



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**Generalización de patrones
geométricos. Proyecto de aula para
desarrollar pensamiento variacional en
estudiantes de 9 – 12 años.**

Jorge Adrián Pulgarín

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2015

**Generalización de patrones
geométricos. Proyecto de aula para
desarrollar pensamiento variacional en
estudiantes de 9 – 12 años.**

Jorge Adrián Pulgarín

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Directora:

Magister Verónica Valderrama Gómez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2015

Dedicatoria

A mi esposa Yanis y mis hijos David y Mariana;

*Y como olvidar a mi madre Rosa María y mis
hermanas Flor María, Mary Luz y Natalí.*

“Realmente si se quiere, se puede”

Agradecimientos

A la Secretaría de Educación Departamental porque con la beca que me otorgaron para cursar este programa de maestría, contribuyeron a cumplir los sueños de un maestro y están contribuyendo a la calidad de educación del departamento.

Resumen

El desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de primaria, se ha convertido en una necesidad sentida de todos los currículos de matemáticas. Por tal motivo, se propone que desde la educación básica primaria se construyan acercamientos muy significativos a través del estudio de los patrones geométricos y de la detección de las reglas que los rigen. Por ello, el maestro de matemáticas debe aunar esfuerzos para generar estrategias que lo desarrollen en forma secuenciada y ordena. Por otro lado, los proyectos de aula han demostrado ser la herramienta conducente a desarrollarlo y a generar motivación e interés por aprender en los estudiantes. Por lo cual, esta propuesta tiene como objetivo diseñar e implementar un proyecto de aula centrado en el pensamiento variacional para la generalización de patrones geométricos en estudiantes del grado quinto de básica primaria de la Institución Educativa Pbro. Luis Rodolfo Gómez Ramírez del municipio de El Santuario.

Palabras clave: Pensamiento variacional, patrones geométricos, proyecto de aula, generalización.

Abstract

The development of variational thought in students of elementary school has become in a felt need of every mathematics Syllabus. Therefore, it is proposes that the primary education significant approaches should be constructed through the study of geometrics patterns and the detection of rules that regulate them. For this reason the teachers of mathematics should join efforts to generate strategies to develop it in sequenced and orderly way. Moreover classroom projects have shown to be the conducive tool to

develop it and motivation and interest in learning from students. By wich, this proposal aims to design and implement a classroom project focused on the variational thought for the generalization of geometrics patterns in students of fifth grade of elementary School in the Educational Institution of the municipality of El Santuario.

Keywords: Variational thought, geometric patterns, classroom project, generalization.

Contenido

<i>Agradecimientos</i>	<i>VII</i>
<i>Resumen</i>	<i>IX</i>
<i>Contenido</i>	<i>XI</i>
<i>Lista de figuras</i>	<i>XIV</i>
<i>Lista de tablas</i>	<i>XV</i>
<i>Introducción</i>	<i>17</i>
<i>1. Aspectos Preliminares</i>	<i>19</i>
1.1 Tema	19
1.2 Problema de Investigación	19
1.2.1 Antecedentes	19
1.2.2 Formulación de la pregunta.....	20
1.2.3 Descripción del problema	21
1.3 Justificación	22
1.4 Objetivos	23
1.4.1 Objetivo General	23
1.4.2 Objetivos Específicos	23
<i>2. Marco Referencial</i>	<i>25</i>
2.1 Marco Teórico	25
2.1.1 Constructivismo	25
2.1.1.1 El papel del profesor.....	26

2.1.1.2 El papel del estudiante	27
2.1.1.3 Desarrollo del conocimiento	28
2.2 Marco Disciplinar – Conceptual	29
2.2.1 Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.....	30
2.2.2 Patrones y clases de patrones	31
2.2.3 La Generalización	35
2.2.4 Proyecto de aula.....	36
2.2.5 Secuencia didáctica	37
2.3 Marco Legal	38
2.3.1 Contexto Internacional.....	38
2.3.2 Contexto Nacional.....	39
2.3.3 Contexto Regional	41
2.3.4 Contexto Institucional	42
2.4 Marco Espacial.....	43
3. Diseño metodológico.....	44
3.1 Tipo de Investigación: Profundización de corte monográfico	44
3.2 Método	45
3.3 Enfoque: Estudio de casos.....	46
3.4 Instrumento de recolección de información.....	46
3.4.1 Tratamiento y procedimiento para el análisis de la información	47
3.5 Cronograma.....	60
4. Conclusiones y trabajo futuro.....	62
4.1 Conclusiones.....	62
4.2 Trabajo futuro	64
5. Anexos	65
5.1 Pretest: Kun-fu Panda: Conoce los guerreros (adaptación)	65
5.2 Secuencia didáctica “La quinta noche (adaptación)	70

5.3	Pos-test: La sexta noche (adaptación).....	82
5.4	Evidencia fotográfica de la implementación de la propuesta de enseñanza.....	87
6.	<i>Referencias</i>	90

Lista de figuras

<i>Figura 2-1 Patrón de repetición</i>	<i>32</i>
<i>Figura 2-2 Patrón de recurrencia.</i>	<i>33</i>
<i>Figura 2-3 Patrón numérico</i>	<i>33</i>
<i>Figura 2-4 Ejemplo de un patrón geométrico</i>	<i>34</i>
<i>Figura 2-5 Ejemplo de un patrón de extrapolación.....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 2-6 Ejemplo de un patrón geométrico de extensión.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 2-7 Ejemplo de un patrón geométrico de identificación.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 3-1 Boxplot para los resultados del pre-test y el pos-test.....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 3-2 Pruebas pareadas por grupo.....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 5-1 Adaptación de cuento hoja 1.....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 5-2 Adaptación de cuento hoja 2.....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 5-3 Evidencia 1.....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 5-4 Evidencia 2.....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 5-5 Evidencia 3.....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 5-6 Evidencia 4.....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 5-7 Evidencia 5.....</i>	<i>89</i>

Lista de tablas

<i>Tabla 3-1 Planificación de actividades</i>	<i>60</i>
<i>Tabla 3-2 Cronograma de actividades.....</i>	<i>61</i>

Introducción

Desarrollar el pensamiento variacional en las instituciones educativas del país y específicamente en la básica primaria es un proceso complejo y más aún cuando la matemáticas escolares en estos niveles de educación se centran solamente en cuestiones numéricas y algoritmos de las cuatro operaciones básicas y el desarrollo de contenidos temáticos.

Por lo anterior, se requiere una actitud constructivista por parte de los maestros para que diseñen actividades interactivas en las cuales los estudiantes deban ver cómo cambian series de figuras o números, describir el proceso de cambio que ocurre en las figuras, conjeturar acerca de procedimientos que permitan llegar a los términos siguientes de la serie y verificar si esos procedimientos si les permiten generar el patrón encontrado.

En este sentido, el trabajo con patrones geométricos es una propuesta excelente para potenciar y desarrollar el pensamiento variacional en los estudiantes de la básica primaria, permitiendo a su vez, que a través de un proceso secuenciado, relacione los conocimientos previos con los nuevos conocimientos, preparándolos para el aprendizaje comprensivo de los sistemas algebraicos antes de llegar a la secundaria.

Por consiguiente, este trabajo final de maestría centra su interés en el desarrollo y fortalecimiento del pensamiento variacional a través del diseño y posterior implementación de una secuencia didáctica apoyada en los procesos de la generalización de Mason (1985) aplicada a estudiantes del grado quinto de educación básica primaria.

A su vez, el objetivo principal de esta investigación es realizar un aporte al proceso de desarrollo del pensamiento variacional apoyado en la generalización de patrones

geométricos, dejando ver estos como una herramienta muy importante a la hora de potenciar y desarrollar el pensamiento variacional.

En consonancia con todo lo anterior, esta propuesta está estructurada en sintonía con la teoría del constructivismo reconociendo que el conocimiento se construye de forma activa por el estudiante, quien trae consigo unos saberes previos que al relacionarlos con los conocimientos nuevos hace que su estructura cognitiva se modifique y alcance niveles superiores de pensamiento.

1.Aspectos Preliminares

1.1 Tema

Diseño de un proyecto de aula para la enseñanza y posterior generalización de patrones geométricos

1.2 Problema de Investigación

1.2.1 Antecedentes

Cada día son más los interesados en realizar trabajos enfocados al desarrollo del pensamiento variacional en la escuela primaria, Rivera y Sánchez (2012), Mason (1985), Sánchez (2013), Godino y Font (2000), dejando la vieja idea que el álgebra y el pensamiento variacional eran propios del nivel de secundaria,. Entre los trabajos encontrados se pueden mencionar:

Rivera y Sánchez (2012) implementaron una secuencia didáctica encaminada a la generalización de patrones numéricos y geométricos en niños de tercero de una escuela primaria del sector privado. Dicha secuencia didáctica partía de la adaptación de un cuento tradicional (Hansel y Gretel) de donde se desprenden una serie de actividades en las cuales los estudiantes lograron encontrar el núcleo en la serie de números o figuras pero a su vez, fueron muy pocos los que al final, lograron llegar a generalizaciones con expresiones generales o simbólicas.

Godino y Font (2002) ponen de manifiesto la posibilidad de introducir en la básica primaria algunas características como la resolución de tareas estructurales en las cuales se aplican relaciones y propiedades de las operaciones o de cálculos con objetos extensivos usando símbolos que se refieren a estos objetos o a datos, puesto que esto haría parte de lo que el autor llama razonamiento proto-algebraico. A su vez, el artículo abre la posibilidad de ir desarrollando este razonamiento desde la primaria hasta la universidad.

Sánchez (2013) en su artículo Intervención Didáctica para la Enseñanza del Álgebra en la Escuela Primaria propone tres fases diferenciadas para la actividad algebraica en la escuela que son: Base orientadora de la Acción (BOA), fase material materializada y fase de la acción verbal. Propone una formación escalonada de las acciones mentales a realizar, lo cual deja entrever que este proceso se puede iniciar desde el preescolar, seguir en la primaria, continuar en el colegio y finalizar su desarrollo en la universidad que es hacia donde debe dirigirse la educación pública en Colombia.

Fue implementada en niños y niñas de 6, 7 y 8 años de los grados primero, segundo y tercero a través de una serie de tareas que guardaban alguna secuencia (los Historia-problemas) que demandaban de los estudiantes soluciones poco tradicionales.

1.2.2 Formulación de la pregunta

¿Cómo diseñar un proyecto de aula, que fortalezca la generalización de patrones geométricos en estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Pbro. Luis Rodolfo Gómez Ramírez del municipio de El Santuario?

1.2.3 Descripción del problema

Para el desarrollo de este proyecto de aula se han tenido en cuenta los resultados de las pruebas saber de los grados quinto de la Institución educativa Pbro. Luis Rodolfo Gómez Ramírez del municipio de El Santuario, los resultados arrojados de las pruebas diagnósticas hechas a los estudiantes del mismo grado desde el programa Todos a Aprender las cuales arrojan como resultado que solo el 5% de los estudiantes obtienen un rendimiento igual o superior a 3.0.

Se reseña también el informe final de Práctica de (Gaviria, 2011) quien deja de manifiesto la carencia conceptual con respecto a los procesos algebraicos con el cual llegan los estudiantes a la universidad. Vacío conceptual que puede ser generado por las prácticas netamente algorítmicas que se desarrollan tanto en la secundaria como en la primaria.

Cabe señalar también que este proyecto tiene una mirada vigotskiana de los estudiantes, por la cual se considera que ellos pueden ser introducidos al pensamiento variacional desde los inicios de la edad infantil y este pensamiento se irá modificando con el tiempo mediado por el maestro.

También se hace importante señalar que al detallar el plan de estudios de matemáticas de la institución deja para la última parte del año los procesos referentes al pensamiento variacional y con ello los temas relacionados a éste como lo son las razones y proporciones, repartos proporcionales y la resolución de ecuaciones y no se evidencia por ningún lado el estudio de patrones geométricos, temas que por estar en la última parte del currículo no alcanzan a ser objeto de estudio por parte de los estudiantes. Por lo cual se deja de lado la organización de la información en tablas, no se da espacio para la aproximación, la estimación, el uso de las tablas como funciones, la proporcionalidad como variación, para la predicción, para la búsqueda de patrones geométricos, para la generalización y su respectiva regla de formación ya sea verbal o escrita (MEN, 1998); para la búsqueda de relaciones y utilización de simbolización para las propiedades generales de los objetos matemáticos lo que ha generado un

inadecuado desarrollo del pensamiento variacional por no tener un buen contacto con aquellos elementos que favorecen su desarrollo.

1.3 Justificación

Los Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) explicita el pensamiento variacional como uno de los cinco pensamientos que en las escuela se deben desarrollar junto con el espacial, métrico y el aleatorio y el numérico; siendo éste último sobre el cual se han desarrollado las clases de matemáticas en toda la básica primaria.

También se ha evidenciado que los estudiantes son introducidos en el pensamiento variacional solo al llegar al grado octavo donde se enfrentan a sistemas algebraicos y analíticos sin que sus estructuras mentales hayan sido reestructuradas por procesos precedentes, preparándolo para enfrentarse eficazmente a ellos, razón por la cual resulta una alta mortalidad académica en el área de álgebra.

Pero no solo las dificultades se presentan a nivel curricular, también se presentan a nivel cognitivo, ya que las mismas clases en la primaria han girado en torno a procesos netamente algorítmicos así que la posibilidad de analizar en qué forma cambia una secuencia; de conjeturar sobre la forma o el valor del término siguiente; de expresar en forma oral o escrita los términos siguientes, de intentar formular procedimientos que permitan reproducir un patrón o calcular el siguiente término; o de confirmar o refutar conjeturas (MEN, 2006), han sido muy pocas o nulas.

Cabe señalar también, que los currículos de las instituciones educativas están orientados por contenidos y los logros a alcanzar también están formulados sobre los contenidos o los conceptos.

Por lo anterior, este trabajo final de maestría cobra gran importancia ya que está centrado en el desarrollo del pensamiento de una forma activa e interactiva por parte del estudiante. Con éste se pretende que el estudiante después de ver, decir, describir y corroborar las conjeturas anteriores llegue a formular en forma verbal, un

procedimiento que permita reproducir el patrón geométrico presentado y analizado (MEN 2006).

Al final de la intervención el estudiante estará en condiciones de identificar en que se parecen o en que se diferencian los términos de una secuencia; de detectar las reglas que rigen una regularidad; de identificar el patrón que se repite en una sucesión; de expresar los términos de la secuencia de figuras a través de una suma entre lo que cambia y lo que permanece constante y de reproducir por medio de un procedimiento un patrón determinado.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Diseñar e implementar un proyecto de aula centrado en el pensamiento variacional, para la generalización de patrones geométricos en estudiantes del grado quinto de educación Básica Primaria de la Institución educativa Pbro. Luis Rodolfo Gómez Ramírez del municipio de El Santuario.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Identificar y caracterizar metodologías de enseñanza para desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de básica primaria.
- Diseñar una secuencia didáctica centrada en el estudio de patrones geométricos que favorezca el desarrollo del pensamiento variacional.
- Implementar la secuencia didáctica en el grado quinto de la Institución Educativa Pbro. Luis Rodolfo Gómez Ramírez sede Clara Zuluaga a través de un estudio de caso.

- Evaluar el desempeño académico de la secuencia didáctica propuesta por medio de un estudio de caso en los estudiantes del grado quinto.

2.Marco Referencial

Con el fin de darle un sentido teórico a este trabajo fina de maestría se plantea un marco teórico, un marco disciplinar – conceptual, un marco legal y un marco espacial que darán sustento a todo el trabajo.

2.1 Marco Teórico

Para darle sustento teórico a este trabajo final de maestría se plantea el marco teórico en el cual se puede evidenciar la teoría sobre la cual se fundamenta y las interacciones presentes en el trabajo.

En él se analiza la teoría del conocimiento desde un enfoque constructivista desde la perspectiva piagetiana y, la construcción de la propuesta orientada desde los pasos para la generalización propuesta por Mason (1985).

2.1.1 Constructivismo

El constructivismo toma fuerza en esta investigación por ser una teoría sobre la producción y el desarrollo del conocimiento en las personas y porque da al profesor, al estudiante y al conocimiento un nuevo significado y responsabilidad en las aulas de los establecimientos educativos del país.

En este sentido, en las clases de matemáticas se deben generar situaciones que le permitan al estudiante enfrentarse a un mundo cambiante, a reconocer al cambio y a tomar decisiones frente a estos cambios. Con el desarrollo de este tipo de situaciones se pretende que el estudiante vaya desarrollando progresivamente su pensamiento y

su lenguaje en la medida que describe las situaciones de cambio y comparte estas descripciones con sus compañeros.

