UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

INFLUENCIA DE LOS ESQUEMAS EDUCATIVOS CONVENCIONALES EN EL PROCESO ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL NIVEL DE LA BÁSICA SECUNDARIA.

LISSA CATALINA ECHEVERRI ARCE

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MANIZALES - COLOMBIA

2.014

INFLUENCIA DE LOS ESQUEMAS EDUCATIVOS CONVENCIONALES EN EL PROCESO ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS RACIONALES EN EL NIVEL DE LA BÁSICA SECUNDARIA.

LISSA CATALINA ECHEVERRI ARCE

PROYECTO DE GRADO PARA OBTENER EL TITULO DE MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

ASESOR

DIOGENES DE JESÚS RAMIREZ RAMIREZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MANIZALES- COLOMBIA

2.014

INFLUENCE OF THE EDUCATIVE CONVENCIONAL SCHEMES IN THE KNOWLEDGE PROCESS OF RATIONAL NUMBERS IN BASIC HIGH SCHOOL

LISSA CATALINA ECHEVERRI ARCE

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

MANIZALES - COLOMBIA

2.014

Contenido

AGRADECIMIENTOS.

Doy gracias a mis padres que con su apoyo incondicional han forjado en mí, la entrega y la lucha, los cuales me han propiciado el espíritu de superación y el valor suficiente para sacar avante mis metas y sueños. A mis hermanos que han creído en mí y que son mi fuerza para alcanzar lo que quiero, a Juan Camilo mi sobrino que con su niñez me reafirma cada día que todo es posible.

A mi abuelo Cesar Antonio Arce, que siempre creyó en mis capacidades y se ilusiono con cada título obtenido, y partió con la certeza de haber forjado en su nieta los mejores valores que un abuelo puede heredarle a una familia.

A mis amigos que con su voz de aliento han estado para mí en cada uno de los arduos momentos de este bonito proceso.

A la universidad nacional por abrigarnos y compartir su sabiduría, al docente Diógenes Ramírez que con su conocimiento y apoyo me guio en este bonito proceso de aprendizaje.

Lissa Catalina Echeverri Arce.

RESUMEN

En la presente propuesta, se podrá evidenciar la influencia que tiene el sistema educativo convencional en la enseñanza- aprendizaje de los números racionales y cómo a pesar de implementar diversas alternativas de trabajo, estas no son garantía para que la conceptualización, apropiación y manejo del mismo esté al nivel de las necesidades de cada educando.

A su vez se plantea una alternativa que puede servir como eje articulador del conocimiento en el aula de clase por medio de ciclos y niveles de aprendizaje, desarticulando el esquema tradicional y generando espacios de construcción del conocimiento que se brindan en momentos de interacción entre los educandos, el docente y el concepto. Así se pretende generar procesos enriquecedores en el abordaje de una temática en el área de matemáticas y ampliar el campo de interacción dentro de la vida cotidiana.

PALABRAS CLAVES:
Número racional, conocimiento, ciclos, tradicional, interacción, educación, metodología, constructivismo, didáctica, guías.

ABSTRACT

In this actual approach, it would be proved the influence of the Mainstream Education System in the teaching and learning (process) of rational numbers and how despite of applying different working alternatives, there is no warranty for their conceptualization, appropriation and management at the same level to the needs of each educator.

At the same time, it settles an alternative that can be used as an articulator axis of knowledge in the classroom, through cycles and learning levels untied from the traditional outline, providing spaces for interaction in the constructional knowledge between Learners, Teacher and Concept.

That is how, it is intended to generate enriching processes in the approach of mathematical concepts and enlarge this interactional field in our daily lives.

KEYWORDS:
rational number, knowledge, cycle, traditional, interaction, education, methodology, constructionism, didactics, guides.

INTRODUCCIÓN

Al observar procesos matemáticos en el aula de clase se pueden evidenciar tanto fortalezas como dificultades en nuestro diario quehacer como docentes; una de ellas es el reconocimiento, asimilación y aplicación de los números racionales en el entorno en el que el educando se desenvuelve. Por lo tanto en el siguiente trabajo de grado se puede encontrar un recorrido que permite conocer más a fondo cómo los números racionales son importantes en el desarrollo numérico de cada ser humano.

En la siguiente propuesta de trabajo se realizará un recorrido, el cual nos permitirá visualizar cómo el tipo de educación que se implemente a la hora de enseñar un concepto, puede influenciar de forma positiva o negativa en la asimilación, y en este caso el de los números racionales.

Para identificar y reconocer el nivel de influencia del sistema educativo convencional, se optó por la aplicación de una guía con características de concepto lineales con fundamentos ortodoxos y ejercicios de repetición de conceptos.

Para ampliar la visión de lo contemplado en esta propuesta, se podrá encontrar un recorrido el cual parte desde el capítulo I el cual nos presenta los diversos objetivos a alcanzar de forma general y específica, pasando por un diagnóstico de la población, teniendo presente quiénes y cómo enfocaron diversas investigaciones frente al tema; dentro del capítulo II, encontrarán un desarrollo teórico de algunas tendencias educativas, conceptos, y relaciones de las fracciones con el trabajo de aula, el capítulo III presenta los elementos con los cuales se desean desarrollar el trabajo de grado, tales como el tipo de investigación, diseño metodológico, población y los instrumentos para recolectar la información y en el capítulo IV se encuentran aquellos resultados obtenidos a través de la aplicación de las diversas pruebas antes, durante y después de la aplicación de la guía. En él capítulo V se plantea una contrapropuesta al objetivo estudiado, con el fin de tener herramientas suficientes a la hora de recrear espacios lúdicos y cómo al modificar un esquema resulta ser beneficioso a la hora de abordar una temática; se emplean ciclos y momentos de trabajo donde el eje central es el estudiante, permitiendo conocer sus habilidades y dificultades. Además se realizó la implementación de la propuesta para conocer los pros y las contras del ejercicio planteado.

Dentro de la experiencia obtenida, por medio de una inquietud que se convirtió en una necesidad educativa, cabe resaltar que las diversas estrategias metodológicas que se empleen en el entorno de la enseñanza se debe fijar un fin que cumpla con las necesidades de los estudiantes y potencialice el conocimiento con miras a que se haga evidente el proceso de aprender para la vida.

JUSTIFICACIÓN

Dentro del desarrollo del ejercicio educativo, se encuentran diversos tipos de aprendizaje, lo cual lleva a evidenciar ciertas dificultades a la hora de conceptualizar o desarrollar algún ejercicio de índole matemático.

Frente a las dificultades, se ha podido demostrar que los estudiantes en el ciclo inicial de secundaria presentan falencias frente al manejo y aplicación del conjunto de los números racionales, puesto que al desarrollar actividades escolares o cotidianos que presenten fracciones, se presentan un sin número de excusas frente al cómo se resuelve cualquier tipo de operación o situación problémica, llegando al punto de ignorar el concepto de unidad y cómo este es el principio de formación de la fracción y su clasificación. Además cabe resaltar frente a este fenómeno observado, es la apatía que nuestros educandos presentan hacia el aprendizaje y aplicación del proceso, dificultando el proceso de enseñanza.

Para afrontar las dificultades anteriormente planteadas se propone como estrategia el desarrollo y aplicación de una guía, que de forma lúdica acercará al estudiante al concepto y a diversas formas de aplicación del mismo en diferentes entornos.

Como apoyo a la ejecución de la guía, se amplió el rango de trabajo a partir de actividades que retroalimenten diversos conceptos matemáticos asociados directamente con las fracciones, como estrategia para equiparar conceptos y generar bases que permitan propiciar un ambiente apto paro comprender, desarrollar y aplicar las fracciones en cualquier momento de aprendizaje o de la vida cotidiana.

CAPITULO I

1. OBJETIVO GENERAL.

Identificar las principales dificultades en el manejo de los números racionales en el ámbito educativo y propiciar espacios educativos que potencialicen el proceso enseñanza- aprendizaje por medio de nuevos paradigmas educativos como los propuestos por Van Hiele.

1.1 OBJETIVOS ESPECIFICOS.

- Identificar y analizar por medio de un pre test las dificultades más significativas en el reconocimiento y manejo de números racionales en cualquier contexto.
- Construir una guía donde se identifique los conceptos básicos y se desarrolle los conceptos a través de ejercicios puntuales.
- Aplicar estrategias de trabajo que contribuyan al desarrollo del concepto de los números racionales.
- Determinar por medio de dos ejercicios evaluativos la evolución y superación de dificultades en cuanto a los números racionales.
- Construir procesos metodológicos acorde a las necesidades actuales de los estudiantes desde un ámbito interactivo y práctico.

1.2. DIAGNOSTICO.

La propuesta de investigación se ejecutara en el **LICEO ARQUIDIOCESANO DE NUESTRA SEÑORA** (Sección femenina).

Es un colegio de carácter privado que pertenece a la arquidiócesis de Manizales y cuenta con sección masculina y femenina; la formación que se trasmite en esta institución se fundamenta en el aspecto religioso, humano y plantea una educación de nivel muy superior acreditado por las pruebas saber once.

El nivel socio económico que presentan sus estudiantes es de un nivel medio – alto, haciendo que la proyección social tenga un alto impacto, ya que los padres son conscientes de la importancia de una excelente formación personal y académica y lo que esto implica a corto, mediano y largo plazo, puesto que el nivel de formación de los padres de familia están a nivel de formación tecnológica alrededor de un 25 por ciento, profesional 55 por ciento y un 22 por ciento en un nivel de especialización, las cuales permiten que el entorno de los educandos sea de alta exigencia.

Cabe resaltar que el objetivo de esta propuesta es aportar en las diversas falencias que se han evidenciado en los grupos de trabajo tales como:

- Aprensión inapropiada del concepto de número racional.
- Aprendizaje memorístico.
- Utilización inadecuada de metodologías para el desarrollo de conceptos matemáticos.

Por medio de la propuesta de investigación se pretende dar viabilidad a estrategias lúdicas que colaboren con un óptimo desarrollo de la matemática dentro de los cursos a evaluar, y que las estudiantes del LICEO ARQUIDIOCESANO DE NUESTRA SEÑORA, fortalezcan su conceptualización y manejo de operaciones básicas de los números racionales y puedan afrontar los múltiples usos del conjunto de los racionales.

1.3. ANTECEDENTES

Dentro de la búsqueda como punto de partida para realizar este trabajo, se puede evidenciar diversas investigaciones que tienen como eje central el desarrollo de los racionales en diversos contextos educativos. Entre ellos podemos encontrar la investigación planteada por José María Gairiín de la Universidad de Zaragosa (1.991), el cual plantea una propuesta, denominada “El sistema de representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación”, cuyo objetivo, está enfocado en desarrollar la implementación de la metodología de investigación – Acción en estudiantes de formación docente de básica primaria y cómo desde su formación se evidencian dificultades en la conceptualización de números racionales y en su estructura como sistema y como ellos colaboran en retroalimentar los errores de los escolares; se pretende además mejorar la formación inicial desde dos dimensiones: mejoramiento de la conceptualización matemática y mejorar su formación como educadores de matemáticas.

En búsqueda de otros referentes podemos acercarnos a la investigación realizada por Gilberto Obando (2.003) sobre La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo, en esta investigación se da a conocer las conceptualizaciones erróneas por parte de los estudiantes frente a los números racionales, y cómo a través de la misma se pretende trabajar cambios significativos que aborden conceptualizaciones sobre la matemática, su enseñanza y su aprendizaje. Se pretende además, seleccionar temáticas que sean acordes en el proceso de enseñanza y a las necesidades de los educandos, por medio de técnicas metodológicas que sean las más eficientes para la enseñanza.

Se toma el conjunto de los números racionales por sus múltiples características entre las cuales se puede evidenciar su gran expansión en el campo numérico y la relación que tienen estos con el diario vivir.

Por último y no menos importante otro referente lo proponen Francisco Arturo Vallejo – Oscar Eugenio Tamayo (2.010), en la cual pretendieron plantear cómo los estudiantes desde los diversos aprendizajes, presentan diversas dificultades para emplear y hacer trascender el concepto de racional desde los diversos sistemas semióticos, en su contexto y en su quehacer educativo diario y además cómo este fenómeno se presenta en diversas culturas, edades y países, evidenciando que no es un problema local sino general.

CAPITULO II

2. MARCO TEORICO

A través de este marco teórico se realiza un abordaje por diferentes aspectos que permiten aproximarse al proceso educativo, cognitivo y teórico, por medio de conceptualizaciones que hacen referencia a la educación desde diferentes ámbitos y a un abordaje teórico sobre el objeto de estudio entre otros; además se hace mención de los diferentes modelos pedagógicos, del enfoque y las corrientes pedagógicas que puedan contribuir al objeto de estudio.

2.1 LA EDUCACIÓN DEFINIDA DESDE VARIOS PUNTOS DE VISTA.

La palabra educación consta de una doble raíz del latín educere que significa guiar, conducir o educare formar.

La educación es un proceso bidireccional mediante el cual se transmiten conocimientos, valores, costumbres y formas de actuar. La educación no sólo se produce a través de la palabra: está presente en todas nuestras acciones, sentimientos y actitudes.

A través de la educación, las nuevas generaciones asimilan y aprenden los conocimientos, normas de conducta, modos de ser y formas de ver el mundo de generaciones anteriores, creando además otros nuevos.

También se llama educación al resultado de este proceso, que se materializa en la serie de habilidades, conocimientos, actitudes y valores adquiridos, produciendo cambios de carácter social, intelectual, emocional, etc. en la persona, que dependiendo del grado de concienciación, será para toda su vida o por un periodo determinado, pasando a formar parte del recuerdo en el último de los casos.

La educación puede ser tomada desde distintos puntos de vista por el individuo, debido a que a través de ella el ser humano va experimentando y aprendiendo, según las diferentes etapas de la vida, las cuales generalmente dejan una enseñanza significativa para aceptar y entender a otras personas. La educación debe tener un valor agregado dentro del entorno social, siendo este uno de los principales mecanismos para aprender a visualizar y entender la vida, debido que poco a poco adquirimos conocimientos, habilidades y aptitudes los cuales serán aplicados en diferentes aspectos.

Ahora bien, la ley general de educación en el artículo primero plantea que: “La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes” (MEN – Ley general de educación).

Una de las políticas educativas más importantes es la del mejoramiento de la calidad de la educación. Cuando se habla de la calidad de la educación, se hace referencia al “conjunto de características a partir de las cuales se puede valorar las relaciones, los procesos y los resultados. La calidad tiene que ver con el campo de las necesidades, los intereses y aspiraciones del individuo y de la sociedad y con las esferas del valor, de la normatividad y de los fines”. (Lineamientos generales – MEN)

Es importante, advertir que la calidad de educación se concreta en la conformación y organización misma del sistema educativo, el grado de formación y de capacitación de los docentes, el número de profesionales que formalmente tiene a su cargo los servicios educativos, el grado de participación de los padres de familia y de la comunidad, la disponibilidad de la planta física, de textos y materiales; no solo para el niño, sino para los distintos agentes educativos, los procesos de investigación, la definición de los objetivos y la selección y organización de los contenidos del currículo.

La educación es uno de los pilares fundamentales del desarrollo de las personas, los pueblos y las naciones; por esta razón se constituye en un factor de importancia capital en el momento de dar respuesta a la problemática del país.

2.2 MODELOS PEDAGÓGICOS.

Para conceptualizar se retoman los aportes de Rafael Flórez Ochoa (1.994) quien expresa que estos son categorías descriptivas, auxiliares para la estructuración teórica de la pedagogía, pero que solo adquieren sentido contextualizado históricamente.

El propósito de los modelos pedagógicos, no ha sido describir ni penetrar en la esencia misma de la enseñanza, sino reglamentar y normativizar el proceso educativo, definiendo ante todo qué se debería enseñar, a quienes, con qué procedimientos, a qué horas, bajo qué reglamentos disciplinarios, para así moldear ciertas cualidades y virtudes en los alumnos.

Todo modelo pedagógico apunta a responder preguntas que tienen que ver con el ¿para qué enseñar?, ¿qué enseñar?, ¿cuándo enseñarlo?, ¿cómo enseñarlo?, ¿con qué enseñarlo?, ¿cómo se está logrando? Las cuales desbordan el marco estrictamente pedagógico y no pueden ser resueltas sin una previa postura ante el ideal de individuo y sociedad que quiere formarse.

Dentro de la evolución educativa se han podido evidenciar ciertos tipos de modelos pedagógicos tales como el tradicional el cual se fundamenta en verdades absolutas dirigidas desde la perspectiva del docente hacia sus educandos, el romántico plantea un esquema en el que la naturalidad y sensibilidad del educando son el eje central en su aprendizaje, también podemos encontrar el modelo conductista el cual consiste en la fijación y control de los objetivos con precisión, el progresista con el cual surgen las ideas de escuela nueva, entre otros.

Dentro de la propuesta de investigación se toma como fundamento el **modelo pedagógico constructivista:** El aprendizaje se ve como un proceso en el cual el estudiante construye activamente nuevas ideas o conceptos basados en conocimientos presentes y pasados; en otras palabras, "el aprendizaje se forma construyendo nuestros propios conocimientos desde nuestras propias experiencias" (Ormod J.E. – 2.003).

Los teóricos cognitivos como Jean Piaget y David Ausubel, entre otros, plantearon que aprender era la consecuencia de desequilibrios en la comprensión de un estudiante y que el ambiente tenía una importancia fundamental en este proceso. El Constructivismo en sí mismo tiene muchas variaciones, tales como Aprendizaje Generativo, Aprendizaje Cognoscitivo, Aprendizaje basado en Problemas, Aprendizaje por Descubrimiento, Aprendizaje Contextualizado y Construcción del Conocimiento. Independientemente de estas variaciones, el Constructivismo promueve la exploración libre de un estudiante dentro de un marco o de una estructura dada, estructura que puede ser de un nivel sencillo hasta un nivel más complejo, en el cual es conveniente que los estudiantes desarrollen actividades centradas en sus habilidades para así poder consolidar sus aprendizajes adecuadamente.

2.2.1 Educación tradicionalista: Este enfoque se originó en la escolástica, filosofía propia de la iglesia católica que imperó desde los siglos IX hasta el siglo XV. El fin primordial de la educación estuvo dirigido a la recuperación del pensamiento clásico como resultado del renacimiento.

A este modelo se le ha calificado de enciclopedista por cuanto, según Canfux “El contenido de la enseñanza consiste en un conjunto de conocimientos y valores sociales acumulados por las generaciones adultas que se transmiten a los alumnos como verdades acabadas; generalmente, estos contenidos están disociados de la experiencia de los alumnos y de las realidades sociales”.

Flórez Ochoa (1.996) sintetiza la anterior afirmación al concluir que “El método básico de aprendizaje es el academicista, verbalista, que dicta sus clases bajo un régimen de disciplina a unos estudiantes que son básicamente receptores”. El rol del maestro según Zubiría (1.998) es dictar la lección a un estudiante que recibirá las informaciones y las normas de forma unilateral, a su vez el acto de aprender es un acto de autoridad.

2.2.2 La teoría del aprendizaje significativo: El aprendizaje tiene que ser lo más significativo posible; es decir, que la persona que aprende tiene que atribuir un sentido, significado o importancia relevante a los contenidos nuevos, y esto ocurre únicamente cuando los contenidos, conceptos de vida y objetos de aprendizaje puedan relacionarse con los contenidos previos del grupo, estos deben ser adaptados a la etapa de desarrollo y en su proceso de enseñanza-aprendizaje son adecuados a las estrategias, ritmos o estilos de la persona o colectivo.

2.2.3 Aprendizaje por descubrimiento: Antes de plantear a los participantes soluciones se deben explorar con ellos diferentes maneras de enfrentar el mismo problema; pues no es pertinente enseñar cosas acabadas, sino los métodos para descubrirlas.

2.2.4 El aprendizaje centrado en la persona-colectivo: la persona-colectivo interviene en el proceso de aprendizaje con todas sus capacidades, emociones, habilidades, sentimientos y motivaciones; por lo tanto, los contenidos del proceso pedagógico no deben limitarse sólo al aprendizaje de hechos y conceptos (contenido conceptual), sino que es necesario atender en la misma medida a los procedimientos (contenido procedimental), las actitudes, los valores y las normas (contenido actitudinal), si se quiere una adaptación activa de la persona o grupos a nuevas situaciones sociales. Así mismo, hay que considerar sus propios estilos, ritmos y estrategias de aprendizaje.

2.2.5 La metodología activa: Siguiendo a Moisés Huerta, un método es activo cuando genera en la persona-colectivo una acción que resulta de su propio interés, necesidad o curiosidad.

El facilitador es en ese sentido, es quien debe propiciar dicho interés planificando situaciones de aprendizaje estimulantes, sin descuidar que los métodos son el medio y no el fin. **"**La metodología activa se debe entender como la manera de enseñar que facilita la implicación y la motivación"**.**

Estos cuatro aspectos deben propiciar un desarrollo curricular fundamentado en competencias, puesto que una **competencia** es un conjunto de capacidades que integra tres tipos de saberes:

- **El saber conceptual:** referido a la habilidad para el manejo de conceptos, datos, informaciones y hechos.
- **El saber procedimental:** relacionado con la habilidad para ejecutar una acción o secuencia de acciones siguiendo métodos, técnicas y/o estrategias adecuadas a la resolución de una tarea concreta.
- **El saber actitudinal:** concerniente a la habilidad para vincular el saber y el saber hacer a los valores, principios o normas que configuran nuestras actitudes, asegurando que la búsqueda del éxito y el progreso personal-colectivo no se contradigan con el bienestar social.

Todo modelo pedagógico es iluminado por un enfoque y materializado con la aplicación de una corriente pedagógica.

2.3 DESARROLLO COGNITIVO.

En la adolescencia el individuo busca su propia identidad. El niño se ha desarrollado durante muchos años y ha sido capaz de establecer vínculos emocionales, de expresar sentimientos y de establecer relaciones emocionales complejas; ha aprendido a sentir y a querer; además su capacidad intelectual también ha madurado; ya interpreta como es el mundo y se ha constituido una imagen del mismo.

La sociedad le exige cada vez más habilidades sociales, destrezas físicas e intelectuales y una mayor adaptación a los cambios que tiene que afrontar de forma individual.

En cuanto a lo cognitivo el adolescente se caracteriza por los siguientes aspectos:

- El adolecente es capaz de elaborar un pensamiento abstracto y mantener una actitud crítica y reflexiva ante el mundo y las experiencias vividas. El pensamiento simbólico no es su fuerte y utiliza, como en etapas anteriores, la intuición o los pensamientos mágicos como cuando era niño.
- Sus pensamientos se centran en todo aquello que desea y no tiene.
- La capacidad memorística está ligada a sus emociones, recuerda y aprende lo que le interesa y motiva.
- Puede comprender conceptos muy abstractos artísticos, metafísicos o filosóficos.

La resolución de problemas cada vez está más desarrollada, utiliza la experiencia previa para buscar soluciones. Aunque a nivel escolar esta habilidad la utiliza a la perfección, a nivel emocional no siempre es capaz de resolver sus propios conflictos.

2.4 PENSAMIENTO NUMÉRICO.

Es importante ubicar a los números racionales dentro de un pensamiento válido para su connotación e importancia dentro del ámbito cognitivo de los educandos y para ello cabe resaltar las facultades y similitudes que lo ubican dentro del pensamiento numérico; este nos permite recordar que es el momento para el desarrollo de la comprensión del número, su representación, las relaciones que existen entre ellos y las operaciones que podemos efectuar entre los diferentes conjuntos numéricos. Se debe potencializar este tipo de pensamiento ya que el niño desde edad temprana y de forma intuitiva maneja una relación con el conteo, el cual es el vínculo preciso para llevarlo a formalizar las operaciones matemáticas, la proporcionalidad y las fracciones.

Como características fundamentales de este tipo de pensamiento podemos encontrar: el sentido numérico, fundamentación en la medición y el paso de los naturales a los racionales.

2.5 LAS MATEMATICAS EN LA ANTIGÜEDAD.

Luke Hodgkin (2.005) muestra un interesante proceso histórico de la matemática a través de la historia empezando por el hombre primitivo, que optó por condicionar un seguimiento a las apariciones secuenciales como las fases lunares, esto se evidenció en los hallazgos encontrados en África donde el hueso de Ishango reveló muescas de conteo con un tiempo de antigüedad de unos 20.000 años.

Los Egipcios y Sumerios ampliaron su visión de la matemática, fundamentando su trabajo en espacios geométricos caracterizados por patrones formas y cantidades; estas necesidades matemáticas tomaron importancia a la hora de subsanar la necesidad de medir tierra de labranza y aspectos religiosos. El cuerpo para los egipcios conformaban sus patrones de medición, además se cree que tomaron como base el sistema de base diez a partir de la cantidad de los dedos de la mano; es de suma importancia recordar que el valor posicional para los egipcios aún no estaba definido como tal.

El papiro de Rhind da muestra del manejo de las fracciones de unidad en el antiguo Egipto, aportando a los problemas del comercio y manifestaciones sobre el uso del número compuesto y primo.

Uno de los aspectos importantes de resaltar dentro del ojo de Horus es la representación de diversas fracciones, donde el total era la unidad y parte de un todo.

Dentro del proceso histórico la evolución lleva a la matemática empleada por los griegos que se fundamentó en la geometría, en este proceso sobresalieron matemáticos como Thales, Pitágoras, Hipócrates de Chios entre otros; estos a su vez visualizaron la idea de infinito como lo planteado en la paradoja de Zenón de Elea (Aquiles y la tortuga), la cual se fundamenta en la infinita divisibilidad del espacio y tiempo, además se basa en la idea de que la mitad, más un cuarto más un octavo, etc, nunca será igual a un entero; es de suma importancia resaltar que en este espacio Diofanto de Alejandría fue uno de los primeros en reconocer las fracciones como números y que las matemáticas abstractas fueron basadas en una estructura lógica de definiciones, axiomas y demostraciones.

2.6 HISTORIA DE LOS NÙMERO RACIONALES.

Los babilónicos utilizaban fracciones cuyo denominador era una potencia de 60, mientras que los egipcios usaron, sobre todo, las fracciones con numerador igual a uno. En la escritura, la fracción la expresaban con un óvalo, que significaba parte o partido, y debajo, o al lado, ponían el denominador; el numerador no se ponía por ser siempre el número uno.

Los griegos y romanos usaron también las fracciones unitarias, cuya utilización persistió hasta la época medieval. En el siglo XIII, Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci, famoso, entre otras cosas por la serie de Fibonacci, introdujo en Europa la barra horizontal (vínculo) para separar numerador y denominador en las fracciones.

A principios del siglo XV, el árabe Al Kashi fue el que generalizó el uso de los números decimales tal y como los conocemos hoy.

A finales del siglo XVI, Simon Stevin desarrolló y divulgó las fracciones decimales que se expresaban por medio de números decimales: décimas, centésimas, milésimas, etc., pero los escribía de una forma complicada; así para 456, 765 escribía 456 (0) 7(1) 6(2) 5(3). A principios del siglo XVII, los números decimales ya aparecieron tal y como los escribimos hoy, separando con un punto o una coma la parte entera de la parte decimal. Los números decimales se impusieron, en casi todos los países, al adoptarse el Sistema Métrico Decimal, en el siglo XVIII, concretamente en 1792.

2.7 NÚMERO RACIONAL.

Por número fraccionario $\frac{m}{n}$ se entiende el resultado de dividir una unidad en n partes iguales y tomar luego una colección integrada por m de esas partes; m y n son los términos de la fracción y en particular, a m se le llama numerador, mientras que a n recibe el nombre de denominador. Los números fraccionarios hacen parte del conjunto de los números racionales que se representan mediante el símbolo $\mathbb{Q}$ "quotient" que significa cociente.

Todo par ordenado de números enteros (x, y), con y ≠ 0, el cual se escribe de la forma $\frac{x}{y}$, es decir, un número racional, como por ejemplo: $\frac{4}{2}$, $\frac{-3}{6}$ ó $\frac{0}{-5}$.

Si el denominador es uno, la fracción equivale al número entero del numerador: $\frac{m}{1} = m$, por tanto, los números enteros pueden considerarse comprendidos en los racionales.

La connotación matemática del conjunto de los números racionales seria:

$$\mathbf{Q} = \left\{\frac{a}{b} / \, a \wedge \, b \in Z, b \neq 0. \right\}$$

UTILIDAD DE LOS NÚMEROS RACIONALES.

Los números acotan todo lo que nos rodea, con pruebas sencillas se puede experimentar la aplicación de la aritmética en la vida cotidiana, desde los sistemas decimales para medir la distancia y la temperatura hasta la utilización del comercio electrónico y el cálculo del número de asistentes a una manifestación. Se empieza por lo más sencillo: ¿Cómo saber cuántas ovejas tenemos?, o ¿Cuántas se vendieron a otro pastor? hay que contar y para ello se emplea los números naturales: 1, 2, 3, 4, 5...

