



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# Propagación de olas e inundación por tsunami: análisis numérico de una solución

Mario Andrés Yandar Lobón

Universidad Nacional de Colombia

Departamento de Matemáticas

Bogotá, Colombia

2015



# Propagación de olas e inundación por tsunami: análisis numérico de una solución

Mario Andrés Yandar Lobón

Tesis de grado presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Mestría en Ciencias- Matemática Aplicada**

Director:

Rui Miguel Lage Ferreira, Ph.D.

Co-Director:

Juan Carlos Galvis Arrieta, Ph.D.

Línea de Investigación:

Modelos matemáticos para simulación de tsunamis

Universidad Nacional de Colombia

Departamento de Matemáticas

Bogotá, Colombia

2015



## Agradecimientos

Se extiende agradecimiento al profesor HansJurgen Meyer y al grupo OSSO por su introducción al tema de tsunami y colaboración en los insumos para este trabajo. A los profesores Rui Ferreira del Instituto Superior Técnico de Lisboa y Juan Carlos Galvis de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá, por sus amables y pacientes orientaciones.

Al profesor Rafael Hurtado y al Grupo de Campos y Partículas del Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, por facilitar el uso de los servidores para la generación de los modelos aquí presentados. A Daniel Conde del Instituto Superior Técnico de Lisboa por su valiosa ayuda y del Profesor Antonio Gomez por construir los lazos entre las Instituciones para lograr este trabajo.

A mi familia.

## Resumen

Los tsunamis son algunos de los fenómenos que se manifiestan mas dañinos para la infraestructura y población de las costas. La simulación matemática puede modelar importantes características del desarrollo del tsunami, como tiempos y escenarios plausibles de inundación. Los modelos usan la solución numérica de un sistema de ecuaciones de derivadas parciales, tal solución representa el movimiento del flujo de agua y su eventual desplazamiento en tierra en forma de inundación.

Para modelamiento de eventos reales, la propagación de ondas es afectada por un conjunto de datos batimétricos (como el fondo marino) irregulares, las características del evento generador (por ejemplo, terremoto submarino), aspectos geomorfológicos y complejidad de la forma de costa, entre otros. La presencia de estos términos irregulares puede dificultar el análisis matemático y numérico de estos sistemas, debido a que causan diversos tipos de discontinuidades y pérdida de regularidad en la solución e incrementa la complejidad del cálculo eficiente de una solución numérica.

El sistema de Ecuaciones diferenciales (Ecuaciones de aguas rasas) que modela las ondas de tsunami, es un sistema no-lineal de leyes de conservación y balance en dos dimensiones espaciales. En este caso, no se puede derivar soluciones analíticas y se hace necesario utilizar simulaciones numéricas para encontrar soluciones aproximadas. En este trabajo, revisaremos varias estrategias de discretización de conservación y balance no lineal, que pueden ser usadas con éxito. A partir de éstas se utilizará el Método de volúmenes finitos de manera detallada.

La metodología de modelo a utilizar presenta la estructura general: identificación del problema → diseño → implementación → interpretación de resultados. Finalmente una verificación mediante una comparación de resultados contra otro tipo de reportes. Se seleccionaron y trabajaron dos casos para simulación práctica: 1) El modelo de ondas de tsunami para la cuenca del Caribe, con detalle en la Isla de San Andres. Aquí se modela tomando como fuente un sismo de similares características al ocurrido en 1882, frente a las costas de Panamá sobre el Caribe. 2) El modelo de ondas de tsunami en el océano Pacífico con énfasis en el municipio de Tumaco. Aquí se modela el evento sísmico con similares características al ocurrido en 1979. La discretización de las ecuaciones diferenciales es implementada con las herramientas informáticas especializadas de alto nivel como ClawPack (Universidad de Washington) y STAV-2D (Universidad Tecnica de Lisboa). Finalmente se muestran los resultados de los modelos mediante mapas de propagación de ondas, tiempos de llegada y alcance de la inundación, entre otros.

**Palabras clave:** (Ciencia y tecnología: tsunami, modelamiento matemático, métodos numéricos, ecuaciones de aguas rasas)

## Abstract

Tsunamis are phenomena that manifest are very harmful to the coast infrastructure and population. Math simulation can model important characteristics as the development of tsunamis with time and plausible floods. The models use numerical solution of systems of partial differential equations. The solution represents the movement of water and the eventual invasion of dry land that generates floods.

For the modeling of real events, the waves propagation is affected by an irregular bathymetric data (i.e., the seabed), the characteristics of event generator, (e.g., submarine earthquake), geomorphology aspects, complex coast shape, among others. The presence of these irregular terms can affect the mathematical and numerical analysis of these systems, due to several discontinuities and loss of regularity in the solution, increasing complexity of efficient calculation of numerical solution.

The system of partial differential equations that models tsunami waves is a nonlinear systems of conservation laws on two space dimensions. In this case, it can not be derived analytical solutions and it is mandatory to use numerical simulations to find approximate solutions. In this work we review several strategies for the discretization of nonlinear conservations and balance laws that can be successfully used. Among them we use the Finite Volumes Method that we present in some detailed manner.

The chosen methodology present the following structure: problem identification → model design → computer implementation → interpretation of results. Finally a verification of the results by using some other reports. Two cases of study have been selected for the practical simulation: 1) The model of a tsunami wave on the Caribbean Basin, with detail on the island of San Andres. Here we model a seismic event with similar characteristics of that occurred in 1882 off the coast of Panama over the Caribbean. 2)The model of a tsunami wave on the Pacific Ocean with emphasis in the municipality of Tumaco-Nariño. Here we model a seismic event with characteristics similar to an event occurred 1979. The discretization of the differential equation is implemented using highly specific and developed tools such as ClawPack (from University of Washington) and STAV-2D (from Technical University of Lisbon). Finally, this dissertation shows results using propagation maps, waveform, arrival times and flood fields, among others.

**Keywords: Science and technology: tsunami, mathematical modelling, numerical methods, Shallow Waters equations, Finite Volume Method)**

# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>2</b>
1.1	Motivación . . . . .	2
1.1.1	Estado del arte . . . . .	3
1.2	Objetivos . . . . .	4
1.3	Metodología y Estructura . . . . .	5
1.3.1	Leyes de conservación . . . . .	6
1.3.2	Esquemas de discretización . . . . .	6
1.3.3	Principios de modelamiento . . . . .	8
1.3.4	Validación del modelo y de pronóstico . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Modelo conceptual de generación y propagación de tsunami</b>	<b>10</b>
2.1	Generación del tsunami . . . . .	10
2.2	Ecuaciones de Aguas Rasas . . . . .	11
2.3	Método de volúmenes finitos . . . . .	14
2.3.1	Condiciones de Frontera y celdas fantasma . . . . .	16
2.3.2	Condición CFL . . . . .	17
2.3.3	Esquema de Godunov . . . . .	18
2.4	Esquema vector de división de flujo para sistemas hiperbólicos . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Modelo conceptual de propagación del tsunami en costa y tierra</b>	<b>23</b>
3.1	Descripción general . . . . .	23
3.2	Propagación de ondas en volúmenes finitos . . . . .	23
3.3	Solución de Riemman para inundación . . . . .	24
3.4	Refinamiento Adaptativo . . . . .	25
3.5	Algoritmo Mojado-Seco . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Estudio de casos: tsunamis en costas de Colombia</b>	<b>29</b>
4.1	Herramientas informáticas . . . . .	29
4.1.1	Deformación del subsuelo: Okada . . . . .	29
4.1.2	ClawPack: Geoclaw - Propagación e inundación . . . . .	30
4.1.3	STAV-2D: propagación e inundación en valles aluviales . . . . .	31
4.1.4	GEBCO: batimetría y topografía . . . . .	31
4.2	Descripción general . . . . .	32



---

4.3	Caso San Andres y Caribe: <i>Clawpack</i> . . . . .	33
4.3.1	Geografía y condiciones iniciales . . . . .	33
4.3.2	Evento generador . . . . .	35
4.3.3	Propagación . . . . .	36
4.3.4	Inundación . . . . .	39
4.3.5	Análisis de resultados . . . . .	42
4.4	Caso Tumaco (Nariño) y Pacífico: STAV-2D . . . . .	44
4.4.1	Geografía y condiciones iniciales . . . . .	44
4.4.2	Evento generador . . . . .	45
4.4.3	Propagación . . . . .	47
4.4.4	Arrastre de sedimentos e inundación . . . . .	50
4.4.5	Análisis de resultados . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>58</b>
5.1	Conclusiones . . . . .	58
5.2	Recomendaciones . . . . .	61
	<b>Bibliografía</b>	<b>63</b>

# 1 Introducción

## 1.1 Motivación

La gran cantidad de energía liberada por algunos terremotos submarinos u otros fenómenos, es el inicio de la generación de ondas gigantescas que se propagan hasta las zonas costeras. Viajando cientos o miles kilómetros, estas ondas pueden generar daños en poblaciones costeras, este evento es conocido como *tsunami* (palabra japonesa *tsu*=ola, *nami*=puerto).

Los tsunamis son algunos de los fenómenos que se manifiestan más dañinos para las costas y, por lo tanto, el entendimiento de este tipo de fenómenos es de particular importancia. La utilización de modelos matemáticos para estudiar y comprender fenómenos naturales como los tsunamis, han permitido comprender con un alto grado de detalle, el peligro en las comunidades expuestas. La simulación matemática puede modelar las características más importantes del desarrollo del tsunami y eventualmente los escenarios de inundación plausibles para el caso de poblaciones costeras.

La simulación de los procesos físicos asociados a un tsunami se realiza por medio de la solución numérica de un sistema de ecuaciones de derivadas parciales. Esta solución representa el movimiento del flujo de agua y su eventual desplazamiento sobre el relieve costero en forma de inundación. En los casos de los modelamientos de eventos reales, la propagación de ondas es afectada por un conjunto de datos batimétricos (fondo marino) irregulares y las características del evento generador. La presencia de estos términos irregulares puede dificultar el análisis matemático y numérico de estos sistemas, debido a que causan diversos tipos de discontinuidades y pérdida de regularidad en la solución e incrementa la complejidad del cálculo eficiente de una solución numérica.

El efecto de la propagación de ondas tipo tsunami se puede modelar con las ecuaciones de aguas rasas (Shallow Water -SW-, por sus siglas en inglés). La formulación de este modelo tiene en cuenta el balance de las fuerzas que actúan sobre el volumen de agua y las características del fondo marino. Es necesario tener en cuenta que la propagación del tsunami en cercanía a la costa y en tierra, genera cambios en la morfología del fondo marino y, por tanto, el modelo debe incluir las ecuaciones de conservación de la masa del material transportado (incluyendo los escombros), de la morfología de la cama y un cambio profundo de las ecuaciones de momento para incorporar la inercia de sedimentos y aumento de la

presión debido el incremento de densidad de la mezcla. Tales modelos todavía se pueden clasificar como modelos SW, pero a menudo presentan una estructura en capas Ferreira et al. [2009]. Debido a la complejidad matemática y numérica de este modelo, y la importancia de sus posibles aplicaciones teóricas y prácticas, el estudio analítico y numérico de los sistemas de ecuaciones de aguas rasas, se presenta como un problema de amplio interés de estudio e investigación por diversas disciplinas.

### 1.1.1 Estado del arte

Los *tsunami* o maremotos son originados por el desplazamiento vertical del fondo marino como consecuencia de un terremoto, erupciones o deslizamientos submarinos, que desplazan gran cantidad de energía, la cual se propagan en el océano en forma de ondas de largo periodo que llevan una gran cantidad de energía cinética. En aguas profundas, exhiben baja amplitud, con relación al nivel del mar, lo que las hace difíciles de observar. A medida que viajan al continente, la longitud de onda se reduce y la amplitud aumenta, estas ondas tienen capacidad de viajar hacia las costas con gran potencial destructivo (inundación), ver Conde et al. [2012] y Conde et al. [2015].

Las longitudes de onda en comparación a las profundidades oceánicas, permiten clasificarlas como aguas rasas. La hipótesis de aguas poco profundas, explica que las longitudes de onda de los tsunami es mucho mayor que la profundidad del flujo y toda la columna de agua está en movimiento. En tierra el tsunami se propaga como una marea o flujo discontinuo con un frente de onda. Los tsunamis se pueden clasificar como: de origen cercano, cuando la fuente generadora del mismo se ubica a unos cientos de kilómetros de la costa de interés, y por tanto los tiempos de llegada son del orden de minutos. La otra es de origen lejano, cuando la fuente es ubicada a miles de kilómetros y la llegada del tren de ondas puede ser de varias horas. Por ejemplo, para el caso del océano Pacífico, el sismo en Japón de 2011 fué de origen cercano para las costas Japonesas, pero de origen Lejano para Hawaii.

Las condiciones cinemáticas, son explicadas por ecuaciones de conservación de masa y momento en dirección ortogonal al plano horizontal. Estas ecuaciones no incluyen términos de dispersión ni el término de Coriolis. Los términos de dispersión son pertinentes en caso de tsunamis generados por deslizamientos de tierra y es menos importante cuando el tsunami es causado por el movimiento vertical de las masas de agua. En los ejercicios considerar no se tendrán en cuenta los términos de dispersión ni el efecto Coriolis, dado que se tratan de eventos generados por sismos, y que la distancia entre el origen del evento y la costas de interés para el análisis se sitúan a menos de 500 kms, unas de otras.

La simulación matemática del fenómeno puede advertir los efectos mas importantes de la propagación y el efecto de la inundación sobre las zonas costeras, de manera que se puedan

establecer escenarios de afectación y consecuentemente establecer los mecanismos de prevención o mitigación de los mayores efectos o daños. Un caso de referencia es el estudio del sismo de 1755 en el océano Atlántico y sus efectos, utilizados para la elaboración de modelos de propagación y construcción de escenarios de inundación para la ciudad de Lisboa (Portugal), evaluando las características actuales de la ciudad, ver [Conde, 2012, p. 215] y Conde et al. [2015].

En el marco del estudio del fenómeno, los modelamientos numéricos constituyen información de gran importancia para las autoridades, puesto que permiten determinar zonas seguras donde las poblaciones en riesgo pueden realizar evacuaciones o resguardarse. Por otra parte, advierten sobre los tiempos de llegada y alturas probables de manera que las mismas autoridades puedan capacitar apropiadamente a las comunidades, realizar planificación territorial, elaborar sistemas de alerta temprana, a fin de reducir el impacto del fenómeno cuando ocurra.

Ejercicios de modelamiento para el caso de Tumaco se han realizado con diferentes características. Cabe resaltar los estudios realizados en Caicedo O. et al. [1996a] y Quiceno and Ortiz [2001], dado que pretenden recrear las condiciones del tsunami de 1979.

Por otra parte se dispone de información cualitativa acerca de lo ocurrido en Tumaco para el evento de 1979: el estudio de Vulnerabilidad física por terremoto y fenómenos asociados Peralta et al. [2003], así como el Plan Local de Emergencia para Tumaco 2004 para la Costa Pacífica colombiana, han consolidado algunos testimonios sobre el tsunami de 1979, reportando la desaparición de la Isla El Guano, localizada frente a la Isla de Tumaco, y de la población de San Juan de la Costa, ubicada al norte de la ensenada de Tumaco.

De acuerdo a Peralta et al. [2003]: *“Los daños y pérdidas de vidas por el tsunami de 1979 fueron menores, a pesar del mayor número de pobladores. Primero, porque el tsunami en 1979 tuvo olas menores en magnitud, extensión regional y alturas de las olas. Segundo, porque ocurrió en marea baja, por lo que el nivel del mar estaba unos cuatro metros por debajo del nivel de marea alta. Tercero, porque el bajo de El Guano y El Bajito se habían recuperado desde su destrucción en 1906 y volvieron a servir de barrera para las olas. Durante el evento las olas alcanzaron a llegar a Tumaco pasando la Avenida La Playa e inundando las viviendas localizadas en su costado sur. En esa época la avenida bordeaba la playa sobre la cual no había viviendas”*.

## 1.2 Objetivos

Se consideran como objetivos del presente trabajo:

- Analizar el problema de propagación de ondas tipo tsunami desde el punto de vista

de la modelación matemática, estudiando en particular las ecuaciones diferenciales de Aguas rasas (Shallow Waters -SW) que muestran la propagación de las ondas generadas terremotos submarinos, así como la formación de choques y discontinuidades que se presentan en este tipo de sistemas de leyes de conservación.

- Estudiar los principales elementos de las leyes de conservación y balance y su aplicación con algunos métodos numéricos como solucionadores para el sistema de ecuaciones de aguas rasas (SW), incorporando características asociadas con el fenómeno de tsunami, particularmente la propagación del flujo en tierra, incluyendo la evolución morfológica de las costas y el arrastre de sedimentos.
- Plantear modelos matemáticos para dos escenarios de tsunami por efecto de terremotos submarinos y su impacto en las costas de Colombia, específicamente en el Caribe para la Isla de San Andrés y para el Pacífico la Isla de Tumaco.
- Aplicar tales modelos a los mismos casos de estudio sobre el costas Caribe y Pacífico de Colombia, observando características del modelo resultante como alturas de ola y tiempos de llegada, entre otros, a fin de identificar y superar las dificultades inherentes a la simulación de tsunami.
- Validar los resultados de los modelos matemáticos. Por una parte, en Tumaco para el terremoto ocurrido el 12 de diciembre de 1979, contra observaciones y testimonios obtenidos. Por otra parte, en el Caribe, para el terremoto de 1882 frente a las costas de Panamá y su verificación de resultados contra estudios de este evento.

## 1.3 Metodología y Estructura

La estructura a plantear, contempla el análisis de las Ecuaciones de aguas rasas complementado con ecuaciones de conservación de la masa para la fase sólida transportada y para el lecho móvil, con el objetivo de simular las alteraciones morfológicas generadas por la propagación del tsunami Ferreira et al. [2009].

Cabe mencionar que es posible usar otros modelos de ecuaciones diferenciales para modelar fenómenos de propagación de ondas en fluidos en diferentes escenarios, tales como las ecuaciones de Korteweg-de Vries, Boussinesq, Navier-Stokes, entre otros modelos. Sin embargo, se estudiará principalmente el sistema de ecuaciones de aguas rasas (Shallow Water), haciendo énfasis en los aspectos mas importantes de la propagación en oceanos y en particular sus aproximaciones numéricas.

### 1.3.1 Leyes de conservación

Conservación significa que la variación de una cantidad de flujo dentro de un volúmen es conservada debido al efecto neto de algunas fuentes internas y el monto de esa cantidad la cual esta cruzando la superficie límite. Esta cantidad es llamada *flujo* y su expresión resulta de las propiedades mecánicas y termodinámicas del fluido. Las cantidades que describen la evolución del flujo de fluidos o dinámica de fluidos son totalmente definidos por:

- Masa
- Momento
- Energía.

Las leyes de conservación a pesar de tener una estructura simple, la evolución de las soluciones puede ser muy complicada de entender y de simular. Una ley de conservación puede ser escrita, en su forma general como

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial f(u(x,t))}{\partial x} = 0,$$

donde,  $u$  es un vector de cantidades conservadas (p.e., masa, momento, energía y otros en problemas relacionados con la dinámica de fluidos), y la función  $f(u)$  es denominada *función de flujo* para el sistema de leyes de conservación. Veá LeVeque [1992] y referencias allí citadas.

El sistema de leyes de conservación en dos dimensiones se presentan como

$$u_t + f(u)_x + g(u)_y = 0.$$

Generalmente las funciones de flujo  $f$  y  $g$  son funciones no lineales de  $u$ . En este caso, no se puede derivar soluciones exactas para esta ecuación y por ende se hace necesario utilizar métodos numéricos para encontrar soluciones aproximadas. El siguiente Capítulo muestra la descripción de este principio en las Ecuaciones de aguas rasas.

### 1.3.2 Esquemas de discretización

Actualmente se ha avanzado mucho en el diseño e implementación de métodos numéricos eficientes y precisos para encontrar soluciones de leyes de conservación en diversas aplicaciones, incluyendo diferentes modelos de aguas rasas, fluidos en medios porosos, propagación de ondas en diversos escenarios como problemas de combustión, entre otros.

Cuando se habla de un enfoque numérico para aproximar soluciones de leyes de balance,

existen varias estrategias de discretización que pueden ser usadas con éxito. Cada técnica tendrá sus propias ventajas y dificultades con respecto a las otras, por lo que es necesario seleccionar adecuadamente el método numérico a emplear.

### Método de Elementos Finitos (MEF)

Es un método para obtener aproximaciones a problemas planteados en forma variacional. El método aproxima la dependencia espacial de un espacio funcional de dimensión infinita  $S$ , con un subespacio  $S_h$  de dimensión finita  $\eta$  igual al número de nodos. Seron et al. [1990].

Para el caso particular de las ecuaciones de aguas rasas, que en términos generales pueden verse como un caso particular de la ecuación de dinámica de gases, no se considera un método adecuado para este tipo de problemas. El ejercicio realizado en European Finite Element Fair 2009 in TTK/ Helsinki (6 June 2009) <http://math.tkk.fi/numericsyear/fefair/> implementado con el sistema Freefem++ Hecht [2012], muestra el efecto de la propagación sobre geometrías muy específicas, ver Figura 1-1.



**Figura 1-1:** Malla para el dominio y propagación en  $t = 0$  y  $t = 15$  min. Elementos finitos

El uso del método de Galerkin Discontinuo para el sistema de ecuaciones de Shallow Waters no se tuvo en cuenta en los alcances de investigación de este trabajo.

### Método de diferencias finitas (MDF)

Es un método de carácter general que consiste en aproximar las ecuaciones diferenciales por formulaciones obtenidas generalmente a partir del truncamiento de series de Taylor. El grupo de ecuaciones en diferencias resultante constituye un sistema de ecuaciones lineales.

Hay diferentes técnicas o algoritmos que presentan una solución de ecuaciones de aguas

rasas, con diferentes costos computacionales. Entre diversas técnicas existentes para la implementación del método se encuentra la Técnica de Lax-Wendroff, que consiste en un método de diferencias finitas explícito, particularmente utilizado para soluciones en marcha, tales como ecuaciones diferenciales hiperbólicas y parabólicas.

