



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Obtención de imágenes RTM (*Reverse Time Migration*) en zonas estructuralmente complejas**

**Emiro José Chica Quiñones**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias, Departamento de Geociencias  
Bogotá D.C., Colombia  
2015



# **Obtención de imágenes RTM (Reverse Time Migration) en zonas estructuralmente complejas**

**Emiro José Chica Quiñones**

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:  
Magister en Ciencias – Geofísica

Director:  
Doctor Luis Alfredo Montes Vides

Línea de Investigación:  
Prospección Geofísica

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias, Departamento de Geociencias  
Bogotá D.C., Colombia  
2015



A mi esposa Patricia y mi hijo Esteban, por su apoyo incondicional, paciencia extrema y el tiempo que cedieron para que yo pudiera realizar este trabajo. A mi madre Amelia por todo su amor y devoción, y a mi padre Victor (Q.E.P.D.) por toda su pasión por la sismica.



## **Agradecimientos**

Al profesor Luis Alfredo Montes, quien alentó y motivó mi curiosidad durante las clases de la maestría y en especial en esta etapa de investigación.





## Resumen

*Reverse Time Migration* es un método de migración en profundidad que implementa una solución de la ecuación de onda completa. En este trabajo se desarrolla una metodología para la aplicación de RTM pre-apilado a datos sintéticos y reales. Se presentan y analizan los componentes de RTM: Modelamiento de la onda acústica, condiciones de contorno y condición de imagen. Para el modelamiento de la onda se implementó un método de Diferencias Finitas (DF) de alto orden en el dominio espacio-tiempo, basado en un esquema de grilla alternada; en el proceso de extrapolación se aplicó un operador espacial adaptativo de longitud variable, en el cálculo de las derivadas espaciales para reducir el costo computacional en forma efectiva, con poca reducción de la exactitud de la solución numérica. Se estableció una condición de contorno ABC híbrido que combina dos de las soluciones más comunes al problema de las condiciones de contorno: el método predictivo y el método de atenuación. Las imágenes RTM se obtuvieron a partir de una Condición de Imagen por Correlación Cruzada con Separación de Campos. Se aplicó el algoritmo a datos sintéticos obtenidos del modelamiento de una estructura geológica compleja, teniendo control del modelo de velocidades. Sobre datos reales, se obtuvo una imagen de una estructura compleja que permitió conocer la ubicación real de los eventos de reflexión. La imagen sísmica obtenida, presenta mejores eventos sísmicos en comparación con los métodos convencionales de migración.

Palabras clave: Migración, Imagen, RTM, Diferencias Finitas, Ecuación de Onda Acústica completa, Condición de Contorno, Condición de Imagen.

## Abstract

RTM is a depth migration method that implements a solution of the full wave equation. In this work, a methodology for the application of RTM to synthetic and real data is developed. We discuss the components of RTM: Acoustic wave modeling, boundary conditions and imaging condition. A Finite Difference Method (FDM) based on a staggered grid scheme was implemented for the wave modeling. A Hibryd ABC method that combines two of the most common solutions to the problem of boundary conditions: predictive boundary condition and absorbing boundary condition. RTM images were obtained using a Cross-correlation Imaging Condition with Wavefield Decomposition. The algorithm was applied to synthetic data obtained by modeling a complex geological structure, with a known velocity model. On real data, an image of the complex structure was obtained, which allowed us to know the real location of the reflection events. The obtained seismic image better resolved the seismic events compared with conventional methods of migration.

Keywords: Migration, Imaging, RTM, Finite Difference Method, Full Wave Equation, Boundary Condition, Imaging Condition.

Contenido

	<b>Pág.</b>
<b>Resumen</b> .....	<b>IX</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>X</b>
<b>Lista de figuras</b> .....	<b>XIII</b>
<b>Lista de tablas</b> .....	<b>XVI</b>
<b>Introducción</b> .....	<b>1</b>
<b>1. Marco Teórico</b> .....	<b>7</b>
1.1 Modelamiento de la propagación de onda .....	7
1.2 Solución numérica a la ecuación de onda acústica .....	7
1.2.1 Método de Diferencias Finitas (MDF) - Modelamiento en el dominio tiempo-espacio .....	7
1.3 Análisis de Dispersión numérica .....	12
1.4 Análisis de Estabilidad .....	15
1.5 Fronteras no reflectivas.....	16
1.5.1 Método basado en la predicción .....	17
1.5.2 Método basado en atenuación .....	20
1.5.3 Condición de Contorno Absorbente Híbrido (Hybrid ABC) .....	21
1.6 Principios de RTM.....	23
1.7 Modelamiento del campo de ondas de las fuentes y de los receptores .....	24
1.8 Condición de imagen .....	28
1.8.1 Condición de imagen por correlación cruzada con descomposición de campo de onda .....	30
1.8.2 Descomposición del campo de onda .....	33
1.9 Resumen del capítulo .....	35
<b>2. Simulación numérica</b> .....	<b>36</b>
2.1 Ondícula fuente.....	36
2.1.1 Pulso sinusoidal .....	36
2.1.2 Ondícula fuente de Ricker.....	36
2.2 Simulación numérica.....	38
<b>3. Obtención de imágenes RTM</b> .....	<b>45</b>
3.1 Datos sintéticos.....	45
3.1.1 Modelo de cuña.....	45
3.2 Modelo de falla tipo bloque tumbado .....	47
3.3 Modelo de Baysal.....	53
3.4 Modelo de Marmousi.....	59
3.5 Datos Reales.....	61
<b>4. Conclusiones y recomendaciones</b> .....	<b>71</b>
4.1 Conclusiones.....	71
4.2 Recomendaciones .....	72
<b>Bibliografía</b> .....	<b>73</b>



## Lista de figuras

	<b>Pág.</b>
Figura 1.1: Esquema de la grilla para el Método de Diferencias Finitas .....	8
Figura 1.2: Dispersión para diferentes valores de orden de las derivadas espaciales $M$ .	14
Figura 1.3: Dispersión para diferentes valores de intervalo de muestreo $\tau$ .....	14
Figura 1.4: Dispersión para diferentes valores de ángulo de propagación $\theta$ .....	14
Figura 1.5: Gráfica de condición de estabilidad vs orden de las derivadas de DF .....	17
Figura 1.6: Esquema de borde no reflectivo tipo predictivo .....	18
Figura 1.7: Esquema de borde no reflectivo tipo atenuación .....	21
Figura 1.8: Esquema del método ABC Híbrido .....	22
Figura 1.9: Flujo de procesamiento RTM para un registro de campo (en el ejemplo Registro 1). Ver texto para más detalle.....	25
Figura 1.10: Flujo de procesamiento RTM para N registros de campo .....	26
Figura 1.11: Volumen de datos que representa el campo de ondas de las fuentes .....	27
Figura 1.12: Volumen de datos que representa el campo de ondas de los receptores....	28
Figura 1.13: Principio de condición de imagen por correlación cruzada.....	29
Figura 1.14: Trayectoria de propagación .....	31
Figura 1.15: Trayectoria de una onda prismática.....	32
Figura 2.1: Pulso sinoidal.....	37
Figura 2.2: Ondícula Ricker para diferentes frecuencias dominantes .....	37
Figura 2.3: Imagen instantánea de condición de borde por el método ABC Híbrido .....	39
Figura 2.4 Imagen de la onda incidente y reflejada en el contorno derecho .....	40
Figura 2.5 Onda reflejada artificialmente por el borde derecho .....	41
Figura 2.6 Modelo de velocidades de capas planas .....	41
Figura 2.7 Sismograma calculado con MFDGA y condición de borde ABC Híbrido para un sistema de capas horizontales (ver Figura 2.6) .....	41
Figura 2.8: Instantáneas de propagación de la onda para diferentes valores de orden 2M-esimo de las derivadas espaciales .....	43
Figura 3.1: Modelo simple de cuña .....	46
Figura 3.2: Condición de imagen por correlación cruzada, normalizada por los receptores .....	46
Figura 3.3: Condición de imagen por correlación cruzada, normalizada por las fuentes .	47
Figura 3.4: Condición de imagen por descomposición de campos de onda.....	47
Figura 3.5: Modelo de falla vertical .....	48
Figura 3.6: Imagen instantánea del modelamiento de las fuentes.....	49
Figura 3.7: Imagen instantánea del modelamiento de las receptoras .....	49
Figura 3.8: Slice del campo de ondas de las fuentes a una profundidad fija $z = 1200$ m. 50	

Figura 3.9: Slice del campo de ondas de las receptoras a una profundidad fija $z = 1200$ m .....	51
Figura 3.10: Slice del campo de ondas de las fuentes a una ubicación fija en superficie de $x = 1600$ m.....	52
Figura 3.11: Slice del campo de ondas de los receptores a una ubicación fija en superficie de $x = 1600$ m.....	52
Figura 3.12: Imagen migrada del modelo de falla tipo bloque tumbado .....	53
Figura 3.13: Modelo original de Baysal - falla de cabalgamiento .....	54
Figura 3.14: Modelo de velocidades tomado de Baysal <i>et al</i> (1983). El modelo tiene un tamaño de 2000 m en profundidad y 3000 m en distancia. El tamaño de la grilla es de 10 m.....	54
Figura 3.15: Imagen migrada del modelo de Baysal por Correlación Cruzada .....	55
Figura 3.16: Imagen migrada del modelo de Baysal por Correlación Cruzada normalizada por la iluminación de los receptores .....	55
Figura 3.17: Imagen migrada del modelo de Baysal por Correlación Cruzada normalizada por la iluminación de las fuentes.....	56
Figura 3.18: Imagen migrada de falla de cabalgamiento.....	57
Figura 3.19: Modelo de falla de cabalgamiento alta resolución.....	58
Figura 3.20: Imagen migrada preapilado del modelo de Baysal (1983) de una falla de cabalgamiento alta resolución .....	58
Figura 3.21: Imagen migrada post-apilado del artículo de Baysal.....	59
Figura 3.22: Modelo original de Marmousi.....	60
Figura 3.23: Modelo de Marmousi remuestreado .....	60
Figura 3.24: Imagen final migrada del modelo Marmousi.....	61
Figura 3.25: Modelo de velocidades interválicas datos reales .....	64
Figura 3.26: Imagen migrada preapilado en tiempo datos reales. El recuadro rojo se puede observar empliado en la Figura 3.28 .....	65
Figura 3.27: Imagen RTM datos reales. El recuadro ampliado se puede observar en la Figura 3.29.....	66
Figura 3.28: Acercamiento de imagen PSTM de la zona mostrada en el recuadro de la figura Figura 3.26.....	67
Figura 3.29: Acercamiento de imagen RTM de la zona mostrada en el recudro de la Figura 3.27 .....	68
Figura 3.30: Comparación registro real y sintético .....	69



## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 1.1: Código MatLab para resolver una matriz de Vandermonde .....	11
Tabla 1.2: Coeficientes $am$ para $M = 20$ y diferentes valores de $r$ .....	12
Tabla 1.3: Coeficientes $am$ de Diferencias Finitas de alto orden para diferentes valores de $M$ .....	16
Tabla 1.4 Valores de $wi$ para la ponderación del campo de ondas para diferentes valores de $N$ .....	23



# Introducción

La exploración y explotación de hidrocarburos se basa en gran medida en la confiabilidad del análisis de imágenes sísmicas del subsuelo; esto es particularmente importante en los cinturones plegados encontrados en las estribaciones rocosas de numerosas regiones de todo el mundo, incluyendo el piedemonte de Colombia. Tales regiones son tradicionalmente difíciles de explorar debido a cambios laterales de la velocidad de propagación de las ondas sísmicas y fuertes ángulos de buzamiento, que hacen que los eventos aparezcan ubicados en sitios muy diferentes a su posición real.

La solución para corregir los problemas de imagen y posicionamiento en los datos sísmicos se logra a través de la *migración sísmica*, proceso que mueve las reflexiones a su lugar correcto en el subsuelo, a la vez que colapsa las difracciones, mejorando la resolución espacial y permitiendo una imagen más cercana a la geología del subsuelo.

El objetivo principal de la migración es obtener una sección apilada que sea similar a la sección de la geología del subsuelo en profundidad. En la *migración en tiempo*, esta sección se representa justamente en ese dominio, permitiendo su comparación con la sección no migrada, al estar ambas representadas en tiempo. La migración en tiempo logra una imagen correcta en los casos en que las variaciones laterales de velocidad de propagación de las ondas sísmicas en el subsuelo sean moderadas, y las estructuras geológicas sean relativamente simples. En los casos contrarios, donde se presentan fuertes variaciones laterales de velocidad y estructuras geológicas complejas es necesario recurrir a la migración en profundidad. El resultado de este tipo de migración es una sección en profundidad acorde con la geología del subsuelo (Yilmaz, 1987).

Los algoritmos de migración en profundidad se pueden categorizar en métodos basados en trazado de rayos y métodos basados en ecuación de onda. Cada grupo puede a su vez dividirse en subclases: los métodos basados en rayos incluyen la migración Kirchhoff y haz de rayos (*beam migration*), mientras que el grupo de la ecuación de onda incluye la migración de ecuación de onda unidireccional y RTM basado en la ecuación de onda acústica completa (Faqui Liu *et al*, 2011).

El método de Kirchhoff ha sido el algoritmo de migración predominante en la industria de los hidrocarburos desde finales de la década de los 90 del siglo XX. Este método puede lograr imágenes de estructuras de buzamientos abruptos, domos y otras estructuras geológicas, es eficiente y flexible; sin embargo, debido a que los rayos son una solución asintótica de la ecuación de onda, no es efectiva a la hora de obtener imágenes de estructuras complejas, especialmente porque la implementación numérica está limitada a un arribo único. El método de haz de rayos tiene las mismas ventajas que el método de Kirchhoff, con la ventaja adicional que es multi-arribo; sin embargo es fundamentalmente un trazado de rayos y no funciona apropiadamente en modelos complejos de velocidad.

Los métodos de migración basados en la ecuación de onda unidireccional, utilizan la aproximación paraxial a la ecuación de onda para extrapolar el campo de ondas de una profundidad a la siguiente para cada componente de frecuencia (en el caso particular espectral). Este método funciona muy bien para la propagación de ondas en direcciones contenidas en un rango limitado de ángulos cercanos a la dirección principal, usualmente la dirección vertical, pero fallan al manejar la propagación de ondas en un rango mayor de ángulos, especialmente cercano o mayor a  $90^\circ$ . Debido a esto, un método basado en la ecuación de onda unidireccional no puede generar imágenes de reflectores con buzamientos muy inclinados (Etgen *et al*, 2009).

RTM es un método de migración en profundidad que implementa con mayor exactitud una solución de la ecuación de onda completa; puede describir con precisión la propagación de ondas en medios complejos sin limitaciones en los ángulos de buzamiento, ofreciendo amplitudes más exactas del reflector y mejor posicionamiento de las estructuras en geologías complejas que antes eran imposibles de interpretar o entender a partir de datos sísmicos. La superioridad de RTM sobre otros algoritmos de migración resulta del hecho de que se utiliza la ecuación acústica de onda completa para extrapolar el campo de ondas; ésta permite simular con gran precisión la propagación de las ondas en cualquier dirección, incluyendo las reflexiones (múltiples reflexiones - ondas prismáticas) y las transmisiones, de esta manera el algoritmo no sufre las limitaciones de buzamiento, y puede iluminar estructuras volcadas y otras estructuras complejas (Faqui Liu *et al*, 2011).

Los inicios de RTM se remontan al trabajo de Hemon (1978), donde estableció indirectamente el principio de la idea de RTM al resolver la ecuación de onda por medio del Método de Diferencias Finitas, sin embargo no hizo énfasis en el potencial del método. La primera vez que RTM fue usado en la exploración sísmica fue en 1983 y puede ser atribuido al trabajo independiente de varios geocientíficos. Baysal *et al* (1983) usó el método pseudo-espectral para establecer el principio de RTM, sin embargo su solución limitó el ángulo de buzamiento a  $90^\circ$ . McMechan (1983) usó el Método de Diferencias Finitas de segundo orden para resolver la ecuación completa de onda acústica y su método solucionó la limitación del ángulo de buzamiento del método de Baysal. Loewenthal y Muffti (1983) usaron la solución analítica exponencial en el dominio frecuencia-número de onda (F-K) para resolver la ecuación de onda. Su método era rápido pero solo adaptado a modelos de velocidad constante. Withmore (1983) utilizó RTM para obtener información de capas y actualizar el modelo de velocidades en un método recurrente. Originalmente todos estos métodos fueron usados en RTM post-apilado. El alto costo de cálculo y el uso masivo de memoria en los equipos, limitó la popularización de RTM, por lo que este método no fue usado en la industria durante un largo período de tiempo. En años recientes, el desarrollo tecnológico de los computadores y la producción más económica de éstos, unido a la cada vez más exigente necesidad de explorar reservorios en estructuras más complejas las cuales demandan imágenes más precisas, ha traído de vuelta a RTM como un método válido para solucionar estos problemas.

A partir de los trabajos citados, el desarrollo de RTM se ha dado en diferentes líneas. La primera busca ampliar el algoritmo para cubrir los diferentes aspectos que se enfrentan en la geología real, de tal manera que se ha pasado de un método post apilado a preapilado (MacMechan y Chang, 1990), de un medio acústico a uno elástico (Chang y MacMechan, 1994), de uno isotrópico a uno anisotrópico (Zhang y Zhang, 2008; Fletcher *et al.*, 2009; Huang *et al*, 2009; Zhang y Zhang, 2009), cuyos trabajos incluyen medios

con Anisotropía Polar Vertical (VTI por sus siglas en inglés) y Anisotropía Polar Inclinada (TTI por sus siglas en inglés).

La segunda línea de desarrollo busca disminuir el tiempo de cómputo, el cual se ha abordado de dos maneras: una, mejorando la teoría en la que se basa el método que es pertinente al campo de la geofísica y la otra, usando computación en paralelo de alto desempeño que pertenece al campo de la ingeniería de sistemas. Para disminuir tiempos de cálculo Wang (2000) propuso un método que usa intervalos de tiempo variables e intervalos espaciales (tamaño de la grilla) también variables. Guan *et al* (2009), presentó un artículo donde dividió el modelo de velocidades en varias franjas sucesivas en la dirección de la profundidad, de acuerdo con las características geológicas del modelo; para cada franja escogió intervalos de tiempo y de espacio acorde con las características geológicas, de tal forma que el tiempo de cálculo fue optimizado para cada franja, luego los resultados migrados de cada franja fueron utilizados como datos de entrada de la siguiente franja.

La tercera línea busca mejorar la resolución de las imágenes resultantes de RTM, mejorando los dos aspectos que son el núcleo del método: El modelamiento de la propagación de ondas y la condición de imagen.

Teniendo en cuenta que la exactitud y eficiencia de RTM depende en gran medida del algoritmo usado para la solución numérica de la ecuación de onda (Tessmer, 2011), hacer que éste sea rápido y preciso es el objetivo de los principales desarrollos en el campo de la geociencia. Los métodos más usados para la solución numérica de la ecuación de onda son: Método Diferencias Finitas (Kelly *et al*, 1976; Virieux, 1984, 1986; Etgen y O'Brien, 2007), Método de Elementos Finitos (Komatitsch y Vilotte, 1998; Rivière y Wheeler, 2003) y Método Pseudo-Espectral (Kosloff y Baysal, 1982; Liu y Wei, 2005). Karazincir y Gerrard (2006) compararon los resultados de RTM usando el Método Pseudo-Espectral y el Método de Diferencias Finitas de alto orden, concluyendo que éste último tiene menor costo computacional, no presenta el ruido inducido por la Transformada de Fourier, además es más fácil de implementar, computacionalmente hablando.

Para mejorar la precisión y disminuir la dispersión numérica en el Método de Diferencias Finitas, se requiere implementar un esquema de alto orden para calcular las derivadas espaciales y temporales, sin embargo, esto implica un mayor costo de computación por uso de memoria, espacio de almacenamiento y tiempo de uso del procesador (Chen, 2007, 2011). Normalmente se usa el segundo orden para las derivadas temporales, ya que, como se verá en el siguiente capítulo, cumple con las condiciones de estabilidad y dispersión numérica, siendo más importante el efecto del orden de las derivadas espaciales sobre la dispersión y estabilidad del método. Teniendo esto en cuenta, es normal que el esfuerzo de investigación se haya dirigido a mejorar el método de alto orden de las derivadas espaciales. Dablain (1986), Yan y Liu (2012), usaron la expansión de series de Taylor para calcular los coeficientes de alto orden del Método de Diferencias Finitas para las derivadas espaciales. Liu y Sen (2009c, 2010a, 2011a) desarrollaron un Método de Diferencias Finitas en el dominio espacio-tiempo, utilizando la teoría de ondas planas y las series de expansión de Taylor para resolver la ecuación de onda acústica en un medio con Anisotropía Polar Vertical, para una grilla regular; posteriormente ellos mismos derivaron su método (Liu y Sen, 2011c) para una grilla alternada, teniendo en cuenta que esta presenta mejor estabilidad y precisión que el método basado en la grilla regular (Igel *et al*, 1992; Dong *et al*, 2000). Este esquema de grilla alternada puede ser

usada con la ecuación de onda elástica (Graves, 1996; Moczo *et al*, 2000, 2002; Mittet, 2002), viscoacústica y viscoelástica (Robertsson *et al*, 1994; Bohlen, 2002); puede igualmente usarse con modelos que incluyan la superficie topográfica (Robertsson, 1996; Ohminato y Chouet, 1997; Hestholm y Ruud, 1998; Hayashi y Burns, 2001; Hestholm, 2003; Lombard *et al*, 2008). Saenger *et al* (2000) derivó un esquema de grilla alternada rotada; este modelo permite simular la propagación de la onda elástica en un medio que contiene grietas o poros (Saenger y Shapiro, 2002), anisotropía (Saenger y Bohlen, 2004; Bansal y Sen, 2008), y dispersiones y difracciones producidas por una grieta única (Krüger *et al*, 2005).

Con respecto a la condición de imagen, ésta ha sido obtenida tradicionalmente por la correlación cruzada cero retardo del campo de ondas de las fuentes con el campo de ondas de las receptoras, bajo la suposición de que la primera representa el campo de ondas descendente y la segunda representa el campo de ondas ascendente (Claerbout 1985). La imagen se forma por la coincidencia de la onda que incide y la que se refleja tanto en tiempo como en espacio. Esta condición de imagen provee una solución cinemáticamente correcta y el costo de cómputo es bajo. Sin embargo, en casos de grandes contrastes de impedancia y estructuras geológicas complejas, los campos de onda no pueden ser separados en forma eficiente. En tales casos, la condición de imagen por correlación cruzada introduce artefactos de baja frecuencia en la imagen final, por lo que esta condición es suficiente solo para medios con bajo contraste de impedancias y estructuras geológicas simples. (Liu y Zhang, 2011).

Aunque la condición de imagen no es exclusiva de RTM y ha sido usada ampliamente en migración con ecuación de onda unidireccional, este ruido solo aparece en imágenes de RTM. Estos artefactos son el resultado de la correlación cruzada de los campos de ondas de las fuentes y los receptores, en puntos de no reflexión a lo largo de la trayectoria de la propagación de la onda.

La eliminación de estos artefactos es uno de los mayores desafíos que presenta RTM, y que ha sido estudiado y manejado de diferentes maneras; en RTM post-apilado, las reflexiones en las interfaces pueden suprimirse con un acoplamiento artificial de la impedancia de los medios a ambos lados de la interfaz, lo que da como resultado la ecuación de onda no reflectiva (Baysal *et al*, 1984). Otro recurso efectivo es suavizar el modelo de velocidades para reducir las reflexiones (Lowenthal *et al*, 1987). Sin embargo estos enfoques son inefectivos en la migración pre-apilado, porque las reflexiones a ángulos de incidencia diferentes de cero pueden ocurrir en una interfaz aunque la impedancia sea la misma.

Fletcher *et al* (2005) propusieron aplicar un factor de atenuación direccional; Yoon y Marfurt (2006) propusieron el uso de un vector señalador para mejorar la condición de imagen basada en la correlación cruzada. Guitton *et al* (2006) utilizó un filtro de mínimos cuadrados para remover los artefactos de la condición de imagen. Zhang y Sun (2009) propusieron dos alternativas para atenuar los artefactos: uno basado en enmudecer las trazas pre-apilado, agrupadas por ángulos de procedencia, el otro involucra el escalamiento de los datos de entrada y la aplicación de un filtro de la imagen apilada usando un filtro Laplaciano. Chattopadhyay y McMechan (2008) analizaron diferentes clases de condiciones de imagen, y demostraron que la condición de imagen por correlación cruzada normalizada por la fuente, representa la reflectividad del modelo y provee la escala y la polarización correcta de la imagen RTM. Otros enfoques como la modificación de la condición de imagen en sí han sido propuestas, tales como la

normalización de la correlación cruzada (Kaelin y Guitton, 2006) y la descomposición de los campos de ondas antes de la condición de imagen por correlación cruzada (Liu Faqui *et al*, 2007, 2011).

El otro aspecto de RTM, común con muchos problemas científicos y de ingeniería que requieren de la solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales, ya sean Diferencias Finitas, Pseudo-espectral y Elementos Finitos, es la condición de borde. Debido al dominio finito de los métodos de computación, se presenta un problema persistente en la solución numérica de la ecuación de onda, las reflexiones artificiales indeseadas en los bordes o contornos, introducidos en el modelamiento por el truncamiento del dominio computacional.

Las Condiciones de Contorno Absorbente (ABC por sus siglas en inglés) se han usado comúnmente para atenuar las reflexiones no deseadas en el modelamiento de bordes, introducidas en la solución numérica de la ecuación de onda, al truncar el dominio de cálculo. Existen básicamente tres clases de ABC. La primera clase es un método basado en la predicción, en el cual los valores del campo de onda son calculados usualmente por alguna aproximación numérica tal como las ecuaciones de onda unidireccional (OWWE por sus siglas en inglés) (Clayton y Engquist, 1977); algunos desarrollos de este método han sido presentados por Zhou y McMechan, (2000). Guddati y Heidari (2006) desarrollaron la ecuación de onda unidireccional de alto orden para reducir las reflexiones de borde. La segunda clase se basa en un método de atenuación; generalmente se usa una función exponencial para atenuar el campo de onda dentro de un área de amortiguación cercana a los bordes (Cerjan *et al*, 1985); algunas mejoras han sido presentadas en la literatura por Kosloff y Kosloff, (1986); Sochacki *et al*, (1987); Cao y Greenhalgh, (1989); Sarma *et al* (1998); Tian *et al* (2008). La tercera clase es el de la Capa Perfectamente Coincidente (PML por sus siglas en inglés) (Bérenger, 1994; Hasting *et al*, 1996). Este método es también un método de atenuación, sin embargo el operador de atenuación es derivado en forma rigurosa. De estos tres métodos, el basado en la predicción es el menos costoso en términos de capacidad de cómputo y absorbe las reflexiones del borde en forma moderada. El método de atenuación tiene un costo computacional moderado y es el de resultados más pobres. El método PML es el más costoso en término de capacidad de cómputo pero generalmente se obtiene la mejor absorción de las reflexiones de borde. Liu y Sen, (2010b) propusieron un método híbrido de ABC, uniendo el método predictivo con el método de atenuación, añadiendo un área de transición entre el área del modelamiento y el borde, introduciendo un estrategia de ponderación para el campo de onda modelado y el predictivo. Este esquema tiene las ventajas de un pequeño costo computacional y una mejora significativa en la absorción.

El objetivo principal de este trabajo es obtener imágenes migradas usando RTM, en zonas geológicas estructuralmente complejas, cumpliendo los siguientes objetivos específicos: Implementar un algoritmo de RTM en MatLab, migrar datos sintéticos a partir de modelos simples hasta complejos y finalmente migrar datos reales con el código implementado.

Se debe tener en cuenta que el software comercial no es accesible ya que los centros de procesamiento en Colombia no poseen licencias, por ser de un altísimo costo y una baja demanda en el mercado nacional, además el software académico de procesamiento de datos sísmicos, de código libre como *Seismic Un\*x* o *Madagascar*, no poseen herramientas de RTM. Por otro lado, si bien los artículos sobre RTM son prolíficos, la

información es fragmentada e inconexa, por lo que el aporte de este trabajo es servir de guía, así como conexión de los diferentes aspectos teóricos y prácticos de RTM.

El algoritmo implementado se basa en el Método de Diferencias Finitas (MDF) de alto orden en el dominio de espacio-tiempo, para el modelamiento de la onda en un medio acústico, basado en un esquema de grilla alternada; en el proceso de extrapolación se aplicó un operador espacial adaptativo de longitud variable en el cálculo de las derivadas espaciales, para reducir el costo computacional en forma efectiva con poca reducción de la exactitud de la solución numérica. Después de examinar dos de las soluciones más comunes, al problema de las condiciones de contorno, el método predictivo y el método de atenuación, se estableció un método híbrido que combina lo mejor de ambas soluciones. La condición de imagen utilizada se basa en la correlación cruzada con descomposición de los campos de onda.

# 1. Marco Teórico

## 1.1 Modelamiento de la propagación de onda

El modelamiento de la propagación de las ondas sísmicas juega un papel importante en casi todos los aspectos de la exploración sísmica. Proporciona un medio para entender el carácter de los datos sísmicos registrados, y es la base de muchos algoritmos de procesamiento de datos sísmicos, incluyendo la atenuación del ruido coherente, eliminación de múltiples, migración e inversión. Otra área de aplicación del modelamiento sísmico está en el diseño y evaluación de estudios de adquisición sísmica, donde se evalúan diferentes geometrías de adquisición e hipótesis del modelo del subsuelo para elegir una adquisición óptima.

La solución al problema de simular estudios sísmicos, implica resolver la ecuación diferencial que describe la propagación de la onda en la subsuelo, bajo un conjunto de condiciones inicial, final y de contorno. Una de las técnicas numéricas más exitosas para resolver estas ecuaciones diferenciales, es el Método de Diferencias Finitas (MDF), el cual consiste en una aproximación numérica de las derivadas de la ecuación diferencial de onda, cuando es posible una adecuada discretización en espacio y tiempo, de tal manera que permita el cálculo preciso de las derivadas de la ecuación de onda, el MDF es la técnica más exacta para simular la propagación de la onda (ya sea acústica o elástica) a través de modelos geológicos complejos.

## 1.2 Solución numérica a la ecuación de onda acústica

### 1.2.1 Método de Diferencias Finitas (MDF) - Modelamiento en el dominio tiempo-espacio

La ecuación escalar de onda acústica es usada para describir la propagación de la onda sísmica. En 2 dimensiones (2D) está dada por (Claerbout, 1985),

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \rho v^2 \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \right] \quad (1.1)$$

Donde  $p = p(x, z, t)$  es el campo de ondas escalar,  $\rho$  es la densidad del medio,  $t$  es el tiempo de propagación de la onda,  $x$  y  $z$  son las coordenadas espaciales, y  $v$  es la velocidad de propagación de la onda sísmica.

La segunda derivada  $p$  con respecto  $t$  puede aproximarse en Diferencias Finitas como (Yan *et al*, 2013):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \approx \frac{\delta^2 p}{\delta t^2} \quad (1.2)$$

y a su vez

$$\frac{\delta^2 p}{\delta t^2} = \frac{1}{\tau^2} (p_{x,z}^{t-\tau} + p_{x,z}^{t+\tau} - 2p_{x,z}^t) \quad (1.3)$$

donde  $\tau = \delta t$  es el intervalo de tiempo,  $p_{m,j}^n = p(x + mh, z + jh, t + n\tau)$ , y  $h$  es el tamaño de la grilla. (ver Figura 1.1)

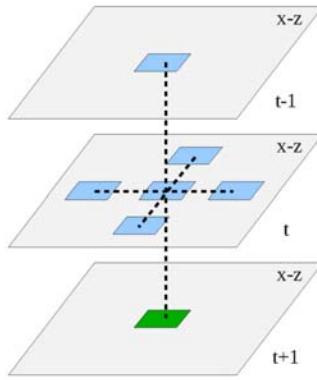


Figura 1.1: Esquema de la grilla para el Método de Diferencias Finitas

Para incrementar la exactitud numérica de las diferencias finitas, se usó un orden superior para las derivadas espaciales en la ecuación (1.3). De acuerdo con Kindelan *et al* (1990), las fórmulas para un orden  $2M$ -simo están dadas por

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{\delta p}{\delta x} = \frac{1}{h} \sum_{m=1}^M a_m (p_{x+m-1/2,z}^t - p_{x-m+1/2,z}^t) \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} \approx \frac{\delta p}{\delta z} = \frac{1}{h} \sum_{j=1}^M a_m (p_{x,z+j-1/2}^{-0} - p_{x,z-j+1/2}^1) \quad (1.5)$$

donde  $a_m$  son los coeficientes del Método de Diferencias Finitas de Grilla Alternada (MDFGA) en las derivadas espaciales.

