

- i) nombre del BENEFICIARIO y correo electrónico: SANTIAGO PULIDO JUAN MANUEL, jmsantiagop@bt.unal.edu.co; jsantiagop@ucentral.edu.co; jsantiago@javeriana.edu.co, jmsantiagop@unal.edu.co.
- ii) año de la convocatoria: 2009
- iii) título de la tesis, “UN ANALISIS DE LOS DETERMINANTES DEL PAGO BAJO CONTRATOS DE PRESTAMO GRUPAL”
- iv) resumen de la tesis en inglés y español incluyendo palabras clave,

Resumen

En la presente tesis doctoral se estudia la relación entre cohesión social y pago en contratos de préstamo grupal con las herramientas de la economía de redes sociales. En un primer planteamiento, el mecanismo del préstamo grupal se aproxima a uno de contribución voluntaria encontrando que el pago esperado de participar es función directa de la probabilidad de pago individual. Esta última se estudia en primera instancia bajo independencia en los eventos de pago. El mecanismo se trabaja como un dilema del prisionero repetido y sin interacciones se obtiene que la proporción de cumplidos se extingue. Entonces para abrir la posibilidad de interacciones se define la red social del grupo de prestatarios observando sus propiedades y obteniendo medidas de cohesión social asociadas al grado de la misma. Se encuentra que el número de vínculos del grupo de prestatarios aumenta hasta que el número de morosos es la mitad del grupo y desde ahí comienza a disminuir. También se trata la condicionalidad entre eventos individuales de pago. Las interacciones se incorporan plenamente al elaborar una simulación del juego repetido encontrando patrones distintos a la extinción de los cumplidos que involucran la convivencia de distintos tipos de prestatarios. Finalmente, el análisis de datos reales de pago revela asociaciones entre dígrafos de pago del mismo grupo de prestatarios (sin tener en cuenta atributos de los prestatarios).

Palabras clave: Cohesión Social, Capital Social, Pago en Préstamos Grupales, Responsabilidad Conjunta, Bienes Públicos, Análisis de Redes Sociales, Microfinanzas, Mecanismos de Contribución Voluntaria.

Abstract

This doctoral dissertation studies the relationship between social cohesion and repayment in joint liability lending with tools of economics of social networks. At first stage, grupal lending mechanism is approached to voluntary contribution one, finding that participation's expected payoff is a direct function of individual repayment probability. The latter is studied under independence in events of individual repayment. The mechanism was treated as a repeated Prisoner's Dilemma and without interactions, proportion of defaulters dominates. Then in order to open possibility to interactions, it's defined borrower's group social network observing its properties and obtaining social cohesion measures particularly those associated with degree of the network. Also, it's worked about conditionality between individual events of repayment. A central result was found: number of links in the borrowers group increases until number of defaulters is an half of the group and then starts to decrease. Interactions are fully incorporated in developing a simulation of the repeated game, finding different patterns as the coexistence of different types of borrowers (involving domination of defaulters under certain parameters). Finally, real data analysis revealed associations between repayment's digraphs of the same group of borrowers (regardless attributes of borrowers).

Keywords: Social Cohesion, Social Capital, Repayment in Joint Liability Lending, Public Goods, Social Network Analysis, Microfinance, Voluntary Contribution Mechanisms.

v) nombre del programa de doctorado, DOCTORADO EN CIENCIAS ECONOMICAS

vi) institución de estudio UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN SEDE BOGOTÁ

Un análisis de los determinantes del pago bajo Contratos de Préstamo Grupal

Juan Manuel Santiago Pulido

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Doctorado en Ciencias Económicas
Bogotá, Colombia
2013

Un análisis de los determinantes del pago bajo Contratos de Préstamo Grupal

Juan Manuel Santiago Pulido

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Doctor en Ciencias Económicas

Director:
Doctor Oscar Arturo Benavides González

Línea de Investigación:
Teoría Económica
Grupo de Investigación:
Teoría y Pensamiento Económico

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Doctorado en Ciencias Económicas
Bogotá, Colombia
2013

Resumen

En la presente tesis doctoral se estudia la relación entre cohesión social y pago en contratos de préstamo grupal con las herramientas de la economía de redes sociales. En un primer planteamiento, el mecanismo del préstamo grupal se aproxima a uno de contribución voluntaria encontrando que el pago esperado de participar es función directa de la probabilidad de pago individual. Esta última se estudia en primer instancia bajo independencia en los eventos de pago. El mecanismo se trabaja como un dilema del prisionero repetido y sin interacciones se obtiene que la proporción de cumplidos se extingue. Entonces para abrir la posibilidad de interacciones se define la red social del grupo de prestatarios observando sus propiedades y obteniendo medidas de cohesión social asociadas al grado de la misma. Se encuentra que el número de vínculos del grupo de prestatarios aumenta hasta que el número de morosos es la mitad del grupo y desde ahí comienza a disminuir. También se trata la condicionalidad entre eventos individuales de pago. Las interacciones se incorporan plenamente al elaborar una simulación del juego repetido encontrando patrones distintos a la extinción de los cumplidos que involucran la convivencia de distintos tipos de prestatarios. Finalmente, el análisis de datos reales de pago revela asociaciones entre digrafos de pago del mismo grupo de prestatarios (sin tener en cuenta atributos de los prestatarios).

Palabras clave: Cohesión Social, Capital Social, Pago en Préstamos Grupales, Responsabilidad Conjunta, Bienes Públicos, Análisis de Redes Sociales, Microfinanzas, Mecanismos de Contribución Voluntaria.

Abstract

This doctoral dissertation studies the relationship between social cohesion and repayment in joint liability lending with tools of economics of social networks. At first stage, the grupal lending mechanism is approached to voluntary contribution one, finding that the participation's expected payoff is a direct function of individual repayment probability. The latter is studied under independence in the events of individual repayment. The mechanism was treated as a repeated Prisoner's Dilemma and without interactions, the proportion of defaulters dominates. Then in order to open possibility to interactions, it's defined borrower's group social network observing its properties and obtaining social cohesion measures particularly those associated with degree of the network. Also, it's worked about conditionality between individual events of repayment. A central result was found: the number of links in the borrowers group increases until the number of defaulters is an half of the group and then starts to decrease. The interactions are fully incorporated in developing a simulation of the repeated game, finding different patterns as the coexistence of different types of borrowers (involving domination of defaulters under certain parameters). Finally, real data analysis revealed associations between repayment's digraphs of the same group of borrowers (regardless attributes of borrowers).

Keywords: Social Cohesion, Social Capital, Repayment in Joint Liability Lending, Public Goods, Social Network Analysis, Microfinance, Voluntary Contribution Mechanisms.

Contenido

Resumen	3
Lista de Gráficas	6
Lista de Tablas	8
Introducción	11
1. Cohesión social, capital social, conexiones sociales y pago en préstamos grupales: revisión de la evidencia reciente	23
1.1. Introducción	23
1.2. Evidencia de campo: la cohesión social existente no incide en el pago grupal	25
1.3. Evidencia de laboratorio: la cohesión social no incide en el pago grupal	27
1.4. Evidencia de campo: la conectividad social incide positivamente en el pago grupal	30
1.5. Discusión	37
2. Juego del préstamo grupal	41
2.1. Introducción	41
2.2. Planteamiento	42
2.3. Comportamiento del número de personas que paga en cualquier etapa del juego del préstamo grupal	46
2.4. Dinámica de la proporción poblacional de prestatarios que paga en el juego repetido del préstamo grupal	50
2.5. Conclusión	55
3. Estructura de un grupo de prestatarios bajo el juego del préstamo grupal	57
3.1. Introducción	57
3.2. Relación de pago al interior de un grupo de prestatarios	58
3.3. El grado del grupo de prestatarios con estructura	64
3.4. Medidas descriptivas sobre G	79
3.5. Relaciones entre eventos de pago individual y su impacto en el número de cumplidos	92
3.5.1. Bajo independencia	92
3.5.2. Bajo condicionalidad	93

3.6. Conclusión	97
4. Interacciones locales en el juego del préstamo grupal	99
4.1. Introducción	99
4.2. Planteamiento de las interacciones en juegos repetidos	100
4.3. Interacciones locales en el juego del préstamo grupal	102
4.4. Conclusión	108
5. Análisis de datos	109
5.1. Introducción	109
5.2. Caracterización de los grupos de prestatarios en términos de pago: de la estructura del digrafo a las relaciones entre agentes	110
5.2.1. Grupos sin morosos	110
5.2.2. Grupos con morosos	110
5.2.3. Estadística univariada sobre G1	114
5.2.3.1. Distribución del grado interno (columns) para G1	115
5.2.3.2. Distribución del grado externo (rows) para G1	115
5.2.4. Estadística univariada sobre la matriz de adyacencia	116
5.2.5. Cohesión: densidad, alcanzabilidad	117
5.3. Caracterización de los grupos de prestatarios en términos de pago: de las relaciones entre agentes a la estructura del digrafo	131
5.3.1. Cohesión: conectividad, reciprocidad	131
5.3.2. Centralidad	133
5.3.2.1. Centralidad de grado	134
5.3.2.2. Centralidad de agrupamiento	139
5.3.3. Análisis de la matriz de afiliación	141
5.4. Conclusión	145
6. Conclusiones, contribuciones y trabajo futuro	146
ANEXO	160
Bibliografía	170

Lista de gráficas

Gráfica 1.....	11
Gráfica 2.....	12
Gráfica 3.....	13
Gráfica 4.....	15
Gráfica 5.....	16
Gráfica 6.....	17
Gráfica 7.....	52
Gráfica 8.....	53
Gráfica 9.....	53
Gráfica 10.....	55
Gráfica 11.....	60
Gráfica 12.....	60
Gráfica 13.....	61
Gráfica 14.....	61
Gráfica 15.....	62
Gráfica 16.....	66
Gráfica 17.....	67
Gráfica 18.....	67
Gráfica 19.....	69
Gráfica 20.....	70
Gráfica 21.....	71
Gráfica 22.....	73
Gráfica 23.....	73
Gráfica 24.....	74
Gráfica 25.....	76
Gráfica 26.....	77
Gráfica 27.....	80
Gráfica 28.....	81
Gráfica 29.....	82
Gráfica 30.....	83
Gráfica 31.....	84

Gráfica 32.....	86
Gráfica 33.....	87
Gráfica 34.....	88
Gráfica 35.....	100
Gráfica 36.....	103
Gráfica 37.....	103
Gráfica 38.....	104
Gráfica 39.....	105
Gráfica 40.....	105
Gráfica 41.....	106
Gráfica 42.....	106
Gráfica 43.....	107
Gráfica 44.....	111
Gráfica 45.....	111
Gráfica 46.....	112
Gráfica 47.....	118
Gráfica 48.....	119
Gráfica 49.....	133
Gráfica 50.....	139
Gráfica 51.....	140
Gráfica 52.....	141
Gráfica 53.....	141
Gráfica 54.....	142
Gráfica 55.....	143
Gráfica 56.....	143
Gráfica 57.....	149
Gráfica 58.....	150
Gráfica 59.....	151
Gráfica 60.....	152
Gráfica 61.....	153
Gráfica 62.....	155
Gráfica 63.....	163
Gráfica 64.....	157
Gráfica A1.....	160
Gráfica A2.....	162
Gráfica A3.....	167

Lista de tablas

Tabla 1.....	25
Tabla 2.....	26
Tabla 3.....	32
Tabla 4.....	34
Tabla 5.....	35
Tabla 6.....	44
Tabla 7.....	44
Tabla 8.....	45
Tabla 9.....	46
Tabla 10.....	48
Tabla 11.....	48
Tabla 12.....	51
Tabla 13.....	51
Tabla 14.....	52
Tabla 15.....	62
Tabla 16.....	62
Tabla 17.....	63
Tabla 18.....	63
Tabla 19.....	64
Tabla 20.....	65
Tabla 21.....	65
Tabla 22.....	65
Tabla 23.....	65
Tabla 24.....	66
Tabla 25.....	68
Tabla 26.....	68
Tabla 27.....	68
Tabla 28.....	68
Tabla 29.....	69
Tabla 30.....	71

Tabla 31.....	71
Tabla 32.....	71
Tabla 33.....	72
Tabla 34.....	72
Tabla 35.....	74
Tabla 36.....	74
Tabla 37.....	75
Tabla 38.....	75
Tabla 39.....	75
Tabla 40.....	78
Tabla 41.....	79
Tabla 42.....	85
Tabla 43.....	89
Tabla 44.....	90
Tabla 45.....	90
Tabla 46.....	90
Tabla 47.....	91
Tabla 48.....	92
Tabla 49.....	93
Tabla 50.....	94
Tabla 51.....	110
Tabla 52.....	113
Tabla 53.....	113
Tabla 54.....	114
Tabla 55.....	115
Tabla 56.....	116
Tabla 57.....	117
Tabla 58.....	117
Tabla 59.....	117
Tabla 60.....	118
Tabla 61.....	123
Tabla 62.....	123
Tabla 63.....	125
Tabla 64.....	126
Tabla 65.....	126
Tabla 66.....	127
Tabla 67.....	127
Tabla 68.....	128
Tabla 69.....	128
Tabla 70.....	129
Tabla 71.....	129

Tabla 72.....	130
Tabla 73.....	131
Tabla 74.....	132
Tabla 75.....	132
Tabla 76.....	133
Tabla 77.....	134
Tabla 78.....	135
Tabla 79.....	135
Tabla 80.....	136
Tabla 81.....	136
Tabla 82.....	136
Tabla 83.....	137
Tabla 84.....	137
Tabla 85.....	138
Tabla 86.....	139
Tabla 87.....	144

Introducción.

La teoría de la elección racional de agentes representativos maximizadores y aislados ha servido de fundamento a modelos actuariales, financieros y bancarios como los descritos en Bowers *et al.* (1986), Kellison, (1991), De Gryse *et al.* (2009). El denominador común de los modelos es el intercambio de recursos como dinero por un cierto tiempo teniendo como contraprestación el pago de intereses (o rentabilidad) sobre el monto otorgado. El intercambio tiene lugar mediante el ofrecimiento de un contrato por parte del principal (prestamista, asegurador, etc.) a un agente (prestatario, asegurado).

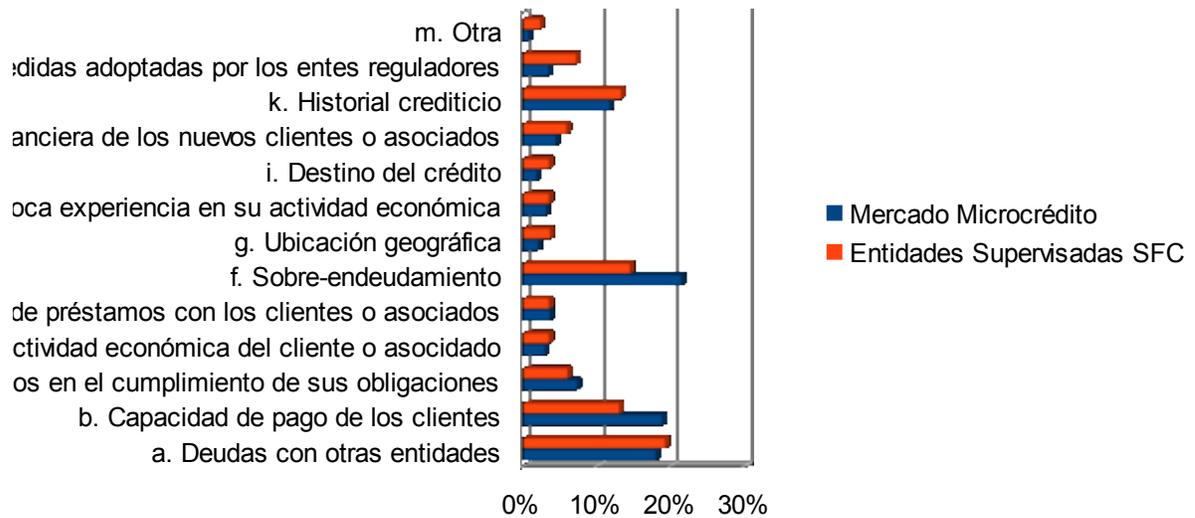
En un contrato de crédito, la escogencia de los sujetos de crédito es determinada por un modelo de asignación de puntaje¹. El modelo permite analizar la información suministrada por el candidato a prestatario para determinar su capacidad de pago, su disposición de pago, su riqueza y la garantía que posee. El análisis de esas variables le permite al prestamista establecer la probabilidad de que un prestatario cumpla con la obligación financiera contraída. Bajo estos parámetros una persona de bajos ingresos no es sujeto de crédito, dados su baja capacidad de pago y carencia de garantías. Es racional para el prestamista no prestarle a un sujeto con estas características que hacen muy improbable el pago de la deuda.

La conducta del prestamista formal en Colombia esta bien caracterizada por los datos de la Encuesta trimestral sobre microcrédito (Abril-Junio, 2014) efectuada por el Banco de la República. Al analizar la encuesta, se encuentra que para el prestamista los principales obstáculos en la concesión de microcréditos son el sobreendeudamiento, deudas múltiples, la capacidad de pago y la carencia de historial (Gráfica 1). La garantía no es un obstáculo para el prestamista pues se exige desde montos mínimos (Gráfica 2).

Gráfica 1. Principales factores que señalan los prestatarios formales en Colombia como obstáculos al microcrédito.

¹ De cualquier naturaleza sea una regresión logística o cualquier método de clasificación (como el análisis discriminante, o de reconocimiento de patrones como las redes neuronales, etc.) que dados los atributos de los prestatarios conformes a los criterios estipulados por el prestamista, permita separar a los sujetos de crédito en buenos y malos deudores. Estos modelos requieren como insumos la información crediticia generada por los candidatos, pero como las personas de menos ingresos usualmente carecen de historial crediticio, entonces quedan excluidos del mercado.

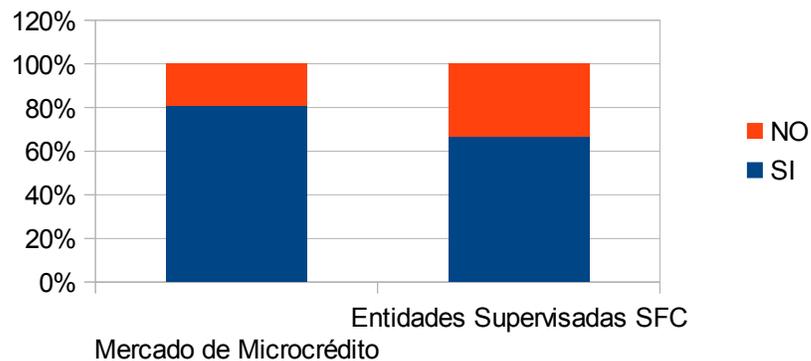
¿QUE FACTORES LE IMPIDEN OTORGAR MAS MICROREDITOS?



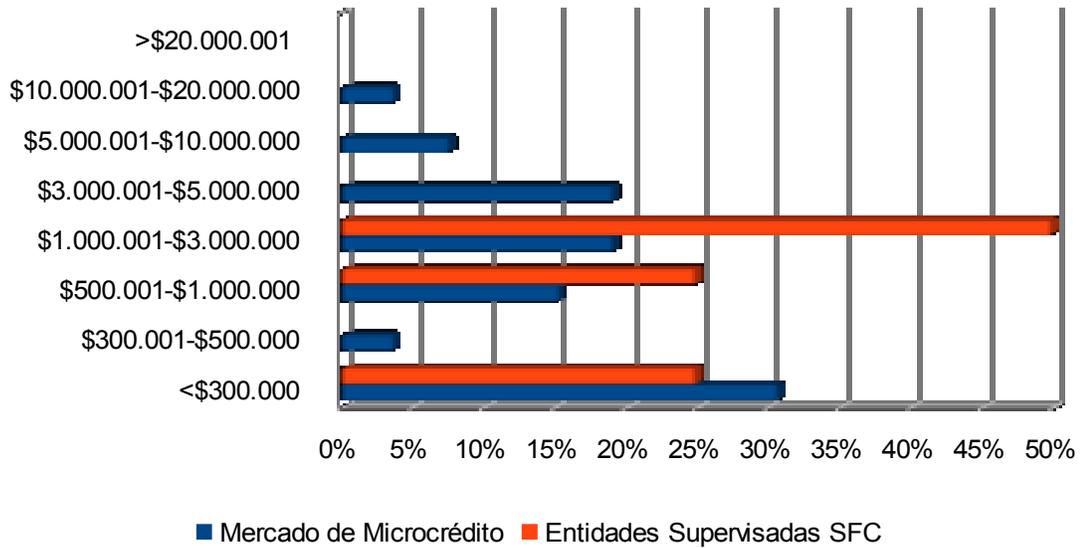
Fuente: Elaboración propia con datos de la Encuesta sobre la situación del microcrédito, Abril—Junio 2014 del Banco de la República, Colombia.

Gráfica 2. Exigencia de garantías por microcréditos en Colombia y montos (COP).

¿EXIGE GARANTIAS PARA OTORGAR MICROREDITOS?



¿DESDE QUE MONTO EXIGE GARANTIAS?

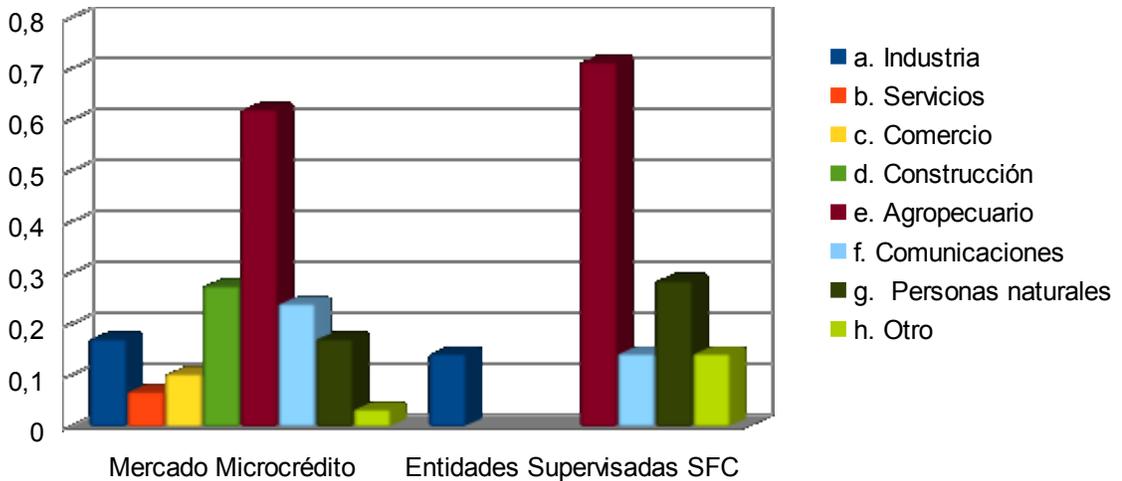


Fuente: Elaboración propia con datos de la Encuesta sobre la situación del microcrédito, Abril—Junio 2014 del Banco de la República, Colombia.

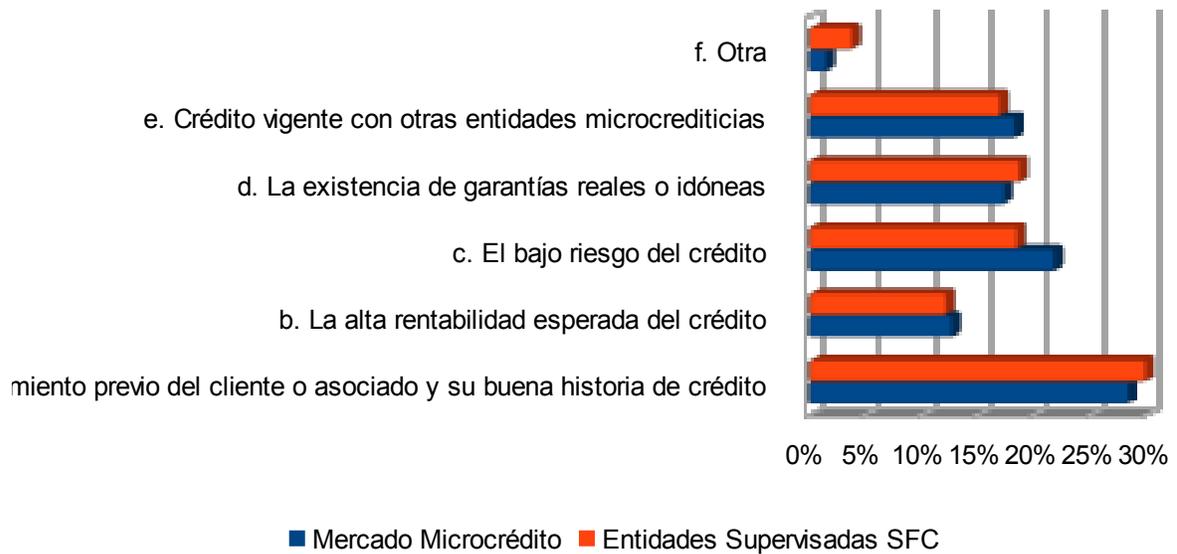
Como ocurre para cualquier país, la exigencia de garantías por microcréditos en Colombia esta ligada a los problemas de información que afronta el prestamista (Gráfica 3).

Gráfica 3. Problemas de información en el sector de microcrédito en Colombia.

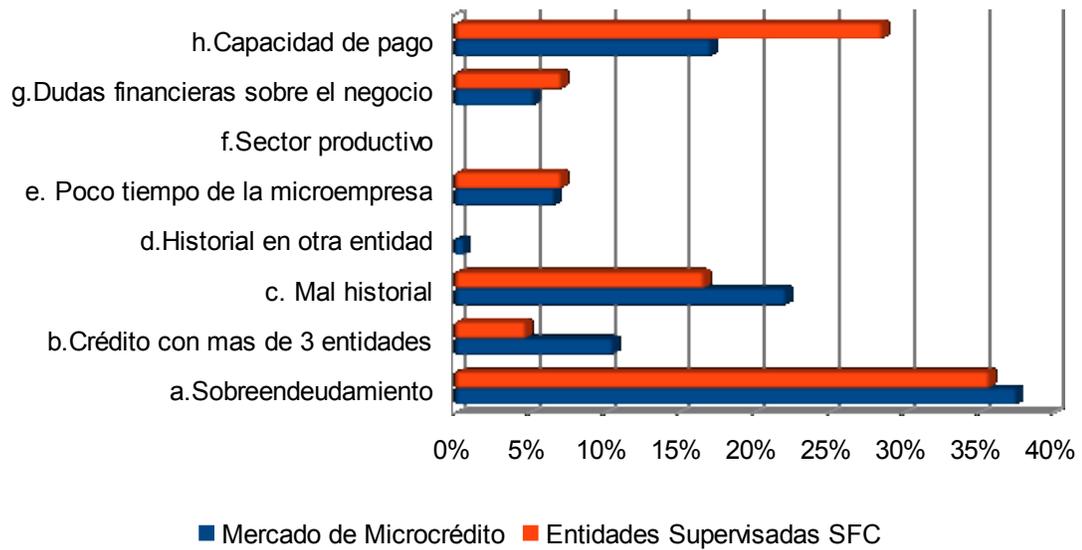
¿EN QUE SECTORES CONSIDERA QUE ES DIFICIL IDENTIFICAR CLIENTES POR PROBLEMAS DE INFORMACION?



CONSIDERACIONES PARA APROBACION DE MICROCREDITOS



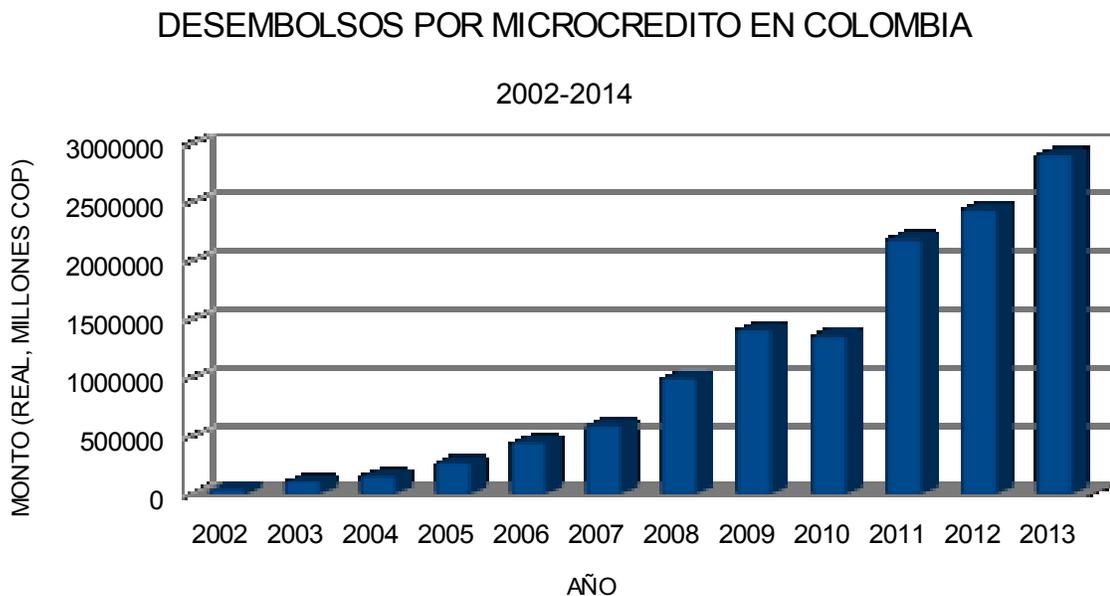
CONSIDERACIONES PARA RECHAZO MICROCREDITOS



Fuente: Elaboración propia con datos de la Encuesta sobre la situación del microcrédito, Abril—Junio 2014 del Banco de la República, Colombia.

Es así como, no todos los agentes de una sociedad que requieren financiamiento, los que tienen proyectos más rentables, los más eficientes, etc., pueden acceder a la banca formal que ante la falta de información sobre los posibles prestatarios implementa una serie de esfuerzos (costosos) para seleccionarlos. Una vez el prestamista ha decidido entablar la relación crediticia con el prestatario bajo un contrato de préstamo individual debe supervisarlos y hacer cumplir su pago. Por lo anterior, frente a la carencia de garantía o de historial crediticio muchos prestatarios de bajos ingresos quedan por fuera del mercado. En Colombia, los recursos financieros dedicados al microcrédito son canalizados a través de contratos de préstamo individual. Estos recursos, a pesar de aumentar durante la última década (Gráfica 4) aún son escasos si son comparados con otras modalidades de crédito (Gráfica 5).

Gráfica 4: Evolución anual de los desembolsos por microcrédito en Colombia 2002-2013

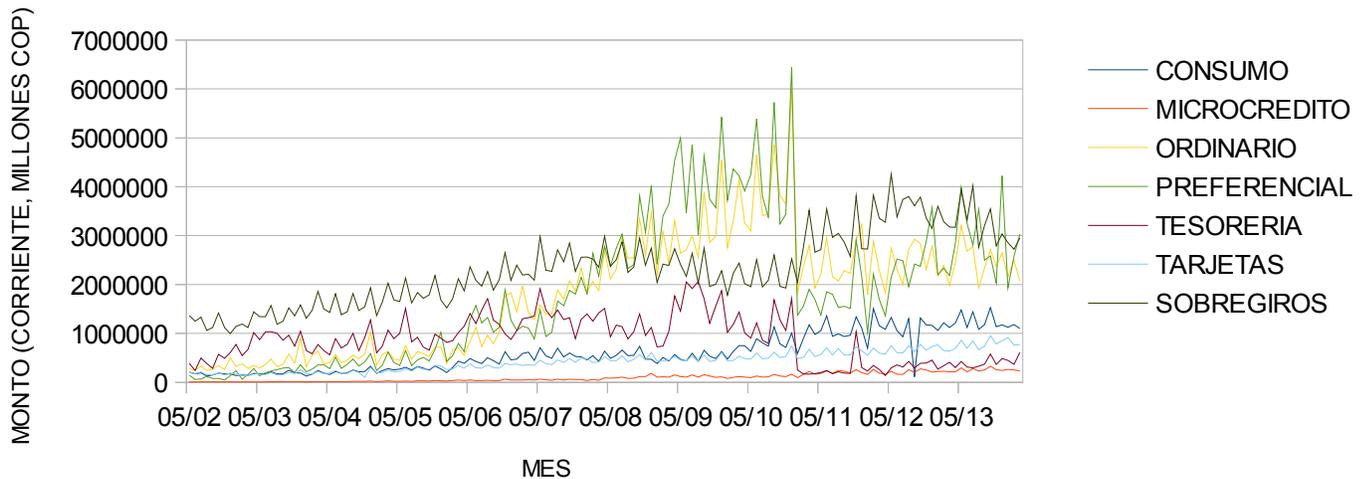


Fuente: Cálculos del autor con base en datos de la Superintendencia Financiera de Colombia y Banco Mundial.

Gráfica 5: Evolución mensual de los desembolsos según tipo de crédito en Colombia 2002-2014.

DESEMBOLSOS SEGÚN TIPO DE CRÉDITO EN COLOMBIA

MAYO 2002- MARZO 2014



Fuente: Cálculos del autor con base en datos de la Superintendencia Financiera de Colombia.

Entonces, toda relación crediticia entre un prestamista y un prestatario está fundada en la información que posea el prestamista del prestatario. Ante poca información (o no confiable) el prestamista decide no prestar o cobrar un interés lo suficientemente alto que le permita cubrirse ante el riesgo que afronta al prestarle a una persona que no conoce (o que no conoce bien). Por esto, la relación crediticia se torna en una relación de confianza.

En ciertos sectores de ciertas sociedades como algunas africanas, latinoamericanas o asiáticas², la relación crediticia contempla además de la confianza, un elemento de reciprocidad: el mutuo aseguramiento. La reciprocidad consiste en que la relación crediticia se entabla bajo el supuesto de que ante cualquier contingencia, el flujo monetario que se dió en un sentido en algún tiempo se revertirá en una ocasión posterior. Ese requerimiento de reciprocidad se va relajando a medida que surgen nuevas formas de organización social para el autofinanciamiento con un mayor grado de anonimato como las cooperativas.

Pero la carencia de garantía o historial no ha impedido que en presencia de unas necesidades de financiamiento crecientes de una comunidad, surjan ciertas formas de organización social ajenas a la banca formal que permitan satisfacerlas, esto no solo en Colombia sino en cualquier parte del mundo. Para cualquiera de estos mecanismos de financiamiento, la tasa de interés es función inversa de la información fiable que el prestamista tiene del cumplimiento del prestatario³. Lo anterior ocurre, en virtud de que por definición una persona de bajos ingresos, carece de historial crediticio y de garantías⁴. Y por extensión de acceso al crédito.

Así, la tasa de interés queda dependiendo de la confianza que el prestamista tenga en que

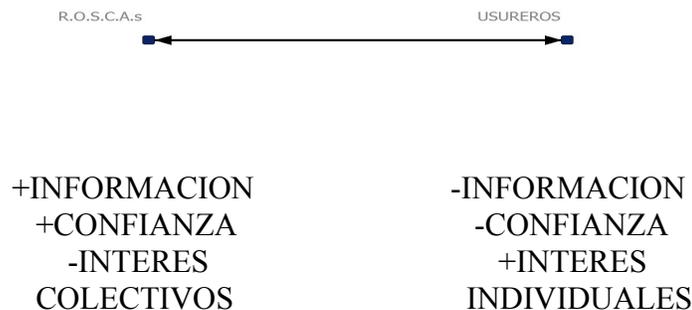
² Armendariz (2006) describe como las cooperativas de crédito alemanas del siglo XIX involucraron estos elementos de confianza y reciprocidad en la relación crediticia.

³ El interés ya no depende tanto de la información que tiene el prestamista acerca de la capacidad de pago del deudor por las garantías que pueda relacionar o por los ingresos devengados regularmente.

⁴ Y hasta cierto punto “de buen nombre” ante la falta de información sobre su comportamiento de pago.

el prestatario: (i) usará los recursos para el proyecto que dijo emprender, (ii) empleará todos los esfuerzos a su alcance para asegurar el éxito del proyecto y una vez obtenido el producto, (iii) devolverá al prestamista el préstamo más los intereses causados. En la Gráfica 6 se describe un continuo entre mecanismos de financiamiento alternativos que son mecanismos de financiamiento ideados por ciertas comunidades para acceder a recursos o a servicios financieros cuando no tienen acceso a la banca formal.

Gráfica 6: Mecanismos alternativos de financiamiento. En el extremo izquierdo un grupo de personas satisface sus necesidades de financiamiento formando una asociación de crédito y ahorro rotativo⁵ que gracias a la gran cantidad de información de que disponen sus miembros unos de otros y de vínculos entre ellos permite solucionar ciertos problemas de agencia que surgen en las relaciones crediticias; esto se refleja en el cobro de intereses bajos o nulos. En el extremo derecho aparecen los usureros que ante la carencia de información cobran intereses altos para afrontar el nivel de riesgo que emprenden.



En el extremo izquierdo aparecen las asociaciones de crédito y ahorro rotativo⁶ en las cuales, miembros de una comunidad acceden una bolsa común que es la suma de contribuciones individuales iguales reunidas periódicamente y repartidas a un solo miembro. La bolsa se puede asignar aleatoriamente o por subasta. En el primer caso los miembros no reciben intereses por participar. Usualmente, la asociación de crédito y ahorro rotativo se forma por la necesidad de sus miembros de financiamiento para la consecución de un bien durable (indivisible). Puede tener ventajas⁷ sobre la autarquía pues esta última obliga a cada individuo a restringir su consumo por varios períodos de tiempo, ahorrando el excedente para al final de cierto número de períodos obtener el bien, mientras que la asociación en cuestión permite la consecución del bien en un lapso más corto de tiempo (en promedio).

Con quien(es) se conforma una asociación de crédito y ahorro rotativo? Usualmente estas asociaciones se conforman entre miembros con vínculos traslapados de parentesco, comerciales, de vecindad geográfica, etc.

El denominador común que permite la formación de una asociación es la gran cantidad de

⁵ El nombre de estas asociaciones proviene de Rotating Saving and Credit Asociation., ROSCA.

⁶ Reciben distintos nombres en distintos países: cadenas, tandas, pollas, etc.

⁷ Ver Armendariz & Morduch (2006). Para una aplicación, Bareño (2012) que describe a un consorcio como una asociación de crédito y ahorro rotativo que permite la consecución de bienes durables a sujetos sin historial crediticio, gracias al historial que van generando a medida que hacen sus aportes a la bolsa común.

información que los miembros tienen de sus contrapartes en particular, respecto a su tipo (moroso-cumplido) y la posibilidad de vigilancia y presión social del contrato informal. Asociada a la gran cantidad de información de que disponen los miembros de una asociación de crédito y ahorro rotativo está la confianza que se tienen entre sí: los agentes pueden ser confiados porque hay agentes dignos de confianza.

En el otro extremo del espectro de la Gráfica 6 aparecen los usureros que prestan a unas tasas de interés prohibitivas a las personas que carecen de financiamiento por otros medios. El alto interés cobrado por el prestamista al prestatario parcialmente obedece al riesgo emprendido por el principal y los problemas de información y de vigilancia del contrato que entabla con el agente.

En un punto intermedio aparecen las cooperativas que para Armendariz & Morduch (2006) son una forma de organización para autofinanciamiento similar y previa a los actuales contratos de préstamo grupal surgidos en los bancos de villa y en general a la banca tipo Grameen. Las cooperativas son una forma de organización social para autofinanciamiento que permite mayor flexibilidad que las asociaciones de crédito y ahorro rotativo en términos de contribuciones, plazos y acceso al fondo común; además de permitir la obtención de intereses. Como forma de organización social, las cooperativas requieren menos información y confianza que las asociaciones de crédito y ahorro rotativo.

De esta forma, los vínculos sociales que permiten la confianza y las relaciones recíprocas entre individuos permiten la consecución de un bien común. A esta serie de vínculos entre individuos y a los individuos que los entablan se le ha denominado red social. Los vínculos de una comunidad, su fortaleza y densidad, han sido amparados por nociones como la de capital social y/o cohesión social.

Como punto de intersección de muchos estudios sobre el capital social, Durlauff (2004) ha encontrado que:

- (i) el capital social está relacionado con la generación de externalidades positivas⁸ para los miembros de un grupo,
- (ii) las externalidades son obtenidas mediante la adopción de normas, valores y confianza compartida, y sus efectos sobre las expectativas y la conducta y,
- (iii) estas normas, valores y confianza surgen de formas de organización informales basadas en redes sociales y asociaciones.

También el mismo autor ha observado como el capital social parece surgir en circunstancias en las que existen fricciones socioeconómicas, entendidas por Durlauff como “las circunstancias en que existe necesidad de alguna clase de acción colectiva para vencer las fallas de las decisiones individuales no coordinadas. Un ejemplo es la emergencia de normas sociales que impiden la sobreexplotación de un recurso común o la existencia de asociaciones de crédito rotativo entre ciertos grupos para facilitar el desarrollo económico” (Durlauff, 2004, p.22).

Dentro de las microfinanzas⁹, los contratos de préstamo grupal permiten el acceso al

⁸ Señalando claramente casos en que estas externalidades pueden tomar la forma de colusión contra un principal, caso en el que el carácter positivo o negativo de la externalidad depende de la posición de quienes participan en ella (como principales o agentes).

⁹ Según Armendariz & Morduch (2006) las microfinanzas son un conjunto de prácticas bancarias

financiamiento de las personas de menores ingresos que carecen de historial crediticio. Ante la ausencia de garantía de los prestatarios tales contratos se sirven de la responsabilidad conjunta para solucionar los problemas de información que afrontaría el prestamista en otro caso. La responsabilidad conjunta consiste en que si uno de los prestatarios que conforma el grupo decide no pagar (o no puede hacerlo), el resto de miembros siendo responsables por el pago del moroso debe salir a pagar por él. Este aseguramiento mutuo puede tener lugar cuando existe una gran cantidad de información entre prestatarios: los mismos prestatarios se seleccionan entre sí (discriminando a los morosos), ellos mismos se vigilan (emprendiendo los esfuerzos necesarios que permitan la generación de un producto para pagar el préstamo) y ellos mismos hacen cumplir el contrato (a través de normas informales comunitarias cuya no observancia desencadena la presión a nivel grupal y/o comunitario, castigos sociales, etc.).

Así el principal (prestamista) no incurre en una serie de costos¹⁰ asociados con la autoselección, vigilancia y presión social, que harían inviable la relación crediticia con este tipo de agente, el prestatario de menores ingresos. Esto último ya fue señalado hace más de veinte años por Varian (1990) y por Stiglitz (1990). Según Ghatak & Guinane (1998) los problemas de información descritos obstaculizan a las instituciones financieras para proveer de servicios a las personas de menores recursos.

Por todo lo anterior, en 1970s Yunus implementó un contrato de préstamo grupal para el segmento poblacional en cuestión, caracterizado originalmente por la ausencia de garantías patrimoniales como garantías del préstamo. En caso de moratoria, el único mecanismo para hacer cumplir el pago era el cierre del acceso al financiamiento futuro. Posteriormente se introdujo la responsabilidad conjunta.

Para un préstamo tipo Grameen clásico, cinco personas sin garantías forman un grupo que accede a créditos así: las dos primeras personas el primer mes, las dos siguientes el segundo mes y la última persona, que es el líder del grupo, el tercer mes. Los miembros se reúnen semanal o quincenalmente para efectuar los pagos. La cláusula de responsabilidad conjunta en los préstamos grupales opera como un mecanismo de aseguramiento mutuo que apela a la confianza entre relativos¹¹ y a la solidaridad en caso de contingencias. A pesar del alto riesgo que afronta el prestamista, las tasas de pago del Grameen Bank son superiores al noventa por ciento¹². En el mismo sentido, varios estudios del Banco Mundial han evidenciado tanto altas tasas de pago para los préstamos grupales (Khandker *et al.*, 1995) como efectos positivos en la comunidad (Pitt & Khandker, 1996).

Puede decirse que esa evidencia no descansa en la buena fe de los prestatarios sino en los mecanismos que operan no solo al exterior (provenientes del prestamista para hacer

construidas en torno a la aceptación de pequeños montos de ahorro y la asignación de pequeños préstamos.

¹⁰ Muchas empresas actuales buscando reducir costos (como los de servicio directo al cliente) emplean aplicaciones móviles que permiten al mismo cliente efectuar ciertos procesos. Y no solo las empresas sino los mismos gobiernos descargan en los usuarios la responsabilidad de efectuar procesos que antaño eran desempeñados por burócratas. Esto ha sido observado por los sociólogos Pongratz & Voss (2003)

¹¹ Según el Diccionario RAE (2001) la palabra *relativo* designa aquello “que guarda relación con alguien o con algo”.

¹² Manifestado por Yunus en distintos escenarios.

cumplir el contrato) sino al interior del grupo (provenientes de las relaciones imbricadas entre prestatarios no solo antes del préstamo sino durante la amortización del mismo) y que inciden en el pago.

Además de las ventajas señaladas de los contratos de préstamo grupal sobre los individuales, Rodríguez-Meza (2000, p.10) afirma que los contratos grupales a través de años de aprendizaje han desarrollado: (i) contratos estandarizados con un mínimo de requerimientos para prestatarios por primera vez, seguidos por mejoras en los términos y condiciones de los mismos por la adquisición de información del prestamista sobre la conducta de pago del prestatario; (ii) formas innovadoras de garantía que descansan en el valor de uso de la garantía para el prestatario en vez de su valor de mercado; (iii) una relación crediticia de largo plazo en que la promesa de recursos en el futuro es un incentivo dinámico; (iv) el uso la vigilancia, el valor de la reputación y la presión grupal para inducir el pago y (v) la confiscación de los depósitos en casos serios de problemas de pago como mecanismo para disuadir a otros prestatarios. En términos de tasa de interés, un contrato de préstamo grupal ofrece ventajas frente a uno individual porque en un ambiente de selección adversa, el interés exigido por los prestamistas bajo contratos individuales será tan alto que solo los agentes riesgosos desearán obtener préstamos, mientras que bajo la modalidad grupal esa tasa disminuye como muestran Armendariz & Morduch (2006).

Sin embargo, el mecanismo de operación de los contratos de préstamo grupal no está exento de fallas. Entre otros autores, Armendariz & Morduch (2006) han señalado con base en hechos (observando comparativamente sistemas microfinancieros desarrollados) como los prestatarios bajo contratos grupales apenas pueden -cuando han creado un historial que se los permite-, reniegan del mecanismo grupal y buscan acceder a un contrato de préstamo individual. Se aduce como principal factor para el cambio, el mismo que le da tantas ventajas: la responsabilidad conjunta. De esta forma, la responsabilidad conjunta puede llegar a ser una carga muy pesada que un prestatario está dispuesto a llevar solo por cierto tiempo, por lo menos hasta que crea un historial¹³.

En ese sentido las microfinanzas han surgido, son económicamente viables y tienen auge en comunidades y culturas que se sirven de los vínculos sociales para llenar los vacíos que los mercados crediticios formales no han podido. Por lo mismo, la presente tesis surge del hecho por el cual la relación entre cohesión social y pago permite solucionar los problemas de información mencionados a través del ofrecimiento de un contrato de préstamo grupal. Con la tesis se busca aportar al entendimiento de la relación descrita mediante la formulación del grupo como una red social y su evolución a lo largo del tiempo.

En el capítulo uno se describe la relación entre cohesión social y pago a través de la revisión de varios estudios econométricos tanto de campo como de laboratorio que desafortunadamente no son concluyentes (§1.2 a §1.4).

Como elaborar un estudio de campo o de laboratorio no podía contribuir más que con una simple réplica y comprobación (mediante herramientas econométricas) de estudios

¹³ Rodríguez-Meza (2000, p.47) observó los efectos negativos en los incentivos promovidos por la responsabilidad conjunta (que pueden relacionarse con el abandono del mecanismo): “el primero surge del riesgo adicional que impone. El segundo se debe a que eventualmente los prestatarios más ricos pueden acceder a los contratos individuales y solo los pobres se quedan con contratos grupales”.

recientes (como algunos de los mencionados en el capítulo uno), sin restarle mérito a tan importante trabajo, se decidió emplear un enfoque propio de la economía de la complejidad que permitiera las interacciones entre agentes al involucrar herramientas como la teoría de juegos evolucionaria (usada en el capítulo dos), la economía de redes sociales (en particular, la teoría de redes sociales usada en el capítulo tres), la simulación basada en agentes (usada en el capítulo cuatro) y el análisis de redes sociales (usado en el capítulo cinco).

Por tanto en el capítulo dos se plantea el contrato de préstamo grupal como un juego repetido, un dilema del prisionero para grupos de prestatarios (§2.2). En la misma sección se propone abordar el contrato de préstamo grupal como un mecanismo de contribución voluntaria. Dada la importancia de la probabilidad de pago individual en la tasa de pago grupal, un primer acercamiento la analiza bajo constancia a través de los prestatarios e independencia en los eventos de pago (§2.3). Finalmente, se trabaja el juego del préstamo grupal cuando no hay relaciones al interior del grupo de prestatarios y bajo una dinámica del replicador (§2.4).

En el capítulo tres se muestra la relación entre cohesión social y pago bajo el enfoque de la economía de redes sociales. Para ello se describe (§3.2) el grupo de prestatarios y la relación de pago como un grafo dirigido (digrafo). Se estudiaron varias medidas de cohesión sobre los digrafos que se obtuvieron a partir de cierto número de morosos. Estos digrafos recibieron el nombre de canónicos G_y donde y corresponde al número de morosos. Como las medidas de cohesión (por ejemplo la densidad) están asociadas al grado de los prestatarios, en §3.3 se destacan las características del grado. Se explora la evolución del pago de los prestatarios a medida que aumenta el número de morosos, mostrando la forma en que el pago de los cumplidos se ve negativamente afectado¹⁴(§3.3 y §3.3.1). Del mismo modo, se observa el pago de los prestatarios bajo un número de morosos constante ante aumentos del número de cumplidos que rehusa pagar por los morosos. Por último, en presencia de la dificultad factual para sostener la independencia en los eventos de pago individual (§3.4.1) se trabaja con la condicionalidad en el pago individual (§3.4.2).

Ante la perspectiva de no obtención de datos en Colombia¹⁵, se afrontó la posibilidad de realizar una simulación basada en agentes del juego del préstamo grupal planteado en el capítulo dos incorporando la posibilidad de interacciones entre agentes. Por ende, en el capítulo cuatro se usó el programa Netlogo para plantear la evolución del pago de muchos grupos de prestatarios a lo largo del tiempo. La simulación se realizó con base en Wilenski (2000) y dependió de dos parámetros: la proporción inicial de cumplidos y un premio al no pago.

Finalmente, en el capítulo cinco se analizaron datos obtenidos de una de las instituciones microfinancieras más grandes de Latinoamérica. El análisis se efectuó con el programa Ucinet para el análisis de redes sociales.

La tasa de pago grupal encontrada fue al 100% lo que indica que ningún grupo se declaró en mora, es decir todos los grupos reunieron la cuota grupal en todas las etapas; la tasa de

¹⁴ Se mostrará como la dinámica de la cuota grupal a través de su distribución entre morosos y cumplidos, va haciendo la carga más gravosa para los cumplidos a medida que el número de morosos en el grupo aumenta y a medida que algunos cumplidos dejan de serlo.

¹⁵ Cuya búsqueda y trámites se inició desde el mismo comienzo de la tesis en 2010.

pago individual fue superior al 90%, pero esto puede generar sospechas sobre la representatividad de los datos y la posibilidad de hacer inferencias estadísticas¹⁶. Se constató la aparición de solo dos digrafos canónicos el G0 -cuando hay cero morosos- y el G1 -cuando hay un moroso- (§5.2.1, §5.2.2, §5.2.3 y §5.2.4). Consecuentemente el análisis se enfocó en las propiedades de G0 y de G1 obteniendo medidas de cohesión relacionadas con el grado y evaluando la posibilidad de asociaciones entre ambos. Desafortunadamente no se contó con atributos de los prestatarios para evaluar ciertas hipótesis (como la diferencia en conducta de pago dentro y entre grupos según algún atributo como el género) pero se ilustraron varios procedimientos con el programa (§5.3.2.1) para evaluarlas en caso de tenerlos -asunto en que ya se está trabajando- .

¹⁶ No fue posible obtener de la fuente información sobre el muestreo de los datos usados en este capítulo.

Capítulo 1. COHESIÓN SOCIAL, CAPITAL SOCIAL, CONEXIONES SOCIALES Y PAGO EN PRÉSTAMOS GRUPALES: REVISIÓN DE LA EVIDENCIA RECIENTE.¹⁷

1.1. INTRODUCCIÓN.

Los contratos de préstamo grupal permiten incluir en los mercados de crédito a prestatarios riesgosos al solucionar los problemas de información que afronta el prestamista cuando intenta prestarle a personas de bajos ingresos, sin garantía y sin historial crediticio. Este tipo de contratos se sirve de lo que se ha llamado genéricamente “capital social” presente al interior de ciertas comunidades. En la teoría económica de las microfinanzas, cuando se revisa la relación entre cohesión social y pago bajo contratos de préstamo grupal se concluye que este último está influenciado positivamente por la primera:

1. La cohesión social bajo la forma de presión grupal¹⁸ y castigos sociales incide positivamente en el pago¹⁹ al forzarlo (Besley & Coate, 1995).
2. Si los vínculos sociales son débiles, la presión social generada por la responsabilidad conjunta no es suficiente para inducir a los prestatarios a pagar (Woerz, 1999).

Pero la relación real entre cohesión social y pago en contratos de préstamo grupal no es claramente positiva. En los últimos años varios estudios empíricos intentando dar cuenta de la relación han concluido que:

1. La relación no es significativa (Abbink *et al.*, 2002; Wydick, 1999).
2. La relación es positiva (Karlan, 2003; Karlan, 2005; Wenner, 1995).
3. La relación es negativa o nula (Ahlin & Townsend, 2003; Ahlin & Townsend, 2010).

Tales resultados a primera vista contradictorios pueden derivarse del hecho por el cual no

¹⁷ Publicado en 2012 en Cuadernos de Economía.

¹⁸ Chowdhury (2007) afirma que la simple presencia de capital social no afecta el pago pero si es una condición necesaria para la imposición de castigos sociales.

¹⁹ Y negativamente promoviendo la colusión contra el prestamista. Empero, recientemente se ha controvertido desde la misma teoría la influencia de los castigos sociales en el pago. Por ejemplo, Daripa (2007) explora la construcción de un mecanismo que implementa el resultado eficiente aún si cada prestatario conoce solo su propio tipo y esfuerzo y donde la vigilancia de pares no es posible.

hay consenso en la literatura sobre la definición de capital y/o cohesión social y sobre la forma de medirla. Por ejemplo, Cassar, Crowley & Wydick (citando a Coleman, 1988) definen al capital social como “la estructura social que facilita ciertas acciones de los agentes dentro de esa estructura y que involucra las obligaciones mutuas, las expectativas y confiabilidad, las normas sociales, los castigos sociales y la transmisión de información” (Cassar *et al.*, 2007, p.F85). Para Dasgupta, el capital social es: “un conjunto de redes interpersonales que involucra la confianza y la disposición a seguir las normas sociales castigando a los que las incumplen”²⁰ (Dasgupta, 2005, p.12).

Aunque valiosas estas definiciones son tan amplias que es difícil hacer operativas las variables que pretenden medirlas. En el presente capítulo por cohesión social existente se entenderá un conjunto de conexiones e información que permite la formación del grupo de prestatarios; mientras que por cohesión social emergente se entenderá un conjunto de conexiones e información que permite la evolución y sostenimiento del grupo de prestatarios²¹.

A continuación se revisan en su orden los textos de Wydick (1999), Abbink *et al.* (2002) y Karlan (2003, 2005) destacando el tipo de cohesión social que tratan, las variables que intentan medirla y la metodología que abordan para determinar su incidencia en el pago de un contrato de préstamo grupal. Los autores en cuestión a veces hacen explícitas las nociones citadas de capital social y las toman como afines a su noción de cohesión social; otras veces no lo hacen y toman el concepto como dado. De los estudios se concluye que básicamente aluden al capital y/o cohesión social (como lo que aquí se llama cohesión social emergente), bajo la forma de vigilancia y presión grupal y su incidencia positiva en el pago. Pero cuando esa cohesión social toma la forma de vínculos sociales preexistentes puede incidir negativamente o no tener efecto. Luego, una discusión con respecto al tratamiento de los temas de estudio.

Como conclusiones del capítulo se tienen que:

- La cohesión social existente permite la formación de los grupos.
- Pero la cohesión social evoluciona para sostener el grupo y mediante la confianza²², en términos de la cantidad monetaria que un miembro está dispuesto a prestarle a otro(s) miembro(s) y la reciprocidad, en términos de la probabilidad de que un miembro pague por otro cuando han pagado por él, determina el pago.

1.2. EVIDENCIA DE CAMPO: LA COHESIÓN SOCIAL

²⁰ Recogiendo la noción de red de Fukuyama, Dasgupta (2005, p.13) entiende una red como: “un grupo de agentes que comparte normas informales o valores que van más allá de los necesarios para las transacciones mercantiles”. Por otra parte la confianza requiere credibilidad. Las condiciones bajo las cuales las promesas de las transacciones son creíbles en Dasgupta son: la mutua consideración, la disposición prosocial, la necesidad de incentivos para mantener las promesas, la presión social y la reputación. Pero debe matizarse pues como señalan Durlauff & Fafchamps (2004, p.8): “las normas y la confianza no son centrales para la circulación de información”.

²¹ La noción de cohesión social emergente, que es de interés en la tesis, se delimitará en el capítulo tres mediante la relación de pago definida sobre el grupo de prestatarios.

²² En este contexto existen dos instancias de la confianza relacionadas con la reciprocidad: primero confiar en que otros harán su parte (pagarán la cuota individual que les corresponde) y segundo confiar en que si no lo hacen y alguien paga por ellos, luego ellos lo harán por él.

EXISTENTE NO INCIDE EN EL PAGO GRUPAL.

Para Wydick (1999) la explicación del éxito de los contratos de préstamo grupal en la mitigación de los problemas de información asimétrica dentro de las relaciones prestamista-prestatario puede estar en los vínculos sociales (en línea con Floro & Yotopolous, 1991); la presión grupal (en línea con Besley & Coate, 1995) y la vigilancia entre miembros (en línea con Stiglitz, 1990 y Varian, 1990). Por ello, Wydick busca: “evaluar los efectos de estos tres tipos distintos de cohesión social (subrayado mío) en el desempeño de los contratos de préstamo grupal” (Wydick, 1999, p.465), en términos de la provisión de aseguramiento intragrupal, la mitigación del riesgo moral al interior del grupo de préstamo y la tasa de pago grupal.

METODOLOGIA DE WYDICK (1994).

En 1994 Wydick aplicó una encuesta a 137 grupos de prestatarios pertenecientes a la Fundación para el Desarrollo Integral de Programas Socioeconómicos (FUNDAP²³ en inglés) que opera en Guatemala.

El programa de préstamo grupal de la fundación funciona así: un empleado es asignado a un barrio donde ofrece el programa, los prestatarios se seleccionan en grupos de tres a ocho miembros y el grupo aplica por un préstamo inicialmente pequeño que debe ser pagado mensualmente en un lapso de dos a seis meses. Ese préstamo es dividido entre los miembros del grupo para que lo inviertan en sus propios negocios pero todos son hechos conjuntamente responsables por el pago.

Mediante un modelo Logit se intentó estimar el efecto sobre la provisión de aseguramiento intragrupal (MUTINS), la mitigación del riesgo moral dentro del grupo de préstamo (NBBB) y la tasa de pago grupal (RR) de los tres tipos de cohesión social descritos. Es decir, las variables dependientes (Tabla 1) y las independientes (Tabla 2) del modelo fueron las siguientes:

Tabla 1: Variables dependientes en Wydick (1999).

VARIABLES DEPENDIENTES		
RR: es una variable dicotómica igual a uno si el grupo tiene un retraso promedio inferior a tres días por préstamo y ningún préstamo con retraso superior a siete días. Indica la tasa de pago.	NBBB: es una variable dicotómica igual a uno si ninguno de los miembros del grupo reporta casos de desvío de los fondos prestados. Indica la mitigación del riesgo moral.	MUTINS: es una variable dicotómica igual a uno si los miembros reportan que se ayudan en los pagos entre sí de ser necesario. Indica la provisión de aseguramiento mutuo.

Tabla 2: Variables independientes en Wydick (1999).

²³ Afiliado a ACCION International, una entidad especializada en colocar fondos (provenientes de donantes o inversores) para programas sociales en particular, los de servicios financieros para personas de escasos recursos.

VARIABLES INDEPENDIENTES		
I.VINCULOS SOCIALES.	II.PRESION GRUPAL.	III.VIGILANCIA.
1. Una variable dicotómica igual a uno si el grupo consta de solo hombres o de solo mujeres. 2. Número de años que se conocen los miembros. 3. Una variable dicotómica igual a uno si todos los miembros dicen ser amigos antes del grupo. 4. Una variable dicotómica igual a uno si los miembros comparten actividades sociales conjuntas.	1. Una variable dicotómica igual a uno si hay disposición a presionar a otros a pagar. 2. Una variable dicotómica igual a uno si los miembros sienten que aplicar sanciones es difícil. 3. Número de miembros del grupo. 4. Una variable dicotómica igual a uno si se plantea la obligación moral de pagar el préstamo grupal. 5. Una variable dicotómica igual a uno si dicen pagar para quedar bien con el grupo.	1. Distancia promedio (en kms) entre los negocios de los miembros. 2. Una variable dicotómica igual a uno si los miembros conocen las ventas semanales entre sí. 3. Una variable dicotómica igual a uno si los miembros se ocupan en la misma línea de negocio.

Wydick (1999) empleó como variables de control a las siguientes:

1. Una variable dicotómica igual a uno si al menos un miembro tiene otro acceso al crédito.
2. Número de mensualidades del préstamo grupal.
3. Número de años desde que el grupo tomó el primer préstamo.

El modelo Logit fue de la forma

$$\log\left(\frac{P}{1-P}\right) = \alpha + \sum_j \beta_j x_j + \sum_i \beta_{1i} x_{1i} + \sum_i \beta_{2i} x_{2i} + \sum_i \beta_{3i} x_{3i} + \sum_i \phi_i z_i [1]$$

Donde las P_j son las tres variables dependientes (que representan la probabilidad de pago para RR, la probabilidad de ausencia de conducta riesgosa para NBBB y la probabilidad de provisión de aseguramiento intragrupal para MUTINS), las X_1 son las cuatro variables que miden los vínculos sociales, las X_2 son las cinco que miden la presión grupal, las X_3 son las tres variables que miden la vigilancia y las Z_i son las tres variables de control.

Se obtuvieron Logit para cada una de las variables dependientes de los cuales se concluyó:

1. Del primer Logit -en el que la VD era NBBB- que prácticamente esta no se ve afectada por las variables que reflejan los vínculos sociales, mientras que el efecto de la presión social es modesto.
2. Del segundo Logit -en el que la variable dependiente era MUTINS- que esta se ve afectada de forma importante por la vigilancia.
3. Del último Logit -en el que la variable dependiente era RR- se resaltan la influencia de la vigilancia y la ausencia de efecto de los vínculos sociales.

En concreto, Wydick (1999) concluyó que: “El éxito del préstamo grupal es derivado de la

vigilancia y de la disposición del grupo a presionar internamente a los prestatarios delincuentes en vez de la capacidad de la institución para explotar los vínculos sociales existentes que mejoran el pago” y que:

[...]el préstamo grupal no parece funcionar apelando a los vínculos sociales previamente existentes para mitigar los problemas de riesgo moral, facilitar el aseguramiento o mejorar las tasas de pago. Más aún, los préstamos grupales parecen funcionar como redes de aseguramiento en miniatura y como jurados, ayudando a los miembros con problemas verificables a pagar, mientras se amenaza a los prestatarios indolentes y riesgosos con la expulsión (...) si los grupos de préstamo funcionan así, los vínculos sociales previamente existentes son innecesarios en la consecución de mayores tasas de pago. Tales vínculos sociales pueden hasta crear un conflicto de interés para los grupos de prestatarios, haciendo las amenazas de expulsión más difíciles y menos creíbles. (Wydick, 1999, p.474).

Como consecuencia, los préstamos grupales no tienen que ser exclusivamente implementados en áreas donde los vínculos sociales son fuertes:

[...]es más probable que el desempeño de los préstamos grupales esté influenciado por la capacidad de vigilancia y la capacidad de amenazar creíblemente con la expulsión a los tramposos (...) de esta forma los grupos de préstamo pueden funcionar a través de una forma de cohesión social que puede operar independientemente de los vínculos sociales previos. (Wydick, 1999, p.475).

Wydick (1999) al separar entre vínculos sociales previamente existentes y las formas de relación al interior del grupo en términos de presión social ratifica los resultados teóricos (y empíricos) por los cuales la vigilancia incide positivamente en el pago y el mutuo aseguramiento y la presión grupal incide modestamente en el mutuo aseguramiento. Sin embargo, el autor concluye (y esto depende de la instrumentalización de la variable) que los vínculos sociales no inciden ni en la mitigación del riesgo moral, ni en la provisión de aseguramiento mutuo y prácticamente carecen de efecto en la tasa de pago.

1.3. EVIDENCIA DE LABORATORIO: LA COHESIÓN SOCIAL NO INCIDE EN EL PAGO GRUPAL.

Existe un dilema que supone un contrato de préstamo grupal pues al tiempo que puede permitir el mutuo aseguramiento, la misma confianza del prestatario en sus compañeros le estimula a ser oportunista: “de hecho, si el éxito de un proyecto individual no es suficientemente verificable por otros miembros del grupo, la estrategia dominante para cada individuo es no pagar dejando al resto de miembros responsables por el incumplimiento” (Abbink, Irlenbusch & Renner, 2002, p.2).

Por ello Abbink *et al.* (2002) destacan la importancia que las instituciones microfinancieras han otorgado a salvaguardias como la autoselección en los grupos de prestatarios, esperando que los vínculos sociales refuercen la presión y la solidaridad grupales.

Dadas las dificultades -en términos de existencia y acceso a los datos, el carácter

inobservable de variables como el riesgo del proyecto productivo o su éxito- que afronta un experimento de campo, Abbink *et al.* (2002, p.3) defienden un experimento en el laboratorio donde “se pueden controlar parámetros y observar conductas en ambientes microfinancieros simulados” y además “se pueda identificar los factores que pueden influenciar la conducta cambiando ciertos aspectos del ambiente experimental”.

El experimento de Abbink *et al.* (2002) se realizó con estudiantes de la Universidad de Erfurt a los que se planteó la situación que será descrita abajo. La mayoría de los sujetos participantes fueron estudiantes de Economía y en menor medida de Derecho y de Sociología. Para estudiar la conducta oportunista ligada a los préstamos grupales se modeló una situación en que el pago depende únicamente de la solidaridad grupal. Para implementar incentivos dinámicos se ofrecieron préstamos futuros sujetos al pago de los pasados. Tres variables son de interés: el tamaño del grupo ($n = 2, 4, 8$), los incentivos dinámicos y la intensidad de los vínculos sociales entre miembros del grupo.

Cada miembro de un grupo de n jugadores invierte en un proyecto riesgoso individual. Si el proyecto tiene éxito -lo que ocurre con $p = 5/6^{24}$ - solo es conocido por cada inversor y recibe cierta cantidad; si falla no recibe nada. Luego los sujetos deciden individualmente si contribuir o no al pago grupal; solo aquellos con proyectos exitosos son capaces de contribuir. Igualmente los miembros del grupo no pueden determinar si los otros no contribuyeron debido a la mala suerte o a la mala fe. Se supone que el proyecto fue emprendido con un préstamo individual y que cada uno debe pagarlo, ese monto es la mitad de la que genera el proyecto. El experimento termina si muy pocos contribuyen, es decir, si el grupo como un todo no puede cumplir con su obligación de pago. Entonces se tiene un juego de bienes públicos²⁵.

Para cada individuo se supuso que el producto generado eran 420 unidades monetarias experimentales de las cuales debía pagar 210. Por tanto entre todos los miembros del grupo debían pagarse $210*n$. Para tratar la responsabilidad conjunta se estableció que la deuda de $210*n$ fuera dividida igualmente entre los individuos capaces de contribuir. De esta manera, entre menos contribuyentes mayor cantidad de contribución le corresponde a cada uno. Sea m el número de miembros que paga. Para que haya pago grupal, $m \in [n/2, n]$ lo que permite que el monto pagado por cada miembro esté entre 210 y 420. En otro caso cuando el grupo no alcance a pagar $210*n$, el grupo entra en mora y es excluido del juego. Si el grupo cumple su obligación, el juego continua por un máximo de diez rondas.

Después de cada ronda los miembros de cada grupo son informados sobre el número de

²⁴ En cada etapa cada sujeto lanzaba un dado. Si el número obtenido coincidía con el número “perdedor” determinado aleatoriamente por el experimentador, entonces el individuo había obtenido un producto de cero.

²⁵ Respecto a los vínculos sociales, Abbink *et al.* (2002) revisan la relación entre la aprobación social y la conducta oportunista en un juego de bienes públicos repetido citando a Gächter & Fehr (1999) que encontraron como la aprobación social por sí sola no puede permitir la cooperación, aunque la familiaridad entre los sujetos antes del experimento aumentó la cooperación. Concerniente al efecto del tamaño grupal, Abbink *et al.* (2002) citan a Isaac, Walker, & Williams (1994) que en un experimento de bienes públicos con 4, 10, 40, and 100 participantes y contrario a lo que se piensa encontraron que dado un retorno marginal per cápita del bien público de .3, los grupos de mayor tamaño proveen el bien con mayor eficiencia que los de tamaño menor. Carpenter (2002) también trabajó sobre el impacto del tamaño grupal en mecanismos de contribución voluntaria.

contribuyentes, el pago de su proyecto (420 o no) y su ganancia (420 - la contribución). Teóricamente puede predecirse que si los jugadores maximizan su propio ingreso, ninguna contribución se hará por lo que el juego terminará en la primera etapa.

