Estudio de las técnicas para el análisis de expansión de sistemas hidrotérmicos de generación.

Ana Mercedes Villegas
Interconexión Eléctrica S. A.
Medellín, Colombia

Ricardo A. Smith
Oscar J Mesa
Postgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos
Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia

Resumen

El problema de expansión de sistemas complejos de recursos hidráulicos se plantea como un problema de selección, secuenciamiento e itinerario de proyectos sujeto a una serie de restricciones. Para darle solución a este problema se han propuesto diferentes metodologías tales como: varias formas de programación dinámica, métodos heurísticos y el uso de programación lineal entera mixta. En este trabajo se presentan brevemente esas metodologías, se aplican al caso de la expansión del Sector Eléctrico Colombiano y se hace un análisis comparativo de ellas. Finalmente se presentan algunas conclusiones y recomendaciones.

1. Planteamiento del problema de expansión

Para el desarrollo de los recursos hidráulicos es común disponer de varias medidas no-estructurales tales como un proyecto de leyes o una reglamentación para la conservación de los recursos naturales renovables y de varias medidas estructurales tales como embalses, plantas de tratamiento de agua y de generación de energía. Estas medidas suelen tener varias alternativas en cuanto a sus alcances, capácidades y en lo que concierne a los tiempos y los sitios en los que pueden ser implementadas. Tienen fundamentalmente el propósito de satisfacer diferentes tipos de demanda como la preservación de ciertas características deseables del ambiente, la protección de la salud pública, el mejoramiento de las condiciones de vida de ciertos grupos sociales, la recreación y el abastecimiento de agua a las zonas urbanas, industriales y agrícolas, etc. La toma de decisiones en un problema general de expansión, debe entonces considerar objetivos tales como el desarrollo económico nacional (relacionado con el mínimo costo), el desarrollo económico regional, el aumento del bienestar de la comunidad, la minimización de los efectos ambientales, etc sinembargo, se debe tener en cuenta que muchos objetivos económicos, financieros, ambientales y políticos, inherentes al planeamiento a gran escala, pueden dificultar considerablemente la toma de decisiones, debido a la naturaleza inconmesurable de éstos.

El problema de la planificación de sistemas de recursos hidráulicos, consiste en la selección y definición del itinerario en el tiempo de un conjunto de medidas de propósito múltiple con el fin de lograr varios objetivos.

Se puede decir que la función objetivo general será:

$$\text{Max}\left\{ \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} (\delta_t B_n(t) * IB_n(t) - \alpha_t C_n(t) * IC_n(t)) \right\}$$

Siendo N el número total de medidas; T, el período de análisis; δ_t, α_t, los factores de actualización de los beneficios y costos sociales; $B_n(t)$, el beneficio social que resultaría de la implementación de la medida n en el tiempo t; $C_n(t)$, el costo social en que se incurriría al implementar la medida n en el tiempo t; $IB_n(t)$ e $IC_n(t)$ los indicadores de selección que toman el valor de uno, si la medida correspondiente es seleccionada y cero, en caso contrario (Smith, 1983).

Un modelo de optimización como éste, supone que:

- Hay un costo unitario por unidad de suministro igual para todos los usuarios.
- La función de demanda agregada es conocida en cada año del período de planeamiento.
- La demanda y el suministro dentro de un año particular están en equilibrio.
- La expansión de capacidad se realiza en incrementos discretos y no se consideran salidas de proyectos.
- Los efectos del ingreso sobre la demanda se pueden despreciar.

Se puede decir que la selección de la secuencia óptima está sujeta a una gran variedad de restricciones, debidas tanto a las leyes físicas como a la práctica de la ingeniería. A continuación se hablará de algunas de ellas.

Restricciones estructurales: Este tipo de restricciones refleja la configuración física del sistema.

Restricciones de recursos: Estas pueden ser en límites sobre el costo social de una medida o en limites de recursos.

Restricciones de demanda: Se refiere al nivel mínimo de satisfacción a una demanda específica.

Restricciones operativas: Estas se refieren a la operación misma del sistema.

Otras restricciones: Debido a la gran importancia que tienen las soluciones no-estructurales dentro del análisis de expansión, se podría considerar otro tipo de restricciones que reflejen los objetivos institucionales, regionales o nacionales.

Las restricciones en la mayoría de los casos, pueden ayudar en la solución del problema, ya que gracias a éstas, se eliminan combinaciones de proyectos no factibles, reduciendo el esfuerzo computacional propio del problema de expansión.

Hasta el momento se ha considerado un sistema con carácter general; Sinembargo, en el problema de expansión se pueden presentar varias complejidades, las cuales tratan de reflejar las complicaciones del sistema real. A continuación se presenta cada una de ellas:

Secuenciamiento y selección: En el primer caso todos los proyectos tienen que construirse y en el segundo caso solo algunos de ellos; hay un proceso previo de selección y luego se efectúa el secuenciamiento de los proyectos seleccionados.

En el caso de selección no es necesario construir todos los proyectos ya que la capacidad acumulada es mayor que los requerimientos de demanda al final del período de planeamiento. Se trata entonces de definir cuáles proyectos deben implementarse y en qué secuencia.

Definición de Capacidad: En este caso, la capacidad del proyecto es otra decisión que se debe tomar, adicionalmente al secuenciamiento e itinerario; y en general, el secuenciamiento de los proyectos no es independiente de las decisiones de capacidad. Sé puede entonces ver la complejidad que se le agrega al problema, pues debido a esta dependencia, se hace necesario que el proceso se haga en una forma interativa; ya sea que se trabaje en una forma continua o discreta. Por lo tanto, el tiempo de cómputo se aumenta considerablemente, pues hay que entrar a considerar los diferentes valores posibles, realizando un proceso de ensayo y error.

