Actividades de Interacción para Potenciar la Construcción del Concepto de Número en el Grado Transición

Jenniffer Andrea Parra Martínez

Tesis para optar por el título de: Magister en Educación Línea Comunicación y Educación

Rita Flórez Romero
Directora

Marta Torrado
Codirectora

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SEDE BOGOTÁ D.C.

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

JULIO DE 2016

A Dios que me dio sabiduría y fortaleza durante todo este proceso.

A mi Hija, grandiosa matemática, quien con sus grandes conocimientos me mostró la luz y fue una tierna y comprensiva compañera en este camino.

A mis padres por su eterno amor, apoyo incondicional y ayuda.

A mi amor por su comprensión, motivación y ánimo.

A los niños y niñas que me acompañaron en esta travesía.

Agradecimientos

Agradezco a mi hija y a cada uno de los niños quienes con su resplandor y sus ganas de conocer y aprender me motivaron y me enseñaron nuevas formas de ver el mundo.

De manera especial a la profesora Marta Torrado por su esfuerzo, disponibilidad y dedicación, quien con sus consejos, conocimientos, ideas, aportes, experiencia, paciencia y motivación me acompañó en este duro proceso desde su inicio y me enseñó que es posible hacer las cosas de otra manera.

A la profesora Rita Flórez por su acompañamiento, inspiración y guía.

A mis amigas y a mis compañeros de maestría que desde el principio me animaron e impulsaron a no desfallecer.

Resumen

El presente estudio se enmarca en el campo de la revisión y transformación de las actividades de enseñanza y aprendizaje que tienen lugar en el aula para la construcción del concepto de número con niños cursantes del grado Transición. Después de una reflexión sobre los modelos tradicionales implementados para este tipo de conocimiento, se reconoce su insuficiencia. De aquí se postula la pregunta sobre cómo transformar las prácticas pedagógicas y los contenidos utilizados en tal proceso de aprendizaje. Para darle respuesta, se tiene como fundamento teórico el trabajo de Jorge Castaño (1991) que mantiene al número como un sistema integrado por relaciones de orden y de equivalencia y de operaciones de tipo aditivo. Para responder a la pregunta de cómo evidenciar tales relaciones y operaciones en los niños, se propone la implementación de actividades de interacción. Se trabaja desde un enfoque cualitativo siguiendo una metodología de Investigación-acción; a partir de aquí, se analiza la información recolectada para llegar a decir, como un hallazgo fundamental, que el uso de actividades de interacción en el aula que problematicen las experiencias cotidianas y que hagan necesario el empleo de tales relaciones numéricas es una alternativa adecuada para cumplir los objetivos buscados.

Palabras clave:

Constructivismo – Concepto de número – Grado Transición – Relación de orden – Relación de equivalencia – Operaciones de tipo aditivo – Actividades de interacción.

Abstract

This study is part of the field of reviewing and transformation of teaching and learning activities that take place in the classroom in order to build the concept of number with transition's students. After a reflection on traditional models implemented for this type of knowledge, its failure is recognized. Hence the question of how to transform teaching practices and content used in this learning process is postulated. To give response, the research is supported in the theoretical basis of Jorge Castaño's work (1991), which keeps the number as a system composed by relations of order and equivalence and additive operations. To answer the question of how to notice them in children, the implementation of activities of interaction is proposed. The research works from a qualitative approach based on the methodology of Action Research; from these, the information collected is analyzed in order to say, as a fundamental finding, that the use of activities of classroom interaction that problematize everyday experiences and that may require the use of such numerical relations is an adequate alternative to meet the desired objectives.

Keywords:

Constructivism – Concept of number –The Transition –Order Relations– Equivalence Relations–Additive Operations - Interaction Activities.

Tabla de Contenido

Tabla de imágenes

Capítulo I

Introducción

La educación de los niños ha sido puesta, en gran medida, en manos de docentes que los reciben diariamente en un contexto que ha de estar dispuesto para permitir y fomentar el desarrollo de múltiples esferas que corresponden a su formación. Así pues, la metodología pedagógica debe dirigirse al desarrollo infantil como un proceso integral que no fragmente a los niños, sino atienda a su diversidad.

En rasgos generales, la presente investigación se enmarca dentro de un gran cuestionamiento; a saber, si la experiencia educativa que se ofrece a los niños es tan buena como podría serlo. Este interrogante pone sobre la mesa la necesidad de la reflexión que los docentes pueden hacer sobre los modelos y lineamientos en los que fundamentan el diseño de sus prácticas. Es así como, el presente estudio tiene lugar en el aula y se ubica en el campo de la revisión y transformación de las actividades de enseñanza y aprendizaje.

Teniendo en cuenta que mi labor como docente se desenvuelve con niños de grado Transición, me percaté que uno de los dominios que más genera dificultades es el relacionado con el desarrollo del pensamiento matemático, específicamente con lo concerniente a la iniciación al concepto de número; y torné la mirada sobre mi manera de enseñar, en lugar de identificar la causa de esta problemática en los niños mismos. De esta manera, me enfoqué en reflexionar sobre el diseño pedagógico que había venido implementando para la enseñanza de la matemática; esto con miras a encontrar alternativas que fueran apropiadas para promover el aprendizaje de esta materia como una herramienta útil, llena de contenido y de significado, y que tuvieran como fundamento el objetivo de hacer que todos los niños llegaran a los mismo niveles en la construcción del conocimiento.

Para la presentación de esta investigación, este documento está compuesto por distintos capítulos. En primer lugar, en el capítulo del Planteamiento del Problema se exponen los hechos de la realidad que dieron origen tanto al problema como a las preguntas que guiaron el estudio; además, aparece un recuento de antecedentes en los que se incluyen los resultados de investigaciones relacionadas estrechamente con la que aquí se presenta; también se muestran los elementos que argumentan la importancia de encontrar alternativas para la construcción del concepto de número en el grado transición. Por último, en este capítulo, se definen los objetivos de esta labor investigativa.

En el capítulo del Marco Teórico se exponen y analizan los conceptos centrales que sirven de columna vertebral para la investigación; en este sentido, se presentan los elementos más importantes a considerar para la construcción conceptual del número en la primera infancia y, posteriormente, se revisan los componentes más importantes del constructivismo por ser el modelo pedagógico esencial para la implementación de las actividades de interacción en el aula.

En el capítulo del Marco Metodológico se presenta una breve reseña histórica del Colegio John F. Kennedy – Institución Educativa Distrital, así como una descripción de la población con la que se trabajó. También, se delimita el enfoque de investigación desde dos perspectivas: la cualitativa y la investigación-acción. Además, se expone la forma en que se diseñó la investigación, las etapas y el alcance.

En el capítulo de los Resultados se exponen los principales hallazgos de cada uno de los juegos, acompañados de un exhaustivo análisis de los mismos de la mano de los conceptos propuestos por Jorge Castaño (1991).

En el último capítulo se recogen las conclusiones; para esto, se realiza un análisis general de toda la experiencia a la luz de las preguntas de investigación y de los objetivos propuestos en el capítulo del Problema de Investigación.

Capítulo II

Planteamiento del Problema

Este capítulo presenta aspectos relacionados con los problemas de las prácticas pedagógicas y de los contenidos utilizados para la construcción del concepto de número en el grado Transición. Para este fin, se plantean el problema, los objetivos, la justificación y los antecedentes de la investigación. Ésta tiene como objetivo final transformar mi práctica pedagógica con miras a mejorar las actividades de enseñanza diarias alrededor de la construcción del concepto de número; a su vez, se propone contribuir, reflexionar e intervenir paralelamente a través de actividades de interacción que impulsen a los niños y niñas a establecer las relaciones lógicas implícitas en el concepto de número de manera significativa.

El problema

Hoy se procura cambiar el enfoque de trabajo pedagógico basado en la enseñanza tradicional para proponer uno basado en la actividad que propicie el aprendizaje de los niños. En este sentido, la idea es vivir la matemática; dicha vivencia no tiene que ver con la transmisión de conocimientos, sino con el ejercicio de acercar a los niños a descubrir, experimentar, observar y reflexionar sobre el mundo que los rodea de manera natural y organizada.

Tras mi paso por la Licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, quedaron vacíos sobre cómo enseñar matemática debido, principalmente, a que en el plan de estudios de la carrera se daba más importancia a otras áreas de conocimiento. Únicamente en un semestre me presentaron reflexiones acerca de dicho campo, aunque sin la profundidad teórica y práctica que, considero, merece el conocimiento matemático tanto para el docente como para el niño. Por otra parte, en mis prácticas formativas, las maestras titulares que acompañé se dedicaban a poner en los cuadernos de los niños planas y a presentar el símbolo en el tablero para que ellos le siguieran al mismo tiempo que debían relacionarlos con la cantidad.

Gracias a estas experiencias personales, he tenido la oportunidad de reflexionar sobre cuestiones como ¿Por qué no me gusta la matemática?, ¿por qué aún, hoy en día, hay cosas que no entiendo del mundo matemático?, ¿tendrá que ver la manera cómo me enseñaron? Así, tal vez por mi inexperiencia y el creer que así debía ser, al graduarme y enfrentar el mundo laboral inicié implementando lo que observé y aprendí en las prácticas y en la Universidad. Sin saber, estaba reproduciendo acríticamente una larga tradición. Sin embargo, conservaba mi inquietud al respecto, razón por la cual comencé a investigar sobre alternativas pedagógicas para la enseñanza de la matemática en Preescolar. Allí, sin intención inicial aparente, abrí un extenso e interesante campo de conocimiento que me era hasta entonces inimaginable.

Llegado este punto, y apoyada en mi llegada a la Maestría en Educación, encontré en este proyecto de investigación la mejor manera de resolver mis inquietudes y de reflexionar acerca del quehacer diario: particularmente, en el colegio donde trabajo en la actualidad. Todos estos elementos me han comprometido a buscar alternativas que me permitan llevar a cabo mi labor de la mejor manera posible. Así, el desarrollo e implementación de este proyecto se convirtió en un reto profesional para abordar el complejo mundo del pensamiento matemático y, específicamente, la construcción que hacen los niños del concepto de número.

Con esta búsqueda se pretende encontrar elementos pertinentes y adecuados que lleven a los niños y niñas a construir su conocimiento. Además, se trata de descubrir la mejor manera por medio de la cual el docente pueda propiciar dicho aprendizaje de forma intencional y organizada en el grado transición para lograr aprendizajes significativos.

El Lineamiento Pedagógico y Curricular para la Educación Inicial en el Distrito (2010) plantea en el perfil del maestro que

> Los maestros deben realizar acciones intencionadas para el potenciamiento del desarrollo, […] observadores y escuchas de los niños y las niñas, […] reflexionar sobre sus prácticas, […] trabajar en equipo y dialogar con otros profesionales que trabajan con los niños y las niñas de la primera infancia (p. 189-192).

Esto conduce a pensar que el docente tiene una labor integral. Además, debe estar frente a las demandas del mundo actual demostrando liderazgo, asumiendo los nuevos paradigmas y sus implicaciones y, lo más importante, debe tener un profundo conocimiento del desarrollo del niño, de las formas en las que aprende, de sus intereses, sus potencialidades y su desarrollo social.

Adicional a los elementos mencionados, la experiencia de interacción que he tenido con mis pares a lo largo de 8 años como maestra me ha mostrado que la enseñanza del concepto de número se ha llevado mayoritariamente desde la pedagogía tradicional, basada principalmente en la memorización de símbolos numéricos y de procedimientos como la adición o la sustracción.

El docente muestra la representación simbólica del número y, luego, 'pone' ejercicios de suma y resta en el tablero para que los niños copien y repitan una y otra vez dichas operaciones sin que les resulten llamativos ni cercanos a su realidad. Asimismo, se ha dejado de lado al niño como sujeto activo que posee un conocimiento y que necesita lograr un aprendizaje significativo, integrador, comprensivo y autónomo.

Así, se reconoce que la matemática en el preescolar está enmarcada en la representación simbólica del número y el conteo, propuesto por la maestra, de manera mecánica y memorística no da cabida a la construcción de conceptos. Sin embargo, y tomando otra postura, tanto el docente como el niño tienen un papel fundamental y participativo. El primero es un generador de estrategias que propicien el desarrollo del pensamiento del niño y de los conceptos; el segundo es participe activo en la construcción de su conocimiento.

Pregunta de investigación

Teniendo en cuenta la información antes mencionada, en contraste con lo que se vive normalmente en las aulas, se puede decir que la construcción del concepto de número por parte de niños y niñas en el grado de transición presenta dificultades porque no se atiende a la relación que éste juega en su vida cotidiana, y recibe un enfoque netamente teórico y formal. Por ello, se plantean los siguientes interrogantes:

- ¿Cómo transformar las prácticas pedagógicas y los contenidos utilizados para construir el concepto de número y propiciar el desarrollo del pensamiento numérico en el grado Transición?
- ¿Cómo se evidencian en los niños y niñas las operaciones y relaciones que deben construir para llegar al concepto de número?

Objetivo General

Contribuir a la transformación de las prácticas y de los contenidos utilizados para la construcción del concepto de número en los niños de grado Transición a través del uso de actividades de interacción que deban ser desarrolladas con material manipulable y contable.

Objetivos Específicos

- Identificar los conocimientos previos que los niños tienen acerca del número para tenerlos como punto de partida.
- Identificar y transformar las actividades pedagógicas usadas tradicionalmente para la construcción del concepto de número.
- Escoger una alternativa para transformar tales prácticas.
- Diseñar e implementar actividades de interacción para potenciar la construcción del concepto de número.
- Reflexionar acerca de las prácticas docentes propias, para así influir en las demás docentes y en la institución.

Antecedentes

El presente apartado tiene el fin de recoger trabajos y estudios que tienen como tema los procesos de aprendizaje de la matemática en los niños, las dificultades que provienen cuando estos procesos tienen lugar desde una perspectiva tradicional y las posibles soluciones que vienen dadas desde un cambio de paradigma en el que los niños pasan a ser participantes activos en la construcción del saber; esto con el objetivo de mostrar la pertinencia y el campo de estudio de la presente investigación.

El bajo rendimiento escolar con respecto a la matemática es un hecho evidente que requiere la atención adecuada por parte de docentes, investigadores en educación y entes encargados de modelar los contenidos de los currículos escolares. Que no todos los estudiantes tengan el mismo desempeño durante el proceso de aprendizaje ha dejado de verse como una situación cuya causa reside en las habilidades de los estudiantes, y ha pasado a ser cuestión propia de los modelos pedagógicos. Este giro viene dado de la mano con el cambio de visión en el cual el estudiante es un recipiente vacío dispuesto a ser rellenado con los conocimientos impartidos por los maestros, hacia la concepción de éste como un ser autónomo que construye el saber del mundo a partir de sus experiencias propias. Así las cosas, el docente pasa a ser un guía y un potenciador del desarrollo del conocimiento. En esta coyuntura, resulta que las dificultades de aprendizaje de la matemática son responsabilidad, en gran medida, de la manera en la que el maestro dirige sus prácticas de enseñanza. De manera que, es inminente la apertura hacia un cambio de paradigma.

(…) la defensa, para ellos [los profesores] consiste en afirmar que sus alumnos son torpes. Difícilmente pueden decir que las enseñanzas que proporcionan son absurdas, ya que, ¿cómo podrían justificar entonces el hecho de que las imparten? La única posibilidad restante parece que pueda consistir en que lleguen a admitir que son *ellos* mismos los que fallan (Donaldson, 1984, p.21).

Como puede ser visto, este nuevo enfoque se viene dando desde la segunda mitad del siglo pasado (XX), por lo que es posible encontrar múltiples reflexiones, investigaciones y propuestas en relación a éste. En principio, puede hablarse de dos perspectivas que abordan el problema del aprendizaje de la matemática, a saber, por una parte la disciplina de la psicología que atiende directamente al alumno, y, por otro lado, la investigación de las actividades de enseñanza que tienen lugar en el aula.

Para empezar, se trae a colación el trabajo de Defior (1996) *Dificultades de aprendizaje de las matemáticas. Discalculia.* En este capítulo, perteneciente al libro *Las dificultades del aprendizaje: un enfoque cognitivo*, la autora hace un breve recorrido por el trato que la psicología le ha dado al caso de las DAM (Sigla para referirse a dificultades de aprendizaje de las matemáticas, de aquí en adelante). En principio, el tema era abordado desde una perspectiva neurológica según la cual los problemas para el desarrollo de las competencias matemáticas obedecían a falencias en el sistema nervioso de los individuos; no obstante, se reconoció que este camino no arrojaba pruebas suficientes para determinar como causa de las DAM a los trastornos neurológicos. Por ende, este enfoque fue considerado como débil, restringido y falto de utilidad para la comprensión de las DAM.

Para responder a tal circunstancia, el estudio psicológico se encarriló hacia la perspectiva cognitiva. A partir de ésta, el interés es puesto en

(…) la naturaleza de la ejecución matemática, las demandas cognitivas que implica y las estrategias que usan los niños para responder dichas demandas. (…) [Y] las diferencias entre los alumnos se buscan en la forma de procesar la información y en *el modo en que los niños van construyendo de forma activa* las subhabilidades y la red de conocimiento matemático que les permitirán resolver los problemas que se les presenten (Defior, 1996, p. 182. Cursiva propia).

Así pues, la mirada dejó de estar puesta en las condiciones neurofisiológicas para el aprendizaje y se dirigió hacia los procedimientos cognitivos implicados en las actividades matemáticas. Según esto, todos los estudiantes son concebidos como iguales y la diferencia de su rendimiento recae en los procesos que subyacen al pensamiento; por lo tanto, el aprendizaje empieza a dejar de ser la adquisición de un contenido ajeno a quien lo recibe, cuya interiorización depende del equipamiento con que provenga el alumno, sino la construcción de un saber por medio de procesos que tienen lugar en el interior cognitivo del sujeto.

Desde el enfoque cognitivo, la autora reconoce que el conocimiento matemático es un proceso que depende de las actividades que tienen lugar en el estudiante, y que se caracteriza por ir de lo más concreto a lo más abstracto. Así, enlista las habilidades matemáticas de la siguiente forma: 1) la numeración; 2) la habilidad para el cálculo y la ejecución de algoritmos; 3) la resolución de problemas; 4) la estimación; 5) la habilidad para utilizar los instrumentos tecnológicos; 6) el conocimiento de las fracciones y los decimales; 7) la medida y las nociones geométricas. A lo largo de esta enumeración, va comentando cuáles pueden ser las posibles falencias al interior de los procesos cognitivos para llevar a cabo cada una de estas acciones; de éstas destaca la memoria, la atención, la actividad perceptivo-motora, la organización espacial, las habilidades verbales, la falta de conciencia de los pasos a seguir y los fallos estratégicos; la falta de motivación, la lentitud en la respuesta y los problemas para automatizar las combinaciones numéricas básicas.

Hasta este punto, el enfoque de las dificultades de aprendizaje sigue estando en lo que acontece en el alumno en lugar de las prácticas del docente. Sin embargo, Defior termina por reconocer que aquéllas también tienen que ver con factores referidos a la enseñanza de la matemática

(…) como pueden ser la utilización de un vocabulario inadecuado para el nivel del alumno, excesivamente técnico, una enseñanza poco eficaz o con una secuenciación tan rápida que no permite que el alumno asimile de manera adecuada los conocimientos por falta de la necesaria aplicación y práctica (Defior, 1996, p. 213).

