij} = 1$. La probabilidad q_{ij} se puede escribir en términos del valor de la mutación, que viene dada por [51]:

$$\begin{aligned} q_{ij} &= \frac{\mu}{N-1}, & \text{para } i \neq j \\ q_{ij} &= 1 - \mu, & \text{para } i = j \end{aligned} \quad (4.1)$$

en donde, N son las distintas estrategias $S_i, i = 1, 2, \dots, N$. Cada estrategia tiene una frecuencia. Éstas pueden variar de 0 a 1, entonces $x_i \in [0, 1]$. Además, se debe cumplir que la suma de todas las frecuencias de las estrategias sea uno, es decir, que $\sum_{i=1}^N x_i = 1$. Entonces el vector de distribución de la población sería $x = [x_1, \dots, x_N]^T$.

Se supone que cada agente seguidor tiene la capacidad de medir el estado relativo de sus agentes vecinos. Por lo tanto, el consenso de cada uno está ligado a las frecuencias de las estrategias. Entonces, el valor influye en la estabilidad del sistema. Así que, el equilibrio se obtendría cuando las frecuencias empleadas por los seguidores sean iguales porque en el juego todos tendrían la misma probabilidad de ganar. Si se coloca alguna de las frecuencias mayor que las demás respetando que la sumatoria sea uno, el agente que corresponde a esa frecuencia muy posiblemente no llegaría al consenso porque él tendría una probabilidad más alta de ganar el juego. Dado que los líderes no reciben información de ningún agente sus frecuencias deben ser cero.

Otro factor importante a considerar en el modelamiento es la matriz de pagos llamada B que corresponde a los valores de cada posible confrontación y que tiene en cuenta los beneficios por ganar y los costos invertidos. Dicha matriz estaría dada por:

$$B = [b_{ij}] \in R^{N \times N}, \quad (4.2)$$

en donde b_{ij} es el costo por cambiar de la estrategia i a la estrategia j . Esos pagos deben ser positivos y todos los agentes deben maximizarlo de tal manera que garanticen el éxito cuando seleccionen una determinada estrategia. Se considera que la matriz de pagos está dada por la matriz Laplaciana normalizada de la formación líder - seguidor, es decir que cada nodo es una estrategia S_i y que el pago será nulo si no hay intercambio de información entre los agentes y tendrá un valor normalizado si existe comunicación (adyacencia) entre ellos.

Ahora, suponiendo que un agente selecciona una estrategia y encuentra otro agente que adopta otra estrategia. Entonces el pago total es una función de adaptación (en inglés fitness) que mide el éxito evolutivo y depende de la frecuencia de los otros comportamientos en la población. La evolución óptima de la formación resulta cuando hay un balance entre los beneficios y los costos, es decir que se maximice dicha función. La fitness F_i de los agentes con estrategia S_i está dada por [52]:

$$F_i = \sum_{k=1}^N b_{ik} x_k. \quad (4.3)$$

La función fitness total es $F = [F_1, \dots, F_n]^T$. Para los líderes la función debe ser cero porque ellos no reciben información de los seguidores y no tienen una frecuencia asociada. El promedio de la población se obtiene multiplicando la función total por el vector de las estrategias, entonces el promedio estaría dada por:

$$\phi = F^T x, \quad (4.4)$$

donde x es el estado o estrategia empleada y ϕ es el promedio de la adaptación. Una característica importante de la dinámica del replicador-mutador es que se alcanza un estado estable estacionario cuando las funciones fitness son todas iguales al promedio de la adaptación ϕ . Por último, la ecuación de la dinámica del replicador - mutador está dada por [50]:

$$\dot{x}_i = \sum_j^N x_j F_j(x) q_{ij} - x_i \phi, \quad (4.5)$$

La Ecuación diferencial 4.5 se soluciona y la respuesta es $g_i(x)$ que corresponde a la evolución de las estrategias. Teniendo en cuenta todas las características anteriores, el consenso propuesto se basa en la dinámica del replicador-mutador y puede evaluar el acuerdo entre los agentes con una determinada topología en un sistema multiagente. El modelo se utiliza con el fin de garantizar que los vehículos lleguen a una formación geométrica y que no choquen entre sí. A continuación se realiza un ejemplo para ilustrar cómo se emplearían las anteriores ecuaciones en una topología específica.

4.2.2. Ejemplo cálculo de consenso

La topología que se toma como ejemplo se presenta en la Figura 4.2. La formación está integrada por dos líderes y tres seguidores. El primer paso es determinar cuál sería el valor del parámetro de mutación para que haya o no consenso. Para el caso se asigna inicialmente $\mu = 0,7$ y luego de acuerdo con la respuesta se puede ir variando hasta conseguir que ocurra el consenso. La probabilidad de mutación estaría dada por:

$$\begin{aligned} q_{ij} &= \frac{\mu}{4}, & \text{para } i \neq j \\ q_{ij} &= 1 - \mu, & \text{para } i = j \end{aligned} \quad (4.6)$$

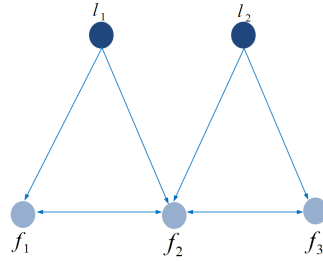


Figura 4.2: Topología con dos líderes y tres seguidores.

Enseguida se calcula la matriz de probabilidades de mutación Q que se escribe en función del parámetro μ y se deja dependiente de ese valor para que cuando cambie la matriz se modifique.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 - \mu & \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} \\ \frac{\mu}{4} & 1 - \mu & \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} \\ \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} & 1 - \mu & \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} \\ \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} & 1 - \mu & \frac{\mu}{4} \\ \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} & \frac{\mu}{4} & 1 - \mu \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

La estabilidad del sistema se plantea a partir del valor de las frecuencias de las estrategias x_i . De acuerdo con la propuesta deben normalizarse entre la cantidad de agentes seguidores. En el ejemplo son tres vehículos seguidores, entonces el vector estaría dado por:

$$x = [0 \quad 0 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}]. \quad (4.8)$$

Continuando con la propuesta se calcula la matriz Laplaciana normalizada que se obtuvo tal y como se describe en la Sección 2.1.5. El resultado corresponde a la matriz de pagos B . Es decir que el pago será nulo si no existe un enlace de comunicación entre los agentes.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

4 Control de formación del sistema multiagente

La función fitness de los agentes líderes es cero porque no reciben comunicación de otros agentes, es decir que su pago es nulo, entonces $F_1 = 0$ y $F_2 = 0$. En cuanto a los agentes seguidores la adaptación de cada uno quedaría expresada como sigue:

$$\begin{aligned} F_3 &= -\frac{1}{2}x_1 + x_3 - \frac{1}{2}x_4 = \frac{1}{6} \\ F_4 &= -\frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{4}x_3 + x_4 - \frac{1}{4}x_5 = \frac{1}{6} . \\ F_5 &= -\frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_4 + x_5 = \frac{1}{6} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Entonces el fitness total se expresa como:

$$F_T = [0 \quad 0 \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6}] . \quad (4.11)$$

El promedio de la población se obtiene multiplicando la traspuesta de la función fitness por el vector de estrategias. El resultado es $\phi = \frac{1}{18}$. Por último se realiza la solución a la siguiente ecuación diferencial para obtener la evolución de las estrategias en el tiempo.

$$\dot{x}_i = \sum_j^N x_j F_j(x) q_{ij} - x_i \phi. \quad (4.12)$$

El ejemplo se simuló con los valores anteriormente mencionados. El resultado se presenta en la Figura 4.3. Allí se puede observar que los vehículos seguidores no llegan al consenso aunque se acercan a $\frac{1}{18}$. La respuesta se debe al valor del parámetro de mutación.

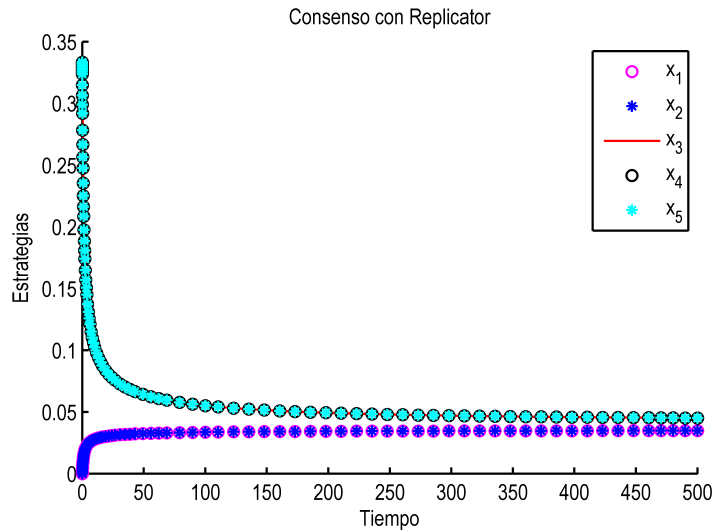


Figura 4.3: Respuesta de consenso con $\mu = 0,7$.

Si se cambiará el valor a $\mu = 1$ se modifica el consenso como se presenta en la Figura 4.4. Se muestra que los vehículos alcanzan el consenso en $\frac{1}{18}$ que corresponde al valor esperado.

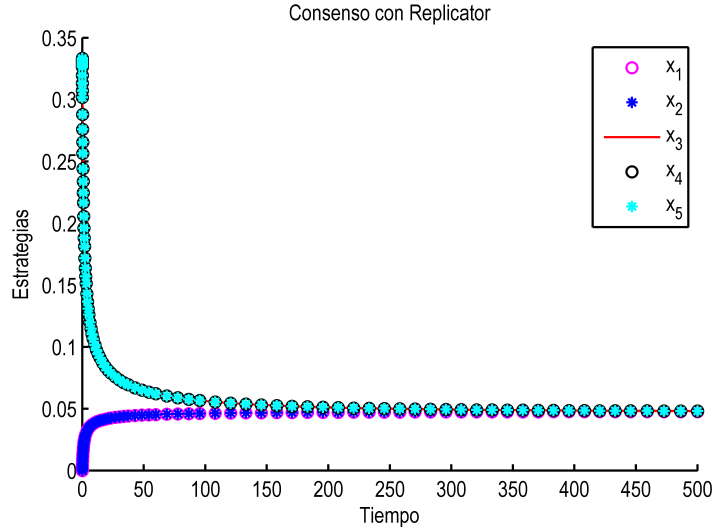


Figura 4.4: Respuesta de consenso con $\mu = 1$.