Interdependencia: Se pasará a considerar el caso en que los proyectos tienen diferentes grados de interdependencia. Estas se pueden clasificar como:

- Financieras: La construcción de un proyecto reduce los fondos disponibles para otros.
- Políticas: La construcción de un proyecto puede eliminar la posibilidad de construir otro proyecto dentro del mismo distrito político.
- Físicas/hidrológicas: Puede existir en el mismo sitio dos proyectos con diferentes configuraciones. Adicionalmente, la construcción y operación de un proyecto puede alterar el patrón hidrológico de otro proyecto.
- Operacionales: Cuando se trata de proyectos de

almacenamiento, se ha comprobado que la operación conjunta de esos proyectos representa una mayor disponibilidad que si se opera cada proyecto individualmente.

De lo anterior se puede concluir que no considerar interdependencia entre los proyectos, es una suposición muy fuerte ya que generalmente sucede que al introducir un proyecto en la secuencia, las capacidades de otros proyectos se ven afectadas.

Multidimensional: Se entiende por multidimensional el caso en que existen varios tipos de demanda o se derivan varias formas de beneficio de un mismo proyecto (abastecimiento urbano y generación hidroeléctrica por ejemplo). También podría entenderse por multidimensional el caso en que los proyectos deben satisfacer varios puntos de demanda, siendo la forma de demanda una sola. En este último caso, se deben considerar los costos de transporte, los cuales pueden llegar a ser considerables, siendo necesario incluirlos en el problema de una forma explícita.

Múltiples objetivos: Los sistemas reales están caracterizados por múltiples objetivos, los cuales pueden estar en conflicto y/o competición, o ser complementarios. Esto es mas notorio en el caso de los recursos hidráulicos y los sistemas ambientales, donde existen usuarios con preferencias diferentes. Por esta razón, se ha visto la necesidad de identificar y considerar simultáneamente varios objetivos sociales, económicos y regionales.

Incertidumbre: Una característica predominante del proceso de planeamiento es la incertidumbre, la cual se genera del conocimiento imperfecto del planificador sobre futuros niveles de población, mezcla de la actividad económica, disponibilidad de agua, comportamiento del sistema físico que se está estudiando, decisiones políticas relacionadas con la valoración del agua, subsidio, objetivos de desarrollo social y económico, etc. (Moody 1976).

2. Planteamiento del problema en programación dinámica

La variable de estado, que es la encargada de representar el estado del sistema en cualquier etapa y establecer un vínculo entre ellas, está definida como la capacidad de abastecimiento del conjunto de proyectos implementados hasta la etapa a analizar, o sea, que representa la capacidad acumulada ya existente.

La variable de decisión que representa la decisión tomada en cada etapa, será en este caso cuál proyecto debe entrar en la etapa.

La ecuación de estado o de transformación que es la encargada de crear el vínculo entre las etapas está dada por:

$$q_n = q_{n-1} + Q_i$$

Siendo q la capacidad de abastecimiento de los proyectos, donde q_{n-1} representa la capacidad existente, Q_i la que debe ser decidida y q_n la capacidad total.

Se considera que una capacidad q que puede satisfacer una o todas las demandas desde el tiempo de su entrada en operación hasta un tiempo que debe ser definido. Con la capacidad q se examina la función de demanda conocida para así determinar hasta qué tiempo t esta capacidad puede suplir la demanda, por lo tanto, el tiempo en el cual un proyecto debe entrar al sistema depende de la capacidad instalada ($t = \emptyset(q)$). El valor de t encontrado, se utilizará para determinar el factor de actualización que acompaña al costo del proyecto, con el fin de expresarlo en valor presente.

$$\alpha_t = (1 + r)^{-t\,(qn - Qi)}$$

en donde α_t es el factor de actualización de costos, Q_i es la capacidad del proyecto i, r es la tasa de descuento, q_n es la capacidad hasta la etapa n y t es el tiempo en que debe entrar el proyecto i (Smith, 1989).

Definiendo $f_n(q)$ como el costo mínimo descontado de proveer una capacidad de al menos q unidades con el fin de satisfacer la demanda con una secuencia de n proyectos de los N proyectos disponibles, la ecuación recursiva del algoritmo de programación dinámica, para la solución del problema de secuenciamiento se puede escribir como:

$$f_n(q) = \min \{ C_n * (1+r)^{-\emptyset(q_n - Q_n)} + f_{n-1}(q_n - Q_n) \}$$

sujeto a:

$$0 \leq Q_n \leq q_n$$

$$0 \leq q_n \leq \sum_{i=1}^{N} Q_i$$

$$n = 1,2,\ldots N$$

$$n \notin k_{n-1}$$

En donde C_n es el costo del proyecto considerado en la etapa n, K_{n-1} es el conjunto de proyectos ya incluidos en la secuencia, y las otras variables ya habían sido definidas.

Si se optimiza la secuencia de construcción para cada valor de q, se obtiene al final la mejor secuencia de construcción de los n proyectos, para lograrlo, se debe calcular f_n (q) para todos los valores de q. Cuando se llega a j=N se encuentra la solución del problema de secuenciamiento.

En el caso de programación dinámica se han propuesto varios algoritmos para solucionar el problema de expansión que incluyen: P.D. tradicional, P.D. del espacio embebido y P.D. en el espacio objetivo. A continuación se describe brevemente cada uno de estos.

2.1 Programación dinámica tradicional

El algoritmo de programación dinámica tradicional se basa en la optimalidad de los subitinerarios. Esta propiedad consiste en que si el itinerario óptimo S_N^* está compuesto de subsecuencias $S_m^* \in S_N^*$, m≤N, estas deben ser secuencias óptimas de m proyectos que suplen una capacidad $q_m = \Sigma Q_i$ El algoritmo busca sobre todo el grupo de subsecuencias que sean óptimas para el nivel de capacidad alcanzado, realizando una búsqueda que considera todas la subsecuencias óptimas que contengan la expansión con un proyecto, luego con dos y así sucesivamente. Sinembargo, se puede presentar el caso en el cual una secuencia óptima no cumpla con la optimalidad de las subsecuencias en el sentido antes enunciado, como en el caso presentado por Morin (1983). Esta condición puede ocurrir cuando más de una subsecuencia llega al mismo nivel de capacidad.