Para Abbink *et al.* (2002) la autoselección -que un prestatario llegue con su grupo formado por personas conocidas ante el prestamista- es sinónimo de existencia de vínculos sociales. Para estos autores, en los contratos de préstamo grupal siempre los prestatarios forman grupos que se seleccionan ellos mismos sin percatarse que por ejemplo, FINCA²⁶ no apela a la autoselección como mecanismo de formación de los grupos. Para el experimento se pretendió contrastar la conducta de los prestatarios bajo dos esquemas de formación de los grupos a saber, aleatoria y autoselección. En la primera, las personas se registraron individualmente para participar y luego se formaron los grupos; en la segunda, los participantes se inscribieron llegando con sus grupos formados de cuatro miembros. Para controlar el nivel de familiaridad entre miembros del grupo se les pidió a los sujetos que indicaran la intensidad de su contacto con otros miembros del grupo en una escala de cero (ningún contacto) a siete (contacto frecuente).

El experimento fue diseñado en una situación completamente libre de contexto²⁷. Como hay tres tamaños grupales y dos formas de selección de los grupos (autoselección o no) se obtienen cuatro tratamientos (pues el único tamaño grupal de autoselección es cuatro).

Los resultados del experimento les permiten concluir a los investigadores que:

1. Para la primera etapa, la tasa de contribución a través de los tratamientos va de 82.3 (en el tratamiento de selección individual y ocho personas) a 98.9% (en el tratamiento de selección grupal).
2. Para todas las etapas, la tasa promedio de contribución a través de los tratamientos va de 72.3 (en el tratamiento de selección individual y ocho personas) a 79.8% (en el tratamiento de selección individual y dos personas).

Consecuentemente, puede decirse que Abbink *et al.* (2002) encontraron que los grupos que se seleccionan ellos mismos no muestran una diferencia significativa en términos de pago respecto de los grupos aleatorios. Se resalta que las tasas de contribución son considerablemente altas a través de las rondas y los tratamientos. También se destaca que a pesar de que en el tratamiento grupal los miembros de los grupos se seleccionaron ellos mismos (y por tanto que era de esperarse que sus vínculos sociales preexistentes fueran más fuertes) no se observó una diferencia significativa entre su desempeño y el del resto de tratamientos en términos de contribución. Se halló un efecto importante de los incentivos dinámicos reflejado en el hecho de que hacia el final del experimento las tasas de pago disminuyeron drásticamente (en línea con Tedeshi, 2006).

Sin embargo no es clara la razón por la cual para Abbink *et al.* (2002) la autoselección es

²⁶ Fundación para la Asistencia de la Comunidad Internacional, que opera en Ayacucho, Perú. Ver Karlan (2005) a continuación.

²⁷ Para los investigadores (Abbink *et al.* 2002) la situación libre de contexto se refiere a: [...]presentamos la situación microfinanciera a los sujetos experimentales sin conectarla a una historia microfinanciera. Optamos por una presentación neutral para evitar efectos no controlados de posibles connotaciones desencadenadas por historias hipotéticas y para asegurar la mejor comparabilidad posible con otros resultados experimentales (p.9).

sinónimo de grupos con mayor cohesión social; puede admitirse que los grupos que se seleccionan ellos mismos tienen más conexiones sociales existentes, sin mayor reciprocidad, confianza, confiabilidad, benevolencia, ni siquiera vigilancia porque bajo el diseño experimental no hay forma de saber cuál fue el producto de los otros y quienes decidieron contribuir. Al hacer ésto último, Abbink *et al.* separan las conexiones sociales preexistentes de la presión grupal y la vigilancia lo que es un aporte importante de su experimento.

1.4. EVIDENCIA DE CAMPO: LA CONEXIDAD SOCIAL INCIDE POSITIVAMENTE EN EL PAGO GRUPAL.

Para Karlan (2005) el capital social ayuda a solucionar las fallas de mercado que surgen cuando los contratos son difíciles de seguir o de hacer cumplir: “cuantos más individuos confían entre sí, mayor su capacidad para entablar contratos”(p.1688). Asimismo, destaca el desempeño de los jugadores en términos del tipo de relaciones entabladas dentro del juego de la confianza como variable correlacionada con la capacidad para vencer las fallas del mercado y para completar los contratos difíciles de hacer cumplir. Karlan (2005, p.1689) define al capital social como: “las habilidades y redes sociales que capacitan a un individuo para vencer los problemas de información imperfecta y entablar contratos con otros”. Pero en sus estudios antes que al capital y/o cohesión social, Karlan básicamente alude a la conexidad social como serie de variables que miden las relaciones entre miembros pero no su fortaleza²⁸. Lo anterior contrasta con dos características importantes que Karlan atribuye al capital social individual: la confianza (que tanto un agente confía en otros) y la confiabilidad (que tanto confían en él).

El juego de la confianza que tiene lugar entre dos jugadores A-B y un administrador se propone medir que tan confiado es A y que tan confiable es B. Este juego fue implementado en una muestra de prestatarios peruanos de la Fundación para la Asistencia de la Comunidad Internacional (FINCA en inglés). Se halló que los jugadores B identificados como más confiables tienen mayor probabilidad de pagar su préstamos en un año. Además se encontró que los jugadores A identificados como los más confiados²⁹ tienen menor probabilidad de pago y mayores problemas para hacerlo. Karlan también revisó si las respuestas a la Encuesta General Social³⁰ (GSS en inglés) que giran en torno a la confianza, la benevolencia y ayudar a otros tienen correlación con las decisiones financieras reales; en particular revisó si las respuestas positivas permiten predecir mayores tasas de pago y mayores ahorros.

El juego de la confianza propuesto fue el siguiente: a todos los participantes se les dieron

²⁸ Por ello se revisarán otros estudios de Karlan, como Karlan (2007).

²⁹ Confianza entre comillas porque Karlan mostrará como la conducta de estos As obedece en mayor medida no a la simple confianza sino a una mayor propensión a jugar.

³⁰ Las preguntas de la Encuesta General Social son: “respecto a la confianza en términos generales ¿usted diría que puede confiar en la mayoría de personas o no?, la pregunta de benevolencia ¿usted piensa que la mayoría de personas intentaría tomar ventaja de usted si tiene la oportunidad o que tratarían de ser justos?, y la pregunta de ayuda ¿usted diría que la mayoría del tiempo las personas tratan de ser solidarias o que cada uno esta buscando lo suyo?” (Karlan, 2005, p.1696).

tres nuevos soles (casi un dólar) y se les emparejaba aleatoriamente con un A o con un B; como las parejas fueron anunciadas, cada uno pudo observar la identidad de su socio (A; B), no obstante eran separados inmediatamente de tal modo que no tenían oportunidad de comunicarse. Entonces los jugadores tipo A tenían la oportunidad de pasarles cero, una, dos o tres de sus monedas a los jugadores tipo B. Si A pasaba cero, el juego terminaba. Si A pasaba más de cero monedas, el administrador igualaba la cantidad pasada (que se la daba también a B). Al final B decidía si pasar a A cierto número de monedas (entre cero y seis) y el juego terminaba. Se encontró que en promedio, pasar monedas era una mala idea: “si A pasa una moneda, él espera 0.89 de vuelta; si pasa 2 espera 1.71; si pasa 3 espera 2,53” (Karlán, 2005, p.1690).

También se propuso el juego de los bienes públicos (jugado antes del otro) pero los resultados no se revelaron sino después de haberlos jugado ambos. En el juego de los bienes públicos a cada participante se le da una moneda. Privadamente cada individuo decide si devolverle la moneda al administrador o no. Si el administrador recibe ochenta por ciento o más de las monedas de vuelta, entonces cada uno obtendrá dos monedas: las tasas de contribución fueron del 55.6 al 100% con un promedio del 80.7%.

Ambos juegos fueron administrados a 864 miembros de la fundación que opera como un banco de villa en Ayacucho, Perú. La fundación provee de servicios financieros a mujeres peruanas de bajos ingresos. Los préstamos se otorgan por un lapso de cuatro meses a grupos de treinta mujeres pobres para ayudarlas a expandir sus negocios individuales. La fundación también estimula el ahorro aunque tales fondos sirvan eventualmente como garantías para los préstamos grupales. Cada agente obtiene su propio préstamo pero el grupo opera bajo responsabilidad conjunta. Cada miembro pide prestado al mismo tiempo y ninguno puede obtener un nuevo préstamo hasta que todos los préstamos hayan sido pagados. Para hacer pagos del préstamo y depósitos de ahorros, el grupo de prestatarias se encuentra semanalmente en las oficinas de la fundación.

Cada pago semanal incluye (aparte de la cuota sin interés), 1/16 por concepto de intereses y 1/80 de ahorros obligatorios. Los ahorros adicionales no son recogidos por la fundación sino que las mujeres se prestan a ellas mismas entre sí³¹: “ahorrar con FINCA es confiar en que sus compañeros pagarán sus préstamos” (Karlán, 2005, p.1690). Si un miembro falla, el grupo recoge sus ahorros y lo expulsa.

Dados la vigilancia de los miembros y la presión social para hacer cumplir los contratos, como a la fundación le interesa reforzar los vínculos de solidaridad y el desarrollo del capital social pueden haber excepciones a la expulsión cuando puede comprobarse que una persona no ha incumplido de mala fe sino por un evento fortuito. Se halló que catorce por ciento de los prestatarios no piden lo máximo permitido y hasta mantienen un saldo de ahorros superior a su deuda, aunque la divergencia entre las tasas de captación y de colocación de recursos es notoria.

METODOLOGIA DE KARLAN (2005).

³¹ Al respecto Armendariz & Morduch (2006, p.106) resaltan como:
[...]Existen dos tasas de pago. La primera alude a recursos de la fundación prestados al grupo, todos estos préstamos fueron pagados. La segunda alude a los préstamos hechos a los miembros del grupo con los recursos generados por los miembros del mismo grupo; aquí las tasas de pago fueron mucho menores, cercanas al veinte por ciento.

Los datos provienen de tres fuentes: una encuesta individual administrada en privado, una encuesta individual administrada públicamente y las bases de financieras de la fundación.

La primera encuesta fue aplicada antes de iniciar el juego. En la segunda se formularon preguntas sobre las relaciones previas existentes entre los miembros del grupo. Un año después de implementar el juego se recogieron los datos de ahorros y préstamos; las variables de interés (aparte de las financieras) fueron las siguientes (Tabla 3):

Tabla 3: Variables de interés para Karlan (2005).

I. CONEXIDAD AL GRUPO (Connectedness).	II. CONEXIDAD CON EL SOCIO (en el juego de la confianza).	III. INFORMACIÓN DEMOGRÁFICA.
1. Proporción de personas del grupo de cultura similar. 2. Distancia promedio entre los miembros del grupo (en minutos). 3. Casos de préstamos de los miembros del grupo en contratos paralelos. 4. Número de miembros que puede nombrar de memoria.	1. Socio en el mismo grupo de préstamo/ ahorros. 2. Ambos jugadores indígenas. 3. Ambos occidentales. 4. Jugador occidental, socio indígena. 5. Jugador indígena, socio occidental. 6. Socio vive dentro de diez minutos de camino. 7. Asiste a la misma iglesia que el socio. 8. Conoce al socio y su nombre. 9. Asiste/ invita al socio a reuniones sociales. 10. Valor absoluto de la diferencia de edades.	1. Estudios completos. 2. Edad. 3. Indígena. 4. Occidental. 5. Meses desde la última ida a la iglesia. 6. No asiste a la iglesia. 7. Asiste a la iglesia más grande.

Para obtener los determinantes de la conducta según las variables anteriores se hizo primero una regresión de estas variables con los datos obtenidos del juego de la confianza,

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_i + \beta_2 P_i + \beta_3 G_i + \varepsilon_i \quad (2)$$

Donde los Y_i ³² indican el porcentaje de monedas pasadas (monedas pasadas sobre tenencia de monedas).

Los determinantes son: las características individuales X_i , las características de la pareja P_i

³² En el juego de la confianza, la variable dependiente para A es el porcentaje de las tres monedas que pasó a B; para B es el porcentaje de las monedas recibidas por él que fueron devueltas a A.

y las características grupales G_i . Las individuales se refieren a las características demográficas (edad, estudios completos, etc.). Las características de la pareja se refieren a la relación entre el individuo y su socio (similaridad cultural, proximidad geográfica y asistencia a la iglesia). Las características del grupo aluden a medidas agregadas de la dispersión geográfica y cultural del grupo.

Luego, se hizo una regresión con tales variables usando los datos obtenidos del juego de los bienes públicos

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_i + \beta_2 G_i + \varepsilon_i \quad (3)$$

Donde Y_i es una variable indicadora (que toma el valor de uno si el jugador contribuyó al bien público y cero en otro caso). Los determinantes se clasificaron en: características individuales X_i y las variables de conexión con el grupo G_i .

Con base en los resultados de las regresiones referidas, Karlan (2005) concluyó que:

1. Aquellos que pasaron más monedas en el juego de la confianza tuvieron mayor probabilidad de contribución al bien público.
2. La regresión para predecir la conducta de B apoya que cuánto más digno de confianza es un individuo, de mayores ahorros goza y tiene menor probabilidad de entrar en mora o retirarse del grupo.
3. Pero lo anterior contrasta con la regresión para predecir la conducta de A para quién entre más confiado es, menores ahorros voluntarios tiene y es más probable que se retire o sea excluido por moroso. Para Karlan, los As que más monedas pasan son jugadores en todo el sentido de la palabra pues parecen estar más dispuestos a tomar riesgos.
4. Respecto a la relación de las respuestas de la Encuesta General Social con la morosidad se obtuvo que responder afirmativamente a las preguntas (que implican a la sociedad como un todo) tiene una correlación negativa con la morosidad o la exclusión debido a la morosidad. No obstante, las respuestas no dicen nada acerca de la conducta de ahorros. En suma, las respuestas a la Encuesta General Social predicen la morosidad o las acciones de los dignos de confianza pero no los ahorros o las acciones de los confiados³³.

Es necesario subrayar que las variables que miden las conexiones sociales en Karlan (2005) son usadas en otros estudios como las mismas que miden la vigilancia. Igualmente,

³³ Karlan (2005) puso de relieve que:

[...]se acabó de mostrar que podría creerse que la conducta en el juego de la confianza tiene correlación con otras medidas de capital social pero usarla como medida sola del capital social merece futuras investigaciones; atendiendo a los motivos detrás de las acciones de A, no se encontró soporte para usar la conducta de A como medida de confianza pero sí para usar la de B como medida de confiabilidad (p.1697).

encontró una explicación simple de la moratoria: “algunos individuos fundamentalmente no son dignos de confianza”.

Karlan (2007) de nuevo revisa la relación entre cohesión social (que ahora llama explícitamente conexiones sociales) y pago grupal.

Específicamente, Karlan (2007) revisa si “existe una relación causal entre conexiones sociales y pago grupal”, vía vigilancia y presión social; entendiendo las conexiones sociales como “los nexos que unen a un grupo de personas y determinan sus interacciones sociales”³⁴(Karlan, 2007, p.F52). El autor vuelve a usar datos de la fundación donde los grupos se forman de cierta manera aleatoria. Las variables de interés que midieron las conexiones sociales³⁵ fueron (Tabla 4):

Tabla 4: Variables de interés para Karlan (2007)

1. VARIABLES DE SIMILARIDAD CULTURAL.	2. VARIABLES DE CERCANIA GEOGRÁFICA.
Se calculó un índice cultural dando igual ponderación a cuatro características físicas: cabello, vestido, lenguaje y sombrero: para cada categoría, se asigna un cero (a los más occidentales), uno o dos (a los más indígenas). Así cada persona recibe entre cero (los más occidentales) y ocho (los más indígenas).	Distancia del miembro a los miembros originales del grupo, porcentaje de miembros del grupo que viven a un radio inferior a diez kms, distancia del miembro a los miembros de otros grupos, distancia a la oficina de la fundación. Asimismo, se formularon cinco preguntas: ¿Cuántas casas de otras personas del grupo conoce? ¿De cuántas personas del grupo ha comprado un bien o servicio? ¿A cuántas personas del grupo ha vendido un bien o servicio? ¿A cuántas personas del grupo les ha pedido prestado? ¿A cuántas personas del grupo les ha prestado?

³⁴ [...]“En este contexto las conexiones sociales pueden verse como una forma más amplia de capital social, una que abarca los costos de transacción de supervisar los miembros, recoger información de otros miembros, penalizar en caso de moratoria. La fortaleza de estas conexiones podría ser función simplemente de vivir más cerca, mientras el capital social típicamente se refiere a la profundidad de una relación o al nivel de confianza y/o de información entre individuos.” (Karlan, 2007, p.F53).

Es decir, Karlan hizo lo propio del estudio anterior al usar el concepto de cohesión social tanto en el sentido amplio de Coleman como en el sentido restringido de Dasgupta, pero la hace operativa como conexión social.

³⁵ Debe resaltarse que las medidas de proximidad cultural y geográfica están correlacionadas: “los individuos más indígenas (y también los más occidentales pero en menor proporción) tienden a sentarse juntos en las reuniones grupales. Igualmente, los individuos tienden a sentarse cerca de aquellos que viven cerca a ellos”(Karlan, 2007, p.F82).

Se encontró que los individuos con conexiones sociales más fuertes -en términos geográficos (los que viven más cerca) o en términos culturales- tienen mayor tasa de pago y mayores ahorros (Karlan, 2007, p.F79).

Usando también datos del Perú, Karlan, Mobius, Rosenblat, & Szeidl (2008) intentan construir una teoría de la confianza dentro de las redes sociales comunitarias basada en la presión social para hacer cumplir contratos informales.

Estas conexiones sociales entre individuos pueden ser usadas como garantía social para asegurar los préstamos informales. En este estudio se definió la confianza basada en la red como la mayor cantidad que un agente puede pedir prestado de otro. Se encontró que la densidad de la red genera un fondo de capital social que permite transar activos valiables y que la confianza basada en la red predice préstamos informales.

Giné, Jakiela, Karlan & Morduch (2009) describen como los préstamos grupales al servirse de la responsabilidad grupal como mecanismo de aseguramiento contra las pérdidas de las inversiones, incentivan la toma de riesgos empujando a los miembros aversos al riesgo a tomar mayores riesgos de los que tomarían en otro caso. Por ende, los préstamos grupales pueden facilitar la toma de riesgos rentable al tiempo que mantienen altas tasas de pago. Las variables observadas por Giné *et al.* (2009) fueron (Tabla 5):

Tabla 5: Variables de interés para Giné *et al.* (2009).

I. CARACTERISTICAS DE LOS SUJETOS.	II. CONEXIDAD.
Género, edad, estado civil, años de educación, español como segunda lengua, nacido en Lima, tamaño de la familia, activos (como aparatos electrónicos) en posesión, cocina con kerosene, jugó lotería o casino el último mes, al menos dos respuestas a la Encuesta General Social positivas, experiencia laboral, tiene microempresa, horas trabajadas por semana, número de trabajadores en el negocio, el negocio tiene licencia gubernamental, ahorra en un banco comercial, ha entrado en una asociación de crédito y ahorro rotativo, ha tenido un préstamo bajo responsabilidad conjunta, recibió un préstamo el año pasado, averso al riesgo.	Sentarse cerca, compra o vende al socio, los socios están relacionados, los socios tienen encuentros sociales, conocen los sitios de los negocios, han vigilado sus negocios, han sido huéspedes o invitados de su socio, son confiados, ambos son aversos al riesgo, ambos son amantes del riesgo, tienen el mismo estado civil, tienen la misma religión, tienen diferencia en riqueza, ambos son fundadores de Polvos Azules (organización comunitaria de índole comercial), ambos tienen negocios propios.

Al efectuar experimentos de campo en Sudafrica y Armenia en que los sujetos participan en el juego de la confianza y en el de las microfinanzas, Cassar *et al.* (2007) encuentran que la confianza personal entre miembros del grupo y la homogeneidad social son más importantes para el pago grupal que la confianza general en la sociedad. También se halló evidencia de reciprocidad: aquellos que han sido ayudados por otros miembros en el

pasado es más probable que contribuyan en el futuro.

Para Cassar *et al.* (2007) las explicaciones fundamentales para el desempeño de los contratos de préstamo grupal, pueden ser de tres tipos:

1. Enfocadas en los aspectos relacionales del capital social. Destacan a Besley & Coate (1995) quienes sostienen que: “sin el potencial de las sanciones sociales, los préstamos grupales pueden ofrecer poca ventaja sobre los individuales” (Cassar *et al.*, 2007, p.F86).

2. Enfocadas en los aspectos informacionales del capital social. Los estudios correspondientes a esta categoría “se centran en los flujos informacionales reforzados existentes en las áreas con alto capital social y su impacto en el pago grupal” (Cassar *et al.*, 2007, p.F86). Resaltan los trabajos de Van Tassel (1999) y Ghatak (1999) quienes demuestran: “que el proceso de autoselección de prestatarios usado en la mayoría de esquemas de banca grupal, mejora las tasas de pago al mitigar la selección adversa en el mercado de crédito” (Cassar *et al.*, 2007, p.F87).

3. Enfocadas en las ventajas de los préstamos grupales (relativos a los individuales) donde el capital social juega un papel poco relevante. En este caso: “las ventajas de los préstamos grupales sobre los individuales no radican ni en las posibles sanciones sociales, ni en los flujos informacionales entre miembros. En cambio la ventaja potencial de los préstamos grupales surge simplemente de los términos del contrato bajo responsabilidad conjunta” (Cassar *et al.*, 2007, p.F88). Los autores citan a Armendariz & Gollier (2000)³⁶ que muestran como bajo selección adversa, si el retorno del prestatario riesgoso es mayor que el del seguro y suficiente para pagar por los dos, entonces el préstamo grupal puede reducir el interés (respecto al interés bajo un contrato individual).

Según los propios investigadores su estudio se clasifica en la primera categoría siendo afín a los de Abbink *et al.* (2006), Giné *et al.* (2005)³⁷ y Karlan (2005). Para abordar la relación entre cohesión social y pago, Cassar *et al.* (2007) emplearon el juego de la confianza (como se trata en Karlan, 2005) y el de las microfinanzas (como se trata en Abbink *et al.*, 2006). Se planteó como hipótesis que el capital social existente en el grupo puede ser producto o de la confianza generalizada en la sociedad como un todo, o del nivel de familiaridad con los miembros del grupo, o de la confianza específica hacia los miembros del grupo o de la confianza emergente desde las primeras etapas con experiencias positivas con otros miembros. En Nyanga (Suráfrica), 87 mujeres completaron la Encuesta General Social, 62 hicieron parte del juego de la confianza y 60 del de las microfinanzas. En Berd (Armenia), 160 mujeres completaron la Encuesta General y participaron en el juego de la confianza; 156 formaron parte del juego de las microfinanzas³⁸.

Tanto en Nyanga como en Berd, los resultados muestran que la confianza específica entre un prestatario y otros miembros del grupo es relativamente más importante para el pago grupal que la confianza en la sociedad. Particularmente se halló que: “el pago grupal está positivamente asociado con las respuestas afirmativas a la pregunta ¿le prestaría a X la

³⁶ También revisado por Armendariz & Morduch (2006).

³⁷ Cassar *et al.* (2007) lo nombran como de 2005 pero aunque el trabajo de campo en Polvos Azules fue de final de 2004, principios de 2005, Giné *et al.* aparece en las bases con fecha de 2009. Giné *et al.* (2009) encontraron que el préstamo grupal puede inducir riesgo moral (vía toma de riesgos y oportunismo) en vez de reducirlo, aunque la autoselección puede contrarrestar estos inconvenientes.

³⁸ Las instrucciones de los experimentos están disponibles en <http://www.usfca.edu/fac-staff/acassar>.

cantidad Y?”. Esto implica que el préstamo grupal puede no ser exitoso cuando las personas simplemente se conocen sino que se requiere que sean dignas de confianza: “la confianza en que los otros contribuirán con su parte” (Cassar *et al.*, 2007, p.F102). Asimismo, se halló poca evidencia en favor de la hipótesis de Besley & Coate (1995). Respecto a la reciprocidad se supo que en ambas poblaciones, las contribuciones de otros miembros pueden generar efectos de compañerismo que estimulan la propia contribución. También se encontró que la homogeneidad social es benéfica para el pago grupal haciendo al capital social relacional relevante para los préstamos grupales: “al facilitar la confianza en que otros miembros efectuarán sus pagos” (Cassar *et al.*, 2007, p.F104).

1.5. DISCUSIÓN.

Dada la complejidad de la relación entre cohesión social y pago, en concordancia con los estudios revisados, la cohesión social puede abordarse: reduciéndola a las conexiones sociales o a la homogeneidad social³⁹ de los agentes que permiten la formación de un grupo de préstamo (como en Karlan), asociándola tácitamente con la autoselección (como en Abbink *et al.*) o separándola de los mecanismos de vigilancia y presión social (como en Wydick, que de hecho se relacionan con la conexidad social de Karlan). Siguiendo la definición de Coleman (1988), la cohesión social permite no solo el surgimiento de un grupo sino su sostenimiento. Pero las interacciones sociales que permiten la formación de un grupo eventualmente pueden no ser las mismas que las que lo sostienen sino que cambian según la evolución de las conductas de los agentes que lo componen. La literatura no se ha ocupado de esto. Se resalta el esfuerzo de Cassar *et al.* (2007) por tratar la cohesión social como capital social relacional.

Como conclusión, se tiene que pueden encontrarse distintos tipos de relación empírica entre cohesión social y pago, porque aún no hay claridad sobre las variables que efectivamente miden la primera. En efecto, pueden formularse varias hipótesis sobre la relación en cuestión que siguen a los estudios tratados:

1. Es positiva, vía mayor vigilancia y mayor presión social.
2. Es negativa, vía permisividad hacia los morosos del grupo o vía colusión contra el prestamista,
3. Es nula vía vínculos sociales existentes (los que permiten la formación del grupo).

Tampoco hay consenso sobre el papel del tamaño del grupo en las tasas de pago. Para Ghatak & Guinnane (1999) los grupos pequeños tienden ser preferidos por sus miembros gracias a su potencial para la coordinación al interior del grupo y un posiblemente menor nivel de oportunismo (que puede darse por el “anonimato” en un grupo grande). Empero, podría pensarse que los grupos de menor tamaño ofrecen también oportunidades para la colusión, mientras que los grandes pueden presentar dificultades para la coordinación de sus miembros (con un efecto benéfico como obstaculizar la colusión) y anonimato (con un efecto adverso como el oportunismo que surge en los mecanismos de contribución voluntaria).

La cohesión social permite la formación y sostenimiento de los grupos que emprenden contratos de préstamo bajo responsabilidad conjunta: salvo en los grupos formados

³⁹ En algunos estudios se refiere al capital social existente como el que inicialmente permitió los contratos de préstamo grupal: aprovechar el capital social existente para salvar los problemas de información asimétrica afrontados por el prestamista. Zeller (1998) obtiene una relación positiva midiendo la cohesión social por la homogeneidad étnica.

aleatoriamente, no hay contratos con responsabilidad conjunta sin cohesión social (existente). Pero en el caso de un grupo formado aleatoriamente, como en toda forma de organización social y aparte de las cláusulas del contrato, rápidamente surgirán una serie de normas sociales “informales” que regularán las interacciones de los miembros dentro del grupo.

En el mismo sentido, Ghatak & Guinane (1999) señalan que un obstáculo para la responsabilidad conjunta como mecanismo de préstamo es la debilidad persistente de los vínculos sociales para sostener la solidaridad grupal; esto puede explicar la escasa difusión del mecanismo en regiones como Norteamérica (Conlin, 1999; Schreiner & Morduch, 2001). Respecto de la autoselección⁴⁰, Ahlin & Townsend (2007) encontraron que juega un importante papel en la región central de Tailandia (la más rica) pero que las sanciones sociales son relevantes en la región noreste (la más pobre) de Tailandia; en esta misma región se halló que vínculos sociales más fuertes estaban asociados negativamente con el pago grupal.

Pero la vigilancia y la presión grupal no son gratuitos para los miembros de un grupo. De otra parte, el prestamista asume un riesgo alto al dejar en manos del grupo de prestatarios la autoselección, la vigilancia y la presión social, sin elaborar los mecanismos efectivos que promuevan las acciones de interés para el banco⁴¹.

Existen dos potenciales debilidades de los mecanismos de asignación de recursos contruidos sobre el capital social (Dasgupta, 2005): exclusividad que significa que el anonimato que tiene lugar en las transacciones mercantiles no está presente en las redes pudiendo dejar al margen a quienes no pertenecen a la red (en estas los “nombres” importan porque las transacciones son personalizadas) y desigualdades pues los beneficios de la cooperación pueden ser capturados por los más poderosos de la red. Ejemplo de esto último es lo que pasa en las asociaciones de crédito y ahorro rotativo: cuando la bolsa común se asigna por subasta solo los más pudientes pueden acceder a la misma. Igual pasa con las desventajas de la no cooperación: en contratos grupales bajo responsabilidad conjunta los más aversos al riesgo cargan con el peso de la deuda.

Aunque los contratos de préstamo grupal gozan de una alta tasa de pago, también pueden inducir la colusión contra el prestamista⁴². Ambos fenómenos han sido explicados en el

⁴⁰ Los grupos en que sus miembros se seleccionan ellos mismos no tienen porque ser homogéneos, aunque varios modelos como el de Ghatak, concluyen que la formación endógena de grupos conduce a grupos homogéneos. Empíricamente estos grupos no tienen un visible mejor desempeño que los no que se autoseleccionan (como concluyen en el laboratorio Abbink, *et al.*). En la realidad se observa, sea por autoselección o no, la formación de grupos tanto homogéneos como no homogéneos en distintos aspectos. Ver Sadoulet (1999) que trata grupos no homogéneos respecto al riesgo y la forma como los miembros riesgosos pueden ser “asegurados” por los no riesgosos.

⁴¹ Galarza sintetiza bien el problema: “Sería muy simplista para un prestamista que otorga créditos solidarios, dejar (o alentar) que los grupos se autoseleccionen y se automontoreen y solo entonces participar activamente en la recuperación” (Galarza, 2004, p.131-132).

⁴² En problemas principal-varios agentes, diferentes estudios empíricos corroboran tal conclusión; si bien esto ya había sido señalado por la teoría desde hace tiempo: “bajo vigilancia mutua si los agentes tienen contratos paralelos, un posible resultado indeseable puede ser la colusión contra el principal (Holmstrom & Milgrom, 1990 citado por Rodriguez-Meza, 2000, p.34). Empero Rodriguez-Meza resalta también

presente capítulo a la luz de conceptos tales como la cohesión social, el capital social (Karlan 2005, 2007; Cassar et al 2007) o por mecanismos (como los castigos sociales) asociados a ellas (Besley & Coate, 1995; Gonzales-Vega 1997, 1998; Rodriguez-Meza⁴³ 2000).

A pesar de saber que la cohesión social (o la categoría más amplia de capital social) permite la formación de los grupos de prestatarios, no es claro su papel en la determinación del pago grupal ni el sentido de su efecto. Lo que si es claro es que la cohesión social existente entre miembros de una comunidad hace posible el surgimiento de grupos de préstamo como formas de organización social para proveer de crédito a las personas de bajos recursos. La fortaleza y la evolución de estos vínculos preexistentes inciden en la vigilancia entre miembros y la presión grupal que como se describió, pueden incidir positivamente en el pago. Pero la cohesión social existente no es una condición suficiente para el sostenimiento de un grupo de prestatarios bajo responsabilidad conjunta: la vigilancia y la presión grupal pueden tener lugar en ausencia de vínculos sociales previos (como ocurre con los grupos autoseleccionados).

Como consecuencia de lo anterior, la presente tesis se ocupara de la cohesión social al interior de un grupo de prestatarios que emerge a través de las etapas del préstamo bajo responsabilidad conjunta. Lo anterior se sustenta en dos hechos presentados en este capítulo:

1. Los vinculos sociales existentes no inciden en el pago grupal (Wydick, 1999)
2. No hay diferencia en el pago grupal entre grupos formados aleatoriamente y grupos autoseleccionados (Abbink et. al. 2002)

En la presente tesis se propone que el desempeño de los contratos de préstamo grupal en términos de pago puede ser entendido desde los aportes de la economía de la complejidad que entre otras cosas, se ocupa de las interacciones entre agentes económicos en un ambiente dado por dos vías. Como primera vía (tratada en el presente capítulo), desde la economía experimental donde se ha estudiado como la reciprocidad, la confianza y la aversión a la desigualdad, inciden en la conducta de los agentes en ambientes de interacción estratégica. Por ejemplo, podría plantearse que nociones como la benevolencia (con respecto de las intenciones atribuidas a las acciones) y la aversión a la desigualdad (respecto de los pagos obtenidos) pueden incidir en la decisión de pago individual que redunda en el financiamiento futuro del grupo. Pero tales nociones son difícilmente operativas (algo ya señalado por Durlauff, 2004). Se ha encontrado que es más probable que A coopere si B ha cooperado y que A no coopere si B no lo ha hecho⁴⁴ (Fehr *et al.*, 2003, Falk *et al.*, 2008, Camerer & Fehr, 2003) lo que tiene implicaciones bajo la cláusula de responsabilidad conjunta usual de los préstamos grupales. Tales mecanismos forman parte de lo que se denominará capital social en el presente trabajo.

como los acuerdos entre agentes pueden favorecer al principal si tales acuerdos conducen a la cooperación entre ellos.

⁴³ “El modelo de préstamo grupal identifica efectos positivos de la responsabilidad conjunta en el pago: algunos miembros del grupo tienen incentivos para pagar por los miembros morosos. En cuanto a los efectos negativos, algunos prestatarios morosos bajo un contrato de préstamo grupal, habrían pagado bajo un contrato individual.”

⁴⁴ Empero bajo ciertas condiciones y para algunos miembros del grupo, la probabilidad de pago de una persona puede depender negativamente de la probabilidad de pago de otra como lo señalan, Li *et al.* (2009): “el mecanismo sugiere que algunos miembros malos pueden ser oportunistas y confían en el pago de los buenos. Es decir algunos miembros descansan en la ayuda del pago de otros, aún si ellos pueden pagar”.

Y como segunda vía desde la Física, la Sociología, y la Economía, con la teoría y análisis de redes sociales, que aborda fenómenos de interacción entre agentes. En general, las interacciones sociales han sido tratadas en textos clásicos como Albert & Barabasi (2002), Wasserman & Faust (1994), Hanneman (2007), Coleman (1964, 1990), Fararo (1973) y Doreian (1997, 1998) y recientemente en Economía por Goyal (2007), Vega Redondo (2007) y Jackson (2009). En términos empíricos dentro de la Economía, las interacciones sociales han sido tratadas en Brock & Durlauff (1995), Blume & Durlauff (2000), Blume & Durlauff (2002), Brock & Durlauff (2000), Brock & Durlauff (2003), Durlauff (2000), Durlauff & Ioannides (2009) y, Durlauff *et al.* (2011).

En particular, las nociones de capital social al interior de la Economía vienen siendo observadas sistemáticamente por autores como Durlauff (1999), Durlauff (2001), Durlauff (2004), Durlauff & Fafchamps (2004). Por ejemplo, Durlauff (1999, 2001a, 2001b) ha señalado repetidamente que al estudiar el capital social en un contexto específico varias veces surgen problemas de identificación: se confunden las interacciones sociales que derivan de factores sociales predeterminados con las que surgen de la dinámica propia del grupo; en los estudios pueden haber características grupales sin observar que afectan las elecciones de los individuos del grupo y los retos de identificación que surgen de la endogeneidad de los grupos que inciden en las interacciones sociales (por ejemplo, los efectos de la autoselección). Como afirman Blume, Brock, Durlauff & Ioannides (2011) “En los modelos de interacciones sociales, los grupos típicamente son definidos en términos de categorías exógenas tales como grupo étnico, género o religión; o también pueden ser definidos según categorías endógenas como la vecindad residencial, las redes de amistad, escuelas y empresas. La distinción entre categorías exógenas y endógenas es de particular importancia si se quiere recurrir a las interacciones sociales para entender un fenómeno”.

El estudio de las interacciones sociales no puede limitarse a ejercicios microeconómicos cuando ya se han ideado herramientas estadísticas como el análisis diádico (Kenny, Kashi & Cook, 2007) y el análisis de redes sociales. Por su parte, la clasificación de los sujetos de crédito en contratos de préstamo grupal cuando se sirve de herramientas estadísticas como regresiones logísticas, análisis discriminante y otros métodos de clasificación más refinados (como las redes neuronales) hace abstracción de las interacciones que surgen al interior de un grupo de prestatarios.

Por lo anterior, la presente tesis se propone abordar la relación entre cohesión social y pago desde la teoría y análisis de redes sociales (y particularmente desde la economía de redes sociales; sin embargo, ambos conceptos se usarán indistintamente). En el presente capítulo se hizo una revisión de estudios sobre la relación entre cohesión social y pago. En el capítulo dos se ofrece un primer acercamiento al contrato de préstamo grupal como juego de bienes públicos. En el capítulo tres se delimita la cohesión social que sostiene el grupo como la relación de pago al interior de un grupo de prestatarios en un juego repetido. En el capítulo cuatro se plantea una simulación con Netlogo de la situación. Posteriormente, en el capítulo cinco se realiza un análisis con Ucinet teniendo en cuenta datos del sector microfinanciero donde se han implementado los contratos de préstamo grupal con éxito (tanto para prestatarios como para prestamistas).

Capítulo 2.

JUEGO DEL PRÉSTAMO GRUPAL.

2.1. INTRODUCCIÓN.

En el capítulo uno se afirmó que dentro de los contratos de préstamo grupal, la relación real entre cohesión social y pago no es claramente positiva, pues varios estudios econométricos intentando dar cuenta de la relación han concluido que:

1. La relación no es significativa (Abbink *et al.*, 2002; Wydick, 1999).
2. La relación es positiva (Karlan, 2003; Karlan, 2005; Wenner, 1995).
3. La relación es negativa o nula (Ahlin & Townsend, 2003; Ahlin & Townsend, 2010).

En el mismo capítulo se aduce que la falta de consenso sobre la dirección de la relación cohesión social-pago puede radicar en la dificultad que los estudios revisados tienen para hacer operativas las variables que intentan medir la cohesión social dentro de un grupo de prestatarios. Por ejemplo, Karlan (2005, 2007) mide una serie de variables en un momento del tiempo que permitieron la formación del grupo mediante autoselección de los prestatarios. Abbink *et al.* (2002) asumen que la autoselección es sinónimo de cohesión social (una red más densa de vínculos existentes al momento en que los sujetos entran al laboratorio). Por tanto, en el capítulo previo se argumentó que al intentar aislar el tipo de vínculos relevantes dentro de un grupo de prestatarios, se da cuenta de la cohesión social existente pero no de la cohesión social emergente que sostiene el grupo través de las etapas de pago.

En el presente capítulo se hace un primer acercamiento a la dinámica del pago de un grupo de prestatarios sin establecer relaciones de ningún tipo. Se aborda la evolución del número de personas que paga en un grupo de prestatarios bajo responsabilidad conjunta y de la proporción de personas que paga en una población grande. Se obtiene como resultado que la proporción de cumplidos se extingue. En el primer apartado se hace un planteamiento de la situación como un dilema del prisionero repetido y se aproxima el mecanismo del contrato de préstamo grupal a uno de contribución voluntaria. Se encuentra que el pago

esperado de la participación en un juego de bienes públicos como el juego del préstamo grupal es función directa de la probabilidad de contribución, esto es, de pago de cada uno de los agentes. En el segundo se hace un replanteamiento de la situación. Se observa que el pago grupal depende del pago individual y de la distribución de la cuota grupal entre morosos y cumplidos. Asimismo, se revisa la función de probabilidad asociada al número de personas que paga en el grupo, asumiendo independencia en los eventos de pago individual. Por último, se tratará la evolución de la proporción de miembros que paga en poblaciones grandes sin estructura.

La principal conclusión es que bajo independencia en los eventos de pago individual de los prestatarios que conforman el grupo, el número de prestatarios que paga tiene distribución binomial. Además se tiene que la proporción de prestatarios que paga tiende a cero a lo largo del tiempo bajo poblaciones grandes sin estructura.

2.2. PLANTEAMIENTO.

En un escenario de información asimétrica debido a la selección adversa y al riesgo moral, un prestamista ofrece créditos a personas de bajos ingresos y sin garantía bajo la forma de contratos de préstamo grupal con responsabilidad conjunta. Los prestatarios potenciales deben formar grupos de n personas. Los prestatarios buscan acceder al financiamiento individual para emprender un proyecto productivo que genera con certeza e individualmente θ_t unidades de ingreso por período t ($=1, \dots, T$). Por ende, cada prestatario miembro del grupo solicita individualmente L_i en $t = 0$. El préstamo por un monto de L_i es concedido en el mismo período y cada prestatario accede a pagar en total $K_i = (1+r_i) L_i$, (principal más intereses). El préstamo es amortizado por T_i períodos; de este modo, la cuota individual será K_i/T_i ($< \theta_i$). Por conveniencia analítica se fijará $L_i = L$, $T_i = T$, $r_i = r$, $K_i = K$ y $\theta_i = \theta$ (es decir que a todos los miembros del grupo se les presta el mismo monto⁴⁵, por el mismo tiempo, se les cobra el mismo interés, pagan la misma cuota individual y generan el mismo ingreso individual con su proyecto).

La responsabilidad conjunta consiste en que si algún(os) miembro(s), en algún(os) período(s) incumple(n) con su(s) cuota(s) individual(es), el resto de miembros debe hacerse responsable por el pago del moroso si quieren impedir que el grupo como un todo se quede sin financiamiento. Por ejemplo, si al final del primer período hubo un incumplido, el resto de miembros saldrán a pagar por él y antes de la próxima etapa, el moroso les devolverá su adeudo. Si el moroso no devuelve lo prestado al resto de miembros, será expulsado del grupo y se quedará sin financiamiento. Así en cada período $0 < t \leq T$, el grupo debe responder por nK/T al prestamista para evitar ser declarado en mora. Por tanto, la cuota grupal se descompondrá en

$$nK/T \equiv (n-1)K/T + (n-1)[(nK/T - (n-1)K/T)/(n-1)](1)$$

El primer sumando de (1) indica que los restantes $n-1$ miembros pagan su cuota individual y el segundo sumando es lo que se le adiciona a esa cuota individual de los miembros cumplidos debido al incumplimiento de un miembro, el moroso. Al hacer lo anterior, el prestamista descompone la cuota grupal en cuotas individuales, es decir la cuota grupal (que es fija en cada período) se nutre de las contribuciones individuales. Pero estas

⁴⁵ Es un supuesto fuerte porque deja de lado consideraciones relativas a la forma como se repartirían los prestatarios (entre ellos) el monto asignado por el prestamista al grupo como un todo. Las implicaciones estáticas y dinámicas de la relajación de ese supuesto no son objeto de la presente tesis por haber sido contempladas ya en Rodríguez- Meza (2000).

contribuciones individuales no están fijas: tienen un componente fijo que es la propia cuota individual, y un componente variable que depende del número de personas del grupo que decide pagar. Por tanto, la cuota individual en cada período es función de la variable aleatoria “número de personas que paga”. En general, siendo X (con $x = 0, \dots, n$) el número de miembros que paga, se tendrá que la cuota grupal se distribuye entre los miembros según el valor que tome X

$$nK/T \equiv (xK/T) + x[(nK/T) - (xK/T)]/x \quad (2)$$

Entonces, la cuota final que paga cada individuo puede descomponerse en su cuota individual fija (K/T) más su cuota variable que depende del número de personas que paga, $[(nK/T) - (xK/T)]/x$. Es vital descomponer la cuota grupal en las contribuciones individuales para poder observar el juego como uno de bienes públicos: una vez que cada prestatario ha recibido su préstamo, lo ha invertido y ha obtenido su producto, debe decidir uno, si paga su cuota individual y dos, si paga por otros (en caso de que hayan otros miembros que no pagan su cuota por la razón que sea). Se resalta que la consecución del producto grupal no supone el pago de la cuota grupal, sino que cada miembro contribuye a la cuota grupal según su producto individual.

Se asumió que $(K/T) < \theta$, pero para asegurar el pago grupal puede suponerse que $(nK/T) \leq \theta$, esto es, el prestamista puede asegurarse ex ante de que cada prestatario está en capacidad de responder no solo por su cuota sino por la de todo el grupo de ser necesario⁴⁶. En varios países, el prestamista presta no tanto contra la consecución de ingresos inciertos por un proyecto que puede tener éxito o no, sino contra los ingresos que el prestatario efectivamente puede demostrar. Armendariz (2006, cáp.7) señala como es fuente de varios conflictos dentro de los grupos y las familias de los prestatarios que el prestamista concede L con base en los ingresos familiares presentes (y no sobre los individuales futuros por ser inciertos). El prestamista puede admitir que el prestatario carezca de garantía o de historial pero no que no tenga con que pagar no solo por si mismo sino por los otros miembros: probablemente por esto es que las microfinanzas solo alcanzan a los más ricos de los pobres y que su impacto real en la disminución de los índices de pobreza es discutible.

En $t=1$ cada prestatario recibe el préstamo L más el producto generado θ y decide si pagar su cuota (R) o no hacerlo (NR). Sean los miembros del grupo de prestatarios $N = \{1, 2\}$, y las estrategias de cada uno $S = \{R, NR\}$. En el mismo período cuando ambos prestatarios pagan su cuota individual cada uno recibe lo que le prestaron L más el producto generado por el proyecto θ menos la cuota individual K/T ; si uno de los agentes es moroso y el otro cumplido, el moroso obtiene el préstamo L más el producto θ mientras que el cumplido (por la responsabilidad conjunta) ve disminuido su préstamo L más su producto θ en las dos cuotas individuales, la cuota grupal $2K/T$; si ambos deciden ser morosos, reciben el préstamo L más el producto θ pero dejan de obtener financiamiento para la etapa siguiente

⁴⁶ Para no cargar toda la responsabilidad del grupo en una sola persona, podría plantearse que para inducir el pago grupal, el número de miembros que paga m pertenezca a $[n/2, n]$ lo que permite que el monto pagado por cada miembro esté entre su cuota individual K/T y la cuota grupal, nK/T . La cláusula de responsabilidad conjunta por un lado supone un riesgo y por otro un seguro (pues cuando usted no puede cumplir, los otros miembros deben salir a cumplir por usted). Como todo seguro se propone que debería tener una prima asociada, una prima por “incumplimiento” que hiciera tan costosa la morosidad que disuadiera al prestatario de incumplir. Posiblemente esta prima se asocia con la pérdida del financiamiento cuando el prestatario se declara moroso.

lo que les acarrea un costo expresado como fracción de la cuota ⁴⁷ $\lambda K/T$, con $(K/T) < (\lambda K/T) < (2K/T)$. Para $n=2$ se define el juego del préstamo grupal como (N, S, A). La matriz de pagos del prestatario ⁴⁸ A_i aparece en la Tabla 6.

Tabla 6: Matriz de pagos para un grupo de dos prestatarios bajo responsabilidad conjunta ($t=1$)

	R	NR
R	$L + \theta - K/T$	$L + \theta - 2K/T$
NR	$L + \theta$	$L + \theta - \lambda K/T$

Bajo estas condiciones se tiene un dilema del prisionero cuya estrategia dominante para cada jugador es no pagar (además este es un equilibrio de Nash). Desde este punto de vista, no sería racional para un prestamista otorgar préstamos grupales. A pesar de lo anterior, los contratos grupales existen y con una tasa de recuperación superior al noventa por ciento ⁴⁹ parece ser que gracias a las relaciones que entablan los prestatarios al interior del grupo.

Ahora, desde $t=2$ hasta $t = T$ los prestatarios solo obtienen su producto y deciden si pagar su cuota, es decir no reciben préstamos hasta que no hayan amortizado el préstamo recibido en la primera etapa. En el mismo período cuando ambos prestatarios pagan su cuota individual cada uno recibe el producto generado por el proyecto θ menos la cuota individual K/T ; si uno de los agentes es moroso y el otro cumplido, el moroso obtiene el producto θ mientras que el cumplido (por la responsabilidad conjunta) ve disminuido su producto θ en las dos cuotas individuales, la cuota grupal $2K/T$; si ambos deciden ser morosos, reciben el producto θ pero dejan de obtener financiamiento para la etapa siguiente lo que les acarrea el costo $\lambda K/T$. La matriz de pagos, $A_{t>1}$, será (Tabla 7):

Tabla 7: Matriz de pagos para un grupo de dos prestatarios bajo responsabilidad conjunta ($t>1$)

	R	NR
R	$\theta - K/T$	$\theta - 2K/T$
NR	θ	$\theta - \lambda K/T$

Se observa que, para toda etapa t y para todo jugador i

- i) $U_i(NR, NR) > U_i(R, NR)$, luego existe una tentación de no pagar
- ii) $U_i(NR, R) > U_i(R, R)$, luego se tiene que existe un riesgo de pagar.

La generalización del dilema del prisionero ⁵⁰ anterior a $n>2$ agentes se puede tratar bajo la

⁴⁷ Que no tiene porque ser fracción de K/T ; pudo ser un c fijo o un c variable dependiente de algún factor de interés. Lo que realmente importa es la primera condición que lo confina para $n=2$ a estar entre la cuota individual y la cuota grupal.

⁴⁸ Por cuanto se tiene un juego simétrico, la matriz de pagos de un agente es la traspuesta de la del otro.

⁴⁹ Es un dato mencionado por Yunus en varios escenarios y por otras muchas personas que defienden el mecanismo. Ver la entrevista de Yunus en Colombia (Bibliografía, p.167).

⁵⁰ Que también ha sido estudiado profusamente en términos experimentales por varios investigadores como Camerer, Gintis y particularmente los de la Universidad de Zurich (Fehr, Gächter, Fishbacher, Falk, entre otros). Una variante fundamental en este tipo de estudios es tratar la generalización del dilema del prisionero bipersonal a $n>2$ jugadores, llamada juego de bienes públicos (análoga a la tratada en Abbink *et al.*). En el juego propuesto actual, la cuota grupal puede asimilarse al fondo común (reunido por las aportaciones de las cuotas individuales, antes de ser aumentado y repartido por el experimentador)

estructura de un juego de bienes públicos.

Sean n agentes cada uno dotado con una cantidad x_i . Se les pide que contribuyan a un bien público y cada uno lo hace en una cantidad $\alpha_i x_i$ con α_i en $[0, 1]$. El experimentador (o cualquier autoridad como el estado o un planificador central) decide amplificar la suma de las contribuciones individuales $\sum \alpha_i x_i$ en $\beta > 1$ y luego las reparte entre los n miembros. Cada agente recibe como pago $\beta \sum \alpha_i x_i / n$. Esto implica que hay miembros que aunque no hayan contribuido ($\alpha_i = 0$) reciben un pago no nulo.

De aquí surge el dilema: para cada miembro de esta sociedad individualmente es mejor no contribuir, pues recibe el bien público independientemente del tamaño de su contribución y confiar en que los demás lo hagan por él. Pero si todos los miembros de esta sociedad de n agentes piensan así, ninguno recibe nada. O lo que es peor si el experimentador determina que la tasa de contribución no debe ser inferior a un cierto límite y que de llegar a serlo β será cero, entonces aquellos que contribuyeron (sin alcanzar a ser suficientes) perderán su contribución.

Consecuentemente, será de interés analizar el pago esperado $E(X)$ de cualquier agente de esta sociedad:

$$E(X) = E\left(\beta \sum_i \alpha_i x_i / n\right) = (\beta/n) \sum_i E(\alpha_i x_i)$$

Sea la variable aleatoria $Y_i = \alpha_i x_i$. En el presente contexto α_i podría ser la probabilidad de pago de cada miembro de un grupo de n prestatarios. Un primer caso de interés será cuando Y_i es Bernoulli (Tabla 8).

Tabla 8: Variable Bernoulli para la contribución de cada miembro en un juego de bienes públicos.

Y_i	$f(Y_i)$
1 (si i repaga)	p
0 (si i no repaga)	$q (= 1-p)$

Prosiguiendo con el desarrollo anterior,

$$E(X) = (\beta/n) \sum_i E(Y_i) = (\beta/n) \sum_i p = \beta p$$

Que indica que el pago esperado de cada uno de los agentes de un juego de bienes públicos, suponiendo contribuciones Bernoulli idénticas, es el factor multiplicador β veces la probabilidad de éxito (de contribución) p . En el contexto del juego del préstamo grupal, el pago esperado será el factor multiplicador veces la probabilidad de pago individual, que se supuso idéntica para todos los miembros del grupo. Cuando las probabilidades de pago sean distintas se tendrá que el pago esperado será,

mientras que los reembolsos pueden ser destinados a futuras financiaciones. Una característica importante del esquema de préstamos grupales es que cuando un grupo ha finalizado el reembolso de cada miembro del grupo, se otorgan montos crecientes, estos son los incentivos dinámicos.

En Biología, también la metáfora del dilema del prisionero y del Snowdrift game generaliza varios procesos como lo describe Hauert (2012), con la células de una especie unicelular de levadura: “la célula secreta una enzima que “procesa” el ambiente circundante convirtiéndolo en alimento que también queda disponible a las células vecinas, este alimento representa un bien público que puede ser explotado por los no cooperadores que producen poca o ninguna enzima (pero que se reproducen rápido). Empero si ninguna célula produce la enzima, todas morirán de inanición”.

$$E(X) = (\beta/n) \sum_i p_i$$

En ambos casos se hace evidente que el pago esperado de la participación en el juego de bienes públicos es una función (creciente) de la probabilidad de contribución individual, como lo es también su varianza. Cuando $n \rightarrow \infty$, si Y_i no es Bernoulli sino una sucesión de variables aleatorias idénticamente distribuidas (v.a.i.i.d.) la ley débil de los grandes números (Blanco, 2004, p.107-ss) asegura (bajo $V(XI)$ finita) que

$$P\left(\left|\sum_i Y_i/n - E(Y)\right| > \varepsilon\right) = V(XI)/n^2$$

Mientras que la ley fuerte bajo $E(XI)$ finita permite decir que

$$\sum_i Y_i/n \rightarrow E(Y)$$

Con base en el teorema del límite central un par de corolarios de Blanco (2004) se siguen para la misma suma de una secuencia infinita de v.a.i.i.d. Retomando el caso en que las Y_i son Bernoulli (p), el primer corolario afirma que la suma finita de las Y_i converge en distribución, cuando $n \rightarrow \infty$ a una normal estándar, esto es:

$$\left(\sum_i Y_i - np\right) / \sqrt{npq} \rightarrow N(0,1)$$

Por lo anterior, la contribución promedio será normal con media np y varianza npq que son los dos primeros momentos de una variable aleatoria binomial. El segundo corolario afirma que para cualquier sucesión de v.a.i.i.d. con varianza finita, la suma converge en distribución (bajo $n \rightarrow \infty$) a una normal con media $n\mu$ (con $\mu = E(XI)$) y varianza $n\sigma^2$ ($\sigma^2 = V(XI)$).

Se enfatiza en que este par de corolarios requieren que las contribuciones individuales sean variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas.

2.3. COMPORTAMIENTO DEL NÚMERO DE PERSONAS QUE PAGA EN CUALQUIER ETAPA DEL JUEGO DEL PRÉSTAMO GRUPAL.

Se puede asumir un horizonte infinito para t pues cada prestatario no sabe en que período se va a cerrar el acceso al financiamiento que puede atribuirse no solo a su propio incumplimiento sino al del resto de miembros del grupo.

Sea $w = P(\text{el grupo continúe a la etapa } t+1) = P(G_{t+1})$. Sea la matriz L' cuyas entradas son $l_{ij}' = L$. Luego $U = \sum_{t=1}^{\infty} w^{t-1} A_t$ será la matriz de pagos de interés para el análisis

$$U = L' + [(1-w)^{-1}] A_{(t>1)} \quad \text{o,}$$

$$U = A + [w/(1-w)] A_{(t>1)} \quad (3.1)$$

Que también es una matriz de pagos de un dilema del prisionero lo que puede verse fácilmente desde (3) en la Tabla 9,

Tabla 9: Matriz de pagos descontados para un grupo de dos prestatarios bajo

responsabilidad conjunta.

	R	NR
R	$L + (\theta - K/T)/(1-w)$	$L + (\theta - 2K/T)/(1-w)$
NR	$L + \theta/(1-w)$	$L + (\theta - \lambda K/T)/(1-w)$

Como el grupo continua en $t+1$ cuando paga en t se tiene que

$$w = P(\text{Repago grupal en } t) = P(RGt) = 1 - P(RGt') = 1 - P(X=0) = P(X \geq 1) \quad (4)$$

Por tanto es menester revisar la distribución de X_t .

Sea la probabilidad de pago individual en cualquier período, $P(R_i)$. Asumiendo $X_t = X$ y usandolo en (4) puede decirse que

$$w = P(X \geq 1) = P(\cup_i R_i) \quad (5)$$

Desde (5) se distinguen dos casos. Primero, bajo disyunción de los eventos R_i se tendrá

$$P(\cup_i R_i) = \sum_i P(R_i) \quad (5.1)$$

(5.1) significa que la probabilidad de que pague al menos un miembro del grupo es la suma de las probabilidades individuales de pago. Segundo, bajo no disyunción de los eventos R_i se tendrá

$$P(\cup_i R_i) = \sum_i P(R_i) + \sum_{i < j} (-1)^{2-1} P(R_i \cap R_j) + \dots + (-1)^{n-1} P(\cap_i R_i) \quad (5.2)$$

Esto es, que la probabilidad de que pague al menos un miembro del grupo es la suma de las probabilidades individuales menos la suma de las probabilidades de las intersecciones 2-2, más la de las intersecciones 3-3, etc. Al asumir condicionalidad entre los R_i , esto es, que el pago de los primeros agentes condiciona el pago de los últimos, en (5.2) el lado derecho quedará de la siguiente manera:

$$P(\cup_i R_i) = \sum_i P(R_i) + \sum_{i < j} (-1)^{2-1} [P(R_i) P(R_j | R_i)] + \dots \\ + (-1)^{n-1} [P(R_1) P(R_2 | R_1) P(R_3 | R_1 \cap R_2) \dots P(R_n | R_1 \cap R_2 \cap \dots \cap R_{n-1})] \quad (5.2.1)$$

Asumiendo independencia entre los R_i , en (5.2) el lado derecho quedará

$$P(\cup_i R_i) = \sum_i P(R_i) + \sum_{i < j} (-1)^{2-1} [P(R_i) P(R_j)] + \dots + (-1)^{n-1} [\prod_i P(R_i)] \quad (5.2.2)$$

UN MODELO SIMPLE DE PAGO EN GRUPOS TAMAÑO n .

Caso 1. Bajo independencia en el pago individual.

En cualquier período t bajo independencia se tendrá (5.2.2). Asumiendo en (5.2.2) igualdad en las probabilidades de pago de los miembros del grupo y constancia de las mismas a lo largo del tiempo se tendrá ⁵¹:

i) $P(R_i \cap R_j) = P(R_i) P(R_j) = p^2$

ii) $P(R_i) = P(R_j) = p \quad (\forall i \neq j = 1, \dots, n)$

⁵¹ En el presente planteamiento se resalta que las p son probabilidades de pago individual ante la ausencia de relaciones entre los agentes. En el capítulo tres se desarrollará un planteamiento donde las p serán probabilidades de pago de un prestatario por otro (que puede ser el mismo).

También por ii), se tiene que la probabilidad de que el grupo entre en mora es el producto de las probabilidades individuales de no pago

$$P(X=0) = P(\cap_i Ri') = \prod_i P(Ri') = q^n \quad (6)$$

Lo anterior indica que $X_i = X \sim B(n, p)$. Por tanto, la probabilidad de que paguen x miembros, es decir, la función de probabilidad de x será

$$P(X=x) = f(x) = nCx p^x q^{n-x}; x=0, \dots, n \quad (7)$$

Usando (6) en (3)

$$U = L' + [q^{-n}] A(3')$$

En (6) debe resaltarse la importancia del conocimiento de q (la probabilidad de no pago individual) o de la probabilidad de su complemento p (la probabilidad de pago individual). Por su parte, el resultado (7) según el cual bajo las condiciones actuales X se distribuye binomial con parámetros el tamaño del grupo n y la probabilidad de pago individual p puede verse de otra forma. Definiendo una variable aleatoria indicadora para cada prestatario i X_i , con su función de probabilidad como (Tabla 10):

Tabla 10: Variable Bernoulli para el pago individual de cada miembro de un grupo de prestatarios con probabilidad de pago constante a través de los prestatarios.

X_i	$f(X_i)$
1 (si i repaga)	p
0 (si i no repaga)	$q (= 1-p)$

El número de miembros del grupo que paga X podrá verse en términos de esas n variables indicadoras X_i como $X = \sum X_i$, cuyo esperado y varianza son

$$E(X) = E(\sum_i X_i) = \sum_i E(X_i) = \sum_i p = np$$

$$V(X) = V(\sum_i X_i) = \sum_i V(X_i) + 2 \sum_{i < j} COV(X_i, X_j)$$

$$V(X) = \sum [p - p^2] + 2nC2[E(X_i X_j) - E(X_i)E(X_j)] = npq$$

Estos son los primeros momentos respecto al cero y respecto a la media de una variable binomial. Una tercera forma de ver que $X \sim B(n, p)$ es que por ejemplo la probabilidad de que pague solo una persona del grupo $P(X=1)$ es

$$P(X=1) = \sum_i P(R_i \cap R'_i) = \sum_i P(R_i) P(R'_i) = npq^{n-1}$$

Donde $P(R'_i)$ denotará la probabilidad de no pago del resto de miembros distintos a i .

La expresión anterior se puede generalizar a (7') que es (7)

$$P(X=x) = \sum_{(x < -x)} P(R_x \cap R'_{-x}) = nCx P(R_x) P(R'_{-x}) = nCx p^x q^{n-x} \quad (7')$$

En (7') $P(R_{-x})$ denota la probabilidad de no pago de $n-x$ miembros -de forma análoga se definirá $P(R_x)$ -.

Ahora, bajo probabilidades de pago individuales independientes pero distintas se tiene en

vez de ii) a

$$\text{ii')} P(R_i) = p_i \quad (\forall i = 1, \dots, n)$$

De esta manera la función de probabilidad de X_i será (Tabla 11):

Tabla 11: Variable Bernoulli para el pago individual de cada miembro de un grupo de prestatarios con probabilidades de pago distintas a través de los prestatarios.

X_i	$f(X_i)$
1 (si i repaga)	p_i
0 (si i no repaga)	$q_i (= 1 - p_i)$

Luego los momentos de X serán

$$E(X) = E\left(\sum_i X_i\right) = \sum_i E(X_i) = \sum_i p_i$$

$$V(X) = V\left(\sum_i X_i\right) = \sum_i V(X_i) + 2 \sum_{i < j} \text{COV}(X_i, X_j) = \sum_i [p_i - p_i^2] + 2 \sum_{i < j} [E(X_i X_j) - E(X_i) E(X_j)]$$

$$V(X) = \sum_i [p_i q_i] + 2 \sum_{i < j} [P(X_i = 1, X_j = 1) - p_i p_j] = \sum_i [p_i q_i] + 2 \sum_{i < j} [P(R_i \cap R_j) - p_i p_j]$$

$$V(X) = \sum_i [p_i q_i] + 2 \sum_{i < j} [p_i p_j - p_i p_j] = \sum_i [p_i q_i]$$

Donde es necesario destacar de nuevo la importancia de q_i y por lo mismo de p_i .

Caso 2. Bajo no independencia en el pago individual.

En cualquier período t bajo no independencia y constancia en las probabilidades de pago de los miembros del grupo se tendrá:

$$\text{i) } P(R_i \cap R_j) = P(R_i) P(R_j | R_i)^{52}$$

$$\text{ii) } P(R_i) = P(R_j) = p; \quad (\forall i \neq j = 1, \dots, n)$$

i) marca una diferencia con respecto al caso del planteamiento anterior pues incorpora el hecho de que el pago de un miembro puede depender del pago de otro en el mismo período: los eventos de pago individual son condicionales. Como consecuencia de lo anterior, la distribución de X ya no puede ser Binomial y no se tendrá ninguno de los resultados expuestos. Dentro de la evidencia empírica relativa a juegos de la confianza y de bienes públicos (Gächter, Fehr, 1999; Fehr, Fischbacher, Gächter, 2002; Camerer, 2003; Falk, Fehr, Fischbacher, 2008) se ha constatado que el impacto de la cooperación de un jugador puede incidir positiva o negativamente en la estrategia de los otros jugadores. Así, según el planteamiento precedente R_i puede tener un impacto en $P(R_j | R_i)$ esto es el impacto del pago del miembro i en la probabilidad de pago del miembro j puede ser

- Positivo vía razonamientos tipo “si usted cumple yo cumplo”: si ocurre R_i , $P(R_j | R_i)$

⁵² Debe tenerse en cuenta que i) se tiene de la definición de probabilidad condicional pero Kahneman (2000) y Kahneman & Tversky (1982) constataron descriptivamente hace tiempo que puede no tenerse, esto es, puede no cumplirse que la probabilidad de la intersección de dos eventos sea menor a la probabilidad del evento condicionante. Suponiendo que sí se tiene, la generalización de i) a k eventos condicionados está dada por $P(\cap_{i=1}^k R_i) = P(R_1) P(R_2 | R_1) P(R_3 | R_1, R_2) \dots P(R_k | \cap_{j=1}^{k-1} R_j)$

aumenta. Este efecto será denotado por $P(R_j^+ | R_i)$ en i).

- Negativo vía problema de los bienes públicos: pueden surgir oportunistas, es decir, cuando i paga esta dando una señal de ser seguro y/o averso al riesgo y por esta vía j puede ser oportunista, disminuyendo su probabilidad de pago. Este efecto será denotado por $P(R_j^- | R_i)$ en i).

Estos casos serán contemplados en el capítulo tres. Así, el caso 1 corresponde a cuando $P(R_j | R_i) = P(R_j)$. En consecuencia, i) en el caso 2 quedará

$i+$) $P(R_i \cap R_j) = P(R_i) P(R_j^+ | R_i)$ cuando el efecto sea positivo y

$i-$) $P(R_i \cap R_j) = P(R_i) P(R_j^- | R_i)$ cuando el efecto sea negativo

Por ahora puede pensarse que el pago grupal es función de los pagos individuales. Sean los eventos R_i como hasta ahora; sea R_g el evento en que paga el grupo. En virtud del teorema de probabilidad total se tendrá que la probabilidad de pago grupal será

$$P(R_g) = \sum_{(i)} P(R_g \cap R_i) = \sum_{(i)} P(R_i) P(R_g | R_i)$$

En la expresión anterior se hace explícito el impacto del pago individual en el grupal a diferencia de (5.1) en donde se está asumiendo que cuando un individuo paga lo hace solo por el mismo. En el segundo factor de la misma expresión, se muestra que el pago individual condiciona el pago grupal. Este factor puede verse como el factor relacionado con la cuota “variable” que debe pagar un prestatario bajo responsabilidad conjunta y que impacta en el pago grupal, recordando que la cuota grupal no solo se compone de las cuotas que paga un individuo por sí mismo sino por otros (ver (2)). Pero la relación pago individual-pago grupal es en doble vía, es decir, el pago individual influye en el grupal así como el pago grupal también influye en el individual. Por ello, puede plantearse que la probabilidad de pago de i dado el pago grupal sea obtenida por regla de Bayes,

$$P(R_i | R_g) = P(R_i) P(R_g | R_i) / \sum_{(i)} P(R_i) P(R_g | R_i)$$

Igualmente puede verse la probabilidad de pago en una población con n tipos de agentes usando el teorema de probabilidad total como,

$$P(R) = \sum_{(i)} P(i \cap R) = \sum_{(i)} P(i) P(R | i)$$

Donde los eventos i y R son respectivamente “el agente es del i -ésimo tipo” y “pagar”. Esto se retomará en la sección 3.3.1 del capítulo tres. Revisando los momentos de X definida en términos de las variables X_i con probabilidades de pago individuales distintas, (se pueden hacer consideraciones análogas cuando son iguales)

$$E(X) = E(\sum_i X_i) = \sum_i E(X_i) = \sum_i p_i$$

$$V(X) = V(\sum_i X_i) = \sum_i V(X_i) + 2 \sum_{i < j} COV(X_i, X_j) = \sum_i [p_i - p_i^2] + 2 \sum_{i < j} [E(X_i X_j) - E(X_i) E(X_j)]$$

$$V(X) = \sum_i [p_i q_i] + 2 \sum_{i < j} [P(X_i=1, X_j=1) - p_i p_j] = \sum_i [p_i q_i] + 2 \sum_{i < j} [P(R_i \cap R_j) - p_i p_j]$$

$$V(X) = \sum_i [p_i q_i] + 2 \sum_{i < j} [P(R_i) P(R_j | R_i) - p_i p_j]$$

En el segundo sumando de la varianza $E(X_i X_j)$ (en el primer término de las covarianzas) se evidencia el impacto de la condicionalidad entre las probabilidades de pago individuales: la varianza del número de personas que paga bajo condicionalidad puede aumentar o disminuir con respecto a la varianza bajo independencia según si las covarianzas son positivas o negativas, lo que depende directamente de las probabilidades condicionales.