Asumiendo que la densidad en el medio varía muy suavemente respecto a las variaciones de velocidad, y sustituyendo las ecuaciones (1.3), (1.4) y (1.5) en la ecuación (1.1), se tiene



$$\begin{aligned}
& \frac{1}{h^2} \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^M a_m a_j [(p_{x+m+j-1,z}^t - p_{x+m-j,0}^t) - (p_{x-m+j,z}^t - p_{x-m-j+1,z}^t)] \\
& + \frac{1}{h^2} \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^M a_m a_j [(p_{x,z+m+j-1}^t - p_{x,z+m-j}^t) \\
& - (p_{x,z-m+j}^t - p_{x,z-m-j+1}^t)] \approx \frac{1}{v^2 \tau^2} (p_{x,z}^{t+1} + p_{x,z}^{t-1} - 2p_{x,z}^t)
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Para realizar la extrapolación de la onda en el medio, lo que se quiere conocer es  $p_{x,z}^{t+1}$ , a partir de los valores conocidos de  $p_{x,z}^t$  y  $p_{x,z}^{t-1}$ , por lo que

$$\begin{aligned}
p_{x,z}^{t+1} &= 2p_{x,z}^t - p_{x,z}^{t-1} \\
& + v^2 \tau^2 \left[ \frac{1}{h^2} \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^M a_m a_j [(p_{x+m+j-1,z}^t - p_{x+m-j,0}^t) \right. \\
& - (p_{x-m+j,z}^t - p_{x-m-j+1,z}^t)] \\
& + \frac{1}{h^2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M a_m a_j [(p_{x,z+m+j-1}^t - p_{x,z+m-j}^t) \\
& \left. - (p_{x,z-m+j}^t - p_{x,z-m-j+1}^t)] \right]
\end{aligned} \tag{1.7}$$

Donde  $r = v\tau/h$ .

A partir de la teoría de ondas planas se derivará la metodología para encontrar los valores de  $a_m$  que son los coeficientes del Método de Diferencias Finitas.

Haciendo

$$p_{m,j}^n = e^{i[k_x(x+mh) + k_z(z+jh) - \omega(t+n\tau)]} \tag{1.8}$$

Donde  $k$  es el número de onda y  $\omega$  es la frecuencia angular.

Substituyendo la ecuación (1.8) en la ecuación (1.6) y simplificando tenemos

$$\left[ \sum_{m=1}^M a_m \sin((m-0.5)k_x h) \right]^2 + \left[ \sum_{m=1}^M a_m \sin((m-0.5)k_z h) \right]^2 \approx [r^{-1} \sin(0.5\omega\tau)]^2 \tag{1.9}$$

Haciendo

$$k_x = k \cos \theta \text{ y } k_z = k \sin \theta \tag{1.10}$$

donde  $k$  es el número de onda,  $\omega$  es la frecuencia angular y  $\theta$  es el ángulo de propagación de la onda plana.

$$\left[ \sum_{m=1}^M a_m \sin((m-0.5)kh \cos \theta) \right]^2 + \left[ \sum_{m=1}^M a_m \sin((m-0.5)kh \sin \theta) \right]^2 \approx [r^{-1} \sin(\omega\tau)]^2 \quad (1.11)$$

Usando una expansión en series de Taylor para ecuaciones de seno en la ecuación (1.11) y comparando los coeficientes de número de onda (Liu *et al* 2011c), se obtienen los coeficientes MDFGA en el dominio tiempo-espacio, los cuales están determinados por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1^1 & 3^1 & \dots & (2M-1)^1 \\ 1^3 & 3^3 & \dots & (2M-1)^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1^{2M-1} & 3^{2M-1} & \dots & (2M-1)^{2M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_M \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

donde

$$b_1 = 1 \quad (1.13)$$

$$b_n = \frac{(\sum_{j=1}^n \beta_j \beta_{n+1-j}) r^{2n-2} - \sum_{j=2}^{n-1} [b_j b_{n+1-j} (c_j c_{n+1-j} + d_j d_{n+1-j})]}{2(c_1 c_n + d_1 d_n)}, \quad (n = 2, 3, \dots, M) \quad (1.14)$$

y

$$\beta_n = \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)!}, c_n = (\cos \theta)^{2n-1} \beta_n, d_n = (\sin \theta)^{2n-1} \beta_n \quad (1.15)$$

Los coeficientes  $a_m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) se obtienen resolviendo las ecuaciones (1.12) a (1.15). Se puede observar que tanto  $a_m$  como  $b_m$  dependen del ángulo de propagación de la onda plana  $\theta$ . Para obtener un solo conjunto de ecuaciones, es necesario escoger un ángulo de propagación óptimo. De las ecuaciones (1.14) y (1.15) se puede observar que cuando  $\theta$  cambia a  $n\pi/2 \pm \theta$ ,  $a_m, b_2, b_3, \dots, b_M$  no sufren cambios, esto es

$$a_m(\theta) = a_m(n\pi/2 \pm \theta) \quad (1.16)$$

Y por lo tanto

$$a_m(\pi/8) = a_m(\pi/8 \pm n\pi/4) \quad (1.17)$$

Usando  $\theta = \pi/8$  para resolver las ecuaciones (1.12) y (1.14), el modelamiento MDF puede alcanzar la exactitud más alta del orden  $2M$ -simo en estas ocho direcciones:  $\theta = (2n-1)\pi/8$ , ( $n = 1, 2, \dots, 8$ ). Por lo tanto, para el cálculo de  $a_m$  se usó  $\theta = \pi/8$ , de esta forma se garantiza una menor dispersión para un rango mayor de ángulos de propagación.

Cuando  $M$ , que representa el orden de la solución numérica MDF, es alto, la matriz del primer término de la ecuación (1.12) se convierte en una matriz casi singular, por lo que no es posible resolver este sistema de ecuaciones invirtiendo la matriz de coeficientes. Un recurso es reescribir la ecuación (1.12) dividiendo todos los términos por  $(2M - 1)$  de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} 1^0 & 3^0 & \dots & (2M-1)^0 \\ 1^2 & 3^2 & \dots & (2M-1)^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1^{2M-2} & 3^{2M-2} & \dots & (2M-1)^{2M-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ 3a_2 \\ \vdots \\ (2M-1)a_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_M \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

De esta forma el primer término es una matriz de Vandermonde, y se puede utilizar el algoritmo de Vandermonde para resolverla. Este algoritmo es computacionalmente eficiente y permite economizar recursos en el modelamiento. (Golub y Van Loan, 1996), (Björk y Pereyra, 1970).

Este algoritmo de Vandermonde codificado en MatLab se escribió de la siguiente manera (Tabla 1.1):

Tabla 1.1: Código MatLab para resolver una matriz de Vandermonde

```
%Solución de la matriz de Vandermonde
%
% bb es una matriz Vandermonde
n=length(bb);
for k=1:n-1
    for i=n:-1:k+1
        bb(i)=bb(i)-xx(k)*bb(i-1);
    end
end
for k=n-1:-1:1
    for i=k+1:n
        bb(i)=bb(i)/(xx(i)-xx(i-k));
    end
    for i=k:n-1
        bb(i)=bb(i)-bb(i+1);
    end
end
am=bb./a;
```

Las ecuaciones (1.7), (1.13)(1.12) a (1.15) y (1.18) son usadas para el modelamiento de la propagación de la onda acústica 2D, tanto en la dirección del tiempo para las fuentes (forward modeling) como en la dirección contraria para las receptoras (backward modeling), para la obtención de las imágenes RTM. En la tabla Tabla 1.2 se muestran los valores de  $a_m$  para  $M = 20$  y valores de  $r = 0.2$  y  $r = 0.3$ , para  $r = v\tau/h$ .

### 1.3 Análisis de Dispersión numérica

El truncamiento que se hace con las aproximaciones de las derivadas espaciales, en la solución numérica de la ecuación de onda, introduce un error que se denomina dispersión numérica de la grilla.

Tabla 1.2: Coeficientes  $a_m$  para  $M = 20$  y diferentes valores de  $r$

$m$	$r=0.2$	$r=0.3$
1	$0.12426 \times 10^1$	$0.12243 \times 10^1$
2	$-0.11895 \times 10^0$	$-0.10972 \times 10^0$
3	$0.34902 \times 10^{-1}$	$0.32030 \times 10^{-1}$
4	$-0.13148 \times 10^{-1}$	$-0.12049 \times 10^{-1}$
5	$0.53001 \times 10^{-2}$	$0.48543 \times 10^{-2}$
6	$-0.21283 \times 10^{-2}$	$-0.19487 \times 10^{-2}$
7	$0.82042 \times 10^{-3}$	$0.75107 \times 10^{-3}$
8	$-0.29668 \times 10^{-3}$	$-0.27157 \times 10^{-3}$
9	$0.98985 \times 10^{-4}$	$0.90602 \times 10^{-4}$
10	$-0.30056 \times 10^{-4}$	$-0.27510 \times 10^{-4}$
11	$0.82011 \times 10^{-5}$	$0.75059 \times 10^{-5}$
12	$-0.19849 \times 10^{-5}$	$-0.18165 \times 10^{-5}$
13	$0.41999 \times 10^{-6}$	$0.38437 \times 10^{-6}$
14	$-0.76378 \times 10^{-7}$	$-0.69899 \times 10^{-7}$
15	$0.11683 \times 10^{-7}$	$0.10692 \times 10^{-7}$
16	$-0.14606 \times 10^{-8}$	$-0.13367 \times 10^{-8}$
17	$0.14322 \times 10^{-9}$	$0.13106 \times 10^{-9}$
18	$-0.10323 \times 10^{-10}$	$-0.94468 \times 10^{-11}$
19	$0.48615 \times 10^{-12}$	$0.44490 \times 10^{-12}$
20	$-0.11220 \times 10^{-13}$	$-0.10267 \times 10^{-13}$

Para describir la dispersión numérica, se define el parámetro  $\delta$ , como la relación entre la velocidad dispersión de las Diferencias Finitas  $v_{DF}$  y la velocidad real del medio para un determinado ángulo de dirección  $\theta$  de propagación. Usando la ecuación (1.11),  $\delta$  puede ser expresada como (Liu y otros, 2011c)

$$\delta = \frac{v_{DF}}{v} = \frac{\omega}{kv}$$

$$= \frac{2}{rkh} \sin^{-1} \left( r \sqrt{\left\{ \sum_{m=1}^M a_m \sin[(m - 0.5)kh \cos \theta] \right\}^2 + \left\{ \sum_{m=1}^M a_m \sin[(m - 0.5)kh \sin \theta] \right\}^2} \right) \quad (1.19)$$

Teniendo en cuenta que  $\delta(\theta)$  es una función periódica con un período de  $\pi/2$ , solo es necesario calcularla para valores de  $\theta$  desde 0 a  $\pi/4$ . De la ecuación (1.19), se puede observar que si  $\delta$  es igual a 1, no hay dispersión numérica y si  $\delta$  es muy diferente a 1, ocurrirá una gran dispersión numérica. La dispersión aparece como una cola de la forma de la onda.

La dispersión numérica espacial está determinada por tres factores. El primero es el ángulo de propagación de la onda plana. Cuando el espaciado de la grilla en ambas direcciones es igual, se presenta la menor dispersión para un ángulo de  $45^\circ$ . El segundo factor es el orden de aproximación de la derivada ( $M$ ). Mientras mayor sea el orden, menor es la dispersión, de tal manera que se puede disminuir la dispersión aumentando el orden de aproximación de la derivada. El tercer factor es el número de puntos de

muestreo por longitud de onda; sin importar el orden de la derivada, mientras menor sea el número de muestras, más grande es la dispersión. Esto último significa que, mientras más grande la frecuencia de la ondícula y menor la velocidad del medio, mayor es la dispersión numérica. Se puede concluir que la velocidad de las capas cercanas a la superficie y el ancho de banda de frecuencias altas tendrán gran efecto en el modelo sísmico. En aplicaciones prácticas, se deberá escoger el orden de la derivada basado en el modelo geológico y el ancho de banda de la ondícula.

La dispersión numérica temporal está determinada por dos factores: Mientras mayor sea el orden de aproximación de la derivada temporal y mayor el número de puntos discretos en el círculo de propagación menor es la dispersión numérica. Esto significa que el intervalo de muestreo temporal debe satisfacer tanto la condición de estabilidad como la relación de dispersión. En RTM un punto crítico es la condición de estabilidad, por lo que el intervalo de muestreo temporal debe ser muy pequeño, por lo tanto no es tan crítico el orden de la derivada temporal y una aproximación de segundo orden es suficiente para satisfacer la relación de dispersión.

En resumen, la dispersión numérica total es principalmente causada por la dispersión espacial, por lo que se debe escoger un orden alto de la derivada espacial para cumplir la relación de dispersión.

La comparación de las curvas de dispersión del método DF convencional (lado a) y el método del dominio tiempo-espacio (lado b) se puede observar desde la Figura 1.2 hasta la Figura 1.4.

La Figura 1.2 y la Figura 1.3 ilustran la variación de la dispersión numérica con el término  $kh$  para diferentes órdenes de aproximación de las derivadas espaciales (orden  $M$ ) y diferentes intervalos de tiempo  $\tau$ , ambas figuras con un ángulo de propagación de la onda plana  $\theta = \pi/8$ . Se puede observar que la dispersión del método del dominio del tiempo-espacio es menor para mayores valores del orden de aproximación de la derivada espacial ( $M$ ). La comparación de la Figura 1.3 es más dramática, teniendo en cuenta la poca dispersión numérica para diferentes valores de intervalo de tiempo, de lo que se puede concluir que el método es bastante estable aun para intervalos de muestreo grandes con lo que todavía se mantiene una gran precisión.

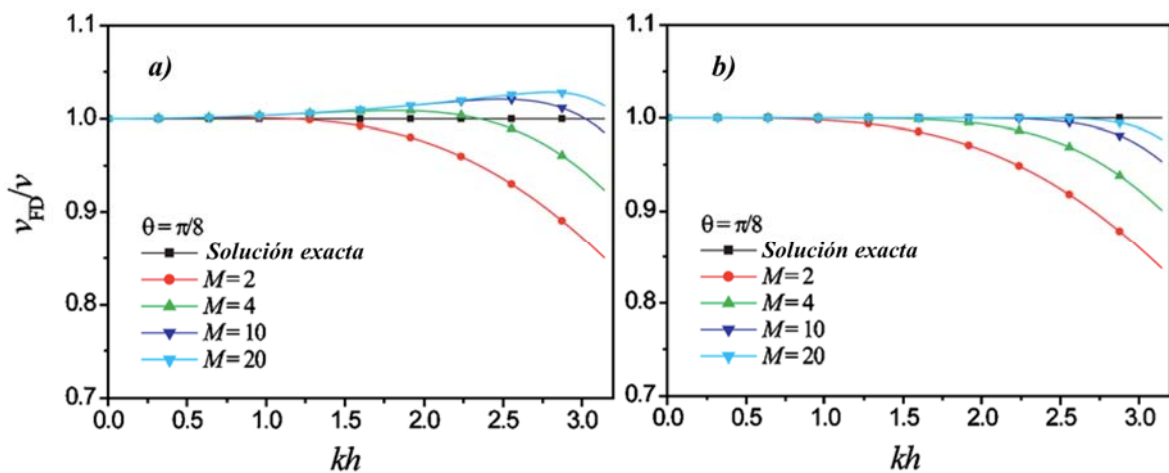


Figura 1.2: Dispersión para diferentes valores de orden de las derivadas espaciales  $M$ . Comparación de las curvas de dispersión del método DF convencional (lado a) y el método del dominio tiempo-espacio (lado b). Se puede observar que la dispersión del método del dominio del tiempo-espacio es menor para diferentes valores del orden de la derivada espacial ( $M$ ).

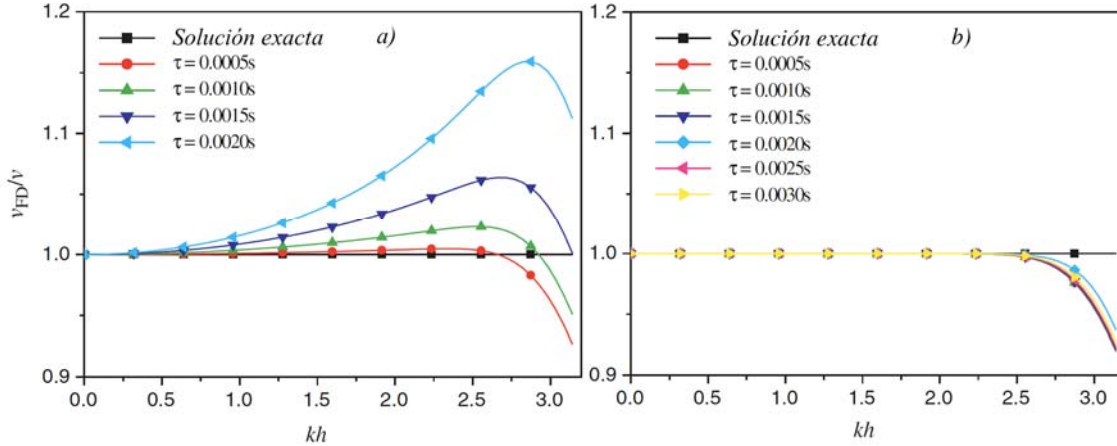


Figura 1.3: Dispersión para diferentes valores de intervalo de muestreo  $\tau$ . Comparación de las curvas de dispersión del método DF convencional (lado a) y el método del dominio tiempo-espacio (lado b). La comparación es más dramática, teniendo en cuenta la poca dispersión numérica para diferentes valores de intervalo de tiempo

La Figura 1.4 muestra la variación de la dispersión numérica para diferentes ángulos de propagación, nuevamente observamos menor dispersión en el método analizado.

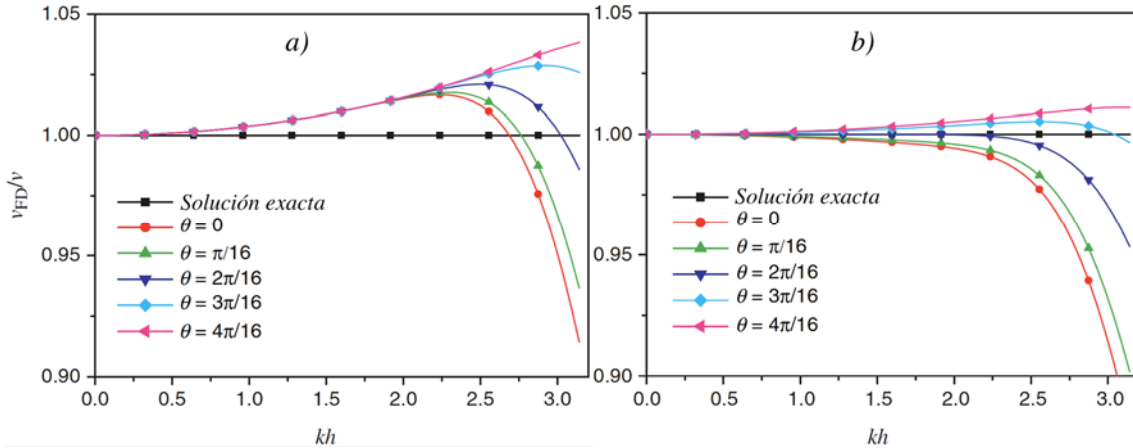


Figura 1.4: Dispersión para diferentes valores de ángulo de propagación  $\theta$ . Comparación de las curvas de dispersión del método DF convencional (lado a) y el método del dominio tiempo-espacio (lado b). Se puede observar en b) que la menor dispersión del método DF en el dominio tiempo-espacio, para un ángulo de propagación de  $\theta = \pi/8$ .

En general se puede concluir que el método de Diferencias Finitas en el dominio tiempo-espacio, presenta mayor estabilidad que el método de Diferencias Finitas convencional bajo los mismos parámetros de discretización, conservando una mejor precisión.

## 1.4 Análisis de Estabilidad

La estabilidad de los esquemas numéricos está estrechamente relacionada con el error numérico. Un esquema de diferencias finitas es estable si los errores cometidos en un intervalo de tiempo de cálculo no causan errores que aumenten a medida que se continúan los cálculos. Un esquema estable es aquel en el cual los errores se mantienen constantes a medida que los cálculos continúan. Si los errores decaen y, finalmente, son despreciables, el esquema numérico se dice que es estable. Si, por el contrario, los errores crecen con el tiempo, el esquema numérico se dice que es inestable.

Para los problemas dependientes del tiempo, la estabilidad garantiza que el método numérico produce una solución acotada cada vez que se limita la solución de la ecuación diferencial exacta. La estabilidad, en general, puede ser difícil de investigar, especialmente cuando la ecuación bajo consideración es no lineal.

Para analizar la estabilidad del MDFSG de alto orden, se parte de la ecuación (1.11) (Liu *et al*, 2011c); reorganizándola se tiene

$$r^2 \left\{ \left[ \sum_{m=1}^M a_m \sin \left( \left( \frac{m-1}{2} \right) kh \cos \theta \right) \right]^2 + \left[ \sum_{m=1}^M a_m \sin \left( \left( \frac{m-1}{2} \right) kh \sin \theta \right) \right]^2 \right\} \approx \left( \sin \left( \frac{\omega \tau}{2} \right) \right)^2 \quad (1.20)$$

Para garantizar la estabilidad al resolver la ecuación (1.20), es necesario que  $\left( \sin \left( \frac{\omega \tau}{2} \right) \right)^2 \leq 1$ .

$$r^2 \left\{ \left[ \sum_{m=1}^M a_m \sin \left( \left( \frac{m-1}{2} \right) kh \cos \theta \right) \right]^2 + \left[ \sum_{m=1}^M a_m \sin \left( \left( \frac{m-1}{2} \right) kh \sin \theta \right) \right]^2 \right\} \leq 1 \quad (1.21)$$

Ya que los valores de  $a_m$  son positivos y negativos en forma alternada, el primer componente de la ecuación (1.21) obtiene el máximo valor cuando  $k \cos \theta = k \sin \theta = \pi/h$ .

La ecuación (1.21) puede ser expresada así

$$r \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sum_{m=1}^M |a_m| \right)^{-1} \quad (1.22)$$

Donde  $a_m$  son los coeficientes de MDFGS, mostrados en la Tabla 1.3.  $M$  es el orden de las derivadas espaciales y  $r = v\tau/h$ .

Tabla 1.3: Coeficientes  $a_m$  de Diferencias Finitas de alto orden para diferentes valores de  $M$

		$M$																	
		2	3	4	5	6	7	8	10	12	14	16	18	20					
$a_m$	1	1.11E+00	1.15E+00	1.17E+00	1.18E+00	1.19E+00	1.20E+00	1.20E+00	1.21E+00	1.22E+00	1.22E+00	1.22E+00	1.22E+00	1.22E+00					
	2	-3.67E-02	-5.71E-02	-6.98E-02	-7.84E-02	-8.46E-02	-8.93E-02	-9.30E-02	-9.84E-02	-1.02E-01	-1.05E-01	-1.07E-01	-1.09E-01	-1.10E-01					
	3		4.10E-03	8.30E-03	1.20E-02	1.51E-02	1.77E-02	2.00E-02	2.35E-02	2.61E-02	2.81E-02	2.98E-02	3.11E-02	3.22E-02					
	4			-6.00E-04	-1.50E-03	-2.57E-03	-3.61E-03	-4.62E-03	-6.43E-03	-7.97E-03	-9.27E-03	-1.04E-02	-1.13E-02	-1.21E-02					
	5				1.00E-04	3.10E-04	5.96E-04	9.31E-04	1.67E-03	2.41E-03	3.11E-03	3.76E-03	4.35E-03	4.88E-03					
	6					-1.89E-05	-6.65E-05	-1.44E-04	-3.72E-04	-6.64E-04	-9.87E-04	-1.32E-03	-1.65E-03	-1.96E-03					
	7						3.66E-06	1.47E-05	6.65E-05	1.58E-04	2.83E-04	4.29E-04	5.89E-04	7.56E-04					
	8							-7.36E-08	-8.82E-06	-3.13E-05	-7.07E-05	-1.26E-04	-1.95E-04	-2.73E-04					
	9								7.63E-07	4.87E-06	1.50E-05	3.27E-05	5.83E-04	9.12E-05					
	10									-3.21E-08	-5.57E-07	-2.61E-06	-7.33E-06	-1.55E-05	-2.77E-05				
	11										4.15E-08	3.57E-07	1.39E-06	3.64E-06	7.55E-06				
	12											-1.50E-09	-3.57E-08	-2.14E-07	-7.32E-07	-1.83E-06			
	13												2.32E-09	2.59E-08	1.24E-07	3.87E-07			
	14													-7.37E-11	-2.29E-09	-1.71E-08	-7.04E-08		
	15														1.33E-10	1.86E-09	1.08E-08		
	16															-3.74E-12	-1.48E-10	-1.35E-09	
	17																7.66E-12	1.32E-10	
	18																	-1.95E-13	-9.51E-12
	19																		4.48E-13
	20																		

La ecuación (1.22) muestra que la condición de estabilidad depende del orden de la derivada espacial de MDF; como se muestra en la Figura 1.5 mientras mayor sea el orden, menor es el valor de la condición de estabilidad; ya que  $r = v\tau/h$ , para cumplir esta condición el intervalo de muestreo del tiempo debe ser menor y por lo tanto el número de muestras aumenta, esto acarrea grandes costos de cálculo y alta demanda de memoria de los equipos.

En general los parámetros del modelamiento tales como intervalo de muestreo, espaciamento de la grilla, orden de las derivadas espaciales, deben escogerse para cumplir las condiciones de estabilidad y dispersión, de acuerdo con las condiciones del modelo geológico a modelar.

### 1.5 Fronteras no reflectivas

Tal como se explicó en la introducción, debido al dominio finito de los métodos de computación, se presentan reflexiones artificiales indeseadas en los contornos, introducidos en el modelamiento por el truncamiento del dominio computacional. Por supuesto, estas reflexiones se mezclan con el campo de ondas real, causando deterioro de la imagen final obtenida, por lo tanto es de sumo interés disminuirlas al mínimo posible. Las Condiciones de Contorno Absorbente (ABC por sus siglas en inglés) se han usado comúnmente para atenuar estas reflexiones. Se analizan dos de los métodos más comunes de ABC y posteriormente se presenta una solución híbrida entre estos métodos que presenta excelentes resultados en la atenuación de las reflexiones artificiales.



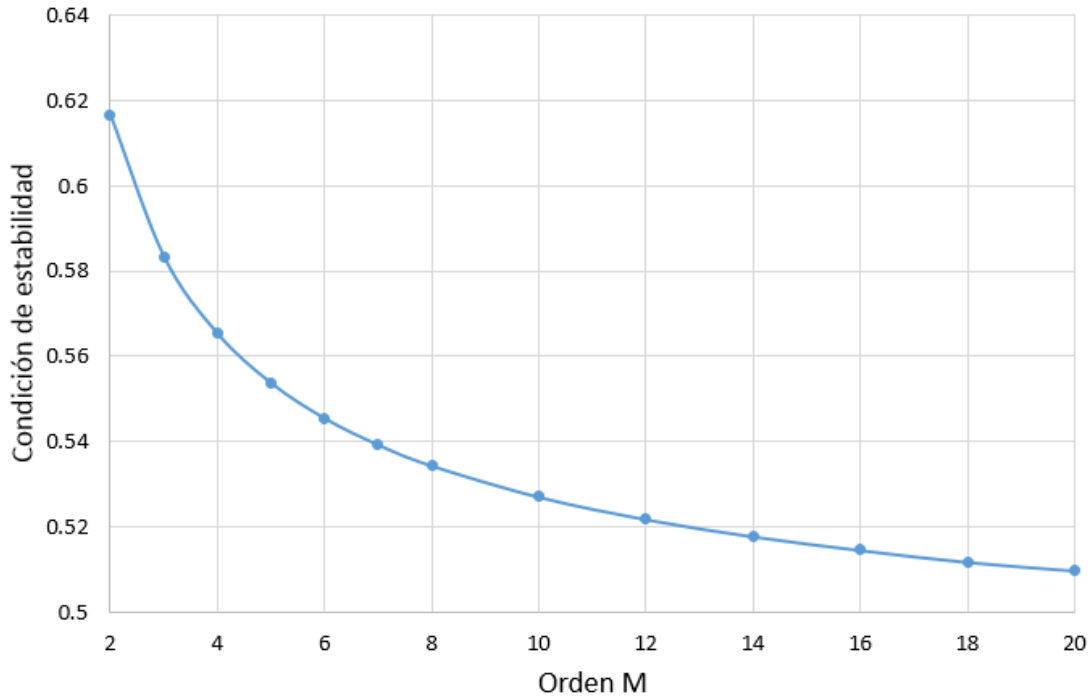


Figura 1.5: Gráfica de condición de estabilidad vs orden de las derivadas de DF  
 En la medida que aumenta el orden de la derivada disminuye la condición de estabilidad de la solución numérica, de acuerdo con la ecuación (1.22).

### 1.5.1 Método basado en la predicción

Este método se basa en la predicción de los valores del campo de ondas en los bordes; principalmente se ha usado la ecuación de onda unidireccional, solución presentada por Clayton y Engquist (1977). Usando una aproximación paraxial de la ecuación acústica, se puede separar el campo de ondas que se dirigen hacia el exterior del dominio computacional, del campo de ondas que se dirige hacia en interior del mismo; por lo tanto, en los bordes se puede usar solo el campo de ondas que se dirige hacia fuera (ecuación de onda unidireccional – OWWE por sus siglas en inglés), de esta manera se reducen las reflexiones del borde. Ver Figura 1.6.

Las ecuaciones desarrolladas por Clayton y Engquist (1977) se describen a continuación para las derivadas espaciales de primer orden (ecuaciones (1.23) a (1.30)) y segundo orden (ecuaciones (1.31) a (1.34)) utilizando la nomenclatura que se ha desarrollado en este trabajo. Cada borde tiene su propia ecuación así como también las esquinas que son un caso especial de estas.

Ecuaciones de onda unidireccional de primer orden

Borde izquierdo

$$p_{x,z}^{t+\tau} = \frac{1}{(1+r)} [r(p_{x+1,z}^{n+\tau} + p_{x+1,z}^t - p_{x,z}^t) + (p_{x+1,z}^t + p_{x,z}^t - p_{x+1,z}^{t+\tau})] \quad (1.23)$$

Donde  $r = v\tau/h$ ,

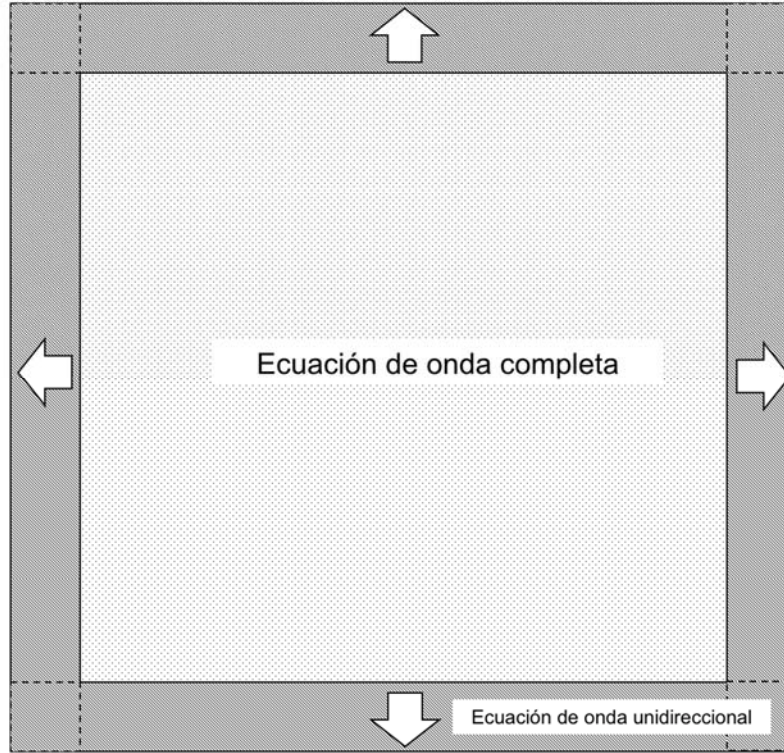


Figura 1.6: Esquema de borde no reflectivo tipo predictivo  
El área de modelamiento se calcula con DF con la ecuación de onda acústica completa, el borde con DF con ecuación de onda unidireccional. Cada borde tiene su ecuación unidireccional, así como también las esquinas que son un caso especial.

