



LA UDPROCO COMO MEDIACIÓN PEDAGÓGICA PARA LA
ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES
ALGEBRAICAS FUNDAMENTALES EN GRADO OCTAVO
DESDE LA PERSPECTIVA DE LA EDUCACIÓN
MATEMÁTICA CRÍTICA

Fredy Enrique Marín Idárraga

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Manizales, Colombia
2015



LA UDPROCO COMO MEDIACIÓN PEDAGÓGICA PARA LA
ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES
ALGEBRAICAS FUNDAMENTALES EN GRADO OCTAVO
DESDE LA PERSPECTIVA DE LA EDUCACIÓN
MATEMÁTICA CRÍTICA

Fredy Enrique Marín Idárraga

Trabajo de grado para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Gonzalo Medina Arellano

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Manizales, Colombia

2015

Dedicatoria

A mi hermosa esposa LIDA MARCELA por apoyarme y acompañarme en los momentos más difíciles, a la ternura de mi hija VALENTINA ya que ha estado a mi lado en las largas jornadas de estudio, a JULIANA por su gran cariño y confianza, y a todas aquellas personas que de una u otra manera creyeron en mi capacidad intelectual y valoraron mis conocimientos.

Agradecimientos

A Dios porque ha estado a mi lado en los momentos más complejos y me ha mostrado el camino correcto para lograr mis sueños; a mi gran amigo JUAN CARLOS PALACIO por ser mi mentor en la escritura y apoyo en los momentos más difíciles del desempeño como docente, toda mi familia por el apoyo incondicional, a la Comunidad del Colegio Pureza de María por la forma en que me enseñaron a crecer espiritualmente, al Magister LUIS ALFONSO PLATA rector del Colegio Bartolomé Mitre por abrirme las puertas de la institución para el trabajo de campo, a mi director de trabajo de grado GONZALO MEDINA ARELLANO por los grandes aportes y disposición en las asesorías.

Muchas gracias

Resumen

En este trabajo de grado se presenta una experiencia de aula, en la cual se ha implementado una estructura que viene contribuyendo al mejoramiento de las relaciones entre los educadores, los educandos y el conocimiento que se imparte en la clase de matemáticas. El objetivo de este trabajo es diseñar una Unidad de Producción de Conocimiento “UDPROCO”, como mediación pedagógica desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica para la enseñanza y el aprendizaje las operaciones algebraicas fundamentales de grado octavo. Metodología: tipo de investigación Mixta “Cuantitativa – Cualitativa”, con un enfoque de Investigación – Acción – Reflexión. Los hallazgos encontrados fueron, los bajos niveles académicos, la resistencia de los estudiantes al estudio de la asignatura, la necesidad del maestro de cambiar su desempeño en el aula, la autonomía que adquieren los educandos para construir sus conocimientos y modelar problemas matemáticos propios de sus contextos, los cuales logran darle significado a los aprendizajes adquiridos. A manera de conclusiones, los educandos tienen formas individuales de aprender y colocar en práctica los conocimientos matemáticos dentro de sus contextos, lo importante es orientarlos a que tengan una simbolización correcta de aquellos problemas que se les presenta dentro de su diario vivir. Con las actividades propuestas se logra hacer una lectura de la población estudiantil con la cual se trabaja ya que esto permite identificar aspectos personales de cada uno y saber que gustos individuales o grupales tienen a nivel deportivo, musical, cultural o alimenticio; En el proceso de enseñanza-aprendizaje se hace fundamental conocer un poco más, que lo que se evidencia en el aula de clase, del mundo de los estudiantes. Esto permite a los docentes mostrar que los contenidos de las matemáticas son una herramienta que le facilita al joven interpretar y transformar su entorno.

Palabras clave: Udproco, matemática crítica, educación matemática, contexto escolar, estrategia didáctica.

Abstract

THE UDPROCO MEDIATION AS TEACHING FOR TEACHING AND LEARNING BASIC ALGEBRAIC OPERATIONS IN EIGHTH GRADE FROM THE PERSPECTIVE OF MATHEMATICS EDUCATION CRITIC

This degree work presents a classroom experience, in which has been implemented a structure that has contributed to the improvement of relations between educators, learners and knowledge taught in math class. The aim of this work is to design a Knowledge Production Unit (UDPROCO in Spanish) as a pedagogic mean from the Critic Math Education perspective, for teaching and learning the basic algebraic operations from eighth grade. Methodology: Mixed type of research "Quantitative - Qualitative", with an Action-Research-Reflection focus. The findings were, low academic levels. Resistance of students to study the subject. Need for the teacher to change their performance in the classroom. Autonomy acquired by learners to build their knowledge and mathematical modeling problems of their own contexts, which will give meaning to the acquired learning. Conclusions, learners have individual ways of learning and putting into practice the mathematical knowledge in their context, it is important to guide them to have a correct symbolization of problems that are presented in their daily lives. With the proposed activities it is possible to do a reading of the student population with whom you work, which makes it possible to identify personal aspects of each one and to get to know what the personal and group likes are at sports, musical, cultural, and food levels. In the process of teaching and learning, it is essential to know a little more than what is evident in the classroom, the world of the students. This allows teachers to show that the content of mathematics is a tool that makes it easy for the young to interpret and transform their environment.

Key words: Udproco, critical mathematics, mathematics education, school context, didactic strategy.

VII

Contenido

Resumen	V
Lista de figuras	IX
Lista de tablas	X
Lista de anexos	XI
Introducción.....	1
1. Planteamiento del problema	3
1.1 Formulación del problema	3
1.2 Descripción del problema	3
1.3 Descripción del Escenario.....	5
2. Justificación.....	7
3. Objetivos	9
3.1 Objetivo General	9
3.2 Objetivos Específicos.....	9
4. Marco teórico	10
4.1 Antecedentes	10
4.1.1 Antecedente local.....	10
4.1.2 Antecedente nacional	11
4.1.3 Antecedentes internacionales	11
4.2 Marco referencia	12
4.3 Marco conceptual	13
4.3.1 Orígenes y evolución del álgebra	13
4.3.2 El álgebra en épocas contemporáneas.....	16
4.4 Teoría, didáctica y pedagogía crítica.....	21
4.4.1 La Teoría crítica.....	21
4.4.2 El aprendizaje significativo en las matemáticas	22
4.4.3 Didáctica del álgebra.....	23
4.4.4 Didáctica crítica.....	24
4.4.5 Pedagogía crítica	25

VIII

4.4.5 Educación Matemática Crítica	25
4.4.7 Contexto de un problema	26
4.4.8 Obstáculos epistemológicos desde la Educación Matemática Crítica	27
5. Diseño metodológico	29
5.1 Tipo de Investigación	29
5.2 Enfoque	29
5.3 Colaboradores	29
5.4 Metodología para la recolección de la información	30
5.5 Cronograma.....	30
5.6 Fases para la realización del proyecto	30
5.6.1 Fase 1. Diagnóstico: aplicación de instrumentos y análisis	31
5.6.2 Fase 2. Diseño propuesta metodológica.....	33
5.6.3 Fase 3. Implementación de la Udproco	37
5.6.4 Fase 4. Análisis y verificación de los avances obtenidos.	38
5.6.4.1 Interpretación de resultados	38
5.6.4.2 Hallazgos	38
5.6.4.3 Avances obtenidos	38
6. Conclusiones y Recomendaciones	39
6.1 Conclusiones	39
6.2 Recomendaciones	40
Bibliografía.....	42
A. Anexo: Prueba Diagnóstica.....	44
B. Anexo: Formatos de entrevistas	47
C. Anexo: Unidad de Producción de Conocimiento – UDPROCO.....	49

Lista de figuras

Figura 1	Institución Educativa Bartolomé Mitre	5
Figura 2	Ruta hacia el álgebra.	18
Figura 3	Fases para la realización del proyecto.....	30
Figura 4	Desempeño académico primer semestre.	31
Figura 5	Estudiantes desarrollando la evaluación diagnóstica.	32
Figura 6	Diseño de la propuesta metodológica.	33
Figura 7	Estructura interna de una Udproco.	34
Figura 8	Esquema del proceso de enseñanza y aprendizaje.....	36
Figura 9	Estudiantes desarrollando las actividades de la Udproco.	37
Figura 10	Desempeño académico 3er. periodo académico.	37

Lista de tablas

Tabla 1 Claves para el estudio del álgebra.....	20
Tabla 2 Cronograma para la realización del proyecto	30

Lista de anexos

Anexo A: Prueba Diagnóstica.....	44
Anexo B: Formatos de entrevistas	47
Anexo C: Unidad de Producción de Conocimiento – UDPROCO	49

Introducción

El presente trabajo surge de la necesidad de diseñar una mediación pedagógica para los procesos de enseñanza - aprendizaje de los elementos introductorios al álgebra en el grado octavo. Como educador pretendo aportar elementos no sólo con la intención de cumplir con lineamientos y estándares establecidos por el Ministerio de Educación Nacional, sino con el ánimo de formar personas autónomas y críticas de su entorno cultural y social.

El conocimiento matemático y su desarrollo es inherente con el crecimiento y el desarrollo cultural y social de cada época, según Martí (2001) “es criminal el divorcio entre la educación que se recibe en una época, y la época” (p. 281). El hecho de establecer una estrecha relación entre el conocimiento (en nuestro caso matemático) que se proporciona en la escuela y la época en la cual se hace, con todos los cambios tecnológicos, culturales, sociales, políticos, morales, los avances y la problemática que estos conllevan, permite al estudiante y al docente verse inmersos en el proceso de interpretación de su entorno y transformación del mismo, generando avances no solamente cognitivos, sino en otros aspectos inmersos en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

La educación matemática crítica, lleva al estudiante a desenvolverse en un ambiente democrático y académico que se encuentra relacionado fuertemente con su entorno, de tal forma que los conocimientos teóricos le permiten leer los sucesos que transcurren a su alrededor, y a su vez los sucesos que ocurren le permiten tomar una posición clara frente a la teoría. De esta forma el estudiante dota de significado a la teoría por medio de su realidad.

Con base a lo mencionado anteriormente se pretende, en este trabajo, diseñar una Unidad de Producción de Conocimiento que sirva como puente entre la aritmética y los primeros elementos de aprendizaje del álgebra en grado octavo, con ejercicios que evidencien problemáticas o situaciones cercanas al contexto de los estudiantes; para ello es necesario

en un primer momento, reconocer al individuo como un ser único e irrepetible, alguien que siente y que es afectado de forma directa por un entorno social (familia, institución, amigos, entre otros) sin dejar de lado la situación política y económica que vive la sociedad colombiana en sus diferentes niveles. Todo esto nos lleva a pensar que antes de trabajar directamente con un contenido o temática de álgebra es necesario conocer un poco de la historia del estudiante y de su contexto, por lo cual se pretende realizar una caracterización del mismo, que permita encontrar una problemática general que afecte no sólo a un estudiante sino al grupo de estudiantes con los que trabajamos, esto mediante los siguientes instrumentos: historia de vida, actividades con Google Earth, Google Maps y entrevistas semi-estructuradas.

Para el desarrollo del proyecto se propusieron las siguientes etapas:

- Planteamiento y descripción del problema.
- Descripción del escenario y caracterización de los estudiantes.
- Elaboración de Objetivos.
- Consulta de antecedentes, construcción del referente teórico y conceptual.
- Desarrollo del proyecto en cuatro fases: Diagnostico, Diseño de la Udproco, aplicación de la propuesta y análisis de resultados.
- Construcción documento final.

1. Planteamiento del problema

1.1 Formulación del problema

¿Cómo mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones algebraicas fundamentales en el grado octavo a través de una Unidad de Producción de Conocimiento “UDPROCO”¹, como mediación pedagógica desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica?

1.2 Descripción del problema

En distintas partes del mundo surgen investigaciones, proyectos, ensayos, programas y experimentos orientados a buscar nuevas formas de educar, de orientar al niño y al joven para la vida. Muchos comparten las mismas inquietudes: “El colegio es aburrido, monótono enseña cosas que no son útiles, no me motiva no me atrae, no lo disfruto” (Espínosa, 2009).

En la tarea de reflexión de nuestra práctica docente e interacción con nuestros estudiantes hemos evidenciado ciertos aspectos importantes en los procesos de enseñanza - aprendizaje del álgebra como son:

- Ausencia de situaciones que involucren problemáticas cercanas a las relaciones sociales y culturales de los estudiantes en la presentación y el desarrollo de actividades propuestas.
- Falta de conciencia por parte de nosotros como profesores respecto a la individualidad de nuestros estudiantes, lo cual influye en los procesos de enseñanza - aprendizaje.

¹ Las Unidades de Producción de Conocimiento “Udproco” son elementos que hacen parte del Marco Teleológico de la Universidad Católica de Manizales como mediación pedagógica y estrategia de formación para hacer vida académica entre el Educador – Educando y los Objetos de conocimiento.

- Los estudiantes muestran poco interés por el aprendizaje de las matemáticas, lo cual se evidencia en la poca motivación para realizar las diferentes actividades que se les proponen.

Observando los aspectos mencionados, vemos la necesidad de generar un ambiente y una propuesta metodológica que le brinde a los docentes una estrategia dinámica de enseñanza y que involucre más a los estudiantes en su aprendizaje, en especial el relacionado con el álgebra de grado octavo, como la posibilidad que los estudiantes produzcan elementos nuevos en sus procesos de aprendizaje.

Los estudiantes cuando ingresan al grado octavo tienen la idea de que, el álgebra es una asignatura demasiado compleja y difícil de aprender, este problema se agudiza debido a la ruptura que se da en el paso del pensamiento numérico al pensamiento algebraico y en especial en la introducción al concepto de variable. Por lo anterior surgen las siguientes preguntas:

¿Qué estrategias se deben implementar en la transición del pensamiento numérico al pensamiento algebraico?

¿Cuáles son las actividades relacionadas, con el contexto situacional que lleven a nuestros estudiantes a la utilización de las expresiones algebraicas, intentando que reflexionen entorno a ellas?

¿Cómo tener en cuenta el contexto de los estudiantes en una actividad que propicie el aprendizaje del álgebra?

¿Cuáles son las limitaciones y posibilidades que proporciona el contexto de los estudiantes de grado octavo, para el aprendizaje de las operaciones fundamentales del álgebra de grado octavo?

1.3 Descripción del Escenario



Figura 1 Institución Educativa Bartolomé Mitre

Fuente: Marín, F. (2014).

La institución Educativa Bartolomé Mitre es de carácter oficial, fundada en el año 1949 en el municipio de Chinchiná. La mayor parte de los estudiantes que acuden al colegio son de clase social baja, donde reciben poco apoyo de los padres y las madres en los aspectos académicos. Además les cuesta dificultad la adaptación escolar por la disciplina que exige el aprendizaje académico y la socialización como miembros integrantes de la comunidad.

La institución educativa Bartolomé Mitre es una institución mixta que ofrece su servicio educativo en la modalidad académica - técnica, con tres sedes, dos jornadas, 1879 estudiantes y 71 docentes, orientada y regida por personal profesional del sector educativo oficial con formación axiológica y experiencia académica demostrada en su desempeño con rigor científico y pedagógico que centra la labor educativa en una convivencia social de respeto y admiración por los demás, dentro de parámetros de libertad, justicia, igualdad,

fraternidad, democracia, compromiso, trabajo en equipo, participación, autonomía y servicio a la comunidad educativa, para responder con optimismo humano a lo que el mundo de hoy está exigiendo.

Misión

Desarrollo con formación humana integral y técnica a través de competencias básicas ciudadanas, científicas y laborales.

Visión

Formación de bachilleres competentes a nivel local, regional, nacional y global, para el ingreso a la educación superior, el sector productivo y el liderazgo personal en los 10 años próximos.

El PEI de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA BARTOLOMÉ MITRE es el resultado de un trabajo realizado por la comunidad educativa y en el que se expresan las fortalezas, las necesidades, las expectativas y las propuestas pedagógicas, a través de los principios y fines del establecimiento, las estrategias pedagógicas, los recursos disponibles, el reglamento de docentes y estudiantes fundamentados en la Constitución Política de Colombia, la Ley 115 General de Educación, el decreto 1860 en su artículo 14, la ley de infancia y adolescencia 1098 y la guía No.34 para el mejoramiento institucional publicada por el MEN.

2. Justificación

En nuestra práctica docente, con el paso de los años, es claro que la enseñanza de las matemáticas y en especial el álgebra en grado octavo es cada vez más compleja debido a la resistencia de algunos grupos de jóvenes para estudiar y aprender esta área del conocimiento, por lo que se hace necesario plantear nuevas estrategias que nos brinden facilidades para desarrollar nuestro trabajo de una manera mucho más dinámica. El paso de los sistemas numéricos a los algebraicos resulta difícil e incluso irrelevante para muchos alumnos y algunos llegan a experimentar un rechazo tan intenso que impregna el conjunto de su actitud hacia las matemática. (Martín M. Socas, Mercedes Palarea. 1997)

El objetivo principal del proyecto de grado es profundizar en el estudio y diseño de una Unidad de Producción de Conocimiento “UDPROCO”, como mediación pedagógica y lograr que se convierta en estrategia metodológica para orientar múltiples procesos en el desarrollo de la enseñanza y el aprendizaje del álgebra de grado octavo; para el Ministerio de Educación Nacional:

La Matemática y el Lenguaje son áreas fundamentales en el desarrollo intelectual de los estudiantes y son conocidas como las asignaturas que en forma especial ayudan a aprender a aprender y a aprender a pensar. Además, dan al estudiante las competencias básicas e indispensables para incorporarse en el mercado laboral. (Estándares Básicos de Calidad – Estándares Matemáticas 2003 pdf pág. 3)

Tomando en cuenta la afirmación anterior y en la práctica docente, se hace evidente que el hecho de presentar diferentes temáticas del álgebra escolar como una serie de procedimientos, reglas o generalizaciones de objetos abstractos, desligados de todo contexto real y cercano a la cotidianidad del estudiante, generan diferentes tipos de dificultades. Toda las características mencionadas anteriormente se evidencia en la realidad en los estudiantes del Colegio Bartolomé Mitre del Municipio de Chinchiná donde se realizará la investigación las cuales se evidencian en la falta de interés, un aprendizaje

poco agradable y errores frecuentes que se desprenden de ver el álgebra únicamente como una generalización de la aritmética, sin tener en cuenta que para manejar algunos elementos de álgebra se debe generar un cambio de pensamiento que se va dando en el individuo a medida que éste va mejorando sus representaciones mentales de cada uno de los objetos en cuestión, esto a través de abordar el álgebra desde diferentes caminos que se pueden encontrar en las raíces de la misma.

3. Objetivos

3.1 Objetivo General

Diseñar una Unidad de Producción de Conocimiento “UDPROCO”, como mediación pedagógica desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica para la enseñanza y el aprendizaje las operaciones algebraicas fundamentales de grado octavo.