Teniendo en cuenta que el consenso puede manipularse a través de la variación del parámetro de mutación μ ; se propone tomar la respuesta y a partir de ella calcular la formación con el Laplaciano complejo. En el apartado siguiente se presenta la construcción de la formación utilizando dicha teoría.

4.3. Construcción de la formación con el Laplaciano complejo

La matriz Laplaciana de un grafo puede definir el grado y la adyacencia entre las conexiones de cada nodo. La formación planar con el Laplaciano complejo se realiza a partir del planteamiento formulado por Zhiyun L. et. al [53]. En donde se considera que la formación básica para n agentes se define como $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N]^T$ que especifica las coordenadas del sistema. En el modelo se asocia la matriz Laplaciana con pesos complejos que representan las conexiones del grafo de tal manera que $w_{ij} \in \mathbb{C}$ para cada borde (j, i) . La matriz se puede definir como:

$$Lc_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{si } i \neq j \text{ y } j \notin N_i \\ -w_{ij}, & \text{si } i \neq j \text{ y } j \in N_i \\ \sum_{j \in N_i} -w_{ij}, & \text{si } i = j \end{cases}, \quad (4.13)$$

en donde $N_i = \{j : (j, i) \in \varepsilon\}$ es el vecino entrante del conjunto del nodo i y w_{ij} es

el peso de la arista que une a i, j . La matriz Laplaciana compleja con una formación que estima N_l co-líderes y N_f agentes seguidores está dada de la siguiente forma:

$$L_c = \begin{bmatrix} 0_{(N_l \times N_l)} & 0_{(N_l \times N_f)} \\ L_{fl(N_f \times N_l)} & L_{ff(N_f \times N_f)} \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

en donde $0_{(N_l \times N_l)}$ es la submatriz de interacción entre líderes, $0_{(N_l \times N_f)}$ es la interacción entre el seguidor y el líder. Teniendo cuenta que entre los líderes no hay comunicación y que tampoco reciben información de los seguidores entonces todos los elementos de las dos submatrices son cero. $L_{fl(N_f \times N_l)}$ es la submatriz de interacción de los líderes hacia los seguidores y $L_{ff(N_f \times N_f)}$ es la submatriz de interacción entre los seguidores.

Si en la formación se determinarán dos co-líderes y que todos se conectarán con los seguidores, la submatriz $L_{fl(N_f \times N_l)}$ estará compuesta en su totalidad por elementos distintos de cero. Con n agentes en total la submatriz está dada por:

$$L_{lf} = \begin{bmatrix} -w_{31} & -w_{32} \\ -w_{41} & -w_{42} \\ \vdots & \vdots \\ -w_{n1} & -w_{n2} \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

En cuanto a la submatriz L_{ff} con dos co-líderes sería de orden $(n-2) \times (n-2)$ donde n es el número total de agentes. Cuando cada seguidor se conecta solo con otro seguidor, la matriz tiene dos elementos diferentes de cero por fila y se asume que cada seguidor se conecta con su predecesor. En caso de conectarse un seguidor con otros dos seguidores, la matriz tiene tres elementos diferentes de cero por fila y de igual manera se asume que el tercer seguidor se conecta con su predecesor. En general, cuando cada seguidor se conecta con todos los seguidores, en la matriz todos los elementos son distintos de cero y se representa como sigue:

$$L_{ff} = \begin{bmatrix} \alpha_{33} & -w_{34} & \cdots & \cdots & -w_{3n} \\ -w_{43} & \alpha_{44} & -w_{45} & \cdots & -w_{4n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -w_{n3} & \cdots & \cdots & -w_{n,n-1} & \alpha_{nn} \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

En la matriz Laplaciana compleja los pesos permiten establecer la formación geométrica y están dados por:

$$w_{ij} = k_{ij} e^{i\beta_{ij}}, \quad (4.17)$$

en donde $k_{ij} > 0$ y $\beta_{ij} \in [-\pi, \pi)$. La distancia entre los agentes se mantendrá a partir de la información que se especifique en la formación básica $\xi \in C$, además debe satisfacer

que $\xi_i \neq \xi_j$. Entonces los pesos se pueden elegir arbitrariamente para cada agente i como $w_{ij}, j \in N_i$, tal que se cumpla la siguiente regla de interacción:

$$\sum_{j \in N_i} w_{ij}(\xi_j - \xi_i) = 0. \quad (4.18)$$

Esta regla permite que se alcance una formación geométrica en toda la trayectoria. Ahora bien, en la formación los vehículos líderes pueden llevar una trayectoria definida o pueden determinar el camino autónomamente. En cuanto a los seguidores, en el primer momento pueden arrancar de una ubicación aleatoria. Las posiciones se denotan como:

$$z = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T \in C^n, \quad (4.19)$$

en donde n es el número total de agentes y C^n es un número complejo. Después de partir de la primera posición, los agentes seguidores determinan su ubicación solucionando la siguiente ecuación diferencial que corresponde a la velocidad de la formación:

$$\dot{z} = -L_c z, \quad (4.20)$$

en donde L_c es la matriz Laplaciana compleja y z es la posición anterior. El modelo puede ser controlado si se cumple que $L\xi = 0$ y que $\det(L_{ff}) \neq 0$. Entonces se requiere que los eigenvalores de la matriz de seguidores contengan valores reales positivos. Por tanto, debe encontrarse una matriz para equilibrar la formación. Se sugiere emplearse el teorema de Ballantine [54] que plantea calcular una matriz diagonal M_e de tal manera que los eigenvalores resultantes contengan valores reales positivos. La matriz M_e es del mismo orden de la matriz de seguidores y hace parte de una matriz D_e definida como:

$$D_e = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & M_e \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

Teniendo en cuenta las dificultades para controlar el modelo, se contempla únicamente deducir la matriz Laplaciana compleja y no se incluye el cálculo de las posiciones a donde llegarían los vehículos seguidores. Sin embargo, en el Capítulo 5 se comparará el control de formación propuesto con el modelo que resultaría aplicando el Laplaciano complejo. A manera de ilustración a continuación se realizará un ejemplo del cálculo de la matriz Laplaciana compleja en una formación geométrica determinada.

4.3.1. Ejemplo cálculo del Laplaciano complejo

La formación geométrica que se toma como ejemplo se presenta en la Figura 4.5, que está integrada por tres líderes y cuatro seguidores. De acuerdo con el planteamiento reali-

zado anteriormente los líderes no reciben información de ningún agente seguidor tal y como se muestra en la topología propuesta.

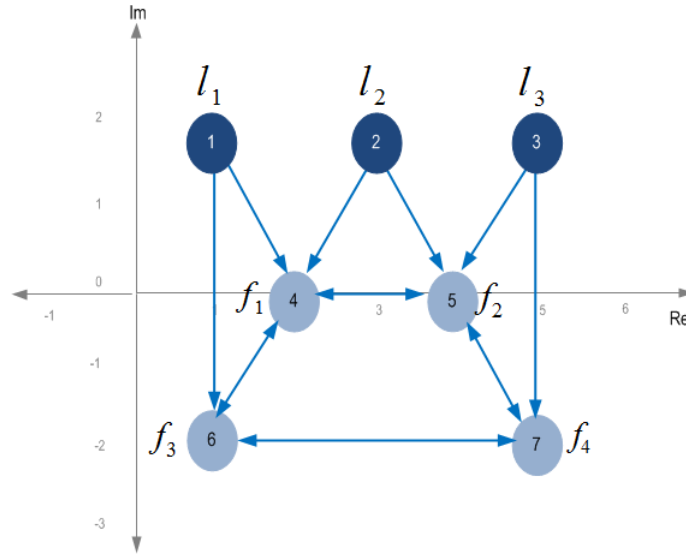


Figura 4.5: Formación para calcular el Laplaciano complejo.

En la Figura 4.5 los agentes están marcados en el nodo con un número que lo identifica para realizar el calculo de los pesos. Las coordenadas están dadas por el vector de la formación básica ξ que de acuerdo con el gráfico están dadas por:

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \\ \xi_5 \\ \xi_6 \\ \xi_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 2i \\ 3 + 2i \\ 5 + 2i \\ 2 \\ 4 \\ 1 - 2i \\ 5 - 2i \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Teniendo en cuenta que se puede utilizar cualquier valor arbitrario, en el ejemplo se toma un valor fijo de 2 para los pesos $i - 1$ interacciones de cada nodo y se deja el último peso para que se ajuste a las condiciones que permiten alcanzar la estabilidad. Es decir que $\sum_{j \in N_i} w_{ij}(\xi_j - \xi_i) = 0$. A continuación se presentan los pesos calculados para cada uno de los nodos y el grado por fila que corresponde al valor de α_{ij} .