Se puede decir entonces que este algoritmo es miope en el caso en el que en una etapa se presenten varias combinaciones de proyectos con igual capacidad total, ya que no son considerados como estados diferentes, sino que se escoge el de menor costo como óptimo para las etapas siguientes. Por consiguiente, este método no garantiza la solución óptima, pues considera que los estados están definidos solamente por la capacidad acumulada, sin considerar cuáles son los proyectos que hacen posible este estado (Morin y Esogbue (1971)). Se puede concluir que en este caso se está violando la condición de separabilidad. Una de las formas de solucionar este problema, es considerar una variable de estado para diferenciar los niveles de capacidad, como se verá mas adelante en el caso de la programación dinámica del estado embebido.

Otra alternativa es modificar el algoritmo de programación dinámica tradicional con el fin de eliminar situaciones en las cuales el algoritmo puede fallar. Esto se puede lograr colocando una limitacion a las funciones de demanda discretas de la siguiente forma: el aumento máximo anual en la demanda debe ser menor que la capacidad de cualquier proyecto de los que se están considerando. Lo anterior es suficiente para garantizar que cada proyecto de la secuencia será construido en un año diferente, y de que todas las subsecuencias poseen la propiedad de la optimalidad requerida para que el algoritmo escoja la secuencia óptima. En otras palabras, dada una función de demanda discreta monotónicamente no decreciente, definida como la secuencia de valores D_t, t= 1,2,...T y un grupo de proyectos $\theta = \{1, 2,...N\}$ donde cada proyecto tiene una capacidad Q_i y un costo de capital C_i para $i \in \theta$, con la propiedad:

$$\max \delta_t = \max(D_t - D_{t-1}) \leq \min Q_i$$

$$t \in \{1,...T\} \qquad i \in \theta$$

En donde δ_t es el incremento en la demanda entre dos períodos de tiempo consecutivos.

Entonces una secuencia óptima no construirá más de un proyecto en un año. Esta condición puede extenderse al caso de selección (Haimes, 1977).

2.2 Programación dinámica del estado embebido

Esta metodología fue desarrollada por Morin y Esogbue (1971) y se puede considerar como una extensión del algoritmo presentado por Butcher y otros (1969).

Inicialmente, se hablará del teorema en el cual se basa el algoritmo. Si se define una secuencia de permutaciones k_N^* como la formada al tomar la permutación de los números 1,2,...N y se secuencian los proyectos de acuerdo con esta permutación, entonces un proyecto es considerado solo cuando las capacidades acumuladas de los proyectos previos es totalmente usada. Se dice que si hay una solución factible al problema de secuenciamiento, entonces las N! secuencias de permutaciones son factibles y, por consiguiente, al menos una de ellas, es óptima (Morin y Esogbue, 1971).

Este algoritmo considera como estado adicional el orden de entrada de los proyectos, siendo así un estado sobre el cual no se puede operar, y debido a esto el nombre de programación dinámica del estado embebido. Si se tienen varias permutaciones de itinerario con igual capacidad acumulada, esta variable de estado hace que estas secuencias sean consideradas como estados diferentes, garantizando así el óptimo.

La programación dinámica del estado embebido utiliza una ecuación general de recurrencia similar a la planteada en el caso general, sinembargo, varía en el sentido en que el procedimiento considera que para un nivel de demanda dado, la secuencia óptima correspondiente puede ser tal que no incluya secuencias óptimas de niveles de demandas anteriores. Si se mira solo desde el punto de vista de capacidad acumulada, puede ocurrir que con la inclusión de un proyecto a un nivel de demanda dado, el óptimo sea tal que este proyecto esté combinado con proyectos que no están en secuencias óptimas anteriores. De lo anterior se puede concluir que este algoritmo no se basa en la optimalidad de los subitinerarios, como sucede con la programación dinámica tradicional. Esto se debe a que la optimalidad de los subitinerarios se fija únicamente en la capacidad acumulada, y la programación dinámica del estado embebido tiene en cuenta tanto la capacidad como los proyectos que generan esa capacidad.

2.3 Programación dinámica en el espacio objetivo

Utilizando la programación dinámica en el espacio objetivo, el problema es propuesto en la dirección del objetivo (Labadie et al, 1984, Fontaine et al, 1984). La variable de estado en este caso es el costo objetivo acumulado total de todas las etapas desde la primera hasta la considerada en ese momento. Las etapas representan los años del horizonte de planeamiento. En cada etapa se especifican varios niveles discretos de costo total y se determina una política de implementación única que satisfaga (de la forma más cercana posible) el costo objetivo especificado. La unicidad de la política escogida es un requerimiento clave para asegurar que la solución óptima global sea obtenida. La formulación del problema utilizando programación dinámica en el espacio objetivo puede reducir un problema de P.D. convencional de gran tamaño a uno simple unidimensional.

Inicialmente se debe suponer que se tiene un rango de niveles de fondos potenciales para los próximos años fiscales. Estos niveles pueden ir desde cero hasta un nivel de fondos sustancialmente alto.

Dado el estado del sistema en el tiempo presente, se pueden determinar los mejores proyectos que deben ser implementados para lograr cada uno de los niveles de fondos potenciales. El proceso continua hacia el futuro, año a año. En el último año del horizonte de planeamiento, se conoce el costo total y los logros asociados. La selección debe considerar cuáles proyectos fueron ya construidos, cuales logros pueden ser alcanzados, y otros factores similares.

Se puede decir que este método está compuesto de un problema interior y otro exterior. El problema exterior específica el costo total objetivo y optimiza sobre estos costos para encontrar la mejor trayectoria de costos totales durante el horizonte de planeamiento. Esta trayectoria óptima describe cuánto dinero se debe gastar en cada año del horizonte de planeamiento. El problema interior determina la mejor combinación de proyectos a construir que tengan un costo total tan cercano como sea posible al costo objetivo, con la especificación anterior como un límite superior, y cumpliendo todos los requerimientos.