Partiendo que los números son fundamentales en la vida de todo ser humano, en el ámbito escolar debe estar presente en el proceso de formación, puesto que presenta características importantes dentro de un proceso, para que los niños puedan entender con mayor facilidad diversos conceptos matemáticos tales como la unidad, mitad, equivalencia, proporciones entre otros, que están inscritos en el entorno cotidiano y un óptimo desarrollo del pensamiento numérico en diversas áreas del aprendizaje.

Se debe recordar que la comprensión de la división de la unidad, es decir, para pasar del concepto de número Natural al concepto de número Fraccionario se necesita reconocer y conceptualizar apropiadamente sobre la unidad, su partición en partes congruentes tomando el estatus de número, teniendo en cuenta unidades fraccionarias: ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$) sin perder la noción de la unidad, así como una extensión de significados en el concepto del número fraccionario en cualquier situación dada, es decir saberlo contextualizar.

El paso que se da del número Natural al número Racional implica la comprensión de procesos de medición y partición de una unidad, en el marco de situaciones en donde la unidad de medida no esté contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que se hace necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes como por ejemplo relacionar fracciones, números mixtos y números decimales.

Un número Racional a/b (b ≠0) tienen varias interpretaciones, lo que determina como objetivo de enseñanza que los alumnos lleguen a dotar de significado a las diferentes interpretaciones, pero también establecer relaciones entre ellas; para ello se encuentran cuatro aspectos a considerar como fundamentales tales como: medida, reparto, operador, razón.

- **Medida:** Relación de una parte y de un todo (sea este continuo o discreto), Las situaciones que configuran esta interpretación del número racional implican situaciones de medida y por tanto consideran un todo dividido en partes. El número racional indica la relación entre la parte y el todo.
- **Reparto:** Cociente y números decimales. Los números racionales pueden ser vistos como un cociente, es decir, como el resultado de una división en situaciones de reparto.
- **Operador:** Significado funcional de la preposición —de. La interpretación del número racional como operador se apoya en el significado de función. Un número racional actuando sobre una parte, un grupo o un número modificándolo.

- **Razón:** Índice comparativo. Una razón es una comparación de dos cantidades (de igual o diferente magnitud).

2.8 OPERACIONES CON FRACIONARIOS.

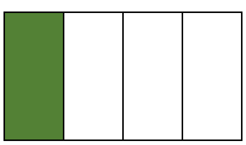
Las operaciones aritméticas con fracciones, es decir, la suma, la resta, la multiplicación y la división, siguen una serie de reglas que son precisas conocer para realizar cálculos en los que aparezcan este tipo de operaciones.

2.8.1 ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN.

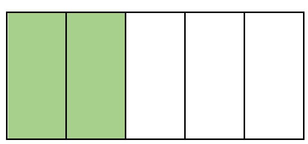
Ejemplo:

Paola y Julián están pintando una pared rectangular de su apartamento. Ella ha pintado $\frac{1}{4}$ y Julián $\frac{2}{5}$ de la pared. El resto lo pintará su hija Laura quien desea saber qué fracción de la pared le corresponde pintar.

Primero se debe saber cuánto ha pintado entre Paola y Julián. Para ello, representamos las fracciones $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{5}$.

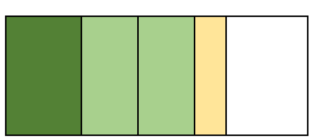


$\frac{1}{4}$



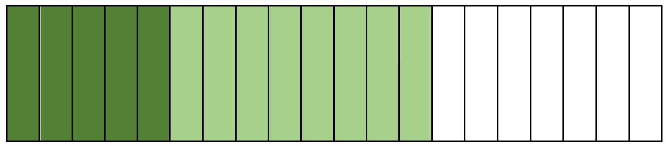
$\frac{2}{5}$

Ahora representemos $\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$ en una sola unidad.



La región amarilla es la sobrante entre $\frac{2}{5}$ y la tercera división de la unidad en cuartos. Esa parte será el nuevo patrón que tendremos en cuenta para dividir la unidad.

La unidad ha quedado dividida en 20 partes iguales, de las cuales 5 están en la región de $\frac{1}{4}$ y 8, en la región de $\frac{2}{5}$, Por tanto, $\frac{1}{4}+\frac{2}{5}=\frac{13}{20}$



Paola y Julián pintaron $\frac{13}{20}$ de la pared; luego a Laura le corresponde pintar $\frac{7}{20}$.

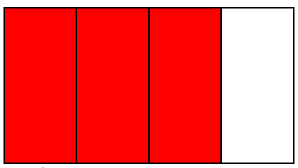
Para **adicionar** o **sustraer** fracciones se halla la suma o diferencia entre los numeradores y se deja el mismo denominador. Si las fracciones son heterogéneas se necesita escribirlas como fracciones equivalentes a ellas, hallando el mínimo común múltiplo de los denominadores, y luego adicionarlas o sustraerlas como fracción homogénea.

- Se llama número mixto a la suma de un número entero y una fracción. En los números mixtos se omite el signo de la suma; por ello cuando se manejan números mixtos es conveniente no omitir, como en ocasiones se hace, el signo de la multiplicación entre enteros y fracciones. De esta manera, el número $3\frac{1}{4}\ es\ el\ mixto\ 3+\frac{1}{4}$. Si se desea expresar el número mixto como fracción, se efectúa la suma indicada. Por ejemplo: $2\frac{3}{5}=2+\frac{3}{5}$. Un número entero sin denominador equivale a una fracción cuyo denominador es 1, por lo tanto la operación anterior se trasforma en: $\frac{2}{1}+\frac{3}{5}$, se reducen ambas fracciones a denominador común, que en este caso siempre será el denominador de la fracción del número mixto, y se suman los numeradores: $\frac{2}{1}+\frac{3}{5}=\frac{10+3}{5}=\frac{13}{5}$.

2.8.2 MULTIPLICACIÓN.

Ejemplo:

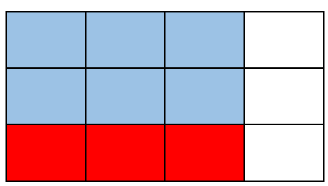
Para presentar el baile deben cubrir los $\frac{3}{4}$ del piso del teatro con alfombra. El director quiere que en los $\frac{2}{3}$ de esa parte, la alfombra sea azul y el resto roja. ¿Qué fracción del piso del teatro quedara con alfombra azul?



$\frac{3}{4}$ de piso deben cubrirse con alfombra roja.

Ahora, dividimos $\frac{3}{4}$ en 3 y tomamos 2.

De esos tres cuartos $\frac{2}{3}$ van de color azul.



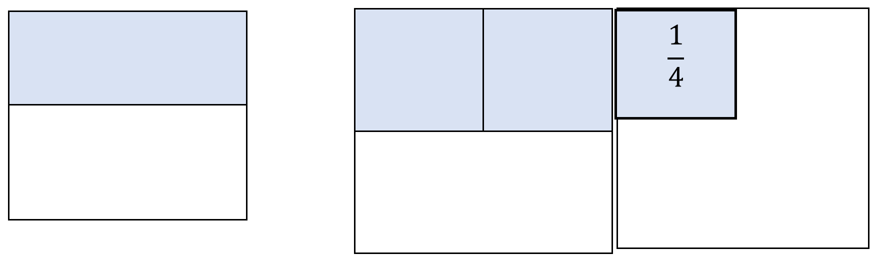
Observemos que el piso quedo total quedó dividido en 12 partes, de las cuales consideramos 6. Luego la fracción del piso del teatro se cubrirá con alfombra azul es $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$, es decir $\frac{2}{3}\ de\ \frac{3}{4} = \frac{2}{3}\ x\ \frac{3}{4} = \frac{2x3}{3x4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

Para **multiplicar fracciones** basta con multiplicar los numeradores entre sí y los denominadores entre sí: $\frac{a}{b}\ x\ \frac{c}{d} = \frac{(axc)}{(bxd)}$

2.8.3 DIVISIÓN

Ejemplo:

¿Cuántas veces cabe $\frac{1}{4}\ en\ \frac{1}{2}$?



$\frac{1}{4}\ en \frac{1}{2}\ cabe\ 2veces,$ Así que $\frac{1}{2}\ \div\ \frac{1}{4} = \frac{1\ x\ 4}{1x\ 2} = \frac{4}{2}2$

Dividir fracciones equivale a multiplicar la primera fracción por el inverso (donde el numerador pasa a ser el denominador y el denominador el numerador) de la segunda fracción: $\frac{a}{b}\ \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} x \frac{d}{c} = \frac{(axd)}{(bxc)}$.

2.9 LAS FRACCIONES Y LOS EDUCANDOS.

Afrontar las fracciones en el entorno escolar genera controversia en diferentes aspectos tales como el grado escolar en que se debe enseñar, cuál metodología es la más apropiada para afrontar las temáticas, los diversos tipos de aprendizaje de cada estudiante, entre otros.

Uno de los factores más acentuados en el estudiante es la apatía presentada a la hora de trabajar en contextos que contengan los números fraccionarios, puesto que este conjunto numérico tiene el particular reconocimiento de que su aprehensión y desarrollo se da con un cierto grado de dificultad, y en la mayoría de los casos difícil de superar.

Frente a las múltiples opiniones sobre este tema queda claro que más allá de generar polémica, es relevante aproximar a los estudiantes a las fracciones como estructura de herencia cultural y acercamiento a los racionales; para ello se deben considerar cuestionamientos tales como ¿qué aspectos de las fracciones es posible enseñar?, ¿cómo evitar errores frecuentes, en cuanto al cálculo, símbolos y ubicación en la recta numérica?, ¿qué enfoque educativo es el apropiado dentro de los lineamientos curriculares para una correcta asimilación?; entre otros.

2.10 LAS FRACCIONES Y LO COTIDIANO.

Teniendo como punto de partida los diversos cuestionamientos puestos en consideración frente a las dificultades que hay a la hora de aprender el conjunto de los números racionales dentro del aula de clase, las fracciones generan un ambiente de desconcierto y descontento por parte de los estudiantes, ya que con solo realizarles preguntas básicas de cómo se relacionan en su diario vivir, reconocen nombres como un litro y cuarto de gaseosa, un cuarto de la casa, octavos de final de un torneo entre otros, pero cuando se cruza el umbral del reconocimiento a la aplicación matemática no hay una cohesión significativa y el ambiente se torna apático al contenido en sí.

Cecilia Barón (1.999) refleja que “nuestros estudiantes han memorizado diferentes tipos de reglas para algoritmos, las cuales son funcionales para cierto tipo de trabajo matemático, más no es el caso para resolver las diferentes situaciones en que se deben relacionar las fracciones”; esto a su vez conlleva a evaluar y replantear el método de enseñanza de las fracciones dentro del aula de clase.

Es de suma importancia analizar el tipo de conocimiento que hace el docente sobre el uso de la matemática y la interpretación para comprender y abordar los problemas de aprendizaje de sus estudiantes, esto va estrechamente relacionado con la formación previa del docente frente al tema y el diseño de trabajo dentro del aula, los cuales la gran mayoría de las ocasiones se dispersa, debido a que el docente culpa al educando por traer de años anteriores diversos vacíos frente a la temática planteada y no reconoce cuánto puede influir su mala formación en el mejoramiento de estos vacíos y la enseñanza de nuevos conceptos. .

Esto permite aclarar que la carencia de elementos del docente de matemática para abordar dificultades e indagar, con sistematicidad acerca de las diversas causas de aprendizaje de los números racionales, hace que el problema de aprender de forma concisa y coherente por parte de los estudiantes, no alcance los objetivos dispuestos dentro del plan de estudios.

El docente dentro del núcleo educativo es un eje integrador, el cual debe proporcionar ciertas garantías que acerquen al educando al objetivo de aprender, por ello es importante que el docente de matemática, tenga una preparación asertiva frente a cada una de las temáticas, uso oportuno de estrategias educativas frente a las características del grupo.

En conclusión el aprendizaje de las fracciones debe ser direccionado desde todos los ámbitos escolares, el entorno en que se desenvuelven los estudiantes, sus bases teóricas y prácticas, la proyección que estas hacen a corto, mediano y largo plazo en su evolución cognitiva y el desarrollo y apropiación del docente de matemáticas frente a dichas temáticas.

2.11 INTERPRETACIÓN DE LAS FRACCIONES.

Interpretar una fracción, apropiarla al contexto y tener la capacidad de operar con ella, debe ser entendida como la fracción parte-todo, como lo plantea Llinares y Sánchez (1.988) dónde en su obra, planteó “la importancia de interpretar y desarrollar conceptos a través de experiencias que acerquen al niño y al joven al concepto de fracción”, para ello proporcionaron la posibilidad de trabajar desde una representación en contextos continuos y discretos, decimales y recta numérica, que posibilitan al docente tener un amplio abordaje de las fracciones empleando todos los espacios posibles de continuidad de los mismos; al estudiante lo acerca a comprender, analizar y aplicar las fracciones desde su concepción hasta su utilidad, permitiendo que la relación biunívoca entre las dos partes tenga sentido y un lenguaje en común.

Dentro de las diferentes interpretaciones y aplicaciones que se le hacen a las fracciones se puede retomar el punto de vista de Novillis (1.976), quien construyó una jerarquía de algunos conceptos de fracción y a su vez creó niveles donde se incluyó el modelo del área, modelo discreto y de la recta numérica para acercar al estudiante desde todos los puntos de vista a las fracciones.

El **nivel uno** identifica dos estructuras, la primera Parte-grupo, partes congruentes: en donde se pueden tomar elementos y asociar al mismo tiempo con dos o más modelos para representar la relación; en la segunda estructura parte-todo: el estudiante asocia la fracción con una región geométrica que está dividida en un determinado número de partes congruentes.

En el **nivel dos** se encuentran cuatro estructuras tales como Parte-grupo: el estudiante asocia la fracción a un conjunto de objetos no congruentes, Comparación parte -grupo: Se asocia la fracción con la comparación relativa de dos conjuntos y todos sus objetos son congruentes; recta numérica: Se asocia la fracción con un punto de la recta numérica, donde cada segmento está dividido en segmentos equivalentes, entre otras.

2.12 LA RELACIÓN PARTE – TODO.

Nuestros estudiantes tienen una cercanía relevante con la relación parte –todo, puesto que sus aproximaciones a esta relación inicialmente son cualitativas, las cuales deberían acercarlo a la estimación de la noción inicial sobre fracciones con el firme propósito de involucrarlo en la formación de estructuras operativas, las cuales le permitieran abordar la solución de problemas donde se encuentre involucrada la noción de fracción. Dentro de la misma se evidencian aspectos como, un todo está compuesto por elementos separables, el “todo” se puede dividir en el número de partes pedidas, las subdivisiones cubren el todo, el número de partes no coincide con el número de cortes, las partes tienen que ser congruentes, las partes se pueden considerar como totalidad, el “todo” se conserva, las relaciones parte-todo se dan en contextos continuos y discretos y subdivisiones equivalentes entre otros.

Este tipo de trabajo en las fracciones, puede llevar a tener en cuenta cada una de las partes que se involucran en la fracción, y hacer que el estudiante sea parte activa en todo el proceso de enseñanza de las fracciones y que la interacción directa lo lleve a fundamentar, analizar y conceptualizar el manejo de las fracciones desde lo empírico hasta lo abstracto, reconociendo la totalidad y las partes como conjunto de una parte divisible. Se debe tener en cuenta, para que el desarrollo del trabajo parte-todo tenga un proceso evolutivo, es necesario involucrar al nivel de primaria la adquisición de la sintaxis, esta habilidad se puede desarrollar mediante la resolución de problemas que impliquen reparto y medida, haciendo uso de un lenguaje corriente; en secundaria se puede fortalecer las nociones sobre la unidad y la resolución de problemas de tipo algorítmico dando continuidad a este proceso, por su edad y proceso cognitivo.

2.13 DESARROLLO DE LAS FRACCIONES EN EL AULA.

Propiciar espacios de interacción entre un fundamento matemático y un espacio educativo, conllevan a generar elementos dónde se sustente que la matemática en el aula puede ser vista y entendida más allá de una simple ciencia, es un estilo de vida el cual permite múltiples formas de relación entre el docente, el estudiante y la vida cotidiana; los números racionales son parte activa de este fenómeno dando apertura a un conocimiento activo, práctico y funcional en torno a los estudiantes, formas de aprendizaje y necesidades de contar, medir y transformar cantidades.

(Kieren – 1.975) aportó al trabajo de aula, clasificando a los números racionales en siete categorías entre las cuales podemos encontrar: a).Los racionales son fragmentos que se pueden comparar, b). Son fragmentos decimales que forman una extensión natural, c). Son clases de equivalencias, d). Son una proposición, e). Operadores multiplicativos, f). Espacio para los cocientes, g). Son medidas o punto de una línea. Aportando de esta forma el relacionar todos los elementos necesarios dentro de los racionales para enfocarlos dentro del trabajo del aula, para ello el docente debe tener la capacidad de manejar con suficiencia los temas que acercan y dan relación a los racionales ya que estos conviven en un conjunto numérico amplio donde todos los elementos son parte fundamental, sin una correcta formación, discernir las características y aplicaciones que tienen, hacen que el enfoque escolar que se pretende generar no tenga mayor trascendencia y solo aportemos a una desconstrucción del conocimiento; Kieren planteó varias formas de visualizar los racionales en un contexto de aprendizaje, partiendo desde los más básico hasta lo más complejo; ya depende de las capacidades y motivación del docente para hacer un uso adecuado de estos elementos.

Varios pedagogos y matemáticos proponen cómo hacer que un tema de una amplitud relevante dentro del contexto matemático tenga la connotación necesaria frente al aprendizaje y su funcionalidad adecuada, entre ellos encontramos lo planteado por Adelaria Sáenz (1.991) la cual propone un desarrollo de habilidades teniendo en cuenta una secuencia, partiendo desde un trabajo gráfico lo cual se parte de figuras simples (círculo, triángulo, cuadrado) en el cual se sombrean partes de las mismas de forma congruentes en forma y área y luego solo en área, dando trascendencia se continuaría con divisiones y sub divisiones, reconocimiento de la relación parte- parte y parte- todo, unificación de lo anterior con la utilización de conjuntos discretos, hasta llegar a la representación numérica como tal. También se puede considerar en esta aplicación lo expresado por Freundenthal (1.976), los niños desde su intuición por el manejo de las fracciones hacen un excelente desempeño, el problema surge cuando saltamos su proceso y los algoritmos sustituyen su conocimiento empírico, para evitar esto proyecta un trabajo desde cuatro expresiones, la primera es la relación del reparto con el trabajo concreto, el desarrollo del lenguaje cotidiano, el desarrollo de representaciones gráficas y por último el lenguaje matemático.

Al comparar los enfoques presentados por Adelaria y Freundenthal, estos asumen que todo lo que envuelve al estudiante es agente activo en la enseñanza-aprendizaje de los racionales, en donde deben prevalecer los preconceptos y cómo las formas de ver y entender los racionales deben irse sumergiendo en un proceso de algoritmo sin atropellar el estudiante y su estructura mental.

2.14 MANIPULACIÓN Y COMUNICACIÓN DENTRO DE LAS FRACCIONES

Descifrar la intensión o propósito con el cual se pretende realizar un manejo adecuado de las fracciones en el ambiente escolar, se puede traducir con la manifestación de cómo estas se pueden representar y qué intencionalidad posee en el trabajo numérico.

En un amplio trasegar de la historia las matemáticas han constituido un pilar fundamental en el proceso cognoscitivo del hombre y no se puede apartar la figuración que poseen los racionales en el mismo y como a su vez son el núcleo de desarrollo de diversos pensamientos, tales como, el pensamiento lógico, el pensamiento racional y el pensamiento convergente, estos aportan diversas ópticas de trabajo entre ellas las múltiples representaciones que poseen en el conjunto numérico como tal, de esta forma acercan al docente a optar por una interacción directa entre la estructura del conjunto de los racionales y el estudiante.

Skemp (1.986) nos induce a la naturaleza de la manipulación, "realizar" puede influir en la opción de representación como estrategia, para llevar a los estudiantes a que reconozcan, interpreten y manipulen con mayor facilidad el concepto y lo apliquen a diversas situaciones tangibles e intangibles; esta parte de manipular nos debe inducir a ampliar un vínculo entre el conocimiento por medio de la comunicación puesto que juega un papel importante de representación ya que es una herramienta con un propósito dual: ellos ayudan en la comunicación de ideas, y ellos ayudan en la comunicación entre los individuos haciendo del trabajo con racionales un universo donde el reconocimiento del saber del otro aporta a el intelecto de los demás. Allí sirve desde la más mínima inquietud, hasta los conceptos más relevantes sobre el tema, ya que se apuesta a la experimentación y todo lo que ella pueda contribuir.

Adoptar diversas formas de ver y entender las fracciones en el entorno matemático y educativo como tal, hace jalonar varios procesos inmersos en el complejo arte de enseñar una ciencia y sobre todo un tema que necesita ser entendido y comprendido desde su simplicidad implícita en una complejidad cambiante.

3. INVESTIGACIÒN

La investigación como actividad humana orientada al descubrimiento de nuevos conocimientos y mediador para solucionar interrogantes, necesita ser coherente al entorno y necesidades de la comunidad donde se pretende desarrollar cualquier acto investigativo. Teniendo en cuenta de esta forma el tipo de trabajo que se va a desarrollar en los grados sextos del LANS (femenino), debe tener presente los altibajos, fortalezas, debilidades y antecedentes que presentan el grupo de estudiantes frente al manejo y conceptualización matemática que presentan en cuanto a la concepción de número racional, funcionalidad y aplicabilidad a través de las operaciones básicas.

Por tal razón es relevante tener presente que el tipo de investigación a trabajar es abierto a cualquier esfera investigativa que nos permita dar solución a interrogantes del quehacer pedagógico dentro del aula.

Como punto de partida y elemento guía el ejercicio investigativo se fundamentará por medio de una investigación **CONSTRUCTIVISTA.** La investigación constructivista es la combinación de un aprendizaje que se construye a partir de saberes previos que hayan contextualizado los educandos a partir de experiencias, vivencias u observaciones, ella tiene como objetivo conocer y analizar una realidad y se examina los problemas, la percepción que las personas tienen de ellos y las experiencias vivenciales dentro de la situación social concreta con el fin de emprender acciones tendientes a cambiar esa misma realidad.

Este tipo de investigación tiene grandes ventajas. Un aspecto esencial en este proceso es que todas las personas interesadas podrán analizar e interpretar los resultados de la investigación. En este aspecto es evidente la diferencia con otros métodos de investigación en los que el investigador acapara la información, y muchas veces, ni siquiera confronta su interpretación con la opinión de los miembros de la comunidad investigada. La investigación constructivista por sí sola no puede cambiar totalmente las condiciones de una comunidad. Sin embargo, los conocimientos, la metodología, el grado de organización que se logre de estos trabajos constituyen un aporte poderoso a los procesos de transformación.

3.1 DISEÑO METODOLOGICO.

Dentro de la propuesta de investigación se realizará el trabajo desde la óptica de la investigación CONSTRUCTIVISTA, la cual permite que nuestro quehacer como docentes tenga una interacción biunívoca entre el docente y el estudiante, acercando de esta forma a las diversas esferas de aprendizajes que se pueden generar dentro del aula de clase, respetando las individualidades de cada individuo en el aprendizaje, socialización e interacción con el medio que los rodea.

Este tipo de metodología además, nos acercara a reconocer cómo influye los sistemas educativos en el proceso enseñanza – aprendizaje y aún más qué grado de incidencia tiene cuando el canal de aprendizaje es en un solo sentido (docente-alumno), y qué estrategias metodológicas son las más apropiadas para involucrar al estudiante a un esquema apto de aprendizaje de cada uno de los sistemas numéricos en especial el conjunto de los números racionales.

3.2. POBLACIÒN Y MUESTRA.

Aprender contenidos matemáticos en un mundo que evoluciona constantemente y que exige un sin número de requisitos cognitivos, hace de nuestro quehacer educativo un reto constante, que nos exige indagar, investigar y solucionar cada dificultad y potencializar cada fortaleza para que enseñar matemáticas tenga un sentido y una evolución acorde a las exigencias del cambio.

Para ello la propuesta se implementará con las estudiantes del grado sexto del LICEO ARQUIDIOCESANO DE NUESTRA SEÑORA DEL ROSARIO (LANS), con el objetivo de generar espacios propicios, y actividades acordes a sus necesidades en el proceso enseñanza – aprendizaje de las operaciones básicas con números racionales.

La muestra corresponde a 175 estudiantes, que se encuentran distribuidos en las grados 6º-C , 6º -D y 7-C ,7- D, sus edades oscilan entre los 11 y 13 años, y en un 85% son estudiantes que están en la institución desde el grado primero, teniendo una constante en su formación ideológica, cognoscitiva y comportamental como tal.

3.3 INSTRUMENTOS:

- **La observación:** Como instrumento de investigación consiste en mirar factores, circunstancias que aclaran o determinan lo que está sucediendo con los estudiantes a medida que se va implementando la propuesta.

  Según Rodolfo Sonet: “si todo pudiera aprenderse mediante la observación, la educación sería más completa y la instrucción más rápida. Siempre que pueda observarse, no debe dejar de observarse. El practicante y el maestro no deben ahorrar en ese sentido”.

En esta investigación, la observación juega un papel muy importante en la recolección de información necesario para el análisis preciso de los avances que se van dando en el desarrollo de la propuesta.

- **Guías de trabajo:** En esta investigación las guías facilitaron la aplicación de diversas actividades y estrategias que conducen a analizar el desarrollo de los pensamientos lógico- matemático en los estudiantes de 5º y 6º y a su vez favorecen la recolección y tabulación de datos en el análisis de las concepciones que van obteniendo los estudiantes a medida que va avanzando la implementación de la propuesta de investigación.
- **Pre-test:** con este tipo de prueba, se designan las técnicas de investigación, análisis y estudio que permiten apreciar una característica psicológica o el conjunto de la personalidad de un individuo. Tales técnicas

pretenden organizar los datos extraídos de la investigación de la conducta sin intención de explicar causas o consecuencias, sino más bien limitándose a describir el comportamiento en la dimensión que persigue sus objetivos (personalidad, inteligencia y aptitudes entre otros).

Este instrumento consiste en una serie de ítems que dan respuesta de los conocimientos previos de los estudiantes y de los conocimientos finales de los mismos. Éstos se presentan con ayuda de gráficas y ejemplos y respuestas que facilitan su interpretación. La información recolectada en los test será tabulada e interpretada con el fin de sacar las conclusiones pertinentes en cuanto al desarrollo de la propuesta.

- **Pruebas Intermedias:** Este tipo de pruebas se dividirán en dos pruebas, las cuales serán de tipo conceptual y otra de tipo práctico, con el fin de evaluar y reconocer los avances que presentaron las estudiantes después de haber pasado por un proceso de retroalimentación, fundamentación y socialización a través de la guía práctica y el desarrollo de actividades guiadas.
- **Pos-test:** En el pos-test como su nombre lo indica nos servirá como instrumento para verificar el nivel alcanzado por las estudiantes en el tema tratado durante toda la investigación y que aspectos evaluados en el pre-test presentaron una evolución considerable o simplemente una cohesión con los resultados del pre-test. En el mismo encontraremos similitud con algunas preguntas evaluadas en el pos-test como referente para analizar si su grado de dificultad es la misma o presenta alguna variación.

4. PLAN DE ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.

El análisis de la información será cuantitativo y cualitativo.

Es de tipo cuantitativo, ya que en ella se miden los avances que se producen al implementar una propuesta matemática en los estudiantes de 5º y 6º en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático; por consiguiente se necesita analizar las condiciones iniciales de los estudiantes por medio de un pre-test para luego dar paso a aplicar la propuesta matemática por medio de guías de trabajo en donde se irá recolectando toda la información para al final llegar a esclarecer los efectos que tuvo esta y verificar si las hipótesis planteadas son aceptadas o refutadas.

Como dice Francisco Cajio en su libro Selene, segunda expedición de Playade: "En la investigación cuantitativa lo que interesa es medir la probabilidad de que ocurra un fenómeno en determinadas condiciones; siempre se está contando, midiendo y hallando relaciones entre unas cosas y otras. El análisis es siempre con números y se representa estadísticamente".

Los resultados finales de la investigación se analizarán por medio de un post- test, tabulando la información para obtener resultados y obtener conclusiones.

Esta propuesta cuenta con momentos cualitativos a través de los cuales y en una observación participante se fue detectando las transformaciones que se van dando en los estudiantes.

Se debe aclarar que la aplicación de las pruebas tales como el pre-test, pruebas intermedias, guía y pos-test, se realizaron en el trascurso del año 2.013 en los grados sextos y séptimos y que en los ítems posteriores a este párrafo, se darán a conocer los diferentes resultados obtenidos en cada uno de los procesos.