3.2 Objetivos Específicos

- Diagnosticar las debilidades que presentan los estudiantes de grado octavo frente al aprendizaje de las operaciones algebraicas fundamentales.
- Diseñar propuesta metodológica (Udproco), que contribuya a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las operaciones algebraicas fundamentales.
- Implementar la propuesta metodológica que contenga formación cognitiva y actividades para lograr aprendizajes profundos del álgebra en los estudiantes de grado octavo.
- Validar y analizar los resultados obtenidos de la propuesta metodológica propuesta para la enseñanza del álgebra en estudiantes de grado Octavo.

4. Marco teórico

4.1 Antecedentes

4.1.1 Antecedente local

Título: Enseñanza del área de matemáticas a través de la lúdica para generar aprendizajes significativos en los estudiantes del grado 7° de la vereda Monte grande, municipio Sopetrán (Antioquia).

Autor: Luz Delia Londoño Londoño.

Entidad: Universidad Católica de Manizales.

Año: 2009

Descripción: en este proyecto se estudian las dificultades que presentan los estudiantes para aprender matemáticas, por lo cual hace una serie de cuestionamientos en los cuales incluye la metodología y la forma de enseñanza. En este trabajo se incluyen unidades didácticas con el objetivo de generar aprendizajes significativos y se elaboran unas estrategias de tipo lúdico para que los estudiantes puedan desarrollar los ejercicios matemáticos utilizando guías y material didáctico. A diferencia del proyecto propio a aplicar, la autora hace énfasis en planteamientos de problemas y trabaja con estudiantes de grado séptimo, donde aún hay poca inferencia de matemáticas abstracta.

Título: Enseñanza del álgebra a partir de la lúdica didáctica de la factorización

Autores: Héctor Mario Mosquera Obando y Ferney Gómez Morales.

Entidad: Universidad Católica de Manizales

Año: 2001.

Descripción: En este proyecto de grado los autores diseñan estrategias para la enseñabilidad de los casos de factorización, utilizando material manipulable y aplicando estrategias lúdicas para el desarrollo de los casos de factorización. Además del material manipulable,

los autores también utilizan una guía multimedia como estrategia de ayuda en la expresión factorial de polinomios. Este proyecto asocia algunos casos de factorización con la geometría plana básica, pero hace más énfasis en la herramienta tecnológica como tal que en la manipulación de material manipulable.

4.1.2 Antecedente nacional

Título: Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas.

Autor: María Fernanda Mejía Palomino

Entidad: Universidad del Valle

Año: 2004

Descripción: en este trabajo investigativo se resaltan las diferentes técnicas para factorizar polinomios de grado dos y aunque menciona en sus apartes el uso del material manipulable, hace mayor énfasis en el uso de herramientas tecnológicas para encontrar soluciones a las expresiones mencionadas, se pueden encontrar relaciones estrechamente ligadas entre la factorización, los productos notables y la solución de ecuaciones cuadráticas. Los polinomios lineales y de orden superior no son tenidos en cuenta.

4.1.3 Antecedentes internacionales

Título: Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de la factorización en la solución de una ecuación cuadrática.

Autor: Elías Cruz Mendoza

Entidad: Instituto Politécnico Nacional.

Año: 2008. México.

Descripción: en este proyecto se generaliza el método de factorización en la solución de ecuaciones cuadráticas, hace uso de los cuadriláteros, específicamente en los cuadrados y rectángulos, como estrategia para solucionar ecuaciones cuadráticas, dicho método es un importante aporte para factorizar polinomios cuadráticos de la forma $ax^2 + bx + c$, $x^2 + bx + c$ y trinomios cuadrados perfectos, para modelar dichos polinomios y

determinar las raíces de la expresión cuadrática algebraica. La búsqueda de elementos que permitan fortalecer el aprendizaje del algebra, ha traído como consecuencia, que autores sigan en la búsqueda de diseños y estrategias que permitan obtener un aprendizaje significativo de la matemática abstracta.

Título: Estrategia didáctica para facilitar la construcción de los productos algebraicos en el Grado octavo.

Autor: Lucila Arestegui Ruiz

Año: 2006, México

Descripción: Este trabajo de grado diseña estrategias para representar de manera geométrica los productos notables, utilizando como herramientas las áreas de figuras planas como el cuadrado y el rectángulo y también el volumen de cubos y prismas rectangulares. El objetivo es orientar a los estudiantes a identificar, resolver y asociar los productos notables con representaciones en un plano.

Para realizar este proyecto es necesario tener claros conceptos relacionados con la educación matemática crítica y la didáctica de la enseñanza - aprendizaje del álgebra, es por eso que se hará una revisión bibliográfica, para así dar cuenta de aspectos importantes como son: las dificultades en el paso de los números a las letras, las dificultades en el aprendizaje de las expresiones algebraicas y la simplificación de polinomios complejos.

4.2 Marco referencia

En lo relacionado con la enseñanza - aprendizaje del algebra encontramos varios trabajos que han tratado el tema desde diferentes perspectivas:

Papini M. Cecilia. Algunas explicaciones Vigoskianas para los primeros Aprendizajes del álgebra. En: Relime Vol.6, Núm. 1, marzo de 2003, pp. 41-71.

González, J. Félix. Dificultades en la adquisición del significado en el uso de las letras en Álgebra. Propuesta para la interacción didáctica. En Revista complutense de educación, vol. 13, Núm. 1, 2002. pp. 281-302.

Grupo Azarquiel. Ideas y actividades para enseñar álgebra. Madrid: Síntesis, 1993. 200 p.

Malisani Elsa, Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico. Visión histórica. Artículo publicado “Revista IRICE” del “Instituto Rosario de Investigaciones en Ciencias de la Educación” di Rosario Argentina, nel N° 13 del 1999, in lingua spagnola. ISSN 0327-392X

Mason J. Graham A., Pimm D., Gowar N. Rutas hacia- Raíces del Algebra ISBN 958-9309-13-5.

Skovsmose, O., Alrø, H., Valero, P. (2007). “Antes de Dividir se tiene que Sumar”.

4.3 Marco conceptual

4.3.1 Orígenes y evolución del álgebra²

El estudio y las aplicaciones del álgebra han evolucionado con la humanidad, los aspectos más representativos han sido:

- En el siglo XVII aC, los matemáticos de Mesopotamia y de Babilonia resolvieron problemas que involucraron ecuaciones de primero y segundo grado con una y dos incógnitas.
- Los Egipcios en el siglo XVI aC desarrollaron un álgebra muy básica para resolver problemas de su práctica cotidiana que tenían que ver con la repartición de recursos, víveres y cosechas. Un método utilizado para resolver ecuaciones de primer grado

² Los orígenes y evolución del álgebra como los registros históricos han sido resumidos de Hoffman, J (2002). Historia de la Matemática y de http://matesup.utralca.cl/matematica1/web_curso_mat_2007/historia/algebra_historia.htm.

era el de la falsa posición, no utilizaban símbolos pero si jeroglíficos, uno de ellos era el hau (montón o pila) para designar la incógnita.

- En el siglo I dC, los matemáticos chinos escribieron el libro Jiu zhang suan shu (el Arte del cálculo), en el que plantearon diversos métodos para resolver ecuaciones de primero y segundo grado, así como sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas. Con su ábaco (suan zǐ) tenían la posibilidad de representar números positivos y negativos.
- En el siglo II dC. el matemático griego Nicómaco de Gerasa publicó su Introducción a la Aritmética y en ella expuso varias reglas para el buen uso de los números.
- En el siglo III dC. el matemático griego Diofanto difundió sus estudios algebraicos, publicó un estudio a fondo sobre las ecuaciones primer y segundo grado, propuso un simbolismo simple para la incógnita donde utilizó la primera sílaba de la letra griega Arithmos, que significa número. Los problemas de álgebra que propuso sirvieron como punto de partida para lo que siglos más tarde sería "la teoría de ecuaciones". A pesar de lo elemental de su notación simbólica y de lo poco selectos que eran los métodos que utilizaba, se le puede atribuir como uno de los pioneros del álgebra moderna.
- En el siglo VII dC. los hindúes habían desarrollado ya las reglas algebraicas fundamentales para manejar números positivos y negativos.

- Siglo IX dC. el matemático y astrónomo musulmán Al-Jwarizmi, desarrollo estudios más concretos con las ecuaciones y por su nombre apareció el término de Algoritmo, el cual es utilizado en la época actual para la resolución paso a paso de problemas y que con un resultado final sirve como "procedimiento sistemático de cálculo". En cuanto a la palabra álgebra, deriva del título de su obra más importante, que presenta las reglas fundamentales del álgebra, Al-jabr wal muqabala. En el siglo X dC. el gran algebrista musulmán Abu Kamil, continuó los trabajos de Al-Jwarizmi.
- En el siglo XV dC, el matemático francés Nicolás Chuquet introdujo en Europa occidental el uso de los números negativos, introdujo además una notación exponencial muy parecida a la que usamos hoy en día, en la cual se utilizan indistintamente exponentes positivos o negativos.
- En 1489 el matemático alemán Johann Widmann d'Eger inventó los símbolos "+" y "-" para sustituir las letras "p" y "m" que a su vez eran las iniciales de las palabras piu (más) y minus (menos) que se utilizaban para expresar la suma y la resta.
- En 1525, el matemático alemán Christoph Rudolff introdujo el símbolo de la raíz cuadrada que usamos hoy en día: este símbolo era una forma estilizada de la letra "r" de radical o raíz.
- Entre 1545 y 1560, los matemáticos italianos Girolamo Cardano y Rafael Bombelli se dieron cuenta de que el uso de los números imaginarios era indispensable para poder resolver todas las ecuaciones de segundo, tercero y cuarto grado.
- En 1557 el matemático inglés Robert Recorde inventó el símbolo de la igualdad " = ". Este símbolo ha sido utilizado en diferentes contextos:
 - Para expresar identidad: $a - b = b - a$
 - Para operaciones en calculadora: $8 - 5 = 3$
 - Para el cálculo del volumen: $V = a \cdot b \cdot c$
 - La longitud de cualquier distancia: $X = a$

- En 1591 el matemático francés François Viète desarrolló una notación algebraica muy cómoda, representaba las incógnitas con vocales y las constantes con consonantes. En el siglo siguiente el matemático francés René Descartes fusionó la geometría y el álgebra inventando la "geometría analítica". Inventó la notación algebraica moderna, en la cual las constantes están representadas por las primeras letras del alfabeto, a, b, c,... y las variables o incógnitas por las últimas, x, y, z. Introdujo también la notación exponencial que usamos hoy en día.
- Una de las razones por las cuales el álgebra no avanzó hasta el siglo XVI, fue la falta de unificación de unos símbolos simples y universales. En la época actual, los símbolos Matemáticos son universales. Si no se puede identificar el idioma en que está escrito un problema, la expresión con símbolos algebraicos nos darán la idea de la solución de dicho problema.

4.3.2 El álgebra en épocas contemporáneas

Generación tras generación se ha tenido la idea errónea de que el álgebra es simplemente la realización de operaciones que combinan números y letras; pero con un estudio más profundo se puede determinar que esta área de la matemática desarrolla el concepto de variable gracias a los procesos de simbolización y que con la ayuda de transposiciones llevan a los estudiosos de dicha área al modelamiento matemático de diversos fenómenos que encontramos en la naturaleza, también permite representar el mundo real a través de conceptos geométricos en el plano de una manera general.

Arquímedes³ (sf) afirmó que:

Mediante el método mecánico logré entender ciertos resultados, aunque posteriormente tuviesen que ser demostrados geoméricamente ya que la investigación mediante el método mecánico no proveía las demostraciones. Pero es mucho más fácil poder dar una demostración de una situación, después

³ Arquímedes Inventor, Físico Y Matemático Griego (287-212 A.C.)

de haberla comprendido mediante el mencionado método que intentar demostrarla sin ningún conocimiento previo. (sp)

Como se puede observar, cualquier afirmación o análisis de un fenómeno para ser validado debe tener su proceso de modelamiento y haber sido demostrado matemáticamente. Este trabajo hace un resumen sobre la ruta del álgebra y de las ideas claves que soportan las claves (raíces de ella) y de cómo las expresiones que se utilizan hacen que los símbolos sean fáciles de manipular y nos den instrumentos para comunicar ideas complejas y abstractas, de manera especial para solucionar cualquier problema de manera general; la ruta empleada va a través de la formulación de unas preguntas orientadoras las cuales han sido tomadas como referente bibliográfico del texto *Routs to Roots of Algebra* escrito por John Mason.

¿Cuál debe de ser la imagen del álgebra?

La enorme edificación de las matemáticas se ha construido a partir de los números y las formas, de ahí en adelante se estructuraron los principios de la aritmética, el álgebra, la geometría y la trigonometría; para Camargo (2002) “el álgebra con la simbología actual se remonta a los siglos XVI – XVII, pero con claras evidencias de que los Egipcios y Babilonios solucionaron problemas 2000 aC. con lo que hoy serían las ecuaciones de primer grado”. (p.96)

De acuerdo con O’Connor & Robertson (2000) citado por Marín (2011), fue en la antigua Grecia y Roma, donde se dieron aportes muy significativos a la matemática; se resaltan algunas de sus principales características:

En Grecia la formación matemática se enfocaba a la perfección física y mental, combinada con música y gimnasia; lo que se enseñaba tenía una estructura muy diferente a la actual, posiblemente, la principal diferencia es que la aritmética y la geometría se consideraban temas separados, incluso dentro de la aritmética había dos formas, la primera la que se enseñaba en las clases medias y artesanales, este aprendizaje era específico para su ocupación; la segunda forma, la ciencia de los

números, era el dominio de algunas de las clases altas que tenían el tiempo y dinero para una educación más larga.(pág..4)

Como se puede observar la matemática y en especial los conceptos aritméticos que más adelante se convirtieron en aritmética generalizada y álgebra son considerados como lenguajes simples que sirven para representar simbólicamente la solución de cualquier problema, dicha esquematización la podemos ver en la figura número dos la cual nos da una visión como se puede entender su funcionalidad a través de triangular diversos términos y un análisis a dicha triada.

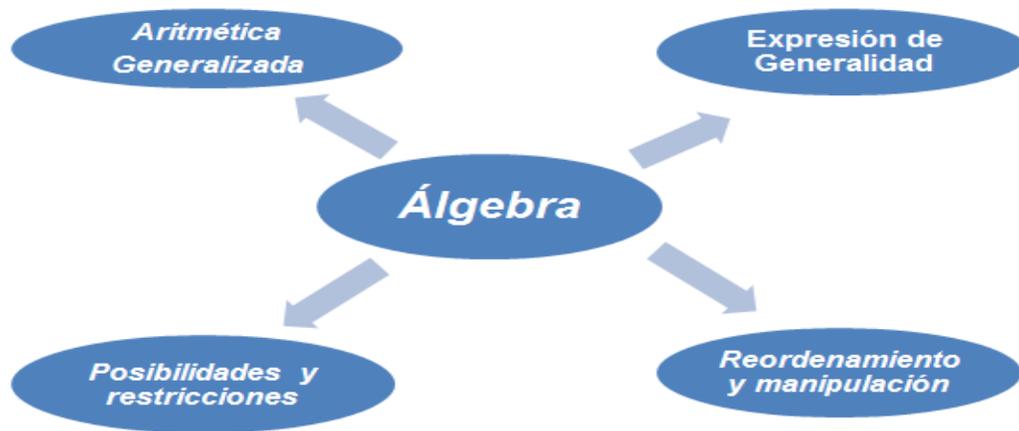


Figura 2 Ruta hacia el álgebra.

Fuente: Mason, J. (1988, p. 2).

Aritmética Generalizada – Álgebra – Posibilidades y Restricciones.

Toma los sistemas numéricos para solucionar los problemas de una manera concreta y cuando se transpone al álgebra los soluciona de una manera general para servir como modelo para otros problemas de mayor complejidad, lo cual está limitado a diversas restricciones que involucren soluciones complejas.

La Expresión de Generalidad – Álgebra – Reordenamiento y Manipulación.

Esta triada se sustenta a partir de la solución de problemas de modelos generales apoyándose en elementos del álgebra y tomando como base fundante la reorganización, la

re-significación y la re-evaluación de diversos modelos para ser aplicados en la solución de problemas que se observan en diversos contextos.

¿Cuál es el objetivo del álgebra?

El objetivo del álgebra se puede argumentar desde el punto de vista donde las ciencias necesitan representar sus leyes o modelar diversos fenómenos mediante expresiones; casos concretos la determinación de los Grados Kelvin a partir del conocimiento de los Grados Centígrados:

$$^{\circ}K = ^{\circ}C + 273$$

Diversos fenómenos de la naturaleza han necesitado del álgebra para modelar y determinar un valor bajo ciertas características específicas, un ejemplo claro de esto lo podemos observar en la física para el cálculo de la distancia recorrida en un movimiento acelerado a partir de su velocidad inicial, la aceleración, y el tiempo que dura el desplazamiento:

$$x = Vi * t + \frac{(at^2)}{2}$$

¿Por qué se debe estudiar el álgebra?

Es fundamental el estudio del álgebra para entender los diversos fenómenos que se dan a diario en la naturaleza, para Mason (1988) el álgebra “tenida en cuenta como principio de generalización no debe restringirse a problemas numéricos, debe ahondar en fenómenos más amplios para el entendimiento del origen de la humanidad” (p.8), todo lo anterior se sustenta no solo en aquellas personas que trabajan con principios algebraicos sino también en el comportamiento que adquieren las comunidades ante ciertas actividades del quehacer diario, por ejemplo la hora de alimentación, las cantidades de los ingredientes para cocinar un alimento o de acuerdo al peso de cierta cantidad de personas para poder ingresar a un ascensor.

¿Qué tipo de concepciones erradas se tienen sobre el álgebra?

Uno de los errores más comunes que se cometen al inicio del trabajo con las expresiones algebraicas es la no comprensión de la letra como variable, es por eso la constante pregunta de los estudiantes “si la X ayer valía 2, hoy por que vale 3”; una explicación del ejemplo anterior Mason (1988) lo justifica como “Muchos alumnos no logran captar apropiadamente cómo se puede usar una letra para representar un número generalizado” (p.10). Otro elemento clave para el trabajo algebraico es la determinación y análisis cuando las variables son utilizadas como unidades de medición y no como símbolos que puedan tomar diferentes valores.

¿Cuáles deben ser las claves para el estudio del álgebra?

Para el estudio del álgebra se deben tener en cuenta algunas raíces propuestas por Mason (1999, p.14), las cuales han sido acopladas al estado del arte como claves:

<u>MASON “Raíces”</u>	<u>MARÍN “Claves”</u>
Expresión de Generalidad.	Generalización (patrones pre establecidos)
Expresión de generalidad en situaciones cotidianas.	Problemas propios de los contextos.
Interludio	Representación precisa de un problema.
Reordenamiento y manipulación.	Representación gráfica y elaboración de modelos por transposiciones matemáticas.
Posibilidades y Restricciones	Interpretación de las incógnitas como variables.
Aritmética Generalizada	Verificación del modelo en otros contextos

Tabla 1 Claves para el estudio del álgebra

Fuente. Marín, F. (2014).