Así mismo, no se trata de enseñar conceptos y procedimientos en los estudiantes, se trata más bien de desarrollar procesos de pensamiento, de lograr que cada día sus estructuras mentales sean movidas y modificadas a partir de unos conocimientos previos que él trae y alcancen el nivel máximo de desarrollo de su pensamiento. Por ello, para el constructivismo no existen los conceptos, no existen las verdades absolutas, no existen los temas ni mucho menos indicadores de logro relacionados con los conceptos y las temáticas propuestas en un plan de área, para el constructivismo existen conocimientos previos o más avanzados en elaboración (Barreto, Gutiérrez, Pinilla & Parra, 2006).

Por lo anterior, el papel del profesor, del estudiante y del conocimiento, adquiere nuevos significados y responsabilidades.

2.1.1.1 El papel del profesor

Así entonces, la propuesta de generalización de patrones geométricos está en marcada desde teoría del constructivismo por lo cual:

Primero se hará un pre-test de rendimiento que servirá para determinar los saberes previos que el estudiante trae consigo, lo que posibilita a su vez, el reconocimiento de los estudiantes para brindarles experiencias ordenadas e interesantes que modifiquen esos conocimientos previos.

Seguidamente, los estudiantes desarrollarán durante dos semanas, una secuencia didáctica que se dividirá en ocho sesiones cada una de una hora (ocho horas en total, cuatro horas por semana). Esta secuencia como su nombre lo indica guarda una secuencia ordenada que va de lo particular (ver) a lo general (generalizar el patrón analizado).

Cada una de las actividades allí planteadas hace que las estructuras mentales de los estudiantes se vayan modificando progresivamente tanto por la acción del estudiante

como por la orientación que el maestro hace en las discusiones o por las preguntas que él hace ¿Qué figura continúa? ¿Podrías dibujar la figura siguiente? ¿Cuántos palos o cuadritos debes agregar para generar la figura siguiente? En otros momentos aclarará los conceptos que no sean familiares para los estudiantes. Al guiar la discusiones y aclarar los conceptos, se logra que todos los estudiantes alcancen las metas propuestas para la experiencia (Waldegg, 1998).

Finalmente, se evalúa el nivel de desarrollo en el proceso de construcción del conocimiento en los estudiantes a través de un pos-test de rendimiento analizando la valoración cualitativa y cuantitativamente.

2.1.1.2 El papel del estudiante

Los estudiantes son agentes activos en el momento de realizar las actividades propuestas desde la secuencia didáctica; ellos asumen con gran responsabilidad todo el desarrollo de las experiencias secuenciales a las que se enfrentaron.

El estudiante después de leer el cuento introductorio se encuentra con varias secuencias de figuras, las analizan y se atreven a seguir dibujando las que consideran hacen falta en los espacios vacíos dispuestos para ellas. El estudiante identifica y sabe cómo sigue, cuántos cuadros o palos debe agregar, en qué parte lo debe de hacer; identifica aquello que cambia y lo que no cambia en la secuencia de figuras y lo expresa en forma verbal y gráfica.

Seguidamente, articulando con palabras se hace una idea general de cómo sigue la secuencia haciéndose la pregunta ¿cuántos cuadros o palitos tiene la figura siguiente? Lo cual lo llevará a formular en forma verbal o algorítmica un procedimiento que le facilite reproducir esa figura sabiendo de antemano que si es una figura muy lejana no será fácil reproducirla y por ende verificar si su procedimiento es correcto, por lo cual lo hará con una figura cercana (la figura 7, la figura 8, la figura 9).

Al reproducir esta figura se dará cuenta si fue posible reproducirla, si no se lo permite sabe que debe formular otro procedimiento y nuevamente verificar si es o no correcto para que al final intente generalizar el patrón geométrico analizado.

Lo anterior evidencia la intensa actividad mental que el estudiante realiza al desarrollar patrones geométricos, el encuentro de sus saberes previos y la continua reestructuración de su pensamiento siendo cada vez mejor estructurado.

2.1.1.3 Desarrollo del conocimiento

El desarrollo del conocimiento para el constructivismo es un proceso dinámico e interactivo en el cual se conjugan los saberes previos, la estructura cognitiva del estudiante y las nuevas experiencias que harán que la mente del estudiantes se modifique facilitando el avance hacia etapas de pensamiento inmediatamente superior.

Por consiguiente, los contenidos y los indicadores de logros basados en estos contenidos desaparecen, para dar paso al desarrollo del pensamiento dado que este tiene una función adaptativa y cada día madura a un estado superior a partir de otros que él trae previamente, haciendo que su pensamiento trascienda a niveles más avanzados, pues como lo plantea Barreto (2006) “el sujeto no se encuentra vacío al momento de enfrentarse al objeto de conocimiento ya que trae consigo unos conocimientos previamente establecidos y que harán que se reestructuren y evolucionen con el tiempo”.

Esto nos lleva a concluir que el maestro no trasmite significados, ideas y conocimientos a los estudiantes ya que cada uno de ellos transforma la experiencia presentada generando sus propios significados al ser modificada su estructura mental.

2.2 Marco Disciplinar – Conceptual

Fueron 20 años que el Ministerio de Educación Nacional invirtió para que un grupo de profesionales liderado por el doctor Carlos Eduardo Vasco revisara los programas de matemáticas del país y al final de este proyecto denominado Renovación Curricular, se propone acercarse a la enseñanza de las matemáticas desde las distintas regiones que ésta la compone: los números, la geometría, los datos, la estadística, la lógica y los conjuntos desde una perspectiva de sistemas que los comprendiera como totalidades estructurales con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones (MEN, 1998).

Es así, como en 1998 el Ministerio hace entrega a los establecimientos educativos del país de los Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas cuyo enfoque está orientado a la conceptualización por parte de los estudiantes, a la comprensión de sus posibilidades y al desarrollo de competencias que le permitieran afrontar los retos de la actualidad, el tratamiento de los conflictos y el manejo de la incertidumbre (MEN, 1998).

A su vez, prepara una reestructuración de los procesos de enseñanza de las matemáticas y una reorganización en los currículos de matemáticas los cuales se deben de centrar más en el desarrollo del pensamiento (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional) que en la consecución de logros enfocados a los contenidos.

En este mismo camino, los Lineamientos Curriculares relacionan las situaciones de aprendizaje con la experiencia de los estudiantes, la enseñanza basada en la resolución de problemas y el contexto significativo para el desarrollo del pensamiento. Esto lo hace bajo tres grandes aspectos:

- **Procesos generales:** relacionados con el aprendizaje, tales como el razonamiento, la resolución planteamiento de situaciones problema; la

comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

- **Conocimientos básicos:** relacionados con los procesos que desarrollan el pensamiento (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional).
- **El contexto:** relacionado con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende. Contextos que se esperan sean muy significativos y cercanos a los estudiantes, en lo posible, que se salgan de sus necesidades y de sus intereses.

También, los Estándares Básicos de Competencias formulados en el 2006 por el Ministerio de Educación Nacional en su estructura por conjunto de grados y por pensamientos matemáticos, presentan los estándares que con respecto al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos que para el grado quinto, serán objeto en esta investigación.

- Describe e interpreta variaciones representadas en gráficos.
- Predice patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
- Representa y relaciona patrones numéricos y geométricos con tablas o reglas verbales.

Así mismo, haciendo un recorrido conceptual de los temas que serán objeto de estudio en este trabajo final de maestría, se inscribe a continuación el marco disciplinar y conceptual que hace referencia a la generalización de patrones geométricos.

2.2.1 Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

El pensamiento variacional tiene que ver con el reconocimiento visual y la descripción a través del lenguaje (escrito o verbal) de lo que cambia y lo que permanece constante (sin cambiar) en diferentes contextos.

Este pensamiento tiene una función muy importante para el mundo científico ya que es a través de este pensamiento que se ha llegado a la modelización de diferentes procesos de las ciencias (naturales, sociales, Física) y de las matemáticas mismas. Por ello se hace importante fortalecer este pensamiento desde la básica primaria y no esperar hasta los grados octavo y noveno para iniciar con procesos para los cuales sus estructuras no están preparadas pues se debían haber modificado desde la primaria (MEN, 2006).

En la necesidad de desarrollar el pensamiento variacional se vuelve relevante la realización de actividades interactivas con patrones geométricos, en los cuales el estudiante observe aquello que cambia y lo que permanece constante en una serie de figuras y en ellas determinar de cuánto en cuánto, se está produciendo este cambio.

Por ende, para desarrollar el pensamiento variacional en el grado quinto de educación básica primaria es apropiado el desarrollo de actividades con patrones geométricos sobre los cuales se analizará de qué forma cambia, aumenta o disminuye la sucesión de figuras; se hará conjeturas sobre la forma o el valor de los siguientes términos; se expresará varios términos de la secuencia ya sea en forma oral, por escrito o por medio de dibujos, e intentará formular un procedimiento que permita reproducir el mismo patrón, calcular los siguientes términos y a su vez corroborar las conjeturas que inicialmente hizo en forma oral (MEN, 2006).

El desarrollo de estas actividades, preparan a los estudiantes para la construcción de expresiones algebraicas que dan el indicio del hallazgo de un procedimiento que le permitirá construir los términos siguientes en una serie de figuras o números.

2.2.2 Patrones y clases de patrones

Asumir que las actividades con patrones geométricos desarrollan el pensamiento variacional es también aceptar que se encuentran relacionados con los conceptos propios de este pensamiento, especialmente con los conceptos de constante, variable,

función y con los distintas clases de modelos de ciertas familias de funciones como lo son las lineales (MEN, 2006).

Este tipo de actividades favorece el hallazgo de unidades que se repiten con regularidad o periódicamente, en otras palabras el estudiante descubre un patrón

Un patrón se puede manifestar en cualquier contexto de la vida real, los cambios de la luna, el movimiento de rotación de la tierra, la misma música muestra sus patrones como lo hace la física, la economía, la geografía. Al analizar con detenimiento, es posible llegar a conclusiones generales a través de unas reglas que pueden ser verbales o por que no escritas en términos algebraicos utilizando letras y números expresando relaciones entre ellos.

Rivera y Sánchez (2012) definen los patrones como “una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada configuración, disposición y composición”.

Estos patrones pueden ser de repetición o de recurrencia.

- **Los patrones de repetición:** son aquellos en los que los distintos elementos son presentados en forma periódica; otros son los mecanismos convencionales con los que se resuelven las distintas operaciones. (Ver figura 2-1)



Figura 2-1 Patrón de repetición

- **Los patrones de recurrencia:** son aquellos en los que el núcleo cambia con regularidad y cada término de la sucesión puede ser expresado en función de los anteriores generando una ley o regla de formación. (Ver figura 2-2)

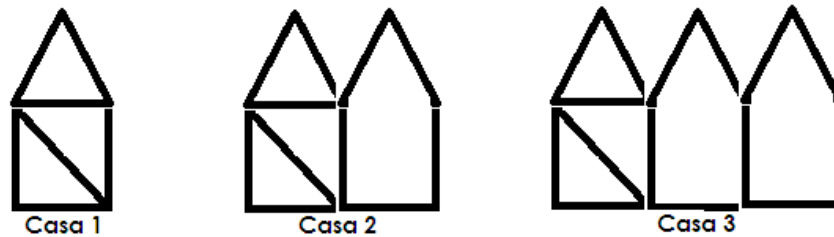


Figura 2-2 Patrón de recurrencia.

Dentro de los patrones de recurrencia se tienen los patrones numéricos y geométricos.

- **Patrones numéricos:** son una lista de números que siguen una cierta secuencia. En ellos se alcanza a determinar de cuánto en cuánto está cambiando, pero no se hace evidente lo variable y lo invariante (lo que permanece igual). (Ver figura 2-3)

8, 15, 22, 29, 36, 43...

Figura 2-3 Patrón numérico

- **Patrones geométricos:** Entendidos como las regularidades que siguen las figuras geométricas, círculos, triángulos, cuadrados, etc. Para el desarrollo de este trabajo final de maestría se vuelven muy útiles ya que permiten observar el núcleo de la secuencia de figuras posibilitando la observación de lo que cambia y lo que no cambia (lo variable y lo invariante). (Ver figura 2-4)

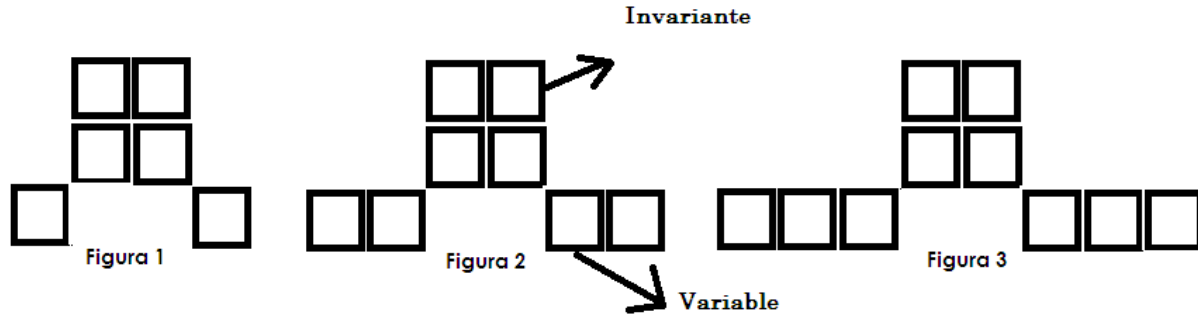


Figura 2-4 Ejemplo de un patrón geométrico

El desarrollo de patrones geométricos prepara a los estudiantes para la construcción de la experiencia algebraica a través de la formulación verbal (sin utilizar lenguaje alfanumérico) de una regla o de un procedimiento que les permita construir los términos siguientes a partir de los precedentes (MEN, 1996).

Al introducir en las clases de matemáticas el desarrollo de actividades relacionadas con patrones geométricos se debe tener en cuenta el orden de dificultad que pueden tener:

- De reproducción, en el cual sólo copiarán un patrón dado.
- De identificación, detectarán la regularidad. (Ver figura 2-7)
- De extensión, extender el patrón de acuerdo al núcleo que lo rige. (Ver figura 2-6)
- De extrapolación, llenar espacios vacíos. (Ver figura 2-5)
- De traslación, utilizar el mismo patrón y sobre este hacer cambios en colores o en lenguaje algebraico (Rivera y Sánchez, 2012).



Figura 2-5 Ejemplo de un patrón de extrapolación

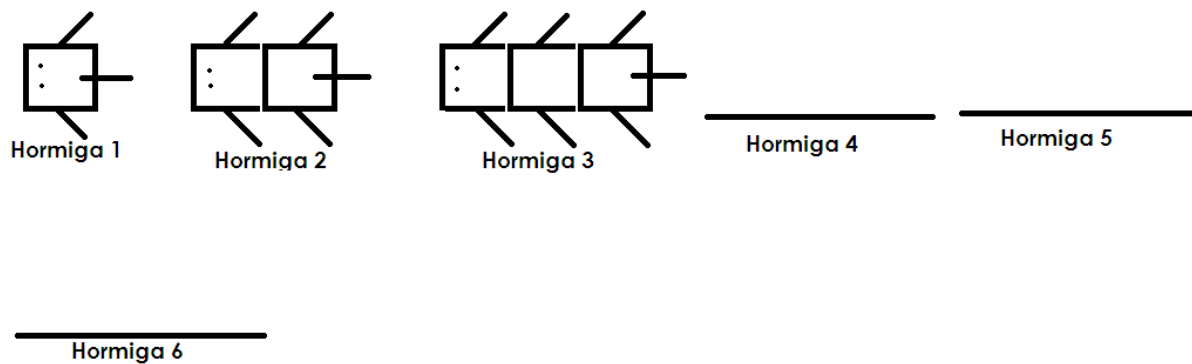


Figura 2-6 Ejemplo de un patrón geométrico de extensión

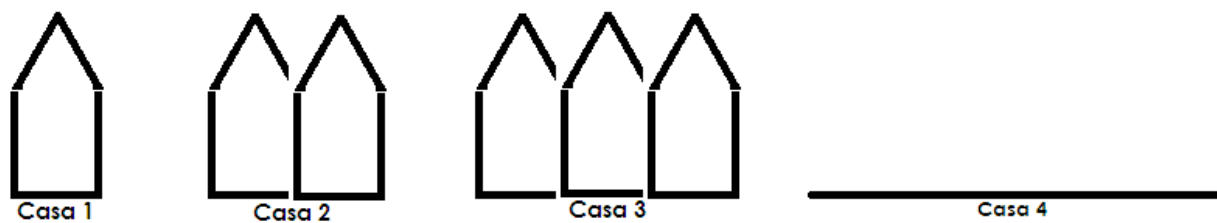


Figura 2-7 Ejemplo de un patrón geométrico de identificación

En conclusión, los patrones geométricos, por permitir observar el núcleo de la secuencia, lo variable y lo invariante abre el camino para que a partir de lo gráfico, el estudiante tenga intentos de generalizar el patrón con el que acaba de interactuar.