Otros métodos de diferencias finitas se han utilizando en aplicativos como TIME/ITSU Goto et al. [1997] y ComCot of Cornell [2013], con los que se han que generó diversos estudios de modelamiento numérico.

### **Metodo de volúmenes finitos (MVF)**

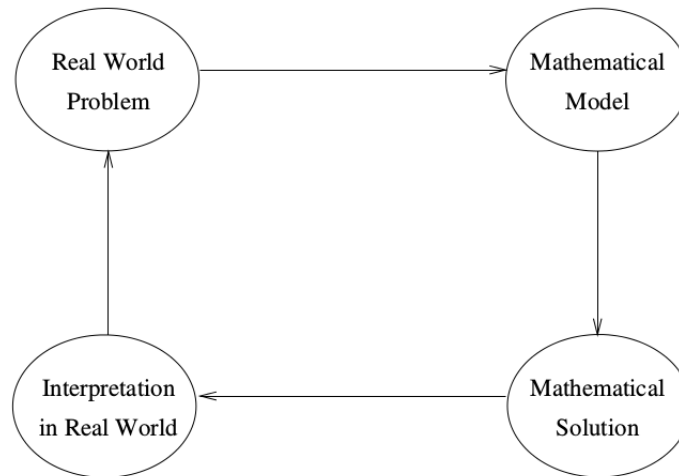
Utilizado en el estudio de dinámica de fluidos computacional para la solución de ecuaciones de Euler en 2-dimensiones, dependientes del tiempo. Estas técnicas discretizan la formulación integral de las leyes de conservación directamente en el espacio físico y están basados en el balance de flujos a través de volúmenes de control usando un marco Euleriano. El método de volúmenes finitos puede verse como una generalización del método de diferencias finitas en un sentido geométrico y topológico. Canelas et al. [2012].

### **1.3.3 Principios de modelamiento**

El objeto principal de todo modelo matemático es hacer predicciones cuantitativas útiles, las cuales pueden ser utilizadas para refinar o probar el modelo, y posteriormente para uso práctico. En el caso de estudio de tsunami, el principio del modelamiento lo constituye, por una parte, la implementación de leyes físicas tales como las de conservación de masa y momento y por otra, efectos atenuantes como disparo del evento, tales como sismos o deslizamientos submarinos y el efecto del suelo submarino en la predicción.

El proceso de construir un modelo matemático es sustituir un fenómeno o acontecimiento de la vida real por un modelo abstracto. La estructura general (Figura 1-2), sugiere el uso de formulaciones matemáticas involucrando variables básicas e interrelaciones correspondientes a las entidades y el comportamiento observado.





**Figura 1-2:** Estructura básica Modelación matemática. Tomado de: Shier and Wallenius [1999]

### 1.3.4 Validación del modelo y de pronóstico

En el presente trabajo se considera que el proceso de validación de los resultados obtenidos sea de carácter comparativo y de forma analítica, debido a la ausencia de datos reales sobre ocurrido en los escenarios de los eventos a plantear.

Para los casos de estudio, y en seguimiento a la estructura planteada, es importante la caracterización del problema del mundo real y la apropiada identificación del modelo a utilizar, en este sentido, la identificación de variables claves, de leyes fundamentales y restricciones involucradas son vitales para que la solución matemática y su interpretación contra la situación planteada sea adecuada. De esta manera, un modelo prospectivo podrá concebirse sobre la misma estructuración matemática y en consideración de las nuevas condiciones iniciales (Shier and Wallenius [1999]).

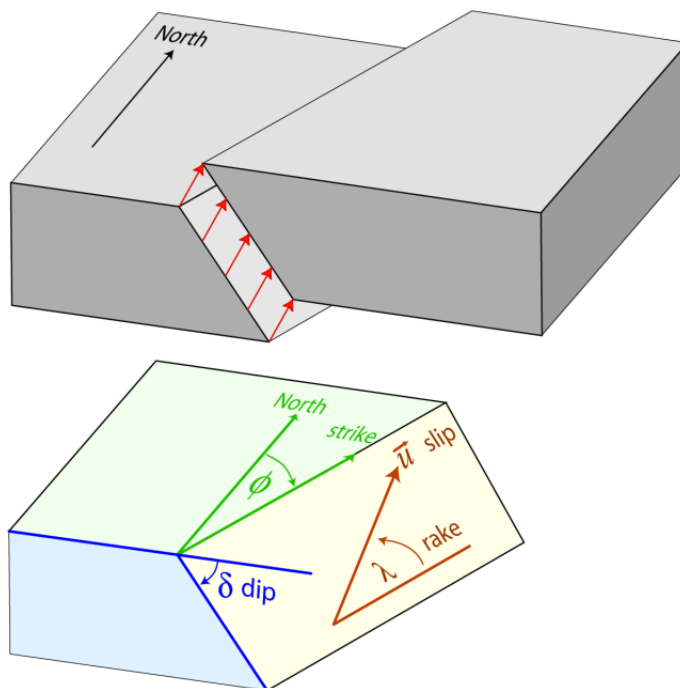
## 2 Modelo conceptual de generación y propagación de tsunami

### 2.1 Generación del tsunami

La condición inicial del evento se genera por el desplazamiento de la superficie marina seguida del desplazamiento vertical debido a un terremoto. En la deformación elástica Okada [1992] el modelo fuente es aplicado para determinar la forma del desplazamiento vertical, que asume la ruptura de un simple plano de falla rectangular. Los parámetros del modelo incluyen,

- la longitud de la falla  $L$  y ancho  $W$ , generalmente en metros o kilómetros;
- epicentro dado en latitud y longitud, usualmente el centroide del plano de falla;
- Profundidad  $h$ : punto específico por debajo del nivel del suelo marino;
- Strike: ángulo de orientación de la falla medido desde el borde superior en el sentido de las manecillas del reloj desde el Norte;
- Dip: ángulo al cual el plano cae hacia abajo desde el borde superior. Ángulo positivo entre 0 y 90 grados;
- Slip (desplazamiento promedio): distancia en el que el bloque colgante se mueve en relación al bloque del suelo, en la dirección especificada por el ángulo *rake*;
- Rake: ángulo en el plano de la falla en el cual ocurre el desplazamiento (*slip*).

La figura **2-1** muestra la relación de los parámetros para el modelo de desplazamiento.



**Figura 2-1:** Definición de ángulos strike, dip y rake para un modelo de falla. Tomado de: [http://www.gps.alaska.edu/jeff/Classes/GEOS655/strike\\_dip\\_rake.gif](http://www.gps.alaska.edu/jeff/Classes/GEOS655/strike_dip_rake.gif)

El modelo de Okada genera una geometría de deformación del suelo marino, obteniendo un desplazamiento uniforme del sólido sobre una superficie finita con los parámetros mencionados anteriormente. Esta deformación es utilizada solo como una aproximación, ya que raramente el suelo marino es plano y muchos de estos parámetros son promedios o datos obtenidos desde observaciones externas.

El desplazamiento medio de los bloques (dislocación  $u$ ) se calcula mediante la expresión propuesta por Hanks y Kanamori, 1979. Dicha expresión relaciona la magnitud  $M_w$  con el largo  $L$ , el ancho  $W$ , la dislocación  $u$  y el módulo de rigidez al cortante  $\mu$ , utilizando un coeficiente de ajuste  $A$ .

## 2.2 Ecuaciones de Aguas Rasas

El modelo de propagación a presentarse se encuentra basado sobre el sistema de ecuaciones de aguas rasas. Este sistema puede ser derivado del modelo de Navier-Stokes y de la conservación de masa y momento, las cuales se presentan en 2-D de forma general. Es de anotar que las ecuaciones planteadas no consideran términos de dispersión ni efecto Coriolis, aunque

es factible incorporarlos de considerarse de necesarios en el modelo.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(M + M_d) + \frac{\partial}{\partial y}(N + N_d) = H \quad (2-1)$$

donde  $U$  es el vector de variables,  $M$ ,  $M_d$ ,  $N$  y  $N_d$  son los vectores de flujos convectivos y difusivos en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente.  $H$  es el vector de fricción y término fuente. Las expresiones vectoriales  $U$ ,  $M$  y  $N$  son:

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{gh^2}{2} \\ huv \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{gh^2}{2} \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

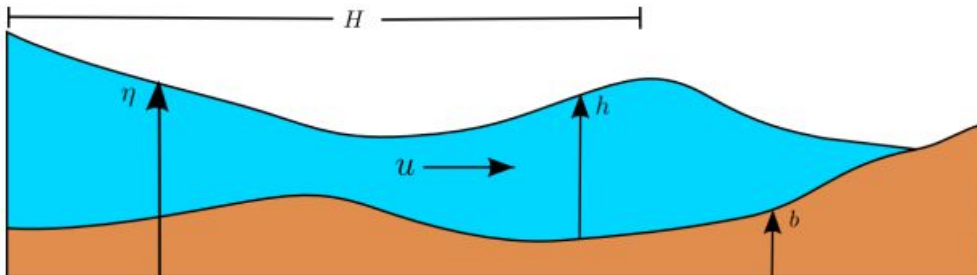
donde  $h$  es la profundidad del agua,  $u$  y  $v$  los promedios de las velocidades (sobre la profundidad y tiempo en flujos turbulentos) y  $g$  la aceleración de la gravedad. Las correspondientes expresiones para flujos difusivos  $M$  y  $N$  pueden ser escritos:

$$M_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -\varepsilon h \frac{\partial u}{\partial x} \\ -\varepsilon h \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad N_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -\varepsilon h \frac{\partial u}{\partial y} \\ -\varepsilon h \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

donde  $\varepsilon$  es el coeficiente de viscosidad cinemática.  $H$  es:

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_{ox} - S_{fx}) \\ gh(S_{oy} - S_{fy}) \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

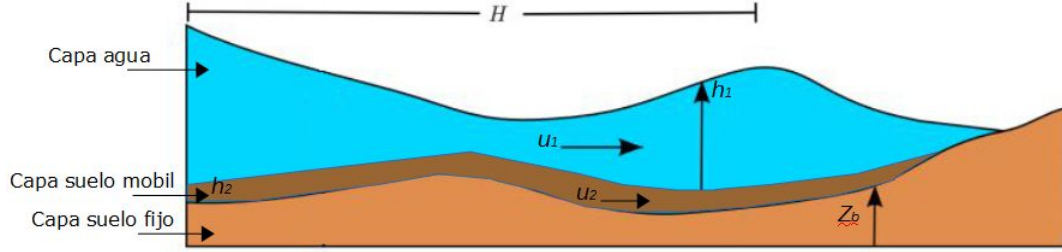
y  $S_{ox}$ ,  $S_{oy}$  son las pendientes del fondo marino en las direcciones cartesianas.  $S_{fx}$ ,  $S_{fy}$  son la fricción del fondo marino, usualmente representadas por medio de fórmulas empíricas. Las consideraciones mas relevantes del sistema se presentan en la Figura (2-2).



**Figura 2-2:** Esquema general Aguas rasas. Tomado de: <http://www.bu.edu/pasi-tsunami/>

Donde  $H$  es la longitud de onda,  $b$  es la profundidad del fondo marino,  $h$  la altura del cuerpo de agua,  $\eta$  igual a  $h + b$  y  $u$  el flujo.

Como se enunciado previamente, el problema de la propagación presenta mas elementos en consideración. En consecuencia, la Figura 2-3, muestra un modelo de múltiples capas:



**Figura 2-3:** Esquema general Aguas rasas: modelo multicapas. Adaptado de la Figura 2-2

En la capa de agua se presenta  $h_1$  como la altura del cuerpo de agua y  $u_1$  el flujo promedio en dirección  $x_i$ . En la capa de suelo movil  $h_2$  como la altura del cuerpo de sedimentos y  $u_2$  el flujo promedio en  $x_i$ . En este escenario, los términos  $S_{ox}$ ,  $S_{oy}$  y  $S_{fx}$ ,  $S_{fy}$  de la Ecuación 2-4, indican el flujo normal entre el fondo marino y la columna del fluido, la aplicación del Teorema de Transporte de Reynolds a las ecuaciones de total de masa y momento con transporte de sedimentos el flujo y depositados sobre el lecho marino, de acuerdo a Canelas et al. [2012] y Canelas et al. [2013] son:

$$\partial_t h + \partial_x(hu) + \partial_y(hv) = -\partial_t Z_b, \quad (2-5)$$

$$\partial_t(uh) + \partial_x(u^2h + \frac{1}{2}gh^2) + \partial_y(uvh) = -gh\partial_x Z_b - \frac{1}{\rho_m}\partial_x hT_{xx} - \frac{1}{\rho_m}\partial_y hT_{xy} - \frac{\tau_{b,x}}{\rho_m}, \quad (2-6)$$

$$\partial_t(vh) + \partial_x(vuh) + \partial_y(v^2h + \frac{1}{2}gh^2) = -gh\partial_y Z_b - \frac{1}{\rho_m}\partial_x hT_{yx} - \frac{1}{\rho_m}\partial_y hT_{yy} - \frac{\tau_{b,y}}{\rho_m}, \quad (2-7)$$

$$\partial_t(C_m h) + \partial_x(C_m hu) + \partial_y(C_m hv) = -(1-p)\frac{\partial Z_b}{\partial t}, \quad (2-8)$$

$$\frac{\partial Z_b}{\partial t} = \frac{q_s - q_s^*}{\Lambda}(1-p)^{-1}, \quad (2-9)$$

donde  $x$  y  $y$  son las coordenadas en 2D,  $t$  es el tiempo,  $h$  es la altura del fluido,  $u$  y  $v$  son las velocidades promedio,  $\rho_m$  es la densidad,  $C_m$  es la concentración,  $\tau_{b,xi}$  es la pendiente del

fondo en dirección  $x$  o  $y$ ,  $T_{ij}$  la profundidad media de la turbulencia. El término  $\frac{\partial Z_b}{\partial t}$  describe la morfología del fondo, en detalle,  $q_s$  es la descarga de sólidos,  $q_s^*$  valor de la capacidad de  $q_s$  y  $\wedge$  expresa integración en el tiempo del flujo de masa neta, expresados como volúmen por unidad de área.

Para las ecuaciones de momento 2-6 y 2-7, de acuerdo a Conde et al. [2013], los siguientes términos constituyen la resistencia del flujo, los cuales están dados por las pendientes del fondo marino:

$$\tau_b = C_f |u|^2 \rho_m, \quad (2-10)$$

donde  $\rho_m$  es la densidad promedio del flujo,  $C_f$  el coeficiente de fricción descrito para el caso de flujo de escombros por la fórmula derivada por Ferreira et al. [2009] y  $T_{ij}$  el tensor de turbulencia, descrito por

$$T_{ij} = \rho_w \nu_T \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2-11)$$

donde  $\rho_w$  es la densidad del agua y  $\nu_T$  es la viscosidad de la turbulencia. La descarga del lecho marino es

$$q_s^* = C_c^* |u_c|^2 h_c, \quad (2-12)$$

donde  $C_c^*$  es la concentración promedio de la capa,  $u_c$  la velocidad en la capa y  $h_c$  el espesor de la capa. Ver en detalle Canelas et al. [2013].

## 2.3 Método de volúmenes finitos

La idea del método de volúmenes finitos esta basada en dividir el dominio en intervalos conocidos como volúmenes finitos o celdas, y mantener un seguimiento de una aproximación de una integral sobre cada uno de estos volúmenes. Estos valores son una aproximación del valor promedio sobre un intervalo en un tiempo específico.

Una solución numérica de volúmenes finitos consiste de una función constante a trozos  $Q_i^n$  que aproxima el valor promedio de la solución  $q(x, t^n)$  en cada celda de la malla  $C_i = [x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}}]$ . Un metodo de volúmenes finitos actualiza la solución por diferencia numérica de flujos en las fronteras de la celda Godunov [1959]:

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+\frac{1}{2}}^n - F_{i-\frac{1}{2}}^n], \quad (2-13)$$

donde

$$F_{i-\frac{1}{2}}^n \approx \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(q(x_{i-\frac{1}{2}}, t)) dt, \quad (2-14)$$

y

$$Q_i^n \approx \frac{1}{\Delta t} \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} q(x, t^n) dx, \quad (2-15)$$

donde se asume que las celdas son de longitud fija  $\Delta x$ . y que la expresión  $Q_i^{n+1}$  es representación discreta de la ley de conservación en forma integral George and LeVeque [2006] sobre cada celda de la malla, obviando los terminos fuente y utilizando aproximaciones en los tiempos promediados de los flujos en las fronteras. Las propiedades esenciales del método de volúmenes finitos vienen de la aproximación de los flujos numéricos  $F_{i-\frac{1}{2}}^n$ .

De acuerdo a Canelas et al. [2012] y Conde et al. [2013], las Ecuaciones hiperbólicas de primer orden 2-5, 2-6, 2-7 y 2-8 enunciadas previamente, pueden ser reescritas de forma compacta

$$\partial_t(U(V)) + \partial_x(F(U)) + \partial_y(G(U)) = H(U) \quad (2-16)$$

donde  $V$  es el vector de variables primitivas,  $U$ , el vector de variables independientes,  $F$  y  $G$  son los vectores de flujo en las direcciones  $x$  y  $y$  y  $H$  es el vector de términos fuente, así:

$$V = \begin{bmatrix} h \\ u \\ v \\ C_m \end{bmatrix}; U = \begin{bmatrix} h \\ uh \\ vh \\ C_m h \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} uh \\ u^2 h + \frac{1}{2} g h^2 \\ uvh \\ C_m h u \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} vh \\ vuh \\ v^2 h + \frac{1}{2} g h^2 \\ C_m h v \end{bmatrix}; \quad (2-17)$$

el vector de término fuente  $H$  es  $H = R + T + S$ , donde  $R$  es el componente de términos fuente no susceptible para ser tratado como flujo no-conservativo.  $T$ , son flujos no-físicos y  $S$  son términos fuente de estratificación inducida Conde et al. [2013],

$$R = \begin{bmatrix} -\frac{(D-E)}{1-p} \\ -\frac{\tau_{b,x}}{\rho^{(w)}} \\ -\frac{\tau_{b,y}}{\rho^{(w)}} \\ -(D-E) \end{bmatrix}; T = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh\partial_x Z_b \\ -gh\partial_y Z_b \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (2-18)$$

Para obtener la discretización del Método de Volúmenes Finitos, el sistema 2-16 es integrado sobre la celda  $i$  y se aplica el *Teorema de Gauss*.

$$\partial_t \int_{\Omega_t} U(V) dS + \int_{\Omega_t} \nabla \cdot E(U) dS = \int_{\Omega_t} H(U) dS \quad (2-19)$$

La discretización local del sistema 2-19 se convierte en,

$$A_i \frac{\Delta(U_i)}{\Delta t} + \sum_{k=1}^{n_t} L_k \Delta_{ik} ((E - T) \cdot n) = A_i (R_i) \quad (2-20)$$

donde la variación del flujo en el  $k$ -ésimo borde de la celda  $i$ ,  $\delta_{ik}(E - T)$ , es expresado como una función de la variación local de las variables conservativas dependientes.

Se asume la linearización local del vector de flujo ortogonal en el borde en cuestión, Toro [2001],

$$\delta_{ik}(E \cdot n) = ((E_j) - (E_i)) \cdot n_{ik} = \sum_{n=1}^{N_W} \lambda_{ik}^{(n)} \alpha_{ik}^{(n)} e_{ik}^{(n)} \quad (2-21)$$

donde  $N_W$  es la dimensión del espacio propio,  $\lambda_{ik}^{(n)}$  y  $e_{ik}^{(n)}$  son los valores y vectores propios respectivamente. Para mas detalles ver Conde et al. [2013].

A partir de las Ecuaciones 2-20, 2-20 y utilizando el método de Godonuv (ver Godonuv [1959]), la integral de volúmen en la celda para el tiempo  $t^{n+1}$ , con  $N_W = 4$  y  $N = 3$ , la cual constituye el esquema de volúmen finito basado en flujo,

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{A_i} \sum_{k=1}^3 L_k \sum_{n=1}^4 (\lambda^{(n)} \alpha^{(n)} - \beta^{(n)})_{ik}^- e_{ik}^{(n)} + \Delta t (T_i^{n+1}) \lambda_{ik}^{(n)} \alpha_{ik}^{(n)} e_{ik}^{(n)} \quad (2-22)$$

donde  $\beta^{(n)}$  son los puntos fuertes de la onda correspondientes a los valores propios y  $T$  es el término fuente que permanece, ampliación en Murillo and García-Navarro [2010]. Mas adelante se presentan los detalles de varios esquemas numéricos a utilizarse en este trabajo.

### 2.3.1 Condiciones de Frontera y celdas fantasma

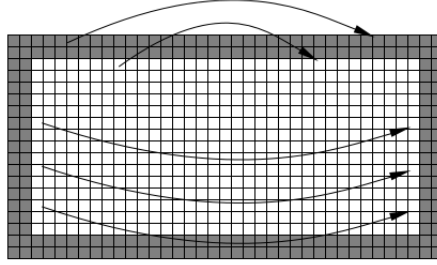
Las condiciones de frontera son determinadas en cada paso de tiempo por el llenado de celdas adyacentes, entre las opciones de estas condiciones se tiene:

- Frontera no reflectante
- Frontera muro sólido
- Frontera periódica.

#### Celdas fantasma

Consiste en incorporar dos filas de celdas artificiales en los bordes del dominio computacional. Los valores de estas celdas se asignan al inicio de cada paso de tiempo copiando los datos desde otro lado en el dominio, hasta que cada borde sea adyacente o otro luego de ejecutar el barrido. La Figura 2-4 muestra las celdas fantasma para un dominio dado.