4.1 ANALISIS DE RESULTADOS PRE-TEST

- En las 5 primeras preguntas el objetivo era conocer si las estudiantes identifican elementos básicos de una fracción tales como la representación, clasificación y equivalencia, las cuales debían estar inmersas en su desarrollo numérico básico escolar; en los dos primeros puntos en un 65% las estudiantes respondieron de forma acertada y coherente frente a las preguntas, demostrando que reconocen “qué es la unidad”, como ésta puede ser dividida en partes iguales y que de ella pueden tomarse algunas, todas o ninguna y cómo se representan de forma numérica; las preguntas más usuales frente a estos cuestionamientos era que si la unidad solo se podía representar en un diagrama circular o cualquier objeto podría cumplir con tal condición; en cuanto al reconocimiento de un número mixto sólo el 40% identificaron que esta se genera de una fracción impropia y cómo por medio de la correspondiente división se puede generar el mismo, frente al reconocimiento de fracciones equivalentes se evidenció un alto grado de desacierto puesto que preguntaban si dependía del numerador o el denominador para hacer la respectiva comparación, hasta llegaron a preguntar si se podían convertir en número mixto o se podían tomar cada parte para poder encontrar la respectiva equivalencia.
- En los ejercicios comprendidos entre la sexta y decima pregunta, la intensión era reconocer la capacidad de comparar diferentes tipos de fracciones y a partir de elementos tales como mínimo común denominador , mayor que, menor que y proporciones, y presentar de forma ascendente una serie de fracciones; frente a este tipo de ejercicios, un 55% de las estudiantes no contestaron de forma acertada este tipo de ejercicios, presentando como una constante señalar cualquier opción, más por contestar que por encontrar el resultado real del mismo.

Frente a lo observado se preguntó a los estudiantes por las dificultades y ellas argumentaron que confundían la utilidad de los símbolos de “menor que” y “mayor que”, el orden de ascendente y descendente, y no comprendían en su totalidad el mínimo común denominador, donde desde años anteriores este aspecto les causaba dificultad ponerlo en práctica y aún más cuando las cantidades eran de cifras grandes, muchas estudiantes argumentaron además que la complejidad que generaba se aumentaba considerablemente cuando este tema se proponía desde las fracciones.

Avanzando en el nivel de trabajo en el pre-test entre las preguntas 11 al 15 el eje central es desarrollar ejercicios donde se involucran las operaciones básicas con fracciones y operaciones de un nivel diferente como potencias y radicaciones, para resolver este tipo de ejercicios las estudiantes debían tener claro el desarrollo que se hace con una fracción homogénea o heterogénea y la jerarquía que se debe tener presente cuando se involucran las operaciones básicas, el manejo de un número mixto y qué hacer cuando se tiene un número natural en una operación con fracciones, al revisar esta parte se encontró que entre un 45% y 60% las estudiantes presentan dificultades, puesto que se les dificultó encontrar una metodología o un proceso viable que les contribuyera a la solución de los ejercicios que presentaban características básicas ya vistas en el conjunto de los números naturales, como son la potenciación y la radicación. Cabe resaltar que aquellas estudiantes que presentan aciertos tienen aspectos definidos en cuanto a la razón, definición y conceptualización, evidenciando que los errores parten más de cálculo que del desarrollo como tal.

- Los puntos finales del pre-test involucran ciertos criterios de complejidad que llevaron a los estudiantes a tener un grado de análisis que les implicó analizar, sintetizar y correlacionar diversos aspectos de las fracciones, puesto que el trabajo a desarrollar se dio por medio de problemas con fracciones, donde el nivel de dificultad se encontraba entre un rango bajo, medio y alto, con el fin de reconocer la capacidad de analizar e interpretar la información por medio de situaciones de la vida cotidiana tales como el manejo de un microondas, un viaje y tiempo empleado para realizar una actividad. Frente a esta última etapa el ejercicio se tornó complejo, puesto que las estudiantes argumentaban que no entendían los problemas, puesto que ni siquiera identificaban correctamente los datos básicos expuestos en el planteamiento de los problemas, se les pidió que realizaran una lectura objetiva de los problemas e identificaran qué datos tenían, qué tipo de operación se necesitaba para resolverlo y qué pasos se deben tener claros para encontrar una respuesta; pero a pesar de aclarar este aspecto el nivel de interpretación fue mínimo, confundieron qué tipo de operación debían aplicar para resolver el ejercicio, no saben trabajar la relación entre un entero y una fracción y no encuentran un punto de partida para solucionarlo. Las pocas estudiantes, las cuales acertaron algunos de los puntos hacían procedimientos empíricos donde se acercaban a la respuesta o por suerte llegaban a él, trataron de organizar los datos y por lo menos plantear una operación con o sin fracciones donde se les permitiera trabajar el ejercicio. Una de las cosas más relevantes de las estudiantes, fue su argumento, dónde plantearon el poco gusto por el trabajo con problemas y mucho más si estos tienen fracciones, ya que las fracciones las confunden y no las deja pensar fácilmente.

Para tener una visión más amplia se anexa un gráfico donde se muestra los resultados presentados en ambos niveles, sexto y séptimo frente a lo descrito en los párrafos anteriores. (En los grados sextos se trabajó con 98 estudiantes y en los grados séptimos con 77)

FIGURA 4.1.2

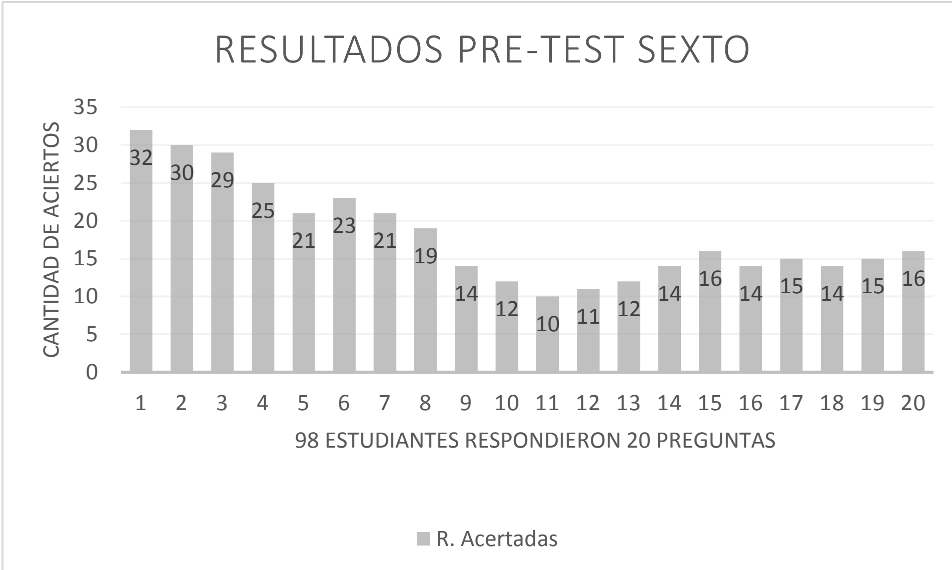
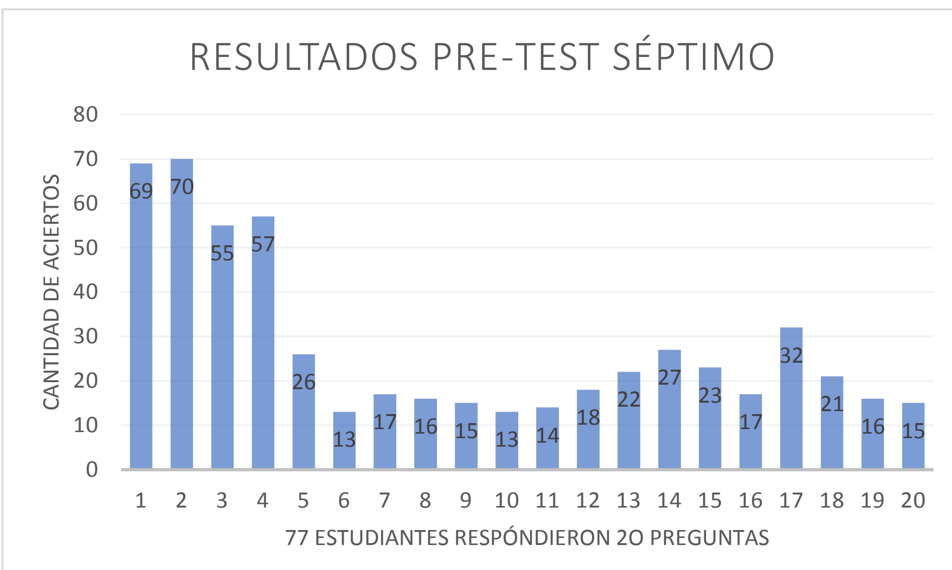


FIGURA 4.1.3



Conociendo los resultados del pre-test sus fortalezas y debilidades, se da inicio a una serie de actividades que involucraron una retroalimentación de conceptos, actividades de soporte curricular como ejercicios, explicaciones y la implementación de la guía propuesta en el ejercicio investigativo como mediador en el proceso como tal, la cual permitirá fortalecer aquellos aspectos de índole conceptual y operacional donde se presenten diversas dificultades y necesiten tener un apto manejo cognoscitivo en cualquier ámbito que se desarrolle.

Para ello se hicieron dos tipos de pruebas intermedias para medir o reconocer, los avances o dificultades, presentados dentro del desarrollo de la propuesta de investigación y cuáles cambios se debían realizar para alcanzar en los grupos de trabajo los objetivos propuestos. Las pruebas son de índole conceptual donde el estudiante se acerca al concepto, clasificación y utilidad de una fracción y la otra prueba es de índole práctico en la cual se planteó una serie de ejercicios donde ponen a prueba la capacidad de realizar operaciones básicas, desarrollar ejercicios y comparar fracciones entre otros. (Anexo I – 1.1.)

4.2 ANALISIS RESULTADOS PRUEBAS INTERMEDIAS

- En la prueba conceptual en los grados sextos se presentaron varias puntos, dónde se deben resaltar, la actitud con que las niñas afrontaron la prueba, puesto que se tomaron el tiempo necesario para leer, interpretar y analizar la información que se les estaba solicitando, las fortalezas más relevantes es la apropiación y manejo de los conceptos de unidad, partes de la fracción, clasificación, número mixto entre otros. Hablarles de recta numérica y ubicación de una fracción dentro de la misma, presenta diferencias en cuanto a manejo, apropiación del concepto de ubicación y relación con la cantidad a la cual se refiere, lo cual hace evidente una comparación de fracciones, presentando una inoportuna conceptualización lo cual entorpece el proceso de ubicación en la recta como tal.

  En los grados séptimos el nivel de desarrollo se encontró más acertado y puesto a una fundamentación más acorde a la edad escolar en la cual se encuentran, relacionaron con facilidad el concepto, utilidad y clasificación, comprendieron el uso de la recta numérica, su importancia y como ésta colabora en el desarrollo de la comparación de fracciones; las estudiantes con porcentajes inferiores de aprobación, su constante se relacionó a la conceptualización del número mixto, complicación y simplificación de fracciones, comparación y ubicación en la recta numérica, este grupo de estudiantes presentan durante todo el proceso dentro y fuera de la propuesta serias dificultades en cuanto al trabajo en el ámbito numérico, puesto que poseen una fundamentación invadida por serios problemas en cuanto reconocimiento de conjuntos numéricos, propiedades y conceptos.

FIGURA 4.2.1

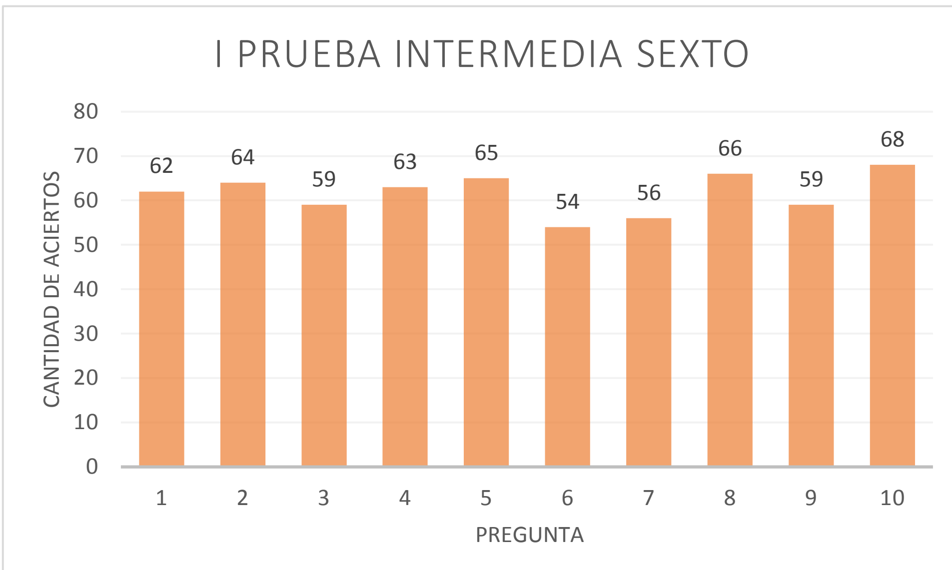
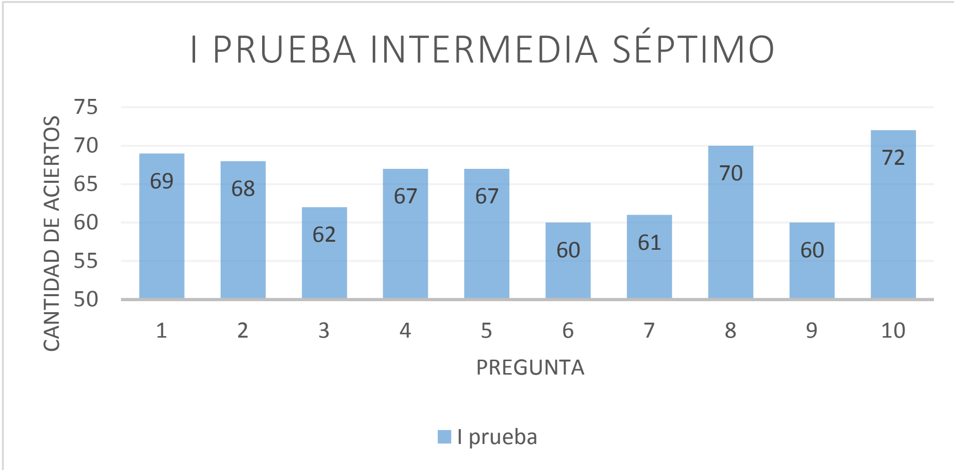


FIGURA 4.2.2



(Anexo I – 1.2)

- Para la segunda evaluación intermedia se planearon diversos ejercicios, permitiendo ver qué porcentaje de las estudiantes realizaban actividades de índole numérica con fracciones y cómo a su vez interpretaban información explicita en un problema cotidiano y lo aplicaban a su entorno. El objetivo propuesto para esta prueba pretendía medir los resultados obtenidos en cuanto al pre-test y a la operacionalidad, lo cual en cierta medida mejoró en el desarrollo de operaciones suma y resta de fraccionarios homogéneos y heterogéneos, multiplicación y división por separado, ya que cuando se combinaron estas en una sola dudaron en el proceso adecuado para ejecutar la operación, en cuanto a la resolución de problemas en el grado sexto el nivel de satisfacción fue mínimo, las estudiantes se les volvió a dificultar el proceso de resolver problemas, reconocer los datos y apropiarse de qué tipo de operación se debía utilizar, en los grados séptimos el nivel alcanzó un porcentaje intermedio, se encontró una disposición diferente a la hora de afrontar un problema y saber qué tipo de operación era la pertinente para efectuarlo.

A continuación se presentara gráficos, que permiten visualizar el nivel descrito anteriormente.

FIGURA 4.2.3

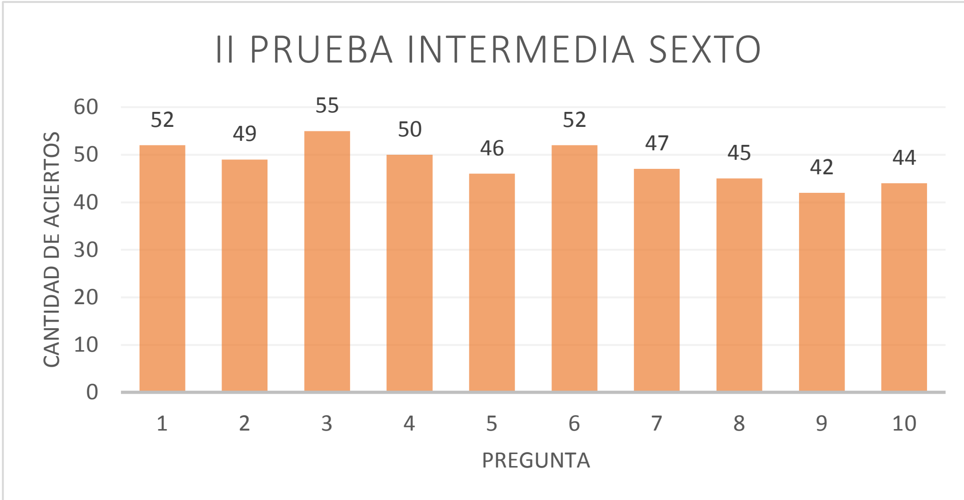
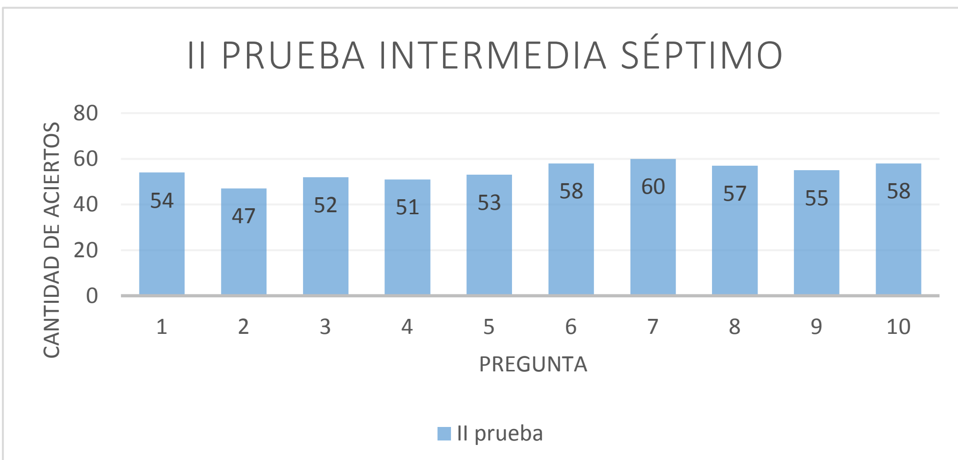


FIGURA 4.2.4



(Anexo I- 1.3)

4.3 ANALISIS DE RESULTADOS POS-TEST

Para interpretar y conocer más afondo cada uno de los alcances logrados por los estudiantes en cuanto al reconocimiento, asimilación, conceptualización y manejo de lo fraccionarios, fue preciso realizar una última prueba la cual se reconoció bajo el nombre de pos-test, en la cual se planteó una recopilación de diversas preguntas que llevaron a las estudiantes a trabajar con aspectos básicos de las fracciones hasta encontrar preguntas más complejas en cuanto a interpretación y desarrollo. Cabe resaltar dentro del ejercicio evaluativo, retomar diversas preguntas realizadas en el pre-test y pruebas intermedias, con el objetivo de observar si las dificultades presentadas en las mismas se habían superado o por el contrario no se había comprendido.

- En los 5 primeros ítems se pretendió dar un desarrollo a preguntas donde se acercaran a las estudiantes a fundamentos que se deben tener presente en las fracciones entre ellas la representación, comparación, orden y equivalencia, se preguntó en forma restructurada en cuanto al pre-test, puesto ya que en el mismo, esta parte fue la cual más aciertos presentó en ambos grados, al volver a evaluarlos las estudiantes presentaron de forma reiterativa y de forma acertada la identificación de las características fundamentales de los fraccionarios, reconocieron el manejo donde se puede involucrar trabajar la unidad con o sin forma definida, sujeto al reconocimiento es de interés ver cómo surgen diferentes dudas e inquietudes en cuanto a encontrar cantidades equivalentes puesto que la confunden en la forma de identificar cual es mayor que la otra. En los grados séptimos se percibió un trabajo más maduro y receptivo frente a la propuesta y la evolución que habían presentado durante todo el proceso.
- Entre los puntos 6 y 10 el nivel de interpretación de las operaciones marcó una pauta interesante puesto que desarrollaron la habilidad necesaria para identificar las operaciones, clasificarlas en fracciones homogéneos y heterogéneos a la hora de adicionar o sustraer, y al momento de pedirles que lo trabajaran a través del desarrollo del mínimo común múltiplo el trabajo se convirtió en algo complejo ya que les da pereza hallarlo, ya sea con el método tradicional o con alguna práctica empírica enseñada en el hogar o por medio de otras compañeras, llevando a que el desarrollo de estas tome un tiempo mayor de lo usual, además se evidencia algunas falencias en el trabajo de la descomposición en factores primos, el trabajo de la lógica matemática y el desarrollo de conceptualizaciones básicas frente al mínimo común múltiplo. Esto es preocupante dentro del ejercicio realizado, ya que después de los resultados conocidos en el pre- test se realizó un ejercicio de retroalimentación

y aplicación de estos conceptos, como forma de unificarlos y subsanar dificultades, y el resultado a pesar de ser bueno no cumplió las expectativas en un manejo más acertado y oportuno del mismo.

En cuanto a las demás operaciones se presentó un manejo acorde a sus edades cognoscitivas; en los grados sextos se presentó un gran número de estudiantes que aprovecharon las explicaciones, el proceso motivacional y el trabajo realizado por medio de la guía, ya que de forma autónoma aplicaron los conceptos y los resolvían de forma coherente. En los grados séptimos el trabajo se presentó más agradable a la hora de explicar y poner en práctica los conceptos puesto que las estudiantes propusieron ejercicios y ejemplos que les causaban dificultad, teniendo un punto de partida para el trabajo en general dentro de cada clase.

- En las últimas preguntas la intencionalidad era desplegar un número más amplio de cuestionamientos que involucraran la resolución de problemas, puesto que el objetivo era conocer si las estudiantes de ambos grados, tenían la capacidad suficiente para interpretar, analizar y solucionar ejercicios donde las características eran de situaciones cotidianas y de su propio entorno, en el pre-test el rango de preguntas osciló entre 5 y 6, considerando que el manejo que se tenía era apropiado para sus edades y desempeño académico, frente a los resultados obtenidos, se dio prioridad a fortalecer y encaminar cualquier tipo de inquietud o falencia que entorpecía el trabajo en los problemas con fracciones, en la evaluación intermedia de operaciones se pautaron diversos ejercicios que partían de un manejo interpretativo donde los resultados presentaron cambios notables más no los más satisfactorios.

  En el pos test, los resultados dejan un desacierto ya que las irregularidades en el manejo de este tipo de situaciones presenta un serio nivel inferior, dejando denotar que su mayor dificultad se sigue presentando en el desarrollo de problemas, debido a su falta de interés o interiorización de conceptos como tal. Durante cada momento evidenciado en el trascurso de la investigación se dio relevancia a las dificultades y en el desarrollo de la guía se aplicó una gama de problemas, los cuales se corrigieron, explicaron desde diferentes posibles soluciones y planteamientos, proyectando situaciones cotidianas, de la misma aula de clases con material didáctico entre otros; aun así los niveles de aprobación marcaron la misma línea evidenciada desde el pre test.

Es de suma importancia aclarar que el proceso escolar de las estudiantes en su mayoría, siempre ha estado enmarcado en un esquema de educación tradicional, donde los conceptos son cerrados, la práctica es una sucesión de ejercicios repetitivos y esto conlleva a una evaluación para conocer un resultado. En la aplicación de cada uno de los instrumentos encontrados dentro de esta investigación, se respetó las bases de enseñanza con una línea de trabajo tradicional, donde las preguntas aplicadas en el pre-test, pos- test, pruebas intermedias y guía aportaron a un esquema conocido por las estudiantes, los cuales tenían el fin, de conocer cuánto les aporta un sistema en la aprehensión correcta y efectiva de una temática como tal.

A pesar de que se respetó la línea de trabajo y se encontraron algunos avances en cuanto al manejo de los números fraccionarios, los resultados obtenidos no se acercaron a los objetivos propuestos dentro del proceso investigativo. Se puede afirmar entonces que los educandos están urgidos de espacios de aprendizajes interactivos que los lleve a involucrarse con el concepto y este con el medio en que se desenvuelven, donde el rol del maestro debe desmarcar cualquier tipo de relación lineal para pasar a ser parte activa en el desarrollo de actividades que propicien aprendizajes significativos, dentro de esquemas educativos poco convencionales.

A continuación se anexan los gráficos de la muestra en cada uno de los grados propuestos.

FIGURA 4.3.1

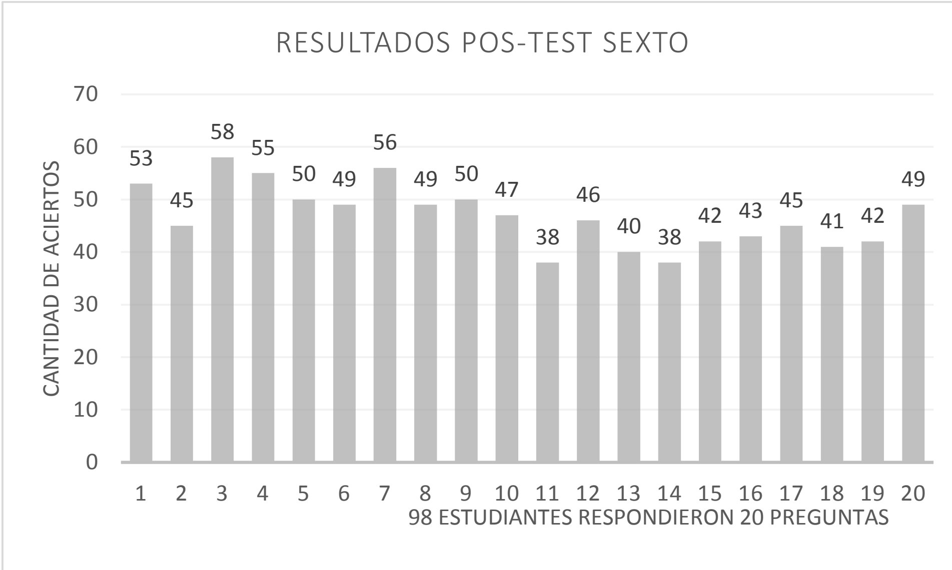
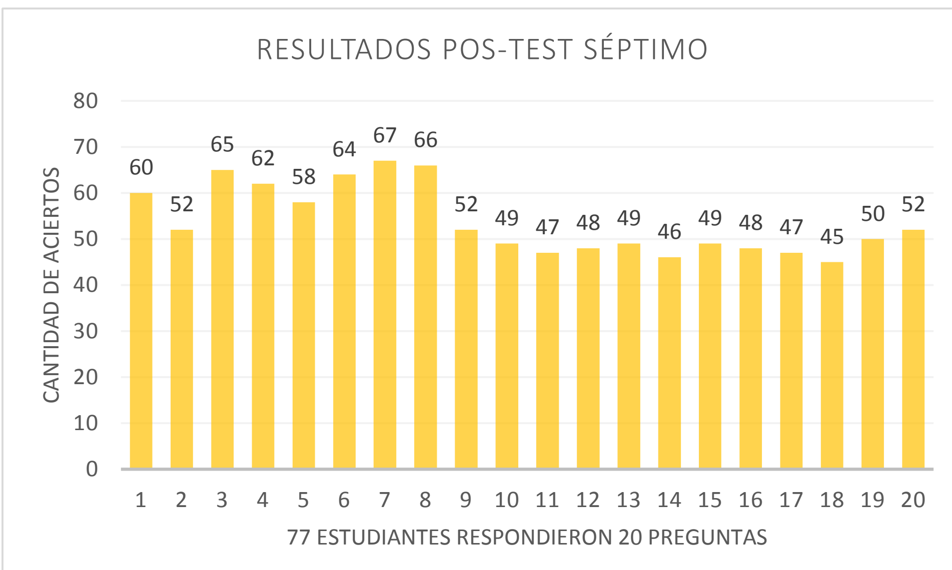


FIGURA 4.3.2



(Anexo I- 1.4)

CAPITULO V

PROPUESTA: TRABAJO DE AULA PARA LA ADECUADA COMPRENSIÓN DE LOS NÚMEROS RACIONALES BAJO LOS PARADIGMAS DE VAN HIELE Y SECUENCIAS DIDACTICAS.