2.2.3 La Generalización

La generalización es un proceso que involucra la visualización, la exploración la manipulación de los números y las figuras, por lo cual está en el núcleo de toda actividad matemática siendo considerada como el nivel más alto de la modelación matemática (MEN, 1998).

Desde este trabajo final de maestría, la generalización se logra a partir de un proceso ordenado, secuenciado, orientado y guiado por el profesor, quien llevará al estudiante a

ver, decir, describir y conjeturar y verificar las conjeturas, que frente a una secuencia se hicieron. También, el estudiante tendrá la posibilidad de describir lo que cambia, como cambia y que permanece constante en dicha secuencia.

Pero la generalización no es un proceso que surge de la noche a la mañana. Esta lleva en sí, todo un cúmulo de reordenamientos mentales que poco a poco se irán puliendo hasta hacerse cada vez más sofisticados, más ordenados, pasando de un observador a un constructor y productor de un conocimiento.

A la generalización no se llega por pasividad ni por tradicionalismo, se llega a partir de una serie de actividades, que guiadas por el profesor, brindan la oportunidad al estudiante de que su intelecto se active en cada una de las actividades que desarrolla.

Mason (1985) promueve cuatro etapas para desarrollar la generalización en los estudiantes de básica primaria:

- Ver: entendida como la identificación de un patrón, de una relación entre los objetos de un conjunto.
- Decir: articulación en palabras de lo que ha reconocido.
- Registrar: hacer visible a través del lenguaje (escrito o verbal), generar un modelo de aquello que ha logrado evidenciar a través del lenguaje y,
- Probar la validez de las fórmulas: probar de diferentes formas la veracidad del modelo para tener una noción de generalidad y poder predecir posibles resultados.

Le corresponde al maestro de matemáticas plantear sus clases en forma secuencial (que los estudiantes vean, digan, registren y verifiquen) y así lleguen a generalizar patrones geométricos.

2.2.4 Proyecto de aula

Los proyectos de aula son un baluarte a la hora de desarrollar el pensamiento en los estudiantes de básica primaria; se convierte en una herramienta que permite definir

paso a paso de manera secuencial el proceso que los estudiantes deben seguir para desarrollar el pensamiento.

En él se encierran todos los postulados que dan vida al constructivismo en cuanto a que es una herramienta interactiva, no sólo para el pensamiento del estudiante sino que puede provocar la discusión entre pares; pone de manifiesto al estudiante como actor activo del proceso, en el cual establece relaciones entre los conocimientos previos y la nueva información logrando en él una reacomodación de sus estructuras mentales (Barreto, 2006)

Conforme al apartado anterior, un proyecto de aula es un instrumento que permite movilizar el pensamiento del estudiante, integrando los conocimientos de diferentes áreas y aplicando el saber a una necesidad específica del estudiante generando un proceso de investigación en el aula que le servirá, tanto al estudiante, como al maestro. En el proyecto de aula, la transversalización de los contenidos es el punto principal, es aquí donde el maestro hará su mayor aporte permitiendo que los estudiantes vean la integralidad de los saberes y los puedan correlacionar.

(González, 2001) propone realizar el proyecto de aula en tres fases:

- Contextualización: en la cual se ubica el problema, el objeto y el objetivo de conocimiento (Pre-test).
- Metodología: en el cual se describirán el método, el grupo y los medios para lograr el objetivo (Secuencia didáctica).
- Evaluativo: certificación del alcance del objetivo solucionando el problema (Post-test).

2.2.5 Secuencia didáctica

Una secuencia didáctica es una herramienta que el profesor utiliza para desarrollar ordenadamente el pensamiento en los educandos, permitiéndoles afianzar la atención, la percepción, el pensamiento y la memoria.

Una secuencia didáctica es la práctica pedagógica hecha operativa, convertida en un plan lógico y secuenciado tanto para el maestro como para el estudiante; un plan que vuelve operativa la práctica pedagógica diferenciando claramente los momentos a seguir en una clase (Guerrero, 2006).

En este sentido, la secuencia didáctica parte de una situación problema, de una serie de figuras que guardan un patrón determinado entre ellas y de las cuales el estudiante primero tendrá que ver y analizar dicha serie, determinando en ella que cambia y qué permanece constante, identificando el patrón correspondiente, seguidamente, reproducirá, extenderá o extrapolará el patrón encontrado. En otro momento, el estudiante articulará desde su lenguaje lo que ha reconocido, como está cambiando, de cuánto en cuánto lo está haciendo, qué permanece constante, que varía en la secuencia. Finalmente, el estudiante intentará formular un procedimiento que le permita reproducir el mismo patrón y calcular los siguientes términos de la serie y corroborar las conjeturas que antes había hecho.

2.3 Marco Legal

2.3.1 Contexto Internacional

Colombia, un país en constante crecimiento enmarcado en políticas internacionales, es el foco hoy en materia de educación matemática debido a la deshonrosa ubicación obtenida en las pruebas PISA realizadas en el año 2012, prueba en la cual la evaluación en matemáticas ocupa un papel muy importante, motivo por el cual la OCDE, a través de sus informes, hace un análisis de la educación en los países que realizan la prueba para que éstos realicen acciones tendientes a mejorar los niveles en

matemáticas, ciencias y lenguaje, áreas sobre las cuales se fundamenta dicha prueba. “El foco de esta evaluación se centra en establecer si los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana en vez de limitarse a conocer cuáles contenidos han aprendido y son capaces de reproducir” (OCDE, 2004).

La UNESCO en su informe Enseñanza y Aprendizaje, Lograr la Calidad para Todos afirma que “es primordial que los alumnos de escuela primaria dominen en los primeros grados las competencias básicas en lenguaje, escritura y matemáticas a fin de que puedan comprender lo que se enseña en los grados ulteriores”, razón por la cual es importante un fortalecimiento en el desarrollo de los diferentes pensamientos que aborda las matemáticas el numérico, espacial, aleatorio, métrico y variacional, que servirán de base para la comprensión de los nuevos procesos que se llevarán a cabo en la secundaria como lo es el estudio del álgebra y de los sistemas analíticos.(Unesco, 2011)

2.3.2 Contexto Nacional

El gobierno nacional, a raíz de los resultados de las pruebas externas (PISA, TIMMS), se ha propuesto como meta subir el nivel de competencias tanto en lenguaje como en matemáticas prueba de ello es que para el año 2016 todas las instituciones educativas del país deberán fortalecer las competencias básicas en matemáticas y se aumentará la cantidad de ingenieros, por ello se fortalecerá la formación en ciencias y matemáticas en las instituciones tanto de educación básica como de educación media (Presidencia de la República de Colombia , 2014).

La ley General de Educación (ley 115 del 8 febrero de 1994) que marca el rumbo de la educación en Colombia, en su artículo 21, define los objetivos específicos de la educación básica ciclo primaria literal e, tiene como uno de los objetivos específicos el desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes

situaciones así como la capacidad de solucionar problemas que implique este conocimiento (Ley 115, 1994).

Con respecto al álgebra, objeto de este trabajo de maestría, los Lineamientos curriculares emanados por el Ministerio de Educación Nacional plantea que

“en un primer momento generaliza patrones aritmético y posteriormente se constituye en una potente herramienta para la modelación de situaciones de cuantificación y de diversos fenómenos de variación y cambio, es por ellos que debe involucrar entre otros aspectos el uso comprensivo de la variable y sus diferentes significados, la interpretación y modelación de la igualdad y la ecuación, las estructuras algebraicas como medios de representación y sus métodos como herramientas en la resolución de problemas, la función y sus diferentes formas de representación, el análisis de relaciones funcionales y de la variación en general para explicar de qué forma un cambio en una cantidad produce un cambio en otra y la contextualización de diversos modelos de dependencia entre variables todos éstos desarrollos propios del pensamiento variacional” (MEN, 1998).

A su vez señalan que

“los diferentes sistemas de representación asociados a la variación se encuentran los enunciados verbales, la representaciones tabulares, las gráficas de tipo cartesiano o sagital, las representaciones pictóricas e icónicas, la instruccional (programación), la mecánica (molinos), las fórmulas y las representaciones analíticas” (MEN, 1998).

Más aún, este pensamiento no solo tiene que ver con elementos algebraicos, ya que la variación se encuentra en todos los procesos de la matemática así para expresarla tengamos que usar constantes y variables algebraicas. El pensamiento variacional es

muy amplio alcanzando a abarcar los demás pensamientos matemáticos. , Así los Estándares de Competencias afirman que:

“El pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias, en especial a través del proceso de modelación de procesos y situaciones naturales y sociales por medio de modelos matemáticos. En particular la relación con otros pensamientos aparece con mucha frecuencia, porque la variación y el cambio, aunque se representan usualmente por medio de sistemas algebraicos y analíticos, requieren de conceptos y procedimientos relacionados con distintos sistemas numéricos (en particular, del sistema de los números reales, fundamentales en la construcción de las funciones de variable real), geométricos, de medidas y de datos y porque todos estos sistemas, a su vez, pueden presentarse en forma estática o en forma dinámica y variacional” (MEN, 2006).

2.3.3 Contexto Regional

Agregando a lo anterior, el gobierno departamental como el municipal, también ponen en marcha sus planes de desarrollo, dando a la educación un papel muy importante, centrando en ella muchos de sus esfuerzos e inversiones.

Es así como la Gobernación de Antioquia con su plan de desarrollo departamental “Antioquia la más educada” en su línea “la educación como motor de transformación de Antioquia” se propone mejorar la calidad de la educación iniciando desde la primera infancia generando oportunidades para el disfrute de los derechos sociales y culturales para la promoción y el desarrollo de las capacidades individuales y sociales que requiere la sociedad antioqueña (Gobernación de Antioquia, 2012).

De igual manera, con el proyecto Más y mejores bachilleres

“Antioquia busca tener más y mejores bachilleres mediante el desarrollo profesional de sus docentes, en el diseño y utilización de nuevas estrategias didácticas apoyadas en el uso de las TIC, con la implementación y fortalecimiento de las mesas de trabajo y semilleros en las diferentes áreas, con especial énfasis en matemáticas y lengua castellana, con el desarrollo de programas de orientación vocacional, profesional, emprendimiento y proyecto de vida, así como el desarrollo de las competencias ciudadanas, el mejoramiento de los ambientes de aprendizaje en las instituciones educativas de la media, la oferta de modelos educativos flexibles y estrategias pertinentes que faciliten el acceso y permanencia de los adolescentes y jóvenes en el sistema educativo y la entrega de incentivos que mejoren la retención escolar” (Gobernación de Antioquia, 2012).

La Administración municipal y su plan de desarrollo, “El Santuario, Desarrollo con equidad” en sus apartes deja entrever la necesidad de tener cada vez más y mejores estudiantes, desarrollar más y mejor la competencias propias para las áreas de lenguaje y matemáticas buscando elevar los niveles de desempeño de cada uno de sus estudiantes por eso se propone mejorar las competencias de los estudiantes en la educación básica y media. Desarrollo de competencias en lenguaje y matemática desde la básica primaria (Alcaldía Municipal de El santuario, 2012).

2.3.4 Contexto Institucional

A nivel institucional, este establecimiento fundamenta su enseñanza en la Ley General de Educación estableciendo como principios básicos los trece fines de la educación en Colombia. La institución cuenta con un plan de estudio actualizado, reformulado en el mes de noviembre de 2014 por todos los educadores. El plan de área de matemáticas estuvo en este mismo proceso, pero aunque se reformuló, no es un plan articulado con la realidad institucional, ni local ni regional.

2.4 Marco Espacial

La Institución Educativa Presbítero Luis Rodolfo Gómez Ramírez es una institución de carácter oficial que ofrece educación preescolar, educación básica y media en las tres jornadas (mañana, tarde y noche), ubicados en tres sedes: sede El Saladito (se ofrece educación básica secundaria, media académica y la modalidad comercial), Sede Mercedes Sanín Cano (preescolar y grados primero, segundo y tercero) y Sede Clara Zuluaga (grados cuarto y quinto) éstas dos últimas se ubican en pleno casco urbano en el sector conocido como La Judea.

La sede Clara Zuluaga acoge 12 grupos distribuidos así: 1 grado tercero (44 estudiantes), 6 grupos del grado cuarto (43 estudiantes por grupo) y 5 grados quinto (promedio 38 estudiantes por grupo). A su vez cuenta con una buena infraestructura física aunque no tiene espacios al aire libre. Posee buenos recursos tecnológicos como lo son computadores (1 por cada estudiante), tablero electrónico, biblioteca y su bibliotecario. Dentro del personal docente se tienen 12 educadores cuyo grado de escolaridad mínimo es el grado de licenciado. Cabe señalar, que en ésta sede se orientan las áreas por profesorado, desde las fortalezas de cada educador más no desde su título profesional ya que solo hay tres licenciados en áreas específicas (inglés, humanidades y lengua castellana y el de matemáticas) que hasta hoy se desenvuelven en esas áreas.

La población objeto de esta investigación serán 190 estudiantes del grado quinto (entre niños y niñas) cuya edad promedio es de 10 años y su estrato socio económico va desde 1 hasta el tres.

Los grupos familiares de estos estudiantes en su gran mayoría son familias nucleares y ya en menor número son familias mixtas y en una extensa minoría familias monoparentales.

Desde la parte académica directamente hablando, estos son los estudiantes que realizaron las Pruebas Saber en 2013, quienes estuvieron con un nivel muy bajo en el área de matemáticas dejando la institución por debajo del promedio nacional.

3. Diseño metodológico

El desarrollo de este trabajo final de maestría se llevara a cabo en cuatro fases: Fase de caracterización, fase diseño e implementación, fase de aplicación y fase de análisis y evaluación. En cada una de estas fases se llevaran a cabo una serie de actividades tendientes a responder la pregunta ¿Qué situaciones en el aula de clase tienden a desarrollar el pensamiento variacional en los estudiantes del grado quinto? ¿Qué acciones favorecen el paso de la aritmética al álgebra adecuadamente?, esto basado en la premisa de que al ir desarrollando articuladamente los procesos del álgebra con los procesos aritméticos en la básica primaria, los estudiantes no tendrán ningún fracaso en el área de matemáticas en los grados posteriores.

3.1 Tipo de Investigación: Profundización de corte monográfico

Esta investigación se realizará en un nivel de profundización bajo un corte monográfico, en ella se analizará el proceso por el cual los estudiantes de básica primaria después de realizar una secuencia didáctica que parte de la adaptación de un cuento infantil y siguiendo los pasos para llegar a la generalización de Mason (1985), podrán hacer la generalización de los patrones geométricos que allí encontrarán.

3.2 Método

El desarrollo de esta investigación está permeada por el método inductivo. En este trabajo los estudiantes hallarán la forma de generalizar los patrones geométricos que se presentarán en una secuencia didáctica basada en la adaptación de un cuento infantil llamado “El diablo de los números” especialmente el capítulo titulado como “la quinta noche”

Alrededor de esta secuencia didáctica los estudiantes pasarán por cuatro etapas en las cuales realizarán diferentes actividades. Cada etapa exige un proceso de pensamiento cada vez más organizado (ver, decir, describir y verificar y generalizar).

- **Ver:** en esta etapa, los estudiantes analizarán en qué forma está cambiando una figura (ya sea aumentando o disminuyendo y de cuánto en cuánto lo hace) la forma o el valor de una sucesión o secuencia de figuras.
- **Decir:** en esta etapa, hará conjeturas sobre la forma o el valor del siguiente término, llenando los espacios vacíos en una secuencia. Expresar en forma oral, por escrito o por medio de dibujos, los términos siguientes en una secuencia.
- **Describir:** en esta etapa los estudiantes formularán procedimientos que le permita reproducir los términos siguientes de la serie.
- **Verificar y generalizar:** Por último, ellos corroborarán o refutarán las conjeturas o los procedimientos de las etapas anteriores dando un paso importante hacia la generalización del patrón presentado.

Cómo puede notarse, cada etapa necesita de la otra; cada una de ellas se basa en la anterior; cada una requiere del proceso mental de la otra. De este modo el estudiante, logrará, partiendo de lo particular (ver), llegar a lo general (generalización del patrón).