Borde derecho

$$p_{x,z}^{t+\tau} = \frac{1}{(1+r)} [r(p_{x-1,z}^{t+\tau} + p_{x-1,z}^t - p_{x,z}^t) + (p_{x-1,z}^t + p_{x,z}^t - p_{x-1,z}^{t+\tau})] \quad (1.24)$$

Borde inferior

$$p_{x,z}^{t+\tau} = \frac{1}{(1+r)} [r(p_{x,z-1}^{t+\tau} + p_{x,z-1}^t - p_{x,z}^t) + (p_{x,z-1}^t + p_{x,z}^t - p_{x,z-1}^{t+\tau})] \quad (1.25)$$

Borde Superior

$$p_{x,z}^{t+\tau} = \frac{1}{(1+r)} [r(p_{x,z+1}^{t+\tau} + p_{x,z+1}^t - p_{x,z}^t) + (p_{x,z+1}^t + p_{x,z}^t - p_{x,z+1}^{t+\tau})] \quad (1.26)$$

Esquina inferior izquierda

$$p_{x,z}^{t+\tau} = \frac{1}{(1+r)} [r(p_{x+1,z-1}^{t+\tau} + p_{x-1,z-1}^t - p_{x,z}^t) + (p_{x+1,z-1}^t + p_{x,z}^t - p_{x+1,z-1}^{t+\tau})] \quad (1.27)$$

Esquina superior izquierda

$$p_{x,z}^{t+\tau} = \frac{1}{(1+r)} [r(p_{x+1,z+1}^{t+\tau} + p_{x-1,z+1}^t - p_{x,z}^t) + (p_{x+1,z+1}^t + p_{x,z}^t - p_{x+1,z+1}^{t+\tau})] \quad (1.28)$$

Esquina inferior derecha

$$p_{x,z}^{t+\tau} = \frac{1}{(1+r)} [r(p_{x-1,z-1}^{t+\tau} + p_{x+1,z-1}^t - p_{x,z}^t) + (p_{x-1,z-1}^t + p_{x,z}^t - p_{x-1,z-1}^{t+\tau})] \quad (1.29)$$

Esquina superior derecha

$$p_{x,z}^{t+\tau} = \frac{1}{(1+r)} [r(p_{x-1,z+1}^{t+\tau} + p_{x+1,z+1}^t - p_{x,z}^t) + (p_{x-1,z+1}^t + p_{x,z}^t - p_{x-1,z+1}^{t+\tau})] \quad (1.30)$$

Ecuaciones de onda unidireccional de segundo orden

Borde izquierdo

$$p_{x,z}^{t+\tau} = \frac{1}{(1+r)} \left\{ r [p_{x+1,z}^{t+\tau} - (p_{x+1,z}^{t-\tau} - p_{x,z}^{t-\tau})] \right. \\ \left. - [(p_{x+1,z}^{t-\tau} + p_{x+1,z}^{t+\tau} - 2p_{x+1,z}^t) + (p_{x,z}^{t-\tau} - 2p_{x,z}^t)] \right. \\ \left. + \frac{r^2}{2} [(p_{x+1,z+1}^t + p_{x+1,z-1}^t - 2p_{x+1,z}^t) + (p_{x,z+1}^t + p_{x,z-1}^t - 2p_{x,z}^t)] \right\} \quad (1.31)$$

Borde derecho

$$p_{x,z}^{t+\tau} = \frac{1}{(1+r)} \left\{ r [p_{x-1,z}^{t+\tau} - (p_{x-1,z}^{t-\tau} - p_{x,z}^{t-\tau})] \right. \\ \left. - [(p_{x-1,z}^{t-\tau} + p_{x-1,z}^{t+\tau} - 2p_{x-1,z}^t) + (p_{x,z}^{t-\tau} - 2p_{x,z}^t)] \right. \\ \left. + \frac{r^2}{2} [(p_{x-1,z+1}^t + p_{x-1,z-1}^t - 2p_{x-1,z}^t) + (p_{x,z+1}^t + p_{x,z-1}^t - 2p_{x,z}^t)] \right\} \quad (1.32)$$

Borde inferior

$$\begin{aligned}
 p_{x,z}^{t+\tau} = & \frac{1}{(1+r)} \left\{ r [p_{x,z-1}^{t+\tau} - (p_{x,z-1}^{t-\tau} - p_{x,z}^{t-\tau})] \right. \\
 & - [(p_{x,z-1}^{t-\tau} + p_{x,z-1}^{t+\tau} - 2p_{x,z-1}^t) + (p_{x,z}^{t-\tau} - 2p_{x,z}^t)] \\
 & \left. + \frac{r^2}{2} [(p_{x+1,z-1}^t + p_{x-1,z-1}^t - 2p_{x,z-1}^t) + (p_{x+1,z}^t + p_{x-1,z}^t - 2p_{x,z}^t)] \right\}
 \end{aligned} \tag{1.33}$$

Borde superior

$$\begin{aligned}
 p_{x,z}^{t+\tau} = & \frac{1}{(1+r)} \left\{ r [p_{x,z+1}^{t+\tau} - (p_{x,z+1}^{t-\tau} - p_{x,z}^{t-\tau})] \right. \\
 & - [(p_{x,z+1}^{t-\tau} + p_{x,z+1}^{t+\tau} - 2p_{x,z+1}^t) + (p_{x,z}^{t-\tau} - 2p_{x,z}^t)] \\
 & \left. + \frac{r^2}{2} [(p_{x-1,z+1}^t + p_{x+1,z+1}^t - 2p_{x,z+1}^t) + (p_{x-1,z}^t + p_{x+1,z}^t - 2p_{x,z}^t)] \right\}
 \end{aligned} \tag{1.34}$$

La desventaja de este método radica en que los efectos de la absorción, los cuales dependen del ángulo de incidencia, son normalmente mejores para las ondas que inciden perpendicularmente al borde que las no perpendiculares, particularmente es poco efectivo para pequeños ángulos de incidencia. La investigación para mejorar este método se dirige hacia el uso de la ecuación de onda unidireccional de alto orden (Heidari y Guddati, 2006)., o de la ecuación de onda gran angular (AWWE – por las siglas en inglés de Wide-Angle Wave Equation), (Guddati y Heidari, 2003) , Liu y Ren (2013).

## 1.5.2 Método basado en atenuación

Otro método ampliamente usado para disminuir los efectos de borde, es el método basado en atenuación, que consiste en añadir en los bordes una franja de  $N$  puntos de grilla adicional al la grilla del área a modelar; las amplitudes en estos puntos se van reduciendo gradualmente mediante una función de atenuación, desde los puntos más cercanos al área del modelo hasta los más lejanos de éste. Ver Figura 1.7.

Cerjan (1985), propuso una función de atenuación exponencial  $G$ , expresada como

$$G = e^{-[a(N-i)]^2}, \quad i = 1,2,3 \dots N \tag{1.35}$$

donde  $a$  es un valor determinado por prueba y error y  $N$  es el número de puntos adicionales de la franja de atenuación. Por ejemplo, para un caso particular de  $a = 0.015$  y una franja de  $N = 20$  puntos adicionales de grilla, se tendrían valores de atenuación de  $G = 1$  para  $i = 20$  y de  $G = 0.92$  para  $i = 1$ .

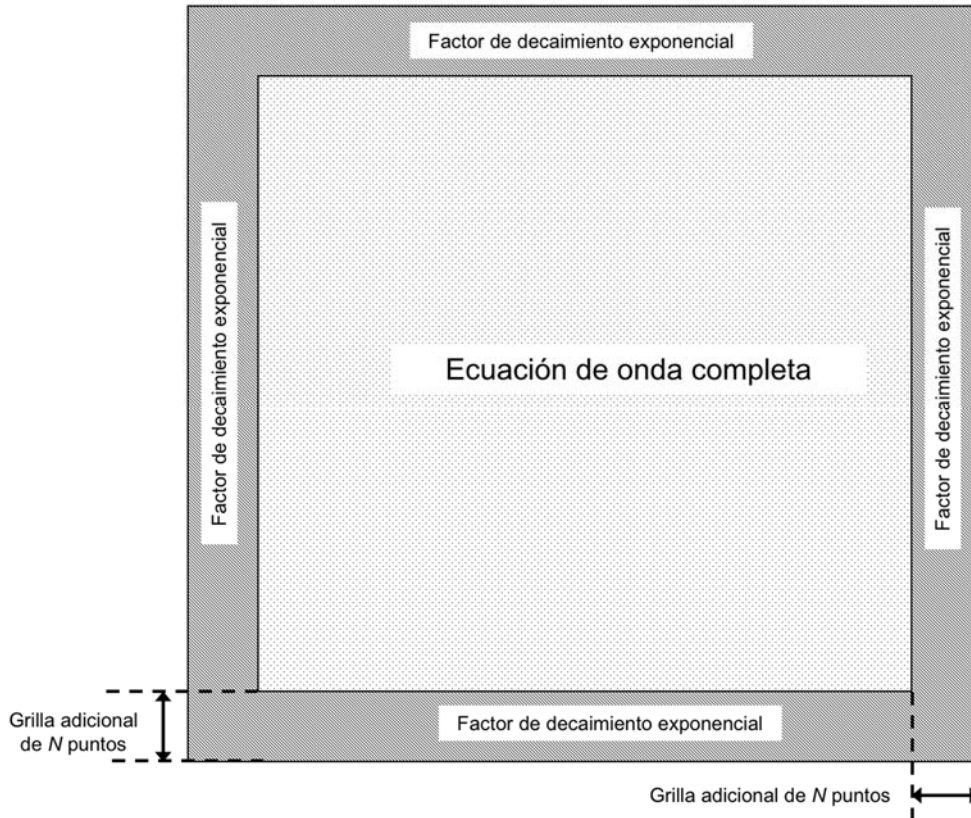


Figura 1.7: Esquema de borde no reflectivo tipo atenuación

El área de modelamiento se calcula con DF con la ecuación de onda acústica completa, las amplitudes en los puntos adicionales de la grilla, son disminuidos gradualmente, con una función de atenuación, desde los puntos más cercanos al área de modelamiento hasta los más lejanos de éste.

A pesar de sus evidentes ventajas, tales como su facilidad de implementación, economía en términos de cómputo y que sus resultados no dependen del ángulo de incidencia a diferencia del método ecuación de onda unidireccional, el método basado en atenuación no es del todo efectivo, permitiendo reflexiones apreciables de los bordes.

### 1.5.3 Condición de Contorno Absorbente Híbrido (Hybrid ABC)

Teniendo en cuenta las ventajas y desventajas vistas de los métodos basados en predicción y atenuación, en esta sección se analizará la solución propuesta por Liu y Sen (2010b, 2010c) y Liu, Ding y Sen (2011); quienes desarrollaron un método híbrido de ABC entre ambos métodos.

Similar al método basado en atenuación, se añade un área de transición cuyo ancho es de  $N$  puntos, entre el área del modelamiento y el borde, pero en vez de una función de atenuación de las amplitudes, se introduce un estrategia de ponderación, entre las amplitudes del campo de onda calculado con la ecuación de onda completa y las amplitudes calculadas con la ecuación unidireccional del método predictivo. El dominio computacional se divide en tres áreas (ver Figura 1.8), el área I que corresponde al área del modelo propiamente dicha, área II que es el área de transición (grilla de contorno  $i = 2$  hasta  $i = N$ ) y el área III que corresponde al contorno propiamente dicho  $i = 1$ .

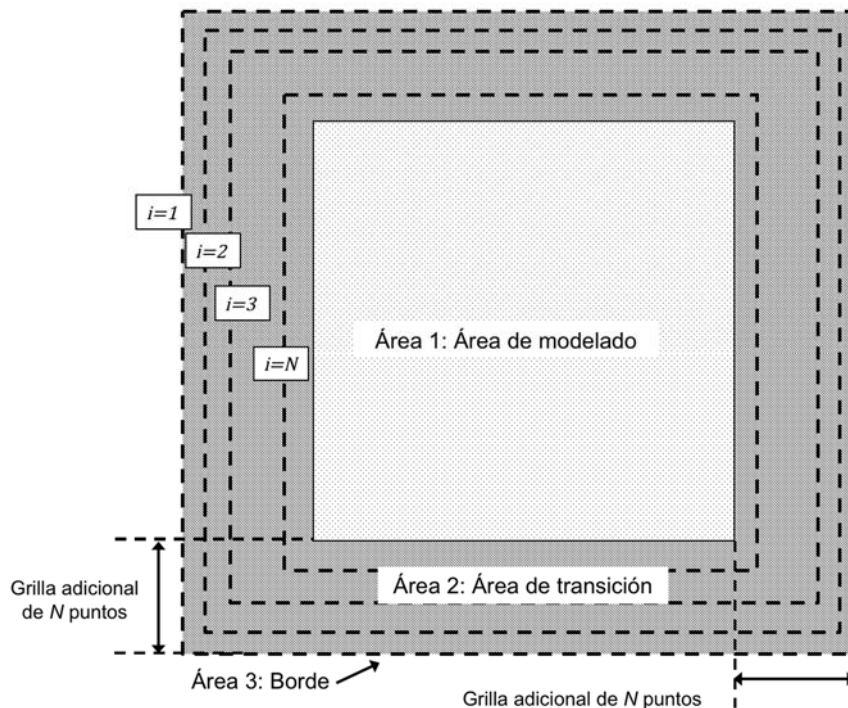


Figura 1.8: Esquema del método ABC Híbrido  
 El área 1 corresponde al área de modelado, el área 3 corresponde al borde, como en el método predictivo, el área 3 es un área de transición como en el método de atenuación. Esto permite una variación suavizada desde el área 1 hasta el área 3, pasando por el área de transición 2. Para más detalles ver texto.

Los valores del campo de onda del área 1 se calculan a partir de la ecuación de onda completa (Ecuación (1.6)), los valores del área 3, similar al método predictivo, se calculan con la ecuación de onda unidireccional de primer orden (ecuaciones (1.23) a (1.26)). Los valores del campo de onda en cada grilla del área 2, son calculados de dos maneras y sus valores almacenados en forma separada, una por la ecuación de onda completa (Ecuación (1.6)) y la otra por la ecuación de onda unidireccional de segundo orden (ecuaciones (1.31) a (1.34)), y los valores finales del campo de onda, usados para la propagación de la onda, con un promedio ponderado de ambos valores en cada punto de la grilla. Esto permite una variación suavizada desde el área 1 hasta el área 3, pasando por el área de transición 2. El grado de variación y por lo tanto las reflexiones del borde disminuyen en la medida que  $N$  aumenta. Cuando  $N = 1$ , este esquema es igual al propuesto por Clayton y Engquist, (1977).

En cada intervalo de tiempo, el procedimiento se compone de tres pasos. Primero, el cálculo de los valores del campo de onda  $p_i^1$  en el área 1 y 2 usando la ecuación de onda de alto orden (ecuación (1.7)). Segundo, el cálculo de los valores del campo de onda  $p_i^2$  en el borde ( $i = 1$ ) con la ecuación de onda unidireccional de primer grado (ecuaciones (1.23) a (1.26)) y el área 2 ( $i = 2, 3, \dots, N$ ) usando la ecuación de onda unidireccional de segundo orden (ecuaciones (1.31) a (1.34)). Tercero, se ponderan los dos valores calculados para el área 2 de los pasos 1 y 2 con la ecuación

$$p_i = (1 - w_i)P_i^1 + w_iP_i^2 \quad (1.36)$$



donde  $p_i^1$  son valores calculados con la ecuación de onda completa y  $p_i^2$  son los valores calculados usando la ecuación de onda unidireccional de segundo orden para cada punto de la grilla del área de transición ( $i = 2, 3, \dots, N$ ) y  $w_i$  son pesos que varían de cero a uno linealmente en función del valor de  $N$  (ver Tabla 1.4), de tal manera que  $p_i = p_i^1$  en el contorno del área 1 y  $p_i = p_i^2$  en el contorno del área 3. Como caso especial, los valores del campo de onda en las esquinas del área 2 se calculan usando la ecuación de onda unidireccional de primer orden (ecuaciones (1.27) a (1.30)).

Tabla 1.4 Valores de  $w_i$  para la ponderación del campo de ondas para diferentes valores de  $N$

	$N = 1$	$N = 2$	$N = 3$	$N = 4$	$N = 5$	$N = 6$	$N = 7$	$N = 8$	$N = 9$	$N = 10$
$w_1$	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$w_2$		1.000	0.500	0.333	0.250	0.200	0.167	0.143	0.125	0.111
$w_3$			1.000	0.667	0.500	0.400	0.333	0.286	0.250	0.222
$w_4$				1.000	0.750	0.600	0.500	0.429	0.375	0.333
$w_5$					1.000	0.800	0.667	0.571	0.500	0.444
$w_6$						1.000	0.833	0.714	0.625	0.556
$w_7$							1.000	0.857	0.750	0.667
$w_8$								1.000	0.875	0.778
$w_9$									1.000	0.889
$w_{10}$										1.000

Este método de ABC híbrido, presenta excelentes resultados de absorción de la reflexiones indeseadas de los bordes, manteniendo las ventajas de los métodos basados en predicción y atenuación, tales como facilidad de implementación numérica, bajo costo computacional, y poca dependencia del ángulo de incidencia de la onda.

## 1.6 Principios de RTM

La superioridad de RTM sobre otros algoritmos de migración resulta del hecho que se utiliza la ecuación acústica de onda completa para extrapolar el campo de ondas. Ésta permite simular con gran precisión la propagación de las ondas en cualquier dirección, incluyendo las reflexiones y las transmisiones. De esta manera el algoritmo no sufre las limitaciones de buzamiento, y puede iluminar estructuras volcadas y ondas prismáticas.

El método requiere la extrapolación en tiempo, del campo de ondas tanto de fuentes como de los receptores, seguido de la aplicación de una condición de imagen apropiada, para obtener una imagen en profundidad.

En la Figura 1.9 se puede ver la secuencia de la implementación de RTM para un solo registro de campo (en el ejemplo el Registro 1). Este proceso se debe repetir para cada registro de campo y realizando apilado de todas las imágenes obtenidas individualmente para cada registro, se obtiene como resultado final la imagen migrada en profundidad. Este flujo de procesamiento se puede observar en la Figura 1.10. Los parámetros de modelamiento incluyen: Orden de aproximación de las derivadas espaciales, forma de la ondícula (tipo y frecuencia dominante), tamaño de la grilla, espaciamento de la grilla,

tiempo de registro, intervalo de muestreo de tiempo. Por otra parte los parámetros de procesamiento incluyen: Eliminación de primeros arribos, correcciones de estáticas, recuperación de amplitudes y eliminación del ground roll.

## 1.7 Modelamiento del campo de ondas de las fuentes y de los receptores

El núcleo del método RTM es el modelado del campo de ondas de las fuentes (forward modeling) y de los receptores (backward modeling), propagando las ondas en el medio acústico, utilizando el método de Diferencias Finitas de Alto Orden.

Para el caso del modelamiento de las fuentes, se parte de un tiempo  $t = 1$ , hasta  $t = n\tau$ , con un incremento  $\tau$  como paso de tiempo. Los valores iniciales del campo de ondas son cero en todos los puntos de la grilla, excepto en el punto fuente, donde se introduce el valor inicial de una ondícula fuente correspondiente a  $t = 1$ . Para el siguiente paso de tiempo  $t = 1 + \tau$ , todos los puntos de la grilla se actualizan, de acuerdo con la ecuación (1.7), la cual tiene en cuenta los valores de los puntos adyacentes y de los valores del campo de ondas del paso de tiempo anterior; nuevamente se introduce en el punto fuente el valor de la ondícula para  $t = 2$ . Este proceso se repite para cada paso de tiempo hasta  $t = n\tau$ .

La figura Figura 1.11 muestra el volumen de datos resultante del modelamiento en 2D de la fuente por MDF, está representada por una matriz tridimensional cuyas dimensiones son  $mx$ ,  $jz$  y  $nt$ , número de muestras espaciales horizontales del modelo, número de muestras espaciales verticales del modelo y número de muestras temporales, respectivamente. Cada valor almacenado en la matriz corresponde al valor de la amplitud sísmica.



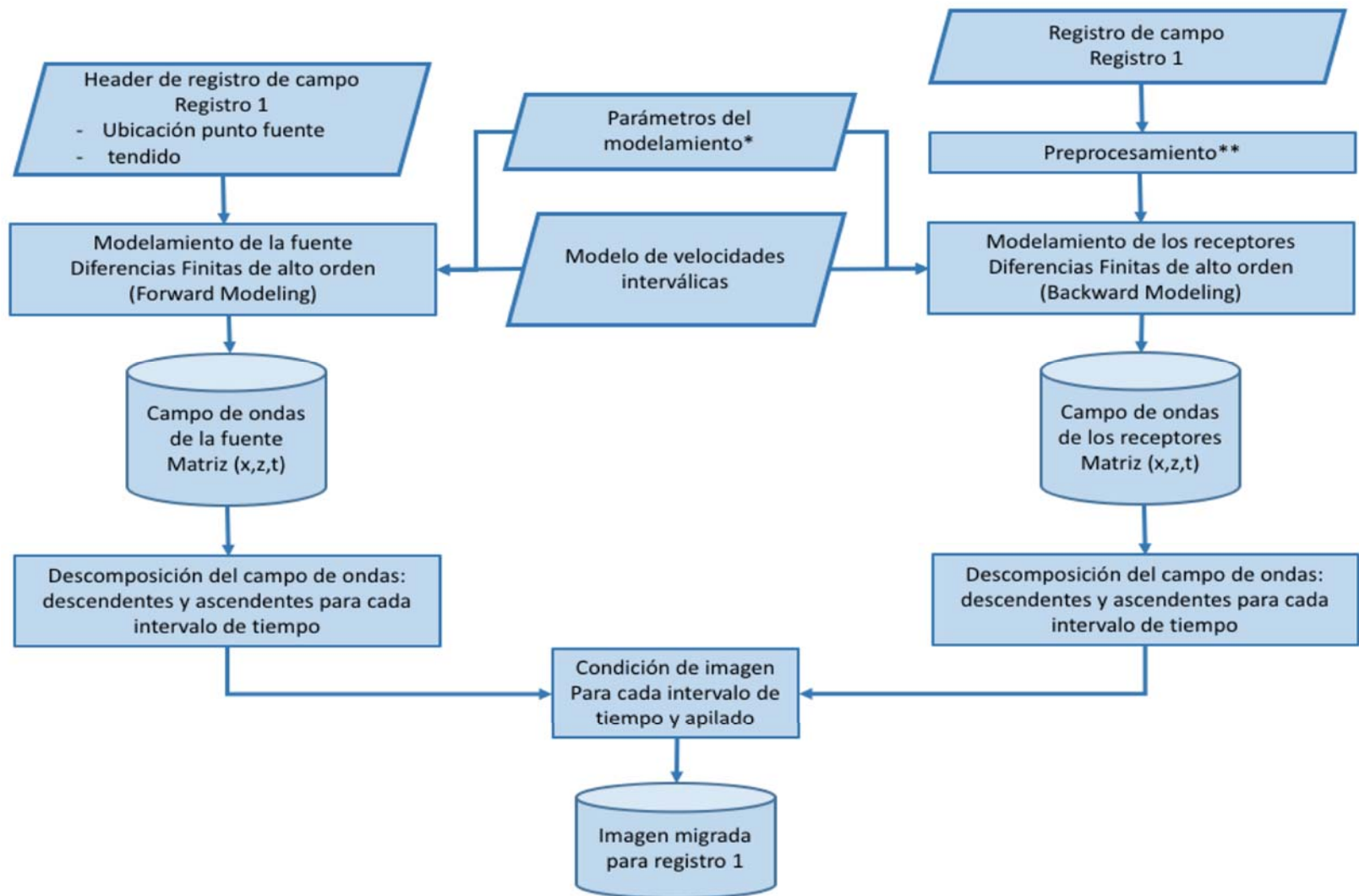


Figura 1.9: Flujo de procesamiento RTM para un registro de campo (en el ejemplo Registro 1). Ver texto para más detalle.

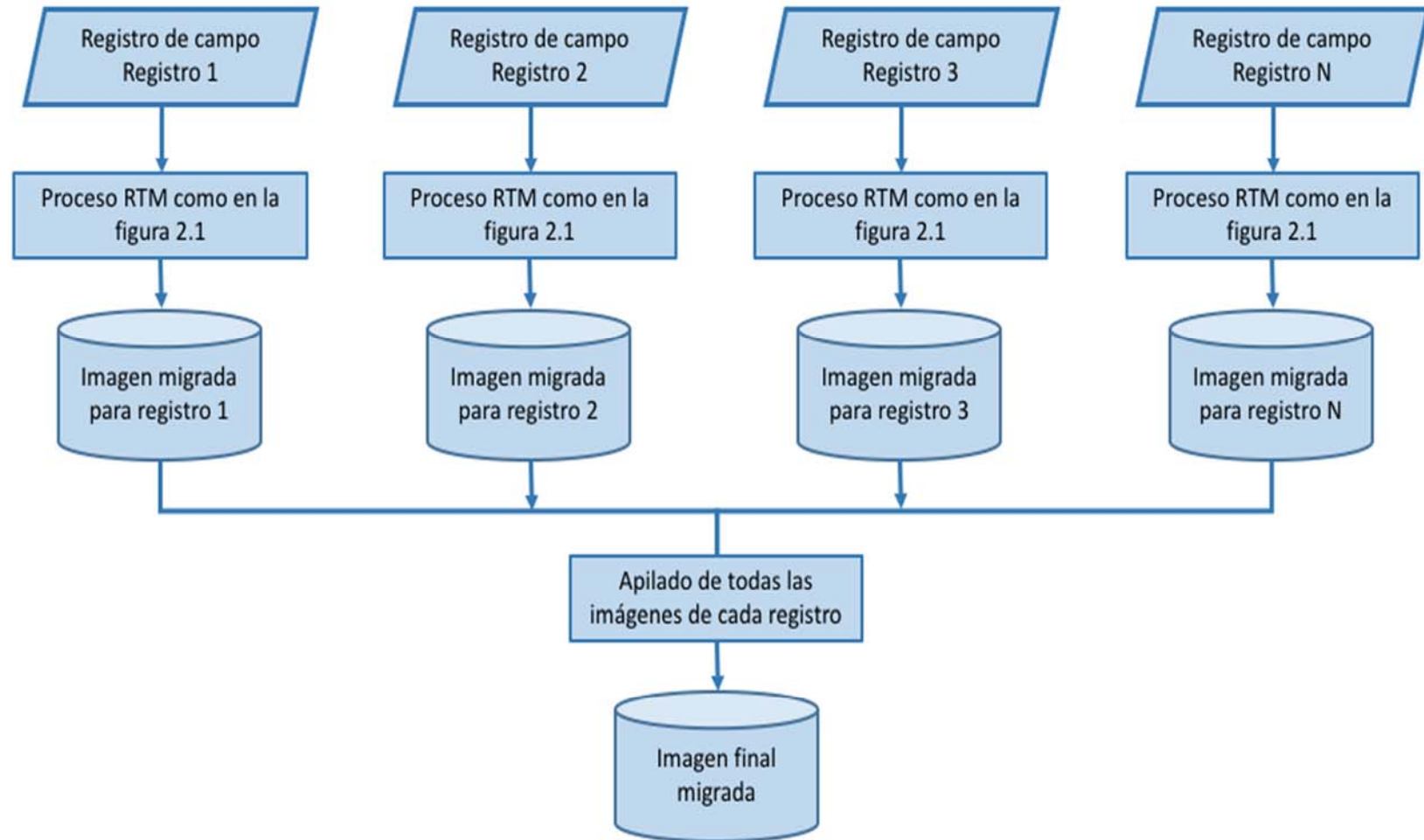


Figura 1.10: Flujo de procesamiento RTM para N registros de campo. Básicamente es repetir el proceso de la Figura 1.9 para cada registro de campo; realizando apilado de todas las imágenes obtenidas individualmente para cada registro, se obtiene como resultado final la imagen migrada en profundidad.

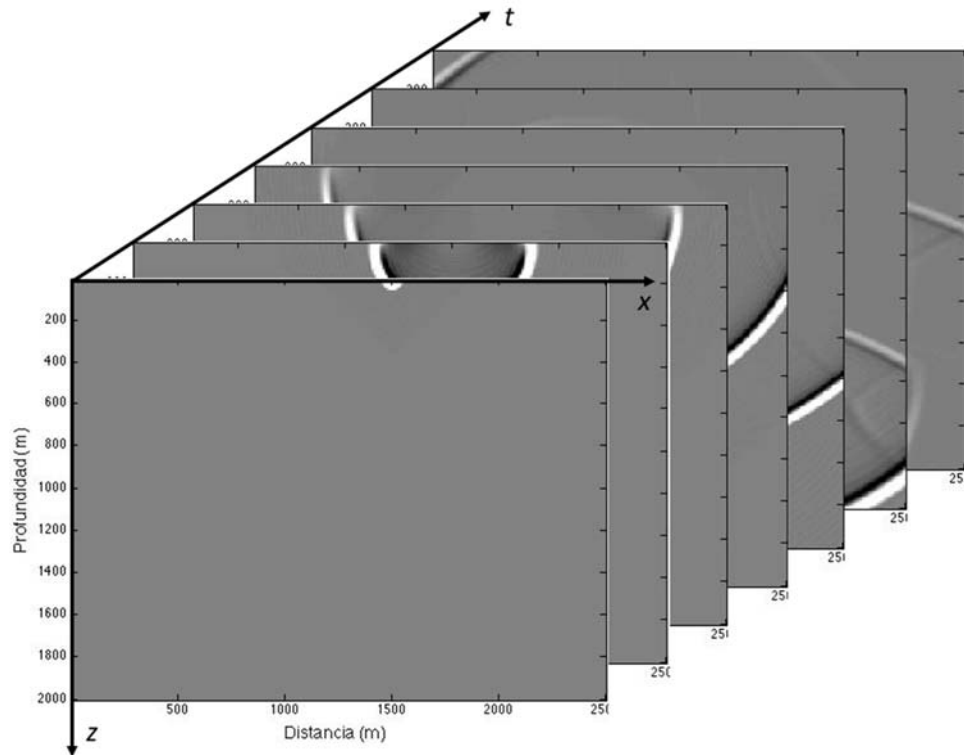


Figura 1.11: Volumen de datos que representa el campo de ondas de las fuentes

Volumen de datos resultado del modelamiento de la fuente por MDF, está representada por una matriz tridimensional cuyas dimensiones son  $mx$ ,  $jz$  y  $nt$ , número de muestras espaciales horizontales del modelo, número de muestras espaciales verticales del modelo y número de muestras temporales, respectivamente. Cada valor almacenado en la matriz corresponde al valor de la presión. En la imagen, para efectos visuales, solo se muestran las instantáneas de los tiempos, 1, 250, 500, 750, 1000, 1250, 1250 y 1500 ms. En la matriz real se almacenan las instantáneas de cada intervalo de tiempo. Se puede observar la propagación de la onda desde el origen de la fuente en superficie a una distancia de 1500 m.

En el modelamiento de los receptores se parte de un tiempo  $t = n\tau$  hasta un tiempo  $t = 1$  con un decremento  $\tau$  como paso de tiempo. Los valores iniciales del campo de ondas son cero en todos los puntos de la grilla, excepto los puntos  $z = 0$ , que representan la superficie del modelo, donde se introducen los valores del registro sísmico para un tiempo  $t = n\tau$ . Para el siguiente paso de tiempo  $t = (n - 1)\tau$ , todos los puntos de la grilla se actualizan, de acuerdo con la ecuación (1.7), la cual tiene en cuenta los valores de los puntos adyacentes y de los valores del campo de ondas del paso de tiempo anterior; nuevamente se introduce en los puntos  $z = 0$  los valores del registro sísmico para un tiempo  $t = (n - 1)\tau$ . Este proceso se repite para cada paso de tiempo hasta  $t = 1$ .

La figura Figura 1.12 muestra el volumen de datos resultante del modelamiento de los receptores por MDF, está representada por una matriz tridimensional cuyas dimensiones son  $mx$ ,  $jz$  y  $nt$ , número de muestras espaciales horizontales del modelo, número de muestras espaciales verticales del modelo y número de muestras temporales, respectivamente. Cada valor almacenado en la matriz corresponde al valor de la amplitud sísmica.