Tras un proceso investigativo en una línea definida y entendida bajo los criterios de la educación tradicional, en este capítulo se pretende proponer una estructura de trabajo que respete las directrices de enseñanza, que permita al docente desarticular el tecnicismo y la formalidad a la hora de aprensión de los números racionales en el entorno educativo.

Para fundamentar la propuesta que se pretende plantear como método de trabajo, es de suma importancia tener presente algunos criterios sobre el cómo se debe abordar al estudiante para alcanzar los objetivos contemplados y además cómo hacer que estos sean aplicables a corto, mediano y largo plazo. Para entender más esta teoría cabe resaltar los planteamientos realizados por el matrimonio Holandés Van Hiele (1.955) para el desarrollo de una temática matemática dentro del aula de clase; los cuales afirman que "Alguien alcanza un nivel superior de conocimiento cuando un nuevo orden de pensamiento le permite, con respecto a cierta operaciones, aplicar estas operaciones a nuevos objetos. El alcance del nuevo nivel no se puede conseguir por enseñanza pero, aun así, mediante una adecuada elección de ejercicios, el profesor puede crear una situación favorable para que el alumno alcance un nivel superior de pensamiento", por medio de este raciocino se brinda la posibilidad de identificar los niveles de pensamiento a través de su teoría.

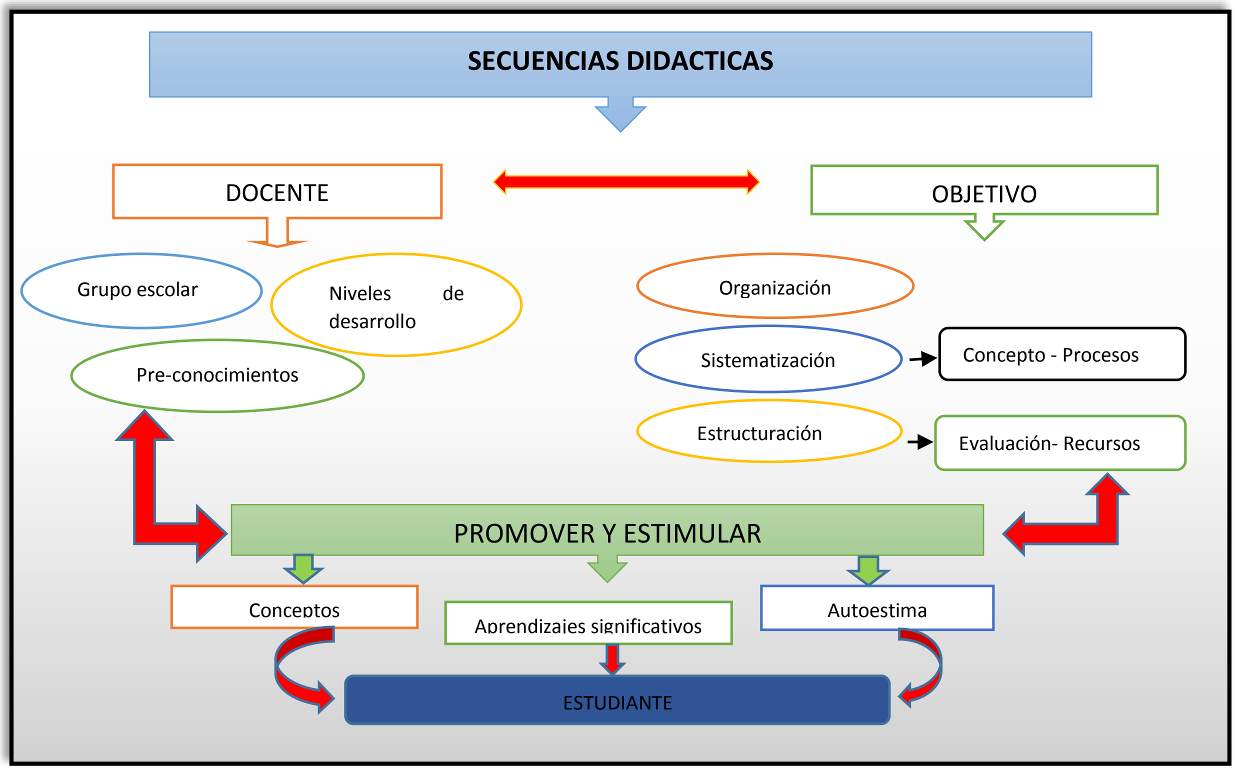
Es de suma importancia recordar que los niveles de aprendizaje se ven enmarcados desde dos aspectos, el primero es el descriptivo que permite identificar diferentes formas de razonamiento y valorar su respectivo progreso; el segundo aspecto es el instructivo el cual lleva al docente a marcar pautas de seguimiento en el avance en el nivel de razonamiento del estudiante. En si los niveles se encuentran en una escala de 0 a 4, donde cero es el nivel de la visualización y reconocimiento (se percibe los objetos en su totalidad realizando semejanza con el entorno), el nivel uno es de análisis (se perciben propiedades de los objetos), el nivel dos ordenación o clasificación (se describe de manera formal, se entienden las definiciones y establece relaciones), en el nivel tres, se denomina deducción formal (se entiende la naturaleza axiomática y se comprende las propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos) llamado por Van Hiele nivel de la esencia matemática y el cuarto de rigor (se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se puede analizar y comparar). Estos niveles permiten tener ciertas propiedades que se despliegan a través de lo secuencial, progresivo, intrínseco, extrínseco, lingüístico y emparejamiento; permitiendo que la labor del docente experimente las fases de aprendizaje donde se deben realizar como un complemento en el desarrollo de esta teoría, la primera fase se conoce como la de la información, espacio en donde el educador da a conocer el campo de estudio a realizar, recursos y estrategias, en la segunda fase se realiza una orientación dirigida en la cual la exploración, el descubrimiento de conceptos, relaciones, entre otros, la tercera fase es conocida como la explicación: entre las finalidades principales de esta fase, es hacer que los estudiantes intercambien sus experiencias, comenten las regularidades que han observado, expliquen cómo han resuelto las actividades, todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo. La siguiente es la fase de orientación libre, la cual permite plantear problemas donde, preferiblemente, puedan desarrollarse de diversas formas o se puedan llevar a diferentes soluciones, para de esta forma perfeccionar los conocimientos de los estudiantes sobre el campo de estudio; y por último se encuentra la integración, el profesor puede fomentar este trabajo proporcionando comprensiones globales, donde debe haber una acumulación, comparación y combinación de cosas que ya conoce.

Cabe resaltar la teoría de Van Hiele, la cual está dada para un espacio educativo sobre un tema geométrico, sin desconocer sus facultades, pautas y beneficios se puedan apreciar y aplicar en temáticas netamente matemáticas. Es importante notar dentro de esta metodología, ciertas características dentro de las fases de aprendizaje, entre ellas que los estudiantes presenten el mismo nivel al culminar con las fases del trabajo; dentro de la secuencialidad se deba iniciar el proceso completo o continuar desde un punto intermedio, y las fases serán moldeables dependiendo de las carencias y habilidades presentadas por el grupo de trabajo.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN), en búsqueda de complementar los procesos de formación en la educación básica primaria y secundaria (zona rural) y mejorar el nivel de manejo de temáticas especificas planteó diversos derroteros de creación de espacios de aprendizajes que gradualmente involucren al estudiante desde su entorno en el tema a trabajar, los cuales los denominó secuencias educativas: donde la indagación, la experimentación, el debate, la consulta, y la creación de espacios interactivos, son recursos didácticos para la comprensión y asimilación de contenidos de las diversas áreas del saber, este derrotero de trabajo divide la unidad en semanas de trabajo y cada semana es un nivel de profundización concatenada a la que ha pasado y a la semana siguiente, llevando a que la unidad se convierta en un ciclo evolutivo de exigencia mínima a máxima.

Teniendo presente el desarrollo de las secuencias dentro del aula, es de suma importancia resaltar el trabajo del docente como eje integrador en el proceso enseñanza aprendizaje, siendo un ser receptivo ante las falencias y fortalezas presentadas en los educandos, en momento del aprendizaje, además su papel más allá de ser orientador en el procesos, debe ser parte activa del mismo, y propiciar estrategias que acerquen las partes a un eje de conocimiento donde se pueda explorar, crear y proponer frente a la temática planteada.

Para evidenciar las fortalezas de este sistema de trabajo en el aula, a continuación se plantea un gráfico donde se podrá visualizar de forma más amplia la relación entre el docente y los objetivos, y cómo estos modifican el ambiente de trabajo en el aula fortaleciendo diferentes aspectos, dirigiéndolos a su vez al crecimiento personal y cognoscitivo del educando.



Al tomar dos puntos de base como son las teorías de aprendizaje de Van **Hiele y Secuencias Didácticas** para la elaboración de una estrategia metodológicas de aprendizaje, se forja una línea de trabajo donde el objetivo principal es brindar un esquema abierto a la forma de cómo y para qué se debe aprender los números racionales en el ámbito escolar.

Para ello se propone una guía de trabajo compuesta por cuatro ciclos, cada uno denominado con una letra para reconocer que momento se está desarrollando; cada uno de los ciclos contiene cierto tipo de temáticas las cuales son secuenciales dentro del esquema de trabajo y se van desplegando de menor a mayor complejidad, a su vez cada ciclo contiene cuatro momentos: el primer momento es de introducción, donde el estudiante podrá encontrar lecturas y actividades para desarrollar de forma individual y grupal, con el fin de desarrollar un sentido interpretativo y argumentativo frente a los números racionales y los diversos contextos en donde se pueden involucrar, por medio de este espacio se busca generar expectativas que los lleve a cuestionar posibles soluciones y aprendan a conocer las diversas formas de aplicar preconceptos de sus compañeros. A través de este primer momento se pretende involucrar al grupo a un trabajo práctico de interacción, donde proponer y arriesgarse es válido para dar apertura al desarrollo de los conceptos como tal.

El desempeño del docente en este primer momento es el de orientar sus estudiantes en el momento de las argumentaciones dando dinamismo a los debates, conversatorios, puestas en escena y solución de cuestionamientos para que tengan una fluidez adecuada y los logros propuestos puedan ser alcanzados.

El momento anterior nos da apertura a un segundo momento el cual posee como característica principal la parte conceptual, el cual se desarrolla por medio de la ejemplificación llevando a que el concepto presente una óptica más clara de su utilidad y aplicación; el estudiante tendrá múltiples ventajas sobre la puesta en escena del concepto ya que podrá reconocer y poner en práctica en su entorno aplicando por medio de acciones cotidianas y operaciones establecidas. Dentro del momento conceptual el trabajo a desarrollar por parte del docente es de ser un eje central de interacción donde guía, aclara y ayuda a que los conceptos tengan un dinamismo apropiado y una interpretación adecuada dentro de los parámetros matemáticos, el docente debe cumplir con ciertas características dentro de las cuales cabe resaltar tales como ser ingenioso, práctico y receptivo, con la obligación de desplegar creatividad a la hora de fundamentar, argumentar e interpretar la información que se pretende dar a conocer en este caso del conjunto de los números racionales.

Dentro del desarrollo de las temáticas los ejemplos son una pauta para el trabajo más no la única forma en la que se debe apoyar para tener una excelente conceptualización, el docente a su vez puede anexar otro tipo de actividades necesarias para fortalecer los diversos conceptos en el educando, la creación de palabras claves hasta la generalización por medio de juego de roles, situaciones cotidianas, entre otros.

El objetivo principal de este momento es introducir al estudiante al conjunto de los números racionales desde diversas ópticas, partiendo desde un concepto general, el cual los lleve a interpretar y relacionar las particularidades en el entorno de forma coherente. En sí, el educando puede alcanzar por medio de este momento la formalización y apropiación del concepto, corregir y subsanar cualquier tipo de inquietud, contando con el apoyo y orientación continua por parte del docente.

Después de introducir al estudiante a la temática y desarrollar conceptos, se da paso a un tercer momento el cual, el intelecto, la creatividad y las capacidades del estudiante se ponen a prueba, permitiendo un espacio donde se proponen diversos tipos de actividades, introduciendo al estudiante a fortalecer sus capacidades en cuanto al concepto y manejo de los racionales desde varios aspectos. El docente conociendo las fortalezas y dificultades del grupo, realizará este momento de forma individual, dependiendo el grado de dificultad de la actividad a desarrollar. La única sugerencia que se hace a este momento es desarrollarla dentro del aula de clase con el fin de poder tener un campo de interacción con el estudiante y de esta forma subsanar las inquietudes y dificultades generadas en el desarrollo del trabajo como tal.

En el último momento propuesto es un escape al trabajo formal de la unidad de los racionales, se proponen actividades donde el estudiante se divierta y encuentre un lado lúdico de la matemática desde otros entornos, además es un espacio para completar, buscar, colorear y recortar, llevando a generar un momento de aprendizaje con unas características exclusivas por parte del estudiante más no del docente. Este espacio de discernimiento puede cumplir diversos objetivos tales como interpretar los conceptos aprendidos, reconocer la utilidad de los racionales, y sobre todo seguir aprendiendo por medio del juego dentro del ambiente escolar, mostrándole al estudiante que la matemática es un universo donde el aprendizaje se puede lograr por medio de diversas actividades.

La guía se plantea para desarrollarla en cuatro semanas, igualando el número de ciclos encontrados, la duración y trabajo puede aumentar o disminuir dependiendo de la aceptación y entendimiento de la misma y los objetivos alcanzados, brindando la posibilidad de extender su tiempo de desarrollo. Teniendo en cuenta el tiempo planteado, las actividades y la conceptualización, estas deben estar concatenados a las necesidades del grupo, se debe tener presente cada uno de los aspectos suscitados en el trascurso del trabajo y su característica de ser una propuesta de trabajo y no una línea exclusiva de desarrollo con el cual se pueda aprender los números racionales.

Esta metodología de aprendizaje se construye a partir de unas necesidades fundamentales del trabajo de aula partiendo del quehacer cotidiano, donde el factor tiempo, cantidad de estudiantes y exigencias de currículo apartan en buena parte el sentido de educar por cumplir unos objetivos generales como institución educativa; además se busca acercar al estudiante a construir, interactuar y conceptualizar desde otros esquemas de aprendizaje, donde el docente deja de ser el único transmisor de conocimiento y forma parte activa en la construcción del mismo y aprenda de sus estudiantes.

Cabe resaltar que el valor agregado a esta metodología es generar un ambiente escolar donde aprender lleve a la interacción y esta al reconocimiento y aplicación de conceptos.

Dentro del esquema de trabajo propuesto, es de suma importancia tener presente las fortalezas y dificultades de los estudiantes dentro del entorno educativo con respecto al reconocimiento y uso del conjunto de los números racionales, para ello el trabajo se complementa con dos ciclos adicionales al ciclo central (guía); el primer ciclo se denomina **Pre- saberes**, el cual es un ejercicio evaluativo básico, conformado por quince preguntas, donde se puede evidenciar situaciones cotidianas aplicando el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor o actividades en las cuales es necesario aplicar operaciones básicas, resolución de problemas y ejercicios de comparación clasificación y orden de los números racionales. Este ejercicio evaluativo tiene preguntas con única respuesta, con el fin de identificar las habilidades y dificultades que posee el estudiante a la hora de reconocer y aplicar el concepto de los números racionales. A su vez este ciclo inicial de presaberes, le permitirá al docente reconocer que características presenta el grupo de trabajo, y cómo debe proyectar el ciclo central en cuanto tiempo y profundidad de cada una de las temáticas y el objetivo a alcanzar.

El tercer y último ciclo se reconoce bajo el nombre de **Aprendizaje**, el cual tiene como objetivo principal desarrollar una evaluación donde se encontrará el mismo número de preguntas al ciclo de pre-saberes, las preguntas se caracterizan por ser abiertas, con el fin de observar y conocer cómo los estudiantes afrontan y solucionan actividades a partir de situaciones en contextos cotidianos o ejercicios básicos de uso práctico. En este momento la intención por parte del docente es identificar el alcance de los objetivos planteados en el desarrollo del trabajo de la guía dentro del proceso de aprendizaje de los números racionales y además que aspectos de los mismos deben ser reforzados debido a su poca comprensión o interpretación.

De esta forma se constituye una alternativa de trabajo fusionando los paradigmas de Van Hiele, sobre los niveles de aprendizaje y las secuencias del MEN, aplicando una alternativa de enseñanza- aprendizaje que permita al docente involucrarse de forma directa con el potencial del grupo de trabajo y cómo a partir de allí, puede descubrir aspectos, donde se alejan a los estudiantes de un óptimo aprendizaje en cuanto al ámbito matemático, y en particular cuando se trata de las fracciones. El reto de esta propuesta es desarticular una línea de trabajo tradicional y afrontar un esquema que posee un número importante de estudiantes, un énfasis académico y una tendencia de formación católica, las cuales encasillan las temáticas.

Trascender en un ámbito formativo implica tomar retos y generar posibilidades como la planteada en este capítulo, con la firme intención de propiciar espacios educativos que estén a la vanguardia de los cambios, y sobre todo a las necesidades de cada educando.

La práctica y la experiencia deben motivar el ir más allá en el momento de educar y sobre todo si ese educar es sobre un área del saber fundamental para la vida, como es la matemática la cual a través de la historia se ha mantenido vigente y expectante a evolucionar frente a las necesidades del ser humano.

5.1 IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

Con la motivación suficiente frente a un esquema de trabajo diferente, y el tiempo a favor, se dio paso a verificar si la propuesta de enseñanza aprendizaje por ciclos, alcanzaba las expectativas planteadas.

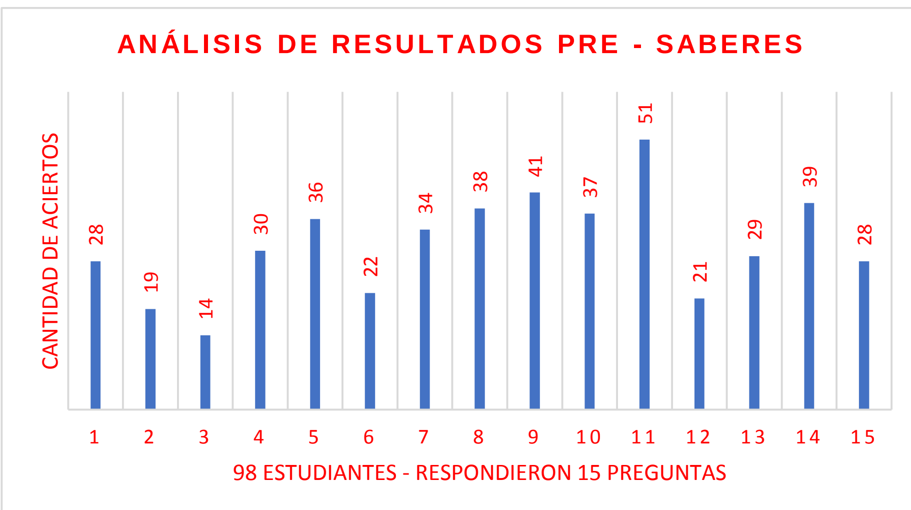
El grupo a intervenir en la implementación de la propuesta tiene características similares a los grupos referenciados en capítulos anteriores, en este caso la población es el nivel sexto de la básica media del LICEO ARQUIDIOCESANO DE NUESTRA SEÑORA sección femenina del año en curso (2.014), que cuentan con un total de 92 estudiantes, repartidas en dos grados; cabe resaltar que en un 80% son estudiantes que han participado desde transición en la misma línea de formación. El porcentaje de niñas repitentes es de un 6%.

El trabajo se inició con un espacio de presentación de la unidad, la metodología de trabajo por ciclos de formación e interacción, y el proceso evaluativo a implementar dentro del mismo, se tomaron impresiones sobre la propuesta de trabajo y el tipo de expectativas generaba la misma. Frente a esto las impresiones más relevantes fueron de si todas las demás áreas optarían por este tipo de trabajo, y las posibilidades de permitir desarticular su lugar de trabajo en líneas por grupos.

El ciclo de pre- saberes se dio en un momento inesperado para ellas, con el fin de trabajar con el recuerdo, concepto o noción sobre los racionales, y se les aclaró sobre el propósito de este, dónde se pretendía saber cuánto recodaban del manejo y uso de los mismos desde diferentes ópticas. Al analizar el ejercicio evaluativo las fortalezas encontradas parten del reconocimiento de la fracción como parte de un todo, además establecen la relación entre el número racional y su representación gráfica, y dan un uso oportuno a la relación entre las fracciones impropias y el número mixto; los desacierto se fueron superando paulatinamente ; las actividades de una complejidad un poco más elevado dejo en evidencia que las estudiantes poseen un proceso interpretativo inferior, no realizan conexión entre la fracción y el contexto, se les dificulta saber qué operación se debe implementar en la solución de problemas, en el manejo del mínimo común múltiplo y máximo común divisor no identifican en qué momento se deben aplicar a partir de situaciones del diario vivir. En el uso de las operaciones básicas su desarrollo fue inconstante, debido a la forma de representarlas dentro de signos de agrupación, esto no les permitió visualizar cuál estrategia o método era el indicado a la hora de solucionarlo.

En el siguiente grafico se presenta un esquema global de los resultados obtenidos en el ciclo de pre-saberes.

FIGURA 5.1.1



(Anexo II – 2.1)

A partir de lo observado en el ciclo inicial, fue necesario tener presente al momento de implementar en la guía, que los conceptos, uso y aplicación de los números racionales debían tener un nivel de profundización acentuados, partiendo de una retroalimentación oportuna de conceptos básicos involucrando a este repaso temáticas externas a los racionales pero esenciales para su compresión tales como números primos, descomposición en factores primos, cálculo mental, entre otros.

En la aplicación de la guía, el trabajo se desplegó en forma concisa y atendiendo los tiempos de aprendizajes de las estudiantes, esta se planeó para un tiempo aproximado de una semana para cada ciclo (5 horas clase), en el **ciclo A** (Las fracciones y nuestro entorno), el momento uno fue impactante para los grupos, donde se realizó una puesta en escena utilizando elementos del medio oriente, una de las estudiantes se le colocó un turbante haciendo relación a la cultura a la cual se le estaba dando paso en ese momento, se puso música de fondo árabe y varios recursos tenían algo en común con la lectura y su contexto. Al proyectar de esta forma la actividad, las niñas presentaron gran interés por conocer un poco más como en la antigüedad los racionales hacían parte de sus costumbres y forma de relación, algunas expresaron apartes sobre documentales vistos y como estos eran parte fundamental de la historia de la matemática; este espacio generó la oportunidad de conceptualizar desde un ambiente más abierto y con el propósito de un aprendizaje colectivo, la clase fue amena y de amplia conceptualización amplio, en cuanto a la hora de ampliar los ejemplos y generar cierta dificultad sobre ellos, el reconocimiento, de la unidad, su utilidad, qué quiere decir partes se llevó a cabo con mayor facilidad, y aportando ideas que contribuyera con aquellas estudiantes ajenas al tema y con un sin número de dudas, con el fin de subsanar los conceptos básicos de los números racionales.

A la hora de poner en práctica el conocimiento obtenido, el grupo de trabajo preguntó si era necesario realizar actividades sabiendo el avance obtenido y los aciertos cercanos al objetivo que se habían obtenido. Dando argumentos válidos sobre la importancia de la práctica sobre un concepto aprendido y la trascendencia de este, el trabajo posterior fue un trabajo dinámico donde las estudiantes aprovecharon sus capacidades para desarrollar las actividades propuestas.

En el **ciclo B** (Las fracciones y sus clases), el interés y dinamismo no perdió su enfoque, se evidenció un interés más abierto al querer leer, resolver la actividad y liderar cada una de las actividades, en esta parte del trabajo se trató de dar la oportunidad aquellas apáticas a la materia por conocimiento, personalidad o actitud que pudieran interactuar e involucrarse al trabajo y mostrarles una realidad más amigable de la clase de matemáticas, la responsabilidad y respuesta de las encargadas del trabajo sacó a relucir expectativas de los grupos de ver cómo sin obligar a participar en la actividad cada quien se hizo responsable y asumió su momento con compromiso y seriedad. El momento de la conceptualización se enriqueció paulatinamente debido a la capacidad de recordar conceptos y ejemplos válidos mejorando así su nivel; fue necesario tener ayudas extras como carteleras, memofichas, diapositivas para recordar los contenidos y alcanzar un mejor reconocimiento de cada uno.

En el **ciclo C y D** (Las fracciones y formas de operarlas) el tiempo planeado pasó de una semana a dos, el proceso de conceptualización presentó algunas dificultades debido aspectos tales como encontrar un común denominador, y se debió realizar actividades donde el cálculo mental partiera de hallarle el común denominador a ciertas cantidades, el concepto solo de operación se fue alcanzando paulatinamente de forma clara; la dificultad se generó hasta el momento donde el concepto básico se empezó a involucrar con la interpretación de textos de situaciones cotidianas, entender cuál o cómo debían identificar la operación conllevó a enseñarles a subrayar los datos entregados, los personajes que intervenían y cuáles datos hacían falta para completar el ejercicio. Para contribuir a entender mejor el desarrollo de situaciones problémicas se utilizó en diferentes ocasiones entregar un problema en general y por grupos encontrar los aspectos más importantes, generar debates y sacar posibles soluciones.

El momento de Razonamiento que se encontraba al final de los ciclos A, B, C y D propició en los grupos de trabajo un despliegue de creatividad y dinamismo muy interesante, debido a ir más allá de jugar parques, bingo o domino, el interés era seguir aprendiendo y entre ellas acordaron conformar grupos de trabajos mixtos donde se encontraban niñas con un alto nivel de aprendizaje, intermedio y bajo con el propósito de poder todas jugar y aprender, algunos padres de familia se integraron a la actividad dando premios (dulces, regalos) para incentivar y generar un interés mayor de aprender jugando.

El desarrollo de la guía desde la óptica del docente, obliga a un manejo de conceptos y habilidades para motivar e involucrar a los estudiantes, además debe ser siempre receptivo a tener ideas, para no perder la intencionalidad del trabajo, su interés y sentido; la planeación y disposición debe superar las expectativas de los grupos, además por la cantidad de estudiantes la actividad debe cumplir un unas exigencias de orden, y tiempo donde fluya la actividad y el objetivo se pueda alcanzar. (Anexo II – 2.2)

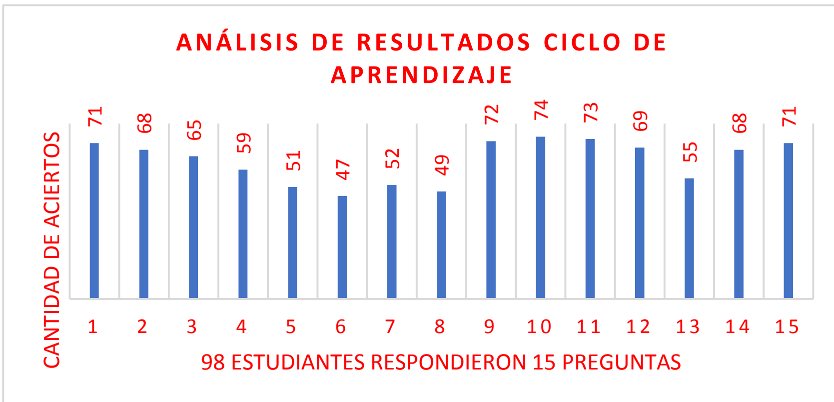
Con base en la práctica y ejecución de la guía como medio fundamental para la aprehensión de las operaciones con números racionales, se dio paso a la ejecución del ciclo final de Aprendizaje, con el fin de conocer si el objetivo planteado se había o no alcanzado.

En los primeros tres ítems se evidenció un alto porcentaje de asimilación y manejo de las operaciones reconociendo características fundamentales de las fracciones como si estas eran homogéneas o heterogéneas y cual proceso se debía tener de acuerdo a la operación ya fuese adición, sustracción, producto o cociente, en los cinco puntos siguientes durante el desarrollo de la actividad en algunas observaba desconcierto, en otras duda a la hora de resolverlo y en otras implementando las técnicas enseñadas a la hora de afrontar la solución de un problema, cuando se revisó detenidamente estas actividades el nivel de acierto alcanzó un nivel superior frente a los aciertos del ejercicio evaluativo inicial, también se evidenció interés por resolverlo y buscar posibles soluciones, la dificultad más grande fue en ocasiones centrar la atención, y extraer correctamente la información del ejercicio.

En los 5 ejercicios de conceptos más generales el nivel de los grupos se estableció por encima de un nivel bueno, debido a reconocer y aplicar correctamente cada uno de los conceptos de forma apropiada y supieron afrontar la pregunta sin mayor dificultad, en los dos últimos puntos en general el concepto de mínimo común múltiplo y máximo común divisor, el proceso fue satisfactorio, aplicaron el concepto y lo manejaron con mayor propiedad y lo utilizaron de forma más coherente y clara, sin importar de qué forma se les preguntó o se hizo aplicar el concepto como tal.

A continuación presenta una gráfica para visualizar el desempeño obtenido en el ciclo de aprendizaje.