3.3 Enfoque: Estudio de casos

En este trabajo final de maestría, se analizará como ocurre el proceso de generalización de patrones geométricos en estudiantes del grado quinto después de vivir una experiencia de aprendizaje guiada desde una secuencia didáctica que parte de la adaptación de un cuento infantil; por ello, los estudiantes de estos grados se convertirán en la fuente principal para obtener la información que posteriormente será interpretada.

Estos estudiantes se someterán a dos pruebas: un pre-test de rendimiento antes de la secuencia didáctica y, a un pos-test de rendimiento después de la secuencia didáctica. Cada uno de estos test serán valorados con una calificación de 1.0 a 5.0, siendo 1.0 el valor más bajo y 5.0 el valor más alto. Esta escala 1.0 a 5.0 es la escala aceptada institucionalmente.

Estas valoraciones suministrarán los datos que serán analizados e interpretados cualitativa como cuantitativamente. Para ello se realizarán pruebas pareadas en un software para comparar los promedios de las calificaciones obtenidas antes y después de la implementación de la secuencia didáctica.

Con el análisis de estos datos se pretende reconocer si las actividades con patrones geométricos, son o no, un buen camino para desarrollar el pensamiento variacional en los niños y niñas de la básica primaria.

3.4 Instrumento de recolección de información

Los datos que se recopilarán para el levantamiento de la información en esta investigación serán fruto de dos test:

Un pre-test de rendimiento que se realizará antes de la realizar la secuencia didáctica y un pos-test de rendimiento que se realizará después de desarrollar la secuencia didáctica. Ambos, pre-test y pos-test serán valorados con una calificación entre 1.0 y 5.0

Estas valoraciones serán analizadas cualitativamente y cuantitativamente. El análisis cuantitativo se realizará con el software R-project a través de unas pruebas pareadas múltiples. El análisis cualitativo se realizará por medio de rúbricas de evaluación tanto para el pre-test como para el pos-test. El análisis se hará contrastando los resultados obtenidos en el pre-test y en el pos-test tanto del grupo control como del grupo experimental.

3.4.1 Tratamiento y procedimiento para el análisis de la información

La propuesta para la generalización de patrones geométricos implementada en este trabajo final de maestría se realizó seleccionando dos muestras poblacionales de estudiantes del grado quinto.

Al grupo que se le aplicó la propuesta de enseñanza fue denominado Grupo Experimental (GE) y el grupo que continuó su proceso normal en el aula y que no se le aplicó la propuesta se llamó Grupo Control (GC).

El tener dos grupos (Experimental y Control) es con el fin de obtener un punto de referencia para comparar la información y así conocer el verdadero impacto que tiene la propuesta y tener a su vez, unas conclusiones muy precisas.

El grupo experimental está compuesto por un grupo completo de estudiantes, en total 35 estudiantes (5E) y el grupo control compuesto por un grupo completo de estudiantes, en total 38 estudiantes (5C).

A continuación de la selección de los grupos se realizó en el aula de clases un ejercicio escrito de forma individual denominado pre-test de rendimiento cuyo objetivo era servir de diagnóstico de los saberes previos de los estudiantes. Este pre-test fue realizado por los estudiantes del grupo control y el experimental en el mismo día de clases y en un horario diferente. (Ver anexo 5.1)

Dando finalizado el pre-test de rendimiento, se inició el desarrollo de la secuencia didáctica por parte del grupo experimental, utilizando para ello las cuatro horas de clase que se tienen en la semana, así durante dos semanas. El grupo control continúa con los contenidos propuestos para el período académico.

Finalmente, tanto los estudiantes del grupo control como los del grupo experimental realizaron una prueba denominada pos-test de rendimiento diseñado en forma similar al pre-test para que la comparación en el desempeño académico fuera más fácil y así determinar la efectividad de la estrategia de enseñanza implementada. (Ver anexo 5.3).

▪ Análisis cuantitativo de la información

Para el análisis cuantitativo de los datos obtenidos tanto en el pre-test como en el pos-test del grupo control y del grupo experimental, se utilizó el software R-project en el cual se hizo un análisis de varianza (ANOVA) para determinar si hubo diferencias significativas en los promedios de cada prueba por grupo. Este análisis, determinó que si habían diferencias pero sin especificar entre que pruebas y en que grupos.

La siguiente gráfica permite observar los boxplot para cada uno de los grupos control y experimental. Este gráfico evidencia que no hay diferencias en los resultados promedio obtenidos. Por lo cual, se decide hacer una prueba pareada por grupos y por prueba.

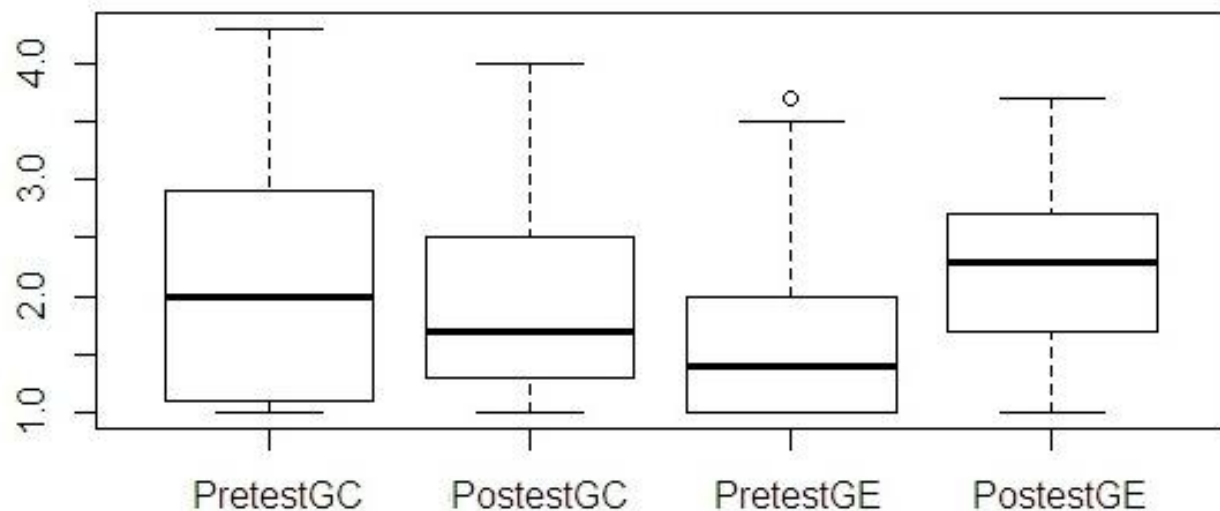


Figura 3-1 Boxplot para los resultados del pre-test y el pos-test.

Las pruebas pareadas se realizan con la técnica de comparaciones múltiples con el método de ajuste de Bonferroni. Esta prueba arroja un valor “p” entre las parejas analizadas, si ese valor “p” es mayor que 0,05 entonces, no hay diferencias entre ese

par analizado, pero si el valor "p" es inferior a 0,05 entonces, si hay diferencias significativas entre el par analizado. El software arrojó el siguiente dato:

```
pairwise.t.test(GENERAL$Puntaje,GENERAL$Tratamiento,p.adj="bonf")
      Pairwise comparisons using t tests with pooled SD
data:  GENERAL$Puntaje and GENERAL$Tratamiento
      PretestGC PostestGC PretestGE
PostestGC 1.000      -          -
PretestGE 0.232      0.776      -
PostestGE 1.000      1.000      0.042
P value adjustment method: bonferroni
```

Figura 3-2 Pruebas pareadas por grupo.

De estas pruebas pareadas se puede concluir que entre el pre-test de Grupo Experimental (GE) y el pos-test del Grupo Experimental (GE) hay diferencias significativas ya que el valor "p" es menor que 0.05 por lo cual, en promedio, el resultado del pos-test es muy superior a los resultados obtenidos en el pre-test en el grupo experimental.

En conclusión, la propuesta de generalización de patrones geométricos ayudó a desarrollar el pensamiento variacional en los estudiantes del grado quinto.

▪ **Análisis cualitativo de la información**

El análisis cualitativo de la propuesta de trabajo final de maestría se realizó mediante las siguientes rubricas de evaluación.

ACTIVIDAD	CATEGORÍA	SUPERIOR	ALTO	BÁSICO	BAJO
	Reproducir y extender un patrón	Reproduce y extiende un patrón en forma gráfica y en forma numérica.	Reproduce y extiende un patrón en forma gráfica o en forma numérica.	Reproduce o extiende en forma gráfica o en forma numérica	No extiende ni reproduce un patrón observado
		Identifica el patrón de	Identifica el patrón	Identifica el patrón	Se le dificulta

1	Reconocimiento de un patrón	cambio en una secuencia de figuras y lo expresa en forma gráfica, numérica y verbal, siendo capaz de reproducirlo en los términos siguientes.	de cambio y lo expresa en forma gráfica, numérica o verbal y es capaz de reproducirlo en los términos siguientes.	de cambio y lo expresa en forma gráfica, numérica o verbal pero no lo reproduce a los términos siguientes.	identificar el patrón de cambio en una secuencia de figuras.
	Reconocimiento de un patrón				
2	Extrapolación de un patrón.	Extrapolación un patrón en forma gráfica y numérica e idéntica el patrón de cambio que presenta la serie	Extrapolación un patrón en forma numérica o gráfica e identifica el patrón de cambio que presenta la serie.	Extrapolación un patrón en forma gráfica o numérica pero no identifica el patrón de cambio de la figura.	Se le dificulta extrapolar patrones en forma gráfica o numérica como tampoco identifica el patrón de cambio de la serie de figuras.
3	Extensión de patrones.	Extiende un patrón en forma gráfica y en forma numérica e identifica todos los elementos que forman la serie.	Extiende un patrón en forma gráfica o en forma numérica e identifica todos los elementos que forman la serie.	Extiende un patrón en forma numérica o gráfica e identifica algunos elementos que forman la serie.	Se le dificulta extender un patrón en forma numérica o gráfica e identificar los elementos que forman la serie.
	Reconocimiento de los variantes y los invariantes	Distingue en una serie de figuras los elementos que permanecen constantes y los que varían completando en forma correcta las partes en blanco del diseño e identifica el patrón de cambio.	Distingue en una serie de figuras los elementos que permanecen constantes y los que varían completando en forma correcta las partes en blanco del diseño pero no identifica el patrón de cambio.	No distingue en una serie de figuras los elementos que permanecen constantes y los que varían y completa en forma correcta las partes en blanco del diseño e identifica el patrón de cambio.	No distingue en una serie de figuras los elementos que permanecen constantes y los que varían y completa en forma correcta las partes en blanco del diseño pero no identifica el patrón de cambio.
	Reconocimiento de los variantes y los invariantes				
	Identificación de patrones	Describe apropiadamente como varía una serie de figuras incorporando en la descripción los elementos de la serie de figuras en su	Describe apropiadamente como varía una serie de figuras e incorpora algunos de los elementos de la serie de figuras en su	Describe en forma desordena como varía una serie de figuras e incorpora algunos de los elementos de la serie de figuras en su descripción.	Le cuesta describir como varía una serie de figuras.

		descripción.	descripción.		
4	Extensión de patrones	Extiende un patrón en forma gráfica y en forma numérica e identifica todos los elementos que forman la serie.	Extiende un patrón en forma gráfica o en forma numérica e identifica todos los elementos que forman la serie.	Extiende un patrón en forma numérica o gráfica e identifica algunos elementos que forman la serie.	Se le dificulta extender un patrón en forma numérica o grafica e identificar los elementos que forman la serie.
	Descripción de patrones	Describe el proceso de variación de una serie de figuras incorporando en su descripción los elementos variantes e invariantes y expresa la secuencia como una suma entre lo variable y lo invariante.	Describe el proceso de variación de una serie de figuras incorporando en su descripción algunos elementos variantes e invariantes y expresa la secuencia como una suma entre lo variable y lo invariable.	Describe el proceso de variación de una serie de figuras pero no incorpora en su descripción los elementos variantes e invariantes y expresa la secuencia como una suma pero no entre lo variante y lo invariante	No describe el proceso de variación de una secuencia de figuras y le cuesta expresar la secuencia como una suma entre lo que varía y lo que no varía.
5	Reconocimiento de patrones geométricos	Identifica apropiadamente el patrón de cambio de una secuencia de figuras y expresa en forma adecuada una regla de formación apoyándose en gráficas o palabras	Identifica el patrón de cambio de una secuencia de figuras y expresa medianamente una regla de formación apoyándose en gráficas o palabras	Identifica el patrón de cambio de una secuencia de figuras y formula una regla de formación muy distante de la regla correcta	No identifica el patrón de cambio de una secuencia y se le dificulta expresar en palabras o en forma gráfica la regla de formación que acompaña esa secuencia.
	Formulación y verificación de reglas de formación	Verifica la validez de la regla de formación de la secuencia de figuras y predice en forma correcta cada figura o término de la secuencia, completando todos los valores de una tabla.	Verifica la validez de la regla de formación de la secuencia de figuras y predice en forma correcta cada figura o término de la secuencia, completando algunos de los valores de una	No verifica la validez de la regla de formación de la secuencia de figuras, predice en forma correcta cada figura o término de la secuencia, completando todos los valores de una tabla.	No verifica la validez de la regla de formación de la secuencia de figuras dificultándosele predecir en forma correcta cada figura o término de la secuencia, y completa algunos

			tabla.		de los valores de una tabla.
--	--	--	--------	--	------------------------------

A su vez, las actividades propuestas tanto en el pre-test como en el pos-test se describen a continuación

PRETEST	Nombre: Kun-fu Panda: Conoce a los guerreros.	
Cantidad de actividades	5	
Nombre de la actividad	Propósito	Número de Preguntas o actividades
Actividad N°1 Tigresa	Determinar los saberes previos que el estudiante trae con respecto al ver y el decir. Para ello el estudiante observará una serie de pentágonos separados por figuras: figura 1, figura 2 y figura 3, y él deberá dibujar la figura 4. Acto seguido, contará las varas de bambú que se utilizaron en la figura 1, en la figura 2 y en la figura 3; en otro momento, comparará la figura 1 con la figura 2 relacionándolas con la pregunta ¿Cuántas varas de bambú le agregó tigresa a la figura 1 para formar la figura 2?; seguidamente, compararía la figura 2 con la figura 3 y las relacionaría con la pregunta ¿cuántas varas de bambú le agregó Tigresa a la figura 2 para formar la figura 3? Esto, con el fin de que el estudiante encuentre un patrón de cambio y así supiera de cuánto en cuánto está cambiando la figura.	3

<p>Actividad N° 2</p> <p>Grulla</p>	<p>Evaluar los saberes previos que frente al “ver” y al “decir” traen los estudiantes.</p> <p>Para lograr esto, los estudiantes observan una serie de figuras y las intentan reproducir en sus fotocopias hasta encontrar un patrón de cambio, de cuanto en cuánto está cambiando la serie, para que luego llene una tabla en la cual aparecen dos variables “Posición de la figura” y “cantidad de varas de bambú”. Por lo cual, el estudiante debe relacionar la posición de la figura observada con la cantidad de varas de bambú que utiliza para su composición.</p>	<p>1</p>
<p>Actividad N°3</p> <p>Mono</p>	<p>Evaluar los saberes previos que frente al “decir” tienen los estudiantes.</p> <p>En esta serie de actividades los estudiantes observan una serie de figuras, en este caso un cuadrado atravesado por dos palos diagonales. El estudiante debe contar la cantidad de palos o varas de bambú con los cuales se hizo cada una de las figuras con respecto a su posición y extendería el patrón hasta la posición 4, así, extendería el patrón tanto en forma gráfica como en forma numérica. Acto seguido, el estudiante que ya debe saber de cuánto en cuánto está cambiando la serie y lo expresará dando la respuesta en la pregunta para ello. No obstante, el estudiante debe hallar el núcleo de la serie (lo que está cambiando) pero también lo</p>	<p>5</p>

	que no lo está haciendo (lo constante) dando respuesta en el espacio para ello.	
Actividad Nº 4 Serpiente	<p>Evaluar los conocimientos previos que el estudiante tiene frente al describir.</p> <p>Inicialmente se le solicita al niño que observe muy bien cada una de las figuras de la serie y que la describa teniendo en cuenta lo que está arriba y lo que está debajo, que contará la cantidad de cuadros que tiene arriba y los cuadros que tiene abajo e hiciera lo mismo en cada una de las figuras 1, 2, 3 para que luego él extendiera el mismo patrón en las figuras 4, 5 y 6 en los lugares dispuestos para ello. De esta forma, él puede determinar lo que cambia (parte de abajo) y de cuánto en cuánto cambia y lo que no cambia (lo de arriba) y con estos datos expresar cada figura (desde la figura 1 hasta la figura 6) como una suma entre lo que cambia y lo que no cambia.</p>	2
Actividad Nº 5 Mantis	<p>Evaluar las acciones del describir y el verificar. Nuevamente, la acción parte de una secuencia de figuras que guardan un patrón entre ellas. En este caso, se trata de una serie de casas denominadas figura 1, figura 2 y figura 3. En ella, el estudiante recoge todo lo que ha hecho anteriormente, buscar el patrón de cambio en la figura, que cambia y que permanece sin cambiar en cada una de las figuras para que a través de una regla verbal generar un</p>	2

	procedimiento que le permita reproducir el mismo patrón para luego extenderlo a otras figuras (figura 18, 32, 34, 77 y 100) determinando en cada una de ellas la cantidad de varas de bambú necesarias para formar cada figura y con estos datos llenar una tabla.	
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

En pos-test es una herramienta utilizada para cualificar los saberes alcanzados por los estudiantes después de haber sido intervenido con la secuencia didáctica. Cada una de las actividades en él propuestas, parte de una secuencia de figuras que guardan un patrón determinado, el estudiante pasará por el ver, el decir, el describir y el verificar como acciones que llevan a la generalización de patrones geométricos.