**Figura 2-4:** Celdas fantasmas en gris, celdas internas en blanco

Imagine que  $(x_c, y_c)$  representa un punto en el dominio computacional. Después del barrido, las fronteras  $x_c = -3$  y  $x_c = +1$  se encuentran por el ecuador y estas fronteras simplemente tienen condiciones de frontera periódicas generales:

$$\begin{aligned} q(-3 - \epsilon, y_c) &= q(1 - \epsilon, y_c), \\ q(1 + \epsilon, y_c) &= q(-3 + \epsilon, y_c), \end{aligned}$$

para  $-1 \leq y_c \leq 1$  en la frontera  $\epsilon = 0$ , pero para llenar las celdas fantasma estas expresiones son usadas para  $\epsilon > 0$ . Implementando esto sobre una malla  $2m \times m$  se tiene

$$\begin{aligned} Q_{i,j} &= Q_{2m+i,j}, \text{ para } i = 0, -1, \\ Q_{2m+i,j} &= Q_{i,j}, \text{ para } i = 1, 2, \end{aligned}$$

para  $j = 1, 2, \dots, m$  en el inicio de cada paso de tiempo. A lo largo de  $y_c = \pm 1$  las condiciones de frontera son algo más complicadas. En cada frontera  $y_c = \pm 1$  el segmento  $-3 \leq x_c \leq -1$  coincide con  $-1 \leq x_c \leq 1$  con orientación contraria, y por lo tanto,

$$\begin{aligned} q(x_c, 1 + \epsilon) &= q(-2 - x_c, 1 - \epsilon), \\ q(x_c, -1 - \epsilon) &= q(-2 - x_c, -1 + \epsilon), \end{aligned}$$

para  $-3 \leq x_c \leq 1$ . Esto es aplicado por la copia de datos de acuerdo a

$$\begin{aligned} Q_{i,j} &= Q_{2m+1-i,1-j}, \text{ para } j = 0, -1, \\ Q_{i,m+j} &= Q_{2m+1-i,m-1-j}, \text{ para } j = 1, 2, \end{aligned}$$

para  $i = 1, 2, \dots, 2m$ .

### 2.3.2 Condición CFL

La condición CFL es un mecanismo de estabilidad necesario para cualquier método de volúmenes finitos. Esto es una restricción del tamaño del paso de tiempo que puede ser usado para asegurar que la información tiene la oportunidad de ser propagada a la correcta

velocidad física. Para validar que el paso de tiempo satisface la condición CFL, el número CFL denotado como  $v$  se deriva del cálculo de la velocidad de ondas como sigue:

$$v = \frac{\delta t}{\delta x} s_m a x,$$

donde  $s_m a x$  es la mas grande velocidad de onda calculada. Para la estabilidad del método, la condición CFL debe satisfacer  $v \leq C$ , donde  $C$  es una constante asignada en el algoritmo.

### 2.3.3 Esquema de Godunov

Se presenta el método de Godunov Godunov [1959], LeVeque [1992] y Toro [2001]. Para derivar el método de volúmenes finitos se divide la region  $\Omega$  en celdas rectangulares de la forma  $\mathcal{C}_{ij} = [x_{i-1/2}, x_{i+1/2}] \times [y_{j-1/2}, y_{j+1/2}]$  donde  $x_{i+1/2} - x_{i-1/2} = \Delta x$  y  $y_{j+1/2} - y_{j-1/2} = \Delta y$ . De este modo se tiene,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \iint_{\mathcal{C}_{ij}} q(x, y, t) dx dy &= \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} f(q(x_{i+1/2}, y, t)) dy \\ &\quad - \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} f(q(x_{i-1/2}, y, t)) dy \\ &\quad + \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} f(q(x, y_{j+1/2}, t)) dx \\ &\quad - \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} f(q(x, y_{j-1/2}, t)) dx. \end{aligned} \tag{2-23}$$

Ahora, integrando la expresión (2-23) de  $t_n$  a  $t_{n+1}$  y dividiendo por el área de la celda  $\Delta x \Delta y$  se obtiene

$$\begin{aligned} Q_{ij}^{n+1} &= Q_{ij}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1/2, j}^n - F_{i-1/2, j}^n] \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [G_{i, j+1/2}^n - G_{i, j-1/2}^n] \end{aligned} \tag{2-24}$$

donde se ha denotado

$$\begin{aligned} Q_{ij}^n &\approx \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} q(x, y, t_n) dx dy, \\ F_{i-1/2, j}^n &\approx \frac{1}{\Delta t \Delta y} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} f(q(x_{i-1/2}, y, t)) dy dt, \\ G_{i, j-1/2}^n &\approx \frac{1}{\Delta t \Delta x} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} f(q(x, y_{j-1/2}, t)) dx dt \end{aligned}$$

con  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ . El método (2-24) se conoce como *método de Godunov*. Para el análisis del método de Godunov en 2D, es conveniente escribirlo primero en 1D. Para el caso de un sistema de leyes de conservación 1D en la forma canónica

$$w_t + \phi(w)_x = 0, \tag{2-25}$$

el método de Godunov se obtiene de dividir dominio  $\Omega$  en celdas  $\mathcal{C}_i = (x_{i-1/2}, x_{i+1/2})$  y procediendo como antes se obtiene

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\Phi_{i+1/2}^n - \Phi_{i-1/2}^n), \quad (2-26)$$

con

$$W_i^n \approx \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} w(x, t_n) dx \quad \text{y}$$

$$\Phi_{i-1/2}^n \approx \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \phi(w(x_{i-1/2}, t)) dt.$$

Aquí el paso del tiempo  $\Delta t$  se escoge de manera que el número de Courant sea menor o igual a 1/2 (para más detalles sobre el número de Courant el lector puede consultar Courant et al. [1967], LeVeque [1992]). Para el problema hiperbólico (2-25) la información se propaga con velocidad finita, por lo que es razonable suponer que  $\Phi_{i-1/2}^n$  se puede obtener con  $W_{i-1}^n$  y  $W_i^n$ . Así, se puede usar una fórmula de la forma

$$\Phi_{i-1/2}^n = \mathcal{F}(W_{i-1}^n, W_i^n)$$

para alguna *función de flujo numérico*. El método de Godunov (2-26) es

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathcal{F}(W_i^n, W_{i+1}^n) - \mathcal{F}(W_{i-1}^n, W_i^n)).$$

Es esencial que el método numérico sea *convergente*, es decir, la solución numérica debe converger a la verdadera solución de la ecuación diferencial cuando se hace un refinamiento de las celdas (cuando  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $\Delta x \rightarrow 0$ ). Esto generalmente requiere de dos condiciones Gallouet et al. [2003]:

1. El método debe ser *consistente* con la ecuación diferencial, es decir, la solución se aproxima bien localmente;
2. El método debe ser *estable* en algún sentido apropiado, es decir que los pequeños errores cometidos en cada paso de tiempo no crecen demasiado rápido en los pasos de tiempo posteriores.

Afortunadamente, para sistemas estrictamente hiperbólicos con dato inicial de variación total pequeña el método es convergente Bressan and Jenssen [2000] (Lax and Wendroff [1960], LeVeque [1992]). Para el caso 1D, el sistema de leyes de conservación para las ecuaciones de aguas rasas está dado por

$$\begin{cases} h_t + (hu)_x = 0, \\ (hu)_t + (hu^2 + \frac{1}{2}gh^2)_x = 0, \end{cases}$$

el cual puede ser escrito en la forma canónica (2-25). El problema de Riemann para este sistema centrado en  $x_{i-1/2}$  tiene una solución auto-similar que es constante a lo largo de los rayos  $(x - x_{i-1/2})/(t - t_n) = \text{constante}$ , y para  $(x - x_{i-1/2})/t = 0$  da el valor de  $\tilde{w}^n(x_{i-1/2}, t)$ . Denote este valor por  $W_{i-1/2}^* = w^*(W_{i-1}^n, W_i^n)$ . Esto sugiere definir el flujo numérico  $\Phi_{i-1/2}^n$  por

$$\begin{aligned}\Phi_{i-1/2}^n &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \phi(w^*(W_{i-1}^n, W_i^n)) dt \\ &= \phi(w^*(W_{i-1}^n, W_i^n)).\end{aligned}\tag{2-27}$$

Así se obtiene un algoritmo simple para implementar el método de Godunov para el sistema de aguas rasas 1D:

1. Resolver el problema de Riemann en  $x_{i-1/2}$  para obtener  $w^*(W_{i-1}^n, W_i^n)$ .
2. Defina el flujo  $\Phi_{i-1/2}^n = \mathcal{F}(W_{i-1}^n, W_i^n)$  mediante (2-27).
3. Aplicar el método de Godunov (2-26) al sistema de aguas rasas 1D.

Finalmente, para implementar el método de Godunov (2-24) para el sistema de aguas rasas 2D, se procede de forma natural como en caso 1D, resolviendo el problema de Riemann  $q_t + f(q)_x = 0$  con dato  $Q_{i-1,j}$  y  $Q_{i,j}$  para obtener  $Q_{i-1/2,j}^*$ , mientras que  $Q_{i,j-1/2}^*$  se obtiene de resolver el problema de Riemann  $q_t + g(q)_y = 0$  con dato  $Q_{i,j-1}$  y  $Q_{i,j}$ . Los flujos se definen por

$$F_{i-1/2,j} = f(Q_{i-1/2,j}^*) \quad \text{y} \quad G_{i,j-1/2} = g(Q_{i,j-1/2}^*).$$

### Un método de paso fraccional con fuente $\psi \neq 0$

Para el sistema de aguas rasas en 2D, se considera el siguiente *método de paso fraccional* que consiste en resolver numéricamente

$$\begin{aligned}q_t + f(u)_x &= 0, \\ q_t + g(u)_y &= 0, \\ q_t &= \psi\end{aligned}\tag{2-28}$$

en cada paso de tiempo. Para las celdas  $\mathcal{C}_{i-1,j}$  y  $\mathcal{C}_{i,j}$  se debe resolver el problema de Riemann 1D en la dirección de  $x$ , es decir,

$$\begin{aligned}h_t + (hu)_x &= 0, \\ (hu)_t + (hu^2 + \frac{1}{2}gh^2)_x &= -ghB_x - Du, \\ (hv)_t + (huv)_x &= -Dv.\end{aligned}\tag{2-29}$$

Observe que las primeras dos ecuaciones en (2-29) se pueden separar de la tercera y son justamente el sistema de aguas rasas 1D con término fuente. Para aproximar la solución del sistema, utilizando el método de Godunov se tiene

$$\begin{aligned} Q_{ij}^{n+1/2} &= Q_{ij}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1/2,j}^n - F_{i-1/2,j}^n) \\ &= Q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (f(Q_{i+1/2,j}^*) - f(Q_{i-1/2,j}^*)) \end{aligned}$$

con  $Q_{ij}^{n+1/2} = (h_{ij}^{n+1/2}, m_{ij}^{n+1/2}, s_{ij}^{n+1/2})^\top$ , para  $m = hu/h$  y  $s = hv/h$ , y el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias es aproximado por el método explícito de Euler (por ejemplo),

$$\begin{aligned} h_{ij}^{n+1} &= h_{ij}^{n+1/2}, \\ m_{ij}^{n+1} &= m_{ij}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} g h_{ij}^{n+1/2} \left( \frac{B_{i+1} - B_i}{2} \right) \\ &\quad - \Delta t (D_{ij}^{n+1/2}) \frac{m_{ij}^{n+1/2}}{h_{ij}^{n+1/2}}, \\ s_{ij}^{n+1} &= s_{ij}^{n+1/2} - \Delta t (D_{ij}^{n+1/2}) \frac{s_{ij}^{n+1/2}}{h_{ij}^{n+1/2}}. \end{aligned}$$

De forma similar se aproxima el problema de Riemann 1D en la dirección de  $y$ . Otra versión del método de paso fraccional para el sistema de aguas rasas en 2D puede ser consultado en LeVeque [1998].

## 2.4 Esquema vector de división de flujo para sistemas hiperbólicos

De acuerdo a Canelas et al. [2012], este esquema considera una función  $U : \mathbb{R}x\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$ , donde  $m$  es la dimensión del sistema sobre un volumen arbitrario  $\Omega$  fijo en el espacio y limitado por una superficie  $\Gamma$ , el valor local de  $U$  varía por la ocurrencia de flujos, denotados por  $E \in \mathbb{R}^{m \times m}$ , en los volúmenes circundantes y a través de las fuentes  $H : \mathbb{R}x\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$ : los flujos son funciones de la cantidad en cuestión. La forma general integral de una ley de conservación para la función  $U$  es:

$$\partial t \int_{\Omega} U d\Omega + \oint_{\Gamma} \nabla \cdot E = \int_{\Omega} H d\Omega \quad (2-30)$$

Es importante la presencia de la integral de superficie en el hecho de que la variación de tiempo de  $U$  depende de los valores sobre la superficie de los flujos. Aplicando la Ecuación 2-31 al volumen de control  $\Omega_i$ , su forma discreta es

$$A_i \partial t U_i + \sum_{\text{lados}} (E \cdot n) L_{\text{lado}} = A_i H_i, \quad (2-31)$$

donde  $U_i$  y  $H_i$  son variables discretas dependientes del tiempo y términos fuente respectivamente, definidas como celdas promedio, y  $A_i$  es el área de la celda  $\omega_i$ . La suma de los flujos es sobre todos los lados externos de la celda de control  $\omega_i$ . Esta es la formulación básica del Método de volúmenes finitos y un método para aproximar los flujos en las fronteras de acuerdo al esquema específico.

En el sistema 2-31 los valores propios de la matriz Jacobiana  $J(U) \in \mathbb{R}^{m \times m}$  representa el sistema de velocidades de las ondas. Asumiendo que el sistema es estrictamente hiperbólico,  $J(U)$  es diagonalizable y tiene  $m$  valores propios, reales y distintos

$$J(U) = \frac{\partial F}{\partial U}, \quad J(U) = K \Lambda K^{-1}, \quad \text{con } \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_m \end{bmatrix}, \quad \text{y } K = |e^{(1)}, \dots, e^{(m)}| \quad (2-32)$$

$\lambda_m$  es el valor propio  $m$  del sistema y  $e^{(m)}$  es el  $m$ -ésimo vector propio de  $J$ . El método Vector de División de Flujo (FVS por siglas en inglés) tiene por objetivo la generalización de esquemas de diferencias tipo *upwind* para sistemas lineales o no-lineales. FVS implica una división del vector de flujo en dos componentes,  $F^+$  y  $F^-$ , así:

$$F(U) = F^+(U) + F^-(U), \quad (2-33)$$

asumiendo que se cumple la propiedad de homogeneidad y que  $\lambda_i^+ \geq 0$  y  $\lambda_i^- \leq 0$ ,  $F(U)$  puede ser dividido como

$$F = F^+ + F^-, \quad \text{donde, } F^+ = J^+ U + F^- = J^- U. \quad (2-34)$$

La propiedad de *homogeneidad* para sistemas de aguas rasas no se cumple, y deben realizarse consideraciones especiales para aplicarse el esquema FVS a esta solución. En consecuencia, la aplicación del esquema FVS sobre el método descrito en 2-22 presenta una solución de implementación. Mas detalles en Murillo and García-Navarro [2010].

# 3 Modelo conceptual de propagación del tsunami en costa y tierra

## 3.1 Descripción general

El modelo de inundación por efecto de tsunami no varía drásticamente de cualquier otro fenómeno. El objetivo de considerarlo un modelo separado, se determina por la diferencia en las condiciones del área de interés, tratando de establecer cuales condiciones naturales y artificiales presentan mayor relevancia.

Así como en la fase de propagación, la batimetría actúa como término fuente, los efectos locales de la forma de costa dan las condiciones para la generación de choques. La inundación como tal, efectivamente puede verse afectada por diversos elementos, principalmente por el efecto de la batimetría. Sin embargo, para zonas geográficas muy específicas es importante notar otras características geológicas y de costa que pueden ser de interés para este estudio.

## 3.2 Propagación de ondas en volúmenes finitos

Tomando como referencia la primera expresión en 2D, se puede escribir compactamente:

$$\frac{\partial}{\partial t}q + \frac{\partial}{\partial x}f^1(q) + \frac{\partial}{\partial y}f^2(q) = \psi(q, x, y), \quad (3-1)$$

donde

$$q = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix}, \quad (3-2)$$

y  $f^1(q)$ ,  $f^2(q)$  son los flujos de  $q$  en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente, y  $\psi(q, x, y)$  es un término fuente. Desde el punto de vista del método numérico, la solución de  $Q_{ij}^1$  es una aproximación al valor promedio de la solución de  $q(x, y, t^n)$  en la celda:

$$Q_{ij}^n = \begin{bmatrix} H_{ij}^n \\ HU_{ij}^n \\ HV_{ij}^n \end{bmatrix} \approx \frac{1}{\lambda(C_{ij})} \int_{C_{ij}} q(x, y, t^n) dx dy, \quad (3-3)$$

con celda rectangular  $C_{ij}$  y donde  $\lambda C_{ij}$  es el área de dicha celda. En la interfaz de celda entre  $C_{ij}$  y  $C_{i-1,j}$  en el tiempo  $t^n$ , por ejemplo, las condiciones iniciales del problema de Riemman consisten en:

$$q(x, y, t^n) = \begin{cases} Q_{i-1,j}^n & \text{si } x \leq x_{i-1/2}, \\ Q_{i,j}^n & \text{si } x > x_{i-1/2}, \end{cases} \quad (3-4)$$

En problemas de inundación, un dominio computacional debe contener celdas húmedas ( $H_{ij}^n > 0$ ) y celdas secas ( $H_{ij}^n = 0$ ), sin referencia específica en el método numérico al movimiento de unas a otras, simplemente donde las celdas húmedas son adyacentes a las celdas secas en cualquier paso de tiempo considerando cuidadosamente los problemas de Riemman para cada una.

### 3.3 Solución de Riemman para inundación

El problema de la inundación refiere al caso donde  $h_{i-1}$  o  $h_i$  son cero, o un estado seco aparece en una solución de Riemman para un  $t$  mayor que cero. De acuerdo a George [2010], dada la dificultad de resolver el problema de Riemman de manera exacta, los esquemas Godunov frecuentemente hacen uso de métodos de resolución desarrollados para aplicaciones específicas. Modelar inundaciones sobre topografías altamente variables presentan diversas complicaciones, principalmente debido a los términos fuente. En casos realistas, es de gran importancia conocer los escenarios certeros de inundación y donde el problema de Riemman efectivamente llega a las costas. Este término fuente puede ser considerado como un salto en la topografía, dado como,

$$[[B]] = B_{i,j} - B_{i-1,j}, \quad (3-5)$$

en la misma posición del salto en variables conservadas. Esto resulta en un salto en los flujos para el paso de tiempo:

$$f^1(Q_{i-1/2,j}^{n+}(0^-)) \neq f^1(Q_{i-1/2,j}^{n+}(0^+)), \quad (3-6)$$

el cual contribuye al efecto del término fuente. Se ha visto que los términos fuente complican la solución del problema de Riemman, una manera de remediarlo es utilizar las ecuaciones homogéneas y operar el efecto del término fuente en un paso de tiempo diferente. En general, esto funciona bien para la mayoría de las aplicaciones, pero puede producir errores graves en diversas situaciones.



### 3.4 Refinamiento Adaptativo

El algoritmo AMR para leyes de conservación, de acuerdo a Berger and LeVeque [1998] usa una malla rectangular que representa el dominio de estudio. El refinamiento se hace sobre un subconjunto de este dominio y usa una malla rectangular con celdas mas pequeñas, las cuales pueden ser recursivamente anidadas hasta que un nivel de exactitud sea obtenido. Generalmente, si una celda en el nivel  $L$  es detallada en  $x$  y  $y$  por un entero par  $R_L$ , entonces el paso de tiempo es también redefinido por el mismo factor, así que el paso de tiempo  $R_L$  se toma sobre la malla refinada en el nivel  $L + 1$  para cada ciclo sobre las mallas en el nivel  $L$ . Los radios de malla  $\Delta t/\Delta x$  y  $\Delta t/\Delta y$  son los mismos para todas las mallas asegurando estabilidad.

En cada paso de tiempo, la estimación de error basado en la extrapolación de Richardson determina la región donde la resolución de la solución es insuficiente. Las celdas donde el error es mayor que la tolerancia son marcadas para refinamiento y la zona cercana a estas celdas tambien es marcada de manera que las características de esta región sean consideradas en el siguiente paso de tiempo. Las condiciones de frontera para todas las celdas se asignan utilizando celdas fantasma, extendiendo el dominio computacional en  $G$  celdas para cada dirección.