La estructura propuesta anteriormente no debe convertirse en simples actividades, debe llevar a los estudiantes a un estudio profundo del álgebra a partir de unos saberes previos, una contextualización, un trabajo individual reforzado con un trabajo grupal y finalizado

con un proceso evaluativo desde todos los aspectos (Evaluación, Auto evaluación, Co-evaluación y Hetero evaluación).

4.4 Teoría, didáctica y pedagogía crítica

En los últimos años la matemática ha sufrido un cambio significativo en las metodologías de enseñanza, los cuales se han visto influenciadas no solo en la solución de ejercicios sino en la resolución de problemas. La enseñanza y el aprendizaje de esta ciencia se han visto enmarcados dentro del escenario de paradigma del ejercicio, en donde el estudiante se limita a aprender técnicas de resolución de ejercicios y a aplicarlas en ejercicios propuestos por un texto, dejando de lado el análisis y la aplicación social que esta involucra.

Una de las teorías fue la crítica, desarrollada por Horkheimer y Adorno a principios del siglo, que vendría a ser entendida como “el análisis crítico-dialectico, histórico y negativo de lo existente en cuanto es y frente a lo que debería ser y desde el punto de vista de la razón histórico - universal”. (Muñoz, p.1).

Esta teoría tuvo muchos adeptos como Habermas los cuales compartían ideas y establecían una serie de investigaciones surgidas a partir de esta teoría, Habermas (1982) en una de sus reflexiones establecía “A la ciencia, en sentido estricto le falta justamente este momento de reflexión, por el que se caracteriza una crítica que indaga el proceso histórico natural de la auto reproducción del sujeto social y hace también al sujeto consciente de ese proceso”. (sp)

4.4.1 La Teoría crítica.

La teoría crítica ha tenido grandes aportes a los estudios en educación.

Dicha teoría aparece a principios del siglo XX en el instituto de investigación de Frankfurt, sus principales expositores fueron

Horkheimer, Wiesengrund Adorno, Marcuse. Esta teoría indaga sobre el proceso histórico natural de la auto producción.

Con la llegada del Nazismo el instituto es cerrado, varios de sus impulsores fueron encarcelados y otros lograron huir a Estados Unidos donde se logran hacer bastantes aportes teóricos y metodológicos a la teoría crítica.

En América tuvo su desarrollo en la interdisciplinariedad, la sociología, el psicoanálisis y la racionalidad. En esta teoría el sujeto es autocrítico y el diálogo es utilizado como instrumento de trabajo (Becerra, 2009, p. 2).

De acuerdo a los elementos anteriores podemos inferir que dicha teoría se basa en problemáticas reales e identifica situaciones que afectan a los actores en sus propios contextos.

4.4.2 El aprendizaje significativo en las matemáticas

El aprendizaje significativo y profundo de la matemática lleva a los estudiantes a la adquisición de sentido y herramientas en la solución de problemas dentro de su entorno, Ausubel (1976), afirma:

El aprendizaje escolar es un tipo de aprendizaje que alude a cuerpos organizados de material significativo. Le da especial importancia a la organización del conocimiento en estructuras y a las reestructuraciones que son el resultado de la interacción entre las estructuras del sujeto con las nuevas informaciones (sp).

Ausubel nos da una visión clara de cómo podemos llevar a los estudiantes a que vayan desde actividades memorísticas y repetitivas a encontrarle sentido a sus conocimientos con la aplicación de aprendizajes adquiridos.

4.4.3 Didáctica del álgebra

Una de las asignaturas que mayor dificultad ha presentado tanto para su enseñanza como para el aprendizaje, ha sido el álgebra en la educación básica secundaria, Garned (1983) en sus escritos de Educación Matemática afirma:

Todos los seres humanos poseen inteligencias múltiples, entre las cuales se encuentra la inteligencia lógica matemática, con la capacidad para utilizar los números de manera efectiva para razonar adecuadamente, empleando esta facultad para adquirir las herramientas y luego ser utilizadas para la comprensión, planteamiento y resolución de problemas. Al finalizar dicho proceso se podrá con los resultados obtenidos buscarle aplicabilidad a otras ramas del saber (pág. 13).

El álgebra ha sido a través de los años, una asignatura de difícil comprensión para un gran número de estudiantes de la básica secundaria. La principal dificultad radica en que la mayoría de los estudiantes no asimilan fácilmente los conceptos abstractos y poseen atención dispersa; a esto se suma que en muchos Colegios no existen materiales didácticos y algunas estrategias aplicadas por los docentes para la enseñanza no son las más apropiadas para incentivar el interés del estudiante.

Otro aspecto importante para la profundización en el álgebra en la básica secundaria, ha sido la resolución de problemas. Al respecto raymond (1999), afirma: “en la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso del álgebra, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel” (pág.28). Por tal razón, el objetivo de la didáctica para la enseñanza del álgebra no sólo es que los estudiantes de la educación básica secundaria, adquieran conocimientos y conceptos, sino

que apliquen estos en situaciones reales, mediante el planteamiento de situaciones que permitan desarrollar habilidades en la aplicación de conceptos algebraicos. También se debe propiciar en los estudiantes, la comprensión de conceptos propios de la asignatura, mediante el planteamiento de situaciones problemáticas, para que desarrollen habilidades y favorezcan actitudes, que les permita adquirir conocimientos de manera significativa y aplicar estos para la generalización de situaciones reales. Una de las formas de aplicar la didáctica del álgebra es a través de la resolución de problemas, ya que estos favorecen la motivación y el aprendizaje de las ideas matemáticas. Todos estos ejercicios brindan espacios al pensamiento inductivo, a la formulación de hipótesis y a la búsqueda de caminos propios.

4.4.4 Didáctica crítica

Así, todo esfuerzo por crear una didáctica basada en la teoría crítica, debe converger en un modelo que concrete, muestre, esquematice y facilite el trabajo escolar y las actividades extracurriculares que hacen parte de los procesos de enseñanza aprendizaje. A partir de lo anterior (Becerra, 2005, p.186) afirma: “la matemática y su enseñanza tienen una relación y una influencia importante en los hábitos del hombre, en donde sus prácticas sociales no se reducen a la triada didáctica (alumno, profesor y conocimiento), sino que se interconectan en diferentes ámbitos de acción social, el cual estaría referido al papel que se le otorga a la educación matemática en la construcción y consolidación de la democracia y el ejercicio de la ciudadanía institucional que hace referencia a las prácticas reales e institucionales en las que se desarrolla la educación matemática.

A este respecto, nos referimos a la relación de la matemática y su enseñanza con la cultura, el contexto y la sociedad en donde esta se desarrolla, y más adelante a la matemática donde esta tiene lugar, en los ámbitos institucionales. Pero además de la didáctica, hay que llevar una pedagogía crítica que se entrelace con la didáctica, para poder crear una educación matemática crítica.

4.4.5 Pedagogía crítica

La pedagogía crítica tiene como punto de partida la teoría crítica, en este sentido afirma Vivanco (2007), que: “la escuela debe ser entendida sobre otra concepción, como un centro social, político y educativo en los donde los actores, permitan el diálogo intersubjetivo, constructivo y participativo y las decisiones se tomen en consenso, dentro de condiciones de igualdad y democracia creciente”. En la medida que el maestro convierta la práctica pedagógica en un compartir de experiencias y saberes, permitiéndole a los estudiantes (junto con el) participar aportando ideas, tomando decisiones y escuchándose unos a otros, compartiendo y reflexionando lo que saben, pueden llegar a construir un conocimiento, negociando significados y transformando su realidad personal, escolar y cognitiva, en un clima de justicia y participación, haciendo sentir al estudiante importante dentro de la concepción del saber. Reuniendo cada uno de los ítems antes nombrados (teoría crítica, didáctica crítica y pedagogía crítica) podemos empezar a hablar de la educación matemática crítica.

4.4.5 Educación Matemática Crítica

Se fundamenta en la teoría crítica y en la observación de la sociedad que rodea el objeto de estudio, para tal fin es primordial analizar el contexto de todas las personas que harán parte de dicha investigación. Si adicionamos a la matemática, las competencias críticas y democráticas, podemos llegar a una concepción de educación matemática basada en la teoría social crítica, en donde se comprende el uso de los datos matemáticos en la sociedad, lo que vendría a complementar el carácter del poder simbólico de la matemática en la sociedad. A este respecto, Mogen Niss (1983) plantea:

Es de importancia democrática tanto para el individuo como para la sociedad como un todo, que a cualquier ciudadano se le suministren los instrumentos para comprender el papel de las matemáticas. Cualquiera que no posea tales instrumentos se vuelve una “víctima” de los procesos sociales en los que las matemáticas es una componente. Así, el propósito de la educación matemática

debe ser capacitar a los estudiantes para darse cuenta de cómo se debe comprender, juzgar, utilizar y también ejecutar las aplicaciones de las matemáticas en la sociedad, en particular en situaciones significativas para su vida privada, social y profesional. (p. 19)”

De acuerdo a Niss, lograr ubicar a la educación matemática en el centro de la educación crítica lleva a entender las dificultades de aprendizaje matemático desde una perspectiva social y cultural en torno a la noción o teoría cognitiva y constructiva del aprendizaje.

4.4.7 Contexto de un problema

El contexto de un problema se puede definir como un campo de nociones e instrucciones matemáticas que servirán para resolver dicho problema; dichas instrucciones llevan al estudiante a la construcción activa del conocimiento, donde los estudiantes necesitan enfrentarse a problemas con un contexto que les permita establecer conexiones con lo que ya conocen – bien sea dentro de las matemáticas o en la “vida real”– y así aumentar las posibilidades de que el estudiante asimile y reorganice su pensamiento.

Esta idea del contexto lleva, en la práctica, la necesidad de que el maestro sea consciente de la importancia de proveer estos contextos como parte esencial de las actividades que propone a sus estudiantes. En conexión con la preocupación por una formación ciudadana, esta visión del contexto podría implicar la inclusión de referencias “reales” que tengan que ver con algunos hechos o problemas sociales.

En el aprendizaje de las matemáticas no solo es necesario proveer a los estudiantes con actividades que permitan desarrollar procesos individuales de pensamiento, sino también es necesario abrir un espacio de negociación de significado matemático entre los mismos estudiantes, y entre ellos y el maestro. Esta interacción abarca no solo los problemas y sus referencias matemáticas y de la vida real, sino también la manera como esos problemas se abordan en el aula a través de la cooperación de los estudiantes.

El docente, para construir un buen escenario de aprendizaje y establecer una buena metodología de enseñanza, deberá analizar y buscar estrategias que involucren aspectos importantes como los mencionados anteriormente, para así poder crear un contexto situacional, el cual se define como las relaciones históricas, sociales, culturales y psicológicas entre otras. Estas series de relaciones se concretizan en situaciones donde personas – estudiantes y profesores – se involucran en prácticas dentro de las cuales se desenvuelve el aprendizaje matemático.

Esta visión de contexto es más amplia que las anteriores, puesto que en una situación no sólo se consideran los procesos mentales que los estudiantes llevan a cabo a partir de una tarea matemática y el intercambio entre los participantes de una situación, sino también las características constitutivas de la situación misma, para Valero (2004) “en todo trabajo con la educación matemática debe tener en cuenta a los participantes, a el espacio y al lugar donde se localiza la situación, y los significados que se deriven de ellos”. (pág. 1)

4.4.8 Obstáculos epistemológicos desde la Educación Matemática Crítica

Las dificultades de los alumnos se explican a partir de obstáculos epistemológicos (Brousseau, 1983). Los obstáculos de origen epistemológico, intrínsecamente relacionados con los contenidos matemáticos, se pueden hallar en el desarrollo histórico de dichos contenidos. En el aula, no siempre es posible superar estos obstáculos planteando la reproducción del desarrollo histórico de los contenidos matemáticos, dentro de las dificultades más comunes están:

- Las dificultades de aprendizaje que habitualmente se explican con base al desarrollo cognitivo del sujeto deben ser reinterpretadas de acuerdo con las características socioculturales del entorno donde aprende dicho sujeto.
- Las dificultades de aprendizaje matemático relacionadas con el contrato didáctico deben ser consideradas desde una doble perspectiva. Por una parte, si existe una importante divergencia en la interpretación de una norma, los participantes que

sostengan la interpretación legitimada tenderán, consciente o inconscientemente, a obstaculizar la participación de aquellos alumnos que la pongan en duda. Por otra parte, el alumno que sostenga una interpretación diferente de la finalmente usada tenderá a sentirse poco implicado en la tarea matemática regida por dicha norma.

- Las dificultades de aprendizaje relacionadas con el contrato social. El contrato social tiene que ver con la habilidad por integrarse con la menor conflictividad en la cultura dominante del aula. Se trata de la habilidad por ajustarse a lo que está bien y rechazar lo que está mal, aunque a veces esto signifique negar la idea de normalidad que se ha venido desarrollando en la cultura de origen y el grupo social de adscripción.

5. Diseño metodológico

5.1 Tipo de Investigación

Mixta “Cuantitativa – Cualitativa”

Cuantitativa:

Para Lerma (2011) “este tipo de investigación tiene definido de manera clara el problema a investigar y se van a utilizar instrumentos para recoger la información y medición de variables estructuradas” (pág. 39).

Cualitativa:

Para Lerma (2011) “los análisis que se va a realizar del quehacer cotidiano, sobre lo que los estudiantes dicen, piensan y como pueden llevar los conocimientos al trabajo práctico desarrollado en el contexto” (pág. 40).

5.2 Enfoque

Investigación – Acción – Reflexión, ya que se desea mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Para Muñoz J (2001) “este enfoque de investigación define el problema, plantea una solución, especifica una acción y por último analiza los resultados” (pág. 87).

5.3 Colaboradores

Los estudiantes del grado octavo dos del Colegio Bartolomé Mitre, los directivos de dicha institución, docente titular de la asignatura en el colegio e investigador principal.

5.4 Metodología para la recolección de la información

Materiales institucionales, material didáctico, guías de aprendizaje, textos de apoyo bibliográfico.

5.5 Cronograma

FASES	SEMANAS
I	1 – 7
II	9 – 20
III	21 – 26
IV	27 – 30
Retroalimentación	31- 32

Tabla 2 Cronograma para la realización del proyecto

Fuente: Marín, F. (2014).

5.5 Fases para la realización del proyecto

Para la realización del proyecto se proponen 4 fases las cuales se desarrollaran en 32 semanas (dos semestres).



Figura 3 Fases para la realización del proyecto.

Fuente. Marín, F. (2014).

5.6.1 Fase 1. Diagnóstico: aplicación de instrumentos y análisis

Para la realización de esta fase se utilizaron los siguientes instrumentos:

- a) Resultados académicos consolidados del primer semestre.

La investigación se realizó con el grado 8.2 de la institución educativa Bartolomé Mitre del municipio de Chinchiná, el cual contaba con 35 estudiantes de estratos bajos, se escogió este grupo debido a que era el que presentaba mayores dificultades en los aspectos actitudinales y académicos. Los resultados se muestran en la figura 4.

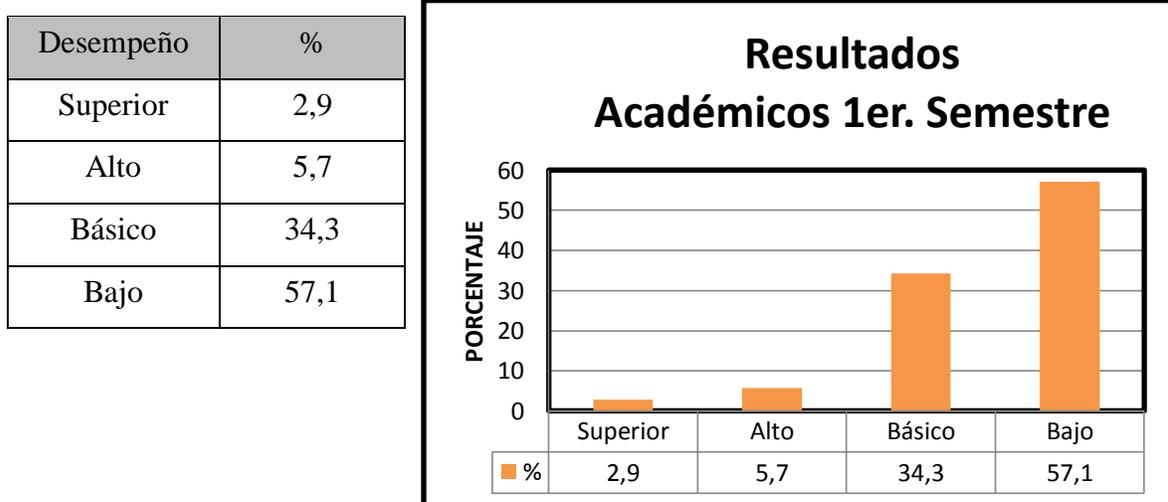


Figura 4 Desempeño académico primer semestre.

Fuente. Coordinación académica Colegio Bartolomé Mitre (2014).

Análisis de los resultados del primer semestre. Como se puede observar un alto porcentaje de los estudiantes tuvieron un desempeño bajo (57,1 %), lo cual ha redundado en el poco interés y aceptabilidad de la asignatura, se propusieron actividades de refuerzo las cuales no obtuvieron resultados satisfactorios.

- b) Evaluación diagnóstica.

Los errores más comunes que se cometen en la solución de ejercicios son diversas falencias en los procesos aritméticos, la no interpretación del concepto de variable, la no

representación simbólica de diversas actividades, la no transposición de conocimientos para ser aplicados en la resolución de problemas, las dificultades en el aprendizaje y el sentido práctico de los conocimientos adquiridos (ver anexo 1).



Figura 5 Estudiantes desarrollando la evaluación diagnóstica.

Fuente. Marín, F. (2014).

- c) Entrevista a los estudiantes
- d) Entrevista a los docentes del área.

Análisis de la entrevista a los docentes del área.

Se le realizó una entrevista a los docentes del área para determinar la percepción que tenían de los procesos de enseñanza y aprendizaje, donde los aspectos que más se resaltaron fueron los siguientes: Falta de interés en los procesos de aprendizaje, los grupos tan heterogéneos y los grandes vacíos conceptuales y de pre-saberes, falta de comprensión

lectora y producción literaria, la falta de aplicabilidad en la resolución de problemas en sus contextos, la no introducción en las clases de metodologías didácticas, la falta de currículos más pertinentes dependiendo de los contextos. (Ver anexo 2).