Ahora bien, siguiendo a la autora, el enfoque cognitivo promueve el aprendizaje significativo de la matemática que tiene como objetivo el cultivo de la comprensión y no los procedimientos mecánicos de cálculo (Defior, 1996). Así, se reconoce que el desarrollo del conocimiento matemático tiene que ver más con un proceso de entendimiento e interiorización que con la repetición mecánica y autómata de actividades aritméticas. Con esto, pueden empezar a verse los inicios del cambio de paradigma pues, aun cuando hay una base sobre lo que acontece en el estudiante, el punto se fija en la adaptación que deben tener las prácticas de enseñanza sobre las dificultades que puedan presentarse en el aula. Es decir, el modelo pedagógico empieza a concebirse según las necesidades de los estudiantes y va dejando de lado una perspectiva objetivista que no tiene en cuenta los procesos de aprendizaje, sino la adquisición de metas y elementos específicos aislados de las experiencias y formas de abordar el mundo.

Esta línea de investigación se ha expandido a lo largo de las décadas para comprender el hecho del bajo rendimiento en el aprendizaje de la matemática con vistas a encontrar soluciones y favorecer a todos los estudiantes, quienes tienen las mismas posibilidades para desarrollar y construir el pensamiento matemático.

En este contexto se encuentra el artículo *Dificultades en el aprendizaje matemático* de la autoría de Carrillo (2009). En éste se mantiene que los problemas del aprendizaje matemático tienen que ver con tres aspectos: i) los obstáculos provocados por la propia naturaleza matemática; ii) los inconvenientes que provienen de la experiencia en el aula, que aluden al profesorado y a su metodología y organización; iii) las dificultades propias del alumno.

A la primera clasificación corresponden aspectos como la complejidad de los conceptos, la jerarquización de los conocimientos según la cual los aprendizajes constituyen una cadena que debe ir conectada lógicamente, la apariencia de la inutilidad de la matemática y, entre otros, el lenguaje formal que se aleja del lenguaje natural y cotidiano. En la segunda se hace énfasis en la influencia que tiene el docente y los modelos educativos en el proceso de aprendizaje, así se reconoce que el diseño de un *currículum* desligado del entorno propio de los alumnos representa una barrera pues los contenidos dejan de tener sentido para ellos; además, se sostiene que la metodología de los docentes debe buscar la manera de adecuar los objetivos educativos con las circunstancias y particularidades de cada uno de los educandos, y que esto funciona siempre y cuando el docente tenga un conocimiento claro de lo que está enseñando y promueva actividades que propicien la construcción del conocimiento. En lo que tiene que ver con la tercera, con las DAM presentes en el alumno, la autora sigue la idea que hay discrepancias entre los procesos de desarrollo cognitivo; a la par, reconoce que estas dificultades también pueden ser producidas por una falta de interés debido a la inconexión con la que puede presentarse la matemática con respecto al mundo concreto e inmediato. Con relación a esto, se hace hincapié en el hecho que la enseñanza formalista, desvinculada de un significado real, hace que los estudiantes conciban la matemática como fija, inmutable, externa, abstracta y desconectada de la realidad.

La enseñanza tradicional ha estado dominada, en general, por las tendencias formalistas que se han basado más en la manipulación sintáctica de los símbolos y reglas que en el significado de los mismos. Fundamentada en este tipo de enseñanza formalista surge la creencia frecuente de considerar la matemática como un conocimiento dominado por reglas que deben usarse de un modo fundamentalmente mecánico, o que sólo hay un modo correcto de resolver un problema matemático (Carrillo, 2009, p.6).

Por consiguiente, gran parte del bajo rendimiento y poca motivación para el aprendizaje matemático está protagónicamente ligada a la forma en la que se enseña esta asignatura. Para Carrillo, lo primordial es que para combatir esta situación los docentes se adapten a la diversidad de los estudiantes y diseñen sus estrategias para hacer ver la matemática “como algo necesario para la vida, que nos ayuda a salir de determinadas circunstancias y desarrolla nuestro intelecto” (Carrillo, 2009, p.10).

Como muestra del interés existente sobre la implementación de mejoras pedagógicas que faciliten el aprendizaje de todos los estudiantes en el aula, la política pública colombiana no se ha quedado atrás a la hora de señalar los aspectos esenciales a considerar para abordar conceptualizaciones y propuestas. Se traen a colación dos importantes documentos al respecto, el primero es el *Lineamiento Pedagógico y Curricular para la Educación Inicial en el Distrito* (2010), y la *Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas* del Ministerio de Educación Nacional (1998).

El *Lineamiento Pedagógico y Curricular para la Educación Inicial en el Distrito* (2010) es un documento creado con el fin de incentivar la garantía de un acceso a educación de calidad para la población de primera infancia de la ciudad de Bogotá. En este orden de ideas, propone que "se repiense el sentido de la Educación Inicial, se reconozca lo que desde los jardines infantiles y colegios se debe ofrecer a niños y niñas en primera infancia y las prácticas pedagógicas pertinentes" (Secretaria de Educación del Distrito, 2010, p. 11).

En este documento se realiza, en primer lugar una breve revisión a algunos antecedentes de la educación infantil; en segundo lugar se presentan algunas consideraciones conceptuales sobre el desarrollo infantil y la Educación Inicial; también se exponen los pilares de la educación inicial, las dimensiones del desarrollo así como las apuestas pedagógicas para el trabajo docente en la Educación Inicial; y por último algunas consideraciones o desarrollos que merecen ser fortalecidos.

El Lineamiento Pedagógico y Curricular para la Educación Inicial en el Distrito se edifica sobre el planteamiento del desarrollo humano. En éste se entiende que existe un entramado "biológico, psicológico, social, cultural e histórico" (Secretaria de Educación del Distrito, 2010, p. 47) que incide en la construcción conceptual realizada por el niño. Por esta razón se trabaja sobre cinco dimensiones, a saber, Personal-Social, Corporal, Comunicativa, Artística, y Cognitiva. Es de considerar que los niños no las desarrollan de manera homogénea, sino que el trabajo escolar debe ir encaminado a incentivar la construcción de las mismas.

Con estos elementos se elabora la propuesta de fortalecer el proceso de aprendizaje infantil por medio de la combinación de juegos, arte, literatura y la exploración del entorno. De aquí que los maestros cumplen una importante labor puesto que deben observar y escuchar a los niños, reflexionar sobre su quehacer, realizar actividades que potencien el desarrollo infantil, así como el desempeño de un adecuado trabajo en equipo con sus colegas.

De modo similar, la *Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas* (1998) reflexiona sobre la enseñanza matemática en Colombia. Aborda entonces temáticas como para qué y cómo se enseña esta área en la escuela; qué principios, criterios y estrategias orientan el desempeño de los estudiantes en el aula; o cuál es el papel del docente en este proceso.

Dentro de lo planteado en el Documento se afirma que el conocimiento matemático permite al estudiante organizar los conceptos que construye en la escuela; además, permite no sólo la solución de problemas propuestos por el docente, sino el planteamiento de buenas preguntas que conlleven a una adecuada solución. Sin embargo, se aclara que el pensamiento numérico se construye gradualmente en la medida en que los estudiantes pueden usar estos conceptos en “contextos significativos”.

En este sentido, el estudiante debe pasar de reproducir mecánicamente los números, para hacerse partícipe del proceso de aprendizaje a través de la formulación, las pruebas, la construcción de lenguajes y conceptos por medio del intercambio con otras personas. En semejante contexto, el docente debe asumir el papel de crear atmosferas propicias para la construcción conceptual autónoma de los niños gracias a su acompañamiento. Para esto se propone que el maestro amplíe constantemente su formación por medio de la profesionalización, la actualización, la investigación y la innovación.

Ahora bien, la atención sobre la enseñanza de la matemática debe prestarse para favorecer un aprendizaje efectivo y eficaz en los niños. A este respecto aterriza el contexto de la investigación que se plantea, pues pretende encontrar estrategias, actividades y prácticas para potenciar la construcción del concepto de número en los niños que cursan el grado transición. Por consiguiente, la presentación de los antecedentes para demostrar la pertinencia de esta investigación se sitúa en lo referente a la enseñanza de la matemática en la primera infancia.

El material revisado concuerda enfáticamente en que uno de los inconvenientes más severos reside en la noción que, el niño o la niña entra a la escuela sin ningún tipo de conocimiento ni manejo de las habilidades requeridas para ser matemáticamente competente. En oposición a esta postura, se ubican los artículos *El niño como matemático: compilación sobre la construcción del número y la enseñanza de la matemática en preescolar,* escrito por Otálora (2002), y *La matemática de los niños y niñas – contribuyendo a la equidad*- de la autoría de Moya (2004).

Otálora se inclina hacia las teorías innatistas sobre el desarrollo cognitivo, las cuales sostienen que “el ser humano nace con la capacidad de razonar sobre lo numérico, y de manera precoz, pone estas habilidades a su disposición para lograr el conocimiento y la organización del mundo que lo rodea” (2002, p. 1). Siguiendo con esto, concibe que la práctica del docente debe concentrarse en encaminar estos conocimientos básicos e intuitivos hacia una conceptualización convencionalizada y sistemática; el maestro debe, por medio de *actividades*, elevar aquellos saberes hacia conceptos abstractos y generales instaurados y reconocidos por la comunidad matemática. Pero la realidad pedagógica es otra, pues la autora reconoce que

Los maestros desconocen por un lado, el potencial que un niño posee cuando llega al grado cero y empieza su primer grado de básica primaria, y por otro, el tipo de prácticas pedagógicas que favorecen la transformación adecuada de éste conocimiento (Otálora, 2002, p.1).

A la luz de estas concepciones, la autora reconoce la pertinencia por la reflexión que los maestros han de ejercer sobre sus maneras de enseñar y de promover el aprendizaje entre los alumnos pues, así las cosas, la metodología para la educación debe basarse en la observación de los conocimientos que los niños poseen sin haber recibido una educación formal para crear y utilizar actividades que permitan el despliegue de éstos.

Con esto en la mira, la autora presenta un diseño de "Actividades Simultáneamente Intensivas-Extensivas como instrumentos que favorecen tanto la observación y el análisis de los procedimientos de los niños, como su progresiva construcción de conocimiento matemático antes del período de escolarización formal" (Otálora, 2009, p.29).

Por otro lado, Moya trae a colación el término «matemática de los niños» para referirse a las habilidades matemáticas con las que cuentan los niños y niñas antes de ingresar a la escuela. Para él, es primordial comprender en qué consiste este tipo de saber para extraer de éste la semilla para el aprendizaje de la matemática.

Moya se apoya en una concepción fundamentalmente constructivista, a saber, que la intencionalidad de las actividades del docente están dirigidas a desarrollar la *autonomía* del estudiante:

Una persona intelectualmente autónoma es alguien que tiene sus propias ideas, independientemente de que sean aceptadas o no por los demás, que comprende las ideas de los demás, sabe dar juicios ante diversas situaciones y, en definitiva, es dueño de su propio pensamiento (Moya, 2004, p. 26).

Cuando es el individuo mismo quien construye el saber en un proceso de interacción entre sus disposiciones internas y el mundo circundante, el aprendizaje deja de ser un asunto de transmisión y acumulación de conocimientos, “si no un proceso activo de parte del niño de ensamblar, extender, restaurar e interpretar y, por lo tanto, de construir conocimientos desde los recursos de la experiencia y la información que recibe” (Moya, 2004, p.26). Por consiguiente, la construcción de un conocimiento matemático formal, conceptual y abstracto debe partir del rol que los niños tienen como constructores de su propia interpretación de la realidad.

Moya, como la mayoría de autores que defienden el conocimiento matemático informal previo a la escolarización, se apoya en Baroody quien postulaba que la mayoría de los niños tienen una ‘matemática informal’ de un gran valor que soporta la interpretación de la matemática formal impartida en la escuela. Según esto, comenta Moya, “los niños van construyendo su conocimiento matemático. Van desarrollando su autonomía. Esa matemática informal es el puente entre un conocimiento intuitivo y un conocimiento formal, el cual permite al niño manejar herramientas que poseen un mayor carácter de abstracción” (2004, p. 27).

Es preciso que el docente quite la fijación sobre la impartición de conocimientos sin más y preste atención a las habilidades y a la forma en la que los niños y las niñas interactúan matemáticamente con el mundo. Además, debe ser consciente de los procesos que tienen lugar en el desarrollo del aprendizaje y en la construcción de conceptos como el de número. Aun cuando el maestro deja de imponerse y de ver al niño como un acumulador y memorizador de datos, se mantiene como una guía que debe llevar a sus estudiantes por una vía eficaz para la construcción del conocimiento; por ende, el docente debe tener muy claro cuál es el punto hacia el cual está dirigiendo. Además, los maestros han de aprovechar en gran medida "aquello que forma parte de la cotidianidad de los niños, lo que manipulan con alegría y desenfado, lo que observan y describen" (Moya, 2004, p.33).

Ahora, las ideas de Moya lo llevan a decir que hay que promover actividades que estimulen la construcción del conocimiento matemático; acciones como la manipulación de materiales y la experimentación son estrategias para que los niños y las niñas, mediante su propio actuar, desarrollen conocimientos nuevos de una manera activa y constructivista. Los materiales con los que se desarrollan las actividades de enseñanza deben ser útiles para estimular a los estudiantes, para promover la interacción con los otros y desarrollar en ellos el gusto por compartir experiencias y la capacidad de escuchar los puntos de vista de los demás (Moya, 2004, p.34).

Bajo esta misma perspectiva se encuentra el trabajo de Ruiz (2008) titulado *Las estrategias didácticas en la construcción de las nociones lógico-matemáticas en la educación inicial*. Aquí también se mantiene que las prácticas pedagógicas de la mayoría de los docentes no tienen como base los conocimientos informales matemáticos de los niños y niñas, y se asevera que éstos son ignorados según un modelo tradicional de enseñanza de la matemática que se orienta hacia la ejercitación prematura del cálculo.

Tal como lo plantea Otálora, Ruiz resalta la insuficiencia del modelo formalista de la enseñanza de la matemática que hace del aprendizaje algo mecánico no didáctico. De igual manera, le da a esta circunstancia gran peso en lo que se refiere a las dificultades que tienen los alumnos en la construcción del conocimiento matemático. La autora sostiene que hay una necesidad por dar paso a la formulación, creación y puesta en práctica de acciones didácticas que se ajusten adecuadamente al pensamiento específico del niño, y que estén más cercanas a su cotidianidad. Además, enfatiza en la importancia de un cambio de actitud que considere, se apoye y potencialice la autonomía de los niños y niñas en la construcción del saber.

A la luz de esta perspectiva, Ruiz se propone una investigación para realizar una descripción de las prácticas pedagógicas utilizadas por los docentes para promover el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de niños y niñas de Educación Inicial; esto con el objetivo de diseñar y ejecutar estrategias y actividades que respondan a los intereses y necesidades de los alumnos.

Con estas referencias, puede verse cómo el cambio de paradigma ha llevado a los docentes a mantenerse en una constante atención, observación, investigación y reflexión para encontrar las mejores estrategias y las actividades idóneas para potenciar los procesos de aprendizaje en los niños y niñas.

El informe de Ramírez (2010), *Modelos pedagógicos y modelos matemáticos en la formación docente preescolar*, atiende precisamente a la capacitación y a la competencia con que son equipados los docentes para enseñar matemática en niños y niñas del nivel de educación preescolar. Según la autora, un docente apropiado para posibilitar el desarrollo de las competencias matemáticas en la educación de los niños y niñas debe cumplir con lo siguiente: i) conocer los contenidos de la matemática, cómo se da el proceso de construcción de este saber y su utilidad; ii) estar al tanto de cómo se desarrolla el pensamiento matemático en los niños y niñas; iii) saber organizar y optimizar ambientes de aprendizaje; iv) mantenerse en una actitud propositiva y reflexiva con respecto a los proyectos educativos y de aula (2010, p. 127-128).

Para la autora, el primer paso para la proposición de estrategias pedagógicas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática es que el docente establezca un acervo conceptual claro y debidamente justificado para dar cuenta de lo que pretende enseñar. Luego de esto, es posible la implementación de nuevas metodologías educativas y didácticas para favorecer el proceso de aprendizaje.

Bajo esta perspectiva, pueden ser ubicados los siguientes trabajos: *Conocimiento para la enseñanza del número en futuras educadoras de párvulos: efecto de un curso de didáctica de la matemática* (Hernández, N.; Olfos, R.; Cáceres, P.; Galdames, X.; Goldrine, T.; Medina, V.; Estrella, S., 2015); *Enseñanza del concepto de número o competencia matemática temprana con TIC* (Velázquez Hernández y Ruiz Cortes, 2013); *El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar creencias y prácticas de docentes de Barranquilla (Colombia)* (Gutiérrez, I.; Gómez, M.; Jaramillo, L.; Fernández, K. & Orozco, M. 2004); y *Formación en educación matemática en la Licenciatura en Educación Infantil de la Universidad Pedagógica Nacional* (Torrado, 2013).

La investigación de Hernández *et al.* (2015) tiene como punto de partida las dos siguientes preguntas: "¿Qué tienen que saber los futuros profesores para enseñar?, y ¿Cómo transforman el conocimiento en prácticas de aula que beneficien el aprendizaje de los niños?" (p. 94). En principio, se hace referencia a múltiples trabajos por medio de los cuales se puede sostener que las docentes de nivel inicial no tienen los conocimientos adecuados de la disciplina en particular, ni de cómo utilizar a su favor los conocimientos que ya se poseen. Se pone énfasis en la necesidad de que "las futuras educadoras comprendan la matemática a enseñar y los procesos de construcción de conocimientos matemáticos en los niños, a fin de clarificar qué enseñar y cómo enseñar en este nivel educativo" (p.95).

Por otra parte, del fundamento teórico de este trabajo cabe destacar la consideración de modelos pedagógicos caracterizados por la relación dialéctica entre teoría y práctica, y la presencia de la reflexión en la formación docente (Hernández *et al.* haciendo referencia a Murillo (2006), 2015, p.95). Así las cosas, se debe mantener una actitud activa en la construcción del conocimiento para mantenerse en constante reflexión y revisión de sus prácticas pedagógicas: “La reflexión sobre la práctica favorece la articulación de los conocimientos con los saberes de la experiencia, la innovación pedagógica y la profesionalización docente” (p.95). Con esto en vista, el trabajo propone un curso para que las estudiantes formándose como docentes de preescolar reflexionen sobre sus conocimientos y sus estrategias de enseñanza.

La implementación de este curso sobre un grupo de estudiantes permitió ver que una adecuada formación docente hace que las prácticas diarias estén enfocadas en lo didáctico por encima del conocimiento cotidiano e informal, y fundamentalmente se postuló que:

> Constituye un desafío para la formación docente lograr implementar un sistema de andamiaje que permita a la futura educadora transitar desde un aprendizaje declarativo de la enseñanza de la matemática, hacia prácticas efectivas que impacten en los aprendizajes de los párvulos (Hernández *et al.* 2015, p.107).

Según la visión de Velázquez & Ruiz (2013), mejorar la educación es inherente al mejoramiento de la calidad de los docentes. Los maestros deben tener un amplio entendimiento de las bases teóricas necesaria para orientar su práctica hacia la construcción de las competencias matemáticas. Así las cosas, el profesor debe mantenerse en una actualización constante y en una reflexión activa que lo lleva a transformar su práctica según las necesidades de los niños y de las niñas y los requerimientos y realidades del contexto cotidiano y social.

El nuevo paradigma (…) sobre la enseñanza requiere de nuevas formas de intervención docente, de nuevas metodologías, nuevos enfoques y nuevos roles que requieren de cambio de actitud, (…) además de un esfuerzo de actualización permanente (…) en el aspecto tecnológico, en los nuevos enfoques pedagógicos y en una comprensión más profunda de las matemáticas elementales (Velázquez & Ruiz, 2013, p. 7).