FIGURA 5.5.2



(Anexo II – 2.3)

Se compararon las dos actividades evaluativas, presentan una perspectiva interesante de cómo el nivel de trabajo de los grupos se ven sustancialmente enriquecidas y el rango de falencias se aleja de una mayoría hacia una minoría, los objetivos en cuanto a reconocimiento y aplicabilidad superan en un porcentaje considerable y estabilizan el entorno desde una perspectiva más homogénea del conocimiento, en cuanto al análisis frente a problemas el nivel requerido a pesar de presentar un avance significativo, los niveles esperados están en un límite intermedio, lo cual lleva a replantear las actividades más allá del objetivo del trabajo y cómo enfocar las diversas explicaciones y aplicaciones, para potencializar la competencia interpretativa dentro del entorno de los números racionales.

CONCLUSIONES

- La educación tradicional a pesar de tener muchos beneficios en la formación personal (comportamiento y disciplina) no son garantía para que un concepto tenga la trascendencia y objetividad necesaria.
- Los números racionales delimitan las capacidades de los educandos, a partir del momento que estos no sean conceptualizados de forma coherente.
- Ampliar la conceptualización de los números racionales, partiendo del conocimiento de los conjuntos que lo conforman, evidencias falencias de fondo en conceptos básicos y generales de la aritmética.
- El docente es culpable en cierta medida de los niveles de aprensión, puesto que si su práctica docente se fundamenta en el desarrollo elemental del concepto y no proporcionar estrategias adecuadas, el concepto será simplemente un concepto, más no un conocimiento aplicable.
- Modificar las estrategias metodológicas de acuerdo a las necesidades del grupo, pueden contribuir en cierta medida a una correcta aprensión de los números racionales.

RECOMENDACIONES

- Se debe replantear los esquemas de planeación, preparación y aplicación de las temáticas del área de matemáticas, puesto que se está trabajando de forma más no de fondo y el proceso de enseñanza – aprendizaje no está cumpliendo su objetivo primordial que es formar seres capaces de interpretar, analizar y proponer.
- Es necesario que la preparación del docente sea continua y vanguardista, con el fin de desarrollar un sentido crítico y analítico, que le permitan modificar los planteamientos curriculares a beneficio de la enseñanza.
- Tener presente que el aula de clase es un espacio propicio para investigar e indagar.

BIBLIOGRAFIA

- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Ley general de educación.
- COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Lineamientos generales para la formación de educadores.
- Florez Ochoa, Rafael. Hacia Una Pedagogía Del Conocimiento, McGraw Hill, 1994, Santa Fé De Bogotá. Pag 154,160 , 161.
- Sistema de Representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación
  Autor: José María Gairìn Sallan Departamento de Matemáticas, Universidad de Zaragoza.
- Ormrod, J. E., Educational Psychology: Developing Learners, Fourth Edition. 2003, p. 232.
- BELL, E.T. Historia de las Matemáticas. Fondo de cultura Económica. México 1996.
- La importancia de la adquisición de las matemáticas en el aula. Nayadeth Aravena – Chile 2.011
- Gilberto Obando/ Revista EMA 2003, Vol. 8, 157 -182/Facultad de ecuación – Universidad de Antioquia.
- Dificultades de los estudiantes del grado octavo en los procesos de tratamiento y conversión de los números racionales. Francisco Arturo Vallejo – Oscar Eugenio Tamayo, Proyecto de grado para obtener título en magister. Universidad de Caldas – Manizales 2.008.
- Learning Mathematics: Increasing the Value of Initial Mathematical Wealth - Adalira Sáenz-Ludlow - Department of Mathematics and Statistics. University of North Carolina at Charlotte – Mayo 2.008
- Interpretations of Fractions: Previous Analyses - Kieren 1975.
- The Difficulty of fractions - University of Pittsburgh.
- Journal for Research in Mathematics Education 2004, Vol. 35,

- Desafíos Matemáticos – Grupo Editorial norma- Jhon Helver Bello, Claudia Salazar Amaya. Santa fé de Bogotá 2.004
- Matemática constructiva 6°y 7°– Grupo Editorial Libros y libres.
- Elementos de Matemáticas- Julio Uribe Cálad , Jóse Berrío- Bedout Editores- Medellín 1.989
- Manual de Apoyo para docentes- Asdrúbal Osorio, Wilmar Ocampo R. – Federación Nacional de Cafeteros - Manizales 2.007
- Freudenthal, H. Revisiting Mathematics Education. Kluwer Academic. 1.992
- Steiner, H.G. Theory of Mathematics Education Introduction. For the learning of mathematics. 1987
- Frolian. BORBÓN , Sandra. Volvamos a Jugar. Santa Fe de Bogotá. 1.993
- Hodgkin. Luke. A History of mathematics. Oxford University. 2005

ANEXO I

ANEXO 1.1

PRE-TEST

	LICEO ARQUIDOCESANO DE NUESTRA SEÑORA
	ESTUDIANTE:
	TEMA: Pre test de Números Racionales

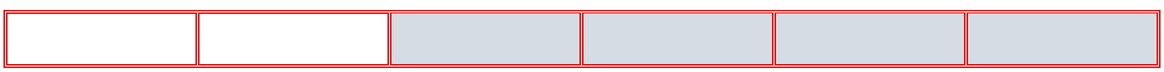
LOGRO: Diagnosticar las condiciones iníciales de los estudiantes en cuanto a la conceptualización de los racionales y su aplicabilidad mediante un pre test.

"El precio de la grandeza es la responsabilidad"

Winston Churchill

TALLER APLICATIVO

1. ¿Qué fracción del entero está representada en la siguiente figura?



a) $\frac{4}{6}$

b) $\frac{2}{6}$

c) $\frac{6}{4}$

2. Teniendo en cuenta el diagrama del punto 1, la figura indica que el numerador es:

a) 4
b) 6
c) 2

3. Indica cuáles de las siguientes son fracciones propias

a) $\frac{12}{3}$ b) $\frac{3}{9}$ c) $\frac{17}{24}$ d) $\frac{1}{8}$

4. Cuál es la fracción mixta correspondiente a 42/5?

a) $8\frac{2}{5}$ b) $5\frac{2}{8}$ c) $2\frac{8}{5}$

5. ¿Son 8/12 y 20/ 30 fracciones equivalentes?

a) Si
b) No

6. El numerador que falta en la expresión $\frac{3}{4} = \frac{}{32}$ para completar una igualdad es:

a) 12
b) 8
c) 10
d) 24

7. Selecciona las fracciones equivalentes a $\frac{3}{8}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12}$ tales que tengan el <u>**mínimo**</u> denominador común.

a) 54/144 – 84/144 – 80/144
b) 27/72 – 40/72 – 42/72
c) 24/48 – 25/48 – 28/48
d) 7/60 – 24/60 – 35/60

8. Indica cual es la relación entre $\frac{2}{8}$ _ $\frac{1}{4}$

a) $\frac{2}{8} > \frac{1}{8}$
b) $\frac{2}{8} =$
c) $\frac{2}{8} < \frac{1}{4}$

9. Que exponentes hacen falta en $\left(\frac{120}{437}\right) x \left(\frac{1200}{551}\right) = 1$

a) 1 – 2
b) 1- 1

c) 0 – 0

d) 0 - 1

10. Cuáles son los números que hacen falta para completar $\sqrt{\frac{}{}} = \frac{5}{16}$

a) Exponente 2, numerador 25, denominador 256
b) Exponente 3, numerador 5, denominador 2
c) exponente 2, numerador 25, denominador 4
d) Ninguna de los anteriores

11. El signo que corresponde entre $\frac{123}{456}$ ______ $\frac{456}{123}$ es:

a) ≥

b) ‹

c) =

d) ›

12. El orden adecuado en forma ascendente de $\frac{1}{10}, \frac{2}{25}, \frac{89}{100}, \frac{4}{5}$ es:

a) 89/100, 2/25, 4/5, 1/10

b) 1/10, 2/25, 4/5, 89/100

c) 2/25, 1/10, 4/5, 89/100

d) Ninguna de las anteriores

13. Una maquina lavadora, en $\frac{1}{2}$ minuto, realiza tres enjuagues. ¿Cuántos enjuagues realiza en un minuto?

a) 2
b) 3
c) 5
d) 6

14. El resultado en número mixto de $1\frac{4}{7} + 5\frac{1}{2}$ es:

a) $4\frac{1}{3}$

b) $6\frac{1}{4}$

c) $2\frac{1}{28}$

d) $7\frac{1}{14}$

15. El resultado de $\frac{1}{2}X\ \frac{4}{5} \div 5$ es:

a) 3/5
b) 2/25
c) 15/10

16. Tatiana y Liliana están realizando cada una un vitral de iguales forma y tamaño, pero Tatiana dividió su vitral en 9 cuadrados y Liliana en 36. ¿Qué fracción de su vitral habrá realizado cada una cuando hayan terminado la mitad?

a) Tatiana 9/18, Liliana 18/36
b) Tatiana 5/18, Liliana 17/36
c) Tatiana 7/15, Liliana 18/36
d) Tatiana 9/18, Liliana 10/17

17. La fracción que completa los espacios en blanco para hacer verdadera igualdad $\frac{5}{8} + \frac{\ }{8} = \frac{7}{8}$ es:

a) 1/8
b) 7/8
c) 2/8
d) 8/8

18. En un recorrido de 345 Km, la familia Morales debe detenerse a $\frac{3}{5}$de camino porque el menor de los hijos debe tomar medicina. Luego se detienen faltando $\frac{1}{10}$para llegar a su destino porque decidieron tomar fotos. ¿A qué distancia del punto de partida se detuvieron cada vez?

a) 207 Km y 310,5 Km
b) 189 Km y 265 Km
c) 208,3 Km y 123 Km
d) 206, 2 Km y 334,3 Km

19. Cada vez que Daniel va a usar el horno microondas aumenta $\frac{3}{4}$ de minuto de tiempo de cocción. ¿Cuánto tiempo ha aumentado si es la quinta vez que usa el horno?

a) 2 minutos y tres segundos
b) 4 minutos y 28 segundos
c) 3 minutos y 45 segundos
d) 1 minuto y 56 segundos

20. Las fracciones que van ubicadas en los puntos resaltados en la recta numérica son:

a) 2/2 y 1/9
b) ¾ y 2/9
c) 0/1 y 1/1

ANEXO 1.2

PRUEBAS INTERMEDIAS

➢ PRUEBA CONCEPTUAL

	LICEO ARQUIDOCESANO DE NUESTRA SEÑORA
	ESTUDIANTE:
	EVALUACION RACIONALES – I PARTE
LOGRO: Reconoce los referentes teóricos de los n	

➢ LEE CON ATENCIÓN Y SEÑALA LA RESPUESTA CORRECTA.

1. El conjunto matemático que contiene a las fracciones es el conjunto de:

a. Naturales

b. irracioanles

c. Enteros

d. Racionales

2. La fracción en la que el numerador y el denominador son primos entre si, es una fracción:

a. Irreducible

b. Reducible

c. Fracción egipcia

d. Fracción continúa

3. Amplificar una fracción es convertirla aparentemente en otra de términos

a. Menores

b. Mayores

c. Iguales

d. Ninguna de las anteriores

4. Un número mixto es aquel número que está formado por

a. Entero y fracción mixta

b. Número decimal y fracción homogénea

c. Número entero y fracción impropia

d. Número entero y fracción propia

5. Una fracción es:

a. Una parte multiplicativa

b. El inverso aditivo

c. El cociente de dos números

6. Las fracciones impropias expresan también

a. Números mixtos

b. Fracciones homogéneas

c. Unidades de igual numeración

d. Fracciones equivalentes

7. La comparación entre dos cantidades de la misma magnitud, y que se puede expresar mediante una fracción, también se conoce como una:

a. Parte

b. Equivalencia

c. Una

d. Una similitud

8. Las fracciones menores que la unidad reciben el nombre de:

a. Fracciones homogéneas

b. Fracciones propias

c. Fracciones impropias

d. Fracciones iguales a la unidad

9. Las fracciones que representan un mismo punto en la recta numérica reciben el nombre de:

a. Fracciones aparentes

b. Fracciones heterogéneas

c. Fracciones propias

d. Fracciones equivalentes

10. La línea que separa el numerador y el denominador recibe el nombre de:

a. Vínculo

b. Separador

c. Línea

d. División.

ANEXO 1.3

PRUEBA PRÁCTICA

	LICEO ARQUIDOCESANO DE NUESTRA SEÑORA
	ESTUDIANTE:
	EVALUACION RACIONALES – II PARTE (PRÁCTICA)
LOGRO: Aplica conceptos de las fracciones a través de ejercicios	

❖ LEE CON ATENCIÓN Y SEÑALA LA RESPUESTA CORRECTA

1. $\frac{1}{4}$ de los animales de una reserva natural son aves. De estas, la mitad son aves en vía de extinción; $\frac{1}{4}$ son aves que aseguran su especie por un siglo más y las restantes son aves que aseguran su especie por más de un siglo. ¿Qué fracción total de animales de la reserva natural representa aves que auguran su especie por más de un siglo?

a. 1/7

b. 6/4

c. 2/5

d. 1/16

2. Julián gasta $\frac{3}{4}$ de hora en llegar a la oficina y Camilo gasta 45 minutos. Si salen al tiempo, ¿Quién llega primero?

a. Camilo

b. Llegan al mismo tiempo

c. Julián

c. Ninguna de las anteriores

3. El símbolo correcto para comparar estas dos fracciones $\frac{123}{456}$ ___ $\frac{456}{123}$

a. <

b. >

c. =

d. ≤

4. En el momento de vender una empresa familiar, las utilidades se reparten de acuerdo con la participación de cada uno de ellos como accionistas. El abuelo tiene $\frac{2}{10}$de las acciones, el hijo tiene $\frac{4}{8}$de las acciones, el nieto tiene $\frac{1}{4}$ de las acciones. Las acciones restantes corresponden a varios socios minoritarios. ¿Quién obtiene más utilidades con la venta?

a. El abuelo

b. El hijo

c. El nieto

d. Los socios minoritarios.

5. Los valores que hacen falta $\frac{5}{6} - \_ = \frac{1}{3}$ para completar la operación y que la igualdad quede verdadera es:

a. 2/5

b. 1/8

c. 1/2

d. 2/4

6. Las fracciones impropias expresan también

a. Números mixtos

b. Fracciones homogéneas

c. Unidades de igual numeración

d. Fracciones equivalentes

7. La comparación entre dos cantidades de la misma magnitud, y que se puede expresar mediante una fracción, también se conoce como una:

a. Parte

b. Equivalencia

c. Una

d. Una similitud

8. Las fracciones menores que la unidad reciben el nombre de:

a. Fracciones homogéneas

b. Fracciones propias

c. Fracciones impropias

d. Fracciones iguales a la unidad

9. Las fracciones que representan un mismo punto en la recta numérica reciben el nombre de:

a. Fracciones aparentes

b. Fracciones heterogéneas

c. Fracciones propias

d. Fracciones equivalentes

10. La línea que separa el numerador y el denominador recibe el nombre de:

a. Vínculo

b. Separador

c. Línea

d. División.

ANEXO 1.4

POS-TEST

LICEO ARQUIDOCESANO DE NUESTRA SEÑORA

ESTUDIANTE:

TEMA: Pos- test de Números Racionales

LOGRO: Diagnosticar las condiciones finales de los estudiantes en cuanto a la conceptualización de los racionales y su aplicabilidad mediante un pos- test.

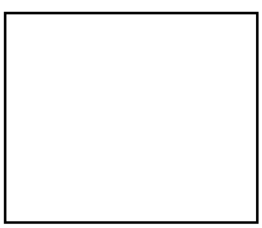
“Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber”

Albert Einstein

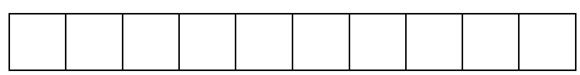
TALLER APLICATIVO

1. Coloreo $\frac{3}{10}$ en cada caso

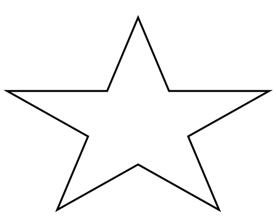
a)



b)



c)



d)

2. Dos fracciones que sean equivalentes con $\frac{17}{15}$ son:

a) 27/32 = 30/35

b) 34/30 = 51/45

c) 29/20= 34/30

d) Ninguna de las anteriores

3. Un número mixto es aquel número que está formado por

a. Entero y fracción mixta

b. Número decimal y fracción homogénea

c. Número entero y fracción impropia

d. Número entero y fracción propia

4. Cuáles de las siguientes respuestas solo contiene números irreducibles.

a) 5/15, 3/8, 20/18

b) 3/8, 6/11, ½

c) 3/29, 6/9, 15/30

d) 14/9, 15/7, 18/9

5. Ordeno en forma descendente las siguientes fracciones $\frac{1}{2}, \frac{2}{25}, \frac{89}{100}\ y\ \frac{4}{5}$

a) 3/4, 4/5, 2/3 , ½

b) 1/2, 2/3, 3/4 y 4/5

c) 4/5,3/4, 2/3, ½

d) 2/3, 3/4, 4/5, ½

6. El signo indicado para comparar $\frac{42}{7}$ ____6 es:

a) ≤

b) ≠

c) ›

d) =

7. Las fracciones que representan un mismo punto en la recta numérica reciben el nombre de:

a. Fracciones aparentes

b. Fracciones heterogéneas

c. Fracciones propias

d. Fracciones equivalentes

8. La fracción para completar $- - \frac{1}{2} = \frac{3}{5}$ es:

a) 3/5

b) 7/10

c) 4/10

d) Ninguna de las anteriores

9. El resultado de $1\frac{4}{7} + 5\frac{1}{2}$expresado en número mixto es:

a) $3^{2/5}$

b) $6^{1/4}$

c) $2^{2/24}$

d) $7^{1/14}$

10. La fracción que hace falta en $5X$ –= 1

a) 1/5

b) 5/5

c) 1/1

d) 5/1

11. ¿$\frac{1}{6}$ en $\frac{2}{3}$ cabe cuántas veces?

a) 2 veces

b) 4 veces

c) 5 veces

d) 10 veces

12. Cuáles son los números que hacen falta para completar $\sqrt{-} = \frac{5}{16}$

a) Exponente 2, numerador 25, denominador 256

b)Exponente 3, numerador 5, denominador 2

c) exponente 2, numerador 25, denominador 4

d)Ninguna de los anteriores

13. Una maquina lavadora, en ½ minuto, realiza tres enjuagues. ¿Cuántos enjuagues realiza en un minuto?

a)2

b)3

c) 5

d)6

14. Tatiana y Liliana están realizando cada una un vitral de iguales forma y tamaño, pero Tatiana dividió su vitral en 9 cuadrados y Liliana en 36. ¿Qué fracción de su vitral habrán realizado cuando lleven la mitad?

a) Tatiana 9/18, Liliana 18/36

b) Tatiana 5/18, Liliana 17/36

c) Tatiana 7/15, Liliana 18/36

d) Tatiana 9/18, Liliana 10/17

15. En un recorrido de 345 Km, la familia Morales debe detenerse a $\frac{3}{5}$ de camino porque el menor de los hijos debe tomar medicina. Luego se detienen faltando 1/10 para llegar a su destino porque decidieron tomar fotos. ¿A qué distancia del punto de partida se detuvieron cada vez?

a) 207 Km y 310,5 Km

b) 189 Km y 265 Km

c) 208,3 Km y 123 Km

d)206, 2 Km y 334,3 Km

16. Cada vez que Daniel va a usar el horno microondas aumenta –de minuto de tiempo de cocción. ¿Cuánto tiempo ha aumentado si es la quinta vez que usa el horno?

a) 2 minutos y tres segundos

b) 4 minutos y 28 segundos

c) 3 minutos y 45 segundos

d) 1 minuto y 56 segundos

17. Si un atleta recorre $\frac{7}{5}$ Km en una hora, ¿Cuántos kilómetros recorrerá en un minuto?

a) 7/300 Km

b) 3/456 Km

c) 1/125 Km

d) 6/200 Km

19. En el momento de vender una empresa familiar, las utilidades se reparten de acuerdo con la participación de cada uno de ellos como accionistas. El abuelo tiene 2/10 de las acciones, el hijo tiene 4/8 de las acciones, el nieto tiene ¼ de las acciones. Las acciones restantes corresponden a varios socios minoritarios. ¿Quién obtiene más utilidades con la venta?

a) El abuelo

b) El hijo

c) El nieto

d) Los socios minoritarios.

20.$\frac{1}{4}$ de los animales de una reserva natural son aves. De estas, la mitad son aves en vía de extinción; $\frac{1}{4}$son aves que aseguran su especie por un siglo más y las restantes son aves que aseguran su especie por más de un siglo. ¿Qué fracción total de animales de la reserva natural representa aves que aseguran su especie por más de un siglo?

a) 1/7

b) 6/4

c) 2/5

d) 1/16

ANEXO 1.5

LICEO ARQUIDIOCESANO DE NUESTRA SEÑORA MATEMÁTICAS 6º

UNIDAD 6: NÚMEROS FRACCIONARIOS

GUIA 1

ESTUDIANTE: ____

SUBTEMAS:

- Fraccionario partidor.
- Términos, lectura, escritura.
- Clases de fraccionarios.
- Simplificación de fracciones.
- Amplificación de fracciones.
- Número mixto.
- Operaciones con fracciones (suma, resta, multiplicación, división).
- Operaciones con fracciones (potenciación, radicación, logaritmación).

OBJETIVOS GENERALES:

- Comprender los fraccionarios como operadores y partidores.
- Realizar las diferentes operaciones con números fraccionarios.
- Utilizar las normas adecuadas para hallar la solución a problemas donde intervengan los números fraccionarios.

LOGROS:

- Entiende el concepto de operador y partidor.
- Aplica las diferentes normas para desarrollar ejercicios con números fraccionarios.
- Resuelve problemas prácticos donde intervienen los números

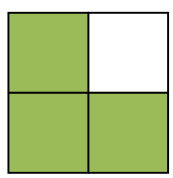
COMPETENCIAS:

- Argumenta él porque la suma de fracciones heterogéneas es fruto de la complificaciòn y los dos métodos mecánicos que la efectúan.
- Propone ejercicios variados con fracciones y los soluciona de forma clara y acertada.
- Interpreta las fracciones y da a conocer su origen y funcionalidad.

LOS FRACCIONARIOS COMO PARTIDORES

Un fraccionario como partidor, indica en cuántas partes iguales se ha dividido una o varias unidades y cuántas partes de esas se han tomado. Las partes iguales en que se ha dividido la unidad o las unidades, recibe el nombre de **denominador** y las partes que se han tomado, recibe el nombre de **numerador**. Estos términos están separadas por una **raya o vínculo**, el numerador en la parte superior y el denominador en la parte inferior. Debe leerse primero el numerador y luego el denominador (2 medios, 3 tercios, 4 cuartos, 5 quintos, 6 sextos, 7 séptimos, 8 octavos, 9 novenos, 10 décimos, 11 onceavos…)

EJEMPLO:



CLASES DE FRACCIONES

COMUNES

Son aquellos cuyo denominador no es la unidad seguida de ceros

PROPIOS

Son aquellos fraccionarios menores que la unidad y se identifican porque el numerador es menor que el denominador.

DECIMALES

Son aquellos cuyo denominador es la unidad seguida de ceros.

IMPROPIOS

son aquellos fraccionarios mayores que la unidad y se identifican porque el numerador es mayor que el denominador.

APRARENTES

Son aquellos que al realizar la operación que indica (división) nos da como resultado un número entero

IGUALES A LA UNIDAD

Son aquellos donde el numerador y el denominador son iguales.

EQUIVALENTES

Dos o más fracciones son equivalentes cuando tienen el mismo valor.

HOMOGENEOS

Son aquellos cuyo denominador es el mismo.

3/45 8/45

6/45

HETEROGENEOS

Son aquellos cuyos denominadores son diferentes.

12/8 7/15

9/10

NÙMERO MIXTO

Es aquel que está formado por un número entero y una fracción propia. El número mixto se forma a partir de la división que indica todo fraccionario en donde el numerador es el dividendo y el denominador es el divisor. El número mixto se forma a partir de una fracción impropia

EJEMPLOS

$$\frac{21}{5} = 21 \div 5 = 4\frac{1}{5}$$

$$\frac{13}{2} = 13 \div 2 = 6\frac{1}{2}$$

Para convertir un mixto a fraccionario se procede así:

- Se multiplica el entero por el denominador de la fracción.
- A este producto se le suma el numerador de la fracción.
- El resultado se divide entre el denominador de la fracción.

$$6\frac{2}{3} = \frac{6 \times 3 + 2}{3} = \frac{20}{3}$$

COMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Complificar una fracción es convertirla en otra aparentemente de términos mayores, pero su valor es el mismo. Para complificar una fracción, se multiplican el numerador y denominador por un mismo número.

$$\frac{4 \times 10}{5 \times 10} = \frac{40}{50} \quad \left(\frac{4}{5} = \frac{40}{50}\right)$$

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Simplificar una fracción es convertirla en otra aparentemente de términos menores, pero su valor es el mismo. Para simplificar una fracción, se dividen el numerador y denominador por un mismo número.

$$\frac{100 \div 2}{200 \div 2} = \frac{50 \div 5}{100 \div}$$

Toda fracción impropia, es mayor que una fracción propia

$$\frac{8}{5} > \frac{2}{3}, \qquad \frac{4}{3} > \frac{10}{17},$$

De varios fraccionarios que tienen el mismo denominador y distinto numerador, es mayor el que tiene mayor numerador.

$$\frac{5}{3}, \frac{7}{3}, \frac{13}{3} \text{ el mayor es } \frac{13}{3}$$

De varios fraccionarios que tienen el mismo numerador y distinto denominador, es mayor el que tiene menor denominador

$$\frac{5}{7}, \frac{5}{3}, \frac{5}{13}, \frac{5}{2} \text{ el mayor es } \frac{5}{2}$$

OPERACIONES CON FRACCIONES

HOMOGENEOS

ADICION

Para sumar fracciones homogéneas se procede así: se suman los numeradores y ese es el numerador, se coloca por denominador el mismo de las fracciones dadas. Se simplifica la fracción que resulta y se sacan los enteros si es posible.

$$\frac{5}{3} + \frac{7}{3} + \frac{4}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

SUSTRACCION

Para sustraer fracciones homogéneas se procede así: se restan los numeradores y ese es el numerador, se coloca por denominador el mismo de las fracciones dadas. Se simplifica la fracción que resulta y se sacan los enteros si es posible.

HETEROGENEAS

ADICION

Para adicionar fracciones heterogéneas, estas se deben convertir a fracciones homogéneas utilizando la complificación. Una vez convertidas a homogéneas se procede como se ha enseñado. Para complificar fracciones existen dos métodos: el tradicional y el M.C.M.

1. Por el tradicional. Se procede así: se multiplican los denominadores, ese producto es el común denominador. Para hallar los numeradores se multiplica el numerador de cada fracción por los denominadores de las demás fracciones menos por el suyo. Una vez convertidos a homogéneos se procede como se ha enseñado.

2. POR EL M.C.M. Se procede así: Se le halla el M.C.M a los denominadores y ese es denominador los numeradores se hallan dividiendo el común denominador entre cada uno de los denominadores de cada fracción y el resultado se multiplica por el numerador respectivo. Una vez convertidos a homogéneos se procede como se ha enseñado.

   M.C.M. quiere decir mínimo común múltiplo, es decir, el menor número que contiene a otros exactamente. Para hallar el M.C.M. de varios números por simple inspección se procede así: nos fijamos en el número mayor, si este los contiene exactamente será el M.C.M.; si el mayor no los contiene exactamente le buscamos a este los múltiplos ordenadamente hasta encontrar el que los contenga y este será el M.C.M.

SUSTRACCION

Para restar fracciones heterogéneas, estas se deben complificar para convertirlas en fracciones homogéneas, y luego se efectúa la operación como se ha enseñado. Se emplean los mismos métodos que para la suma de las fracciones heterogéneas.

MULTIPLICACION DE HOMOGENEOS Y HETEROGENOS

Para multiplicar fracciones de cualquier clase se procede así: se multiplican los numeradores y ese es el numerador; se multiplican los denominadores y ese es el denominador. Se simplifica la fracción que resulta y se sacan enteros si es posible

DIVISION DE HOMOGENOES Y HETEROGENOS

Para dividir fraccionarios de cualquier clase, se multiplica el fraccionario dividendo por el divisor invertido (se multiplican en X). Se simplifica la fracción que resulta y se sacan enteros si es posible.

TALLER PRÁCTICO

1. Resolver los siguientes problemas con fracciones

1.1-Hallar los $\frac{3}{5}$ de $ 50.000.

1.2- ¿Qué parte de 10 es 4?