■ **Nodo 4 (Agente f_1)**

$$\begin{aligned} w_{41}(\xi_1 - \xi_4) + w_{42}(\xi_2 - \xi_4) + w_{45}(\xi_5 - \xi_4) + w_{46}(\xi_6 - \xi_4) &= 0 \\ 2[(1 + 2i) - 2] + 2[(3 + 2i) - 2] + 2[4 - 2] + w_{46}[(1 - 2i) - 2] &= 0 \\ w_{46} &= 4 \end{aligned}$$

■ **Nodo 5 (Agente f_2)**

$$\begin{aligned} w_{52}(\xi_2 - \xi_5) + w_{53}(\xi_3 - \xi_5) + w_{54}(\xi_4 - \xi_5) + w_{57}(\xi_7 - \xi_5) &= 0 \\ 2[(3 + 2i) - 4] + 2[(5 + 2i) - 4] + 2[2 - 4] + w_{57}[(5 - 2i) - 4] &= 0 \\ w_{57} &= 4 \end{aligned}$$

■ **Nodo 6 (Agente f_3)**

$$\begin{aligned} w_{61}(\xi_1 - \xi_6) + w_{64}(\xi_4 - \xi_6) + w_{67}(\xi_7 - \xi_6) &= 0 \\ 2[(1 + 2i) - (1 - 2i)] + 2[2 - (1 - 2i)] + w_{67}[(5 - 2i) - (1 - 2i)] &= 0 \\ w_{67} &= -\frac{1}{2} - 3i \end{aligned}$$

■ **Nodo 7 (Agente f_4)**

$$\begin{aligned} w_{73}(\xi_3 - \xi_7) + w_{75}(\xi_5 - \xi_7) + w_{76}(\xi_6 - \xi_7) &= 0 \\ 2[(5 + 2i) - (5 - 2i)] + 2[4 - (5 - 2i)] + w_{76}[(1 - 2i) - (5 - 2i)] &= 0 \\ w_{76} &= -\frac{1}{2} + 3i \end{aligned}$$

■ **Grado Fila 4 (α_{44})**

$$\begin{aligned} w_{41} + w_{42} + w_{43} + w_{45} + w_{46} + w_{47} &= \alpha_{44} \\ \alpha_{44} &= 10 \end{aligned}$$

■ **Grado Fila 5 (α_{55})**

$$\begin{aligned} w_{51} + w_{52} + w_{53} + w_{54} + w_{56} + w_{57} &= \alpha_{55} \\ \alpha_{55} &= 10 \end{aligned}$$

■ **Grado Fila 6 (α_{66})**

$$\begin{aligned} w_{61} + w_{62} + w_{63} + w_{64} + w_{65} + w_{67} &= \alpha_{66} \\ \alpha_{66} &= \frac{7}{2} - 3i \end{aligned}$$

■ **Grado Fila 7 (α_{77})**

$$\begin{aligned} w_{71} + w_{72} + w_{73} + w_{74} + w_{75} + w_{76} &= \alpha_{77} \\ \alpha_{77} &= \frac{7}{2} + 3i \end{aligned}$$

Tomando la siguiente matriz Laplaciana compleja escrita en forma general:

$$L_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -w_{41} & -w_{42} & -w_{43} & \alpha_{44} & -w_{45} & -w_{46} & -w_{47} \\ -w_{51} & -w_{52} & -w_{53} & -w_{54} & \alpha_{55} & -w_{56} & -w_{57} \\ -w_{61} & -w_{62} & -w_{63} & -w_{64} & -w_{65} & \alpha_{66} & -w_{67} \\ -w_{71} & -w_{72} & -w_{73} & -w_{74} & -w_{75} & -w_{76} & \alpha_{77} \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Luego se reemplazan los valores obtenidos y el resultado del Laplaciano complejo sería como sigue:

$$L_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 0 & 10 & -2 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & 10 & 0 & -4 \\ -2 & 0 & 0 & -2 & 0 & \frac{7}{2} - 3i & \frac{1}{2} + 3i \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -2 & \frac{7}{2} - 3i & \frac{1}{2} + 3i \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

De la matriz Laplaciana compleja se pueden extraer las submatrices L_{ff} y L_{fl} . El resultado se presenta a continuación:

$$L_{fl} = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

$$L_{ff} = \begin{bmatrix} 10 & -2 & -4 & 0 \\ -2 & 10 & 0 & -4 \\ -2 & 0 & \frac{7}{2} - 3i & \frac{1}{2} + 3i \\ 0 & -2 & \frac{7}{2} - 3i & \frac{1}{2} + 3i \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

El anterior ejemplo presentó la forma de calcular los pesos en la matriz Laplaciana compleja. Sin embargo, la matriz resultante podría ser otra si los valores que se tomaron arbitrariamente fueran diferentes de 2. Con ésto se quiere dejar claro que los pesos deben cumplir con las reglas de estabilización pero que no son valores rígidos. A continuación se realiza una descripción del control de formación propuesto que utiliza tanto el cálculo del consenso con la dinámica del replicador - mutador y los pesos complejos.

4.4. Control de formación con teoría evolutiva

El control de formación propuesto reúne la teoría evolutiva presentada anteriormente para calcular el consenso de la formación y lo mezcla con la matriz Laplaciana compleja vista en la anterior sección. La razón que llevo a juntar estas dos teorías fue garantizar que los vehículos no se chocarán entre ellos cuando iniciará la formación, que se mantuviera una estructura geométrica en cualquier trayectoria y que el método pudiera facilitar incluir

cualquier número de agentes sin que cambiará la ley de control.

La unión se realizó luego de analizar la ecuación clásica de consenso en donde a partir de las posiciones de los vehículos se calcula el acuerdo. La ecuación se denota como sigue [55]:

$$\dot{x}_i = \sum_{j \in N_i} w_{ij}(x_j(t) - x_i(t)), \quad (4.27)$$

en donde w_{ij} es el peso asociado a cada borde (v_j, v_i) , x_i y x_j son los vectores de estado del agente i y j , respectivamente, en un tiempo t , que corresponde a la posición de los vehículos.

Básicamente la idea es realizar el proceso inverso, es decir a partir de tener el resultado esperado en consenso calcular la posición a la que debería llegar el agente seguidor. Por lo tanto, se aprovecha la respuesta que brinda la dinámica del replicador - mutador y la formación podría calcularse empleando los pesos complejos obtenidos en la matriz Laplaciana compleja. Cuyos pesos son los ideales porque integran la posición en el eje real e imaginario mientras que si se tomará un peso ponderado no se podría garantizar la formación geométrica.

En términos del Laplaciano complejo la Ecuación 4.27 puede escribirse de la siguiente manera:

$$\dot{x}_i = \sum_{j \in N_i} w_{ij}(\xi_j - \xi_i), \quad (4.28)$$

El análisis del consenso se realizó suponiendo que la formación estuviera integrada por dos co-líderes y dos seguidores, que todos los seguidores se comunican entre ellos, que reciben información de ambos líderes (ver Figura 4.6) y que las coordenadas (posiciones) de los vehículos se encuentran en general en:

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

En general, la matriz Laplaciana compleja L_c de la formación propuesta y las respectivas submatrices L_{lf} y L_{ff} estarían dadas por:

$$L_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -w_{31} & -w_{32} & \alpha_{33} & -w_{34} \\ -w_{41} & -w_{42} & -w_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

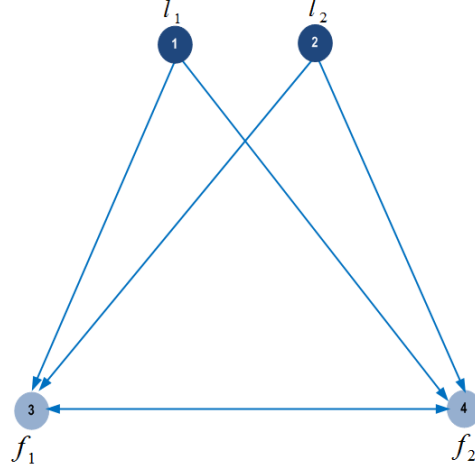


Figura 4.6: Formación con dos co-líderes y dos seguidores.

$$L_{lf} = \begin{bmatrix} -w_{31} & -w_{32} \\ -w_{41} & -w_{42} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$L_{ff} = \begin{bmatrix} \alpha_{33} & -w_{34} \\ -w_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Aplicando la Ecuación 4.28, el consenso para los agentes seguidores estaría dado por las siguientes ecuaciones:

Nodo 3 (Agente f_1)

$$\begin{aligned} w_{31}(\xi_1 - \xi_3) + w_{32}(\xi_2 - \xi_3) + w_{34}(\xi_4 - \xi_3) &= g_{i3} \\ w_{31}\xi_1 + w_{32}\xi_2 + \underbrace{(-w_{31} - w_{32} - w_{34})}_{-\alpha_{33}}\xi_3 + w_{34}\xi_4 &= g_{i3}, \end{aligned} \quad (4.33)$$

en donde g_{i3} corresponde a la respuesta de consenso para el nodo 3. Es decir que es la solución a la ecuación diferencial que determina la evolución de la posición del agente f_1 en el tiempo.

Nodo 4 (Agente f_2)

$$\begin{aligned} w_{41}(\xi_1 - \xi_4) + w_{42}(\xi_2 - \xi_4) + w_{43}(\xi_3 - \xi_4) &= g_{i4} \\ w_{41}\xi_1 + w_{42}\xi_2 + w_{43}\xi_3 + \underbrace{(-w_{41} - w_{42} - w_{43})}_{-\alpha_{44}}\xi_4 &= g_{i4}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

en donde g_{i4} corresponde a la respuesta de consenso para el nodo 4 (agente f_2). Finalmente, reescribiendo las Ecuaciones 4.33 y 4.34 en forma matricial se obtiene:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} w_{31} & w_{32} \\ w_{41} & w_{42} \end{bmatrix}}_{-L_{lf}} \underbrace{\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}}_{P_l} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\alpha_{33} & w_{34} \\ w_{43} & -\alpha_{44} \end{bmatrix}}_{-L_{ff}} \underbrace{\begin{bmatrix} \xi_3 \\ \xi_4 \end{bmatrix}}_{P_f} = \underbrace{\begin{bmatrix} g_{i3} \\ g_{i4} \end{bmatrix}}_{g_i}, \quad (4.35)$$

en donde P_l corresponde a las posiciones de los co-líderes y P_f a las de los seguidores. En cuanto al vector g_i reúne las respuesta de consenso de los agentes seguidores. A partir del resultado se puede obtener la posición de los seguidores como sigue:

$$P_f = [-L_{ff}]^{-1}[g_i + L_{lf}P_l], \quad (4.36)$$

en donde $-L_{ff}^{-1}$ es la matriz inversa de $-L_{ff}$. Con dicha ecuación se propone el control de formación empleando teoría evolutiva que se describe a continuación.