Esta investigación se encamina a decir que los maestros, además de tener como centro fundamental de las actividades de enseñanza y de aprendizaje los procedimientos y acciones que el alumno lleva a cabo para construir el conocimiento, deben hacer uso y sacar provecho de los avances de la cultura, la ciencia y la tecnología para maximizar las prácticas pedagógicas y favorecer los procesos de aprendizaje. Esta apropiación refleja un acto de empoderamiento que denota un compromiso por parte del docente para enriquecer sus estrategias y derribar las barreras de las dificultades de aprendizaje.

Es de destacar que los autores fomentan la actividad pedagógica como un proceso constante de investigación sobre la práctica para la adecuación de la enseñanza a las necesidades y particularidades de las niñas y los niños:

Se requiere que los docentes reflexionen críticamente sobre sus formas de intervención pedagógica porque son los encargados de acompañar a sus alumnos (…); [además] deben mantenerse permanentemente alerta a las manifestaciones de sus alumnos respecto a sus estilos y formas de aprendizaje, a sus necesidades, debilidades y fortalezas; a la apropiación de los conocimientos; a la comprensión de los significados; a la construcción de conceptos, transferencia y aplicación en su conjunto, en la solución de problemas a los que se enfrenta (Velázquez & Ruiz, 2013, p. 8).

El docente debe estar en la plena capacidad de adaptar su metodología para potenciar el aprendizaje a la vez que responde a los objetivos educativos correspondientes a desarrollar las competencias matemáticas en los alumnos. Desde aquí, el diseño e implementación de nuevas estrategias y actividades se fortalece pues resulta de la reflexión de un docente que tiene pleno conocimiento de lo que pretende enseñar, que fundamenta su hacer en las particularidades de la construcción del saber y que adecua sus prácticas según los diversos requerimientos de los niños.

Ahora, la investigación llevada a cabo por Gutiérrez *et al.* (2004), parte de las dificultades presentes en el desarrollo del pensamiento matemático de una población de niños y niñas del caribe colombiano. El trabajo sostiene que éstas son consecuencia de currículos cuyo “principal objetivo es transmitir al niño conceptos matemáticos sin la consideración de los conocimientos previos que éste trae al aula” (Gutiérrez *et al.* 2004, p.44). Por otra parte, los autores deducen que la responsabilidad de esta problemática tiene que ver con la repetición de un modelo tradicional que aparta las prácticas de los docentes de la matemática informal que el niño ha desarrollado a partir de su vida cotidiana.

Los autores hacen ver que la enseñanza va más allá del hecho de proporcionar información porque tiene que ver, esencialmente, con ayudar a los niños y niñas en los procesos constructivos de aprendizaje. “Para ello el docente debe tener un buen conocimiento del alumno, cuáles son sus ideas previas, qué es capaz de aprender, estilo de aprendizaje, motivaciones, hábitos de trabajo, las actitudes y valores que manifiestan frente al estudio” (p.51). Así pues, se refuerza la idea de una transformación del enfoque del diseño de actividades para la enseñanza. Este cambio viene dado desde el docente mismo quien debe moldear sus prácticas sin perder de vista los currículos tradicionales que aún se mantienen en uso. Por lo tanto, el maestro debe empezar a verse como un profesional crítico que reflexiona acerca de su propia manera de enseñar: “Los maestros reflexivos utilizan la pregunta rutinaria y deliberadamente para guiar y cambiar sus prácticas, para que sean más efectivas” (Gutiérrez *et al.* haciendo referencia a Costa (1991), 2004, p. 53).

Desde dicha perspectiva, la investigación se despliega para reconocer las diferencias que hay entre un docente reflexivo y una maestro tradicional, la perspectiva de los docentes según el conocimiento matemático informal y las discrepancias en las prácticas para fortalecer el aprendizaje.

Los resultados, entre otras cosas, muestran que a pesar de que los docentes son lúdicos y reflexivos en sus prácticas diarias, continúan enseñando la matemática de una manera mecánica; por otro lado, recalcan una creencia general que considera que "la mejor manera para que [los] alumnos aprendan matemáticas es a través del juego y la manipulación" (Gutiérrez *et al.* 2004, p.68).

Por su parte, Torrado (2013) cuenta una experiencia significativa del grupo de investigación "Formación en Educación Matemática" de la Universidad Pedagógica Nacional. Dentro de su trabajo, el grupo ha analizado las competencias que necesitan los educadores infantiles para "propiciar el aprendizaje de los conocimientos matemáticos y el desarrollo del pensamiento matemático" (p. 291). En este sentido, recientemente han venido ocupándose en la creación de lo que han denominado una "propuesta de análisis didáctico del contenido matemático".

Dicha propuesta se ha centrado en el análisis de cuatro puntos esenciales: en primer lugar el contenido centrado en la matemática escolar; segundo, la parte cognitiva o procesos de aprendizaje; tercero, la instrucción o los métodos de enseñanza; por último, la actuación o la puesta en práctica tanto del aprendizaje como la enseñanza.

En este punto, Torrado (2013) presenta un breve recuento de cómo se ha enfatizado la educación matemática en Colombia. Ésta, durante la primera mitad del siglo XX se centró en una "aritmética funcional" la cual estaba principalmente enfocada al desempeño laboral de las personas en actividades comerciales. Sin embargo, en la actualidad el énfasis ha cambiado para encauzarse en el desarrollo de un pensamiento matemático del niño, como partícipe activo.

Con los elementos expuestos hasta acá, Torrado (2013) afirma que el análisis didáctico desarrollado por el grupo de investigación posee una aplicación concreta que se materializa en algunas mejoras al “Documento 10: Desarrollo infantil y competencias en la primera infancia” del Ministerio de Educación Nacional. Así, se ha contribuido en la generación de herramientas pedagógicas a partir de la incentivación inculcada en el maestro para mejorar constantemente su ejercicio docente mediante la reflexión permanente sobre su trabajo en el aula.

Otros investigadores han aportado a la reflexión de los docentes sobre su quehacer con recomendaciones para complementar el trabajo pedagógico en el aula. Surgen entonces ideas como la necesidad de hacer partícipes a los padres de los niños en el proceso de aprendizaje, ampliar el enfoque o la creación de nuevos modelos, entre otras. Se incluye acá el trabajo titulado *Propuestas didácticas efectivas: propuesta “Descubro las Matemáticas”* (Benitez, 2008), *Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades* (Alsina, 2012), y *Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema* (Múnera, 2011).

Benítez (2008) retoma la propuesta “Descubro la Matemática” creada por Jorge Castaño; ésta se encuentra cimentada en el constructivismo. En dicha propuesta, se siguen los dos postulados esenciales planteados por Castaño: el primero es que el sujeto cognoscente organiza la información recibida del mundo según los esquemas mentales propios, el segundo es que el pensamiento logra niveles superiores de organización gracias a una mayor estructuración de los sistemas conceptuales que lo constituyen (Benítez, 2008).

El objetivo de “Descubro la Matemática” es que los estudiantes tengan una experiencia activa e interactiva con el mundo matemático, a través de la cual puedan construir su conocimiento significativo. Para esto, el programa posee una serie de estrategias las cuales son: asesorías del docente a los estudiantes; talleres a padres de familia; trabajo en el aula; interacciones en el aula; jornadas de socialización en las que se exponen asuntos como dificultades, aprendizajes, conocimientos y procesos usados para resolver los problemas.

Gracias a la propuesta de Castaño, Benítez (2008) afirma que es necesario innovar en el campo de la enseñanza matemática; por ejemplo, con “cambios en la naturaleza actual de la enseñanza de la matemática (…) [y] cambios en la forma como es practicada” (p. 15). Por esta razón, su llamado va hacia la consolidación de un modelo de enseñanza apropiado para el aprendizaje matemático significativo construido pensando en la totalidad de personas partícipes.

Asimismo, Benítez (2008) apela a la realización de una revisión permanente de las estrategias tradicionales de enseñanza, a fin de encontrar nuevas herramientas para los maestros. En consecuencia, propone que en los postulados del constructivismo existe una vía efectiva hacia la consecución de tal fin; gracias a éste se pueden crear alternativas didácticas aplicables a la enseñanza matemática, las cuales se ven materializadas en las experiencias cotidianas en el aula de clase.

Esta propuesta elaborada por Castaño y retomada por Benítez está cimentada en la idea que en la construcción de conocimiento matemático se involucran muchos más actores, además del estudiante y el docente. De ahí, la importancia de mantener una comunicación e interacción permanente con los familiares del niño, así como el propiciar la interacción constante en el aula entre estudiantes y profesores.

El trabajo de Benítez (2008) se ha incluido en esta revisión puesto que, en primer lugar, propone el constructivismo como herramienta teórica capaz de responder a nuevas necesidades para la construcción de conocimiento matemático. En segundo lugar, interroga por el cómo reinventar la enseñanza matemática; siendo precisamente ésta una de las cuestiones principales de esta investigación.

Otro trabajo destacable es el realizado por Alsina (2012) titulado *Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades*. En éste se propone que la enseñanza matemática debe hacerse desde un "enfoque globalizado", el cual requiere que las conexiones conceptuales estén incorporadas en las actividades desarrolladas en el aula. Tales vínculos hacen referencia a la relación que existe entre los contenidos matemáticos, y la que hay entre éstos y los procesos de aprendizaje; además, se refiere a la relación de las matemática con otras áreas de conocimiento así como con el entorno cotidiano.

En este sentido, el "Conectar implica establecer un vínculo estrecho entre cosas de la misma naturaleza" (Alsina, 2012, p. 8). Por ejemplo, para el caso de los primeros aprendizajes, los niños deben vincular las matemáticas intuitivas e informales que construyeron a través de su experiencia previa a la escuela, con las que están aprendiendo allí.

Con todos estos elementos, Alsina propone que el enfoque globalizado debe apuntar a establecer adecuadamente las conexiones entre: contenidos matemáticos, contenidos y procesos, matemáticas y otras disciplinas, y las matemáticas y la vida cotidiana. Así, en primer lugar propone que las matemáticas constituyen un campo de conocimiento integral. Adicionalmente, la conexión entre contenidos y procesos matemáticos debe llevar al estudiante a desenvolverse de mejor forma en otros contextos además del escolar. Por otra parte, el autor argumenta que la enseñanza matemática debe valerse de otras disciplinas como el arte, la música o la literatura infantil, para asegurar la adecuada construcción conceptual; para ilustrar, Aymerich (citada por Alisina) sostiene que existe una conexión entre las matemáticas y los cuentos infantiles pues éstos ayudan a construir representaciones mentales que luego podrán ser evocadas; entonces el conocimiento matemático no se construye únicamente durante “la clase de matemáticas”, sino que hay otros escenarios en los que se edifica este aprendizaje. La conexión entre matemáticas y la vida cotidiana radica en que durante los primeros años escolares no se construye conocimiento sobre formulas abstractas, sino en relación a asuntos del diario vivir.

En este sentido, el enfoque globalizado propone desafiar a los estudiantes a que apliquen el aprendizaje matemático en proyectos o investigaciones que impliquen la puesta en práctica de los conceptos que han construido. Para cerrar, Alsina (2012) presenta algunos ejemplos de aplicación de su propuesta. Uno destacable se llama “maravillas verdes”, en el cual, a través de la observación de plantas se trabajan variados contenidos matemáticos. En dicho caso se ponen en marcha estrategias para establecer las conexiones descritas anteriormente.

La importancia de este trabajo está en la invitación a concebir y construir la enseñanza matemática como un todo en el que confluyen diversos elementos. En este sentido, Alsina (2012) recalca el hecho que el mundo matemático se relaciona con otros campos que en principio parecerían ajenos. De ahí su reconocimiento en esta investigación, para integrar parte de sus ideas a la hora de diseñar y crear las actividades de interacción en el aula.

Entretanto, Múnera (2011) presenta su experiencia en la enseñanza de la matemática escolar a través de las “situaciones problema”. De acuerdo al autor, éstas son espacios en los que los estudiantes se ven en la tarea de interactuar entre sí para dar solución a diversos problemas presentados por el docente. A través de esta dinámica, se espera que en el aula se generen “nuevas relaciones entre los conocimientos matemáticos, el estudiante y el profesor, las cuales empiezan a tejerse desde prácticas propias de la pedagogía activa” (p. 180). Es decir, que se pretende una construcción conceptual matemática por medio de la interacción en el aula.

En adición, Múnera (2011) plantea que en la iniciativa propuesta, se da “paso a la construcción de conocimientos matemáticos a través de la creación de sistemas de representación y, por consiguiente, [se requiere] vincularlos en un espacio donde los estudiantes interactúen y construyan significados, de manera compartida, para los conceptos” (p. 182). Es decir que, gracias a las situaciones problema, el aprendizaje de las matemáticas deja de ser una simple operación de transmisión conceptual, para pasar a una nueva visión del mundo matemático en la cual el estudiante asume un papel activo. De este modo, ya no se trata exclusivamente de encontrar buenas preguntas, sino además, respuestas pertinentes a través de un trabajo conjunto entre docentes y estudiantes.

Para desarrollar adecuadamente una actividad de situaciones problema, Múnera propone dos fases, a saber, el diseño y la interacción en el aula. En la primera se procura que el docente proponga situaciones para cuya solución los estudiantes necesiten “exteriorizar ese bagaje de ideas, preconceptos, procedimientos y habilidades –que son bien diferentes en cada estudiante- para entrar en contacto con los nuevos conocimientos matemáticos” (Múnera, 2011, p. 185). Entretanto, en la interacción en el aula debe hacerse, en primera instancia, un trabajo grupal sobre una “guía” (prediseñada por el docente) y, posteriormente, una socialización colectiva en la que se discuten las vías de solución usadas por los estudiantes. En este punto es importante que, en la medida de lo posible, salgan a la luz diversas alternativas. Cabe además considerar que el docente debe desempeñarse como un facilitador a lo largo del desarrollo del ejercicio, mediante el fomento de nuevas preguntas y/o discusiones en los grupos.

La propuesta de Múnera es considerada en este caso por su relación didáctica con la investigación planteada en este documento. Si bien este trabajo tiene mayor aplicabilidad en Básica y Media, en transición también se puede procurar la construcción del concepto de número mediante las “situaciones problema”. Cabe entonces aclarar que para este curso las actividades propuestas requieren de un menor grado de abstracción conceptual que en grados superiores.

Otro trabajo que realiza una recomendación muy pertinente para la investigación en curso se encuentra en el artículo de Silva y Varela (2010) titulado *Los materiales “concretos” en la enseñanza de la numeración.* Allí exponen sus reflexiones y análisis en referencia al uso de los materiales concretos en las “prácticas tradicionales del aula”. Según su mirada, gracias a algunos aportes recientes de la Didáctica de la Matemática se encuentran inconsistencias en el uso de éstos.

En su análisis, comentan que el uso de estos materiales ha partido de una perspectiva tradicional de enseñanza en la que se considera que el aprendizaje consiste en una simple progresión de lo simple a lo complejo. Toman en cuenta siete elementos comúnmente usados: el Abaco, las Regletas de Cuisenaire, las Plaquetas de Herbinière Lebert, los Ataditos, el Material multibase de Dienes, el Material cuadro color, y las Bandas numéricas figurativas. Ahora bien, es destacable que, siguiendo a los autores, el uso de estos materiales deforma el concepto de numeración pues se aparta de características esenciales como el “poseer cifras que no dependen del conteo visual; tener un número de cifras equivalente a la base; y poseer la cifra cero” (Silva & Varela, 2010, p. 33). De esta manera se afirma que el uso de material concreto, en ocasiones, no ayuda a comprender los cálculos con cifras. Sin embargo, estas falencias no necesariamente tienen cabida en esta investigación, debido a que en este punto se están dando los primeros pasos en el camino de la construcción del concepto de número de los niños del curso transición.

La importancia de este artículo de investigación radica en el hecho de poner sobre la mesa elementos de reflexión importantes para evitar inducir errores por medio del uso de los materiales concretos en el aula. Principalmente la falla en el uso de dichos materiales consiste en que éstos, en la mayoría de casos, son extraños y ajenos a la cotidianidad de los niños. Así, el llamado de estos autores va precisamente al hecho de, en caso de usarlos, se debe buscar la manera que sean objetos con los que ellos se encuentren familiarizados e identificados.

Existen interesantes e importantes ejemplos en la literatura donde la implementación de alternativas pedagógicas para la enseñanza matemática tuvo un éxito significativo al motivar a los estudiantes en la participación activa de la construcción de los conceptos matemáticos. En este grupo se ubican los trabajos titulados *Investigación y evaluación para mejorar la educación en niños pequeños: ejemplos de matemáticas y lenguaje* (Lange, 2013); y, *Cultivar matemáticas* (Fàbrega& Edo, 2015).

Lange (2013) presenta parte de su experiencia investigativa a través de su artículo. En éste parte de la afirmación que el propósito de la investigación es el de buscar formas para mejorar el aprendizaje del lenguaje y la matemática en niños pequeños. Así, señala que es posible promover el desarrollo simultáneo del lenguaje y la matemática al comprenderlos como una producción conjunta.

Como sustento a sus aseveraciones, Lange presenta los resultados de un proyecto en el que implementó el modelo denominado TRIAD. Éste debe entenderse como un ejercicio en el que “se evaluó la forma de enseñar matemática usando estrategias con preguntas en las que se esperaban métodos de solución a través de la expresión verbal de los niños (lenguaje)" (Lange, 2013, p. 305). Se contó con la participación de 1.305 niños que fueron divididos en dos grupos: TRIAD y control. En el primero, los docentes tenían ideas claras de cómo y qué enseñar a partir de las trayectorias de vida y del uso de un lenguaje adecuado para buscar una mejoría en el grado de aprendizaje de los niños. En contraste, los profesores del segundo grupo no poseían tales herramientas.

En la síntesis de los resultados, Lange (2013) expone un notable incremento de una "adecuada construcción de conocimiento" en el grupo TRIAD. Sobre esta base, puede afirmarse que una vía para mejorar el trabajo de los docentes en el aula está en el uso de estrategias que ayuden a los niños a expresar adecuadamente sus pensamientos, a la par que éstas contribuyan en el desarrollo simultáneo de más de una habilidad.

Análogamente, Fàbrega & Edo (2015) presentan una experiencia de implementación pedagógica en un colegio bilingüe por medio del trabajo por proyectos. La idea principal de éste es el uso de situaciones y problemas reales que además sean cercanos a los niños, para hacer un trabajo de distintas asignaturas de manera interdisciplinar. En dicho contexto, los maestros deben asumir un rol de acompañamiento y asesoría sin intervenir directamente en las decisiones de los niños.

Concretamente, en su experiencia Fàbrega & Edo (2015) en compañía de los niños decidieron plantar lechugas, y posteriormente, surgió la idea de crear un restaurante vegetariano. Para esto, en primer lugar construyeron el huerto, seleccionaron las semillas, dividieron el espacio según los grupos de estudiantes e hicieron la plantación. Acto seguido, motivados por el hecho de consumir las lechugas que habían plantado, buscaron recetas vegetarianas para tener clases de cocina y establecer así el restaurante. Gracias a esta segunda parte del trabajo grupal, se pudo aplicar una serie de operaciones matemáticas, así como el hecho de familiarizar a los niños con situaciones de la vida real que requieren del uso del pensamiento matemático.

Como conclusión de esta interesante experiencia, las autoras cuentan que hubo constantemente mucha motivación de parte de los niños para participar activamente en las tareas propuestas. Además, se logró que la aplicación de “técnicas matemáticas” se haya dado en contextos significativos que permitieron a los niños encontrar sentido a lo que se estaba haciendo. Asimismo, la combinación de distintas asignaturas a lo largo del proyecto facilitó llegar a los diversos intereses de los niños.