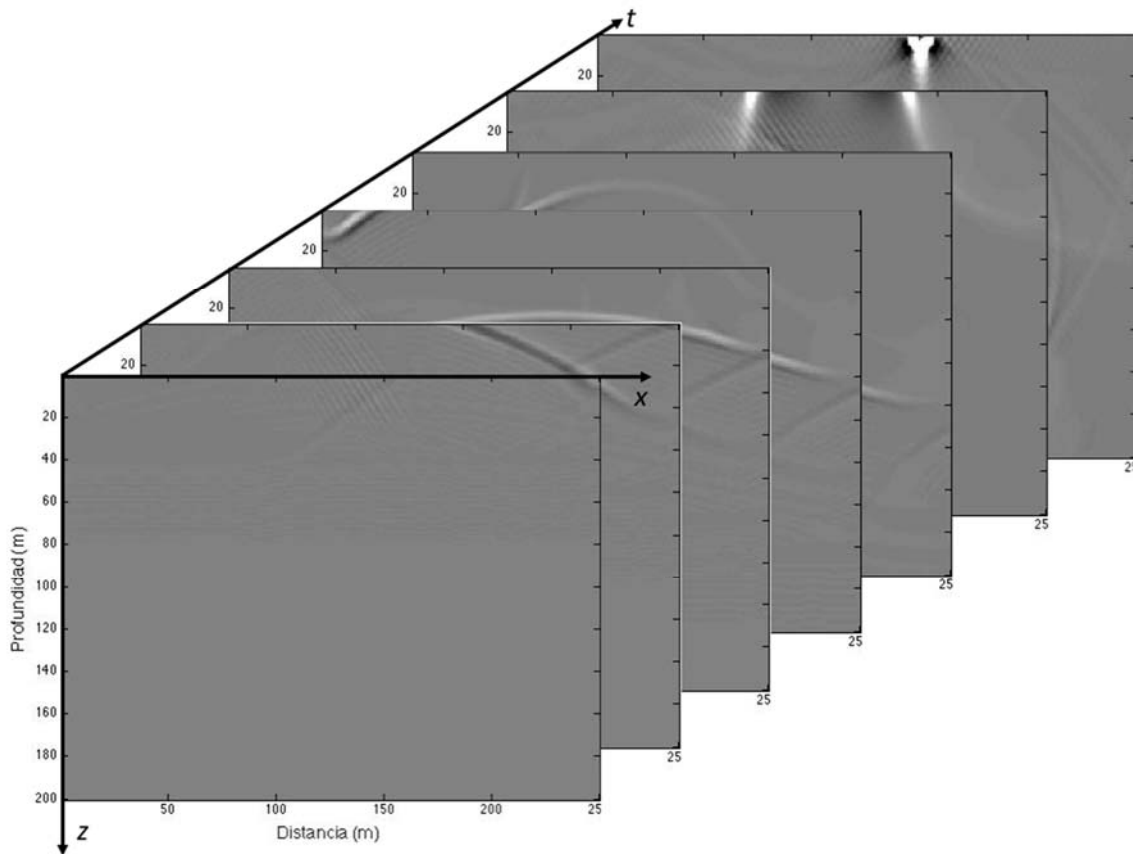


Figura 1.12: Volumen de datos que representa el campo de ondas de los receptores. Volumen de datos resultado del modelamiento de los receptores por MDF, está representada por una matriz tridimensional cuyas dimensiones son  $mx$ ,  $jz$  y  $nt$ , número de muestras espaciales horizontales del modelo, número de muestras espaciales verticales del modelo y número de muestras temporales, respectivamente. Cada valor almacenado en la matriz corresponde al valor de la presión. En la imagen, para efectos visuales, solo se muestran las instantáneas de los tiempos, 1, 250, 500, 750, 1000, 1250, 1250 y 1500 ms. Al contrario de la Figura 1.11, la propagación se hizo en tiempo inverso, la primera imagen corresponde al tiempo 1500 ms y la última a 1 ms. En la matriz real se almacenan las instantáneas de cada intervalo de tiempo.

## 1.8 Condición de imagen

La imagen RTM ha sido obtenida tradicionalmente por la correlación cruzada cero retardo del campo de ondas de las fuentes ( $S$ ) y las receptoras ( $R$ ) bajo la suposición de que la primera representa el campo de onda descendente y la segunda representa el campo de onda ascendente (Claerbout 1985) (ver Figura 1.13). La imagen se forma por la coincidencia de la onda que incide y la onda que se refleja tanto en tiempo como en espacio. Esta condición de imagen provee una solución cinemáticamente correcta y el costo de cómputo es bajo.

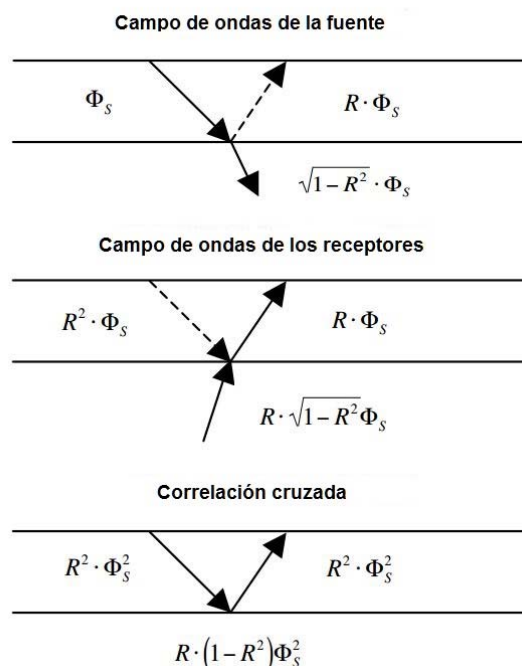


Figura 1.13: Principio de condición de imagen por correlación cruzada

a) Campo de ondas de las fuentes. b) Campo de onda de los receptores. c) Correlación cruzada de a) y b). Las líneas sólidas representan el caso ideal, donde las ondas descendentes y ascendentes pueden ser separadas en la interface.  $\Phi_s$  es la función fuente y  $R$  es el coeficiente de reflexión de la interface.

La ecuación (1.37), representa la correlación cruzada para la condición de imagen (Claerbout 1985), donde  $z$  y  $x$  denotan la profundidad y el offset, respectivamente y  $t$  es el tiempo.

$$I(x, z) = \int_0^{T_{max}} S_s(x, z, t) R_s(x, z, t) dt \quad (1.37)$$

Sin embargo, en casos de grandes contrastes de impedancia y estructuras geológicas complejas, los campos de onda no pueden ser separados en forma eficiente. En tales casos, la condición de imagen por correlación cruzada introduce artefactos de baja frecuencia en la imagen final, por lo que esta condición es suficiente solo para medios con bajo contraste de impedancias y estructuras geológicas simples.

La condición de imagen puede ser mejorada normalizando la imagen correlacionada de cada registro dividiendo por la iluminación de los receptores o de las fuentes (Kaelin y Guitton, 2006). Este método es simple, no introduce cambios en la fase y requiere poca capacidad de cómputo adicional, ya que la iluminación de los receptores o de las fuentes se calcula directamente del campo de onda. Igualmente, las amplitudes obtenidas son más fieles y más cercanas a los coeficientes de reflexión.

Para suprimir los artefactos de baja frecuencia y gran amplitud se debe dividir la condición de imagen correlación cruzada (ecuación (1.37)) por la iluminación de la fuente (ecuación (1.40)) o por la iluminación de las receptoras (ecuación (1.38)). (Kaelin y Guitton, 2006).

$$I(x, z) = \sum_s \frac{\sum_t S_s(x, z, t) R_s(x, z, t)}{\sum_t R^2(x, z, t)} \quad (1.38)$$

$$I(x, z) = \sum_s \frac{\sum_t S_s(x, z, t) R_s(x, z, t)}{\sum_t S^2(x, z, t)} \quad (1.39)$$

### 1.8.1 Condición de imagen por correlación cruzada con descomposición de campo de onda

- El ruido en RTM

Tal como se comentó antes, la superioridad de RTM sobre otros algoritmos de imagen, resulta del hecho de que utiliza la ecuación de onda completa para extrapolar el campo de onda; ésta puede simular con gran precisión la propagación en todas las direcciones, incluyendo reflexiones y transmisiones. Sin embargo, esta misma capacidad que permite que RTM pueda lograr imágenes de estructuras que son iluminadas por ondas que toman direcciones diferentes a la horizontal, causa artefactos en la imagen al usar la condición de imagen por correlación cruzada (ecuación (1.37)). Estos artefactos son más fuertes a lo largo de la trayectoria de las ondas reflejadas sobre una interface con alto contraste de impedancia.

La Figura 1.14 muestra la trayectoria de la propagación de la onda para una fuente única. En la medida en que la onda se propaga en forma descendente, comenzando en el punto fuente, la energía se divide en dos partes cuando encuentra una interface, una parte se transmite a través de la interface y continúa propagándose, mientras que la otra parte es reflejada, con una trayectoria ascendente. La ecuación de onda completa es capaz de modelar adecuadamente la propagación de la energía transmitida y la reflejada. En la figura estas partes están señaladas como *I* (onda incidente), *T* (onda transmitida) y *R* (onda reflejada). Sin embargo, el campo de ondas de los receptores, registrados en superficie, ha tenido la misma trayectoria en el subsuelo. Es decir, que en RTM, los modelamientos del campo de ondas, tanto de la fuente como de los receptores, tienen las mismas trayectorias de propagación a lo largo de las cuales se correlaciona su energía en la condición de imagen. La correlación cruzada de estos dos campos de onda, no solo construyen la amplitud del reflector (la imagen deseada), sino que también crean amplitudes en los puntos de no reflexión a lo largo de toda la trayectoria de la onda, lo que introduce los artefactos de baja frecuencia.

La condición de imagen propuesta por Faqui Liu *et al* (2011) utiliza el principio de diferenciar los puntos de reflexión de los puntos de no reflexión a lo largo de las trayectorias de propagación de la onda, para luego construir la imagen solo con los puntos de reflexión.

A lo largo de la trayectoria de la onda, los campos de onda tanto de fuentes como receptores, se propagan siempre en la misma dirección, excepto en el punto de reflexión en una interface, donde el campo de ondas reflejado se propaga en una dirección diferente al campo de onda incidente, con respecto a la normal de la interface (ver Figura 1.14, vector  $\vec{n}$ ); en otras palabras, las proyecciones de las trayectorias de la onda incidente y reflejada en la normal de la interface tienen direcciones opuestas. Esto puede ser usado para diferenciar los puntos de reflexión de los de no reflexión, ya que la correlación de los campos de onda, tanto de fuentes como receptores, separados en sus componentes perpendiculares, con respecto a la normal, solo creará la imagen en el reflector; ninguna imagen se formará en los puntos de no reflexión, ya que por lo menos una de las dos componentes será cero.

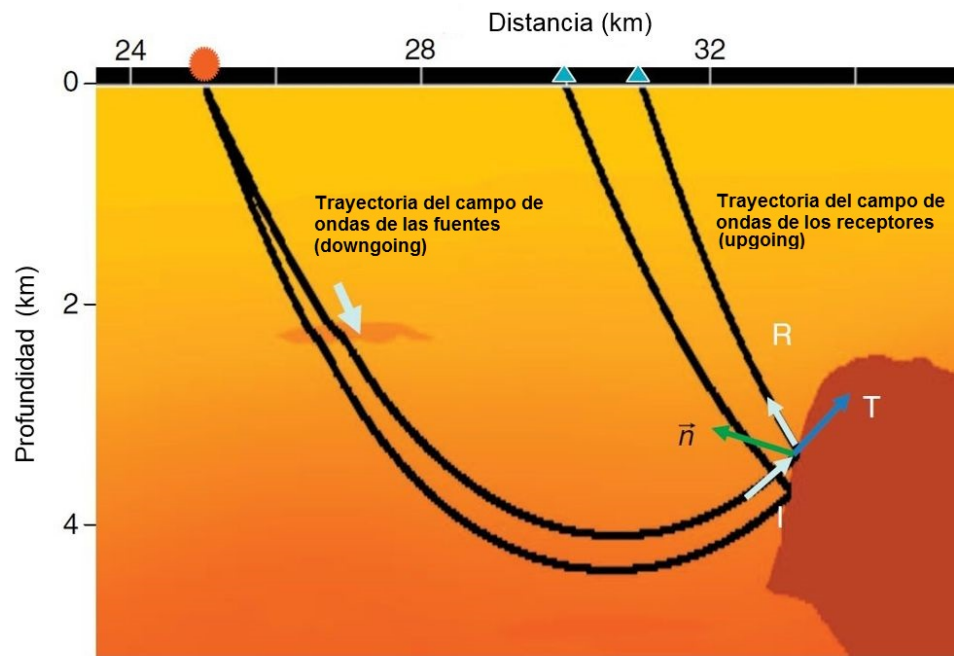


Figura 1.14: Trayectoria de propagación

Trayectorias de la propagación de onda generada por una fuente única. I (onda incidente), T (onda transmitida) y R (onda reflejada). Tomado y modificado de Faqui Liu *et al*, 2011.

Generalizando, se puede analizar un reflector plano y horizontal, en el cual el campo de ondas incidente y reflejado, corresponden a una dirección descendente (downgoing) y ascendente (upgoing), respectivamente; los campos de onda de fuentes y receptores en RTM, propagados usando la ecuación de onda completa, contienen ambos componentes, los cuales pueden ser separados como

$$s(x, z, t) = s_d(x, z, t) + s_u(x, z, t) \quad (1.40)$$

$$r(x, z, t) = r_d(x, z, t) + r_u(x, z, t) \quad (1.41)$$

donde  $s_d(x, z, t)$ ,  $s_u(x, z, t)$  y  $r_d(x, z, t)$ ,  $r_u(x, z, t)$  son los componentes descendente y ascendente de los campos de ondas de las fuentes y los receptores, respectivamente. Sustituyendo (1.40) y (1.41) en (1.37) tenemos

$$\begin{aligned}
 I(x, z) &= \int_0^{T_{max}} s_d(x, z, t) r_u(x, z, t) dt + \int_0^{T_{max}} s_u(x, z, t) r_d(x, z, t) dt \\
 &+ \int_0^{T_{max}} s_d(x, z, t) r_d(x, z, t) dt \\
 &+ \int_0^{T_{max}} s_u(x, z, t) r_u(x, z, t) dt \\
 &= I_{z1}(x, z) + I_{z2}(x, z) + I_{z3}(x, z) + I_{z4}(x, z)
 \end{aligned}
 \tag{1.42}$$

Por definición  $I_{z1}$  es la correlación cruzada de los campos de onda descendente de las fuentes y ascendente de los receptores, este es el mismo resultado que se obtiene con la migración con ecuación de onda unidireccional.  $I_{z2}$  es la correlación cruzada de los campos de onda ascendente de las fuentes y descendente de los receptores. La Figura 1.15 muestra la trayectoria de una onda prismática, con doble reflexión. En el punto A, la onda incidente es descendente, y la onda reflejada es ascendente, caso contrario se presenta en el punto B, donde la onda incidente es ascendente y la reflejada es descendente. Por lo tanto, para poder construir correctamente la imagen del reflector, es necesario tomar en cuenta ambas reflexiones, lo cual requiere que ambos términos ( $I_{z1}$  y  $I_{z2}$ ), sean usados.

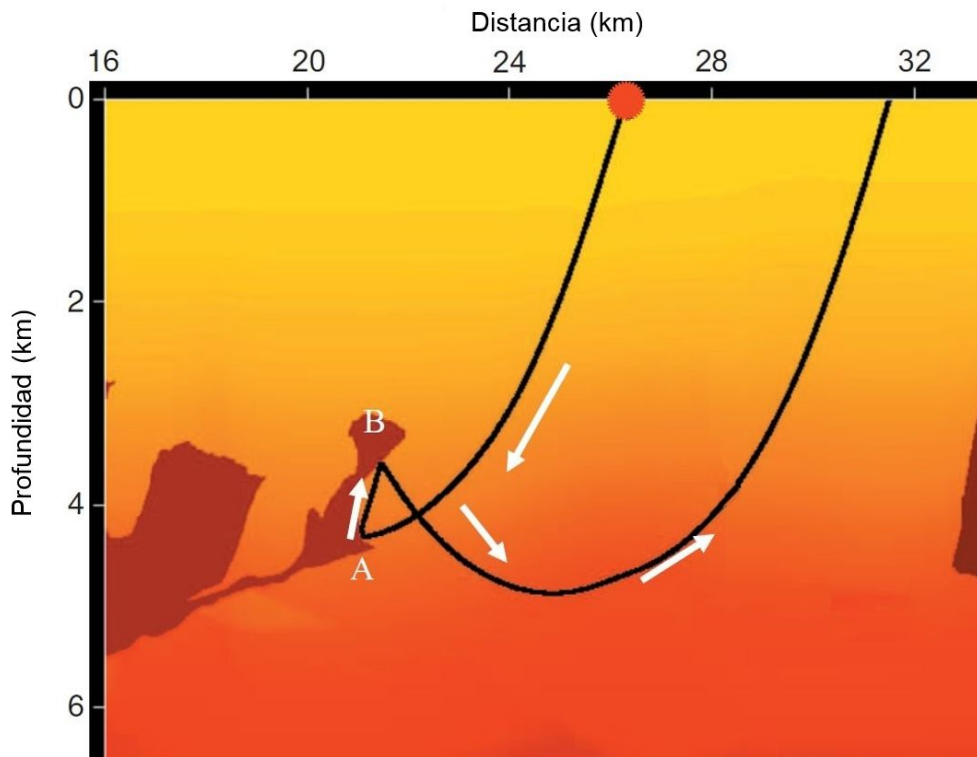


Figura 1.15: Trayectoria de una onda prismática  
 Trayectoria de una onda prismática con doble reflexión; en el punto A, la onda incidente es descendente, y la onda reflejada es ascendente, caso contrario se presenta en el punto B, donde la onda incidente es ascendente y la reflejada es descendente. Tomado y modificado de Faqui Liu *et al*, 2011.



Los términos  $I_{z3}$  y  $I_{z4}$  de la ecuación (1.42) son las causantes de generar los artefactos de baja frecuencia, ya que son la correlación cruzada de los campos de onda que se propagan en la misma dirección descendente ( $I_{z3}$ ) y ascendente ( $I_{z4}$ ) a lo largo de la trayectoria de la propagación de la onda.

Por lo tanto, la condición de imagen adecuada para eliminar estas correlaciones indeseadas, es decir los artefactos de baja frecuencia, parte de la ecuación (1.42) y eliminando los dos últimos términos así:

$$I_{ud}(x, z) = \int_0^{T_{max}} [s_d(x, z, t)r_u(x, z, t) + s_u(x, z, t)r_d(x, z, t)]dt \quad (1.43)$$

Esta condición de imagen es efectiva siempre y cuando los campos de onda de las fuentes y los receptores, puedan ser descompuestos en sus componentes ascendente y descendente. En algunos casos esto no es posible como en el caso de la Figura 1.14 donde tanto la onda incidente como la reflejada son ascendentes, pero se propagan en direcciones contrarias en su componente horizontal. Por lo tanto es necesario aplicar la descomposición de campos en forma similar para la dirección horizontal, para separar las trayectorias hacia la izquierda de las trayectorias hacia la derecha. Esta descomposición de campos puede hacerse a través de la transformada de Fourier.

## 1.8.2 Descomposición del campo de onda

Para implementar la imagen de la ecuación (1.43), los campos de onda extrapolados de las fuentes y los receptores, deben ser separados en componentes en los cuales las propagaciones pueden proyectarse en la misma dirección.

Los componentes descendente y ascendente para la dirección vertical y de izquierda y derecha para la dirección horizontal, son fácilmente separables en el dominio  $f - k$  (Hu y McMechan, 1987) así

$$\begin{aligned} S_D(\omega, k_z) &= \begin{cases} S(\omega, k_z), & \text{si } \omega k_z \geq 0 \\ 0, & \text{si } \omega k_z < 0 \end{cases} \\ S_U(\omega, k_z) &= \begin{cases} S(\omega, k_z), & \text{si } \omega k_z < 0 \\ 0, & \text{si } \omega k_z \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.44)$$

$$\begin{aligned} S_L(\omega, k_x) &= \begin{cases} S(\omega, k_x), & \text{si } \omega k_x \geq 0 \\ 0, & \text{si } \omega k_x < 0 \end{cases} \\ S_R(\omega, k_x) &= \begin{cases} S(\omega, k_x), & \text{si } \omega k_x < 0 \\ 0, & \text{si } \omega k_x \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.45)$$

$$\begin{aligned} R_D(\omega, k_z) &= \begin{cases} R(\omega, k_z), & \text{si } \omega k_z \geq 0 \\ 0, & \text{si } \omega k_z < 0 \end{cases} \\ R_U(\omega, k_z) &= \begin{cases} R(\omega, k_z), & \text{si } \omega k_z < 0 \\ 0, & \text{si } \omega k_z \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.46)$$

$$\begin{aligned} R_L(\omega, k_x) &= \begin{cases} R(\omega, k_x), & \text{si } \omega k_x \geq 0 \\ 0, & \text{si } \omega k_x < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.47)$$

$$R_R(\omega, k_x) = \begin{cases} R(\omega, k_x), & \text{si } \omega k_x < 0 \\ 0, & \text{si } \omega k_x \geq 0 \end{cases}$$

donde  $S(\omega, k_z)$  es la transformada de Fourier 2D del campo de ondas  $s(x, z, t)$  para la vertical,  $\omega$  es la frecuencia angular y  $k_z$  el número de onda en la dirección vertical (profundidad);  $S_D(\omega, k_z)$  y  $S_U(\omega, k_z)$  son los componentes descendentes y ascendentes en el dominio  $f - k_z$ , y  $S_L(\omega, k_z)$  y  $S_R(\omega, k_z)$  los componentes hacia la izquierda y hacia la derecha, en el dominio  $f - k_x$ . Los componentes de la ecuación (1.43) se obtienen de la transformada 2D inversa de Fourier. El procedimiento es análogo para el campo de onda de los receptores.

Sin embargo, la aplicación numérica de las ecuaciones (1.44) a (1.47) requiere: a) el cálculo de la transformada 2D de Fourier para la sección en  $z$  y  $t$  para cada punto de la grilla en la superficie, b) el cálculo de la transformada 2D de Fourier para la sección en  $x$  y  $t$  para cada punto de la grilla en la profundidad, c) el cálculo de la transformada inversa 2D de Fourier de a) y b). Esto es costoso en términos de cómputo y uso de memoria.

La ecuación (1.43) solo requiere que los dos componentes del campo de onda se propaguen en direcciones opuestas para cada paso de tiempo. Teniendo esto en cuenta la descomposición de campos se puede realizar únicamente para cada paso de tiempo. Esta separación se puede plantear así

$$\begin{aligned} S_+(t, k_z) &= \begin{cases} \bar{S}(t, k_z), & \text{si } k_z \geq 0 \\ 0, & \text{si } k_z < 0 \end{cases} \\ S_-(t, k_z) &= \begin{cases} \bar{S}(t, k_z), & \text{si } k_z < 0 \\ 0, & \text{si } k_z \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.48)$$

$$\begin{aligned} S_+(t, k_x) &= \begin{cases} \bar{S}(t, k_x), & \text{si } k_x \geq 0 \\ 0, & \text{si } k_x < 0 \end{cases} \\ S_-(t, k_x) &= \begin{cases} \bar{S}(t, k_x), & \text{si } k_x < 0 \\ 0, & \text{si } k_x \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.49)$$

$$\begin{aligned} R_+(t, k_z) &= \begin{cases} \bar{R}(t, k_z), & \text{si } k_z \geq 0 \\ 0, & \text{si } k_z < 0 \end{cases} \\ R_-(t, k_z) &= \begin{cases} \bar{R}(t, k_z), & \text{si } k_z < 0 \\ 0, & \text{si } k_z \geq 0 \end{cases} \\ R_+(t, k_x) &= \begin{cases} \bar{R}(t, k_x), & \text{si } k_x \geq 0 \\ 0, & \text{si } k_x < 0 \end{cases} \\ R_-(t, k_x) &= \begin{cases} \bar{R}(t, k_x), & \text{si } k_x < 0 \\ 0, & \text{si } k_x \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.50)$$

Donde  $\bar{S}(t, k_z)$  y  $\bar{R}(t, k_z)$  son las transformada 1D de Fourier del campo de ondas de las fuentes y receptoras, respectivamente, con respecto a la variable  $z$ . La condición de imagen debe ser ajustada así

$$I(x, z) = \int_0^{T_{max}} [s_+^*(x, z, t)r_-(x, z, t) + s_-^*(x, z, t)r_+(x, z, t)]dt \quad (1.51)$$

donde  $s_{\pm}(x, z, t)$  y  $r_{\pm}(x, z, t)$  son la transformada inversa 1D de Fourier de  $S_{\pm}(t, k_z)$  y  $R_{\pm}(t, k_z)$  con respecto a  $k_z$ , respectivamente. El superíndice \* representa la conjugada compleja ya que la función es compleja. Este procedimiento produce el mismo resultado que las ecuaciones (1.44) a (1.47), pero es más eficiente en términos de cómputo ya que implica solo la aplicación de transformadas 1D de Fourier y transformada inversa 1D de Fourier, reduciendo el cálculo en un 50%.

La ecuación (1.51) puede ser simplificada como

$$I(x, z) = 2Re \left\{ \int_0^{T_{max}} [s_+^*(x, z, t)r_+(x, z, t)]dt \right\} \quad (1.52)$$

En este trabajo, las imágenes migradas con RTM, se obtendrán con la condición de imagen con separación de campos, dada por la ecuación (1.52).

## 1.9 Resumen del capítulo

En este capítulo se desarrolló el marco teórico de los principales componentes de RTM, se establecieron las ecuaciones implementadas en el código MatLab desarrollado para obtener las imágenes RTM. Éste está basado en el Método de Diferencias Finitas de alto orden de Grilla Alternada (ecuación (1.7)), una condición de borde ABC híbrido (ecuaciones (1.19) a (1.30) y (1.36)) y una condición de imagen por correlación cruzada con separación de campos (ecuación (1.52)). Igualmente se estableció el flujo de trabajo de RTM mostrado en la Figura 1.9 y la Figura 1.10 y se establecieron las pautas para la escogencia de los parámetros de procesamiento, tales como intervalo de muestreo espacial, intervalo de muestreo temporal, orden de la derivada espacial y frecuencia dominante de la ondícula, de acuerdo con las velocidades del modelo geológico.

## 2. Simulación numérica

Se realizaron varias simulaciones numéricas, con el objetivo de analizar el efecto de los parámetros de modelamiento en los resultados, principalmente los referidos a dispersión y eliminación de las reflexiones de borde.

### 2.1 Ondícula fuente

Para este trabajo se utilizaron dos tipos de ondícula fuente; para los ejemplos numéricos del capítulo 2, de modelamiento y de condición de borde, se usó un pulso sinusoidal por la simpleza de la ondícula y por el carácter ilustrativo de las figuras; para los ejemplos numéricos de obtención de imágenes RTM del capítulo 3, se usó una ondícula Ricker.

#### 2.1.1 Pulso sinusoidal

Esta ondícula corresponde a una función *seno* con una duración de un período  $T$  y una amplitud máxima de uno. La ecuación usada para generar esta ondícula es

$$rw(t) = \sin(2\pi f(t + \Delta t)) \quad (2.1)$$

En la Figura 2.2 se muestran varias ondículas para diferentes valores de la frecuencia.

#### 2.1.2 Ondícula fuente de Ricker

La ondícula de Ricker se usó en este trabajo para el modelamiento de los ejemplos numéricos del Capítulo 3, donde se presentan los resultados de migración con datos sintéticos y reales. Una ondícula de Ricker con una frecuencia dominante  $f_p$  se denota como

$$rw(t) = (1 - 2\pi^2 f_p^2 t^2) e^{-\pi^2 f_p^2 t^2} \quad (2.2)$$

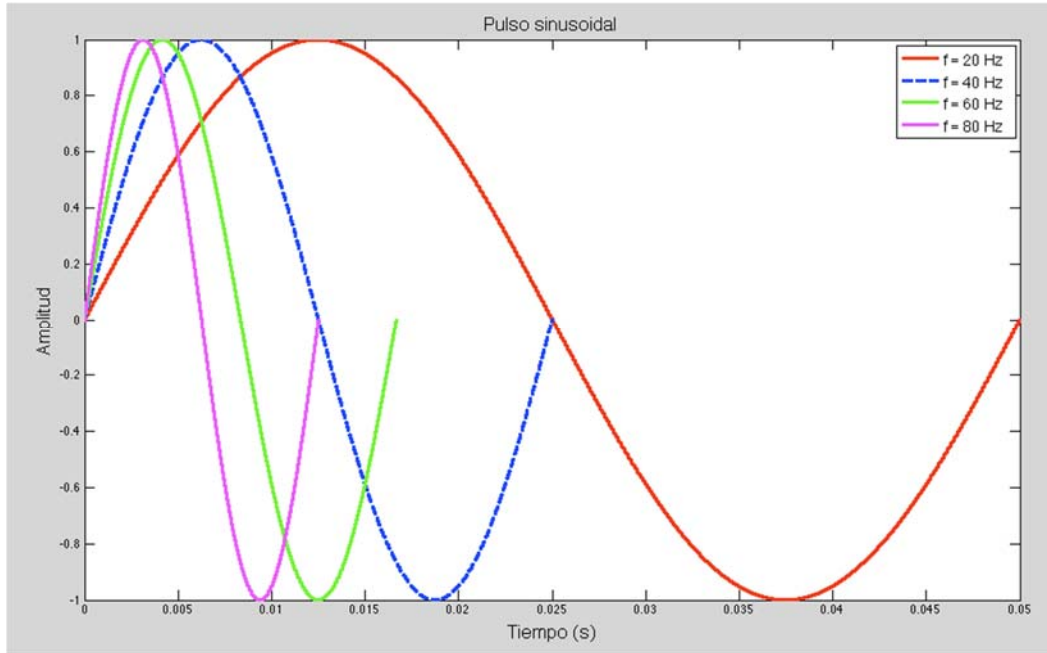


Figura 2.1: Pulso sinusoidal  
 Ondícula de un pulso sinusoidal generado con la ecuación (2.1), con una duración de un período; se presenta para 4 frecuencias diferentes.

La Figura 2.2 muestra cuatro ondículas Ricker para diferentes frecuencias dominantes. La forma de estas ondículas, están definidas por la frecuencia dominante  $f_p$ . La longitud de onda es inversamente proporcional a la frecuencia dominante, mientras más alta la frecuencia, más estrecha es la forma de la ondícula.

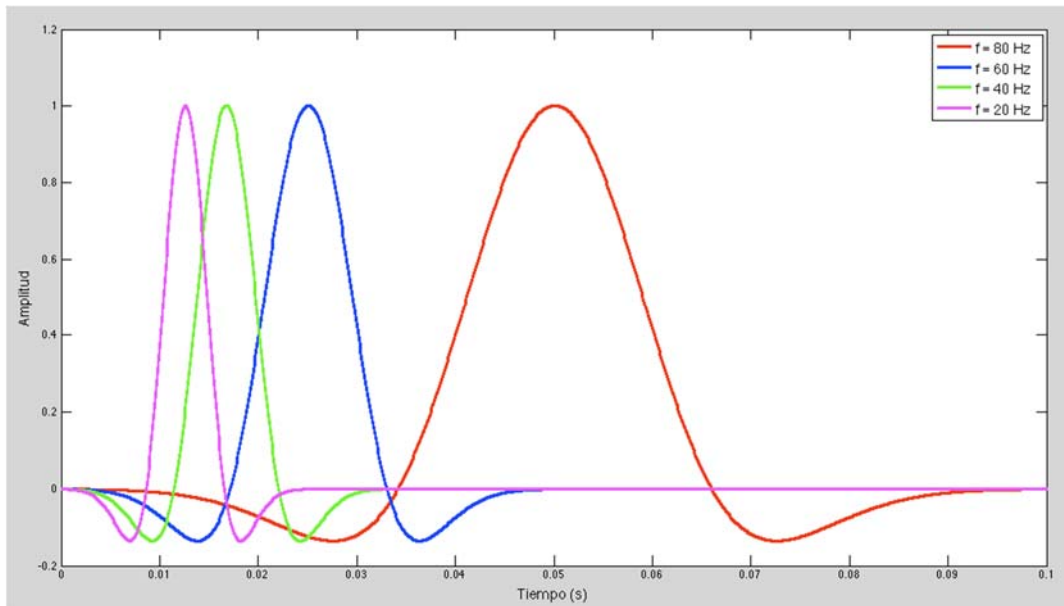


Figura 2.2: Ondícula Ricker para diferentes frecuencias dominantes  
 Ondícula de Ricker generada por la ecuación (2.2), con una duración de un período; se presenta para 4 frecuencias diferentes.

## 2.2 Simulación numérica

La Figura 2.3 muestra una imagen instantánea de la condición de borde por el método ABC Híbrido calculada por el método de diferencias finitas para un medio 2D acústico con a) condición de borde método ABC Híbrido, con  $N = 1$ , donde las ondas son reflejadas completamente, b) con  $N = 2$ , parte de la onda es absorbida, c) con  $N = 3$  y d) con  $N = 10$ , donde la onda es absorbida completamente. Cada figura incluye tres instantáneas a 200, 410 y 510 ms respectivamente de izquierda a derecha. El modelo de velocidad tiene una velocidad única de 3,000 m/s, tamaño de grilla de 10X10 m, el área total es de 2,000X2,000 m (200X200 puntos de grilla), e intervalo de muestreo de 1 ms. Para la solución numérica espacial se usó el orden 20 ( $2M = 20$ ) y para la solución numérica temporal el orden 2. La onda fuente es un pulso sinusoidal de 20 Hz y un período de longitud, localizado en el centro del modelo. En el borde superior tenemos borde libre, por lo que en todas las instantáneas se refleja la onda.

En la Figura 2.4, cada serie representa el campo de ondas que inciden en el borde derecho (coordenadas 2,000x1,000) del modelo y la onda artificialmente reflejada, para un instante de tiempo que varía desde 200 ms hasta 500 ms cada 10 ms. a) condición de borde método ABC Híbrido, con  $N = 1$ , donde las ondas son reflejadas completamente, b) con  $N = 2$ , la onda es absorbida parcialmente, c) con  $N = 3$  y d) con  $N = 10$ , donde la onda es absorbida completamente. El modelo de velocidad tiene una velocidad única de 3,000 m/s, un tamaño de grilla de 10X10 m, el área total es de 2,000X2,000 m (200X200 puntos de grilla), y un intervalo de muestreo de 1 ms. Para la solución numérica espacial se usó el orden 20 ( $2M = 20$ ) y para la solución numérica temporal el orden 2. La onda fuente es un pulso sinusoidal de 20 Hz y un período de longitud, localizado en el centro del modelo. En el borde superior tenemos borde libre, por lo que en todas las instantáneas se refleja la onda.