POS-TEST	Nombre: La Sexta noche (Adaptación)	
Cantidad de actividades	4	
Nombre de la actividad	Propósito	Cantidad de actividades o preguntas
Actividad N°1 Las casas	Evaluar el desempeño del estudiante frente a las acciones del ver y el decir. El estudiante parte de observar una secuencia de figuras (casas) las cuales deberá analizar contar la cantidad e palitos por las cuales está formada cada una de ellas (casa 1, casa 2, casa 3) y acto seguido extenderá el patrón hasta la casa 6. En este serie de figuras, el estudiante además, deberá identificar el patrón que sigue la secuencia (debe indicar de cuánto en cuánto está cambiando la serie) y responderlo en el	4

	<p>espacio para ello lo puede hacer apoyado en palabras o gráficamente. A su vez también deberá reconocer los elementos que están cambiando y los que permanecen sin hacerlo para luego responderlo en el espacio dispuesto para ello, lo puede hacer apoyándose en forma escrita o en forma gráfica.</p>	
<p>Actividad Nº 2</p> <p>Torres con cocos</p>	<p>Evaluar la adquisición de los desempeños en el ver y el describir.</p> <p>Se le presenta al estudiante una serie de torres realizadas con cocos por el diablo de los números. Primero el estudiante analiza la secuencia y determina de cuánto en cuánto está cambiando, si está aumentando o si está disminuyendo en qué parte lo hace si arriba o abajo o a los costados. Seguidamente el niño o niña debe extrapolar el patrón observado llenando los espacios en blanco dispuestos para dibujar las torres de cocos faltantes.</p> <p>El proceso de cambio él lo hará en forma descriptiva.</p> <p>Seguidamente, explicará como hizo para construir las figuras que dibujo en el paso anterior tratando que en su respuesta aparezca una buena relación entre lo variable y lo que no varía y el patrón de cambio que tiene la secuencia</p>	<p>4</p>
	<p>Evaluar el desempeño en el alcance de las</p>	

<p>Actividad N° 3</p> <p>Las palas</p>	<p>acciones del describir.</p> <p>En esta secuencia de figuras el estudiante debe primer encontrar un patrón de cambio o una unidad que se repite o se agrega en cada figura (figura 1, figura 2, figura 3), este patrón o esta unidad que se repite a lo largo de la secuencia la pintará de rojo y, de azul lo que no cambia y así con ello describirá la secuencia como una suma de lo que cambia y lo que permanece sin cambiar (de lo rojo y lo de azul) fortaleciendo en ellos también el ver. Con la anterior información, el estudiante, llenará una tabla, la cual tiene dos variables (Figura y cantidad de palitos) la cual lo hará extrapolando y extendiendo el patrón observado hasta la figura 12; para que al final, describa el patrón de cambio que tiene la figura o sea de cuánto en cuánto está cambiando la figura.</p>	<p>3</p>
<p>Actividad N° 4</p> <p>Torres con cubos de hielo</p>	<p>Evaluar los desempeños alcanzados por los estudiantes en el describir y el verificar.</p> <p>En ésta última secuencia de figuras el estudiante expresará un procedimiento verbal que le permita repetir el patrón observado y hallar el siguiente término de la secuencia para ello deberá analizar muy bien la secuencia (lo que cambia, lo que no cambia, de cuánto en cuánto lo hace y la posición de la figura). Luego este procedimiento observado, lo verificará llenando una tabla que contiene las posiciones</p>	

	de las figuras 2, 3, 5, 8, 15, 27 y en cada una de estas figuras deberá indicar la cantidad de palitos para formar cada figura y a su vez lo hará desarrollando el algoritmo que utilizó para hallar cantidad de palitos en cada una de las figuras; todo esto quedará registrado en una tabla	
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

Describir cualitativamente los alcances obtenidos durante este trabajo final de maestría es muy satisfactorio, ya que permite que nos introduzcamos en un mundo en el cual, los procesos cuantitativos, no nos permite hacerlo, como los niveles de pensamiento alcanzado por los estudiantes, el clima escolar bajo el cual se desarrolló la propuesta y las dificultades presentadas durante la misma.

Antes de hacer este análisis, es importante precisar que tanto el pre-test como el pos-test, medían a los estudiantes sobre las cuatro etapas que llevan a los estudiantes a la generalización: ver, decir, describir y verificar (Mason, 1985).

El desarrollo del pre-test y del pos-test, evidencian que los estudiantes alcanzan con éxito la etapa del “ver” ya que las actividades propuestas para evaluar esta etapa fueron desarrolladas efectivamente; los estudiantes continuaban dibujando las secuencias de figuras, llenaron correctamente los espacios en blanco, dibujaron correctamente las figuras faltantes ubicando la cantidad de palitos, cuadritos o cubos que debían tener y más aún, las dibujaban en el lugar correspondiente, sabían además cuántos palitos, cuadros o cubos debían tener las figuras que continuaban en la serie. Pero también el pre-test posibilitó afirmar que los procesos sobre el decir, el describir y el verificar, no estaban desarrolladas en los estudiantes.

Ya en el pos-test, la mayoría de los estudiantes logran hallar los variantes y los invariantes (el patrón de cambio y lo constante) y lo expresaron en forma oral, escrita y a través de dibujos, logrando alcanzar así un nuevo proceso de pensamiento el “decir”. En su gran mayoría también, descubren como cambia la serie siendo capaces de

expresar en palabras la cantidad de palos, cuadros o cubos que tenían las figuras siguientes, pero se les dificultaba proponer un procedimiento que los llevara a reproducir los términos siguientes de la serie, por lo cual se le dificultó verificar si con esos procesos realmente se podía reproducir el patrón.

En conclusión, los estudiantes avanzaron del “ver” hasta una dimensión del “describir”.

Con respecto al ambiente de clase, se pasó de una clase plana, trabajada bajo contenidos y cuyos logros eran propuestos bajo estos contenidos, en los cuales los estudiantes llegan tensionados, respondiendo con pereza y temor al fracaso, con angustia en su rostro y pidiendo que se acabe rápidamente la clase de matemáticas, a un espacio cordial, en el que todos quieren participar, en el que se divierten dibujando, escribiendo y pensando; discutiendo con sus compañeros acerca de la figura que continúa, de lo que cambia y de lo que no cambia; confrontando entre todos los hallazgos frente a la serie observada. Durante estas dos semanas, hubo rostros felices, hubo conversación, disenso y consenso, no se respiraba aire lleno de tensiones, realmente disfrutaron mucho de la secuencia didáctica a medida que desarrollaban su pensamiento. Lo primero que preguntaban al inicio de la clase era si se iba a seguir con la actividad de Robert y el Diablo de los números.

Entre la mayoría de los estudiantes se evidenció una marcada dificultad para expresar en forma verbal la regla de formación para la serie o la secuencia observada. Aunque identificaban con claridad el patrón de cambio (lo variable) y los invariantes (lo constante) no era posible que los relacionaran adecuadamente con la posición de la figura y con esos elementos generar dicha regla de formación o un procedimiento que les permitiera reproducir el patrón observado.

3.5 Cronograma

Para cumplir con los objetivos de esta propuesta de trabajo final de maestría se llevará a cabo el siguiente cronograma:

Tabla 3-1 Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Caracterización	Identifica y caracterizar metodologías de enseñanza para desarrollar el pensamiento variacional en los estudiantes de básica primaria.	1.1. Revisión bibliográfica sobre el desarrollo del pensamiento variacional y los patrones geométricos. 1.2. Revisión bibliográfica acerca de las teorías sobre la enseñanza del álgebra en la básica primaria. 1.3. Revisión bibliográfica con respecto del lenguaje y su influencia en el desarrollo de las competencias en matemáticas. 1.4. Revisión bibliográfica de los estándares de competencias enfocados al pensamiento variacional.
Fase 2: Diseño e Implementación.	Construir actividades que favorezcan el desarrollo del pensamiento variacional y algebraico a través del lenguaje natural.	2.1 Diseño de pre-test sobre generalización de patrones geométricos 2.2 Diseño y construcción de secuencia didáctica que favorezcan el desarrollo del pensamiento variacional a través de la generalización de patrones geométricos.
Fase 3: Aplicación	Aplicar las actividades propuestas en los grados 5C y 5D de la Institución Educativa Pbro. Luis Rodolfo Gómez Ramírez sede Clara Zuluaga.	3.1. Aplicación del pre-test y de la encuesta de satisfacción en los estudiantes de los grupos 5C y 5D de la institución educativa Pbro. Luis Rodolfo Gómez Ramírez sede Clara Zuluaga. 3.2. Desarrollo de la secuencia didáctica en el grupo 5D de la institución educativa Pbro. Luis Rodolfo Gómez Ramírez sede Clara Zuluaga. 3.3.
Fase 4: Análisis y Evaluación	Evaluar el desempeño de las actividades propuestas por medio de un estudio de caso en los estudiantes de los grados	4.1. Construcción y aplicación de un post-test y de encuesta de motivación al finalizar el desarrollo de la secuencia didáctica. 4.2. Realizar el análisis de los resultados obtenidos

	5C y 5D.	después de desarrollar la secuencia didáctica en los estudiantes de los grados 5C y 5D de la institución educativa Pbro. Luis Rodolfo Gómez Ramírez sede Clara Zuluaga.
--	----------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Finalmente, en la Tabla 3-2 se determinan los tiempos, para el desarrollo de cada actividad de la Tabla 3-1. Dividiendo el tiempo en 16 semanas (4 meses), tiempo que corresponde al semestre académico para la ejecución del trabajo final.

Cabe anotar que el cronograma planteado, corresponde a estimaciones en el tiempo de las actividades y no será camisa de fuerza para el desarrollo de estas.

Tabla 3-2 Cronograma de actividades

ACTIVIDADES	SEMANAS															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Actividad 1.1	X	X														
Actividad 1.2			X	X												
Actividad 1.3					X	X										
Actividad 1.4							X	X								
Actividad 2.1					X	X	X	X								
Actividad 2.2					X	X	X	X	X							
Actividad 3.1										X	X	X				
Actividad 4.1													X			
Actividad 4.2														X	X	X

4. Conclusiones y trabajo futuro

A continuación se presentan las conclusiones de este trabajo final de maestría y el trabajo a futuro que se podría realizar en etapas posteriores buscando beneficiar el aprendizaje de los estudiantes en matemáticas en la básica primaria.

4.1 Conclusiones

Los proyectos de aula se convierten en una herramienta valiosa para el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, ya que lleva a los estudiantes a realizar un proceso lógico porque observan; dicen lo que ven expresándolo de diferentes maneras; describen el proceso que observan y luego lo verifican, lo cual abre las puertas para una posterior generalización.

Aunque fueron muy pocos los estudiantes que llegaron a la generalización de patrones geométricos, se puede decir que la gran mayoría de ellos que estaban en la etapa del “ver” (reproducían el patrón y lo extendían) llegaron hasta la etapa del “describir” que es un proceso más complejo, porque en él deben formular una regla de formación que les permitiera reproducir el patrón y con esa regla hallar los términos siguientes de la secuencia. Determinar esta regla de formación es un proceso que requiere de los estudiantes mucha actividad mental, porque los estudiantes debían encontrar una relación entre los variantes y los invariantes, el patrón de formación y la posición de la figura y entrelazar estos elementos en un algoritmo de tipo función lineal. Por lo cual se puede decir que los resultados en relación con el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, fue muy significativo.

Este trabajo final de maestría se convierte en un trabajo innovador ya que aborda las matemáticas de una forma distinta conduciendo el pensamiento de los estudiantes a otras dimensiones, saliéndose del método tradicional algorítmico y por contenidos generando libertad de pensamiento. A su vez, cobra importancia porque en ella se evidencian todos los procesos generales de la actividad matemática. La formulación, tratamiento y resolución de problemas, porque toda la actividad se presenta como un reto para los estudiantes lo cual hace que el estudiante lo quiera solucionar; la comunicación, porque desde el decir y el describir los estudiantes comparten significados de palabras, símbolos o frases haciendo que lleguen a acuerdos entre compañeros propiciando el trabajo en equipo; el razonamiento, evidenciado en el modo en que es conducido el estudiante por las preguntas y actividades orientadas desde el ver hasta el describir y verificar como camino para la generalización de los patrones geométricos; la modelación, cuando después de describir los procesos de cambio en la secuencia el estudiante formula un procedimiento; la ejercitación de los procedimientos, al tener que completar tablas en las cuales debe aplicar los procedimientos antes mencionados.

Aunque no se hizo una evaluación de satisfacción y motivación de la intervención realizada, se evidencia por parte de los estudiantes una mejor actitud hacia la clase de

matemáticas, no se respiraba esa sensación de molestia en los estudiantes, ellos actuaban con mayor libertad encontrando muchas formas de actuar al momento de resolver las situaciones. Los y niñas se veían felices, tranquilos, disfrutaban de lo que hacían y les gustaba leer que sus personajes favoritos (personajes de kun-fu Panda y Robert un niño como ellos) hacían matemáticas.

La labor del docente también fue enriquecida porque fue el quien estructuró las actividades en forma coherente para que de esa forma el estudiante actúe y piense. Se vuelve gratificante observar a los estudiantes (nuestra razón de ser) realizando todas las actividades con alegría y libertad sin sentir la sensación de tensión y angustia en el desarrollo de las actividades.

4.2 Trabajo futuro

Es evidente que la atención de los niños y niñas es muy dispersa, por lo cual, se necesitan estrategias interesantes que logren captar su atención. Es labor del educador generar estas estrategias para centrar la atención de los estudiantes y aprovechar ese espacio para guiar su pensamiento. También es cierto que ellos aprenden haciendo y que no solo una valoración cuantitativa de los desempeños alcanzados da cuenta de su proceso de aprendizaje.

Por lo cual, el trabajo a futuro de este trabajo final de maestría estará encaminado al desarrollo de secuencias didácticas en las cuales se introduzca el material concreto (palos, cuadrados y cubos) con los cuales el estudiante podrá formar los patrones indicados. Así se estaría agregando una etapa más en el proceso de generalización, la etapa manipulativa.

También es importante tener en cuenta realizar encuestas de percepción de las clases de matemáticas por parte de los estudiantes y de los padres de familia que posibiliten la medición del nivel de satisfacción que ellos tienen de las clases y de las matemáticas mismas.

5. Anexos

En este capítulo se presenta la documentación que ayuda y facilita la lectura de este trabajo final de maestría.

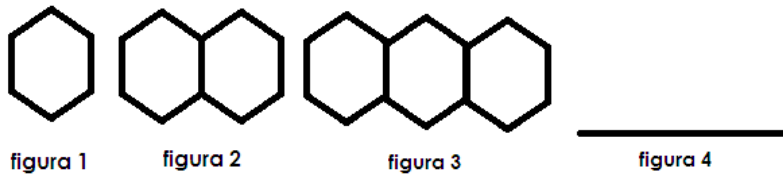
5.1 Pretest: Kun-fu Panda: Conoce los guerreros (adaptación)

KUNG-FU PANDA: CONOCE A LOS MAESTROS

Todos en el Valle de la paz conocían la leyenda del Guerrero Dragón. Se decía que este gran héroe salvaría al valle en su hora más oscura. El maestro Oogway sería el encargado de escoger al Guerrero Dragón y el maestro Shifu ya tenía sus cinco candidatos: Tigresa, Grulla, Mono, Serpiente y Mantis.

El maestro Oogway conocía de los poderes de cada uno de ellos y sabía que eran muy buenos en el kung-fu, así que decidió hacerles una prueba de inteligencia. A cada uno de ellos les dio una torre de varas de bambú y les pidió que hicieran secuencias de figuras.