Este recuento se ha hecho con el objetivo de mostrar que la transformación de las prácticas y de los modelos pedagógicos, con miras a potenciar el aprendizaje como un proceso de construcción, es una coyuntura que ha ido permeando cada vez con más fuerza los contextos educativos. Es así que los profesores han reconocido la importancia de la reflexión sobre sus prácticas para proponer soluciones y actividades adecuadas que superen parte de las dificultades que los estudiantes presentan en el aprendizaje de la matemática; específicamente, aquellas que son causa de un modelo pedagógico que ignora las habilidades y el conocimiento informal de los niños.

Por consiguiente, considero que como docente no puedo ignorar la pertinencia de la transformación de mi metodología de enseñanza, pues es necesario concebir a los niños como sujetos autónomos y capaces de alcanzar los objetivos y volverse matemáticamente competentes; según esto, hay que adecuar las actividades pedagógicas a los procesos, circunstancias y contingencias que tienen lugar en el aula cuando el camino se dirige hacia la construcción del concepto de número y, con este, hacia la edificación del conocimiento matemático.

Justificación

La realización de esta investigación cumple una importante función social porque tiene en su foco el mejoramiento de la educación que se ofrece a los niños. En este sentido, es necesario reconocer que ellos, como herederos del mundo, requieren construir de la mejor forma posible sus conocimientos. Aunado a esto, el contexto actual altamente mediado por los avances tecnológicos, los cuales continúan creciendo y mejorándose de forma acelerada, exige a las personas avanzados conocimientos en distintas áreas del saber, entre ellas la matemática. Bajo estas circunstancias, los docentes de preescolar tenemos el reto de propiciar espacios, oportunidades y experiencias que generen interés, curiosidad, gusto, y que potencialicen en el niño la construcción de esquemas mentales para adquirir y comprender los conceptos matemáticos. Esto puede lograrse a través de una acción pedagógica global, es decir, que esté orientada a influir sobre el pensamiento de los niños de manera integral y que permita mejorar sus condiciones de aprendizaje al nutrirse de todo lo que le rodea e ir más allá de contenidos y respuestas rígidas.

La sociedad confía en la escuela y en el papel que cumple el docente como facilitador de ambientes, estrategias, métodos, entre otros, que propicien la construcción del conocimiento. Es por esto que tanto los aspectos teóricos como los prácticos en cuanto a la construcción del concepto de número, como es el caso de esta investigación, son de interés para el sistema educativo actual que pretende la calidad de la educación.

De esto, surge la necesidad de implementar alternativas que permitan potenciar en los niños las habilidades matemáticas al brindarles herramientas para hacer más amigable la tarea de construir los conceptos matemáticos evitando al máximo que se conviertan en algo tedioso y complicado. Además, se pretende contribuir a superar la superficialidad con la cual se aborda el tema, el cual ha estado basado en el reconocimiento y reproducción del símbolo asociado al más, menos, igual, cantidad, como si la construcción del concepto de número no permitiera otras construcciones y tuviera un significado lineal. De manera tal, ésta no es una investigación alejada de la realidad que se vive día a día en el salón de clases, sino que se produce precisamente allí.

Es por lo dicho que el enfoque metodológico de investigación cualitativa, investigación-acción resulta ser pertinente para buscar, diseñar e implementar alternativas que potencien la construcción del concepto de número, debido a que facilita la interacción directa con los niños a la par que se hace una reflexión del ejercicio docente. Así, se garantiza además que los resultados obtenidos estén acordes a las necesidades de los niños y que provengan de una perspectiva constructivista del aprendizaje.

Por último, es importante destacar que este estudio contribuye en la solución de problemas encontrados en situaciones de la vida cotidiana por dos motivos principales. En primer lugar, porque ha sido precisamente en el ejercicio cotidiano de la docencia donde se ha identificado la necesidad de generar este aporte. En segundo lugar, porque ha sido también en la práctica donde se han desarrollado la recolección de información, análisis reflexivo e implementación de alternativas.

Capítulo III

Marco Conceptual

En principio, este capítulo trata del concepto de número; para esto, aborda la necesidad y funcionalidad de las competencias matemáticas y recae en la importancia de la construcción de éste. Luego, define qué es un concepto y cómo tiene lugar su formación; posteriormente, trae a colación distintos enfoques acerca del proceso que se da en los niños para dicha construcción: por medio de la actividad de contar, gracias al desarrollo del pensamiento lógico y mediante actividades que incluyan tanto la lógica como la experiencia. Acto seguido, desemboca en una propuesta que comprende al número como un sistema y que postula que su aprendizaje se da en la aplicación de esquemas lógicos en la solución de problemas y desafíos de la vida diaria.

Como segunda parte, se presentan y analizan los aspectos pedagógicos relevantes para el desarrollo de la presente investigación. En este orden de ideas, en primer lugar realiza una exposición de algunos modelos pedagógicos, a saber, los tradicionales como el Reproduccionismo, la Escuela Nueva y la Pedagogía Dialogante; posteriormente, examina las consideraciones más importantes que se han planteado desde el constructivismo y, finalmente, ilustra la propuesta de Castaño (1991) la cual, basada en el último modelo pedagógico, propone algunas herramientas para la enseñanza de la matemática.

1. El concepto de número

1.1 Competencias matemáticas

La sociedad del siglo XXI, marcada por las dinámicas de la globalización y los avances tecnológicos, se caracteriza por fundamentarse en la aplicación de la matemática. La coyuntura es tal que puede llegar a decirse que no hay un campo en el que éstas no presten utilidad alguna, y es difícil encontrar una esfera en el que su uso no sea necesario.

Es así que, “el conocimiento matemático (…) se utiliza en una serie de actividades que van desde realizar las compras, los intercambios de dinero o distribuir el presupuesto familiar, hasta las operaciones simples que se requieren en el ámbito profesional” (Defior, 1996, p. 182).

El hombre ha de estar equipado con herramientas adecuadas para adaptarse a las situaciones que el mundo le impone; debe poseer competencias para desarrollarse y enfrentar la variedad de situaciones que encuentra a lo largo de su vida. Según el contexto actual, es necesario que una persona sea matemáticamente competente.

> El Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes, PISA (2009), define la Competencia Matemática como la capacidad que tienen los individuos para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadanos constructivos y reflexivos (Ortiz, 2009, p.390).

Chamorro (como se citó en Cardoso y Cerecedo, 2008) hace ver que un individuo es competente matemáticamente cuando es capaz de hacer las siguientes actividades: 1) comprende conceptualmente las nociones y relaciones aritméticas; 2) desarrolla destrezas procedimentales; 3) piensa estratégicamente para la resolución de problemas; 4) tiene habilidades de comunicación y argumentación matemática; 5) presenta una actitud positiva para el aprendizaje y la aplicación de conocimiento matemático.

Desarrollo de la competencia matemática

Ahora bien, la formación de una competencia como la descrita se da a través de un proceso lento y cuidadoso que empieza desde la primera infancia. Antes de hacer parte de la educación formal, los niños adquieren ‘habilidades’ matemáticas que son la semilla que, debidamente cuidada y estimulada, puede germinar en el desarrollo integral de la competencia matemática. Esto se evidencia en la importancia que, desde décadas atrás, ha tenido la enseñanza de la matemática a partir de los primeros grados en los sistemas educativos.

En este punto, se resaltan algunos principios para este proceso recogidos por Sylvia Defior (1996):

a) Es un proceso de construcción activa y no una mera absorción por parte del sujeto.

b) El conocimiento informal, los conocimientos previos, que proviene de las experiencias cotidianas antes de la vida en la escuela debe ser el punto de partida de la enseñanza de las matemáticas ya que constituyen la base para la adquisición de nuevos conocimientos.

c) Hay que distinguir entre el conocimiento declarativo (conocimiento de los conceptos matemáticos) y el conocimiento procedimental (saber cómo usarlos). Ambos tipos de conocimiento se relacionan estrechamente pero deben ser enseñados de manera explícita.

d) Se debe efectuar la automatización de los procedimientos para garantizar el pleno uso de las habilidades matemáticas.

e) El conocimiento matemático no puede concebirse como aislado, sino hay que aplicarlo en diferentes áreas del saber.

Con lo dicho, se tiene que la competencia matemática se desarrolla desde un conocimiento informal que debe ser estimulado y dirigido por medio de una serie de nociones y procedimientos. Esto va de la mano con la idea que un conocimiento no puede adquirirse si no se cuenta con una base suficiente que permita la interiorización de algo nuevo.

Según Cardoso y Cerecedo (2008), las competencias básicas matemáticas son las relacionadas con el concepto de número y con el desarrollo de las nociones de forma, espacio y medida. Una versión más ampliada presentada por Defior (1996) pasa por la numeración, la habilidad para el cálculo y la ejecución de algoritmos, la resolución de problemas, la estimación, la habilidad para utilizar los instrumentos tecnológicos, el conocimiento de las fracciones decimales y el manejo de la medida y las nociones geométricas. Aquí, puede verse que el aprendizaje de la matemática se siembra con el concepto de número.

1.2 Construcción del concepto de número

Concepto

Para empezar a hablar del concepto de número, es preciso aclarar qué se entiende por concepto. Para esto, se trae la explicación desarrollada por Lowell (1986). En principio, es una forma de *clasificación* de la información perceptual recibida. Así, es una manera de interpretar el mundo, de acceder a él y conocerlo.

El concepto es una generalización que se hace a partir de casos particulares y concretos. Lowell pone el siguiente ejemplo:

> Cuando oímos la palabra 'ave', o la vemos impresa, no pensamos en todas las especies existentes, desde las de corral a la golondrina. Para la persona normal esa palabra significa una *clase* de animales que tienen plumas y dos patas, y la mayor parte de individuos incluidos en ella pueden volar (1986, p. 24).

En el proceso de la formación de los conceptos se ven implicadas dos acciones. Una es la *discriminación* o *diferenciación* de las propiedades y/o acontecimientos ofrecidos por el mundo exterior, para así reconocer rasgos comunes y distinguir unos de otros. Otra es la *generalización* de cualquier rasgo común encontrado.

> Por ejemplo, el rasgo en común entre un número de círculos de distinto diámetro, hechos con diferentes materiales y de diversos colores, es la redondez del círculo, y el reconocimiento de este rasgo en todos los objetos constituye el mayor avance en la formación del concepto (Lowell, 1986, p.25).

De lo dicho, el proceso de formación de conceptos puede describirse con la siguiente secuencia: *percepción-discriminación-generalización*. Por consiguiente, la adquisición conceptual se da de lo concreto a lo abstracto y no al contrario.

De esta manera, se puede decir que un concepto es una generalización en el nivel más alto de abstracción que tiene lugar a partir de la selección y relación de datos extraídos del mundo circundante.

La construcción de conceptos en el niño

Generalizar es conceptualizar, mas no es suficiente para la fijación de los conceptos en el esquema cognitivo. Lowell sostiene que al momento de generalizar se establece una "*hipótesis* (…) que tiene que ser comprobada ensayándola sobre nuevos especímenes" (1986, p.25). Así pues, mediante un contacto empírico con el mundo las palabras adquieren mayor sentido porque los conceptos requieren de un tiempo de comprobación. "Los conceptos se ensanchan a lo largo de la vida, mientras el cerebro y la mente permanecen en actividad y los prejuicios no reducen la capacidad de categorizar" (p. 26).

Se ha comprobado que la capacidad para la discriminación es algo innato, por consiguiente, los niños son capaces de diferenciar propiedades y distinguir rasgos comunes sin tener un conocimiento previo. Sin embargo, empiezan por hacer uso del lenguaje desde una perspectiva muy rudimentaria pues la aplicación que hacen de las palabras no denota propiamente una actividad de abstracción. Así pues, sólo pueden referirse a una cosa según una situación concreta. A este respecto es donde recae uno de los principales interrogantes de la construcción del concepto, a saber, ¿cómo se da el salto de la experiencia a la abstracción y generalización abstracta?

Lowell reconoce que esta pregunta es uno de los grandes misterios del proceso de la formación de conceptos, pero eso no quiere decir que éste no tenga lugar según como ha sido descrito. A pesar de esto, reconoce que las condiciones del entorno hacen que aquél se vea afectado; dice que un 'fondo estimulante' potencia las capacidades de clasificar y formar nuevos conceptos (1986, p. 30). Así pues, se fomenta la exposición del niño a un mundo rico en contenido dispuesto para una continua comprobación de hipótesis que lo lleve a hacer más específica su red conceptual.

Construcción del concepto de número

El ingrediente principal, esencial, de la matemática es el *número*. Éste es el cimiento sobre el cual se construye todo el conocimiento matemático, sin embargo, es de una naturaleza tan abstracta y ajena al mundo concreto que desde tiempos remotos no ha podido ser definido o explicado sin ambigüedades. Es por esto que, tal concepto no puede ser transmitido por otros, sino ha de surgir desde el individuo mismo; en otras palabras, el concepto de número no se aprende sino se construye mediante un ejercicio propio.

Sumado a dicha circunstancia, se encuentra el hecho mencionado anteriormente, a saber, no ha sido clarificado cómo se da el paso de lo concreto a lo abstracto. Determinar cómo tiene lugar el concepto de número en los niños es una tarea que representa un desafío doble: por una parte, el concepto no puede ser captado por imitación; y, por otra, no se sabe de qué manera desde la experiencia se llega a concebir una clase abstracta para comprender los objetos particulares del mundo. No obstante, no puede obviarse la necesidad de establecer parámetros para lograr que los niños comprendan y doten de sentido el número porque, de lo contrario, no podría desarrollarse en ellos la competencia matemática necesaria para la vida.

> Cuando se trata, por ejemplo, de los números naturales (1, 2, 3, 4…, etc.), el niño pasa de los *perceptos* (procedentes del medio ambiente que le rodea) y de las acciones al concepto [hace una abstracción con base en la experiencia]. **Los métodos empleados por los docentes pueden favorecer el proceso en mayor o menor grado**. En todo caso, si el niño no logra alcanzar plenamente el concepto de los números naturales, si no llega a existir en su mente independientemente de las cosas, aparatos, acciones o circunstancias, serán muy limitados los cálculos y operaciones mentales que pueda realizar con ellos (Lowell, 1986, p. 33. Negrita propia).

Ahora, se reconoce que la construcción del concepto de número no es la ganancia de la definición de una palabra, sino la conformación de un sistema que deviene en algo que puede ser denominado como *Pensamiento Numérico*: "aquello que la mente puede hacer con los números" (Castro, 2008, párr. 3). Por lo tanto, aquélla sólo tiene lugar según la funcionalidad. Por esto, tener tal concepto no es repetir una definición dada por otro, sino descubrir su sentido según las acciones para las que su uso es necesario. De esta manera, se abre una perspectiva para abordar el problema: ahora se tiene que el número se construye a partir de la experiencia, y que poseerlo no tiene que ver con la posibilidad de definirlo, sino con encontrar su significado a partir del uso que de éste se hace.

Adquieren relevancia los avances realizados por pensadores dedicados al tema para desprender una alternativa óptima que fomente y potencie la construcción del concepto de número. En esta instancia, ha de traerse al caso el principio más arriba destacado: los conocimientos previos que los niños adquieren antes de recibir educación formal son la base para nuevos saberes. Es así que, la construcción del concepto buscado debe tener como punto de partida este tipo de conocimiento.

Ahora bien, es en dicho punto al que recaen diferencias entre los pensadores que han tenido como propósito descubrir cómo se da el proceso específico para la construcción del conocimiento matemático. Hay algunos que proponen que sólo por medio de la experiencia se llega al concepto, mientras que otros postulan que se requiere de una actividad más allá que no depende de ésta para realizar la abstracción hacia la generalización; así, ninguna corriente niega la experiencia como germen del concepto, pero unos le dan más importancia que otros. A continuación, se hará un breve contraste entre ambos tipos de pensamiento.

1.2.1 Construcción del concepto de número por medio de la actividad de contar

Hay una corriente de pensamiento que sustenta que desde antes de ingresar a la escuela, los niños despliegan "una serie de *intuiciones* sobre lo numérico" (Obando y Vásquez, 2008. Cursiva propia).

Por un lado, Gelman y Gallistel (1978) revelaron que los niños desarrollan *habilidades* para el conteo sin la necesidad de complejas estructuras conceptuales; y sostuvieron que para esta actividad, se ponían en práctica cinco principios: 1) correspondencia biunívoca: a cada objeto de la colección le corresponde un solo número; 2) ordenación estable: los números siguen una secuencia fija; 3) cardinalidad: el último número que se aplica al contar una serie de objetos es el que indica el número de objetos de ese conjunto; 4) abstracción: se reconoce que los objetos son contables, así dejan de ser relacionados por sus propiedades físicas; 5) irrelevancia del orden: la posición del objeto en una secuencia es irrelevante y no afecta el conteo de la totalidad de objetos en una colección.

Bajo la misma línea, Obando y Vásquez (2008) mantienen que la construcción del pensamiento numérico abarca lo siguiente:

i. Los niños tratan con los números cuando aprenden a recitar la secuencia numérica. Así, reconocen que hay palabras para referirse a las cosas y otras para contar; lo que no quiere decir que desde ahí ya sepan qué es y cómo se cuenta. Así pues, “si bien pronunciar las palabras número no es contar en el sentido estricto de la palabra, conocer las palabras y su orden es uno de los principios claves en el aprendizaje” (Obando y Vásquez, 2008, párr. 34).

ii. Antes de manejar el concepto, los niños usan las palabras número para etiquetar objetos y no para expresar cantidad. No obstante, van apropiándose de esta noción mientras reconocen y memorizan colecciones pequeñas; llevan a cabo un proceso de subitización gracias al cual aciertan con la palabra-número correspondiente a la cantidad de la colección sin la necesidad de contar los objetos.

iii. Los niños también despliegan la relación de correspondencia biunívoca por medio de la cual a cada objeto de la colección le asignan un número sin dejar por fuera algún elemento y sin repetir palabras número.

No obstante, estas habilidades no son suficientes para decir que los niños saben contar y que, por lo tanto, dominan el concepto de número. Para esto,

> (…) debe[n] ante todo percibir cada elemento de la colección como un ítem que puede ser contado, delimitar claramente los elementos de la colección, y establecer una correspondencia uno a uno entre la secuencia de las palabras número y los objetos de la colección que deben ser contados” (Obando y Vásquez, 2008, párr. 60).

Así pues, puede verse que la construcción del concepto de número implica los principios que Gelman y Gallistel reconocen en la actividad de contar. Sin embargo, debe darse un proceso para que todos éstos tengan lugar en tal procedimiento; en otras palabras, hay circunstancias en las que *parece* que los niños cuentan aun cuando no hay presencia de los principios anteriormente recogidos. Luego, así los niños realicen un manejo intuitivo e inicial de éstos, la construcción del concepto requiere un proceso para interiorizarlos y usarlos adecuadamente.

La perspectiva empírica de la construcción del número propone que dicho proceso ha de darse en un contexto situacional y no según aspectos formales y abstractos; además, enfatiza en que la acción más propicia para lograrlo es la acción de contar.

> Saber el número «cinco» es mucho más que reconocer una colección de cinco unidades, o reconocer el numeral «5». Es reconocer que 5 es 3+2, 4+1, 10÷2, etc., es reconocer que… 3<4<5<6<7…, es **poderlo utilizar con sentido** para comunicar situaciones en las que él aparece, o poder resolver situaciones problema en las que el cinco esté involucrado (Obando y Vásquez, 2008, párr. 47. Negrita propia).