La Figura 2.5 muestra el campo de ondas a una profundidad de 1,000 m para un instante de tiempo de 500 ms cada serie muestra la amplitud de la onda reflejada para diferentes valores de  $N$  para la condición de borde método ABC Híbrido, la línea roja para  $N = 1$ , donde las ondas son reflejadas completamente, verde para  $N = 2$ , la onda es absorbida parcialmente, magenta para  $N = 3$  y azul para  $N = 10$ , donde la onda es absorbida completamente. El modelo de velocidad es homogéneo de 3,000 m/s, un tamaño de grilla de 10X10 m, el área total es de 2,000X2,000 m (200X200 puntos de grilla), y un intervalo de muestreo de 1 ms. Para la solución numérica espacial se usó el orden 20 ( $2M = 20$ ) y para la solución numérica temporal el orden 2. La onda fuente es un pulso sinusoidal de 20 Hz y un período de longitud, localizado en el centro del modelo. En el borde superior tenemos borde libre, por lo que en todas las instantáneas se refleja la onda.

La Figura 2.6 muestra un modelo de 6 capas planas, con velocidades de 2,000, 2,500, 3,000, 3,400, 3,700 y 4,000 m/s. Las profundidades de las interfaces es 400, 600, 900, 1,100 y 1,500 m. El modelo de velocidad es homogéneo de 3,000 m/s, un tamaño de grilla de 10X10 m, el área total es de 2,000X2,000 m (200X200 puntos de grilla), y un intervalo de muestreo de 1 ms. Para la solución numérica espacial se usó el orden 20 ( $2M = 20$ ) y para la solución numérica temporal el orden 2. La onda fuente es un pulso sinusoidal de 20 Hz y un período de longitud, localizado en el centro del modelo. En el borde superior tenemos borde libre, por lo que en todas las instantáneas se refleja la onda.

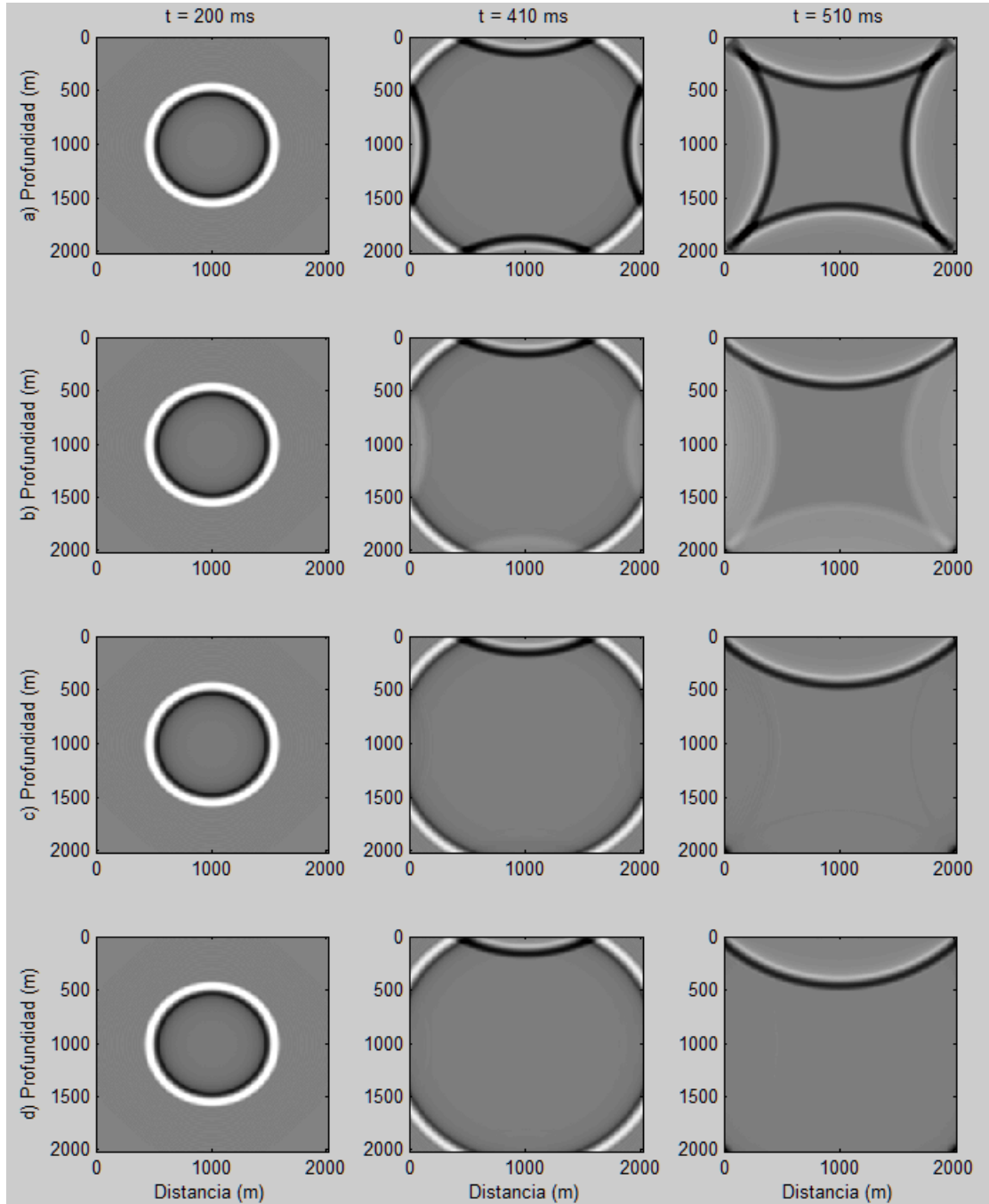


Figura 2.3: Imagen instantánea de condición de borde por el método ABC Híbrido  
 a) condición de borde método ABC Híbrido, con  $N = 1$ , donde las ondas son reflejadas completamente, b) con  $N = 2$ , parte de la onda es absorbida, c) con  $N = 3$  y d) con  $N = 10$ , donde la onda es absorbida completamente. Cada figura incluye tres instantáneas a 200, 410 y 510 ms respectivamente de izquierda a derecha. El modelo de velocidad es homogéneo de 3,000 m/s, un tamaño de grilla de  $10 \times 10$  m, el área total es de  $2,000 \times 2,000$  m ( $200 \times 200$  puntos de grilla), y un intervalo de muestreo de 1 ms. Para la solución numérica espacial se usó el orden 20 ( $2M = 20$ ) y para la solución numérica temporal el orden 2. La onda fuente es un pulso sinusoidal de 20 Hz y un período de longitud, localizado en el centro del modelo. La condición del borde superior es de borde libre.

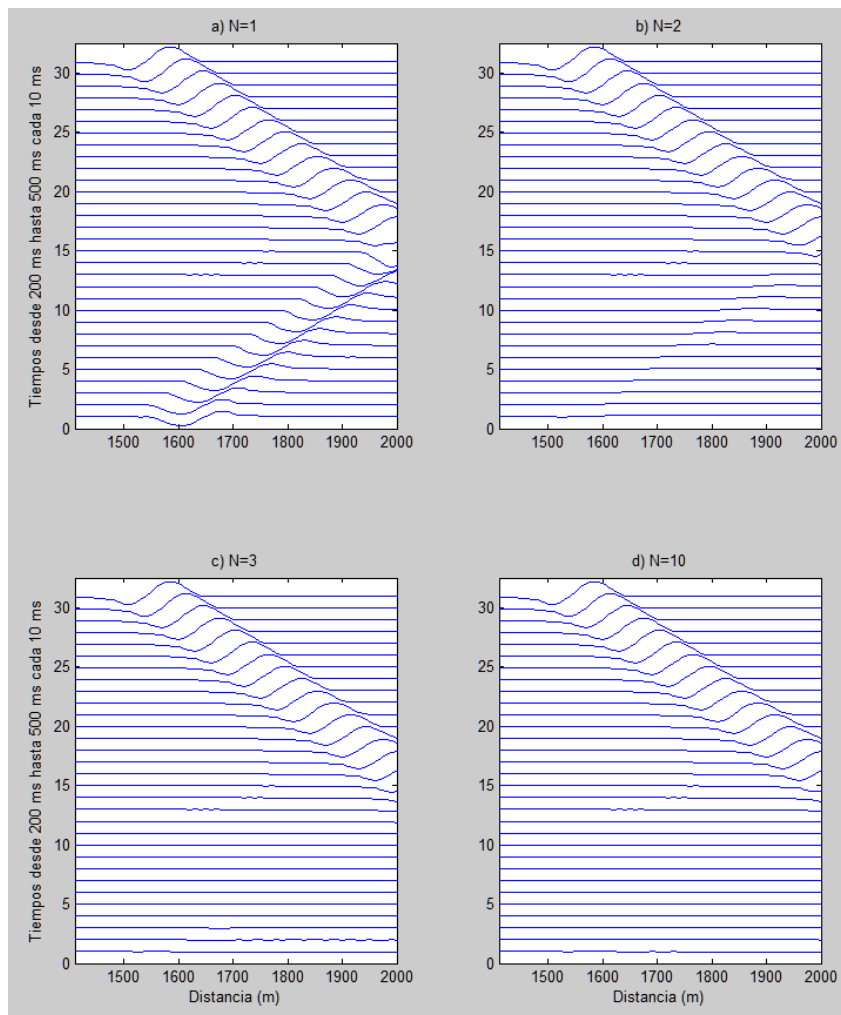


Figura 2.4 Imagen de la onda incidente y reflejada en el contorno derecho. Cada serie representa el campo de ondas que inciden en el borde derecho (coordenadas 2,000x1,000) del modelo y la onda artificialmente reflejada, para un instante de tiempo que varía entre 200 ms hasta 500 ms cada 10 ms. a) condición de borde método ABC Híbrido, con  $N = 1$ , donde las ondas son reflejadas completamente, b) con  $N = 2$ , la onda es absorbida parcialmente, c) con  $N = 3$  y d) con  $N = 10$ , donde la onda es absorbida completamente. El modelo de velocidad es homogéneo de 3,000 m/s, un tamaño de grilla de 10X10 m, el área total es de 2,000X2,000 m (200X200 puntos de grilla), y un intervalo de muestreo de 1 ms. Para la solución numérica espacial se usó el orden 20 ( $2M = 20$ ) y para la solución numérica temporal el orden 2. La onda fuente es un pulso sinusoidal de 20 Hz y un periodo de longitud, localizado en el centro del modelo. La condición del borde superior es de borde libre.

La Figura 2.7 muestra los sismogramas generados por el método de diferencias finitas para un medio 2D acústico con la condición de borde por el método ABC Híbrido, el modelo de velocidades se muestra en la Figura 2.6 que corresponde a 6 capas de velocidades de 2,000, 2,500, 3,000, 3,400, 3,700 y 4,000 m/s. La profundidad de las interfaces es 400, 600, 900, 1,100 y 1,500 m. Los demás parámetros son iguales a los de la Figura 2.3 y Figura 2.4. a) condición de borde método ABC Híbrido, con  $N = 1$ , donde las ondas son reflejadas completamente, b) con  $N = 2$ , la onda es absorbida parcialmente, c) con  $N = 3$  y d) con  $N = 10$ , donde la onda es absorbida completamente.



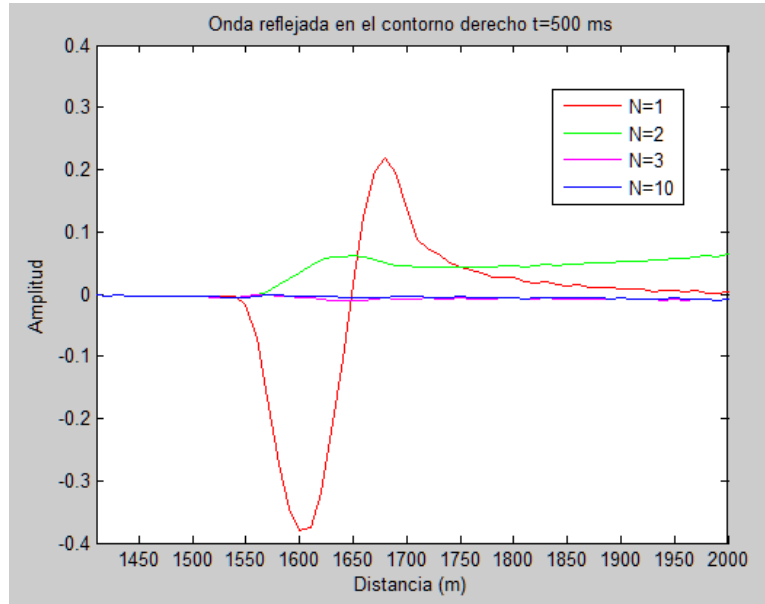


Figura 2.5 Onda reflejada artificialmente por el borde derecho  
 Campo de ondas a una profundidad de 1,000 m para un instante de tiempo de 500 ms cada serie muestra la amplitud de la onda reflejada para diferentes valores de  $N$  para la condición de borde método ABC Híbrido, la línea roja para  $N = 1$ , donde las ondas son reflejadas completamente, verde para  $N = 2$ , la onda es absorbida parcialmente, magenta para  $N = 3$  y azul para  $N = 10$ , donde la onda es absorbida completamente. El modelo de velocidad es homogéneo de 3,000 m/s, un tamaño de grilla de 10X10 m, el área total es de 2,000X2,000 m (200X200 puntos de grilla), y un intervalo de muestreo de 1 ms. Para la solución numérica espacial se usó el orden 20 ( $2M = 20$ ) y para la solución numérica temporal el orden 2. La onda fuente es un pulso sinusoidal de 20 Hz y un período de longitud, localizado en el centro del modelo. La condición del borde superior es de borde libre.

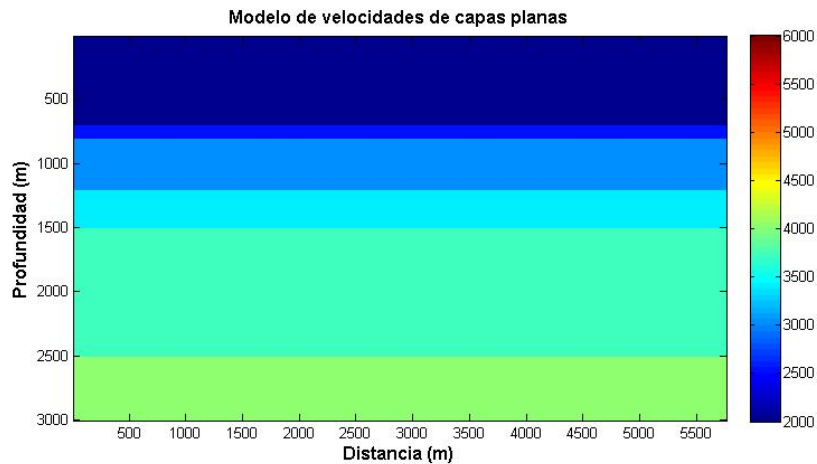
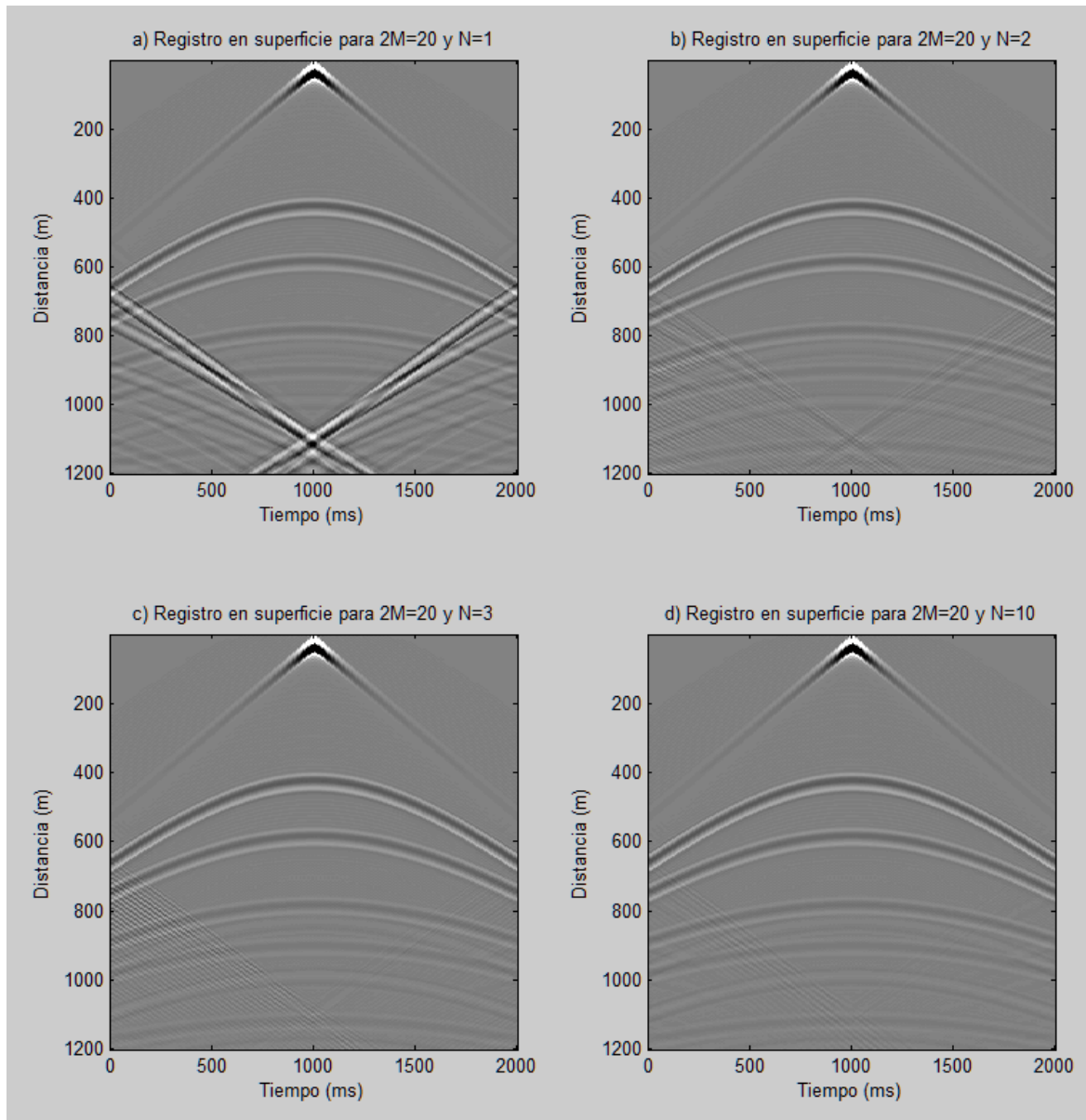


Figura 2.6 Modelo de velocidades de capas planas  
 Modelo de capas planas usado para generar los sismogramas de la Figura 2.7. Corresponde a 6 capas de velocidades de 2,000, 25,00, 3,000, 3,400, 3,700 y 4,000 m/s. Las profundidades de las interfaces es 400, 600, 900, 1,100 y 1,500 m. El modelo tiene un tamaño de grilla de 10X10 m, el área total es de 3,000X6,000 m (300X600 puntos de grilla). La condición del borde superior es de borde libre.

Figura 2.7 Sismograma calculado con MFDGA y condición de borde ABC Híbrido para un sistema de capas horizontales (ver Figura 2.6)



Sismogramas generados por el método de diferencias finitas para un medio 2D acústico con la condición de borde por el método ABC Híbrido, el modelo de velocidades se muestra en la Figura 2.6 que corresponde a 6 capas de velocidades de 2,000, 2,500, 3,000, 3,400, 3,700 y 4,000 m/s. La profundidad de las interfaces es 400, 600, 900, 1,100 y 1,500 m. El modelo tiene un tamaño de grilla de 10X10 m, el área total es de 3,000X6,000 m (300X600 puntos de grilla), y un intervalo de muestreo de 1 ms. Para la solución numérica espacial se usó el orden 20 ( $2M = 20$ ) y para la solución numérica temporal el orden 2. La onda fuente es un pulso sinusoidal de 20 Hz y un período de longitud, localizado en el centro del modelo. La condición del borde superior es de borde libre. a) condición de borde método ABC Híbrido, con  $N = 1$ , donde las ondas son reflejadas completamente, b) con  $N = 2$ , la onda es absorbida parcialmente, c) con  $N = 3$  y d) con  $N = 10$ , donde la onda es absorbida completamente.

En la figura Figura 2.8 se puede observar las instantáneas del campo de ondas a 250 ms. El modelo de velocidad es homogéneo de 3,000 m/s, un tamaño de grilla de 10X10 m, el área total es de 2,000X2,000 m (200X200 puntos de grilla), y un intervalo de muestreo de 1 ms. Para la solución numérica espacial se usó el orden  $2M = 6, 10, 20, 40$ . Es notable la dispersión para  $M=3$ , el patrón formado permite ver que el efecto de la

dispersión es menor para ángulos de propagación de  $45^\circ$ , esto es debido a que el intervalo de muestreo vertical es igual al horizontal. La dispersión para  $M=5$  es menor y casi nula para  $M=10$  y  $M=20$ .

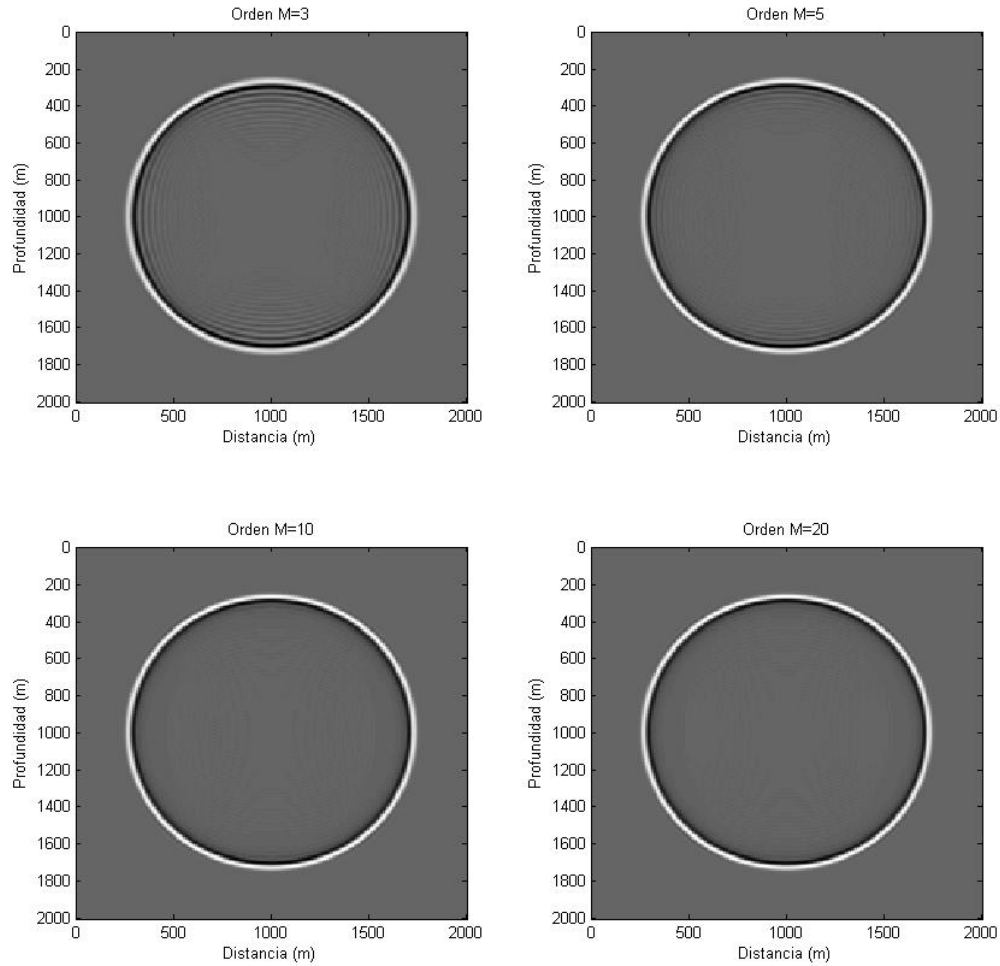


Figura 2.8: Instantáneas de propagación de la onda para diferentes valores de orden 2M-esimo de las derivadas espaciales

Instantáneas del campo de ondas a 250 ms. El modelo de velocidad es homogéneo de 3,000 m/s, un tamaño de grilla de 10X10 m, el área total es de 2,000X2,000 m (200X200 puntos de grilla), y un intervalo de muestreo de 1 ms. Para la solución numérica espacial se usó el orden  $2M = 6, 10, 20, 40$ . Es notable la dispersión para  $M=3$ , menor para  $M=5$  y mucho menor para  $M=10$  y  $M=20$ .



## 3. Obtención de imágenes RTM

En este capítulo se presentarán los resultados de la migración RTM realizado con el código MatLab desarrollado con la metodología y ecuaciones del Capítulo 1. El modelamiento de las fuentes y receptores está basado en el Método de Diferencias Finitas de alto orden de Grilla Alternada (ecuación (1.7)), la condición de borde ABC híbrido (ecuaciones (1.19) a (1.30) y (1.36)) y una condición de imagen por correlación cruzada con separación de campos (ecuación (1.52)).

En la primera parte se presentarán los resultados de varios modelos sintéticos que varían de simples a complejos y en la segunda parte se mostrarán los resultados de datos reales migrados con el mismo programa.

### 3.1 Datos sintéticos

#### 3.1.1 Modelo de cuña

En la Figura 3.1 se muestra un modelo de velocidades de dos capas en forma de cuña, con un plano inclinado de  $45^\circ$ . La capa superior tiene una velocidad de propagación de 1600 m/s y la inferior una velocidad de 2300 m/s. El modelo tiene 400 puntos de grilla en el eje de  $x$  y 200 puntos en el eje  $z$ , con un intervalo entre puntos de 10 m para ambos ejes, el tamaño total del modelo es de 2000 m en profundidad y 4000 m de distancia en superficie. Este modelo fue usado para hacer la migración RTM, para lo cual se propagó un pulso sinusoidal de 60 Hz, un orden de aproximación de la derivada espacial de 20.

Se generaron 100 registros sísmicos sintéticos con una separación de 40 m, con un tendido fijo de 400 receptores con una separación de 10 m, utilizando el algoritmo de Diferencias Finitas presentado en este trabajo. La longitud de registro fue de 5 s y un intervalo de muestreo de 1 ms. Posteriormente estos registros fueron migrados preapilado con el flujo de procesamiento presentado en la Figura 1.9 y la Figura 1.10.

La Figura 3.2 se obtuvo con la condición de imagen por correlación cruzada con normalización por los receptores. Se pueden observar los artefactos de baja frecuencia por encima de la interfaz. En la Figura 3.3 se observa la imagen por correlación cruzada con normalización por las fuentes, aunque es mejor que la imagen anterior, aun se pueden observar los artefactos de baja frecuencia. En la figura Figura 3.4 se presenta el

mismo modelo pero la condición de imagen se logró con la descomposición de campos, es notable la ausencia de los artefactos y la mejora de la resolución del reflector.

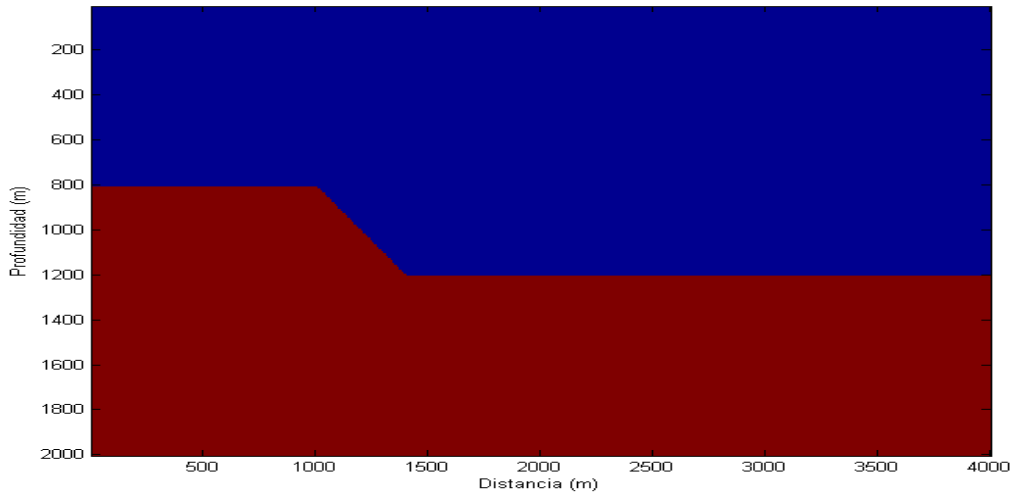


Figura 3.1: Modelo simple de cuña  
Modelo de velocidades de cuña en dos capas. La capa superior tiene una velocidad de 1600 m/s y la capa inferior una velocidad de 2300 m/s. El modelo tiene 400 puntos de grilla en el eje de  $x$  y 200 puntos en el eje  $z$ , con un intervalo entre puntos de 10 m para ambos ejes, el tamaño total del modelo es de 2000 m en profundidad y 4000 m de distancia en superficie.

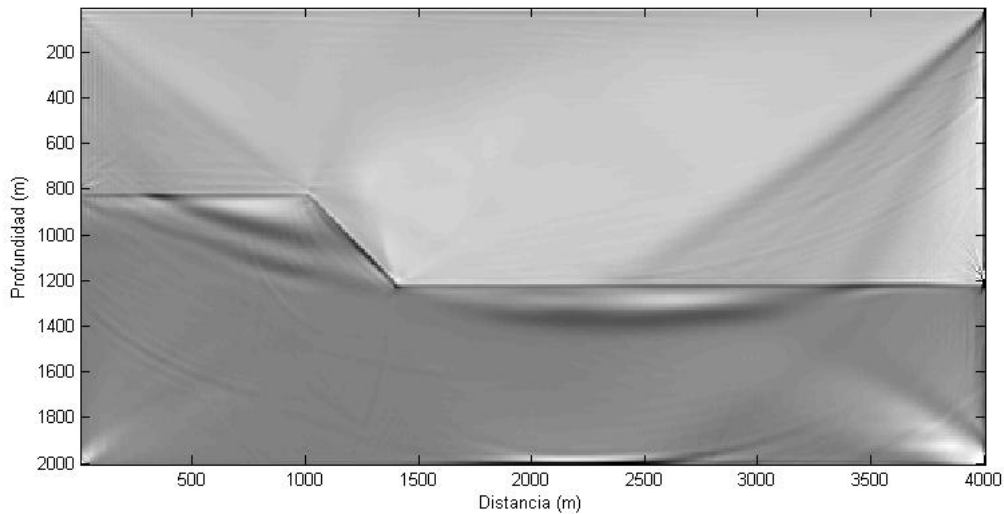


Figura 3.2: Condición de imagen por correlación cruzada, normalizada por los receptores. Se pueden observar los artefactos de baja frecuencia formados por encima de la interfaz.

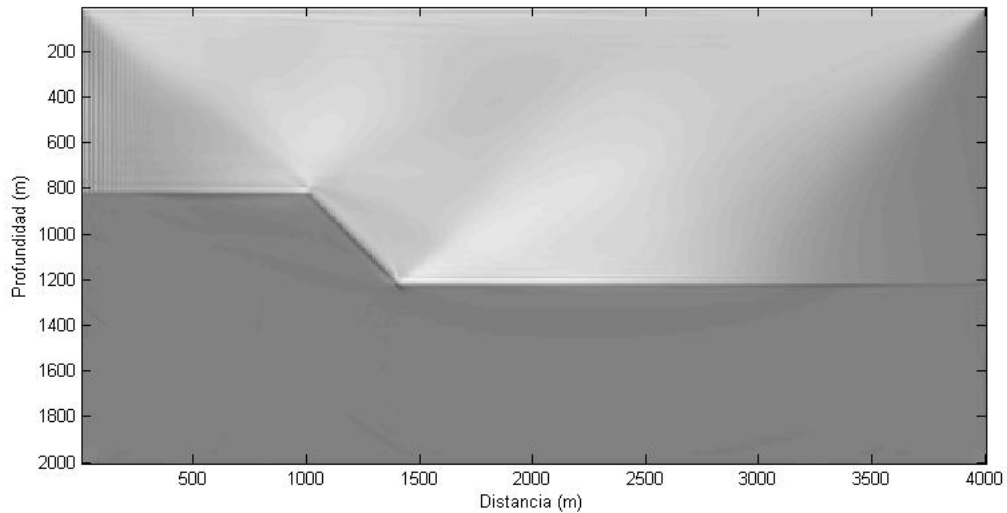


Figura 3.3: Condición de imagen por correlación cruzada, normalizada por las fuentes  
Esta imagen es mejor en comparación con la Figura 3.2, sin embargo aun persisten los artefactos de baja frecuencia formados por encima de la interfaz.