Aplicados a la propagación de ondas, los algoritmos se usan directamente para actualizar los valores de las celdas. Para leyes de conservación estos métodos pueden ser reescritos en forma conservativa definiendo las funciones de flujo en términos de ondas, pero siendo implementadas de manera que se permita su implementación a problemas hiperbólicos, no en forma conservativa Berger and LeVeque [1998]. Considere la ecuación con velocidad variable (o ecuación de color),

$$q_t + u(x)q_x = 0, \quad (3-7)$$

Esta ecuación no está en forma conservativa (la integral de  $q$  es no conservada). Se asume  $u(x) > 0$  en cualquier punto. En la instancia  $x_{i-1/2}$  entre celdas  $i - 1$  e  $i$ , se puede definir el problema de Riemman como,

$$\bar{q}_t + \bar{u}(x)\bar{q}_x = 0, \quad (3-8)$$

donde la función  $\bar{u}(x)$  con dato inicial  $\bar{q}$  estan dados por

$$\bar{q} = \begin{cases} q_{i-1} & \text{si } x < x_{i-1/2}, \\ q_i & \text{si } x > x_{i-1/2}, \end{cases} \quad \bar{u} = \begin{cases} u_{i-1} & \text{si } x < x_{i-1/2}, \\ u_i & \text{si } x > x_{i-1/2}, \end{cases} \quad (3-9)$$

donde  $u_{i-1}$  y  $u_i$  son valores de  $u(x)$  en celdas  $i - 1$  e  $i$ . En la solución al problema de Riemman, la onda  $\mathcal{W} \equiv \delta q = q_i - q_{i-1}$  se propaga con velocidad  $u_i$ , cuando  $u > 0$ . En el

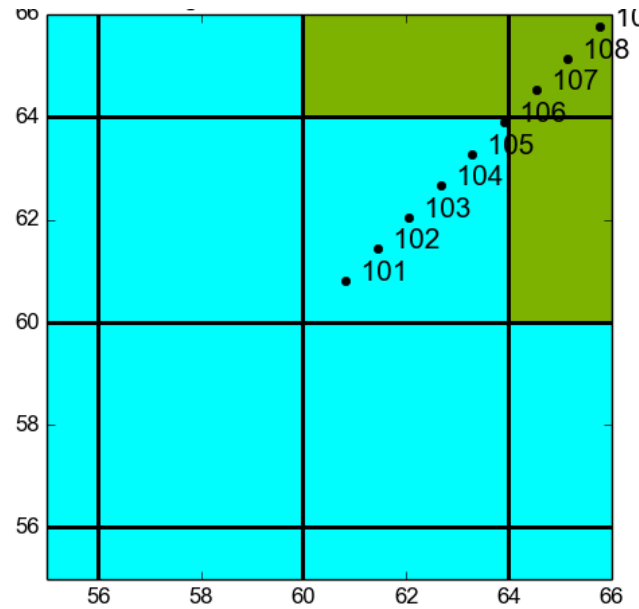
tiempo  $k$  la onda se mueve una distancia  $ku_i$  en la celda  $i$  y modifica el promedio de la celda  $q_i$  por  $\frac{k}{h}u_i(q_i - q_{i-1})$ . En general, si  $u(x)$  tiene un signo arbitrario, el algoritmo de primer orden de propagación de ondas es

$$q_i^{n+1} = q_i - \frac{k}{h}(\max(u, 0)_i(q_i - q_{i-1}) + \min(u, 0)_i(q_{i+1} - q_i)). \quad (3-10)$$

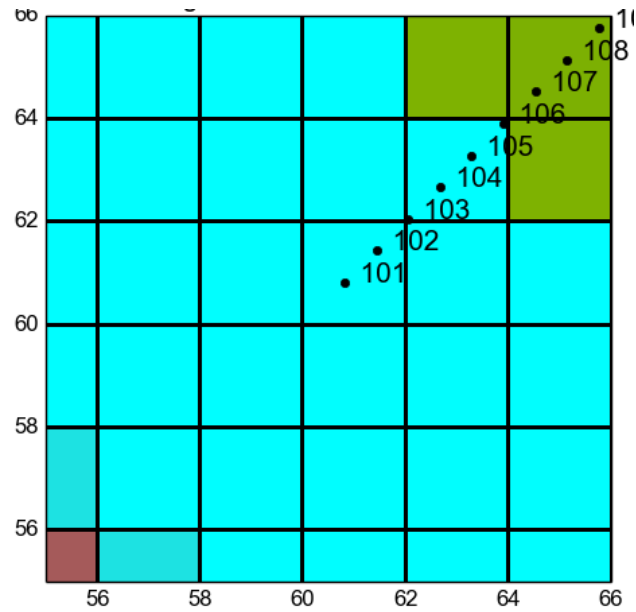
El problema de Riemman puede ser definido utilizando valor de borde  $u_{i-1/2}$  entre las celdas  $i-1$  e  $i$ . La fórmula 3-10 actualizada es

$$q_i^{n+1} = q_i - \frac{k}{h}(\max(u, 0)_{i-1/2}(q_i - q_{i-1}) + \min(u, 0)_{i+1/2}(q_{i+1} - q_i)). \quad (3-11)$$

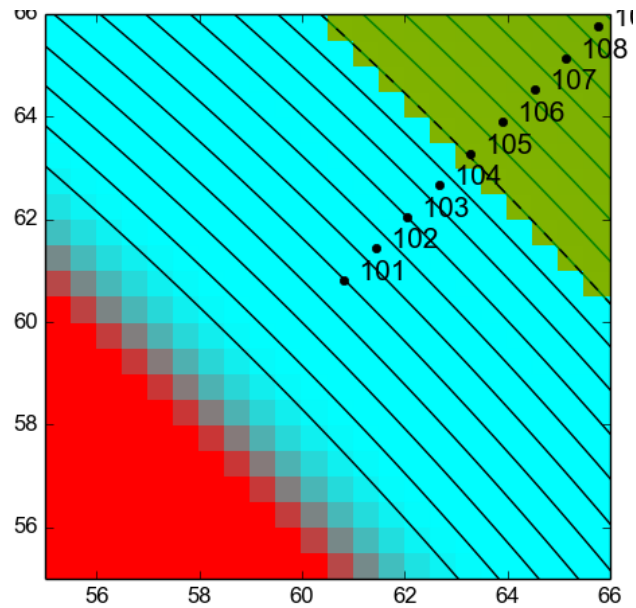
Las Figuras **3-1**, **3-2**, **3-3** muestran el refinamiento de la malla según la región de afectación de la onda. El refinamiento adaptativo de la malla es particularmente importante en la cercanía a las costas, que es donde el proceso de inundación se lleva a cabo.



**Figura 3-1:** Comportamiento AMR paso de tiempo  $n$ . Generado con GeoClaw.



**Figura 3-2:** Comportamiento AMR paso de tiempo  $n + 2$ . Generado con GeoClaw.



**Figura 3-3:** Comportamiento AMR paso de tiempo  $n + 3$ . Generado con GeoClaw.

### 3.5 Algoritmo Mojado-Seco

Para asegurar la positividad y conservación de la solución en todos los casos, los flujos para la actualización de las variables conservadas es calculada de acuerdo a Murillo and García-

Navarro [2010] y Conde et al. [2013], así

$$\begin{aligned} \text{Si } h_j^n = 0 \text{ y } h_j^{***} < 0 \text{ entonces } (\Delta E - T)_{ik}^- &= (\Delta E - T)_k \text{ y } (\Delta E - T)_{jk}^- = 0 \\ \text{Si } h_i^n = 0 \text{ y } h_i^* < 0 \text{ entonces } (\Delta E - T)_{jk}^- &= (\Delta E - T)_k \text{ y } (\Delta E - T)_{ik}^- = 0, \end{aligned} \quad (3-12)$$

en otro caso, la actualización se realiza de acuerdo a 2-22. Esta restricción previene la aparición de flujos negativos, asignando valores cero en celdas donde los pasos intermedios predicen flujos de profundidades negativas. En áreas donde  $h$  se aproxima a cero, se obtienen términos como  $u = uh = h$  generando posibles errores, se obtiene la velocidad con la fórmula

$$u = \frac{uh\sqrt{2h}}{\sqrt{h^4 + \max(h^4, \epsilon)}} ; \epsilon = h_{min}\max(1, \sqrt{2A}) \quad (3-13)$$

donde  $h_{min}$  es una malla paramétrica y  $A$  es el área de la celda.

# 4 Estudio de casos: tsunamis en costas de Colombia

## 4.1 Herramientas informáticas

### 4.1.1 Deformación del subsuelo: Okada

La deformación inicial generadora del tsunami se realiza mediante el modelo propuesto por Okada (1985), con lo que se determina la componente vertical del desplazamiento en la superficie. Mediante el modelo de dislocación elástica se muestra la deformación del fondo marino por efecto de un movimiento sísmico. Con el uso del Módulo `dtopotools` de *GeoClaw* (`$CLAW/geoclaw/src/python/geoclaw/dtopotools.py`), se asignan los parámetros para caso del evento de San Andrés con subfallas, de acuerdo a IOC [2015]. El código fuente para esta deformación es:

```
from clawpack.geoclaw import dtopotools
import numpy
# Specify subfault parameters
# subfault: SE_SEGMENT - ALBERTO - UNESCO
noaa1_subfault = dtopotools.SubFault()
noaa1_subfault.strike = 120.
noaa1_subfault.length = 182.e3
noaa1_subfault.width = 60.e3
noaa1_subfault.depth = 5.e3
noaa1_subfault.slip = 11.
noaa1_subfault.rake = 90.
noaa1_subfault.dip = 40.
noaa1_subfault.longitude = -77.9
noaa1_subfault.latitude = 9.7
noaa1_subfault.coordinate_specification = "top_center"

# subfault: SW_SEGMENT - EDUARDO - UNESCO
noaa2_subfault = dtopotools.SubFault()
noaa2_subfault.strike = 71.
```

```

noaa2_subfault.length = 120.e3
noaa2_subfault.width = 40.e3
noaa2_subfault.depth = 5.e3
noaa2_subfault.slip = 11.
noaa2_subfault.rake = 90.
noaa2_subfault.dip = 40.
noaa2_subfault.longitude = -79.32
noaa2_subfault.latitude = 9.83
noaa2_subfault.coordinate_specification = "top_center"

fault = dtopotools.Fault()
fault.subfaults = [noaa1_subfault, noaa2_subfault]

print "Mw=_", fault.Mw()
print "Using_Okada_model_to_create_dtopo_file"

x = numpy.linspace(-84., -74., 100)
y = numpy.linspace(7., 17., 100)
times = [1.]
fault.create_dtopography(x,y,times)
dtopo = fault.dtopo
dtopo.write(dtopo_fname, dtopo_type=3)

```

### 4.1.2 ClawPack: Geoclaw - Propagación e inundación

El aplicativo *GeoClaw* emplea el Algoritmo de alta resolución para propagación de ondas de Leveque Team [2015], empleando la solución local del problema de Riemman, actualizando la solución numérica en cada paso de tiempo. Mediante el uso del esquema de Godunov para resolver Riemman mediante aproximaciones, el programa *GeoClaw* presenta una solución numéricamente estable para condiciones de alta resolución y computacionalmente eficiente con la utilización del refinamiento adaptativo, permitiendo generar resultados altamente confiables para escenarios de propagación de tsunamis. Otros efectos como el rozamiento se incorporan con la definición del Coeficiente experimental de Manning (valor de 0.025), lo que se ha establecido como un valor adecuado con distintos ejercicios. Elementos como el Efecto Coriolis (relativo al efecto de la rotación terrestre no son considerados).

La propagación en tierra, es decir la inundación, implican la definición del tipo de frontera (en los casos de estudio, absorbente). Los resultados obtenidos por *GeoClaw* permiten obtener el detalle de las zonas de interés, mediante el almacenamiento de datos de profundidad a fin de obtener mapas que ilustren este dato acumulado en el tiempo.

### 4.1.3 STAV-2D: propagación e inundación en valles aluviales

STAV-2D es un aplicativo que implementa en 2DH una aproximación de flujos superficiales sobre fronteras complejas y lechos marinos dinámicos. Como técnicas de discretización se basa en el esquema vector de división de flujo, incorporando una versión revisada del solucionador de Roe-Riemman Canelas et al. [2013], preservando las características de las ecuaciones de conservación en las capas sedimentarias y de agua.

El aplicativo STAV-2D se especializa en modelar el efecto de la propagación en valles sedimentarios. Las Ecuaciones de aguas rasas en un sentido general, consideran un fluido uniforme. Para el caso de diversos escenarios reales, como los lechos de los ríos o desembocaduras de cuerpos de aguas sobre el mar, el suelo no es una superficie consistente, lo que ocasiona que durante las turbulencia del agua, producto de choques como las ondas de tsunami, se generen efectos adicionales de rozamiento, de cambio del fluido, además del eventual arrastre de otros materiales, modificando en algunos casos, drásticamente el comportamiento esperado de otros modelos que no consideran estos aspectos.

El efecto de las ondas sobre un fluido tiene particular relevancia en zonas cercanas a las costas, porque es el final del viaje del tsunami y el interés se centra en el efecto sobre las zonas pobladas. Para los casos de estudio, STAV-2D se utiliza para estudiar la inundación sobre las Islas de Tumaco y El Morro, dado que en las zonas aledañas a estas islas se encuentran amplios depósitos de sedimentos producto de la desembocadura de diversos cuerpos de agua, que a lo largo de los años han llegado a generar incluso islas artificiales o bancos de arena visibles en periodos de baja mar.

### 4.1.4 GEBCO: batimetría y topografía

El proceso de propagación de ondas sobre la cuenca se ve afectado de forma casi impredecible si se tiene en cuenta la disparidad del fondo marino. La información batimétrica se obtuvo del programa “Grid Viewing and Data Acces” del GEBCO (General Bathymetric Chart of the Oceans) un modelo global de 30 segundos de arco de resolución (aproximadamente 0.9 km). Los datos de batimetría de GEBCO se utilizan como malla inicial de datos para los casos de estudio, permitiendo definir las ventanas de información con la localización de los eventos sísmicos y las zonas de interés. Un perfil general para la Costa sobre el océano Pacífico en Colombia, se presenta en la Figura 4-1.

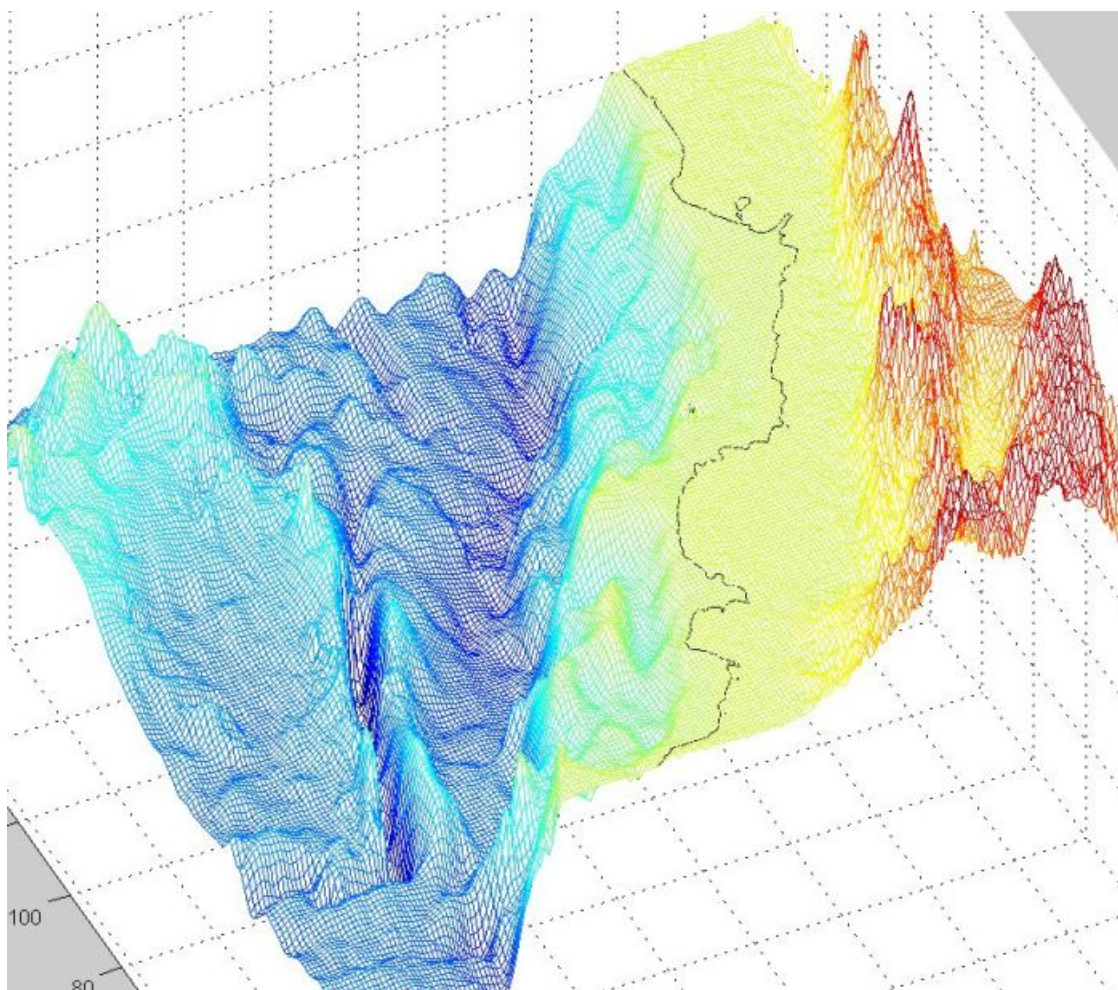


Figura 4-1: Esquema 3D batimetría y topografía costa de Colombia. GEBCO.

## 4.2 Descripción general

Con el uso de los modelos anteriormente descritos se simulará la propagación de ondas en el océano con la herramienta *Clawpack* para los escenarios del Caribe y del Pacífico. En proximidad de las costas de San Andrés se observará el alcance de la inundación en el costado norte de la Isla a fin de analizar los cambios que este modelo propone. Para el caso de la costa Pacífica Nariñense, las condiciones son diferentes, debido a que la zona de interés en esta área, la Isla de Tumaco, particularmente, presenta una morfología de valle sedimentario, por lo tanto se estima que el aplicativo STAV-2D presentará un modelo apropiado para el efecto de propagación en cercanías e inundación sobre este puerto.

El caribe Colombiano, donde se encuentran las ciudades costeras más importantes en términos económicos y de población, no tiene registro de eventos sísmicos recientes (últimos 100 años



o más) que hayan generado tsunamis en esta zona. Sin embargo, no significa que no exista el riesgo por este tipo de eventos y constituye un caso de interés Caicedo O. et al. [1996b] y IOC [2015].

La costa pacífica Colombiana se encuentra expuesta al impacto de tsunamis de origen cercano y lejano. En la historia reciente se han presentado dos eventos que generaron importantes tsunamis, en 1906 y 1979. Estos eventos son de gran relevancia en el estudio regional del fenómeno debido al efecto destructivo en la costa del departamento de Nariño principalmente y particularmente en el municipio de Tumaco y zonas costeras cercanas Caicedo O. et al. [1996a], Quiceno and Ortiz [2001] y Peralta et al. [2003].

### 4.3 Caso San Andres y Caribe: *Clawpack*

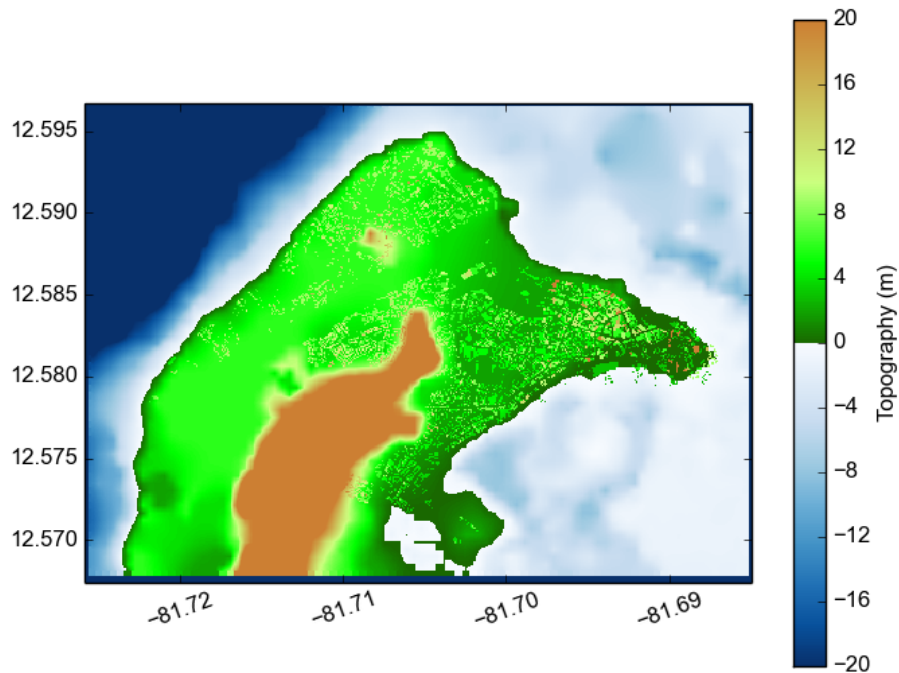
Este caso se origina tomando un sismo como evento generador de un tsunami con afectación en la Isla de San Andrés, Colombia. La información de referencia de este evento se basa en el ejercicio de Alerta de tsunami para el Caribe de la Comisión Oceanográfica Intergubernamental IOC [2015], mostrando las características del evento inicial y la propagación de olas sobre la cuenca del Caribe.

#### 4.3.1 Geografía y condiciones iniciales

El evento sísmico ocurrido en costa caribe el 7 de septiembre de 1882, se toma como el sismo de referencia para la generación del tsunami. La usa la batimetría GEBCO con resolución de 30 segundos de arco (aproximadamente 900m), localizando la cuenca del mar Caribe y la Isla de San Andrés en la ventana geográfica. Para los detalles geográficos de la zona de interés se utilizan mallas de mayor resolución que permiten analizar el efecto de la propagación y la posible inundación especialmente en la zona norte de San Andrés por ser la región mas poblada de la isla. En la Figura 4-3, se muestra el detalle de la batimetría y topografía de la zona de interés. La zona norte de San Andrés se compone en gran medida de corales y zonas poco profundas con bajo oleaje, Figura 4-2



**Figura 4-2:** Imagen satelital norte de San Andrés. Tomado de: Google Maps 2015  
<https://www.google.com.co/maps/@12.5856047,-81.7039484,3106m/data=!3m1!1e3?hl=en>



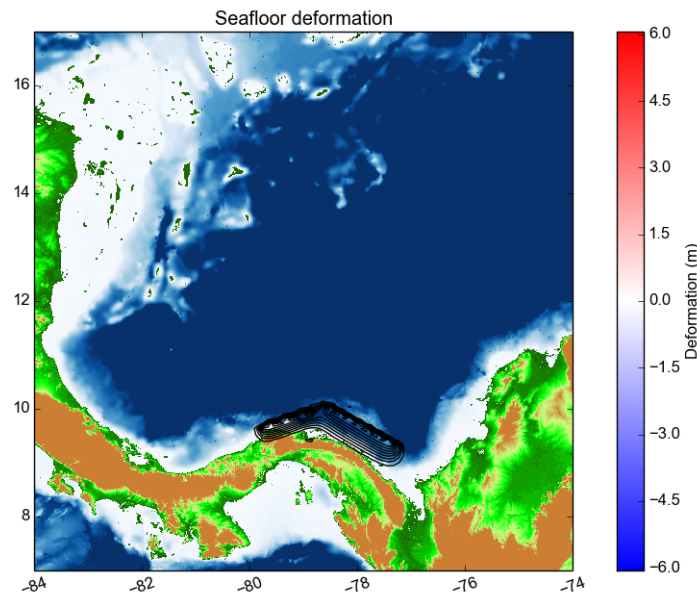
**Figura 4-3:** Batimetría norte de San Andrés. Los ejes  $X$  y  $Y$  corresponden a Longitud y Latitud respectivamente, Topografía en metros. Fuente: Datos batimetría Corporación OSSO 2015

### 4.3.2 Evento generador

Con la aplicación del modelo de deformación Okada, mediante el aplicativo del mismo nombre de *ClawPack*, se utilizan los parámetros anteriores obteniendo un cálculo una Magnitud de momento  $M_w = 8.5266$ , resultado consistente con lo calculado en el ejercicio de alerta de tsunami IOC [2015], correspondiente a dos secciones con la información general presentada en la Tabla 4-1. El resultado se presenta en la Figura 4-4.