3. Solución del problema con métodos heurísticos

Los métodos heurísticos se pueden definir como los que pueden resolver eficientemente los problemas de decisión —obteniendo una solución aceptable— entendiéndose por aceptable la determinación de una solución razonablemente cercana a la solución óptima. Estos métodos son usados en gran variedad de formas. Se pueden aplicar a problemas definidos con una función objetivo precisa o a problemas con restricciones imprecisas y funciones con múltiples objetivos; también pueden ser utilizados para construir soluciones iniciales razonables o para mejorar soluciones existentes. Además pueden ser utilizados para descomponer grandes problemas y para unir soluciones.

De lo anterior se puede concluir que un procedimiento heurístico es generalmente un algoritmo aproximado para solucionar un problema de optimización y que trata de obtener una solución que esté cercana al valor óptimo.

Las técnicas de solución más simples son llamadas reglas miopes. El adjetivo de miopes se debe a que las decisiones de secuenciamiento de los proyectos son hechas solamente con base en los costos y las capacidades de los proyectos y posiblemente en el intervalo de tiempo en que los proyectos pueden satisfacer la demanda.

3.1 Reglas miopes

Una regla de decisión heurística obvia sería ordenar los proyectos en una secuencia no decreciente de la relación entre capacidades y costos de cada proyecto (Ci/ Qi). (V. Akileswaran y otros, 1979).

A continuación se considerarán varias reglas miopes multidimensionales, expuestas por V. Akileswaran y otros (1979):

- REGLA α_{ij} : En este caso, se escoge alguna demanda $j \in (1, 2, ..., N)$ y se forma un itinerario de desarrollos basado en el orden no decreciente de las relaciones:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} C_i/Q_{ij} & \text{Si } Q_{ij} > 0 \quad i=1, 2, ..., N \\ L & \text{De otra forma} \end{cases}$$

Donde L es un número suficientemente grande.

- REGLA α_i: Una variante de la regla anterior sería llevar a cabo un desarrollo basado en el orden no decreciente de:

$$\alpha_i = \min \{\alpha_{ij}\} \quad i=1, 2, ...,N$$

Estas dos reglas están basadas en los costos promedios por unidad de capacidad, y algunas veces llamada propiedad de dominancia de itinerario.

3.2 Técnica de búsqueda desarrollada por Tsou, Mitten y Russel (Indice R)

Si una secuencia parcial S de proyectos, con una capacidad total q ha sido decidida, y existen dos proyectos i, j, candidatos para las próximas dos posiciones, donde C_i, Q_i, Cj, Qj son los costos y las capacidades de los proyectos i y j respectivamente, t(q) es la función de demanda inversa o sea el tiempo cuando la demanda es q y r la tasa de descuento; entonces pueden existir los siguientes arreglos: S' = Si, j y S'' =Sj, i. Bajo estas circunstancias, el proyecto i no puede preceder al proyecto j si el costo descontado de S' (C (S')) es mayor que el costo descontado de S'' (C (S'')). Entonces:

$$\frac{C_i}{1-(1+r)^{t(q)-t(q+Qi)}} < \frac{C_j}{1-(1+r)^{t(q)-t(q+Qj)}}$$

o $R_i(q) < R_j(q)$ para cualquier proyecto n

$$Rn(X = \frac{C_n}{1-(1+r)^{t(q)-t(q+Qn)}}$$

Al índice R_n se le puede dar una interpretación económica puesto que:

$$R_n(q) = \frac{C_n}{1-(1+r)^{t(q)-t(q+Qn)}} = \sum_{j=0}^{\infty} C_n(1+r)^{j(t(q)-t(q+Qn))}$$

Entonces, R_n puede ser visto como el costo descontado de una serie infinita de costos de inversión realizados en los tiempos 0, (t(q+Qn)-t(q)), 2*(t(q+Qn)-t(q)),... si la demanda es tal que el intervalo de tiempo (t (q+Qn) – t (q)) se mantiene constante para todos los valores de q, como en el caso de una proyección de demanda lineal. Entonces $R_n(q)$ se puede interpretar como el costo mínimo descontado de satisfacer todas las demandas futuras con un número infinito de proyectos.

Una propiedad útil de la condición anterior, es que el índice R, $R_n(q)$, depende solamente de la capacidad total de los proyectos considerados en la secuencia, del costo y capacidad de los proyectos bajo consideración, y no de otros proyectos candidatos. En cada punto de las secuencia, el índice R puede ser calculado separadamente para cada proyecto y la condición necesaria implica que en un punto particular de la secuencia, un proyecto no puede preceder otro con índice R menor.

El procedimiento de búsqueda realiza el cálculo del índice R, $R_n(q)$ para cada proyecto al principio de la secuencia (donde q=0) y selecciona el proyecto con el valor de menor índice. Luego el procedimiento se repite con los proyectos restantes, para escoger nuevamente el proyecto con el menor índice R, pero teniendo en cuenta que en ese momento, q es el conjunto igual a la capacidad del proyecto ya seleccionado. En el siguiente paso q es el conjunto con la capacidad total de los dos proyectos seleccionados. El proceso continúa de esta forma hasta que falten solo dos proyectos.

3.3 Programación dinámica heurística

Este método fue desarrollado por Kim y Yeh (1982).

El proceso de solución heurístico comienza con una secuencia base, la cual es determinada en cada etapa del proceso de expansión. En este caso, al igual que en el capítulo de programación dinámica, las etapas representan la secuencialidad en el proceso de tomar decisiones y están dadas por el número de proyectos a ser implementados. En la primera etapa se tiene una secuencia base nula. En esta etapa se considera cada vez uno de los proyectos candidatos como proyecto pivote o fijo y se corre la programación dinámica. Luego se comparan los resultados de los diferentes pivotes, con el fin de determinar la de mínimo costo. Esta servirá como secuencia base para la próxima etapa.