2.4. DINÁMICA DE LA PROPORCIÓN POBLACIONAL DE PRESTATARIOS QUE PAGA EN EL JUEGO DEL PRÉSTAMO GRUPAL.

Es importante recordar que en $t=1$ cada prestatario recibe el producto generado θ y decide si pagar su cuota (R) o no hacerlo (NR); así, la matriz de pagos ($n=2$) del prestatario i es A_i (la de la Tabla 6) y para $t>1$ será $A_{t>1}$ (la de la Tabla 7).

En general, podría asumirse que como la estrategia de un agente depende de lo que hagan los $n-1$ restantes del grupo, puede tratarse como jugador 2 a esos $n-1$ agentes cuyas estrategias son R (pagan conjuntamente los $n-1$) y NR (No pagan conjuntamente los $n-1$)⁵³. En tal caso la matriz de pagos A_1 estará dada por la siguiente tabla (Tabla 12):

Tabla 12: Matriz de pagos para un grupo de n prestatarios bajo responsabilidad conjunta ($t=1$). Se trata como jugador 2 a los $n-1$ restantes jugadores distintos al 1; sus estrategias son R (pagan conjuntamente los $n-1$) y NR (no pagan conjuntamente los $n-1$).

$(L + \theta - K/T);$ $(n-1) (L + \theta - K/T)$	$(L + \theta - nK/T);$ $(n-1) (L + \theta)$
$L + \theta;$ $(n-1) (L + \theta) - nK/T$	$L + \theta - \lambda K/T$ $(n-1) (L + \theta - \lambda K/T)$

La $A_{t>1}$ será la siguiente (Tabla 13):

Tabla 13: Matriz de pagos para un grupo de n prestatarios bajo responsabilidad conjunta ($t>1$).

$(\theta - K/T);$ $(n-1) (\theta - K/T)$	$(\theta - nK/T);$ $(n-1) (\theta)$
θ $(n-1) (\theta) - nK/T$	$\theta - \lambda K/T$ $(n-1) (\theta - \lambda K/T)$

Para $n>2$ ya no se cuenta con un juego simétrico. Para los juegos en que $n>2$, sea $\lambda = X$ que es el número de cumplidos en el grupo. Se observa que los equilibrios de Nash son $\{(NR, NR)\}$ cuando $X=0, 1$; $\{(NR, R)\}$ cuando $X=2, \dots, n-1$ y $\{(NR, R), (R, NR)\}$ cuando $X= n$.

Volviendo a $n=2$, la matriz de pagos de interés para el análisis será $A_{t>1}$ de (3')

$$U = L' + [(q)^{-n}]_{(t>1)} A \quad (3')$$

⁵³ Y generalizando lo anterior, puede plantearse que el jugador 1 sean x agentes cuyas estrategias sean R cuando todos pagan y NR cuando todos ellos no pagan; mientras que el jugador 2 sean los $n-x$ prestatarios restantes con idénticas estrategias.

Asumiendo que se tiene una población de prestatarios donde los grupos de prestatarios tamaño dos se forman aleatoriamente, se quiere indagar por la evolución de la proporción poblacional de prestatarios que paga. Normalizando U , A_I o la $A_{I>I}$ -es equivalente⁵⁴, salvo en el caso de usar U donde las entradas aparecen corregidas por $(1-w)$, la probabilidad de no pago grupal- se obtiene la matriz A_{nor} (Tabla 14).

Tabla 14: Matriz de pagos normalizada para un grupo de dos prestatarios bajo responsabilidad conjunta.

	-K/T; -K/T	0; 0
0; 0	-λK/T+2K/T; -λK/T+2K/T	

En efecto, se constata que según la clasificación de juegos 2X2 (Kandori, Mailath & Rob, 1993, p.37; Weibull, 1997, p.29; Wydick, 2008, p.253) la situación en cuestión pertenece a la categoría de un dilema del prisionero⁵⁵. Sea x_I la proporción poblacional de prestatarios que paga.

Usando la dinámica del replicador (puede verse en términos matriciales⁵⁶ usando A_{nor} .)

$$\dot{x} = x [U(x, x) - U(x, x)]$$

$$\dot{x} = x [(x X + x 0) - [x(x X + x 0) + x(x 0 + x Y)]]$$

$$\dot{x} = x x (x X - x Y)$$

y en general

$$\dot{x} = x(1-x)(\Pi_C - \Pi_D) \quad (8)$$

En (8), Π_C y Π_D denotan los pagos esperados de pagar y no hacerlo respectivamente⁵⁷.(8)

⁵⁴ “La ecuación de replicador es invariante ante ciertas transformaciones de la matriz de pagos”. (Abramson, 2006, p.46).

⁵⁵ El dilema del prisionero y Juego Halcón-Paloma (también conocido como Snowdrift Game o como Juego del Gallina), aunque afines, se diferencian en que mientras la relación de orden de pagos en el primero es T>R>P>S, en el segundo es T>R>S>P.

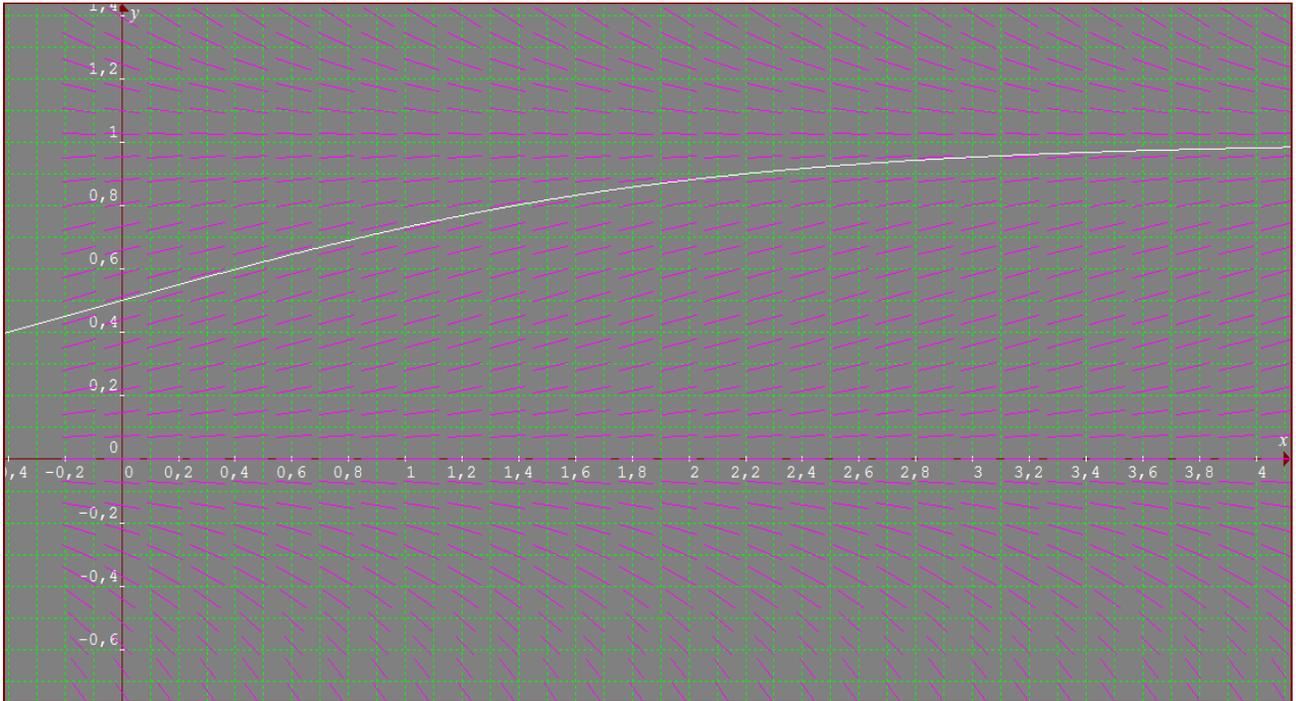
⁵⁶ $\dot{x} = x [(A x) - x A x]$

⁵⁷ El valor presente de pagar es $(L + \theta - K/T) + (\beta / 1-\beta) (\theta - K/T)$ y es menor que el valor presente de no pagar que es $L + \theta + (\beta / 1-\beta) (\theta)$; lo que implica que si el individuo es paciente ($\beta < 0.5$) el beneficio (producto menos cuota si paga y producto si no lo hace) de cada período se le está “comprimiendo” (pues $(\beta / 1-\beta) < 1$); en caso contrario (con $0.5 < \beta < 1$), el beneficio se le está “amplificando” y cuando $\beta > 1$, el beneficio (segundo factor del segundo sumando en cada expresión) se hace negativo.

El pago en cada período para cada jugador es $\theta - K/T - [(n-x) (K/T)/x] + \gamma (nL/n)$, si decide pagar individualmente y sin el tercer sumando si decide no hacerlo. Aquí se hace explícito el carácter de juego de bienes públicos (dilema del prisionero n personal, pues pagar domina a no pagar para cada jugador dado lo que haga el otro) del planteamiento actual (cuando se ve a K/T como una fracción de teta) y el

es una ecuación diferencial logística cuyo comportamiento y soluciones se muestra a continuación en los siguientes ejemplos (Gráficas 7, 8 y 9).

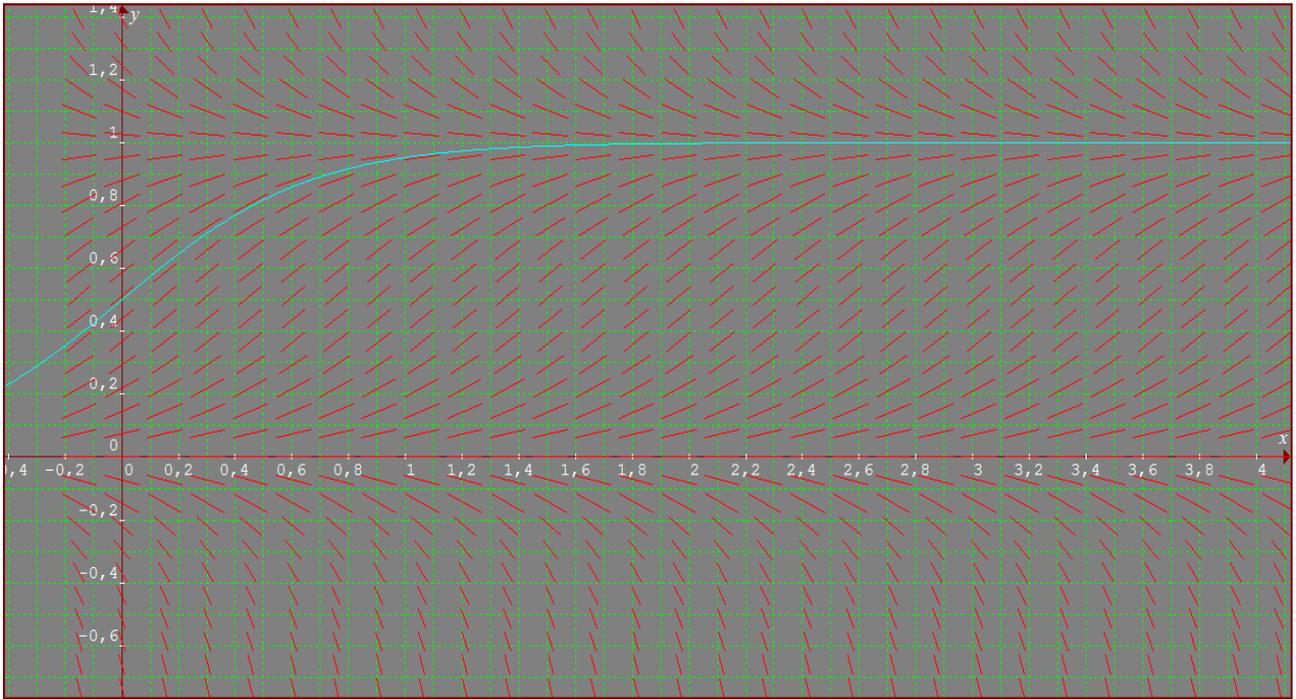
Gráfica 7: Diagrama de fase⁵⁸ para la curva logística $dx/dt = x(1-x)$ con una trayectoria de su solución $x(t) = (\exp t) / (1 + \exp t)$.



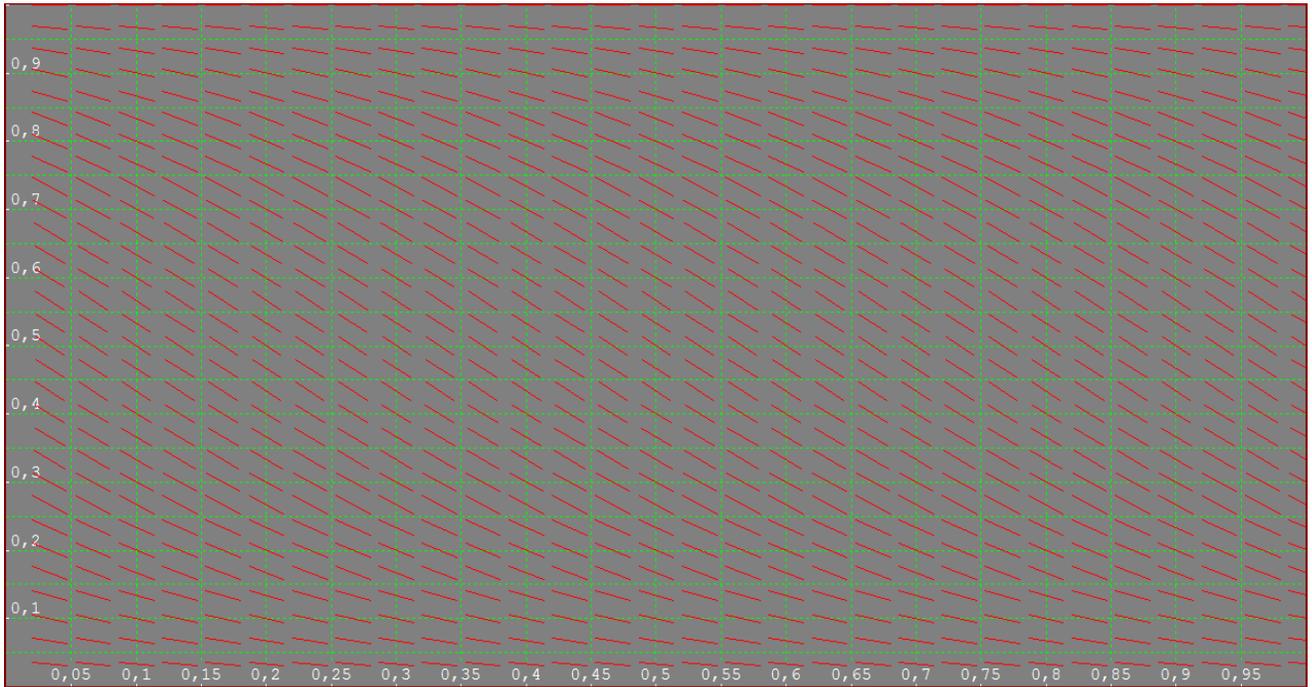
Gráfica 8: Diagrama de fase para la curva logística $dx/dt = 3x(1-x)$ con una trayectoria de su solución $x(t) = (\exp 3t) / (1 + \exp 3t)$.

impacto de la contribución individual al pago grupal dado el número de personas que paga (x) siendo función de esa variable aleatoria. El factor γ (mayor que 1) es el que hace atractivo pagar pues ofrece un incentivo dinámico para hacerlo; el prestamista promete prestarle a todos los prestatarios γ veces lo que les prestó antes.

⁵⁸ En el eje de las abscisas aparece t y en el de las ordenadas la proporción de cooperadores.



Gráfica 9: Diagrama de fase para la curva logística $dx / dt = x(1-x)$ (-2).⁵⁹



En particular, el tercer diagrama muestra como la proporción de personas que paga bajo la dinámica (8) es conducida a la extinción⁶⁰.

⁵⁹ Haciendo $K/T = 1$ en (8)

⁶⁰ Conclusión consistente con el teorema 2 de Kandori, Mailtah & Rob (1993, p.43) “suponga que el juego de etapa tiene una estrategia dominante, para una población tamaño $n > 2$, la distribución limite asigna probabilidad uno a la estrategia dominante”.

Lo anterior se atribuye al supuesto de poblaciones grandes desestructuradas donde el emparejamiento es aleatorio: “en una población sin estructura, donde todos los individuos interactúan con igual probabilidad entre sí, los desertores tienen un mayor pago promedio que los cooperadores incondicionales. Por tanto la selección natural aumenta la abundancia relativa de los desertores llevando a los cooperadores a la extinción. Estas dinámicas evolucionarias se tienen para los planteamientos deterministas de la ecuación del replicador y para la dinámica estocástica bajo poblaciones finitas” (Ohtsuki, *et al.* 2006, p.502).

La estrategia dominante para cada jugador es no pagar (también es un equilibrio de Nash), pues $q = (0, 1)$ verifica $pUq < qUq$ para toda p , con U como la matriz finalmente obtenida de corregir los pagos. Tal equilibrio también es evolucionariamente estable pues $pUp < qUp$.

Los estudios sobre cooperación en dilemas del prisionero (Hauert, 2008b; Szabó & Fátth, 2007; Perez, 2009) han girado en torno a su evolución en poblaciones grandes y grafos completos.

2.5. CONCLUSIÓN.

En el capítulo actual al formular el juego del préstamo grupal como un mecanismo de contribución voluntaria, se encontró que el pago esperado de un prestatario depende en forma directa de su probabilidad de pago.

De igual forma, en un primer acercamiento al mecanismo de operación de los contratos de préstamo grupal bajo independencia, se concluyó que bajo poblaciones grandes carentes de estructura la proporción poblacional de agentes que paga converge a cero. En términos más generales esta conclusión ya ha sido alcanzada por Hauert (2012) que al observar la fracción de cooperadores como función de la razón costo-beneficio de cooperar y un factor de descuento w , clasificó los dilemas sociales (juegos bipersonales como el dilema del prisionero, de coordinación, etc.) en las siguientes regiones (Gráfica 10):

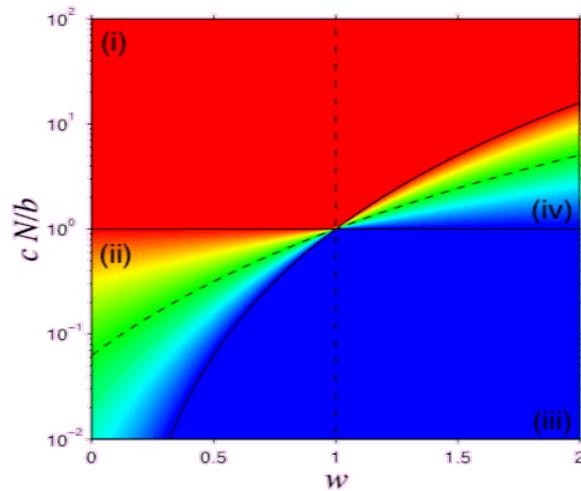
Region (i): domina la no cooperación; es el caso del dilema del prisionero y de los juegos de bienes públicos.

Region (ii): Coexistencia de cooperadores y tramposos; caso del juego “snowdrift”.

Region (iii): domina la cooperación; es un caso de mutualismo.

Region (iv): “biestabilidad”; caso de los juegos de coordinación.

Gráfica 10: Clasificación de juegos bipersonales.



Tomado de Hauert (2012) de <http://www.math.ubc.ca/~hauert/>; y <http://www.univie.ac.at/virtuallabs/>.

No obstante, en un juego del préstamo grupal repetido la extinción de los cumplidos también depende del supuesto de que el emparejamiento es aleatorio, por lo que la probabilidad de que i juegue con j es la misma para todos los agentes. Esto equivale en el campo a la selección aleatoria de los grupos de prestatarios. Es necesario señalar que aunque un prestatario pueda preferir un grupo autoseleccionado (formado con prestatarios que conoce) a uno aleatorio, las conexiones existentes al inicio del juego pueden no determinar la dinámica de pago.

Basado en Ohtsuki (2006), Hauert (2008), Novak (2005, 2006, 2011) donde la estructura de la población determina la evolución de la proporción de cooperadores (que pueden no extinguirse⁶¹), el autor de la presente tesis plantea que la dinámica de la proporción de prestatarios que paga está sujeta a la estructura emergente en el grupo de prestatarios, es decir, a las relaciones entre prestatarios a través del juego.

En concreto, se propone que la dinámica del pago grupal está determinada en mayor medida por las relaciones que surgen al interior del grupo a medida que pasan las etapas del juego -la cohesión social emergente del capítulo uno que permite la evolución del grupo de prestatarios y su sostenimiento- que por las relaciones existentes entre los agentes al inicio del juego -la cohesión social existente del capítulo uno que permitió la formación del grupo-.

⁶¹ Nowak (2006b) describe cinco mecanismos que permiten la sobrevivencia de los cooperadores: selección de relativos (la regla que se obtiene es la regla de Hamilton $r > c/b$, donde r es el grado de relación entre los agentes, c el costo de cooperar y b el beneficio de hacerlo); reciprocidad directa (tipo “Tit for Tat” cuando los mismos agentes interactúan a través de un número incierto de etapas del juego, la regla es $w > c/b$, donde w es la probabilidad de otro encuentro entre los mismos agentes); reciprocidad indirecta (señalando con Camerer, Fehr, Fischbacher que un agente puede cooperar con otro que no ha tratado, la regla es $q > c/b$ donde q es la probabilidad de conocer la reputación o verdadero tipo de la contraparte); reciprocidad de red (la regla es $b/c > k$ donde k es el número medio de vecinos del agente), y selección de grupo (la regla es $b/c > 1 + (n/m)$ donde n es el máximo tamaño grupal y m es el número de grupos que surge de una partición de la población). De particular interés ha sido el cuarto mecanismo (ver Ohtsuki, 2006; Nowak, ; Lieberman *et al.*, 2008).

Por ejemplo, si las relaciones entre los eventos de pago individual son de independencia, el número de prestatarios que paga en el grupo se distribuye binomial (ver sección 2.3.1). La independencia en los eventos de pago individual puede tener lugar cuando la cohesión social existente es nula, es decir, cuando los grupos se forman aleatoriamente. Pero el evento de pago individual puede no ser independiente a través de los prestatarios que conforman el grupo; esto se tratará en el capítulo siguiente en la sección 3.4.2. En general, se afirma que las relaciones entre los prestatarios de un grupo a lo largo del juego del préstamo grupal generan una estructura en el grupo y en la población de prestatarios que finalmente determina la proporción de agentes que paga. Bajo no independencia en los eventos de pago, la proporción de cumplidos no tiene porque extinguirse. Esto se tratará en los capítulos tres y cuatro.

Capítulo 3.

ESTRUCTURA DE UN GRUPO DE PRESTATARIOS BAJO EL JUEGO DEL PRÉSTAMO GRUPAL.

3.1. INTRODUCCIÓN.

A partir del planteamiento del juego del préstamo grupal en el capítulo dos se concluyó que la variable aleatoria “número de personas que paga en el grupo en una determinada etapa” tiene distribución binomial. Conviene señalar que tal conclusión se alcanzó bajo independencia en la decisiones individuales de pago y probabilidad de pago individual constante a través de los prestatarios. Asimismo, bajo dinámica del replicador se obtuvo

que la proporción de prestatarios cumplidos eventualmente se extingúa.

En el presente capítulo se dota al grupo de prestatarios con una estructura definida por la relación de pago, caracterizando tal relación como no reflexiva, no simétrica y no transitiva⁶². Como cualquier relación, la relación de pago define una estructura en el grupo, es decir un grafo, que es un conjunto de agentes con un conjunto de relaciones entre ellos.

Entonces, en cada etapa del juego un agente miembro de un grupo tiene que afrontar dos decisiones sucesivas: la primera decidir si paga individualmente (si paga por sí mismo) y la segunda decidir si paga grupalmente (si paga por otro(s), los incumplidos). Lo anterior implica que si hay cero morosos, cada prestatario paga solo su cuota individual; pero si no son cero, bajo responsabilidad conjunta cada prestatario deberá decidir si incurre en un pago adicional que como se describió en el capítulo dos, dependerá del número de morosos.

En el capítulo dos al plantear el juego simultáneo se tenían las contingencias en los pagos de cada prestatario según las estrategias del resto de miembros. Ahora puede plantearse que cada jugador en cada etapa tenga en cuenta, la historia del juego (lo ocurrido hasta la etapa presente), o lo ocurrido en la etapa anterior o lo que ocurrirá desde la etapa actual hacia adelante⁶³.

Consecuentemente, las interacciones entre los agentes al interior del grupo se dan en términos de la relación de pago. Es así, como la estructura del grupo *emerge*: las relaciones de pago que surjan al interior del grupo están determinadas por lo que ha pasado en etapas anteriores o por lo que los prestatarios creen que pasará. Se intenta ligar la evolución de la relación de pago con la de un grafo aleatorio. Por lo anterior es que desde el capítulo uno se formuló como hipótesis que la cohesión social (en sentido estrecho como *fortaleza de la relación de pago*) incide en la tasa de pago pero no en la formación del grupo⁶⁴.

En el presente capítulo se define la relación de pago (una relación binaria y dirigida) sobre un grupo de prestatarios con lo cual se define un grafo dirigido (digrafo). Lo anterior se lleva a cabo en el primer apartado. En la segunda sección se definen varias características asociadas al digrafo del grupo de prestatarios, en particular respecto del grado y la forma como estas afectan a las contribuciones individuales, al pago que recibe cada prestatario en cada etapa y al pago grupal. Específicamente, se resalta como un aumento del número de vínculos del digrafo de prestatarios indica que el número de morosos va en aumento, pero esto ocurre hasta que el número de morosos es la mitad del tamaño del grupo. Desde ahí, aunque el número de morosos siga aumentando, el número de vínculos del digrafo comienza a disminuir. Así, al entender la cohesión social como un digrafo más denso (con más vínculos) llega un punto en que a medida que aumenta el número de morosos, los vínculos de pago comienzan a disminuir (si se quiere la cohesión se “rompe”). En la

⁶² A diferencia de lo que ocurre en un grafo simple en que la relación entre agentes es simétrica: si iRj entonces jRi .

⁶³ En línea con Fudenberg & Levine (1998) que señalan como la decisión presente de un jugador puede depender no solo de la historia del juego hasta ahora sino de las creencias del mismo acerca de lo que pueda ocurrir al jugar cierta estrategia. Más adelante se formulará el juego que involucra las creencias acerca del estado del mundo, $\mu_i(\theta)$.

⁶⁴ Y como se concluyó en el capítulo uno, la cohesión social en sentido amplio (como múltiples relaciones existentes entre los agentes antes de la formación del grupo) aunque puede incidir (cuando el grupo se autoselecciona) en la formación del grupo puede no afectar a la tasa de pago.

tercera sección se observa como las probabilidades de pago individual no tienen porque ser independientes, tratando la posible condicionalidad entre ellas.

3.2. RELACIÓN DE PAGO AL INTERIOR DE UN GRUPO DE PRESTATARIOS.

Cada grupo de prestatarios que emprende un contrato de préstamo grupal está caracterizado por:

1. Un conjunto de miembros del grupo $\mathbf{N} = \{1, 2, \dots, n\}$; cada prestatario se notará por $i \in \mathbf{N}$

2. Dada una relación R^{65} de cierto tipo (la relación de pago) definida sobre \mathbf{N} un conjunto de vínculos (nexos, interacciones, etc.) entre los prestatarios del grupo, que los relaciona mediante R . Tal conjunto de vínculos se denota $\mathbf{L} = \{l_1, l_2, \dots, l_L\}$ y determina la estructura del grupo (red). $\mathbf{L} \subseteq \mathbf{S}$ donde \mathbf{S} es el conjunto de todos los posibles vínculos entre prestatarios⁶⁶. Cada vínculo de pago l_k puede denotarse alternativamente como $\langle i, j \rangle$ o iRj que significa “el prestatario i paga por él j ”, lo que abre la posibilidad de la implementación de la responsabilidad conjunta.

Se toma en cuenta *una* sola relación de todas las posibles. Por tanto, en este caso se está describiendo un grafo. En el caso donde se toman varias de las relaciones posibles entre agentes se habla de un multigrafo o un grafo multivariado, donde L será una colección de los distintos tipos de relaciones (sean k) que pueden haber entre los agentes, $\mathbf{R} = \{L_1, L_2, \dots, L_k\}$. Así, para describir un grafo se tiene que el \mathbf{R} anterior es unitario al tener en cuenta solo la relación de pago R ; por tanto, se enumeran como sus elementos a los L vínculos que pertenecen a él. El grafo trivial donde $\mathbf{L} = \{\}$ describe un grupo donde todos son morosos, donde ninguno pago por sí mismo (y menos por otros).

La relación R involucra elementos abordados por la economía experimental como son:

Solidaridad: se verifica cuando un agente decide pagar por otro, esto es, cuando surge el vínculo iRj .

Confianza (“confío en otros”; “confían en mí”): la solidaridad involucra un elemento de confianza que se materializa

-cuando i decide confiar en j (estableciendo el vínculo de pago iRj) que indica que i confía en j porque j es digno de confianza para i .

-cuando j le devuelve a i lo que le “prestó” al haber pagado por él cuando no podía, (como ocurre en el juego de la confianza).

Reciprocidad: se materializa cuando otro(s) pagan (la cuota individual K/T) por i habiéndolo hecho i por otro(s).

En teoría de grafos, la dupla (\mathbf{N}, \mathbf{L}) define un grafo \mathcal{G} . De manera análoga, en teoría de redes sociales (\mathbf{N}, \mathbf{L}) junto con su representación matricial llamada matriz de adyacencia \mathbf{X} describen una red social. Asimismo, es de interés tratar la evolución de la red social que es

⁶⁵ Cuando ocurre “ iRj ” entonces surge un vínculo de i hacia j . En este contexto el vínculo surge cuando i paga su cuota “final” que se compone de su cuota individual (K/T), su cuota variable ($yK/T/x$; donde y es el número de morosos y x el número de cumplidos en cierta etapa) y lo que i le pudiera deber a j de la etapa anterior. Se asumirá que si hay deudas pendientes de un agente hacia otro, estas se saldan antes de la etapa siguiente (y que el grafo no las refleja).

⁶⁶ El conjunto \mathbf{F} de todos los vínculos posibles entre los prestatarios de un grupo tamaño n es uno en que aparezcan todos los vínculos posibles entre agentes (con $|\mathbf{F}| = n^2$).

el grupo de prestatarios⁶⁷ a lo largo del tiempo $t = 1, \dots, T$ pero se hace período a período.

Dados $i, j, k \in \mathbf{N}$, la relación de pago R bajo responsabilidad conjunta⁶⁸ es:

- No reflexiva, pues aunque hayan vínculos iRi , estos no tienen porque existir para todos los prestatarios. Los $i \in \mathbf{N}$ tales que no pagan por sí mismos son los morosos, que bajo la cláusula de responsabilidad conjunta obtendrán su pago de los otros (si ellos deciden hacerlo⁶⁹). Se resalta que una condición para pagar por otro es pagar por uno mismo: solo el prestatario que ha pagado por sí mismo puede pagar por otro. Cuando cada prestatario paga la cuota K/T que le corresponde, ninguno tiene que salir a pagar por él; en este caso la relación de pago será reflexiva.
- No simétrica, pues iRj no implica que jRi , es decir no hay una R recíproca (en el mismo periodo). R también es antisimétrica pues no es cierto que iRj y jRi impliquen que $i = j$.
- No transitiva, pues no es cierto que iRj y jRk implique iRk .

Gráfica 11: Un grupo de prestatarios tamaño cinco donde cada uno paga su cuota individual; en este caso nadie tiene que pagar por otra persona.



Mientras que los pagos de cada agente ($t > 1$) serán los de la Gráfica 7.

Gráfica 12: Pagos de los prestatarios en G_0 .

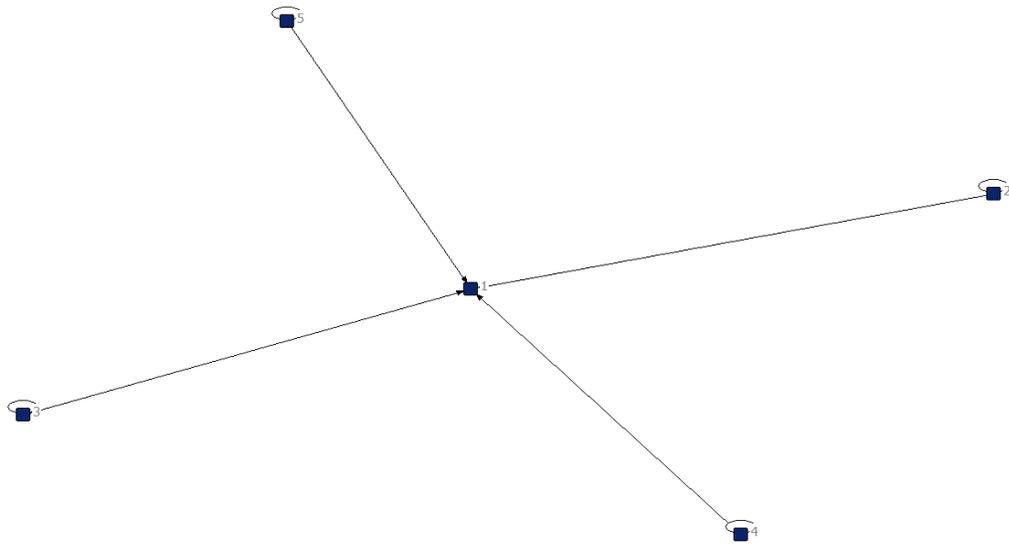
⁶⁷ Los términos “red social” y “grupo de prestatarios” se usarán indistintamente y serán denotados por \mathcal{G} aunque el grupo de prestatarios, estrictamente hablando aluda a \mathbf{N} mientras el primero a (\mathbf{N}, \mathbf{L}) .

⁶⁸ Ex ante todos los grafos son posibles, desde el vacío (en que nadie paga por sí mismo y por ende por otros) hasta el completo (en que cada prestatario paga no solo por él mismo sino por cada uno de los otros miembros del grupo). Empero, es de especial interés el subconjunto de esos grafos que bajo responsabilidad conjunta permite el pago grupal. Tal subconjunto será nombrado como el de los grafos canónicos \mathcal{C} , donde estan los grafos desde el que no pagan 0 hasta el que no pagan $n-1$ (porque cuando no pagan los n , el juego concluye al ser dejado el grupo sin financiamiento). Los grafos canónicos son objeto de las consideraciones que siguen.

⁶⁹ Y deciden hacerlo si para ellos (los cumplidos) la utilidad descontada del flujo futuro con financiamiento es superior a la del flujo sin financiamiento.

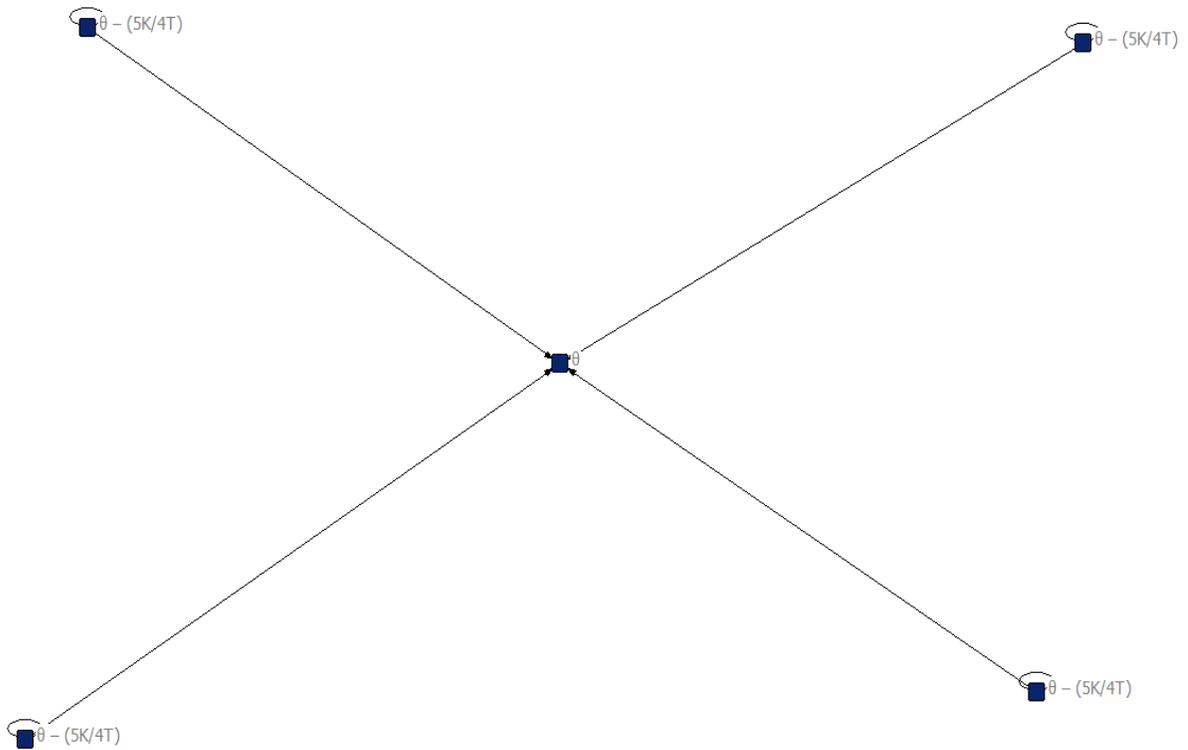


Gráfica 13: Un digrafo G^{70} donde el primer prestatario de un grupo tamaño cinco no paga. Bajo responsabilidad conjunta el resto de prestatarios (que han pagado su cuota individual) deben salir a pagar por el moroso (este grafo es una estrella⁷¹ con bucles).



⁷⁰ Los digrafos G_y ($y = 0, \dots, n-1$) se llamarán “canónicos” en el sentido de describir una situación ideal en que el grupo cumple con su obligación de pago (no solo los individuos, sino los individuos unos por otros y más aún, los cumplidos por los incumplidos) a pesar de tener y morosos.

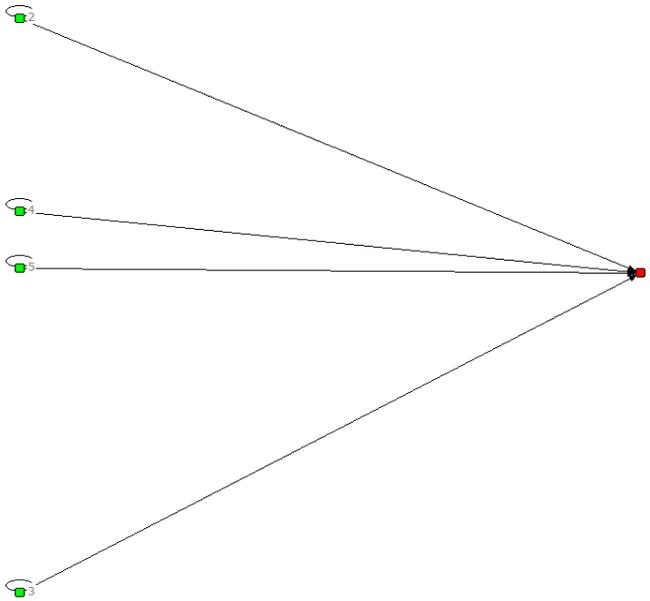
⁷¹ Un grafo (simple) es una estrella cuando un nodo tiene grado $n-1$ y los restantes grado 1.

Gráfica 14: Pagos de los prestatarios en G1.

Para el digrafo anterior puede obtenerse una “discriminación” de agentes según su grado de similaridad⁷²(Gráfica 15) de acuerdo al patrón de relaciones de pago que tiene un agente, permitiendo distinguir a los que pagan (verde) de los que no (rojo),

Gráfica 15: Agrupamiento de prestatarios según tipo cuando el primer prestatario es moroso.

⁷² Los nodos se agrupan según su grado de “similaridad” en términos del patrón de sus conexiones con otros nodos (ver Haneman 2006, p.46).



La representación matricial asociada al grupo de prestatarios \mathcal{G} se llama matriz de adyacencia y se denota por $\mathbf{X} = \{x_{ij}\}$ cuyas entradas pueden ser las de una variable dicotómica (Tabla 15):

Tabla 15: Variable Bernoulli para las entradas de la matriz de adyacencia de la red de prestatarios.

x_{ij}
1 (si i repaga por j)
0 (si i no repaga por j)

Por ejemplo, para el digrafo en que cada uno paga su cuota la \mathbf{X} será una idéntica I (Tabla 16):

Tabla 16: Matriz de adyacencia de la red de prestatarios ($n=5$) cuando cada prestatario paga su cuota.

	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1

Y para el digrafo en que no paga el primero \mathbf{X} será (Tabla 17):

Tabla 17: Matriz de adyacencia de la red de prestatarios ($n=5$) cuando el primer prestatario es moroso y el resto de prestatarios paga por él.

	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0
3	1	0	1	0	0
4	1	0	0	1	0
5	1	0	0	0	1

No obstante, la relación R valorada por las x_{ij} de forma dicotómica no tiene porque serlo: las entradas de \mathbf{X} pueden ser naturales, enteros, reales o reales en el primer intervalo unitario $R_{[0,1]}$. En general, las entradas corresponden a valores de variables aleatorias medidas no sobre objetos de medición, sino sobre diadas (pares de nodos o de agentes).

Dependiendo del tipo de relación observada esos números pueden describir la “fortaleza” de la relación o su probabilidad de ocurrencia. Es decir, $x_{ij} = p_{ij} = P(iRj)$. Así \mathbf{X} puede ser una matriz estocástica.

Cuando se contempla el pago (individual, de su propia cuota) de cada uno de los n prestatarios a través de las T etapas que dura el préstamo, una matriz de interés en análisis de redes sociales es la matriz de afiliación $A_{n \times T}$. Por ejemplo, retomando el caso extremo de \mathcal{G} donde cero prestatarios no pagaban, $A_{n \times T}$ describirá un grafo two-mode y será una matriz cuyas $a_{ij} = 1$ (Tabla 18). La relación de esta matriz de afiliación con la de adyacencia es que si por ejemplo en t la entrada ij de $A_{n \times T}$ es cero y el resto de entradas es uno, esto indicaría que en la correspondiente X en t el agente i -ésimo no pagó y el resto salieron a pagar por él (por eso el grupo pudo continuar hasta el final T).

Tabla 18: Matriz de afiliación de la red de prestatarios tamaño n , $A_{n \times T}$ cuando cada prestatario paga su cuota en cada una de las T etapas del juego.

	1	2	3	...	t	...	T
1	1	1	1		1		1
2	1	1	1		1		1
3	1	1	1		1		1
...							
i	1	1	1		1		1
...							
n	1	1	1		1		1

3.3. EL GRADO DEL GRUPO DE PRESTATARIOS CON ESTRUCTURA.

Para cualquier periodo t , se definen el grado interno, el grado externo y el grado del prestatario i como:

- Grado interno: número de prestatarios que pagan por i , vínculos entrantes hacia i ⁷³ $d_{in}(i)$

⁷³ Bajo responsabilidad conjunta cuando i es moroso si los $n-1$ prestatarios restantes son cumplidos ellos deben salir a pagar por él.

- Grado externo: número de prestatarios por los que i paga, vínculos salientes de $i^{74} d_o(i)$
- Grado (de i): número de vínculos entrantes o salientes de $i^{75} d(i) = d_{in}(i) + d_o(i)$.

Sea el digrafo uno \mathcal{G} en que el prestatario i -ésimo no paga su cuota; el resto de miembros tiene que pagar por él. Los grados serán (Tabla 19):

Tabla 19: Grados de la red de prestatarios (tamaño n) cuando el i -ésimo prestatario no paga su cuota.

Grados internos	Grados externos
$d_{in}(1) = 1$	$d_o(1) = 2$
$d_{in}(2) = 1$	$d_o(2) = 2$
$d_{in}(i-1) = 1$	$d_o(i-1) = 2$
$d_{in}(i) = n-1$	$d_o(i) = 0$
$d_{in}(i+1) = 1$	$d_o(i+1) = 2$
$d_{in}(n) = 1$	$d_o(n) = 2$
$2(n-1)$	$2(n-1)$

Se tiene que la suma de los grados internos es la suma de los grados externos, pues los vínculos internos de un nodo son los externos de otro; tales sumas son el número de vínculos de pago, es decir $|\mathcal{L}| = 2(n-1)$. Una forma de ver esto, es que la posición del primer prestatario se puede llenar de $n-1$ maneras (pues todos los vínculos comenzando con i que denotan " i pago por ..." no estarán presentes) mientras que la posición del segundo tiene solo dos opciones (el mismo prestatario o el i -ésimo que no pagó su cuota).

En este caso

$$\mathcal{L} = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,i \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 2,i \rangle, \dots, \langle i-1,i-1 \rangle, \langle i-1,i \rangle, \langle i+1,i+1 \rangle, \langle i+1,i \rangle, \dots, \langle n-1,n-1 \rangle, \langle n-1,i \rangle, \langle n,n \rangle, \langle n,i \rangle \}$$

La representación gráfica será análoga a la Gráfica 13 ($i=1, n=5$) y la matricial será la Tabla 17.

La distribución del grado K_1 (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G} será la de la Tabla 20.

Tabla 20: Distribución de grados de la red de prestatarios ($n=5$) cuando un prestatario no paga su cuota.

k	3	4
$P(K_i=k)$	4/5	1/5

⁷⁴ Bajo responsabilidad conjunta cuando i es cumplido si los $n-1$ prestatarios restantes son morosos él debe salir a pagar por ellos.

⁷⁵ En teoría de grafos, el grado de un nodo i es el número de vínculos que entran o salen de él o lo que es lo mismo, el cardinal de su 1-vecindad (conjunto de nodos que tienen vínculos a una distancia 1 del nodo i). El grado es una variable aleatoria que se notará -como es usual- por K (favor no confundir con el monto total que debe pagar cada prestatario).

En la Tabla 20 se tiene $f(k) = |N_i|/n$ donde N_i denota el conjunto de nodos de grado i . Lo anterior indica que hay un nodo de grado cuatro (el moroso, sea primero o iesimo) y cuatro nodos de grado tres (los 4 restantes, cada uno con dos vínculos salientes y uno entrante). También hay que destacar que prestatarios del mismo grado emprenden las mismas acciones no solo en este sino en el resto de grafos canónicos.

La distribución del grado interno K_{i_i} (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G} será (Tabla 21):

Tabla 21: Distribución del grado interno de la red de prestatarios ($n=5$) cuando un prestatario no paga su cuota.

k_i	1	4
$P(K_{i_i}=k_i)$	4/5	1/5

La distribución del grado externo K_{i_o} (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G} será (Tabla 22):

Tabla 22: Distribución del grado externo de la red de prestatarios ($n=5$) cuando un prestatario no paga su cuota.

k_o	0	2
$P(K_{i_o}=k_o)$	1/5	4/5

Sea el digrafo dos \mathcal{G}_2 en que dos prestatarios (por ejemplo los dos primeros) no pagan su cuota; el resto de miembros del grupo tiene que pagar por ellos. Los grados serán (Tabla 23):

Tabla 23: Grados de la red de prestatarios (tamaño n) cuando los dos primeros prestatarios no pagan su cuota.

Grados internos	Grados externos
$d_{in}(1) = n-2$	$d_o(1) = 0$
$d_{in}(2) = n-2$	$d_o(2) = 0$
$d_{in}(i-1) = 1$	$d_o(i-1) = 3$
$d_{in}(i) = 1$	$d_o(i) = 3$
$d_{in}(i+1) = 1$	$d_o(i+1) = 3$
$d_{in}(n) = 1$	$d_o(n) = 3$
$3(n-2)$	$3(n-2)$

Las sumas de grados internos y grados externos son iguales entre sí y son el número de vínculos de pago, es decir $|L| = 3(n-2)$. Una forma de ver esto es que la posición del primer prestatario se puede llenar de $n-2$ maneras (pues todos los vínculos comenzando con 1 y con 2 que denotan “1(2) pago por ...” no estarán presentes) mientras la del segundo tiene solo tres opciones (el mismo prestatario o el primero o el segundo que no pagaron su cuota).

En este caso

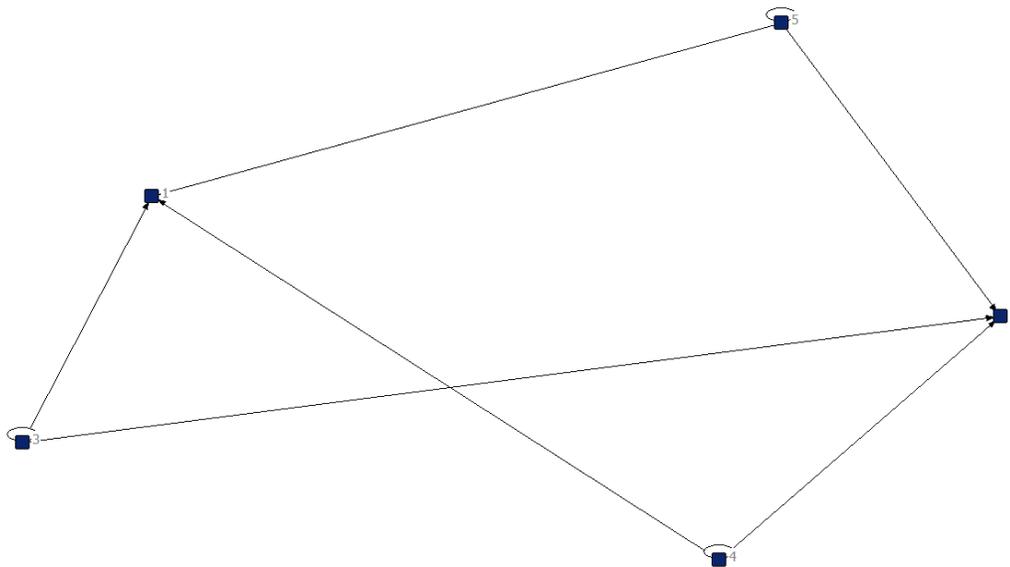
$L = \{ \langle 3,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 4,1 \rangle, \langle 4,2 \rangle, \dots, \langle i-1,i-1 \rangle, \langle i-1,1 \rangle, \langle i-1,2 \rangle, \langle i,i \rangle, \langle i,1 \rangle, \langle i,2 \rangle, \dots, \langle n-1,n-1 \rangle, \langle n-1,1 \rangle, \langle n-1,2 \rangle, \langle n,n \rangle, \langle n,1 \rangle, \langle n,2 \rangle \}$

La representación matricial será (Tabla 24):

Tabla 24: Matriz de adyacencia de la red de prestatarios ($n=5$) cuando los dos primeros prestatarios no pagan su cuota.

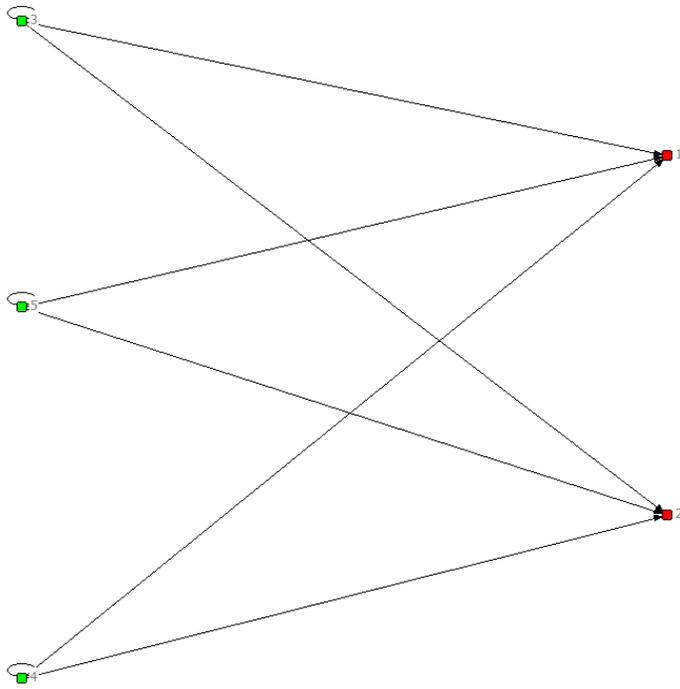
	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	1	1	1	0	0
4	1	1	0	1	0
5	1	1	0	0	1

Gráfica 16: Un digrafo donde los dos primeros prestatarios de un grupo tamaño cinco no paga.

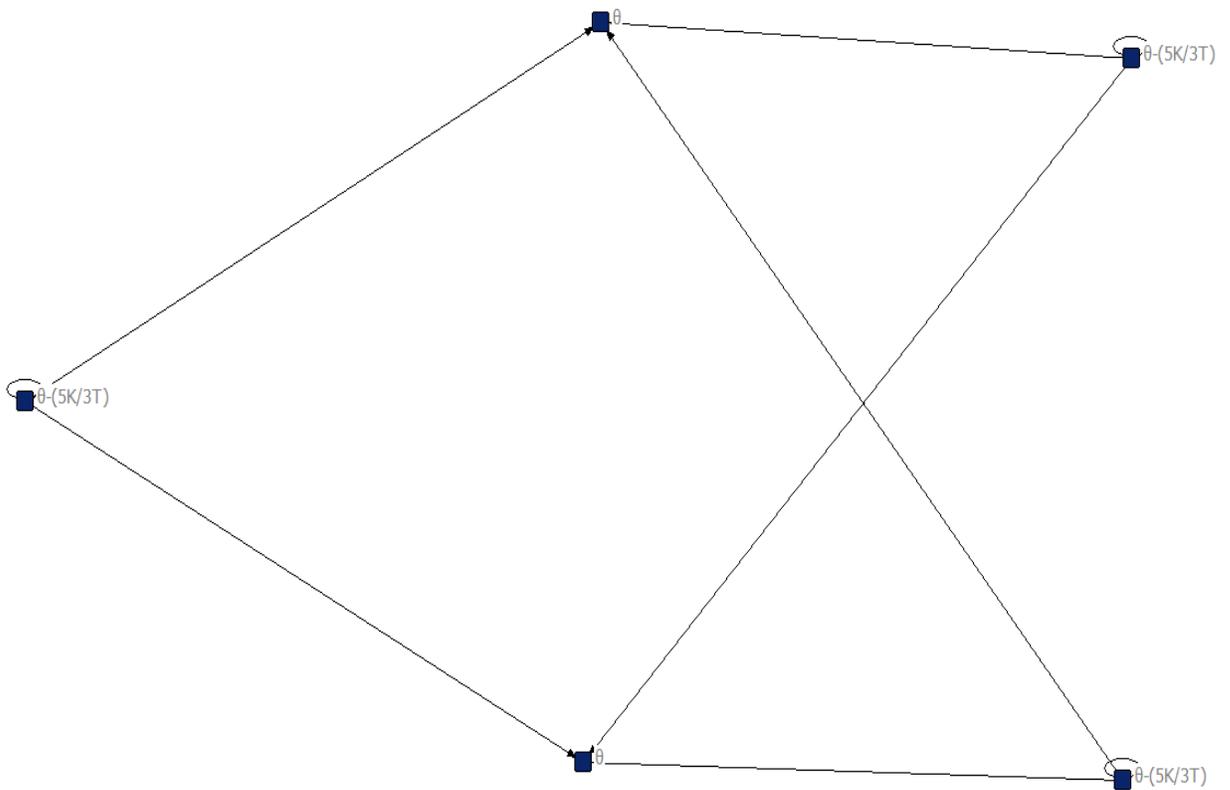


Si los prestatarios son agrupados según conducta de pago (los verdes son los cumplidos mientras los rojos son los incumplidos) sucede que el digrafo anterior quedará como Gráfica 17.

Gráfica 17: Digrafo en que se discriminan los dos primeros que no pagan.



Grafica 18. Pagos de los prestatarios en G_2 .



La distribución del grado $K_2(n=5)$ de cualquier prestatario de G_2 será la de la Tabla 25.

Tabla 25: Distribución de grados de la red de prestatarios ($n=5$) cuando dos prestatarios no pagan su cuota.

k	3	4
$P(K_3=k)$	$2/5$	$3/5$

Que indica que hay tres nodos (tercero, cuarto y quinto, los de los cumplidos) con cuatro vínculos (tres salientes y uno entrante).

La distribución del grado interno K_{2i} (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G}_2 será (Tabla 26):

Tabla 26: Distribución del grado interno de la red de prestatarios ($n=5$) cuando dos prestatarios no pagan su cuota.

k_i	1	3
$P(K_{2i}=k_i)$	$3/5$	$2/5$

La distribución del grado externo K_{2o} (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G}_2 será (Tabla 27):

Tabla 27: Distribución del grado externo de la red de prestatarios ($n=5$) cuando dos prestatarios no pagan su cuota.

k_o	0	3
$P(K_{2o}=k_o)$	$2/5$	$3/5$

De una etapa a la siguiente se esperaría el grafo converso (que es el que revierte las relaciones). En el caso actual esto implicaría que en $t+1$ se espera que 1 y 2 paguen por sí mismos y por el resto. Pero no es así por una sola razón: en t a cada uno de los tres cumplidos le correspondió contribuir con $2K/T/3$ a los $2K/T$ que faltaban para reunir los $5K/T$ que es la cuota grupal. Asumiendo (como se supuso) que los dos morosos se ponen al día *antes* de la etapa siguiente, el grafo en $t+1$ puede tomar *cualquier* configuración.

En caso de que los morosos no se hayan puesto al día, ellos mismos deberían responder por $2K/T$ (que quedaron debiendo de t entre los 2 morosos a los 3 cumplidos) + $2K/T$ (sus cuotas presentes en $t+1$) + la cuota variable (dependiente de quienes decidan pagar en $t+1$).

Sea el digrafo tres \mathcal{G}_3 en que tres prestatarios (por ejemplo los tres primeros) no pagan su cuota; el resto de miembros del grupo tiene que pagar por ellos. Los grados correspondientes aparecerán en la Tabla 28.

Tabla 28: Grados de la red de prestatarios (tamaño n) cuando los tres primeros prestatarios no pagan su cuota.

Grados internos	Grados externos
$d_{in}(1) = n-3$	$d_o(1) = 0$
$d_{in}(2) = n-3$	$d_o(2) = 0$
$d_{in}(3) = n-3$	$d_o(3) = 0$
$d_{in}(i) = 1$	$d_o(i) = 4$
$d_{in}(i+1) = 1$	$d_o(i+1) = 4$
$d_{in}(n) = 1$	$d_o(n) = 4$
$4(n-3)$	$4(n-3)$

Las sumas de grados internos y grados externos son iguales entre sí y son el número de vínculos de pago, es decir $|L| = 4(n-3)$. Una forma de ver esto es que la posición del primer prestatario se puede llenar de $n-3$ maneras (pues todos los vínculos comenzando con 1, 2 y 3 que denotan “1(2, o 3) pago por ...” no estarán presentes) mientras la segunda posición tiene solo cuatro opciones (el mismo prestatario o el primero o el segundo o el tercero que no pagaron su cuota).

En este caso

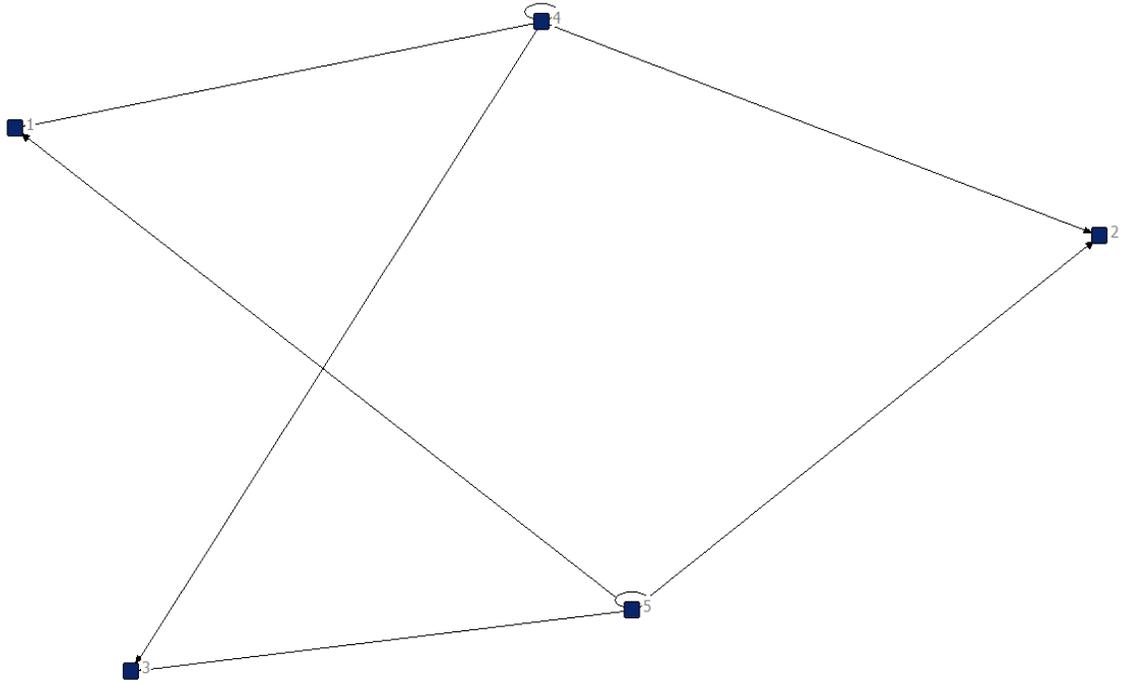
$$L = \{ \langle 4,4 \rangle, \langle 4,1 \rangle, \langle 4,2 \rangle, \langle 4,3 \rangle \dots, \langle i-1,i-1 \rangle, \langle i-1,1 \rangle, \langle i-1,2 \rangle, \langle i-1,3 \rangle, \langle i,i \rangle, \langle i,1 \rangle, \langle i,2 \rangle, \langle i,3 \rangle \dots, \langle n-1,n-1 \rangle, \langle n-1,1 \rangle, \langle n-1,2 \rangle, \langle n-1,3 \rangle, \langle n,n \rangle, \langle n,1 \rangle, \langle n,2 \rangle, \langle n,3 \rangle \}$$

Y la matriz de adyacencia será (Tabla 29):

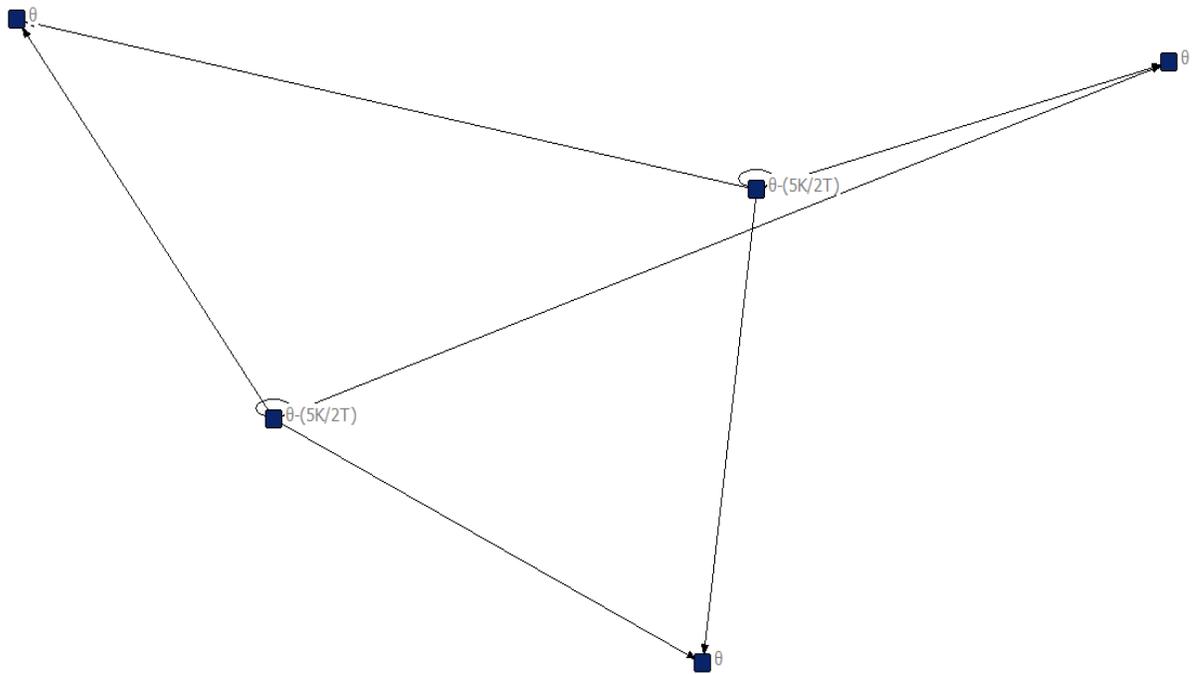
Tabla 29: Matriz de adyacencia de la red de prestatarios ($n=5$) cuando los tres primeros prestatarios no pagan su cuota.

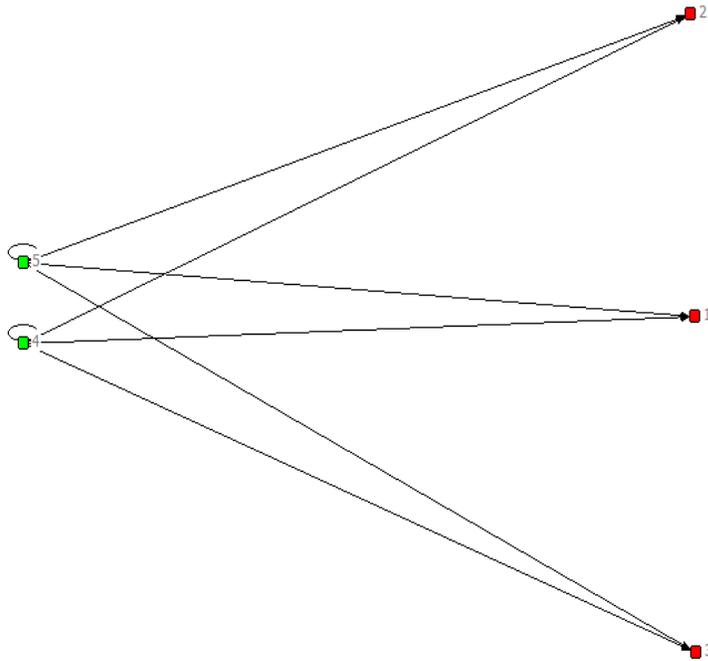
	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	1	1	1	1	0
5	1	1	1	0	1

Gráfica 19: Un digrafo donde los tres primeros prestatarios de un grupo tamaño cinco no paga.



Grafica 20: Pagos de los prestatarios en G3.



Gráfica 21: Digrafo en que se discriminan los tres primeros que no pagan.

La distribución del grado K_3 (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G}_3 será (Tabla 30):

Tabla 30: Distribución del grado de la red de prestatarios ($n=5$) cuando tres prestatarios no pagan su cuota.

k	2	5
$P(K_3=k)$	$3/5$	$2/5$

La distribución del grado interno K_{3i} (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G}_3 será (Tabla 31):

Tabla 31: Distribución del grado interno de la red de prestatarios ($n=5$) cuando tres prestatarios no pagan su cuota.

k_i	1	2
$P(K_{3i}=k_i)$	$2/5$	$3/5$

La distribución del grado externo K_{3o} (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G}_3 será la de la Tabla 32.

Tabla 32: Distribución del grado externo de la red de prestatarios ($n=5$) cuando tres prestatarios no pagan su cuota.

k_o	0	4
$P(K_{s_0}=k_o)$	3/5	2/5

Sea el digrafo 4 \mathcal{G} en que cuatro prestatarios (por ejemplo los cuatro primeros) no pagan su cuota; el resto de miembros del grupo tiene que pagar por ellos. Los grados serán (Tabla 33):

Tabla 33: Grados de la red de prestatarios (tamaño n) cuando los cuatro primeros prestatarios no pagan su cuota.

Grados internos	Grados externos
$d_{in}(1) = n-4$	$d_o(1) = 0$
$d_{in}(2) = n-4$	$d_o(2) = 0$
$d_{in}(3) = n-4$	$d_o(3) = 0$
$d_{in}(4) = n-4$	$d_o(4) = 0$
$d_{in}(i) = 1$	$d_o(i) = 5$
$d_{in}(n) = 1$	$d_o(n) = 5$
$5(n-4)$	$5(n-4)$

Las sumas de grados internos y grados externos son iguales entre sí y son el número de vínculos de pago, es decir $|L| = 5(n-4)$. Una forma de verlo es que la posición del primer prestatario se puede llenar de $n-4$ maneras (pues todos los vínculos comenzando con los primeros cuatro prestatarios que denotan “1(2, o 3 o 4) pago por ...” no estarán presentes) mientras la segunda posición tiene solo cinco opciones (el mismo prestatario o alguno de los cuatro primeros que no pagó su cuota).