5.6.2 Fase 2. Diseño propuesta metodológica

La Udproco como mediación pedagógica (ver anexo 3) logra interactuar con el sujeto y conocimientos que aprende, no se considera un simple instrumento; posee una teoría cognitiva donde integra la triada entre los conocimientos, las aplicaciones científicas y los aspectos ideológicos de cada área. Para diseñar una Udproco lo fundamental es seguir unos pasos los cuales se denominan componentes y están especificados en la figura 6.

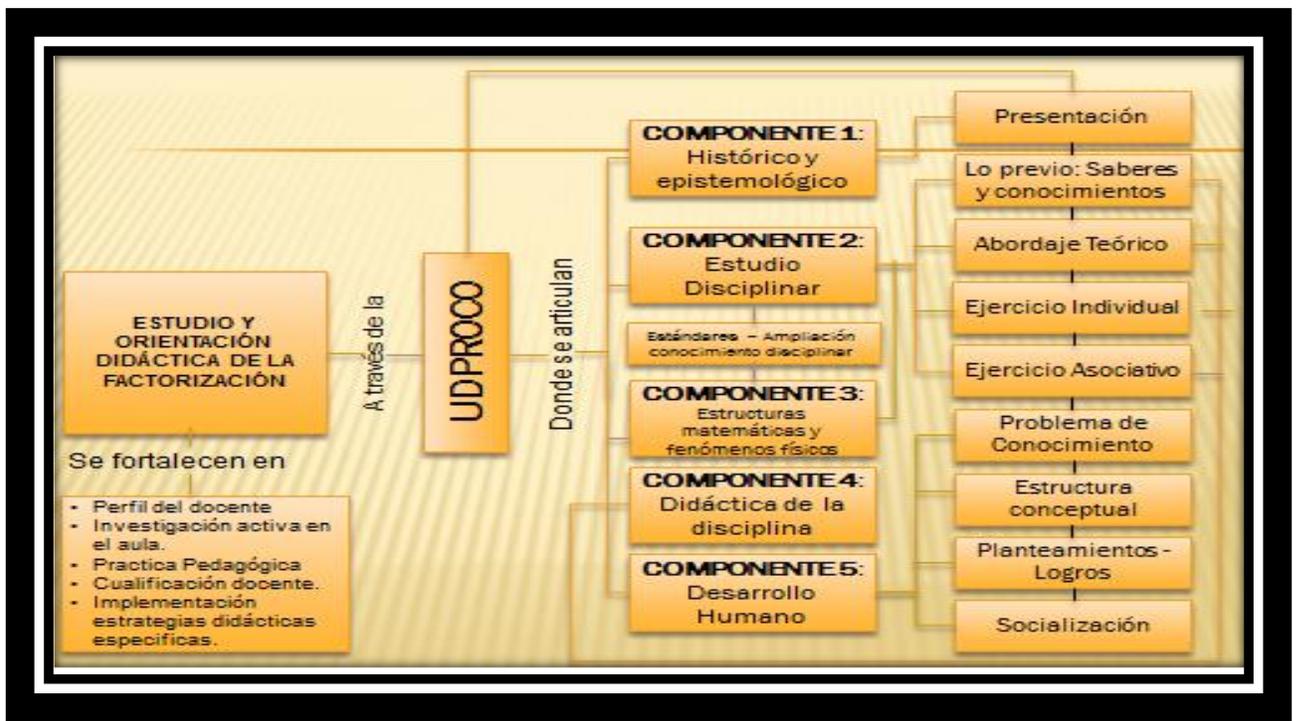


Figura 6 Diseño de la propuesta metodológica.

Fuente. Marín, F. (2014).

Estructura interna de la Udproco

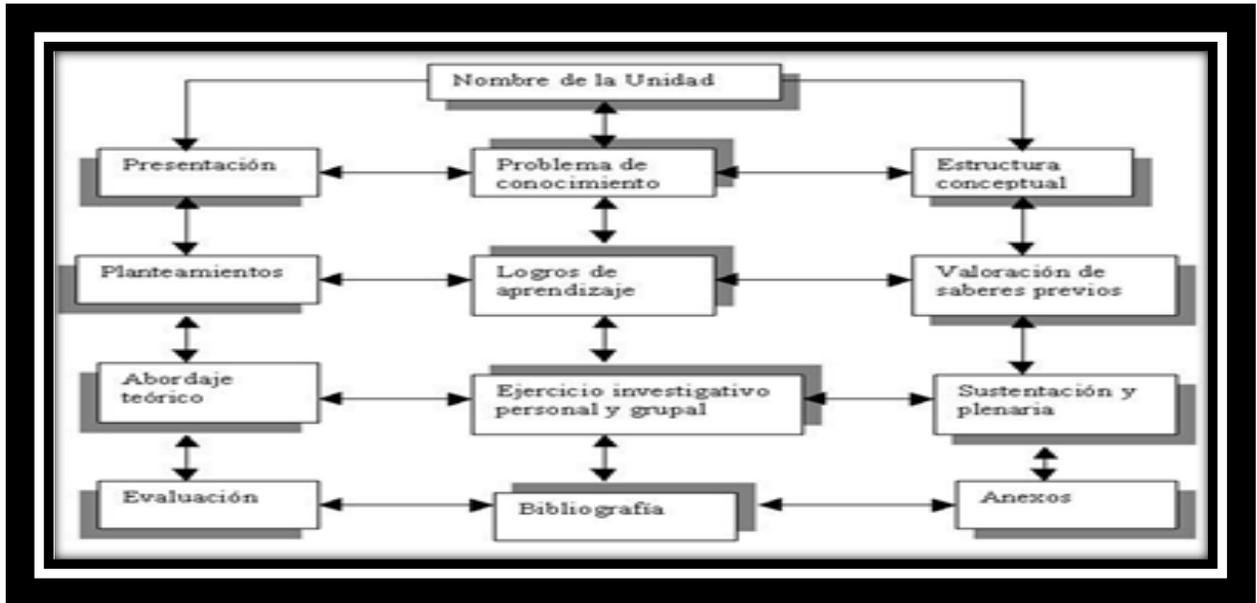


Figura 7 Estructura interna de una Udproco.

Fuente. Marco Teológico Universidad Católica de Manizales (2013:111)

- **Presentación.**

La Udproco contiene la presentación del tema que el estudiante debe trabajar teniendo en cuenta los siguientes asuntos: saludo, introducción al tema, relación entre el tema y la estructura curricular, historia del tema a tratar y su aplicación con otras disciplinas, indicaciones y despedida.

- **Problema de conocimiento.**

Su esencia es la problematización del contexto y del conocimiento y para ello se plantea en cada unidad un problema básico para ser tratado a través de un ejercicio investigativo. El problema de conocimiento es una pregunta de orden superior.

- **Estructura Conceptual.**

Cada unidad se inicia con una cartografía mental que muestra la forma como están

estructuradas las categorías de conocimiento que permiten el acercamiento de los asuntos y cuestiones de la unidad. Para el desarrollo del proyecto se plantearon los orígenes, las aplicaciones, los conceptos fundamentales y las operaciones fundamentales tanto entre la aritmética y las expresiones algebraicas.

- Saberes Previos.

Se tienen en cuenta los saberes y aprendizajes previos de los participantes, para identificar los niveles de apropiación conceptual de los estudiantes respecto a la problemática propuesta. Se propusieron ejercicios aritméticos, elaboración de animaplanos, crucigramas matemáticos.

- Ejercicio Investigativo Individual.

El trabajo individual se concibe como el ejercicio que cada estudiante hace en términos de confrontación interna, para definir el problema de conocimiento que quiere resolver. El ejercicio debe estar vinculado a todos los componentes de la unidad.

Para el desarrollo de este trabajo se les propusieron a los estudiantes varias actividades de las cuales presentamos las más representativas:

- Una descripción del curso, del ambiente familiar y de las actividades matemáticas que se desarrollan dentro del contexto.
- Se trabajó en la sala de informática con Google Earth y Google Maps buscando que los estudiantes ubicaran su residencia y manejaran aspectos de orden espacial y cálculo de distancias.
- Se trabajó con la factura del servicio de acueducto para elaborar el modelo matemático del consumo mensual.
- Elaboración de la historia de vida.
- Ejercicio Investigativo Grupal.

El trabajo grupal encierra valores no sólo didácticos, sino también psicológicos y sociales. El sentido comunitario va formándose en el estudiante a través de los trabajos en grupo, la consulta y ayuda a los compañeros. El maestro debe captar el proceso del grupo.

Para este trabajo se propusieron diversas actividades, entre las más significativas están:

- Elaboración de animaplanos propios.
- Desarrollo de algegramas.
- Diseños matemáticos del área del salón y varios espacios de uso común del colegio.
- Calendario matemático.
- Cuadrados, ruedas, estrellas círculos y balanzas algebraicas.
- Generalización de procesos algebraicos a partir de patrones geométricos.

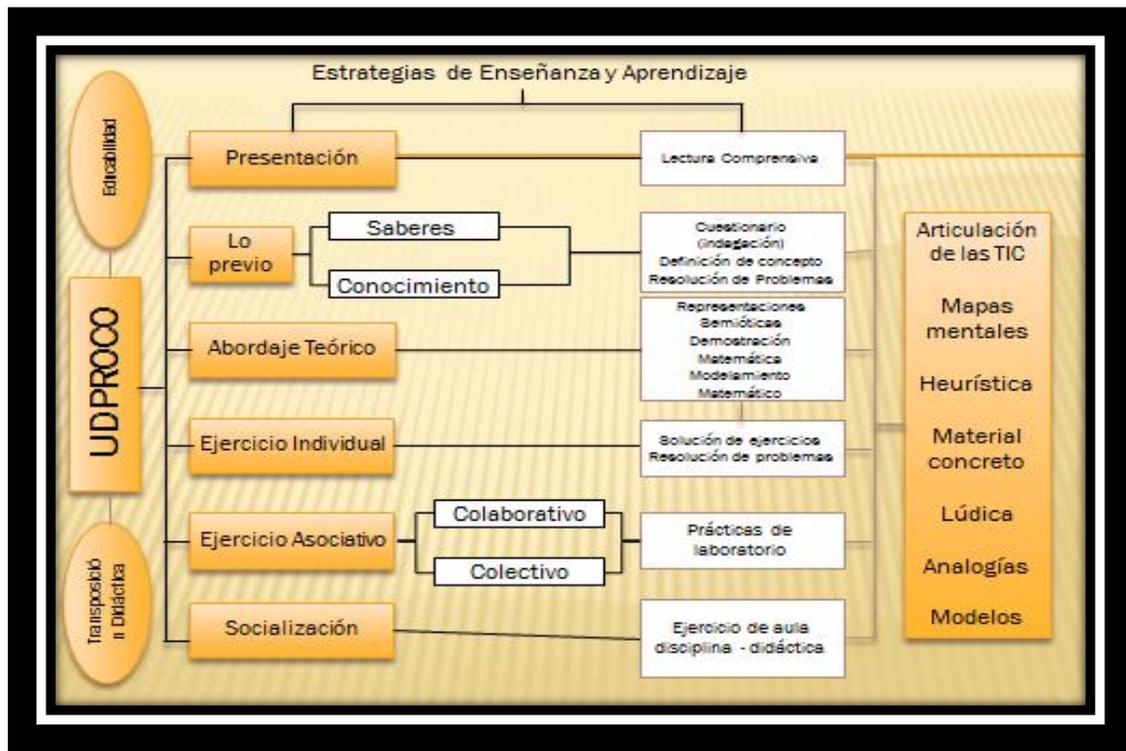


Figura 8 Esquema del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Fuente. Marín, F. (2014).

5.6.3 Fase 3. Implementación de la Udproco

La Udproco se implementó en el 3er periodo académico, las actividades didácticas se retroalimentaban y se socializaban, los resultados académicos fueron los siguientes.



Figura 9 Estudiantes desarrollando las actividades de la Udproco.

Fuente. Marín, F. (2014).

Desempeño	%
Superior	3,2
Alto	9,7
Básico	51,6
Bajo	35,5

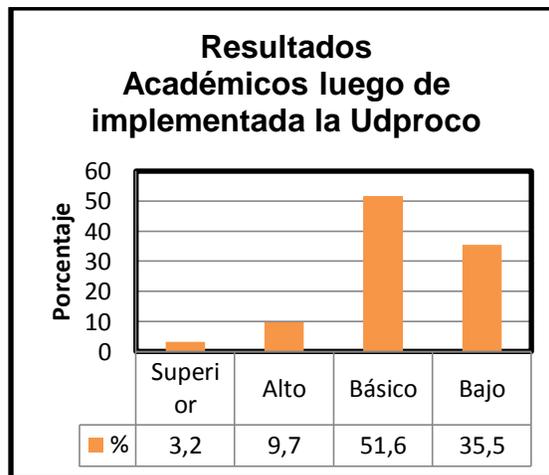


Figura 10 Desempeño académico 3er. periodo académico.

Fuente. Marín, F. (2014).

5.6.4 Fase 4. Análisis y verificación de los avances obtenidos.

5.6.4.1 Interpretación de resultados

En esta fase se analizaron los siguientes aspectos:

- La deserción estudiantil en el tercer periodo fue del 8.6 %.
- El grupo mejoró en un 6,8% a nivel superior.
- El 14,5 % del grupo mejoró en un nivel básico.
- El grupo disminuyó en un 21,6 % el nivel bajo.
- En las cartografías sociales y en las historias de vida se evidenciaron las problemáticas sociales de los contextos.

5.6.4.2 Hallazgos

- La enseñanza articulada a otros campos o disciplinas genera mejores resultados en el aprendizaje de los estudiantes.
- El problema de falta de atención no siempre se presenta por el desinterés del estudiante, sino por falta de creatividad en las interacciones y planeaciones de las clases.

5.6.4.3 Avances obtenidos

- Mayor interés de los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas, especialmente de temáticas que encuentran prácticas y útiles.
- Hubo mayor disposición por las actividades programadas.
- Hubo menos indisciplina en las clases.
- Los estudiantes propusieron ejercicios que iban más acordes a los problemas de sus contextos.

6. Conclusiones y Recomendaciones

6.1 Conclusiones

- Dentro de la didáctica de las matemáticas es necesario tomar en cuenta, además del saber, el docente y el estudiante, el contexto situacional en el cual se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje.
- En el proceso de enseñanza - aprendizaje se hace fundamental conocer un poco más, que lo que se evidencia en el aula de clase, del mundo de los estudiantes. Esto permite a los docentes mostrar que los contenidos de las matemáticas son una herramienta que le facilita al joven interpretar y transformar su entorno.
- El hecho de tomar situaciones del contexto de los estudiantes o cercanas al mismo, despierta en ellos el interés por explorar y conocer nuevos campos del conocimiento, en nuestro caso en particular el matemático.
- El uso de nuevas tecnologías y material didáctico en la clase de matemáticas permite la motivación e interacción de los estudiantes.
- Los cambios conceptuales entre la aritmética y el álgebra propician una ruptura en los procesos de resolución de problemas y por ende en un gran número de errores. El mayor cambio conceptual en el aprendizaje del álgebra se centra alrededor de su diferencia con la aritmética especialmente en el significado de los símbolos e interpretaciones de las letras.
- Los errores de cálculo y uso incorrecto de fórmulas o procedimientos en el álgebra en muchos casos son errores que se traen de la aritmética. Así, por ejemplo, los estudiantes que no dominan las operaciones con números enteros o con fracciones traducen estos errores al campo algebraico.
- La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas debe involucrar no solo saberes matemáticos, sino además conocimientos de otras áreas que permitan establecer un puente entre la matemática y el individuo.
- La elaboración de materiales didácticos brinda la oportunidad a los docentes de innovar nuevas técnicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

- El estudiante debe ser visto como un ser que se desempeña en un contexto social, cultural y político, que lo afecta en todas sus actividades y por lo cual no es un recipiente que se llena de conocimiento.
- Al aplicar el instrumento de análisis inicial “pretest” se pudo evidenciar que los estudiantes tenían conocimientos previos sobre los números enteros, la recta numérica, las operaciones básicas, pero se les dificultaba realizar operaciones que involucraban los números negativos y el concepto de variable.
- La implementación de la Udproco permitió que los estudiantes desarrollaran el trabajo de una manera más independiente, que la transposición de conocimientos fuera más efectiva y que el trabajo grupal se desarrollara de una manera más colaborativa.
- Al analizar e interpretar los resultados obtenidos a través de la aplicación del postest, se puede destacar que al implementar las estrategias metodológicas y didácticas planteadas, se tuvo un mejor rendimiento ya que gran número de estudiantes pasaron de un nivel bajo a un nivel básico.

6.2 Recomendaciones

- Proponer material de trabajo donde se incluyan actividades y problemas propios de los contextos donde se desenvuelven los estudiantes; donde se favorezca la creatividad, el trabajo colaborativo y se conformen los semilleros investigativos.
- Desde el quehacer diario de los maestros es fundamental abrir espacios de interacción con sus estudiantes, donde se motive e incremente el interés por el aprendizaje de las matemáticas, con la finalidad de erradicar el temor y la apatía hacia esta asignatura.
- Las Unidades didácticas aportan herramientas pedagógicas y metodológicas a los maestros en su función de enseñanza y a los estudiantes los sensibiliza frente a las dificultades académicas y les da herramientas de cómo alcanzar los logros propuestos.

- Se recomienda a las directivas de las instituciones educativas que promuevan actividades innovadoras, que fomenten la investigación educativa y que haya una retroalimentación permanente en los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Desde los primeros años capacitar a los estudiantes para la resolución de problemas, el trabajo interdisciplinar, colaborativo y que los conocimientos los logren transponer a otras áreas.

Bibliografía

- Ausubel, d. (1976). Adquisición y retención del conocimiento. Barcelona:
Editorial Paidós.
- Arestegui, L. (2006). Estrategia didáctica para facilitar la construcción de los productos algebraicos en el tercer grado de educación secundaria, México.
Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2003). Ministerio de Educación Nacional.
- Gallardo, A & Torres, O. (2002). El álgebra aritmética de George Peacock: un puente entre la aritmética y el álgebra simbólica, Vol. 13, 281-302.
- Gardner, H. (1983). Inteligencias múltiples. ISBN: 84-493-1806-8. Quito: Editorial Paidós.
- González, J. (2002). Dificultades en la adquisición del significado en el uso de las letras en Álgebra. Propuesta para la interacción didáctica. Madrid: Revista Complutense, 10 - 12.
- Grupo Azarquiel. (1993). Ideas y actividades para enseñar álgebra. Madrid: Editorial síntesis. Madrid. 200 - 2001.
- Hofman, J. (2002). Historia de la Matemática. México. Editorial Limusa.
- Lerma, H. (2011). Metodología de la investigación. Bogotá: Ecoe Ediciones.
- Marco Teológico Universidad Católica de Manizales. (2013:111).
- Marín, F. (2011). Estrategias didácticas para la enseñanza de la matemática en la Educación básica y media, Revista de investigaciones Universidad Católica de Manizales.
- Mejía, M. (2004). Análisis didáctico de la factorización de expresiones polifónicas Cuadráticas, Universidad del Valle.
- Mosquera, H. & Gómez, F. (2001). Morales. Enseñanza del álgebra a partir de la Lúdica Didáctica de la factorización. Universidad Católica de Manizales.
- Muñoz & Quintero (2001). Cómo desarrollar competencias investigativas en

Educación. Editorial Nomos. Bogotá.