**Tabla 4-1:** Parámetros de generación evento sísmico Panamá.

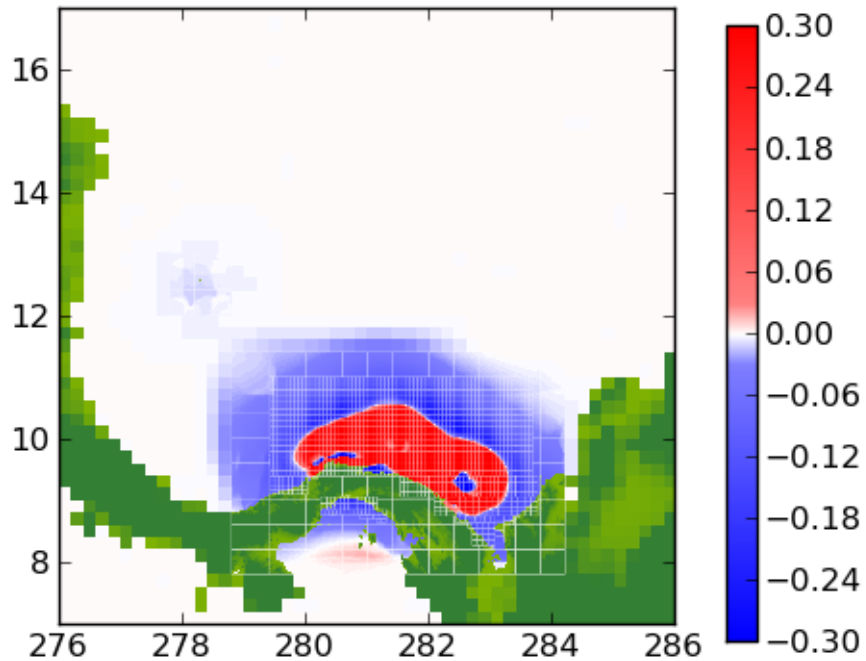
	Segmento Oeste	Segmento Este
Latitud	9.7 <i>N</i>	9.83 <i>N</i>
Longitud	77.9 <i>W</i>	79.32 <i>W</i>
Ancho	60 <i>Km</i>	40 <i>Km</i>
Largo	182 <i>Km</i>	120 <i>Km</i>
Profundidad	5 <i>Km</i>	5 <i>Km</i>
Strike	71g	120g
Slip	11 <i>m</i>	11 <i>m</i>
Rake	90g	90g
Dip	40	40



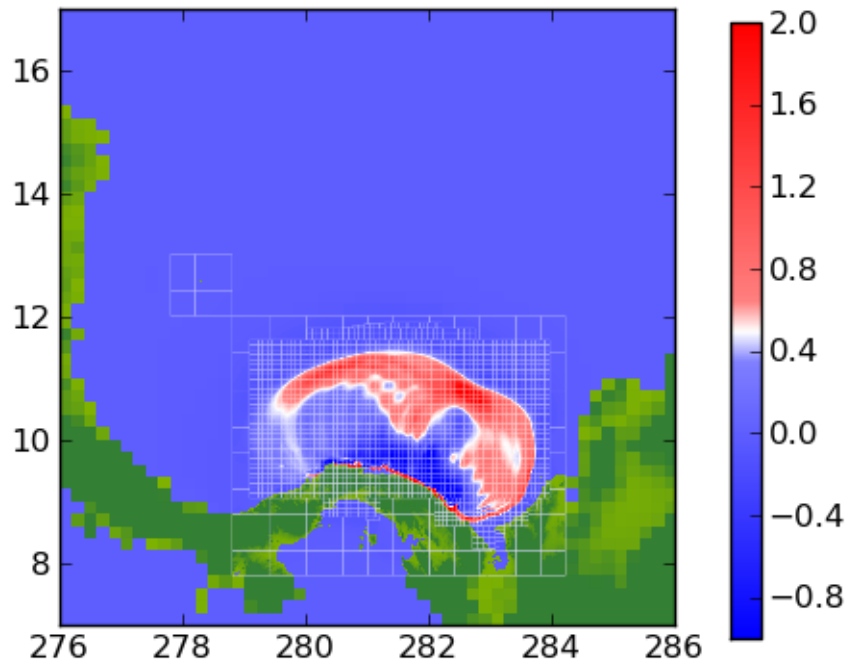
**Figura 4-4:** Batimetría y Topografía general Mar Caribe. Resolución 30 segundos - GEBCO. Los ejes X y Y corresponden a Longitud y Latitud respectivamente, Deformación en metros Ruptura inicial de dos segmentos de acuerdo a IOC [2015].

### 4.3.3 Propagación

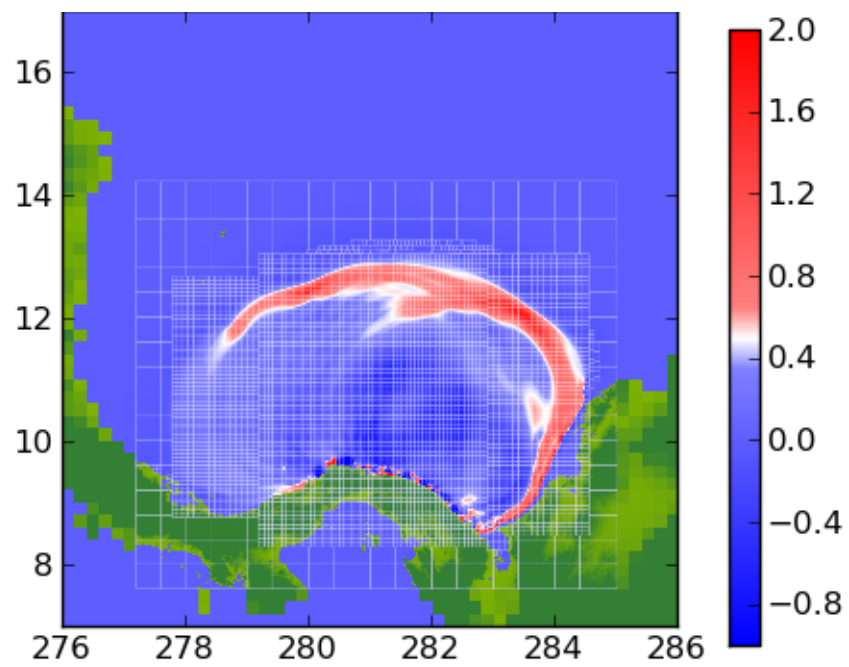
El efecto de la propagación sobre la cuenca del Caribe, muestra la propagación del tsunami con la llegada aproximada a la Isla de San Andrés después del minuto 35, Figura 4.3.3. La cuadrícula blanca en todas las figuras muestran el refinamiento adaptativo (AMR), observése el detalle principalmente en el avance del frente de olas.



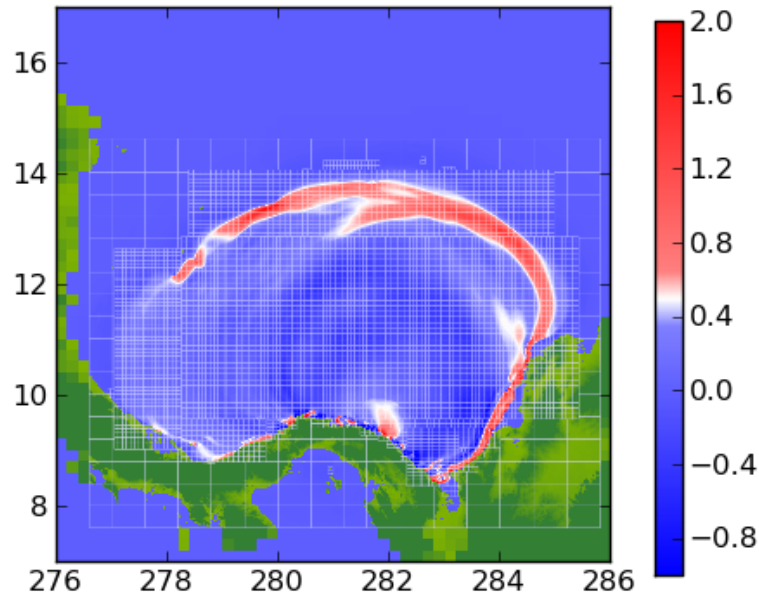
**Figura 4-5:** Alturas de ola de llegada Caribe y San Andrés. 5 Minutos después del sismo. Los ejes  $X$  y  $Y$  corresponden a Longitud(360-Vr.) y Latitud respectivamente, las Alturas( $Z$ ) en metros



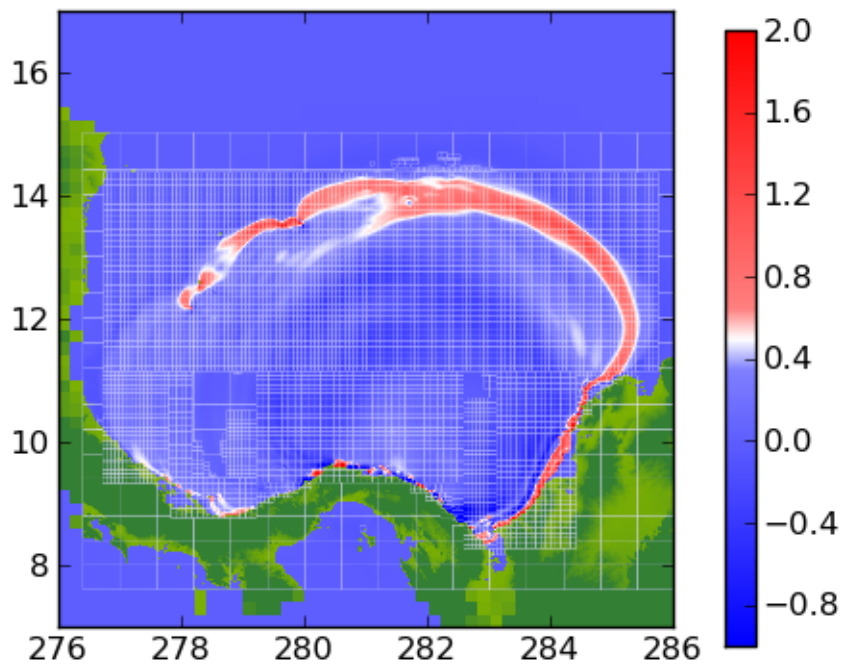
**Figura 4-6:** Alturas de ola de llegada Caribe y San Andrés. Minuto 15



**Figura 4-7:** Alturas de ola de llegada Caribe y San Andrés. Minuto 30



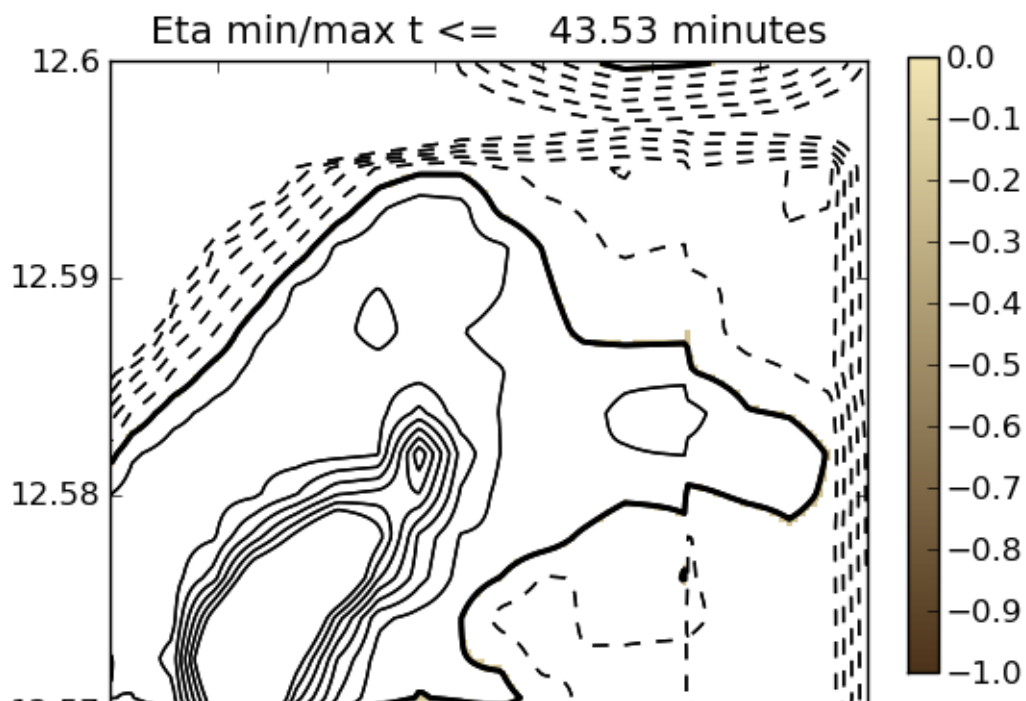
**Figura 4-8:** Alturas de ola de llegada Caribe y San Andrés. Minuto 40. Los ejes  $X$  y  $Y$  corresponden a Longitud(360-Vr.) y Latitud respectivamente, las Alturas( $Z$ ) en metros



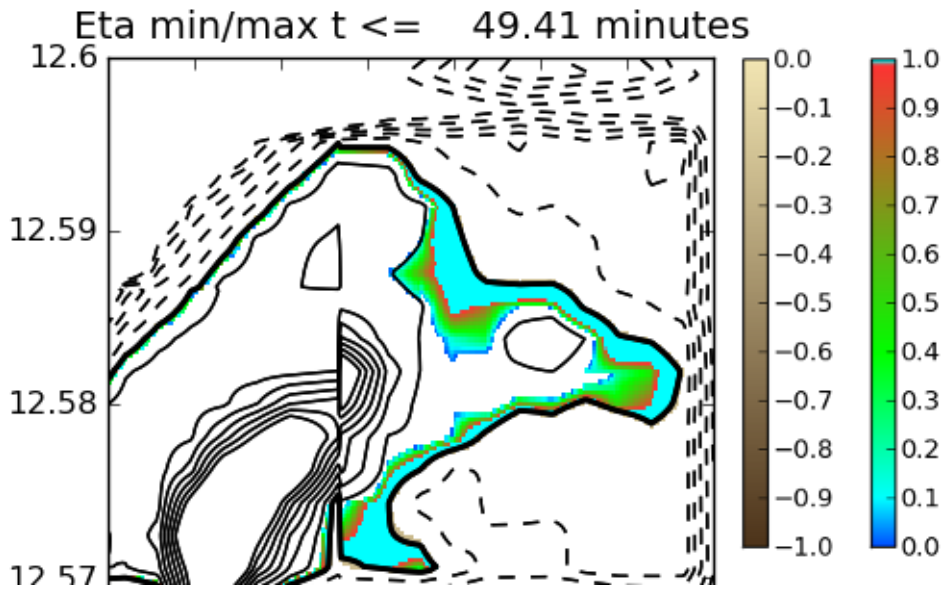
**Figura 4-9:** Alturas de ola de llegada Caribe y San Andrés. Minuto 45. Los ejes  $X$  y  $Y$  corresponden a Longitud(360-Vr.) y Latitud respectivamente, las Alturas( $Z$ ) en metros

### 4.3.4 Inundación

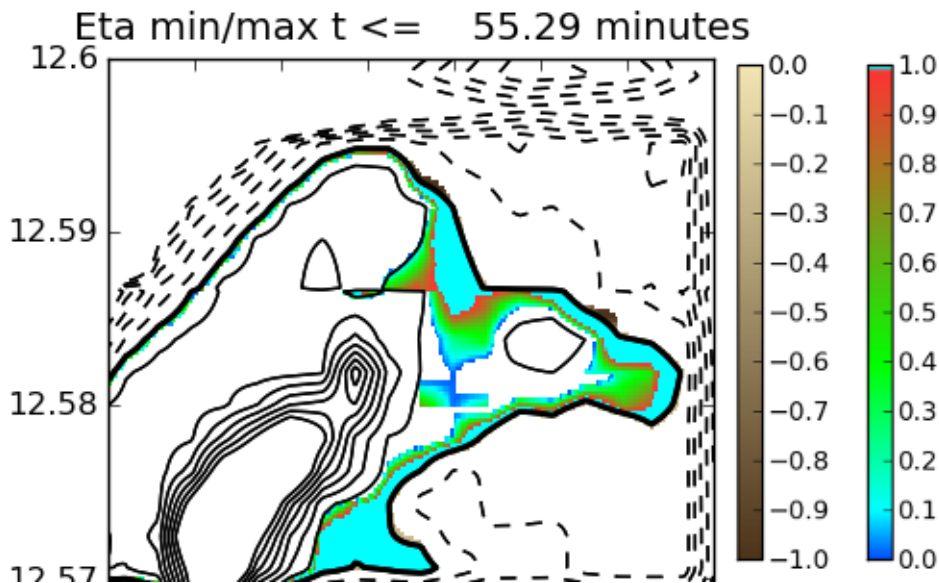
Utilizando la malla de mayor resolución se observa el efecto de la propagación en costa y la consecuente inundación en diversos puntos de la zona norte de la Isla de San Andres, Figura 4.3.4. La escala de color café indica las profundidades alcanzadas durante la fase negativa del evento. La escala azul-verde-rojo, indican las alturas de la inundación entre 0 y 1 metro. Las Figuras 4.3.4, 4.3.4, 4.3.4 y 4.3.4, muestran el alcance total de la inundación hasta los minutos 50, 55, 60 y 67 respectivamente. En el minuto 55 se alcanza la mayor inundación sobre el sector norte, observándose alturas mayores a 0.8 metros (zonas demarcadas en rojo).