1. Tigresa, valiente, fuerte y leal tenía un poderoso estilo de kung-fu que provocaba temor. Ella haciendo uso de las varas de bambú realizó la siguiente secuencia de figuras, y les hace la siguiente pregunta, ¿Cuántas varas de bambú utilizaré en la figura cuatro?



Ayúdales a los demás valientes a responder la pregunta de tigresa, para ello responde las siguientes preguntas.

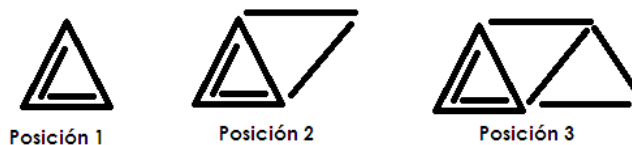
- a) ¿Cuántas varas de bambú utilizó tigresa en la primera figura? ¿Cuántas en la segunda? Y ¿cuántas en la tercera? _____

- b) ¿Cuántas varas de bambú le agregó tigresa a la primera figura uno para formar la figura dos? ¿Cuántas varas de bambú agregó tigresa a la figura dos para formar la figura tres? _____

- c) Dibuja la figura cuatro



2. Grulla, veloz y ágil podía agotar fácilmente a sus enemigos, su estilo de pelea parecía una danza. Con las varas de bambú realizó una secuencia con triángulos y les pide a los otros guerreros que completaran la tabla de acuerdo a la secuencia realizada.



Posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cantidad de varas de bambú	5		9						

3. Mono, era el bromista del grupo pero era un maestro para utilizar las varas de bambú, por eso realizó una secuencia con cuadrados. A sus compañeros les pide que en las líneas de abajo escriban la cantidad de varas de bambú que utilizó para formar cada figura y que realicen la figura de la posición cuatro. También les hace tres preguntas que tú les ayudarás a contestar.



Posición 1



Posición 2



Posición 3



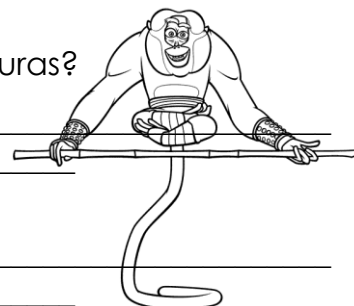
Posición 4

- ¿Qué parte es la que cambia en la secuencia de figuras?

- ¿De cuánto en cuánto está cambiando?

- ¿Qué parte no está cambiando en las figuras?

4. Serpiente es una guerrera hábil que se mueve tan rápido como un relámpago y que posee un golpe mortífero. Ella con gran velocidad y agilidad amarró sus varas de bambú formando cuadrados y con ellos realizó la siguiente secuencia de figuras.



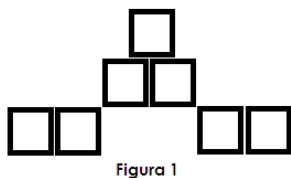


Figura 1

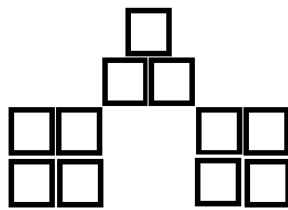


Figura 2

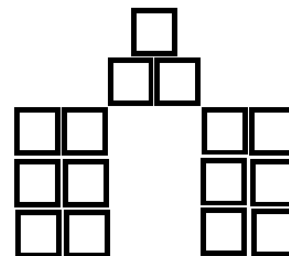


Figura 3

Serpiente pide a sus compañeros que dibujen las figuras 4, 5 y 6 y que expresen la cantidad de cuadritos usados en cada figura, como una suma de lo que cambia y lo que no cambia.

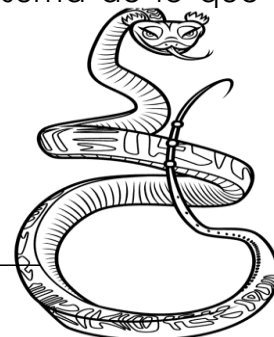


Figura 4

Figura 5

Figura 6

Figura 1: $___ + ___ = 7$

Figura 2: $___ + ___ + ___ = 11$

Figura 3: $___ + ___ + ___ + ___ = 15$

Figura 4: $___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ______$

Figura 5: $___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ______$

Figura 6: $___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ______$

5. Mantis es el más pequeño pero es increíblemente veloz, casi invisible en combate, con su gran agilidad realizó una secuencia de casas.

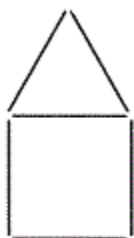


Figura 1

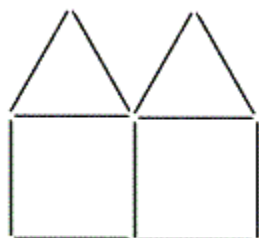


Figura 2

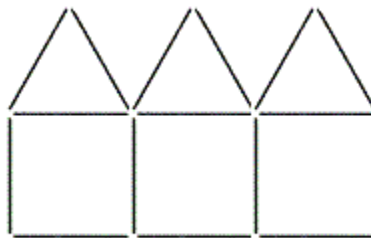
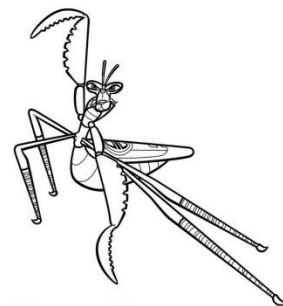


Figura 3



Mantis propone a sus compañeros que encuentren una receta de operaciones matemáticas que le permita adivinar con mucha velocidad la cantidad de

varas de bambú necesarias para formar cualquier figura de la serie, y aplicando esa receta llenar la siguiente tabla.

Figura	1	2	3	18	32	54	77	100
Varas de bambú	6	11	16					

5.2 Secuencia didáctica “La quinta noche (adaptación)”

Capítulo 5
La quinta noche

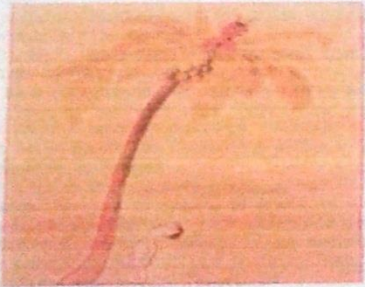
De repente, se había acabado Robert esperó en vano a su visitante del reino de los números. Por la noche se iba a la cama como siempre, y la mayoría de las veces soñaba, pero no con calculadoras grandes como sofás y cifras saltarinas, sino con profundos agujeros negros en los que tropezaba o con un desván lleno de baútes viejos de los que salían gigantescas hormigas. La puerta estaba cerrada, no podía salir, y las hormigas le trepaban por las piernas. En otra ocasión quería cruzar un río de caudalosas aguas, pero no había puente, y tenía que saltar de una piedra a otra. Cuando ya esperaba alcanzar la otra orilla, se encontraba de pronto en una piedra en medio del agua y no podía avanzar ni retroceder. Pesadillas, nada más que pesadillas, y ni por asomo un diablo de los números.

Normalmente siempre puedo escoger en qué quiero pensar, cavilaba Robert. Sólo en sueños tiene uno que soportarlo todo. ¿Por qué?

-¿Sabes? -le dijo una noche a su madre-, he tomado una decisión. De hoy en adelante no voy a soñar más.

-Eso está muy bien, hijo mío -respondió ella-. Siempre que duermes mal, al día siguiente no atiendes en clase, y luego traes a casa malas notas. Desde luego, no era eso lo que a Robert le molestaba de los sueños. Pero se limitó a decir buenas noches, porque sabía que uno no puede explicárselo todo a su madre. Pero apenas se había dormido cuando la cosa volvió a empezar. Caminaba por un extenso desierto, en el que no había ni sombra ni agua. No llevaba más que un bañador, caminó y caminó, tenía sed, sudaba, ya tenía ampollas en los pies... cuando al fin, a lo lejos, vio unos cuantos árboles.

Tiene que ser un espejismo, pensó, o un oasis. Siguió trastabillando hasta alcanzar la primera palmera. Entonces oyó una voz que le resultó familiar.



« ¡Hola, Robert! ». En mitad de la palmera estaba el diablo de los números, abanicándose con las hojas.

-¡Hola, Robert!

Alzó la vista. ¡Sí! En mitad de la palmera estaba sentado el diablo de los números, abanicándose con las hojas.

-Tengo una sed espantosa -exclamó Robert.

-Sube -dijo el anciano.

Con sus últimas fuerzas, Robert trepó hasta donde estaba su amigo. Éste sostenía en la mano un coco: sacó su navaja e hizo un agujero en la corteza. El zumo del coco tenía un sabor maravilloso.

-Hacia mucho que no te veía -dijo Robert-. ¿Dónde te has metido en todo este tiempo?

-Ya lo ves, estoy de vacaciones.

-¿Y qué vamos a hacer hoy?

-Estarás agotado después de tu caminata por el desierto.

-No es para tanto -dijo Robert-. Ya me encuentro mejor.

¿Qué pasa? ¿Es que ya no se te ocurre nada?

-A mí siempre se me ocurre algo -respondió el anciano.

-Números, nada más que números.

-¿Y qué si no? No hay nada que sea más emocionante. ¡Mira! Cógelo.

Puso el coco vacío en la mano de Robert.

-¡Tíralo!

-¿Dónde?

-Simplemente abajo.


Robert tiró el coco a la arena. Desde arriba, se veía pequeño como un puntito.

-Otro más. Y luego otro. Y otro -ordenó el diablo de los números.

-¿Y qué hacemos con ellos?

-Ahora lo verás.


Robert cogió cinco cocos frescos y los tiró al suelo. Esto fue lo que vio en la arena:



-¡Sigue! -exclamó el anciano. Robert tiró y tiró y tiró.


-¿Qué ves ahora?

-Parecen asientos o no sé qué -dijo Robert.



-¿Quieres que te ayude? -preguntó el diablo de los números.

Cogieron y arrojaron, cogieron y arrojaron, hasta que abajo no se veían más que formas de asientos, así:



-Es curioso que los cocos caigan tan ordenados -se asombró Robert-. Yo no apunté, y aunque lo hubiera hecho no soy capaz de acertar así.

-Sí -dijo el anciano sonriendo-, con tanta precisión sólo se apunta en los sueños... y en las Matemáticas. En la vida normal nada cuadra, pero en las Matemáticas cuadra todo. Por lo demás, también hubiéramos podido hacerlo sin cocos. Hubiéramos podido tirar pelotas de tenis, botones o trufas de chocolate. Pero ahora, cuenta cuántos cocos tienen los asientos de ahí abajo.

En realidad el primer asiento o figura tiene cinco cocos; el segundo tiene nueve cocos y el tercer asiento tiene trece cocos; el cuarto asiento tendría diecisiete cocos porque va aumentando de cuatro en cuatro.

-Y el asiento de la figura 89 ¿cuántos cocos tendría?-preguntó el diablo de los números-

-Pues tendría que formar ochenta y nueve asientos y luego contar los cocos.

Puedes adivinarlo por ti mismo -No puedo-dijo Robert-

-Si puedes -afirmó el diablo de los números-

-Observa que el primer asiento tiene como patas cuatro cocos y en la parte de encima hay un solo coco en total $4+1=5$ cocos. El segundo asiento las patas aumentaron cuatro cocos más y la parte de encima quedó igual, o sea que $4+4+1=9$ cocos. En el tercer asiento tiene cuatro cocos más en la parte de las patas y encima permanece igual con un solo coco, por consiguiente $4+4+4+1=13$

Figura 5-1 Adaptación de cuento hoja 1

cocos. -Entonces- el cuarto asiento tendría 4 cocos más y la parte de encima queda igual, o sea que $4+4+4+4+1=17$ cocos en total.

-Ya no hay necesidad de tirar más cocos-dijo Robert-ya sé cómo sigue!
 Veo que hay una parte que cambia y lo hace de cuatro en cuatro y otra parte que no cambia que es constante y es uno, por eso para el
 asiento uno: $4+1=5$ cocos
 asiento dos: $4+4+1=9$ cocos
 asiento tres: $4+4+4+1=13$ cocos
 asiento cuatro: $4+4+4+4+1=17$ cocos

Entonces para el asiento ochenta y nueve solo tendré que multiplicar cuatro por el número del asiento que necesito y al final le sumo uno, entonces necesitaría 357 cocos para formar el asiento ochenta y nueve.

-Bien -dijo el diablo de los números-. Entonces podemos bajar y ponernos cómodos.

El descenso fue sorprendentemente fácil, y cuando llegaron abajo Robert no daba crédito a sus ojos: les esperaban dos tumbonas a rayas blancas y azules, chapoteaba una fuente, y en una mesita junto a una gran piscina estaban preparados dos vasos con zumo de naranja heladito. No me extraña que el viejo haya elegido este oasis, pensó Robert. Aquí se pueden pasar unas vacaciones de fábula. Y mientras estaban recostados en las tumbonas tomando el zumo de naranja, el diablo de los números con su bastón dibujaba y dibujaba figuras en el aire y Robert dibujaba las que seguían con sus dedos.



Una vez que ambos hubieron vaciado sus vasos, el anciano dijo:

-Bueno, podemos olvidarnos de los cocos. Lo que importa son los números y las figuras.

-¿Las figuras?- preguntó Robert- creí que solo te gustaban los números.

-No, no solo me gustan los números pues las figuras también guardan secretos muy especiales y de ellas podemos obtener también números, observa. Y diciendo esto sacó de su bolsillo un manojo de palitos y empezó a formar una serie de figuras.

-Realmente no se detiene ante nada, -pensó Robert para sus adentros-, ya sea el cielo o la arena, el anciano lo escribe todo con sus números y ahora con sus figuras.

-¿Te gustan los animales?-Preguntó el anciano.-Claro, menos las hormigas extrañas que se hacen cada vez más y más grandes. - Respondió Robert-

-Bueno, realizaré unos gusanos inofensivos y cada uno de ellas se utiliza para su formación un número determinado de palitos. -¿Puedes indicarme la cantidad de palitos que se utiliza en cada figura?. Y así dibujó un gusano cuyo cuerpo era un hexágono y sus patas eran triángulos y en cada figura se aumentaba en ocho palitos tres de triángulos y cinco de los hexágonos pues siempre se compartía un palito.

-Es muy fácil- afirmó Robert- sólo tengo ver lo que varía y lo que permanece constante para así hacerme una idea de la ruta que hay que seguir para su formación luego utilizo las operaciones de matemáticas y así sabré cualquier figura de la serie.

-Muy bien Robert- dijo el anciano- Ahora, ¿te molestan las jirafas y los escarabajos?

-No- Respondió Robert-, en realidad las jirafas me parecen muy graciosas cuando corren y los escarabajos son misteriosos.

-Es cierto Robert, pero estamos hablando de matemáticas y buscándolas en las figuras. Y diciendo esto tomó los últimos palitos y realizó una serie de jirafas y de escarabajos, le hizo cuatro preguntas, y le pidió que siguiera la serie de figuras.

-¡Vaya!- Expresó Robert con asombro-. Siempre sacas números de cualquier cosa-

-Sí, es verdad- dijo el diablo de los números- pero espera te muestro lo siguiente.

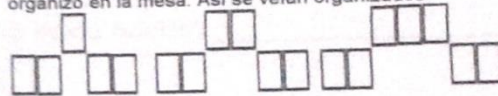
-No hace falta- dijo Robert- Prefiero darme un baño.

-Pero antes te enseño un par de acertijos con estos palitos.

-Es que empiezo a tener calor- refunfuñó Robert- pero está bien, hazlo.
 Dicho esto, tomó el último puñado de palitos realizó una serie de casitas y nuevamente le hizo cuatro preguntas a Robert.

Después de un rato de estar resolviendo acertijos el anciano tomó unos cubitos de hielo de la cubitera y los puso encima de la mesa.

-No es tan grave- Consoló a Robert-. Es exactamente lo mismo que pasaba antes con los cocos, sólo que esta vez lo haremos con cubos de hielo, y diciendo esto los organizó en la mesa. Así se veían organizados



-Por favor -dijo Robert-, no hace falta que me expliques nada. Hasta un ciego vería lo que ocurre aquí, hay algo que cambia y algo que permanece sin cambiar, y como de costumbre hasta el infinito.

-Muy bien-Dijo el diablo de los números-. Perfectamente bien. Eres un buen aprendiz, eso hay que reconocerlo.

-Pero yo quiero bañarme-. Refunfuñó Robert-

-¿Quizá aún quieras saber cómo funcionan los números triangulares, cuadrangulares o pentagonales?

-No, gracias, de verdad que no -dijo Robert. Se puso en pie y saltó al agua.

-¡Espera! -exclamó el diablo de los números-. La piscina entera está llena de números y figuras. Espera un momento a que los saque.