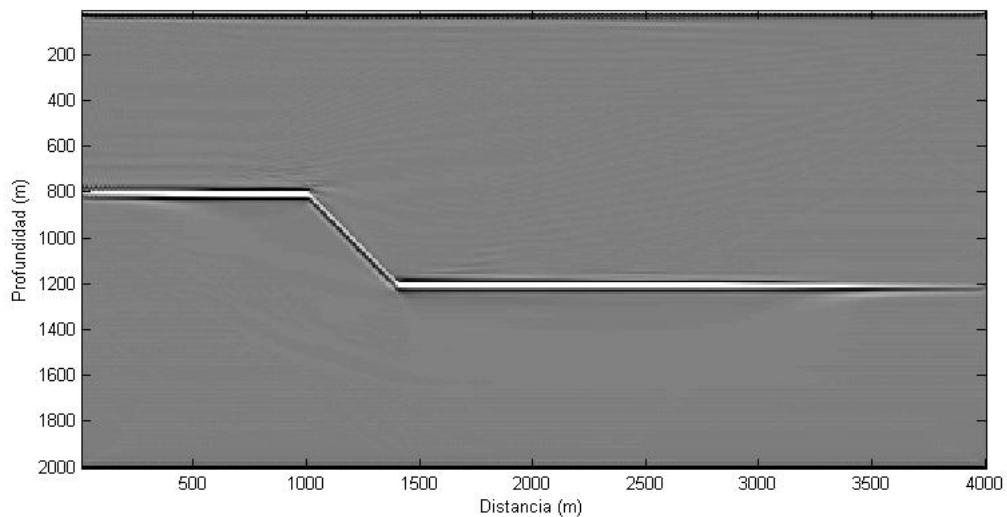


Figura 3.4: Condición de imagen por descomposición de campos de onda  
La condición de imagen se logró con la descomposición de campos, es notable la ausencia de los artefactos y la mejora de la resolución del reflector en comparación con la Figura 3.2 y la Figura 3.3.

### 3.2 Modelo de falla tipo bloque tumbado

El modelo presentado en la Figura 3.5 representa un falla vertical en dos capas, la capa superior tiene una velocidad de 1,600 m/s y la inferior 2,300 m/s. El modelo tiene 250 puntos de grilla en el eje de  $x$  y 200 puntos en el eje  $z$ , con un intervalo entre puntos de 10 m para ambos ejes. La dificultad que representa este modelo radica en poder obtener en la imagen final la interfaz vertical. Los métodos basados en trazado de rayos no

pueden reproducir esta falla, mientras que RTM lo puede hacer gracias a la ecuación de onda completa.

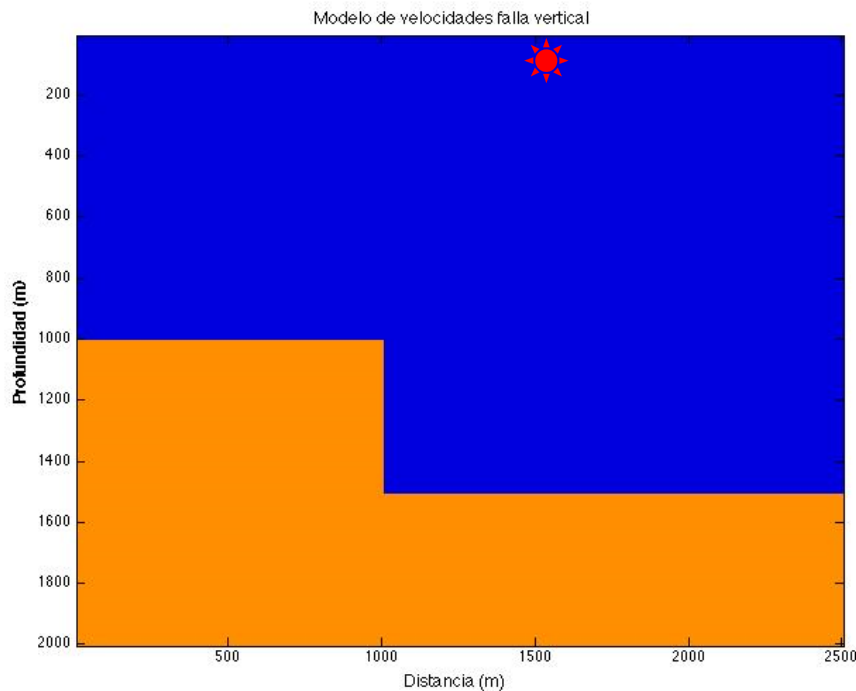


Figura 3.5: Modelo de falla vertical

Modelo de velocidades que representa una falla vertical; la capa superior tiene una velocidad de 1,600 m/s y la inferior 2,300 m/s. El modelo tiene 500 puntos de grilla en el eje de  $x$  y 200 puntos en el eje  $z$ , con un intervalo entre puntos de 10 m para ambos ejes. La ondícula usada es un pulso sinusoidal de 20 Hz. El orden de aproximación de las derivadas espaciales es de 20 y de las derivadas temporales es de 2. La estrella roja indica el punto fuente mostrado desde la Figura 3.6 a la Figura 3.11.

Se generaron 50 registros sísmicos sintéticos con una separación de 50 m, con un tendido fijo de 250 receptores con una separación de 10 m, utilizando el algoritmo de Diferencias Finitas presentado en este trabajo. La longitud de registro fue de 5 s y un intervalo de muestreo de 1 ms. Posteriormente estos registros fueron migrados preapilado con el flujo de procesamiento presentado en la Figura 1.9 y la Figura 1.10.

La Figura 3.6 y Figura 3.7 muestran una imagen instantánea en el tiempo 1,200 ms, tanto para el modelamiento de las fuentes como de los receptores. Las imágenes deben ser correlacionadas para obtener la imagen final, que debe ser apilada con las imágenes correlacionadas para cada paso de tiempo. Se ha tomado este paso de tiempo puntual como ilustración del proceso. En ambas figuras la flecha muestra la onda prismática producida por la doble reflexión en la interfaz horizontal y luego en la vertical. La ecuación de onda completa es capaz de modelar esta onda, lo que permite reconstruir la imagen de la interfaz vertical, por lo tanto no hay límite en el ángulo de buzamiento que RTM puede resolver.

En la Figura 3.8 y Figura 3.9 se muestra un slice del campo de ondas de las fuentes y los receptores, para una profundidad fija, en este caso de 1,200 m, del ejemplo numérico del modelo de velocidades presentado en la Figura 3.5; sobre este slice se realizan las operaciones de las ecuaciones (1.44) y (1.46) para la separación de campos de onda.



La imagen final migrada se puede ver en la Figura 3.12. Se puede observar la interfaz vertical, cómo fue reconstruida por el modelamiento de la ecuación de onda completa y definida por la condición de imagen con separación de campos. Reproducir este tipo de reflectores con un ángulo de buzamiento se logra solo con la ecuación de onda completa.

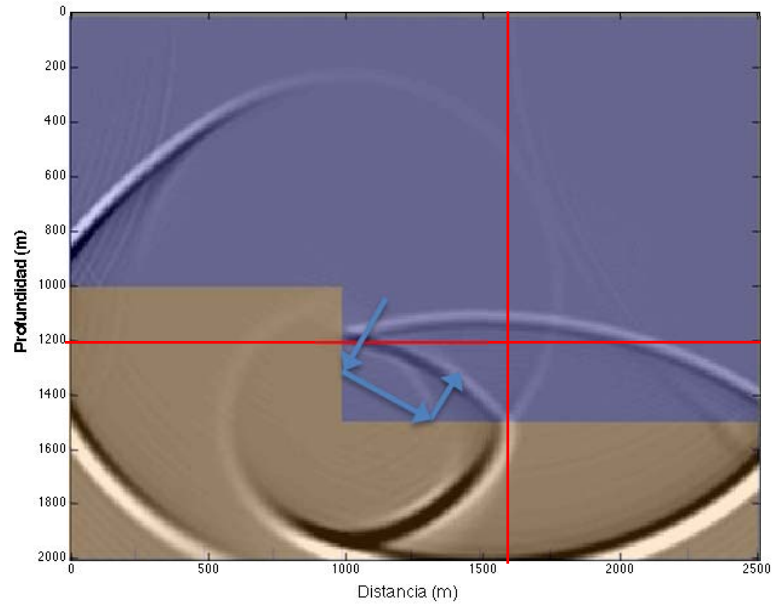


Figura 3.6: Imagen instantánea del modelamiento de las fuentes  
 Imagen instantánea del modelamiento de las fuentes  $t=1,200$  ms. El origen de la fuente está en superficie a una distancia de 1,500 m. La línea roja horizontal muestra la profundidad del slice de la Figura 3.8. La línea vertical muestra la ubicación en superficie del slice de la Figura 3.10. Las flechas muestran la trayectoria de la onda prismática como resultado de la doble reflexión en la interfaz vertical y horizontal.

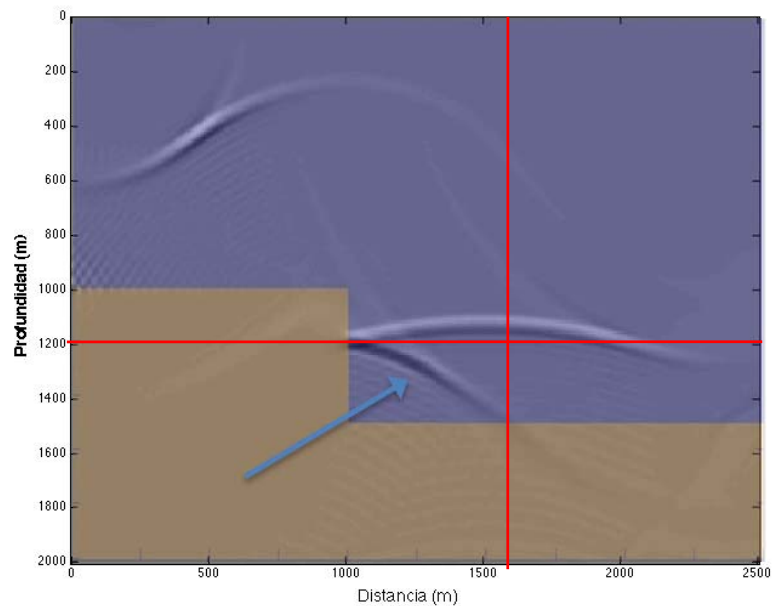


Figura 3.7: Imagen instantánea del modelamiento de las receptoras  
 Imagen instantánea del modelamiento de las receptoras  $t=1,200$  ms. La línea roja horizontal muestra la profundidad del slice de la Figura 3.9. La línea vertical muestra la ubicación en superficie del slice de la

Figura 3.11. La flecha muestra la onda prismática como resultado de la doble reflexión en la interfaz vertical y horizontal.

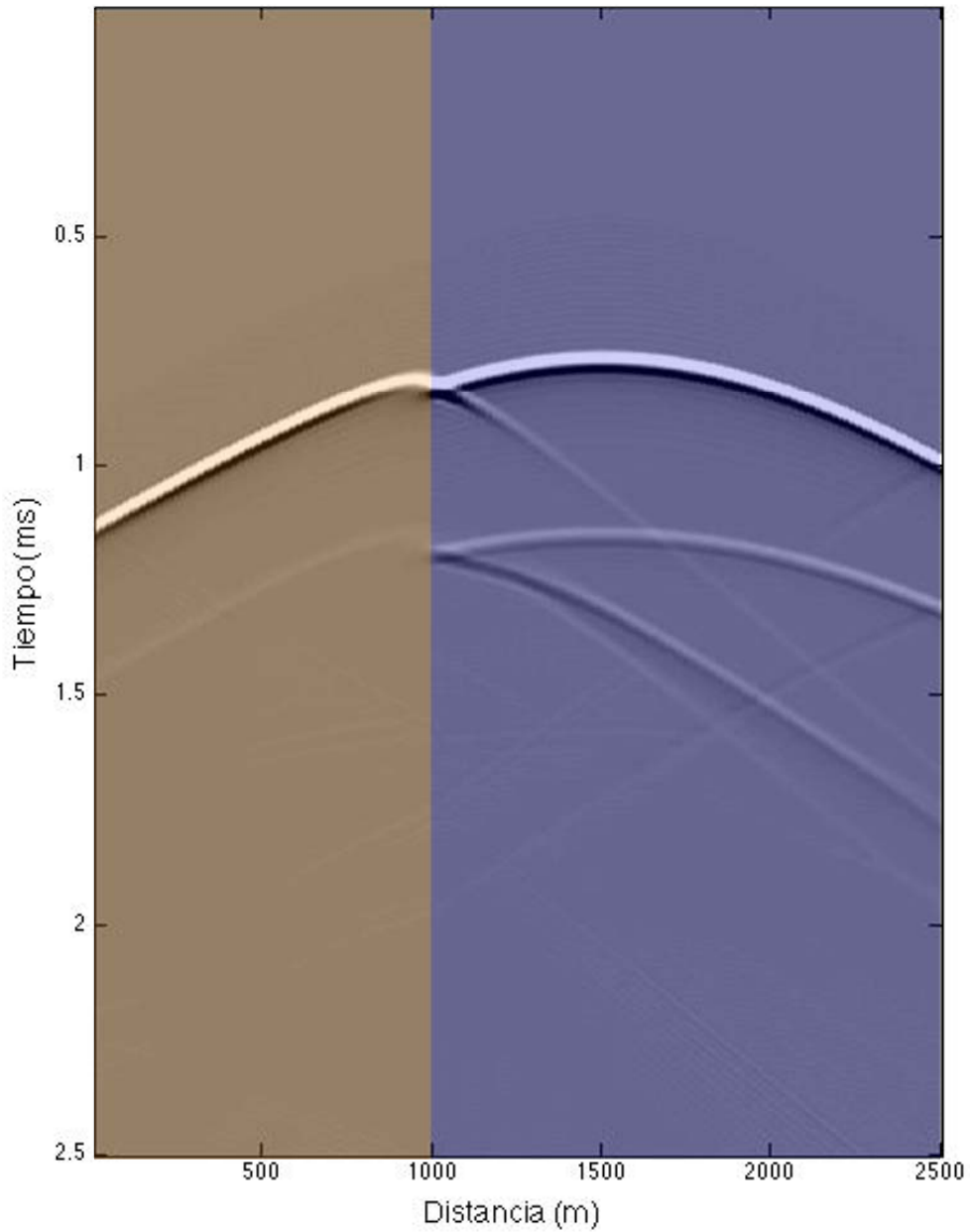


Figura 3.8: Slice del campo de ondas de las fuentes a una profundidad fija  $z = 1200$  m

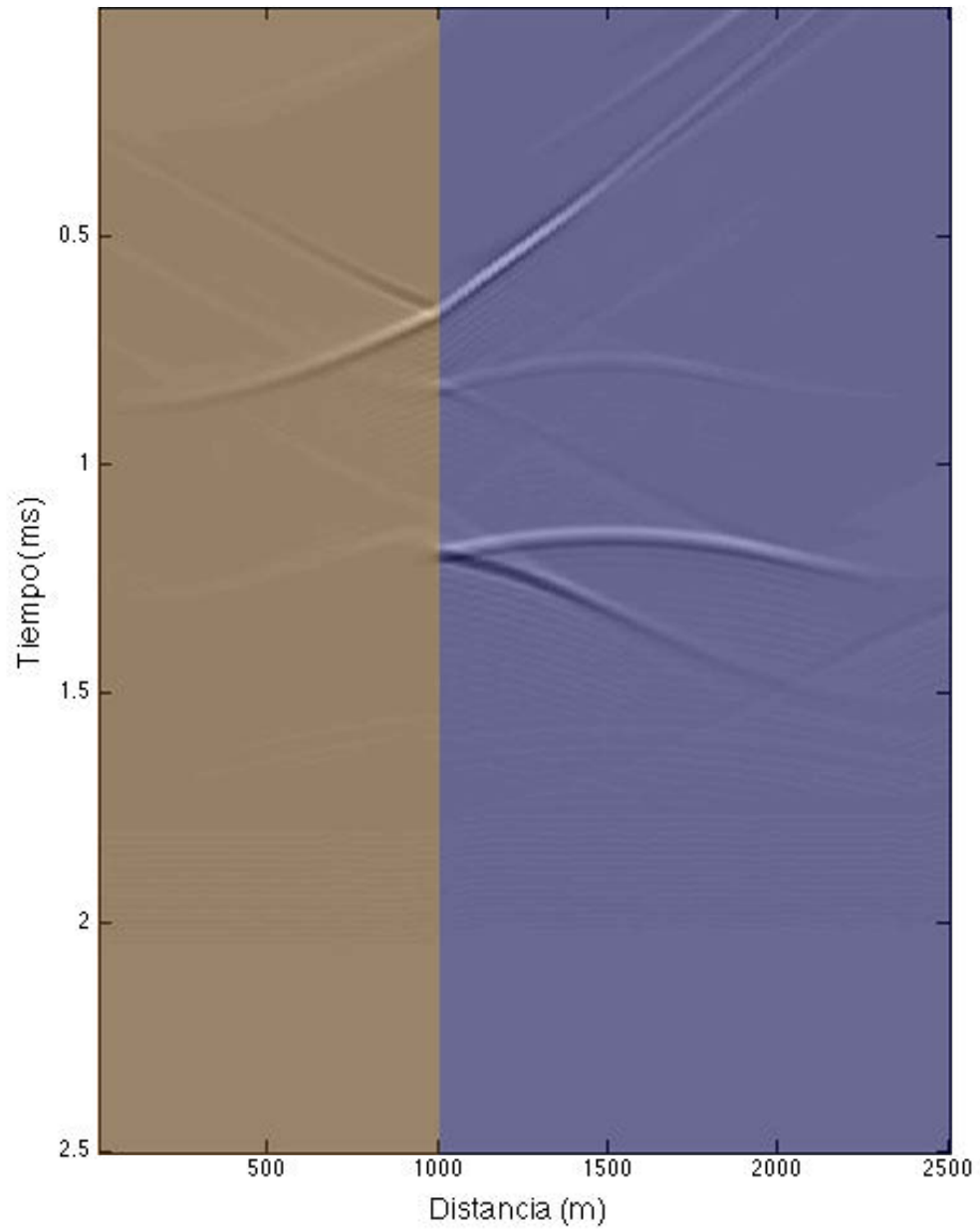


Figura 3.9: Slice del campo de ondas de las receptoras a una profundidad fija  $z = 1200 \text{ m}$

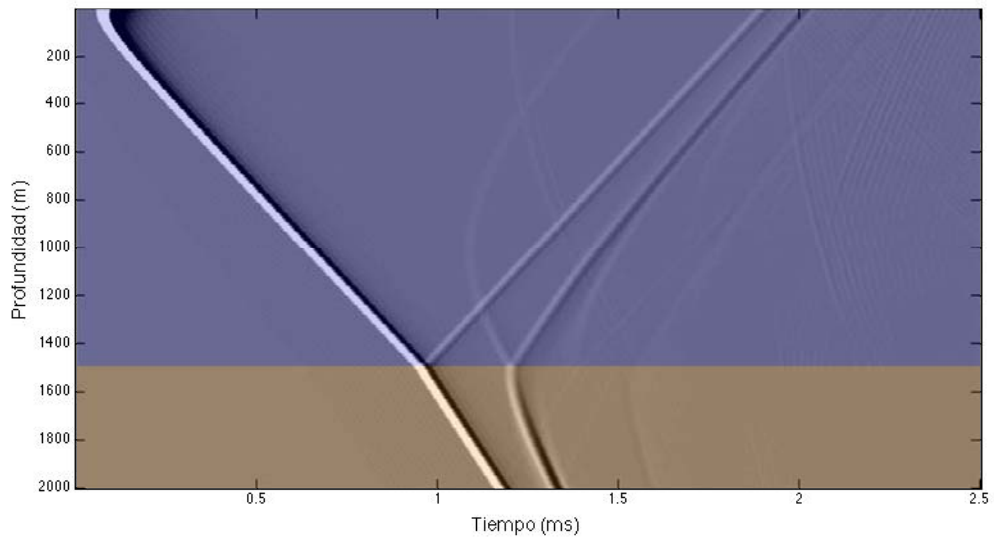


Figura 3.10: Slice del campo de ondas de las fuentes a una ubicación fija en superficie de  $x = 1600\text{ m}$

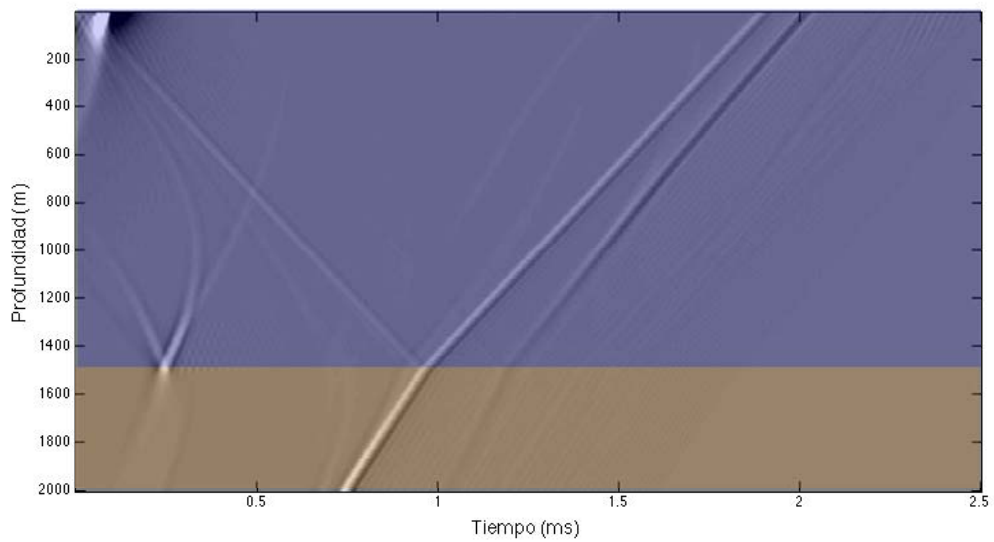


Figura 3.11: Slice del campo de ondas de los receptores a una ubicación fija en superficie de  $x = 1600\text{ m}$

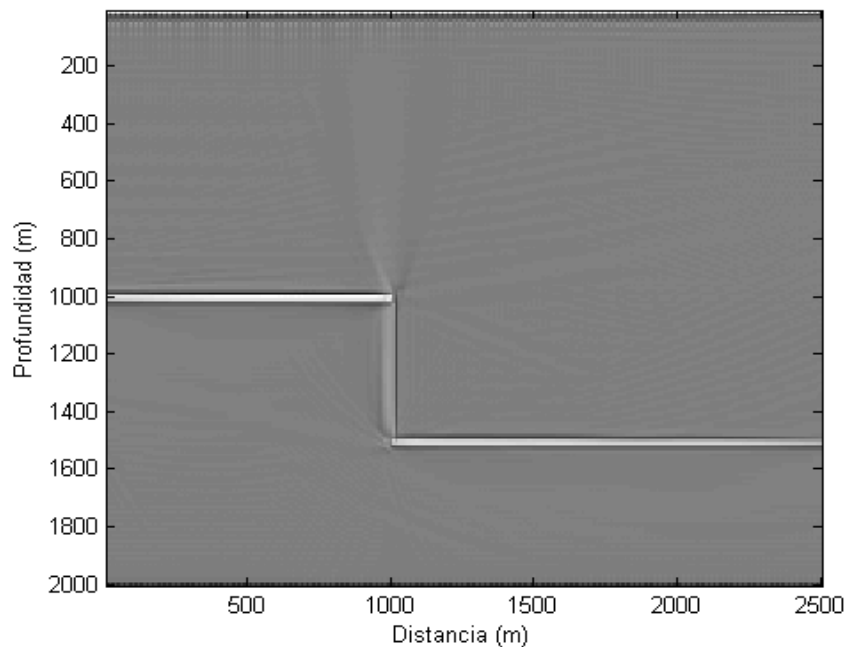


Figura 3.12: Imagen migrada del modelo de falla tipo bloque tumbado

Se puede observar la interfaz vertical, cómo fue reconstruida por el modelamiento de la ecuación de onda completa y definida por la condición de imagen con separación de campos. Reproducir este tipo de reflectores con un ángulo de buzamiento se logra solo con la ecuación de onda completa.

### 3.3 Modelo de Baysal

Baysal *et al* (1983) incluyeron un ejemplo de migración postapilado de un modelo de una falla de cabalgamiento. En la Figura 3.13 se muestra el modelo original de Baysal, mientras que en la Figura 3.14 se puede ver el mismo modelo modificado para los fines de este trabajo.

Se generaron 60 registros sísmicos sintéticos con una separación de 50 m, con un tendido fijo de 300 receptores con una separación de 10 m, utilizando el algoritmo de Diferencias Finitas presentado en este trabajo. La longitud de registro fue de 5 s y un intervalo de muestreo de 1 ms. Posteriormente estos registros fueron migrados preapilado con el flujo de procesamiento presentado en la Figura 1.9 y la Figura 1.10.

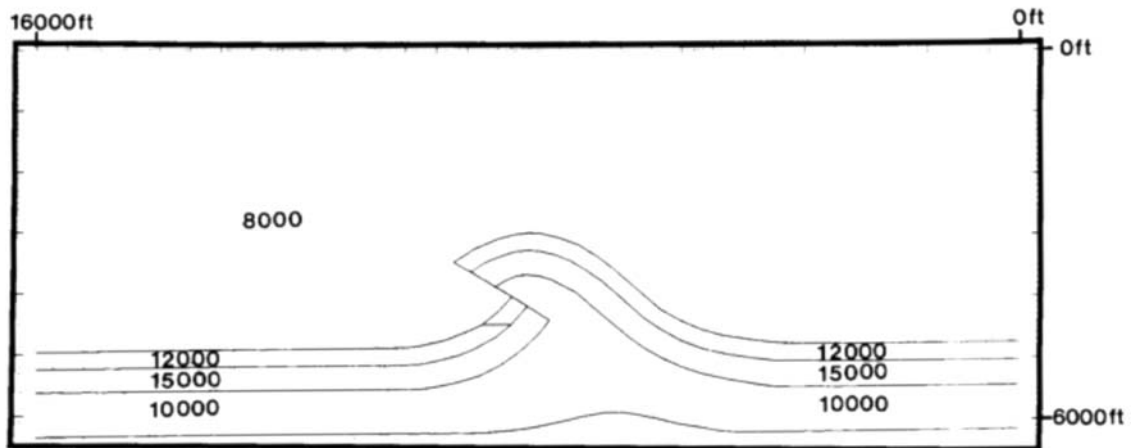


Figura 3.13: Modelo original de Baysal - falla de cabalgamiento

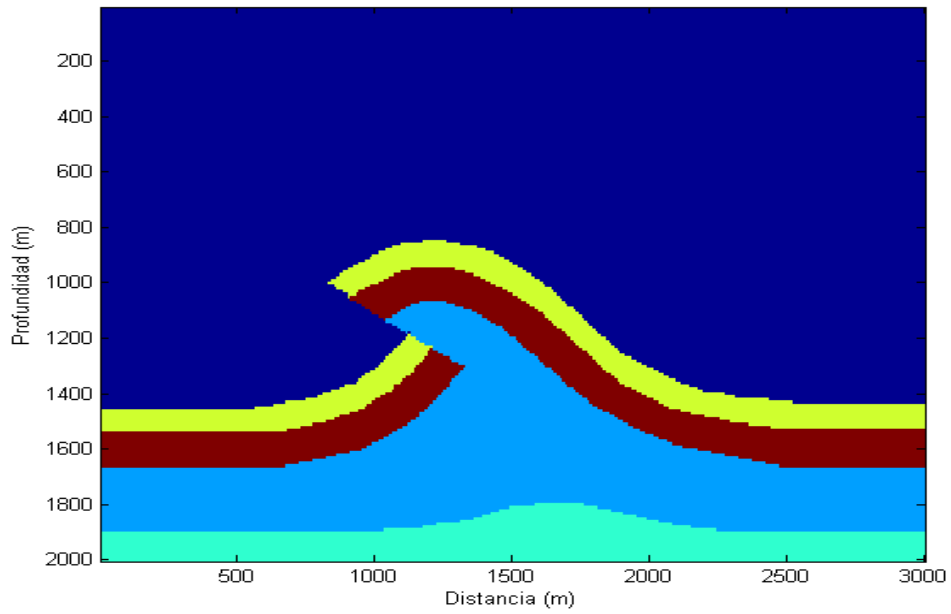


Figura 3.14: Modelo de velocidades tomado de Baysal *et al* (1983). El modelo tiene un tamaño de 2000 m en profundidad y 3000 m en distancia. El tamaño de la grilla es de 10 m.

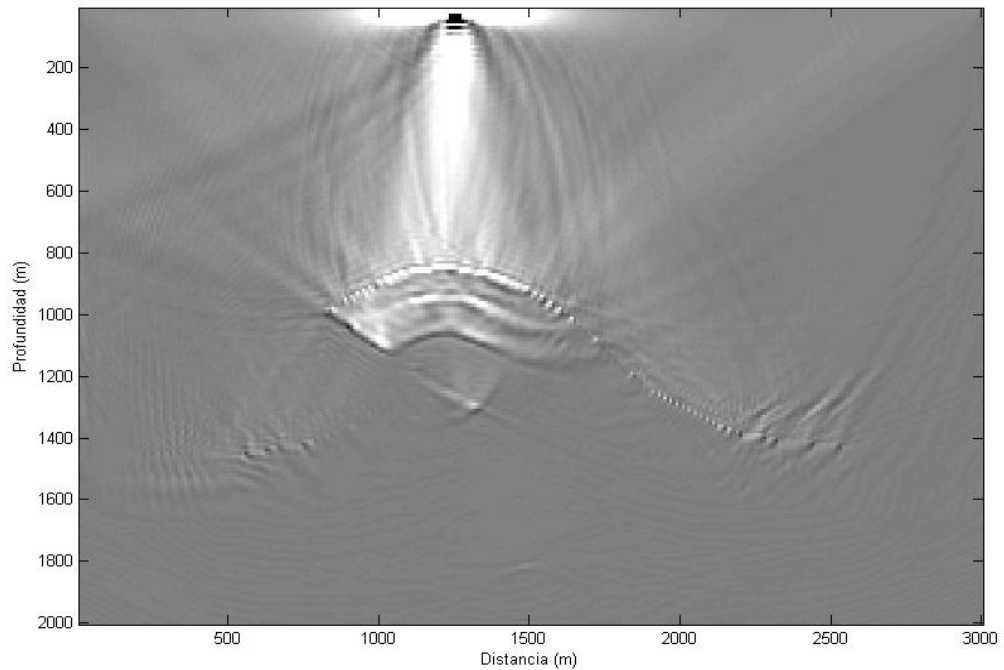


Figura 3.15: Imagen migrada del modelo de Baysal por Correlación Cruzada  
 Imagen migrada del modelo de Baysal de la Figura 3.14, para un fuente única ubicada a 1,250 m, obtenida por correlación cruzada de acuerdo con la ecuación (1.37)

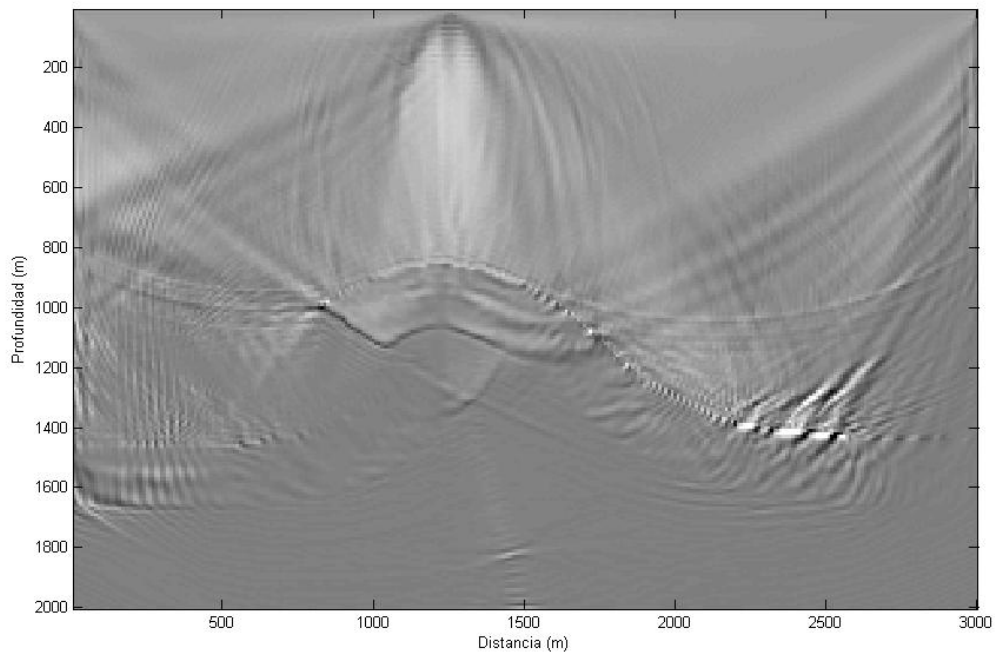


Figura 3.16: Imagen migrada del modelo de Baysal por Correlación Cruzada normalizada por la iluminación de los receptores  
 Imagen migrada del modelo de Baysal de la Figura 3.14, para un fuente única ubicada a 1,250 m, obtenida por correlación cruzada normalizada por la iluminación de los receptores de acuerdo con la ecuación (1.38)

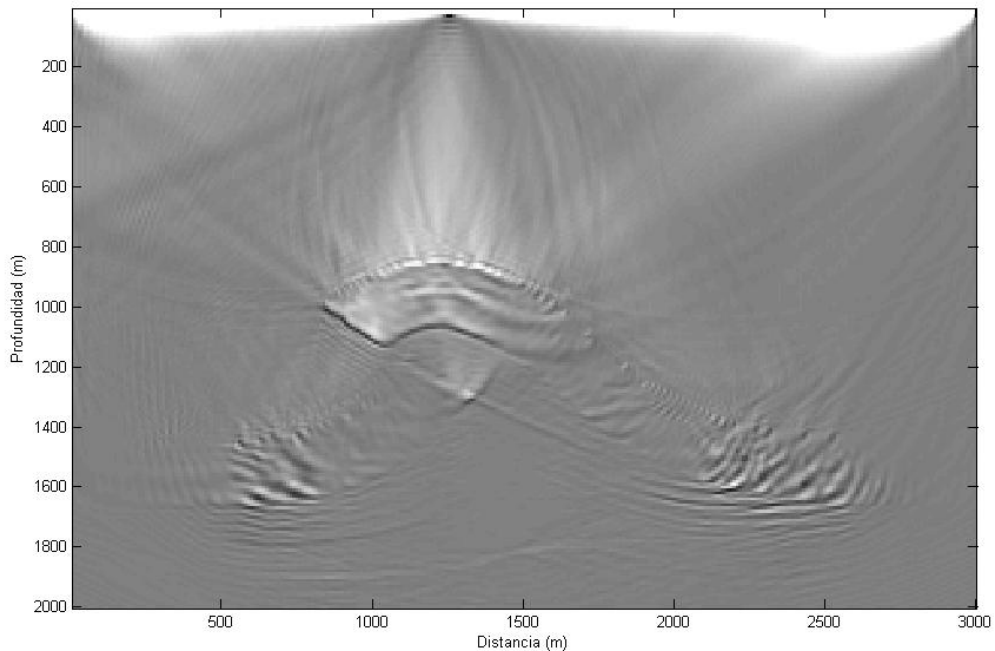


Figura 3.17: Imagen migrada del modelo de Baysal por Correlación Cruzada normalizada por la iluminación de las fuentes  
Imagen migrada del modelo de Baysal de la Figura 3.14, para un fuente única ubicada a 1,250 m, obtenida por correlación cruzada normalizada por la iluminación de las fuentes de acuerdo con la ecuación (1.39).