En el diseño del control de formación se considera que el sistema multiagente se comporta como una población evolutiva. Además, que está integrado por un número específico de agentes líderes y de agentes seguidores. Es decir que el primer paso es determinar cuál sería la topología geométrica y cuál la cantidad de vehículos/agentes que integrarán la formación. En adelante se utilizarán las teorías planteadas en las Secciones 4.2 y 4.3.

Por lo tanto, se calcula la matriz Laplaciana normalizada del dígrafo que se considera como la matriz de pagos del juego evolutivo llamada B . Así que, las estrategias son los mismos agentes y que el pago es su sistema de comunicación con los demás vehículos.

De acuerdo con los resultado obtenidos en el ejemplo 4.2.2 se establece como parámetro de mutación $\mu = 1$ y se calcula la matriz de probabilidades de mutación llamada Q . Enseguida se definen las frecuencias de las estrategias, teniendo en cuenta que para los líderes siempre debe ser cero y el valor para cada seguidor debe ser normalizado. La cantidad de frecuencias debe corresponder al mismo número total de agentes. Luego se calcula la función fitness, el promedio y se aplica la dinámica del replicador - mutador para calcular el consenso.

El siguiente paso es calcular los pesos complejos de la formación y determinar la matriz Laplaciana compleja. Para luego obtener la matriz se encuentra la submatriz L_{lf} y la submatriz L_{ff} . Ahora, para calcular las posiciones de los seguidores se asume que los agentes líderes van a tener una trayectoria predefinida entonces se definen las posiciones a donde llegarán durante el recorrido. Cada una se estipulan en un vector columna llamado P_l , que deben pertenecer a un número complejo, para que la parte real sea el eje x y la imaginaria el eje y . El vector se denota como sigue:

$$P_l = \begin{bmatrix} P_{l_1} \\ P_{l_2} \\ \vdots \\ P_{l_{N_l}} \end{bmatrix}, \quad (4.37)$$

donde, N_l corresponde al número de líderes. Finalmente, para determinar la posición del agente seguidor se emplea la Ecuación 4.36 explicada anteriormente y en donde g_i se reemplaza por el vector de respuesta de consenso obtenido con la dinámica del replicador - mutador. El resultado de la ecuación es un vector columna de N_f filas en donde cada una corresponde a la posición de los agentes seguidores. De esta manera se junta el consenso empleando una teoría evolutiva y el Laplaciano complejo. A continuación se realiza un ejemplo para ilustrar cómo se utilizarían las ecuaciones en una formación determinada.

4.4.1. Ejemplo del control de formación

El ejemplo muestra una topología (ver Figura 4.7) con siete agentes de los cuales tres son co-líderes (l_1, l_2 y l_3) y cuatro son seguidores (f_1, f_2, f_3 y f_4). Tal y como se realizó el ejemplo en la Sección 4.2.2 a la formación se le calcula la matriz Laplaciana normalizada que corresponde a la matriz de pagos, la matriz de mutación, se seleccionan las frecuencias de las estrategias, se calcula la función fitness y a partir de dichos valores se encuentra la evolución de las frecuencias con la dinámica del replicador - mutador. Enseguida se calcula la matriz Laplaciana compleja y se aplican las ecuaciones mencionadas en el anterior apartado. El procedimiento para es el mismo descrito anteriormente.

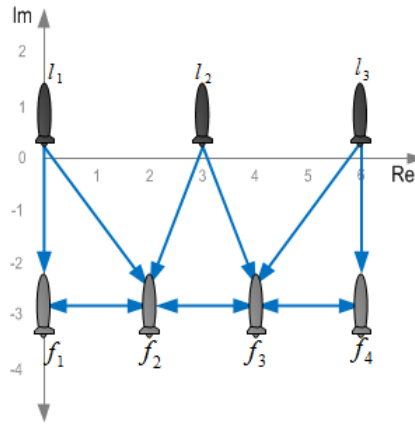


Figura 4.7: Topología para control de formación.

El resultado para la matriz de pagos es el siguiente:

$$B = \bar{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} & 1 & -\frac{1}{4} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} & 1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

En la matriz de probabilidades se toma el parámetro de mutación como $\mu = 1$ entonces, el resultado es como sigue:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

El vector de las frecuencias de las estrategias está dado por:

$$x = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}]. \quad (4.40)$$

Las funciones fitness para los líderes son cero $F_1 = 0$, $F_2 = 0$ y $F_3 = 0$. Para los seguidores son las siguientes:

$$\begin{aligned} F_4 &= -\frac{1}{2}x_1 + x_4 - \frac{1}{2}x_5 = \frac{1}{8} \\ F_5 &= -\frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{4}x_4 + x_5 - \frac{1}{4}x_6 = \frac{1}{8} \\ F_6 &= -\frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_5 + x_6 - \frac{1}{4}x_7 = \frac{1}{8} \\ F_7 &= -\frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{2}x_6 + x_7 = \frac{1}{8} \end{aligned} \quad (4.41)$$

Se establece que el equilibrio debe darse en $\frac{1}{32}$ y que el promedio de la función fitness corresponde a ese mismo valor. Es decir que en la simulación en ese punto debe darse la estabilidad del sistema. Para finalizar el consenso se realiza el cálculo de la dinámica del replicador - mutador y se verifican los resultados. Por lo tanto, se simuló y el resultado se muestra en la Figura 4.8. Las graficas de la evolución de las estrategias dejan ver que el sistema es estable y que alcanzaron el equilibrio en el punto determinado teóricamente.

Posteriormente se halla la matriz Laplaciana compleja y se obtiene:

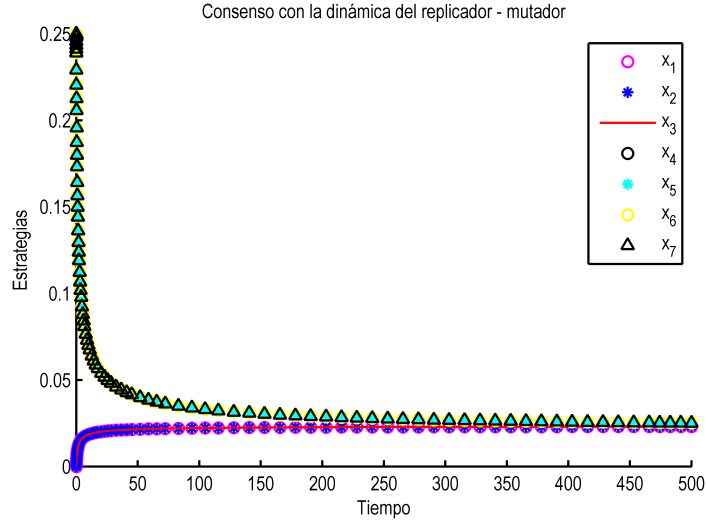


Figura 4.8: Respuesta de consenso en formación geométrica.

$$L_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -2 + 4i & -4i & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -4i & 2 + 4i \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

Finalmente, se define la trayectoria que seguirán los co-líderes para el ejemplo se toma una ruta sinusoidal con amplitud de seis para los tres líderes. La ubicación inicial del primer líder es $2 + 7i$, para el segundo $2 + 4i$ y para el tercero es $2 + i$. En la Figura 4.9 se observa la respuesta del sistema multiagente. La formación se mantiene durante toda la trayectoria y es alcanzada por todos los agentes seguidores. Los vehículos no colisionan y el resultado es el esperado.

El anterior ejemplo muestra que el modelo propuesto garantiza una formación geométrica en el seguimiento de una trayectoria y que cumple con el planteamiento inicial, es decir que los vehículos no se chocan y que los seguidores buscan su ubicación adecuadamente. En el siguiente capítulo se realiza la comparación del método con el Laplaciano complejo.

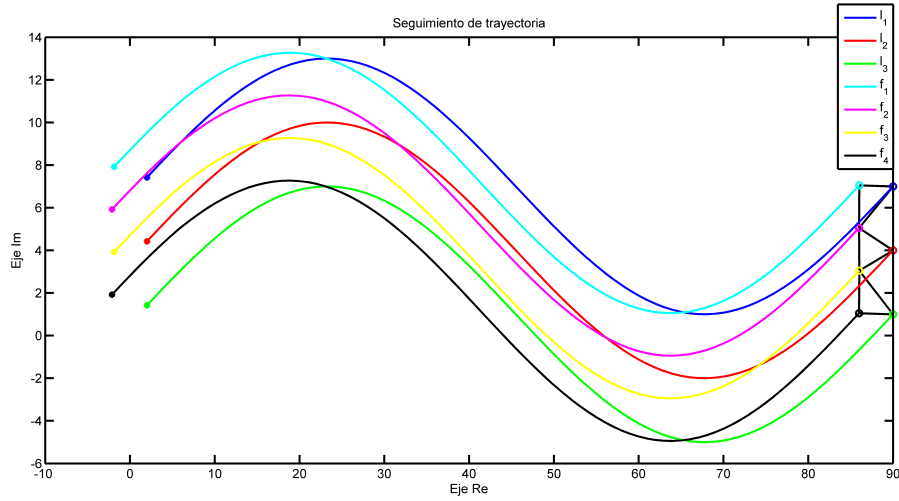


Figura 4.9: Seguimiento de trayectoria con el control de formación.

4.5. Resumen

En el capítulo se realizó el planteamiento del control de formación propuesto para un sistema multiagente conformado por múltiples AUVs. La estructura es de tipo líder - seguidor. Del número de agentes hay N_l que son co-líderes y N_f son seguidores. La formación se implementó a partir de la respuesta de la dinámica del replicador - mutador y luego se unificó con el Laplaciano complejo. En cada sección se explican las teorías empleadas y se realiza un ejemplo para ilustrar el comportamiento de cada una. En el próximo capítulo se realizan las simulaciones y resultados.