Papini M. Algunas explicaciones Vigotskianas para los primeros aprendizajes del Álgebra. En: Relime Vol.6, Núm. 1, marzo de 2003, pp. 41.

Skovsmose, O. Escenarios de Investigación Aalborg University, 1999-2000. Serie de Documentos del Centro de Investigación en Aprendizaje de las Matemáticas de Dinamarca. La traducción y edición de esta versión española ha sido realizada por Paola Valero, con la colaboración de Patricia Perry.

Skovsmose, O., Alrø, H., Valero, P. (2007). “Antes de Dividir se tiene que Sumar”. “Entre-vistar” porvenires de estudiantes indígenas.



Anexo A: Prueba Diagnóstica

1. A los hermanos Juan y Antonio, su madre les ha mandado a la frutería a hacer las siguientes compras:

- | | | | | |
|-----------------------|-----------|--------------|---|------------|
| 1. Kg de habichuela a | \$ 1000 € | Kg de arveja | a | \$ 2.200 |
| 1. Kg y. de guayaba a | \$ 1200 € | Kg de Lulo | a | \$ 1.400 € |

La madre piensa que se ha gastado más en las frutas que en las verduras. ¿Tiene razón? Explícalo.

2. En un cine, la entrada más un paquete de palomitas cuesta \$ 6.300. En el mismo cine y sin rebajar el precio, compramos dos entradas y tres paquetes de palomitas y nos cobran \$14.100. Explica el proceso que hay que seguir para encontrar el valor de la entrada del cine y del paquete de palomitas. Indica esos valores.

3. Tiras Numéricas

Observa la siguiente tabla

4	5	8	12	19
---	---	---	----	----

Siguiendo la misma forma de construcción completar la tabla

13	14			
----	----	--	--	--

Tabla 1. Tiras numéricas
Fuente. Marín, F. (2014)

4. Lucía va a viajar a Estados Unidos. Por ello va a cambiar 500 € al banco, donde le informan que el cambio monetario ese día es: 1 euro equivale a 1,32 dólares. Al cambiar los 500 €, ¿cuántos dólares recibe?
5. María se ha matriculado en una piscina, cerca de su casa, para aprender a nadar. La piscina tiene forma rectangular (25 mts por 11 mts). En una hora que María está en la piscina, comienza nadando 3 veces el ancho para calentar los músculos, y después 12 largos completos como le indica su monitor. ¿Cuántos metros nadará María?
6. Para enviar por una empresa de transportes estas cuatro latas de Atún iguales, necesito saber su peso. Con ayuda de unas pesas consigo equilibrar la balanza como se ve en la figura1.⁴
¿Cuánto pesa cada lata? Explica razonadamente cómo lo has averiguado.

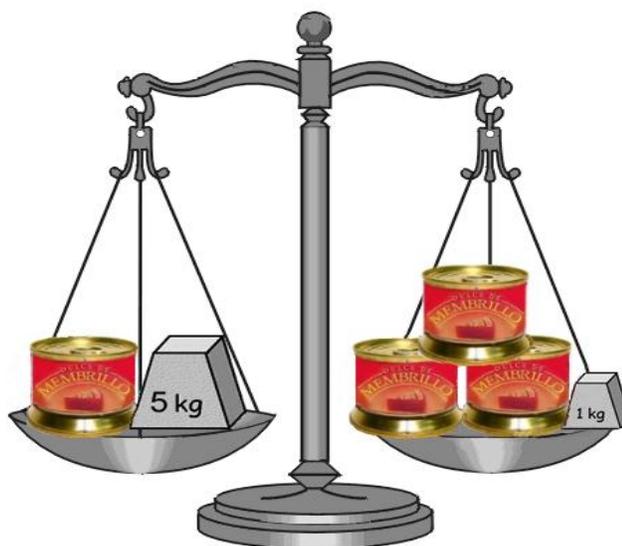


Figura1. Balanza
Fuente. Agencia Andaluza de Evaluación Educativa (p.3).

⁴ Problema tomado de competencias básicas en razonamiento matemático, Agencia Andaluza de Evaluación Educativa (p.3).

7. Luis se encuentra en un grupo de personas en el que se dan las siguientes relaciones entre sus edades:

- La edad de María es el doble de la edad de Carlos.
- Joaquín tiene 2 años menos que Carlos.
- Raúl tiene dos años más que Carlos.
- Fabiola tiene la mitad de años que Carlos.
- Liliana y Carlos son gemelos.

Pregunta

Expresa la relación que existe entre sus edades utilizando la forma que consideres más adecuada (usa una letra para representar las edades).

Edad	Símbolo algebraico (constantes y variables)
Carlos	$m = 2c$
María	
Joaquín	
Raúl	
Fabiola	
Liliana	

Tabla 2. Representaciones algebraicas.
Fuente. Marín, F (2014)

8. Si sabemos que Joaquín tiene 12 años, expresa en la siguiente tabla la edad de cada una de las personas:

Nombre	Edad
Joaquín	12 años
Carlos	
María	
Raúl	
Fabiola	
Liliana	

Tabla 3. Cuadro de edades.
Fuente. Marín, F (2014)



Anexo B: Formatos de entrevistas

Estudiantes

1. ¿Por qué la matemática es una de las asignaturas que presenta mayor dificultad al momento de estudiarse?
2. ¿Cuál es la dificultad que se presenta al pasar de números a letras?
3. ¿Cuál es la mayor dificultad que experimenta cuando trabaja con el álgebra?
4. ¿Creen ustedes que el profesor al innovar con actividades metodológicas, pedagógicas y didácticas mejora los niveles de aprendizaje en sus estudiantes?, ¿por qué?
5. ¿Creen que la matemática que está estudiando le servirá para la vida?



Docentes de matemática

La siguiente encuesta tiene fines académicos y servirá como insumo en los procesos de caracterización de las prácticas de los docentes para la enseñanza de la matemática.

1. ¿Dentro de la práctica docente cuál es la mayor dificultad que encuentra al trabajar con los grupos?
2. ¿Por qué la matemática es una de las asignaturas que presenta mayor dificultad en los procesos de enseñanza y aprendizaje?
3. ¿A qué se le atribuye la dificultad que presentan los estudiantes cuando pasan de la aritmética al álgebra?
4. ¿Creen ustedes que al innovar con actividades metodológicas, pedagógicas y didácticas en la enseñanza se mejora los niveles de aprendizaje?, ¿por qué?
5. En su concepto ¿Cuál es la diferencia entre la educación tradicional y la enseñanza a través de metodologías didácticas?
6. ¿Desde su práctica docente cómo interpreta los resultados negativos, luego de realizar procesos evaluativos?
7. ¿Qué lectura le hace usted al significado de concepto matemático y su transposición didáctica?
8. ¿Qué estrategias didácticas aplica usted en su enseñanza para obtener aprendizajes profundos?
9. Dentro de la programación curricular planeada para un año lectivo, ¿cree usted que los estudiantes han alcanzado aprendizajes profundos?
10. ¿Cree usted que la educación matemática que se orienta en instituciones privadas es diferente a la orientada en instituciones públicas? ¿por qué?



Anexo C: Unidad de Producción de Conocimiento – UDPROCO

“Operaciones fundamentales de suma, resta y multiplicación de expresiones algebraicas“

Elaborada por.

Fredy Enrique Marín Idárraga

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Manizales, Colombia

5 de Octubre de 2014

UNIDAD DE PRODUCCIÓN DE CONOCIMIENTO COMO MEDIACIÓN
PEDAGÓGICA PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS
OPERACIONES ALGEBRAICAS FUNDAMENTALES EN GRADO OCTAVO
DESDE LA PERSPECTIVA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

Elaborada por:

Fredy Enrique Marín Idárraga

PRESENTACIÓN

Apreciado estudiante.

Se abre una nueva ventana a su formación y a través de esta son múltiples los caminos que encontrará para interrogarse y reflexionar en torno al saber cotidiano y científico, su motivación contribuirá al encuentro de nuevas posibilidades de desarrollo y formación, procesos importantes en la construcción de conocimiento que servirán para vincularlos al intercambio de información y sapiencia tanto al interior como al exterior de la institución educativa; por los elementos anteriores se da inicio a un ejercicio que será muy fructífero tanto a nivel didáctico como disciplinar.

En esta asignatura, como en otras, asumimos que el único eslabón entre la enseñanza y el aprendizaje es el estudio. Desde esta perspectiva, para garantizar que un estudiante aprenda, no es suficiente una buena enseñanza, es necesario que estudie. La enseñanza por sí sola no produce aprendizaje, en buena medida es la dedicación y el esfuerzo del estudiante lo que garantiza la asimilación de conocimientos.

Esta Udproco está orientada a la reflexión sobre problemas algebraicos relacionados con el trabajo cotidiano en la escuela, con el respeto a los derechos culturales y educativos, como brindar estrategias didácticas y metodológicas tanto a docentes como a estudiantes para la enseñanza y el aprendizaje del álgebra; las matemáticas han sido utilizadas tradicionalmente, de manera consciente o inconsciente, como un filtro y un mecanismo para seleccionar a los más “aptos” según determinada ideología. Aquí proponemos un cambio de metáfora, las matemáticas más bien deben funcionar como un trampolín que impulse el desarrollo de los estudiantes en la escuela y en la vida diaria; así los escenarios educativos deben ser espacios de creación intelectual que brinden la posibilidad de formar profesionales con características de líderes y así motivar el crecimiento de las comunidades.

A principios del siglo XVIII se inicia de manera concreta los procesos algebraicos, ya que la aritmética se concentraba en el trabajo con los objetos concretos y había necesidad de una disciplina que se encargara de los aspectos abstractos y genéricos, es así como se generalizan las reglas de resolución de problemas; se desarrolla la simbología utilizada en el álgebra; se clarifican las operaciones con números reales y complejos; se dan las reglas para obtener las raíces de expresiones algebraicas polinomiales; se estudian los métodos de resolución de ecuaciones algebraicas. Y se logra determinar que el álgebra es una disciplina fundamental para el desarrollo de todas las matemáticas.

El gran reto para los profesores y las profesoras que enseñan algebra es mostrarle al alumnado la importancia de esta asignatura para para la vida y la importancia de ella en la resolución de problemas de la vida cotidiana. Las necesidades de la educación son amplias y diversas y van de acuerdo a las comunidades y el entorno dentro del cual se desenvuelven. Partiendo de las características anteriores y los elementos propios para cada comunidad, deseamos compartir en esta Udproco:

- El conocimiento de los estudiantes a partir de su práctica cotidiana con el fin de modelar situaciones propias de los contextos, para ser llevadas a la resolución de problemas.
- El desempeño del profesor y la profesora como un orientador dentro de un sistema educativo que necesita herramientas para afrontar las diferentes crisis que se enfrentan dentro del contexto en el cual se desenvuelven.
- Las estrategias didácticas como herramientas para aprender a enseñar, a estudiar, a analizar, a plantear tácticas y resolver los diversos problemas que se presentan en la comunidad.

Luego de desarrolladas todas las actividades y los procesos de aprendizaje le deseamos los mayores éxitos.

PROBLEMA DE CONOCIMIENTO

Para abordar debidamente está UDPROCO, se requiere contextualizarse sobre cómo es el proceso de enseñanza y el aprendizaje del álgebra escolar; por lo tanto, cabe preguntarse:

¿Cómo mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones algebraicas fundamentales en el grado octavo a través de una Unidad de Producción de Conocimiento “UDPROCO”, como mediación pedagógica desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica?

ESTRUCTURA CONCEPTUAL

Para Usiskin (2005): “el álgebra tiene que ver con la comprensión de las “letras” (hoy acostumbramos a llamarlas variables) y sus operaciones, y consideramos que los estudiantes están estudiando álgebra cuando encuentran las variables por primera vez.” (p.8). Y agrega que ésta provee los medios para analizar y describir relaciones. Además, el álgebra es la clave para la caracterización y comprensión de las estructuras matemáticas, (p.18).

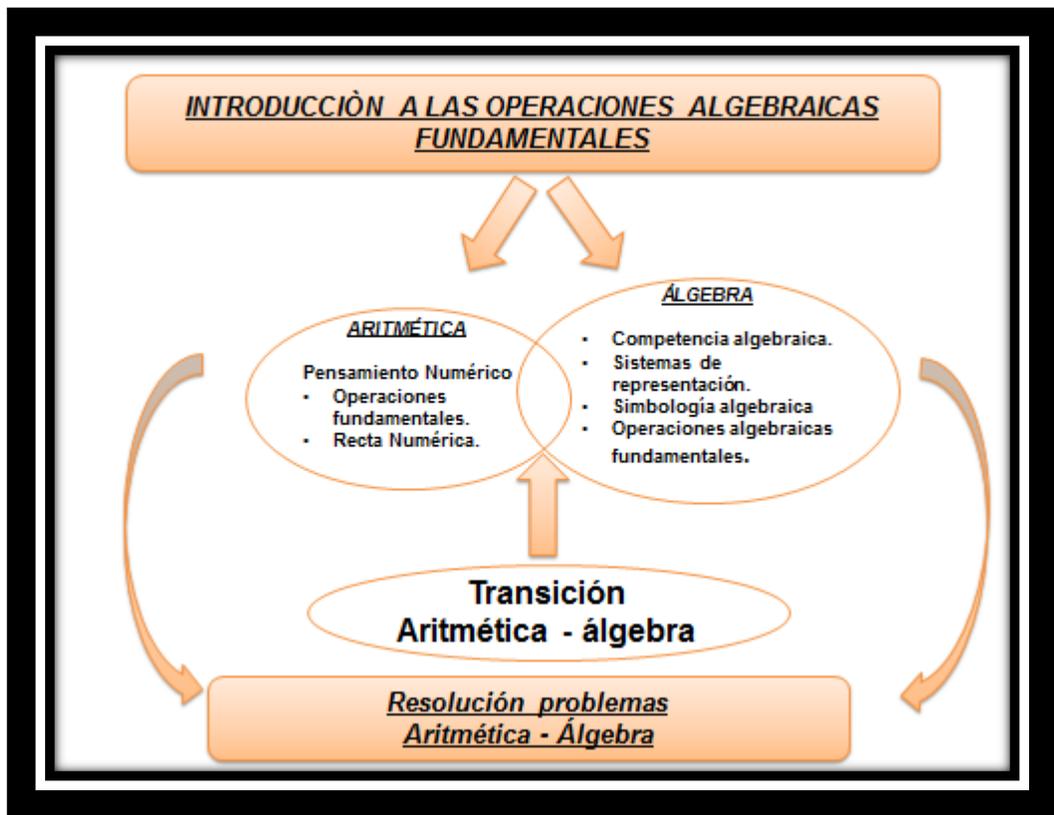


Figura 1. Estructura Conceptual de la Udproco

Fuente. Marín, F. (2014).

PLANTEAMIENTOS

- El álgebra le brinda al estudiante estrategias centradas en la experiencia y en el aprendizaje colaborativo.
- En el entorno académico se han reconocido modelos de enseñanza vinculados a concepciones de hombre, sociedad y educación que han fluctuado a lo largo de la historia.

- Con la aparición de nuevas teorías sobre la educación ha surgido un maestro diferente que considera el aprendizaje como el eje central para el desarrollo de una amplia gama de competencias para la vida.
- Los contenidos de aprendizaje se han diversificado de tal manera que se requiere fortalecer la formación de los estudiantes para inducirlos en la apropiación de estrategias de enseñanza y aprendizaje que favorezcan habilidades para articular el trabajo académico con lo personal, lo cognitivo y lo social.

LOGROS Y COMPETENCIAS

- Analiza diversas estrategias metodológicas para la resolución de problemas en el paso de la aritmética al álgebra.
- Analiza la relación del álgebra con la realidad, las prácticas escolares y el uso de materiales en los procesos de aprendizaje.
- Propone actividades para la resolución de problemas propios del contexto.
- Desarrolla ejercicios que involucran operaciones aritméticas y algebraicas.
- Soluciona problemas que involucran ecuaciones simples.
- Desarrolla competencias frente al concepto de variable y su transposición en la resolución de problemas.

SABERES PREVIOS

Las siguientes actividades tienen como fin analizar los preconceptos que tiene los estudiantes entorno a la aritmética y al álgebra.

1. Resuelva las siguientes preguntas de una manera clara y con buena redacción.

- ¿Cuál es la diferencia entre una constante y una variable?
- ¿Por qué en la aritmética se trabajan con números y en el álgebra con letras?
- ¿Cómo se podría definir el concepto de aritmética?
- ¿Cómo se podría definir el concepto álgebra?

2. Resolver las actividades propuestas.

a. Desarrollar las siguientes adiciones:

$$-4 + (-15) =$$



$$8 - (-23) =$$



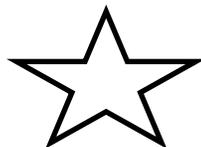
$$-13 + (-35) =$$



$$31 + (-6) =$$



$$16 + (-22) =$$



$$-13 + 25 =$$



b. Soluciona el siguiente crucigrama numérico.