**Figura 4-10:** Profundidades y alturas San Andrés, sector Norte de la Isla. El eje  $Y$  corresponden a la Latitud, Alturas de la inundación ( $Z$ ) en metros

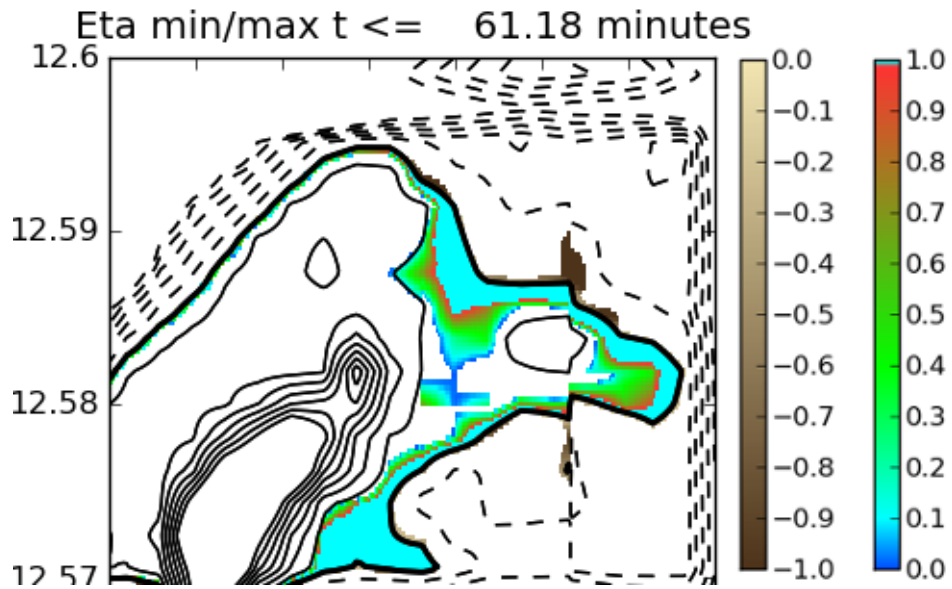


**Figura 4-11:** Inundación acumulada San Andrés. El eje Y corresponden a la Latitud. Los rangos indican Alturas y Profundidades máximas (respectivamente) alcanzadas en la inundación (Z) en metros

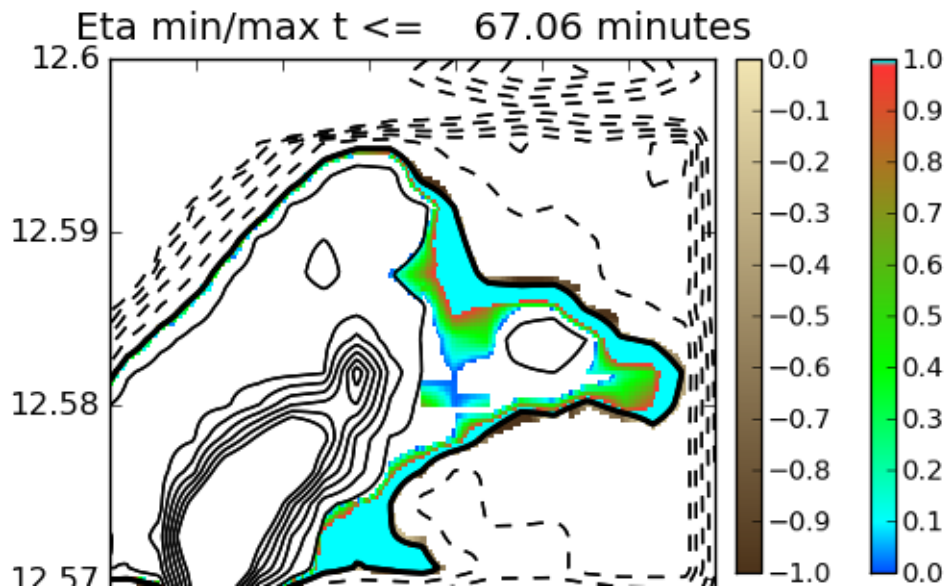


**Figura 4-12:** Inundación acumulada San Andrés. El eje Y corresponden a la Latitud. Los rangos indican Alturas y Profundidades máximas (respectivamente) alcanzadas en la inundación (Z) en metros





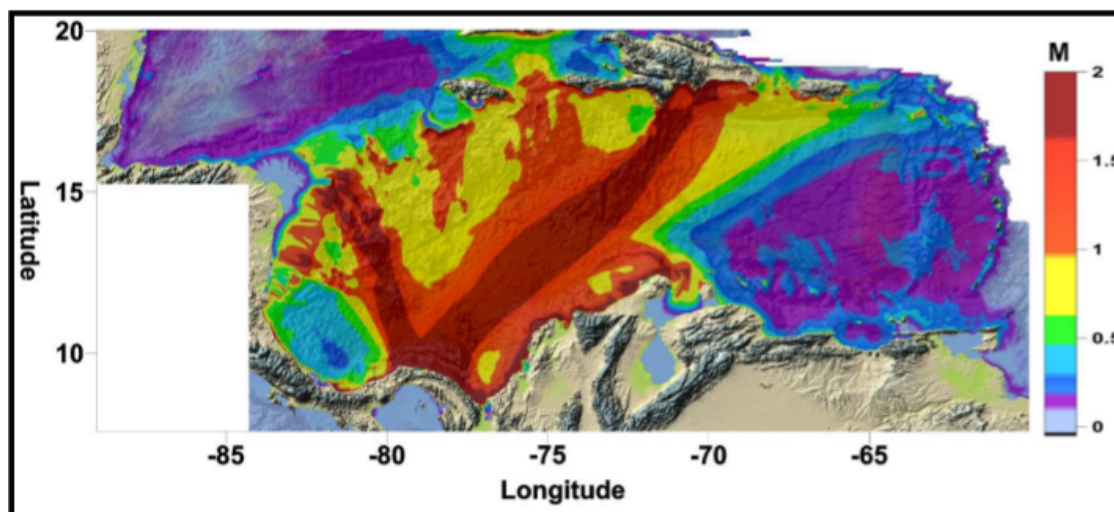
**Figura 4-13:** Inundación acumulada San Andrés. El eje Y corresponden a la Latitud. Los rangos indican Alturas y Profundidades máximas (respectivamente) alcanzadas en la inundación ( $Z$ ) en metros



**Figura 4-14:** Inundación acumulada San Andrés. El eje Y corresponden a la Latitud. Los rangos indican Alturas y Profundidades máximas (respectivamente) alcanzadas en la inundación ( $Z$ ) en metros

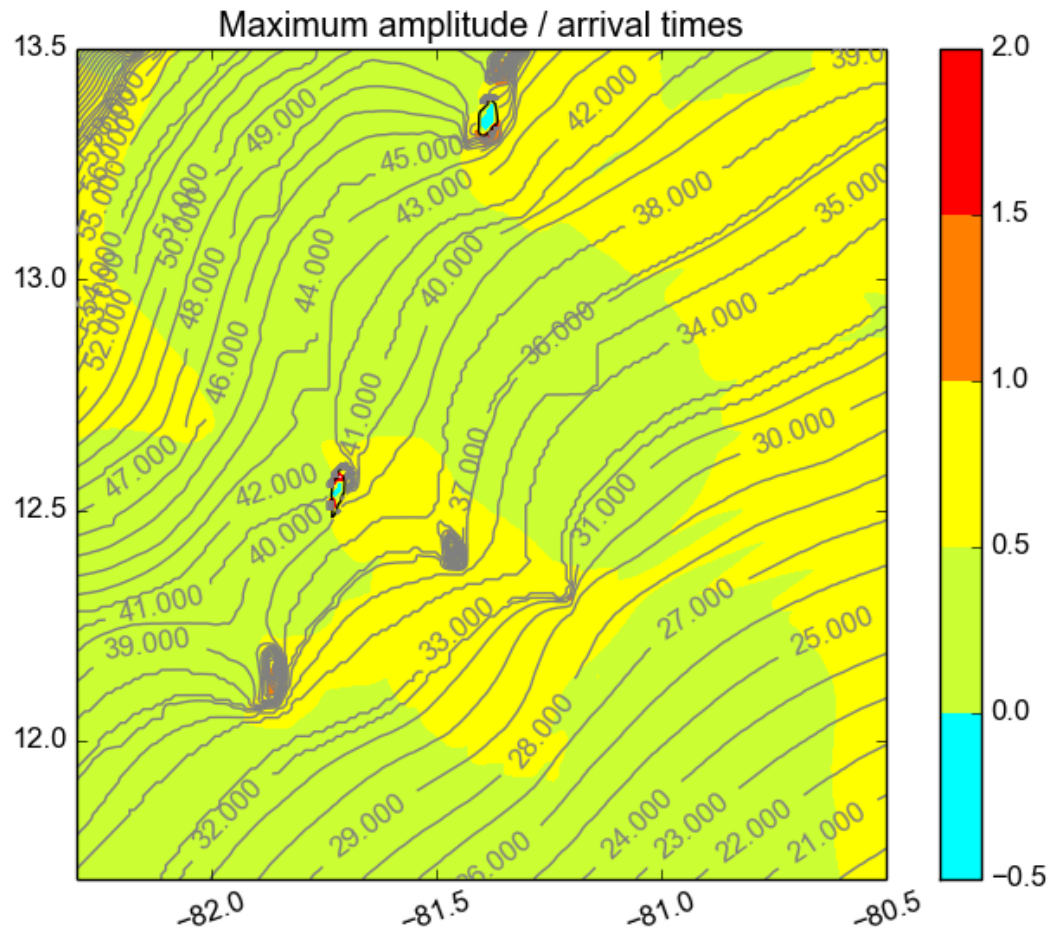
### 4.3.5 Análisis de resultados

En comparación con el ejercicio de respuesta de Tsunami de la Comisión Oceanográfica Intergubernamental de la Unesco para Marzo 2015 IOC [2015], se tiene el mapa general de máximas amplitudes en la Figura 4-15.



**Figura 4-15:** Alturas máximas para la Cuenca Caribe con origen en la deformación del evento de Panamá. Fuente: Caribe Wave 2015 IOC [2015]

El caso de estudio de San Andrés para la propagación y el riesgo de inundación por máximas alturas se concentra en la parte norte de la Isla y hacia el sur de la misma. También se observa una afectación importante en la isla de Providencia que se encuentra al norte, ver Figura 4.3.5.



**Figura 4-16:** Tiempos de llegada y Alturas máximas San Andrés - Mar Caribe. Los ejes  $X$  y  $Y$  corresponden a Longitud y Latitud respectivamente, las Alturas máximas ( $Z$ ) en metros

Se encuentra que no hay suficientes elementos de comparación para validar el modelo presentado dado que el Ejercicio IOC [2015] presenta toda la región del Caribe y no se enfoca en la zona de San Andrés. Sin embargo, las alturas de olas reportadas en el ejercicio para la San Andres lo ubican con alturas probables de 3.3feet, es decir, aproximadamente 1 metro, alturas consistentes con las obtenidas por el modelo aplicado.

## 4.4 Caso Tumaco (Nariño) y Pacífico: STAV-2D

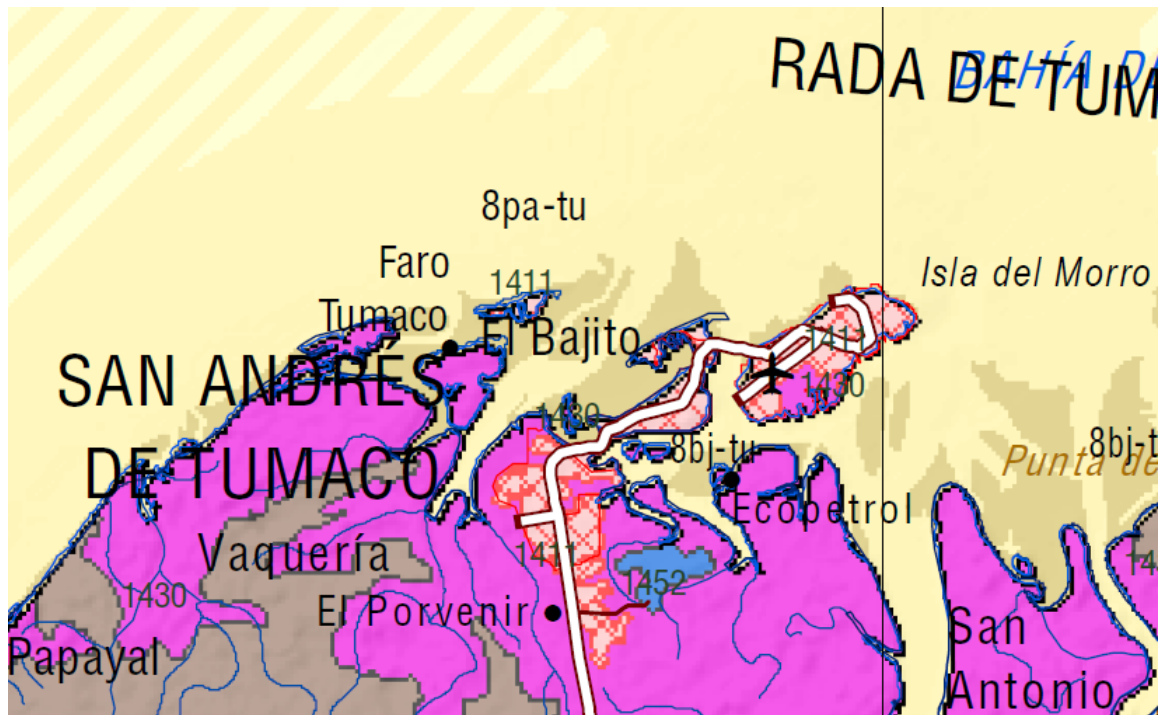
Tumaco es una población localizada sobre la costa del Pacífico en el departamento de Nariño, en cercanías de la frontera Ecuatoriana. Compuesta principalmente por dos Islas llamadas Tumaco y El morro, que suman una población aproximada de 100 mil habitantes. En la Figura 4-17 se observan las diferentes islas y bancos de arena observadas en periodos de baja mar.



Figura 4-17: Imagen satelital Islas de Tumaco y El morro. Costa de Nariño

### 4.4.1 Geografía y condiciones iniciales

El pacífico Colombiano es una de las zonas mas lluviosas del mundo, caracterizándose por la existencia de múltiples cuerpos de agua que desembocan en el oceano pacífico. Adicionalmente, la diferencia de alturas de las mareas en esta región oscila entre los 2 y 4 metros, entre lo denominado marea baja y marea alta. Especialmente la región de Tumaco, en el departamento de Nariño cuenta con amplios rios que desembocan en la bahía de Tumaco. Debido al intenso régimen de lluvias, así como la existencia de grandes territorios de selva tropical, los cuerpos de agua arrastran grandes cantidades de sedimentos y material sólido como troncos y capa vegetal. En la Figura 4.4.1 se observan los bancos de arena (cafe oscuro) desde el sector del Faro de Tumaco hasta El Bajito y frente a las Islas de Tumaco y El Morro.



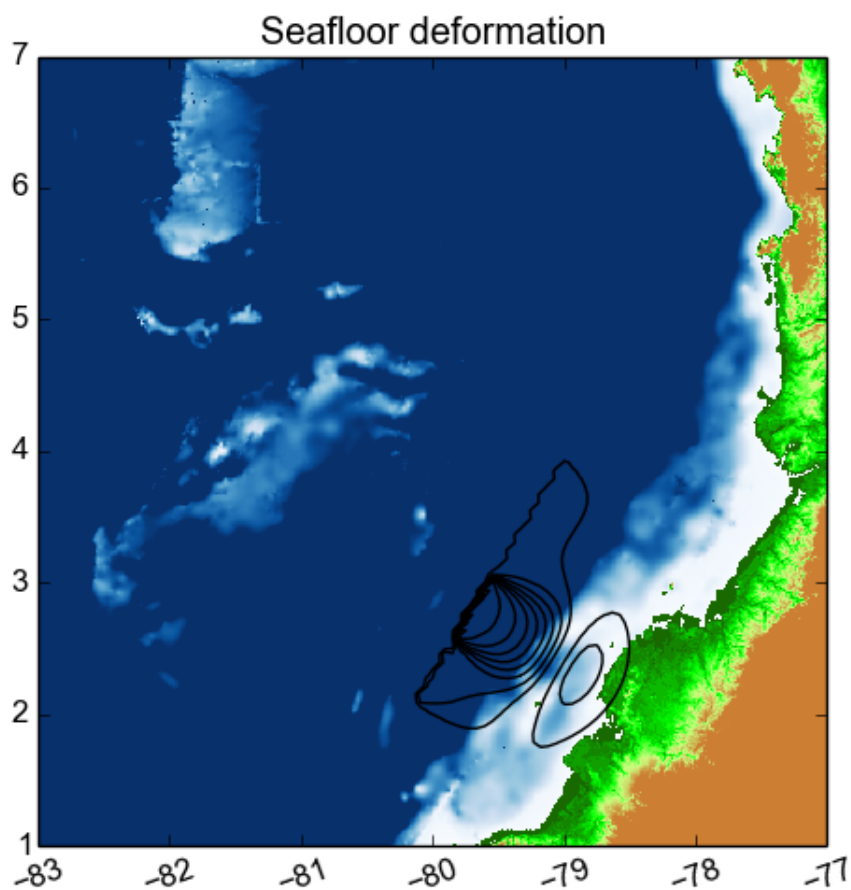
**Figura 4-18:** Sección Bahía de Tumaco, Nariño. Tomado de: Mapa Ecosistemas Costeros y Marinos de Colombia - Hoja 29 de 36. Instituto Geográfico Agustín Codazzi.

#### 4.4.2 Evento generador

La perturbación inicial para el modelo del caso Tumaco constituye el sismo ocurrido el 12 de diciembre de 1979 en la confluencia de las placas Nazca y Suramericana, localizadas aproximadamente a 120Kms de la costa de Colombia. Los parámetros utilizados de acuerdo a Caicedo O. et al. [1996a], se detallan en la Tabla 4-2. Este evento se trató de un sismo con epicentro en Latitud 3.2 grados Norte y Longitud 79.6 grados Oeste. De acuerdo al modelo de deformación de Okada de *GeoClaw*, se calcula un evento con Magnitud de Momento  $M_w = 8.218$ . La Figura 4.4.2 muestra la deformación inicial para tres segmentos de falla.

**Tabla 4-2:** Parámetros de generación evento sísmico Tumaco 1979

	Segmento Norte	Segmento Centro	Segmento Sur
Latitud	3.5 <i>N</i>	2.8 <i>N</i>	2.3 <i>N</i>
Longitud	79.28 <i>W</i>	79.7 <i>W</i>	80.01 <i>W</i>
Ancho	100 <i>Km</i>	100 <i>Km</i>	100 <i>Km</i>
Largo	120 <i>Km</i>	64 <i>Km</i>	56 <i>Km</i>
Profundidad	0.5 <i>Km</i>	0.5 <i>Km</i>	0.5 <i>Km</i>
Strike	31g	31g	31g
Slip	1 <i>m</i>	5.9 <i>m</i>	1.75 <i>m</i>
Rake	90g	90g	90g
Dip	20	20	20

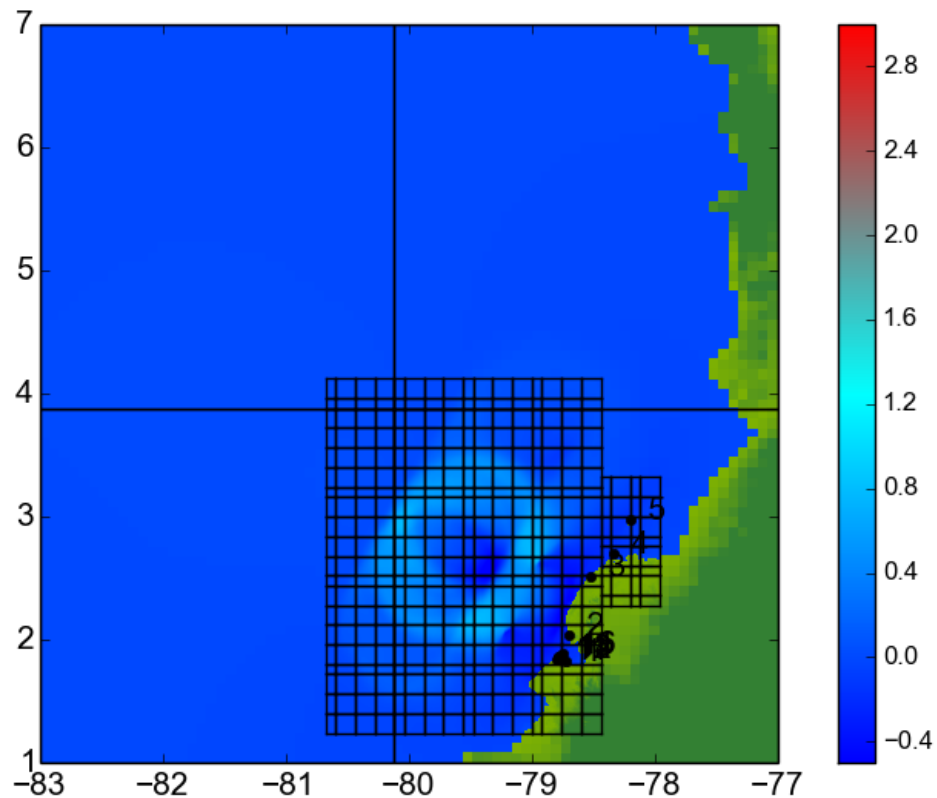


**Figura 4-19:** Batimetría y Topografía general Pacífico. Resolución 30 segundos - GEBCO. Deformación inicial en tres segmentos  $M_w = 8.218$ . Los ejes *X* y *Y* corresponden a Longitud y Latitud respectivamente.

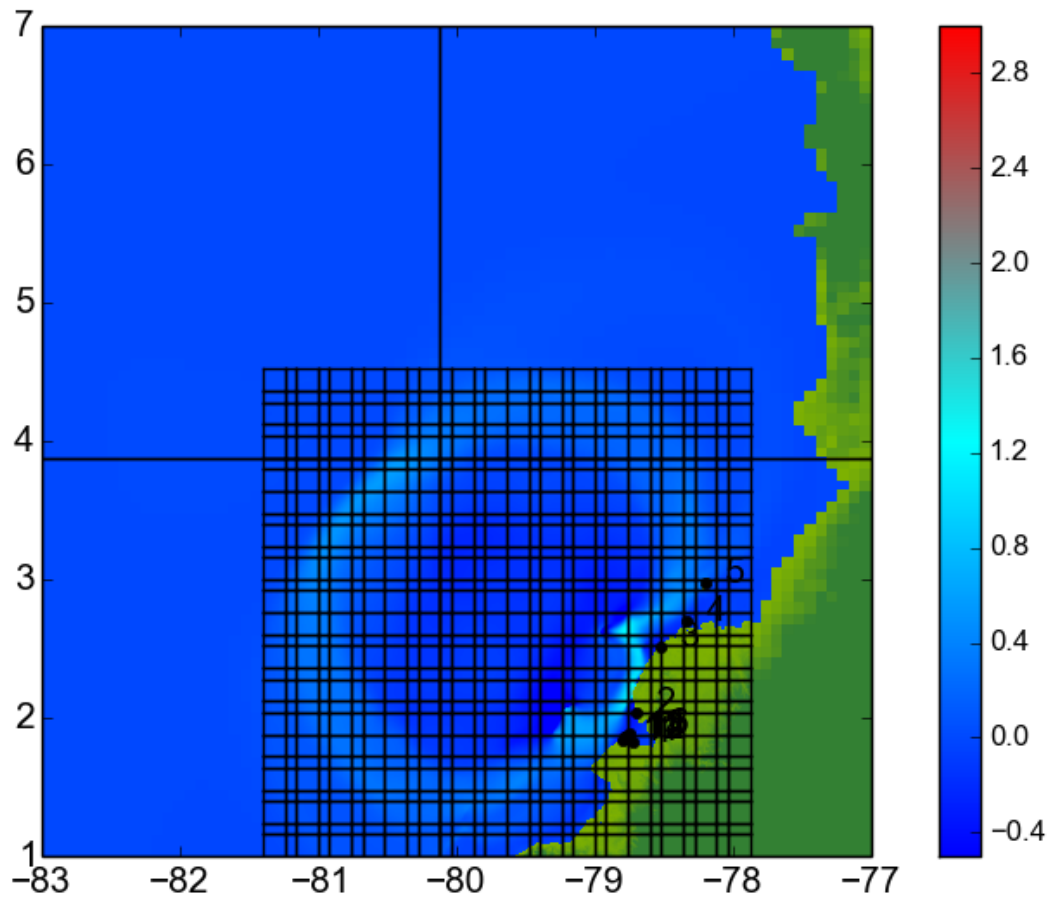
### 4.4.3 Propagación

Con el uso del modelo de propagación y el software *GeoClaw*, se muestra el avance del cuerpo de agua en los minutos 5 (Figura 4.4.3), 15 (Figura 4.4.3) y 20 (Figura 4.4.3), note la cuadrícula que muestra el refinamiento adaptativo que sigue la cresta de ola.