En este caso

$$L = \{ \langle 5,5 \rangle, \langle 5,1 \rangle, \langle 5,2 \rangle, \langle 5,3 \rangle, \langle 5,4 \rangle, \dots, \langle i-1,i-1 \rangle, \langle i-1,1 \rangle, \langle i-1,2 \rangle, \langle i-1,3 \rangle, \langle i-1,4 \rangle, \langle i,i \rangle, \langle i,1 \rangle, \langle i,2 \rangle, \langle i,3 \rangle, \langle i,4 \rangle, \dots, \langle n-1,n-1 \rangle, \langle n-1,1 \rangle, \langle n-1,2 \rangle, \langle n-1,3 \rangle, \langle n-1,4 \rangle, \langle n,n \rangle, \langle n,1 \rangle, \langle n,2 \rangle, \langle n,3 \rangle, \langle n,4 \rangle \}$$

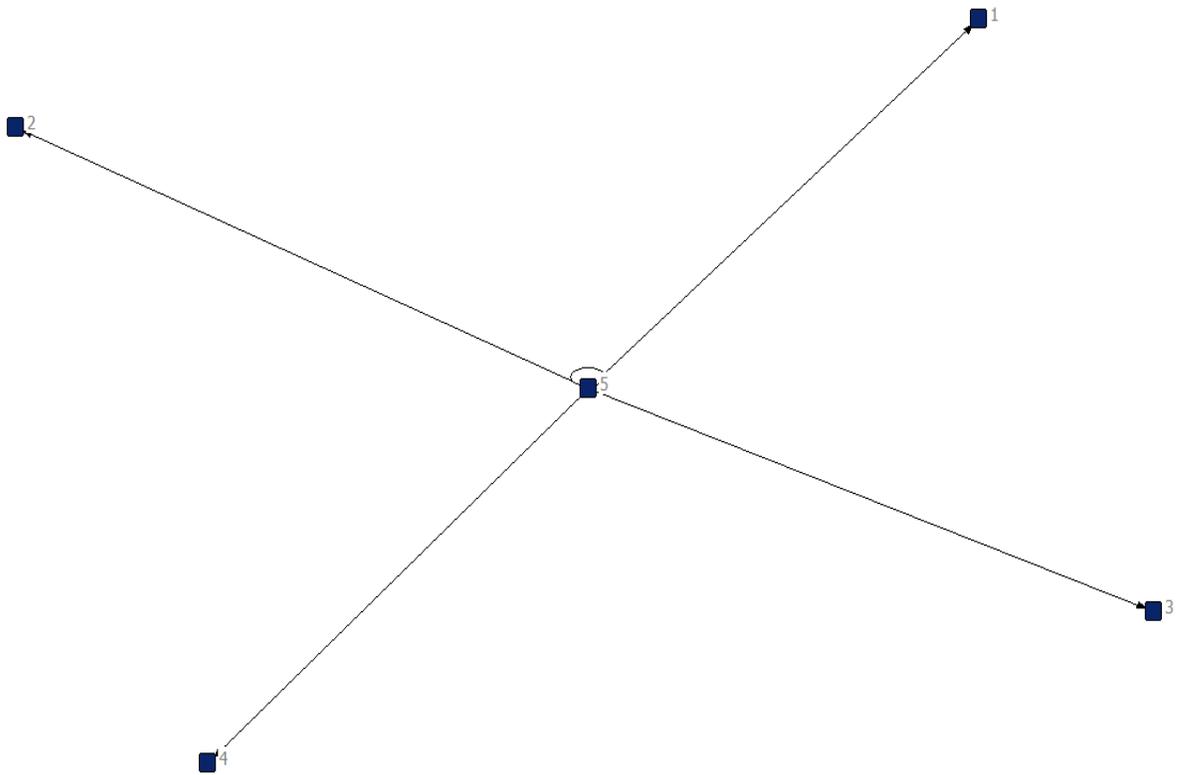
Con matriz de adyacencia (Tabla 34):

Tabla 34: Matriz de adyacencia de la red de prestatarios ($n=5$) cuando los cuatro primeros prestatarios no pagan su cuota.

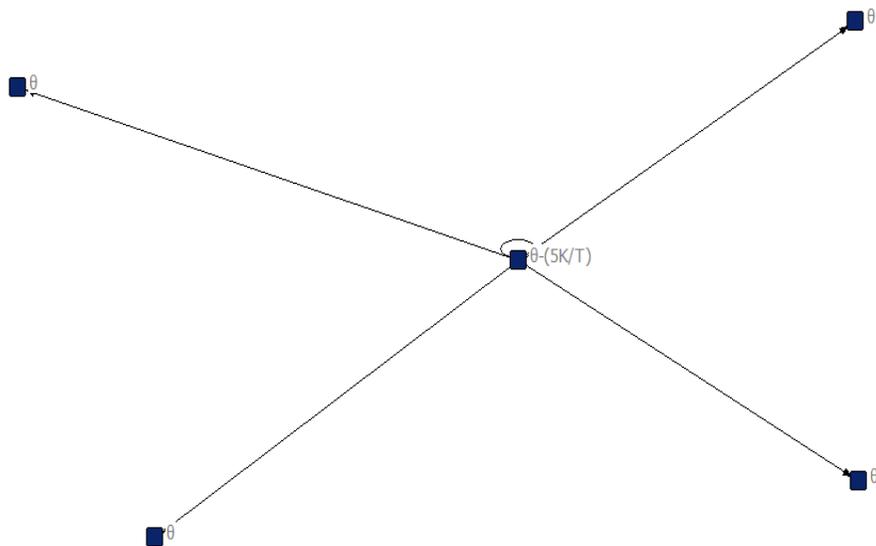
	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	1

Gráfica 22: Un digrafo donde los cuatro primeros prestatarios de un grupo tamaño cinco

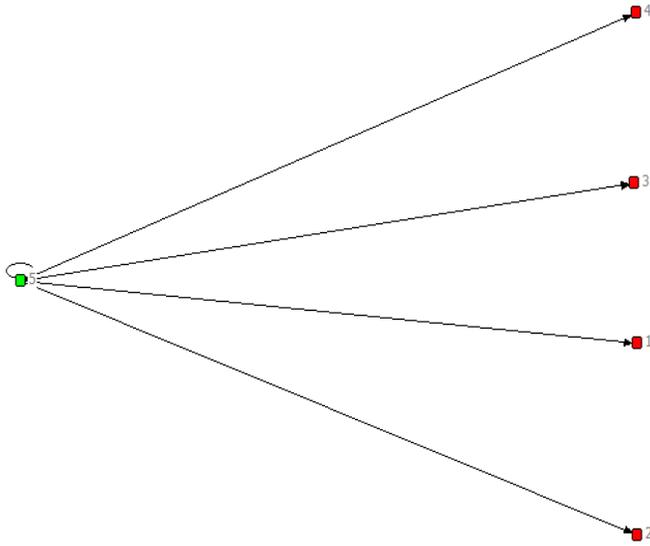
no paga.⁷⁶



Grafica 23: Pagos de los prestatarios en G4.



11 es un burst donde la dirección del flujo va de las hojas (nodos periféricos) al centro, mientras que el actual es un burst donde la dirección del flujo va del centro a las hojas.

Gráfica 24: Digrafo en que se discriminan los cuatro primeros que no pagan.

La distribución del grado K_4 (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G}_4 será (Tabla 35):

Tabla 35: Distribución de grados de la red de prestatarios ($n=5$) cuando cuatro prestatarios no pagan su cuota.

k	1	6
$P(K_4=k)$	$4/5$	$1/5$

Donde el prestatario 5 debe pagar por los 4 primeros y por él mismo (por eso su grado es 6).

La distribución del grado interno K_{4i} (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G}_4 será (Tabla 36):

Tabla 36: Distribución del grado interno de la red de prestatarios ($n=5$) cuando cuatro prestatarios no pagan su cuota.

k_i	1
$P(K_{4i}=k_i)$	1

La distribución del grado externo K_{4o} (para $n=5$) de cualquier prestatario de \mathcal{G}_4 será (Tabla 37):

Tabla 37: Distribución del grado externo de la red de prestatarios ($n=5$) cuando cuatro prestatarios no pagan su cuota.

k_o	0	5
$P(K_{i_o}=k_o)$	4/5	1/5

Definiendo el número de morosos como $y=n-x$ se observa que las distribuciones de los grados interno y externo podrán ser obtenidas mediante las siguientes fórmulas:

La distribución del grado interno K_{y_i} (para cualquier n e $y= 0, \dots, n$) de cualquier prestatario de \mathcal{G} será (Tabla 38):

Tabla 38: Distribución del grado interno de la red de prestatarios tamaño n cuando y prestatarios no pagan su cuota.

k_i	1	$(n-y)$
$P(K_{y_i}=k_i)$	$(n-y)/n$	y/n

La distribución del grado externo K_{y_o} (para cualquier n e $y= 0, \dots, n$) de cualquier prestatario de \mathcal{G} será (Tabla 39):

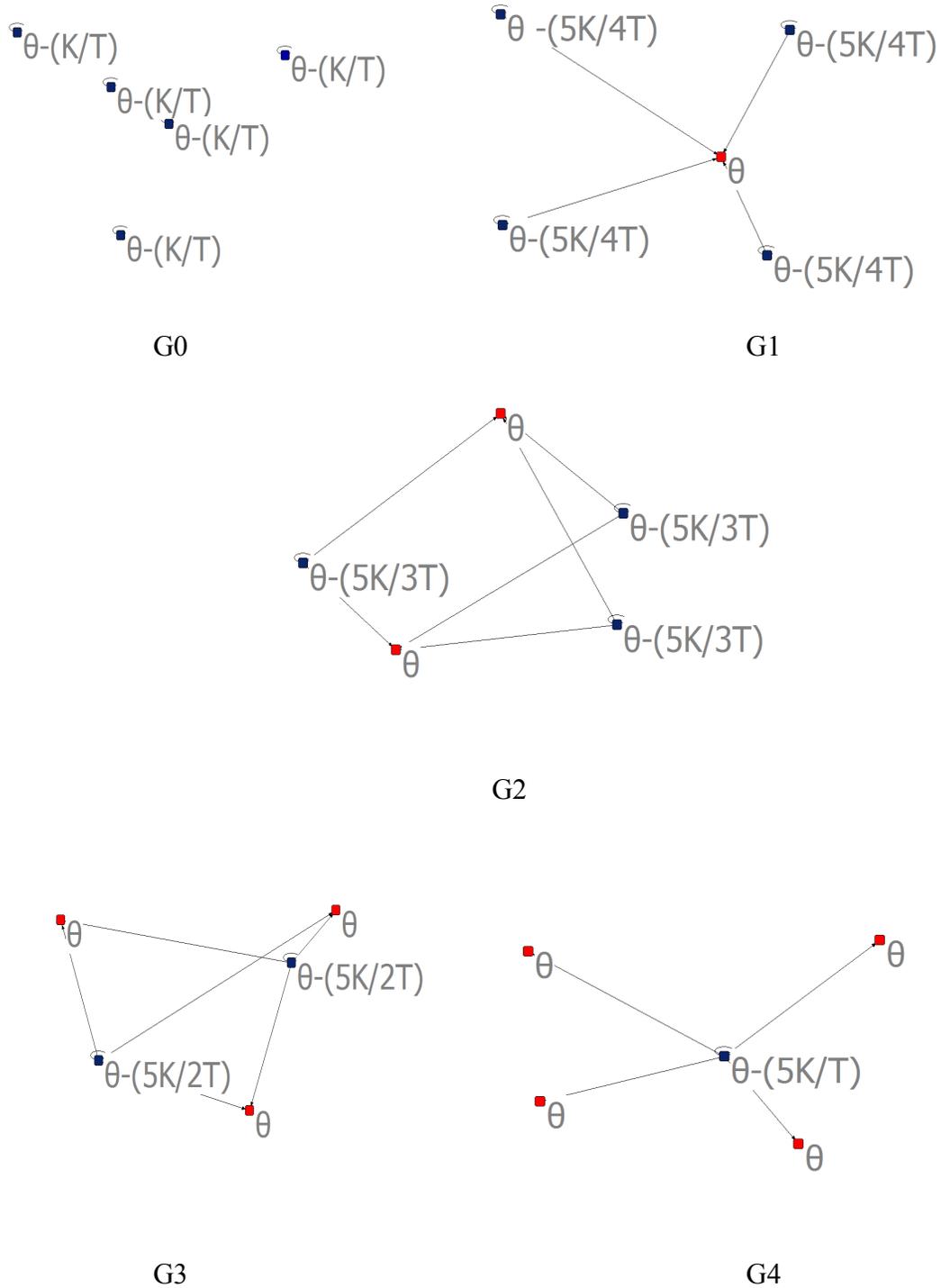
Tabla 39: Distribución del grado externo de la red de prestatarios tamaño n cuando y prestatarios no pagan su cuota.

k_o	0	$y+1$
$P(K_{y_o}=k_o)$	y/n	$(n-y)/n$

Cuando aumenta el número de morosos y ($=n-x$) o lo que es lo mismo, disminuye el número de cumplidos x , aunque en el sistema haya que reunirse la misma cuota grupal nK/T , se advierte que va cambiando la distribución de la misma entre los prestatarios. Esto significa que va cambiando la forma en que se distribuye la cuota grupal entre los miembros del grupo (tal como se señaló en el capítulo dos). Ocurre que para $t>1$ siendo los morosos los rojos y los azules los cumplidos, los morosos siempre reciben θ mientras que los cumplidos ven reducido su producto θ no solo por su propia cuota sino por el aumento de la cuota variable que deben pagar yK/Tx .

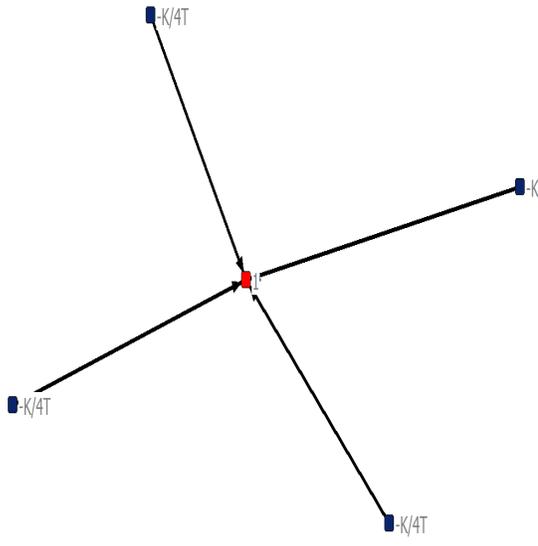
De forma que en presencia de aumentos en el número de morosos, la cuota final que pagan los cumplidos va aumentando y su pago disminuyendo. También se debe subrayar que no hay relaciones al interior del grupo de cumplidos ni al interior del grupo de morosos: la relación de pago siempre va o de un cumplido hacia sí mismo o del mismo hacia un moroso (ver gráficas 15, 17, 21 y 24). La Gráfica 25 permite hacer una comparación de los pagos en los digrafos canónicos ante aumentos en el número de morosos.

Gráfica 25: Comparativo de los pagos de los agentes a medida que aumenta el número de prestatarios morosos y . Se observa como el pago de los cumplidos (su producto más su cuota fija menos su cuota variable) va disminuyendo; esto depende de los vínculos *costosos* de pago que el cumplido establezca con los morosos (lo que hace aumentar su cuota variable).

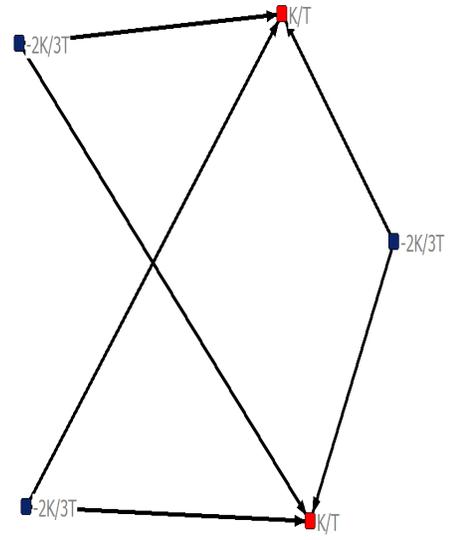


Si lo anterior es visto como los aportes que hacen los cumplidos a un bien público (a la cuota del moroso) se tiene que los pagos de los agentes (sin tener en cuenta los productos generados) son (Gráfica 26):

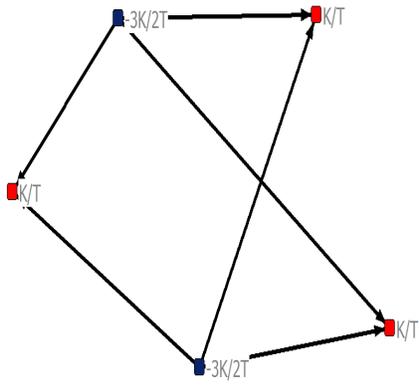
Gráfica 26: Comparativo del incremento en las cuotas individuales de los cumplidos cuando aumenta el número de morosos.



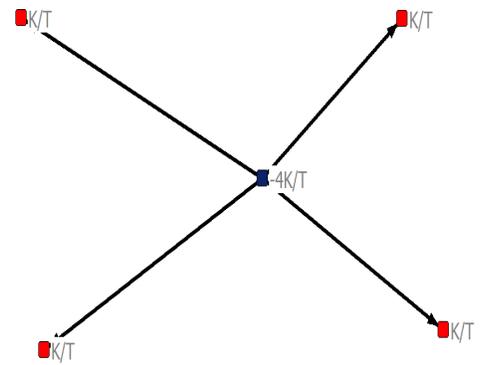
G1



G2



G3



G4

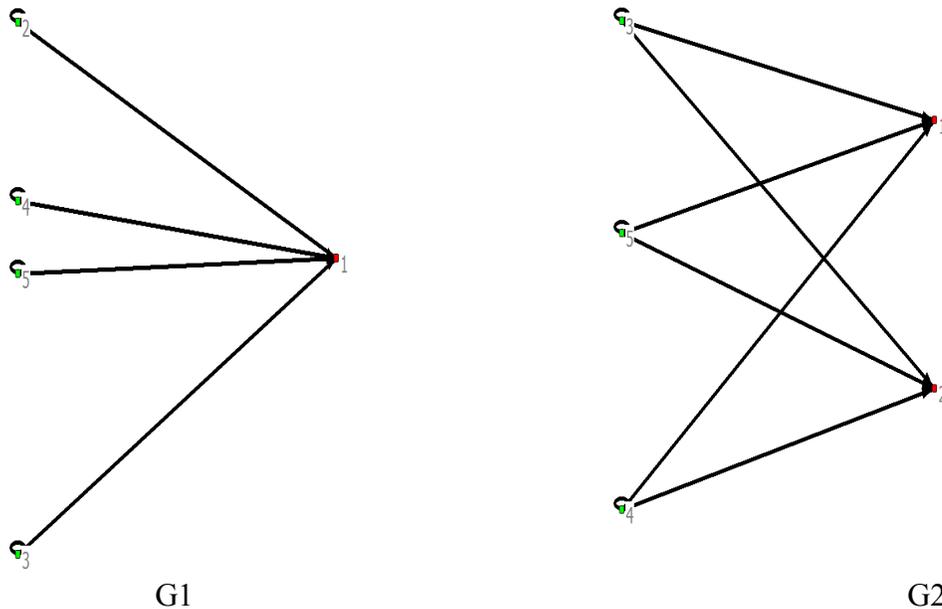
Dado el número de vínculos posibles de cada prestatario (cinco y en general n), en este último caso sucede que al aumentar el número de morosos, cada cumplido debe aumentar el número de vínculos hacia los morosos. Por ello, para cada cumplido va aumentando la razón entre vínculos efectivos y vínculos posibles.

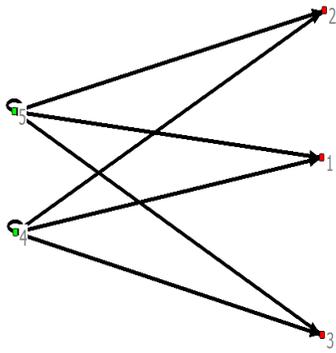
Pero cada uno de esos vínculos adicionales de los cumplidos hacia los morosos es costoso. Y ese costo aumenta con el número de morosos y que refleja el aumento de la parte variable de la cuota de los cumplidos descrito en la Gráfica 26. La Tabla 40 muestra la proporción de vínculos posibles para cada prestatario cumplido según aumenta el número de morosos.

Tabla 40: Proporción de vínculos posibles para cada prestatario cumplido a medida que aumenta el número de morosos. Cuando aumenta el número de morosos, los cumplidos deben entablar más relaciones con los morosos hasta completar todos los vínculos que les es posible entablar n .

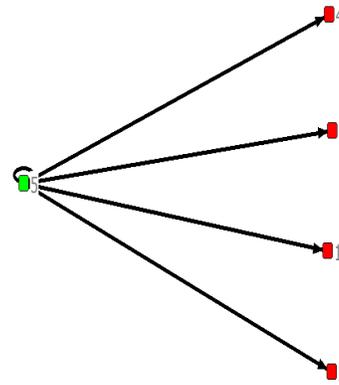
NUMERO DE PRESTATARIOS INCUMPLIDOS	PROPORCION VINCULOS EFECTIVOS/ VINCULOS POSIBLES PARA CADA PRESTATARIO CUMPLIDO (x/n)
0	1/5
1	2/5
2	3/5
3	4/5
4	1

La evolución de los digrafos a medida que aumenta el número de morosos muestra que cada cumplido tiene cada vez más vínculos.





G3



G4

3.4. MEDIDAS DESCRIPTIVAS SOBRE \mathcal{G}

Ahora, usando $y = n-x$ (el número de personas que no paga) se advierte una regularidad (Tabla 41): que el número de vínculos del digrafo es una función de y . Así, el cardinal de L es $(y+1)(n-y)$.

Tabla 41: Número de vínculos del digrafo para grupos de prestatarios con tamaño entre 1 y 10 para distintos valores de y .

N = 1	L	N=6	L	N=9	L
G0	1(n-0)=1	G0	1(n-0)=6	G0	1(n-0)=9
G1	2(n-1)= 0	G1	2(n-1)= 10	G1	2(n-1)=16
		G2	3(n-2)= 12	G2	3(n-2)=21
N=2	L	G3	4(n-3)=12	G3	4(n-3)=24
G0	1(n-0)=2	G4	5(n-4)=10	G4	5(n-4)=25
G1	2(n-1)= 2	G5	6(n-5)=6	G5	6(n-5)=24
G2	3(n-2)=0	G6	7(n-6)=0	G6	7(n-6)=21
				G7	8(n-7)=16
N=3	L	N=7	L	G8	9(n-8)=9
G0	1(n-0)=3	G0	1(n-0)=7	G9	10(n-9)=0
G1	2(n-1)= 4	G1	2(n-1)= 12		
G2	3(n-2)=3	G2	3(n-2)= 15	N= 10	L
G3	4(n-3)=0	G3	4(n-3)= 16	G0	1(n-0)=10
		G4	5(n-4)=15	G1	2(n-1)=18
N=4	L	G5	6(n-5)=12	G2	3(n-2)=24
G0	1(n-0)=4	G6	7(n-6)=7	G3	4(n-3)=28
G1	2(n-1)=6	G7	8(n-7)=0	G4	5(n-4)=30
G2	3(n-2)=6			G5	6(n-5)=30
G3	4(n-3)=4	N=8	L	G6	7(n-6)=28
G4	5(n-4)=0	G0	1(n-0)=8	G7	8(n-7)=24
		G1	2(n-1)= 14	G8	9(n-8)= 18
N=5	L	G2	3(n-2)= 18	G9	10(n-9)=10
G0	1(n-0)=5	G3	4(n-3)=20	G10	11(n-10)=0
G1	2(n-1)=8	G4	5(n-4)=20		
G2	3(n-2)=9	G5	6(n-5)=18		
G3	4(n-3)=8	G6	7(n-6)=14		
G4	5(n-4)=5	G7	8(n-7)=8		
G5	6(n-5)=0	G8	9(n-8)=0		

Lo anterior indica que el número de vínculos de pago crece hasta que $y=n/2$; después empieza a decrecer (Gráfica 27). Esta regularidad se encontró gracias al análisis de la sección anterior, primero para un grupo de prestatarios tamaño cinco (que da la fila 5 del siguiente triángulo que aparece en la Gráfica 27) y después se confirmó para los grupos tamaño 1 hasta 10.

Gráfica 27: Número de vínculos en el digrafo de prestatarios ($n=1,\dots,10$) según número de morosos.

				1									
				2	2								
				3	4	3							
				4	6	6	4						
				5	8	9	8	5					
				6	10	12	12	10	6				
				7	12	15	16	15	12	7			
				8	14	18	20	20	18	14	8		
				9	16	21	24	25	24	21	16	9	
				10	18	24	28	30	30	28	24	18	10

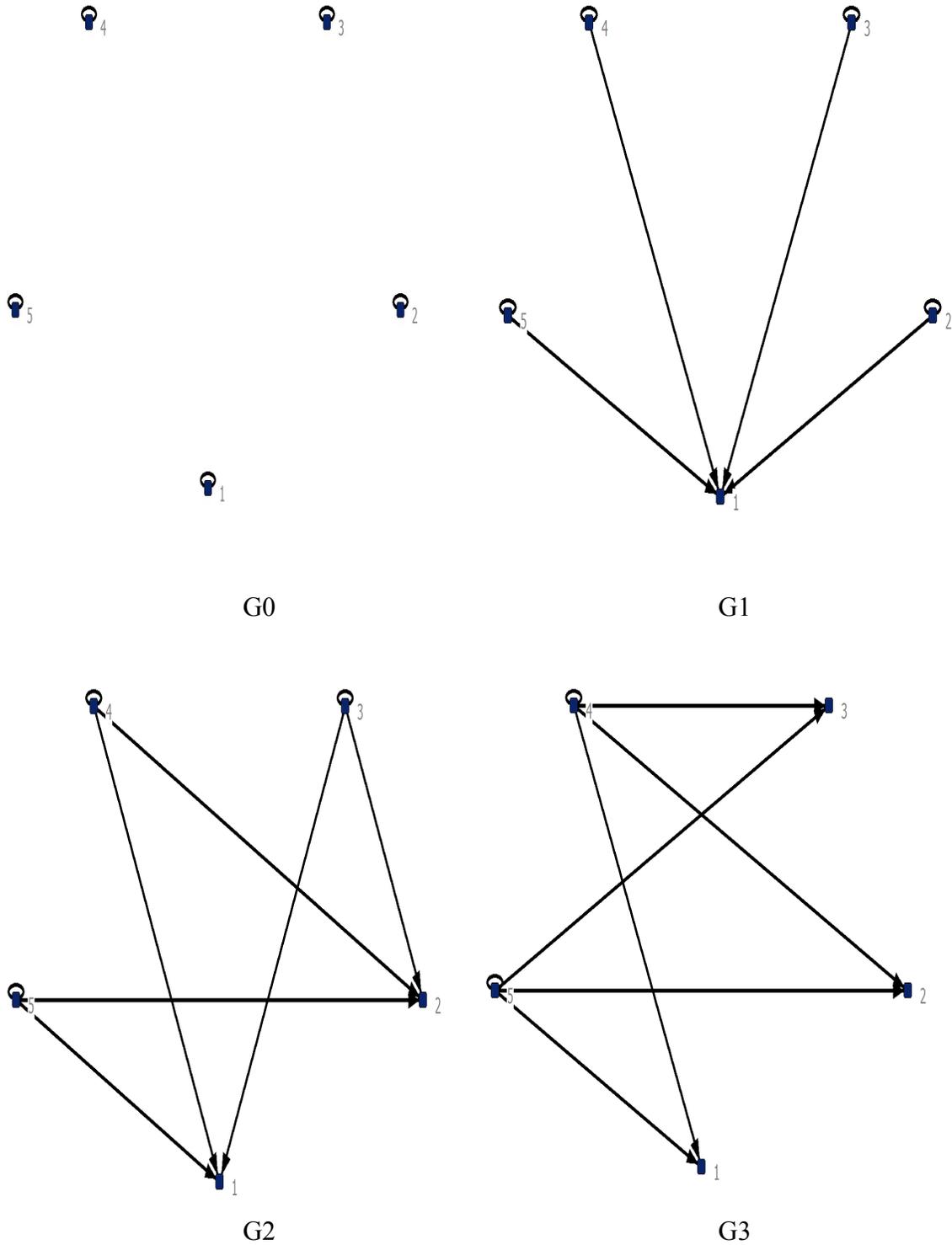
En el triángulo cada entrada presenta el número de vínculos para el digrafo bajo responsabilidad conjunta para distintos tamaños de grupo (filas) y distintos números de personas que no pagan ($y=0,\dots,n$). Siempre los números se construyen de la misma manera.

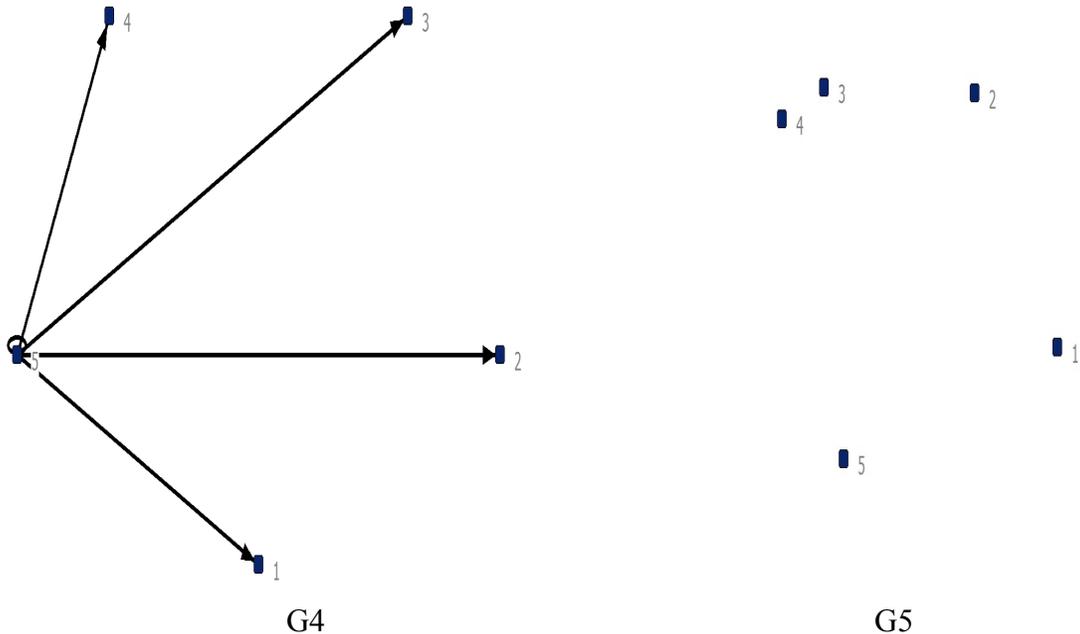
Por ejemplo, si se tiene un grupo tamaño nueve y se quiere saber cuántos vínculos tiene el digrafo en que cero no pagan, ese es el primer número de la novena fila (a la izquierda) que se obtiene de adicionar uno al número sobre la misma diagonal (hacia arriba) en la fila anterior. Si se quiere saber cuántos vínculos tiene un digrafo para un grupo de nueve prestatarios en que un prestatario decide no pagar, se ubica al nueve de la izquierda y se le suma el número que está sobre la misma diagonal (hacia arriba) dos filas antes, en este caso el siete, eso da el dieciséis que seguirá al nueve sobre la novena fila. Si se quiere saber cuántos vínculos tiene el digrafo para nueve prestatarios de los cuales dos decidieron no pagar, se ubica sobre la misma diagonal (que va hacia la derecha) del número que se quiere obtener (tercero de la fila novena) el que está sobre la diagonal en la fila anterior, que será catorce y se le suma el número que está sobre la misma diagonal (hacia arriba) en la fila anterior que será el siete, dando veintiuno. Para obtener el 24, $18+6$; para el 25, $20+5$. En este punto se llegó a $y=n/2=x$, por lo tanto el número de vínculos comenzará a disminuir y se sabrá por simetría qué números siguen. Sin embargo, los números siguientes también se obtienen de la misma forma: $24=20+4$, $21=18+3$, $16=14+2$, $9=8+1$.

Otro ejemplo, para un grupo con 11 prestatarios habrán digrafos con 11, $20(11+9)$, $27(18+9)$, $32(24+8)$, $35(28+7)$, $36(30+6)$ vínculos de pago cuando no pagan 0, 1, 2, 3, 4 y 5 prestatarios respectivamente (lo que corresponde a la fila 11 del triángulo anterior). Es de señalar también que los números de cada fila se pueden obtener de otra manera: por ejemplo en la fila octava, el 8 se obtiene de varias formas tomando los números sobre la misma diagonal $7+1$, $6+2$, $5+3$ y el doble del número que queda que es 4; el 14 que le sigue al 8 sobre la misma fila, se obtiene también de $10+4$, $8+6$, etc.

Se ha obtenido un resultado fundamental bajo el planteamiento actual: que el número de vínculos del digrafo asociado al grupo de prestatarios aumenta hasta que el número de morosos es la mitad del grupo, momento a partir del cual comienza a disminuir (Gráfica 28). Esto indica que no siempre un aumento del número de vínculos refleja una mayor cohesión social; pues estos vínculos son costosos. Paradójicamente, el grupo que mejor se comporta en términos de pago es aquel sin vínculos de pago entre prestatarios de distinto tipo.

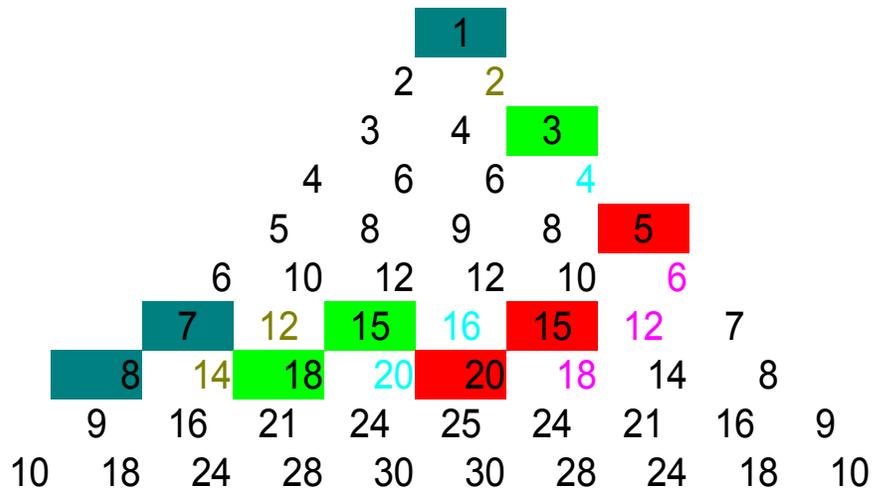
Gráfica 28: Digrafos canónicos para grupos de prestatarios tamaño cinco. El número de vínculos aumenta hasta que el número de morosos es la mitad del grupo, a partir de ahí comienza a disminuir. Los digrafos más densos tienen lugar cuando el número de morosos es la mitad del grupo.





Los números del triángulo se pueden conseguir de otra forma: al sumar los números con los mismos colores en el árbol de la Gráfica 29:

Gráfica 29: Construcción del número de vínculos en el digrafo de prestatarios ($n=1, \dots, 10$) según número de morosos.



Una forma más de obtener los números es sumar una sucesión de impares (pares) decrecientes a los números precedentes partiendo de la izquierda o de la derecha hacia el centro del árbol para filas impares (pares). Por ejemplo para la fila 7: $7, 12=7+5, 15=12+3, 16=15+1$.

El triángulo o “árbol” tiene varias propiedades interesantes:

1. En las diagonales “externas” aparecen los naturales.
2. En la siguiente diagonal aparecen los naturales múltiplos de dos; en la tercer diagonal los naturales múltiplos de tres, etc.

3.El tronco del árbol (los números centrales para tamaños grupales impares) son los cuadrados de los naturales.

4.La serie de las sumas de cada fila da 1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165, 220,... estos son los números de cuarto orden o piramidales: la cuarta diagonal del triángulo de Pascal. En el triángulo de Pascal se llaman números de primer orden a los de la primera diagonal que son las unidades 1,1,1,1,1,...; de segundo orden a los naturales que salen de la adición de los anteriores 1,2,3,4,5,6,...; de tercer orden o triangulares a los que salen de la adición de naturales (cada número de esta tercer diagonal está dando la suma de los primeros n naturales, $n(n+1)/2$ obtenida por Gauss, 1,3,6,10,15,21,...); de cuarto orden o piramidales que salen de adición de triangulares de la diagonal anterior 1, 4, 10, 20, 35, 56,...; de quinto orden 1, 5, 15, 35, 70,..., etc.

Retomando el grado de cualquier prestatario, como las sumas de los grados internos y de los grados externos a través de los prestatarios son iguales, se define la media de los grados como

$$\bar{d} = \sum_i (d(i)) / n = \sum_i [do(i) + din(i)] / n \approx \sum_k k f(k) = E(K) \quad 77$$

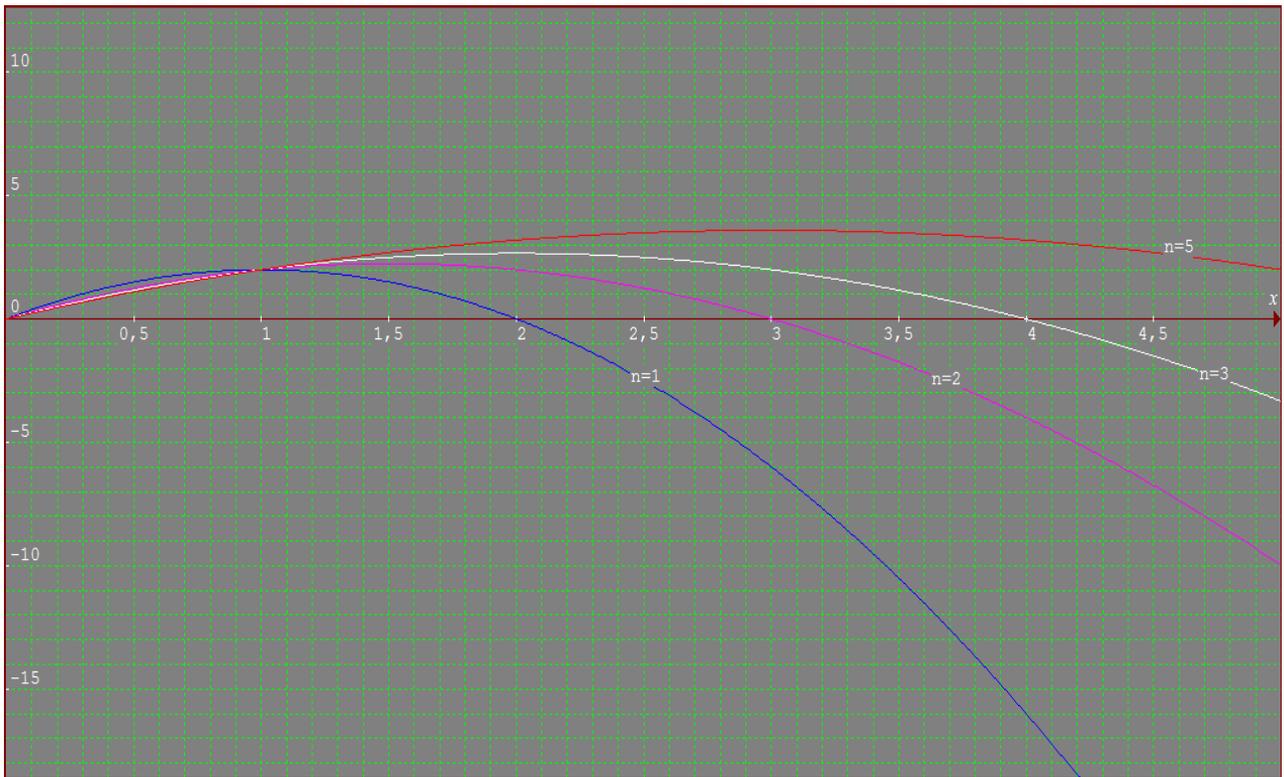
$$\bar{d} = 2|L| / n = 2(y+1)(n-y) / n = 2(n-(x-1))x / n = -2x^2 / n + 2x / n + 2x$$

La expresión anterior se maximiza cuando $(E(k))' = 0$, en $x = (n+1)/2$ ratificando que el esperado del número de pagos es función del número de personas que paga y es una función que alcanza un máximo cuando el número de morosos es la mitad del grupo y luego comienza a declinar (ver Gráficas 30 y 31).

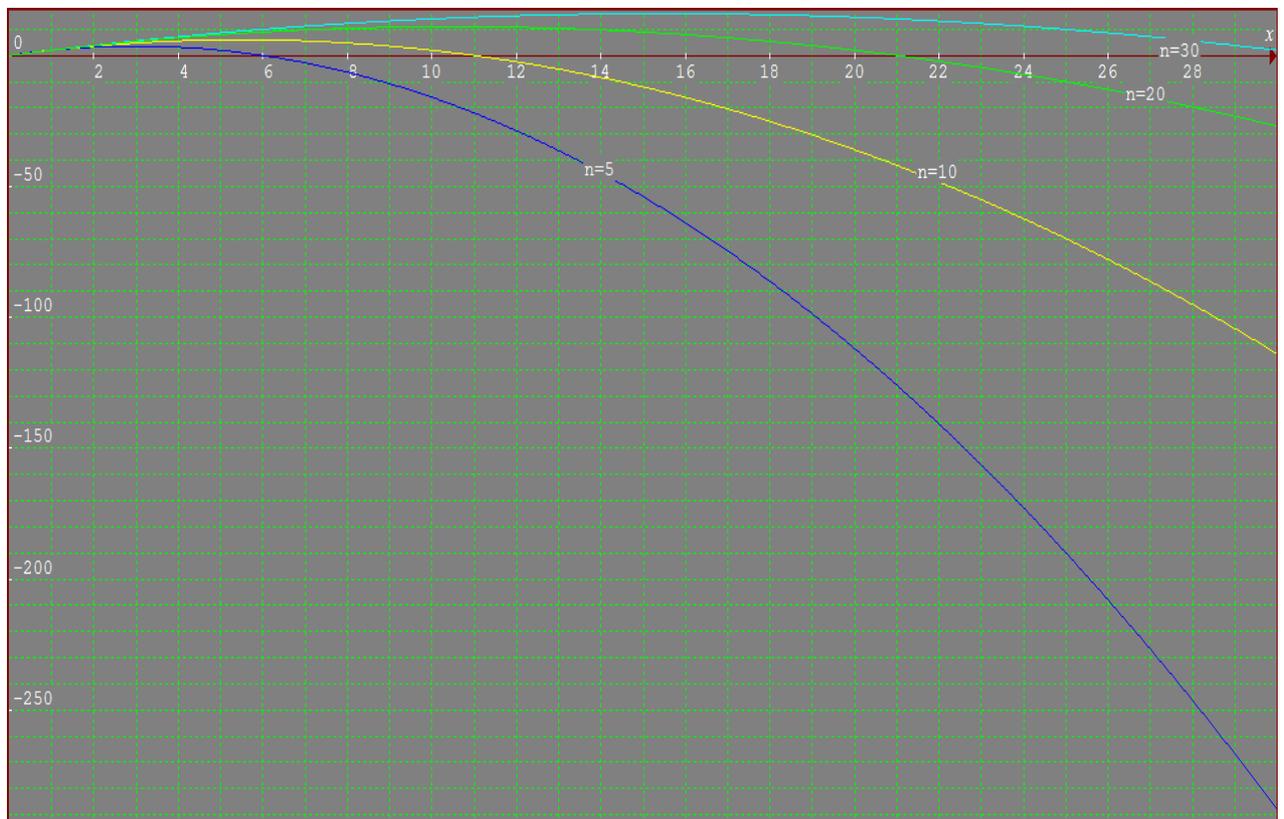
Al aumentar el número de morosos, como el número de vínculos de pago del digrafo llega hasta cierto punto y comience a disminuir, se destaca que el pago “variable” que afronta cada cumplido sigue aumentando, yK/Tx .

Gráfica 30: Esperado del número de vínculos de pago para $n=1,2,3,5$. Ante aumentos en el número de personas que no paga y , el esperado del número de vínculos de pago aumenta hasta que $y=n/2$, desde ahí comenzará a disminuir. Se trabaja en el plano x (número de cumplidos en el grupo) en las abcisas versus esperado del número de vínculos (ordenadas).

⁷⁷ El numerador del segundo sumando es la suma de los grados internos y/o la suma de los externos, que ya se mostró son iguales cada una a $|L|$, por tanto el numerador será $2|L|$.



Gráfica 31: Esperado del número de vínculos de pago para $n=5, 10, 20, 30$ (mismos ejes gráfica anterior).



La varianza de los grados, s^2 es

$$s^2 = \sum_i [d(i) - \bar{d}]^2 / n \approx \sum_k [k - E(K)]^2 f(k) = V(K)$$

Se define una medida de cohesión, la densidad D_{en} , como la razón entre vínculos de pago existentes sobre vínculos posibles

$$Den = |L| / n^2$$

Se llama densidad porque al aumentar los vínculos presentes como razón de los posibles, más “denso” (con más vínculos) se verá el digrafo. Dependiendo del tipo de relación en cuestión, puede indicar la cohesión de un grupo (que usualmente se incrementa con la densidad). Se reitera que la asociación de la densidad con la cohesión depende del tipo de relación que es objeto de estudio.

Como el número de vínculos del grafo o la densidad no son indicadores fiables de la conducta del grupo (en términos de pago⁷⁸) puede proponerse una medida que si lo es, la proporción de vínculos salientes, P_{ex}

$$P_{ex} = |\text{vinculos externos}| / |L|$$

Para el caso de $n=5$, las P_{ex} para los digrafos canónicos son 0/5, 4/8, 6/9, 6/8 y 4/5 (Tabla 42):

Tabla 42: Proporciones externas para los digrafos canónicos ($n=5$).

X (#morosos)	0	1	2	3	4
P_{ex}	0/5	1/2	2/3	3/4	4/5

Lo que indica que a medida que aumenta el número de morosos, aumenta la proporción de vínculos salientes, lo que indica una peor conducta de pago del grupo.

Otra medida de cohesión es la “alcanzabilidad” (*reachability*) que indica si es posible ir de un nodo a otro, esto es si existe un conjunto de vínculos entre los dos. Es posible obtenerla siempre que el grafo sea conectado (siempre que exista una senda entre los nodos i e j). La alcanzabilidad muestra si existe un vínculo directo entre nodos. Por su parte, la conectividad (puntual) calcula “el número de nodos que deberían ser removidos para que un actor no pueda ser capaz de alcanzar a otro. Si existen muchas sendas distintas que conectan dos actores, ellos tienen una “alta conectividad” en el sentido de que existen múltiples formas para que una señal se transmita del uno al otro” (Haneman 2006, p.101).

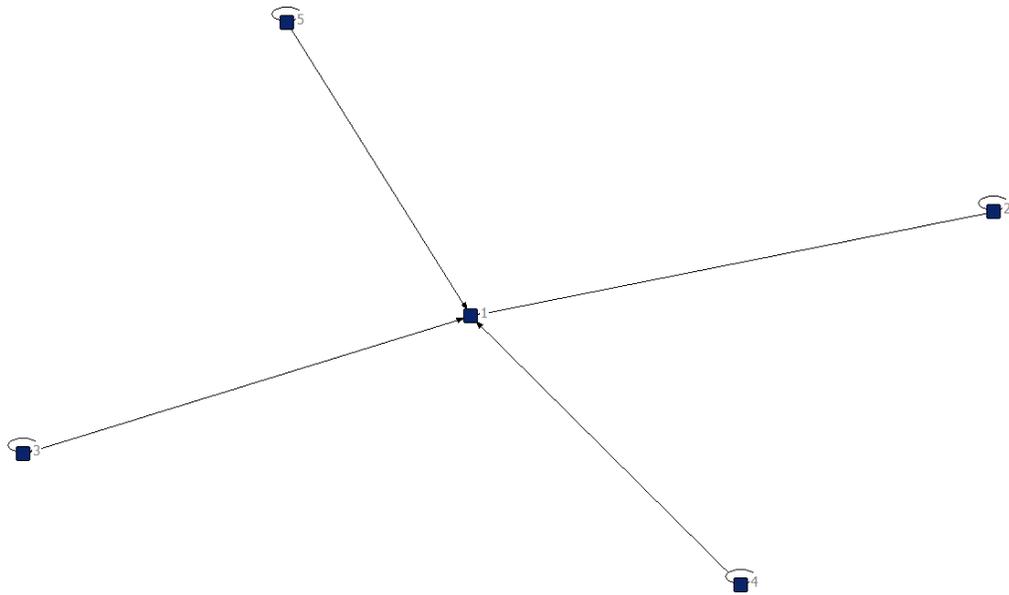
En el contexto actual, la remoción de vínculos de pago abre una posibilidad: suponiendo que en G1 uno de los cumplidos rehusó pagar por el incumplido para que el grupo pueda continuar a la siguiente etapa, los $n-2$ cumplidos restantes deben hacerse cargo no solo de su propia cuota y de la parte que les corresponde por el incumplimiento del moroso sino de una parte adicional que surge de que uno de los cumplidos no salga a pagar por el moroso.

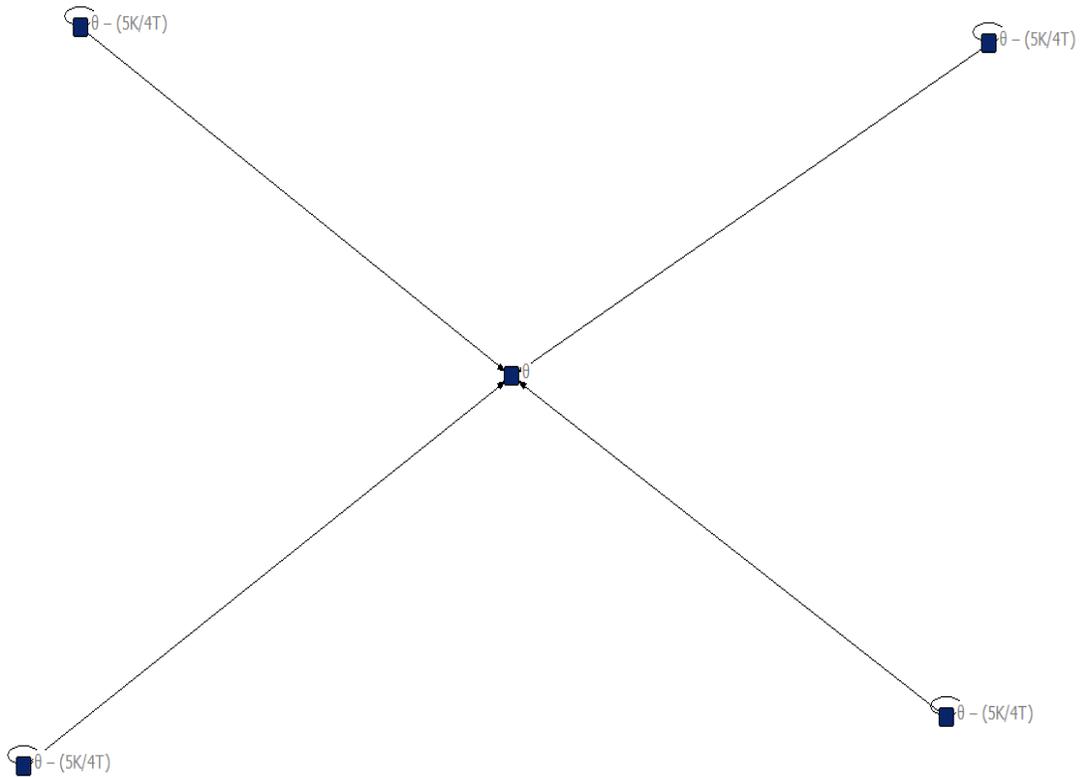
⁷⁸ Pues la densidad al ser función directa del número de vínculos del digrafo, también aumenta hasta que el número de morosos es la mitad del grupo y luego comienza a disminuir.

Comparando los pagos cuando 1 es moroso pero todos los cumplidos pagan con los casos en que uno y dos cumplidos rehusan pagar por el moroso, se tiene que los pagos de los cumplidos disminuyen también a medida que aumenta el número de cumplidos que rehusa pagar. En esta situación, manteniendo el número de morosos constante, se tiene que el pago de los cumplidos se ve reducido en $K/4T$ (cuando ninguno de los cumplidos rehusa pagar por el moroso en $G1$), en $K/3T$ (cuando uno de los cumplidos rehusa pagar por el moroso en $G1'$) y en $K/2T$ (cuando dos de los cumplidos rehusan pagar por el moroso en $G1''$).

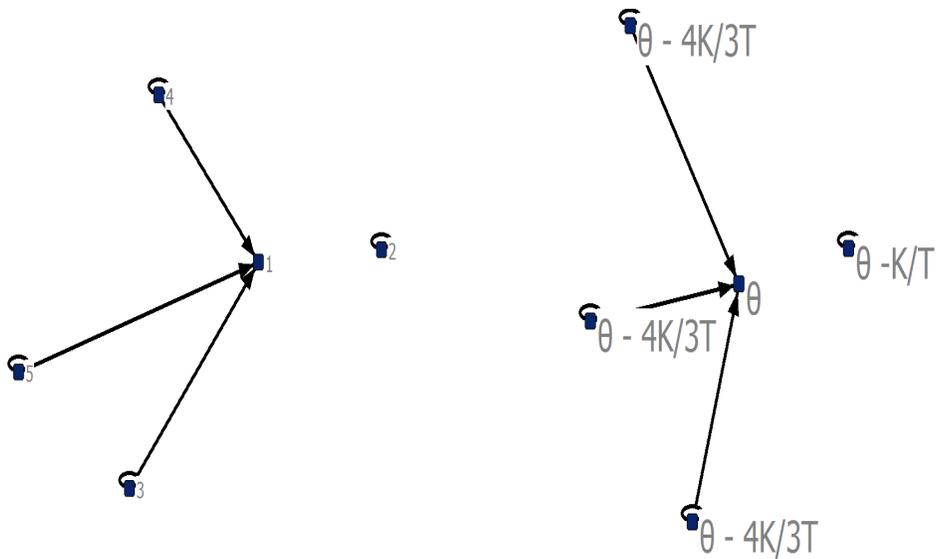
De esta manera, al pasar de $G1$ a $G1'$ se aumenta la presión sobre los cumplidos ya que su producto θ pasa de disminuirse en $5K/4T$ (en su cuota individual más la variable) a disminuirse en una porción mayor $4K/3T$ (Gráfica 32).

Gráfica 32: Aumento de cuota (disminución del pago) de los cumplidos en $G1$ porque un cumplido rehusó pagar por el moroso.



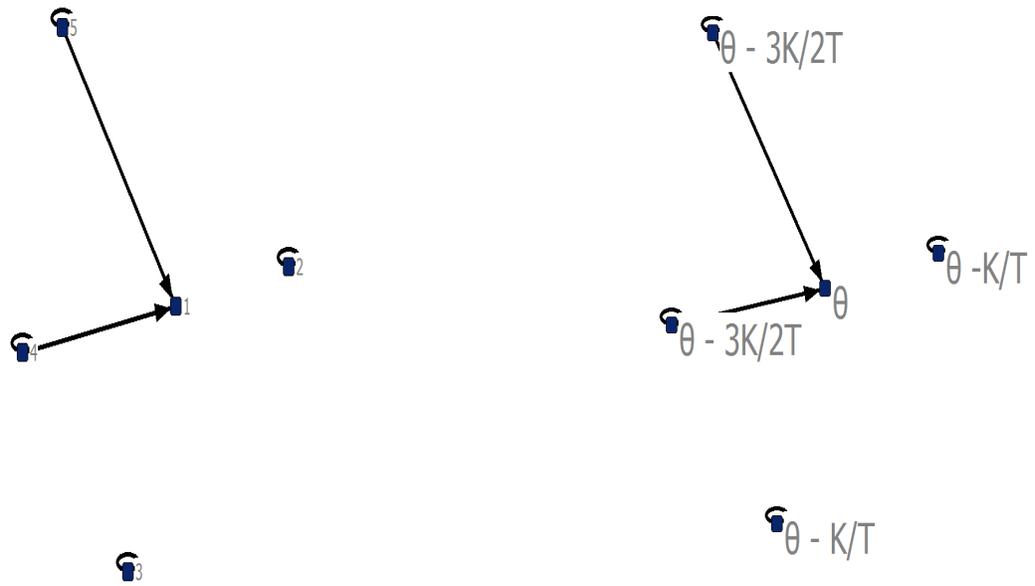


$G1'$ describe la situación donde uno de los cumplidos rehusó pagar por ejemplo el 2,



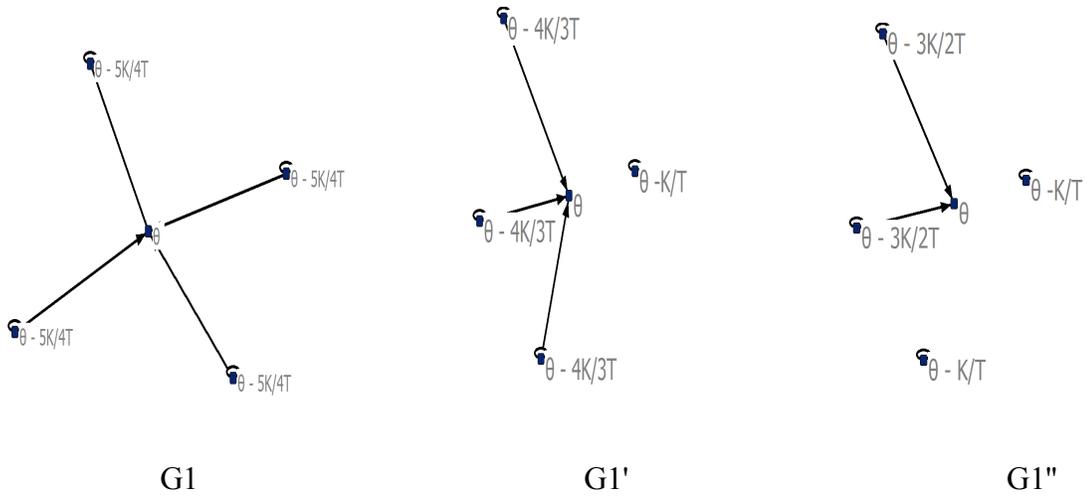
Cuando en $G1$ se nieguen a pagar dos cumplidos por el moroso, la cuota de los cumplidos aumentará y el digrafo será (Gráfica 33):

Gráfica 33: Aumento de cuota (disminución del pago) de los cumplidos en $G1$ porque dos cumplidos rehusaron pagar por el moroso.



Se concluye que hay tanto incentivos para que cada prestatario no pague la propia cuota individual (del planteamiento del capítulo dos del juego como dilema del prisionero), como incentivos para que cada cumplido no colabore con los morosos.

Gráfica 34: Comparativo de aumento de cuota (disminución del pago) de los cumplidos en G1 según ninguno, uno o dos cumplidos rehusan pagar por el moroso (en G1, G1', G1'' respectivamente).



La centralidad de grado del nodo⁷⁹ i indica que tan importante es i para el grupo de prestatarios, en términos del número de vínculos de pago que salen de i hacia otros (incluyéndose) o que vienen de otros hacia él; esto como fracción de los vínculos posibles $C_D(i) = d(i)/n$

⁷⁹ Se usa la centralidad de grado normalizada o estandarizada para tener en cuenta el tamaño grupal.

Las matrices de adyacencia asociadas a los digrafos canónicos (Tablas 16, 17, 24, 29, 34) tienen propiedades interesantes:

1. Son idempotentes: $X^p = X$ para $p > 1$.
2. Sus polinomios característicos $p(\lambda)$ toman la forma $[(-\lambda)^x][1 - \lambda]^{n-x} = 0$
3. Sus valores propios son 0 y 1 con multiplicidad x y $n-x$ respectivamente para cada digrafo canónico.
4. Sus vectores propios son en G1 (1, -1, -1, -1, -1) para 0 y (0, 1, 1, 1, 1) para 1; en G2 (2, -1, -1, -1, -1) para 0 y (0, 0, 1, 1, 1) para 1; en G3 (3, -1, -1, -1, -1) para 0 y (0, 0, 0, 1, 1) para 1; en G4 (4, -1, -1, -1, -1) para 0 y (0, 0, 0, 0, 1) para 1.

Se define el flujo entrante al nodo i $f_{in}(i)$ como $\sum_j p_{ji}$, es decir en el caso en que i es moroso, el flujo entrante a i puede indicar la probabilidad de que los demás paguen por él (siempre que esa suma sea como máximo 1).

Análogamente se define el flujo externo del prestatario i $f_o(i)$ como $\sum_j p_{ij}$ que indica el flujo saliente del nodo i .

Los flujos internos son importantes porque en este contexto permiten obtener la probabilidad de reemplazo del prestatario i debido a su morosidad $p(\text{reemplazo de } i) = f_{in}(i) / \sum f_{in}(i)$

Asumiendo probabilidades de pago iguales⁸⁰ $p_{ij} = 1/(y+1) = 1$, los flujos para G0 serán (Tabla 43):

Tabla 43: Flujos del digrafo G0.

Flujos internos	Flujos externos
$f_{in}(1) = p_{11} = 1$	$f_o(1) = p_{11} = 1$
$f_{in}(2) = p_{22} = 1$	$f_o(2) = 1$
$f_{in}(3) = 1$	$f_o(3) = 1$
$f_{in}(4) = 1$	$f_o(4) = 1$
$f_{in}(i) = 1$	$f_o(i) = 1$
$f_{in}(n) = 1$	$f_o(n) = 1$
(n)	(n)

Para este caso se observa que en un grupo tamaño cinco si hay cero morosos, la probabilidad de reemplazo del prestatario i es $1/5$ lo que indica que no hay razón para cambiar a los miembros del grupo por incumplimiento pues todos están cumpliendo.

Para el G1 con $p_{ij} = 1/(y+1) = 1/2$, los flujos serán (Tabla 44):

⁸⁰ Pues pudiera analizarse el caso en que no sean iguales. Por ejemplo, que un prestatario tenga el doble de probabilidad de pago por sí mismo y la mitad restante se reparte entre el resto.

Tabla 44: Flujos del digrafo G1.

Flujos internos	Flujos externos
$f_{in}(1) = .5(n-1)$	$f_o(1) = 0$
$f_{in}(2) = 0,5$	$f_o(2) = 1$
$f_{in}(3) = 0,5$	$f_o(3) = 1$
$f_{in}(4) = 0,5$	$f_o(4) = 1$
$f_{in}(i) = 0,5$	$f_o(i) = 1$
$f_{in}(n) = 0,5$	$f_o(n) = 1$
(n-1)	(n-1)

Para este caso se observa que en un grupo tamaño cinco si hay un moroso y este es el primer prestatario, la probabilidad de reemplazo del prestatario 1 es $p(1) = 2/4 = 1/2$ y es cuatro veces la probabilidad de que sea reemplazado cualquiera de los otros cuatro miembros $1/8$.

Para el G2 con $p_{ij} = 1/(y+1) = 1/3$, los flujos serán (Tabla 45):

Tabla 45: Flujos del digrafo G2.

Flujos internos	Flujos externos
$f_{in}(1) = (1/3)(n-2)$	$f_o(1) = 0$
$f_{in}(2) = (1/3)(n-2)$	$f_o(2) = 0$
$f_{in}(3) = 1/3$	$f_o(3) = 1$
$f_{in}(4) = 1/3$	$f_o(4) = 1$
$f_{in}(i) = 1/3$	$f_o(i) = 1$
$f_{in}(n) = 1/3$	$f_o(n) = 1$
(n-2)	(n-2)

En este caso se observa que en un grupo tamaño cinco si hay dos morosos (los dos primeros) la probabilidad de reemplazo de cualquiera de ellos es $p(1) = p(2) = 1/3$ y es el triple que la probabilidad de que sea reemplazado cualquiera de los otros tres miembros $1/9$.

Para el G3 con $p_{ij} = 1/(y+1) = 1/4$, los flujos serán (Tabla 46):

Tabla 46: Flujos del digrafo G3.

Flujos internos	Flujos externos
$f_{in}(1)=(1/4)(n-3)$	$f_o(1) = 0$
$f_{in}(2)=(1/4)(n-3)$	$f_o(2) = 0$
$f_{in}(3)=(1/4)(n-3)$	$f_o(3) = 0$
$f_{in}(4)=1/4$	$f_o(4) = 1$
$f_{in}(i)=1/4$	$f_o(i) = 1$
$f_{in}(n)=1/4$	$f_o(n) = 1$
(n-3)	(n-3)

Para este caso se observa que en un grupo tamaño cinco si hay tres morosos (los tres primeros prestatarios) la probabilidad de reemplazo de cualquiera de ellos es $p(1) = p(2) = p(3) = 1/4$ y es el doble que la probabilidad de que sea reemplazado cualquiera de los otros dos miembros (los cumplidos) $1/8$.

Para el G4 con $p_{ij} = 1/(y+1) = 1/5$, los flujos serán (Tabla 47):

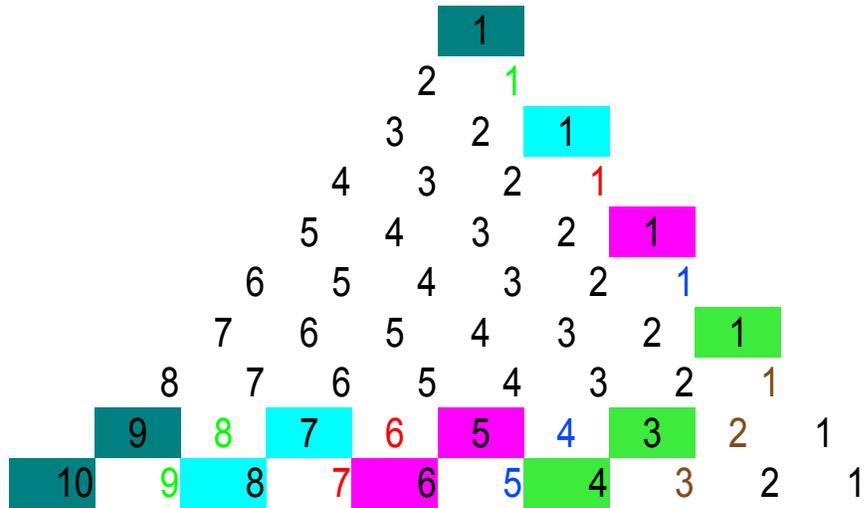
Tabla 47: Flujos del digrafo G4.

Flujos internos	Flujos externos
$f_{in}(1)=(1/5)(n-4)$	$f_o(1) = 0$
$f_{in}(2)=(1/5)(n-4)$	$f_o(2) = 0$
$f_{in}(3)=(1/5)(n-4)$	$f_o(3) = 0$
$f_{in}(4)=(1/5)(n-4)$	$f_o(4) = 0$
$f_{in}(5)=(1/5)$	$f_o(5) = 1$
(n-4)	(n-4)

En este caso se observa que en un grupo tamaño cinco si hay cuatro morosos (los primeros cuatro) la probabilidad de reemplazo de cualquiera de ellos es $p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = 1/5$ pero también la de que sea reemplazado el cumplido es la misma y se tendrá una situación igual al caso en que todos cumplen: en G0 por ser $p(i) = 1/5$ mientras que en G4 es $(1/5)/1$.

En general, los flujos internos de los morosos serán $[(y+1)^{-1}] (n-y)$ siendo mayores que los de los prestatarios cumplidos $(y+1)^{-1}$; mientras que la suma de los flujos (internos o externos) en el sistema será $n-y$. Entonces, se obtiene el siguiente triángulo de flujos (Tabla 48) con propiedades menos interesantes que las del triángulo de las Gráficas 27 y 29 pero con valor en sí mismo. Cada fila denota el tamaño del grupo y cada entrada (de izquierda a derecha) denota la suma de los flujos. El triángulo indica que para cada tamaño grupal, cuando aumenta el número de morosos disminuye la suma de los flujos (internos o externos da igual ya que ambas son iguales entre sí).

Tabla 48: Total de flujos para distintos tamaños grupales ($n=1,\dots,10$) según número de morosos.



Por ejemplo, si se quiere saber la suma de los flujos para grupos de prestatarios tamaño ocho con distinto número de morosos se tiene que será 8 cuando hay cero morosos, 7 cuando hay uno, ..., 1 cuando hay siete morosos.

Los números de las últimas filas se pueden obtener de las anteriores: así, el 10 azul se forma de sumar los números de adentro sobre la misma diagonal 9,1 o 8,2 o 7,3 o 6,4, o el doble del que queda que es el 5; para el 6 lila 5,1 o 4,2 o el doble del 3. Una propiedad es que si se suman todos los unos da 10, todos los dos da 18, los tres da 24, los cuatros da 28, los cincos da 30, los seis da 30, los sietes 28, los ochos 24, los nueves 18 y por último el mismo 10. Estos números son la fila 10 del árbol de la Gráfica 29.

3.5. RELACIONES ENTRE EVENTOS DE PAGO INDIVIDUAL Y SU IMPACTO EN EL NÚMERO DE CUMPLIDOS.

3.5.1. BAJO INDEPENDENCIA.

Ahora se retoma el digrafo valuado con $p_{ij} = P(iRj) = p$. Un grafo aleatorio es aquel en que dado un conjunto de n nodos, los vínculos se forman según cierta probabilidad p . Erdos & Renyi (1961) razonaron que si en un grupo de n nodos, los vínculos se forman independientemente con probabilidad p , la distribución del grado de cualquier nodo $f(k)$ será binomial,

$$P(K = k) = nCk p^k q^{(n-k)}; k = 0, 1, \dots, n$$

Un prestatario puede no pagar por nadie (y que nadie pague por él) en cuyo caso su grado es cero; o puede pagar por todos los otros miembros del grupo y por él mismo en cuyo caso su grado será n . Consecuentemente, del digrafo valuado de prestatarios se tiene un grafo aleatorio (Erdos & Renyi, 1961) donde k será el número de pagos de cualquier prestatario.