5 Análisis y simulaciones de los modelos

En el capítulo se muestra el análisis realizado a los modelos expuestos en el Capítulo 4. Se comparan los resultados del control de formación propuesto en el seguimiento de una trayectoria con la respuesta del Laplaciano complejo. Enseguida se establecen los efectos de cada uno en la formación del sistema, las ventajas y desventajas de cada uno. Finalmente, se presenta el seguimiento de la trayectoria en una formación que adiciona agentes a la estructura con el fin de determinar si se puede aplicar la misma ley de control agregando vehículos a la topología.

En la primera sección se estudia la estabilidad de la formación del modelo con el Laplaciano complejo partiendo de un punto aleatorio. Luego se simula el seguimiento de una trayectoria. En la segunda sección se simula la misma formación geométrica aplicada al método propuesto en el presente documento. En la tercera sección se presenta el resultado obtenido en simulación adicionando agentes en otro ejemplo con una formación específica.

5.1. Análisis del control de formación con el Laplaciano complejo

El Laplaciano complejo puede utilizarse como control de formación [53]. Sin embargo, la dificultad radica en la estabilización de la matriz Laplaciana porque no se cumple que los eigenvalores en su parte real sean positivos. Por lo tanto, para realizar el control puede utilizarse el teorema de Ballantine [54] que establece que se vayan descartando valores hasta lograr encontrar una matriz que cumpla con los requisitos expuestos. Es decir que la matriz se calcula a ensayo y error.

En el ejemplo presentado se realiza una simulación para mostrar cuál sería la respuesta del método y luego se compara con el propuesto. En la formación geométrica se consideran dos co-líderes y cuatro seguidores. En la Figura 5.1 se muestra la topología que se seguirá en el recorrido. A partir de la formación básica se establecen los valores de la matriz Laplaciana compleja tal y como se explicó en el capítulo anterior. A continuación se presentan los resultados obtenidos.

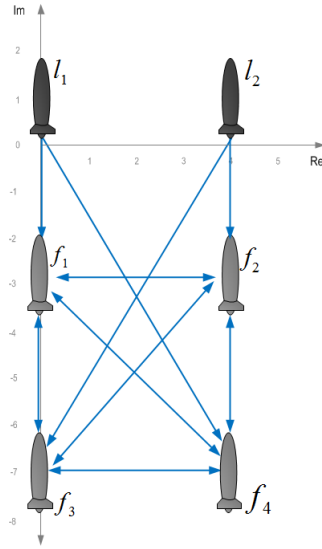


Figura 5.1: Topología en el plano complejo.

De acuerdo con la formación las coordenadas de los vértices de cada nodo estarán dados por:

$$\xi = \begin{bmatrix} i \\ 4 + i \\ -3i \\ 4 - 3i \\ -7i \\ 4 - 7i \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

El Laplaciano complejo de la formación es:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2,5 - 0,5i & -1 & -1 & 0,5 + 0,5i \\ 0 & -1 & -1 & 3 + 2i & -1 & -2i \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 1 - 2i & 2i \\ -1 & 0 & 1 & -1 & -2i & 1 + 2i \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

en donde la submatriz del Laplaciano L_{lf} corresponde a:

$$L_{lf} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Y la submatriz del Laplaciano de los seguidores L_{ff} es:

$$L_{ff} = \begin{bmatrix} 2,5 - 0,5i & -1 & -1 & 0,5 + 0,5i \\ -1 & 3 + 2i & -1 & -2i \\ -1 & 1 & 1 - 2i & 2i \\ 1 & -1 & -2i & 1 + 2i \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

La estabilidad del sistema se verifica calculando los eigenvalores de L_{ff} . Se obtiene:

$$\sigma L_{ff} = [3,8904 + 2 - 7105i \quad 2,9039 - 1,1415i \quad 1 \quad -0,2943 - 0,0688i]. \quad (5.5)$$

Los eigenvalores deben tener la parte real positiva. De acuerdo con el resultado obtenido uno de los eigenvalores no cumple con la condición. Por lo tanto, se calcula una matriz diagonal compleja que estabilice el Laplaciano. Se puede utilizar el teorema propuesto por Ballantine [54] aunque el algoritmo no propone una única matriz. Una posible solución es:

$$M_e = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 - 0,1i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,1i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 - i \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

La matriz diagonal que estabiliza la formación es:

$$D_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,3 - 0,1i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,1i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 - i \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Los nuevos eigenvalores tienen la parte real positiva y están dados por:

$$\sigma L_{ff} = [20,6845 - 3,5574i \quad 3,5042 + 2,3711i \quad 0,0350 + 0,115i \quad 0,6763 + 0,3748i \quad 0 \quad 0]. \quad (5.8)$$

El control de formación implementado con el método expuesto se simuló en Matlab partiendo de posiciones que pueden estar dentro del rango aleatorio desde $-6 - 6i$ hasta $6 + 6i$. En la Figura 5.2 se muestra el movimiento de los vehículos en el plano. Las posiciones iniciales de los agentes se marcan con asteriscos y las finales con círculos. Se puede observar que los agentes seguidores alcanzan la formación mientras que los líderes definen las coordenadas en donde iniciará la formación. Los líderes no se mueven y los seguidores convergen a la formación. Sin embargo, no se puede garantizar que los vehículos no se choquen entre ellos mientras buscan su ubicación.

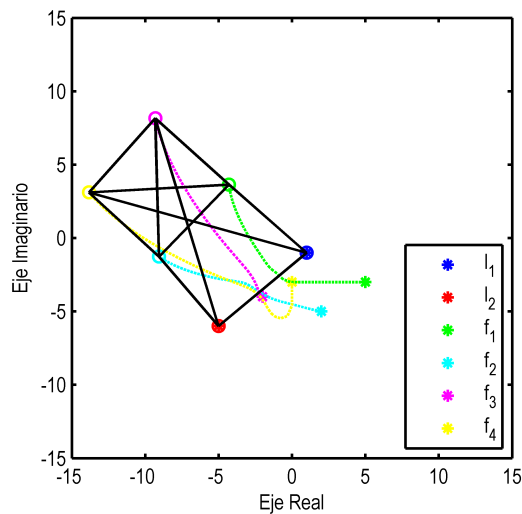


Figura 5.2: Formación con Laplaciano complejo.

Enseguida se realizó la simulación siguiendo una trayectoria de medio arco de circunferencia. Los valores de seguimiento de la planificación fueron ingresados directamente a los líderes. Las posiciones iniciales de los seguidores se asignan aleatoriamente en un rango comprendido entre $12i$ y $5 + 16i$. En la Figura 5.3 se observa que los agentes convergen a la formación y una vez llegan a la topología permanecen en ella. Las posiciones de los seguidores se calculan solucionando la ecuación diferencial 4.20 expuesta en la Sección 4.3.

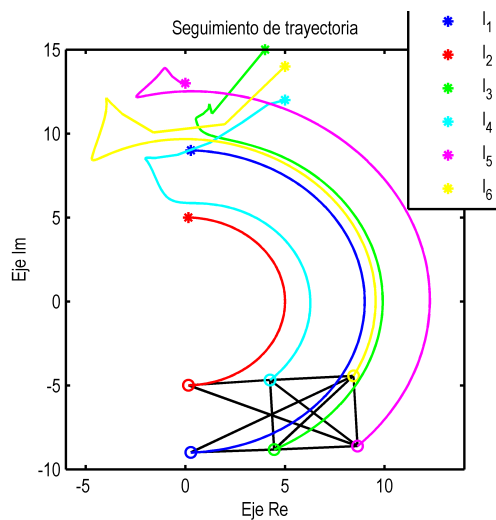


Figura 5.3: Seguimiento de trayectoria con Laplaciano complejo.

Los resultados obtenidos dejan ver que efectivamente el Laplaciano complejo permite que se llegue a una formación geométrica. Sin embargo, la desventaja es la estabilización de la matriz Laplaciana y que no se garantice que los vehículos no lleguen a chocar mientras buscan la formación. A continuación se realiza el análisis con la propuesta hecha en el presente documento.

5.2. Análisis del control de formación propuesto con técnicas evolutivas

El análisis se realiza con la misma topología empleada en la sección anterior (ver Figura 5.1), así como el tipo de trayectoria. El primer paso es obtener la respuesta de consenso y luego se unifica con la matriz Laplaciana Compleja (ver Ecuación 5.2) para finalmente realizar el cálculo de las posiciones de los agentes seguidores con la Ecuación 4.36. Las matrices correspondientes del modelo se presentan a continuación.

La matriz de pagos estaría dada por:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 1 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 1 & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.9)$$

Con $\mu = 1$ se obtiene la matriz de probabilidades de replicación-mutación Q como sigue:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

Las frecuencias de las estrategias quedaría denotas como:

$$x = [0 \quad 0 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}]^T. \quad (5.11)$$

De acuerdo con la matriz de pagos la función fitness de cada agente estarían dadas por:

$$\begin{aligned}
 f_1 &= 0 \\
 f_2 &= 0 \\
 f_3 &= -\frac{1}{4}x_1 + x_3 - \frac{1}{4}x_4 - \frac{1}{4}x_5 - \frac{1}{4}x_6 = \frac{1}{16} \\
 f_4 &= -\frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{4}x_3 + x_4 - \frac{1}{4}x_5 - \frac{1}{4}x_6 = \frac{1}{16} \\
 f_5 &= -\frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_4 + x_5 - \frac{1}{4}x_6 = \frac{1}{16} \\
 f_6 &= -\frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_4 - \frac{1}{4}x_5 + x_6 = \frac{1}{16}
 \end{aligned}
 \tag{5.12}$$

Entonces el fitness total se expresa como:

$$F_T = [0 \quad 0 \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16}] .
 \tag{5.13}$$

El promedio de la población se obtiene multiplicando la traspuesta de la función fitness por el vector de estrategias. El resultado es $\phi = \frac{1}{64}$. Valor en el debe darse la estabilidad del sistema. Enseguida se simuló y el resultado obtenido del consenso se presenta en la Figura 5.4. La respuesta es la esperada, los vehículos llegan a consenso en el promedio de la función fitness. A partir de los resultados se calculan las ubicaciones de los líderes y posteriormente se hallan las posiciones de los seguidores. En la Figura 5.5 se presenta el resultado obtenido siguiendo la misma trayectoria expuesta en la sección anterior.