De esta manera, se tiene como fundamento para la construcción del concepto de número las situaciones en las que es necesario su uso. La propuesta radica en que las intuiciones sobre lo numérico sean potenciadas en la actividad de conteo; así, las actividades cotidianas y cercanas a los niños han de ser encaminadas a generar contextos en los cuales contar sea necesario, y expresar los resultados de esta actividad se vuelva pertinente para resolver problemas. Hay que resaltar que quienes apoyan esta corriente tienen “como norma general, (…) centrarse en insistir en la adquisición de la habilidad de contar [en lugar de] dirigir los esfuerzos al desarrollo de los conceptos lógicos previos” (Defior, 1996, p. 195).

1.2.2 Construcción del concepto de número desde el desarrollo del pensamiento lógico

Para aquellos que postulan que la construcción del concepto de número tiene como condición de posibilidad esquemas lógicos, la habilidad de contar no garantiza manejar tal concepto. Independientemente que parezca que los niños realizan actividades matemáticas, es necesario que posean constructos mentales que no estén sometidos a la contingencia de la percepción y la experiencia.

Jean Piaget fue el precursor de la teoría que basa la construcción del conocimiento matemático en las condiciones lógicas del individuo. El giro que aquí se presenta es que el concepto de número deja de fundamentarse en la experiencia y aparece en un proceso que tiene lugar en la actividad del intelecto. Lo que no quiere decir que se deja a un lado el contacto empírico con el mundo pues éste, como se ha visto, es condición necesaria pero, no suficiente para la construcción de los conceptos.

Según Kamii (citado por Contreras, 1989, p. 30), “Piaget (…) cree en la construcción del conocimiento por la interacción entre la experiencia sensorial a través de la acción y el razonamiento u operación indisociables entre sí”. Desde esta perspectiva, se reconocen tres tipos de conocimiento: 1) físico-natural: es empírico y tiene por objeto las propiedades que dependen de la cosa que las contiene; 2) lógico-matemático: no puede inferirse directamente de la realidad, por lo que, es producto de los principios lógicos que permiten hacer relaciones comparativas entre los objetos; 3) afectivo-social: se obtiene por el contexto y la transmisión oral. Para Piaget, estos conocimientos no son independientes entre sí mismos porque el saber es un todo estructurado y coherente.

Como se ve, el conocimiento matemático es identificado con el conocimiento lógico y requiere de algo más que la experiencia para formarse. Ahora, la abstracción de categorías referidas a propiedades objetivas como el color es distinta a la que se lleva a cabo para el concepto de número. Piaget postula que la primera es una *abstracción simple o empírica* que sólo requiere aislar unas propiedades de otras presentes en un objeto; mientras que la actividad de abstracción necesaria para los conceptos matemáticos es *reflexiva*. A ésta le corresponde llevar a cabo una construcción lógica y mental que establezca la relación entre los objetos, y así genere un concepto que tiene significado independiente de la realidad. Por consiguiente, el concepto de número debe provenir de una actividad *reflexiva*.

Ahora, si "solamente aquella persona que reconozca las reglas lógicas puede entender y realizar adecuadamente incluso las tareas matemáticas más elementales" (Cardoso y Cerecedo, 2008, párr. 12), es necesario que los niños cuenten con estructuras racionales antes de construir el concepto de número y realizar actividades como el conteo. Según Piaget, estos principios lógicos son los de *clasificación*, *seriación* y *conservación*.

Tener el principio lógico de clasificar permite relacionar objetos y acciones entablando semejanzas y diferencias. Así, el sujeto puede juntar según semejanzas y separar según diferencias para crear conjuntos. La clasificación requiere de otros dos principios, a saber, *la pertenencia* y la *inclusión*. "La pertenencia es la relación que se establece entre cada elemento y la clase de la que forma parte. (…) La inclusión es la relación que se establece entre cada subclase y la clase de la que forma parte" (Cardoso y Cerecedo, 2008, párr. 16). Así, puede manejarse la noción de *clase* de la que se desprende la capacidad de relacionar la parte con el todo –tal objeto pertenece a tal clase, tal subclase está incluida en una clase mayor, tal objeto no hace parte de tal clase, etc.-.

La seriación está vinculada con la clasificación porque es la capacidad de *ordenar* los elementos que de ésta provienen. Según las diferencias que se pueden reconocer entre éstos, se instaura una relación para ordenarlos ascendente o descendentemente. Este principio requiere de dos principios lógicos: la *transitividad* que "es (…) la relación entre un elemento de la serie el siguiente y de éste con el posterior, con la finalidad de identificar la relación existente entre el primero y el último" (Cardoso y Cerecedo, 2008, párr. 19), de esta manera se puede comprender que si 1 es menor que 2 y 2 es menor que 3,1 es menor que 3; y la *relatividad* para concebir que algo algunas veces es mayor y otras veces es menor según la relación con distintos objetos, así 2 es menor que 3 y, al mismo tiempo, es mayor que uno.

Por la conservación del número se reconoce que el número de objetos de un conjunto es el mismo aun cuando se cambie la disposición de sus elementos.

Ahora, sin estos fundamentos lógicos no es posible ejercer actividades que correspondan a la noción de número; por lo tanto, sin el pensamiento lógico la práctica de contar es una mera reproducción sin sentido de la serie numérica.

De todo lo dicho se concluye que, aun cuando los niños se desenvuelven en un contexto permeado por los números, lo cual los lleva a aprenderse las palabras número en el orden adecuado, y parecen hacer un uso intuitivo de estos, la abstracción requerida para la construcción del concepto está fundamentada en las estructuras lógicas que previamente han desarrollado.

1.2.3 La construcción del concepto de número gracias a la lógica y a la experiencia

Los dos enfoques analizados anteriormente no son incompatibles, no se excluyen el uno del otro, sólo ponen el énfasis en distintos fundamentos para la construcción del concepto de número. Ahora, puede darse lugar a una alternativa que combine aquellos dos precedentes y otorgue igual importancia tanto a las estructuras lógicas como a la experiencia y al despliegue de éstas en la vida cotidiana de los niños. Para describir un proceso de esta clase, se tiene en cuenta el trabajo de Jorge Castaño (1991) presentado en el libro *El conocimiento matemático en el grado cero.*

Para empezar, hay que decir que según Castaño, cuando se tiene un concepto no se piensa en una imagen particular, sino en un constructo sistemático que lo compone y en el papel que éste juega en un más amplio terreno conceptual (1991, p. 35). Por lo tanto, no es una definición aislada que se significa por sí misma, sino es un compendio relacional y dependiente. Así, cada concepto ha de ser entendido como *sistema*.

Resulta que, el concepto de número es comprendido como “el *sistema formado por los números* (…) junto con las relaciones de orden (mayor que, menor que), de equivalencia (lo mismo que), y las operaciones, al menos las de tipo aditivo (adición y sustracción)” (Castaño, 1991, p. 35.Cursiva propia). De esta manera, se reconoce que aquél tiene que ver con las dos perspectivas que han venido siendo mencionadas: la lógica y la empírica.

Para empezar, Castaño postula que las dos relaciones que componen al número son las de *orden* (hay más, hay menos) y las de *equivalencia* (hay lo mismo). Para el manejo de estas relaciones se requieren ciertos esquemas lógicos. Si bien éstos pertenecen a un terreno independiente de la experiencia, su construcción se da en la práctica de actividades y situaciones de la vida cotidiana. Los esquemas que caracterizan las relaciones implicadas en el concepto de número son:

- El esquema Transitivo: si $A>B$ y $B>C$, entonces $A>C$. Caracteriza la relación de orden.
- El esquema de Composición: si $B>A$ y $B<C$, entonces B esta ENTRE A C. Caracteriza la relación de orden.

- El esquema de Clasificación: compara los elementos por sus semejanzas y diferencias. Caracteriza la relación de equivalencia.

Castaño comparte la idea que en principio, el aprendizaje en los niños está muy ligado a la realidad objetiva pues las relaciones van teniendo lugar en la medida que se hace referencia a los elementos inmediatos y perceptibles. Es decir, empezando a entablar una relación de mayor que o menor que, los niños deben recurrir al manejo de los objetos o a la comparación visual de estos; es así que, en esta instancia, un proceso como tal no puede darse meramente por medio de las imágenes y abstracciones mentales.

Por lo dicho, las relaciones empiezan por construirse *cualitativamente*; por esto, dependen enteramente del contacto empírico que se tenga con los elementos que han de relacionarse. Por ejemplo, los niños pueden llegar a reconocer que un conjunto es mayor que otro gracias a que identifican que ocupa más espacio. Sin embargo, la alusión a la percepción sin ningún otro filtro generalmente conlleva a errores; por ejemplo, si se dispone una hilera de 6 elementos separados a gran distancia entre sí haciendo que el conjunto ocupe más espacio que una colección de 10 elementos ubicada justo al lado pero casi que sin distancia entre sus elementos, los niños tienden a decir que el conjunto de 6 es mayor que el de 10 según lo que ven pues aquél aparenta ser más grande que el otro.

Seguido a esto, se tienen en cuenta las operaciones de tipo aditivo. Éstas tienen lugar gracias a los procesos de *composición* y *descomposición*. Análogamente a lo sucedido con las relaciones, las operaciones también requieren de esquemas lógicos. La composición y la descomposición requieren del esquema de *reunión* y del esquema de s*eparación* que posibilitan relacionar las partes con el todo y viceversa; por medio de estos, es posible establecer una clase genérica que reúna subclases las cuales pueden volver a dividirse de la totalidad sin alterarse.

Ahora bien, las relaciones y operaciones mencionadas se construyen por medio de la actividad de *cuantificación*. Castaño reconoce dos facetas de ésta, la que tiene que ver con *cantidades continuas* y la que se refiere a *cantidades discretas.* Las primeras, como de líquido, de masa, greda, barro, plastilina, arena, etc., no pueden ser contadas y hacen emerger la noción de medida; por el contrario, las segundas tienen sus partes (unidades) separadas, como fichas, dulces, tapas, etc. y están dispuestas para ser contadas. “Por ejemplo, la cantidad de líquido que hay en un recipiente variará al trasvasarlo a otro que tenga dimensiones diferentes, la cantidad de masa para hacer un pedazo de pan cambiará al modificarse la forma que tenga éste” (Castaño, 1991, p. 45); mientras que el material discreto cambia su disposición e incluso el espacio ocupado, pero no su cantidad.

Castaño deduce que “el niño inicia la construcción del número por una cuantificación de tipo cualitativo” (1991, p.49) enunciada mediante términos tales como muchos, pocos, varios, algunos, y fundamentada en las relaciones de orden y equivalencia; a medida que ésta se va desarrollando, aparece la necesidad de una cuantificación de tipo cuantitativo, relacionada con las operaciones de composición y descomposición, pues el fundamento cualitativo conduce a errores y no es suficiente para solucionar problemas tales cómo ¿Cuál es la totalidad? ¿En qué puede descomponerse la totalidad? ¿Cuánto le hace falta a una parte para ser igual a otra? ¿Por cuánto un conjunto o un elemento es mayor que otro o por cuánto es menor?

Castaño (1.991) describe el proceso de construcción del número como sistema en los siguientes niveles:

1) Cuantificación sobre los objetos: depende de la manipulación del material estableciendo correspondencias biunívocas.

2) Cuantificación con representación concreta: sigue apelando a los objetos pero establece una relación en la que el conteo no se basa en los mismos objetos a contar sino en otros objetos (también manipulables) que los representan.
3) Cuantificación con representación gráfica: no hay manipulación de objetos y solo se hace uso de representaciones gráficas para expresar las cantidades.
4) Cuantificación con representación abstracta: aparecen los signos numéricos como representaciones abstractas de la cantidad de objetos que hay en un conjunto.

Ahora, la construcción del concepto se da por medio de la práctica y de la acción. Por consiguiente, los niños deben ser enfrentados a situaciones cercanas que les representen problemas y desafíos. Así pues, el aprendizaje no se restringe a los procesos mentales ni a los procesos empíricos, sino requiere tanto de esquemas lógicos como de la problematización, aplicación y fijación de éstos por medio del actuar. “Los conocimientos matemáticos cobran *significado*, toman sentido en los problemas que permiten resolver. Así, hacer aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas es lo que permitirá a los niños construir su sentido” (Segura, 2008, p.134).

Por su parte, Castaño sostiene que este proceso de construcción debe propiciar la aparición de cuatro problemas básicos: i) ¿Cuántos reúne? Pone en práctica el esquema de reunión (composición); ii) ¿Cuántos le quedan? Pone en práctica el esquema de separación (descomposición); iii) ¿Cuántos faltan? Pone en práctica el esquema de complemento (¿Cuánto le falta a cada una de las partes para ser igual al todo?; iv) ¿Cuántos sobran? Activa el esquema de suplemento (¿Cuánto le sobra a la totalidad con relación a una de las partes? (Castaño, 1991, p.52).

Escogiendo el trabajo de Castaño como fundamento teórico, las prácticas del docente para la enseñanza del concepto de número han de propiciar, promover y fomentar la puesta en acción de los esquemas, relaciones y operaciones mencionadas en el presente apartado. Ya que la forma adecuada para este objetivo es involucrar a los niños en situaciones que hagan necesario el uso de estos elementos, el diseño para los procesos de aprendizaje y enseñanza debe referirse a acciones que sean atractivas, didácticas y dotadas de contenido para enfocar y guiar a los niños hacia la solución de problemas que estimulen en ellos el desarrollo autónomo y la construcción propia del número como sistema. Se ha reconocido que la actividad idónea para esto es la *cuantificación,* y que esta puede darse de dos formas: sobre material que no puede ser contado, sino medido; o con elementos que pueden ser separados y manipulados para ser contados. El material adecuado para la construcción del concepto de número en los niños de transición es el que puede ser contado pues, como ha sido dicho, los conceptos matemáticos se van formando desde la referencia a los objetos para comprender las cantidades que componen los números.

Por consiguiente, la presente investigación propone implementar juegos con material discreto cuya dinámica se fundamenta en la cuantificación y tenga un amplio horizonte para proponer problemas básicos con miras a activar las relaciones de orden y de equivalencia y las operaciones aditivas; además, aquéllos deben desarrollar la interacción entre los niños y, a la vez, envolverlos en un contexto donde el uso de los números sea significativo y útil.

2. Contraste entre modelos pedagógicos

Desde tiempos remotos, la humanidad ha prestado gran interés por la educación. Así por ejemplo, en su momento el mismo Platón se preocupó por su quehacer; para él, “La educación debe preparar al hombre desde su más tierna infancia para la virtud y para convertirse en un buen ciudadano" (Ballén, 2010, p. 35). Estas líneas permiten entrever dos aspectos fundamentales que han marcado los desarrollos pedagógicos por cerca de veinticinco siglos. En primer lugar, la sociedad se ha preocupado por la formación de las futuras generaciones como una vía para reproducir la cultura; en segundo lugar, gracias al carácter social de la educación, las personas se preparan para vivir de acuerdo a los lineamientos básicos de convivencia establecidos por las sociedades a lo largo y ancho del mundo.

En esta ardua tarea de preparar a las personas que 'vienen detrás' para los desafíos de la vida adulta, a lo largo de la historia se han producido variados intentos de responder lo más satisfactoriamente por cómo lograr tal preparación con tanta efectividad y calidad como sea posible. La educación en las edades más tempranas posee importantes antecedentes en la obra de distintos intelectuales como Rosseau, Pestalozzi o Comenius, quienes a través de algunos escritos manifestaron su preocupación e interés por el qué hacer con los niños en sus primeros años. Es destacable que "todos [estos pioneros] subrayaron la enorme importancia que tiene la educación de los niños en las edades tempranas y [la] vinculación con su posterior (…) desarrollo" (*El campo y concepciones*…, 2005, p. 3).

En este sentido, de Zubiría (2006) presenta una síntesis de los modelos pedagógicos más importantes que se han desarrollado en la historia. Para esto, reconoce la existencia de la pedagogía tradicional; la escuela activa y los modelos autoestructurantes; las corrientes constructivistas; y, finalmente la pedagogía dialogante. A partir de esta síntesis, se hace una revisión explicativa y analítica de los dos primeros, así como de la última, para posteriormente detener la mirada cuidadosa y detenidamente en la corriente constructivista enfocada en la enseñanza de la matemática en edades tempranas.

2.1 Modelos pedagógicos tradicionales

Los modelos pedagógicos tradicionales "se proponen lograr el aprendizaje mediante la transmisión de información" (*El campo y concepciones…,* 2005, p. 2). Al respecto, Jorge Castaño (1991) identifica principalmente el "Esquema Pedagógico basado en el Reproduccionismo". Dicho esquema está compuesto por cinco momentos que son repetidos mecánicamente en las aulas de clase por profesores y estudiantes: en el primer momento, el profesor presenta a los estudiantes el modelo que desea enseñar; en el segundo, se presentan a los estudiantes situaciones sobre las cuales se espera que los alumnos reproduzcan el modelo que les fue enseñado; en el tercer momento, se presenta una cantidad abundante de situaciones para que se produzca una 'ejercitación' del modelo aprendido; en el cuarto, se espera que los estudiantes apliquen dicho modelo a otras situaciones; y, finalmente se hace una evaluación del grado de aprendizaje obtenido.

Respecto a la enseñanza tradicional, Castaño (1991) señala que "resulta difícil integrar en un todo lo que durante el proceso de enseñanza se presenta desintegrado" (p.11). Es decir que el aprendiz se concibe como un sujeto pasivo al cual se le depositan los conocimientos como si de un recipiente vacío se tratara. Estos modelos, tales como el Reproduccionismo, son constantemente cuestionados puesto que se fundamentan "en la idea de que el niño es un reproductor de conocimientos" (p.12); dichos conocimientos, en este caso, esperan ser producidos a partir de ejercicios como la repetición, la práctica mecanicista, la exposición y la memorística de conceptos. Además aquí son reprimidos, casi en su totalidad, elementos pedagógicos tan importantes como la curiosidad o la motivación de los niños por el aprendizaje.

2.2 La escuela nueva

A diferencia del anterior modelo pedagógico, la escuela activa, también conocida como pedagogía progresista o escuela nueva, centra el ejercicio "del aprendizaje en la acción, la manipulación y el contacto directo con los objetos" (*El campo y concepciones…*, 2005, p. 2); es decir que dichos conocimientos se logran a través "de vivencias, de ejecuciones efectivas realizadas por los alumnos" (Castaño, 1991, p. 12).

En este modelo pedagógico renovado se destacan los postulados realizados por John Dewey. Al respecto, Zuluaga (1994) plantea que este filósofo estadounidense abogó por una pedagogía que abriera la posibilidad de transformar la experiencia en conocimiento. Sin embargo, es preciso reconocer que, según Zuluaga, Dewey señalaba que "No bastan las técnicas, [ni] (…) la experiencia, se requieren los conceptos y un campo propio de la educación" (Zuluaga 1994, p. 23), y fue precisamente en esta vía que Dewey encaminó su reflexión y ejercicio pedagógico. Específicamente, en la construcción de una ciencia de la educación, Zuluaga afirma que Dewey arguye que el complejo proceso de enseñanza "es transformar [los] contenidos [educativos] para el conocimiento, la vida y la acción" (p. 23).

En adición, Dewey también demarca claramente una ruptura con las formas tradicionales de pedagogía. Zuluaga afirma que para el filósofo estadounidense, la malla curricular

> Debe ser un medio para que el niño se adapte a una nueva vida que le toca asumir. Antes de llegar a la escuela, él ha vivido en un mundo restringido a un círculo estrecho de personas y su vida ha estado circunscrita al afecto. La unidad de su mundo ha sido trazada por lazos prácticos y emotivos. La escuela tradicional lo espera para romper bruscamente sus vivencias y ofrecerle los moldes rígidos de la vida adulta (1994, p. 25).