Utilizando la secuencia base generada como una semilla, una nueva secuencia base es encontrada usando otra vez la programación dinámica, pero considerando como fijo el proyecto pivote. Así, en cada etapa, la secuencia de menor costo es escogida como una secuencia base para la próxima etapa. El proceso de reemplazar un puesto pivote dentro de la secuencia base con el proyecto pivote manteniendo la selección de proyectos previos intacto, es llamado un paso de generación de secuencia. En este proceso, una sub-fila de la secuencia base, compuesta de las selecciones realizadas en iteraciones previas es mantenida permitiendo a la programación dinámica, determinar el resto de los proyectos de la secuencia. La programación dinámica usada como una función de retorno para evaluar el costo de reemplazar un proyecto considerado en la secuencia base. El paso de generación de secuencia termina cuando no hay mas proyectos que considerar.

Utilizando el procedimiento de programación dinámica heurístico, se puede considerar cualquier función de demanda no lineal y no decreciente en el tiempo. Pudiendo además incorporar en el proceso de decisión otros factores como restricciones políticas, económicas o tecnológicas. Este procedimiento puede también utilizarse con el método heurístico anterior (Tsou, Mitten y Russel, 1973).

4. Aplicación de programación líneal entera mixta

La formulación matemática de un problema de optimización con función objetivo y restricciones de tipo lineal, en términos generales se puede plantear de la siguiente forma (Rao,1985):

Encuentre: $\underline{X} = (X_1, X_2, \ldots X_n)$ tal que:

Max o min $\{ Z = c_1X_1 + c_2X_2 + \ldots + c_nX_n \}$
sujeto a:

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n \geq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2n}X_n \geq b_2$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots + a_{mn}X_n \geq b_m$$

$$X_1, X_2, \ldots, X_n \geq 0$$

Donde Z es la función objetivo a ser optimizada; X_i es la variable de decisión para i=1, 2, ... , n; c_i son los coeficientes de las variables de decisión en la función objetivo, a_{ij} son los coeficientes de las variables de decisión en las restricciones, b_j es el límite de las restricciones, n el número de variables de decisión y m el número de restricciones.

En este caso, las variables de decisión X_j tomarán un valor de uno si se implementa el proyecto j o un valor de cero si no se hace.

Se debe notar que las variables binarias 0-1 son de gran importancia en esta formulación, ya que permiten incorporar decisiones de si o no, llamadas decisiones dicotómicas, al formato de programación matemática. Por ejemplo, en un problema de ubicación de una central hidroeléctrica, se hará X_{jk} =1 si se decide ubicar la planta en el sitio j en el período k y X_{jk} =0 si se decide lo contrario. Este tipo de varia-bles permiten imponer restricciones que surgen de condiciones lógicas. (Manjarrés, 1989)

En el planteamiento anterior se consideran las variables de decisión independientes del tiempo, sinembargo, en la formulación de programación entera mixta éstas dependerán del período que se esté considerando, como en el ejemplo citado anteriormente.

A diferencia del método de programación dinámica, en este caso las restricciones se consideran explícitamente dentro del modelo de programación entera mixta. Esto hace que exista un gran número de ecuaciones.

La aplicación directa de la PL entera mixta no permite considerar el caso de interdependencia de proyectos, que es de gran importancia en el planeamiento de sistemas complejos de recursos hidráulicos. Sinembargo, cuando se usan soluciones a este problema que incluyen cortes de Benders, se puede incluir la consideración de interdependencia.

5. Caso de aplicación

Las metodologías presentadas anteriormente se utilizaron con el objetivo de definir la expansión futura del sistema de generación del Sector Eléctrico Colombiano. En la tabla 1 se presenta la información de los proyectos considerados y en la Tabla 2 las proyecciones de demanda de energía y potencia para el período 1998-2009. Estas proyecciones no deben considerarse como predicciones acerca de lo que ocurriría con la demanda en cada uno de los años de proyección, sino como escenarios posibles bajo determinadas circunstancias externas o internas, inherentes o ajenas al sector. En este análisis se utilizará una proyección con una tasa de crecimiento del 4.7%.

TABLA 1. Sistema Eléctrico Colombiano
Información técnica de los proyectos para la expansión

Proyecto	Capacidad (Mw) (Gwh)	Energía Firme (Gwh)	Energía Media US $	Costo Mills (Mm^3)	Caudal Medio (Mm^3)	Volum Util (Km^2)	Area Aferente (m)	Cabeza Meta	Región	Tipo	Fecha Más Temprana
URRA I	340	1090	1350	369.9	357.0	1209.0	460	54.0	4	F	1998
PORCE II	395	1500	1955	485.2	113.6	183.0	3150	221.4	1	F	1998
MIEL II	380	1800	2055	382.7	53.5	15.4	994	519.7	1	F	1998
RIACHON	90	513	540	120.9	7.6	93.0	99	932.0	1	R	1998
NECHI	590	3700	4030	612.5	101.8	747.0	1439	550.2	1	R	2001
FONCE	420	2150	2290	435.6	81.2	136.0	2058	444.8	1	F	2001
AMAGA	150	790	790	241.9	-	-	-	-	-	T	1998
CAÑAFISTO	1200	6820	7000	1151.7	967.0	1426.0	34335	106.o	1	F	2001
PORCE III	760	3450	4100	703.5	168.8	209.0	3778	323.2	1	F	2002

F: Proyecto hidraúlico filo de agua R: Proyecto hidraúlico con regulación T: Proyecto térmico

TABLA 2. Sistema Eléctrico Colombiano

Tasa de crecimiento del 4.7%

AÑO	DEMANDA ENERGIA (GWh)	DEMANDA POTENCIA (MW)
1998	49055	8262
1999	51695	8700
2000	54216	9119
2001	57159	9607
2002	60149	10108
2003	63508	10666
2004	66955	11246
2005	70656	11867
2006	74125	12448
2007	77951	13090
2008	81892	13749
2009	86442	14511

La tasa de descuento considerada es la utilizada actualmente en los estudios del Sector Eléctrico, la cual es 12%.