A partir del minuto 30 se dan las primeras llegadas del tren de olas a las costas de Tumaco (Figura 4.4.3).

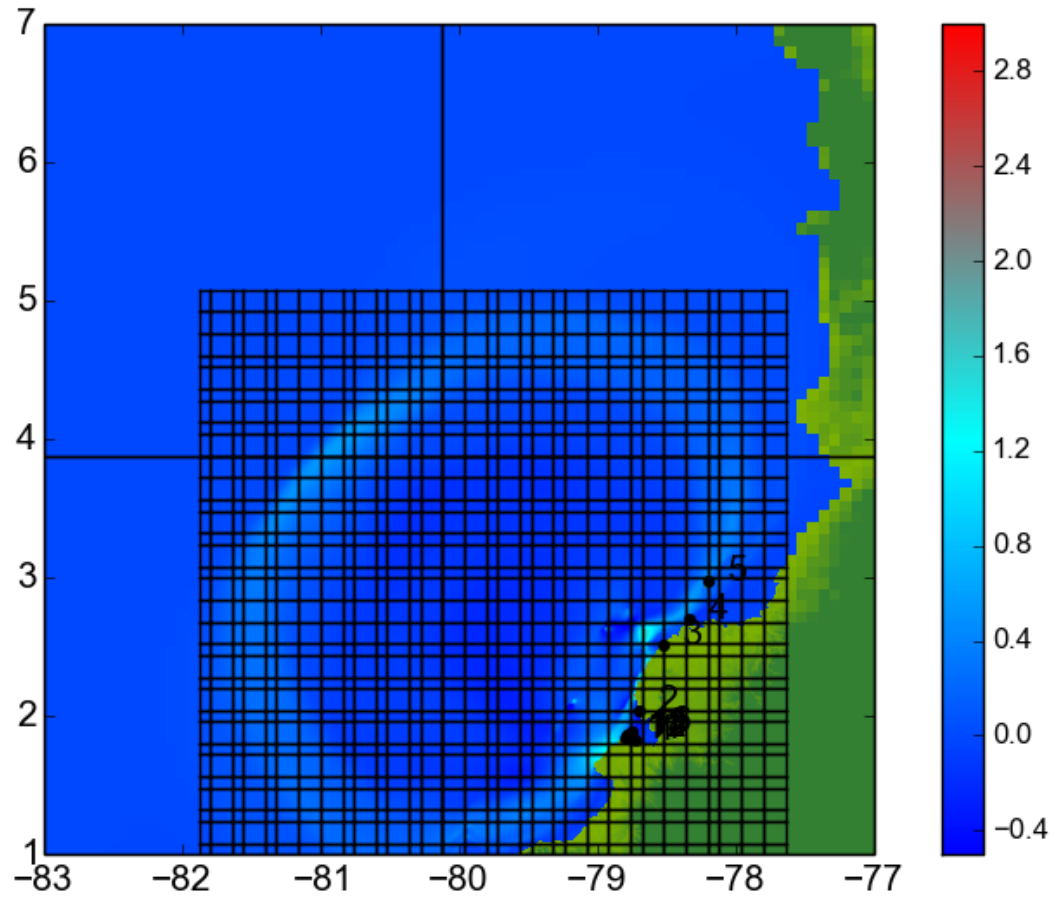


**Figura 4-20:** Alturas de ola: Propagación del tsunami en Pacífico Colombiano, Minuto 5. Los ejes  $X$  y  $Y$  corresponden a Longitud y Latitud respectivamente, las Alturas máximas ( $Z$ ) en metros

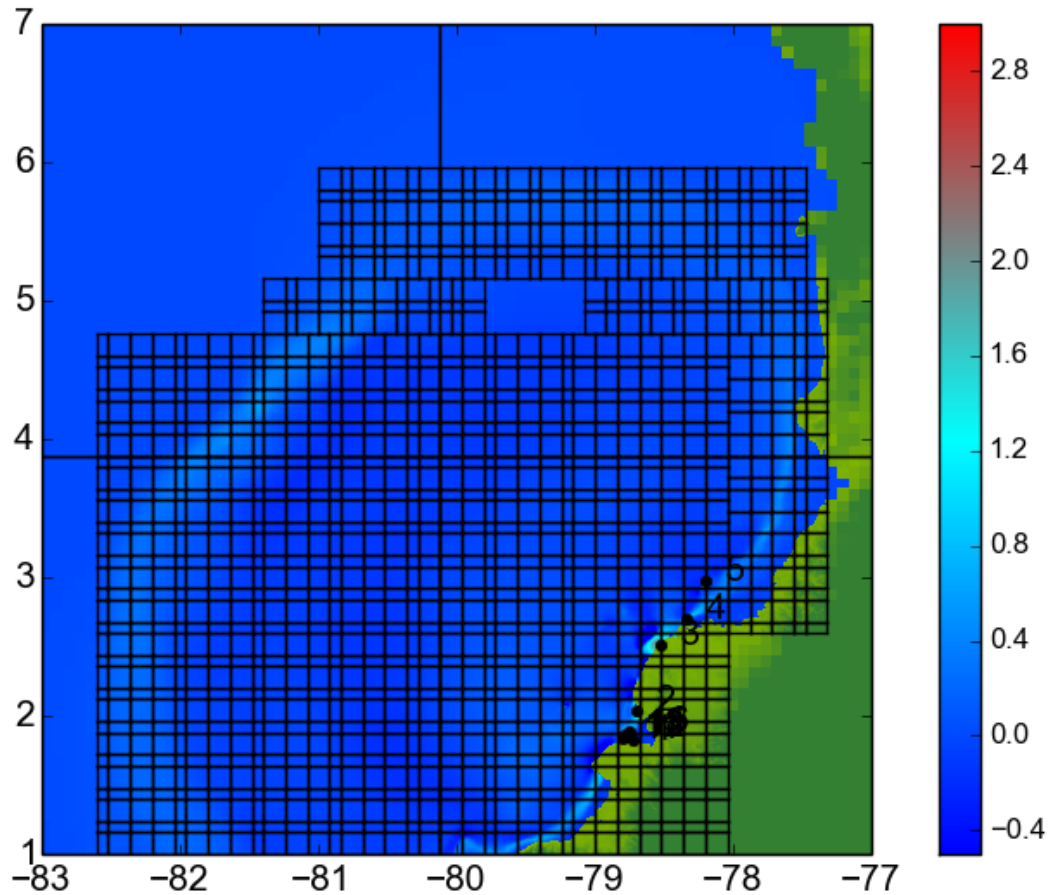


**Figura 4-21:** Alturas de ola: Propagación del tsunami en Pacífico Colombiano, Minuto 15. Los ejes  $X$  y  $Y$  corresponden a Longitud y Latitud respectivamente, las Alturas máximas ( $Z$ ) en metros





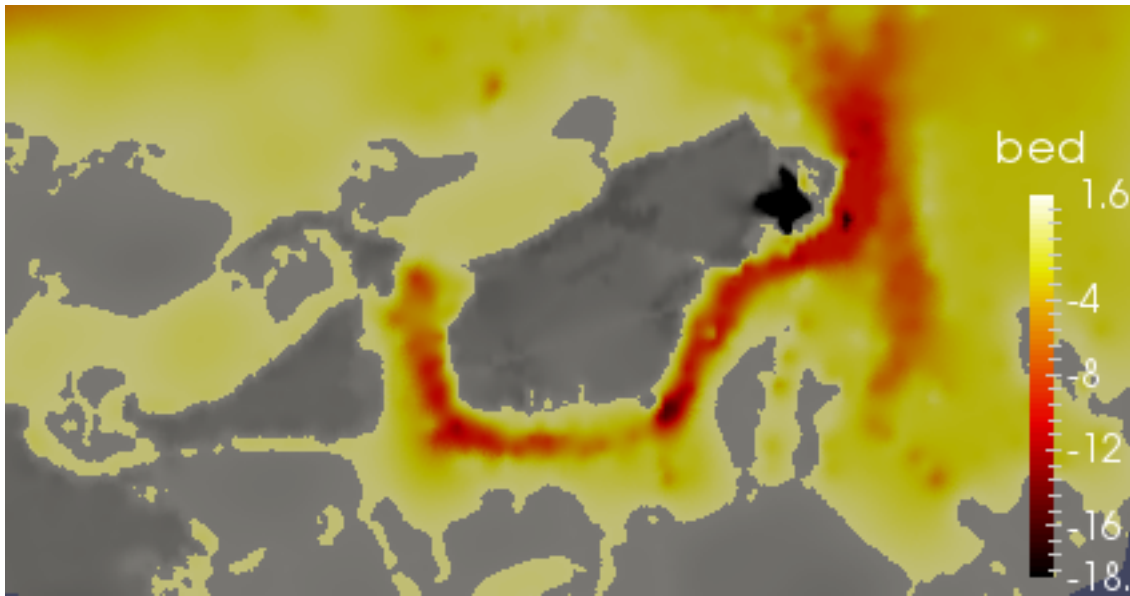
**Figura 4-22:** Alturas de ola: Propagación del tsunami en Pacífico Colombiano, Minuto 20. Los ejes  $X$  y  $Y$  corresponden a Longitud y Latitud respectivamente, las Alturas máximas ( $Z$ ) en metros



**Figura 4-23:** Alturas de ola: Propagación del tsunami en Pacífico Colombiano, Minuto 30. Los ejes  $X$  y  $Y$  corresponden a Longitud y Latitud respectivamente, las Alturas máximas ( $Z$ ) en metros

#### 4.4.4 Arrastre de sedimentos e inundación

Con el modelo aplicado del software STAV-2D, se muestran los resultados para la zona de Tumaco y El Morro. Las Figuras 4.4.4 y 4.4.4 en el minuto 30 se puede considerar el estado inicial de la elevación del fondo y profundidades del flujo. Se observan en gris las zonas con bancos de arena principalmente frente a la isla de Tumaco y El Morro.

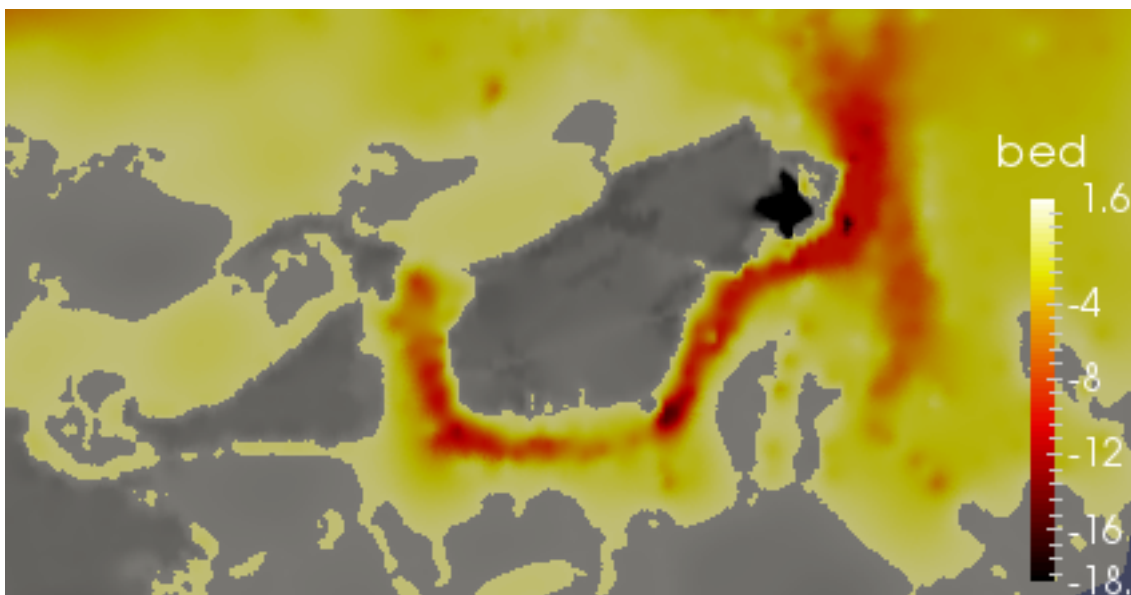


**Figura 4-24:** Elevación del fondo 30 min después del sismo. STAV-2D. Bahía de Tumaco. Profundidades ( $z$ ) en metros.



**Figura 4-25:** Profundidades del flujo 30 min después del sismo. STAV-2D. Bahía de Tumaco. Alturas ( $z$ ) en metros.

A partir del minuto 32 (Figura 4.4.4), después de generado el sismo, se observa el incremento del nivel del agua. El cambio en el fondo marino se observa producto del arrastre de sedimentos Figura 4.4.4.

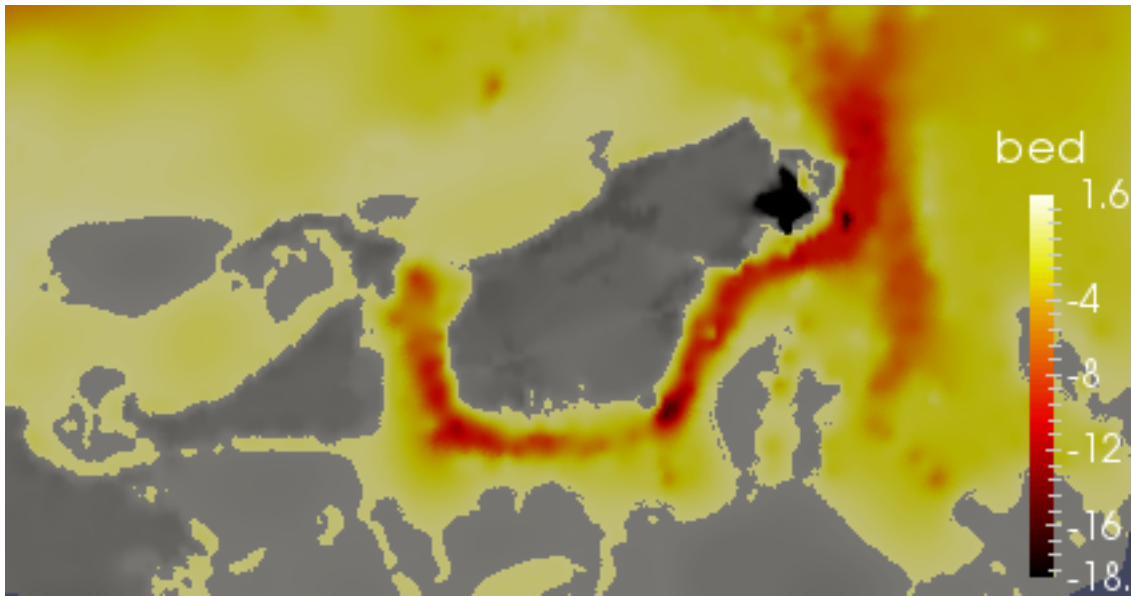


**Figura 4-26:** Elevación del fondo 32 min después del sismo. STAV-2D. Bahía de Tumaco. Profundidades ( $z$ ) en metros.



**Figura 4-27:** Profundidades del flujo 32 min después del sismo. STAV-2D. Bahía de Tumaco. Alturas ( $z$ ) en metros.

A partir del minuto 34 (Figura 4.4.4), después de generado el sismo, se observa el incremento del nivel del agua. El cambio en el fondo marino se observa producto del arrastre de sedimentos Figura 4.4.4.

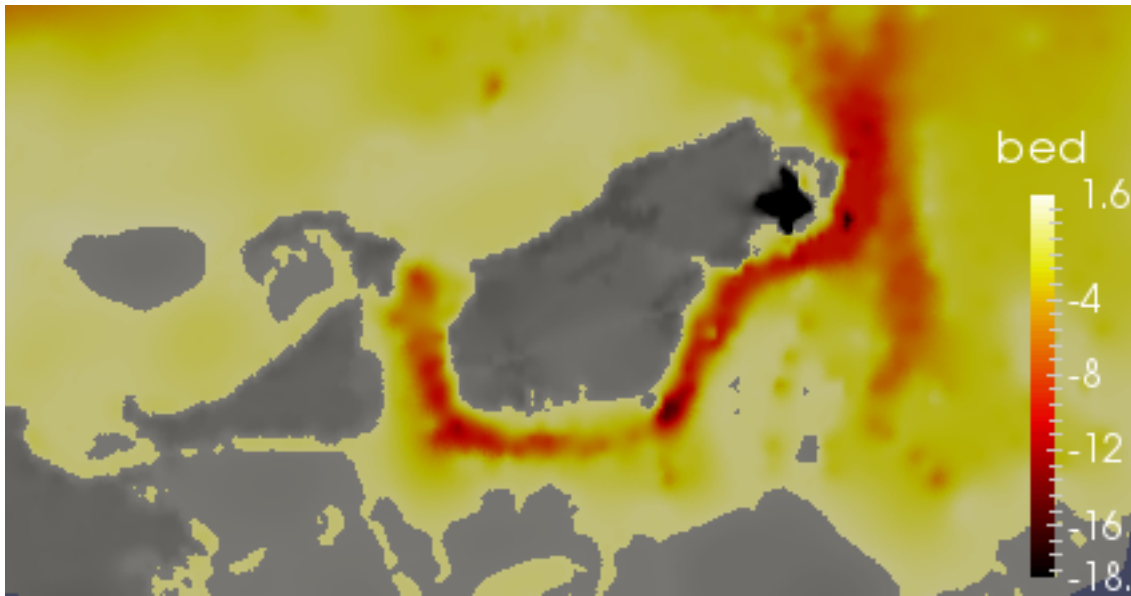


**Figura 4-28:** Elevación del fondo 34 min después del sismo. STAV-2D. Bahía de Tumaco. Profundidades ( $z$ ) en metros.



**Figura 4-29:** Profundidades del flujo 34 min después del sismo. STAV-2D. Bahía de Tumaco. Alturas ( $z$ ) en metros.

En las Figuras 4.4.4 y 4.4.4, 36 minutos después del sismo, rápidamente se cubren los bancos de arena.

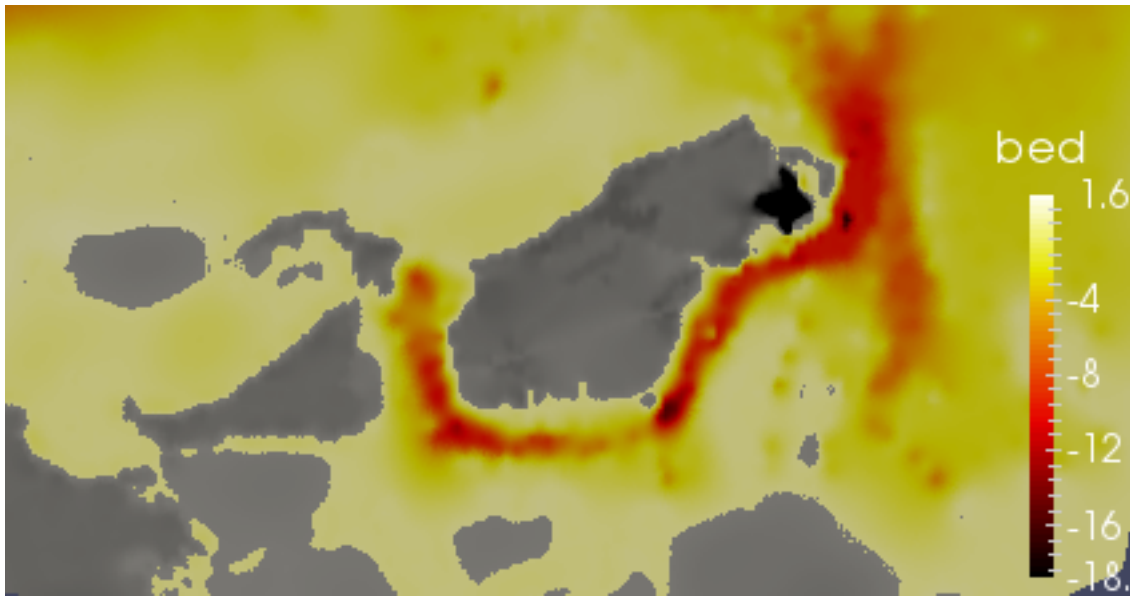


**Figura 4-30:** Elevación del fondo 36 min después del sismo. STAV-2D. Bahía de Tumaco. Profundidades ( $z$ ) en metros.



**Figura 4-31:** Profundidades del flujo 36 min después del sismo. STAV-2D. Bahía de Tumaco. Alturas ( $z$ ) en metros.

Finalmente en el minuto 43 4.4.4 se llega al punto máximo de la inundación. Se puede observar que las zonas de baja altura sobre la parte continental se cubren, casi completamente 4.4.4.



**Figura 4-32:** Elevación del fondo 43 min después del sismo. STAV-2D. Bahía de Tumaco. Profundidades ( $z$ ) en metros.