En el capítulo dos se encontró que bajo independencia e igualdad en las probabilidades de pago individual $p(R_i)$, la variable X “número de personas que paga” era binomial. En este caso los tipos de los prestatarios eran dos, cumplido o moroso. Cuando los tipos de los prestatarios sean $k(>2)$ bajo independencia en las probabilidades de pago y con $p(\text{prestatario sea del tipo } i \text{ entre } 1 \text{ y } k) = p_i$, se tiene que la función de probabilidad conjunta para el vector aleatorio X^{81} es multinomial

$$f(X) = P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_k = x_k) = \binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_k} \prod_{i=1}^k p_i^{x_i}$$

$$x_i = 0, 1, \dots, n; \sum x_i = n; \sum p_i = 1$$

3.5.2. BAJO CONDICIONALIDAD.

Como fue señalado en el capítulo dos, es una abstracción inconveniente pensar que los eventos de pago individual son independientes entre sí. En realidad dentro de un grupo se observa que la probabilidad de pago de un agente puede estar condicionada por la probabilidad de pago de otro. En el mismo capítulo fueron señaladas razones por las cuales la relación entre ambas probabilidades de pago pudiera ser inversa o directa, casos que serán tratados a continuación. Por ilustración se comenzará bajo independencia. Sea una población de N prestatarios con R personas cumplidas marcadas con “R”, y R' marcadas “R'” de la cual el prestamista selecciona sus grupos de prestatarios tamaño n . Asumiendo que el prestamista selecciona cada vez un prestatario con reemplazo (para conformar el grupo), sea el evento “el prestatario seleccionado es tipo R” con la variable aleatoria asociada X_i de la Tabla 49, que denota la etiqueta (R o R') del prestatario en la i -ésima selección:

Tabla 49: Variable aleatoria Bernoulli asociada al tipo de un prestatario.

X_i
1 (si i repaga)
0 (si i no repaga)

Es lo mismo decir que X_i es uno si el i -ésimo prestatario seleccionado es de tipo “R” y cero si es de tipo “R'”. Para la primera selección se tiene que

$$P(X_1 = 1) = R / (R + R') = p$$

Para la segunda

$$P(X_2 = 1) = P(X_1 = 1) = R / (R + R') = p$$

Para la n -ésima

$$P(X_n = 1) = \dots = P(X_2 = 1) = P(X_1 = 1) = R / (R + R') = p$$

Gracias al muestreo con reemplazo se tiene un experimento binomial con probabilidad de que el agente seleccionado en la i -ésima vez sea del tipo R $P(R) = p$ en n ensayos independientes, donde la variable número de pagos en n prestatarios será binomial (como se concluyó en el capítulo anterior). El experimento binomial consiste en la extracción por parte del prestamista de grupos de n prestatarios bajo las condiciones estipuladas para ofrecerles el contrato de préstamo grupal.

⁸¹ $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ es un vector cuyas componentes son k variables aleatorias. Cada una de esas variables aleatorias cuenta el número de prestatarios del tipo i .

Vale la pena recordar que la independencia en los eventos de pago posiblemente tiene lugar cuando la cohesión social existente es nula o débil, es decir, cuando los grupos se forman aleatoriamente. Igualmente, es menester destacar que en la sección actual la independiencia se obtuvo gracias al muestreo con reemplazo, a diferencia del análisis de la sección anterior y del capítulo dos donde la independiencia fue un supuesto más. También debe distinguirse entre los objetos de medición que son los prestatarios y las mediciones que son efectuadas sobre ellos que corresponden a los valores de la variable aleatoria “tipo del prestatario” (riesgoso o seguro).

Para aclarar como bajo independiencia en los eventos de pago y constancia en sus probabilidades de ocurrencia se tiene que el número de cumplidos es binomial, el prestamista va seleccionar aleatoriamente y con reemplazo grupos tamaño tres prestatarios de una población donde hay prestatarios riesgosos y seguros. Sean los eventos “R” que denota “seleccionar un prestatario riesgoso” y “S” que corresponde a “seleccionar un prestatario seguro”. Los posibles resultados asociados al experimento junto con la variable aleatoria número de cumplidos (X) y su función de probabilidad aparecen en la Tabla 50.

Tabla 50: Variable aleatoria número de cumplidos en un grupo de 3 prestatarios junto con su función de probabilidad.

MUESTRA	X	f(X)= P(X=x)
(R,R,R)	0	f(0)=1/8
(R,R,S)	1	f(1)=3/8
(R,S,R)	1	
(S,R,R)	1	
(R,S,S)	2	f(2)=3/8
(S,R,S)	2	
(S,S,R)	2	
(S,S,S)	3	f(3)=1/8

Las probabilidades anteriores también pueden ser obtenidas con una función de probabilidad de una variable binomial, pues el muestreo fue realizado con reemplazo y no puede suponerse ex ante que la probabilidad de riesgoso y la de seguro en la población sean distintas entre si,

$$f(0) = {}^3C_0 (1/2)^0 (1/2)^3 = 1/8$$

$$f(1) = {}^3C_1 (1/2)^1 (1/2)^2 = 3/8$$

$$f(2) = {}^3C_2 (1/2)^2 (1/2)^1 = 3/8$$

$$f(3) = {}^3C_3 (1/2)^3 (1/2)^0 = 1/8$$

Ahora se tratará el caso en que la probabilidad de que pague un prestatario depende de la probabilidad de que pague otro en el mismo período. La condicionalidad en los eventos de pago individual posiblemente tiene lugar cuando la cohesión social existente no es nula, es decir, cuando los grupos se forman por autoselección de sus miembros. Pues un prestatario solo está dispuesto a entablar un costoso vínculo de pago por otro probablemente en presencia de unos vínculos de otro tipo (comerciales, geográficos, familiares, etc.) entre los prestatarios mencionados. Pero la existencia de esta cohesión social no presupone que un prestatario cumplido esté obligado a salir a pagar por un moroso.

Tomando la misma población de prestatarios y asumiendo que las selecciones sucesivas se hacen sin reemplazo, para la primera selección se tiene que

$$P(X_1=1) = R/(R+R') = p_1$$

Para la segunda

$$P(X_2=1|X_1=1) = (R-1)/(R+R'-1) = p_2^{82}$$

Para la enésima

$$P(X_n=1|X_1=1, X_2=1, \dots, X_{(n-1)}=1) = [R-(n-1)]/[(R+R')-(n-1)] = p_n$$

En este caso como hay condicionalidad en los eventos se tiene que la variable número de pagos en n personas (ensayos) es hipergeométrica. La relación entre probabilidades de pago es inversa (ver sección 2.3 caso 2). Cuando se tienen j tipos de prestatarios el vector aleatorio j dimensional tendrá distribución hipergeométrica generalizada

$$f(X) = P(X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_j=x_j) = \prod_i (k_i C x_i) / N C n;$$

$$x_i = 0, 1, \dots, n; \sum x_i = n; \sum k_i = N$$

Ahora, sea un proceso de muestreo de prestatarios para conformación de grupos como sigue. Teniendo la misma población, se selecciona un prestatario con reemplazo pero ese prestatario seleccionado es devuelto a la población junto con otro (en general, $k > 1$) del mismo tipo. Para la primera selección se tendrá:

$$P(X_1=1) = R/(R+R') = p'_1$$

Para la segunda

$$P(X_2=1|X_1=1) = (R+1)/(R+R'+1) = p'_2^{83}$$

Definiendo una indicadora delta de X_1 (y en general de X_i), p'_2 será

$$P(X_2=1|X_1) = (R + \delta(X_1))/(R+R'+1)$$

Para la enésima

$$P(X_n=1|X_1, X_2, \dots, X_{(n-1)}) = (R + \sum_i \delta(X_i))/(R+R'+n-1) = p'_n$$

Como la relación entre probabilidades de pago es directa, la función de probabilidad de la proporción de personas que paga x puede aproximarse a una Beta ($a, b > 0$)

$$f(x) = (\beta(a, b))^{-1} (x^{a-1}) ((1-x)^{b-1})$$

El proceso descrito se puede generalizar a $J (> 2)$ tipos de agentes. Cada vez que un prestatario es seleccionado, éste es devuelto a la población junto con k prestatarios del mismo tipo. Sin pérdida de generalidad se asume que $k=1$.

⁸² $p_1 > p_2$ pues $R^2 + RR' - R > R^2 + RR' - R - R'$, es decir la relación entre probabilidades de pago es inversa.

⁸³ $p'_1 < p'_2$ pues $R^2 + RR' + R < R^2 + RR' + R + R'$, es decir la relación entre probabilidades de pago es directa.

Entonces se quiere obtener la probabilidad de que en la i -ésima selección el prestatario escogido sea del j -ésimo tipo, lo que en el contexto presente significa obtener la probabilidad de que en la i -ésima etapa, la estrategia del agente i sea la j -ésima. Sean: el total de prestatarios C ; el número de prestatarios de cada tipo α_j . Para la primera selección la probabilidad de que el prestatario sea del j -ésimo tipo es

$$P(X_1 = j) = \alpha_j / C$$

Para la segunda selección la probabilidad de que el segundo prestatario sea de tipo j dado lo que pasó en la primera selección es

$$P(X_2 = j | X_1) = (\alpha_j + \delta_{X_1}) / (C + 1)$$

En la expresión previa delta es una indicadora de X_1 (es uno si el prestatario elegido en la primera selección fue del j -ésimo tipo y cero en otro caso). Para la i -ésima selección se tendrá que la probabilidad de que el prestatario elegido sea de tipo j dado lo que pasó en las $i-1$ extracciones precedentes es

$$P(X_i = j | X_1, X_2, \dots, X_{i-1}) = (\alpha_j + \sum_{l=1}^{i-1} \delta_{X_l}) / (C + i - 1)$$

El proceso anterior converge a la probabilidad de que la proporción de prestatarios de cada tipo tome un cierto valor (o lo que es lo mismo de que la proporción de agentes que sigue cada estrategia sea cierto número) y se distribuye Dirichlet. Sea la proporción de prestatarios del j -ésimo tipo X_j . El vector aleatorio que describe el estado del sistema será $x = (x_1, \dots, x_j)$; tal vector tiene distribución Dirichlet, esto es $x \sim D(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j)$

$$f(x) = [\Gamma(\sum_j \alpha_j)] / [\prod_j \Gamma(\alpha_j)] \prod_j (x_j)^{\alpha_j - 1}$$

Hasta el momento se ha hablado de interacciones como los vínculos directos de pago entre miembros de un grupo de prestatarios, es decir, locales (un agente solo se relaciona con sus vecinos). Empero bajo un grupo de prestatarios grande ($n \rightarrow \infty$), se puede tener en cuenta que las interacciones pueden no ser solo locales sino globales. Goyal (2007, p.26) distingue ambos tipos de efectos en la conducta de un agente: j es vecino de i si y solo si i y j tienen un vínculo directo. En ese caso los efectos de las acciones de j en los pagos de i reciben el nombre de efectos locales. Todos los jugadores que no son vecinos de i (1-vecinos) reciben el nombre de No-vecinos y sus acciones también afectan los pagos individuales de i a través de los efectos “globales”.

Existen otros aspectos (descritos por Goyal, 2007) de los efectos de las acciones de otros en los pagos individuales. El primero: cuando un aumento en las acciones de otros afecta (aumentando o disminuyendo) los pagos individuales se dice que las acciones de otros crean una externalidad (positiva o negativa respectivamente). El segundo: cuando un aumento en las acciones de otros afecta los retornos marginales de las acciones de i ; si el efecto es positivo (si el aumento en las acciones de otros aumenta los retornos marginales de i), las acciones son complementos estratégicos; y cuando es negativo, las acciones son sustitutos estratégicos.

3.6. CONCLUSIÓN.

En el presente capítulo se dotó al grupo de prestatarios de una estructura determinada por la relación de pago para observar la cohesión social. En análisis de redes sociales, la cohesión social emergente se describe con medidas como la densidad del grafo. Como la densidad es una función creciente del número de vínculos de pago, la mayor densidad (mayor número de vínculos) debería reflejar una mayor cohesión social.

Pero, en el digrafo del grupo de prestatarios se encontró que el número de vínculos de pago (y por lo tanto, la densidad y la cohesión social emergente) aumenta con el número de morosos hasta que este es la mitad del grupo y luego comienza a disminuir. Entonces, la densidad de la relación de pago puede no ser un indicador fiable de la cohesión social emergente ni de una conducta de pago grupal sostenible, pues como se mostró, la cuota grupal puede estar asimétricamente distribuida entre los prestatarios cumplidos y morosos. Consecuentemente, se definió la proporción externa como la razón entre el número de vínculos salientes y el número de vínculos efectivo. Esta es una medida de cohesión que refleja el aumento del número de morosos en el aumento del número de vínculos de pago de un prestatario por otro.

Ante aumentos en el número de morosos, si el grupo no se declara en mora (pues está reuniendo la cuota grupal), ocurre que el peso de la cuota grupal sobre los cumplidos está siendo cada vez mayor; este es el costo de los cumplidos por emprender vínculos de pago hacia los morosos. También se estudió con detenimiento la dinámica de la cuota individual según número de morosos y número de cumplidos que rehusa pagar: si el número de morosos está fijo, cuando aumenta el número de cumplidos que rehusa pagar, aumenta la cuota final de los cumplidos. Particularmente para GI ($n=5$) la cuota final de los cumplidos era de $5K/4T$, pero esta cuota aumentaba a $4K/3T$ cuando 1 cumplido rehusa pagar por el moroso y a $3K/2T$ cuando 2 cumplidos rehusan pagar por el moroso.

Por último, se trabajó el tema de la relación entre los eventos de pago individual. Posiblemente la independencia en los eventos de pago individual tiene lugar cuando la cohesión social existente es nula, es decir, cuando los grupos se forman aleatoriamente. La condicionalidad en los eventos de pago individual probablemente tiene lugar cuando la cohesión social existente no es nula, es decir, cuando los grupos se forman por autoselección de sus miembros, pues un prestatario solo está dispuesto a entablar un costoso vínculo de pago por otro cuando estos tienen entre sí vínculos de otro tipo (comerciales, geográficos, familiares, etc.) y esto es posible cuando el grupo se autoselecciona.

Bajo independencia, probabilidades de pago iguales entre prestatarios y con dos tipos de agentes se encontró que el número de cumplidos en el grupo es binomial (como en el capítulo dos). Bajo las mismas condiciones pero con $J>2$ tipos de prestatarios es multinomial. Bajo condicionalidad se distinguieron 2 casos: cuando la relación entre probabilidades de pago individual es inversa y cuando es directa. En el primer caso, con 2 tipos de agentes se halló que el número de cumplidos en el grupo es hipergeométrico; para $J>2$ tipos tiene distribución hipergeométrica generalizada. En el segundo caso, para 2 tipos de agentes, la proporción de cumplidos es beta; para $J>2$ tipos de prestatarios es Dirichlet.

En el siguiente capítulo se espera plantear las simulaciones del juego del préstamo grupal con interacciones locales. Las interacciones también pueden verse desde una óptica distinta, la de las interacciones globales en un modelo de Ising, análogo a los desarrollados por Kindermann & Snell (1980), Blume & Durlauff (2000) y Durlauff (2001b), esto se hará en un artículo posterior.

Capítulo 4.

INTERACCIONES LOCALES EN EL JUEGO DEL PRÉSTAMO GRUPAL.

4.1. INTRODUCCIÓN.

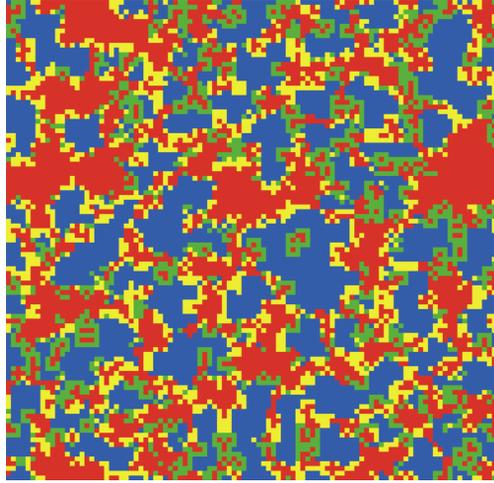
En el capítulo dos al trabajar con el juego del préstamo grupal, se concluyó que la evolución de la proporción de personas que paga converge a cero. En el capítulo tres, se dotó al grupo de prestatarios de una estructura determinada por la relación de pago. Se encontró que el número de vínculos del digrafo aumenta hasta que el número de personas que no paga es la mitad del grupo y luego comienza a disminuir.

En el presente capítulo se tratan las interacciones a lo largo del tiempo en un grupo de prestatarios. Se usa un enfoque de simulación basada en agentes que justamente permite la interacción de agentes heterogéneos en el tiempo. Se escogió Netlogo por su flexibilidad. Primero, se tratan las interacciones locales en un dilema del prisionero repetido tal como se trató el juego del préstamo grupal del capítulo dos. La simulación se planteó con Netlogo y depende de dos parámetros un premio⁸⁴ al no pago T , y la probabilidad de ser cumplido p .

Se logró obtener patrones interesantes de interacción que incluyen no solo la extinción de los cumplidos (estableciendo las condiciones en que esto ocurre), sino la convivencia de los 4 tipos de prestatarios descritos en la sección 4.2 en distintas proporciones y por largos períodos de tiempo (Gráfica 35).

Gráfica 35: Juego del préstamo grupal con Netlogo. Aquí los efectos son locales: cada agente escoge su estrategia dependiendo del pago de sus vecinos. Los agentes rojos no cooperan, los azules si; los verdes cooperaban y ya no; los amarillos no cooperaban y ahora si. El juego se ha jugado 12 etapas para grupos tamaño nueve prestatarios. Se resalta que no se han extinguido los cumplidos pues surgen otros patrones de interacción distintos.

⁸⁴ Siempre que $T > I$. Si ocurre que $T < I$ es un castigo.



4.2. PLANTEAMIENTO DE LAS INTERACCIONES EN JUEGOS REPETIDOS.

Cuando se asumen efectos locales puros, el modelo queda esbozado de la siguiente manera (siguiendo a Goyal, 2007). Sean el prestatario i ; N_i , su vecindad; s , un perfil de estrategias (n-vector con i -ésima componente la estrategia del jugador i , s_i); s_{N_i} , las estrategias de los vecinos de i . Sea la función

$$\Phi_k: S^{k+1} \rightarrow \mathbb{R}$$

El pago del jugador i será

$$\Pi_i(s | \Theta) = \Phi_k(s_i, s_{N_i})$$

Bajo esta formulación, la función de pagos para jugadores distintos con el mismo grado es la misma; así se separan los efectos de la red de los efectos de la heterogeneidad individual. Además, la función de pagos es anónima, en el sentido de que una permutación de las estrategias de los vecinos rinde el mismo pago a i ; esto indica que los pagos de i dependen de qué estrategias son jugadas por sus vecinos y no de quienes las jugaron.

En un grafo simple, la estructura del modelo de interacciones globales es análoga pero haciendo explícito que la función de pagos no depende solo de lo que pasa en la vecindad sino en toda la red,

$$\Pi_i(s | \Theta) = \Phi_{n-1}(s_i, s_{-i})$$

El dilema del prisionero actual será estudiado con la formulación local. Cuando se plantea un modelo mixto en el presente contexto, podría decirse que la conducta del prestatario i está influenciada tanto por los que forman parte de su grupo como por los que no forman parte del grupo del prestatario i pero si de la Banca Comunal⁸⁵ a la que pertenecen los grupos de prestatarios.

⁸⁵ La Banca Comunal (o de Villa) bajo el esquema tipo Grameen se refiere al conjunto de 8 grupos de 5 prestatarios. Armendariz (2007) señala como con frecuencia, la presión social del contrato al interior del grupo no es suficiente para inducir el pago de un moroso sino que la presión grupal se da desde todos los miembros del Banco de Villa.

Por su parte, el modelo mixto propone que los pagos del jugador i dependen de dos funciones

1. una de lo que hacen los vecinos, $f: S^k \rightarrow \mathbb{R}$

2. la segunda de lo que hacen los no vecinos $h: S^{n-1-k} \rightarrow \mathbb{R}$

Entonces

$$\Phi: S^k \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

Luego los pagos de i serán,

$$\Pi_i(s|G) = \Phi\left(s_i, f\left(\begin{matrix} s \\ (N) \end{matrix}\right), h\left(\begin{matrix} s \\ (-N) \end{matrix}\right)\right)$$

Si se establece (como en los modelos de Ising) que $S = \{-1, 1\}$, un caso particular de la función anterior será

$$\Pi_i(s|G) = \Phi\left(s_i, \sum_{(j \in N)_j} s_j, \sum_{(k \in N)_k} s_k\right)$$

Con base en Goyal (2010), un esquema de aprendizaje social en un juego repetido puede ser planteado de la siguiente forma. Un grupo de n prestatarios interactúa $t = 1, 2, \dots$ períodos de tiempo en el juego del préstamo grupal. Cada prestatario escoge su estrategia $s_i \in S_i$ (en el juego del préstamo grupal se han propuesto dos, paga o no paga). Se asume que $S_i = S_j = A$, por ende la estrategia del prestatario i en el tiempo t se denotará $a_{i,t}$.

Los pagos de una estrategia no solo dependen de la propia acción sino de la de otros prestatarios y del estado del mundo $\theta \in \Theta$ determinado por la naturaleza (que por ejemplo puede determinar la proporción de agentes riesgosos y seguros) al inicio del juego y que es constante a través del tiempo. Sea $y \in Y$ el resultado obtenido por i bajo la estrategia a_i en el estado del mundo θ . Entonces habrá una función de probabilidad asociada a la consecución de ese resultado $f(y, a; \theta)$. Como los prestatarios no conocen el estado, se forman unas creencias acerca del mismo en el momento 1 denotadas por la “prior” $\mu_{i,1}(\theta) \in P(\theta)$. Tal distribución se actualiza de forma bayesiana.

Goyal (2010, p.9) asume que las distribuciones previas de cada uno de los jugadores $\mu_{i,1}$, asignan probabilidades estrictamente positivas para “permitir la posibilidad de aprendizaje” desde cualquier estado del mundo; además el pago $r(a, y)$ es el mismo para todos los prestatarios.

Entonces la utilidad esperada de la estrategia a para el individuo i en cualquier período será

$$u(a, \mu) = \sum_{\theta} \mu(\theta) \int_y (r(a, y) f(y, a; \theta)) dy \quad 86$$

⁸⁶ Si Y no fuera un subconjunto continuo de los reales sino uno discreto, entonces en vez de la integral aparecería un sigma sobre todos los posibles valores que tomara y .

Dada la distribución previa, el prestatario elige la estrategia que maximiza $u(a, \mu)$. Lo anterior implica que dada la correspondencia de optimalidad de un período $B: P(\theta) \rightarrow A$, $B(\mu) = \{a \in A: u(a, \mu) \geq u(a', \mu), \forall a' \in A\}$

Se escoge $b_i \in B(\mu)$ que es la estrategia óptima para el agente i en cualquier período.

Las etapas del juego repetido se desarrollan de la siguiente forma. En $t=1$ el prestatario elige $b_i(\mu_{i,1})$. Al final del período cada agente observa el resultado de su estrategia y también las estrategias y los resultados de sus vecinos $k \in N_i$ ($= \{k: g_{ij} = 1\}$) habiendo sido definido un grafo $G(N,L)$. El prestatario i usa esta información para actualizar su distribución previa $\mu_{i,1}$ y obtiene la distribución actualizada para el período dos $\mu_{i,2}$; en $t=2$ toma una decisión y así sucesivamente. Bajo estas condiciones Goyal propone (teorema 2.2⁸⁷) que en un grafo conectado⁸⁸, las utilidades esperadas de los agentes convergen entre sí a lo largo del tiempo.

4.3. INTERACCIONES LOCALES EN EL JUEGO DEL PRÉSTAMO GRUPAL.

En los contratos de préstamo grupal ocurre que el pago de un prestatario puede incidir en el pago de los prestatarios vecinos que serán quienes conforman el grupo. Los programas de simulación basada en agentes permiten la interacción de agentes heterogéneos a lo largo del tiempo. Se escogió Netlogo por su flexibilidad y ventajas sobre otros programas⁸⁹.

Asumiendo que el número total de prestatarios es grande, en $t=0$ se forman grupos de prestatarios tamaño nueve que juegan bajo responsabilidad conjunta el juego del préstamo grupal descrito en el capítulo dos (Tablas 6 y 7).

Brevemente, se forma un grupo de prestatarios que acceden a un contrato de préstamo grupal, ellos deben decidir en cada etapa de amortización de la deuda si contribuir o no con su cuota individual a la cuota grupal. En caso de que un prestatario decida no contribuir con su cuota individual, el resto de miembros del grupo de prestatarios por causa de la responsabilidad conjunta, se verá obligado a reunir entre ellos la cuota del moroso. Por eso cada agente tendrá dos estrategias: pagar su cuota individual (R) o no hacerlo (NR).

⁸⁷ La intuición tras el resultado: “si i observa las acciones y resultados de j , debe ser capaz de hacerlo tan bien como él en el largo plazo” (Goyal, 2010, p.16)

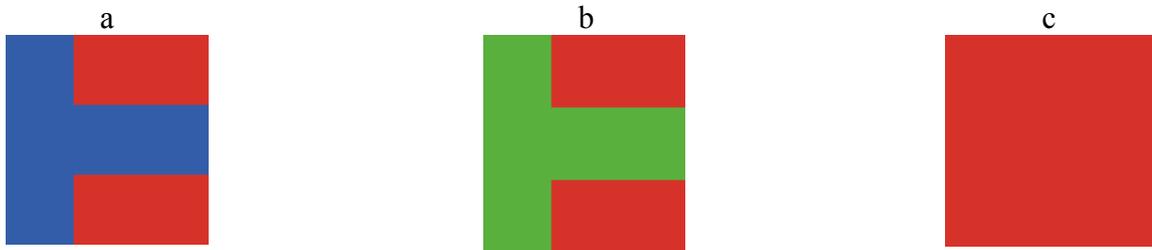
⁸⁸ Aquel donde para todo par de agentes existe una senda (directa o indirecta -a través de nodos intermedios-).

⁸⁹ Señaladas por Railsback & Grim (2011).

Con base en Wilensky (2002) se elaboró un dilema del prisionero para t etapas⁹⁰ análogo con Netlogo; se le hicieron modificaciones menores al programa original. En el caso actual al interior de cada grupo, cada prestatario que paga recibe 1 por cada prestatario que paga; mientras que cada jugador que no paga recibirá como pago T por cada jugador que paga.

Por ejemplo, suponiendo que la proporción inicial de personas que paga en la población es de .75 ($p=.75$), y que $T= 2$, para un grupo tamaño nueve se tiene la siguiente configuración inicial en $t=0$ (Gráfico 36a). En la Gráfica 36 cada prestatario esta representado por un cuadrado y su estado por un color: azules corresponden a las personas que pagan y los rojos corresponden a las que no pagan; los verdes son los prestatarios que pagaban en la etapa anterior y ahora no; los amarillos corresponden a aquellos que no pagaban en la etapa anterior y ahora si.

Gráfica 36: Evolución de un grupo de prestatarios bajo el Juego del préstamo grupal.

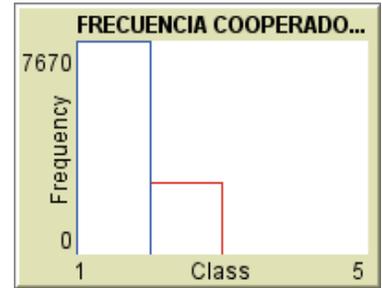
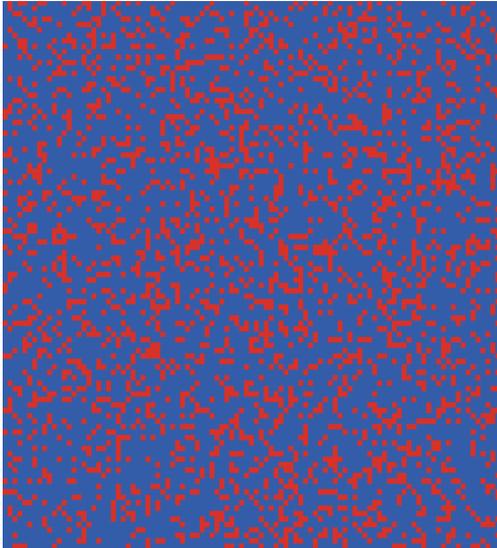


En $t=0$ (Gráfica 36a) los prestatarios azules (los cumplidos) recibirán como pago 5 mientras los rojos (los morosos) recibirán $5T$. Dado que $5 < 5T=10$, en $t=1$ (Gráfica 36b) al interior de este grupo de prestatarios se esperará que los prestatarios que pagaban (los azules), buscando un pago mayor, decidan no pagar; por ello se volverán prestatarios verdes que son aquellos que en t pagaban pero que al ver su pago en $t+1$ ya no lo harán. Como en $t=1$ ningún miembro del grupo de 9 prestatarios pagó se tendrá para $t=2$ que ninguno pagará, esto es todos serán rojos (Gráfica 36c). Esto fue descrito en el capítulo dos.

Para muchos grupos se tendrá lo siguiente (Gráfica 37) usando los mismos parámetros ($p_0= .75$, $T=2$) en $t=0$.

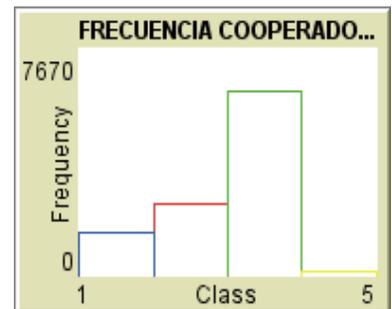
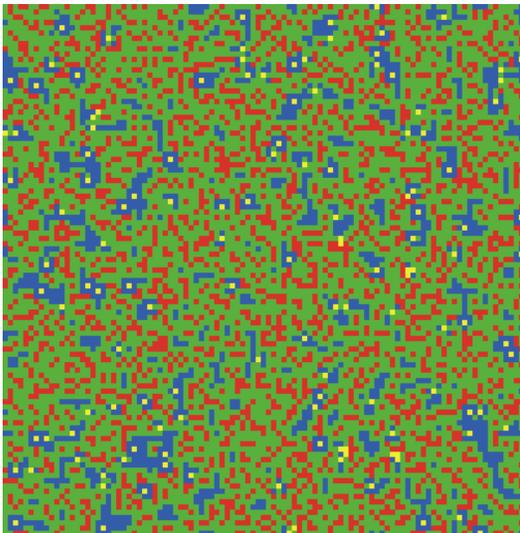
Gráfica 37: Distribución de cumplidos y morosos de muchos grupos de prestatarios bajo $p_0= .75$, $T=2$ en $t=0$.

⁹⁰ Que en economía experimental se trabaja como un juego de bienes públicos (ver capítulos 1 y 2): a cada agente (entre n agentes) se le dota de x ($L+\theta$ en el juego del préstamo grupal del capítulo dos), luego se le pide que contribuya con una fracción αx (alfa entre 0 y 1; esto corresponde a K/T en el Juego del préstamo grupal del capítulo dos) a un bien público (la cuota grupal); luego, el experimentador recoge todas las contribuciones $\sum_{i=1}^{(n)} \alpha x_i$ y las multiplica por un beta (mayor que 1). Finalmente el experimentador reparte entre los n agentes (hayan contribuido o no) el total de las contribuciones, es decir, cada agente recibe $\beta \sum_{i=1}^{(n)} \alpha x_i / n$ (que corresponde a la nueva asignación de montos de crédito al final de las T etapas).



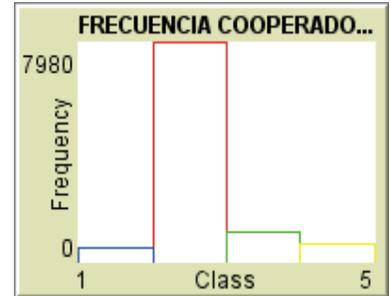
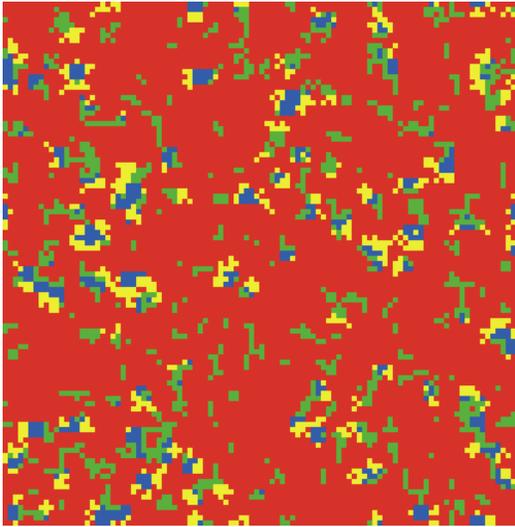
Para $t=1$ (Gráfica 38) se observa que los prestatarios que pagaban y están relacionados con morosos pasaron a no pagar, por eso los prestatarios verdes son mayoría (ver el histograma de la Gráfica 38) mientras que los prestatarios que pagaban cayeron drásticamente en número.

Gráfica 38: Distribución de cumplidos y morosos de muchos grupos de prestatarios bajo $p_0 = .75$, $T=2$. En $t=1$ los cumplidos que antes pagaban, decidieron no hacerlo.



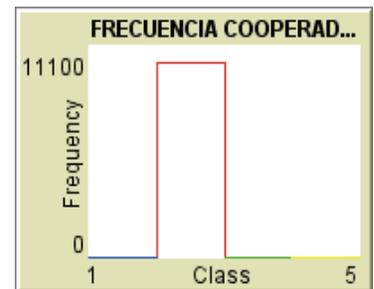
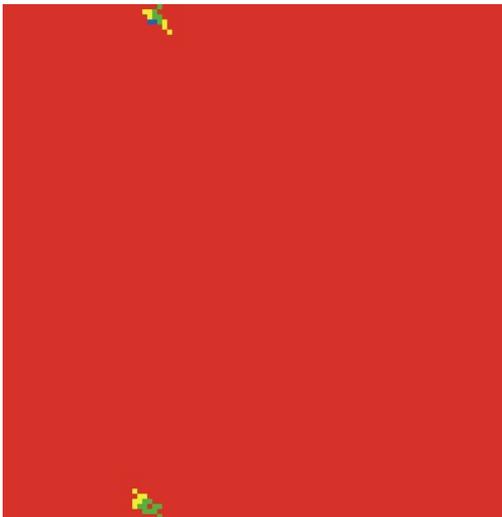
Para $t=2$ (Gráfica 39) se tiene que los prestatarios que no pagaban siguieron haciéndolo, por eso ahora los rojos son mayoría (ver el histograma de abajo) mientras que los prestatarios que pagaban, los azules, afrontan la extinción (esto, en línea con la conclusión del capítulo dos, dado $T > 1$, lo que permite que el pago promedio de un moroso sea mayor que el de un cumplido siempre que haya varios cumplidos en el grupo).

Gráfica 39: Distribución de cumplidos y morosos de muchos grupos de prestatarios bajo $p_0 = .75$, $T=2$. En $t=2$ los cumplidos están disminuyendo rápidamente en número.



Hacia la ronda 15 del juego del préstamo grupal, los prestatarios cumplidos prácticamente se habrán extinguido (Gráfica 40):

Gráfica 40: Distribución de cumplidos y morosos de muchos grupos de prestatarios bajo $p_0 = .75$, $T=2$. En $t=15$ los cumplidos casi se han extinguido.

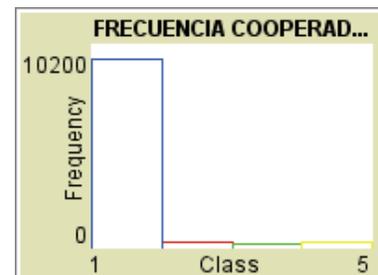
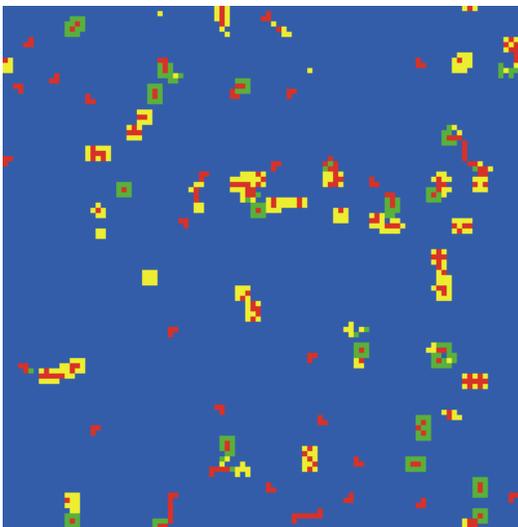


Pero a diferencia de lo que ocurre en el capítulo dos, cuando bajo la dinámica del replicador la extinción era el único destino de los cumplidos, ahora se tiene que el destino de los cumplidos también dependerá de lo que hagan los otros miembros del grupo, esto es, de las interacciones entre los miembros. De forma concreta: el destino de los cumplidos dependerá no solo de las condiciones iniciales, esto es de los parámetros (p, T) sino de las interacciones que surgen al interior del grupo. Por ejemplo al fijar $p = .75 > .5$, $T = .5 < 1$, hacia $t=5$ pagarán todos en el grupo (la pantalla será azul). Algo similar ocurrirá al fijar $p = .25 < .5$, $T = .5 < 1$; hacia $t=7$ pagarán todos en el grupo.

El caso actual se parece a la dinámica del replicador en la que el incentivo más importante en la determinación del comportamiento de los prestatarios era el factor multiplicador T (que describe la divergencia entre los pagos de los cumplidos y de los incumplidos). Ahora, al fijar $p=.25$ ($< .5$), $T=2>1$, hacia $t=5$ no pagarán todos en el grupo y se verifica (como se espera) una convergencia más rápida del grupo de prestatarios hacia el estado “no pagan todos” (pantalla roja) que en el primer caso descrito con $p_0=.75$, $T=2$ donde la convergencia hacia ese estado se dió para $t=15$.

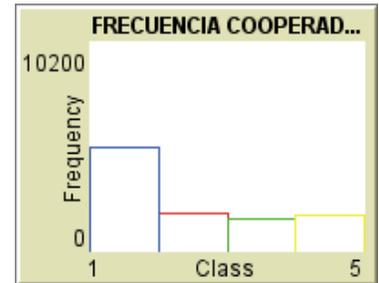
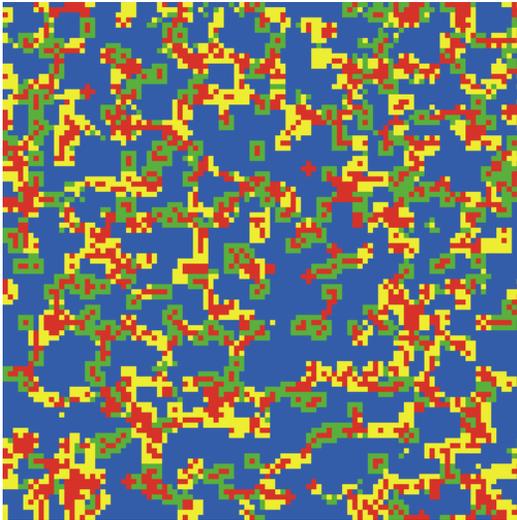
Los casos anteriores son extremos pues llevan a la población de agentes hacia estados en que todos pagan o todos no pagan como el expuesto al final del capítulo anterior. No obstante, patrones de interacción más complejos y sostenidos a lo largo de muchas etapas surgen a medida que se varían las condiciones iniciales en presencia de interacciones. Por ejemplo, en la Gráfica 41 se muestra como para proporciones iniciales de prestatarios cumplidos inferiores al 10% y factores multiplicadores por no pagar inferiores a 1.3 se “converge” en $t=44$ hacia un estado en que la mayoría de prestatarios paga con proporciones insignificantes del resto de agentes.

Gráfica 41: Distribución de cumplidos y morosos de muchos grupos de prestatarios bajo $p_0<.1$, $T<1.3$. En $t=44$ los cumplidos llegan a ser mayoría aunque su proporción inicial es baja y su pago inferior al de los morosos.



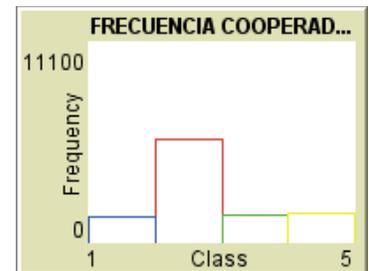
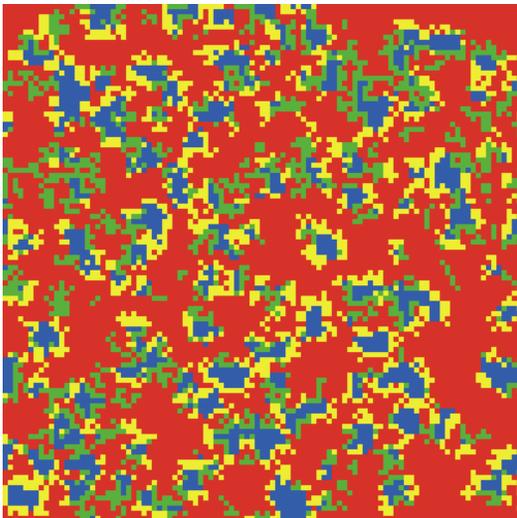
En la Gráfica 42 con el mismo p ($<.1$), para factores $1.3<T<1.6$, en $t=78$ se “converge” hacia un estado en que la mayoría de prestatarios paga (poco más del 50%) con proporciones iguales del resto de agentes (el resto de agentes verdes, rojos y amarillos se reparten en proporciones más o menos iguales el 50% aprox. que queda).

Gráfica 42: Distribución de cumplidos y morosos de muchos grupos de prestatarios bajo $p_0<.1$, $1.3<T<1.6$. En $t=78$ los cumplidos se han sostenido a lo largo de las etapas, aunque su proporción inicial es baja y su pago inferior al de los morosos.



Para el mismo $p (<.1)$ y para factores $1.6 < T < 1.65$, en la Gráfica 43 se “converge” hacia un estado en que la mayoría de prestatarios no paga (más del 50%) con proporciones iguales del resto de agentes (el resto de agentes verdes, azules y amarillos se reparten en proporciones iguales el 50% que queda):

Gráfica 43: Distribución de cumplidos y morosos de muchos grupos de prestatarios bajo $p_0 < .1$, $1.6 < T < 1.65$, la proporción de morosos comienza a crecer incentivada por un factor multiplicador del no pago creciente.



Para $p < .1$ y $1.65 < T < 1.68$, la proporción de prestatarios que no paga va arrasando al resto de tipos de prestatarios, al punto que para $T > 1.68$ en $t = 18$ solo hay prestatarios morosos (la pantalla es roja).

4.4. CONCLUSIÓN.⁹¹

La estructura del grupo de prestatarios incide en sus decisiones de pago. En el capítulo anterior se afirmó que en los grupos con mayor número de vínculos bajo responsabilidad conjunta la mitad de prestatarios del grupo no está pagando; como consecuencia, el mayor número de vínculos de pago al interior de un grupo en cada etapa no es un buen indicador de la “estabilidad” de un grupo en términos de un bajo número de personas que no paga, (pues la mitad de prestatarios está incumpliendo). En el capítulo presente se plantearon las simulaciones que permitieron obtener los patrones mencionados en capítulos previos, como la extinción de uno de los tipos de los prestatarios o su mayoría abrumadora sobre el resto.

Sin embargo esos no fueron los únicos patrones de la distribución de los tipos de prestatarios en una gran población: mediante la simulación del capítulo actual pueden surgir también patrones más complejos que permiten la coexistencia de los distintos tipos de agentes. Si por alguna eventualidad, los parámetros del modelo cambian (p , T , o ambos) esto afectará directamente la distribución de los tipos de prestatarios.

⁹¹ Todo esto ocurre en línea con Hauert (2008): “en poblaciones finitas, bajo dilemas del prisionero, la evolución favorece la cooperación si $b > ck$ es decir, si los beneficios b exceden k veces los costos c de la cooperación con k siendo el número promedio de vecinos”.

Capítulo 5. ANÁLISIS DE DATOS.

5.1. INTRODUCCIÓN.

Dadas las limitaciones para acceder a información en Colombia sobre el pago en grupos de prestatarios con entidades como la Fundación Grameen Aval (que inició operaciones en 2010), se buscó obtenerla en otros países que a diferencia de Colombia, contaran con un sector microfinanciero bien desarrollado.

Así fue como se inició contacto con instituciones microfinancieras de varios países. Luego de muchas dificultades y tiempo consumido (no solo durante la pasantía sino desde mucho antes, casi al inicio del Doctorado) se obtuvo información de una de las más grandes instituciones microfinancieras de Latinoamérica la cual solicitó plena confidencialidad a cambio de los datos.

Teniendo en cuenta lo anterior, el presente análisis se hizo bajo los siguientes lineamientos

1. Es de carácter descriptivo y exploratorio.⁹²
2. Se desconoce si la obtención de datos sigue a las reglas propias del muestreo estadístico.
3. Se obtuvieron datos de comportamiento de pago para diez grupos de entre quince y veinte prestatarios a lo largo de dieciséis etapas de pago.
4. Para esa información se conformaron las matrices de adyacencia, de afiliación y demás insumos requeridos por el análisis de redes sociales. Se hizo énfasis en la relación de pago entre prestatarios antes que en los atributos de los mismos.⁹³
5. Para realizar el análisis se empleó el programa Ucinet.

Se encontró que los grupos de prestatarios se caracterizan por una alta tasa de pago: en tres de los diez grupos a los que se tuvo acceso solo uno de los prestatarios no pagó en una etapa. Esto puede atribuirse a que los cumplidos (que son mayoría) identifican y discriminan rápidamente a los morosos. El promedio de la proporción personas que pagó individualmente (cumplidos) estuvo entre 99.58% y 100% con una media de 99.875%.

⁹² “La mayor parte del trabajo con redes sociales es fundamentalmente descriptivo y/o exploratorio” (Haneman, 2006, p.51)

⁹³ Bien conocidos: usualmente los sujetos de contratos de préstamo grupal son mujeres cabeza de familia sin acceso al crédito formal que vivan cerca entre sí pero que no sean familiares y con un negocio en marcha.

5.2. CARACTERIZACIÓN DE LOS GRUPOS DE PRESTATARIOS EN TÉRMINOS DE PAGO: DE LA ESTRUCTURA DEL DIGRAFO A LAS RELACIONES ENTRE AGENTES.

5.2.1. GRUPOS SIN MOROSOS.

En términos generales, los datos reflejan una alta tasa de pago individual de los miembros del grupo de prestatarios. Una de las señales del alto pago es la aparición frecuente de grafos sin relaciones de pago entre prestatarios obtenidos para la mayoría de grupos a partir de los datos .

Los siete grupos en que todas las personas pagaron todas las etapas tienen matrices de afiliación con entradas unitarias (Tabla 18); por ello no son de interés para el análisis. Las matrices de adyacencia para estos grupos serán la identidad I.

5.2.2. GRUPOS CON MOROSOS.

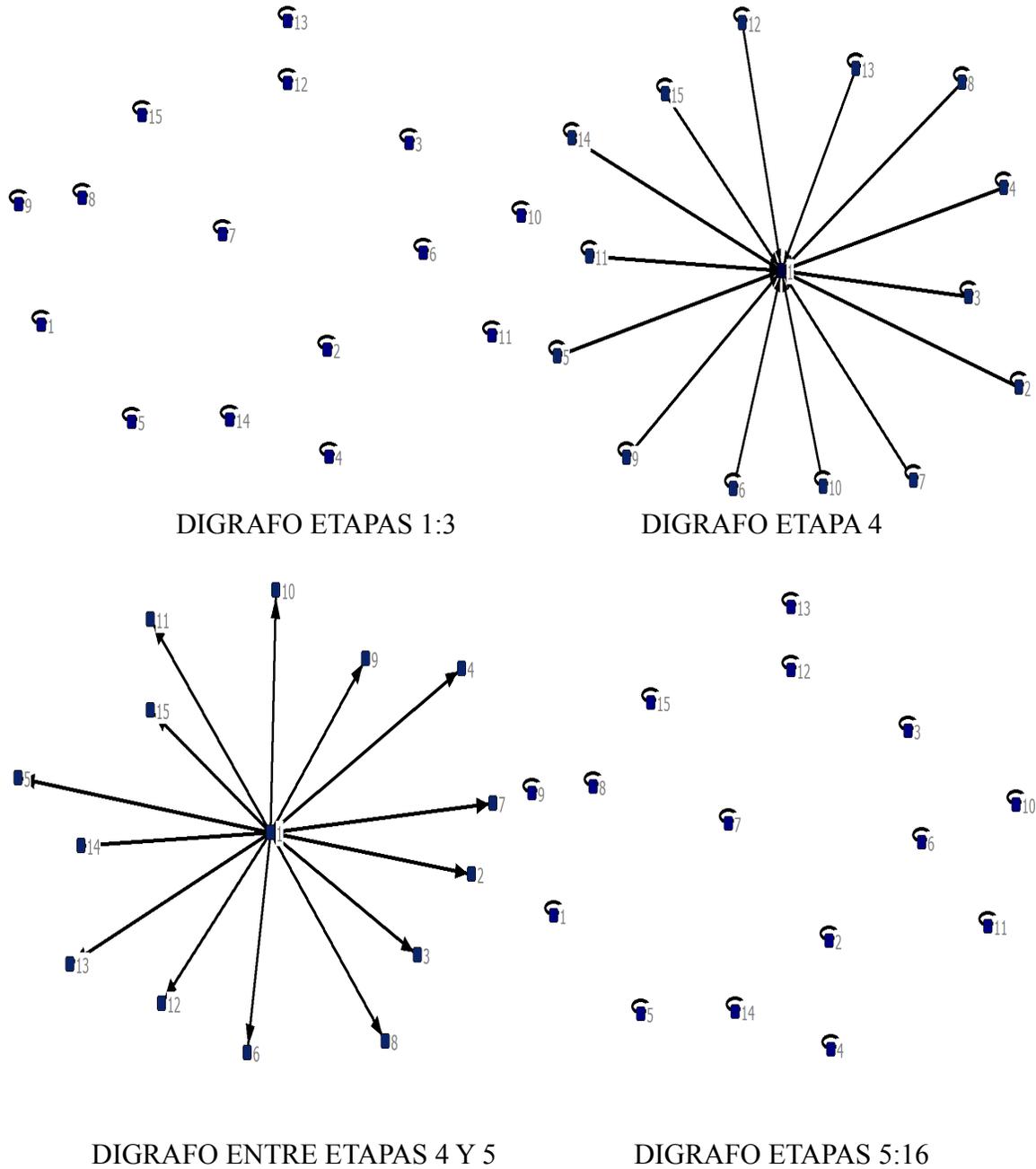
El análisis se centra en los grupos con prestatarios morosos. Esta situación tuvo lugar en tres de los diez grupos (aquellos con quince prestatarios). En estos grupos el comportamiento fue similar: en solo una de las dieciséis etapas de amortización de la deuda surgió un moroso (Tabla 51).

Tabla 51: Número de personas que paga en cada uno de los diez grupos por cada una de las dieciséis etapas.

15	15	15	14	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
15	15	15	15	15	14	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
15	15	15	15	15	14	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

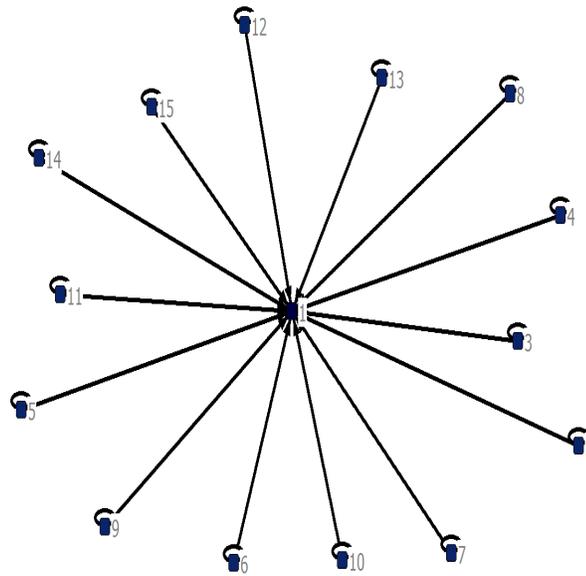
Por ejemplo, para el primer grupo hasta la tercera etapa cada persona pagó su propia cuota. La cuarta etapa uno de los prestatarios fue moroso siendo el digrafo asociado el G1. Acorde con la formalización del capítulo tres, luego de la cuarta etapa y antes de la quinta, el moroso debe devolver a cada uno de los cumplidos los $(K/(n-y)T) = (K/14T)$ que le prestó cada cumplido. El digrafo de las etapas 5 a la 16 fue el G0 (en que 0 no pagan). Esta dinámica del pago a través de las etapas es representada en la Gráfica 44.

Gráfica 44: Evolución de la conducta de pago para un grupo (con un moroso) de quince prestatarios durante 16 etapas.



Lo anterior significa que los digrafos para cada uno de estos grupos (con morosos) fueron como el G_0 (que indica que 0 no pagaron es decir que todos pagaron) para quince de las dieciséis etapas mientras que en una de las etapas, cuando el moroso incumplió se obtuvo el digrafo G_1 de la Gráfica 45 en que hubo un moroso y los $n-1$ cumplidos salieron a pagar por él.

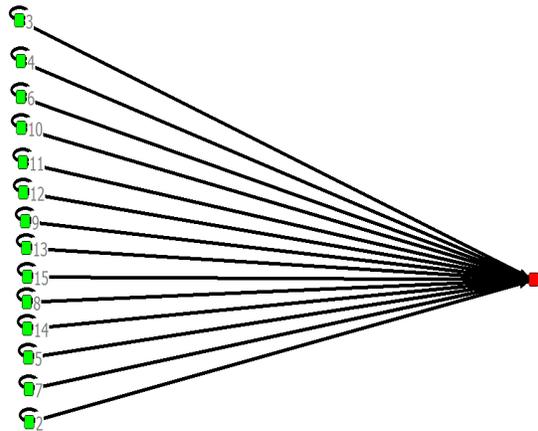
Gráfica 45: Digrafo para un grupo de quince prestatarios en que no paga el primero (G_1).



La estructura del grupo de prestatarios es análoga a la del digrafo G1 del capítulo tres, en que una persona no paga (para $n=5$) entonces el análisis será similar.

Agrupando según conducta de pago con la rutina *Netdraw>Layout>Graph-Theoretic layout> Principal Components* se obtiene un partición del conjunto de prestatarios según su tipo (cumplido-verde y moroso-rojo, Gráfica 46).

Gráfica 46: Separación de los prestatarios según tipo (moroso-cumplido) en G1 determinada por el patrón de sus vínculos.



Recordando los planteamientos del capítulo tres, la similaridad de los agentes en análisis de redes sociales está determinada no por la similaridad de sus atributos particulares sino por la similaridad del patrón de relaciones que sostienen⁹⁴, lo que significa que dos agentes serán similares si pertenecen a la misma clase de equivalencia.

⁹⁴ Por tanto la noción de equivalencia (similaridad) acogida es la estructural: “dos nodos son estructuralmente equivalentes si tienen las mismas relaciones con todos los otros nodos... los actores estructuralmente equivalentes están en idénticas posiciones (desempeñan papeles idénticos) dentro de la estructura” (Haneman, 2006, p.199). Se harán aparte nociones de equivalencia automórfica y regular.

Entonces, la similaridad define clases de equivalencia. En el caso actual, las clases de equivalencia serán la de morosos (agentes riesgosos) y la de cumplidos (agentes seguros), esto se retomará en §5.3.2.2. La discriminación de prestatarios que aparece en la Gráfica 51, se corrobora en la Tabla 52 con la salida de la rutina *Ucinet>Data>Partition to sets* que efectivamente parte el conjunto de prestatarios al clasificarlos según su patrón de vínculos que es muestra de su tipo (moroso o cumplido) donde el primero⁹⁵ no paga (su clase es cero) y los restantes 14 si (su clase es uno),

Tabla 52: Partición de los prestatarios según su tipo .

PARTITION TO SETS

Class Members:

0: 1

1: 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

En el capítulo tres se había encontrado que el digrafo de quince prestatarios donde uno incumpliera debía tener veintiocho vínculos. Ucinet permite ver el digrafo no solo en términos de nodos conectados por un vínculo sino de vínculos conectados por un nodo mediante la matriz de incidencia y, en términos de relaciones conectadas por nodos mediante un grafo de línea.

La matriz de incidencia permite vislumbrar que prestatarios están involucrados en cada una de las relaciones de pago mediante la rutina *Ucinet>Transform>Incidence* (Tabla 53).

Tabla 53: Matriz de incidencia para G1. Los vínculos aparecen en la primera fila, los prestatarios en la primera columna.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
	2R1	2R2	3R1	3R3	4R1	4R4	5R1	5R5	6R1	6R6	7R1	7R7	8R1	8R8	9R1	9R9	10R1	10R10	11R1	11R11	12R1	12R12	13R1	13R13	14R1	14R14	15R1	15R15
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

La primera línea de la salida (en la matriz de incidencia) hace explícitos los vínculos con un numeral. Debajo de cada uno de los numerales de los vínculos, en la segunda línea de la salida, aparece cada uno de ellos. Obsérvese que en este caso no aparecen vínculos del tipo 1j pues el primer prestatario no pagó por nadie. Las entradas de la matriz de incidencia indican si el prestatario (fila) está involucrado en la relación de pago correspondiente (columna). Por ejemplo, el primer prestatario al ser moroso recibe vínculos de pago provenientes del resto de prestatarios; por tanto en la primera fila de la matriz de incidencia aparecerán unos en todas las relaciones de pago (hacia él) en que está involucrado y cero en el resto.

⁹⁵ Da igual que se diga que es el primero o como en los datos obtenidos, que el moroso sea el cuarto prestatario; el caso es que de los *n* prestatarios que conforman el grupo deja de pagar uno.

Al tomar el digrafo en términos de relaciones conectadas por nodos, se puede obtener el grafo de línea de la Tabla 54. Este muestra qué nodos hacen adyacentes a un par de relaciones (dos relaciones de pago son adyacentes si comparten un prestatario y en el caso de un digrafo van en el mismo sentido). El grafo de línea se obtiene mediante la rutina *Ucinet>Transform>Line Graph*.

En la Tabla 54 por ejemplo, la primer relación <21> no tiene ningún nodo que la haga adyacente con otro de los veintisiete vínculos restantes; por eso aparecerán ceros en las entradas de la matriz. El vínculo <22> es adyacente al vínculo <21> mediante el nodo dos por eso aparece uno en la entrada correspondiente. Como el grafo de línea esta muy “disperso” al tener muchos ceros y pocos unos se concluye que la mayoría de relaciones de pago no son fuente de otras relaciones de pago (algo que podía esperarse pues solo el prestatario que pago por sí mismo puede pagar por otro que sea moroso).

Tabla 54: Grafo de Línea para G1, es una matriz de orden |L|X|L|.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
	2R1	2R2	3R1	3R3	4R1	4R4	5R1	5R5	6R1	6R6	7R1	7R7	8R1	8R8	9R1	9R9	10R1	10R10	11R1	11R11	12R1	12R12	13R1	13R13	14R1	14R14	15R1	15R15
1	2R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2R2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	3R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	3R3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	4R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	4R4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	5R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	5R5	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	6R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	6R6	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	7R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	7R7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	8R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	8R8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	9R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	9R9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	10R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	10R10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	11R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	11R11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
21	12R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	12R12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
23	13R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	13R13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
25	14R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	14R14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
27	15R1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	15R15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

5.2.3. ESTADISTICA UNIVARIADA SOBRE G1.

En el capítulo tres definiendo el número de morosos como $y=n-x$, se supo que la distribución del grado interno K_{15i} (para $n=15, y=1$) de cualquier prestatario de G debía ser

k_i	1	14
$P(K_{15i}=k_i)$	0,9333333333	0,0666666667

Luego el grado interno promedio será 1.86666666. Por su parte, la distribución del grado externo K_{15o} (para $n=15, y=1$) de cualquier prestatario de G será

k_o	0	2
$P(K_{15o}=k_o)$	0,0666666667	0,9333333333

Así, el grado externo promedio será el mismo que el grado interno promedio.

Existe una asimetría de grados evidente entre los prestatarios cumplidos y los morosos; esto puede generar “estratificaciones” al interior del grupo⁹⁶. Lo anterior se observa en la salida de Ucinet de la Tabla 55, en la fila de la media para los grados internos para cada prestatario, donde el grado interno o lo que es lo mismo el externo promedio de arriba, será la suma de los grados internos promedio de cada nodo.

5.2.3.1. DISTRIBUCIÓN DEL GRADO INTERNO (COLUMNS) PARA G1.

Con la rutina *Ucinet>Tools>Univariate Stats* pueden obtenerse medidas estadísticas de tendencia central y de dispersión del grado para cada nodo (Tabla 55). Como se tiene un digrafo, debe trabajarse obteniendo estadísticos tanto para el grado interno (columns) como para el grado externo (rows). La primera fila indica que el prestatario moroso, el primero, concentra los vínculos de pago entrantes; el moroso recibe vínculos de pago de 93% de los prestatarios (de los quince prestatarios, catorce son cumplidos). Los miembros restantes, los cumplidos, reciben un vínculo de pago (el de ellos mismos). La tercera fila (grado interno de cada prestatario) ratifica lo visto en el digrafo G1, que el moroso recibe los catorce vínculos de pago de los cumplidos mientras que ellos reciben el de su propio pago.

Tabla 55: Estadística univariada para el grado interno.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
MEDIA	.933	.067	.067	.067	.067	.067	.067	.067	.067	.067	.067	.067	.067	.067	.067
STDEV	.249	.249	.249	.249	.249	.249	.249	.249	.249	.249	.249	.249	.249	.249	.249
SUM	14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
VAR	.062	.062	.062	.062	.062	.062	.062	.062	.062	.062	.062	.062	.062	.062	.062

Como no se tuvo acceso a todos los grupos de prestatarios y como se desconoce si los datos de las redes fueron obtenidos como consecuencia de algún tipo de muestreo, las inferencias⁹⁷ (intervalos de confianza y pruebas de hipótesis) que se puedan efectuar sobre los estadísticos pueden carecer de generalidad. Por lo anterior, el análisis se adelanta para describir este conjunto de datos e ilustrando el potencial de Ucinet para el análisis, sin pretensiones de validez general para todos los grupos de prestatarios de todas las instituciones microfinancieras que emplean el mecanismo. Tampoco se contó con datos para ajustar las ditribuciones de probabilidad descritas en el capítulo 3, buscando averiguar si hay independencia o no entre los eventos de pago individual.

5.2.3.2. DISTRIBUCIÓN DEL GRADO EXTERNO (ROWS) PARA G1.

La tabla 56 presenta los estadísticos sobre el grado externo de cada prestatario en G1. El grado externo promedio del primer prestatario es cero por su carácter moroso, la tercera columna de las sumas indica el grado externo de cada prestatario, que será cero para el moroso y dos para los restantes miembros cumplidos del grupo (como se señaló en el capítulo tres).

⁹⁶ “Las poblaciones con mayor diversidad en las densidades individuales tienden a desarrollar una diferenciación social estable y a estratificarse”(Haneman, 2006, p.114).

⁹⁷ Haneman (2006, p.286) señala varias limitaciones del uso de estadística inferencial en análisis de redes: “primero, el análisis de redes sociales trata de relaciones entre actores y no de relaciones entre variables, ..., segundo, muchas herramientas de la estadística inferencial estándar no aplican directamente a los datos de redes... esto muchas veces se debe a la ausencia de independencia en las muestras aleatorias y en los datos”.

La primera columna muestra que todos los prestatarios cumplidos (entre el segundo y el quince) envían vínculos de pago a dos de los quince prestatarios (por ellos mismos y por el moroso).

Tabla 56: Estadística univariada para el grado externo con Ucinet.

	MEDIA	STDEV	SUMA	VAR
1	0	0	0	0
2	.133	.34	2	.116
3	.133	.34	2	.116
4	.133	.34	2	.116
5	.133	.34	2	.116
6	.133	.34	2	.116
7	.133	.34	2	.116
8	.133	.34	2	.116
9	.133	.34	2	.116
10	.133	.34	2	.116
11	.133	.34	2	.116
12	.133	.34	2	.116
13	.133	.34	2	.116
14	.133	.34	2	.116
15	.133	.34	2	.116

Comparando las dos tablas (55 y 56) se observa que el prestatario moroso (1) recibe muchos más vínculos de pago (93%) de los que envía (0) mientras que los cumplidos (2-15) envían el doble de vínculos ($.133=2/15$) de los que reciben ($.067=1/15$) y que el vínculo de pago entrante proviene de ellos mismos. Los prestatarios cumplidos pueden percibir esta situación como “injusta” haciendo insostenible el grupo. Por ello las correcciones surgen prontamente: además de retornar lo que recibió cuando no pudo pagar, el moroso debe cumplir en las etapas siguientes. Por eso los datos reflejan que solo hubo un moroso (de quince a veinte prestatarios en el grupo) en una etapa (de dieciséis de pago). La estructura del grupo en términos de la relación de pago parece “autoregularse” corrigiendo prontamente desviaciones con respecto a la conducta sostenible donde cada miembro paga su cuota⁹⁸. Cualquier otra estructura donde el número de morosos sea superior a uno es insostenible por la presión de la cuota adicional sobre los recursos de los cumplidos.

5.2.4. ESTADISTICA UNIVARIADA SOBRE LA MATRIZ DE ADYACENCIA.

Con *Tools>Univariate stats* señalando la opción *matrix* se obtienen estadísticos para las entradas de la matriz G1, de tendencia central y de dispersión, como la media y la desviación de las entradas (Tabla 57). La media del número de vínculos debía ser el total de vínculos del digrafo sobre los vínculos posibles, esto es $28/225$, que en efecto es 0.124. Esta medida es importante porque para variables dicotómicas puede representar el promedio de la probabilidad de que un vínculo ij aparezca, que en los capítulos dos y tres era la probabilidad de que i pague por j .

⁹⁸ “Una red con predominancia de vínculos nulos (entre agentes distintos) o recíprocos sobre conexiones asimétricas puede ser más “igualitaria” o “estable” que una red con predominancia de conexiones asimétricas (que podría ser más una jerarquía)” (Haneman, 2006, p.120). Esto depende del tipo de relación que se esta trabajando.

El coeficiente de variación (desviación como porcentaje de la media) 2.661 (o mejor $2.661 \cdot 100\%$) sugiere una gran variabilidad.

Tabla 57: Estadística descriptiva para la matriz de adyacencia G1.

MEDIA	.124
STDEV	.33
SUMA	28
VAR	.109
L	28
MIN	0
MAX	1
NROBS	225

Comparada con G1, G0 tendrá una menor probabilidad de vínculo promedio (15/225) y una varianza menor (Tabla 58).

Tabla 58: Estadística descriptiva para la matriz de adyacencia G0.

MEDIA	.067
STDEV	.249
SUMA	15
VAR	.062
L	15
MIN	0
MAX	1
NROBS	225

En la Tabla 59, se tiene que cuando aumenta el número de personas que no paga, la $p(iR_j)$ va aumentando con el número de vínculos hasta que deja de pagar la mitad del grupo, luego de lo cual comienza a disminuir.

Tabla 59: Probabilidad de vínculo promedio (p barra) según número de morosos para un grupo de quince prestatarios.

X(#morosos)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
pbarra	15/225	28/225	39/225	48/225	55/225	60/225	63/225	64/225	63/225	60/225	55/225	48/225	39/225	28/225	15/225

5.2.5. COHESIÓN: DENSIDAD, ALCANZABILIDAD.

En el capítulo tres se definió una medida de cohesión la densidad, como la razón entre vínculos de pago existentes sobre vínculos posibles; para el caso actual es 28/225 y se obtiene mediante la rutina *Network>Cohesion>Density>Density Overall*. En aquella oportunidad se sugirió que es difícil sostener este número como indicador de la cohesión del grupo pues un digrafo completo en este ámbito de los contratos grupales indica que todos pagan por todos.

Puede ser más conveniente asumir en este contexto que la densidad es la razón entre el número de vínculos actuales y el número máximo de vínculos. Este último número se alcanza cuando no pagan siete prestatarios siendo 64 pues la fila quince del árbol del capítulo tres (Gráficas 27 y 29 ampliadas hasta la fila 15 en la Gráfica 47) es 15, $28=15+13$, $39=28+11$, $48=39+9$, $55=48+7$, $60=55+5$, $63=60+3$, $64=63+1$.

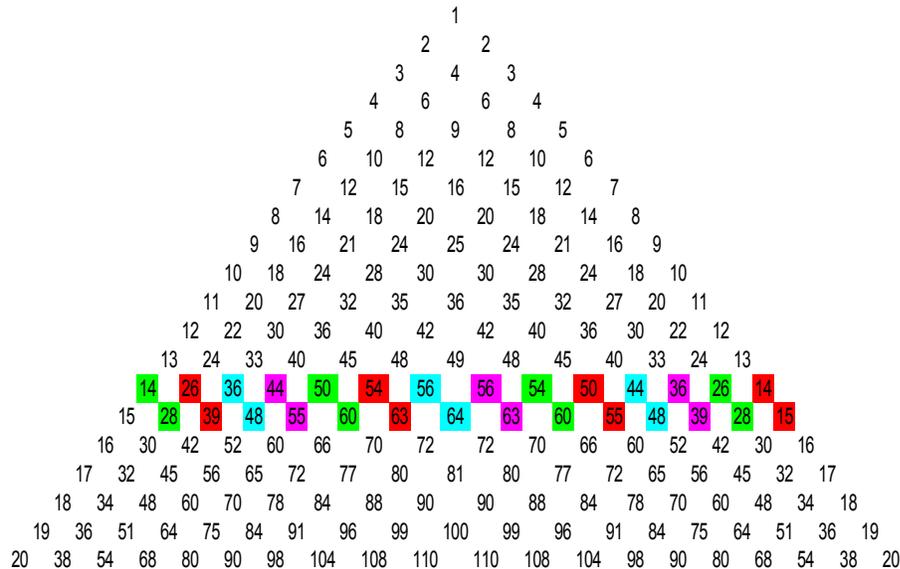
Luego, la densidad para G1 debería ser 28/64. En este caso la densidad es un número comparativamente bajo (respecto del resto de densidades posibles) lo que indica que hay una baja cohesión social (en teoría a mayor densidad, mayor cohesión social) siempre teniendo presente que eso depende del tipo de relación observada, que en el caso actual es la de pago. Pero en el presente contexto tanto grupos con baja morosidad como grupos con alta morosidad tendrán densidades bajas al ser las mismas probabilidades de vínculo promedio de la Tabla 59. Lo anterior debido a que el grupo alcanza el mayor número de vínculos cuando no esta pagando la mitad del grupo (capítulo tres). Como el número de vínculos del grafo o la densidad no son indicadores fiables de la conducta de pago del grupo, se propuso una medida que si lo era, la proporción externa que es la razón entre vínculos salientes y vínculos posibles (Tabla 60):

Tabla 60: Proporción externa para un grupo de prestatarios tamaño quince según número de morosos.