Estas palabras muestran la importancia que en la pedagogía de Dewey se asigna a las experiencias previas a la vida escolar del niño. Además, se da un giro radical a la comprensión del programa escolar, ya no como un elemento rígido e inamovible, sino como una herramienta de ayuda al estudiante que permita “una experiencia vital y personal con el conocimiento” (Zuluaga, 1994, p.27) que promueve la interacción entre profesor y estudiante.

2.3 Pedagogía dialogante

Por otra parte, la pedagogía dialogante presenta algunas propuestas innovadoras. De Zubiría (2006) plantea que ésta se basa en tres principios fundamentales. El primero de ellos es que la educación debería tener como finalidad el desarrollo integral de los niños y no limitarse únicamente al aprendizaje de unos contenidos específicos. Así, es de saber que la educación no sólo interviene en ciertos aspectos determinados de su vida, sino que lo hace en la totalidad.

El segundo principio fundamental es que la educación de los niños debe contemplar también otras dimensiones como la social y la humana. En este sentido, se reconoce el papel social de la educación junto a la importancia que se le asigna a los conceptos adquiridos por otras fuentes o esferas de la vida cotidiana. Todos estos elementos se desarrollan de manera conjunta y complementaria entre sí. Es decir que durante el proceso de aprendizaje intervienen diversos actores.

Finalmente, el tercer principio fundamental de la pedagogía dialogante es “la interestructuración” (De Zubiría, 2006). Gracias a este principio se reconoce que la educación del niño es un proceso en el que intervienen activamente tanto el niño como el maestro. Así, los conocimientos que se crean en cualquier disciplina, como los conceptos de número, se producen a partir de una «interacción activa» entre el niño, el medio que le rodea y el maestro.

2.4 Constructivismo

Llegado este punto, es preciso centrar la mirada en el *constructivismo* ya que, siguiendo a Argüelles (s.f.), es una corriente pedagógica que busca que el maestro genere las herramientas necesarias para que el estudiante sea quien dirija y organice el proceso de aprendizaje, evitando "modificar conductas para lograr que el aprendizaje esperado aparezca" (Argüelles, s.f., 2).

En este apartado, inicialmente, se realiza una presentación de los elementos e ideas más importantes que componen esta corriente pedagógica; luego, se lleva a cabo un análisis de los mismos; se exponen algunos ejemplos emblemáticos de la aplicación de los principios constructivistas; finalmente, se presentan los principios y estrategias pedagógicas postuladas por Castaño (1991), los cuales han resultado muy útiles al momento de desarrollar la presente investigación.

Desde la perspectiva constructivista de la educación, los individuos elaboran "una construcción propia que se va produciendo como resultado de la interacción de sus disposiciones internas [con su medio ambiente] [,] y su conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción que hace la persona misma" (Moya, 2004, p. 26). En otras palabras, "El sujeto que conoce –el niño, el adulto- resignifica la información que le llega del mundo exterior de acuerdo con los esquemas mentales que posee" (Castaño, 1991, p.13). En este sentido, la enseñanza es un proceso conjunto que se desarrolla desde la relación misma que el niño posee con el entorno que le rodea (Coll, 2006).

A causa de esto, el aprendizaje no se concibe como un asunto sencillo en el que se da una "transmisión, internalización, y acumulación de conocimientos" (Moya, 2004, p.

26), sino que la información que se recibe del mundo exterior es transformada pues es organizada "según los esquemas mentales que posee y [pone] a actuar para hacerse a ella" (Castaño, 1991, p.13). Coll (2006) expone que desde la perspectiva constructivista, se aprende cuando se ha logrado elaborar una representación propia sobre lo que sea que se esté aprendiendo.

Claro está que dicha representación se construye a partir de los conocimientos y experiencias previas de la persona. En este sentido, por ejemplo, Baroody (1988) afirma que los niños tienen algunas nociones matemáticas que él llama "Matemática Informal". Dicha noción está compuesta por ideas básicas de sumar o contar objetos; además, es construida principalmente a partir de su interacción con familiares, otros niños, y los adultos de su entorno. Posteriormente, ésta será elemento fundamental de conexión con el mundo escolar.

Es importante presentar una categoría fundamental dentro del constructivismo: el aprendizaje significativo. Como ya se vio, desde el constructivismo se propone que lo verdaderamente importante está en crear representaciones personales de lo que se aprende. Así, cuando dichas representaciones se integran adecuadamente al acervo de conocimientos de la persona, se llega al aprendizaje significativo (Coll, 2006). Es decir que, dicho aprendizaje se logra "cuando el estudiante se apropia de un concepto de manera lógica y creativa" (Arias, 2013, p. 33).

Por otra parte, desde el constructivismo también se contempla el asunto del programa escolar como un compendio de criterios que hasta cierto punto son discutibles y revisables (Coll, 2006) pero, que al mismo tiempo, son esenciales en el mundo contemporáneo. Los contenidos del programa están predefinidos por la cultura en que se vive, pues se busca que haya un acercamiento a las formas culturalmente establecidas; de ahí que la construcción y el desarrollo de los niños se dé en sendas particulares. Sin embargo, cabe desatacar que en medio de dichos contenidos, el niño también puede llegar a construir sus «representaciones personales». Para lograrlo, debe recibir ayuda de sus maestros para progresar en la apropiación de los conocimientos y para hacer uso de sus conocimientos previos y de todo el acervo que posee. Es entonces que el maestro debe convertirse en un mediador entre el niño y la cultura (Coll, 2006).

Otro aspecto discutido desde el constructivismo es la intervención en el nivel de pensamiento del niño. Si bien puede llegar a pensarse que esta corriente pedagógica no está de acuerdo con esta posibilidad, en la práctica sucede todo lo contrario. Resulta que contempla la intervención pedagógica debido a que "El desarrollo del pensamiento [es] un proceso complejo que toma su tiempo y le fija límites a los currículos que determinan contenidos que están muy por encima del desarrollo del pensamiento de los niños" (Castaño, 1991, p.20); no obstante, debe aclararse que esta intervención debe realizarse respetando las características individuales de cada niño, para evitar saturarle o generar rupturas en su proceso de aprendizaje.

De esta manera, para el constructivismo el papel de la escuela es "propiciar las condiciones para que los niños construyan el conocimiento [mediante la creación de] situaciones más o menos estructuradas en las que vivan experiencias específicas y puntuales que les ayude a progresar en sus elaboraciones" (Castaño, 1991, p. 22). En esta discusión no puede quedar de lado el hecho que la educación como elemento constitutivo del diario vivir debe "ofrecer una mejor calidad buscando solución a los problemas encontrados en su contexto" (Arias, 2013, p. 35); y es precisamente donde el constructivismo expone su mayor vigencia pues fomenta, en este caso, el desarrollo de los niños mediante la permanente comprensión de su entorno.

De acuerdo con Coll (2006), en síntesis, el constructivismo no consiste en un compendio teórico, o en una serie de elementos a modo de receta que deben ser aplicados sistemáticamente en las aulas de clase. Éste es más bien un marco explicativo que posee un conjunto articulado de principios que se espera sirvan al maestro como herramienta útil para reflexionar y mejorar permanentemente los procesos pedagógicos que desarrolla. Es pues una guía que no debe determinar las acciones a seguir, sino más bien retroalimentarlas constantemente.

Con todos los elementos esbozados hasta este punto, es preciso señalar que el constructivismo se convierte en una vía pedagógica bastante vigente y apropiada para propiciar el aprendizaje y el desarrollo de conocimiento matemático en los niños. Dentro de sus múltiples ventajas se encuentra el hecho de facilitar al maestro el autoanálisis de su trabajo, que eventualmente le permitirá mejorar en la práctica misma. Adicionalmente, desde esta corriente pedagógica se supone un trabajo en equipo que involucra tanto a familiares, otros maestros, profesionales de otras disciplinas, plantel educativo, como a la sociedad en general (Coll, 2006). Sin embargo, es importante destacar que el éxito de una enseñanza de calidad no depende exclusivamente del maestro, sino que existen otros factores en escena como la organización en general de las escuelas, la necesidad y las posibilidades de formación y reflexión permanente del docente, entre otros.

3. Elementos pedagógicos aplicados a esta investigación

Previamente, se expusieron algunas ideas para comprender la importancia de la educación de la infancia; luego, se presentaron las principales corrientes pedagógicas pasando por la tradicional, la escuela nueva y la pedagogía dialogante; posteriormente, se mostraron las principales características del constructivismo, como corriente vigente en la enseñanza matemática escolar. Es tiempo entonces de exponer los elementos pedagógicos que soportan la implementación de esta investigación.

Hay que reconocer que lo que aquí se pretende es seguir un enfoque pedagógico que se aleje de una perspectiva reproduccionista de modelos y objetos de conocimiento, el cual se mantiene gracias a la concepción que los niños no pueden aportar desde sí mismos y sus experiencias propias a los procesos de aprendizaje, sino que deben cumplir con la tarea de repetir los saberes transmitidos sin la necesidad de darles lugar y significado en sus vidas cotidianas. Seguir esa tradición, es ignorar las dificultades que aparecen en el momento en que conocimientos como el de la matemática se queda en la mera abstracción y reproducción sin atender a su comprensión y aplicación en el contexto individual. Es por esto que, el camino que se abre responde a reconocer la experiencia como fuente epistemológica, la cual se fortalece por dinámicas de interacción y diálogo entre maestros y estudiantes y le da el protagonismo a estos últimos como partícipes activos en la formación del saber.

Ante esto, se sigue principalmente la propuesta de Castaño (1991) por la gran importancia que sus planteamientos han tenido en el contexto colombiano, así como por la vigencia y creatividad de sus ideas. Para esto, se esbozan en primer lugar los principios pedagógicos de la enseñanza matemática para el grado de transición y, finalmente, las estrategias para la intervención pedagógica.

Principios pedagógicos de la enseñanza matemática

Castaño (1991) propone como principio general que la enseñanza de la matemática "debe estar orientada a propiciar el desarrollo del pensamiento para que el niño llegue a la comprensión de los conceptos que se le enseñan como consecuencia de su capacidad para establecer las relaciones lógicas implicadas en ellos" (p. 23). Así, este autor plantea una serie de principios de enseñanza que se derivan del ya expuesto general. Estos son: la globalidad, la integralidad, lo lúdico, el reconocimiento de la diferencia y la construcción social del conocimiento.

El principio de globalidad apela que "Ayudar a un niño a hacerse a un concepto requiere de una acción pedagógica GLOBAL, capaz de afectar la totalidad de su pensamiento" (Castaño, 1991, p. 23). En este sentido, los conceptos son producto de estrechas relaciones establecidas por los niños con un sistema más amplio, que sería, su pensamiento por completo. Por ejemplo, el concepto de número está ligado a otros "como el orden, la clasificación, la medida, etc." (p. 24). Entonces debe entenderse que el conocimiento se comporta como sistema y no como una 'unión' de ideas divididas entre sí (Coll, 2006).

El principio de integralidad reconoce a los niños en la totalidad de sus dimensiones. De esta manera, el proceso de enseñanza de la matemática debe contemplarles no solo como seres pensantes, sino además como hacedores, comunicadores y como personas con toda una historia que además poseen un bagaje conceptual que les capacita para hacer valoraciones (Castaño, 1991). En contraste, cabe recordar que a menudo en las instituciones se cree que el trabajo en matemática para preescolar se circunscribe únicamente al desarrollo cognitivo de los niños.

Por otra parte, el principio lúdico clama que "El acercamiento del niño al conocimiento matemático debe resultarle placentero" (Castaño, 1991, p.24). Así, se busca estimular el deseo por conocer el mundo matemático; además, se busca despertar la "curiosidad natural propia de ese científico en miniatura que es el niño" (p. 25).

El reconocimiento de la diferencia expone que cada niño tiene su propia forma de acercarse al conocimiento matemático. Dicho acceso está mediado por "sus propias elaboraciones y desde lo que él es como persona" (p. 25), de modo tal que es un error por parte del maestro perseguir una estandarización de los procedimientos. En este orden de ideas es preciso señalar que cada niño posee su ritmo y tiempo para aprender, razón por la cual la malla curricular no debe constreñir estas particularidades.

Por último, el principio de la construcción social del conocimiento establece que "El niño como ser que conoce no es aislado de los otros, es en la interacción con sus iguales y con los adultos que avanza en el conocimiento" (p. 26). Ahora bien, cabe destacar que la interacción grupal en el aula debe hacerse progresivamente debido a que ésta exige al niño "descentrarse de sus propias formas de comprender" (p.26) para habituarse a aprender a escuchar a los demás, esperando ser escuchado también. Todos estos elementos se adquieren con la práctica recurrente.

Estrategias para la intervención pedagógica

Los maestros tienen ante sí un enorme desafío en las aulas y espacios de clase. Por consiguiente, se debe ser "un [os] posibilitador [es], un [os] orientador [es], un [os] interpelador [es]" (Castaño, 1991, p. 34). Así, su función no debe tender a depositar conocimientos en las mentes de los niños, sino más bien la de generar las condiciones pertinentes para estimular tanto el aprendizaje reconociendo las posibles diversas limitaciones de cada uno.

En este sentido, Castaño (1991) propone seis estrategias pedagógicas, estrechamente ligadas a los principios expuestos anteriormente, las cuales ayudarán enormemente a potenciar el proceso de aprendizaje matemático de los niños. Estas estrategias formuladas son: 1) no imponer a un ordenamiento lineal de las experiencias que deben vivir; 2) toda situación a la que se enfrente el niño debe resultarle significativa; 3) ligar la exploración matemática a proyectos; 4) enfrentarlos a situaciones que les exija realizar las operaciones y establecer las relaciones involucradas en los conceptos matemáticos; 5) enfrentarlos a abundantes y variadas experiencias; y, 6) evaluar permanentemente los procesos.

La primera estrategia surge como resultado directo del principio de globalidad. Gracias a esta, “Cada concepto aparece ligado a una red compleja de relaciones con otros y es en la construcción cada vez más amplia y compleja de esta red que se hace posible el surgimiento de los conceptos” (Castaño, 1991, p.27). Por lo tanto, si bien debe existir alguna forma de ordenamiento conceptual, se debe recordar que la vida expone constantemente a los niños a situaciones en las que, por ejemplo, deben trabajar cantidades mayores, sin que necesariamente hayan consolidado completamente su construcción conceptual de las menores; para ilustrar, uno de estos escenarios podría ser la compra o venta de algún artículo. Así, precisamente, esta constante interacción simultanea permitirá a los niños construir conceptos como el de número e incluso “ese sistema complejo que es el pensamiento” (p. 28).

Asimismo, las situaciones a las que se enfrentan los niños deben ser significativas pues les ayudarán a realizar las operaciones con pleno sentido. Para que una situación sea significativa, Castaño (1991) plantea que les debe ser comprensible a la par que movilice su deseo permitiéndoles alcanzar un fin propuesto. “La significación de la situación no sólo debe verse como movilizadora del deseo, el interés, sino también en tanto a su aspecto lógico” (p. 29), es decir que el escenario al que son expuestos los niños no debe presentarse de forma aislada de las situaciones del diario vivir, para lo cual es idóneo trabajar en un contexto práctico claro.

En la tercera estrategia pedagógica se afirma que “Los proyectos siempre brindan la posibilidad de enfrentar a los niños a situaciones que le requieran y posibilitan hacer exploraciones matemáticas” (p. 29). Estos proyectos deben involucrar naturalmente la actividad matemática, pues esto garantiza que tengan pleno sentido sin obstaculizar el desarrollo tanto de la actividad como de la construcción conceptual; asimismo, los niños necesariamente deben verse enfrentados a "problemas particulares que los obligue a ejercitar con cierta sistematicidad determinados esquemas" (p.29) mentales y matemáticos. Sin embargo, esta estrategia no se tiene del todo en cuenta para el desarrollo de esta investigación, ya que se implementa una serie de actividades en el aula que no necesariamente pueden considerarse como un proyecto.

Adicionalmente, el maestro debe ayudar a que los niños enfrenten situaciones que les exija realizar las operaciones y establecer las relaciones involucradas en los conceptos matemáticos. Así, por ejemplo, si "el concepto de número (…) supone (…) ejecutar la operación aditiva (…) y establecer relaciones de orden (…) y de equivalencia" (p. 30), los niños deben afrontar situaciones que conlleven la realización de tales acciones. Aquí, Castaño (1991) propone juegos como el de los bolos que obligará, de forma natural, a los niños a contar y resolver distintos problemas relacionados con los totales.

La quinta estrategia pedagógica asevera que "Todo concepto es el resultado de múltiples experiencias en diferentes campos" (1991, p. 30). De esta manera, se potenciará la construcción de generalizaciones conceptuales que son esenciales para los niños. Concretamente, el concepto de número no puede surgir exclusivamente de actividades que giren en torno a un solo contenido, sino que deben ampliarse a otras dinámicas con experiencias ricas y variadas.

Finalmente, se deben evaluar permanentemente los procesos de los niños para que el maestro conozca "la evolución de cada uno de sus alumnos para determinar los apoyos que tiene que ofrecer" (1991, p. 32). En este punto no se trata de calificar o emitir juicios de valor, corresponde más bien a conocer en qué punto se encuentra cada uno de los niños, lo que ayudará al maestro a definir y diseñar las acciones necesarias, de forma adecuada y acorde a las necesidades de ellos.

Capítulo IV

Marco Metodológico

Enfoque de investigación

Teniendo en cuenta que esta investigación se lleva a cabo en la acción, es decir, en la práctica misma, se tiene un enfoque cualitativo caracterizado por la observación y la reflexión permanente. En este sentido, se recurre a un planteamiento metodológico fundamental, a saber, la Investigación-Acción en educación. A continuación se exponen los elementos fundamentales más importantes de cada uno de ellos. Para esto, se sintetizan en primera instancia los criterios relevantes de una Investigación de tipo cualitativo. En segundo lugar se exponen los componentes esenciales de la Investigación-acción en educación; y luego se revisa lo dicho acerca del conocimiento profesional a través de ésta en oposición al modelo de la racionalidad técnica nombrado así por Donald Schön citado por Elliot (2000).

El enfoque cualitativo de una investigación

El enfoque cualitativo en principio tiene que ver con la formulación de preguntas de investigación más que con la comprobación de hipótesis. Se basa en métodos de recolección de información sin apelar a la medición numérica, así pues, atiende a cosas como la observación y la descripción. Las preguntas e hipótesis que se obtienen bajo éste, generalmente surgen en un proceso de investigación que es flexible y se mueve entre los eventos y su interpretación, entre las respuestas y el desarrollo de la teoría; y tiene como fin describir la realidad a partir de quienes son partícipes de ésta (Sampieri, Collado y Lucio, 2003).

Las investigaciones que se rigen bajo este camino pueden formular preguntas antes, durante o después de la recolección y el análisis de la información. Así, se dirigen más hacia la comprensión de fenómenos sociales que a la medición de éstos, y tienden a expandir la información en lugar de sintetizarla en variables.

> En términos generales, los estudios cualitativos involucran la recolección de datos utilizando técnicas que no pretenden medir ni asociar las mediciones con números, tales como observación no estructurada, entrevistas abiertas, revisión de documentos, discusión en grupo, evaluación de experiencias personales, inspección de historias de vida, análisis semántico y de discursos cotidianos, interacción con grupos o comunidades, e introspección (Sampieri, Collado y Lucio, 2003, cp. 1).