Los métodos usados en este trabajo para definir la expansión del Sector Eléctrico Colombiano son:

1. Programación Dinámica Tradicional.
2. Programación Dinámica del Estado Embebido (proyectos son etapas).
3. Programación Dinámica del Estado Embebido (períodos son etapas).
4. Método Heurístico TMR.
5. Programación Dinámica Heurística.
6. Programación Lineal Entera Mixta.

TABLA 3. Resultados obtenidos con los diferentes modelos

(Costos en millones de dólares del año 1990)

MODELO 1

Proyecto	Año de entrada	Costo	Costo actualizado
TAM1	1998	241.93	230.9
MIE2	2000	382.69	302.3
POR2	2000	485.18	348.9
NECA	2001	612.50	408.2
FONC	2002	435.60	249.4
RIAC	2003	120.90	64.8
POR3	2003	703.50	359.7
CANA	2004	1151.70	521.0
URR1	2005	369.97	149.4
VALOR PRESENTE TOTAL			2634.7

MODELO 2

Proyecto	Año de entrada	Costo	Costo actualizado
TAM1	1998	241.93	230.9
MIE2	2000	382.69	302.3
POR2	2000	485.18	348.9
NECA	2001	612.50	408.2
FONC	2002	435.60	249.4
RIAC	2003	120.90	64.8
POR3	2003	703.50	359.7
CANA	2004	1151.70	521.0
URR1	2005	369.97	149.4
VALOR PRESENTE TOTAL			2634.7

MODELO 3

Proyecto	Año de entrada	Costo	Costo actualizado
TAM1	1999	241.93	216.0
MIE2	1999	382.69	341.7
POR2	2000	485.18	386.8
NECA	2001	612.50	436.0
POR3	2002	703.50	447.1
FONC	2003	435.60	247.2
CANA	2004	1151.70	583.5
RIAC	2005	120.90	54.7
URR1	2005	369.97	167.4
VALOR PRESENTE TOTAL			2880.2

MODELO 4

Proyecto	Año de entrada	Costo	Costo actualizado
TAM1	1999	241.93	216.01
MIE2	1999	382.69	341.69
RIAC	2000	120.90	96.38
POR2	2000	485.18	386.78
NECA	2001	612.50	435.97
CANA	2002	1151.70	731.93
POR3	2003	703.50	399.18
FONC	2004	435.60	220.69
URR1	2004	369.97	187.44
VALOR PRESENTE TOTAL			3016.06

MODELO 5

Proyecto	Año de entrada	Costo	Costo actualizado
TAM1	1998	241.93	230.9
MIE2	2000	382.69	302.3
POR2	2000	485.18	348.9
NECA	2001	612.50	408.2
FONC	2002	435.60	249.4
RIAC	2003	120.90	64.8
POR3	2003	703.50	359.7
CANA	2004	151.70	521.0
URR1	2005	369.97	149.4
VALOR PRESENTE TOTAL			2634.7

MODELO 6

Proyecto	Año de entrada	Costo	Costo actualizado
MIE2	1998	382.69	382.7
POR2	2000	485.18	433.2
RIAC	2000	120.90	107.9
URR1	2001	369.97	294.9
TAM1	2002	241.93	192.9
CANA	2003	1151.70	819.8
NECA	2003	612.50	347.5
POR3	2004	703.50	356.4
FONC	2005	435.60	197.0
VALOR PRESENTE TOTAL			3132.4

Resultados.

En la tabla 3 se puede observar los resultados y los costos correspondientes obtenidos con los diferentes modelos.

Se puede observar que los resultados obtenidos con los modelos 1, 2 y 5 son iguales, ya que los tres utilizan el mismo modelo de simulación y consideran que las etapas son los proyectos y no el tiempo. Adicionalmente presentan el menor costo de todos los métodos.

Se observa que el tiempo de CPU de los modelos 1 y 2 es mucho menor al del modelo 5, debido a que el modelo 5 analiza muchas más alternativas que los otros, pues examina un gran número de tra-yectorias, a pesar de que en la primera interacción encuentra la misma solución que los modelos 1 y 2

Teóricamente, la programación dinámica tradicional puede no llegar a los mismos resultados que la del estado embebido, sinembargo, en la práctica, en un sistema como el colombiano, donde la demanda es siempre creciente y el aumento de la demanda en cada período de análisis es menor que la capacidad de los proyectos, se puede decir que la programación dinámica tradicional encuentra la solución óptima, ya que se cumple la condición de separabilidad.

El método 5 utiliza la programación dinámica tradicional, pero combinada con un proceso heurístico que garantiza la obtención de la solución óptima. En el caso considerado, no se encontró ninguna ventaja sobre los modelos 1 y 2, teniendo además el problema de un alto consumo de tiempo de cómputo. Sinembargo, es necesario resaltar que el modelo a diferencia del modelo 1 sí garantiza la solución óptima, la cual lo hace más confiable a pesar del mayor tiempo de cálculo. Si se compara con el modelo 2 se observa que este último es mucho más efectivo computacionalmente, a pesar de estar trabajando con una variable de estado adicional y que además éste también garantiza la solución óptima sin tener que analizar el gran número de estados que considera el modelo 5, puesto que cada que se fija un pivote se realiza el proceso de optimización–simulación para las diferentes combinaciones.