Pero Robert ya estaba nadando, y los números y las figuras se mecían en las olas a su alrededor. Robert nadó hasta que ya no pudo oír lo que le gritaba el anciano, más y más lejos. Porque era una gran piscina infinita, infinita como los números y las figuras e igual de maravillosas.



Figura 5-2 Adaptación de cuento hoja 2

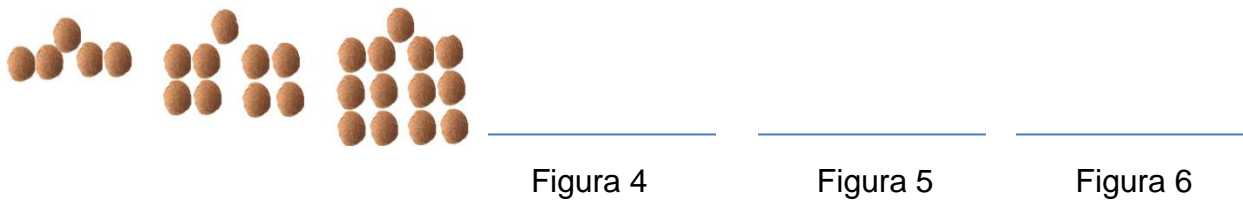
Actividad 1. Preguntas sobre la quinta noche

a) ¿Cómo te imaginas que era el reino de los números? Has una descripción de ese lugar. _____

b) ¿Qué soñaste anoche? _____

c) ¿Con que crees que soñará Robert en la sexta noche? _____

1. Recuerda la situación en la cual el diablo de los números y Robert tiraron y tiraron cocos y formaron la siguiente secuencia. Completa la figura 4, 5 y 6



a) Explica como hiciste para generar las figuras pedidas

b) Completa la tabla

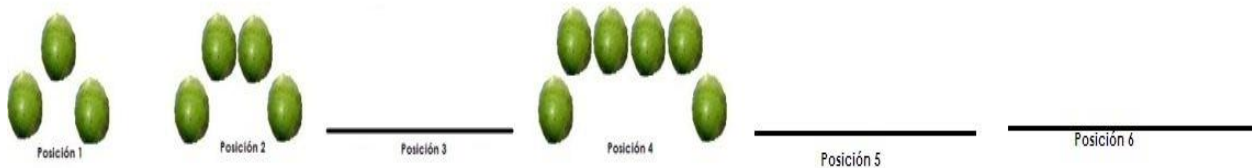
Figura	1	2	3	4	5	6
Cantidad de cocos	5	9				

2. ¿Crees que el procedimiento que utilizó Robert para hallar la cantidad de cocos que necesitaba la figura 89, se puede aplicar para la cantidad de cocos necesarios en la figura 50? _____

Situación 2. Los dibujos en el aire.

Mientras estaban recostados en las tumbonas tomando el zumo de naranja, el diablo de los números dibujaba y dibujaba figuras en el aire y Robert dibujaba las que continuaban en la secuencia con sus dedos.

a) El diablo de los números dibujó la siguiente secuencia de figuras, pero el viento le borró algunas de las que hizo. Realízalas para que Robert pueda continuar la secuencia:



b) Robert continuó la secuencia de figuras propuesta por el anciano pero a su vez le adivinaba la cantidad de cocos que tenía cada figura. En cada línea escribía ese número de acuerdo a la posición, pero le borró unas cantidades par que tú las completes.

_____ 5 _____ 8 _____

Posición 1 Posición 2 Posición 3 Posición 4 Posición 5 Posición 6 Posición 7 Posición 8 Posición 9 Posición 10

c) ¿Por qué crees que Robert lo adivinaba tan fácil? ¿Qué estrategia utilizaba?

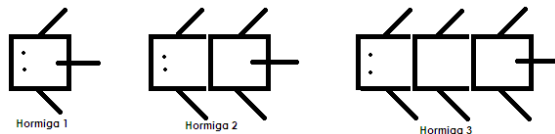
d) Ahora has tú de adivino, ¿Cuántos cocos tendrá la figura de la posición 40?

e) Realiza una secuencia de figuras utilizando cocos

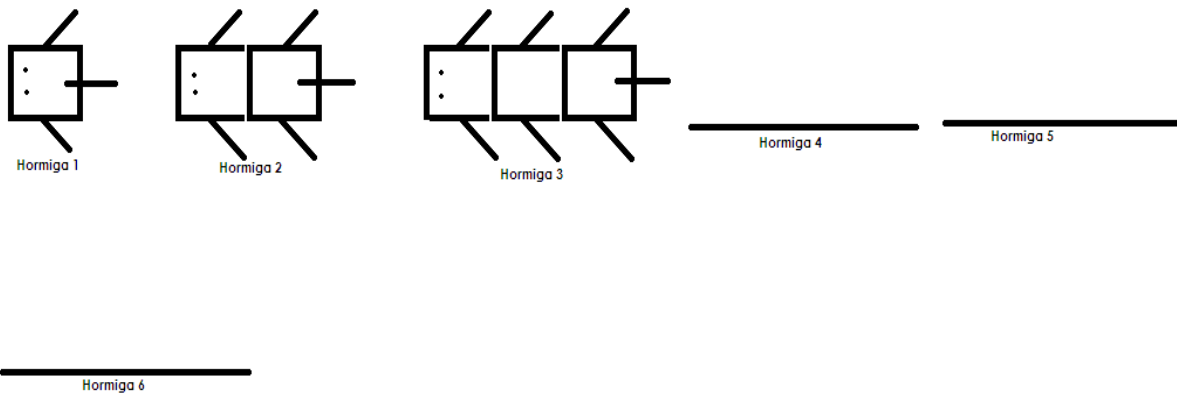
Posición 1 Posición 2 Posición 3

Situación 3. Robert y las hormigas.

De los baúles viejos salían unas hormigas muy particulares que trepaban por las piernas de Robert. Pero estas eran unas hormigas muy ordenas y salían de una en una. Así salían:



a) Fueron muchas las hormigas que se le querían subir a Robert por sus piernas, pero solo alcanzaron a subir seis hormigas, dibújalas en los espacios correspondientes para ellas.



b) ¿Por qué lo hiciste de esa manera?

c) ¿Qué tuviste en cuenta para realizar las hormigas cuatro, cinco y seis?

d) Robert quiso hacer las hormigas con palitos. ¿Cuántos utiliza en cada una de las hormigas?

Hormiga 1= _____ palitos

Hormiga 2= _____ palitos

Hormiga 3= _____ palitos

Hormiga 4= _____ palitos

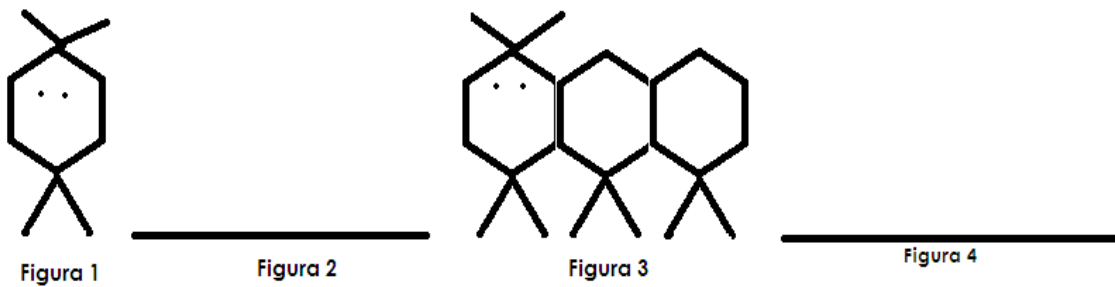
Hormiga 5= _____ palitos

Hormiga 6= _____ palitos

e) ¿Cuántos palitos le agregó Robert a la hormiga uno para formar la hormiga dos?
 ¿Cuántos a la hormiga dos para formar la hormiga tres? ¿Cuántos a la hormiga tres para formar la hormiga cuatro? _____

Situación 4: Los gusanos

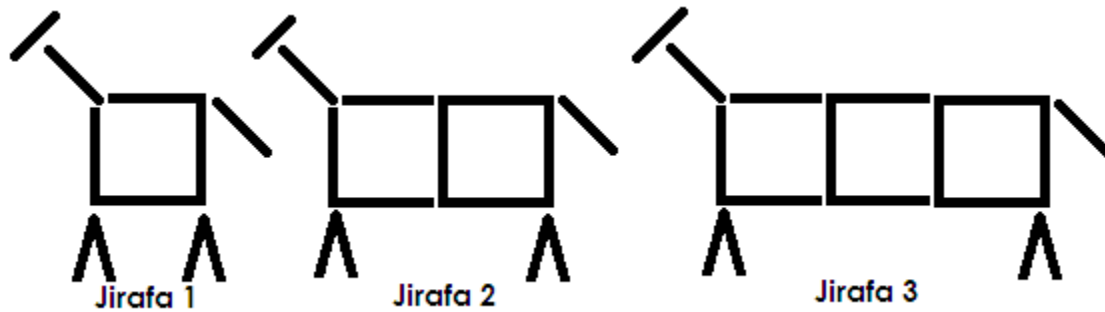
El diablo de los números sacó de su bolsillo un manojo de palitos y empezó a formar una serie de gusanos, pero como Robert estaba descuidado buscando un poco más de zumo de naranja porque tenía mucha sed, el anciano desarmó las figuras dos y cuatro y pidió a Robert que las formará. El observando lo que cambiaba y lo que no cambiaba las formó. Ahora es tu turno, analizando lo que cambia y lo que no cambia, forma los gusanos de las figuras dos y cuatro.



- f) ¿Qué es lo que está cambiando en la figura? _____
- g) ¿Qué es lo que no está cambiando? _____
- h) ¿Cuántos palitos se aumentan de figura en figura? _____

Situación 5: Las jirafas

Siempre ágil, el diablo de los números tenía un nuevo invento en su cabeza o más bien en este caso en su bolsillo. Así que tomó los últimos palillos y realizó una serie de jirafas.



-Muy graciosas- dijo Robert, sobre todo cuando corren. Y cuando dijo esto, el anciano le preguntó:

a) ¿Qué jirafa sigue? Dibújala

 Jirafa 4

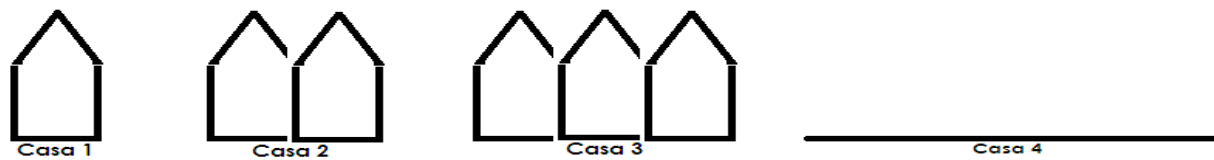
b) ¿Cuántos palillos más tiene la jirafa cuatro, que la jirafa 3?

c) ¿Cuántos palillos más tiene la jirafa 3 que la jirafa dos? _____

d) Sin necesidad de dibujar ¿Cuántos palillos tiene la jirafa diez? _____

e) Si el diablo le quedaban los últimos 45 palillos, ¿hasta qué jirafa podrá formar?

Situación 6: Casas y acertijos



Robert tenía mucho calor, pero el diablo de los números insistía en poner acertijos con palitos, así que después de poner la secuencia de casitas, le pidió a Robert lo siguiente:

a) ¿De cuánto en cuánto cambia la cantidad de palitos usados en cada casa

- b) Marca con color rojo la estructura que se repite o que cambia
- c) Marca con color azul la estructura que no cambia
- d) Escribe como una suma entre lo que cambia y lo que no cambia para indicar la cantidad de palitos usados en cada casita

Casa 1= ____ + ____ = 5 palitos

Casa 2= ____ + ____ + ____ = ____ palitos

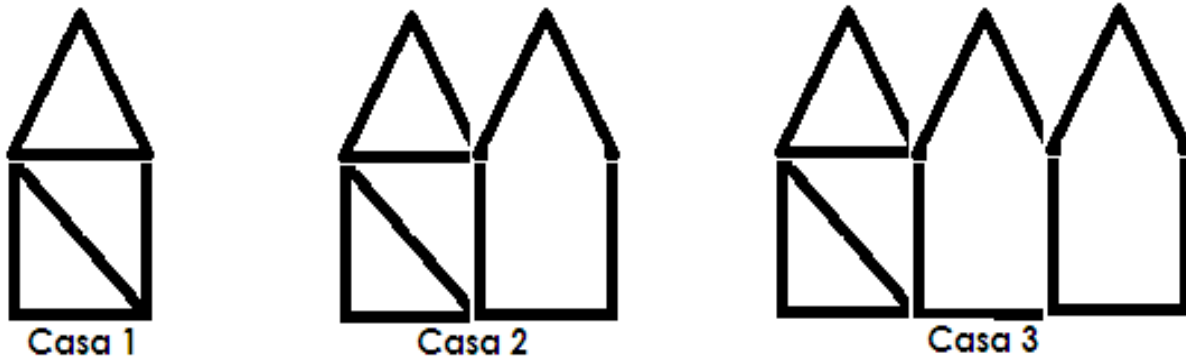
Casa 3= ____ + ____ + ____ + ____ = ____ palitos

Casa 4= ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____ palitos

- e) ¿Encuentras una relación entre la casa a formar y la forma en que aumenta cada figura? _____

- f) ¿Puedes dar una receta matemática que sirva para encontrar la cantidad de palitos que requiere cualquier casita de la serie dibujada por el anciano?

Luego el anciano estructuró lo siguiente y pide a Robert que complete la tabla que relaciona el número de la casa con cantidad de palitos necesarios para estructurarla.



Número de la casa	1	2	3	4	5	6	7	8
Palillos necesarios	7	11						

c) Realiza una secuencia de triángulos que tengan un patrón

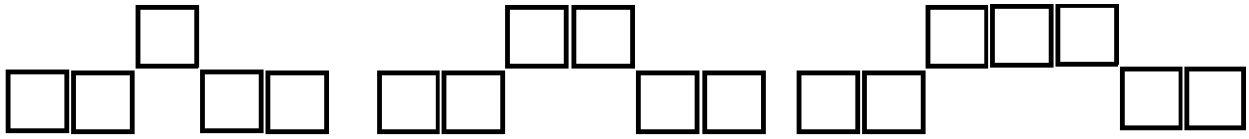
Figura 1

Figura 2

Figura 3

Situación 7: Los cubos de hielo

Realmente hacía calor en la playa. Robert necesitaba refrescar no sólo su cuerpo, sino también su mente, así que el diablo de los números tomó unos cubos de hielo de la cubitera. Le dio unos cuantos a Robert y otros los organizó en la mesa. No le preguntó a Robert por lo que cambiaba, o no cambiaba, ni de cuánto en cuánto estaba cambiando.

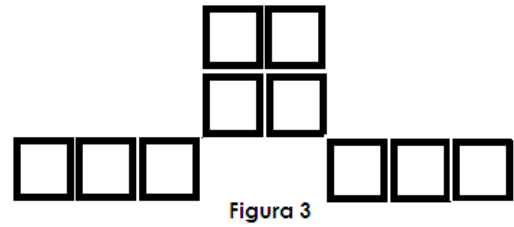
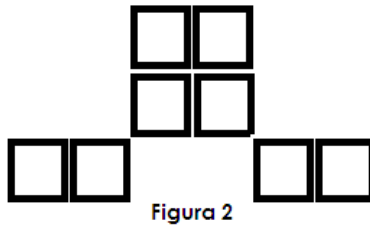
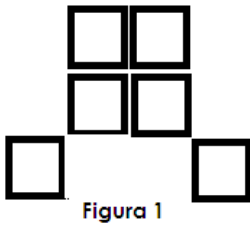


a) Describe cómo realizarías la figura cuatro _____

b) Describe el camino que seguirías para saber cuántos cubitos tiene la figura 18, la figura 30, la figura 42, la figura 57.

c) Realiza una tabla en la cual relaciones la posición de la figura y la cantidad de cubitos de hielo que cada una debe tener de acuerdo a la secuencia establecida.

En un abrir y cerrar de ojos, el anciano reagrupó los cubos de hielo.



d) ¿Qué característica tuvo en cuenta el anciano para realizar cada una de las figuras? _____

e) Describe el procedimiento que debes hacer para formar la figura cuatro:

f) Describe el procedimiento que debes hacer para formar la figura cinco:

g) Describe el procedimiento que tendrías que seguir para hallar la cantidad de cubitos de hielo que se deben emplear de acuerdo a la figura correspondiente.

h) Emplea ese procedimiento para que halles la cantidad de cubitos que utilizarían las figuras: 7, 12, 26, 31, 35, 44, 50, 100. Con esos datos completa la tabla.