El seguimiento de la trayectoria muestra que no hay choques entre los vehículos y que la formación geométrica se mantiene durante todo el recorrido. Lo anterior se debe a la garantía que brinda el consenso aplicando la dinámica del replicador - mutador.

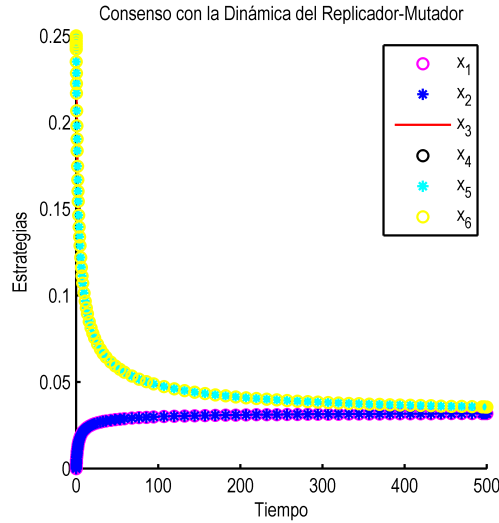


Figura 5.4: Resultado de consenso en la formación con seis agentes.

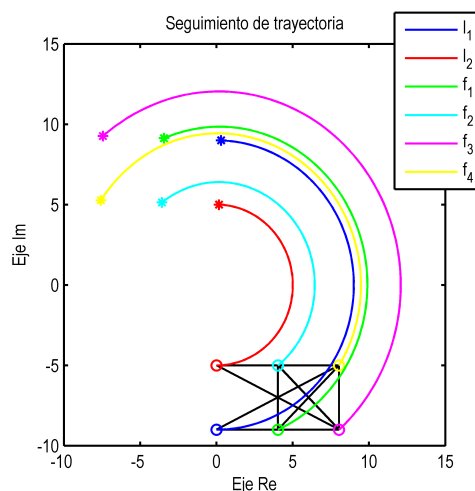


Figura 5.5: Resultado siguiendo una trayectoria en la formación con seis agentes.

La respuesta permite determinar que la propuesta del control de formación hecho garantiza que los vehículos no se chocan mientras buscan su ubicación. Por otra parte, tiene la ventaja de no necesitar estabilizar la matriz Laplaciana compleja para aplicar el control de formación. Como si sucede si se utilizará solo el Laplaciano complejo.

En la siguiente simulación se realizará el seguimiento a una trayectoria en donde los líderes no trazan un recorrido similar. Es decir, que el primer líder tiene predeterminada una línea recta creciendo en el eje real, su posición inicial es $9 + 5i$ y el segundo líder recorre una línea recta aunque creciendo hacia la parte negativa del eje imaginario, su posición inicial es $9 + i$. Los resultados se presentan en la Figura 5.6. Las posiciones iniciales se trazan con asteriscos y las finales con un círculo. Se observa que aunque los líderes no vayan en sentidos iguales la formación no se pierde y los seguidores buscan el recorrido que se ajuste proporcionalmente al movimiento de los líderes.

Se realizó una segunda trayectoria en donde el primer líder describe la recta $y = 2xi + 13$ con x iniciando en 9. En el segundo agente se colocó una trayectoria de medio arco de circunferencia con radio de 20 e iniciando en la posición $(15, 20i)$. El resultado (ver Figura 5.7) es similar al anterior caso. Es decir que los agentes seguidores no rompen la formación. Aunque debido a las trayectorias distintas de los líderes ellos se alejan para lograr la convergencia en la formación geométrica. Lo anterior, muestra que si las posiciones de los co-líderes tienen cruces podrían ocasionar un choque entre los vehículos seguidores porque tienden a garantizar la formación geométrica con respecto a todos los co-líderes y no a uno solo.

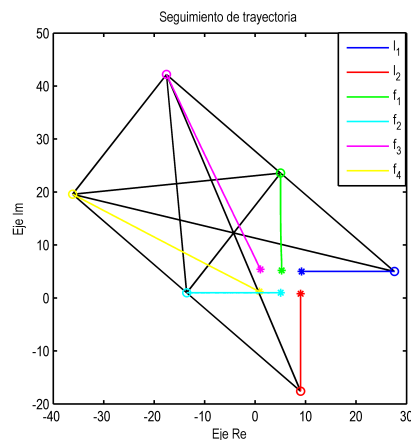


Figura 5.6: Ejemplo 1. Seguimiento de una trayectoria no uniforme.

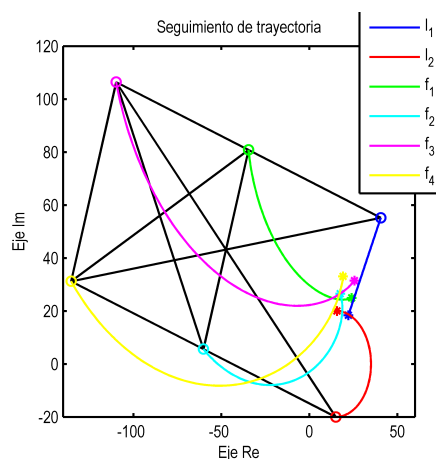


Figura 5.7: Ejemplo 2. Seguimiento de una trayectoria no uniforme.

De acuerdo con la respuesta se puede concluir que idealmente los líderes deben llevar el mismo sentido en la trayectoria para que los agentes seguidores no se alejen. La razón por la que se presenta el resultado es porque la principal labor de los seguidores es cumplir con la formación y no con el recorrido. Se garantiza que la formación geométrica se mantiene sin importar que los líderes no estén cerca.

5.3. Análisis adicionando agentes a la formación

A lo largo del desarrollo del documento se ha presentado una formación con seis agentes de los cuales dos son co-líderes y cuatro son seguidores (ver Sección 5.2) y otra con siete

agentes conformada por tres co-líderes y cuatro seguidores (ver Sección 4.4.1). En esta sección se realizará un ejemplo con dos co-líderes y seis seguidores. La topología propuesta se presenta en la Figura 5.8. A continuación se presentan los cálculos realizados.

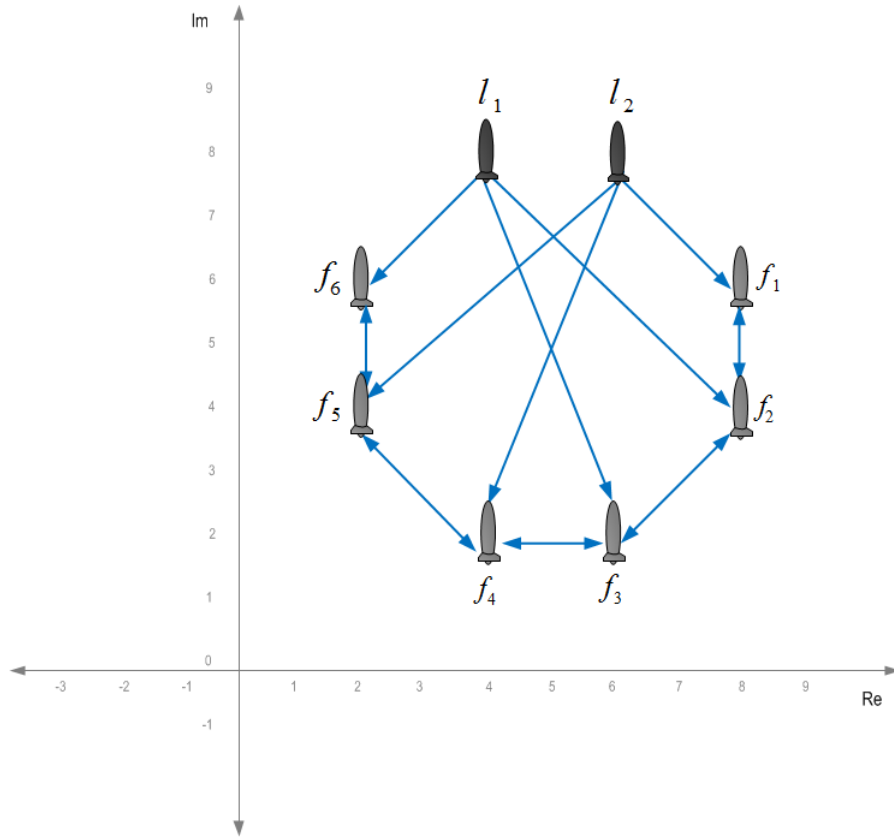


Figura 5.8: Topología con ocho agentes

De acuerdo con la formación las coordenadas de los vértices de cada nodo estarán dados por:

$$\xi = \begin{bmatrix} 4 + 8i \\ 6 + 8i \\ 8 + 6i \\ 8 + 4i \\ 6 + 2i \\ 4 + 2i \\ 2 + 4i \\ 2 + 6i \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

El Laplaciano complejo de la formación es:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 4+2i & -2i-2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -2 & 5+5i & -1-5i & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & -2 & 4+8i & -8i & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & -2 & 3+5i & 1-5i & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2+6i & 2-6i \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2+2i & 4-2i \end{bmatrix}, \quad (5.15)$$

en donde la submatriz del Laplaciano L_{lf} corresponde a:

$$L_{lf} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \\ -2 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

Y la submatriz del Laplaciano de los seguidores L_{ff} es:

$$L_{ff} = \begin{bmatrix} 4+2i & -2i-2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 5+5i & -1-5i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 4+8i & -8i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 3+5i & 1-5i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 2+6i & 2-6i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2+2i & 4-2i \end{bmatrix}. \quad (5.17)$$

La matriz de pagos estaría dada por:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.18)$$

Con $\mu = 1$ se obtiene la matriz de probabilidades de replicación-mutación Q como sigue:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.19)$$

Las frecuencias de las estrategias quedaría denotas como:

$$x = [0 \quad 0 \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6}]^T. \quad (5.20)$$

De acuerdo con la matriz de pagos la función fitness de cada agente estarían dadas por:

$$\begin{aligned} f_1 &= 0 \\ f_2 &= 0 \\ f_3 &= -\frac{1}{2}x_2 + x_3 - \frac{1}{2}x_4 = \frac{1}{12} \\ f_4 &= -\frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_3 + x_4 - \frac{1}{3}x_5 = \frac{1}{18} \\ f_5 &= -\frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_4 + x_5 - \frac{1}{3}x_6 = \frac{1}{18} \\ f_6 &= -\frac{1}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_5 + x_6 - \frac{1}{3}x_7 = \frac{1}{18} \\ f_7 &= -\frac{1}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_6 + x_7 - \frac{1}{3}x_8 = \frac{1}{18} \\ f_8 &= -\frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_7 + x_8 = \frac{1}{12} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Entonces el fitness total se expresa como:

$$F_T = [0 \quad 0 \quad \frac{1}{72} \quad \frac{1}{108} \quad \frac{1}{108} \quad \frac{1}{108}] . \quad (5.22)$$

Enseguida se simuló y el resultado obtenido del consenso se presenta en la Figura 5.9. La respuesta es la esperada, los vehículos llegan a consenso en el promedio de la función fitness ($\phi = \frac{1}{72}$). A partir del consenso se calculan las posiciones de los líderes y posteriormente se hallan las de los seguidores. En la Figura 5.10 se presenta el resultado obtenido siguiendo una trayectoria parabólica cúbica.