Al comparar los resultados de los modelos 1, 2 y 5 con los resultados obtenidos con el modelo 3 se puede ver que la ubicación de los cuatro primeros proyectos es igual, lo mismo que la del último proyecto. Sinembargo, los proyectos ubicados en las posiciones 5 a 8 se presentan en diferente orden. Una de las razones para que esto ocurra es que el modelo de simulación no es el mismo. Lo que también se observa es que el costo de esta secuencia es mayor que el de los modelos 1, 2 y 5 lo cual se debe a la definición de las etapas, y al modelo de simulación. Adicionalmente, el tiempo de CPU entre los modelos 1, 2 y 3 es semejante, haciéndolos herramientas comparables.

Se puede decir que la diferencia más importante radica en la consideración de las etapas, ya que el modelo 3 considera que las etapas son el tiempo, por lo tanto, puede contabilizar los costos de operación y mantenimiento, pero pierde exactitud en la fecha en que estrictamente se necesitan los proyectos; en cambio los modelos 1 y 2 consideran que los proyectos son las etapas, por consiguiente pueden tener más precisión en la fecha de entrada de los proyectos pero no pueden contabilizar los costos de operación y mantenimiento.

Otra razón para que se presenten estas diferencias puede ser que el modelo 3 considera en forma explícita una restricción de potencia, y los otros modelos no la tienen en cuenta; sinembargo, estos podrían mejorarse en este sentido.

Si se compara los resultados de los modelos 1, 2 y 5 con los resultados del modelo 4 se observa que los proyectos AMAGA, MIEL II, PORCE III y URRA I se ubican en la misma posición y los proyectos PORCE II y NECHI se desplazan una posición solamente, presentando una mayor diferencia en el ordenamiento de los proyectos FONCE, RIACHON y CAÑAFISTO.

Ahora se analizarán los resultados obtenidos con los modelos 3 y 4. Los dos primeros proyectos son los mismos al igual que el último, los proyectos PORCE II y NECHI son desplazados una posición, como en la comparación anterior. El proyecto CAÑAFISTO es desplazado también en una posición, y los proyectos FONCE y PORCE III son desplazados en dos posiciones, sinembargo el proyecto que presenta el mayor cambio en ubicación, igual que en la otra comparación, es el proyecto RIACHON.

Es de anotar que aunque se presentan diferencias, el modelo 4 obtiene unos buenos resultados, si se tiene en cuenta que es un método heurístico que no realiza simulación. Esto hace que se vea como un modelo importante ya que es el más sencillo y el más rápido, puesto que el tiempo contabilizado con los otros modelos no incluye el tiempo de simulación, que es lo que consume más tiempo de CPU. Este modelo también tiene además una ventaja muy importante sobre los otros modelos y es que no presenta el azote de la dimensionalidad.

El modelo 4 presenta problemas en cuanto a la consideración explícita de la fecha más temprana de entrada en operación de los proyectos y en cuanto al manejo de las plantas térmicas, sinembargo estos son problemas del modelo y no de la metodología, por lo tanto el modelo puede ser mejorado en este sentido, con el fin de convertirse en una herramienta ágil y fácil de utilizar que puede dar las primeras luces para el análisis de largo plazo.

Por último, se analizará el modelo 6 con respecto a los modelos restantes. Al compararlo con los modelos 1, 2 y 5 se observa que los proyectos que sufren una variación menor son MIEL II, PORCE II y PORCE III. Los proyectos restantes tienen variaciones considerables. Al compararlo con respecto al modelo 3 se observa como en el caso anterior que solo los proyectos MIEL II, PORCE II y CAÑAFISTO no presentan una variación muy grande. Al compararlo con respecto al modelo 4 se observa lo mismo que en los casos anteriores, puesto que los proyectos MIEL II y PORCE II son los únicos que presentan una pequeña variación, ya que los otros cambian en forma más drástica.

Además de presentar los resultados más atípicos, el método 6 es el que más tiempo toma y el más costoso. Se puede ver claramente como el problema de la interdependencia, que no es considerado en este caso, es de vital importancia en la solución del secuenciamiento de proyectos, lo cual descartaría a ese modelo en la aplicación práctica de definición del plan óptimo de expansión con interdependencia. Este modelo se puede mejorar considerando el problema de la interdependencia si se incluye el uso de cortes de Benders pero esto no se hizo en este trabajo.

6. Conclusiones y recomendaciones

Con base en el trabajo realizado y a la aplicación de las diferentes metodologías, se pueden hacer las siguientes conclusiones y recomendaciones:

Al analizar los modelos presentados se puede ver que no se puede dar un orden general, ya que la elección de un modelo depende de las características propias del sistema a considerar, de la información que se tenga, de los objetivos, de las restricciones y del grado de detalle que se quiera.

Los modelos utilizados para el caso práctico sirven para llevar a cabo un ordenamiento de largo plazo, donde se busca determinar sin tanto nivel de detalle una trayectoria preliminar que luego es analizada en más detalle en el mediano plazo.

Cuando el problema de programación dinámica se planea considerando que las etapas son intervalos de tiempo, es posible contabilizar dentro de la función objetivo los costos de operación y mantenimiento, pero cuando se considera que las etapas son los proyectos, esto no es posible; sinembargo, esta segunda propuesta permite considerar la entrada del proyecto en la fecha en que realmente se necesita y no como sucede en el primer caso, donde los proyectos generalmente entran antes de necesitarse. Aunque aparentemente la exactitud en la fecha de entrada no tiene mayor importancia en el largo plazo, si va a ser útil cuando las secuencias pasen al análisis de mediano plazo, ya que cuando no se tiene sino un tiempo aproximado se puede llegar a que en el mediano plazo se tengan problemas de suministro, lo cual obliga a reajustar las secuencias.

La consideración de restricciones ayuda a combatir el problema de dimensionamiento que se presenta en los problemas de planeamiento de la expansión, pues contribuye a disminuir el número de estados factibles.

La programación dinámica tradicional no garantiza la solución óptima debido a que puede presentarse el caso en que se viole la condición de separabilidad. La metodología de programación dinámica del estado embebido supera este problema y garantiza la solución óptima.