La Figura 3.15 muestra la condición de imagen por correlación cruzada para una fuente única a 1250 m en la superficie. Se puede observar el artefacto justo debajo de la fuente. En la Figura 3.16 y Figura 3.17 se muestra la condición de imagen para la misma fuente, normalizada por los receptores y por la fuente respectivamente. Si bien los artefactos disminuyen, no desaparecen totalmente.

La imagen final migrada se muestra en la Figura 3.18. Se observa buena definición de las estructuras de cabalgamiento y el reflector más profundo está bien delimitado. Debido a la discretización del modelo, las esquinas resultantes producen difracciones que finalmente se pueden observar en la imagen migrada.



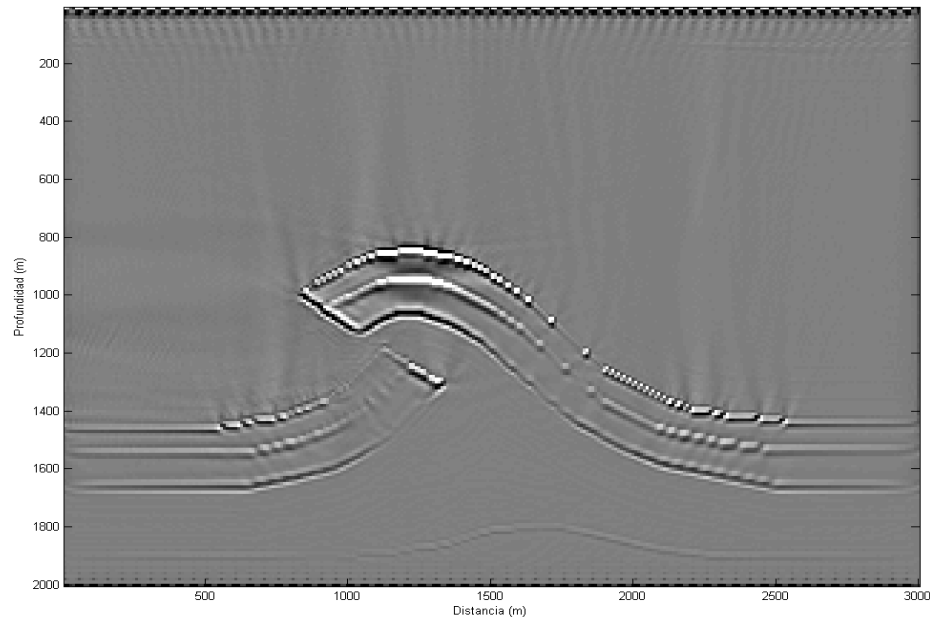


Figura 3.18: Imagen migrada de falla de cabalgamiento.  
Imagen migrada a partir del modelo de la figura Figura 3.14.

Para mejorar este aspecto, se migró un nuevo modelo con mejor resolución, con un tamaño de grilla de 5x5 m, que se puede observar en la Figura 3.19, así como la imagen migrada final en la Figura 3.20.

Se generaron 140 registros sísmicos sintéticos con una separación de 25 m, con un tendido fijo de 700 receptores con una separación de 5 m, utilizando el algoritmo de Diferencias Finitas presentado en este trabajo. La longitud de registro fue de 5 s y un intervalo de muestreo de 1 ms. Posteriormente estos registros fueron migrados preapilado con el flujo de procesamiento presentado en la Figura 1.9 y la Figura 1.10.

En comparación con la Figura 3.18, presenta mejor resolución de los reflectores, mejor continuidad y disminuyen los artefactos producidos por las difracciones. Para comparación en la Figura 3.21 se presenta la imagen original del artículo de Baysal *et al* (1983), producto de la migración RTM post-apilado. La imagen presentada en este trabajo es de mejor resolución, mayor definición y no presenta artefactos producidos por la migración.

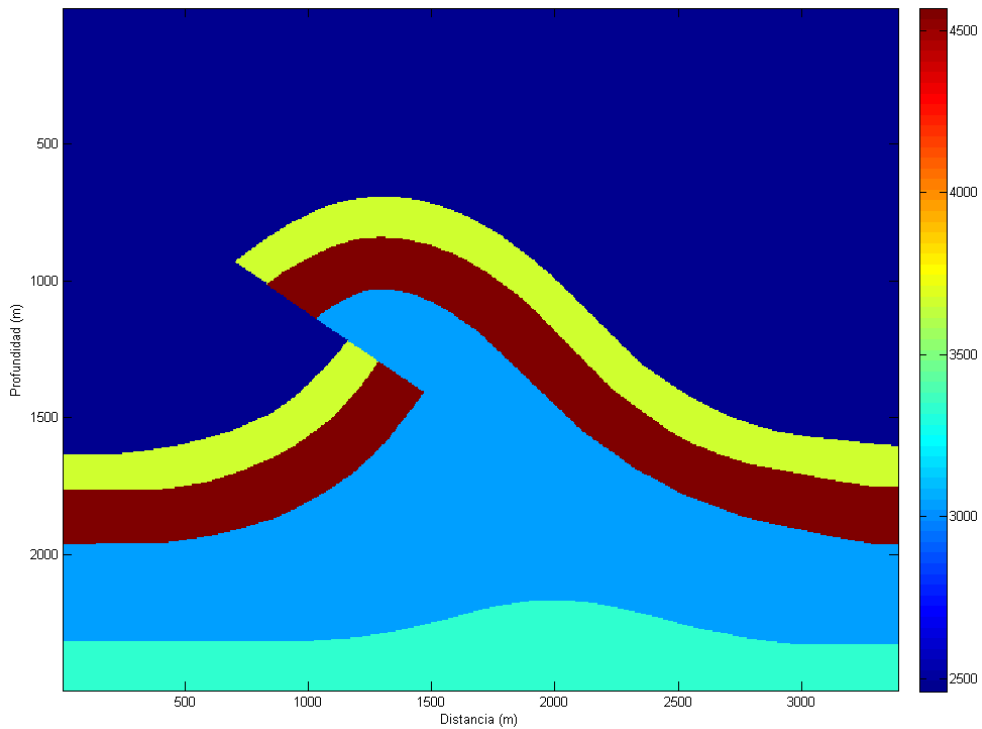


Figura 3.19: Modelo de falla de cabalgamiento alta resolución  
Este modelo tiene mejor resolución que el de la Figura 3.14, con un tamaño de grilla de 5x5 m.

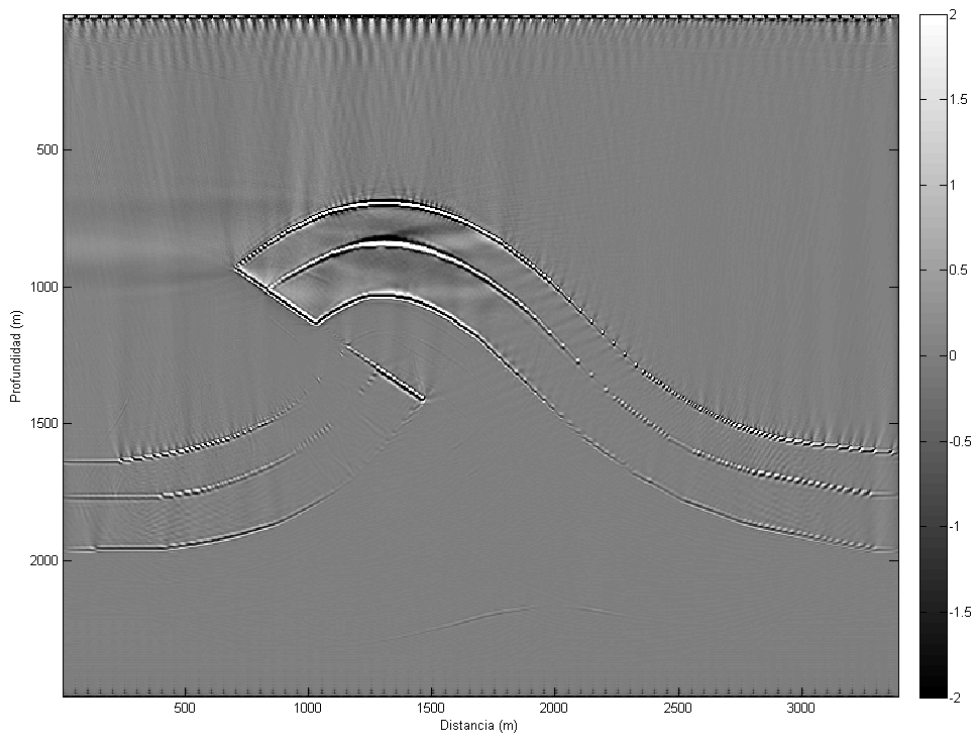


Figura 3.20: Imagen migrada preapilado del modelo de Baysal (1983) de una falla de cabalgamiento alta resolución

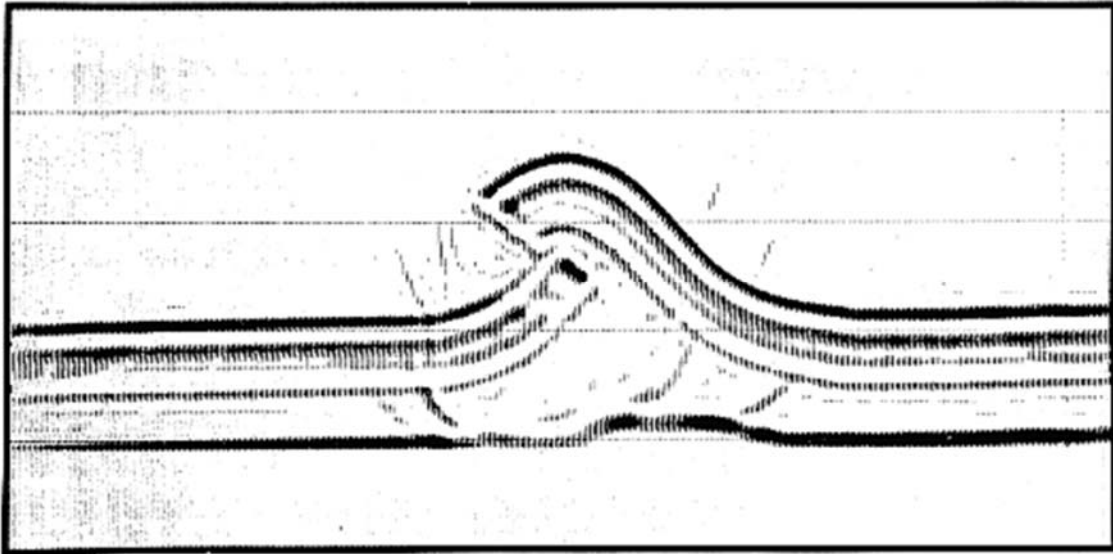


Figura 3.21: Imagen migrada post-apilado del artículo de Baysal

### 3.4 Modelo de Marmousi

Un modelo más complejo que los ya presentados es el de Marmousi; éste fue creado en 1988 por el Instituto Francés del Petróleo (IFP) en 1988. La geometría de este modelo se basa en un perfil a través del canal del Norte de Quenguela en la cuenca Cuanza. El modelo de la geometría y la velocidad fueron creados para producir datos sísmicos complejos que requieren técnicas avanzadas de procesamiento para obtener una imagen correcta del subsuelo.

La Figura 3.22 muestra el modelo original de Marmousi, el cual tiene tamaño de la grilla de 2801x13601 puntos, con un intervalo de muestreo espacial de 1x1m, para este trabajo el modelo fue reducido y remuestreado, quedando de un tamaño de 230x400 puntos y muestreo espacial de 20x20 m.

Se generaron 160 registros sísmicos sintéticos con una separación de 50 m, con un tendido fijo de 400 receptores con una separación de 20 m, utilizando el algoritmo de Diferencias Finitas presentado en este trabajo. La longitud de registro fue de 5 s y un intervalo de muestreo de 2 ms. Posteriormente estos registros fueron migrados preapilado con el flujo de procesamiento presentado en la Figura 1.9 y la Figura 1.10

Para el modelamiento se usó una ondícula de Ricker con una frecuencia dominante de 40 Hz, el orden de las derivadas espaciales fue de 20 y de 2 el de las derivadas temporales.

En la Figura 3.24 se puede ver la imagen migrada final, se observa que los reflectores están bien definidos y se logró reconstruir la imagen de los reflectores más profundos.

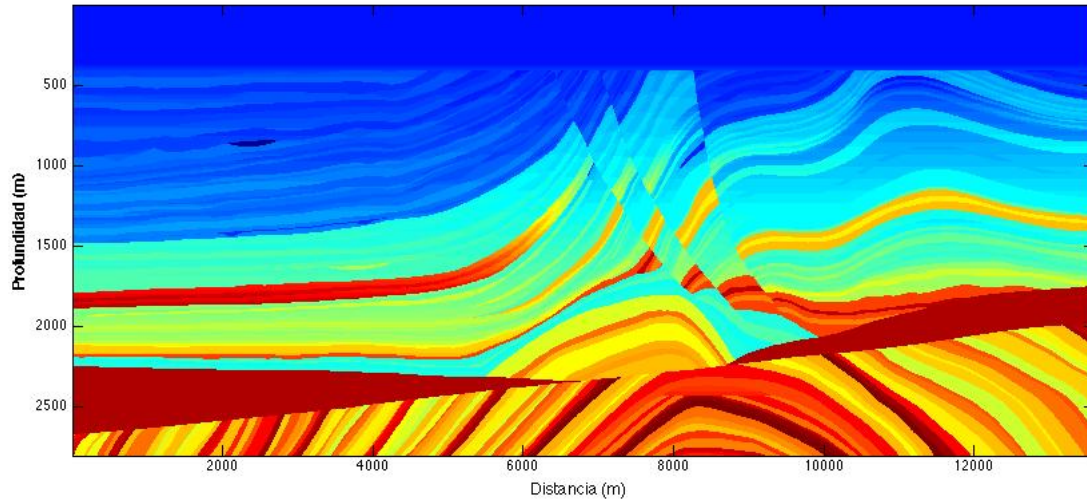


Figura 3.22: Modelo original de Marmousi  
El tamaño de la grilla es de 2801x13601 puntos, con un tamaño de grilla de 1x1m.

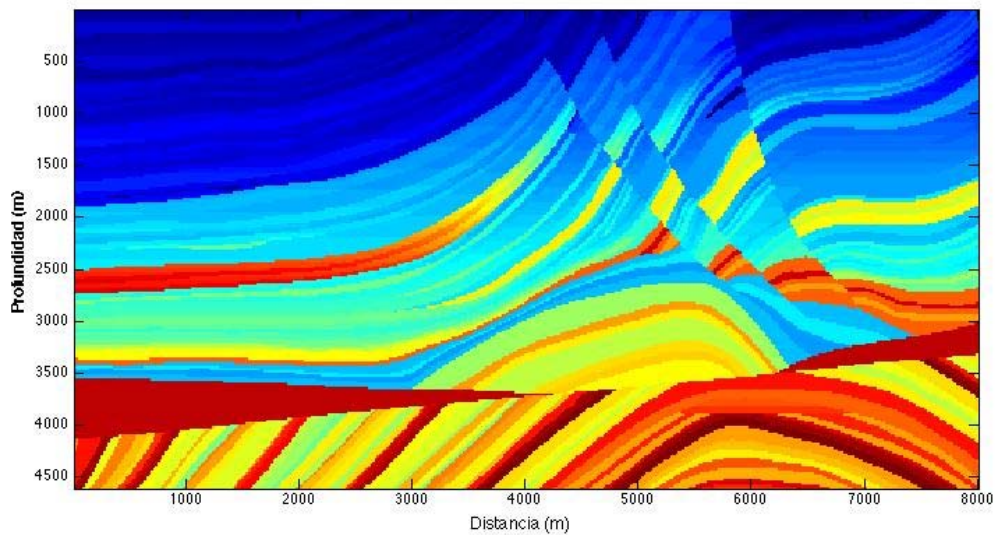


Figura 3.23: Modelo de Marmousi remuestreado  
Por restricciones de la capacidad de cálculo, el modelo original fue recortado y remuestreado, a un tamaño de la grilla es de 230x400 puntos, con un tamaño de grilla de 20x20m.

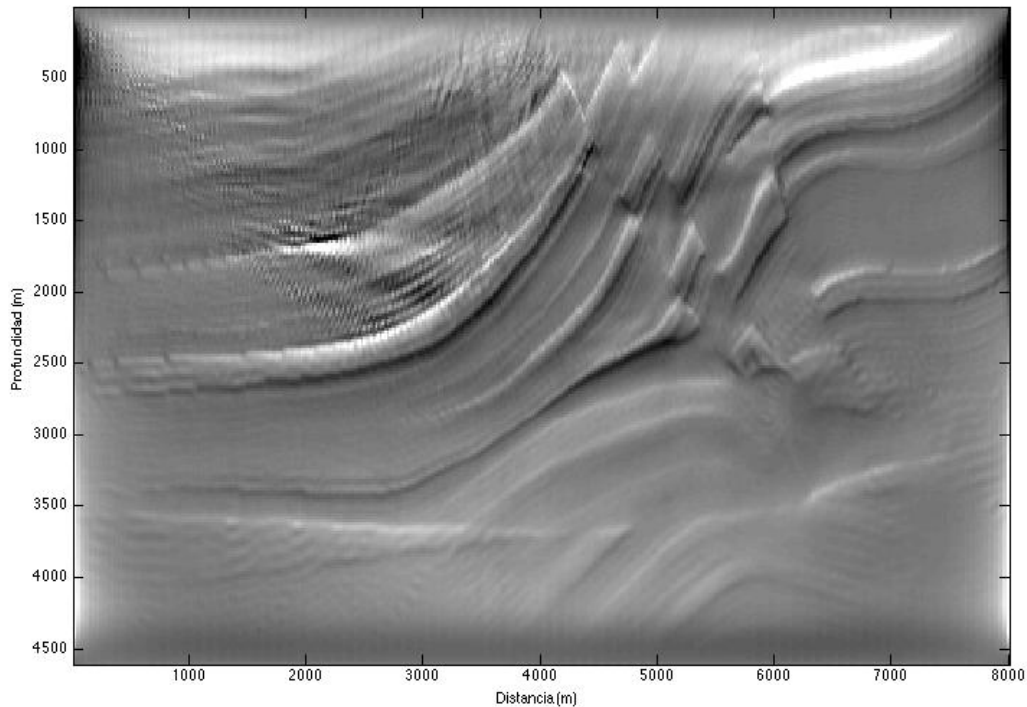


Figura 3.24: Imagen final migrada del modelo Marmousi

### 3.5 Datos Reales

Los datos reales utilizados en este trabajo pertenecen a una línea sísmica 2D, adquirida en la cuenca del Valle Alto del Magdalena, zona estructuralmente compleja, con fallas de cabalgamiento, inversiones de velocidad y cambios laterales de velocidad.

La línea tiene una longitud total de 18,840 m, con un intervalo de receptores de 20 m para un total de 943 receptores; un intervalo de fuente de 60 m, para un total de 316 fuentes. La longitud de registro fue de 5 s, y un intervalo de muestreo de 2 ms.

Los datos suministrados ya estaban previamente procesados, con correcciones estáticas, con una deconvolución spiking y los primeros arribos enmudecidos. Esta información fue obtenida del header del archivo, pero no se pudo tener un reporte de procesamiento del centro de proceso. El modelo de velocidades intervállicas fue igualmente recibido de parte del centro de proceso (ver Figura 3.25); fue remuestreado para ajustarlo a los parámetros de procesamiento. El tamaño de la grilla del modelo quedó de 400x935 puntos de grilla, con un intervalo de muestreo espacial de 20 m, tanto horizontal como vertical.

Para efectos del modelamiento se escogió una ondícula de Ricker con una frecuencia dominante de 40 Hz; el orden de las derivadas espaciales fue de 20.

La Figura 3.26 muestra la imagen recibida del centro de proceso de la migración preapilado en tiempo, la zona marcada con el recuadro rojo se muestra ampliada en la Figura 3.28.

En la Figura 3.27 se observa la imagen final migrada por RTM, la zona marcada con el recuadro rojo se presenta ampliada en la Figura 3.29. Comparando la Figura 3.28 y la Figura 3.29 se pueden apreciar con más detalle la continuidad de los eventos, principalmente los someros.

Los resultados con los datos reales fueron aceptables, a pesar de las dificultades encontradas con los datos de campo, probablemente debido a varios aspectos: primero información incompleta de los registros recibidos, sobre el procesamiento previo de estos, segundo, información incompleta sobre el modelo de velocidades, el cual probablemente fue el resultado de una migración en tiempo basado en trazado de rayos, no había disponibilidad de datos de pozo que permitieran validar el modelo; RTM es bastante sensible a los errores del modelo de velocidades, pero tal como se observó en los resultados con datos sintéticos, funciona correctamente con un modelo correcto de velocidades. Tercero, la zona donde se adquirieron los datos es bastante compleja, geológicamente hablando, la empresa propietaria de los datos no tiene pleno conocimiento de su área, lo que dificultó igualmente validar el modelo de velocidades.

En la Figura 3.30 se compara un registro real a la izquierda con su homólogo sintético a la derecha. Se pueden observar similitudes en los eventos, sin embargo en el registro real están retardados en tiempo con respecto al registro sintético. Esto hace suponer que los registros recibieron algún tipo de procesamiento previo del cual no se tuvo la información pertinente.



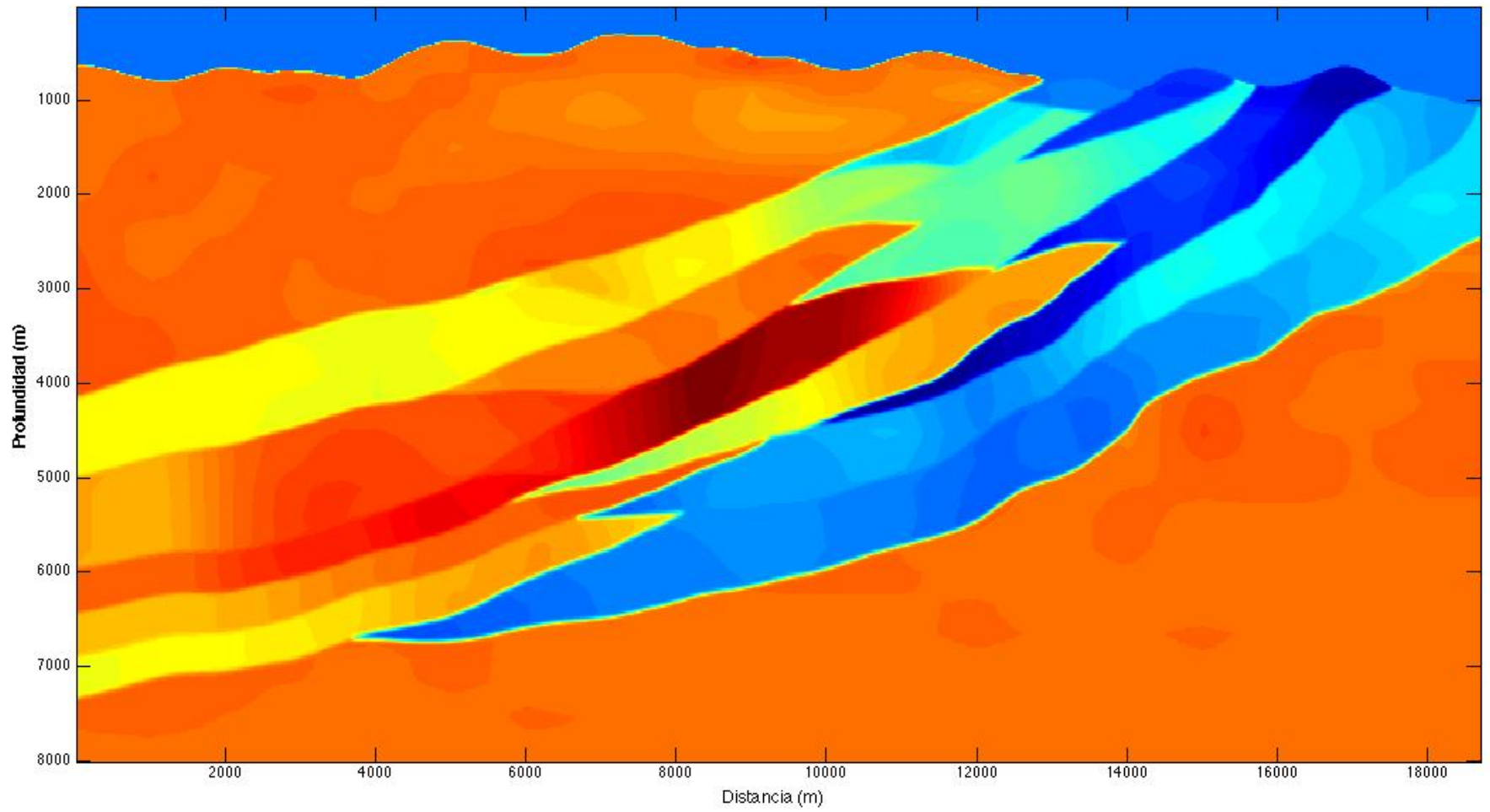


Figura 3.25: Modelo de velocidades interválicas datos reales



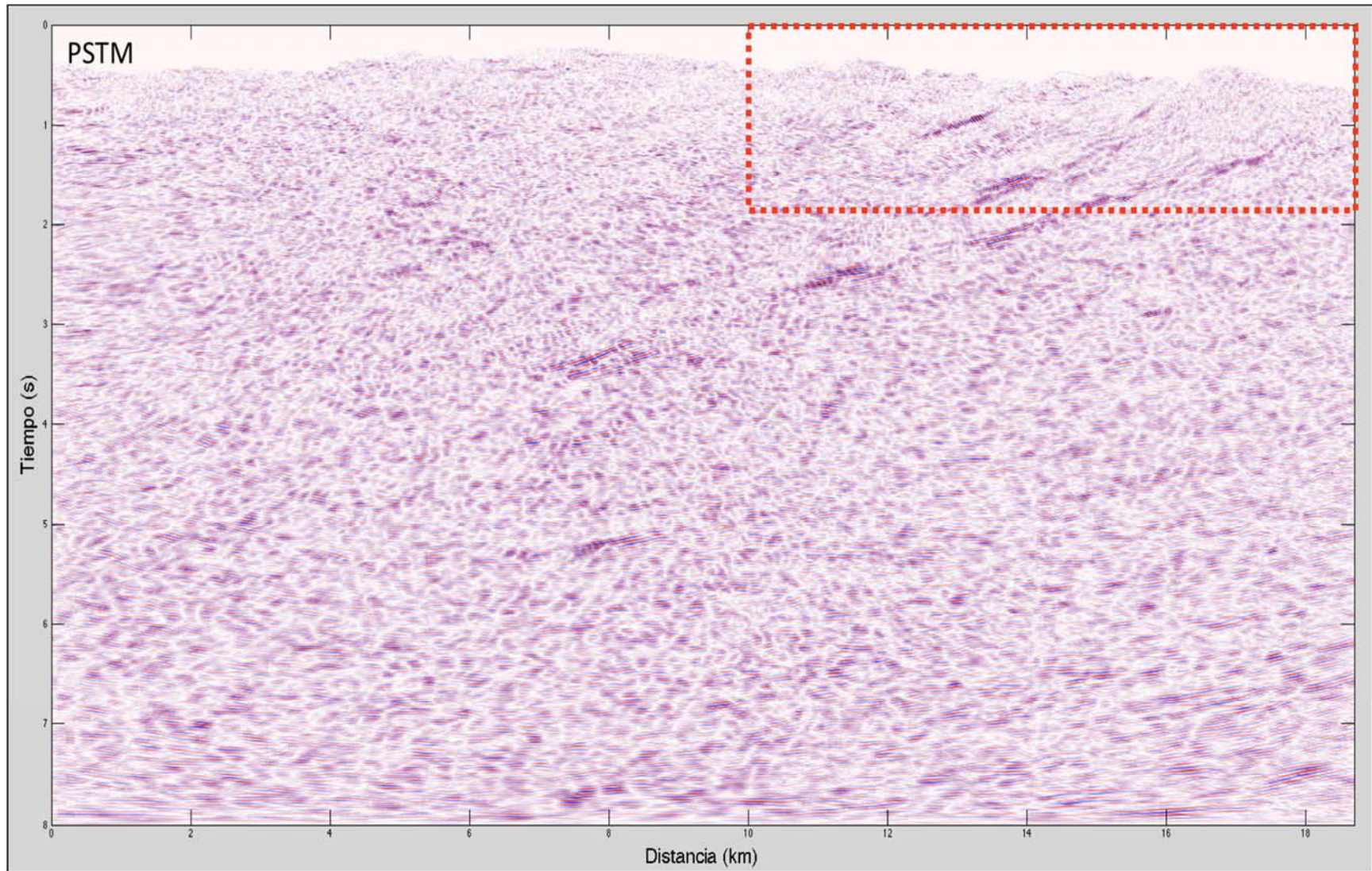


Figura 3.26: Imagen migrada preapilado en tiempo datos reales. El recuadro rojo se puede observar empliado en la Figura 3.28