X(#morosos)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
P _{ex}	0/5	1/2	2/3	3/4	4/5	50/60	54/63	56/64	56/63	54/60	50/55	44/48	36/39	26/28	14/15

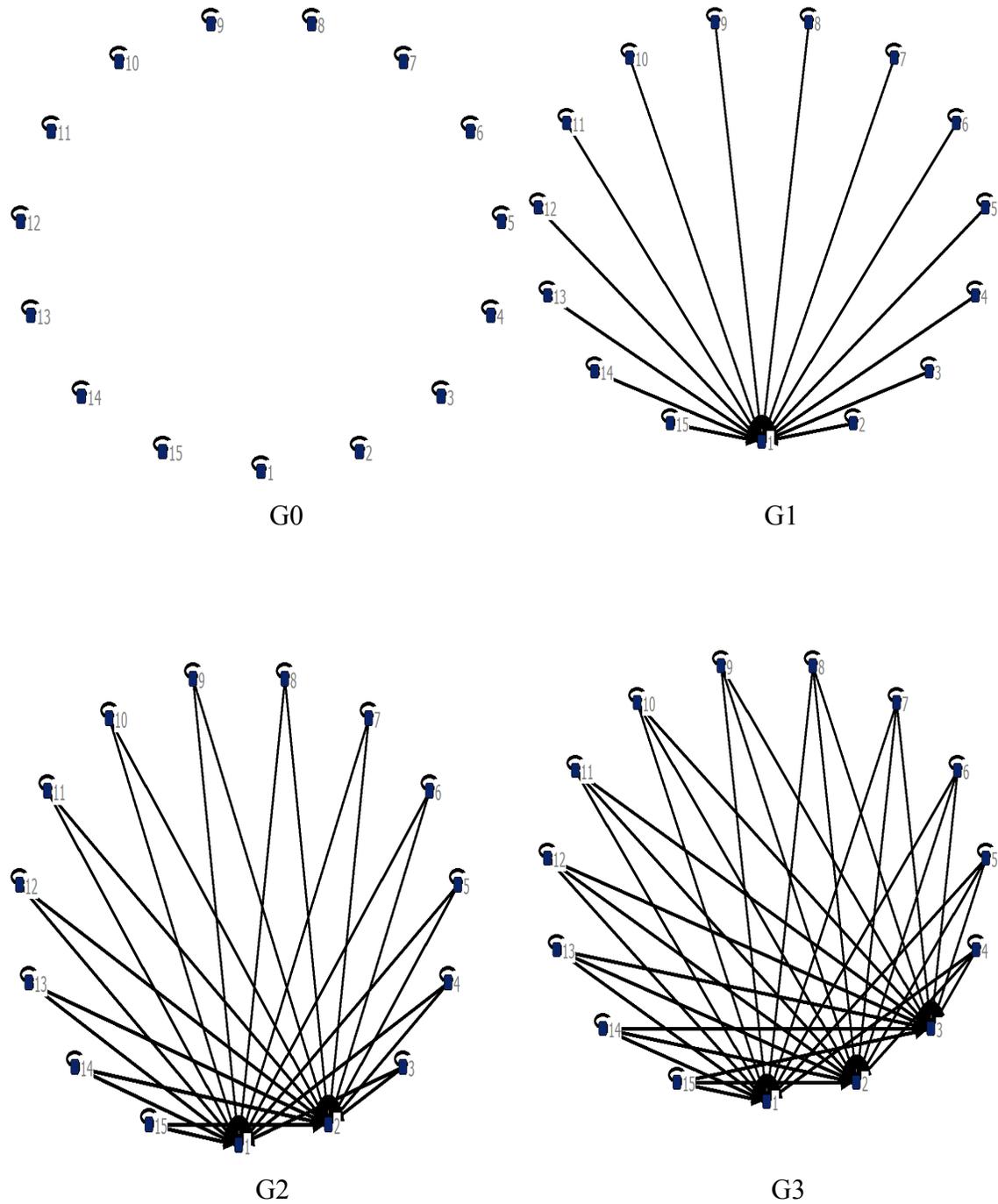
Se tiene otra regularidad: que independientemente del tamaño grupal, las proporciones externas siempre son las mismas (compárense las primeras cinco columnas de la Tabla 60 con las de la Tabla 42 donde aparecen las proporciones externas para un grupo de prestatarios tamaño cinco). Igualmente, la serie de numeradores es la misma que la línea catorce del árbol de la gráfica 47 (ya se sabe que la serie de denominadores es la fila quince del mismo árbol).

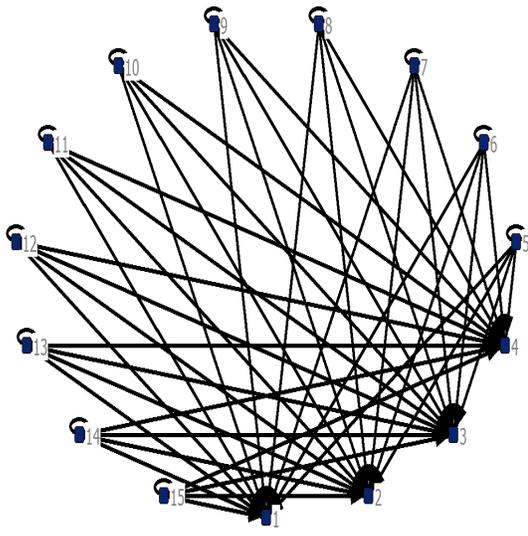
Gráfica 47: Número de vínculos para digrafos de prestatarios tamaño cero a veinte con número de morosos entre cero y n-1. Se resaltan las razones entre cuadros del mismo color sobre la misma diagonal que corresponden a las proporciones externas de la Tabla 60.



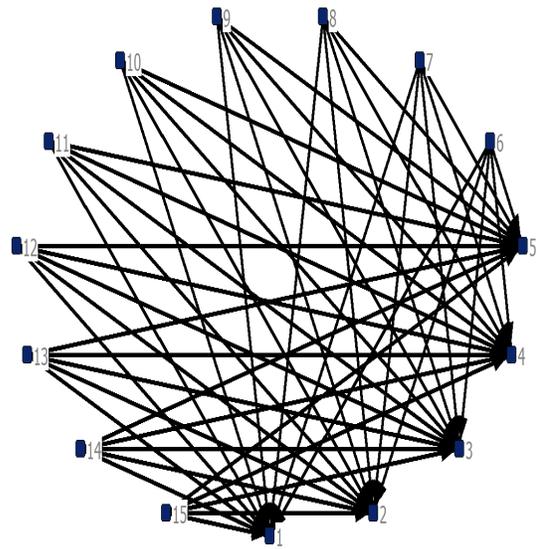
Es interesante observar en la Gráfica 48 los patrones en los digrafos canónicos correspondientes, los digrafos que pueden darse para diferentes números de personas que no pagan con $n=15$.

Gráfica 48: Digrafos canónicos para grupos de prestatarios tamaño quince. El número de vínculos aumenta hasta que el número de morosos es la mitad del grupo y a partir de ahí comienza a disminuir. Los digrafos más densos tienen lugar cuando el número de morosos es la mitad del grupo.

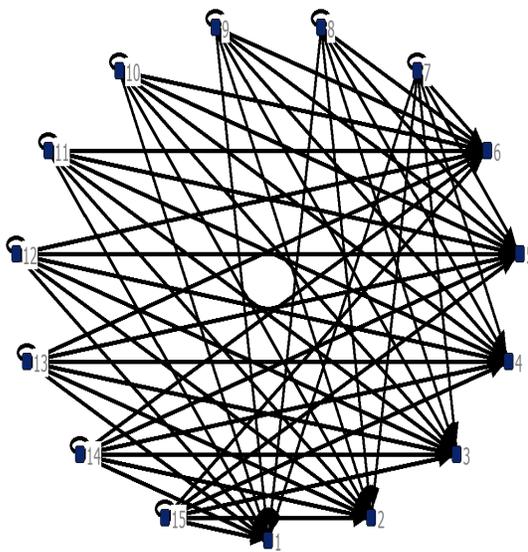




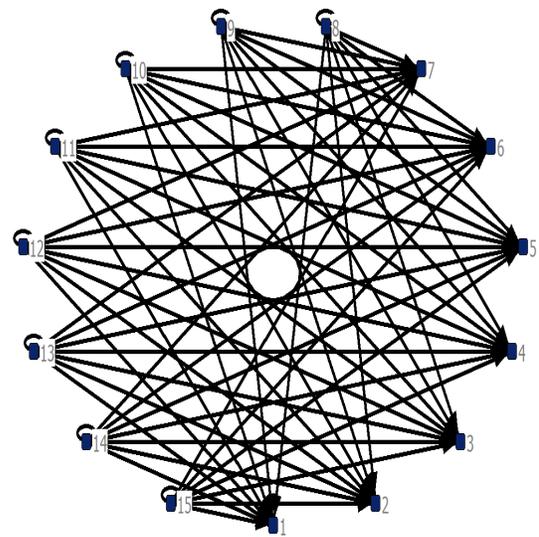
G4



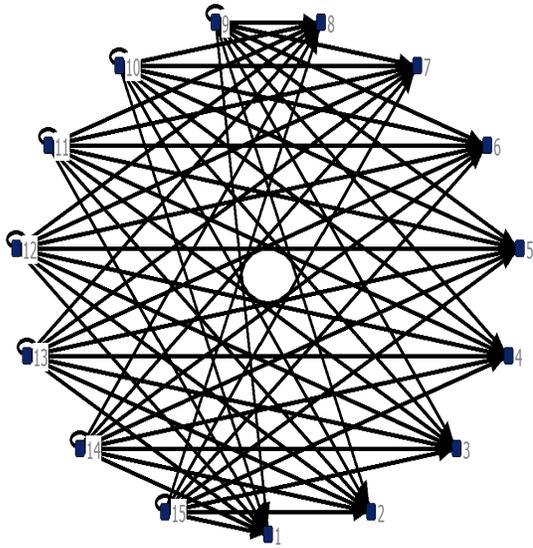
G5



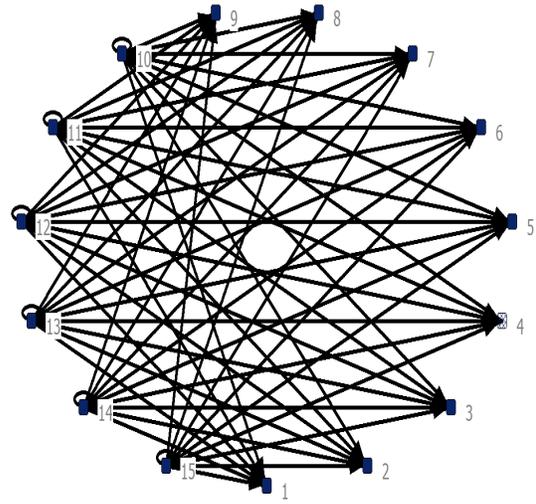
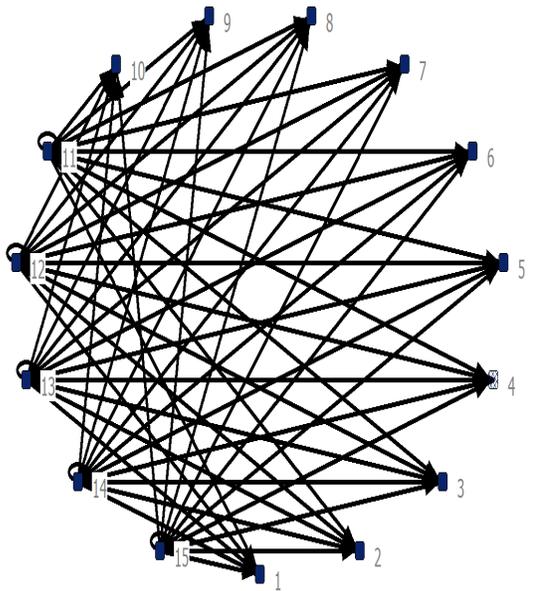
G6



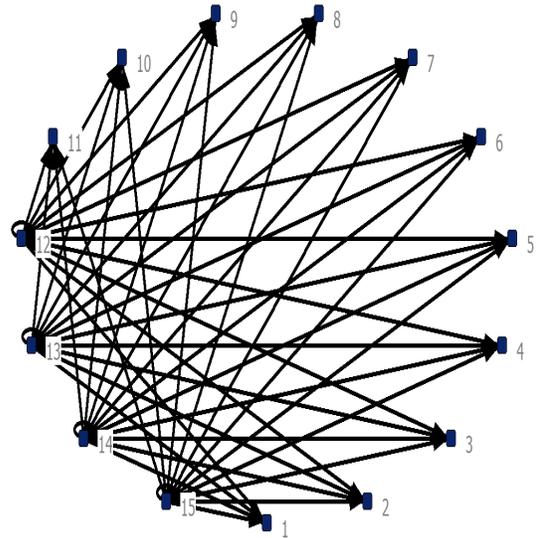
G7



G8

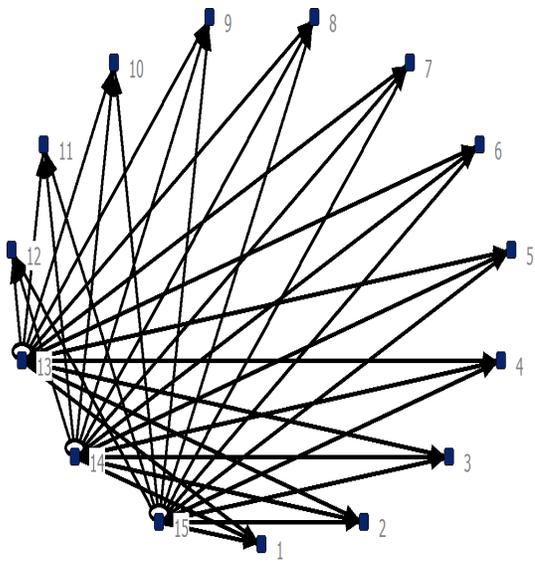
G9⁹⁹.

G10

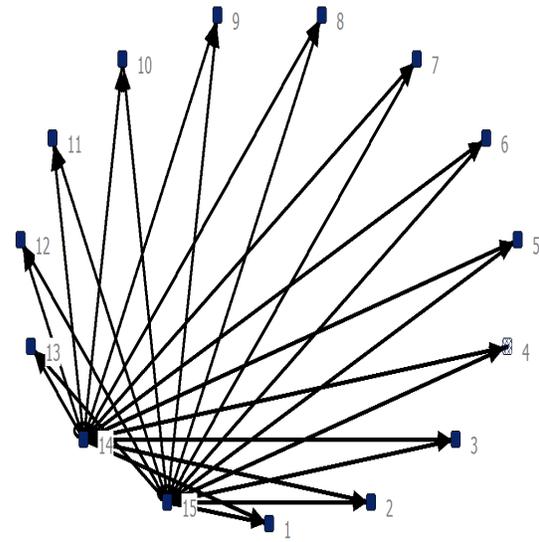


G11

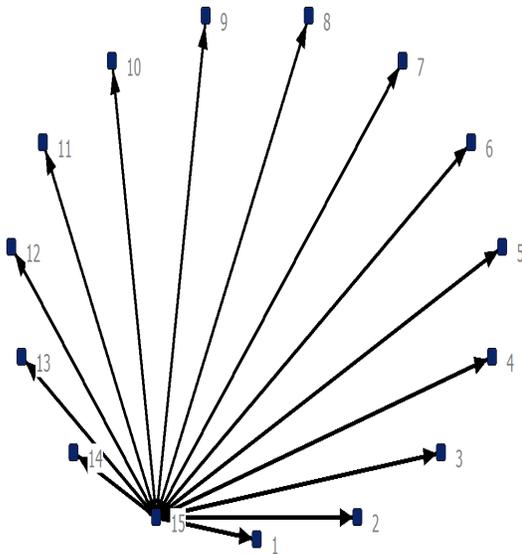
⁹⁹ Para G9 se pasó de un arreglo circular a uno central para hacer más visibles los tipos de los agentes.



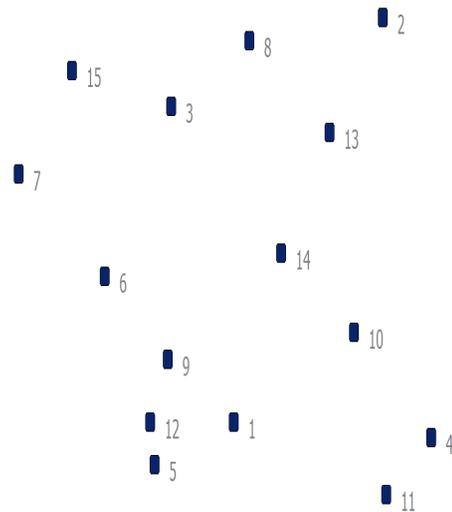
G12



G13



G14



G15

Retomando a la densidad calculada por Ucinet, pueden hacerse pruebas de hipótesis sobre ella. Con *Network>Compare densities>Against theoretical parameter* se obtuvieron (Tabla 61) pruebas para G0, G1, G2 y G3. Si el nivel de significancia α es 5%, comienza a rechazarse que la densidad del digrafo sea 0 desde que hay 3 morosos, pues los valores críticos son de ± 1.96 . La divergencia en la densidad (con respecto a las obtenidas en la sección 5.2.5) esta en que para este proceso Ucinet no cuenta los bucles como vínculos¹⁰⁰.

¹⁰⁰ Por ejemplo se sabía que la densidad para G1 era $28/225 = 0.124$ pero con esta rutina Ucinet no tiene en cuenta los bucles por ende será $1/15 = .067$. Por lo mismo es que en este caso el digrafo G0 tiene densidad 0 (pues no se están contando los 15 bucles).

El error estándar para esta prueba se estima mediante bootstrap aunque también aparece el error estándar clásico.

Tabla 61: Pruebas de hipótesis para la densidad promedio de G0, G1, G2, G3. Para $\alpha=5\%$, comienza a rechazarse que la densidad es cero desde G3.

COMPARE DENSITY W/ HYPOTHESIZED VALUE

Parameter value is: 0.0000
 Density of G0 is: 0.0000
 Difference is: 0.0000
 Variance of ties for G0: 0.0000
 Classical estimate of SE: 0.0000

Number of bootstrap samples: 5000
 Estimated standard error for density of G0: 0.0246
 z-score: 0.0000
 Average bootstrap density: 0.0664
 Proportion of absolute differences as large as observed: 1.0000
 Proportion of differences as large as observed: 0.5125
 Proportion of differences as small as observed: 0.4877

COMPARE DENSITY W/ HYPOTHESIZED VALUE

Parameter value is: 0.0000
 Density of G2 is: 0.1238
 Difference is: 0.1238
 Variance of ties for G2: 0.1090
 Classical estimate of SE: 0.0228

Number of bootstrap samples: 5000
 Estimated standard error for density of G2: 0.0676
 z-score: 1.8324
 Average bootstrap density: 0.1747
 Proportion of absolute differences as large as observed: 0.0674
 Proportion of differences as large as observed: 0.0356
 Proportion of differences as small as observed: 0.9646

COMPARE DENSITY W/ HYPOTHESIZED VALUE

Parameter value is: 0.0000
 Density of G1 is: 0.0667
 Difference is: 0.0667
 Variance of ties for G1: 0.0625
 Classical estimate of SE: 0.0173

Number of bootstrap samples: 5000
 Estimated standard error for density of G1: 0.0601
 z-score: 1.1093
 Average bootstrap density: 0.1244
 Proportion of absolute differences as large as observed: 0.2927
 Proportion of differences as large as observed: 0.1198
 Proportion of differences as small as observed: 0.8804

COMPARE DENSITY W/ HYPOTHESIZED VALUE

Parameter value is: 0.0000
 Density of G3 is: 0.1714
 Difference is: 0.1714
 Variance of ties for G3: 0.1427
 Classical estimate of SE: 0.0261

Number of bootstrap samples: 5000
 Estimated standard error for density of G3: 0.0665
 z-score: 2.5767
 Average bootstrap density: 0.2136
 Proportion of absolute differences as large as observed: 0.0054
 Proportion of differences as large as observed: 0.0014
 Proportion of differences as small as observed: 0.9988

El estadístico de prueba z comienza a aumentar con la densidad pues esta última aumenta con el número de vínculos del digrafo y a su vez estos aumentan con el número de morosos hasta que los morosos son la mitad del grupo, momento desde el cual comienza a decrecer (Tabla 62).

Tabla 62: Pruebas de hipótesis para la densidad promedio de G6, G7, G8, G9. Los estadísticos de prueba aumentan hasta que el número de morosos es la mitad del grupo de prestatarios, luego comienzan a disminuir.

COMPARE DENSITY W/ HYPOTHESIZED VALUE

Parameter value is: 0.0000
 Density of G6 is: 0.2571
 Difference is: 0.2571
 Variance of ties for G6: 0.1919
 Classical estimate of SE: 0.0302

Number of bootstrap samples: 5000
 Estimated standard error for density of G6: 0.0367
 z-score: 7.0139
 Average bootstrap density: 0.2805
 Proportion of absolute differences as large as observed: 0.0002
 Proportion of differences as large as observed: 0.0002
 Proportion of differences as small as observed: 1.0000

COMPARE DENSITY W/ HYPOTHESIZED VALUE

Parameter value is: 0.0000
 Density of G8 is: 0.2667
 Difference is: 0.2667
 Variance of ties for G8: 0.1965
 Classical estimate of SE: 0.0306

Number of bootstrap samples: 5000
 Estimated standard error for density of G8: 0.0277
 z-score: 9.6418
 Average bootstrap density: 0.2803
 Proportion of absolute differences as large as observed: 0.0002
 Proportion of differences as large as observed: 0.0002
 Proportion of differences as small as observed: 1.0000

COMPARE DENSITY W/ HYPOTHESIZED VALUE

Parameter value is: 0.0000
 Density of G7 is: 0.2667
 Difference is: 0.2667
 Variance of ties for G7: 0.1965
 Classical estimate of SE: 0.0306

Number of bootstrap samples: 5000
 Estimated standard error for density of G7: 0.0290
 z-score: 9.2080
 Average bootstrap density: 0.2849
 Proportion of absolute differences as large as observed: 0.0002
 Proportion of differences as large as observed: 0.0002
 Proportion of differences as small as observed: 1.0000

COMPARE DENSITY W/ HYPOTHESIZED VALUE

Parameter value is: 0.0000
 Density of G9 is: 0.2571
 Difference is: 0.2571
 Variance of ties for G9: 0.1919
 Classical estimate of SE: 0.0302

Number of bootstrap samples: 5000
 Estimated standard error for density of G9: 0.0361
 z-score: 7.1237
 Average bootstrap density: 0.2673
 Proportion of absolute differences as large as observed: 0.0002
 Proportion of differences as large as observed: 0.0002
 Proportion of differences as small as observed: 1.0000

Si la prueba se hace con una densidad hipotética de 0.5, o lo que es lo mismo con una $p(iR_j)=0.5$, los estadísticos de prueba van aumentando de -20.5483 para G0 hasta -4.88 en G3, disminuyen de -4.89 en G4 a -8.45 en G8; aumentan de -6.68 en G9 a -5.06 en G12 y disminuyen de -5.71 en G13 a -7.71 en G14.

Después de estas pruebas bilaterales se construyeron pruebas unilaterales para $p(iR_j)$ con respecto a 0.5 para todos los digrafos canónicos. En todos los casos para un nivel de significancia del 1%¹⁰¹ se rechaza que la densidad promedio ($p(iR_j)$) sea del 50% y más aún no se rechaza que sea menor a 50%.

¹⁰¹ Y en la prueba a la izquierda, hasta de un nivel de significancia del 0.001% para el cual, el valor p asociado a -4.88 es inferior (5.3043E-7).

Como no se rechaza que la probabilidad de que i pague por j es menor al 50% (para todos los digrafos canónicos), es una cuestión pendiente conciliar este hecho con las altas tasas de pago observadas a nivel grupal. En general, el problema es que los errores estándar bajos (obtenidos a partir de los digrafos o por bootstrap) pueden “inflar” los estadísticos de prueba haciéndolos caer en las regiones de rechazo cuando no debieran. El error estándar clásico diverge del error estándar obtenido mediante bootstrap pues “el cálculo del error estándar esta basado en el supuesto de que todas la relaciones son independientes. Pero como los vínculos son realmente generados por los mismos 10^{102} actores, este no es un supuesto razonable”.

También pueden hacerse inferencias (Tabla 63) para comprobar si los vínculos de dos grafos están correlacionados. Lo anterior es efectuado mediante la rutina *Network>Compare densities>Paired (same nodes)* que ofrece inferencias para diferencias de medias (caso muestras pareadas y muestras aleatorias independientes).

Tabla 63: Prueba t para diferencias de densidades medias de G0 y G1.

```

BOOTSTRAP PAIRED SAMPLE T-TEST
-----
Density of G0 is: 0.0000
Density of G1 is: 0.0667
Difference in density is: -0.0667
Number of bootstrap samples: 5000
Variance of ties for G0: 0.0000
Variance of ties for G1: 0.0625
Classical standard error of difference: 0.0173
Classical t-test (indep samples): -3.8638
Estimated bootstrap standard error for density of G0: 0.0208
Estimated bootstrap standard error for density of G1: 0.0597
Bootstrap standard error of the difference (indep samples): 0.0633
95% confidence interval for the difference (indep samples): [-0.1906, 0.0573]
bootstrap t-statistic (indep samples): -1.0540
Bootstrap SE for the difference (paired samples): 0.0569
95% bootstrap CI for the difference (paired samples): [-0.1782, 0.0449]
t-statistic: -1.1712
Average bootstrap difference: -0.0534
Proportion of absolute differences as large as observed: 0.1796
Proportion of differences as large as observed: 0.8872
Proportion of differences as small as observed: 0.1130
-----

```

Es de interés la inferencia para la diferencia de medias caso muestras relacionadas. En el renglón quince aparece una estimación del intervalo de confianza al 95% para diferencias de medias [-0.1782, 0.0449] que incluye al cero. Por ende, puede decirse con base en la información de la muestra y con una confianza del 95% que las densidades entre el G0 y el G1 son iguales. La prueba de hipótesis bilateral para diferencia de densidades lo ratifica, aún con niveles de significancia grandes (hasta de 26%) no se rechaza que las densidades sean iguales, esto significa que la $p(iRj)$ no difiere sustancialmente entre G0 y G1. El estadístico de prueba t $-0.0667/0.0569$, usa también el error estándar para diferencia de medias obtenido mediante bootstrap. Sin embargo, como el intervalo esta sesgado a valores negativos puede plantearse la posibilidad de que la densidad ($la p(iRj)$) del G0 sea inferior que la del G1.

Las redes pueden estar correlacionadas en el sentido de que la configuración que toma una red en $t+1$ puede depender de la configuración actual.

¹⁰² En el ejemplo tratado por Haneman (2006).

Por ejemplo, mediante la rutina *Tools>Testing Hypotheses>Dyadic QAP>QAP correlation* puede revisarse si los digrafos estan correlacionados entre etapas consecutivas. A partir de la salida se obtuvo la Tabla 64 donde destaca el r Pearson de 0.655 y los más convenientes, coeficiente de emparejamiento simple y el de Jaccard con unos valores de 0.933 y 0.483 respectivamente. El emparejamiento simple indica que si existe un 1 en una entrada en la primera matriz, existe una probabilidad del 0.933 de que haya un 1 en la entrada correspondiente de la segunda matriz. Todos los coeficientes positivos indican que la $p(iRj)$ en G0 esta correlacionada positivamente con la $p(iRj)$ en G1. La segunda columna indica la significancia para evaluar la hipótesis de que los coeficientes correspondientes son distintos de 0 (lo que indica que existe correlación).

Tabla 64: Correlación entre G0 y G1. El coeficiente de correlación (Pearson) entre G0 y G1 es 65.5% lo que indica que existe una relación positiva entre $p(iRj)$ en G0 con $p(iRj)$ en G1.

COEFICIENTES DE CORRELACION	VALOR	SIGNIFICANCIA
r PEARSON	.655	1
EMPAREJAMIENTO SIMPLE	.933	1
JACCARD	.483	1

Puede ser de interés analizar correlaciones entre otros digrafos canónicos consecutivos no observados en los datos. Como se discutió, para el caso de una relación dicotómica es conveniente tomar como medidas de correlación a los coeficientes Jaccard. Para asociaciones entre digrafos consecutivos se observó que mientras el coeficiente simple se mantiene en 0.933, el de Jaccard (CCJ en la Tabla 65) toma los siguiente valores:

Tabla 65: Coeficiente de Correlación de Jaccard entre digrafos consecutivos.

ENTRE LOS DIGRAFOS	CCJ	ENTRE LOS DIGRAFOS
G0-G1	0,483	G13-G14
G1-G2	0,634	G12-G13
G2-G3	0,706	G11-G12
G3-G4	0,746	G10-G11
G4-G5	0,769	G9-G10
G5-G6	0,783	G8-G9
G6-G7	0,789	G7-G8

Para asociaciones entre digrafos no consecutivos se obtuvo un patrón análogo: las correlaciones Jaccard entre G0 y G2 (las mismas que entre G12 y G14) fueron 0.317 y alcanzaron un máximo de 0.636 entre G6 y G8. Para asociaciones entre digrafos cada vez más lejanos se van obteniendo correlaciones cada vez más bajas que van aumentando hasta $n/2$ (que la mitad del grupo de prestatarios es moroso).

Como se planteó que la conducta de pago de un grupo en una etapa puede estar afectada por las anteriores o afectar las posteriores, con *Tools>Testing hypotheses>Dyadic QAP>QAP regression>Original method* pueden obtenerse modelos de regresión lineal entre grafos.

Primero, a la izquierda en la Tabla 66 se propuso G1(G0) que explora si la conducta de pago en G0 afecta la conducta de pago en G1, esto es si cuando pagan todos los prestatarios permite explicar cuando surge un moroso. Luego, a la derecha en la Tabla 66 se indagó acerca de G0(G1), esto es, si cuando hay un moroso permite explicar que vuelvan a pagar todos.

Tabla 66: Regresiones lineales entre G0 y G1. La regresión de la izquierda es G1(G0); la de la derecha G0(G1).

<p>Number of valid observations among the X variables = 225</p> <p>N = 225</p> <p>Number of permutations performed: 1999</p> <p>MODEL FIT</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>R-square</th> <th>Adj R-Sqr</th> <th>Probability</th> <th># of Obs</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="background-color: #90EE90;">0.429</td> <td style="background-color: #90EE90;">0.429</td> <td>1.000</td> <td>225</td> </tr> </tbody> </table> <p>REGRESSION COEFFICIENTS</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Un-stdized Independent Coefficient</th> <th>Stdized Coefficient</th> <th>Significance</th> <th>Proportion As Large</th> <th>Proportion As Small</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Intercept</td> <td>0.066667</td> <td>0.000000</td> <td>1.000</td> <td>1.000</td> <td>1.000</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #90EE90;">G0</td> <td style="background-color: #90EE90;">0.866667</td> <td style="background-color: #90EE90;">0.654930</td> <td>1.000</td> <td>1.000</td> <td>1.000</td> </tr> </tbody> </table>	R-square	Adj R-Sqr	Probability	# of Obs	0.429	0.429	1.000	225		Un-stdized Independent Coefficient	Stdized Coefficient	Significance	Proportion As Large	Proportion As Small	Intercept	0.066667	0.000000	1.000	1.000	1.000	G0	0.866667	0.654930	1.000	1.000	1.000	<p>Number of valid observations among the X variables = 225</p> <p>N = 225</p> <p>Number of permutations performed: 1999</p> <p>MODEL FIT</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>R-square</th> <th>Adj R-Sqr</th> <th>Probability</th> <th># of Obs</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="background-color: #90EE90;">0.429</td> <td style="background-color: #90EE90;">0.429</td> <td>1.000</td> <td>225</td> </tr> </tbody> </table> <p>REGRESSION COEFFICIENTS</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Un-stdized Independent Coefficient</th> <th>Stdized Coefficient</th> <th>Significance</th> <th>Proportion As Large</th> <th>Proportion As Small</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Intercept</td> <td>0.005076</td> <td>0.000000</td> <td>1.000</td> <td>1.000</td> <td>1.000</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #90EE90;">G1</td> <td style="background-color: #90EE90;">0.494924</td> <td style="background-color: #90EE90;">0.654931</td> <td>1.000</td> <td>1.000</td> <td>1.000</td> </tr> </tbody> </table>	R-square	Adj R-Sqr	Probability	# of Obs	0.429	0.429	1.000	225		Un-stdized Independent Coefficient	Stdized Coefficient	Significance	Proportion As Large	Proportion As Small	Intercept	0.005076	0.000000	1.000	1.000	1.000	G1	0.494924	0.654931	1.000	1.000	1.000
R-square	Adj R-Sqr	Probability	# of Obs																																																		
0.429	0.429	1.000	225																																																		
	Un-stdized Independent Coefficient	Stdized Coefficient	Significance	Proportion As Large	Proportion As Small																																																
Intercept	0.066667	0.000000	1.000	1.000	1.000																																																
G0	0.866667	0.654930	1.000	1.000	1.000																																																
R-square	Adj R-Sqr	Probability	# of Obs																																																		
0.429	0.429	1.000	225																																																		
	Un-stdized Independent Coefficient	Stdized Coefficient	Significance	Proportion As Large	Proportion As Small																																																
Intercept	0.005076	0.000000	1.000	1.000	1.000																																																
G1	0.494924	0.654931	1.000	1.000	1.000																																																

En ambos casos se obtienen coeficientes de determinación moderados (cercaos al 50%) que indican que los modelos tienen una validez (en términos de explicación de la variabilidad de la explicada respecto de la explicativa) inferior al 50% por lo menos en términos lineales. En la regresión G1(G0), β_1 (estimado) indica que la relación lineal entre probabilidades de pago es positiva pero menos que proporcional al obtener un coeficiente de 0.867. El mismo coeficiente para G0(G1) es del .4949. Con base en las dos regresiones, se puede decir que existe una mayor sensibilidad de los vínculos en G1 a los vínculos en G0 (que en el otro sentido), lo que de alguna manera permite afirmar que es más fácil pasar de un grupo sin morosos a un grupo con un moroso que volver de un grupo con un moroso a un grupo sin morosos.

Calculando las regresiones para digrafos canónicos consecutivos (Tabla 67) se observa que los coeficientes de determinación van aumentando hasta que el digrafo tiene el número máximo de vínculos (cuando el número de morosos es la mitad del grupo) y luego comienzan a disminuir.

Tabla 67: Coeficientes de determinación entre digrafos canónicos consecutivos¹⁰³

REGRESION	R ²	REGRESION
G1(G0)	0,429	G14(G13)
G2(G1)	0,566	G13(G12)
G3(G2)	0,629	G12(G11)
G4(G3)	0,664	G11(G10)
G5(G4)	0,683	G10(G11)
G6(G5)	0,693	G9(G8)
G7(G6)	0,698	G8(G7)

¹⁰³ Se observó que la regresión Gi(Gj) arrojaba el mismo coeficiente de determinación que la Gj(Gi), pues $COV(X,Y)=COV(Y,X)$

Asimismo los coeficientes β_1 del modelo entre digrafos consecutivos $G_i(G_j)$, $i < j$, aumentan hasta que el número de morosos es la mitad del grupo y luego comienzan a disminuir (parte inferior de Tabla 68). Para $G_i(G_j)$, $i > j$, disminuyen hasta que el número de morosos es la mitad del grupo y después comienzan a aumentar (parte superior de Tabla 68)

Tabla 68: Coeficientes β_1 del modelo entre digrafos consecutivos.

REGRESION	β_1	REGRESION
G1(G0)	0,8667	G13(G14)
G2(G1)	0,8625	G12(G13)
G3(G2)	0,8585	G11(G12)
G4(G3)	0,8545	G10(G11)
G5(G4)	0,8502	G9(G10)
G6(G5)	0,8454	G8(G9)
G7(G6)	0,8395	G7(G8)
REGRESION	β_1	REGRESION
G0(G1)	0,4949	G14(G13)
G1(G2)	0,6559	G13(G12)
G2(G3)	0,733	G12(G11)
G3(G4)	0,7764	G11(G10)
G4(G5)	0,803	G10(G9)
G5(G6)	0,8201	G9(G8)
G6(G7)	0,8315	G8(G7)

La explicación de la variabilidad entre digrafos disminuye a medida que se toman grafos no consecutivos y es menor, entre mayor distancia haya en el número de morosos de uno y otro. Por ejemplo, para la regresión $G_2(G_0)$ en la Tabla 69 se obtuvo un r^2 de 24%.

Tabla 69: Regresión $G_2(G_0)$. A medida que aumenta la diferencia entre número de morosos de un digrafo al otro, la determinación disminuye.

N = 225

Number of permutations performed: 1999

MODEL FIT

R-square Adj R-Sqr Probability # of Obs

0.240 0.240 1.000 225

REGRESSION COEFFICIENTS

	Un-stdized Independent Coefficient	Stdized Coefficient	Significance	Proportion As Large	Proportion As Small
Intercept	0.123810	0.000000	1.000	1.000	1.000
G0	0.742857	0.489521	1.000	1.000	1.000

Por ende, los coeficientes de determinación aumentarán hasta $n/2$ para luego comenzar a caer. Por ejemplo r^2 para $G_3(G_0)$ es 0.146 y aumenta hasta ser 0.318 para $G_9(G_6)$. Esto pasa al punto de que la determinación en una regresión $G_{14}(G_0)$ debe ser la mínima, que en efecto es 0, lo que indica que la variabilidad en la probabilidad de pago en G_0 no explica nada de la variabilidad en la probabilidad de pago en G_{14} .

Las anteriores “simetrías”, esto es que ciertos digrafos distintos tengan las mismas medidas, pueden deberse al hecho de que sean conversos entre sí (como lo eran G1 y G4, G2 y G3 en el capítulo tres).

La alcanzabilidad (*reachability*) indica si es posible ir de un nodo a otro, esto es si existe un conjunto de vínculos entre los dos: para cada par de nodos, el algoritmo muestra si existe una senda de cualquier longitud que los conecte. Mediante la rutina *Network>Cohesion>Reachability* se obtiene la matriz de alcanzabilidad de la Tabla 70 que en este caso coincide con la matriz de adyacencia.

Tabla 70: Matriz de alcanzabilidad para G1 con Ucinet.

AGENTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
14	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

La matriz de adyacencia también surge (en este caso) de hacer la rutina de conectividad puntual (para observar que vínculos deben ser removidos para impedir la conexión entre un nodo y otro), *Network>Cohesion>Point Connectivity*. En el caso actual, en la entrada *ij* de la matriz de adyacencia aparece el número de vínculos que debe ser removido para no poder ir de *i* a *j*.

Mediante la rutina *Network>Cohesion>Point Connectivity/Maximum Flow* se obtiene la conectividad de línea (Tabla 71) que indica el número de vínculos entre nodos ajenos para cada par de nodos.

Tabla 71: Conectividad de Línea para G1 con Ucinet.

AGENTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Revisando la distancia (menor número de vínculos en cualquier senda¹⁰⁴ entre nodos i e j) se tiene que como se entablan relaciones de pago de unos prestatarios hacia sí mismos o con otros de tipo distinto (esto es de los cumplidos hacia los morosos), la máxima distancia (número de vínculos) entre un prestatario cumplido y otro moroso es uno y entre cumplidos (distintos) o entre morosos (distintos) no esta definida¹⁰⁵.

Por lo tanto, en el digrafo G1 la distancia será 1 pues cuando los vínculos cambian de dirección, la senda queda truncada hasta el nodo en que cambió de dirección (por ejemplo, hay una senda del prestatario dos al uno pero no una del uno al dos). Para cada nodo su mayor geodésica es la excentricidad y la mayor geodésica del grafo es el diámetro. La información de las geodésicas es presentada en la Tabla 72 y fue obtenida mediante la rutina *Network>Cohesion>Geodesic Distances*.

Tabla 72: Distancia geodésica entre prestatarios de G1.

AGENTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0														
2	1	0													
3	1		0												
4	1			0											
5	1				0										
6	1					0									
7	1						0								
8	1							0							
9	1								0						
10	1									0					
11	1										0				
12	1											0			
13	1												0		
14	1													0	
15	1														0

¹⁰⁴ Una senda (path) es un camino (walk, conjunto de vínculos entre un par de nodos) en que cada nodo y cada vínculo solo puede ser usado una vez.

¹⁰⁵ 0 es infinita pues no hay vínculos entre prestatarios de distinto tipo.

En la diagonal de las distancias geodésicas aparecen ceros pues los prestatarios están a una distancia cero de sí mismos; mientras que los prestatarios cumplidos están a una distancia uno del moroso.

Respecto a la reciprocidad (proporción de vínculos recíprocos con respecto a los vínculos existentes) se tienen valores de cero pues no hay vínculos recíprocos dado el planteamiento (en la misma etapa no se puede devolver un vínculo de pago).

Como existe un solo componente (pues todos los nodos están conectados, o lo que es lo mismo no hay nodos aislados), las medidas de conexidad como el índice de Krackhardt revelarán una conexidad de uno. Usando la rutina *Network>Cohesion>Krackhardt GTD* se tiene un índice de conexidad de Krackhardt de 1 por cuanto en G1 no hay prestatarios aislados.

5.3. CARACTERIZACIÓN DE LOS GRUPOS DE PRESTATARIOS EN TÉRMINOS DE PAGO: DE LAS RELACIONES ENTRE AGENTES A LA ESTRUCTURA DEL DIGRAFO.

Habiendo hecho el análisis “top-down” que da cuenta de cómo las relaciones entre agentes solo son posibles dentro de la estructura que los contiene (sus posibilidades), se pasa a hacer un análisis “bottom-up” para observar cómo la estructura está determinada por el tipo de relaciones que finalmente los agentes establecen. Lo anterior se lleva a cabo mediante redes ego o focales que son las redes que surgen de un nodo y su vecindad¹⁰⁶ (de cualquier tamaño, usualmente uno) y las medidas de centralidad.

5.3.1. CONECTIVIDAD.

De alguna forma las medidas anteriores fueron agregadas en el sentido de que describen el patrón de relaciones a nivel general del grafo pero no las diferencias de patrones de relaciones entre nodos particulares. Por ejemplo, mediante la rutina *Data>Extract>Ego Network* (Tabla 73) se obtiene la red ego (red asociada a cada nodo) del prestatario uno, el moroso.

Tabla 73: Red ego para el primer prestatario en G1. Esta red ego tiene 15 prestatarios y comprende el 100% de los nodos de la red.

¹⁰⁶ Las vecindades que se tienen en cuenta en las redes ego para un digrafo pueden ser de vínculos entrantes o de vínculos salientes. Se efectúa este análisis pues se reconoce que el individuo puede estar restringido tanto por la estructura global de conexiones como por la local.

AGENTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
14	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Por su parte la red ego asociada al prestatario quince aparece en la Tabla 74,

Tabla 74: Red ego del prestatario quince. Esta red ego tiene dos prestatarios y comprende el 13.3% de los prestatarios.

	1	15
1	0	0
15	1	1

La red ego elaborada con los vínculos entrantes revela los catorce vínculos de pago entrantes en el prestatario moroso. Esta se obtiene (Tabla 75) usando la rutina *Network>Ego Networks>Egonet Basic measures*.

Tabla 75: Resumen de redes ego con vecindad interna para G1.

AGENTE	TAMAÑO
1	14
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0
13	0
14	0
15	0

La red ego elaborada con los vínculos salientes (en el cuadro de diálogo que aparece luego de la rutina se especificará “out-neighborhood” en vez de “in”) muestra los vínculos de pago (uno por cada prestatario cumplido) de todos los cumplidos hacia el moroso (Tabla 76).

Tabla 76: Resumen de redes ego con vecindad externa para G1.

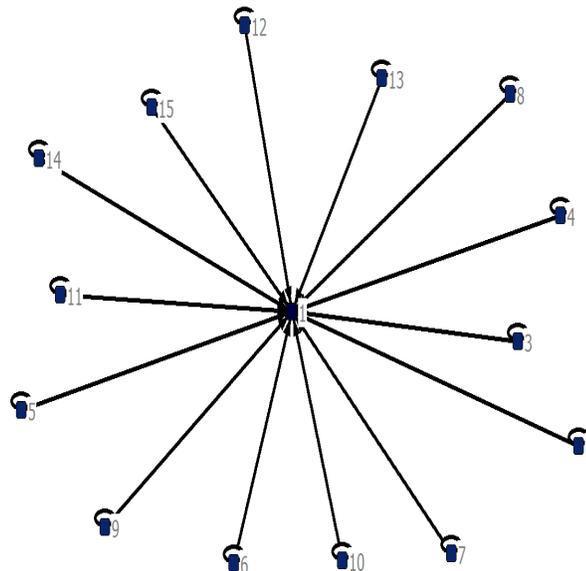
AGENTE	TAMAÑO
1	0
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1
12	1
13	1
14	1
15	1

Entonces, el número y patrón de vínculos que un agente establezca depende de su tipo.

5.3.2. CENTRALIDAD.

Para analizar la centralidad debe recordarse la estructura del digrafo G1 (Gráfica 49). Tal estructura recibió el nombre de estrella en el capítulo tres en concordancia con el nombre que recibe en análisis de redes sociales.

Gráfica 49: Digrafo para un grupo de quince prestatarios en que no paga el primero, G1.



Hasta este punto del capítulo el análisis ha dado cuenta de la asimetría en el grado interno de los prestatarios según su tipo: es catorce para el moroso y 1 para el cumplido. Es factible que si alguno de los catorce cumplidos rehusa pagar por el moroso, los trece restantes deban hacerse cargo no solo de su propia cuota individual y de la cuota del moroso sino de un pago adicional resultante porque uno de los cumplidos renunció a su compromiso bajo responsabilidad conjunta. Entonces el análisis será similar al efectuado en §3.3.1.

Lo que debe resaltarse es que de alguna manera, el moroso ante la renuncia de uno de los cumplidos en salir a pagar por él, tiene más opciones a saber $n-2$, que el resto de prestatarios, los cumplidos que solo se tienen a sí mismos para cumplir con su contribución a la cuota “grupal”. De igual forma, los cumplidos carecen de vínculos entre sí (no es necesario que un cumplido salga a pagar por otro del mismo tipo) y un moroso no puede pagar por un cumplido (por definición de cada tipo).

5.3.2.1. CENTRALIZACIÓN DE GRADO.

Usando la rutina *Network>Centrality and Power>Degree* se obtiene la centralización de grado (interno y externo) cuya salida condensada en la Tabla 77 ratifica el análisis en torno al grado de la sección 5.2. Se hace evidente el papel central del prestatario moroso (el uno) y su dependencia del pago de los otros agentes. Antes se hizo alusión al prestatario moroso como “punto de referencia”; ahora dada la alta medida de centralización de su grado interno (.933 en la primera fila y última columna de la primer tabla de la salida) recibe el nombre de “prominente” o “con alto prestigio”¹⁰⁷ que es aquel nodo cuyo grado interno es el máximo en la red.

Tabla 77: Centralización de grado para G1.

AGENTE	GRADEXT	GRADINT	EXTNORM	INTNORM
1	0	14	0	93.33
2	2	1	13.33	6.67
3	2	1	13.33	6.67
4	2	1	13.33	6.67
5	2	1	13.33	6.67
6	2	1	13.33	6.67
7	2	1	13.33	6.67
8	2	1	13.33	6.67
9	2	1	13.33	6.67
10	2	1	13.33	6.67
11	2	1	13.33	6.67
12	2	1	13.33	6.67
13	2	1	13.33	6.67
14	2	1	13.33	6.67
15	2	1	13.33	6.67

	GRADOEXT	GRADINT
MEDIA	1.867	1.867
STDEV	.499	3.243
SUMA	28	28
VAR	.249	10.516

Network Centralization (Outdegree) = 0.952%
 Network Centralization (Indegree) = 86.667%

¹⁰⁷ Mientras que un agente con alto grado externo recibe el nombre de “influyente”. Que un agente sea prominente no implica que tenga ventajas sobre el resto.

La columna uno de las salidas (Tablas 78 a 80) ofrece el grado externo, la dos el interno, la tres el externo normalizado (en porcentaje, la razón entre vínculos efectivos y vínculos posibles) y la cuatro el interno normalizado. En la salida anterior contrasta la variabilidad del grado interno (dada la asimetría en grados internos ya señalada) con la casi constancia del grado externo. Esta asimetría surge a medida que aumenta el número de morosos pues para el G0 (donde todos pagan) se tiene (Tabla 78):

Tabla 78: Centralización de grado para G0.

AGENTE	GRADEXT	GRADINT	EXTNORM	INTNORM
1	1	1	6.67	6.67
2	1	1	6.67	6.67
3	1	1	6.67	6.67
4	1	1	6.67	6.67
5	1	1	6.67	6.67
6	1	1	6.67	6.67
7	1	1	6.67	6.67
8	1	1	6.67	6.67
9	1	1	6.67	6.67
10	1	1	6.67	6.67
11	1	1	6.67	6.67
12	1	1	6.67	6.67
13	1	1	6.67	6.67
14	1	1	6.67	6.67
15	1	1	6.67	6.67

	GRADOEXT	GRADINT
MEDIA	1	1
STDEV	0	0
SUMA	15	15
VAR	0	0

Network Centralization (Outdegree) = 0%
Network Centralization (Indegree) = 0%

Mientras que para G2 (Tabla 79):

Tabla 79: Centralización de grado para G2.

AGENTE	GRADEXT	GRADINT	EXTNORM	INTNORM
1	0	13	0	86.67
2	0	13	0	86.67
3	3	1	20	6.67
4	3	1	20	6.67
5	3	1	20	6.67
6	3	1	20	6.67
7	3	1	20	6.67
8	3	1	20	6.67
9	3	1	20	6.67
10	3	1	20	6.67
11	3	1	20	6.67
12	3	1	20	6.67
13	3	1	20	6.67
14	3	1	20	6.67
15	3	1	20	6.67

	GRADOEXT	GRADINT
MEDIA	2.6	2.6
STDEV	1.020	4.079
SUMA	39	39
VAR	1.040	16.64

Network Centralization (Outdegree) = 2.857%
Network Centralization (Indegree) = 74.286%

En las últimas líneas de las salidas se observan las medidas de centralización de Freeman¹⁰⁸ para la red. Como se espera, la centralización de grado interno es la mayor para G1 (respecto de cualquier otro digrafo) por ser una estrella.

¹⁰⁸ “Expresa el grado de desigualdad o variabilidad en la red como porcentaje de una estrella perfecta del mismo tamaño” (Haneman, 2006, p.150)

Y se espera que en el digrafo correspondiente a G14 (cuando no pagan catorce prestatarios) que también es una estrella (con vínculos de pago saliendo del prestatario quinceavo al resto), la centralización para el grado externo sea la mayor (Tabla 80):

Tabla 80: Centralización de grado para G14.

AGENTE	GRADEXT	GRADINT	EXTNORM	INTNORM
1	0	1	0	6.67
2	0	1	0	6.67
3	0	1	0	6.67
4	0	1	0	6.67
5	0	1	0	6.67
6	0	1	0	6.67
7	0	1	0	6.67
8	0	1	0	6.67
9	0	1	0	6.67
10	0	1	0	6.67
11	0	1	0	6.67
12	0	1	0	6.67
13	0	1	0	6.67
14	0	1	0	6.67
15	15	1	100	6.67

	GRADOEXT	GRADINT
MEDIA	1	1
STDEV	3.742	0
SUMA	15	15
VAR	14	0

Network Centralization (Outdegree) = 100%
Network Centralization (Indegree) = 0%

Con *Tools>Testing Hypotheses* se puede hacer estadística¹⁰⁹ a nivel de nodos como regresiones (simples y múltiples), ANOVA y pruebas t para diferencia de medias: por ejemplo puede tomarse la centralización de grado y regresarla con atributos de los prestatarios como el género o la actividad económica. Desafortunadamente no se contó con esos datos demográficos para trabajarlos en este sentido. Por ilustración de los métodos¹¹⁰, se supondrá que se tenía la siguiente información del género de los prestatarios hombre (0) y mujer (1), dispuesta en la Tabla 81.

Tabla 81: Género (atributo) de un grupo de 15 prestatarios.

PRESTATARIO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
GENERO	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0

Se pretende averiguar si hay diferencia en la conducta de pago de los prestatarios según género en G1 (Tabla 82). Con *Tools>Testing Hypotheses>Node level>T test* se ofrecen las pruebas que no son significativas, por lo tanto no se rechaza que haya igualdad en la conducta de pago de los prestatarios según género.

Tabla 82: Prueba t para diferencias en grado (externos en la izquierda; internos en la derecha) según género en G1.

¹⁰⁹ Ucinet calcula los errores estándar muestrales mediante bootstrap generando muchas muestras (5000, 10000, o las que el usuario defina).

¹¹⁰ Pues se entiende el inconveniente que representa obtener conclusiones a partir de datos generados y más aún de trabajar datos generados con datos reales para pretender sacar conclusiones acerca de estos. Se reitera que es solo para ilustrar como proceder para evaluar ciertas hipótesis que pudieran haberse trabajado así en el caso de contar con los datos. Existe la posibilidad de contar con esos datos en el futuro.

GRADOEXT	GRUPO1	GRUPO2
MEDIA	1.778	2
STDEV	.629	0
SUMA	16	12
VAR	.395	0
MIN	0	2
MAX	2	2
#OBS	9	6

GRADOEXT	GRUPO1	GRUPO2
MEDIA	2.444	1
STDEV	4.086	0
SUMA	22	6
VAR	16.691	0
MIN	1	1
MAX	14	1
#OBS	9	6

SIGNIFICANCE TESTS

Difference in Means	...One-Tailed Tests...		Two-Tailed Tt	Difference in Means	...One-Tailed Tests...		Two-Tailed Test
	Group 1 > 2	Group 2 > 1			Group 1 > 2	Group 2 > 1	
-0.222	1.000	0.604	0.9999	1.444	0.602	1.000	0.9999

También se hizo una prueba para el grado. Primero, mediante *Network>Centrality and power> Multiple measures* con la opción “undirected” se obtuvo el grado. Se toma la primera columna para hacer la prueba t y se obtiene la tabla 83 que corrobora lo dicho sobre la no diferencia en la centralización de grado en G1 según género.

Tabla 83: Prueba t para diferencias en grado (número de vínculos de pago) según género en G1.

	GRUPO1	GRUPO2
MEDIA	3.333	2
STDEV	3.771	0
SUMA	30	12
VAR	14.222	0
MIN	2	2
MAX	14	2
#OBS	9	6

SIGNIFICANCE TESTS

Difference in Means	...One-Tailed Tests...		Two-Tailed Tt
	Group 1 > 2	Group 2 > 1	
1.333	0.592	1.000	0.9999

También pudiera evaluarse una regresión de la centralización en G1 con el género (Tabla 84) mediante *Tools>Testing Hypotheses>Node level>Regression*. El modelo de prueba explica muy poco.

Tabla 84: Regresión de la centralidad en G1 con el género.

MODEL FIT

Adjusted R-square	R-square	One-Tailed F Value	Probability
0.107	-0.020	1.560	0.385

REGRESSION COEFFICIENTS

Independent	Un-stdized Coefficient	St'dized Coefficient	Proportion As Large	Proportion As Small	Proportion As Extreme
Intercept	0.272099	0.000000	1.000	0.000	1.000
GENERO	-0.096076	-0.327327	0.817	0.385	0.385

Con la misma rutina se puede hacer regresión múltiple mediante mínimos cuadrados ordinarios. Para esto, se asume que no solo se cuenta con información del género sino del estado civil. Haciendo la regresión de la centralización de G1 con el género y el estado civil se obtiene el siguiente modelo de la Tabla 85, también poco explicativo según coeficiente de determinación.

Tabla 85: Regresión de la centralidad en G1 con el género y el estado civil.

MODEL FIT

Adjusted R-square	R-square	One-Tailed F Value	Probability
0.250	0.077	2.000	0.142

REGRESSION COEFFICIENTS

Independent	Un-stdized Coefficient	St'dized Coefficient	Proportion As Large	Proportion As Small	Proportion As Extreme
Intercept	0.233668	0.000000	1.000	0.000	1.000
GENERO	-0.096076	-0.327327	0.806	0.412	0.412
CIVIL	0.115292	0.377964	0.353	0.647	0.353

Todas estas técnicas se implementan con cautela teniendo presente que no hay independencia entre las observaciones¹¹¹. Con *Tools>Testing Hypotheses>Mixed Dyadic/Nodal>Categorical Attributes>Relational Contingency Table Analysis* puede realizarse una prueba chi de independencia; la salida permite rechazar la hipótesis nula, es decir rechazar la independencia en la formación de los vínculos al arrojar un estadístico de prueba de 196 con un valor p de 0.0001. Se concluye que los eventos de pago son condicionales en la misma etapa.

La rutina *Tools>Testing Hypotheses>Mixed Dyadic/Nodal >Categorical Attributes>ANOVA Density Models* provee un test para evaluar si los patrones al interior de un grupo difieren de los patrones de vínculo de pago entre grupos según tipo. Como no hay posibilidad de vínculos al interior de un grupo, la densidad de los vínculos al interior de los morosos (recodificados como 1 en la Tabla 86) y de los cumplidos (recodificados como 2 en la Tabla 86) será próxima a cero, esto se observa en la diagonal de la tabla de densidad. La densidad de uno en la misma tabla indica que todos los vínculos se dan entre miembros de grupos distintos.

¹¹¹ “Pues todos los actores son miembros de la misma red” (Haneman, 2006, p.304).

La regresión lineal múltiple¹¹² de abajo arrojará por las mismas razones coeficientes cercanos a cero para los vínculos entre prestatarios del mismo tipo (1-1 moroso-moroso; 2-2 cumplido-cumplido).

Tabla 86: Red de autocorrelación de G1 con el atributo categórico “Tipo” del prestatario (moroso-cumplido). Indica como están distribuidos los vínculos de pago al interior y entre grupos de prestatarios según su tipo. En la tabla de densidad se tienen probabilidades cercanas a cero para establecer vínculos entre prestatarios del mismo tipo y cercanas a uno para establecer vínculos entre prestatarios de tipo distinto.

Density Table

	1	2
0	0	1

1 0	0.071	1.000
2 1	0.000	0.000

MODEL FIT

R-square Adj R-Sqr Probability # of Obs

0.470 0.465 0.0750 225

REGRESSION COEFFICIENTS

Independent	Un-stdized Coefficient	Stdized Coefficient	Significance	Proportion As Large	Proportion As Small
Intercept	0.000000	0.000000	0.9998	0.9998	0.0750
1-1	0.071429	0.072508	0.0750	0.0750	0.9998
1-2	1.000000	0.731801	0.0750	0.0750	0.9998
2-1	0.000000	0.000000	0.0750	0.0750	0.9998

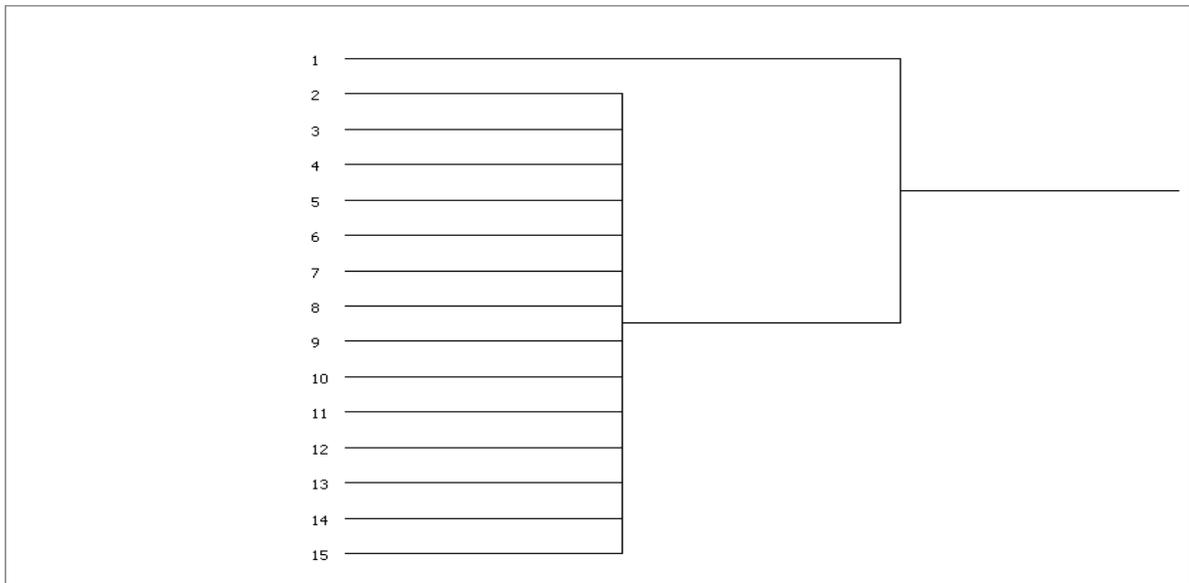
Debe tenerse cuidado al afirmar respecto del modelo pues su validez (según r^2) es tan solo del 47%.

5.3.2.2. AGRUPAMIENTO.

La rutina *Tools>Clustering* ofrece el agrupamiento de agentes según similaridad; con ella, se obtiene un diagrama de agrupamiento (Gráfica 50) donde aparecen las dos clases de equivalencia (la del moroso y la de los catorce cumplidos).

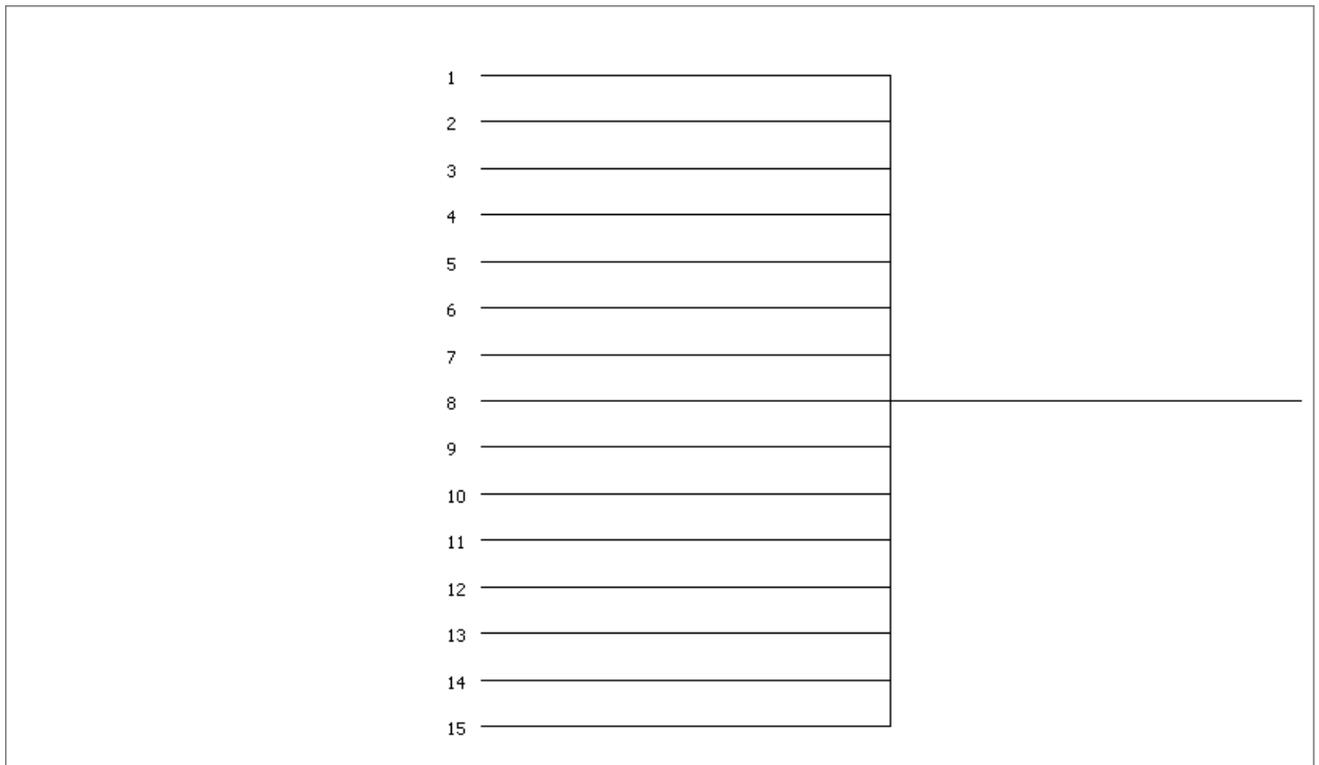
Gráfica 50: Clases de equivalencia de G1.

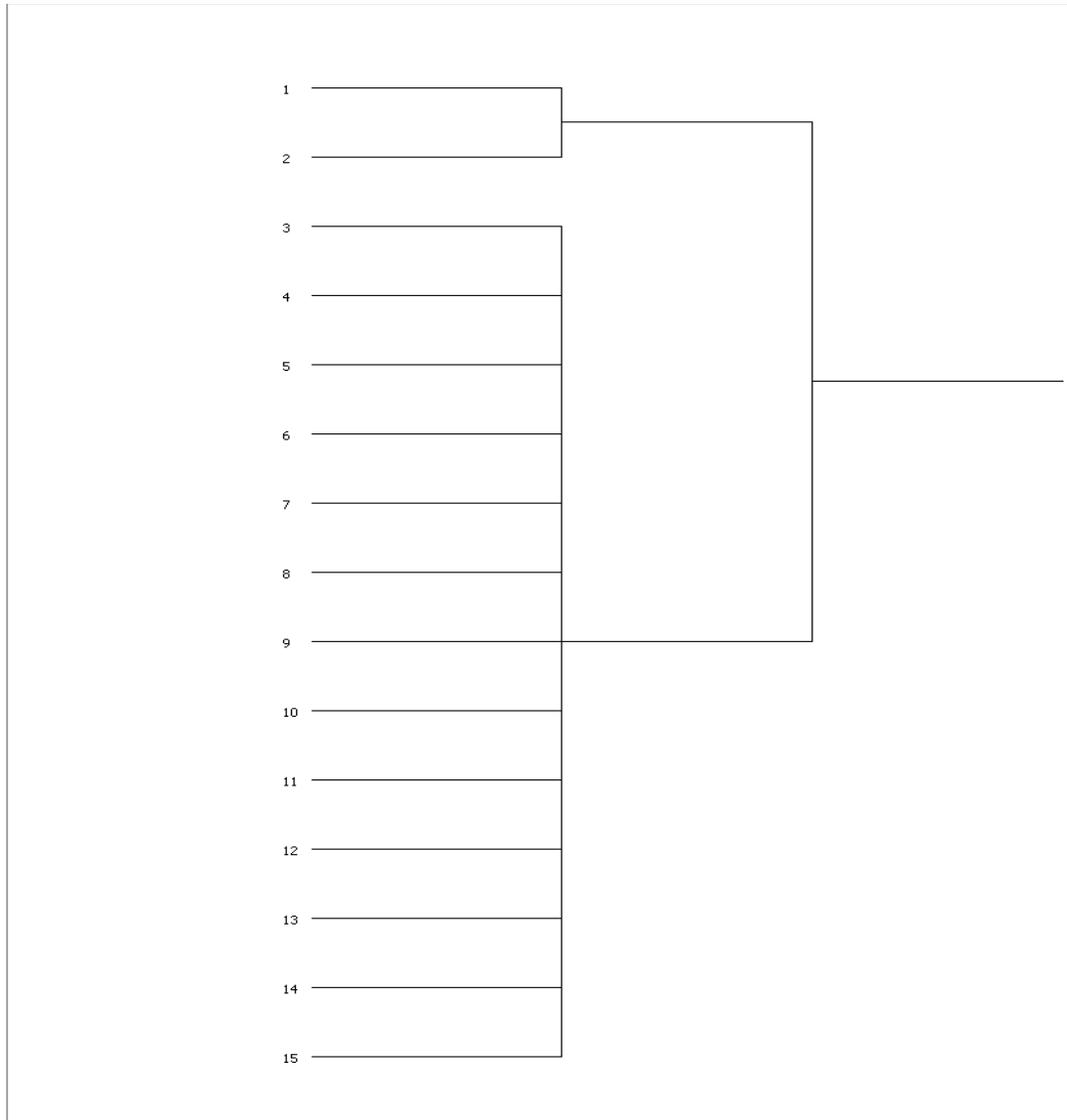
¹¹² Para hacer la RLM “la presencia o ausencia de un vínculo entre i y j es regresada sobre un conjunto de dicotómicas que representan cada una de las celdas de una tabla de bloques, donde el último bloque es usado como categoría de referencia” (Haneman, 2006, p.308). Por eso, en el caso actual, en la RLM no aparece 2-2; los bloques serán 2X2 (pues hay 2 tipos=2 grupos).