El modelo de programación dinámica en el estado objetivo separa el problema en dos procesos, uno externo y otro interno. En el primero determina el flujo de fondos óptimo y en el segundo, de acuerdo con ese flujo, determina la secuencia de proyectos que puedan entrar en operación. Para el caso del sector eléctrico colombiano se podría obviar el problema externo, ya que el flujo de fondos es determinado por agentes externos al sector, entonces el problema a resolver sería únicamente el interno.

Se puede observar la importancia que reviste en el proceso de selección la consideración de la interdependencia entre proyectos. En los estudios de expansión se pueden hacer simplificaciones con el fin de solucionar más fácilmente el problema, pero si se quieren obtener resultados confiables, se debe considerar un modelo de simulación que realice la operación conjunta de los proyectos. Esta no tiene que ser una simulación detallada, pues se está hablando de un ordenamiento de largo plazo. La no consideración de la interdependencia en el problema de expansión llevaría a la solución de un problema no adecuado a la realidad.

En el caso del modelo de programación entera mixta, que no utilizó ninguno modelo de simulación, ni curvas de regulación como en el modelo heurístico TMR, se puede ver que los resultados son los más pobres. Sería recomendable usar esta metodología con cortes de Benders, lo cual le permitiría considerar el problema de interdependencia de una manera muy efectiva.

Se puede decir que para el caso colombiano, donde se tiene una demanda monótonamente creciente, se utiliza una discretización en la demanda que es menor que la capacidad de los proyectos analizados y los proyectos son de diferente capacidad, la programación dinámica tradicional encontrará la solución óptima.

Teniendo en cuenta la consideración anterior, el modelo heurístico con programación dinámica, a pesar de garantizar la solución óptima del problema, no presenta una ventaja sobre los otros métodos y en cambio presenta un alto consumo de tiempo de computación.

Se quiere resaltar el método heurístico TMR, ya que aunque no es un método muy exacto, ni utiliza un modelo de simulación, arroja resultados aceptables en una forma sencilla y rápida.

Se puede ver que el modelo 3 es adecuado, no obstante en el nivel de modelos para análisis de mediano plazo le falta considerar dentro de sí la optimización de la expansión, ya que ésta es realizada por el analista. Se podría pensar entonces en utilizar uno de los otros modelos presentados acá como herramientas básicas de expansión en el largo y mediano plazo. La programación dinámica del estado embebido usando los proyectos como etapas puede ser una herramienta muy adecuada para este propósito.

El planeamiento, tanto de la expansión como de la operación, de un sistema de suministro de electricidad requiere la consideración de supuestos acerca de las condiciones futuras que posiblemente se presentarán. Dichos supuestos determinan en gran medida las decisiones que se adopten y por tanto es necesario un cuidadoso tratamiento y análisis de los mismos.

El enfoque propuesto para el planeamiento bajo incertidumbre comprende el trinomio {escenarios–robustez–toma secuencial de decisiones}, es decir, la secuencia de estudios que comienza con la aplicación del método de los escenarios para formular las condiciones futuras, continúa con el análisis de flexibilidad económica de los planes (robustez) y finaliza con la táctica de tomar decisiones en forma secuencial.

7. Bibliografía

Akileswaran V, Morin T. and Meier W. Heuristic decision rules for water resources planning. Purdue University. Indiana, 1979.

Becker L. and W-G Yeh W. Optimal timing, sequencing and sizing of multiple reservoir surface water supply facilities. Water Resources Research. Vol 10, No 1 (Feb, 1974). p. 57-62.

Butcher, W., Yacov S. and Haimes Y. D.P. for the optimal sequencing of water supply proyects. Water Resources Research. Vol 5, No 6 (1974). p. 1196-1204.

Fontane, D. Loftis L. Labadie J. and Merritt D. Implementation strategies for salinity control projects in the Colorado River Basin. ICS Technical Report 85001, San Francisco, 1984.

Haimes Y. Hierarchical analysis of water resources systems. Mc. Graw-Hill, 1977 U.S.A.

Kim S. Yeh W. A heuristic solution procedure for expansion sequencing problems. Water Resources Research Vol 22, No 8 (Agu, 1986).

Kim S.K. Capacity expansion of surface water supply facility systems with interdependency among projects. Los Angeles: Universidad de California, 1982. Tesis (Doctor of Philosophy).

Kuiper J. Ortolano L. A D.P. Simulation strategy for the capacity expansion of hydroelectric power systems. Water Resources Research Vol 9, No 6 (Dec, 1973).

Luss H. Operations research and capacity expansion problems: A survey. Operations Research. Vol 30, No 5 (Sep, 1982). p.907-947.

Moody D.W. Application of multi-regional planning models to the sheduling of large-scale water resource systems development. Journal of Hydrology. Vol 28, No (1976). p. 101 -125

Morin T. Esogbue A.M. Some efficient D.P algorithms for the optimal sequencing and sheduling of water supply proyects. Water Resources Research Vol 7, No 3 (1971). p. 479-484

Morin T. Pathology of a D.P. sequencing algorithm. Water Resources Research Vol 9, No 5 (1973). p.1178-1185

Morin T. Optimal sequencing of capacity expansion proyects. Journal of the Hydraulics Division. Vol 99, No HY9 (Sep, 1973).

Smith R. El uso de la programación dinámica en la planificación de sistemas de recursos hidráulicos. Universidad Nacional de Colombia. 1983

Smith R. Técnicas de optimización y su aplicación a los sistemas de recursos hidráulicos. Curso sobre sistemas de recursos hidráulicos. Universidad Nacional de Colombia. Postgrado en aprovechamiento de recursos hidráulicos. Medellín 1989.

Villegas A. Estudio de las Técnicas de Análisis del Problema de Expansión. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. 1991.

Tsou A. Mitten A. and Russell S.O. Search technique for proyect sequencing. Journal of the Hydraulics Division. Vol 99, No NHY5 (May, 1973).