Fuente. Marín, F. (2014)

1		2		3	
4			5		
	6				7
A		B		8	
			C		D
	E		F		

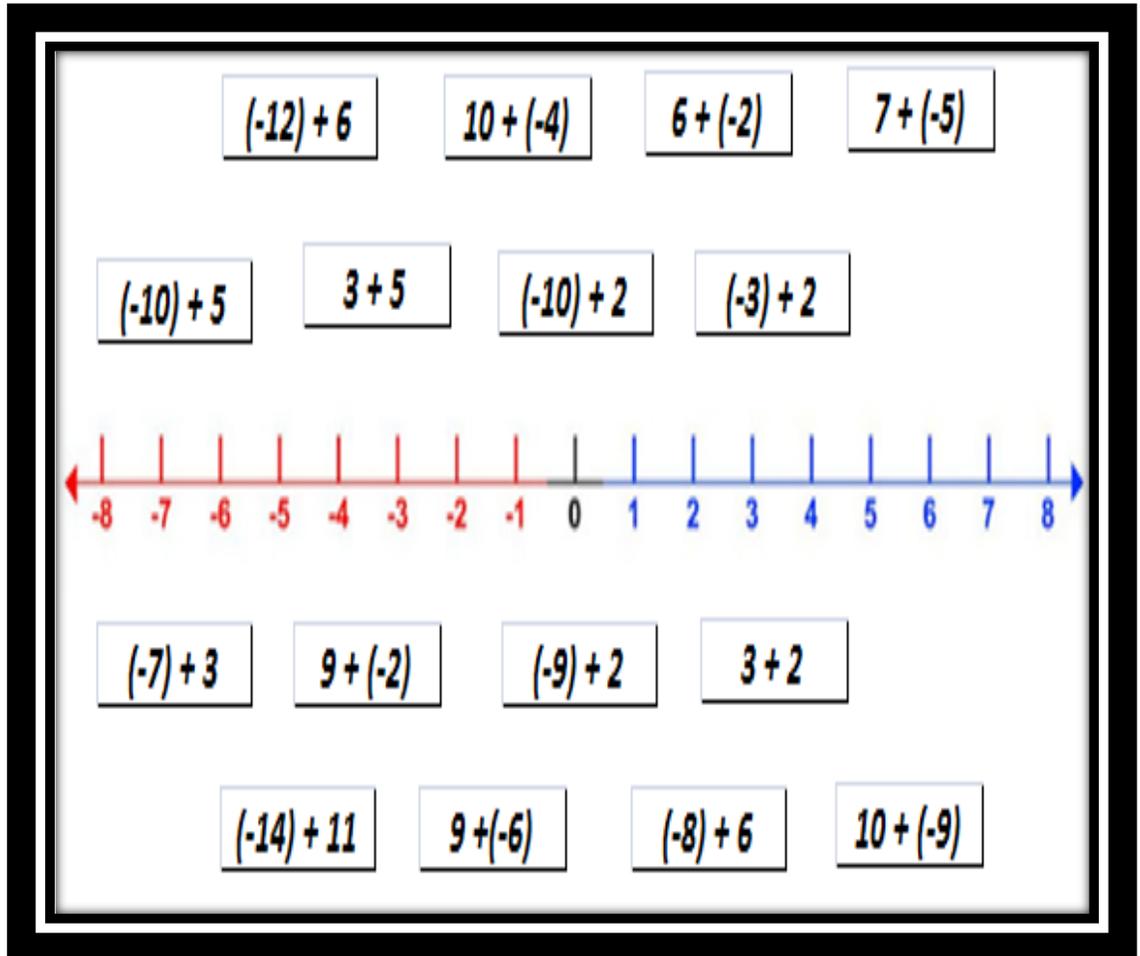
Horizontales:

1. Número entero ubicado entre - 5 y - 3.
2. Número que resulta de restarle 5 unidades al número 8.
3. Dos números enteros consecutivos cuya suma sea 11.
4. Números enteros negativos ubicados entre- 4 y - 1.
5. Número entero que resulta de multiplicar el número - 2 por - 8.
6. Número que está 6 unidades a la derecha de - 2.
7. Número entero que da de sumar -1 con - 2.
8. Resultado de sumar 5 con 4.

Verticales:

- A. Dos números enteros consecutivos mayores que 6.
- B. Cuál es el resultado de sumar 26 con 27.
- C. Número entero ubicado 5 unidades a la izquierda del número 7.
- D. El primero de los números primos.
- E. Cuál es el resultado de sumar -7 con -2.
- F. Segundo número entero impar positivo.

c. Ubica el resultado de las operaciones en la recta numérica.⁵



3. Realiza las operaciones indicadas y completa los cuadros.⁶

+	3	-8	7	-9
---	---	----	---	----

-	-5	5	-6	-3
---	----	---	----	----

⁵ Operaciones recta numérica.

Fuente. <https://www.google.com.co/search?q=operaciones+recta+numerica&espv>

⁶ Cuadros con operaciones con números enteros.

Fuente. Marín, F (2014).

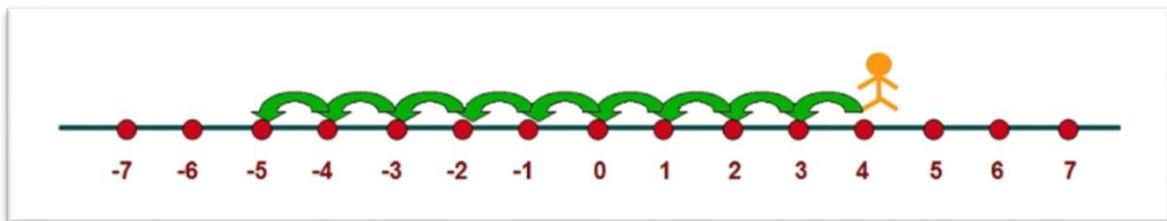
4				
5				-4
-2		-10		
1				

7				
8			14	
-3				
9				

X	3	-8	7	-9
4				
5		16		
-2				
1				-9

÷	-12	12	8	20
2				
-2			-4	
4				
-4				

4. Escribe los números enteros que cumplen las condiciones.⁷



- Los números enteros entre -2 y 3
- Los números enteros mayores que 3 y menores que 6 .
- Los números enteros mayores que -4 y menores que 2 .
- Mayores que -4 y menores que 10

5. Resolver los problemas indicados.

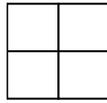
⁷ Recta Numérica con los números enteros.

- El fondo de una laguna está a 18 m bajo la superficie ¿A qué distancia de la superficie se encuentran un nadador si ha ascendido 13 m desde el fondo?
- En una población en invierno la temperatura es de 8°C y en verano alcanza temperaturas hasta de 27°C . ¿Cuál es la diferencia de dichas temperaturas?
- En el mes de Enero Carlos tenía una deuda de \$ 250.000, si hoy debe el doble:
 - a. Indicar con un número entero negativo, la deuda que Carlos tenía en el mes de Enero.
 - b. Plantear la operación correspondiente para saber la deuda actual de Carlos.
 - c. Si hace un abono a la deuda de \$ 180.000, cuanto quedara debiendo.
- Un tanque de 200 m^3 es utilizado para almacenar agua para el riego de unos cultivos, si se gastan 8 m^3 diarios al cabo de 25 días, ¿cuántos metros cúbicos se habrán gastado y cuántos metros cúbicos quedarán en el tanque?
- Mario va a la central de abastos a realizar las siguientes compras:
 - 1 Kg de zanahorias con un valor de 1000 \$ / Kg
 - 2,5 Kg de Habichuela con un valor de 1200 \$ / Kg
 - 2 Kg de Tomates con un valor de 1500 \$ / Kg
 - 3 Kg de papas con un valor de 4000 \$ / Kg

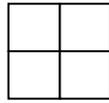
Si lo máximo que Mario puede cargar son 3 Kg cuantos viajes tendrá que hacer, cuál será el costo total de la compra, si dispone solo de \$10.00 que productos podrá comprar y si desea comprar el doble de lo que tenía previsto, cuánto dinero tendrá que invertir.

- Indica si las afirmaciones son verdaderas o falsas. Escribe un ejemplo para justificar cada respuesta.
 - a. La suma de dos números enteros positivos es positiva. ()

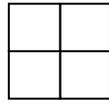
- b. El producto de dos números enteros negativos es negativo. ()
- c. La suma de dos números enteros positivos es positiva. ()
- d. La división de dos números enteros positivos es negativa. ()
- e. La resta de un entero positivo y un entero negativo es siempre positiva. ()
- f. La suma de un entero negativo y un entero positivo es siempre negativa. ()
- Sombrear las fracciones que se indican a continuación.



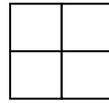
$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{4}{4}$$

- En el grado octavo Rodrigo tiene 16 años, Carlota la cuarta parte de Rodrigo y Jerónimo tiene la edad de Carlota. ¿Cuál será la edad de Carlota y Jerónimo?

ABORDAJE TEÓRICO

Desarrollo Histórico de la Matemática

Los egipcios apoyados en los cálculos aritméticos, son considerados los primeros grandes constructores de la historia y fue el rigor de sus sistemas de construcción en sus obras, un determinante para el perfeccionamiento de los sistemas de medición, las superficies y los volúmenes. Con la aparición del álgebra, se dio solución a aquellos problemas que tenían cantidades desconocidas y sirvió para el modelamiento de diversas aplicaciones en la ciencia y la tecnología; la trigonometría surgió a partir de los aportes de varias civilizaciones, los Griegos estudiaron las relaciones entre los ángulos centrales de una circunferencia y la longitud de las cuerdas, los Egipcios aplicaron los principios de la trigonometría para mantener la pendiente uniforme en la construcción de cada una de las caras de las pirámides, los Babilónicos la utilizaron para determinar diferentes ternas pitagóricas, en los libros de Euclides no aparece propiamente el término, pero se presentan teoremas relativos a la razón entre los lados de un triángulo rectángulo y los teoremas para el teorema del coseno para un triángulo obtusángulo.

La astronomía en la cultura griega se desarrolló a la par con la trigonometría, uno de sus máximos representantes fue Hiparco quien elaboro diversos métodos de observación y desplazamiento, gracias a ellos los navegantes pudieron viajar por los mares y entender los movimientos planetario. Otro gran astrónomo griego fue Aristarco de Samos quien propuso un sistema astronómico Heliocéntrico anticipándose a Copérnico en más de mil quinientos años. Eratóstenes midió la distancia real de la Tierra al Sol y a la Luna a partir del radio de la tierra.

El álgebra como se conoce actualmente, con los símbolos que se usan son relativamente nuevos, estos aparecieron en el siglo XVI, pero hay evidencias en papiros Egipcios donde se resuelven problemas con ecuaciones de primer grado. El álgebra tiene diversas aplicaciones las cuales están orientadas a desarrollar habilidades que permiten estructurar

el pensamiento, suscitar el uso de representaciones y modelos, potenciar la formulación de problemas para ser interpretados y solucionados. Con esta rama de la matemática se busca que el estudiante adquiera habilidades para modelar matemáticamente problemas de la vida cotidiana y que logren desarrollar acciones que permitan afrontarlos, conjeturar, contrastar ideas, métodos y soluciones; partiendo desde estructuras básicas hasta llegar a complejas construcciones. En este orden de ideas los estudiantes adquieren habilidades suficientes para dar respuestas, obtener elementos para hacer preguntas interesantes en los distintos frentes a los que estamos expuestos y no como una simple transmisión de contenidos.

La Aritmética y el Álgebra

La aritmética es la rama de la matemática encargada de representar las cantidades por medio de números expresan valores fijos. Por ejemplo, 15 expresa un solo valor: Quince. El álgebra se utiliza para realizar procesos de generalización, las cantidades se representan por medio de letras, las cuales pueden representar todos los valores. Por ejemplo, X representa el valor que se le asigne, y por tanto puede representar 15 o más de 15 o menos de 15.

Notación Algebraica

Los símbolos usados en álgebra para representar y acompañar las cantidades son:

Números

Se emplean para representar cantidades conocidas y fijadas. Por ejemplo: 14, 23, 523, 3, etc.

Letras

Se emplean para simbolizar toda clase de cantidades, ya sean conocidas o desconocidas. Por lo general, las cantidades conocidas se simbolizan por las primeras letras del alfabeto (a, b, c...) y las cantidades desconocidas por las últimas (...x, y, z).

Fórmula Algebraica

Es la representación, por medio de letras, de una regla o de un principio general. Por ejemplo, el área de una circunferencia de radio r esta dada por.

$$A = \pi r^2$$

Signos

Los signos empleados en álgebra son de tres clases:

a. Signos de operación: En álgebra se utilizan los mismos signos de operación de la aritmética. Así,

- Suma o adición (+), que se lee más.
- Resta o sustracción (-), que se lee menos.

Los signos + y - tienen en álgebra dos aplicaciones: una, indicar las operaciones de suma y resta, y otra, indicar el sentido o condición de las cantidades.

- Multiplicación o producto (\times , $*$, $()$ ($)$), o se omite el signo entre factores literales o entre un factor numérico y uno literal), que se lee por.
- División o cociente (\div , $-$, $/$) que se lee dividido entre.
- Cálculo de potencias. El signo para el cálculo de potencia es el exponente, que es un número pequeño colocado arriba y a la derecha de una cantidad, el cual indica el número de veces que dicha cantidad, llamada base, se toma como factor. Cuando una letra no tiene exponente, su exponente es la unidad.
- Extracción de raíces ($\sqrt{\quad}$ signo radical). Bajo este signo se coloca la cantidad a la cual se le extrae la raíz. Así, \sqrt{a} equivale a raíz cuadrada de a , o sea, la cantidad que elevada al cuadrado reproduce la cantidad a ; $\sqrt[3]{b}$ equivale a raíz cúbica de b , o sea la cantidad que elevada al cubo reproduce la cantidad b .

b. Signos de relación: Se emplean estos signos para indicar la relación que existe entre dos cantidades. Los principales son:

- $=$, que se lee igual a
- \neq , que se lee diferente a

- $>$, que se lee mayor que
 - $<$, que se lee menor que
 - \geq , que se lee mayor o igual que
 - \leq , que se lee menor o igual que
- C.** Signos de agrupación: Como su nombre lo indica se utilizan para agrupar cantidades. Los principales son:
- $()$ paréntesis ordinarios
 - $[\]$ paréntesis angulares o corchetes
 - $\{ \}$ llaves

Expresiones Algebraicas

Una expresión algebraica es la combinación de números y letras, las cuales se agrupan por signos de agrupación u operadores matemáticos.

$$X^2 + 3X - 4 ; (2X - 4)(3X + 4); \frac{2X - 4}{3X + 5}$$

Término

Es una expresión algebraica que consta de un solo símbolo o de varios símbolos no separados entre sí por el signo $+$ (más) o $-$ (menos). Por ejemplo:

$$\frac{3}{5} X ; 4 X^3 Y$$

Los términos son las expresiones algebraicas más simples y tienen los siguientes elementos:

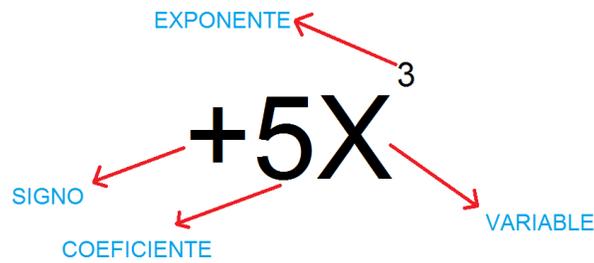


Figura 2. Partes de una expresión algebraica

Fuente. <http://algebrafacilgratis.blogspot.com/2013/04/componentes-de-una-expresion-algebraica.html>

Signo

Puede ser positivo o negativo. si no hay ningún signo, entonces el término se considerara positivo.

Coefficiente

Es el número que acompaña a la variable. Si en un término no aparece un número este se asumirá como el número uno.

Variable

Son las letras que hacen parte de los términos, si estos están conformados por más de una letra estas se deben ubicar en orden alfabético.

Exponente o grado

Es un número de menor tamaño ubicado a la derecha en la parte superior de toda variable, si esta no tiene número se asume la unidad. Por otra parte existen los siguientes tipos de términos:

Término Entero

No tiene como denominador una variable: $3X^2$; $\frac{4}{5} X$

Término Fraccionario

Es que tiene como denominador una variable: $\frac{4x-3}{x}$

Término con radicales

Son aquellos de este tipo: $\sqrt[3]{4x-3}$; $\sqrt{3xy^3}$

Clasificación de las Expresiones Algebraicas

Monomio

Es una expresión de un solo término, todo monomio tiene grado absoluto y grado relativo:

- El grado absoluto de un monomio es la suma de los exponentes de las variables; para el monomio $-3xy^2$ su grado absoluto será 3.
- El grado relativo es el exponente de la variable, para el monomio $-3xy^2$ con respecto a la letra x es 1 y con respecto a la letra y es 2.

Los monomios también se pueden clasificar en:

- Homogéneos: Si tienen el mismo grado absoluto.
- Heterogéneos: Si no tienen el mismo grado absoluto.
- Opuestos: Dos monomios son opuestos si son semejantes y el coeficiente de uno es el opuesto del coeficiente del otro. Por ejemplo, $-3xy^2$; $3xy^2$ son monomios opuestos que al reducirlos como términos semejantes da como resultado cero.

Polinomio

Es una expresión algebraica con uno o más términos. Pueden ser binomios (dos términos $-3xy^2 - 2$), trinomios (tres términos $-3xy^2 - 2x - 5$). El término independiente de un polinomio es aquel que no tiene variable. Por ejemplo, los términos independientes en

los polinomios anteriores son -2 y -5. De acuerdo a los exponentes de los polinomios estos se pueden ordenar ascendente o descendientemente.

Reducción de términos Semejantes

Dos o más términos son semejantes cuando tienen la misma parte literal con iguales exponentes. Por ejemplo $-2x^2y^2$; $4x^2y^2$; $-7x^2y^2$. La reducción de términos semejantes es una operación algebraica que tiene por objeto convertir en un solo término dos o más términos, para el ejemplo anterior el resultado será $-5x^2y^2$.

Valor Numérico de Expresiones Algebraicas

El valor numérico de una expresión algebraica es el valor que se obtiene al reemplazar las variables por sus respectivos valores numéricos y efectuar las operaciones aritméticas que quedan indicadas.

Ejemplo:

Sabiendo que $a = 1$ $b = 2$ $c = 3$ $d = 4$

Hallar el valor numérico de la expresión

$$2a^2b + 3cd - 5$$

$$2(1)^2(2) + (3)(4) - 5 = 4 + 12 - 5 = 11$$

Eliminación de signos de agrupación que contienen expresiones algebraicas y reducción de términos semejantes.

Los signos de agrupación ayudan a simplificar las expresiones algebraicas de acuerdo a un orden que se debe llevar en el desarrollo de las operaciones, para tal fin se deben efectuar las operaciones desde las más interiores hasta las más exteriores.

- Cuando un signo de agrupación está precedido de un signo más los elementos dentro del signo de agrupación quedarán con el mismo signo.

- Cuando un signo de agrupación esté precedido de un signo menos, todos los miembros dentro del signo de agrupación cambiarán de signo.

Ejemplo: Eliminar los signos de agrupación y reducir términos.

$$\begin{aligned} & \{-(2x^2 - 3x + 4) + (4x - 5)\} \\ & \{-2x^2 + 3x - 4 + 4x - 5\} \\ & -2x^2 + x(3 + 4) + (-4 - 5) \\ & -2x^2 + 7x - 9 \end{aligned}$$

OPERACIONES ALGEBRAICAS

Suma de Polinomios

La suma de polinomios puede indicarse de dos formas:

- Incluyendo los sumandos dentro de paréntesis unos a continuación de otros separados por el signo más (+), posteriormente se destruyen los signos de agrupación y se reducen los términos semejantes si los hay.
- Colocando los polinomios unos debajo de los otros de modo que los términos semejantes queden en columna, a continuación se hace la reducción de éstos separándolos con sus propios signos.