El seguimiento de la trayectoria muestra que no hay choques entre los vehículos y que la formación geométrica se mantiene durante todo el recorrido. Lo anterior se debe a la garantía que brinda el consenso aplicando la dinámica del replicador - mutador. Se puede concluir que la ley de control no cambia con la adición de vehículos a la topología.

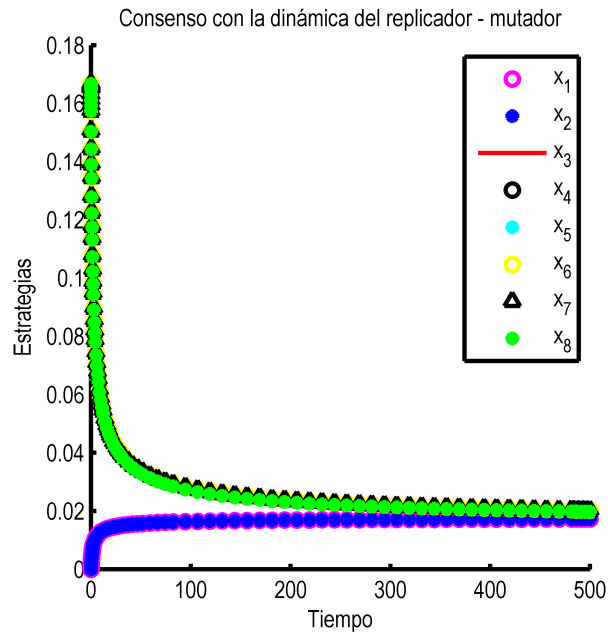


Figura 5.9: Resultado de consenso en la formación con ocho agentes.

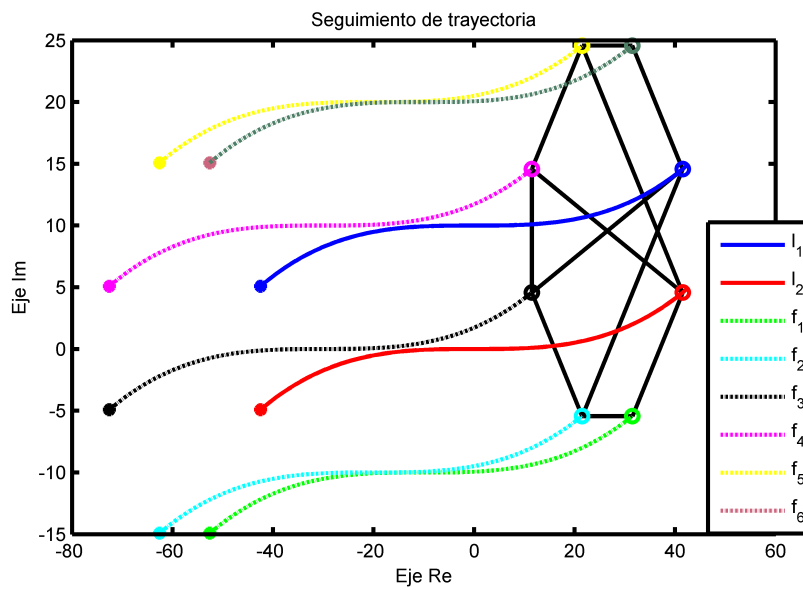


Figura 5.10: Resultado siguiendo una trayectoria en la formación con ocho agentes.

5.4. Resumen

En el capítulo se realizó el análisis de la propuesta del control de formación y se evaluó con la respuesta obtenida con el Laplaciano complejo. Se determinó con las simulaciones que la última teoría mencionada puede ocasionar posibles colisiones entre los agentes seguidores y que requiere de una matriz de estabilización. En cuanto al control de formación propuesto tiene como ventaja que garantiza una forma geométrica en cualquier recorrido y se pueden adicionar diferentes vehículos. Aunque su desventaja es que las trayectorias de los líderes deben ser similares para que no ocurra un choque entre los seguidores. En el siguiente capítulo se presentan las conclusiones, aportes y trabajos futuros.

6 Conclusiones y trabajo futuro

6.1. Resumen

Se realizó el diseño conceptual, modelamiento cinemático y dinámico y diseño de un controlador de posición basado en observadores GPI de un Vehículo Submarino Autónomo. El objetivo principal de la tesis fue diseñar un control de formación para un sistema multiagente integrado por múltiples Vehículos Submarinos Autónomos.

El sistema multi-agente propuesto se modeló con un dígrafo que representa el sistema de comunicación. Se diseñó un control de formación tipo líder-seguidor en donde diferentes agentes son co-líderes y otros vehículos son seguidores. El sistema multi-agente sigue una topología fija utilizando teoría de grafos específicamente el Laplaciano complejo. Para garantizar que los vehículos no se chocaran al inicio de la trayectoria se propuso un control de formación que se basa en una teoría evolutiva (la dinámica del replicador - mutador). Por lo tanto, se consideró que el sistema era evolutivo y el modelo se estableció empleando teoría de juegos evolutivos. Dicha técnica permite manipular el consenso entre los agentes para posteriormente llegar a la formación.

Se realizaron las simulaciones de la formación y del seguimiento de trayectoria para la propuesta y se comparó con la teoría del Laplaciano complejo. Aunque las dos teorías logran una formación geométrica la última no garantiza que no hayan colisiones durante la ubicación inicial de los agentes seguidores.

6.2. Conclusiones

El modelo dinámico representa las fuerzas y momentos que intervienen en el vehículo durante la exploración. El resultado del modelamiento es la base para formular el controlador. Sin embargo, debido a la dinámica del medio acuático la matriz de amortiguamiento hidrodinámico no puede calcularse directamente. Por tal razón, se propuso emplear un controlador de posición basado en observadores GPI que atenúa las perturbaciones. De tal manera, que se consideró incluir dentro una señal todos los valores inciertos, incluidos los disturbios del medio. El controlador se simuló y como respuesta garantizó que el vehículo llegará a la posición deseada en menos de un segundo.

El control de formación de tipo líder – seguidor propuesto en [53] con el Laplaciano complejo muestra que los agentes mantienen una topología fija durante un recorrido. Sin embargo, es difícil estabilizar la matriz Laplaciana compleja y tampoco brinda garantía sobre las posibles colisiones entre los agentes seguidores al inicio de la formación.

El control de formación propuesto en el presente documento se basa en la dinámica del replicador-mutador para garantizar que haya convergencia y que no ocurran choques al inicio de la formación. La topología geométrica se calcula a partir de la matriz Laplaciana compleja. Los resultados de las simulaciones hechas muestran que el control es estable, garantiza la formación geométrica y que los vehículos no se chocan al iniciar una trayectoria. Además, permite adicionar de una manera sencilla un agente a la topología y se puede seguir cualquier tipo de trayectoria.

6.3. Aportes originales y trabajos futuros

En la literatura se encuentran controladores de posición aplicados a Vehículos Submarino Autónomos, sin embargo, solo pueden emplearse para el vehículo que fueron diseñados, entonces, el diseño del control de posición con observadores GPI es un aporte original que brinda resultados aplicables a cualquier entorno en donde se desenvuelva y tendría solo que modificarse los parámetros del vehículo.

En cuanto a la elaboración del control de formación se aprovecharon teorías diferentes a las planteadas en la literatura con dos alternativas poco exploradas en AUVs como la dinámica del replicador - mutador y el Laplaciano complejo. El modelo propuesto es un avance que contribuye en la formación de múltiples vehículos a partir de una teoría evolutiva.

Dando continuidad al desarrollo elaborado se propone como trabajo futuro implementar los controladores diseñados en un vehículo submarino autónomo. Adicionalmente, dado que el control de formación es aplicable a cualquier tipo de robot se espera que se exploren aplicaciones en otros agentes. Por otra parte, se propone realizar demostraciones matemáticas que permitan medir el tiempo de convergencia del modelo del control de formación.