1.3- ¿Qué parte de $\frac{2}{3}$ es $\frac{7}{8}$?

1.4- Un hacendado tenía una finca de 200 hectáreas y vendió $\frac{1}{6}$de 48 hectáreas. ¿Qué parte de la finca le queda?

1.5- Un estudiante tiene que hacer 30 problemas .Un día resuelve los $\frac{3}{10}$y al día siguiente $\frac{4}{7}$del resto. ¿Cuántos problemas le faltan por resolver aún?.

1.6- Un padre al morir deja $ 45.0000.000 para repartir entre sus tres hijos. El mayor debe recibir $\frac{3}{9}$de la herencia; el segundo $\frac{1}{5}$ de la parte del anterior y el tercero lo restante. ¿Cuánto recibirá cada uno?

1.7-De los $ 2.000.000 que tenía dí a mi hermano los $\frac{3}{5}$; a mi primo Juan los $\frac{3}{8}$ del resto y a mi sobrino los $\frac{3}{5}$ del nuevo resto. ¿Cuánto me queda?.

1.8-De una finca de 4200 hectáreas se venden los $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{7}$ y se alquilan los $\frac{3}{4}$ de los $\frac{4}{5}$ de la finca. ¿Cuántas hectáreas quedan?.

1.9-¿Cuál es el número cuyos $\frac{2}{5}$ equivalen a 50?

1.10-Los $\frac{2}{3}$ de la edad de Mario son 24 años y la edad de Roberto es los de la edad de Mario. Hallar ambas edades.

2. Asociar cada fracción de hora con los minutos correspondientes:

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{3}$

3. Escribe el signo > o < donde corresponda.

$\frac{3}{7}\square\frac{3}{9}$, $\frac{2}{5}\square\frac{6}{5}$, $\frac{3}{9}\square\frac{3}{4}$, $\frac{2}{7}\square\frac{5}{7}$

4. Ordenar de menor o mayor:

$$\frac{5}{12}, \quad \frac{2}{15}, \quad \frac{5}{4}, \quad \frac{7}{5}$$

5. Clasifica las siguientes fracciones en propias o impropias:

$$\frac{2}{3}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{8}{5}, \quad \frac{7}{9}, \quad \frac{5}{2}, \quad \frac{5}{12}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{7}{5}$$

6. Opera, sacando factor común.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} =$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{7} + \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{7} =$$

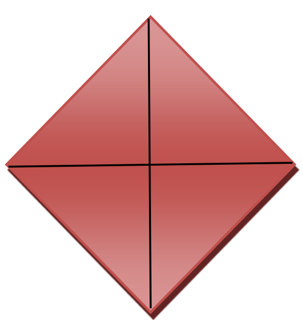
7. Simplificar las siguientes fracciones hasta obtener una irreducible

2475/4125 =

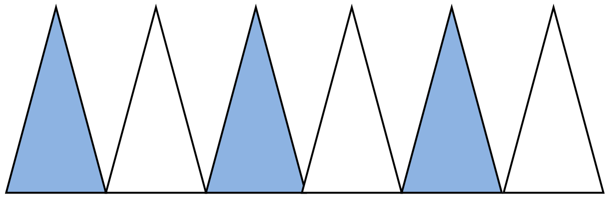
56/2646=

1042/624=

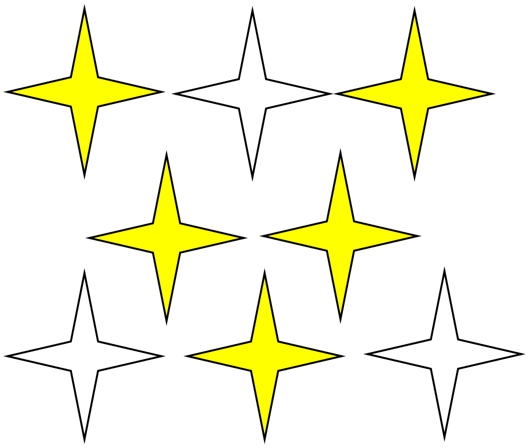
8. Escribe la fracción que representa cada diagrama:



=__________



=________



=________

ANEXO 2.1

EJERCICIO EVALUATIVO I.

PRE SABERES

Identifica las fracciones en diferentes contextos y las aplica en diversos ejercicios.

NOMBRE:_______________________________________ N:_____ G:______

LEE CON ATENCIÓN Y RESUELVE

1. Un faro se enciende cada 12 segundos, otro cada 18 segundos y un tercero cada minuto. A las 6.30 de la tarde los tres coinciden. Averigua las veces que volverán a coincidir en los cinco minutos siguientes.

a. Una vez
b. Dos veces
c. Cinco veces
d. Tres veces

2. Un comerciante desea poner en cajas 12 028 manzanas y 12 772 naranjas, de modo que cada caja contenga el mismo número de manzanas o de naranjas y, además, el mayor número posible. Hallar el número de naranjas de cada caja.

a. 234 naranjas en cada caja
b. 124 naranjas en cada caja
c. 68 naranjas en cada caja
d. 156 naranjas en cada caja

3. Teniendo en cuenta el problema del punto 2 ¿cuál es el número de cajas necesarias?

a. 1500
b. 580
c. 320
d. 200

4. En un colegio hay 324 alumnos y el número de alumnas es los $\frac{7}{18}$ del total. ¿Cuántos hombres hay?

a. 126
b. 200
c. 198
d. 139

5. Natalia consume $\frac{2}{5}$de los bocaditos que compró. Si ella compró 140 bocaditos ¿cuántos de ellos le quedan?

a. 56 bocaditos
b. 38 bocaditos
c. 39 bocaditos
d. 12 bocaditos

6. Un cable de 72 m de longitud se corta en dos trozos. Uno tiene las $\frac{5}{6}$partes del cable. ¿Cuántos metros mide cada trozo?

a. 12 m
b. 6 m
c. 18m
d. 24 m

7. Un depósito contiene 150 l de agua. Se consumen los $\frac{2}{5}$ de su contenido. ¿Cuántos litros de agua quedan?

a. 159 litros
b. 70 litros
c. 45 litros
d. 90 litros

8. Las fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$ son:

a. $\frac{2}{4}\ y\ \frac{4}{9}$
b. $\frac{2}{4}\ y\ \frac{4}{8}$
c. $\frac{4}{8}\ y\ \frac{2}{5}$
d. Ninguna de las anteriores

9. La simplificación de $\frac{12.000}{10.400}$ es:

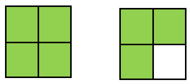
a. $\frac{13}{5}$
b. $\frac{15}{3}$
c. $\frac{15}{13}$
d. Ninguna de las anteriores.

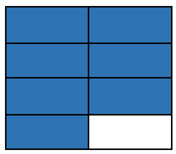
10. Señala la fracción que es aparente.

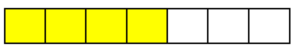
a. $\frac{69}{3}$
b. $\frac{48}{7}$

c. $\frac{32}{6}$
d. $\frac{15}{10}$

11. El gráfico que representa $\frac{7}{4}$ es:

a. 

b. 

c. 

d. Ninguna de las anteriores.

12. El resultado de $\left(\frac{5}{3} - 1\right) x \left(\frac{7}{2} - 2\right)$es

a. $\frac{4}{2}$
b. $\frac{5}{6}$
c. $\frac{1}{9}$
d. $\frac{6}{6}$

13. El resultado de $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right)$ es.

a. $\frac{12}{21}$
b. $\frac{17}{13}$
c. $\frac{15}{22}$
d. Ninguna de las anteriores.

14. Señala la fracción que genera $9\frac{2}{7}$

a. $\frac{25}{7}$
b. $\frac{65}{7}$
c. $\frac{126}{7}$
d. Ninguna de las anteriores

15. Hallar $\frac{3}{8}$ de 32

a. 16
b. 12
c. 10
d. Ninguno de los anterior

ANEXO 2.2

APRENDIZAJE

EJERCICIO EVALUATIVO II.

Reconoce y aplica las fracciones en diversos ejercicios.

NOMBRE:____ **N:**_____ **G:**______

LEE CON ATENCIÓN Y DESARROLLA

1. Desarrolla $\left[\left(\frac{3}{9}\right)+\left(\frac{3}{6}\right)\right]\, x\ 3 =$

2. Efectúa $\left[\left(\frac{8}{4}+\frac{4}{4}\right) x\ \frac{1}{3}\right]+\left[\left(\frac{6}{5}-\frac{2}{5}\right)\ x\ 2\right]=$

3. $\left[\left(9 \div \frac{1}{\frac{1}{3}}\right) x\ \frac{4}{5}\ x\ \frac{5}{12}\right] \div \left[6 \div \frac{1}{\frac{1}{12}}\right]$

4. En un curso de inglés hay 25 personas, de los cuales $\frac{3}{5}$ son mujeres, ¿cuántos hombres y cuantas mujeres hay en el curso de inglés?

5. Tengo 16 metros de tela y deseo formar retazos de $\frac{2}{3}$ de metro. ¿Cuántos retazos saldrán?

6. Un atleta recorre $\frac{13}{2}$ Kilómetros en una hora. ¿Cuánto recorrerá en $\frac{3}{4}$ de hora a la misma velocidad?

7. Un metro de caucho cuesta $\frac{10}{7}$ de peso, ¿Cuánto cuesta $\frac{15}{4}$ de metro?

8. Tengo $\$6\frac{3}{5}$. ¿Cuánto necesito para tener $\$8\frac{1}{6}$?

9. Lee las siguientes fracciones:

- $\frac{37}{108}$
- $\frac{211}{819}$

10. De las siguientes fracciones decir cuál es el mayor, cuál es el menor y por qué: $\frac{5}{6}, \frac{11}{6}, \frac{13}{6} y \ \frac{19}{6}$

11. Escribe 5 fracciones equivalentes a $\frac{1}{5}$ por amplificación.

12. Escribe 3 fracciones equivalentes a $\frac{60}{90}$ por simplificación.

13. Hallar $\frac{7}{29}$ de $84\ \frac{1}{10}$

14. Catalina quiere dividir un cartón paja de 40 cm. de largo y 30 cm. de enancho en cuadrados iguales, tan grandes como sea posible, de forma que no le sobre ningún trozo de cartón paja. ¿Cuánto medirá el lado de cada cuadrado?

15. Santiago va a casa de su abuela cada 12 días, y Federico cada 15 días. Hoy han coincidido los dos. ¿De aquí a cuantos días volverán a coincidir en casa de su abuela?

ANEXO 2.3

MATEMÁTICAS

Q

CATALINA ECHEVERRI ARCE

CICLO DE TRABAJO INICIAL

NOMBRE DEL CICLO

Pre- saberes

TEMATICAS

- ✓ Mínimo común múltiplo y máximo común divisor.
- ✓ La fracción y sus elementos básicos.
- ✓ Operaciones básicas con racionales.
- ✓ Resolución de problemas.

LOGRO

- ✓ Identifica las fracciones en diferentes contextos y las aplica en diversos ejercicios.

CICLO DE APRENDIZAJE

ACTIVIDADES

Esta actividad se desarrollara por medio de un ejercicio evaluativo, que cuenta con quince preguntas, de selección múltiple con única respuesta, para desarrollar en un tiempo aproximado entre 45 y 50 minutos aproximadamente.

PRE SABERES

EJERCICIO EVALUATIVO I.

Identifica las fracciones en diferentes contextos y las aplica en diversos ejercicios.

NOMBRE:____
N:_____ **G:**_____

LEE CON ATENCIÓN Y RESUELVE

1. Un faro se enciende cada 12 segundos, otro cada 18 segundos y un tercero cada minuto. A las 6.30 de la tarde los tres coinciden. Averigua las veces que volverán a coincidir en los cinco minutos siguientes.

a. Una vez
b. Dos veces
c. Cinco veces
d. Tres veces

2. Un comerciante desea poner en cajas 12 028 manzanas y 12 772 naranjas, de modo que cada caja contenga el mismo número de manzanas o de naranjas y, además, el mayor número posible. Hallar el número de naranjas de cada caja.

a. 234 naranjas en cada caja
b. 124 naranjas en cada caja
c. 68 naranjas en cada caja
d. 156 naranjas en cada caja

3. Teniendo en cuenta el problema del punto 2 ¿cuál es el número de cajas necesarias?

a.1500
b.580
c.320
d.200

4. En un colegio hay 324 alumnos y el número de alumnas es los $\frac{7}{18}$ del total. ¿Cuántos hombres hay?

a. 126
b. 200
c. 198
d. 139

5. Natalia consume $\frac{2}{5}$de los barquillos que compró. Si ella compró 140 barquillos ¿cuántos de ellos le quedan?

a. 56 barquillos
b. 38 barquillos
c. 39 barquillos
d. 12 barquillos

6. Un cable de 72 m de longitud se corta en dos trozos. Uno tiene las $\frac{5}{6}$partes del cable. ¿Cuántos metros mide cada trozo?

a. 12 m
b. 6 m
c. 18m
d. 24 m

7. Un depósito contiene 150 l de agua. Se consumen los $\frac{2}{5}$ de su contenido. ¿Cuántos litros de agua quedan?

a. 159 litros
b. 70 litros
c. 45 litros
d. 90 litros

8. Las fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$ son:

a. $\frac{2}{4}\ y\ \frac{4}{9}$
b. $\frac{2}{4}\ y\ \frac{4}{8}$
c. $\frac{4}{8}\ y\ \frac{2}{5}$
d. $\frac{1}{4}\ y\ \frac{4}{4}$

9. La simplificación de $\frac{12.000}{10.400}$ es:

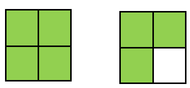
a. $\frac{13}{5}$
b. $\frac{15}{3}$

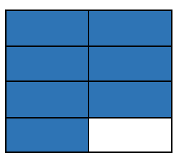
c. $\frac{15}{13}$
d. $\frac{1}{7}$

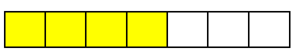
10. Señala la fracción que es aparente.

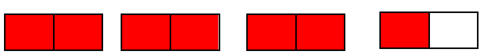
a. $\frac{69}{3}$
b. $\frac{48}{7}$
c. $\frac{32}{6}$
d. $\frac{15}{10}$

11. El gráfico que representa $\frac{7}{4}$ es:

b. 

b. 

c. 

d. 

12. El resultado de $\left(\frac{5}{3} - 1\right) x \left(\frac{7}{2} - 2\right)$ es:

a. $\frac{4}{2}$
b. $\frac{5}{6}$
c. $\frac{1}{9}$
d. $\frac{6}{6}$

13. El resultado de $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right)$ es:

a. $\frac{12}{21}$

b. $\frac{17}{13}$

c. $\frac{15}{22}$

d. $\frac{2}{2}$

14. Señala la fracción que genera $9\frac{2}{7}$

a. $\frac{25}{7}$
b. $\frac{65}{7}$
c. $\frac{126}{7}$
d. $\frac{2}{7}$

15. Hallar $\frac{3}{8}$ de 32

a. 16
b. 12
c. 10
d. 6

CICLO DE TRABAJO INTERMEDIO – GUÍA

CICLOS	NOMBRE DEL CICLO	MOMENTOS	TEMATICAS	LOGROS
A	**Las Fracciones y nuestro entorno**	**MOMENTO 1** ✓ Introducción **MOMENTO 2** ✓ Construyendo conocimiento **MOMENTO 3** ✓ Aprendo divirtiéndome **MOMENTO 4** ✓ Razonamiento	✓ Las fracciones. ✓ Las fracciones como parte de un todo. ✓ Las fracciones como parte de un número.	✓ Reconoce las fracciones en el entorno en que se desenvuelve. ✓ Identifica la relación del lenguaje común con las cantidades exactas. ✓ Representa la unidad y las fracciones
B	**Las fracciones y sus clases**		✓ Fracción como operador sobre un número. ✓ Tipos de fracciones. ✓ Fracciones equivalentes. ✓ Simplificación y amplificación.	✓ Identifica las fracciones, las clasifica y las representa de forma adecuada. ✓ Comprende las fracciones equivalentes y encuentra equivalencias. ✓ Reduce y aumenta las fracciones de acuerdo a los parámetros.
C	**Las fracciones y formas de operarlas. I**		✓ Adición de fracciones homogéneas. ✓ Sustracción de fracciones homogéneas. ✓ Adición de fracciones heterogéneas. ✓ Sustracción de fracciones heterogéneas ✓ Repaso de m.c.m y m.c,d. ✓ Resolución de ejercicios.	✓ Reconoce el m.c.m y el m.c.d de diversos números. ✓ Reconoce y resuelve la adición y sustracción de fracciones homogéneas y heterogéneos
D	. **Las fracciones y formas de operarlas. II**		✓ Adición de fracciones homogéneas. ✓ Sustracción de fracciones homogéneas. ✓ Adición de fracciones heterogéneas. ✓ Sustracción de fracciones heterogéneas ✓ Repaso de m.c.m y m.c,d. ✓ Resolución de ejercicios.	✓ Reconoce y resuelve la multiplicación y división de fracciones homogéneas y heterogéneas. ✓ Realiza ejercicios donde intervengan las operaciones con fracciones ya sean homogéneas o heterogéneas.

CICLO DE APRENDIZAJE

ACTIVIDADES

Se realizaran diversas actividades que están divididas en 4 momentos los cuales llevan al estudiante a desarrollar diversas competencias (Argumentativa, interpretativa y propositiva), con el fin de que su capacidad cognoscitiva frente al tema de los números racionales presente resultados significativos.
Dentro de las actividades propuestas en cada uno de los ciclos podemos evidenciar las siguientes:

- ✓ Lecturas de apoyo.
- ✓ Actividades grupales. (Confrontaciones, análisis de resultados, debates y muestras de aprendizaje).
- ✓ Actividades individuales. (Completar, subrayar, encontrar, resolver, justificar y demostrar capacidades).
- ✓ Desarrollo teórico (Se descubre el cómo, dónde, para qué, por qué existen las fracciones)
- ✓ Razonamientos lógicos (Ejercicios prácticos para desarrollar la agilidad mental a través de la matemática)

MOMENTO 1

A

¿LAS FRACCIONES HACEN PARTE DE NUESTRO MUNDO?

"EL PROBLEMA DE LAS PERLAS DE RAJÁ"

- Mi visita calculista, se debe al egoísmo que al interés de la ciencia. Después de que tuve el placer de oírlo en casa del poeta Iezid; pensé en ofrecerle algún cargo de importancia en mi corte.
- Desgraciadamente o príncipe generoso! – respondió Beremís -, no puedo ausentarme ahora de Bagdad. Me retiene en esta ciudad un serio compromiso.

  Sonrió el Maharajá y respondió:
- Sé el motivo de su negativa va frente a ese compromiso, y creo que pronto llegaremos a un acuerdo. El sheick Iezid me ha dicho que el joven Telassim, dado los progresos que ha hecho, dentro de pocos meses estará en condiciones de enseñar a los "ulemas" el famoso "problema de las perlas del Rajá".
- Yo mucho desearía – prosiguió el príncipe –conocer el complicado problema que viene desafiando la sagacidad de los algebristas y que se refiere, sin duda, a uno de mis gloriosos antepasados.

  Beremís respondió:
- Trátase más de una curiosidad aritmética que de un problema y éste es el enunciado: "Un rajá dejó a sus hijas cierto número de perlas y ordenó que el reparto se hiciese del siguiente modo: a la hija mayor correspondería una perla más un séptimo de las que quedasen; la segunda tomaría dos perlas y un séptimo de las restantes; la tercera recibiría tres perlas y un séptimo de las que quedasen. Y así sucesivamente para las restantes hija.

  Las hijas más jóvenes presentaron su queja a un juez, alegando que por ese sistema complicado ellas serían fatalmente perjudicadas.

  El juez – dice la tradición – que era hábil en la resolución de problemas, respondió, rápidamente que las demandas estaban equivocadas, y que la división propuesta por el Rajá era justa y perfecta".

Tomado de: El hombre que calculaba de Malba Tahan.

ATIVIDAD

1. Teniendo en cuenta la lectura anterior responde:

- ¿Qué le propone el príncipe a Beremís?
- ¿Cuál era el problema que deseaba conocer el príncipe?
- Si el número de perlas que dejó el rajá a sus hijas fue de 36, ¿Cuántas perlas le correspondieron a cada una?

2. Conforma grupos de cuatro personas y elabora una lista de elementos que su cantidad, tiempo, entre otros haga relación a la implementación de las $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ entre otros en nuestro diario vivir.

3. En los grupos de trabajos realizados expone los siguientes puntos:

- Compara la forma de solucionarlo de los demás compañeros el problema de las perlas del Rajá.
- ¿Cuál de esas formas tiene mayor validez?
- Cuando sales a comer con tu familia y amigos y compran una piza te has fijado ¿En cuántas partes está dividida?, ¿sabes que definición matemáticas le puedes dar a la piza completa?, y si solo comen la mitad ¿Qué nombre recibe? y si comes la mitad de la mitad ¿qué tipo de número obtienes?
- De los elementos de la lista del punto 2 que elementos son más comunes para ti.
- Escoge un monitor para que cuente las respuestas de tu grupo de trabajo.

4. Socializar las respuestas del grupo correspondiente por medio de un debate que brinde respuesta a:

- ¿Por qué el Rajá tomo la decisión de repartir su herencia en esa forma?
- ¿Las fracciones nos pueden ayudar a distribuir de forma más exacta las cosas?
- ¿Si no existieran las fracciones como haríamos para tomar la parte de la parte?
- ¿Qué importancia tiene la unidad en el mundo matemático y en el nuestro?

MOMENTO 2

CONSTRUYENDO CONOCIMIENTO

Camila para celebrar el cumpleaños de su papá, compra una torta de chocolate, y la divide en 8 partes iguales.

En la fiesta se comen sólo 5 pedazos de la torta.

- ✓ ¿Qué parte de la torta se comen Camila y su familia?
- ✓ ¿Qué parte de la torta queda?
- ✓ Representa con diagrama la torta y coloreemos, de amarillo las partes que se comieron.
- ✓ En la fracción $\frac{5}{8}$, 8 representa las partes iguales en las cuales se dividió la torta, y 5 el número de pedazos que se comieron Camila y sus familiares. La parte que queda de la torta la representaremos con la fracción $\frac{3}{8}$, corresponden a las partes sin colorear.

RECORDEMOS

PARA REPRESENTAR PARTES DE UN TODO UTILIZAMOS LAS **FRACCIONES**

En una fracción encontramos dos términos: El **DENOMINADOR**, que indica las partes iguales en que se divide el todo o la unidad, y el **NUMERADOR,** el que indica el número que se toma de esas partes. La línea recibe el nombre de **VÍNCULO**.	Ejemplo: $\frac{4}{7}$ → Numerador → Vínculo → Denominador

LAS FRACIONES COMO PARTE DE UN TODO

En el salón del 9- C, el rector decide reparar algunas baldosas deterioradas; para hacerlo debe determinar el número de baldosas que están en mal estado.
Colaborémosle al rector a saber:

- ¿Cuántas baldosas en total tiene el salón?
- ¿Cuántas baldosas están en mal estado?
- ¿Con que fracción podemos representar la parte total de baldosas que se encuentran en mal estado?

Con las fracciones representamos la relación entre el **TODO** y **LAS PARTES**.

LA FRACCIÓN COMO PARTE DE UN NÚMERO

Sebastián tiene un álbum con 75 calcomanías.
Si el regala los $\frac{2}{5}$ del total, ¿Cuántas calcomanías regaló?
Para responder a la pregunta Sebastián realiza los siguientes pasos:

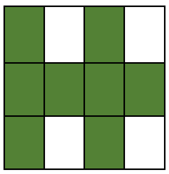
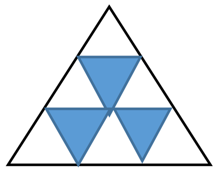
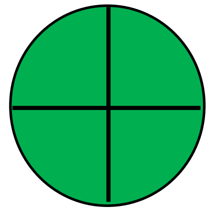
a. Forma 5 grupos con igual números de calcomanías.
Cada grupo tiene $75 \div 5 = 15$
b. Sebastián regaló $2 \times 15 = 30$ calcomanías.
Forma práctica: $\frac{2}{5}$ de 75 $\rightarrow$ $75 \div 5 = 15$ y $15 \times 2 = 30$

Para calcular la fracción de un número DIVIDIMOS el número entre el denominador de la fracción y el resultado lo MULTIPLICAMOS por el numerador.

MOMENTO 3

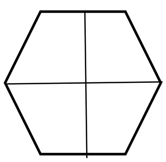
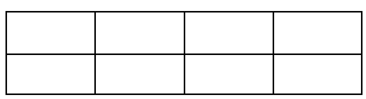
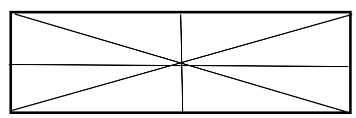
APRENDO DIVIRTIÉNDOME

1. Escribe en números y en letras la fracción que representa el área sombreada.

 —	 —	 —

- Recuerda que si la unidad se divide en 5 partes iguales y se toman 5, la fracción es $\frac{5}{5}$ que es la misma unidad, $\frac{5}{5} = 1$

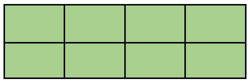
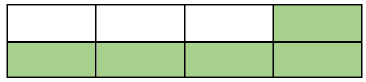
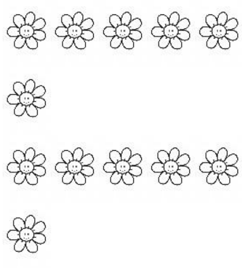
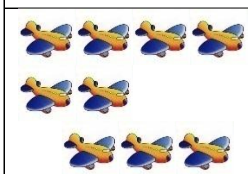
2. Sombrea en cada figura el área que indica la fracción

 $\frac{1}{4}$	 $\frac{2}{8}$	 $\frac{8}{8}$

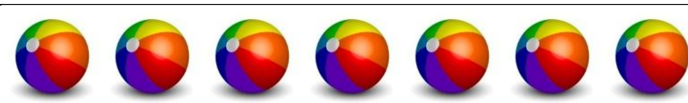
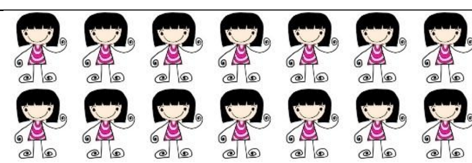
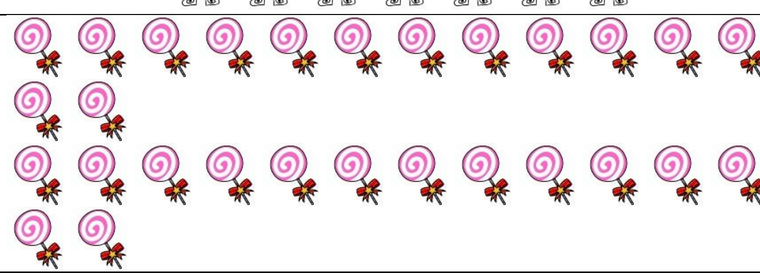
3. Una Fábrica de colores, empaca sus productos en cajas de 10 y 24 colores. Completa las tablas que indican cuántos colores en total hay en cada caso.

NÚMEROS DE CAJAS DE 10 COLORES	NÚMEROS DE COLORES
7	
9	
11	
13	

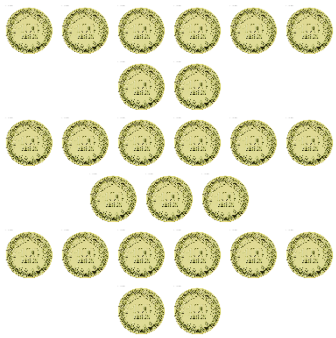
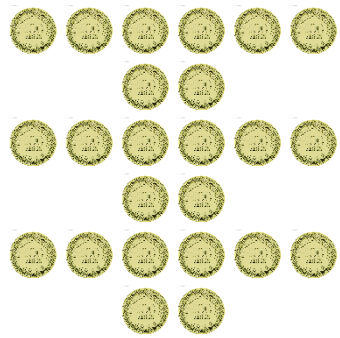
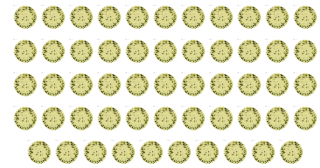
4. Según la unidad, representa la fracción indicada.