Primera Forma

$$(m^3n + 4mn^3 + m^2n^2) + (-2m^4 + 3mn^3 - m^2n^2) + (7m^3n - mn^3 + 3m^4)$$

$$m^3n + 4mn^3 + m^2n^2 - 2m^4 + 3mn^3 - m^2n^2 + 7m^3n - mn^3 + 3m^4 = m^4 + 8m^3n + 6mn^3$$

Segunda Forma

$$\begin{array}{r}
 + m^3 n + m^2 n^2 + 4mn^3 \\
 - 2m^4 \quad - m^2 n^2 + 3mn^3 \\
 + 3m^4 + 7m^3 n \quad - mn^3 \\
 \hline
 m^4 + 8m^3 n \quad + 6mn^3
 \end{array}$$

Resta o Sustracción

Es una operación que tiene por objeto, dada una suma de dos sumandos (minuendo y sustraendo), hallar el otro sumando (resta o diferencia). Es evidente, de esta definición, que la suma del sustraendo y la diferencia tiene que ser el minuendo.

En aritmética la resta siempre implica disminución, mientras que la resta algebraica tiene un carácter más general, pues puede significar disminución o aumento.

Resta de dos Polinomios

La resta de dos polinomios puede indicarse de las siguientes formas:

- Escribiendo el minuendo con sus propios signos y, a continuación el sustraendo dentro de un paréntesis precedido del signo menos (-), posteriormente se destruye el signo de agrupación y se reducen los términos semejantes si los hay.
- Colocando los polinomios unos debajo de los otros de modo que los términos semejantes queden en columna, teniendo en cuenta que a los términos del sustraendo se les cambian los signos; a continuación se reducen los términos semejantes separándolos con sus propios signos.

Restar de las dos formas indicadas:

$$-6m^4 - 2m^2 n^2 + 3mn^3 \quad \text{de} \quad -5m^3 n - 3m^2 n^2 + 4mn^3$$

Primera Forma

$$\begin{aligned} & (-5m^3n - 3m^2n^2 + 4mn^3) - (-6m^4 - 2m^2n^2 + 3mn^3) \\ & -5m^3n - 3m^2n^2 + 4mn^3 + 6m^4 + 2m^2n^2 - 3mn^3 = 6m^4 - 5m^3n - m^2n^2 + mn^3 \end{aligned}$$

Segunda Forma

$$\begin{array}{r} -5m^3n - 3m^2n^2 + 4mn^3 \\ \\ 6m^4 \quad + 2m^2n^2 - 3mn^3 \\ \hline 6m^4 - 5m^3n - m^2n^2 + mn^3 \end{array}$$

Multiplicación o Producto

Es una operación que tiene por objeto, dadas dos cantidades llamadas multiplicando y multiplicador, hallar una tercera cantidad, llamada producto. El multiplicando y multiplicador son llamados factores del producto. Para desarrollar multiplicaciones algebraicas se debe tener en cuenta: la ley de los signos, la ley de los coeficientes y la ley de los exponentes

Ley de los Signos

Se distinguen dos casos:

- a. Signo del producto de dos factores. En este caso, la regla es:

Signos iguales dan más (+) y signos diferentes dan menos (-).

Lo anterior se puede resumir diciendo que:

$+ \text{ por } + \text{ da } +$
$- \text{ por } - \text{ da } +$
$+ \text{ por } - \text{ da } -$

– por + da –

- b. Signo del producto de más de dos factores. En este caso, la regla es:
- El signo del producto de varios factores es más (+) cuando tiene un número par de factores negativos o ninguno.
 - El signo del producto de varios factores es menos (-) cuando tiene un número impar de factores negativos.

Ley de los Coeficientes

El coeficiente del producto de dos factores es el producto de los coeficientes de los factores.

Ley de los Exponentes

Para multiplicar potencias de la misma base se escribe la misma base y se le pone por exponente la suma de los exponentes de los factores, se multiplican los signos, luego se multiplican los coeficientes y a continuación se escriben las letras de los factores en orden alfabético, poniendo a cada letra un exponente igual a la suma de los exponentes que tenga en los factores.

Multiplicar

$$(19n^3 z^4 y)(-2n^4 y^3 z)$$

$$(19n^3 z^4 y)(-2n^4 y^3 z) = -38n^{3+4} y^{3+1} z^{4+1}$$

$$= -38n^7 y^4 z^5$$

EJERCICIO INVESTIGATIVO INDIVIDUAL

Las siguientes actividades de descubrimiento de la comprensión del conocimiento sobre los temas abordados en ésta unidad, deben desarrollarse paralelamente con el estudio de los temas tratados; así podrá acudir al profesor en caso de dificultades y realizar la entrega completa y sin vacíos conceptuales el día de la socialización.

Actividad # 1.

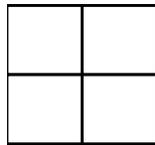
De acuerdo a las lecturas hechas y los ejercicios desarrollados elabore 5 preguntas personales en torno al uso del álgebra para la solución de problemas.

Actividad # 2.

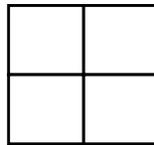
Luego de realizar una consulta sobre los orígenes del álgebra (teniendo en cuenta a (Diofanto y Al-Juarismi), elaborar un escrito con todos los aportes que dieron para la construcción del álgebra, de acuerdo a los requisitos: título, autor, cuerpo del trabajo y bibliografía. Deberá ser superior a dos páginas en letra Arial 12 y con interlineado de 1,5. (Todas las reflexiones deben ser personales e individuales).

Actividad # 3.

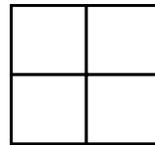
- Llenar las cuadrículas que representan las fracciones.



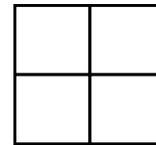
$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{4}{4}$$

- En un curso Rodrigo tiene 16 años, si Mariana tiene la cuarta parte de la edad de Rodrigo y Carlos tiene la misma edad de Mariana. ¿cuántos años tienen Mariana y Carlos?

Actividad # 4.

Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas siguientes, considerando.

Expresión algebraica	Reemplazar : $a = 2 ; b = 5 ; c = -3 ; d = 3 ; f = 0$	Resultado
$5a^2 - 2bc - 3d$		
$4ab - 3bc + 5d$		
$6a^3f$		
$2a^2 - b^3 - c^3 - d^5$		
$3(a - b) + 2(c - d)$		
$\frac{c}{3} + \frac{b}{5} - \frac{a}{2}$		
$(b + c)^2$		

Tabla 1. Valor numérico
Fuente. Marín, F (2014)

Actividad # 5.

Historia de vida a partir de una descripción del entorno.

Una descripción equivale a un retrato escrito o hablado de una persona animal o cosa. Leer o escuchar una descripción es lo mismo que ver una fotografía de lo que se describe. Es una explicación de forma detallada y ordenada, de cómo son ciertas personas, lugares, objetos, entre otros.

Toma tiempo para observar lo que ocurre a tu alrededor en los diferentes lugares que frecuentas y no pierdas detalle, pues ahora vas a escribir una historia de la cual eres el protagonista. El objetivo es que te conozcas un poco mejor e identifiques cada uno de los elementos sociales que te afectan y seas consciente de que no estás solo en el mundo.

Para escribir tu historia debes tener en cuenta algunos parámetros como:

- a) Realiza una descripción de tu curso y cómo te sientes en él.
- b) ¿Cómo crees que te observan tus compañeros, tus profesores?
- c) Cuenta una historia acerca de las actividades que realizas usualmente en el tiempo que no estás en el colegio, en las tardes, los fines de semana y las vacaciones.
- d) Describe tu entorno familiar. ¿cómo es tu casa? ¿Con quién vives? ¿En qué barrio vives? ¿cómo es la relación con los familiares que vives? etc.
- e) Analiza tu tradición familiar y narra cómo llegaste al lugar en el cual vives o cómo llegó tu familia, si es necesario para escribir tu historia busca la ayuda de las personas con las que vives.
- f) Piensa en tu llegada al colegio y narra cómo fue y a causa de qué se dio. ¿Cómo te sientes en éste lugar?, ¿qué cosas te gustan del colegio?, ¿qué no te gusta?, entre otros.

- g) ¿Qué quieres ser después de terminar el bachillerato?
- h) Con base en toda la información anterior realiza un escrito en el cual plasmes tu autobiografía.
- i) Para ilustrar mejor tu historia puedes usar fotos, dibujos y todas las ayudas que creas pertinentes.

Actividad # 6.

Actividad propuesta para realizarse con Google Maps

Google Maps te permite “volar” a cualquier lugar de la Tierra y ver imágenes satelitales de relieve, ciudades y edificios (incluso tu casa o colegio), Podrás explorar un amplio contenido geográfico, guardar los lugares que visites y compartirlos con otras personas.

Para empezar lo primero que se debe hacer es abrir el programa Google Maps y seguir las instrucciones:

- a) Bien, comencemos por conocernos un poco, así que hay que ubicar tu país natal, Colombia, y darle doble click.
- b) Al hacer doble click sobre Colombia, se acerca y se empiezan a hacer visibles algunos nombres.
- c) Hacer doble click sobre Chinchiná, entonces se acerca a la ciudad y queda ubicado en un sitio específico, luego ubica el colegio.
- d) Para empezar a ubicar este lugar, hay que alejar la imagen un poco (si es necesario) y comenzar a buscar sitios que sirvan de referencia para saber hacia dónde mover la imagen. Los nombres de los lugares aparecen al poner el cursor sobre los cuadrados azules u otros objetos que sobresalen.
- e) Se puede ubicar un lugar o una avenida principal que ayude para dirigirse hacia el sitio a encontrar.
- f) Ahora ya has ubicado el colegio.

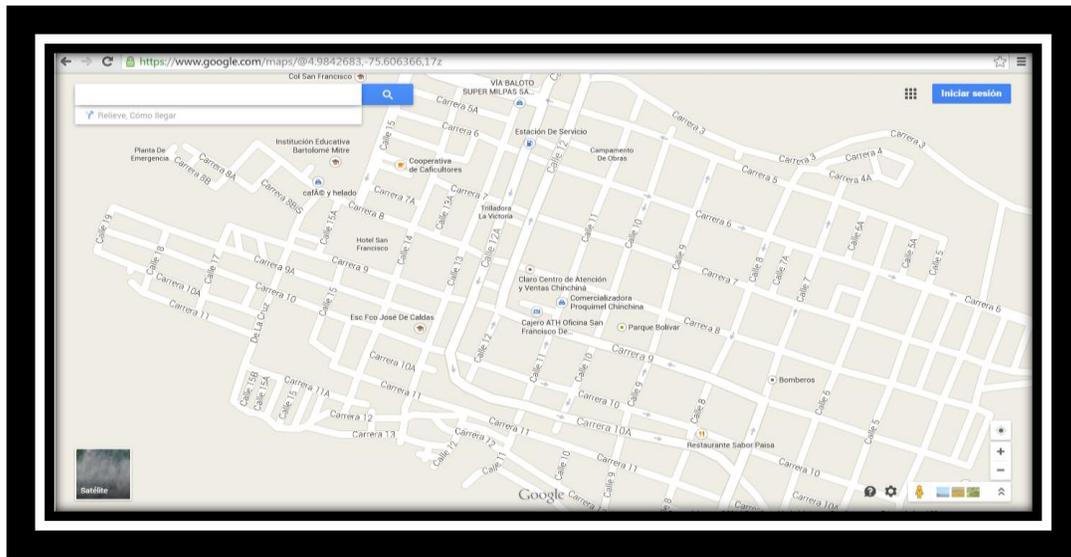


Figura 3. Mapa de Chinchiná

Fuente.

<https://www.google.es/maps/place/Chinchin%C3%A1,+Caldas,+Colombia/@4.9836595,->

Ahora puedes seguir explorando, colocando el cursor sobre la muñeca amarilla (Street View) y haciendo click te permitirá ver imágenes reales tanto del colegio como del lugar donde vives, los lugares que más frecuentas y sitios importantes de la población.

- g) En una hoja escribe cómo se sintió realizando la actividad.
- ¿fue fácil ubicar los lugares?, ¿por qué?
 - ¿cuáles fueron las dificultades?
 - ¿le pareció interesante el trabajo con el programa?
 - ¿le gustaría realizar otras actividades con el mismo, cuáles?
 - Verifica que la cantidad de cuadras que hay del colegio a tu casa sea la misma que las que recorres diariamente.

Actividad # 7.

Para Becerril, Ana (2011):

Dos tercios del peso corporal corresponden al agua. Una persona que pesa 68 kg tiene aproximadamente 38 litros de agua en el cuerpo. De estos, entre 23 y 26 están en el interior de las células, 7.5 en el espacio que las rodea y una cantidad ligeramente inferior a 4 litros (aprox. 8% de la cantidad de agua total) está en la sangre. Este volumen de agua, relativamente pequeño en la sangre, es muy importante para el funcionamiento del cuerpo y debe mantenerse constante. El agua que está fuera de la sangre, actúa como un depósito para reponer o absorber el exceso de agua en la sangre, cuando es necesario.

El agua entra en el cuerpo principalmente por la absorción desde el aparato digestivo y lo abandona como orina que excretan los riñones. Estos pueden excretar varios litros de orina al día, o bien conservar el agua excretando menos de 500 ml diarios. También alrededor de 750 ml de agua, se pierden cada día por evaporación a través de la piel y de los pulmones. La sudoración intensa, tal como sucede durante el ejercicio vigoroso o en los climas cálidos, puede aumentar notablemente el volumen perdido en la evaporación. Normalmente, se pierde poca agua por el aparato digestivo; sin embargo, puede perderse una cantidad igual o superior a cuatro litros al día por vómitos prolongados o por una diarrea intensa. Sin embargo, se recomienda a los adultos sanos beber de 1.5 a 2 litros como máximo al día, para protegerse de la deshidratación y del desarrollo de cálculos renales. (p. 1)

Responde:

¿Cuántos litros de agua aproximadamente tienen una persona que pesa 68kg?

¿Cómo se encuentra distribuida el agua en el cuerpo de una persona de 68kg?

¿Cuáles son las maneras en que el cuerpo humano puede perder agua?

¿Has pasado por la situación de aguantar algunas horas de sed porque no consigues que tomar, tal vez cuando has realizado alguna actividad física?

Lo más posible es que sí (o si no, imagínatelo), es algo angustioso, estar sin agua, con sed, esperando que el líquido recorra tu garganta y te refresque...

Ahora piensa: basándote en los datos que la lectura nos proporciona, ¿qué te podría pasar si tu cuerpo deja recibir agua durante una semana? ¿Qué pasaría con tu piel, con tus ojos, con tu boca, con tus manos?

Por favor escribe lo que piensas respecto a estas preguntas y algo más acerca de lo que podría pasarte si no tuvieras la posibilidad de consumir agua durante bastante tiempo.

Sabías que la cantidad de agua que hay en la tierra es de aproximadamente 1,360.000.000 km³, y que ésta se encuentra distribuida de la siguiente forma:

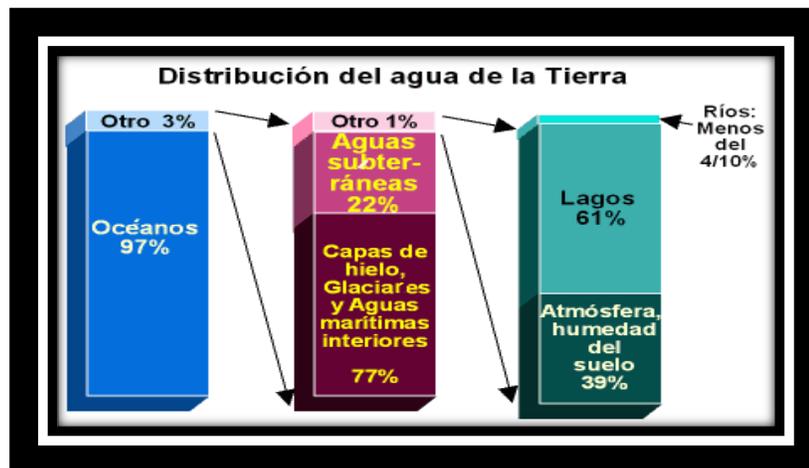


Figura 4. Distribución de agua en la tierra

Fuente: <http://water.usgs.gov/gotita/waterdistribution.html>

¿De cuáles de estos lugares crees que proviene la mayor cantidad de agua que consumes?

¿A qué cantidad corresponde el agua que consumimos? (Toma en cuenta la respuesta anterior y expresa tu resultado en km^3)

Teniendo en cuenta la población mundial, la fauna, la flora y los diferentes usos del agua, ¿crees que la cantidad de agua potable es suficiente?

¿Has reflexionado acerca del agua que consumes?

¿Ahorras agua?

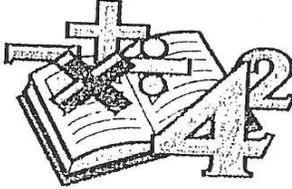
Actividad # 8.

Soluciona el animaplano

	4	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11
21
31
41
51
61
71
81
91

Animaplanos
INDUCCIÓN-
MATEMATICAS



- La mitad de un π recto
- Resuelva $2^4 =$
- Reste $\sqrt{9}$, a la mitad de 30
- Halle $\sqrt{25} \times \sqrt{25} =$
- El triple del número 15 =
- Halle 4!
- Reste 3^2 , al Cuádruple de 10 =
- La mitad de 68 =
- Represente XLV =
- Resuelva $50 - (6 \times 3) =$
- Sume 15°, al triple de 20 =
- 1 hora, menos 18 minutos =
- $11 + 11 + 11 + 11 =$
- Reste 2^3 , al Cuádruple de 15 =
- Halle $9^2 - \sqrt{100} =$
- Reste 3^2 , a $\sqrt{10.000} =$
- $200 - 107 =$
- $51 - [(6 \times 5) + 5] =$
- 3 docenas + 3 docenas = u
- $100 - (7 \times 2) =$
- Reste 6, al doble de 50 =
- Sume $9 \times 9 + (18 \div 3) =$
- $\frac{1}{2}$ Centena + 6 unidades = u
- Represente LXVII =
- Halle $10^2 - \sqrt{9} =$
- Resuelva $8^2 + \sqrt{16} =$
- Sume $40 + (2^2)^2 =$
- El doble de 29 =
- $(9 \times 9) + 2^3 =$
- Resuelva $7^2 \times 12^0 =$
- 3 docenas + 2 docenas =
- El triple de $4^2 =$
- Halle $7 \times 2^2 =$
- Si $2m + 8 = 60$, entonces $m =$
- El 50% de 90 =
-

Figura 5. Animaplano

Fuente. Marín, F (2014)

EJERCICIO INVESTIGATIVO GRUPAL

Con el fin de asegurar y fortalecer la apropiación de los conocimientos matemáticos planteados en el desarrollo de esta UDPROCO, la actividad grupal debe ser socializada ante el profesor y tus compañeros; tenga en cuenta que puede utilizar diferentes recursos que hagan de su exposición un compartir.

Actividad # 1.