La Gráfica 50 puede compararse con la de G0 donde solo habrá una clase de equivalencia, la de los cumplidos (Gráfica 51) y la de G2 (Gráfica 52) donde habrán dos clases de equivalencia (la de los morosos que son los dos primeros prestatarios y la de los cumplidos que son los trece últimos).

Gráfica 51: Clases de equivalencia de G0.

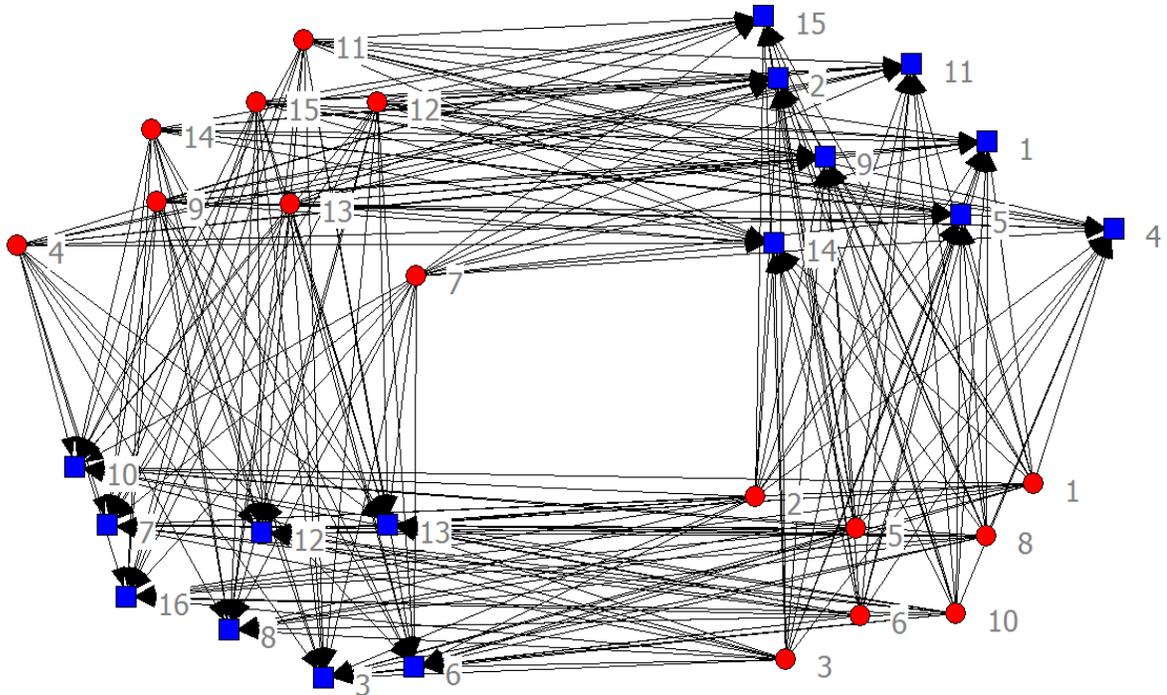


Gráfica 52: Clases de equivalencia de G2.

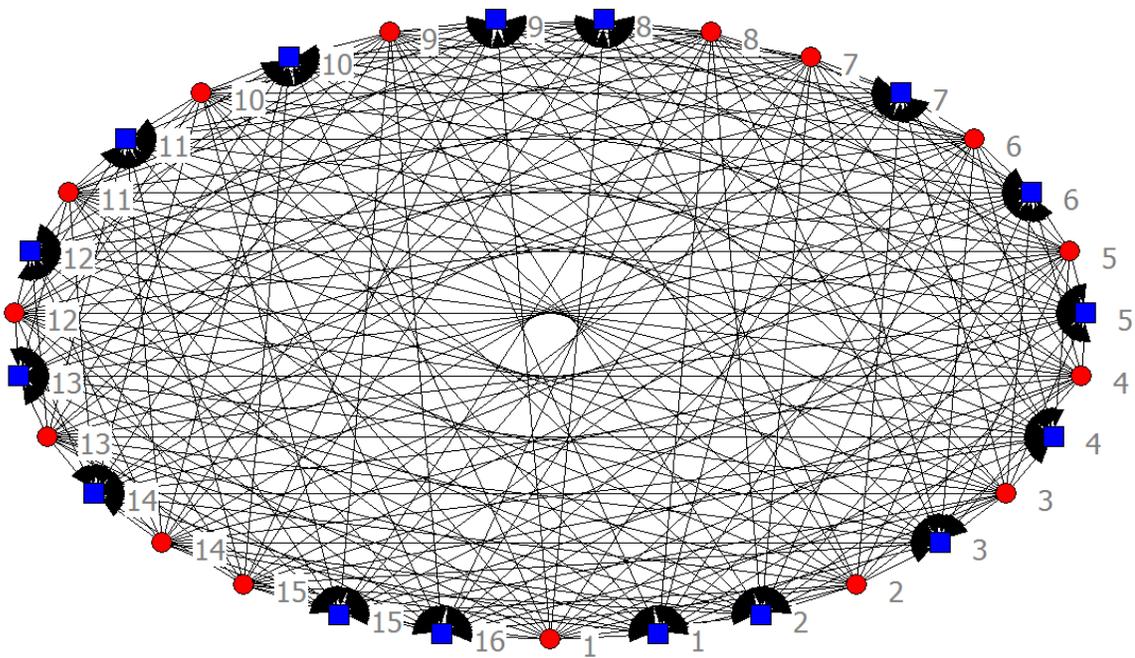
5.3.3. ANÁLISIS DE LA MATRIZ DE AFILIACIÓN.

La matriz de afiliación permite elaborar una red bipartita (two mode) que indica que prestatarios (los quince nodos rojos circulares) asistieron a que etapas de pago (los dieciséis nodos azules cuadrados). Dado el número de nodos ($15 \text{ rojos} + 16 \text{ azules} = 31$) y el número de vínculos $(15 \cdot 16) - 1$ (cuando el 4 prestatario no paga en la cuarta etapa) = 239, la red bipartita no es tan informativa (por lo menos visualmente) como lo es la matriz de afiliación. Se tiene también que como la red es bipartita, no hay relaciones entre prestatarios ni entre etapas de pago. De alguna forma, cuando una red bipartita es tan densa (solo tiene un vínculo menos que todos los posibles) se ejerce una presión sobre los prestatarios para que no se desvíen y cuando lo hacen, rápidamente la red vuelve a su configuración en que cada uno paga su cuota.

Gráfica 53: Grafo bipartito asociado a un grupo de prestatarios tamaño quince durante dieciséis etapas de pago. Es visible la ausencia del vínculo 44 (del prestatario 4 a la etapa 4) lo que indica que ese prestatario fue moroso en esa etapa.

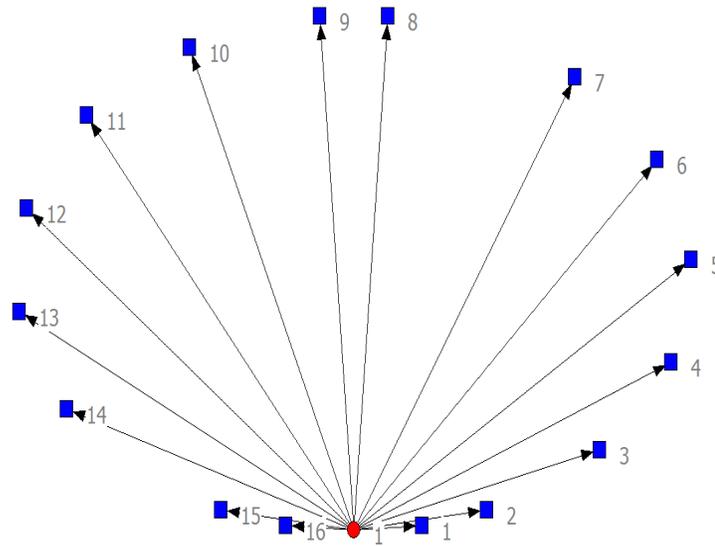


Gráfica 54: Arreglo circular del grafo bipartito asociado a un grupo de prestatarios tamaño quince durante dieciséis etapas de pago. Se observa que no hay vínculo 44 lo que indica que ese prestatario fue moroso en esa etapa.



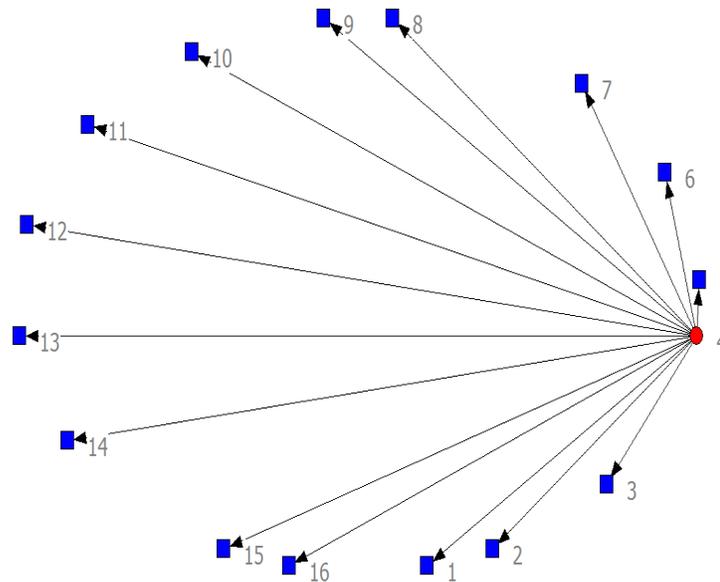
La red ego (Gráfica 55) para cualquier prestatario cumplido (todos excepto el cuarto) será como la del primero que muestra que un prestatario cumplido paga su cuota todas las etapas.

Gráfica 55: Red ego para cualquier prestatario cumplido (el primero en este caso). Tiene todos los vínculos posibles que indican que el prestatario pagó todas las etapas.



Pero la red ego del moroso (Gráfica 56) carecerá de vínculos con algunas etapas. En este caso como el prestatario 4 no pagó en la etapa 4, su red ego carecerá del vínculo 44.

Gráfica 56: Red ego para cualquier prestatario moroso (el cuarto en este caso). Tiene todos los vínculos posibles menos 1 lo que indica que el prestatario dejó de pagar su cuota en una etapa (la cuarta en este caso).



Con la rutina *Networks>2-Mode networks>2-Mode centrality* se tienen medidas de centralidad de la red bipartita (Tabla 87) que muestran la forma en que todos los prestatarios tienen todos los vínculos de pago posibles con todas las etapas a excepción del cuarto (cuya centralidad de grado aunque cercana a uno es inferior).

Tabla 87: Medidas de centralidad (de grado) de la red bipartita.

NODO AGENTE	CENTRALIDAD	NODO ETAPA	CENTRALIDAD
1	1	1	1
2	1	2	1
3	1	3	1
4	0,933	4	0,938
5	1	5	1
6	1	6	1
7	1	7	1
8	1	8	1
9	1	9	1
10	1	10	1
11	1	11	1
12	1	12	1
13	1	13	1
14	1	14	1
15	1	15	1
		16	1

5.4. CONCLUSIÓN.

En el presente capítulo se efectuó un análisis de la red del grupo de prestatarios obteniendo propiedades del mismo respecto del grado así como medidas de centralidad y agrupamiento. Los datos obtenidos reflejan grupos con una alta tasa de pago individual y grupal. Pero como se desconocen cuestiones relativas al muestreo de los datos, sumadas a las limitaciones del tamaño muestral, es imposible efectuar generalizaciones, sacar conclusiones válidas o ajustar distribuciones de probabilidad para averiguar si hay independencia o condicionalidad entre los eventos de pago individual.

Se encontraron grupos con ningún moroso (G0) y con 1 solo moroso (G1) y se obtuvieron correlaciones moderadas positivas entre estos digrafos que implican que hay una relación lineal positiva entre la probabilidad de vínculo de un grupo sin morosos y la de un grupo con un moroso. En otras palabras, a medida que aumenta la probabilidad de que un prestatario pague por otro en G0, se incrementa la probabilidad de que un prestatario pague por otro en G1 (y viceversa). La correlación alta entre G0 y G1 también indica que es probable pasar de un grupo sin morosos a un grupo con morosos en la etapa siguiente (o viceversa). Entonces, se efectuó la regresión lineal entre esos dos grupos de prestatarios. Se encontró una mayor sensibilidad de las probabilidades de vínculo en G1 a las probabilidades de vínculo en G0 que en el otro sentido, lo que permite afirmar que es más fácil pasar de un grupo sin morosos a un grupo con un moroso que volver de un grupo con un moroso a un grupo sin morosos.

Esto permitió pensar en realizar correlaciones entre otros digrafos canónicos consecutivos: se observó que las correlaciones aumentaban hasta que el número de morosos era la mitad del grupo para luego disminuir. Las correlaciones fueron disminuyendo a medida que se tomaron digrafos más lejanos (no consecutivos) hallando que no hay relación lineal entre las probabilidades de pago de grupos de prestatarios como G0 y G14. En otras palabras, es improbable que de un periodo al siguiente se pase de un grupo sin morosos a un grupo donde la mayoría de los prestatarios o todos son morosos (y viceversa). Es notoria la partición en clases de equivalencia según patrón de vínculos entre prestatarios morosos y cumplidos.

Capítulo 6.

CONCLUSIONES, CONTRIBUCIONES Y TRABAJO FUTURO.

En la presente tesis se mostró que en contratos de préstamo grupal, la cohesión social incide en el pago. Se usó un enfoque propio de la simulación basada en agentes y el análisis de redes sociales para afrontar la investigación porque involucran la posibilidad de interacciones (locales y globales) entre prestatarios. Dado el carácter práctico del problema de investigación se trató de establecer un balance entre la parte teórica fundada en la teoría de juegos, la teoría de grafos y, la parte práctica sustentada en la simulación con Netlogo, el análisis de datos en redes con Ucinet y la caracterización del mercado de microcrédito en Colombia.

El capítulo uno ofreció un estado del arte acerca de los estudios que intentan dar cuenta del pago grupal mediante la cohesión social al interior del grupo de prestatarios. Como no se encontraron resultados concluyentes en torno a la relación, hecho que puede atribuirse a la dificultad para hacer medibles las variables asociadas a la cohesión social¹¹³, se formuló una distinción entre la cohesión social que permite la formación del grupo y la que lo sostiene a través de las etapas de pago. Se afirmó que la cohesión social que permite la formación del grupo puede no incidir directamente en el pago grupal a lo largo de las etapas de amortización de la deuda. Y se delimitó a la cohesión social que sostiene el grupo como la relación de pago al interior del grupo de prestatarios a través de las etapas en que son devueltos los préstamos.

En el mismo capítulo se concluyó que los resultados heterogéneos en los estudios revisados pueden atribuirse a las diferencias en la definición y medición de las variables que son empleadas para medir la cohesión social (§1.5). También, se concluyó que la cohesión social que permite la formación del grupo puede no ser la misma que la que lo sostiene a través de las etapas de pago.

En el capítulo dos se planteó el contrato de préstamo grupal como un juego repetido bajo el nombre de juego del préstamo grupal. El juego se modeló como un juego de bienes públicos, un dilema del prisionero n-personal. En el mismo capítulo bajo una dinámica del replicador determinística, se obtuvo un resultado estándar: la proporción de prestatarios cumplidos afronta la extinción (debido a su menor pago esperado respecto de los morosos). Se trabajó bajo independencia en los eventos de pago individual lo que imposibilitó la ocurrencia de interacciones entre prestatarios, por lo que el resultado anterior no es extraño.

¹¹³ Y a los procesos de estadística multivariada usados.

De igual manera, al proponer el contrato de préstamo grupal como un mecanismo de contribución voluntaria¹¹⁴, se halló que el pago esperado de participar en el mismo es función directa de la probabilidad de pago individual. Esta última fue analizada suponiendo que era constante a través de los prestatarios, encontrando que el número de personas que paga en el grupo de prestatarios es binomial cuando hay 2 tipos de prestatarios y bajo independencia en los eventos de pago individual.

En el capítulo tres se trabajó sobre la relación de pago al interior del grupo de prestatarios mediante un digrafo. En términos generales, se intentó ofrecer elementos propios de la teoría de redes sociales (básicamente amparada en la teoría de grafos) vinculándolos al objeto de estudio que es el grupo de prestatarios. Se estudiaron varias medidas de redes sobre los digrafos que se obtuvieron a partir de cierto número de morosos, entre ellas se resaltan las asociadas al grado, dada su afinidad con las medidas de cohesión social.

A partir del enfoque tratado se destaca un resultado fundamental: el número de vínculos de pago del digrafo de prestatarios aumenta hasta que el número de morosos alcanza la mitad del grupo y desde ahí comienza a disminuir. Consecuentemente, la mayor densidad (mayor número de vínculos de pago) en el grupo de prestatarios puede no ser un indicador fiable de una conducta de pago sostenible pues la cuota grupal puede estar asimétricamente distribuida. Se reconoce que por definir la cohesión social con base en la relación de pago se dejaron de lado otras (muchas) relaciones. Dentro de una noción amplia de cohesión social, esas relaciones pueden tener incidencia en el pago grupal.

También, se mostró como la distribución de la cuota grupal según tipos de prestatarios depende tanto del número de morosos como del número de cumplidos que rehusa pagar por los morosos. Retomando lo último, se mostró como bajo un número de morosos fijo, si aumenta el número de cumplidos que rehusa pagar por los morosos entonces aumenta la cuota final de los cumplidos. Estos son incentivos que toman en cuenta los prestatarios para decidir contribuir.

Se reconoce que el tratamiento de la cohesión social a través de la relación de pago fue algo exhaustivo al abordar no solo la posibilidad de independencia¹¹⁵ sino de condicionalidad entre los eventos individuales de pago y esto, no solo para dos sino para J (>2) tipos de prestatarios. Un aporte del trabajo es la exploración de la condicionalidad entre eventos de pago de un prestatario por otro, obteniendo resultados puntuales: cuando existen dos tipos de prestatarios y la probabilidad de pago de uno es función inversa de la de otro, el número de cumplidos tiene distribución hipergeométrica (este resultado se amplía para J tipos de prestatarios con una hipergeométrica generalizada); cuando la relación entre probabilidades de pago es directa, la proporción de cumplidos se distribuye beta (para J tipos de prestatarios será Dirichlet). La insuficiencia de datos impidió el ajuste de estas distribuciones de probabilidad (en el último capítulo) para revisar si hay independencia o condicionalidad en los eventos de pago individual.

Es razonable justificar la independencia en los eventos de pago individual cuando los grupos se forman aleatoriamente, lo que implica que los vínculos preexistentes de cualquier índole entre los prestatarios son nulos o débiles.

¹¹⁴ Se pueden dar pasos adicionales en este frente reconociendo que existen aportes (como Sánchez & Martínez, 2012) para abordar estos mecanismos vinculándolos con juegos canónicos.

¹¹⁵ Para J tipos de agentes bajo independencia se generalizó el resultado de número de cumplidos binomial a una multinomial.

Pero puede que un prestatario solo esté dispuesto a formar un costoso vínculo de pago en presencia de una serie de vínculos comerciales, geográficos, familiares, etc., que le permitan asegurarse de alguna manera por otro medio ante cualquier contingencia para presionar la devolución de su dinero. Por lo anterior, la condicionalidad en los eventos de pago individual posiblemente tiene lugar cuando la cohesión social existente no es nula, es decir, cuando los grupos se forman por autoselección de sus miembros. Se pueden hacer contribuciones futuras a partir de lo anterior, principalmente respecto de la implementación de rutinas que no supongan independencia ni en las probabilidades de pago ni en las observaciones. También sería interesante poder tratar la dependencia entre eventos de pago a lo largo del tiempo (y no solo entre agentes en el mismo período como aquí se planteó).

En el capítulo cuatro se formuló una simulación para tratar el juego del préstamo grupal con interacciones locales. Se buscó presentar al programa Netlogo como una alternativa para la simulación basada en agentes por su flexibilidad. La simulación dependió de dos parámetros, la proporción inicial de cumplidos y el premio a la deserción. Se obtuvieron otros patrones, además de la extinción de los cumplidos obtenida en el capítulo dos, que permitieron la coexistencia de los cuatro tipos de prestatarios descritos. El modelo no tuvo en cuenta las interacciones globales ni las mixtas (globales y locales), lo que abre un frente de investigación futuro.

En el capítulo cinco se ofreció un análisis exploratorio de los datos obtenidos. En términos generales se intentó ofrecer elementos para el uso de Ucinet como poderosa herramienta en el análisis de redes sociales como la red del grupo de prestatarios con su relación de pago. En capítulos precedentes (uno al tres particularmente en §2.3 caso 2) se postuló que la estructura del grupo de prestatarios estaba determinada por la relación de pago, pero la relación de pago también determina la estructura del grupo de prestatarios. En consecuencia, en el capítulo cinco se procedió primero haciendo un análisis “top-down” para revisar como las relaciones entre agentes solo son posibles dentro de la estructura que los contiene. Luego, se pasó a hacer un análisis “bottom-up” para revisar la forma en que la estructura de un grupo esta determinada por el tipo de relaciones que finalmente los agentes establecen.

Los datos revelaron una alta tasa de pago individual: en tres de los diez grupos a cuya información se tuvo acceso, solo hubo un prestatario que decidió no pagar su cuota en una etapa (de dieciséis). Lo anterior se constató por la aparición de solo dos digrafos canónicos el G0 (cuando hay cero morosos) y el G1 (cuando hay un moroso). El promedio de la proporción de personas que pagó individualmente (cumplidos) estuvo entre 99.58% y 100% con una media de 99.875%. En el mismo capítulo se obtuvieron varios estadísticos sobre los digrafos y se hallaron correlaciones entre digrafos. Se encontró una asociación moderada en el pago entre G0 y G1. Entonces se realizaron regresiones entre G0 y G1. Dadas las regresiones entre los vínculos de los grupos sin morosos y con un moroso, se observó que es más fácil pasar de tener un grupo en que pagan todos a un grupo en que no paga uno que volver de un grupo con un moroso a un grupo sin morosos. Aunque otros digrafos canónicos no fueron observados en los datos, se evaluó la posibilidad de encontrar asociaciones entre digrafos consecutivos; estas fueron más fuertes que entre digrafos no consecutivos. Además, tales correlaciones aumentaron hasta que el número de morosos en el digrafo correspondiente era la mitad del tamaño grupal y luego comenzaron a disminuir: la correlación entre G0 y G1 es menor que la correlación entre G6 y G7 que fue la misma que entre G7 y G8 y esta fue mayor que la correlación entre G13 y G14.

La asociación más alta entre digrafos consecutivos fue entre G6 y G7. Las correlaciones más altas entre digrafos consecutivos respecto de los no consecutivos pueden atribuirse a que, como la conducta de los morosos es visible y costosa, es más fácil que se pase de un grupo en que pagan todos los prestatarios a que no pague uno, a que en el mismo grupo de cumplidos lleguen a ser todos morosos. De hecho se obtuvo una correlación cero entre G0 y G14.

Frente a la carencia de atributos de los prestatarios (como los demográficos) se generaron datos como el estado civil y el género de los prestatarios miembros del grupo para ilustrar ciertas hipótesis y su tratamiento con Ucinet, siempre teniendo presente la inconveniencia de tratar datos reales junto con datos generados. También, debe señalarse que varios procesos de inferencia estadística realizados requerían independencia de las observaciones, que no se tiene (por la naturaleza de los datos). Por lo anterior, su validez y alcance son limitados. Dada la no independencia en las observaciones es útil poder ofrecer en un futuro modelos diádicos más complejos.

Desafortunadamente, por cuestiones de tiempo no se alcanzaron a obtener resultados concretos en torno a (parte teórica):

1. Una versión estocástica de la dinámica del replicador que posiblemente permita extender los resultados del capítulo dos y que de alguna forma pueda asociarse con lo observado en el capítulo cuatro.
2. Una aproximación del problema a un modelo de Ising que permita tratar las interacciones globales, cuando la decisión de un agente depende del pago promedio de todos los agentes, para completar el capítulo cuatro.

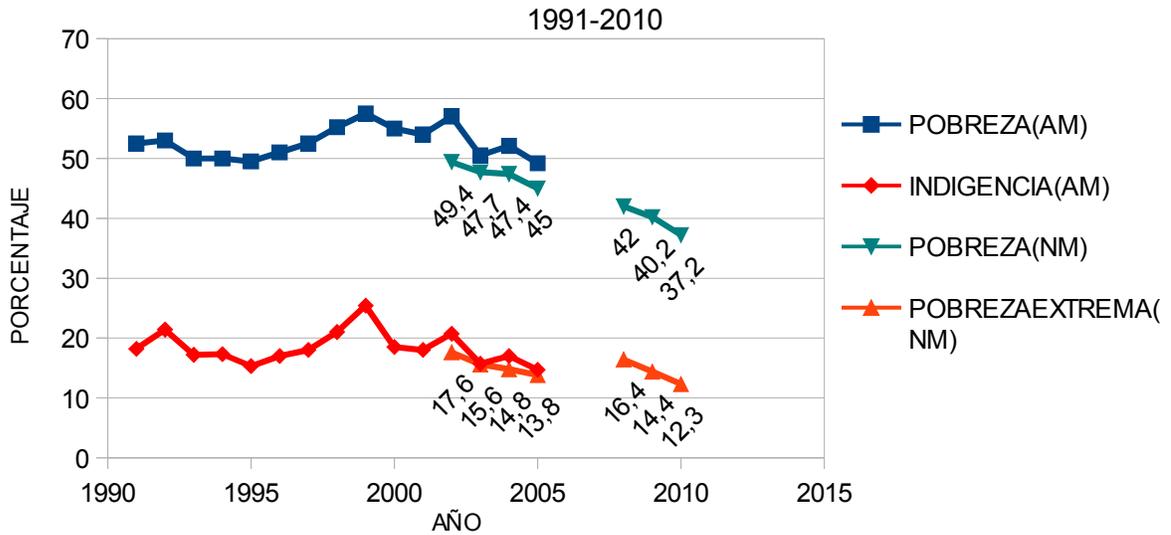
Y por cuestiones de acceso a la información tampoco pudo realizarse (en cuanto a la parte práctica):

3. Un análisis menos restrictivo de la red que involucrara la mayor cantidad posible de atributos de los prestatarios. Con esa información, en el capítulo cinco pudo haberse tratado un multigrafo, un grafo con múltiples relaciones entre prestatarios (de parentesco, comerciales, de distancia geográfica, étnicas, etc.). Ante la carencia de esa información no pudo verificarse si tales relaciones pueden incidir en la probabilidad de pago individual y por esta vía en el pago grupal. El análisis con esos datos requiere consideraciones en torno a los problemas de clasificación de las variables exógenas (raza, religión, etc.) y endógenas (vecindad, amistad, etc.) como los señalados al final del primer capítulo y en torno a la no independencia de las observaciones para poder formular un modelo que pueda reflejar más acertadamente los hechos.

Hechos, que están ligados a la dinámica del microcrédito. Como se observó en las gráficas 1 y 2, durante la última década, en Colombia los desembolsos por microcrédito presentan una tendencia creciente exponencial. Sin embargo, los recursos asignados aún son insuficientes para cubrir las necesidades de financiamiento en un país donde en el mismo lapso, según el método de líneas de pobreza y cifras oficiales, existen cerca de 50% de pobres, 20% de indigentes -por debajo de la línea de pobreza- (Gráfica 57), 50% de informales (personas que trabajan sin vínculo laboral formal) y 10% de desempleados (Gráfica 58).

Gráfica 57. Incidencia de la pobreza y de la pobreza extrema en Colombia 1991-2010 (comparación de metodologías: AM, antigua metodología; NM, nueva metodología; el vacío ocurrió por un empalme de series).

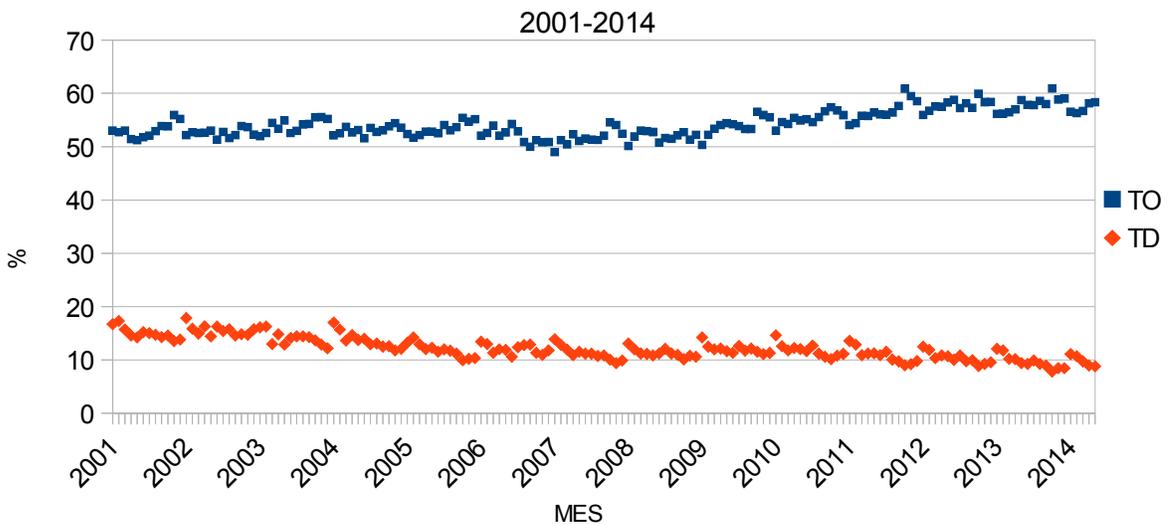
POBREZA Y POBREZA EXTREMA EN COLOMBIA



Fuente: Elaboración propia con datos del DANE

Gráfica 58. Ocupación y desempleo en Colombia 1991-2010 -TO, tasa de ocupación o de empleo= (ocupados/N en edad trabajar); TD, tasa de desempleo=(desocupados/ N económicamente activa; esto se hace así pues PET>PEA)-

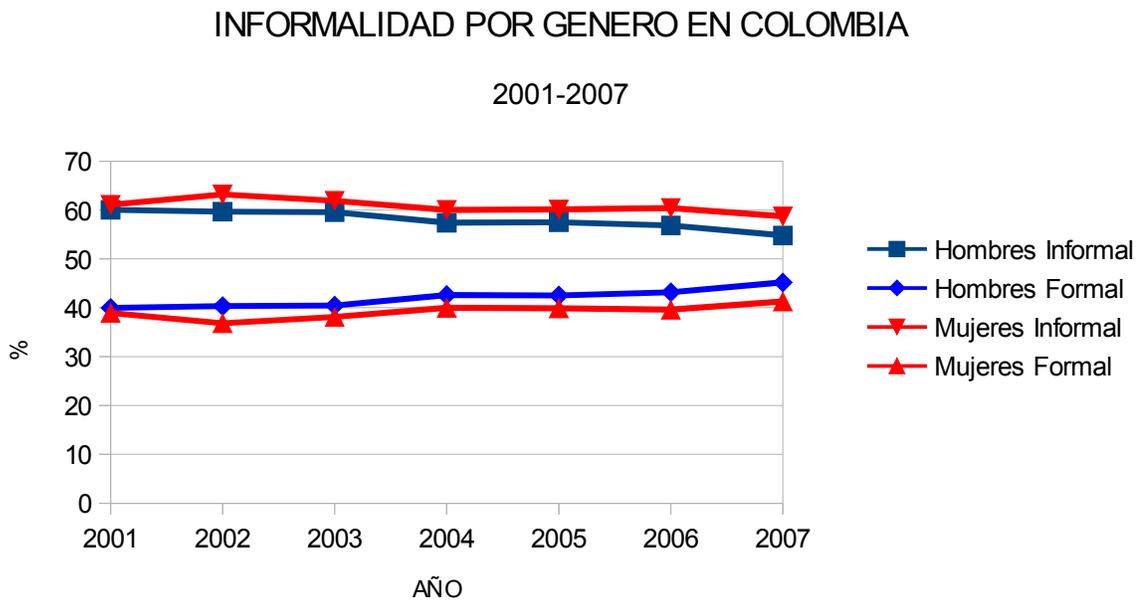
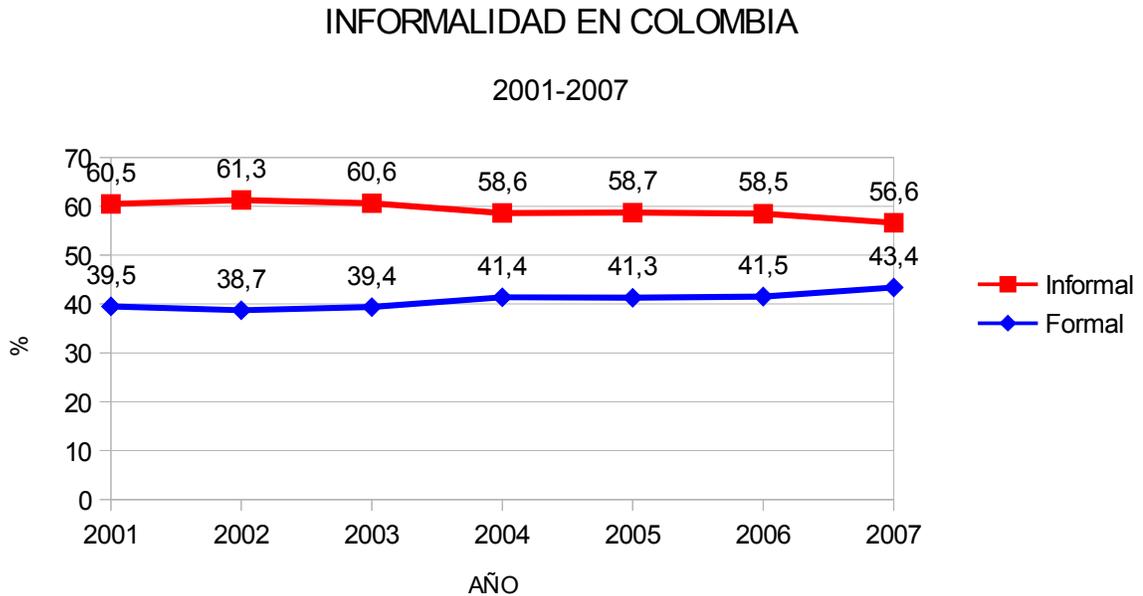
TASA DE OCUPACION Y TASA DE DESEMPLEO EN COLOMBIA



Fuente: Elaboración propia con datos del DANE

Respecto de la informalidad en Colombia, García (2009, 22) concluyó que “el peso de las actividades informales en la economía colombiana es grande y no ha variado mucho en los últimos 15 años. A partir de varias definiciones, tanto del lado de la productividad como de la evasión de las normas, se ha observado que dichas actividades generan cerca del 60% de los empleos en Colombia.” encontrando como principal factor que impide el crecimiento de las actividades informales al capital humano de los ocupados.

Gráfica 59. Evolución anual informalidad en Colombia (proporción de ocupados formal e informal).



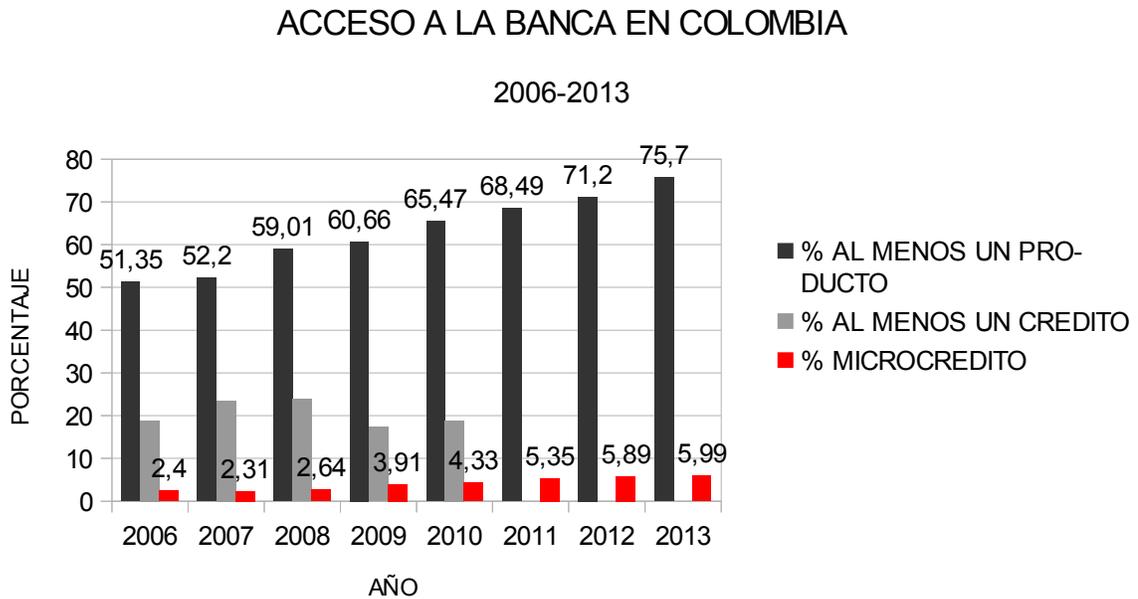
Fuente: Elaboración propia con datos del DANE

Lo que ocurre es que variables como la educación solo pueden cambiar a largo plazo y ante la persistencia de una informalidad creciente (a pesar del gráfico) es apremiante entablar medidas que permitan a estos sectores poblacionales desempeñarse productivamente. En este escenario, el acceso al crédito es fundamental siempre que sea con la precaución necesaria por parte del prestamista.

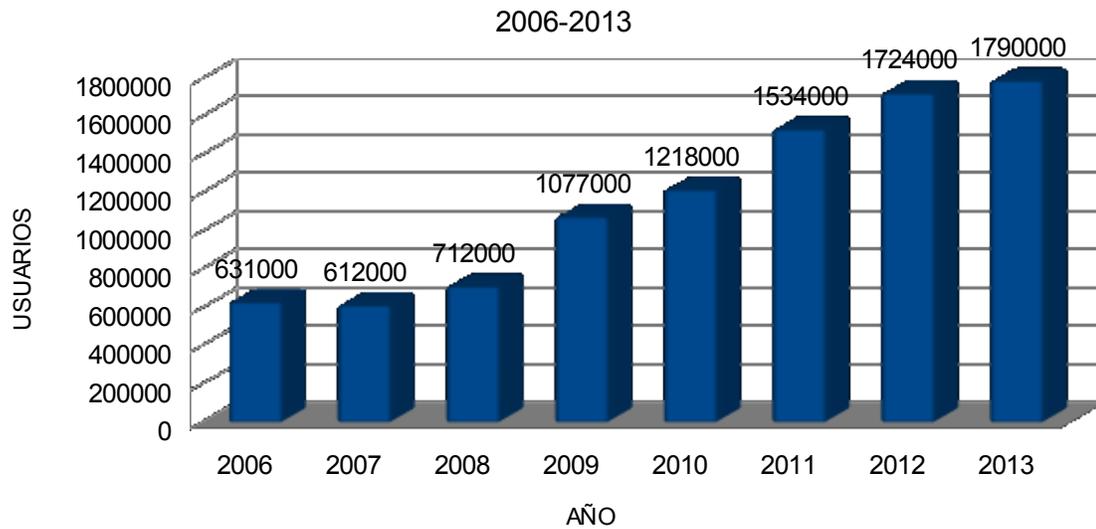
Lopez y Nuñez (2007) caracterizaron a los pobres colombianos como mujeres, con hogares más grandes, con más niños, con menos años de educación, desempleados u ocupados en el sector informal, sin seguridad social y con una percepción desfavorable acerca de su estado de salud, condiciones de vivienda y vulnerabilidad ante riesgos ambientales y sociales; los grupos con mayor incidencia de pobreza fueron las mujeres rurales, los indígenas y los afrodescendientes. En la mayoría de los informes nacionales e internacionales sobre pobreza consultados para esta investigación, el acceso al crédito como política pública que forma parte de una política seria de lucha contra la pobreza esta ausente o es marginal.

Adicionalmente los recursos para microcrédito pueden ser insuficientes dadas las cifras oficiales de bancarización: a 2013 cerca de 70% de las personas cuenta con al menos un producto financiero y cerca del 5% con microcrédito. (Gráfica 60).

Gráfica 60. Bancarización, acceso al crédito y al microcrédito en Colombia 1991-2010.



CLIENTES DE MICROCRÉDITO EN COLOMBIA

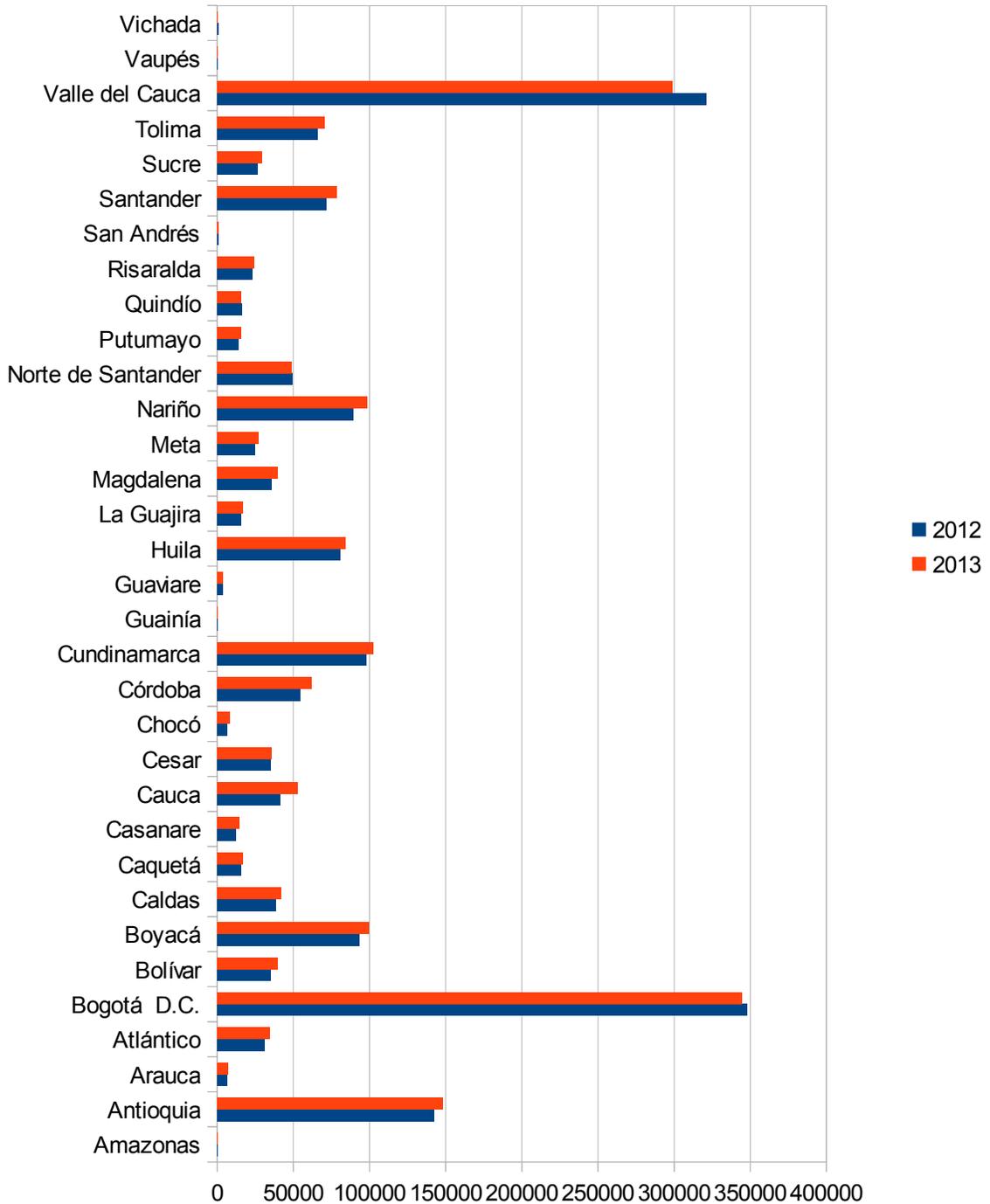


Fuente: Elaboración propia con datos de Asobancaria. A partir de 2011 no se contó con datos del porcentaje de personas con al menos un crédito.

Pero ¿quienes son los usuarios de microcrédito en Colombia?; ¿serán los mismos pobres? No se contó con suficiente información sobre los usuarios de microcrédito, en particular respecto de sus condiciones de vida y variables demográficas. Sin embargo, según el reporte de bancarización de Asobancaria, para 2009 los usuarios de microcrédito eran en su mayoría hombres entre 30 y 50 años. En 2012 y 2013, la mayor parte de los microcréditos se concentraba en Bogotá, Valle y Antioquia (Gráfica 61; Gráfica A1). Entonces, puede pasar que el perfil de las personas con acceso al microcrédito este lejos del de las personas más pobres que son mujeres y estan en las zonas rurales.

Gráfica 61. Microcréditos por departamento en Colombia 2012-2013.

MICROCREDITOS POR DEPARTAMENTO

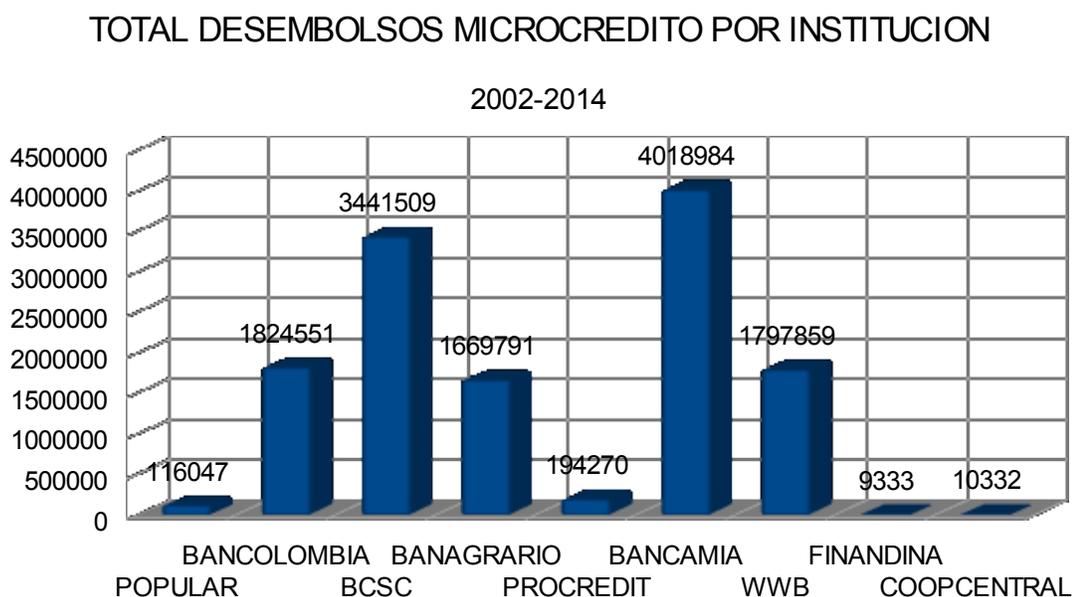


Fuente: Elaboración propia con datos de Asobancaria.

El fin del microcrédito es la financiación de pequeños proyectos productivos, no el consumo o simplemente la concesión de pequeños montos con altos intereses a las personas pobres sin importar su destino. Según la ley 590 de 2000 y el decreto 919 de 2008, el microcrédito es aquella operación de crédito dirigida al microempresario, cuyo monto global no exceda veinticinco (25) salarios mínimos mensuales legales vigentes. No se defiende que el acceso al crédito y el endeudamiento sean factores que automáticamente sacan a las personas pobres de su condición sino que este, junto con otras políticas públicas de acceso a ciertos bienes públicos y privados (educación, salud, vivienda, justicia, etc.) sin asistencialismo pueden operar en tal sentido.

Podría defenderse una profundización del mercado de microcrédito argumentando que las fuerzas de la competencia indujeran mayores montos y menores intereses; esto no ha pasado en varias economías con ingresos similares pero mercados microfinancieros más profundos que el colombiano. Ni pasará en Colombia si se llegan a masificar los contratos grupales. Uno de los obstáculos para la profundización del mercado crediticio colombiano y el acceso al crédito para las personas de menores recursos, es que los bancos colombianos ofrezcan los microcréditos bajo la modalidad de préstamos individuales con garantías, modalidad que se entiende por los problemas que afronta el prestamista sobre todo en el ámbito legal para hacer cumplir los contratos.

Gráfica 62. Total de desembolsos por microcrédito según institución 2002-2014.

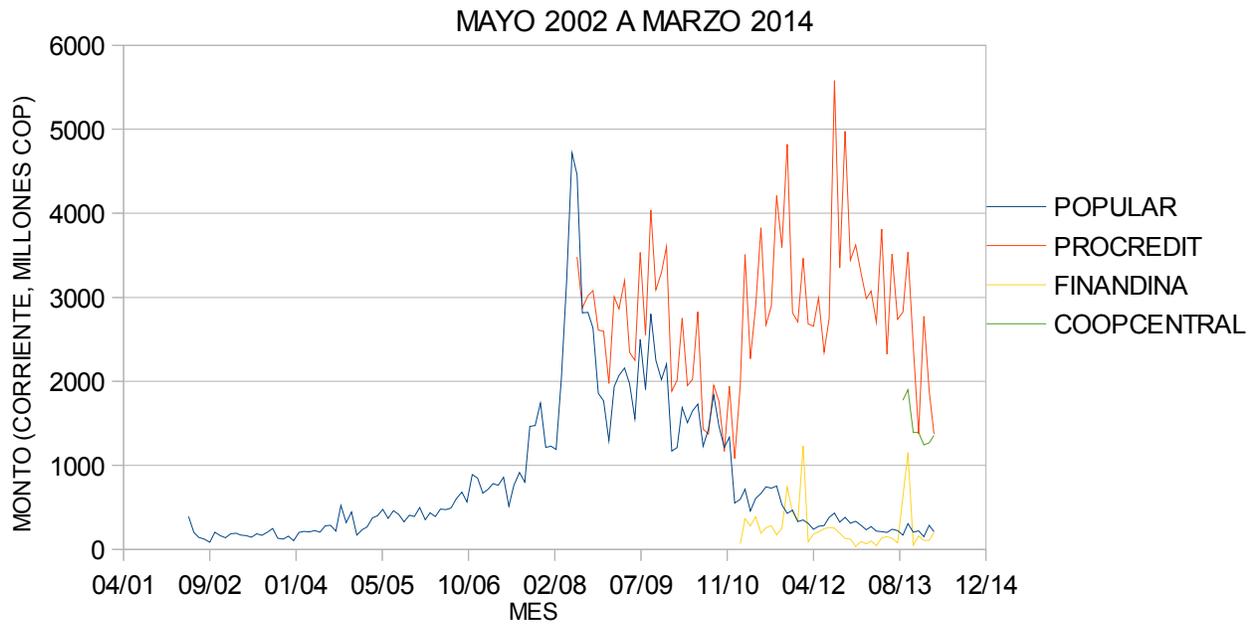


Fuente: Cálculos del autor con base en datos de la Superintendencia Financiera de Colombia (en millones COP)

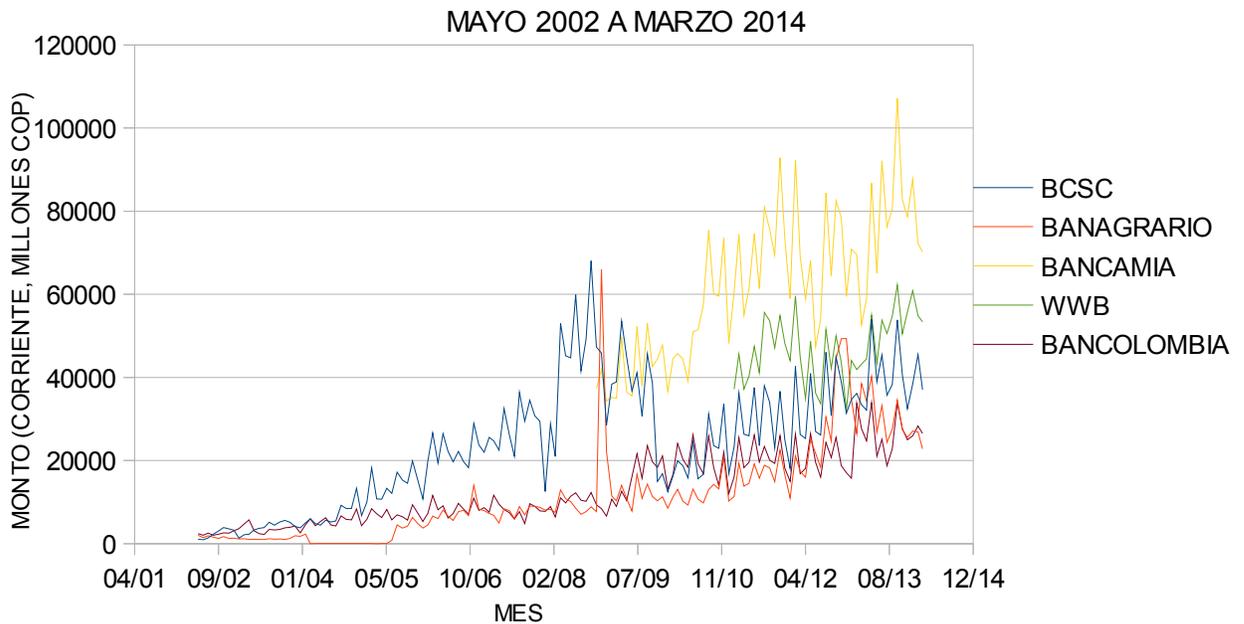
Gráfica 63. Evolución mensual (2002-2014) de desembolsos por microcrédito según institución por debajo a 7000M COP (panel superior).

Evolución mensual (2002-2014) de desembolsos por microcrédito según institución superior a 10000M COP -promedio- (panel inferior)

DESEMBOLSOS MICROCREDITO POR INSTITUCION (<\$7000M/MES)

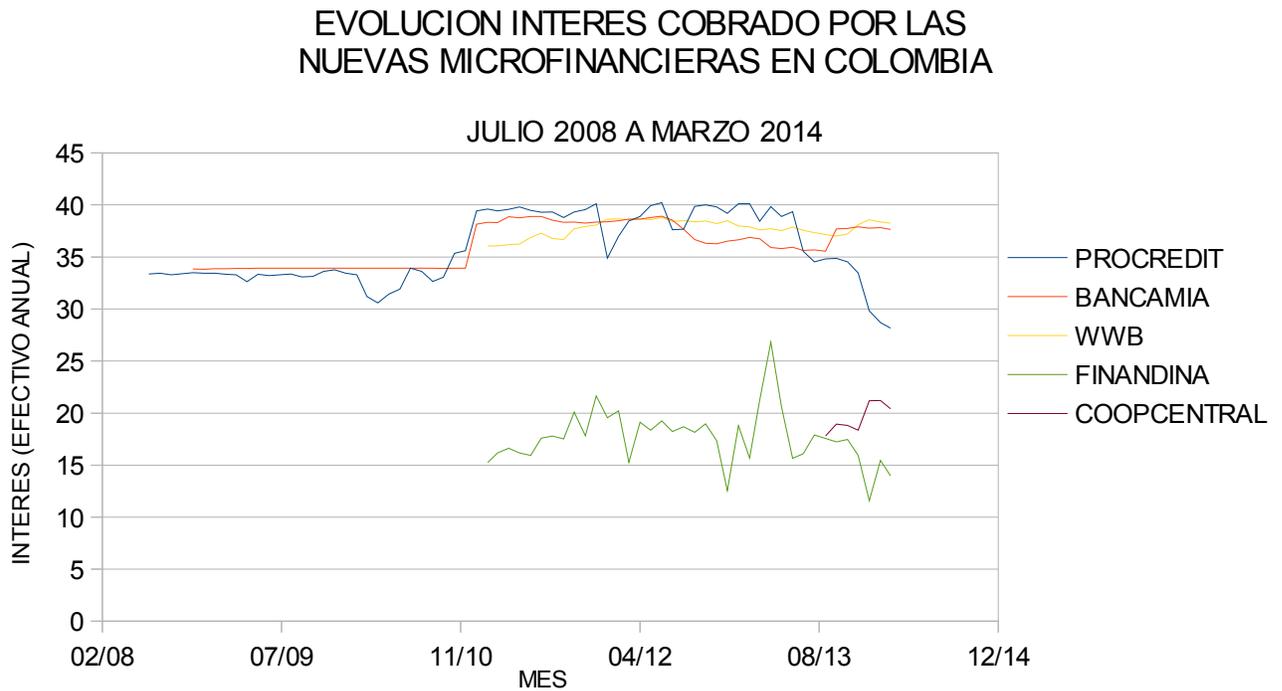
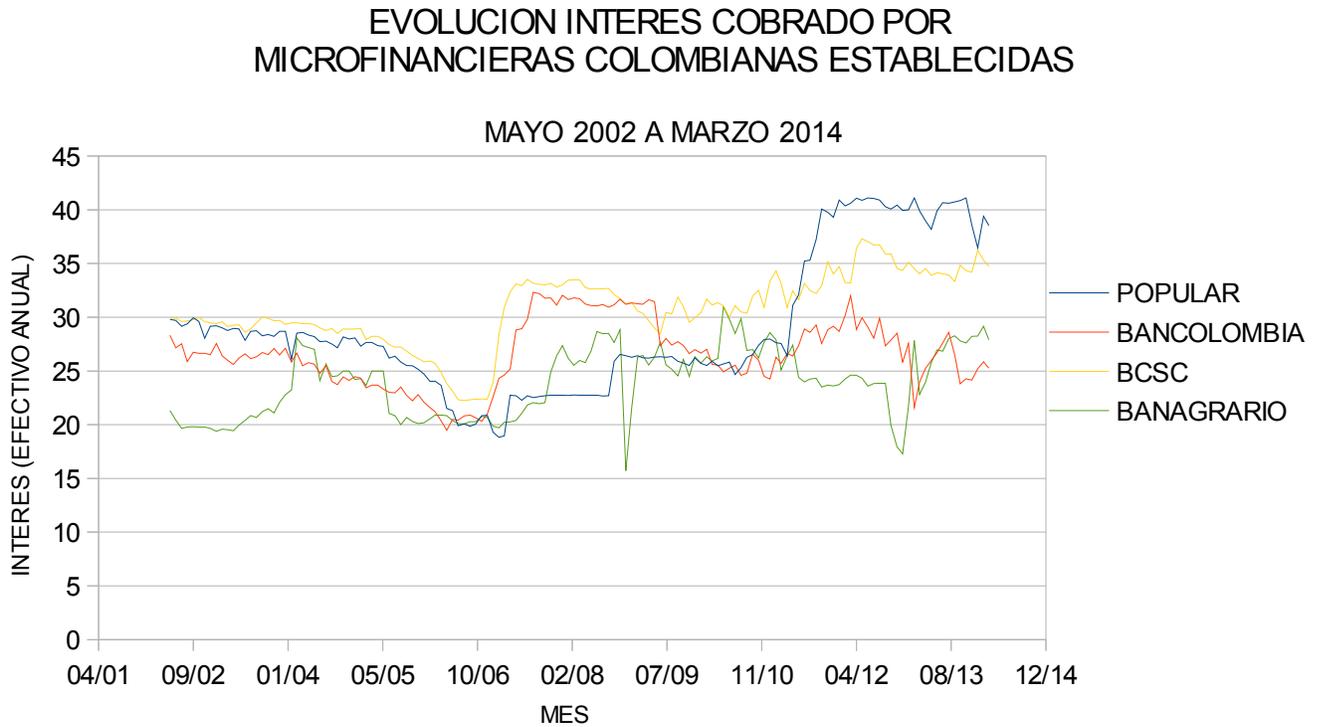


DESEMBOLSOS MICROCREDITO POR INSTITUCION



Respecto del interés cobrado por las instituciones microfinancieras colombianas para la modalidad microcrédito se muestra su evolución mensual (Gráfica 64).

Gráfica 64. Evolución mensual del interés cobrado por microfinancieras establecidas en Colombia 2002-2014 (panel superior).
Evolución mensual del interés cobrado por nuevas microfinancieras en Colombia 2002-2014 (panel inferior).



Se observa que las instituciones microfinancieras establecidas (bancos colombianos antiguos que inauguraron la modalidad de microcrédito en Colombia) han cobrado una tasa de interés efectiva anual que va del 15 al 43%, mientras que las nuevas instituciones (que abrieron luego de 2008) cobran una tasa que va del 11 al 40%. En ambos casos no hay una evidente tendencia decreciente (o creciente) de las tasas de interés. Lo que sí puede decirse, es que estas tasas son mucho mayores que las que las mismas instituciones cobran por otras modalidades de crédito (Gráfica A3).

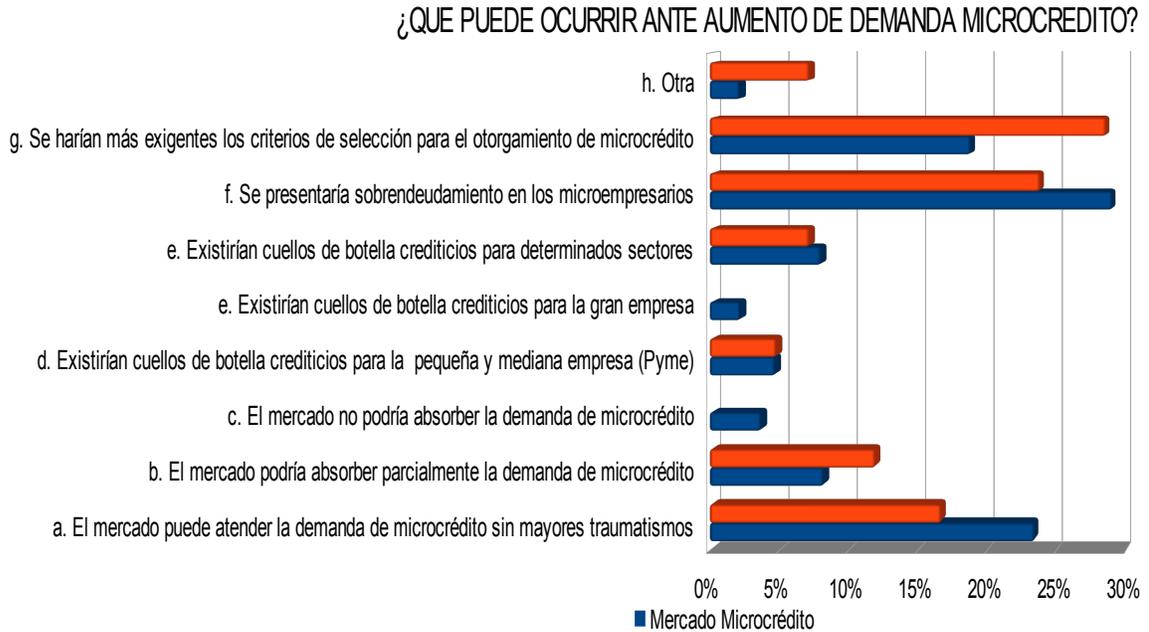
Como ya se mostró (Gráficas 4 y 5), aunque los montos destinados por el sector bancario formal al microcrédito son crecientes, todavía no se alcanza un monto sustancial respecto de las otras modalidades de crédito. Los montos son insuficientes no solo porque respecto de las otras modalidades de crédito son bajos sino porque no pueden cubrir las necesidades de financiamiento de cerca de 50% de la población colombiana catalogada como pobre (ver Gráfica 57). En concordancia con la evidencia observada en otros países de ingreso cercano a Colombia (Mexico, Perú), muy probablemente la concesión de microcréditos bajo la modalidad grupal, al solucionar los problemas de información, pudiera profundizar el mercado crediticio microfinanciero alcanzando así un mayor porcentaje de la población que lo demanda al carecer de acceso al crédito por su condición (Gráfica A2).

Dadas las restricciones de acceso a los microcréditos en Colombia, que operan bajo la forma de contratos individuales otorgados a personas independientes con un negocio en marcha (de antigüedad no inferior a un año) cuyos ingresos no sean inferiores a un cierto monto según extractos bancarios, se tiene que probablemente el servicio de crédito solo alcanza a los más ricos de los pobres. Aquí radica la necesidad de la difusión de un mecanismo como el contrato grupal que con todas las fallas que pueda tener, nunca ha pretendido sacar a los pobres de su condición endeudándolos sino simplemente ofrecerles una oportunidad de acceso al crédito productivo. Es claro que tampoco las personas salen de la pobreza cuando el gobierno les otorga subsidios; por ello es necesario que se les ofrezcan oportunidades para generar ingresos.

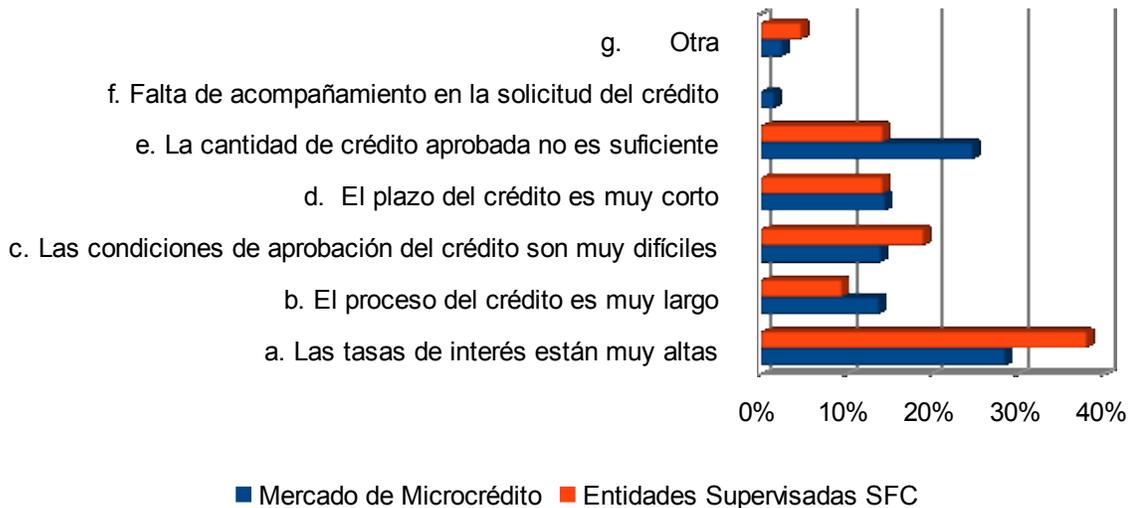
La última experiencia en Colombia de créditos ofrecidos bajo la modalidad grupal fue la de Finansol hasta hace cerca de 15 años, que al parecer declinó por razones administrativas y de mala gestión de cartera. En 2010 reapareció el mecanismo siendo implementado esta vez por la Fundación Grameen-Aval parte del conglomerado financiero de Luis Carlos Sarmiento.

¿Qué puede pasar al aumentar la oferta de microcrédito? Tomando las precauciones necesarias en cuanto a gestión de riesgo y cartera en un mercado con un exceso de demanda de microcrédito tan grande, esta puede ser absorbida, al menos parcialmente y suponiendo el resto de factores constante. Además bajo una percepción de los usuarios sobre las tasas de interés como altas el ajuste puede ser gradual.

Gráfica 65. Percepción de los prestamistas sobre las medidas que pueden tomar ante aumentos de la demanda (pánel superior). Percepción de los prestatarios sobre el trámite de solicitud de microcrédito (pánel inferior).