	 $\frac{5}{8}$	 $\frac{7}{8}$
	$\frac{7}{12}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{8}{9}$	$\frac{5}{9}$

5. Encierra, en cada caso, la séptima parte del total de objetos y completa.

______ Balones $\frac{1}{7}$ x ______ =	
______ Muñecas $\frac{1}{7}$ x ______ =	
______ Caramelos $\frac{1}{7}$ x ______ =	

6. Encierra la cantidad indicada de cada grupo y escribe el valor correspondiente.

$\frac{1}{5}$ de 25: ______	$\frac{1}{8}$ de 24: _______	$\frac{1}{9}$ de 54 :_______
		

7. Calcula :

$\frac{3}{5}$ de 20 = ______ , $\frac{6}{8}$ de 24=_______ , $\frac{2}{9}$ de 81= ______ , $\frac{5}{6}$ de 30=_______ , $\frac{4}{7}$ de 42=_____

, $\frac{8}{11}$ de 44 = ________

MOMENO 4

El BINGO DE LAS FRACCIONES

PASO A PASO

1. **Instrucciones:**

- A cada jugador se le da una tarjeta de bingo con fracciones al azar.
- Se decide quién será la persona que llama. El llamador es responsable de llamar a las fracciones del bingo y no es un jugador en el juego. Así que la persona más probable que sea la persona que llama es el profesor o los padres.
- La persona que llama o cantador debe recordar a todos que el espacio central de las tarjetas, aquel marcado con una estrella, es libre y todos deben marcarlo.

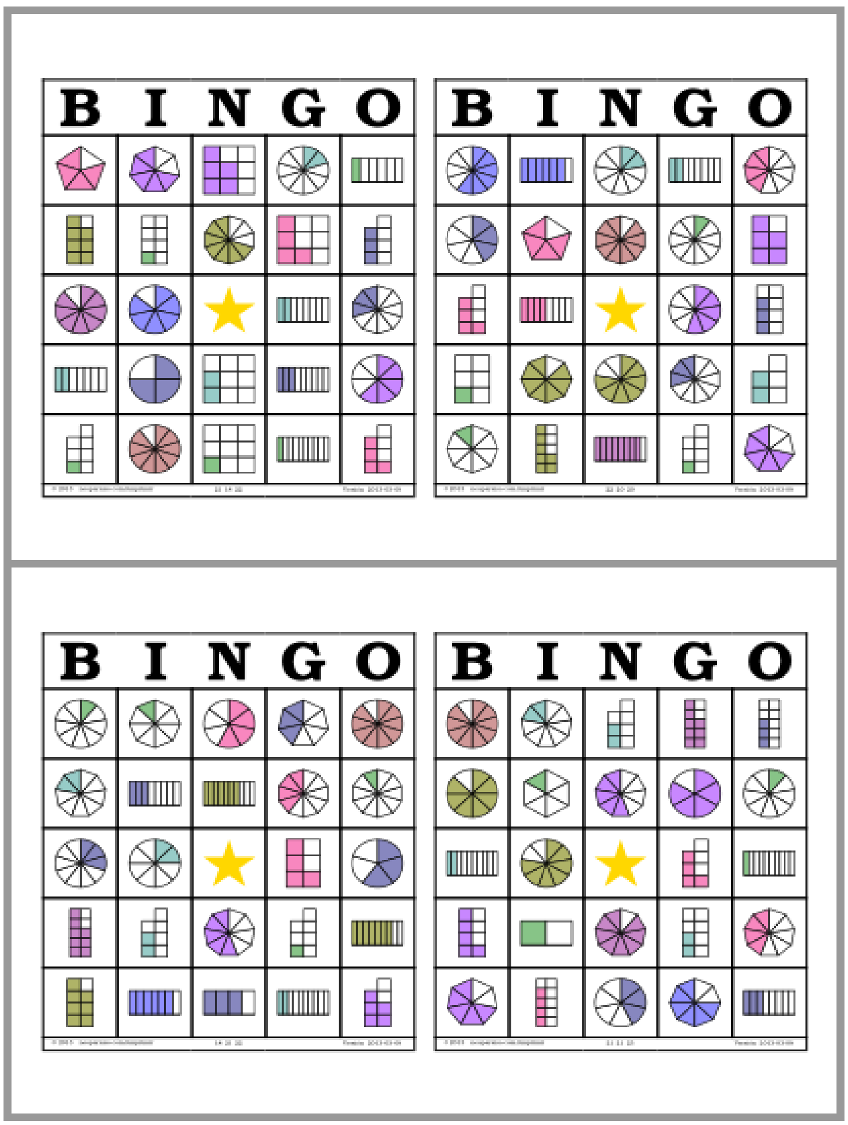
La persona que llama escoge una lista de fracciones preparada que sustituye a la tómbola en el juego tradicional

- La persona que llama lee una fracción a la vez y la tacha, y permite a los jugadores marcar en una de las visualizaciones de fracción en la tarjeta si coincide. Los gráficos de las cartillas pueden ser de fracciones equivalentes (no reducidas) por lo que los jugadores deberán reducirlas mentalmente si las quieren marcar.

- Si la fracción llamada, no coincide con ninguna de las representaciones gráficas de fracciones en las tarjetas, el jugador no marcará ninguna en su tarjeta.
- El juego continúa hasta que alguien tenga marcas a lo largo de una fila de su tarjeta, a lo largo de una columna de su tarjeta, o a lo largo de una diagonal.
- El primer jugador en marcar uno de estos patrones deben ponerse de pie y gritar "¡BINGO!"

2. Materiales:

- Entregar las **tarjetas de Bingo**.
- Cortar las tarjetas dividiendo las hojas en dos.
- Imprimir las hojas con las tómbolas de bingo. Consisten en las fracciones reducidas hasta décimos.



Tómbola ❶	
0.	3 ⁄ 8 ❏
1.	7 ⁄ 9 ❏
2.	3 ⁄ 10 ❏
3.	4 ⁄ 5 ❏
4.	1 ⁄ 5 ❏
5.	1 ⁄ 8 ❏
6.	2 ⁄ 7 ❏
7.	5 ⁄ 6 ❏
8.	1 ⁄ 9 ❏
9.	4 ⁄ 9 ❏
10.	2 ⁄ 5 ❏
11.	3 ⁄ 4 ❏
12.	1 ⁄ 4 ❏
13.	1 ⁄ 2 ❏
14.	1 ⁄ 6 ❏
15.	5 ⁄ 9 ❏
16.	7 ⁄ 10 ❏
17.	3 ⁄ 7 ❏
18.	6 ⁄ 7 ❏
19.	1 ⁄ 3 ❏
20.	3 ⁄ 5 ❏
21.	1 ⁄ 10 ❏
22.	5 ⁄ 7 ❏
23.	5 ⁄ 8 ❏
24.	2 ⁄ 9 ❏
25.	2 ⁄ 3 ❏
26.	9 ⁄ 10 ❏
27.	8 ⁄ 9 ❏
28.	1 ⁄ 7 ❏
29.	4 ⁄ 7 ❏
30.	7 ⁄ 8 ❏

Tómbola ❷	
0.	1 ⁄ 5 ❏
1.	3 ⁄ 10 ❏
2.	8 ⁄ 9 ❏
3.	1 ⁄ 3 ❏
4.	3 ⁄ 7 ❏
5.	7 ⁄ 9 ❏
6.	1 ⁄ 7 ❏
7.	5 ⁄ 8 ❏
8.	4 ⁄ 5 ❏
9.	9 ⁄ 10 ❏
10.	6 ⁄ 7 ❏
11.	5 ⁄ 6 ❏
12.	4 ⁄ 9 ❏
13.	2 ⁄ 5 ❏
14.	5 ⁄ 9 ❏
15.	1 ⁄ 8 ❏
16.	3 ⁄ 8 ❏
17.	3 ⁄ 4 ❏
18.	4 ⁄ 7 ❏
19.	1 ⁄ 6 ❏
20.	7 ⁄ 8 ❏
21.	1 ⁄ 9 ❏
22.	2 ⁄ 7 ❏
23.	7 ⁄ 10 ❏
24.	1 ⁄ 10 ❏
25.	3 ⁄ 5 ❏
26.	1 ⁄ 4 ❏
27.	1 ⁄ 2 ❏
28.	2 ⁄ 9 ❏
29.	2 ⁄ 3 ❏
30.	5 ⁄ 7 ❏

Tómbola ❸	
0.	7 ⁄ 9 ❏
1.	5 ⁄ 6 ❏
2.	1 ⁄ 5 ❏
3.	1 ⁄ 2 ❏
4.	5 ⁄ 8 ❏
5.	6 ⁄ 7 ❏
6.	7 ⁄ 10 ❏
7.	4 ⁄ 7 ❏
8.	1 ⁄ 7 ❏
9.	2 ⁄ 3 ❏
10.	2 ⁄ 9 ❏
11.	3 ⁄ 5 ❏
12.	7 ⁄ 8 ❏
13.	1 ⁄ 9 ❏
14.	1 ⁄ 3 ❏
15.	1 ⁄ 8 ❏
16.	3 ⁄ 8 ❏
17.	8 ⁄ 9 ❏
18.	3 ⁄ 4 ❏
19.	2 ⁄ 5 ❏
20.	9 ⁄ 10 ❏
21.	1 ⁄ 4 ❏
22.	2 ⁄ 7 ❏
23.	4 ⁄ 5 ❏
24.	5 ⁄ 7 ❏
25.	4 ⁄ 9 ❏
26.	5 ⁄ 9 ❏
27.	3 ⁄ 7 ❏
28.	1 ⁄ 6 ❏
29.	1 ⁄ 10 ❏
30.	3 ⁄ 10 ❏

MOMENTO 1

LAS FRACCIONES Y SUS CLASES

- Reúnete con dos compañeros más, realiza la lectura y resuelve la actividad.

LA EDAD DE DIOFANTO

Diofanto fue un famoso matemático griego, que perteneció a la escuela de Alejandría. Se le conoce como el padre del Álgebra.

A continuación encontrarás un acertijo en el cual describen diferentes etapas de su vida y con el cual podrás descifrar su edad.

"Viajero, aquí encontraras los restos de Diofanto, y los números demostrarán cuán larga fue su vida, cuya sexta parte la constituyó su infancia, su juventud, la doceava parte, la séptima parte su matrimonio estéril; cuando pasaron cinco años más tuvo a su primer hijo, éste murió a la mitad de la edad total del padre, cuatro años después sobrevino la muerte de Diofanto".

Tomado de: Aprende a resolver problemas matemáticos.

ACTIVIDAD:

1. ¿Cuántas etapas de la vida de Diofanto se enuncian en el acertijo?

2. De todas las etapas de la vida, ¿La más larga fue la juventud? Justifica tu respuesta.

3. Representa a través de fracciones, las diferentes etapas de la vida de Diofanto.

4. ¿Crees que con la información del acertijo es posible saber cuántos años vivió Diofanto?

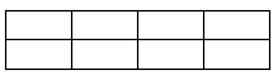
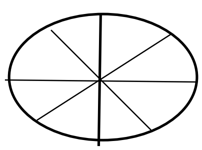
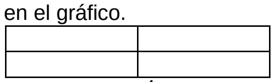
5. ¿A qué edad tuvo Diofanto su primer hijo?

6. Busca una forma divertida de contar a los demás compañeros del salón la vida de Diofanto. (7 minutos por grupo).

MOMENTO 2

CONSTRUYENCONOCIMIENTO

CLASES DE FRACCIONES

PARA REALIZAR	PARA RESPONDER	CONCEPTO	EJEMPLOS
Colorea las fracciones indicadas en el gráfico.  $\frac{6}{8}$	¿Cómo es la fracción comparada con la unidad?	Las fracciones **MENORES** que la **UNIDAD** se llaman **PROPIAS**.	$\frac{2}{9}$, $\frac{17}{25}$, $\frac{10}{100}$
Escribe la fracción que se representa.  —	¿Cómo es la fracción comparada con la unidad?	Las fracciones **MAYORES** que la unidad se llaman **IMPROPIAS**.	$\frac{23}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{1000}{10}$
Colorea la fracción indicada en el gráfico.  $\frac{4}{4}$	¿Cómo es la fracción comparada con la unidad?	Las fracciones cuyo numerador es **IGUAL DENOMINADOR** representan la UNIDAD. Estas fracciones son iguales a 1.	$\frac{6}{6} = 1$, $\frac{13}{13} = 1$

NÚMERO MIXTO

$3\frac{1}{5}$

CONCEPTO

Las fracciones que representamos con un número entero y una fracción propia recibe el nombre de **NÚMERO MIXTO.**
El número mixto nace de una fracción impropia.

Para trasformar un número mixto en una fracción impropia se multiplica el número entero por el denominador de la fracción, se adiciona el numerador y como denominador se deja el que tiene la fracción.

EJEMPLO

$6\frac{1}{2} = \frac{(6\ X2)+1}{2} = \frac{13}{2}$

Las fracciones que representan la misma parte de un todo se llaman
EQUIVALENTES.

$\frac{3}{4}$ Y $\frac{9}{12}$

FRACCIONES EQUIVALENTES

Para obtener fracciones equivalentes a una fracción dada, se multiplica o divide el numerador y el denominador por el mismo número.

SIMPLIFICACIÓN Y AMPLIFICACIÓN

A la Súper de Alimentos llega un grupo de estudiantes del LANS de grado sexto, para realizar el recorrido, se conforman 2 grupos.

El primer grupo del recorrido lo conforman 10 estudiantes y el segundo 20.

Del primer grupo escogen a 7 estudiantes y del segundo grupo 14 estudiantes.

Luciana, una estudiante del primer grupo, le pregunta al guía del recorrido: ¿Por qué selecciono más estudiantes del primer grupo?

El guía aclaro a Luciana que había tomado la misma parte de cada grupo y le explico: del primer grupo tomé $\frac{7}{10}$ y del segundo tomé $\frac{14}{20}$.

Las fracciones $\frac{7}{10}$ y $\frac{14}{20}$ son **EQUIVALENTES**.

Observemos que $\frac{14}{20}$ se obtiene multiplicando los términos de la primera fracción por 2.

$$\frac{7\ x\ \mathbf{2}}{10\ x\ \mathbf{2}}$$

Ahora, el guía decide formar tres grupos con los estudiantes, uno de 5, otro de 10 y el último de 15.

Para presentar comentarios sobre la visita, realiza la siguiente selección: del primer grupo escoge 2 alumnos, del segundo 4 y del tercero 6.

Escribamos las fracciones que representan la selección hecha por el guía en cada grupo.

$$\frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{6}{15}$$

Observemos que estas fracciones son equivalentes y que, por tanto, podemos obtener la primera a partir de la segunda o de la tercera. Veamos cómo:

Dividamos los términos de la fracción $\frac{4}{10}$ entre 2 es = $\frac{2}{5}$

PARA TENER EN CUENTA

El proceso de multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, se conoce como **AMPLIFICACIÓN**	El proceso de dividir el numerador y el denominador de una fracción por un divisor común a ellos, se conoce como **SIMPLIFICACIÓN**	Cuando una fracción no puede simplificarse se llama **IRREDUCIBLE** que está en su mínima expresión

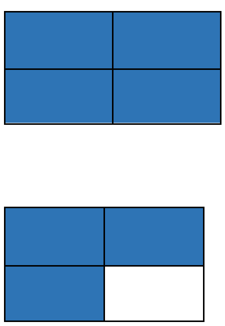
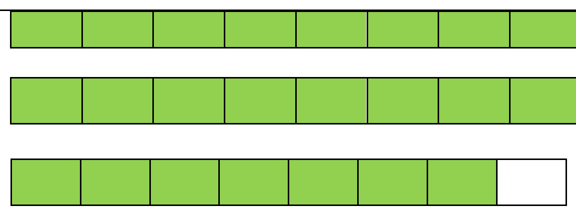
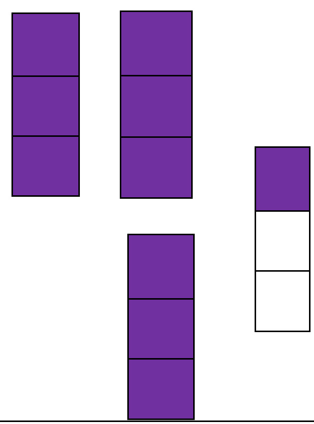
MOMENTO 3

APRENDO DIVIRTIÉNDOME

1. Completa las fracciones de acuerdo con las condiciones dadas.

1.1 Fracciones propias: $\frac{76}{\_\_}, \frac{\_\_}{45}, \frac{657}{\_\_}, \frac{\_\_}{1.024}$	1.2 Fracciones impropias: $\frac{\_\_}{234}, \frac{\_\_}{97}, \frac{19}{\_\_}, \frac{\_\_}{75}$
1.3 Fracciones iguales a 1. $\frac{235}{\_\_}, \frac{\_\_}{1000}, \frac{2}{\_\_}$	1.4 Fracciones menores que 1. $\frac{\_\_}{3}, \frac{7}{\_\_}, \frac{\_\_}{10}$

2. Escribe como fracción y como número mixto las cantidades representadas en las figuras.

		
FRACCIÓN:	FRACCIÓN:	FRACCIÓN:
NÚMERO MIXTO:	NÚMERO MIXTO:	NÚMERO MIXTO:

3. Escribe en cada caso, el número que hace verdadera la igualdad.

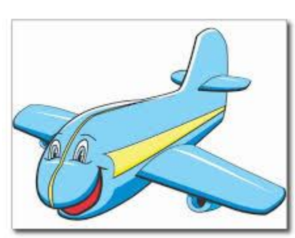
$\frac{7}{8} = \frac{\quad}{24}$	$\frac{5}{7} = \frac{29}{\quad}$	$\frac{8}{9} = \frac{\quad}{81}$	$\frac{25}{3} = \frac{100}{\quad}$

4. Simplifica cada fracción:

$\frac{1024}{600}$	$\frac{500}{50}$	$\frac{1911}{36}$	$\frac{75}{75}$
$\frac{4}{24}$	$\frac{600}{900}$	$\frac{53}{71}$	$\frac{102}{84}$

5. Un camino que permite al niño donde se encuentra el avión tiene todas las fracciones equivalentes. Encuéntralo y colorea las piedras correspondientes.

$\frac{1260}{2700}$	$\frac{840}{1800}$	$\frac{84}{10}$	$\frac{30}{60}$	$\frac{21}{30}$	$\frac{7}{10}$
$\frac{840}{1800}$	$\frac{420}{900}$	$\frac{60}{125}$	$\frac{42}{90}$	$\frac{21}{45}$	$\frac{7}{15}$
$\frac{210}{450}$	$\frac{120}{250}$	$\frac{210}{450}$	$\frac{105}{225}$	$\frac{14}{30}$	$\frac{7}{5}$

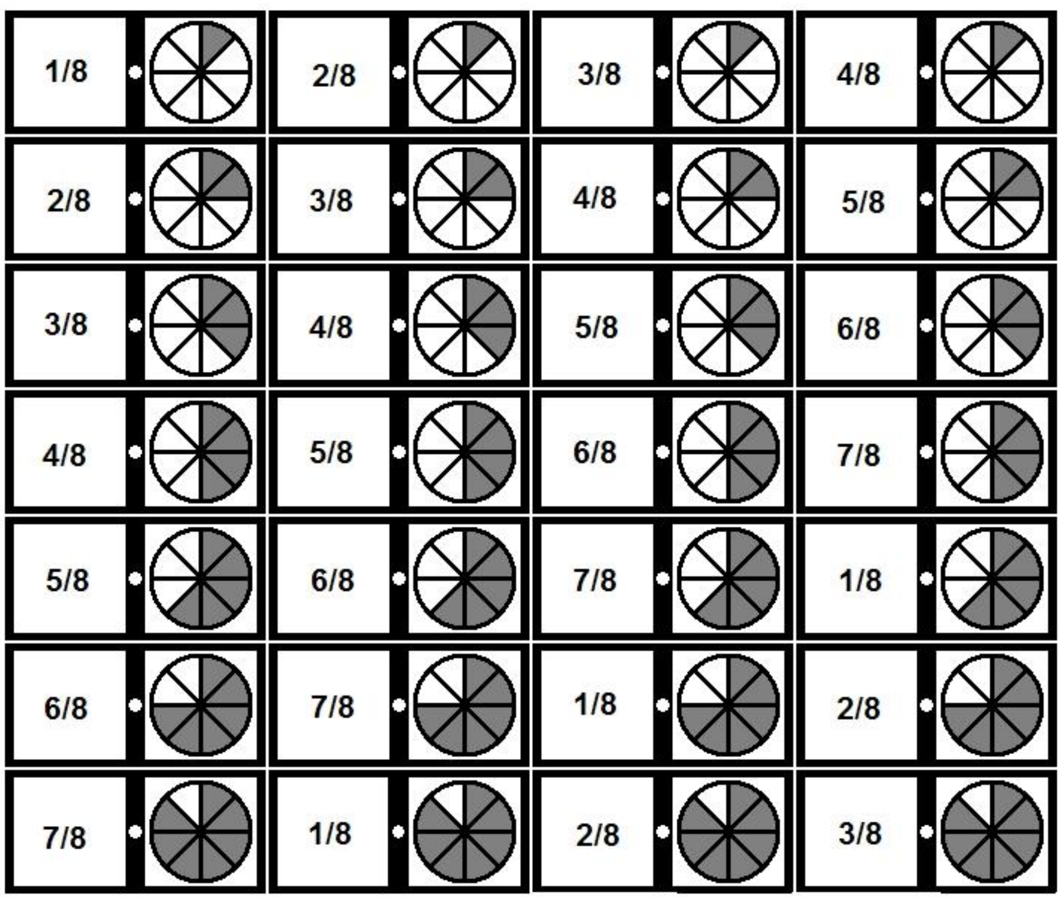


MOMENTO 4

RAZONAMIENTO

DOMINÓ

Reúnete con tres amigos recorta el dominó y empieza a jugar.



MOMENTO 1

C

LAS FRACCIONES Y SUS OPERACIONES I.

Al morir mi abuela su abogado de cabecera leyó el largo testamento sin un minuto de espera.
Óigase bien lo que dijo y no se lo tome a la ligera, "Las cien ovejas las dejo de la siguiente manera: La cuarta parte de ellas deben quedar a mi esposo y la mitad de las 100 véndalas en Zaragosa.
Repartan todo el dinero entre hijos, sobrinos, y nietos, que no les falte plata para que vivan contentos"

Reúnete con 4 compañeras realiza la lectura y resuelve

- ¿Cuántas ovejas tenía la abuela?
- ¿Cuántas ovejas dejó a su esposo?
- ¿Cuántas vendieron en Zaragoza?
- Encuentra 15 palabras relacionadas con las fracciones en la siguiente sopa de letras

S	P	B	T	B	O	W	X	M	O	S	E	N	A	G	N	A	M	S	V
Q	N	L	Q	R	M	N	U	O	S	W	A	L	U	M	I	N	I	O	D
M	C	T	U	M	E	T	A	M	O	R	F	O	S	I	S	S	O	D	E
M	P	N	U	R	E	E	A	V	E	S	C	I	P	Q	O	O	I	C	R
H	A	X	S	O	I	B	O	R	C	I	M	N	S	R	R	R	L	A	F
Z	P	M	V	S	R	C	A	I	R	W	R	V	O	U	A	A	E	R	U
R	E	J	I	E	W	R	E	P	P	B	D	E	J	N	P	P	H	B	Z
A	O	Z	C	F	R	P	E	L	L	X	P	R	A	I	I	I	I	O	A
N	B	F	R	H	E	T	E	I	U	F	S	T	U	C	V	V	S	N	F
A	E	T	O	Y	E	R	E	C	H	L	Y	E	C	E	I	O	O	O	R
S	O	Y	M	R	G	T	O	B	E	C	A	B	A	L	V	X	I	C	O
Y	A	N	O	V	T	V	E	S	R	S	R	R	N	U	C	R	B	H	T
O	H	H	E	G	E	O	M	R	E	A	C	A	E	L	E	V	I	U	I
B	N	T	P	G	Q	F	T	D	O	R	D	D	R	A	L	H	F	E	S
F	S	N	E	O	O	S	W	U	A	T	N	O	P	R	U	H	N	V	T
O	O	T	I	K	T	R	C	A	A	L	R	S	S	V	L	I	A	O	A
V	A	S	N	V	H	A	T	N	I	Z	G	O	U	Q	A	D	F	V	C
L	S	Ñ	F	O	O	J	S	I	L	E	C	A	F	Z	J	R	A	A	M
Ñ	Y	L	N	O	R	R	K	I	N	K	U	J	S	O	H	O	G	N	A
L	B	G	Z	C	R	A	O	T	O	N	E	G	I	X	O	G	Y	A	R
A	O	Y	J	A	U	O	E	S	O	R	O	V	I	B	R	E	H	D	S
S	N	L	N	G	P	S	A	I	R	E	T	C	A	B	O	N	V	I	J
P	Q	E	A	X	O	P	L	I	G	H	E	L	E	C	H	O	S	O	O

EQUIVALENTE
EXPRESION
FRACCION
IMPROPIO
IRREDUCIBLE
MINIMA
NUMERADOR
NUMEROMIXTO
NUMERONATUR
AL
PARTES
PROPIO
RELACION
SIMPLIFICAC
ION
UNIDAD
VINCULO

MOMENTO 2

CONSTRUYENDO CONOCIMIENTO

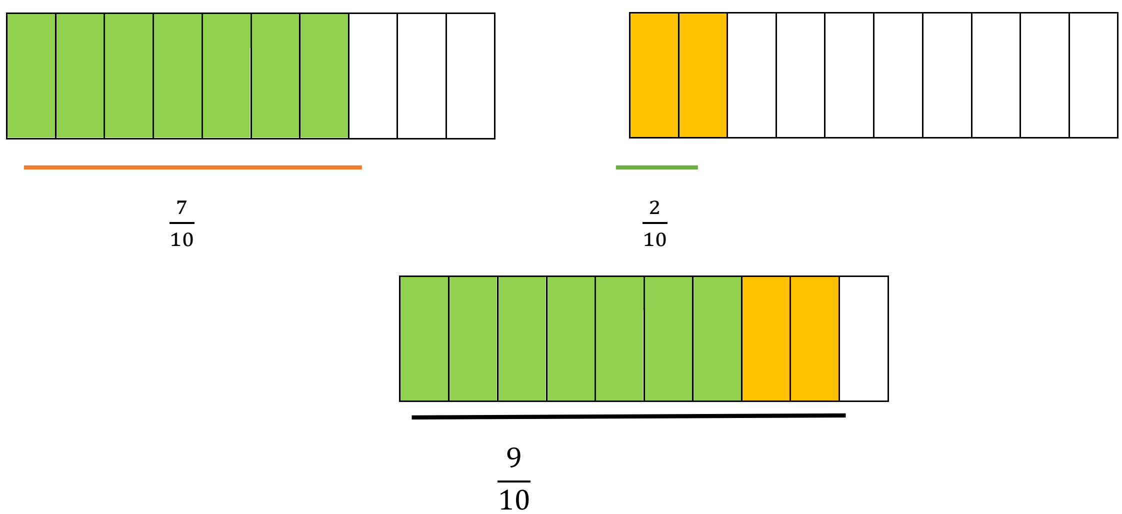
ADICIÓN Y SUSTRACIÓN DE FRACCIONES HOMOGENEAS

ADICIÓN

Catalina recorre $\frac{7}{10}$ de Kilometro para ir de su casa al parque y luego camina $\frac{2}{10}$ de kilómetro del parque a la frutería. ¿Cuál es la distancia total que debe recorrer Catalina para ir de su casa a la frutería, pasando por el parque?

Para responder la pregunta, debemos efectuar una adición de fracciones.

Representemos las fracciones $\frac{7}{10}$ y $\frac{2}{10}$, y luego su suma.



Luego $\frac{7}{10} + \frac{2}{10} = \frac{9}{10}$; por tanto, Catalina debe caminar $\frac{9}{10}$ de kilómetro para de ir de su casa a la frutería, pasando por el parque.

Para adicionar **FRACCIONES HOMOGENEAS**, hallamos la suma de los numeradores y dejamos los mismos el mismo denominador. Simplificamos si es posible.

SUSTRACCIÓN

Ana y Juan han decidido trotar todos los días para estar más saludables. El lunes trotaron $\frac{17}{10}$ kilómetros, el martes trotaron $\frac{19}{10}$ kilómetros y el miércoles trotaron $\frac{5}{2}$ kilómetros. ¿Cuánto más trotaron el martes que el lunes?

Encontremos la diferencia entre las distancias recorridas el lunes y el martes.

$$\frac{19}{10} - \frac{17}{10} = \frac{19-17}{10} = \frac{2}{10}$$

Es decir, el martes trotaron $\frac{2}{10}$ de kilómetros más que el lunes.

Para sustraer **FRACCIONES HOMOGENEAS**, hallamos la diferencia de los numeradores y dejamos los mismos el mismo denominador. Simplificamos si es posible.

RECORDEMOS…

Mínimo múltiplo común

Dos grupos realizan la misma caminata. El primero decide parar a descansar cada 10 kilómetros y deja una bandera azul, y el segundo cada 15 kilómetros y deja una bandera roja.

¿Cada cuántos kilómetros coinciden las banderas azules y rojas?

Escribamos los múltiplos de 10 y 15, distintos de cero y veamos cuáles coinciden.