- a) Tomando una fotocopia legible del recibo de agua de uno de sus compañeros y hacer una pequeña descripción de la manera cómo está organizado.
- b) Identifiquen los cobros que se realizan en el recibo. ¿Están relacionados entre sí estos cobros? ¿Por qué?
- c) Digan cuáles son las unidades de medida que se usan para establecer el monto a pagar en cada cobro. ¿Son las mismas?
- d) Realicen una breve descripción contando la manera como usted realiza la lectura del recibo.
- e) ¿Cómo creen que la empresa hace para establecer la cantidad de dinero que le debe cobrar?
- f) Planteen una manera para encontrar el valor del agua que se gasta diariamente en esa casa.
- g) Supongan que a esa casa llega una persona que se quedará 3 meses. Planteen una manera de encontrar el valor del agua que esta persona consumiría, teniendo en cuenta que su comportamiento en la casa será similar al de los miembros de la familia.
- h) Tomando en cuenta el cargo fijo residencial que aparece en tu recibo y su descuento por subsidio, establece a qué porcentaje del total corresponde este subsidio.
- i) Verifiquen si este porcentaje de descuento es el mismo para el costo del consumo.
- j) Comparen los resultados hallados en las preguntas h e i, estableciendo si los subsidios se asignan por estrato o por consumo.

- k) Realicen una tabla en la cual se muestren cada uno de los cuatro valores del consumo relacionados con su respectivo descuento por subsidio.
- l) Tomen diferentes valores del consumo inferiores a 10 m^3 y escribe en la tabla anterior su costo y su subsidio, clasificándolos de acuerdo al estrato.

Estrato	Consumo (m^3)	Costo del consumo	Valor del subsidio

Tabla 2. Resumen factura acueducto
Fuente. Marín, F (2014)

- m) Teniendo en cuenta las respuestas anteriores y la tabla en la cual se organizaron los datos pedidos, realicen una gráfica en el plano cartesiano en la que aparezcan dichos datos.
- n) En Colombia se penaliza a las personas que tienen un consumo excesivo de agua. Consultar a partir de que cantidad de metros cúbicos multan a los usuarios y en qué consisten las sanciones.
- o) Cómo creen que podría ser una fórmula matemática para el cobro del servicio de acueducto: Cargo fijo por una variable (representa los metros cúbicos consumidos) Más el cargo fijo.
- p) Qué valor tiene el metro cubico de alcantarillado para cada una de las facturas con las cuales han estado desarrollando la actividad.

Actividad # 2

De acuerdo al cuadro solucionar las actividades planteadas.

Origen del agua	Volumen del agua en kilómetros cúbicos	Porcentaje de agua total
Océanos	1,321,000,000	97.24%
Capas de hielo, Glaciares	29,200,000	2.14%
Agua subterránea	8,340,000	0.61%
Lagos de agua dulce	125,000	0.009%
Mares tierra adentro	104,000	0.008%
Humedad de la tierra	66,700	0.005%
Atmósfera	12,900	0.001%
Ríos	1,250	0.0001%
Volumen total de agua	1,360,000,000	100%

Tabla 3. Origen del agua en la tierra

Fuente: Nace, Encuesta Geológica de los Estados Unidos, Ciclo Hidrológico (Panfleto), U.S.

Geological Survey 2010.

- De acuerdo al cuadro, ¿qué porcentaje de agua es consumible?
- El agua dulce de los lagos en metros cúbicos cuantos serían.
- Elaborar un diagrama de barras con los porcentajes del agua de la tierra.
- El 25 % de los kilómetros cúbicos del agua de los ríos a que valor equivale.
- Si el 8 % del agua de los glaciares se derritiera y fuera a los océanos, ¿con cuántos kilómetros cúbicos quedarían?

Actividad # 3

La cancha múltiple del colegio tiene forma rectangular si el lado más amplio mide L y el menor C .

- ¿Cuáles expresiones representan el perímetro?

A. $P = 2(L + C)$

B. $P = 2L + C$

C. $P = 2L + 2C$

D. $P = L + C$

E. $P = L + 2C$

F. $P = (L + C) 2$

- ¿Cuáles expresiones representan el área?

A. $a = L * C$

B. $a = \frac{L * C}{2} 2$

C. $a = C * L$

D. $a = (L * C)/2$

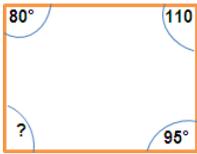
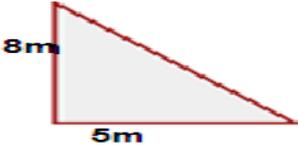


Figura6. Cancha múltiple

Fuente. http://www.eymproductostecnicos.com/Pisos_Deportivos_truflex

Actividad # 4

Desarrollar el semanario

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
¿De quién es esta fórmula de área: base por altura sobre dos?	$49 - (-9) + (-3)^2$	$9000 \div 900$	Signo obtenido en la expresión $-(-15)$ al quitar el paréntesis	Signo obtenido en la expresión $-(-15)$ al quitar el paréntesis
Lucía fue al médico, éste le recetó tomar 4 pastillas, una pastilla cada 6 horas, ¿En qué tiempo podrá terminar de tomar todas las pastillas?	¿Cuántos grados hay en el cuarto ángulo del cuadrilátero 	Todas mis camisas son blancas menos dos, todas son azules menos dos y todas son rosa menos dos. ¿Cuántas camisas tengo de cada color?	Los catetos de un triángulo miden 5m y 8 m respectivamente ¿cuándo mide la hipotenusa? 	Resuelva $+ 23,1$ $2,55$ -----
Propiedades de la potenciación $\frac{(-5)^3 * 4^3 * (-5^2)}{4 * (-5)^2}$	$\square^5 = 625$	Si una ficha roja equivale a 3 azules y cada azul equivale a 2 blancas, ¿a cuánto equivaldrán 120 blancas?	Resuelve $\frac{7}{6} + \frac{7}{3} - \frac{1}{9} =$	¿Cuál no es un poliedro? 1-Cuadrado 2-Pirámide 3-Prisma 4-Trapezoedro octogonal
Resultado de la operación $(-12.600) / (-900)$	Realizar $(2X - 4)(3X + 4)$	completa las igualdades $(-6) + \square = -9$ $\square + (-2) + (-3) = 17$ $\square + 18 = 0$	Solucionar $-2xy^2 - 4xy^2$	Dar el resultado de $8 + (-23) =$

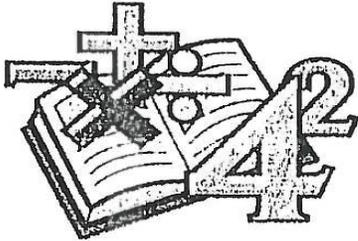
Actividad # 5

Solucionar el animaplano.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11
21
31
41 50
51
61
71
81
91 100

Animaplanos

INDUCCIÓN- MATEMATICAS



<ol style="list-style-type: none"> 1. $15+10-(-4)+5=$ 2. El triple de 11 es= 3. $5!-37=$ 4. La mitad de 192= 5. $9 \times 9 + 4 - 1 =$ 6. $1.000 - 947 =$ 7. $3^3 + 5 \times 3 + 32 =$ 8. $9 \times 10 - 4 =$ 9. 4 docenas + 40u= 10. Reste 8 al 25% de 300= 11. $\frac{3}{4}$ de siglo + 4= 12. $(7 \times 7) + (3 \times 4) - 2 =$ 13. $\sqrt{100} + 28 =$ 14. $2(8+9+7) - 22 =$ 15. El triple del número 13= 16. $30+30=$ 	<ol style="list-style-type: none"> 17. $3^2+20=$ 18. Sume 4 veces el numero 6= 19. $(6 \times 5) - 14 =$ 20. $4! - 5 =$ 21. $\sqrt{9} + 3 =$ 22. 5 décadas +1= 23. El cuádruple de 22-6= 24. 68 dividido 2 + (6x3)= 25. 99 dividido 3= 26. $(4 \times 5) + 2 =$ 27. La mitad de $12 \times 2 =$ 28. $5+5+4-1=$ 29. 12+ La mitad de $12 \times 2 =$ 30. Halle y sume los números primos 15,2,14,41,21,49 y al resultado que le dé réstele 9= 31. $-37+104=$
---	--

Actividad # 6

Vamos a representar con X el número de libros que tiene Carlos en la biblioteca. Indica con una V si son correctas o con una F si son incorrectas las siguientes expresiones.

Lenguaje Cotidiano	Término Algebraico	Correcta	Falsa
Reducimos en tres el doble de libros	$2X - 3$		
La suma de los libros más su consecutivo.	$X + (X + 1)$		
La cantidad de libros al cubo más uno	$3X + 1$		
La cantidad de libros más la mitad de ellos.	$X + X/2$		
La Cuarta Parte De Los Libros Menos Dos	$4X - 2$		

Tabla 4. Expresiones algebraicas.

Fuente. Marín, F. (2014)

Actividad # 7.

Solucionar el crucigrama algebraico

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								

Horizontales

- $(9x^2 - 6) + (-8x^2 - 1); (8x + 4) - (4x + 3)$
- $(x^3 + 6x - 2) - (2x^3 + 8x - 5)$
- $(x + 4x^2 + x^3) - (-4x + 5x^2 + x^3)$
- $(3x^2 + 6x + 16) - (2x^2 + 6x + 8); (8x^2 + 4) - (8x^2 - 4x + 4)$
- $(-9x^3 + 2x^2 - 4x) + (5x^3 - 2x^2 + 3x)$
- $(10 + x - 5x^2) - (6 + x - 3x^2)$
- $(9x^4 - x^3) - (6x^4 - x^3); (3x^2 + 4x - 2) + (2x^2 - 4x + 8)$

Verticales

- $(3x^2 + 6x - 8) - (2x^2 + 14x - 12)$
- $(-4x^3 + 2x^2) + (3x^3 - 2x^2); (7x - 10) + (-7x + 7)$
- $(7 + 4x + 6x^2 - x^3) - (4x + 11x^2 - x^3 + 2x^4)$
- $(9x + 5x^2) - (7x + x^2)$
- $(12x + 5x^2 - 6x^3) - (8x + 5x^2 + 2x^3)$
- $(13x + 15x^2) + (-12x - 14x^2); (-6x^2 + 5x + 1) + (2x^2 - 5x - 1)$
- $(3x^2 + 6x) - (3x^2 + 2x)$
- $(9x^2 - 5x) + (8x - 9x^2)$

Actividad # 8.

La caja de polinomios es una actividad didáctica que permite el desarrollo de diversas operaciones como lo son la suma, la resta, la multiplicación y la división, también sirve para la factorización de expresiones algebraicas. En la actividad didáctica se pueden desarrollar temáticas como áreas y soluciones de ecuaciones lineales.

Utilizando papel periódico cortar cuadros y rectángulos que esquematicen expresiones algebraicas (ver figura), luego en los grupos de trabajo desarrollar las operaciones indicadas de manera analítica y práctica.

- $(4x^2 + 2x - 3) - (2x^2 + x - 4)$
- $(3x^2 + 4x - 3) + (2x^2 + 3x - 4)$
- $(2x^2 + x + 3) - (x^2 + x - 2)$
- $(2x^2 + x + 3) + (x^2 + x - 2)$



Figura 7. Expresiones algebraicas construidas con papel periódico.

Fuente. Marín, F. (2014)

Actividad # 9.

Utilizando papel de diferentes colores realice los montaje (ver figura) y solucione los siguientes productos.

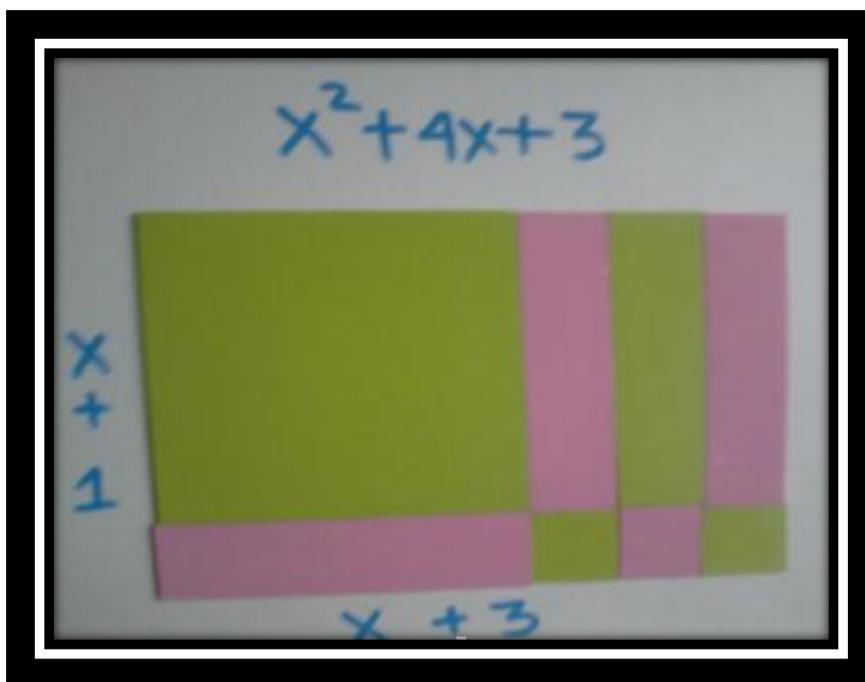


Figura 8. Polinomio algebraico.

Fuente. Marín, F (2014)

- $(x + 2) * (x + 4)$
- $(2x + 1) * (x + 2)$
- $(3x + 1) * (x + 2)$
- $(x + 1) * (x + 4)$

Actividad # 10.

En torno al trabajo desarrollado escriban las reflexiones finales que les ha dejado el trabajo (mínimo 5).

PROCESO DE ACOMPAÑAMIENTO MEDIADO POR LAS TIC

Apreciado estudiante,

A partir de la jornada de inducción, usted inicia el proceso de autoaprendizaje, el cual se extiende hasta la fecha de finalización de las actividades propuestas. Durante este período, usted cuenta con el acompañamiento presencial del profesor, es fundamental consensuar con todos los integrantes del proceso cómo se apoyarán para el trabajo colaborativo, la conformación de los grupos de trabajo y el apoyo de las Tic. La puesta en común, tiene la finalidad de que el estudiante exprese y comparta el logro de su aprendizaje y a la vez, el profesor podrá diagnosticar los puntos que no se han comprendido y merecen una nueva explicación.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

La evaluación es de carácter permanente y valora los desarrollos progresivos que los estudiantes van evidenciando durante el período académico, para tal fin se tendrán en cuenta los siguientes elementos:

- Los avances, las debilidades y las fortalezas en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- El rol de los estudiantes como integrantes de una comunidad.
- Las estrategias y metodologías que utilizan los estudiantes para aprendizaje del álgebra.
- Cómo aplican los conocimientos adquiridos los estudiantes en la solución de problemas propios de los contextos.

El proceso de la evaluación se realizara en tres momentos así:

Autoevaluación

El fortalecimiento de la autonomía, la responsabilidad individual y el compromiso con el proceso, se evidenciara en la evaluación que cada estudiante realice sobre su progreso a lo largo del desarrollo del componente. El sentido de la autoevaluación lo da la reflexión crítica permanente que abarca todos los momentos de la UDPROCO, con la finalidad de determinar los logros y las dificultades; la autoevaluación es una ayuda para que el estudiante logre los objetivos planteados; por ello, es importante que los estudiantes indiquen sus aportes con respecto a contenidos, metodología, logros de aprendizaje, obstáculos cognitivos evidenciados y demás observaciones o sugerencias para el mejoramiento continuo de los procesos.

Evalúe:

- Contenido del material propuesto y del trabajo individual desarrollado.
- Metodología: con el objetivo de enriquecer la asignatura y mejorar el proceso.
- Logros obtenidos, dificultades sentidas: para determinar que visión se obtiene después de realizar el proceso.
- Observaciones y sugerencias.

COEVALUACIÓN

Se realizará constantemente una valoración entre el profesor y los estudiantes, el desarrollo de las UDPROCO y el progreso en los procesos de aprendizaje individual y grupal. Se privilegian espacios de confrontación con los pares sobre sus propios avances, y los aportes en las jornadas de trabajo, asesoría y evaluación.

El sentido de la coevaluación es el de una reflexión crítica permanente que abarca todos los momentos del trabajo, con la finalidad de determinar los logros y las dificultades, se evalúe sus propias acciones y sus procesos como el aporte de los profesores para lograr afianzar la responsabilidad personal y aumentar la autonomía individual.

HETEROEVALUACIÓN

Es el resultado de las apreciaciones que los profesores hacen de los trabajos resultantes del desarrollo de las UDPROCO. Son objeto de la heteroevaluación los trabajos investigativos personales y grupales, las evaluaciones, las puestas en común, las sustentaciones personales y otras actividades que así lo indiquen.

Por eso es fundamental que se evalúen los siguientes aspectos:

- Desarrollo de competencias frente al concepto del álgebra como elemento de expresión de las culturas nacionales, regionales y locales.
- La transposición de aspectos comunes entre la aritmética y el álgebra.
- La Identificación del concepto algebraico como elementos fundamentales en los procesos de formación del estudiante.

PORCENTAJES PARA LA VALORACIÓN FINAL

- Saberes previos: 10%
- Trabajo Individual: incluye evaluaciones y trabajo autónomo 50 %
- Trabajo Grupal: Incluye las actividades desarrolladas de manera colaborativa 40 %

BIBLIOGRAFÍA

Alonso, F y otros, Ideas y Actividades para enseñar Algebra, Grupo

Azarquiel, Editorial Síntesis, España, 1993.

Becerril, A. (2011). Equilibrio del agua en el cuerpo humano. Edic omsa.

Mosquera, J. (2005).Didáctica del algebra. Universidad Abierta. Caracas.

Ortiz, F., Matemática estrategias de enseñanza y Aprendizaje, México, Editorial

Pax México.

Polya, J., Cómo plantear y resolver problemas, México, Trillas, 1954.

Sierra, T. (2010).Didáctica del algebra, Albaida (Almería).

Usiskin, S. (2008). Conceptions of school algebra and uses of variables. En A.

Para el desarrollo de los trabajos de la unidad, usted puede apoyarse en los siguientes documentos:

Alonso, F y otros, Ideas y Actividades para enseñar Algebra, Grupo

Azarquiel, Editorial Síntesis, España, 1993.

Mosquera, J. (2005).Didáctica del algebra. Universidad Abierta. Caracas.

Ortiz, F., Matemática estrategias de enseñanza y Aprendizaje, México, Editorial

Pax México.

Polya, J., Cómo plantear y resolver problemas, México, Trillas, 1954.

Sierra, T. (2010).Didáctica del algebra, Albaida (Almería).

Usiskin, S. (2008). Conceptions of school algebra and uses of variables. En A.

Coxford y A. P. Schulte (Comps.), Ideas of algebra, K-12 (1988 Anuario). Reston: NCTM.

WEBGRAFÍA

<http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html>. National Library of Virtual Manipulatives.

<http://www.coolmath.com/algebra/Algebra1/index.html>

<http://www.ugr.es/local/pflores/pflores@ugr.es>