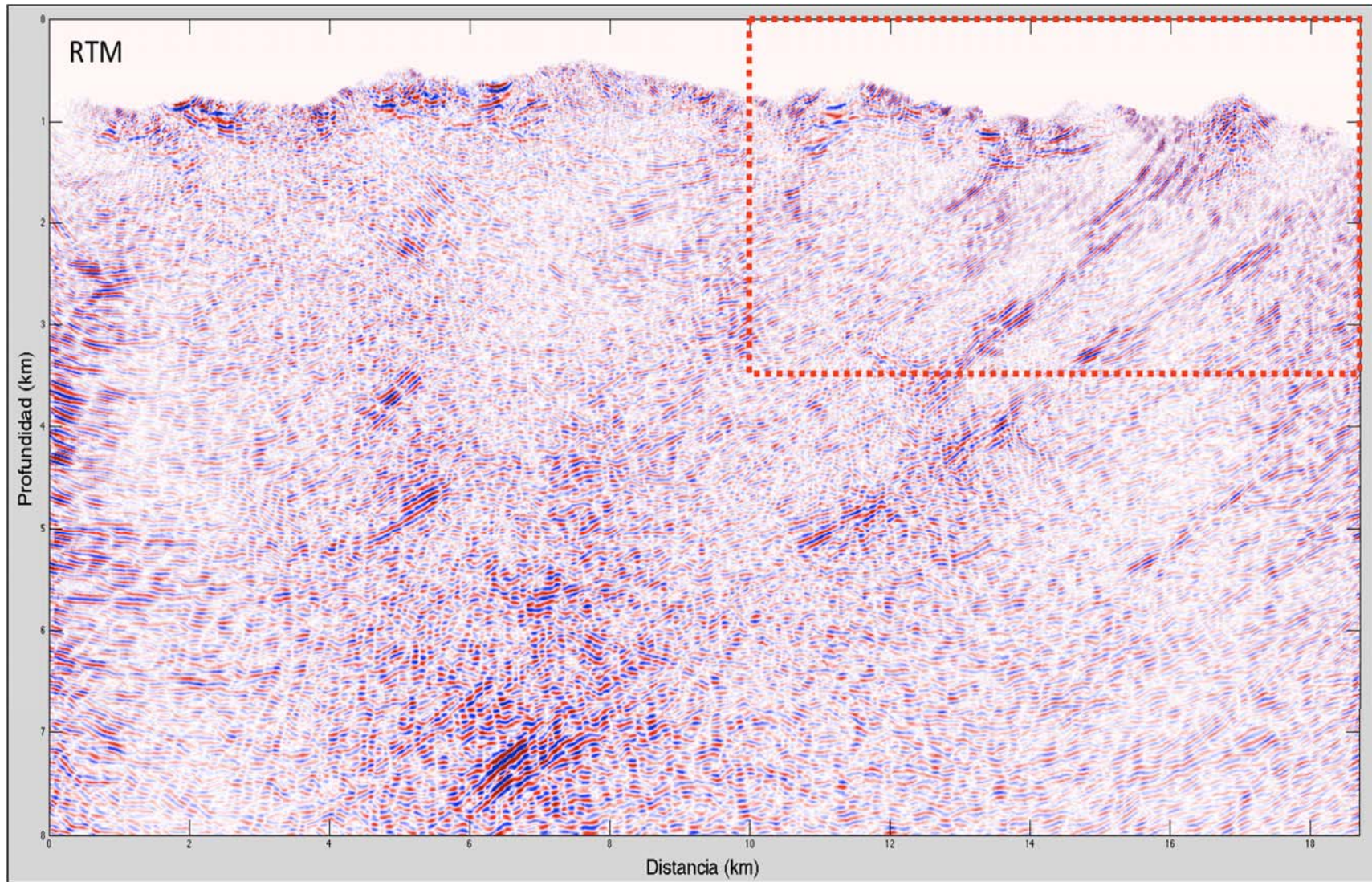


Figura 3.27: Imagen RTM datos reales. El recuadro ampliado se puede observar en la Figura 3.29



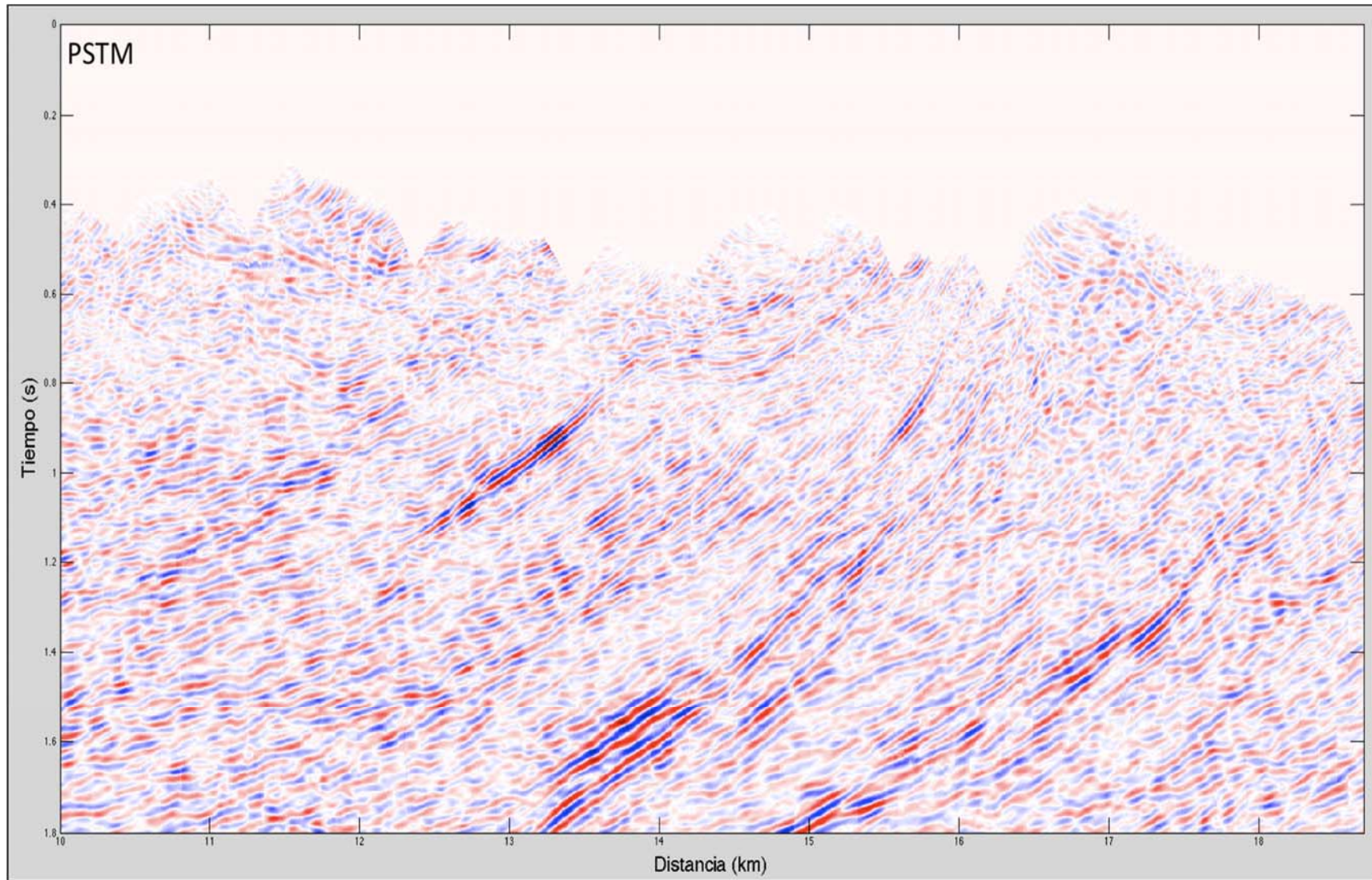


Figura 3.28: Acercamiento de imagen PSTM de la zona mostrada en el recuadro de la figura Figura 3.26



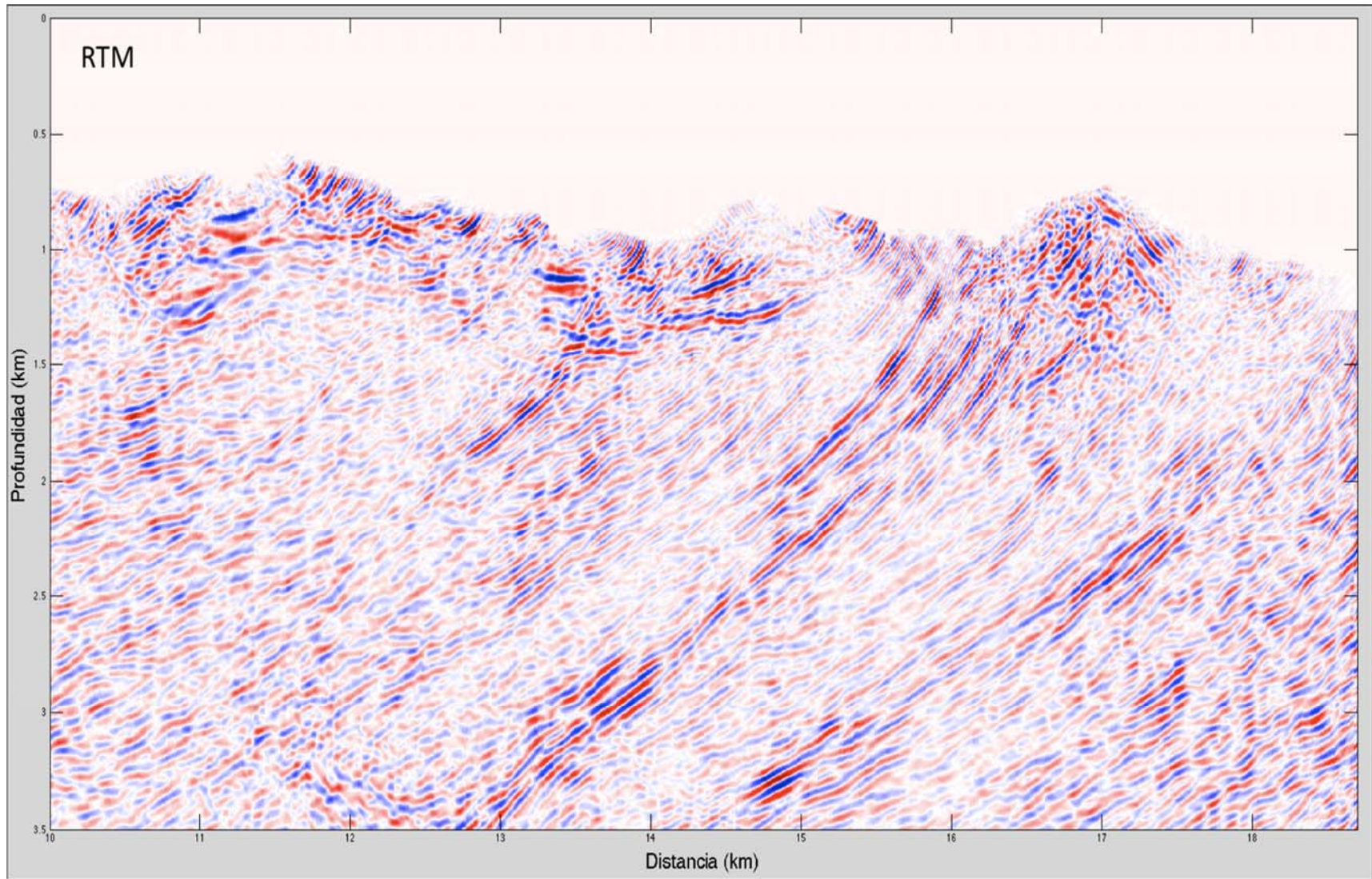


Figura 3.29: Acercamiento de imagen RTM de la zona mostrada en el recadro de la Figura 3.27



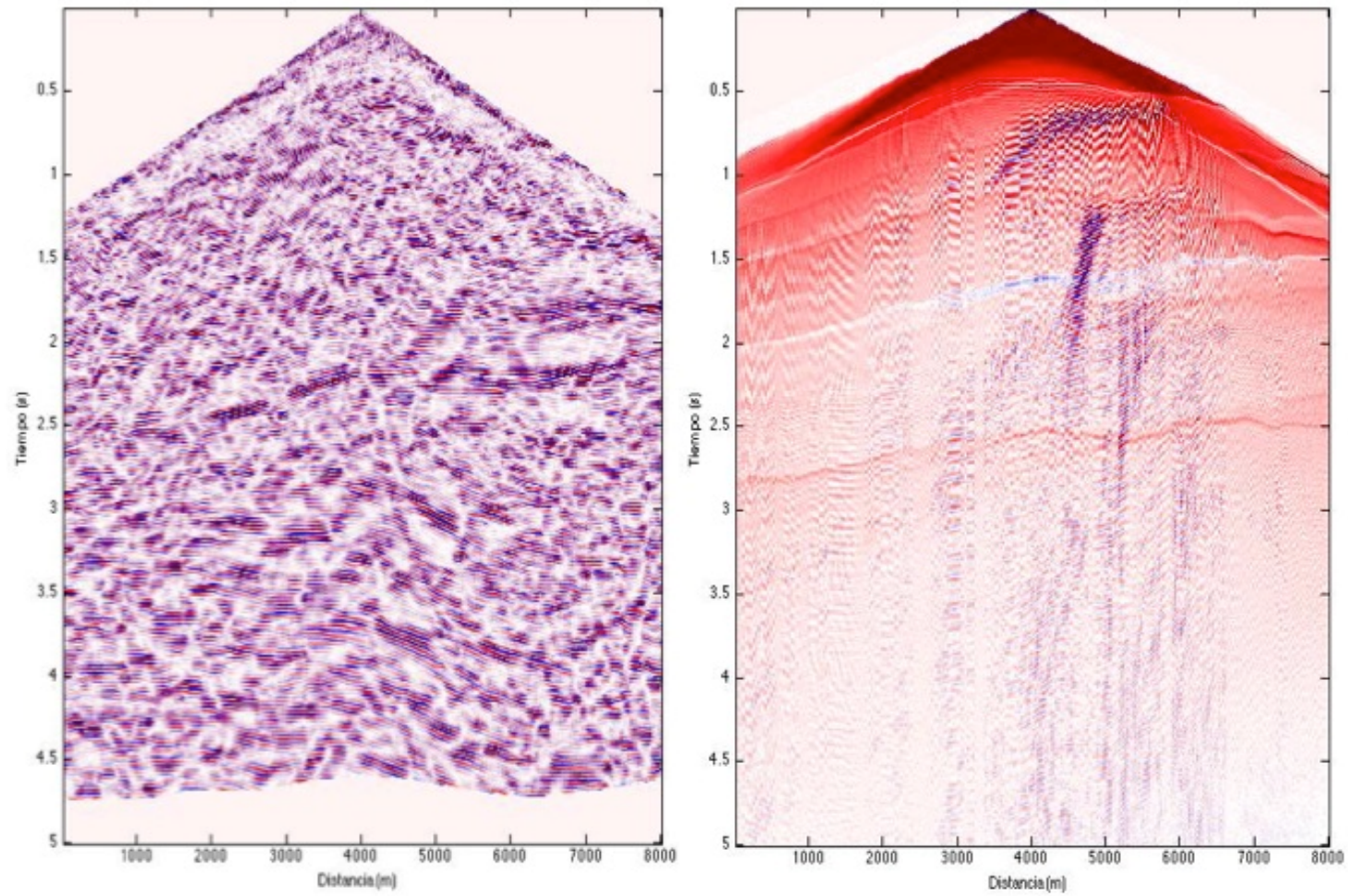


Figura 3.30: Comparación registro real y sintético

A la izquierda un registro de campo y a la derecha el registro sintético correspondiente, se pueden observar similitudes en los eventos, sin embargo en el registro real están retardados en tiempo con respecto al registro sintético.



## 4. Conclusiones y recomendaciones

### 4.1 Conclusiones

Se desarrolló un programa en MatLab para realizar migración RTM, el cual se basó en el Modelo de Diferencias Finitas de alto orden en el dominio espacio-tiempo, con una condición de contorno ABC Híbrido, que combinó convenientemente los métodos basados en predicción y atenuación, y una condición de imagen basada en la correlación cruzada con descomposición de campos.

El método DF de alto orden en el dominio espacio-tiempo, brinda una mejor estabilidad y una menor dispersión que el método DF tradicional y es eficiente en términos de cómputo.

La condición de contorno ABC Híbrido es fácil de implementar y eficiente en la disminución casi total de las reflexiones indeseadas de los bordes del dominio de cómputo, sin importar el ángulo de propagación de la onda.

La condición de imagen por correlación cruzada con descomposición de campos, permitió reconstruir las interfaces sin importar su ángulo de buzamiento, al mismo tiempo que eliminó correctamente los artefactos de baja frecuencia, característicos de las imágenes RTM.

Los resultados obtenidos en los modelos sintéticos fueron buenos, permitiendo reconstruir todos los reflectores presentes en los modelos, ubicados en su posición correcta, esto se logró desde el modelo más simple hasta el más complejo, el modelo Marmousi.

Los resultados en los datos reales fueron aceptables dadas las limitaciones de los datos procesador, ya que la falta de información recibida con los datos de campo, no permitió conocer el procesamiento previo de los datos; igualmente el modelo de velocidades recibido probablemente no es del todo correcto y no había datos de pozo que permitieran validarlo, información clave en una zona tan compleja, geológicamente hablando.

El trabajo realizado sirve de guía y de conexión de la abundante pero inconexa información sobre RTM.

RTM es una gran herramienta para obtener imágenes en zonas complejas, pero debe ser integrada con otros procesos, tales como inversión, para generar un correcto modelo de velocidades.

## 4.2 Recomendaciones

El modelamiento por medio de Diferencias Finitas puede ser desarrollado en varias direcciones de investigación, modelos viscoelásticos, anisotrópicos y de preservación de amplitudes reales; intervalos de muestro espacial variable de acuerdo con la velocidad del medio.

El método de modelamiento puede incluir una topografía variable como superficie libre, lo cual implica una condición de contorno especial.

La migración RTM puede ser realizada dividiendo el modelo por franjas, cada una de las cuales puede ser migrada con parámetros diferentes entre sí, optimizando el tiempo de procesamiento.

El método de condición de contorno ABC Híbrido puede ser mejorado con ecuaciones de onda unidireccionales de alto orden, o de ángulo amplio (AWWE).

Otros aspectos que pueden ser mejorados son los relacionados con el uso de varios procesadores, para cálculo paralelo, uso de GPU para los cálculos que más tiempo consumen, diseñar los pasos del procesamiento para disminuir la cantidad de datos grabados y leídos del sistema de almacenamiento.

Aplicar el método para sísmica real con mejores condiciones de adquisición.

Aumentar la resolución con mejores equipos de cómputo o con el uso de procesadores en paralelo.



## Bibliografía

- Baysal E, Kosloff D, Sherwood J, 1983, Reverse time migration. *Geophysics*, 48(11): 1514-1524
- Baysal E, Kosloff D, Sherwood J, 1984, A two-way nonreflecting wave equation: *Geophysics*, 49, 132–141
- Bansal R, Sen M, 2008. Finite-difference modelling of S-wave splitting in anisotropic media, *Geophys. Prospect.* 56, 293–312.
- Bérenger J, 1994, A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves: *Journal of Computational Physics*, 114, 185–200.
- Björck A, Pereyra V, 1970, Solution of Vandermonde System of Equations, *Mathematics of Computation*, Volume 24, Number 112.
- Bohlen T, 2002. Parallel 3-D viscoelastic finite-difference seismic modeling, *Comput. Geosci.* 28, 887–899.
- Cao S, Greenhalgh S, 1998, Attenuating boundary conditions for numerical modeling of acoustic wave propagation: *Geophysics*, 63, 231–243.
- Cerjan C, Kosloff D, Kosloff R, Resef M, 1985, A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations; *Geophysics*, 50, 705–708.
- Chang W F, McMechan G, 1994, 3-D elastic prestack, reverse-time depth migration. *Geophysics*, 59: 597 – 609.
- Chattopadhyay S, McMechan G. Imaging conditions for prestack reverse-time migration. *Geophysics*, 2008, 73(3): S81-S89.
- Chen, J, 2007, High-order time discretizations in seismic modelling: *Geophysics*, 72, SM115–SM122.
- Chen, J, 2011, A stability formula for Lax-Wendroff methods with fourth order in time and general-order in space for the scalar wave equation: *Geophysics*, 76, T37–T42.
- Clayton R, Engquist B, 1977, Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations: *Bulletin of the Seismological Society of America*, 6, 1529–1540.
- Claerbout J, 1985. *Imaging the Earth's Interior*, Blackwell Scientific Publications, Inc., Palo Alto, California, 47–49.
- Collino F, Tsogka C, 2001, Application of the perfectly matched absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media. *Geophysics*, 66(1): 294-307.
- Dablain M, 1986, The application of high-order differencing to the scalar wave equation, *Geophysics* 51, 54–66.
- Dong L, Ma Z, Cao J, Wang H, Gao J, Lei B, Xu S, 2000, A staggered-grid high-order difference method of one order elastic wave equation: *Chinese Journal of Geophysics*, 43, 411–419
- Etgen J, O'Brien M, 2017, Computational methods for large-scale 3D acoustic finite-difference modeling: A tutorial. *Geophysics*, 72(5), SM223-SM230.
- Etgen J, Gray S, Zhang Y, 2009, An overview of depth imaging in exploration geophysics; *Geophysics*, 74, No 6.
- Guitton A, Kaelin B, Biondi B, 2006, Least-square attenuation of reverse-time migration artifacts: 76th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 2348–2352.

- Graves, R. W. (1996). Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 86, 1091–1106.
- Fletcher R, Fowler P, Kitchenside P, Albertin U, 2005, Suppressing artifacts in prestack reverse-time migration: 75th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 2049–2051.
- Fletcher R, Du X, Fowler P, 2009, Reverse time migration in tilted transversely isotropic (TTI) media. *Geophysics*, 74.
- Finkelstein B, Kastner R, 2007, Finite difference time domain dispersion reduction schemes, *J. Comput. Phys.* 221, 422–438.
- Fornberg B, 1988, Generation of finite difference formulas on arbitrarily spaced grids. *Mathematics of Computation*, 51(184): 699-706
- Golub G, Van Loan C, 1996, *Matrix Computations*, Third Edition. The Johns Hopkins University Press.
- Guan H, Kim Y, Ji J, Yoon K, Wang B, Xu W, Li Z, 2009, Multistep reverse time migration. *The Leading Edge*, 28(4), 442-447.
- Guddati, M. N., and A. H. Heidari, 2003, Application of arbitrarily wide-angle wave equations to subsurface imaging and nondestructive evaluation: Proceedings of the 16th Engineering Mechanics Conference, American Society of Civil Engineers, 794–804.
- Guddati M, Heidari A, 2006, Highly accurate absorbing boundary conditions for wide-angle wave equations: *Geophysics*, 71, no. 3, S85–S97.
- Guddati, M. N., 2006, Arbitrarily wide-angle wave equations for complex media : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195, 65–93.
- Haiqiang L., Jingyi C., Zhongjie Z., Youshan L., Jianguo Z, 2013, Application of the perfectly matched layer in numerical modeling of wave propagation with an irregular free surface. SEG Houston 2013 Annual Meeting.
- Hastings F, Schneider J, Broschat S, 1996, Application of the perfectly matcher layer (PML) absorbing boundary condition to elastic wave propagation: *Journal of the Acoustical Society of America*, 100, no. 5, 3061–3069
- Hayashi K, Burns D, 1999. Variable grid finite-difference modeling including surface topography, 69th Annual International Meeting, SEG, 31 October–5 November 1999, Expanded Abstracts, 523–527
- Hayashi K, Burns D, Toksöz M, 2001, Discontinuous-grid finite-difference seismic modeling including surface topography, *Bull.vSeismol. Soc. Am.* 91, 1750–1764.
- Hemon C, 1987, Equations d'onde et modeles. *Geophysical Prospecting*, 26: 790-821
- Hestholm, S, 2003. Elastic wave modeling with free surfaces: Stability of long simulations, *Geophysics* 68, 314–321.
- Hestholm S, Ruud B, 1998. 3-D finite-difference elastic wave modeling including surface topography, *Geophysics* 63, 613–622.
- Hongyong Yan, Yang Liu, Hao Zhang, 2012. Prestack reverse-time migration with a time-space domain adaptive high-order staggered-grid finite-difference method. *Exploration Geophysics*, 2013, 44, 77–86
- Hu L, McMechan G, 1987, Wave-field transformations of vertical seismic profiles; *Geophysics*, 52, 307-321.
- Huang T, Zhang Y, Zhang H, 2009, Young J. Subsalt imaging using TTI reverse time migration. *The Leading Edge*, 28: 448-452
- Igel H, Riollet B, Mora, P, 1992, Accuracy of staggered 3-D finite difference grids for anisotropic wave propagation: 62nd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 1244–1246.

- Ikelle L, Amudsen L, 2005, Introduction to Petroleum Seismology, Investigations in geophysics. Volume 12. Society of Exploration Geophysicists.
- Jiang, Zaiming, 2012, Elastic wave modelling and reverse-time migration by a staggered-grid finite-difference method. Doctoral Thesis.
- Kaelin, B., and A. Guitton, 2006, Imaging condition for reverse time migration: 76th Annual International Meeting and Exposition, SEG, Expanded Abstracts, 2594–2598.
- Karazincir M, Gerrard C, 2006, Explicit high-order reverse time pre-tack depth migration. 76th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 25(1): 2353-2367
- Kelly R, Ward R, Treitel S, Alford R, 1976, Synthetic seismograms: a finite -difference approach. *Geophysics*, 41(1), 2-27.
- Kindelan M, Kamel A, Squazzero P, 1990, On the construction and efficiency of staggered differentiators for the wave equation. *Geophysics* 55, 107-110.
- Komatitsch D, Vilotte J, 1998. The Spectral Element method: An efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1998, 88, p. 368-392.
- Kosloff D, Baysal E. 1982, Forward modeling by a Fourier method. *Geophysics*, 47(10), 1402-1412.
- Kosloff R, Kosloff D, 1986, Absorbing boundaries for wave propagation problems: *Journal of Computational Physics*, 63, 363–376.
- Krüger O, Saenger E, Shapiro S, 2005. Scattering and diffraction by a single crack: An accuracy analysis of the rotated staggered grid, *Geophys. J. Int.* 162, 25–31.
- Levander, A, 1988, Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 53, Pág. 1425-1436.
- Liu Faqui, Zhang G, Morton S, Leveille J, 2007, Reverse-time-migration using one-way wavefield imaging condition: 77th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 2170–2174.
- Liu Faqui, Zhang G, Morton S, Leveille J, 2011, An effective imaging condition for reverse-time migration using wavefield decomposition. *Geophysics*. Vol 76, Pag S29-S39.
- Liu H, Li B, Liu H, Tong X, Liu Q, 2010, The algorithm of high order finite difference pre-stack reverse time migration and GPU implementation. *Chinese Journal of Geophysics* Vol 53, N°4, pag 600~610.
- Liu Y, Sen M, 2009a, A practical implicit finite-difference method: Examples from seismic modeling: *Journal of Geophysics and Engineering*, 6, 231–249.
- Liu Y, Sen M, 2009b, An implicit staggered-grid finite-difference method for seismic modeling: *Geophysical Journal International*, 179, 459–474.
- Liu Y, Sen M, 2009c, A new time-space domain high-order finite-difference method for the acoustic wave equation: *Journal of Computational Physics*, 228, 8779–8806.
- Liu Y, Sen M, 2010a, Acoustic VTI modeling with a time-space domain dispersion-relation-based finite-difference scheme: *Geophysics*, 75, no. 3, A11–A17.
- Liu Y, Sen M, 2010b, A hybrid scheme for absorbing edge reflections in numerical modeling of wave propagation: *Geophysics*, 75, no. 2, A1–A6.
- Liu Y, Sen M, 2010c. A hybrid absorbing boundary condition for elastic wave modeling with staggered-grid finite difference. SEG Denver Annual Meeting. Pag 2945-2949.
- Liu Y, Sen, M, 2011a, 3D acoustic wave modelling with time-space domain dispersion-relation-based finite-difference schemes and hybrid absorbing boundary conditions: *Exploration Geophysics*, 42, 176–189

- Liu Yang, Sen M, 2011b. Finite-difference modeling with adaptative variable-length spatial operators. *Geophysics*. Vol 76, N° 4 pag T79-T89.
- Liu Y, Sen M, 2011c, Scalar wave equation modeling with time-space domain dispersion-relation-based staggered-grid finite-difference schemes: *Bulletin of the Seismological Society of America*, 101, no. 1, 141–159.
- Liu Y, Ding L, Sen M, 2011, Comparisons between the hybrid ABC an the PML method for 2D high-order finite-difference acoustic modeling, SEG Annual Meeting
- Liu Y, Wei X, 2005, A stability criterion of elastic wave modeling by Fourier method: *Journal of Geophysics and Engineering*, 2, 153–157.
- Loewenthal D, Mufti I. Reversed time migration in spatial frequency domain. *Geophysics*, 1983, 48(5): 627-635
- Loewenthal D, Stoffa P, Faria E, 1987, Suppressing the unwanted reflections of the full wave equation: *Geophysics*, 52, 1007–1012,
- Lombard B, Piraux J, Gélis C, Virieux J, 2008. Free and smooth boundaries in 2D FD schemes transient elastic waves, *Geophys. J. Int.* 172, 252–261.
- Madariaga R, 1976, Dynamics of an expanding circular fault. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 66, Pág. 163-182.
- McMechan G, 1983. Migration by extrapolation of time-dependent boundary values. *Geophysical Prospecting*, 31:413-420
- McMechan G A, Chang W, 1990, 3D acoustic prestack reverse-time migration. *Geophysical Prospecting*, 38(7): 737-756
- Mittet R, 2002. Free-surface boundary conditions for elastic staggered-grid modeling schemes, *Geophysics* 67, 1616–1623.
- Moczo P, Kristek J, Halada L, 2000. 3D fourth-order staggered-grid finite-difference schemes: Stability and grid dispersion, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 90, 587–603.
- Moczo P, Kristek J, Vavrycuk V, Archuleta R, Halada L, 2002. Heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of seismic motion with volume harmonic and arithmetic averaging of elastic moduli and densities, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 92, 3042–3066.
- Ohminato T, Chouet B, 1997. A free-surface boundary condition for including 3D topography in the finite-difference method, *Bull. Seis- mol. Soc. Am.* 87, 494–515.
- Reynolds, A, 1978, Boundary conditions for the numerical solution of wave propagation problems: *Geophysics*, 43, Pág. 1099-110.
- Robertsson J, 1996. A numerical free-surface condition for elastic/viscoelastic finite-difference modeling in the presence of topography, *Geophysics* 61, 1921–1934.
- Robertsson J, Blanch J, Symes W, 1994. Viscoelastic finite-difference modeling, *Geophysics* 59, 1444–1456.
- Rivière B, Wheeler M, 2003, Discontinuous finite element methods for acoustic and elastic wave problems. *Current Trends in Scientific Computing*, 329, 271-282
- Saenger E, Gold N, Shapiro S, 2000. Modeling the propagation of elastic waves using a modified finite-difference grid, *Wave Motion* 31, 77–92.
- Saenger E, Shapiro S, 2002. Effective velocities in fractured media: A numerical study using the rotated staggered finite difference grid, *Geophys. Prospect.* 50, 183–194.
- Saenger E, Bohlen T, 2004. Finite-difference modeling of viscoelastic and anisotropic wave propagation using the rotated staggered grid, *Geophysics* 69, 583–591.
- Sarma G, Mallick K, Gadhinglajkar V, 1998, Nonreflecting boundary condition in finite-element formulation for an elastic wave equation: *Geophysics*, 63, 1006–1016.
- Sochacki I, Kubichek R, George J, Fletcher W, Smitson S, 1987, Absorbing boundary conditions and surface waves: *Geophysics*, 52, 60–71.

- Tessmer E, 2011, Using the rapid expansion method for accurate time-stepping in modeling and reverse-time migration. *Geophysics*, 76(4), S177-S185
- Tian X, Kang I, Kim G, Zhang H, 2008, An improvement in the absorbing boundary technique for numerical simulation of elastic wave propagation: *Journal of Geophysics and Engineering*, 5, 203–209.
- Virieux J, 1984, SH-wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, 49(11), 1933-1942.
- Virieux J, 1986, P-SV wave propagation in heterogeneous media. Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, 51, Pág. 889-901.
- Wang Y, 2000, Reverse-time migration by a variable time-step and space-grid method. SEG Technical Program Expanded Abstracts, pp. 798-801.
- Whitmore N, 1983, Iterative depth migration by backward time propagation. 53rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 827~830.
- Yan H, Liu Y, 2012, Rotated staggered grid high-order finite difference numerical modeling for wave propagation in viscoelastic TTI media: *Chinese Journal of Geophysics*, 55, 1354–1365
- Yan H, Liu Y, Liu H, 2013, Elastic prestack reverse-time migration using the time-space domain high-order staggered-grid finite-difference method. SEG Houston 2013 Annual Meeting. Segam. Pag 4005-4009.
- Yan H, Liu Y, Zhang H, 2013, Prestack reverse-time migration with a time-space domain adaptive high-order staggered-grid finite-difference method. *Exploration Geophysics*, 44, 77-86.
- Yilmaz O, 1987, *Seismic Data Analysis, Processing, Inversion and Interpretation of Seismic Data, Volume I*, Society of Exploration Geophysicists, pag 463-653.
- Yoon K, Marfurt K, 2006, Reverse-time migration using the pointing vector: *Exploration Geophysics*, 37, 102–107
- Zhang H, Zhang Y, 2008, Reverse time migration in 3D heterogeneous TTI media. 78th Annual International Meeting, SEG Expanded Abstracts, 27: 2196-2200
- Zhang Y, Zhang H, 2009, A stable TTI reverse time migration and its implementation. 79th Annual International Meeting, SEG Expanded Abstract, 28: 2794-2798.
- Zhang X, Liu Y, Ren Z, 2013. A hybrid absorbing boundary condition with AWWEs for finite-difference modeling. SEG Houston Annual Meeting. Segam. Pag 3439-3443.
- Zhang Y, Gao J, 2013, Time-space domain staggered-grid finite difference method for porous media. SEG Houston Annual Meeting. Segam. Pag 3510-3514.
- Zhang Y, Sun J, 2009, Practical issues in reverse-time migration: True amplitude gathers, noise removal and harmonic-source encoding: *First Break*, 26, 19–25.
- Zhou H, McMechan G, 2000, Rigorous absorbing boundary conditions for 3-D one-way wave extrapolation: *Geophysics*, 65, 638–645.