Bibliografía

- [1] B.K. Sahu, B. Subudhi, B. Dash, “Flocking Control of Multiple Autonomous Underwater Vehicles”, IEEE, 2012.
- [2] D.B. Edwards, T.A. Bean, D.L.Odell, M.J. Anderson, “A Leader – Follower Algorithm for Multiple AUV Formations”, IEEE / OES Autonomous Underwater Vehicles, 2004.
- [3] X. Xiang, B. Jouvencel and O. Parodi, “Coordinated Formation Control of Multiple Autonomous Underwater Vehicles for Pipeline Inspection”, International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 7, No. 1 (2010).
- [4] F. Chen, W. Ren, Y. Cao, “Surrounding control in cooperative agent networks”, Systems and Control Letters 59(2010) 704-712.
- [5] W. Yu, G. Chen, M. Cao, “Distributed leader-follower flocking control for multi-agent dynamical systems with time-varying velocities”, Systems and Control Letters 69(2010) 543-552
- [6] F. Sun, J. Chen, Z. Guan, L. Ding, T. Li, “Leader-following finite-time consensus for multi-agent systems with jointly-reachable leader”, Nonlinear Analysis: Real World Applications 13(2012) 2271-2284.
- [7] Xianbo Xiang, Guohua Xu, Qin Zhang, Zhihu Xiao and Xinhan Huang “Coordinated Control for Multi- AUV System Based on Hybrid Automata”, Proceeding of the 2007 IEEE International conference on Robotics and Biomimetics, December 15-18, 2007
- [8] Fiorelli E., Leonard, N.E., Bhatta, P., Paley, D. ,Bachmayer, R. , Fratantoni, D.M. “Multi-AUV Control and Adaptive sampling in Monterrey Bay”, Autonomous Underwater Vehicles, 2004
- [9] Paull L., Saeedi S.G., Seto M, Li H. “A Multi-agent Framework with MOOS-IvP for Autonomous Underwater Vehicles with Sidescan Sonar Sensors”, M. AIS 2011, LNAI 6752, pp. 41–50, 2011.
- [10] D. Floroian, F.Moldoveanu, “Using robosmith for multiagent robotic system”, Bulletin of the Transilvania University of Brasov, Vol. 13 (52)- 2010

Bibliografia

- [11] Yin-chen Xu, Li Wang, Guo-ping Xia, Jun Xie, “System modeling and simulation research for excavation of earth –rock work based on the Theory of Multi-Agent”, First International Workshop on Education Technology and Computer Science, 2009
- [12] Sandip Sen “Multiagent systems: milestones and new horizons”, trends in Cognitive Sciences. Vol. 1, No. 9, December 1997
- [13] Qi-Di Wu, dong Xue, Jing Yao, “Consensus analysis of networked multi-agent systems”, Physics Procedia 3 (2010) 1921-1931
- [14] Keisuke Watanabe, Akira Nakamura, “A design of tiny basin test-bed for AUV Mutli Agent”, Oceans, 2005
- [15] Keisuke Watanabe, “Design and fabrication of a small test-bed aimed for basin experiment of underwater multi-agent system”, Symposium Underwater technology and workshop on scientific use of submarine cables and related technologies, 2007.
- [16] Zheping Yan, Shuping Hou, “A coordinated method based on hybrid intelligent control agent for Multi-AUVs control”, Proceeding of the 2006 IEEE International Conference on Information Acquisition, August 20-23, 2006
- [17] Chris C. Sotzing, Jonathan Evans and David M. Lane “A Multi-agent architecture to increase coordination efficiency in Multi-AUV operations”, Oceans, 2007
- [18] Michael Wooldridge and Nicholas R. Jennings, “Intelligent agents: theory and practice”, The Knowledge Enginerring Review, Vol. 10:2, 1995, 115-152
- [19] Victor R. Lesser ,“Cooperative Multiagent Systems: a personal view of the state of the art”, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, vol. 11, No. 1, January/February 1999
- [20] Mark Evans and John Anderson “Constraint-directed intelligent control in multi-agent problem solving”, AI, Simulation and Planning in High Autonomy systems, 1990
- [21] William C. Regli, Israel Mayk, Christopher J. Dugan, Joseph B. Kopena, Robert N. Lass, Jay Modi, Jeff K. Salvage and Evan A. Sultanik, “Development and specification of a reference model for Agent-based systems”, IEEE Transactions on systems, man and Cybernetics. Part C. Applications and Reviews, Vol. 39, No. 5 September, 2009

- [22] Ali Akramizadeh, Ahmad Afshar, Mohammad-B Menhaj “Different forms of the games in Multiagent reinforcement learning: alternating vs. simultaneous movements”, 17th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2009
- [23] Kun Zhang, Yoichiro Maeda and Yasutake Takahashi “Interactive learning of social agents based on confidence degree”, IEEE Works Congress on Computational intelligence, 2012
- [24] Michael N. Huhns and Larry M. Stephens “2 Multiagent systems and societies of agents”, 1999
- [25] Xiaoqin Zhang, Victor Lesser, Tom Wagner “Integrative negotiation in complex organizational agent systems”, IEEE/WIC International Conference on Intelligent Agent Technology, 2003
- [26] Xin qian Bian, Tao Chen, Jiajia Zhou, Zheping Yan “Research of autonomous control based on Multi-Agent for AUV”, International Workshop on Intelligent Systems and Applications, 2009
- [27] Tao Zhang, Liang Zheng and Haruki Ueno “A multiagent planning approach integrated with learning mechanism”, Proceedings of the 2008 IEEE, International Conference on Robotics and Biomimetics, 2009
- [28] Yannis Dimopoulos, Pavlos Moraitis “Multi-Agent coordination and cooperation through classical planning”, International Conference on Intelligent Agent Technology, 2006
- [29] R. Ghabcheloo, A. Pascoal C. Silvestre and I. Kaminer “Coordinated path following control of multiple vehicles subject to bidirectional communication constraints”, Group Coordination and Cooperative Control. Springer Berlin Heidelberg, 2006. 93-111.
- [30] Rudolf Haraksim, Lorenzo Brignone, Jan Opderbecke, “Multiple AUV control in an operational context: a leader – follower approach”, Oceans, 2009
- [31] Basant Kumar Sahu, Bidyadhar Subudhi, Basanta Kumar Dash, “Flocking Control of Multiple Autonomous Underwater Vehicles”, India Conference (INDICON), 2012 Annual IEEE
- [32] D.B. Edwards, T.A. Bean, D.L. Odell, M.J. Anderson, “A leader-follower algorithm for multiple AUV formations”, IEEE/OES Autonomous Underwater vehicles, 2004

Bibliografia

- [33] Xianbo Xiang, Bruno Jouvencel and Olivier Parodi “Coordinated formation control of multiple Autonomous Underwater Vehicles or Pipeline Inspection”, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 7 Nol 1, 2010
- [34] Barisic, Matko, Zoran Vukic, and Nikola Miskovic. “The virtual potential field method as a tool for formation guidance of AUVs”, *Proceedings of the IASTED International Conference*. Vol. 651, 2009.
- [35] Y. Yang, S.X. Wang, Z.L. Wu, “Multi-AUV Coordination in the underwater environment with obstacles”, *Oceans*, 2010
- [36] Qiuling Jia, Guangwen Li, “Formation control and obstacle avoidance algorithm of multiple Autonomous Underwater Vechiles (AUVs) based on potential function and behavior rules”, *Proceeding of the IEEE International Conference on Automation and Logistics*, August 18-21, 2007
- [37] Xinqian Bian, Chunhui Mou, Zheping Yan, Hongjian Wang “Formation coordinated control for Multi-AUV based on spatial curve path tracking”, *Oceans*, 2011
- [38] Zhou Zhong-Hai, Yuan Jian, Zhang Wen-Xia, Zhao Jin-Ping “Virtual leader-follower structure and finite-time controller based cooperative control of multiple Autonomous Underwater Vehicles”, *24th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, 2012
- [39] Rongxin Cui, Shuzhi Sam Ge, Bernard voon Ee How, and Yoo Sang Choo “Leader. Follower formation control of Underactuated AUVs with leader position measurement”, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2009
- [40] Sname, “Nomenclature for Treating the Motion of a Submerged Body Through a Fluid”, *The Society of Naval Architects and Marine Engineers*, *Technical and Research Bolletin No. 1-5*, 1950
- [41] Fossen T., ”*Guidance and Control of Ocean Vehicles*”, *John Wiley & Sons*, 1994
- [42] Ivar-André F, Jouffroy J, Fossen T, “Formation Control of Marine Surface Craft: a Lagrangian approach”, *IEEE Journal of oceanic Enginnering*, Vol.31, No. 4, 2006
- [43] Cortés-Romero J.A, Luviano-Juárez A, Sira-Ramírez H, “Robust GPI Controller for trajectory tracking for induction Motors”, *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Mechatronics*, April, 2009

Bibliografía

- [44] Sira-Ramírez H, Matamoros-Sánchez A, Goodall R.M, “Flatness Based Control of a Suspension System: A GPI Observer Approach”, 18th IFAC World Congress, August, 2011
- [45] P.D. Taylor, L.B. Jonker, “Evolutionarily Stable Strategies and Game dynamics”, ESS Game Dynamics 1978
- [46] K. Safarynska, C.J.M. J.C.J.M. van den Bergh, “Beyond replicator dynamics: Innovation – selection dynamics and optimal diversity”, Journal of Economic Behavior and Organization 78 (2011) 229–245
- [47] E. Aiyoshi, R. Horie, A. Maki, “An application of the continuous time replicator dynamics to economics”, Mathematics and Computers in Simulation 59 (2002) 105–113
- [48] C.P. Roca, J.A. Cuesta, A. Sánchez, “Evolutionary game theory: Temporal and spatial effects beyond replicator dynamics”, Physics of Life Reviews 6 (2009) 208–249
- [49] E. Mojica-Nava, C.A. Macana, N. Quijano, “Dynamic Population Games of optimal dispatch on hierarchical microgrid control”, IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics: Systems, Vol. 44, No. 3, March 2014
- [50] K. Page, M. Nowak, “Unifying Evolutionary Dynamics”, Journal Theory Biology (2002) 219, 93-98
- [51] D. Pais, N. Leonard, “Limit Cycles in Replicator –Mutator Network Dynamics”, Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control 2011
- [52] Pais D., “Emergent collective behaviour in Multi-Agent Systems: an evolutionary perspective”, Thesis Doctoral, Princeton University, 2012.
- [53] Zhiyun L, Wei D, Gangfeng Y, Changbin Y, Alessandro Giua, “Leader-Follower formation via Complex Laplacian”, Automatica, Vol.49, No. 6, pp. 1900-1906, 2013
- [54] Ballantine C.S. “Stabilization by a diagonal matrix” Oregon 97331
- [55] Kawashima H. and Egerstedt M. “Leader Selection via the Manipulability of Leader-Follower Networks”, American Control Conference (ACC), 2012