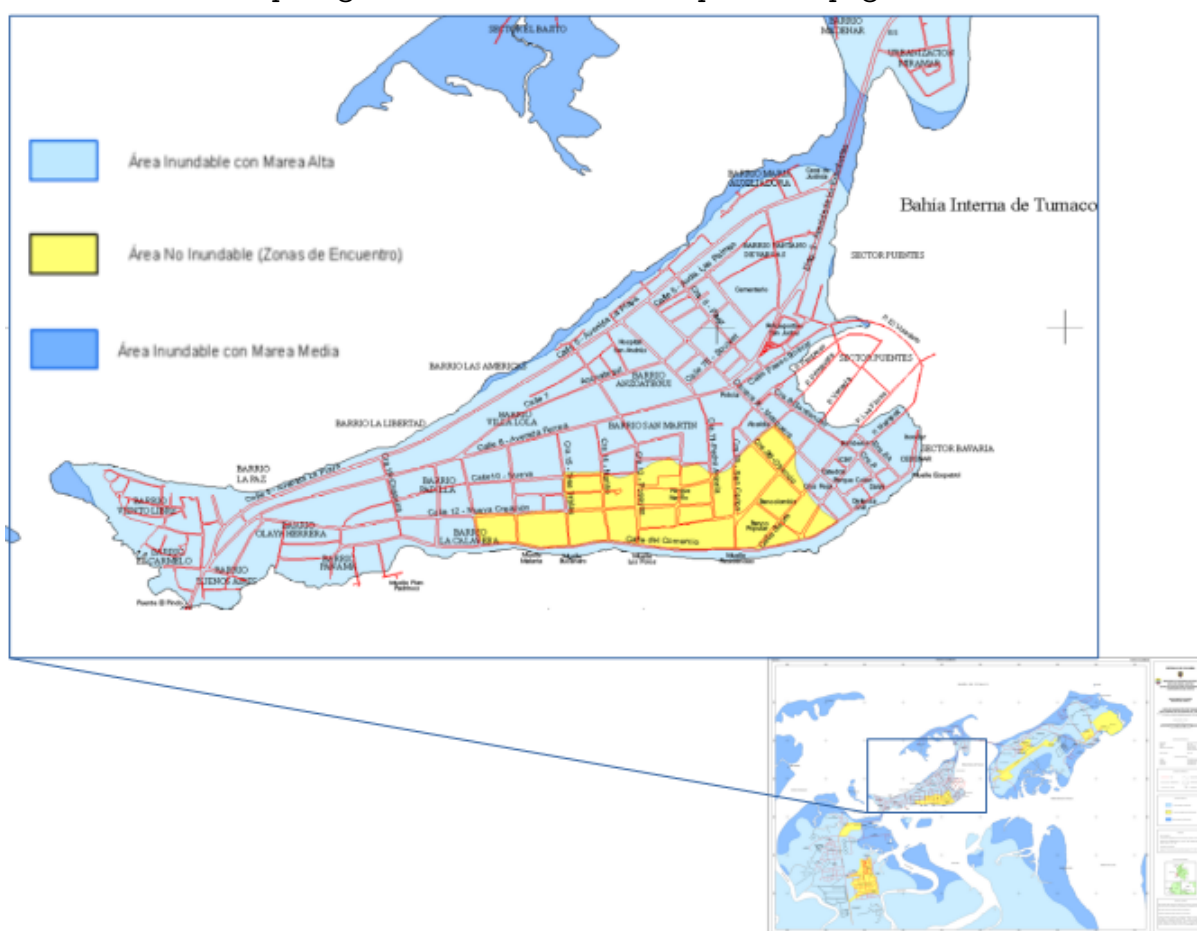
**Figura 4-33:** Profundidades del flujo 43 min después del sismo. STAV-2D. Bahía de Tumaco. Alturas ( $z$ ) en metros.

#### 4.4.5 Análisis de resultados

En el caso de estudio de Tumaco, los registros del evento sísmico y tsunami de 1979, reporta que “Las olas de tsunami llegaron a la Av. La Playa y destruyeron las viviendas ubicadas

en su costado sur, en esa época no había edificaciones en la playa“ Peralta et al. [2003]. Esta información es consistente con el Mapa de Inundación por tsunami elaborado por la autoridad marítima Colombiana para la ciudad de Tumaco, donde se ha determinado un escenario de inundación por Tsunami con marea baja, ilustrado en la Figura 4-34 con color azul oscuro.

**Figura 4-34:** Mapa de inundación por tsunami Area Urbana de Tumaco. Ministerio de Defensa Nacional. Versión modificada. Tomado de: [http://sig.dimar.mil.co/mapas/galeria\\_dimar\\_files/mapas/101.png](http://sig.dimar.mil.co/mapas/galeria_dimar_files/mapas/101.png)



La anterior información permite un mecanismo de verificación del modelo y resultados presentados, particularmente se observa por STAV-2D que el efecto de los bancos de arena o islas que se son visibles en tiempo de baja mar, funcionaron como una barrera de contención, lo cual explica el poco avance en tierra del costado occidental de la Isla. De acuerdo a las fuentes de validación, se observa en la Figura 4-35, el efecto de la inundación en el sector Sur de la Isla y el avance del cuerpo de agua, hasta la Av. La Playa (o Calle 5). Se puede concluir que el modelo y software STAV-2D, muestra un escenario de inundación plausible para las condiciones del fenómeno.



**Figura 4-35:** Mapa de profundidades máximas alcanzadas en minuto 43 desde STAV-2D. Se incluye mapa de fondo de Google Earth, indicando las zonas de inundación reportadas en 1979.



Es de anotar, que el escenario de tsunami para Tumaco es de amplio interés debido a la amenaza a la que se encuentra expuesta la región por la ocurrencia de eventos de gran magnitud. El sismo de 1979, de estudio en este trabajo, se produjo durante periodo de baja mar, evitando, en lo que conciden diversos expertos, una afectación mucho mayor a producida. Esto es consistente en los modelos si se considera que para éstas latitudes, la diferencia de alturas del nivel del mar, entre periodos de baja mar y alta mar es de entre 3 y 4 metros.

# 5 Conclusiones y recomendaciones

## 5.1 Conclusiones

La utilización de modelos matemáticos aplicados al estudio de diversos problemas de las Ciencias de la tierra, han servido para facilitar la comprensión de fenómenos naturales como el de tsunami, el cual se ha hecho popularizado en los últimos años debido a eventos tan catastróficos como los tsunamis que impactaron el sudeste de Asia en 2004 y Costas del norte de Japón en 2011.

En contraste, la interrelación de los diferentes fenómenos asociados al tsunami, presenta un oportunidad de estudio (como pocos eventos de origen natural lo hacen) para diseñar y construir modelos matemáticos aplicados. Si bien, los sistemas de ecuaciones han sido planteados desde hace décadas de manera teórica, la mayor disponibilidad de capacidad de cómputo ha permitido la implementación de diferentes soluciones aplicadas a todo tipo de escenarios y condiciones.

Este trabajo ha presentado un modelo genérico de observación - modelación - verificación, enfocándose en la presentación de algunos de los elementos matemáticos más importantes con el fin de que los resultados sean verificables contra la observación o percepción del problema planteado. La consideración de los dos ejercicios presentados permiten observar las diferencias de las características particulares de cada uno.

El caso de estudio del Caribe, indica de manera general como la propagación de ondas tiene un impacto sobre la cuenca del caribe, y geográficamente un sector, comparativamente tan pequeño, como el norte de la Isla de San Andrés. El modelo matemático y la discretización numérica adecuada, facilitan que diversas fuentes de datos y características particulares sean tenidas en cuenta. Como resultado, la obtención de información relevante como el alcance de la inundación en término de área para zonas específicas. Adicionalmente conocer tiempos probables de llegada en el rango de minutos, permiten a investigadores y público en general tener una idea del posible impacto de un evento de este tipo sobre su territorio.

En los mapas de inundación de San Andrés se muestran avances de olas en tierra en inmediaciones de la zona norte del Aeropuerto Gustavo Rojas Pinilla, así como zonas de la parte Sur de la ciudad. El riesgo para la población de estas zonas puede ser mitigado en gran

medida con la educación sobre que hacer en caso de presentarse un evento. Los tiempos de llegada indican tiempos de hasta 40 minutos de llegada del tren de ondas, luego del sismo, lo cual representa un tiempo valioso para que la población y las autoridades pongan en marcha los planes de contingencia. El modelo utilizado para San Andrés, se estableció considerando aspectos generales de una Isla de bajas pendientes y aguas cristalinas, lo que supone baja concentración de sedimentos. Este caso de aplicación solo pudo ser verificado contra datos del Ejercicio de alerta de tsunami para el Caribe de la Comisión Oceanográfica Intergubernamental con alturas de olas probables, aunque no de manera contundente. Tampoco se encontraron en la bibliografía estudios asociados, con lo cual no fue posible verificar contra otros resultados.

En general, el estudio de tsunami para San Andrés permitió la comprobación de la eficacia de la aplicación de técnicas numéricas apropiadas, teniendo en cuenta los datos de batimetría con lo que se contaba. La construcción de la simulación requirió la integración de diversas funcionalidades de tipo computacional, de datos y comprensión del impacto en la solución, además de la necesidad de entender todos los detalles desde la generación del sismo, hasta la manera en que la inundación se lleva a cabo.

El caso de estudio del Pacífico, presenta diversos elementos que lo diferencian del caso del Caribe. Principalmente el hecho de que la morfología de la costa Pacífica presente varias condiciones, como la complejidad geográfica de la costa, la gran cantidad de sedimentos que se vierten por los diversos cuerpos de agua, la definición de una línea de costa que varía según el nivel de mareas, entre otros, plantearon una gran cantidad de interrogantes acerca de la pertinencia de los modelos a utilizar. El hecho de que la región de Tumaco y la costa pacífica de Nariño sea la que tiene mayor riesgo por impacto de tsunami en Colombia, debido precisamente a eventos recientes (si se tiene en cuenta que la escala de periodicidad para los tsunamis suele ser de varias décadas o siglos), hizo que el modelo se planteara como una réplica o re-creación del evento de 1979, y por tanto facilitar que sea verificable a partir de las observaciones obtenidas de los estudios y testimonios encontrados en la bibliografía.

Los resultados obtenidos para Tumaco con el modelo y software STAV-2D muestran niveles de inundación consistentes con la documentación encontrada, precisamente con la cual las autoridades han podido elaborar los planes de atención de emergencia. Dicho modelo matemático es apropiado para esta zona en consideración a las condiciones especiales de la morfología de los valles sedimentarios. Tales condiciones son similares para casi todo el Pacífico desde el sur de Ecuador hasta Panamá, donde se encuentra ubicado Tumaco. Es apreciable la situación descrita con la observación de fotografías satelitales donde los colores oscuros del mar se deben en gran medida a la concentración de sedimentos.

Los mapas de impacto del tsunami muestran y permiten comparar analíticamente lo obser-

vado en 1979 sobre la Isla de Tumaco, con las zonas reportadas como inundadas, permitiendo la verificación de resultados. Sin embargo, en la bibliografía no se encontraron otros estudios que consideraran los efectos del arrastre de sedimentos y el comportamiento de tsunami frente a esto.

Para ambos estudios, se debe anotar, que toda la información de batimetría y topografía de detalle, a pesar de tener una buena resolución espacial, es todavía insuficiente para considerar la toma de decisiones a partir de estos resultados. Es necesario disponer de información batimétrica y topográfica revisada y actualizada, incluyendo los detalles de alturas y organización de las ciudades, a fin de observar el efecto de todos estos elementos en los resultados finales. No obstante, con los datos utilizados, tanto los modelos como los métodos numéricos se han probado con éxito para los escenarios estudiados y se pueden considerar robustos para construcción de modelos futuros con más detalle geográfico y útiles para la simulación de otros escenarios que sirvan de pronóstico.

En el desarrollo del presente trabajo, se encontró que existen diversos métodos numéricos y aplicativos computacionales que modelan las Ecuaciones diferenciales de Aguas rasas y otros sistemas de ecuaciones considerados apropiados para el estudio de propagación e inundación de tsunami. Durante el proceso de revisión bibliográfica y análisis de los diversos métodos numéricos, se observó que los criterios de implementación numérica y computacional, variaban entre los diversos autores de aplicativos, algunas veces de manera significativa obteniendo rapidez en tiempo de ejecución, flexibilidad en los casos de aceptación del modelo o sencillez de programación, a veces a expensas de la precisión en el modelamiento. El aplicativo **ClawPack** se tuvo como una decisión *a-priori* en el presente trabajo, porque el objetivo académico era ampliar el conocimiento detallado de la concepción del problema en su ámbito real y matemático, para lo cual, los diferentes textos, particularmente los del profesor Leveque de la Universidad de Washington relacionados en la bibliografía, permitieron entender desde las Leyes de Conservación, pasando por los métodos y esquemas numéricos, hasta las técnicas de programación computacional.

Dado que no es objeto de este trabajo la comparación de métodos ni aplicativos, no se tuvo por alcance evaluar otros aplicativos. Sin embargo, si fue posible observar los detalles de implementación de aplicativos con los que ya se había tenido experiencias previas como el aplicativo **TUNAMI** de la Universidad de Tohoku, y particularmente entender las dificultades de la aplicación del método numérico en algunos casos donde las complejidades de la geometría de la costa genera soluciones no realistas.

## 5.2 Recomendaciones

El evento de 2004 en el Océano Indico generó gran cantidad de víctimas. En consideración de algunas expertos, esta situación se presentó por el escaso conocimiento del fenómeno entre las población, principalmente porque en muchos años no había ocurrido un tsunami en esta zona del planeta. Si se considera que la mayor ocurrencia de los tsunamis han sido en el Pacífico y que en países como Japón se tiene amplia difusión y conocimiento por parte de la población de que hacer en estos casos, se podría pensar que el gran número de víctimas se pudo haber reducido ampliamente con mayor educación y conocimiento que se puede derivar de la interpretación de modelos matemáticos como los de este trabajo.

Lo anterior tiene relación con el caso del Caribe porque esta región no tiene una historia reciente de ocurrencia de este tipo de eventos sobre las comunidades costeras, lo que no significa que no pueda pasar y que con la generación de conocimiento sobre el territorio se puede educar y organizar a las comunidades a fin de reducir el impacto social y económico ante la ocurrencia del evento.

En el caso de Colombia, se ha considerado San Andrés como un ejercicio de estudio por la importancia de la Isla, pero no es el único caso de interés para el país y mucho menos del Caribe. Con la presencia de una gran cantidad de poblaciones y puertos, se hace necesario llevar estudios de la misma naturaleza a otras zonas para analizar el potencial de afectación por sismos como el de Panamá de 1882, u otras fuentes de generación de tsunami como deslizamientos submarinos, que continúan siendo documentados mediante estudios como los de paleotsunamis, enfocados en conocer hacia el pasado, donde se han presentado tsunamis de gran envergadura.

En el Pacífico Colombiano, la palabra tsunami es entendida en gran parte de las poblaciones, no solo porque existe en su memoria reciente su ocurrencia, sino porque las autoridades han socializado planes de educación y de evacuación, no solo en Tumaco, sino en otras zonas costeras del Pacífico. Sin embargo, como se ha visto en este trabajo, existen características específicas que pueden hacer mucho más catastrófica una situación que otra. El evento de 1979 de Tumaco se ha modelado con las condiciones de ocurrencia de este evento, que fue con marea baja. Parece necesario imaginarse que pasaría en la ciudad actual con un escenario de marea Alta; que pasaría con las características del evento de 1906 de mayor intensidad. Incluir el arrastre de escombros de gran tamaño, permitirá analizar el impacto de los mismos en los modelos y su consecuente incorporación en las simulaciones detalladas para la ciudad. Adicionalmente contemplar la relevancia de incluir indicadores de resistencia de los tipos de construcciones: comportamiento de una vivienda de madera, contra una de concreto. Considerar estas condiciones de resistencia de los cuerpos sometidos a choques, seguramente serán elementos importantes en futuros modelos matemáticos.

Otros escenarios que son plausibles, aunque de rara ocurrencia en la región lo constituyen los eventos de origen lejano. Escenarios como el del tsunami de Chile de 1960 con impacto, luego de más de 20 horas, sobre costas de Japón y recientemente el sismo de Japón de 2011 con impacto en costas de California, en Estados Unidos, ilustran el efecto destructivo de esta posibilidad. Podría un evento de gran magnitud en el pacífico Sur o mar de China tener impacto en costas Suramericanas?, Que regiones se impactarían?, Cuales serían los tiempos de llegada?. La generación de modelos matemáticos podrían dar respuestas a este tipo de interrogantes.

Desde el punto de vista de los modelos matemáticos, todas las condiciones anteriores son factores de estudio. La recomendación de este trabajo es estudiar los escenarios plausibles de acuerdo a estudios de catálogos sismológicos históricos, teniendo en cuenta que no todos los sismos submarinos pueden causar tsunamis, y que los resultados son de utilidad para todos los efectos urbanísticos y de planeación en ciudades expuestas. Es conocido por medios de prensa, la manera en que muros y barreras de contención construidas en Japón desde hace años logró la reducción de pérdidas humanas y materiales con el tsunami de 2011. Otros estudios sugieren la reducción de dicho impacto con barreras naturales como bosques de manglar, reduciendo la fuerza del tsunami y su impacto en poblaciones.

# Bibliografía

Marsha J. Berger and Randall J. LeVeque. Adaptive mesh refinement using wave-propagation algorithms for hyperbolic systems. In *SIAM Journal Numerical Analysis*, page pp. 2298–2316, 1998.

A. Bressan and H. K. Jenssen. On the convergence of godunov scheme for nonlinear hyperbolic systems. In *Chinese Ann. Math.*, pages vol. 21, pp. 1–16, 2000.

Jhon Henry Caicedo O., Bruno Martinelli, Hansjürgen Meyer, and Julián Reyna M. Simulaciones numéricas de propagación de tsunami para la costa pacífica de colombia, 1996a.

Jhon Henry Caicedo O., Bruno Martinelli, Hansjürgen Meyer, and Rafael Steer. Efecto de tsunami del mar caribe en la costa de colombia, 1996b.

R. Canelas, R. Murillo, and R. M. L. Ferreira. Two-dimensional depth-averaged modelling of dambreak flows over mobile beds. In *Journal of Hydraulic Research Vol 51(4)*, page pp. 392–407, 2013.

Ricardo J. F. Canelas, Rui M. L. Ferreira, and Daniel A. S. Conde. Stav2d - strong transients in aluvional valesys 2d. user guide. Technical report, Instituto Superior Tecnico - Universidade Técnica de Lisboa, 2012.

D. Conde, R Canelas, J. Murillo, and R. M. L. Ferreira. Simulating the 1755 tsunami propagation in present-day lisbon with a shallow-flow model. In *Recursos Hídricos Volume 33*, page pp. 25–35, 2012.

D. A. S. Conde, M. A. V. Baptista, C. Sousa Oliveira, and R. M. L. Ferreira. A shallow-flow model for the propagation of tsunamis over complex geometries and mobile beds. In *Nat. Hazards Earth Syst. Sci*, page pp. 2533–2542, 2013.

Daniel Conde, Maria Baptista Carlos Antunes, and Rui Ferreira. Severity and exposure associated to tsunami actions in urban waterfronts. the case of lisbon, portugal. In *Geophysical Research Abstracts*, 2015.

Daniel A.S. Conde. A tsunami in lisbon. where to run? Master’s thesis, Instituto Superior Tecnico - Universidade Técnica de Lisboa, 2012.

- R. Courant, K. Friedrichs, and H. Lewy. On the partial difference equations of mathematical physics. In *IBM Journal. (originally appeared in Math. Ann., vol. 100, pp. 32–74)*, pages vol. 11, S. 215–234, 1967.
- Rui M. L. Ferreira, Mario J. Franca, Joao G. A. B. Leal, and Antonio H. Cardoso. Mathematical modelling of shallow flows: Closure models drawn from grain-scale mechanics of sediment transport and flow hydrodynamics. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2009.
- T. Gallouet, J-M. Hérard, and N. Seguin. Some approximate godunov schemes to compute shallow-water equations with topography. In *Computers & Fluids*, pages vol. 32, pp. 479–513, 2003.
- D. L. George. Adaptive finite volume methods with well-balanced riemann solvers for modeling floods in rugged terrain: Application to the malpasset dam-break flood (france, 1959). In *International Journal for Numerical Methods in fluids*, pages 1–19, 2010.
- David L. George and Randall LeVeque. Finite volume methods and adaptive refinement for global tsunami propagation and local inundation. *University of Washington*, 2006.
- S. K. Godunov. A difference scheme for numerical solution of discontinuous solution of hydrodynamic equations. In *Math. Sbornik*, page 271–306, 1959.
- C. Goto, Ogawa Y., N. Shuto, and F. Imamura. Iugg/ioc time project: Numerical method of tsunami simulation with the leap-frog scheme. In *IOC Manuals and Guides No. 35. UNESCO*, 1997.
- F. J. Hecht. New development in freefem++. In *Numer. Math. 20 (2012), no. 3-4, 251–265. 65Y15*, 2012.
- Intergovernmental Oceanographic Commission IOC. A caribbean and northwestern atlantic tsunami warning exercise 2014: Exercise caribe wave/lantex 15. In *Tsunami Warning Exercise*, 2015.
- P-D. Lax and B. Wendroff. Systems of conservation laws. In *Comm. Pure Appl. Math.*, pages vol. 13, pp. 217–237, 1960.
- R. LeVeque. Balancing source terms and flux gradients in high-resolution godunov methods: The quasi-steady wave-propogation algorithm. In *J. Comp. Phys.*, pages vol. 146, no. 1, pp. 346–365, 1998.
- Randall J. LeVeque. Numerical methods for conservation laws. In *Lectures in Mathematics ETH Zürich*, pages 19–69, 1992.



- J. Murillo and P. García-Navarro. Weak solutions for partial differential equations with source terms: application to the shallow water equations. In *Journal of Computational Physics*, 2010.
- University of Cornell. Comcot (cornell multi-grid coupled tsunami model), 2013.
- Y. Okada. Internal deformation due to shear and tensile faults in a half-space. In *Bull. Seism. Soc. Am.*, pages vol. 82, no. 2, pp. 1018–1040, 1992.
- H Peralta, J Arellano, A Leusson, and J Quiñones. Evaluación de la vulnerabilidad física por terremoto y sus fenómenos asociados en poblaciones del litoral de nariño. In *II Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, 2003.
- A. Quiceno and M. Ortiz. Evaluación del impacto de tsunamis en el litoral pacífico colombiano. parte 1 (región de tumaco). In *Boletín Científico CCCP No.8*, 2001.
- F.J. Seron, F.J. Sanz, M. Kindelan, and C. Perez. El método de elementos finitos para el modelado de la ecuación de ondas con un procesador vectorial. In *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, pages 573–593, 1990.
- D.R. Shier and K.T. Wallenius. *Applied Mathematical Modeling. A multidisciplinary Approach*. Chapman - Hall, New York, 1999.
- Clawpack Development Team. Clawpack software, 2015. URL <http://www.clawpack.org>. Version 5.3.
- E. Toro. Shock-capturing methods for free surface shallow flows. In *Wiley*, 2001.