A continuación, se traen a colación las características que tienen los estudios cualitativos según M. A. Rothery y R. Grinnell (citados en Sampieri, Collado y Lucio, 2003, cp. 1):

- Tienen lugar en ambientes en que los participantes se comportan como lo hacen en su vida cotidiana.
- Las preguntas de investigación no siempre son definidas desde el principio, por lo que, no todas las veces es claro cómo van a medirse o evaluarse los hechos.
- La recolección de datos está esencialmente permeada por las experiencias y las prioridades de los participantes, más que por la aplicación de una medición estandarizada, estructurada y predeterminada.
- Los significados se extraen de los datos y no necesitan reducirse a la medición numérica para ser explicados a otros.

Por consiguiente, las investigaciones cualitativas se dan inductivamente, es decir, van de lo particular a lo general porque exploran y describen para generar perspectivas teóricas (Sampieri, Collado y Lucio, 2003, cp. 1).

Aun cuando los estudios cualitativos no siguen un orden secuencial, es general que se den de la siguiente forma:

1. Desarrollo de una idea, tema o área a investigar.
2. Selección del ambiente o lugar de estudio.
3. Elección de participantes o sujetos del estudio.
4. Inspección del ambiente o del lugar de estudio.
5. Trabajo de campo.
6. Selección de un diseño de investigación o de una estrategia para desenvolverse en el ambiente o lugar y recolectar los datos necesarios.
7. Selección o elaboración de un instrumento, o varios, para recolectar los datos.
8. Preparación de los datos para el análisis.
9. Análisis de los datos.
10. Elaboración del reporte de investigación.

Investigación-acción en educación

Para empezar a hablar de la investigación-acción en educación, hay que decir que atiende fundamentalmente a los *problemas prácticos* que tienen lugar durante las actividades de enseñanza y de aprendizaje; y que se enfoca en hacer un diagnóstico de tales inconvenientes en lugar de enfocarlos hacia una respuesta prescrita objetivamente. La base está en la *comprensión* de la situación para dirigirse hacia una salida adecuada ante el problema, mas esta dinámica no busca hacer una imposición sobre cuál es la perfecta solución a la circunstancia.

La investigación-acción tiene como fundamento la observación de los hechos y la exposición detallada de estos; pero, esta explicación no se da desde una perspectiva formalista para enunciar proposicionalmente lo que sucede, sino parte de un punto de vista narrativo que describe lo acontecido con todos sus matices y especificidades. Es por esto que, es de tipo *naturalista* pues “los hechos aparecen mediante una descripción concreta, no por medio de leyes causales ni de correlaciones estadísticas” (Elliot, 2000, p.24); así pues, los acontecimientos se entienden como procedimientos del ser humano, por lo tanto circunstanciales, no como procesos determinados objetivamente.

Ahora bien, la interpretación de la situación debe provenir de quienes participan en esta porque lo que ocurre adquiere sentido sólo por los significados que ellos adscriben (Elliot, 2000). Por consiguiente, el investigador debe estar inmerso en el contexto como uno de los participantes; tal cual es el caso que se registra, ya que se trabajó con el grupo que tengo a mi cargo y fui yo misma, como maestra titular del mismo, quien propició, registró y analizó los sucesos investigados.

La investigación-acción en educación requiere un terreno en el que los modelos tradicionales del diseño de currículo sean remplazados por modelos fundamentados en el aprendizaje como proceso, y en el que la práctica pedagógica se conciba como acción ética en vez de como técnica e instrumento.

En principio, el conocimiento educativo se plantea según un *modelo de objetivos* que concibe el saber como un conjunto de elementos ya dados que deben ser obtenidos, y que dirige las dinámicas pedagógicas según preceptos que pretenden ser inequívocos y normalizables. Así, el diseño de los currículos académicos se caracteriza por la rigidez y por la visión de la enseñanza como un instrumento para alcanzar objetivos predefinidos y fijos. No obstante, siguiendo el pensamiento de Stenhouse presentado por Elliot (2000), esto no responde a las necesidades de los docentes cuando deben enfrentarse a cuestiones humanas y situaciones sociales ante las cuales no hay criterios estables y ecuánimes para proceder; además, tampoco tiene en cuenta la participación activa y constructiva de los estudiantes durante el aprendizaje:

> En general, pensaba [refiriéndose a Stenhouse] que el modelo de objetivos deforma la naturaleza del conocimiento educativo. Afirmaba que las principales ideas y conceptos de una disciplina del conocimiento son problemáticos en sí y están abiertos a interpretaciones originales y divergentes. Constituyen dimensiones del significado que los estudiantes deben explorar de manera creativa, un medio cultural dinámico para apoyar el pensamiento imaginativo, más que objetos inertes que deban ser dominados (Elliot, 2000, p.27).

Así las cosas, se propone un cambio de enfoque que pone como objetivo del conocimiento educativo el *desarrollo* de la *comprensión*. Lo que quiere decir que el fin de las actividades de enseñanza y de aprendizaje debe corresponder a un *proceso*, más que a la obtención de conocimientos últimos, determinados y concretos. De esto, se abre un terreno flexible con mayor capacidad de adaptación a las circunstancias y al entendimiento de los problemas y situaciones humanas. Esta alternativa recibe el nombre de *modelo de proceso*, bajo éste las actividades pedagógicas están permeadas del contexto de los estudiantes pues dejan de encaminarse al cumplimiento de objetivos alejados de la realidad de los alumnos y los maestros.

Ya en este punto, los profesores tienen criterios de evaluación alejados de ser veredictos inapelables y acercados a una dinámica de diálogo e interacción con los alumnos. De esta manera, los estudiantes tienen mayor libertad para ejercer sus razonamientos, construir el conocimiento y someter a prueba sus intuiciones. Por consiguiente, el objetivo de la educación pasa a ser el proceso mismo de construcción del saber.

Luego, las actividades pedagógicas han de propiciar y potenciar la construcción del conocimiento basadas en el diálogo y no en la instrucción; deben promover la libre expresión del pensamiento de los alumnos sin llegar a imponer el punto de vista de los maestros sólo por la razón de la autoridad; sólo pueden someter a prueba los razonamientos de los estudiantes por medio de evidencias fácticas, no según normas indiscutibles; y deben promover siempre la estimulación para que los niños y niñas exploren los problemas en cuestión.

De todo lo dicho hasta ahora, se concluye que la acción educativa no es más una técnica o un instrumento para alcanzar objetivos fijos y específicos de conocimiento, sino es una práctica que debe desenvolverse *éticamente* para lograr en los estudiantes el desarrollo de la comprensión.

Conocimiento profesional a través de la investigación-acción

La práctica educativa tiene en esencia dos componentes: 1) el compromiso con los valores éticos, los cuales deben ser entendidos como modelos de actuar que sean coherentes con la construcción del aprendizaje, que respeten la autonomía, los ritmos, las particularidades y matices de los alumnos en el proceso; 2) la posesión del conocimiento necesario en grado elevado.

La investigación-acción requiere quitarle el protagonismo al *modelo de racionalidad técnica,* nombrado así por Donald Schön según Elliot (2000, p 83) porque éste pone a los valores del profesional en el terreno de los fines de la pedagogía, no en sus prácticas. Este modelo se basa en una concepción científica de los problemas bajo la cual todos y cada uno de los inconvenientes del aprendizaje deben generalizarse para poder aplicar sobre ellos principios teóricos y técnicas para sacar el máximo provecho de éstos. El punto clave está en que dichos principios son estudiados y determinados por profesionales que no están inmersos en el terreno en el que se dan las circunstancias, es decir, los profesores que enfrentan las situaciones no son quienes regularizan los modos adecuados para solucionarlas. Así pues, "la tarea del profesional práctico consiste en aplicar con destreza los principios pertinentes y la tecnología, aunque no el desarrollo de ambos" (p.83). Por lo tanto, todo se reduce al uso adecuado de principios para la solución de problemas ignorando la adecuación y transformación de los modelos pedagógicos sobre las circunstancias y necesidades que pueden llegar a aparecer en el aula.

Ahora bien, Elliot trae a colación el modelo de *reflexión-en-acción* propuesto por Schön (2000, p.84). La explicación de éste se da de la manera que es expuesta a continuación. No todos los maestros fundamentan sus decisiones en el conocimiento de los principios teóricos para la resolución de problemas,

> Por el contrario, actúan espontáneamente sin pensar de antemano la acción a realizar, y, dada la intencionalidad de las acciones que llevan a cabo, hay que pensar que se basan en la comprensión *tácita* o *intuitiva* de la naturaleza del problema, de sus causas y de los modos de solucionarlo (Elliot, 2000, p.84. Cursiva propia).

Vale destacar que no se quiere decir que el docente actúe a ciegas, sin saber nada, sino que no es en el conocimiento teórico y objetivo sobre la naturaleza del problema donde descansan sus prácticas ni sus decisiones; sí hay una participación de éste, pero de una manera implícita. Es por esta razón que sólo quienes proceden así pueden dar cuenta de la teoría que subyace en sus prácticas; así pues, ningún observador externo está en la capacidad de hablar acerca del *conocimiento-en-acción* de aquéllos.

Para hacer consciente sus teorías, los que actúan en la manera que ha sido descrita llevan a cabo la *autorreflexión*. Siguiendo a Schön, de la mano de Elliot, ésta puede darse de dos formas: sobre-la-acción y en-la-acción. La *reflexión-sobre-la-acción* es una visión retrospectiva sobre la comprensión que se tuvo de un caso concreto; la *reflexión-en-la-acción* tiene lugar mientras la acción es llevada a cabo (p. 85). Así las cosas, ambas hacen parte del *modelo de reflexión-en-acción*.

Dicho modelo es puesto en práctica cuando los profesionales se encuentran ante situaciones que no se ajustan ni a lo que se ha visto ni a lo que se ha hecho en el pasado:

> Los procesos de reflexión-sobre y de reflexión-en-la-acción surgen a causa de que la situación presente desafía las categorías habituales del problema y de soluciones a los problemas que el práctico ha utilizado de forma implícita en el pasado al actuar y reaccionar ante situaciones espontáneamente (Elliot, 2000, p.85).

De esta manera, el desvelamiento de la teoría tiene lugar con la aparición de situaciones que no pueden ser encasilladas y reclaman una respuesta que no había sido concebida. Por consiguiente, los docentes que se rigen bajo el modelo de reflexión no tienen como principio básico el conocimiento para alcanzar objetivos específicos, sino el accionar espontáneo que puede llegar a denotar un sentido de la norma, la cual resulta adecuada o no para enfrentar cierta circunstancia. No obstante, hay que decir que la calificación de ésta sólo se puede dar después de haberla puesto en práctica, es decir, no se dice que debido a que se ha establecido como adecuada se utiliza como solución, sino se la concibe como tal después de haberla puesto en acción.

Siguiendo, para Elliot este modelo de reflexión en acción permite entablar una relación distinta a la tradicional entre conocimientos para la educación y los valores éticos del profesional. El conocimiento inmiscuido en las actividades del docente está al servicio del interés de éste para que sus prácticas sean coherentes con sus valores profesionales (Elliot, 2000, p.86):

> Los valores profesionales no son tanto una fuente de objetivos finales que hayan de alcanzarse como culminación de una actividad práctica, sino una fuente de normas a desarrollar en (…) [ésta]. El conocimiento-en-acción práctico del profesional es de carácter ético más que técnico, o sea, un conocimiento de cómo realizar una forma ética [un modelo de actuar apropiado] en vez de conseguir determinados estados finales preconcebidos como resultado último de una acción (p.86).

Por último, dicha manera de llevar a cabo las prácticas de enseñanza permite que el profesional se mantenga en una constante investigación acerca de sus modos de hacer las cosas, pues reconoce que el conocimiento no es suficiente guía para afrontar la multiplicidad y diversidad de situaciones que pueden ir apareciendo a lo largo del camino, sino que es necesario mantenerse "abierto a la sorpresa, a la necesidad de plantearse y reflexionar sobre la adecuación de su conocimiento a la situación presente" (p.86).

La investigación deja de ser así parte del conocimiento teórico que se hace explícito, y se vuelve una herramienta para aumentar el compendio de los modelos de acción para la práctica del profesional.

Para finalizar, se resumen las características de la investigación-acción que recoge Elliot (2000, p.88): 1) Es una actividad que se lleva a cabo entre una comunidad para evitar que la reflexión se lleve según concepciones individualistas; 2) Es una práctica reflexiva social en la que no hay diferencia entre la práctica que se investiga y el proceso de investigar sobre ella; así, las actividades del docente constituyen las mismas actividades de investigación.

Elliot sostiene que para otorgar un carácter de objetividad de este tipo de investigación es necesaria la apertura del profesional hacia las pruebas prácticas a las que pueden ser sometidas sus teorías, y a su disposición por modificar sus preceptos según lo que resulte de su reflexión-en-acción. Así las cosas, siguiendo a Kurt Lewin, propone el siguiente modelo investigativo:

1. Aclaración y diagnóstico de una situación problemática en la práctica.
2. Formulación de estrategias de acción para resolver el problema.
3. Implantación y evaluación de las estrategias de acción y
4. Aclaración y diagnóstico posteriores de la situación problemática (y así sucesivamente en la siguiente espiral de reflexión y acción).

Para concluir, el proceso de investigación-acción comienza con la extracción de un problema en la práctica, lo que vendría siendo el planteamiento de una hipótesis; luego, se inicia la búsqueda por una forma nueva de afrontar la situación y se formulan estrategias para la acción, lo que sería algo como especificar una hipótesis que luego debe ser comprobada; se sigue con la comprobación de dichas estrategias para saber si son o no las adecuadas para la situación que las suscitan, es decir, se da un procedimiento de prueba de hipótesis; y, por último, el resultado no es un punto final inapelable y fijo, sino puede aparecer como un problema sobre el que también se debe reflexionar.

Para cerrar, se procede a mencionar lo que resulta relevante para la investigación propuesta en el presente documento. Por un lado, el enfoque cualitativo funciona para la comprensión de situaciones a partir de la descripción de la realidad que surge de una observación permanente; esto es útil porque el problema de la investigación surgió a partir de la reflexión de mi práctica docente para la enseñanza de la matemática, y porque permite concentrar el estudio en los acontecimientos y circunstancias que tienen lugar en el aula con miras a comprender situaciones y a proveer información para la reflexión. Por otro lado, la investigación-acción promueve el papel del docente como un investigador que se mantiene en constante análisis para adecuar su metodología pedagógica a las características específicas y contingencias características del proceso de aprendizaje; de esta manera, la presente investigación puede enmarcarse en un contexto que le permite incidir directamente en el diseño e implementación de estrategias y alternativas fundamentadas en ***la construcción*** del conocimiento.

Contexto de investigación y población de estudio

El Colegio John F. Kennedy IED se encuentra ubicado en la localidad 8 de la ciudad de Bogotá, al sur-occidente. Allí se encuentran los cursos de Preescolar, Básica primaria, Secundaria y Media. Es una institución de carácter mixto.

Fue creado en el año de 1961 en el marco de la visita del presidente estadounidense, del cual el Colegio heredó su nombre, dentro del programa de la Alianza para el Progreso. Para el año de 1963 inició su labor educativa informalmente, y fue sólo hasta 1977 que se conformó la entonces denominada Unidad Básica John F. Kennedy. En un principio albergó únicamente estudiantes de primaria y hacia 1980 recibió la aprobación para Educación Básica Secundaria. Luego, en el 2002 se le agrega el nombre de Institución Educativa Distrital; a partir del 2006 se le asigna el nombre con el que se le conoce actualmente (*Reseña de la institución, s.f.*).

En el área de Preescolar existen 3 grupos de Transición. La presente investigación se ha llevado a cabo entre los meses de febrero y abril del año 2016 en el curso Transición 03 compuesto por un total de 24 niños matriculados; 13 niñas y 11 niños con edades que oscilan entre los 5 y 6 años. Los niños y niñas de este curso son muy activos, les encanta hablar, participar y jugar; algunos muestran interés por contar y recitan los números sin parar hasta 100 haciendo algunos saltos. Otros, por el contrario, se muestran apáticos y dicen algunos números al azar.

Sus familias no colaboran mucho en los procesos que se llevan a cabo en el Colegio, es decir que en general no hay un trabajo en equipo.

Diseño de investigación

Teniendo en cuenta los argumentos anteriores para justificar la escogencia del enfoque presentado, a continuación se describe en qué consiste el método del que se sirvió esta investigación para cumplir con sus objetivos. Concibiendo que parte de un enfoque cualitativo, se mantuvo una observación de las actividades de enseñanza y aprendizaje del concepto de número en niños del grado transición 03 durante la implementación de actividades de interacción; la identificación de los conocimientos previos de los niños se llevó a cabo de manera informal en la implementación de las primeras actividades. Para esto, se usaron las siguientes técnicas de recolección de información: grabación de videos, fotogramas y reflexión sobre las experiencias. Este documento hace uso de fotogramas extraídos del material audiovisual; las reflexiones se presentan en el capítulo de resultados, pues hacen las veces de análisis de los datos recogidos.

El método que guía la investigación es el método propuesto por Elliot para la investigación-acción:

1) Aclaración y diagnóstico de una situación problemática en la práctica.
2) Formulación de estrategias de acción para resolver el problema.
3) Implantación y evaluación de las estrategias de acción.
4) Aclaración y diagnóstico posteriores de la situación problemática.

Teniendo en cuenta que el primer paso se desarrolla en el primer capítulo, con base en la fundamentación teórica que se esboza en el segundo, a continuación se presentan las actividades de interacción propuestas como una alternativa a la situación problemática que se enfrenta; a saber, el modelo tradicional es insuficiente para la construcción del concepto de número.

Inicialmente se propuso la implementación de nueve actividades para promover en los niños mayor libertad para ejercer sus razonamientos, someter a prueba sus intuiciones y potenciar el ejercicio de las relaciones de orden y equivalencia y de las operaciones aditivas que tienen lugar en la construcción del concepto de número, sin embrago tras la implementación de las primeras actividades surgieron diferentes conocimientos que los niños tenían particularmente sobre el conteo, esto hizo que al final se implementaran diez actividades. En lo que sigue se describe en qué consiste cada uno de los juegos que constituyen las actividades de interacción.

- **BOLOS** (Propuesto por Castaño, 1991)

MATERIALES

-10 Pines (bolos)

-Una pelota adecuada al peso y tamaño de los bolos

DINÁMICA

Los niños se ubican en una fila a una distancia considerable para lanzar la pelota. El objetivo es derribar los diez bolos cada vez que se tenga la oportunidad de lanzar. La cantidad de bolos derribada en cada turno se anota en el tablero de puntos. Gana el que acumule mayor cantidad.

- **GUAYABITA** (Diseño propio)

MATERIALES

- Tapas de bebida gaseosa.
- Dados corrientes grandes de colores.
- Dados grandes de colores con las cantidades 1, 2 y 3 (para uso ocasional).

DINÁMICA

En este juego los niños están organizados en 4 grupos de 6. Para comenzar, corresponde a cada uno de los niños tomar el dazx3eddo y lanzarlo para ver quién de ellos obtenga la mayor cantidad; tras la ronda, el niño que haya obtenido la mayor cantidad será quien inicia el juego de Guayabita. Esta acción se reproduce en cada uno de los grupos. En un principio, se utilizaron dados con las cantidades 1, 2 y 3 debido a que los niños las identificaban con mayor facilidad. Cuando los niños llegaron a dominar la dinámica del juego y mostraron un avance significativo respecto a las cantidades mayores, se usaron dados normales.

Luego del sorteo, se ubica un montón de tapas en el centro de la mesa de cada grupo. Acto seguido, cada niño debe lanzar el dado y tomar la misma cantidad de tapas que éste le indique. Esta acción la repite consecutivamente cada uno de los niños del grupo hasta completar una ronda. El juego se extiende hasta que en cada grupo se completen tres rondas de lanzamientos. Finalmente, para determinar el ganador de cada grupo, los niños precisan la totalidad de tapas que coleccionaron y aquel con la cantidad más alta es quien gana.