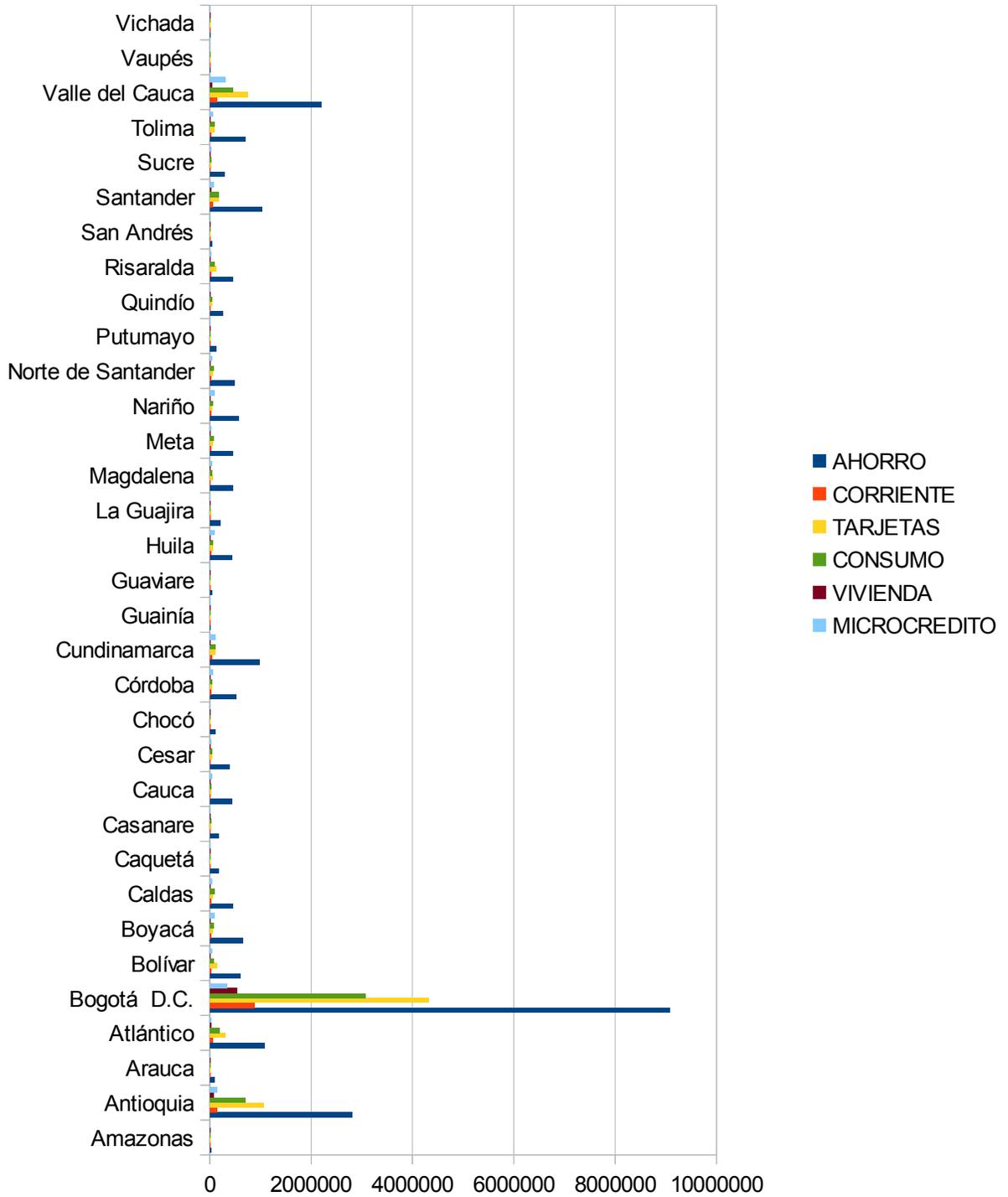


COMENTARIOS DE CLIENTES SOBRE LA SOLICITUD DE MICROREDITO



Fuente: Elaboración propia con datos de la Encuesta sobre la situación del microcrédito, Abril—Junio 2014 del Banco de la República, Colombia

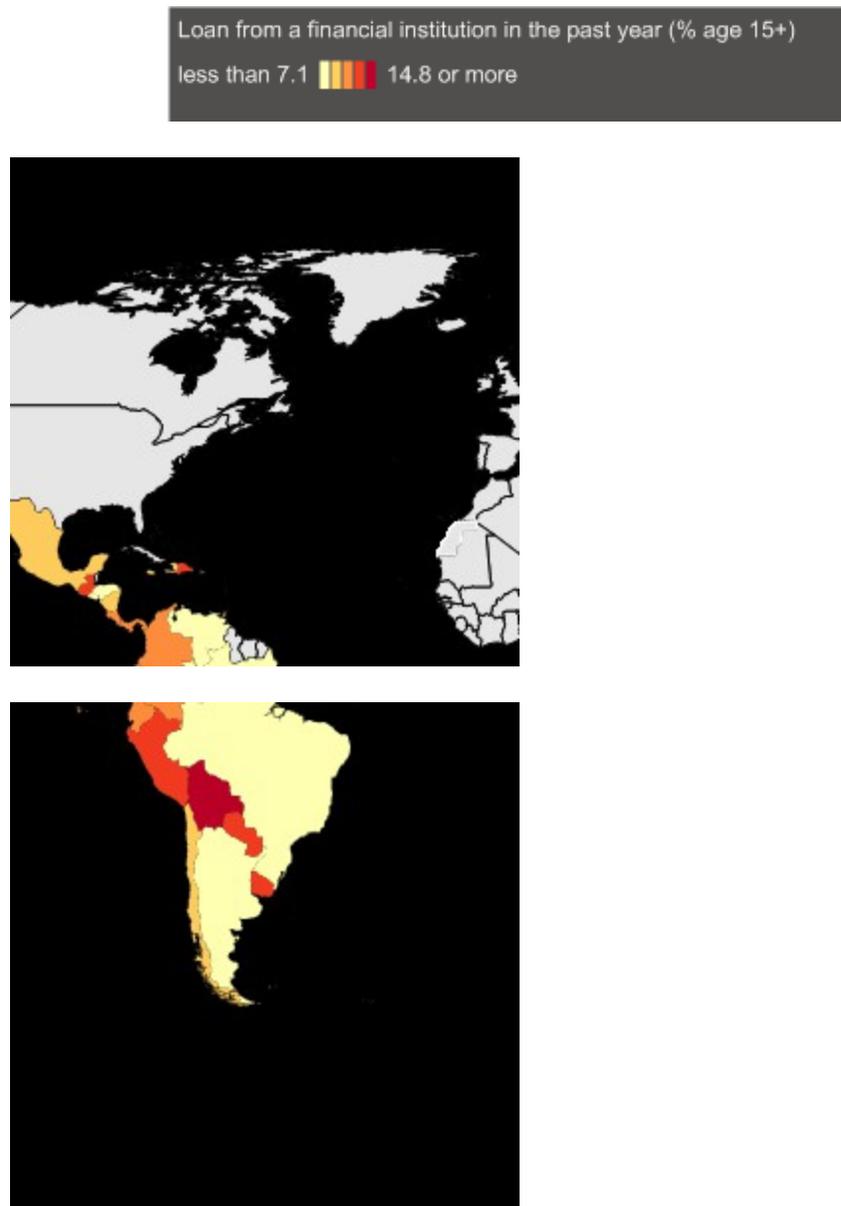
PRODUCTOS POR DEPARTAMENTO 2013



Fuente: Elaboración propia con datos de la Asobancaria, Colombia

Gráfica A2. Microcrédito en la región.

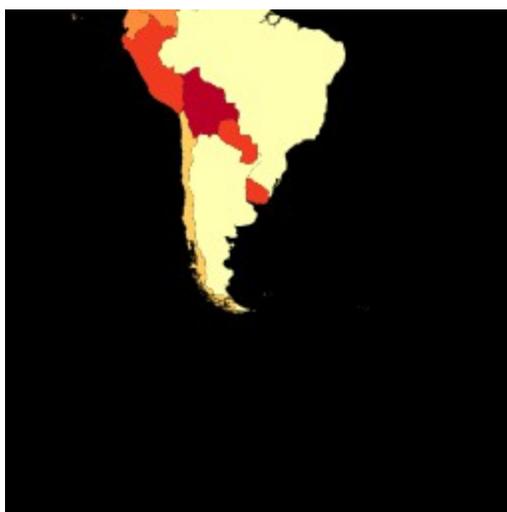
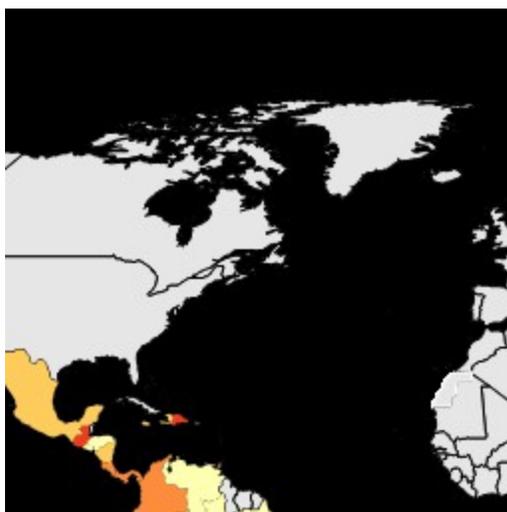
Porcentaje de habitantes que recibió un crédito formal el último año en la región 2010.



Fuente: Banco Mundial

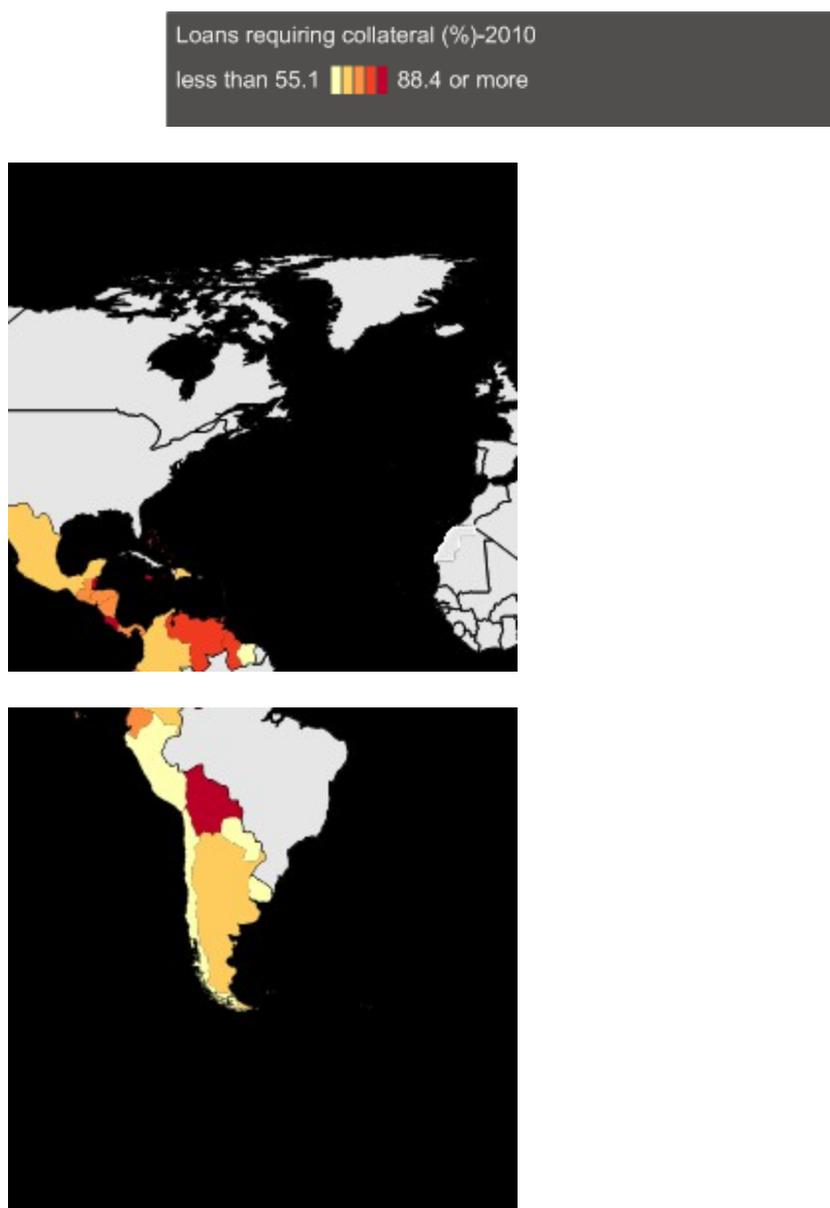
Porcentaje de habitantes que recibió un crédito formal el último año en la región 2011.

Loan from a financial institution in the past year (% age 15+)-2011
less than 7.1 14.8 or more



Fuente: Banco Mundial

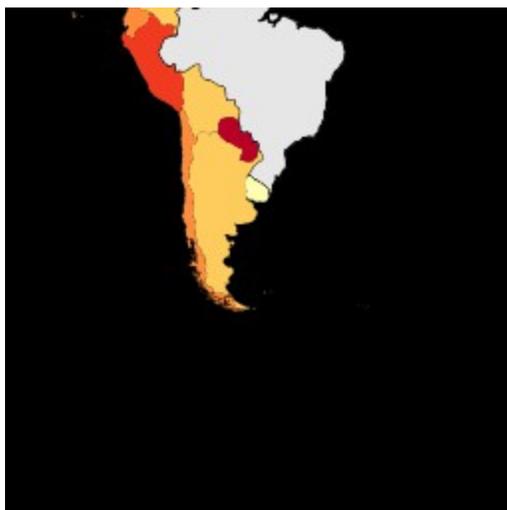
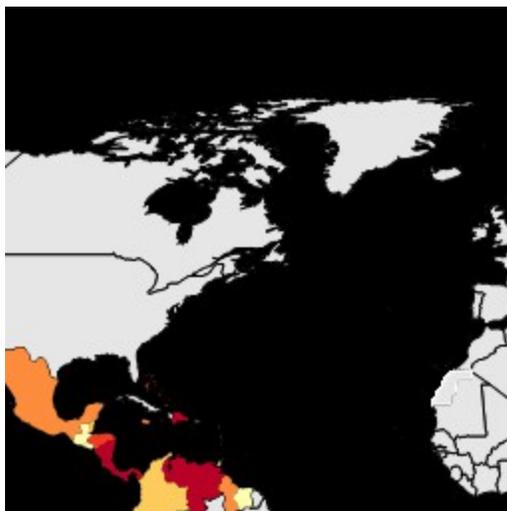
Porcentaje de créditos con colateral en la región 2010.



Fuente: Banco Mundial

Valor de colateral en la región 2010.

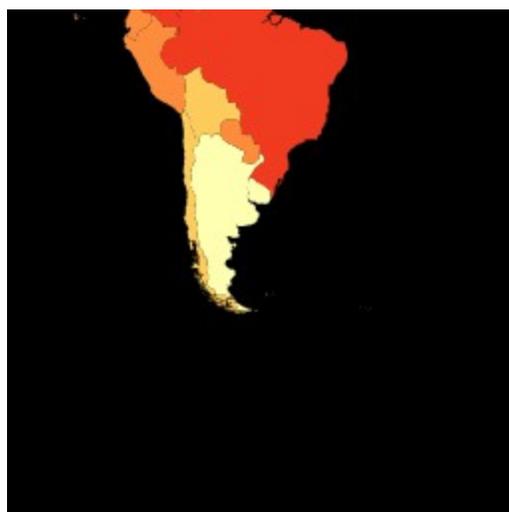
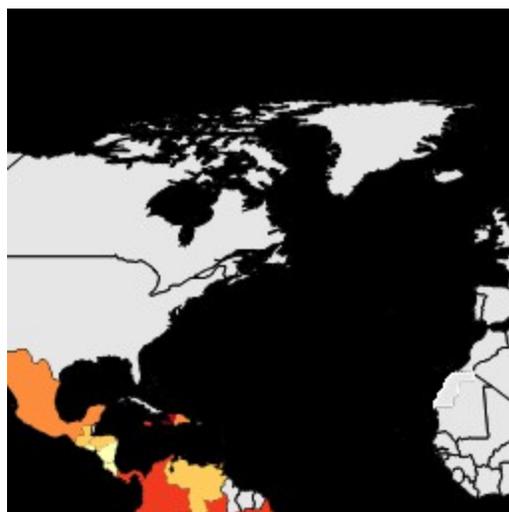
Value of collateral needed for a loan (% of the loan amount)-2010
less than 166.3  231.6 or more



Fuente: Banco Mundial

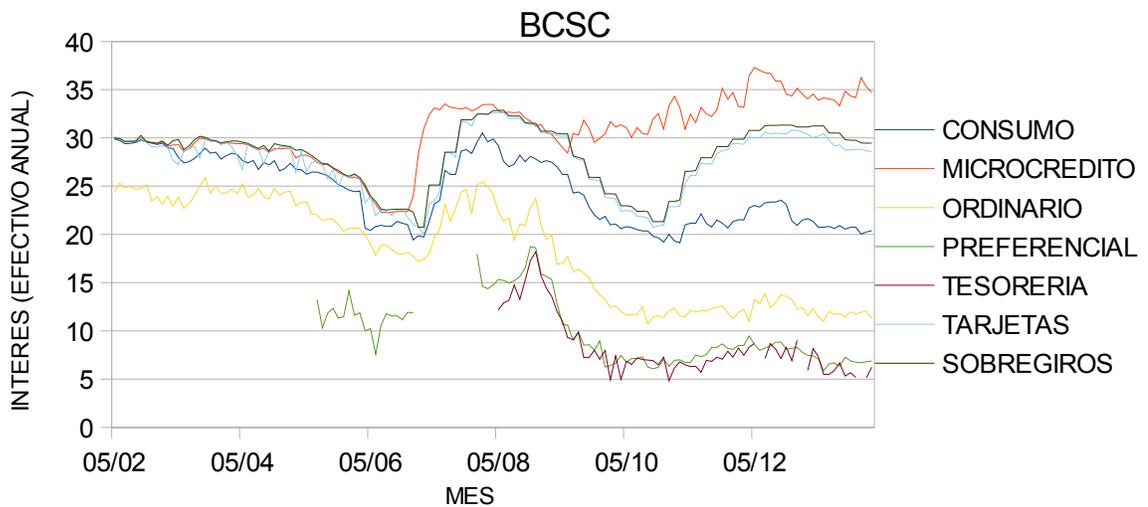
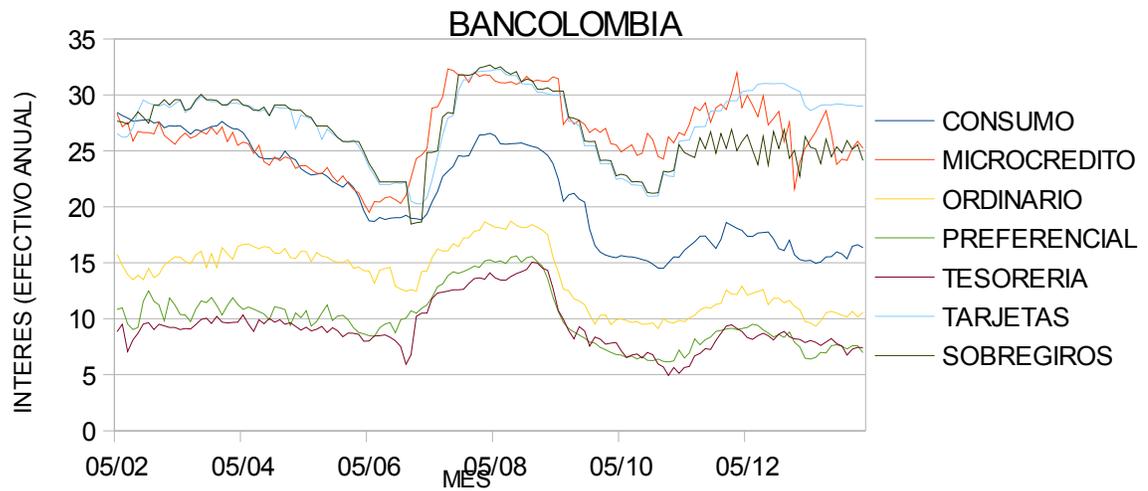
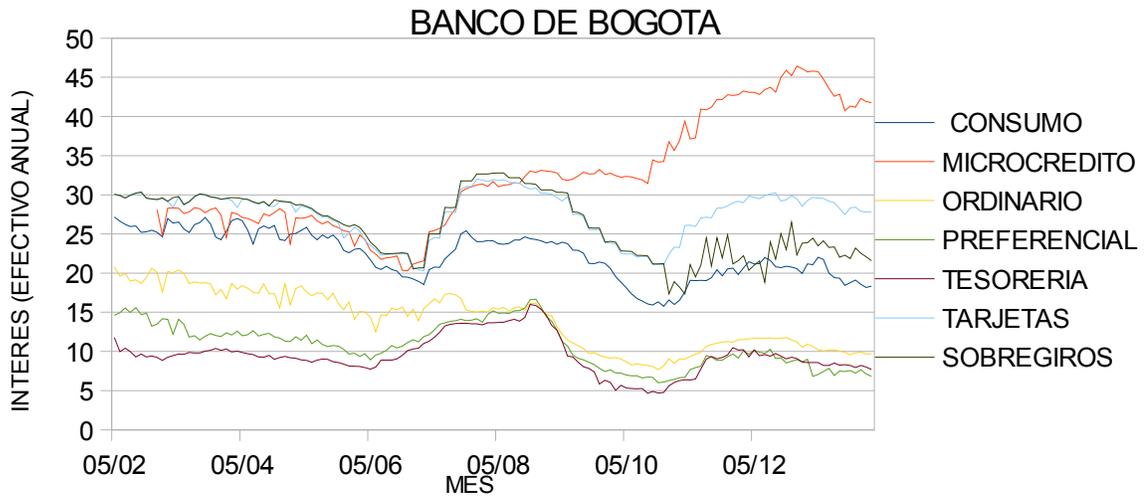
Préstamos de familiares o amigos en la región 2011.

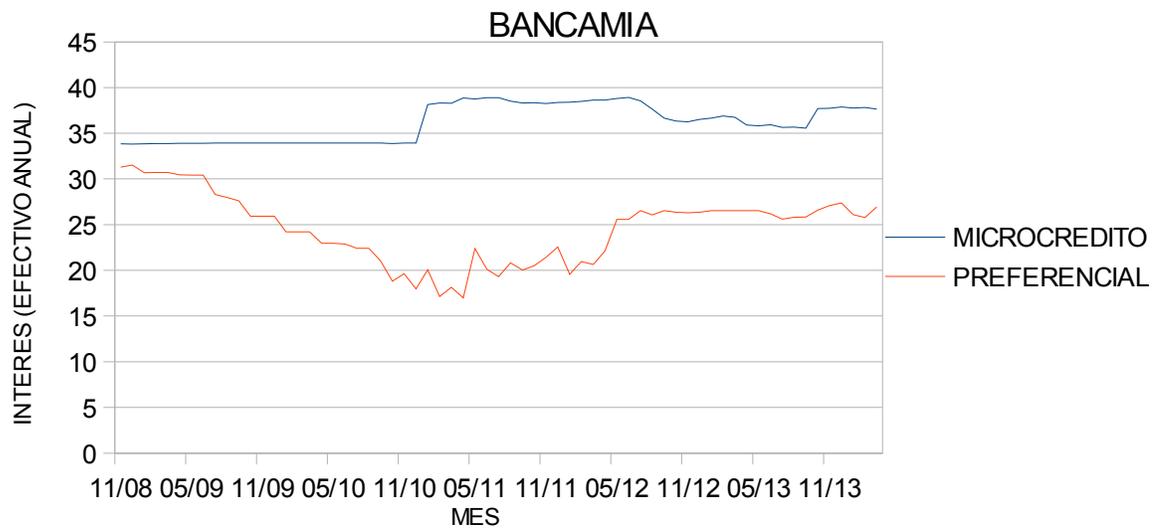
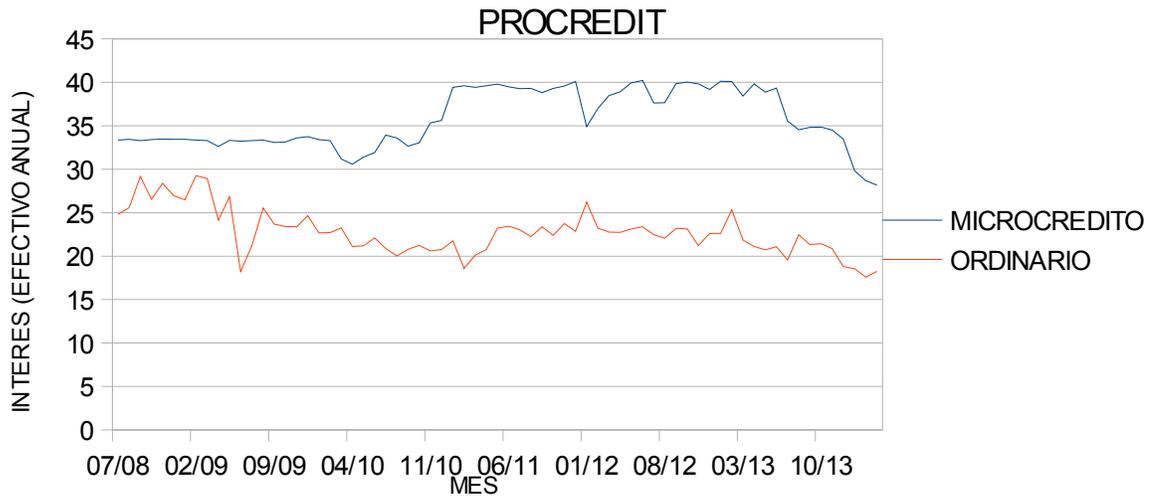
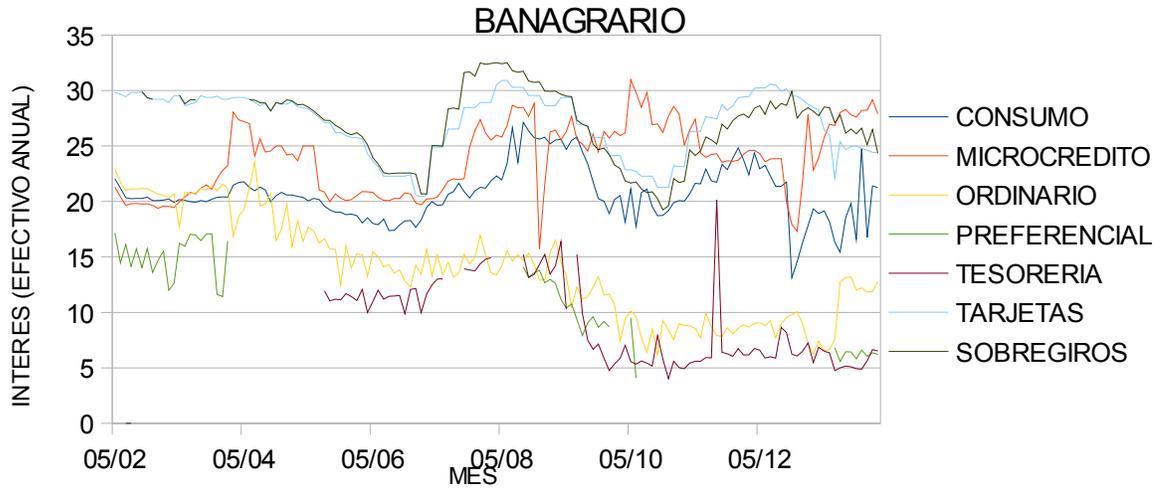
Loan from family or friends in the past year (% age 15+)-2011
less than 7.1 20.7 or more

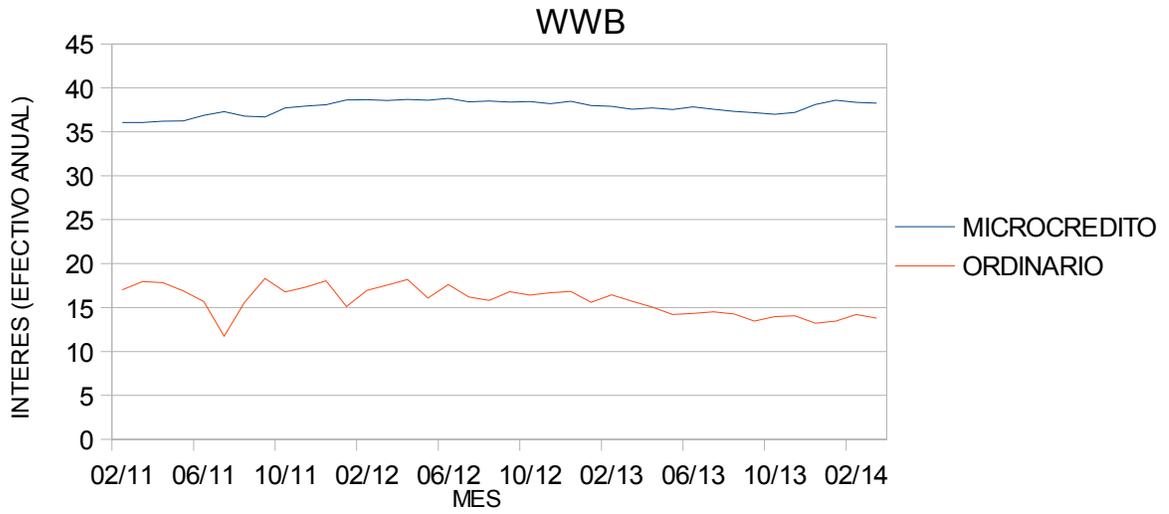


Fuente: Banco Mundial

Gráfica A3. Evolución mensual de los intereses por tipo de crédito en Colombia para las instituciones microfinancieras mas grandes (según montos colocados en la última década)







Fuente: Elaboración propia con datos de la Superintendencia Financiera, Colombia.

Bibliografía.

Abbink, K., Irlenbusch, B., & Renner, E. (2006). Group Size and Social Ties in Microfinance Institutions. *Economic Inquiry*, 44, 614-628

Abramson, G. (2006). *Introducción a la teoría de juegos. Aplicaciones en el modelado matemático de sistemas biológicos*. Centro Atómico Bariloche y CONICET.

Ahlin, C. & Townsend, R. (2007). Using repayment data to test across models of joint liability lending. *The Economic Journal*. V.117, Issue 517, F11–F51. Recuperado 3-9-13 de <http://onlinelibrary.wiley.com.ezproxy.unal.edu.co/advanced/search/results>

Ahlin, C. & Townsend, R. (2007). Selection into and across credit contracts: Theory and field research. *Journal of Econometrics*, Elsevier, vol. 136(2), 665-698

Albert, R., & Barabasi A. (2002). Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics* 74, 47-97.

Altman, M. (2006). *Handbook of contemporary behavioral economics*. NY. Sharpe.

Anderson, S., Baland, J., Moene, K. (2009). Enforcement in informal saving groups. *Journal of Development Economics* 90 14–23.

Armendariz, B. (1999). [On the design of a credit agreement with peer monitoring](#). *Journal of Development Economics*. Elsevier, vol. 60(1), pages 79-104, October.

Armendariz, B., Morduch, J. (2006). *The economics of microfinance*. Cambridge, MIT Press.

Arnold, L., Reeder, J., Steger, S. (2009). *Microfinance and markets: New results for the Besley-Coate group lending model*. Bavarian graduate program in economics. BGPE Discussion Paper No. 67. January 2009. University of Regensburg. Recuperado 3-3-2013 de <http://www.econstor.eu/handle/10419/73416>

ASOBANCARIA. <http://www.asobancaria.com>

Aubert, C. Janvry, A., Sadoulet, E. (2009). Designing credit agent incentives to prevent mission drift in pro-poor microfinance institutions. *Journal of Development Economics* 90, 153–162

BANCO DE LA REPUBLICA. <http://www.banrep.gov.co>

BANCO MUNDIAL. <http://www.worldbank.org>

Bareño, W. (2012). *Sistemas de Consorcio, Ahorro y Crédito*. Tesis Maestría en Economía. Bogotá. Universidad de los Andes.

Bathacharya, M. (2007). *Random dynamical systems*. Cambridge. Cambridge University Press.

- Benaïm, M. Weibull, J. (2003). Deterministic Approximation of Stochastic Evolution in Games. *Econometrica*, Vol. 71, No. 3 (May, 2003), pp. 873-903. The Econometric Society Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/1555525>. Recuperado 22/04/2012 16:24
- Benavides, O. (2005). *Interacciones Dinámicas e Innovación Tecnológica*. Documento de Trabajo. Bogotá. Banco de la Republica, Colombia.
- Benavides, O. (2010). *La Innovación Tecnológica Como Un Proceso Evolucionario*. Mimeo.
- Besley, T. & Coate, S. (1995). Group lending, repayment incentives and social collateral. *Journal of Development Economics* V(46), 1-18.
- Bhole, B. & Ogden, S. (2010). Group lending and individual lending with strategic default. *Journal of Development Economics* 91, 348–363.
- Blanco, L. (2004). *Probabilidad*. Bogotá. Universidad Nacional de Colombia.
- Blume, L. (2003). *How Noise Matters*. Games and Economic behavior. V44, N.2, August 2003, p.251–271. Recuperado 3-3-2013 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0899825602005547>
- Blume, L. Durlauff, S. (2001). The interactions based approach to socioeconomic behavior. En Durlauff, S. (eds.) *Social Dynamics*. Cambridge, MIT Press.
- Blume, L. Durlauff, S. (2003). Equilibrium concepts for social interaction models. *International Game Theory Rev.* **05**, 193
- Blume, L. Brock, W. Durlauff, S. & Ioannides, Y. (2011). Identification of Social Interactions. En Benhabib, J., Jackson, M. & Bisin, A. *Handbook of Social Economics*, Vol. 1B, to appear. North-Holland, 2011, pp. 853-964. Recuperado 16-12-2010, enviado por Durlauff, S. via e-mail.
- Bond, P., Rai, A. (2002). *Collateral Substitutes in Microfinance*. Mimeo, CID, Harvard University. Recuperado 3-3-2013 de <http://finance.wharton.upenn.edu/~pbond/research/limits-jul2-02.pdf>
- Borgatti, S.P., Everett, M.G. and Freeman, L.C. (2002). *Ucinet for Windows: Software for Social Network Analysis* V6.314. Harvard, MA: Analytic Technologies. Copyright 1999-2007 Analytic Technologies. Recuperado 2-2-2010 de <http://www.steveborgatti.com>
- Borgatti, S.P. (2002). *NetDraw: Graph Visualization Software V2.099*. Harvard: Analytic Technologies. Copyright 2002-2005 Steve Borgatti. Recuperado 2-2-2010 de <http://www.steveborgatti.com>
- Borgers, T., Sarin, R. (1997). *Learning Through Reinforcement and Replicator Dynamics*. Journal of economic theory 77
- Bowers, N. et al. (1986). *Actuarial mathematics*. NY. Society of actuaries USA.
- Brock, W. Durlauff, S. (2000). *Interaction based models*. Technical working paper 258, NBER. Recuperado 12-2-2009 de <http://www.nber.org>
- Brock, W. Durlauff, S. (2001). Discrete choice with social interactions. *The Review Of Economic Studies* 68 (2): 235-260. Recuperado 3-9-13 de <http://restud.oxfordjournals.org/content/68/2/235.short>
- Brock, W. Durlauff, S. (2003). Multinomial choice with social interactions. En Blume, L. Durlauff, S. The Economy as an Evolving System III. Oxford. Oxford University Press.
- Bush, R., Mosteller, F. (1951). A Mathematical Model for Simple Learning. *Psychological Review* (1951), 58, pp. 313–323. Recuperado, 1-6-2012 de <http://www.jstor.com>

- Cabrales, A. (1993). Stochastic Replicator Dynamics. *International Economic Review* V41, N2, May 2000, 451–481,
Recuperado 3-9-2013 de <http://onlinelibrary.wiley.com.ezproxy.unal.edu.co/advanced/search/results>
- Camerer, C. (2003). *Behavioral Game Theory, Experiments in Strategic Interaction*. Princeton. Princeton University Press.
- Camerer, C., Loewenstein, D., Rabin, M. (2004). *Advances in behavioral economics*. Princeton. Russell Sage Foundation.
- Cante, F. (2010). ¿Rentabilidad y Objetivos Sociales Son Finalidades Reconciliables? A Propósito De Los Aportes Teóricos Y Empíricos De Yunus. *Economía y Desarrollo*, Volumen 9 Número 2, Septiembre 2010.
- Cardenas, J. Jaramillo C. (2009). *Cooperation in large networks: an experimental approach*. Documento CEDE 2007-06. Bogota. Universidad de los Andes.
- Carpenter, J. (2002). Punishing Free-Riders: how group size affects mutual monitoring and the provision of public goods. *Games and Economic Behavior*, V 60, N1, July 2007, 31-51. Recuperado 3-9-2013 de http://www.sciencedirect.com.ezproxy.unal.edu.co/science_ob=ArticleListURL&_method=list&_ArticleListID=351060300&_sort=r&_st=0&_acct=C000055778&_version=1&_urlVersion=0&_userid=1998314&md5=021354b90d374e87e2d133d1a0a7c1ba&searchtype=a
- Cassar, A., Crowley, L., Wydick, B. (2007.) The effect of social capital on group loan repayment: evidence from field experiments. *The Economic Journal*, 117 (February), F85–F106. Recuperado 15-9-2010 de https://entwicklungspolitik.uni-hohenheim.de/uploads/media/The_effect_of_social_capital_on_group_loan_repayment_04.pdf
- Chowdhury, P. (2007). *Borrower Empowerment and Savings: A Two-stage Micro-finance Scheme*. MPRA Paper 3405, University of Munich.
- Coleman, J. (1964). *An Introduction to Mathematical Sociology*. NY. Free Press.
- Coleman, J. (1990). *Foundations of Social Theory*. Cambridge. Harvard University Press.
- Coleman, J. (1988). Social capital in the creation of Human Capital. *American Journal of Sociology* 94, S95-S120.
- Conlin, J. (1999). Peer group micro-lending programs in Canada and the United States. *Journal of Development Economics* Vol. 60 249-269
- Cruz, I. (2007). *Como saber que las microfinanzas realmente impactan la vida de los pobres?*. Boletín Desempeño Social No. 1, <http://www.forolacfr.org/>.
- DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA. <http://www.dane.gov.co>
- Daripa, A. (2007). Optimal Collective Contract Without Peer Information or Peer Monitoring. *Journal of Development Economics*. V86, N1, April 2008, 147–163. Recuperado 3-3-2013 de http://www.sciencedirect.com.ezproxy.unal.edu.co/science_ob=ArticleListURL&_method=list&_ArticleListID=351908602&_sort=r&_st=0&_acct=C000055778&_version=1&_urlVersion=0&_userid=1998314&md5=0dc1633e70ca35df118f69094dc3cd93&searchtype=a
- Dasgupta, P. (2005). *The economics of social capital*. A.C. Mills Lecture, University de Sydney, Recuperado 1-2-2011 de http://users.ictp.it/~eee/workshops/smr1684/a_dasgupta_2.pdf
- De Gryse, H., Kim, M., Ongena, S. (2009) *Microeconometrics of banking*. Oxford. Oxford University Press.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACION. <http://www.dnp.gov.co>

- Doreian, P. (1997). *Evolution of Social Networks* (co-edited with Frans N. Stokman). NY. Gordon & Breach
- Doreian, P. (1998). *The Problem of Solidarity: Theories and Models* (co-edited with Thomas J. Fararo). NY. Gordon & Breach.
- Dorogovtsev, S., Mendes, J. (2001). *Evolution of networks*. Recuperado 1-2-2011 de <http://arxiv.org/abs/condmat/0106144>
- Dorogovtsev, S., Goltsev, V. (2007.) *Critical phenomena in complex networks*. Recuperado 1-2-2011 de <http://arxiv.org/abs/0705.0010>
- Dokumaci, E., Sandholm, W. (2011). Large deviations and multinomial probit choice. *Journal of Economic Theory* 146. 2151–2158. Recuperado 3-9-2013 de http://www.sciencedirect.com.ezproxy.unal.edu.co/science_ob=ArticleListURL&_method=list&_ArticleListID=351915683&_sort=r&_st=13&view=c&_acct=C000055778&_version=1&_urlVersion=0&_userid=1998314&md5=e6bcf4bd7d23c2685475cbe91e59fef5&searchtype=a
- Dosi, G., Marengo, L., Fagiolo, G. (2005). Learning in Evolutionary Environments. En Dopfer, K. (ed.) *The evolutionary Foundations of economics*. 255-339. Cambridge, Cambridge University Press.
- Dosi, G., Winter, S. (2000). *Interpreting Economic Change: Evolution, Structures and Games*. [LEM Papers Series](#) 2000/08. Sant'Anna School of Advanced Studies, Pisa. Recuperado 22-5-09 de <http://www.lem.sssup.it/>
- Durlauff, S.(1999a). *The case against social capital*. Department of Economics. University of Wisconsin. Recuperado 12-2- 2009 de <http://www.ssc.wisc.edu/econ/archive/wp9929.pdf>
- Durlauff, S. (1999b). *The statistical mechanics approach to socioeconomic behavior*. University of Wisconsin. Recuperado 12-2-2009 de <http://www.ssc.wisc.edu/econ/archive>
- Durlauff, S. (2001a). On the empirics of social capital. *The Economic Journal* V112, N483, November 2002, F459–F479. Recuperado 3-9-2013 de <http://onlinelibrary.wiley.com.ezproxy.unal.edu.co/doi/10.1111/1468-0297.00079/pdf>
- Durlauff, S. (2001b). *A framework for the study of individual behavior and social interactions*. *Sociological Methodology* V31, N1. 47–87. Recuperado 3-9-2013 de <http://onlinelibrary.wiley.com.ezproxy.unal.edu.co/doi/10.1111/0081-1750.00089/pdf>
- Durlauff, S. Fafchamps, M. (2003). *Empirical studies of social capital: A critical survey*. Department of Economics. University of Wisconsin. Recuperado 3-9-2013 de <http://www.ssc.wisc.edu/econ/archive/wp2003-12.pdf>
- Durlauff, S. Fafchamps, D. (2004). *Social capital*. Working paper. University of Wisconsin. Recuperado 3-9-2013 de <http://www.nber.org/papers/w10485.pdf>
- Durlauff, S. Ioannides, Y. (2009). *Social Interactions*. Department of Economics. University of Wisconsin. Recuperado 3-9-2013 de <http://ase.tufts.edu/econ/research/documents/2009/ioannidesSocialInteractions.pdf>
- Durrett, R. (2007). *Random Graph Dynamics*. Cambridge. Cambridge University Press.
- Entrevista “Mohammad Yunus. Banquero y economista” <http://www.citytv.com.co/videos/11180/muhammad-yunusbanquero-y-economista-en-entrevista-para-portafolio-parte-3>. Junio 2009
- Ellison, G. (1993). Learning, Local Interaction, and Coordination. *Econometrica*, Vol. 61, No. 5 (Sep., 1993), pp. 1047-1071. Recuperado 22/04/2012 16:19 de <http://www.jstor.org/stable/2951493> .
- Erdos, P., Renyi, A. (1961). *On the evolution of random graphs*. Recuperado 15-10-2011 de www.renyi.hu/~p_erdos/1961-15.pdf
- EVOWEB <http://evonet.lri.fr>

Fagiolo, G., Windrum, P. Moneta, A. (2006). *Empirical Validation of Agent-Based Models: A Critical Survey*. Sant'Anna School of Advanced Studies, Pisa. Recuperado 22-5-09 de <http://www.lem.sssup.it/WPLem/files/2006-14.pdf>

Falk, A. Fischbacher, U. (2006). A theory of reciprocity. *Games and Economic Behavior* 54 (2006) 293–315. Recuperado 3-9-2013 de http://ac.els-cdn.com/S0899825605000254/1-s2.0-S0899825605000254-main.pdf?_tid=ad8b042c-1574-11e3-82d60000aacb360&acdnat=1378307842_c96d574d1fca80c3f8851a1cc64545db

Falk, A., Fehr, E., Fischbacher, U. (2008). Testing theories of fairness—Intentions matter. *Games and Economic Behavior* 62 (2008) 287–303. Recuperado 3-9-2013 de http://www.sciencedirect.com.ezproxy.unal.edu.co/science_ob=ArticleListURL&_method=list&_ArticleListID=351945243&_sort=r&_st=13&view=c&_acct=C000055778&_version=1&_urlVersion=0&_userid=1998314&md5=5903fb52352b622bd28f396ea30c062e&searchtype=a

Fararo, T. (1973). *Mathematical Sociology*. NY. Wiley.

Fararo, T. (1997). Source Reflections on Mathematical Sociology. *Sociological Forum*, Vol. 12, No. 1, Special Issue: Mathematics in Thinking about Sociology, (Mar., 1997), pp. 73-101. Springer. Recuperado 28/06/2008 14:08 de <http://www.jstor.org/stable/684856>

Fehr, E. Schmidt, K. (1999). A Theory of Fairness, Competition and Cooperation. *The Quarterly Journal of Economics*, V114, N3 (Aug., 1999), 817-868. Recuperado 3-9-2013 de <http://www.jstor.org.ezproxy.unal.edu.co/stable/pdfplus/2586885.pdf?acceptTC=true>

Fehr, E., Fischbacher, U., Gächter, S. (2002). Strong Reciprocity, Human Cooperation and the Enforcement of Social Norms. *Human Nature* 13(2002): 1-25

Floro, S. L. and Yotopolous, P. A. (1991). *Informal Credit Markets and the New Institutional Economics: The Case of Philippine Agriculture*. Boulder: Westview Press.

Foster, D., Young, P. (1990). Stochastic Evolutionary Game Dynamics. *Theoretical Population Biology*, V 38, N2, October 1990. Recuperado 3-9-2013 de http://www.sciencedirect.com.ezproxy.unal.edu.co/science?_ob=ArticleListURL&_method=list&_ArticleListID=351957135&_sort=r&_st=13&view=c&_acct=C000055778&_version=1&_urlVersion=0&_userid=1998314&md5=aff41b88638d4c9e340727a2ab623afa&searchtype=a

Fudenberg, D., Levine, D. (1998). *The theory of learning in games*. Cambridge. MIT

Fudenberg, D., Kreps, D.(1988). *A theory of learning, experimentation and equilibrium in games*. Cambridge. MIT

FUNDACION GRAMEEN-AVAL. <http://www.grameenaval.org>

Gächter, S., Fehr, E. (1999). Collective action as a social exchange. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 39, 341-369. Recuperado 3-9-2013 de http://ac.els-cdn.com/S0167268199000451/1-s2.0-S0167268199000451-main.pdf?_tid=d9ee527e-1576-11e3-ba0b-00000aacb35e&acdnat=1378308775_4581cae9d4247b6fb49c21d942d35dd1

Galeotti, A., Goyal, S., Jackson, M., Vega Redondo, F. (2010). Network games. *The Review of Economic Studies*, V77, N1 (January 2010), 218-244.

Galarza, F.(2004). El credito solidario, el garantía social y la colusión. *Debate agrario*. Lima. Recuperado 2-4-2010 de <http://www.cepes.org.pe/debate/debate35/04-articulo-da35.pdf>

García, G. 2009. *Evolución de la informalidad laboral en Colombia: determinantes macro y efectos locales*. Archivos de Economía 360. Departamento Nacional de Planeación, Colombia.

Ghatak, M. (1999). Group lending, local information and peer selection. *Journal of Development Economics* vol. 60(1), pp. 27–50.

- Ghatak, M. & Guinnane, T. (1999). The economics of lending with joint liability: theory and practice. *Journal of Development Economics* 60, 195–228
- Ghatak, M., (2000). Screening by the company you keep: joint liability lending and the peer selection effect. *The Economic Journal* 110 (465), 601–631.
- Giné, X., Jakiela, P., Karlan, D., Morduch, J. (2010). *Microfinance Games*. American Economic Journal: Applied Economics, 2(3): 60-95 .
- Gintis, H., Bowles, S., Boy, R., and Fehr, E. (eds). (2005). *Moral Sentiments and Material Interest*. Cambridge. MIT.
- Gintis, H. (2009). *Game theory evolving*. Princeton. Princeton University press.
- Gintis, H. (2010). *The bounds of reason: Game theory and the unification of the behavioral sciences*. Princeton. Princeton University press.
- Glaeser, E., Scheinkman, J. (2001). *Non-market interactions*. En Durlauff, S. (eds.) *Social Dynamics*. Cambridge, MIT Press.
- Goldenberg, A., Zheng, A, Fienberg, S., Airoidi E. (2009). *Survey of Statistical Network Models*. Recuperado 3-9-2013 de <http://arxiv.org/pdf/0912.5410.pdf>
- Gonzalez-Vega, C. (1997). *The Challenge of Growth for Microfinance Organizations: Banco Solidario in Bolivia*. En Hartmut Schneider (ed.), *Microfinance for the Poor?*, Paris, OECD.
- Gonzalez-Vega, C. (1998). *Servicios Financieros Rurales: Experiencias del Pasado, Enfoques del Presente*. Recuperado 20-2-2009 <http://www-agecon.ag.ohiostate.edu/RuralFinance/publications.htm>
- Goyal, S. (2007). *Connections: An introduction to the Economics of Networks*. Princeton. Princeton University Press.
- Goyal, S. (2011). Learning in networks. *Handbook of Social Economics, VI, 2011, Pages 679-727*. Recuperado 3-9-2013 de http://www.sciencedirect.com.ezproxy.unal.edu.co/science?_ob=ArticleListURL&_method=list&_ArticleListID=351977925&_sort=r&_st=13&view=c&_acct=C000055778&_version=1&_urlVersion=0&_userid=1998314&md5=e3ebe719e177ebda64c318aa18c24c98&searchtype=a
- Grimm, V., Railsback, S. (2010). *Individual-based Modeling and Ecology*. Princeton Series In Theoretical And Computational Biology.
- Hanneman, R., Riddle, M. (2005). *Introduction to social network methods*. Riverside, CA: University of California, Riverside . Recuperado 3-9-2013 de <http://faculty.ucr.edu/~hanneman/>
- Hauert, C. (2008a). *Virtual Labs in Evolutionary Game Theory*. Recuperado, 15-10-2011 de <http://www.univie.ac.at/virtuallabs/>
- Hauert, C. (2008b). *Evolutionary dynamics*. En Skjeltop, A, & Belushkin, A. (eds.), *Evolution from Cellular to Social Scales*. Springer.
- Hauert, C., De Monte, S., Hofbauer, J., Sigmund, K. (2002). Volunteering as Red Queen Mechanism for Cooperation in Public Goods Games. *Science* V. 296, 10 MAY 2002. Recuperado, 15-9-2011 de <http://www.sciencemag.org>
- Henrich, R., Boyd, R., Bowles, S., Camerer, C., Fehr, E., Gintis, H., McElreath, B. (2004). *Foundations of Human Sociality – Experimental and Ethnographic Evidence from 15 Small-Scale Societies*. Cambridge University press.

- Hertzer, K. (2011). *Graphmatica* V2.0h. Copyright © 1992-2011 kSoft, Inc. Recuperado 2-2-2010 de <http://www.graphmatica.com/> .
- Hofbauer, J., Sigmund, K. (1988). *The theory of Evolution and Dynamical Systems*. Cambridge. Cambridge University Press.
- Honohan, P. (2010). Partial credit guarantees: Principles and practice. *Journal of Financial Stability* 6 (2010) 1–9
- Hulme, D. (2000). Is microdebt good for poor people? A note on the dark side of MicroFinance. *Small Enterprise Development* 11 (1), 26–28.
- Isaac, R., Mark, J., Walker, M., Williams, A. (1994). Group Size and the voluntary provision of public goods. *Journal of Public Economics*, 54, 1-36.
- Izquierdo, L. (2008). *Advancing learning and evolutionary game theory with an application to social dilemmas*. Phd thesis. Manchester metropolitan university
- Izquierdo, L., Galán, M., Santos, J., Del Olmo, R. (2008). Modelado de sistemas complejos mediante simulación basada en agentes y mediante dinámica de sistemas. *Empiria, Revista de Metodología de Ciencias Sociales*. N.o 16, julio-diciembre, 2008, pp. 85-112.
- Jackson, M. (2009). *Social and Economic Networks*. Cambridge. Cambridge University Press.
- Jaffe, K., Zaballa, L. (2010). Co-Operative Punishment Cements Social Cohesion. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 13 (3) 4. Recuperado 27-11-2010 de <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/13/3/4.html>
- Kahneman, D. (2000). *Choices, Values And Frames*. Cambridge. Cambridge University Press & Russell Sage Foundation.
- Kahneman D. Slovic P. & Tversky, A. (1982). *Judgments Under Uncertainty. Heuristics And Biases*. Cambridge. Cambridge University Press.
- Karlan, D. (2001). *Social capital and group banking*. Recuperado 3-9-2013 de http://www.microfinancegateway.org/gm/document-1.9.27128/13901_13901.pdf
- Karlan, D. (2003). *Monitoring and Enforcement: Understanding Why Social Capital Generates Higher Repayment Rates*. Department of Economics. Research Program in Development Studies. Princeton University. Recuperado 15-9-2010 de <http://www.econ.yale.edu/conference/neudc03/papers/3d-karlan.pdf>
- Karlan, D. (2005). Using Experimental Economics to Measure Social Capital and Predict Financial Decisions. *The American Economic Review*, Vol. 95, No. 5 (Dec., 2005), pp. 1688-1699. American Economic Association. Recuperado 1-10-10 de <http://www.jstor.org>
- Karlan, D. (2007). Social Connections and Group Banking. *The Economic Journal*, 117 (February), F52–F84. Recuperado 3-2013 de <http://www.jstor.org.ezproxy.unal.edu.co/stable/pdfplus/4625475.pdf>
- Karlan, D., Mobius, M., Rosenblat, T., Szeidl, A. (2009). *Trust and Social Collateral*. *The Quarterly Journal of Economics*, V124, N3 (Aug., 2009), 1307-1361.
- Kandori, M., Rob, R. (1995). Evolution of equilibria in the long run: A general theory and applications. *Journal of Economic Theory* 65 383-414.
- Kandori, M., Mailath, J., Rob, R. (1993). Learning, Mutation, and Long Run Equilibria in Games. *Econometrica*, Vol. 61, No. 1 (Jan., 1993), pp. 29-56. Recuperado 22/04/2012 de <http://www.jstor.org/stable/2951777>

Kandori, M. (2003). Randomization, Communication, and Efficiency in Repeated Games with Imperfect Public Monitoring. *Econometrica*, Vol. 71, No. 1 (Jan., 2003), pp. 345-353 Recuperado 22/04/2012 de <http://www.jstor.org/stable/3082049>

Kasarjian, M., Fritzsich, J., Buchenrieder, G., Korff, R. (2007). *Repayment performance under joint liability borrowing. Does social capital matter?: Evidence from Armenia*. Recuperado 20-3-2011 de <http://ageconsearch.umn.edu/bitstream/7796/1/sp07ka02.pdf>

Kenny, D., Kashy, D. & Cook, W. (2006). *Dyadic data Analysis*. NY. Guilford Publishers.

Kets, W. (2007). *Networks and Learning in Game Theory*. Phd Thesis. CentER; Thomas Stieltjes Institute for Mathematics.

Khandker, S. (1998). *Fighting poverty with microcredit*. Oxford. Oxford University press.

Khandker, S., Khalily, B., Khan, Z. (1995). *Grameen bank: Performance and sustainability*. Washington, DC. World Bank.

Kindermann, R. and Snell, L. (1980). *Markov Random Fields and Their Applications*. RI. American Mathematical Society.

Laffont, J., Guessan, T. (2000). Group lending with adverse selection. *European Economic Review* 44, 773-784. Recuperado 3-9-2013 de http://ac.els-cdn.com/S0014292199000410/1-s2.0-S0014292199000410-main.pdf?_tid=5c8fda02-157e-11e3-8419-00000aacb362&acdnat=1378312001_6a0c87ae6ee1fea9e382e54f54e7a507

Laffont, J. (2003). Collusion and group lending with adverse selection. *Journal of Development Economics* 70 (2), 329-348. Recuperado 3-9-2013 de http://ac.els-cdn.com/S0304387802001001/1-s2.0-S0304387802001001-main.pdf?_tid=8154df04-157e-11e3-bb72-00000aacb35f&acdnat=1378312063_649dfc904df7af273b3631ac6360141d

Lehner, M. (2009). *Group Lending versus Individual Lending in Microfinance*. Discussion Paper No. 299 2009 Universidad de Munich. Recuperado 3-9-2013 de <http://epub.ub.uni-muenchen.de/13255/1/299.pdf>

Ledgerwood, J. (2000). *Microfinance handbook*. Washington. The World Bank.

Lesourne, J., Orlean, A., Walliser, B. (2009). *Evolutionary microeconomics*. Springer

Li, S., Liu, Y., Deininger, K. (2009). *How Important are Peer Effects in Group Lending? Estimating a Static Game of Incomplete Information*. Recuperado 3-9-2013 de <http://ageconsearch.umn.edu/bitstream/49497/2/42374.pdf>

Lieberman, E., Hauert, C., Nowak, M. (2008). *Evolutionary Dynamics on Graphs*. Recuperado 15-10-2011 de http://abel.math.harvard.edu/archive/153_fall_04/Additional_reading_material/evolutionary%20graph%20theory.pdf

McFarland, D., Solomon M., Nowak, M., [Westwood](#), S. (2010). *Social Network Analysis Labs in R*. Stanford University . Recuperado 3-9-2013 de <http://sna.stanford.edu/rlabs.php>

Manski, C. (2000). Economic Analysis of Social Interactions. *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 14, No. 3 (Summer, 2000), pp. 115-136. Recuperado 22/04/2012 de <http://www.jstor.org/stable/2646922>

Manski, C. (2007). *Identification for prediction and decision*. Harvard University Press.

MINISTERIO DE TRABAJO DE COLOMBIA. <http://www.mintrabajo.gov.co>

Morduch, J. (1999). The Microfinance Promise. *Journal of Economic Literature*, Vol. 37, No. 4 (Dec., 1999), pp. 1569-1614. Recuperado 10/03/2010 18:52 de <http://www.jstor.org/stable/2565486>

- Myerson, R. (1976). Graphs and Cooperation in Games. *Mathematics of Operations Research*, VI. , N3 (Aug., 1977), 225-229. Recuperado 3-9-2013 DE <http://www.jstor.org.ezproxy.unal.edu.co/stable/pdfplus/3689511.pdf?acceptTC=true>
- Nowak, M. (2006a). *Evolutionary Dynamics: Exploring the equations of life*. Cambridge. Harvard University Press.
- Nowak, M. (2006b). Five rules for the evolution of cooperation. *Science* 314, 1560 (2006); Recuperado 15-10-2011 de <http://www.sciencemag.org/cgi/content/full/314/5805/1560/DC1>
- Nowak, M., Highfield, R. (2011). *SuperCooperators: Why we need each other to succeed*. Simon & Chuster.
- Nowak, M. Sigmund, K. (2005). Evolution of indirect reciprocity. *Nature*, V. 437, 27 October 2005. Recuperado, 15-10-2011 de http://www.unil.ch/webdav/site/dee/shared/textes/Nowak_Sigmund_Nature_2005.pdf
- Lopez, H., Nuñez, J. (2007). *Pobreza y desigualdad. Diagnóstico y estrategias*. Departamento Nacional de Planeación, Colombia.
- Misión para el Empalme de las Series de Empleo, Pobreza y Desigualdad . 2012. Pobreza monetaria en Colombia: Nueva metodología y cifras 2002-2010. Departamento de Planeación Nacional, Colombia.
- Ohtsuki, H., Hauert, C., Lieberman, E., Nowak, M. (2006). A simple rule for the evolution of cooperation on graphs. *Nature*. 2006 May 25; 441(7092): 502–505. Recuperado 15-10-2011 de <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2430087/pdf/nihms51831.pdf>
- Orlean, A. (1996). *De la stabilité évolutionniste à la stabilité stochastique: Réflexions sur les jeux évolutionnistes stochastiques*. Revue économique, Vol. 47, No. 3, Développements récents de l'analyse économique: XLIV congrès annuel de l'Association française de science économique 1995 (May, 1996), pp.589-600. Recuperado 22/04/2012 de <http://www.jstor.org/stable/3502562>
- Ostrom, E. Ahn, T. Olivares, C.(2003). Una perspectiva del capital social desde las ciencias sociales: capital social y acción colectiva. *Revista Mexicana de Sociología*, Vol. 65, No. 1 (Jan. - Mar., 2003), pp. 155-233 Recuperado 27-11-2010 de <http://www.jstor.org/stable/3541518> .
- Ozak, O. (2005). *Comportamiento Asintótico y autoselección de Equilibrios en Juegos Evolutivos*. Departamento de Economía, Pontificia Universidad Javeriana. Unidad de Estudios en Interacciones Económicas, Universidad Externado de Colombia.
- Ozgun, O. (2010). Local Interactions. En Benhabib, J., Jackson, M., Bisin, A., *Handbook of Social Economics*, Vol. 1A, Chapter 13, The Netherlands: North-Holland, 587-644.
- Ozgun, O. (2011). *Social Interactions and Gibbs Measures*. Department of Economics. Université de Montreal. Mimeo.
- Ozgun, O., Bisin, A. (2012). *Dynamic Linear Economies with Social Interactions*. Mimeo.
- Paal, B., Wiseman, T. (2011). Group insurance and lending with endogenous social collateral. *Journal of Development Economics*. V94, N1, January 2011. Recuperado 3-9-2013 de http://ac.els-cdn.com/S0304387809001230/1-s2.0-S0304387809001230-main.pdf?_tid=6543ae34-1584-11e3-a835-00000aab0f27&acdnat=1378314593_9765850e3254ddc44be1214ecd06ab74
- Perez, C. (2009). *Cooperation in Evolutionary Game Theory: Effects of Time and Structure*. Tesis Doctoral. Departamento de Matemáticas. Universidad Carlos III. Madrid.
- Pitt, M., Khandker, S. (1996). *Household and intrahousehold impact of the Grameen Bank and similar targeted credit programs in Bangladesh*. Washington. World Bank.

Pongratz, H. & Voß, G. (2003). From employee to 'entrepoyee'. Towards a 'self-entrepreneurial' work force?. *Concepts and Transformation*, V8, N3, 2003 , pp. 239-254. Recuperado 3-9-13 de <http://www.tu-chemnitz.de/hsw/soziologie/institut/file-show-UG9uZ3JhdHpjSF9KX1Zvc3NfR19HX0Zyb21fZW1wbG95ZWVfdG9fZW50cmVwbG95ZWVfVG93YXJkc19hX3NlbGZfZW50cmVwcmVuZXVyaWFsX3dvcmtfZm9yY2VfLnBkZg%3D%3D-ABUHDysaAgsHAwwZWx4FERMFAQgTAEtUVIZCVFFQRzZXVfLV1E4AxoKARUJJBxgACBUYEB0VFAIDCwkKAwcODw4MAx1HGwYA.pdf>

Railsback, S., Grimm, M. (2011). *A Course in Individual-based and Agent-based Modeling*. Princeton. Princeton University Press.

Real Academia Española. (2001) Diccionario Version 22. Recuperado 3-9-2013 de <http://lema.rae.es/drae/?val=solo>

Robins, G., Pattison, P., Kalish, Y., Lusher, D. (2007). An introduction to exponential random graph, models for social networks. *Social Networks* 29 (2007) 173–191

Robinson, R. (2001). *The microfinance revolution*. Washington. World Bank.

Robson, A. (1995). The Evolution of Strategic Behaviour. *The Canadian Journal of Economics; Revue canadienne d'Economique*, Vol. 28, No. 1(Feb., 1995), pp. 17-41. Recuperado 22/04/2012 de <http://www.jstor.org/stable/136021>

Rodríguez-Meza, J. (2000) Group and individual microcredit contracts: a dynamic numerical analysis dissertation. Phd Thesis. Ohio State University.

Roth, J., Mccord, M., Liber, D. (2007). *The landscape for microinsurance in the world's 100 poorest countries*. The microinsurance centre. Recuperado 1-10-09 de www.MicroInsuranceCentre.org

Rutherford, A. (2000) *The poor and their money*. Oxford. Oxford University Press.

Sadoulet, L. (2000). Risk-Matching in Credit Groups: Evidence from Guatemala. Econometric society World Congress . Recuperado 3-9-2013 de <http://www.econometricsociety.org/meetings/wc00/pdf/1310.pdf>

Sánchez, M., Martínez, S. (2012). *Public Goods: Voluntary contributions and risk*. Working paper. Universidad de Alicante. Recuperado 3-9-2013 de <http://m.personal.ua.es/va/masanchez/documentos/pg.pdf>

Santiago, J. (2012). *Cohesión social, capital social, conexiones sociales y pago en préstamos grupales: evidencia empírica reciente*. Cuadernos de Economía. No.57. V.XXXI. Universidad Nacional de Colombia.

Santos, F., Santos, M., Pacheco, J. (2008). Social diversity promotes the emergence of cooperation in public goods games. *Nature*, V. 454, 10 July 2008. Recuperado, 15-10-2011 de <http://iridia.ulb.ac.be/~fsantos/MyArticles/Santosetal.Nature08.pdf>

Schreiner, M., Morduch, J. (2001). Opportunities and challenges for microfinance in the United States: En Carr, J., Zhong, L. *Replicating microfinance in the United States*. Washington. Woodrow Wilson Center Press

Sigmund, K. (2010). *The Calculus of Selfishnes*. Princeton. Princeton University Press.

Sigmund, K., Hofbauer, J. (1998). *Evolutionary games and population dynamics*. Cambridge. Cambridge University Press.

Smith, P., Thurman, E. (1996). *A billion bootstraps. Microcredit, barefoot banking and the solution for ending poverty*. NY. McgrawHill.

Sobel, J. (2002). Can We Trust Social Capital?. *Journal of Economic Literature*, 2002, 40(1), pp. 139-54. Recuperado 2-2-09 de www.jstor.org/

Stiglitz, J. (1990). Peer monitoring and credit markets. *World Bank economic review* 4(3) 1990. 351-366. Recuperado 2-2-09 de www.sciencedirect.org

Swarup, S. Gasser, L. (2007). *Unifying Evolutionary and Network Dynamics*. Recuperado 2-2-2011 de arXiv:0704.1811v1 [q-bio.QM] 13 Apr 2007

Szabo, G., Hauert, C. (2002). Phase Transitions and Volunteering in Spatial Public Goods Games. *Physical Review Letters*, V. 89, No. 11, 9 September 2002. Recuperado 15-10-2011 de <http://www.mfa.kfki.hu/~szabo/pgg.pdf>

Szabó, G.; Fáth, G. (2007). *Evolutionary games on graphs*. Phys.Rep. 446, 97–216. Recuperado 3-9-2013 de http://ac.els-cdn.com/S0370157307001810/1-s2.0-S0370157307001810-main.pdf?_tid=519cd466-1587-11e3-99c7-00000aab0f27&acdnat=1378315848_7dd5e9fdac1a238ba1475a6f482b6a1

Simon, H. (1955). On a Class of skew Distribution functions. *Biometrika* V42 Issue ¾ 445-440. Recuperado 2-2-10 de www.elsevier.com/locate/econbase

Tedeshi, G. (2006). Here today, gone tomorrow: Can dynamic incentives make microfinance more flexible? *Journal of Development Economics* 80 (2006) 84– 105. Recuperado 2-2-10 de <http://www.elsevier.com/locate/econbase>

Thaler, R. (1993). *Advances in behavioral finance*. NY. Rusell Sage Foundation.

Tesfatsion, L. (2005). Agent-based computational economics: a constructive approach to economic theory. En Tesfatsion, L. et al *Handbook of computattional economics*. V2, 2006, 831-880.

Tesfatsion, L. (2007). Agents come to bits: Towards a constructive comprehensive taxonomy of economic entities. *Journal of Economic Behavior & Organization*. Vol. 63 (2007) 333–346

Towsend, R. (2010). *Financial Systems in Developing Economies: Growth, Inequality and Policy Evaluation in Thailand*. Cambridge. Cambridge University press.

Van Bastelaer, T., Leathers, H. (2006). *Trust in lending: social capital and joint liability seed loans in southern Zambia*. World Development, vol 34(10), pp1788-1807.

Van Tassel, E. (1999). Group lending under asymmetric information. *Journal of Development Economics*, vol. 60(1), pp. 3–25.

Uribe, J. Ortiz, C. y Garcia, A. (2007). *Informalidad y subempleo en Colombia: dos caras de la misma moneda*. Universidad del Valle.

Varian, H. (1990). Monitoring agents with other agents. *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 146(2), 153–174.

Vega Redondo, F. (1996). *Evolution, Games and Economic Behavior*. Oxford. Oxford University Press.

Vega Redondo, F. (2003). *Economics and the Theory of Games*. Cambridge. Cambridge University Press.

Vega, Redondo, F. (2006). Building up social capital in a changing world. *Journal of Economic Dynamics & Control* 30 (2006) 2305–2338

Vega Redondo, F. (2007). *Complex Social Networks*. Cambridge. Cambridge University Press.

Wasserman, S., Faust, K. (1994). *Social Network Analysis*. Cambridge. Cambridge University Press.

Weibull, J. (1997). *Evolutionary Game Theory*. Cambridge. MIT.

- Wenner, M. (1995). Group credit. A means to improve information transfer and loan repayment performance. *Journal of development studies*, 32 263-281.
- Wilensky, U. (1997). *Netlogo V5.0RC2*. Center for Connected Learning and Computer Based Modelling. Northwestern University, Evanston, IL. Recuperado 2-2-2010 de <http://ccl.northwestern.edu/>.
- Wilensky, U. (2002). *Netlogo PD Basic Evolutionary Model*. Center for Connected Learning and Computer Based Modelling. Northwestern University, Evanston, IL. Recuperado 2-2-2010 de <http://ccl.northwestern.edu/>.
- Woerz, J. (1999). *Group Lending and Its Implications in Credit Markets for Poor People*. Transition Economics Series 12 Institute for Advanced Studies, Vienna. Recuperado 3-9-2013 de <http://www.ihs.ac.at/publications/tec/te-12.pdf>
- Wright, G., Dondo, A., (2001). *Are you poor enough?: Client selection in MicroFinance institutions*. Microsave-Africa, Briefing Note 7. Recuperado 3-9-2013 de <http://www.autistici.org/mappa/dock/MFI/Wright%20and%20Dondo%20-%20Client%20Selection%20by%20Microfinance%20Institutions.pdf>
- Wydick, B. (1999). Can social cohesion be harnessed to repair market failures? Evidence from group lending in Guatemala. *The Economic Journal* 109: 463-475. Recuperado 3-9-2013 de <http://www.jstor.org.ezproxy.unal.edu.co/stable/pdfplus/2565714.pdf>
- Wydick, B. (2001). Group lending under dynamic incentives as a borrower discipline device. *Review of Development Economics*, 5(3), 406-420
- Wydick, B. (2008). *Games in Economic Development*. Cambridge. Cambridge University press.
- Young, P. (1996). The Economics of Convention. *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 10, No. 2 (Spring, 1996), pp. 105-122. Recuperado 22/04/2012 de <http://www.jstor.org/stable/2138484>
- Yu, T., Chen, S., Li, H. (2011). *Social Norm, Costly Punishment and the Evolution to Cooperation*. Recuperado 2-2-2011 de <http://mpira.ub.uni-muenchen.de/28741/>
- Zeller, M. (1998). Determinants of Repayment Performance in Credit Groups: The Role of Program Design, Intragroup Risk Pooling, and Social Cohesion. *Economic Development and Cultural Change*, Vol. 46, No. 3 (Apr., 1998), pp. 599-620