Figura	7	12	26	31	35	44	50	100
Cantidad de cubitos								

5.3 Pos-test: La sexta noche (adaptación)

LA SEXTA NOCHE (Adaptación)

Robert anhelaba con ansias la llegada de la noche y así encontrarse con el visitante del reino de los números. Estaba deseoso por mostrarle lo que había aprendido, así que comió, se cepilló, se despidió de su madre, caminó hasta su cama hizo un par de oraciones, cerró sus ojos y esperó...

De repente, escuchó una voz.

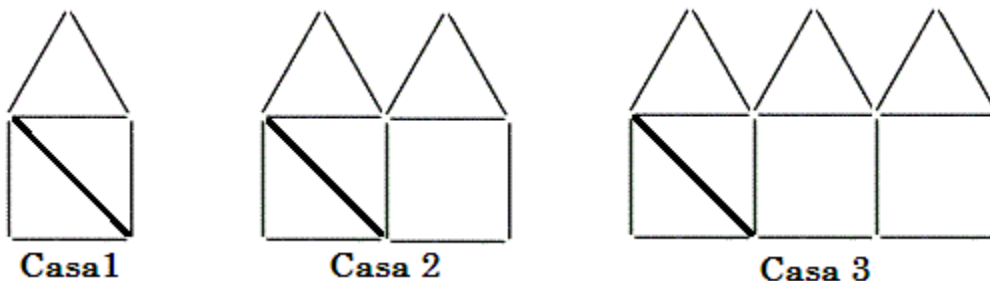
-¿Estás listo?-preguntó el diablo de los números.

-¿Listo para qué?-dijo Robert.

-Para evaluarte. Creí que estabas ansioso por mostrarme lo que has aprendido después de la noche de ayer.

-Si es verdad- Dijo Robert- quiero demostrarte que he aprendido a ver lo que cambia y lo que permanece constante; he aprendido a saber de cuánto en cuánto está cambiando una serie y he aprendido a encontrar una regla general como una receta matemática para una serie que cambia.

-¡Oh! Muy interesante. Entonces empecemos. Observa la siguiente serie.



-¿Cómo sigue la serie de casas? Preguntó el diablo de los números. Dibuja la casa 4, la casa 5 y la casa 6 en los siguientes espacios.

Casa 4

Casa 5

Casa 6

-¿Puedes decir qué está cambiando en la secuencia de figuras?

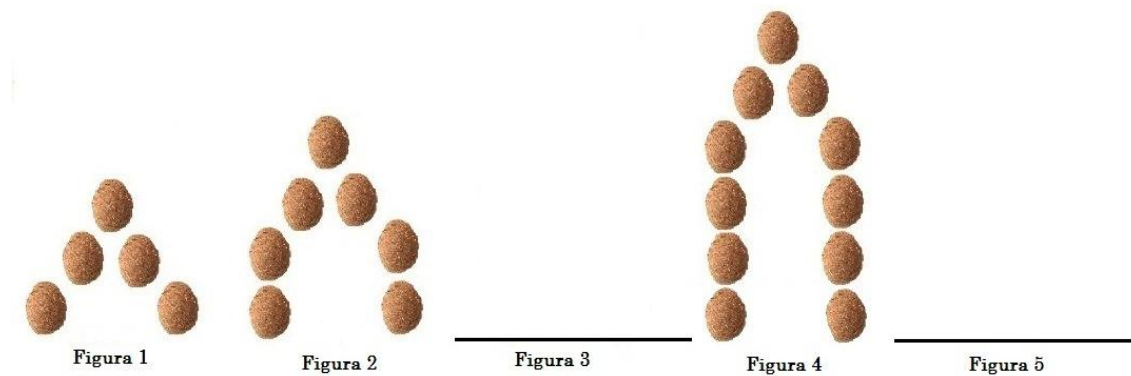
-Dime qué no está cambiando en la secuencia de figuras. _____

-¿De cuánto en cuánto está cambiando la serie casas? _____

-¡Muy bien Robert!- dijo el diablo de los números- Ahora ensayemos con esta otra. ¿Te acuerdas de los cocos de anoche?

-si claro- dijo Robert- por cierto estaba delicioso ese zumo de coco, me refrescó mucho.

-Muy cierto- dijo el diablo de los números, ahora observa.



-Dime Robert- dijo el diablo de los números- ¿cómo está cambiando cada figura? _____

-¿Cómo construirás la figura tres? _____

-¿Cómo construirás la figura cinco? _____

-Es claro Robert que mientras dormías estabas muy atento a todo lo que cambia y permanece constante. Entonces Robert ¿Podrías escribirme como una suma de lo que cambia y lo que no cambia, en la siguiente serie formada con palitos? Observa muy bien las figuras y ayúdame pintando de azul lo que no cambia y de rojo aquello que permanece sin cambiar.

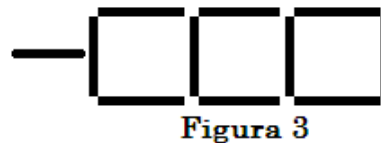
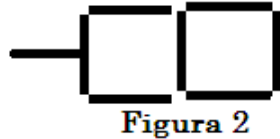
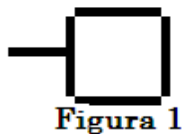


Figura 1: _____ + _____ = _____ palitos

Figura 2: _____ + _____ + _____ = _____

Figura 3: _____ + _____ + _____ + _____ = _____

Figura 4: _____ + _____ + _____ + _____ + _____ = _____

Figura 5: _____ + _____ + _____ + _____ + _____ + _____ = _____

Figura 6: _____ + _____ + _____ + _____ + _____ + _____ + _____ = _____

-¿Puedes completar la siguiente tabla Robert- dijo el diablo de los números- relaciona el número de la figura con la cantidad de palitos que requiere cada una de ellos.

Figura	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cantidad de palitos	5	8			17				29			

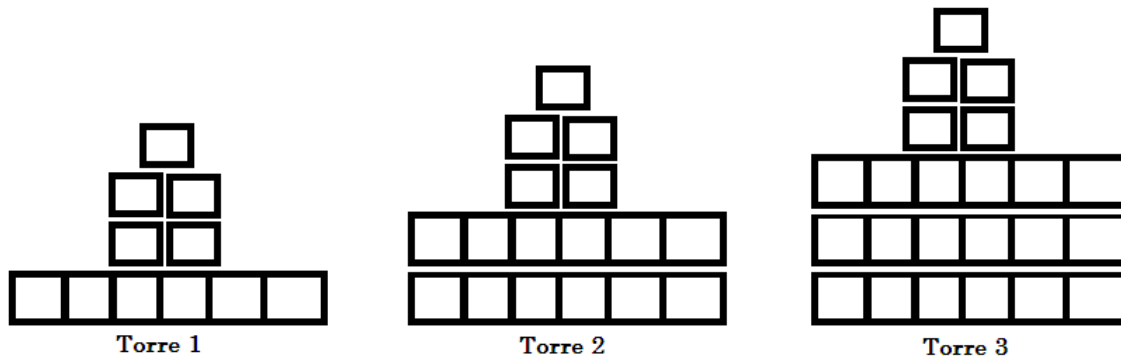
-Cuéntame Robert- dijo el diablo- ¿Qué procedimiento realizaste para hallar la cantidad exacta de palitos en cada figura? _____

_____.

-Hasta aquí Robert has avanzado significativamente, sólo nos falta comprobar algo.

-¿Qué?- Dijo Robert.

-¿Puedes descubrir que proceso matemático hay que seguir para hallar la cantidad necesaria de cubitos en cada figura? Observa la cantidad de cubitos que se requieren en cada torre de cubitos de hielo.



Escribe el procedimiento aquí: _____

_____.

-Completa la tabla Robert- Le propuso el Diablo de los números. En ella desarrolla el procedimiento que corresponde para hallar la cantidad de cubitos necesarios de acuerdo a la Torre a formar.

Torre	2	3	5	8	15	27
Cantidad de cubitos						
Procedimiento						

¡MUCHAS GRACIAS

5.4 Evidencia fotográfica de la implementación de la propuesta de enseñanza.



Figura 5-3 Evidencia 1



Figura 5-4 Evidencia 2

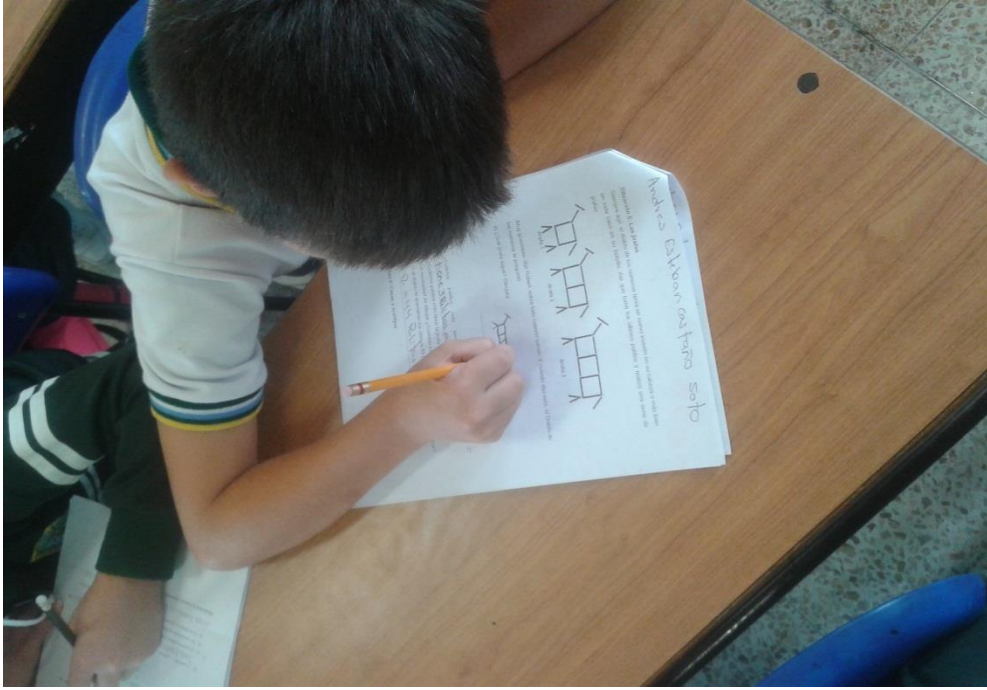


Figura 5-5 Evidencia 3

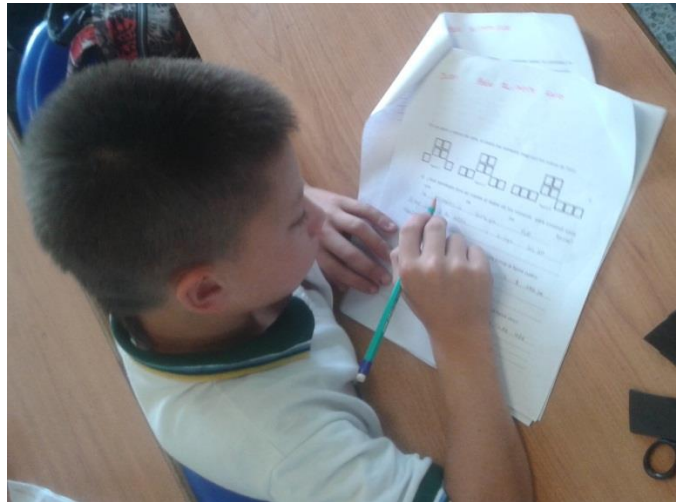


Figura 5-6 Evidencia 4

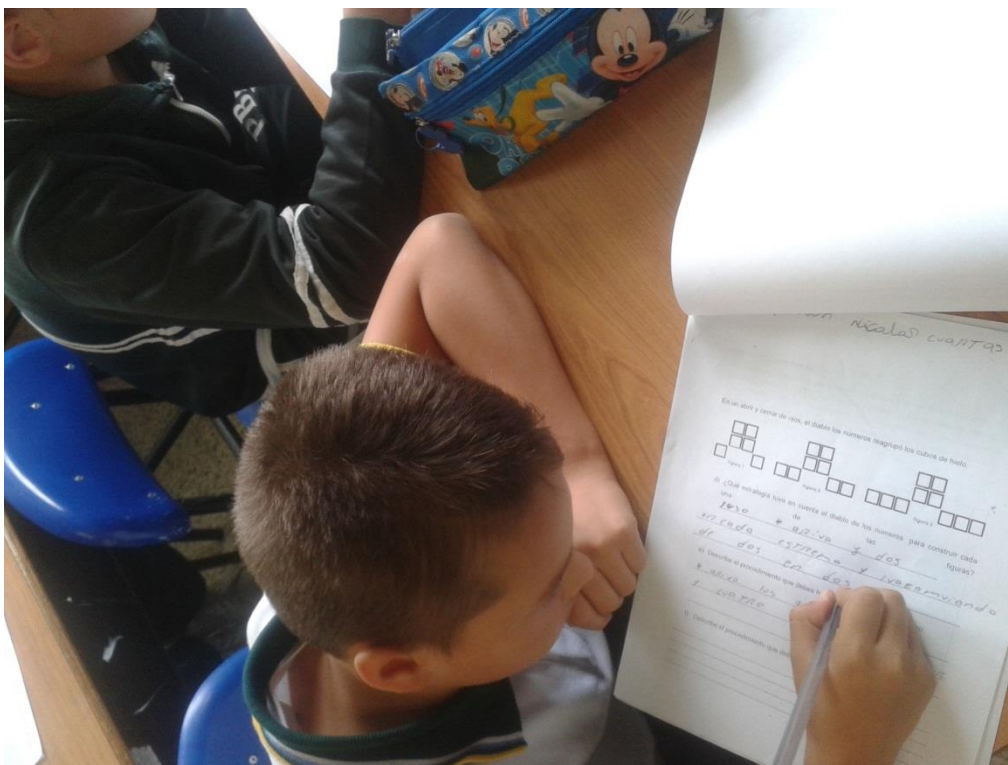


Figura 5-7 Evidencia 5

6. Referencias

- Alcaldía Municipal de El Santuario. (2012). Plan de Desarrollo Económico y Social 2012-2015. El Santuario.
- Barreto, C; Gutiérrez, L; Pinilla, & Parra, C. (2006). Límites del constructivismo pedagógico., 31. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83490103>
- Congreso de la República de Colombia. Ley 115 de febrero 8 de 1994. Ley General de Educación. Santafé de Bogotá, 1994, p50.
- Gaviria, A.(2011). Las funciones como modelo matemático. Informe final de práctica docente. *Universidad Nacional de Colombia*, 1–61. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/8278/1/70812846.2012.pdf>
- Godino, J, Font, V 2000. Razonamiento Algebraico y su Didáctica para maestros. Universidad de Granada. Tomado de: <http://ddm.ugr.es/personal/jdgodino/manual/ralgebraico.pdf>
- Gobernación de Antioquia. (2012). Plan de Desarrollo Departamental 2012-2015.
- González, E.(2001). El proyecto de aula o acerca de la formación en investigación, 1–8. Recuperado de <https://es.scribd.com/doc/181807521/Que-Es-Un-Proyecto-de-Aula-Elvia-Maria-Gonzalez>

-
- Guerrero, F., Sánchez, N., & Lurduy O (2006). *La práctica docente a partir del modelo deca y la teoría de situaciones didácticas*. V festival internacional de matemática.
- Mason, J. (1985). *Rutas hacia el álgebra y Raíces del álgebra*. (C. Agudelo, Trad.)Tunja, Colombia. Tunja: UPTC.
- Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Santafé de Bogotá, 1998, p 131.
- Ministerio de Educación Nacional. Estándares Básicos De Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Santa Fé de Bogotá, 2006, p184.
- OCDE. (2004). *Informe PISA 2003 - aprender para el munda del mañana. Computational Biology and Chemistry* (Vol. 27). Retrieved from <http://www.oecd.org/pisa/39732493.pdf>
- Presidencia de la República. Plan Nacional de Desarrollo. Paz, Equidad y Desarrollo. Santafé de Bogotá 2014
- Sánchez, M. (2013). Intervención didáctica para la enseñanza del álgebra en la escuela primaria. *DME, Cinvestav I.P.N. México*, 1200–1211. Recuperado de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/130.pdf>
- Rivera, E. & Sánchez, L. (2012). Desarrollo de pensamiento variacional en la educación básica primaria: Generalización de patrones numérico., 183. Recuperado de <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/4599>
- Unesco. (2011). Informe Regional sobre la Educación para Todos en América Latina y el Caribe.
- Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la educación matemática. *Revista EMA*, 4, 16 – 31.