Múltiplos de 10 ={ 10,20,30,40,60,70,80,90….}

Múltiplos de 15= {15, 30, 45,60, 75, 90, 115,…}

Los múltiplos comunes de 10 y 15 son 30, 60, 90… El menor de todos es 30. Las banderas rojas y amarillas coinciden cada 30 kilómetros.

El **mínimo múltiplo común (m.c.m)** de dos o más números naturales es el menor de los múltiplos comunes.

Máximo común divisor

Un ingeniero debe señalizar dos trechos diferentes de carretera con una línea blanca: uno tiene 875 metros y los otros 250 metros. Él cuenta con una máquina que se puede graduar por trazos continuos, pero de una sola longitud.

¿Qué longitud del trazo es la adecuada para señalizar adecuadamente los dos trechos haciendo el menor número de trazos?

Si encontramos los divisores comunes de 875 y de 250, podemos hallar la mayor longitud posible de trazo.

Divisores de 250 = {1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250}

Divisores de 875 = {1, 5, 7, 25, 35, 125, 175, 875}

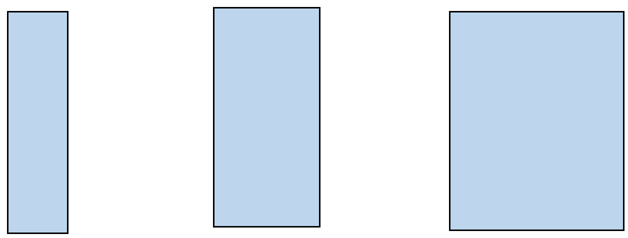
El mayor de los divisores comunes entre 250 y 875 es 125. Luego la medida más adecuada es el trazo de 125 metros.

El **máximo común divisor (m.c.d)** de dos o más números naturales es el mayor de los divisores comunes.

ADICIÓN Y SUSTRACIÓN DE FRACCIONES HETEROGENEAS.

ADICIÓN

Observemos la cantidad de papel que Daniel llevo al colegio.



$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$

Ayudémosle a Daniel a saber qué cantidad de papel tiene en total.

Ahora averigüemos cuánto papel tiene Daniel.

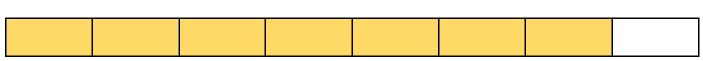
Daniel tiene $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = ?$

Saber cuánto papel tiene Daniel no es tan sencillo, ya que los trozos de papel no son del mismo tamaño. Para poder averiguarlo fácilmente la totalidad de papel de Daniel trasformaremos las fracciones en fracciones equivalentes con el mismo denominador.

- $\frac{1}{4} = \frac{1\,x\,2}{4\,x\,2} = \frac{2}{8}$

- $\frac{1}{2} = \frac{1x\,4}{2\,x\,4} = \frac{4}{8}$

Ahora adicionemos $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$, Daniel tiene $\frac{7}{8}$



Si las fracciones son **HETEROGÉNEAS**, hallamos las fracciones equivalentes a las dadas con igual denominador y se halla la suma. Se simplifica si es posible.

SUSTRACCIOÓN

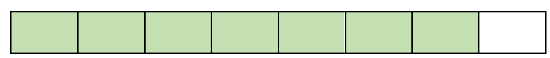
Beto Tiene $\frac{7}{8}$ de mantequilla. Utiliza $\frac{3}{4}$ para hacer una torta de pan. ¿Cuánta mantequilla le queda aún?

- El m.c.m de 8 y 4 es 8
- Amplificamos las fracciones:

$$\frac{7}{8} = \frac{7x1}{8x1} = \frac{7}{8} \qquad \frac{3}{4} = \frac{3\ x\ 2}{4\ x\ 2} = \frac{6}{8}$$

- Sustraemos

$\frac{7}{8} - \frac{6}{8} = \frac{1}{8}$, A Beto le queda aún $\frac{1}{8}$ de mantequilla.



Si las fracciones son **HETEROGÉNEAS**, hallamos las fracciones equivalentes a las dadas con igual denominador y se halla la sustracción. Se simplifica si es posible.

MOMENTO 3

APRENDO DIVIRTIÉNDOME

1. Desarrolla:

- Hallar el m.c.d de 1024, 3600 y 240
- Hallar el m.c.m de 550, 700 y 600

2. Escribe los números que hacen falta en cada adición, para que la igualdad sea verdadera.

$\frac{3}{8} + \frac{}{} = \frac{7}{8}$	$\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{3}} + \frac{\mathbf{13}}{\mathbf{3}} = \frac{}{} = \mathbf{6}\,\frac{}{}$	$\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{15}} + \frac{}{\mathbf{15}} = \frac{\mathbf{17}}{}$

3. Completa la tabla como se indica

FRACCIONES DADAS	m.c.m	FRACCIONES EQUIVALENTES	ADICIÓN
$\frac{3}{7} + \frac{9}{14}$	m.c.m (7, 14) = 14	$\frac{3}{7} = \frac{6}{14}\ y\ \frac{9}{14} = \frac{9}{14}$	$\frac{6}{14} + \frac{9}{14} = \frac{15}{14}$
$\frac{12}{5} + \frac{4}{15}$			
$\frac{3}{4} + \frac{7}{5}$			
$\frac{5}{9} + \frac{13}{6}$			

4. Realizo las sustracciones. Simplifico si es posible.

$\frac{7}{11} - \frac{4}{3} =$	$\frac{41}{7} - \frac{19}{7} =$
$\frac{2}{13} - \frac{1}{12} =$	$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{10} =$
$\frac{19}{3} - \frac{17}{5} =$	$\frac{1}{2} - \left(\frac{9}{15} - \frac{3}{14}\right) =$

5. Lee con atención y resuelve los siguientes problemas:

- Felipe recorre en su bicicleta, $\frac{9}{5}$ de kilómetros el lunes y $\frac{6}{7}$ de kilómetros el martes. ¿Qué día recorrió más? ¿Cuánto más recorrió ese día, en fracción de kilometro?

- Carlos, Fernanda, Y Santiago caminan todos los días de su casa al colegio. Carlos recorre $\frac{3}{4}$ de kilómetros, Fernanda $\frac{1}{5}$ de kilometro y Santiago $\frac{3}{5}$ de kilómetro. ¿Quién recorre más distancia? ¿Cuántos kilómetros recorren en total los tres?
- Para las azucenas de su jardín Víctor necesita $\frac{5}{6}$ de galón de agua y para los geranios, $\frac{8}{9}$ de galón. ¿cuánta agua es indispensable para las dos clases de flores?

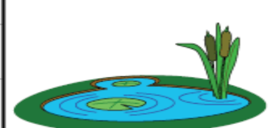
6. Con las siguientes fracciones invento y resuelvo una situación de sustracción.

$$\frac{5}{9}\ y\ \frac{3}{6}$$

MOMENTO 4

RAZONAMIENTO

Sigue el camino de fracciones correctamente comparadas para lograr que la rana llegue al estanque.

$\frac{2}{5} < \frac{1}{5}$	$\frac{7}{10} < \frac{5}{10}$	$\frac{2}{7} > \frac{4}{7}$	$\frac{8}{9} < \frac{4}{9}$	$\frac{2}{10} < \frac{6}{10}$	$\frac{3}{8} > \frac{7}{8}$	$\frac{1}{3} > \frac{2}{3}$	$\frac{5}{7} < \frac{3}{7}$	$\frac{1}{8} > \frac{2}{8}$
$\frac{6}{8} < \frac{1}{8}$	$\frac{2}{8} > \frac{1}{8}$	$\frac{2}{8} < \frac{7}{8}$	$\frac{8}{10} < \frac{9}{10}$	$\frac{5}{6} > \frac{4}{6}$	$\frac{1}{3} > \frac{2}{3}$	$\frac{2}{7} > \frac{4}{7}$	$\frac{7}{10} < \frac{4}{10}$	$\frac{4}{9} > \frac{5}{9}$
$\frac{7}{8} < \frac{6}{8}$	$\frac{4}{6} < \frac{5}{6}$	$\frac{3}{4} < \frac{1}{4}$	$\frac{2}{4} > \frac{3}{4}$	$\frac{2}{6} < \frac{1}{6}$	$\frac{6}{7} < \frac{1}{7}$	$\frac{2}{3} < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} > \frac{2}{3}$	$\frac{2}{8} > \frac{3}{8}$
$\frac{1}{7} > \frac{6}{7}$	$\frac{8}{10} > \frac{6}{10}$	$\frac{1}{5} > \frac{3}{5}$				$\frac{1}{9} < \frac{3}{9}$	$\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$	$\frac{2}{9} > \frac{5}{9}$
$\frac{3}{6} < \frac{1}{6}$	$\frac{3}{7} < \frac{4}{7}$	$\frac{4}{6} > \frac{5}{6}$				$\frac{4}{5} < \frac{1}{5}$	$\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$	$\frac{1}{8} < \frac{3}{8}$
$\frac{3}{10} > \frac{8}{10}$	$\frac{4}{5} > \frac{3}{5}$	$\frac{3}{4} < \frac{2}{4}$				$\frac{4}{6} > \frac{5}{6}$	$\frac{6}{7} < \frac{3}{7}$	$\frac{2}{5} > \frac{1}{5}$
$\frac{5}{10} < \frac{3}{10}$	$\frac{4}{5} > \frac{1}{5}$	$\frac{2}{6} > \frac{3}{6}$				$\frac{1}{3} > \frac{2}{3}$	$\frac{2}{7} > \frac{3}{7}$	$\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$
$\frac{7}{9} < \frac{8}{9}$	$\frac{3}{10} > \frac{2}{10}$	$\frac{3}{6} < \frac{2}{6}$	$\frac{4}{10} > \frac{9}{10}$	$\frac{6}{10} < \frac{3}{10}$	$\frac{1}{4} > \frac{3}{4}$	$\frac{1}{6} > \frac{5}{6}$	$\frac{1}{4} > \frac{3}{4}$	$\frac{4}{6} > \frac{3}{6}$
$\frac{3}{8} < \frac{6}{8}$	$\frac{4}{8} > \frac{7}{8}$	$\frac{1}{7} > \frac{3}{7}$	$\frac{1}{9} > \frac{8}{9}$	$\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$	$\frac{5}{6} > \frac{4}{6}$	$\frac{4}{8} > \frac{1}{8}$	$\frac{1}{7} < \frac{2}{7}$	$\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$
$\frac{3}{6} > \frac{2}{6}$	$\frac{1}{6} < \frac{4}{6}$	$\frac{3}{6} < \frac{4}{6}$	$\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$	$\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$	$\frac{1}{10} > \frac{8}{10}$	$\frac{4}{10} > \frac{9}{10}$	$\frac{1}{3} > \frac{2}{3}$	$\frac{2}{7} > \frac{3}{7}$

aulapt.wordpress.com

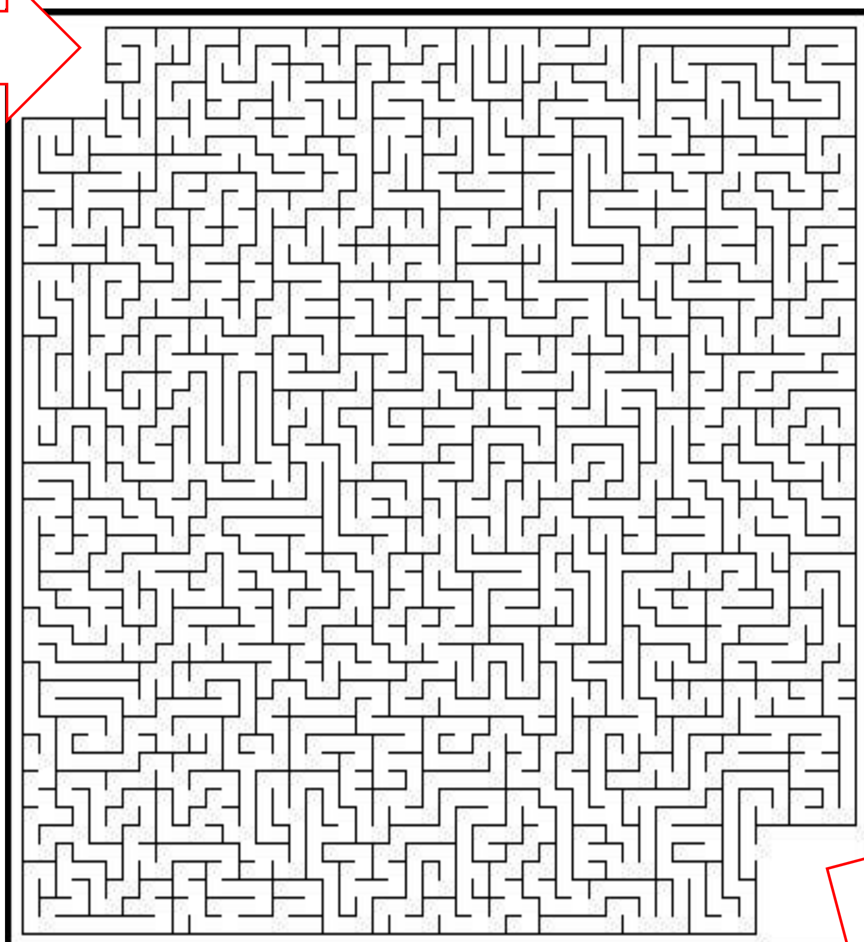
MOMENTO 1

D

LAS FRACCIONES Y SUS OPERACIONES II.

Ayuda a las fracciones homogéneas a encontrarse con las fracciones heterogéneas para descubrir juntas cómo se realiza el producto y el cociente de las fracciones

$\frac{5}{6}, \frac{4}{6}, \frac{10}{6}$



$\frac{3}{4}, \frac{13}{15}, \frac{2}{2}$

Reúnete con un compañero más de clase y resuelve:

¿Por qué crees que los homogéneos y heterogéneos se pueden reunir para resolver operaciones?

¿De qué forma puedo realizar una multiplicación con fracciones heterogéneas, aun conociendo que tienen diversos denominadores?

Propone una forma posible de cómo se podrá resolver una división con fracciones homogéneas y heterogéneas.

Enumera 5 semejanzas que encuentres entre la división y la multiplicación de números naturales.

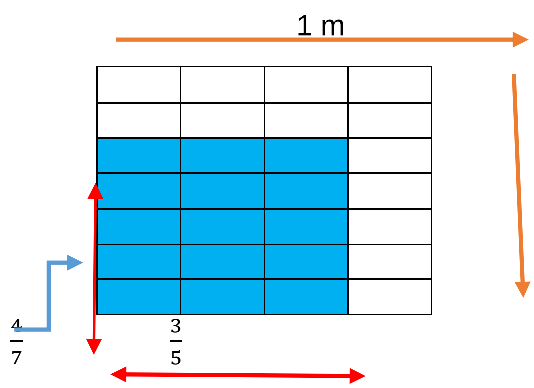
MOMENTO 2

CONSTRUYENDO CONOCIMIENTO

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

MULTIPLICACIÓN

¿Cuánto mide el área de un rectángulo cuyo largo mide $\frac{3}{5}$ m y su ancho mide $\frac{4}{7}$ m?



En el rectángulo coloreado hay 3 x 4 =12 rectángulos pequeños que miden $\frac{1}{5 \, x \, 7} = \frac{1}{35}$ m^2 cada uno, por lo tanto el rectángulo tiene área de $\frac{12}{35}$ m^2 .

Si se sustituyen $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$ en la fórmula: área = largo x ancho

Se obtiene $\frac{3}{5}$ x $\frac{4}{7}$ = $\frac{12}{35}$ m^{2,} que coincide con el resultado anterior.

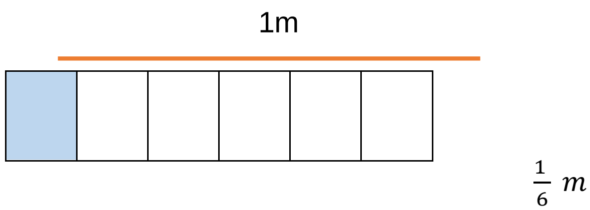
Para **MULTIPLICAR** fracciones se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. Si es posible se simplifica el producto.

DIVISIÓN

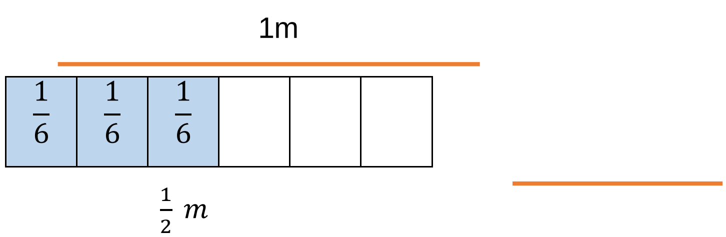
Ejemplo 1

¿Cuántos pedazos de $\frac{1}{6}\ m$ hay en $\frac{1}{2}\ m$?

Para lograrlo, dibujemos un rectángulo de 1m de largo y dividámoslo en 6 partes iguales.



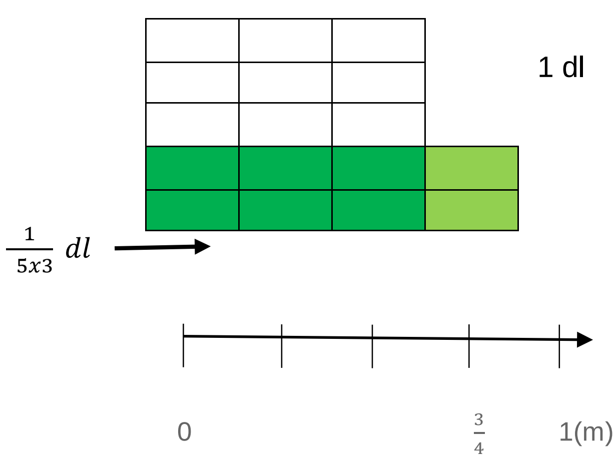
A continuación, pintamos la mitad del rectángulo y contamos cuántos pedazos de $\frac{1}{6}\ m$ hemos pintado.



Vemos que en $\frac{1}{2}\ m$ hay 3 pedazos de $\frac{1}{6}m$; es decir: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{1\ x\ 6}{2\ x\ 1} = \frac{6}{2} = 3$

Ejemplo 2

Si se utiliza $\frac{2}{5}$ dl de pintura para pintar $\frac{3}{4}$ m de línea, ¿Cuántos decilitros de pintura se utilizarán para trazar 1 metro de línea?



La parte coloreada más oscura representa $\frac{2}{5}$ dl de pintura y la parte coloreada arriba del segmento de 0 a 1 m representa la cantidad de pintura para 1 metro, o sea el cociente, y consiste en 2 x 4 partes pequeñas que representa $\frac{1}{5x3} = \frac{1}{15}dl$.

Por lo tanto el área que corresponde a 1m es: $\frac{1}{5x3}\ x\ \frac{4\ x\ 2}{1} = \frac{4\ x\ 2}{5\ x\ 3}$, entonces $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$.

Necesitamos $\frac{8}{15}$ dl para pintar la línea de 1 m.

Para **DIVIDIR** fracciones se multiplica el dividendo por el inverso del divisor común y corriente y se simplifica si es posible.

MOMENTO 3

APRENDO DIVIRTIÉNDOME

1. Colorea en cada gráfica la parte que se indica y escribe a qué parte de la unidad corresponde.

$\frac{2}{3}\ de\ \frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}\ de\ \frac{1}{4}$	$\frac{3}{5}\ de\ \frac{1}{3}$

a	b	c	a x c	a x b
$\frac{7}{9}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{7}$		
$\frac{5}{4}$	$\frac{13}{7}$	$\frac{1}{17}$		
$\frac{1}{3}$	9	$\frac{1}{3}$		

2. Completa la tabla

3. Escribe el número que hace falta.

$\frac{\quad}{5} \div \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$	$\frac{3}{4} \div \frac{\quad}{\quad} = 3$	$\frac{\quad}{5} \div \frac{7}{20} = 4$

4. En cada casilla de la tabla de la izquierda falta un número. Encuéntralo y escríbelo en la casilla correspondiente del cuadro de la derecha.

A $\frac{5}{8} \div ? = \frac{5}{16}$	B $\frac{?}{3} \div 4 = \frac{7}{12}$	C $8 \div \frac{1}{?} = 48$
D $5 \div \frac{10}{9} = \frac{?}{2}$	E $8 \div \frac{8}{5} = ?$	F $\frac{6}{2} \div 3 = ?$
G $\frac{?}{3} \div 11 = \frac{4}{33}$	H $\frac{9}{8} \div ? = \frac{9}{24}$	I $4 \div \frac{1}{2} = ?$

A	B	C
D	E	F
G	H	I

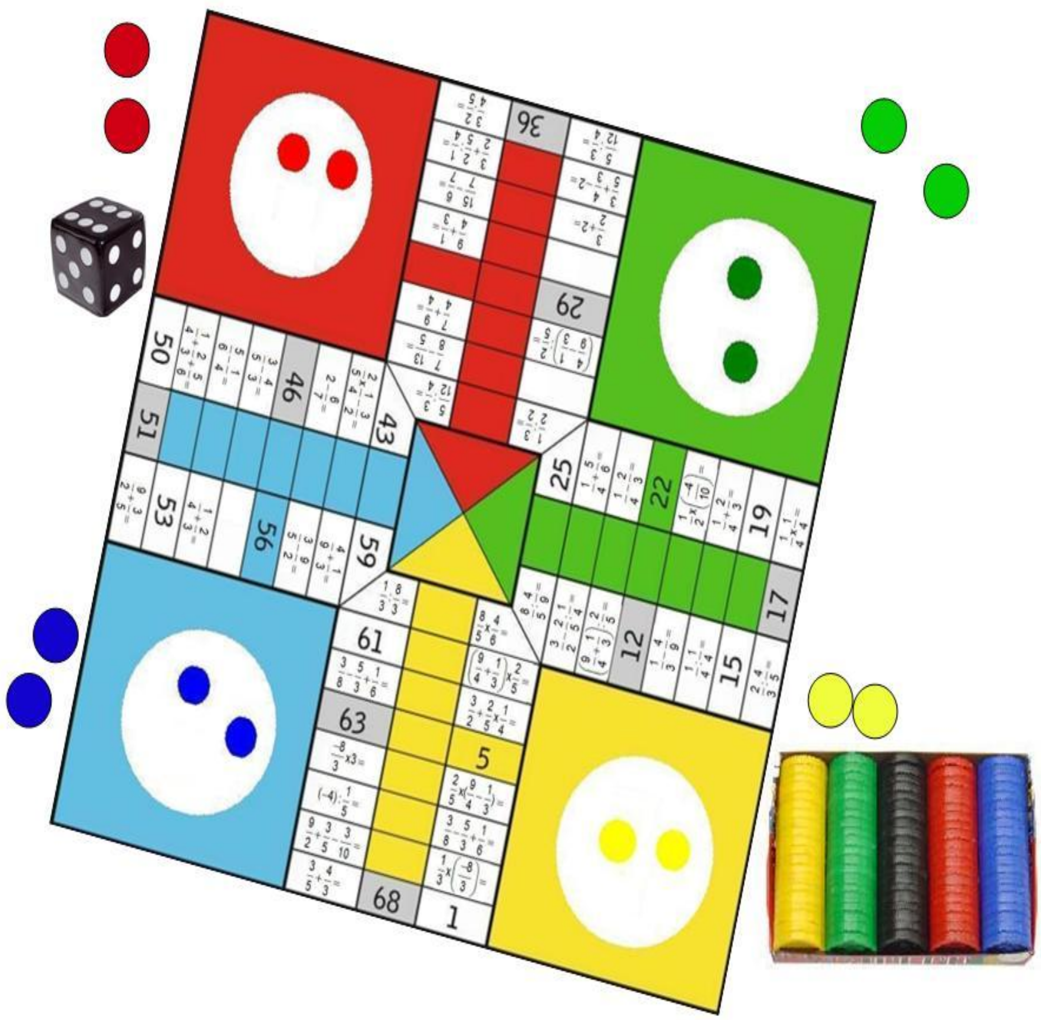
5. Resuelve los siguientes problemas.

- Un botellón contiene $\frac{27}{4}$ litros de agua. ¿Cuántos vasos de $\frac{23}{8}$ de litro se pueden servir?
- Se reparten por igual tres cuartos de la masa de un pastel entre ocho niños. ¿Qué fracción de la masa le correspondió a cada uno?
- ¿Qué fracción representa la mitad de la tercera parte de un cuarto?
- Una vuelta al circuito de Indianápolis dura aproximadamente $\frac{71}{60}$ minutos; si el circuito está programado para 60 vueltas, ¿Cuál es el tiempo aproximado que tarda la carrera?
- Felipe vive en París y le gusta el café colombiano; fue al supermercado a comprar 2 y media libras y observa que cada libra cuesta $\frac{7}{8}$ de euro. ¿Cuánto debe pagar Felipe por el café? Consulta el precio del euro en pesos colombianos

MOMENTO 4

RAZONAMIENTO

Se armaran grupo de cuatro estudiantes y por cada quipo se entregara un parques con fracciones, las reglas son idénticas al juego tradicional, solo que aquí cada uno solo posee dos fichas para mover.



CICLO DE APRENDIZAJE

NOMBRE DEL CICLO	TEMATICAS	LOGRO
Aprendizaje	✓ Mínimo común múltiplo y máximo común divisor. ✓ La fracción y sus elementos básicos. ✓ Operaciones básicas con racionales. ✓ Resolución de problemas.	✓ Reconoce y aplica las fracciones en diversos ejercicios.

MOMENTO DE APRENDIZAJE

ACTIVIDAD

Esta actividad se desarrollara por medio de un ejercicio evaluativo, que cuenta con quince preguntas abiertas con el fin de conocer las diferentes formas de aplicación de conocimiento de cada uno de los estudiantes. El tiempo para esta actividad oscila entre 45 a 50 minutos respectivamente.

APRENDIZAJE

EJERCICIO EVALUATIVO II.

Reconoce y aplica las fracciones en diversos ejercicios.

NOMBRE:____
N:_____ **G:**_____

LEE CON ATENCIÓN Y DESARROLLA

1. Desarrolla $\left[\left(\frac{3}{9}\right) + \left(\frac{3}{6}\right)\right] \; x \; 3$ =

2. Efectúa $\left[\left(\frac{8}{4} + \frac{4}{4}\right) x \; \frac{1}{3}\right] + \left[\left(\frac{6}{5} - \frac{2}{5}\right) \; x \; 2\right]$=

3. $\left[\left(9 \; \div \frac{1}{\frac{1}{3}}\right) x \; \frac{4}{5} \; x \; \frac{5}{12}\right] \div \left[6 \; \div \frac{1}{\frac{1}{12}}\right]$=

4. En un curso de inglés hay 25 personas, de los cuales $\frac{3}{5}$ son mujeres, ¿cuántos hombres y cuantas mujeres hay en el curso de inglés?

5. Tengo 16 metros de tela y deseo formar retazos de $\frac{2}{3}$ de metro. ¿Cuántos retazos saldrán?

6. Un atleta recorre $\frac{13}{2}$ Kilómetros en una hora. ¿Cuánto recorrerá en $\frac{3}{4}$ de hora a la misma velocidad?

7. Un metro de caucho cuesta $\frac{10}{7}$ de peso, ¿Cuánto cuesta $\frac{15}{4}$ de metro?

8. Tengo $\$6\frac{3}{5}$. ¿Cuánto necesito para tener $\$8\frac{1}{6}$?

9. Lee las siguientes fracciones:

- $\frac{37}{108}$
- $\frac{211}{819}$

10. De las siguientes fracciones decir cuál es el mayor, cuál es el menor y por qué: $\frac{5}{6}, \frac{11}{6}, \frac{13}{6}\, y\, \frac{19}{6}$

11. Escribe 5 fracciones equivalentes a $\frac{1}{5}$ por amplificación

12. Escribe 3 fracciones equivalentes a $\frac{60}{90}$ por simplificación.

13. Hallar $\frac{7}{29}$ de $84\ \frac{1}{10}$

14. Catalina quiere dividir un cartón paja de 40 cm. de largo y 30 cm. de enancho en cuadrados iguales, tan grandes como sea posible, de forma que no le sobre ningún trozo de cartón paja. ¿Cuánto medirá el lado de cada cuadrado?

15. Santiago va a casa de su abuela cada 12 días, y Federico cada 15 días. Hoy han coincidido los dos. ¿De aquí a cuantos días volverán a coincidir en casa de su abuela?

BIBLIOGRAFÍA

- Pirámide. Grupo Editorial Norma. Agosto de 2002
- Canicas Matemáticas. Lucila Cantillo Parra. Editorial Voluntad. 1.989
- El mentor de las matemáticas. Editorial Océano. Barcelona España.
- Elementos Matemáticos. Julio A. Uribe – José Israel Berrío. Bedout Editores S.A. 1.989
- Enseñar y aprender matemática: Propuesta para el segundo ciclo. Hector Ponce. Novedades educativas.