- **ANILLOS DE COLORES** (Juego distribuido por la marca Pinocho)

MATERIALES

-Dos tableros compuestos de la siguiente forma (con la Imagen 1 se muestra el tablero):

- Dos hileras: la hilera de abajo tiene diez fichas numeradas, cada una con el símbolo de un número de la secuencia numérica del 1 al 10; la hilera de encima tiene diez fichas, cada una con puntos de colores que representan las unidades que hay en el número de la ficha de la hilera de abajo.
- En el borde superior del tablero hay diez columnas que corresponden a los espacios en los que están ubicadas las fichas en cada hilera. Cada una tiene diferentes tamaños y están ordenadas de forma ascendente; así, la más pequeña corresponde al número 1 y la más grande al número 10.

-Ficha circulares con un orificio en el centro de colores amarillo, verde, azul, rojo y naranja.

DINÁMICA

Se ubican las fichas numeradas en orden. Luego, se hace entrega de las fichas de puntos de colores. La primera acción que deben realizar es relacionar la cantidad de puntos con el símbolo de número. Después, se deben colocar las fichas circulares correspondientes a la cantidad expresada por las fichas numeradas y a los puntos de colores.

Ilustración 1

- **DIFERENCIA DE TAMAÑOS** (Propuesto por Castaño, 1991)

MATERIALES

Fichas de papel con círculos impresos de diferentes tamaños.

DINÁMICA

Inicialmente, a cada uno de los niños se le entrega una colección de nueve fichas de papel con círculos impresos de diferentes tamaños. Ellos deben colorearlas según su preferencia. Llegado este punto, se les pide organizarlos de diferentes formas, por ejemplo, de menor a mayor tamaño o viceversa.

Una variante usada en este juego es similar a unos naipes. Se pide a un grupo de niños que cada uno seleccione determinada pieza (puede ser la menor o mayor) y la presente al resto. Aquel que elija la pieza con la condición requerida es quien gana. Ésta debe hacerse con un grupo reducido debido a que es preferible que la profesora esté presente acompañando a los niños durante el desarrollo del juego.

- **LA TORRE** (Propuesto por Castaño y Forero, 1995)

MATERIALES

- 10 latas de gaseosa llenas de arena
- 1 pelota pequeña
- Fichas de colores

DINÁMICA

Los niños hacen una fila a una distancia adecuada de la ubicación de la torre; así, uno por uno, según su turno, lanzan la bola con la intención de derrumbar la mayor cantidad de latas. Cuando un niño o una niña hacen su lanzamiento, escogen la cantidad de fichas necesarias para llevar la cuenta de cuántas latas van derrumbando por turno. Por cada lanzamiento se vuelve a construir la torre para que el siguiente pueda lanzar. El ganador del juego es aquel que haga más puntos.

- **NIÑOS Y PATINETAS** (Propuesto por Castaño, 1991)

MATERIALES

- Tarjetas de papel con impresiones de distintas cantidades de niños.
- Tarjetas de papel con impresiones de distintas cantidades de patinetas.
- Dados grandes de colores.

DINÁMICA

En este juego los niños están organizados en 4 grupos de 6. Para comenzar, en cada grupo corresponde a cada uno de los niños tomar el dado y lanzarlo para ver quién de ellos tiene la mayor cantidad; tras la ronda, el niño que haya obtenido la mayor cantidad será quien inicia el juego de Niños y Patinetas. Posteriormente, en el centro del grupo se ubica una pila de tarjetas de papel con impresiones de niños; se colocan bocabajo para evitar que los niños las vean con antelación. Además, a cada niño del grupo se le entrega una colección de 4 tarjetas de papel con impresiones de distintas cantidades de patinetas.

Quien juega primero, toma una tarjeta de encima de la pila y la voltea para ver la cantidad de niños que le corresponde; a partir de ese momento debe mirar en su colección de tarjetas de patinetas para ver si tiene alguna con la misma cantidad, de manera tal que asigne a cada niño (de la tarjeta destapada) una patineta. De lograrlo, se gana la tarjeta de los niños, de lo contrario pierde ambas tarjetas.

Tal operación se repite con cada uno de los niños del grupo hasta completar una ronda. Asimismo se continúa la dinámica del juego hasta que en cada grupo de niños se cumplan tres rondas. Finalmente, para determinar el ganador de cada grupo, los niños determinan la totalidad de niños que ganaron en las tarjetas y aquel con la cantidad más alta es quien gana.

- **SITUACIONES DE CONTEO** (Diseño propio)

MATERIALES

-Fichas de colores y tapas

- Dados corrientes grandes de colores

DINÁMICA

Se implementan dos dinámicas. En la primera, los grupos de niños se sientan en una mesa en forma de círculo para que todos vean lo que cada uno hace en su turno. Se empieza por hacer un reconocimiento pidiéndole a cada niño que diga su nombre y que pronuncie la secuencia numérica hasta donde la sepa. Luego, se les entrega la misma cantidad de fichas o de tapas (10) para que cada uno cuente cuántas fichas tiene en total. Después, se les cambia la cantidad de fichas para que cada conjunto sea diferente; los niños vuelven a contar para saber de cuánto es el conjunto que poseen. A partir de acá, el docente puede problematizar la situación por medio de las preguntas quién tiene más, quién tiene menos, quiénes tienen lo mismo, cuánto le falta a tal para ser igual a aquel o cuánto le sobra a aquel para tener la misma cantidad que tal.

La segunda actividad incluye el dado. Todos los grupos se distribuyen circularmente para dejar un espacio en el centro para lanzarlo. De esta manera, hay un solo dado para todos los niños del aula y ninguno lo puede quitar del centro para llevarlo a su mesa. El dado se usa para determinar cuántas fichas debe coger cada uno. Otra manera de ejercer esta actividad es quitando el dado, siendo el docente quien indica cuál es la cantidad de fichas que los niños deben reunir.

- **LA PIRÁMIDE** (Propuesto por Castaño y Forero, 1995)

MATERIALES

- Tablero triangular de una sola pieza dividido en 10 triángulos rojos y 7 blancos.
- Tapas de bebidas gaseosas.
- Fichas circulares de colores.

DINÁMICA

En este juego los niños están organizados en 4 grupos de 6. Como punto de partida, entre todos los niños de cada grupo deben elegir quién va a comenzar. Posteriormente, se coloca sobre la mesa de cada grupo un montón de fichas circulares. El primer niño en jugar lanza la tapa sobre el tablero triangular; si ésta cae en un triángulo de color rojo debe tomar dos fichas, en cambio, si cae en uno blanco solo puede tomar una.

Tal acción se repite con cada uno de los niños del grupo hasta completar una ronda. La dinámica del juego continúa hasta que en cada grupo de niños se cumplan tres rondas. Finalmente, para determinar el ganador de cada grupo, los niños determinan la totalidad de niños que ganaron en las fichas y aquel con la cantidad más alta es quien gana.

- **EL MONSTRUO COMEGALLETAS** (Diseño propio)

MATERIALES

- 24 tableros del monstruo comegalletas con diez casillas cada uno.
- Fichas circulares de colores.
- Tarjetas con representación de cantidades del 1 al 6.

DINÁMICA

A cada jugador le corresponde un tablero. En cada turno, se toma la tarjeta de encima del montón que se encuentra bocabajo en el centro de la mesa. Con referencia a lo indicado por la tarjeta, debe tomar la misma cantidad de fichas y ponerla en el tablero del monstruo comegalletas. El objetivo del juego es completar las casillas del tablero con las fichas. En los casos que la cantidad faltante sea inferior a la que aparece en la ficha, ésta debe hacerse a un lado y ceder el turno.

- **EL ZOOLÓGICO**

MATERIALES

- Tarjetas con impresiones a todo color de distintos animales.
- Corrales a escala miniatura hechos en madera de valso.

DINÁMICA

Este juego se realiza con un grupo de 4 o 5 estudiantes. En principio, la profesora distribuye aleatoriamente sobre la mesa las tarjetas con impresiones de distintos animales; a medida que lo hace, invita a los niños a que los identifiquen. Luego, entrega a cada uno de los niños un corral. Posteriormente, cada niño debe ir colocando en su corral los animales. En este punto, se proponen distintas posibilidades para la conformación de los conjuntos.

Metodología de análisis de la información obtenida

Teniendo en cuenta que la investigación que se llevó a cabo fue en la acción, y que se tuvo un enfoque cualitativo caracterizado por la observación y la reflexión, la muestra del proceso y la postulación de los resultados se hacen desde una perspectiva narrativa.

Siguiendo la propuesta de Jorge Castaño (1991), según la cual los niños deben enfrentarse a problemas cercanos a su experiencia para despertar su interés y hacer necesaria la práctica de las relaciones y operaciones que constituyen el concepto de número, opté por dejar las guías y el cuaderno a un lado y empezar a jugar. Así las cosas, tuve la ocasión de reflexionar acerca de lo que conocía con respecto a la enseñanza del concepto de número y, de esta manera, me di cuenta de matices y particularidades de las prácticas diarias que antes no había tenido en cuenta.

Por consiguiente, la presentación de las actividades desarrolladas en la investigación y los resultados obtenidos apela más a la comprensión y transformación de mi práctica como docente en favor de potenciar la construcción del concepto de número por parte de los niños de transición, que a la comprobación de hipótesis o a la medición rigurosa del rendimiento de la enseñanza y/o del aprendizaje.

A continuación, se presenta una guía para dar cuenta de los resultados de la investigación, así como para realizar el análisis de los mismos. Se describen y analizan específicamente cada una de las actividades de interacción desarrolladas en el aula para responder a las siguientes preguntas:

- ¿Cómo las actividades de interacción son una alternativa al modelo tradicional?
- ¿En qué sentido la actividad resulta adecuada para la construcción del concepto de número, según la teoría de Castaño (1991)?
- ¿Cómo tienen lugar los problemas básicos propuestos por Castaño (1991) para el desarrollo del concepto de número?
- ¿Cuáles son las relaciones y operaciones que se hacen evidentes en cada una de las actividades? ¿Cómo se dan?
- A partir de la implementación, ¿qué reflexiones resultaron con respecto a la práctica docente?

Hay que resaltar que en el análisis de los resultados se encamina a dar respuesta a estas preguntas, mas no lo hace siempre en el mismo orden.

Las consideraciones éticas tenidas en cuenta para el desarrollo de la investigación están guiadas por el principio de igualdad. Así, todos los estudiantes tienen la misma oportunidad de hacer parte de las actividades, del mismo modo en que no se da preferencia a unos sobre otros por considerar que hacen mejor las cosas. Esto responde a una concepción de la interacción como elemento fundamental para el diálogo del que se desprende la construcción del conocimiento; de esta manera, las opiniones, maneras de resolver problemas y de relacionarse con el entorno que tiene cada uno de los participantes son tomadas como objeto de observación y reflexión para la conclusión de resultados, de modo que no hay lugar para la modificación o la eliminación de las acciones que se dan en el aula durante la implementación de las actividades diseñadas.

Etapas de la investigación

El desarrollo de esta investigación comenzó con la reflexión sobre la manera en la que venía enseñando la matemática en niños de transición del Colegio John F. Kennedy. De aquí surgieron las dos preguntas de investigación (Primera etapa). Luego, me encaminé hacia la búsqueda de alternativas y estrategias para dar solución a la problemática que emergió. Escogí la propuesta de Jorge Castaño (1991) por ser la que más se acercaba a mis propósitos e intuiciones, pues quería involucrar a los niños en actividades que les resultaran significativas, interesantes, y que propiciaran el aprendizaje como un proceso de construcción (Segunda Etapa). Procedí al periodo de identificación e implementación, el cual tuvo lugar entre los meses de febrero y abril del año 2016 (Tercera etapa).

Después, se hizo un análisis descriptivo de los resultados obtenidos para reflexionar acerca de las actividades escogidas y, así, llegar a decir si eran adecuadas para alcanzar los propósitos iniciales (Cuarta etapa).

Alcance de la investigación

En primera instancia, se reconoce que la presente investigación está limitada al grupo de niños descrito en el apartado de Contexto y Población de Estudio. Sin embargo, es pertinente señalar que el diseño de esta investigación tiene cabida en otras instituciones locales y nacionales de características similares; aunque no se propone la realización de una réplica 'al pie de la letra', sino más bien el uso de este trabajo como un ejemplo de alternativas pedagógicas para mejorar los procesos de aprendizaje y construcción del concepto de número en transición.

En este orden de ideas, el alcance esperado es el de impactar positivamente los procesos de aprendizaje matemático de los niños del curso Transición 3 del Colegio John F. Kennedy - IED jornada de la tarde. Además, existe la expectativa que a futuro se produzcan más investigaciones de este tipo, en diversas instituciones educativas del país, a fin de producir cambios significativos en las alternativas pedagógicas utilizadas en el aula.

Capítulo V

Resultados

En el presente capítulo, teniendo como guía las preguntas establecidas anteriormente en el marco metodológico, se describen y analizan cada una de las actividades de interacción implementadas como alternativas o soluciones a la problemática que origina esta investigación. Aquí se hace referencia a la información recolectada por medio de la grabación de videos durante las sesiones que tuvieron lugar entre los meses de febrero y abril del año dos mil dieciséis con los niños de transición 03 del Colegio Jhon F. Kennedy IED. El propósito es reconocer, identificar, evidenciar y reflexionar al respecto de las actividades a la luz del fundamento teórico, a partir del cual se determina que la construcción del concepto de número implica el desarrollo y activación de relaciones de orden y equivalencia y de operaciones aditivas por medio de la inmersión en un contexto didáctico que dista de llenar cuadernos sin sentido y que permita problematizar las situaciones para hacer necesaria la construcción del concepto de número como sistema.

Como un análisis general es importante señalar que todas las actividades de interacción implementadas son adecuadas como prácticas pedagógicas enfocadas en la construcción del concepto de número. Se reconoce que no se hizo un cumplimiento formal del primer objetivo, sin embrago se aclara que a medida que se implementaron las primeras actividades se identificaron los conocimientos previos de los niños de manera informal con la observación y permitió que descubriera que algunos niños no contaban o decían números al azar y otros recitaban los números sin parar. Esto es así porque ejercitan la actividad de *cuantificación* sobre *material discreto*, la cual es una práctica que lleva a los niños hacia desafíos que les exigen responder a preguntas como ¿Cuánto hay en total? ¿Cuál conjunto es mayor y cuál es menor? ¿Cuántas unidades le faltan, o cuántas unidades le sobran, a un conjunto para ser igual a otro? De esta manera, aquéllas dan cabida para estimular las relaciones y las operaciones implicadas en la formación del concepto de número como sistema.

Además, hacen que dicha actividad de cuantificación se dé en un marco situacional, de interacción, en lugar de promover la memorización de la secuencia numérica, porque los niños son sumergidos en un contexto en el que la matemática es significativa pues se vuelve pertinente y útil para la resolución de problemas.

También hay que destacar que estas actividades promueven la construcción del concepto de número de una manera atractiva, a la vez que permiten que los niños asuman el papel protagónico en el proceso de aprendizaje donde por cuenta propia y gracias a la interacción entre compañeros y docente reconocen los errores y aprenden a superarlos progresivamente. Así pues, resaltan y fomentan el papel del docente como un guía que conduce el desarrollo autónomo del conocimiento en los niños.

- **BOLOS**

Esta actividad hace que los niños reconozcan la cantidad de bolos derrumbada manipulando los objetos mismos (cuantificación sobre los objetos); permite introducir fichas que representen los bolos derrumbados para que los niños reúnan la cantidad de unidades obtenidas por turno (cuantificación con representación concreta); y, por otro lado, abre la posibilidad de que dejen de manipular los objetos cuando se les pide que hagan una representación gráfica de la cantidad de bolos derrumbada en el tablero con puntos.

Por medio del juego los niños ejercitaron la actividad del conteo manipulando los objetos mismos y haciendo uso de la representación gráfica para expresar las cantidades. En este proceso, se dieron situaciones para aplicar las preguntas ¿Cuánto falta? ¿Cuánto sobra? Por ejemplo, en el caso ilustrado por la Imagen 2, el niño derrumbó 8 bolos que fueron contados sobre los objetos mismos; sin embargo, cuando llegó el momento de representar gráficamente la cantidad el niño no acertó pues dibujo 10 palitos, que representaban de forma gráfica los bolos derribados. Después de contar las representaciones dibujadas, el niño notó que esa cantidad no era igual al número de bolos que había derribado; así pues, procedió a igualar los dos conjuntos luego de poner en práctica el *esquema de suplemento* y comprender que sobraban 2 unidades.

Así las cosas, se puede decir que ejecutar la cuantificación con representación gráfica es una actividad que puede estimular las operaciones de composición y descomposición para hacer que el conjunto de unidades dibujadas sea igual al conjunto de bolos derrumbados; asimismo se activa la relación de equivalencia, en la medida en que deben hacer coincidir la cantidad de elementos en el conjunto dibujado con los objetos derribados.

Por otro lado, se resalta que mientras los niños jugaban estaban pendientes de lo que cada uno escribía en el tablero para confirmar que sí correspondía con la cantidad de objetos derrumbados. De esta manera, cuando un niño cometía un error los otros estaban atentos y podían hacerle ver que estaba poniendo más o menos de lo que debía.

Ilustración 2

- **GUAYABITA**

En primera instancia, el juego potencia la relación de equivalencia debido a que los niños deben tomar la misma cantidad de tapas que el dado les indica en cada uno de los turnos. En la Imagen 3 se observa uno de los niños estableciendo dicha relación; para esto, ubica una tapa sobre cada uno de los círculos negros de la cara del dado, con lo cual sabe que al cubrirlos todos obtiene la cantidad de tapas que ganó en su lanzamiento.

Ilustración 3

En adición, algunos niños establecían esta equivalencia a través del conteo; entonces, cuentan la cantidad de círculos negros que la cara del dado les indica, e inmediatamente después replican dicha cuenta en el total de tapas que deben tomar. Para ilustrar, puede verse en la Imagen 4 como lo hace uno de los niños partícipes.

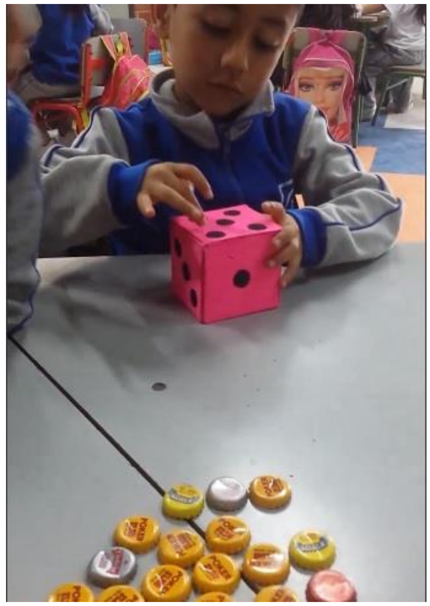

Ilustración 4

Otra relación que es reforzada por el juego es la de orden porque se hace necesario determinar cuál conjunto es mayor que todos para saber quién es el ganador. Para esto, los niños de cada grupo deben hacer una comparación entre el conjunto de tapas ganado por cada uno de ellos. En la Imagen 5 se aprecia cómo, a través de la comparación un ordenamiento lineal de los objetos hecho por ellos, dos niños hacen tal comparación.

Ilustración 5

A medida que el juego sigue su curso, los niños deben hacer uso de una operación aditiva debido a que en cada ronda van añadiendo nuevas tapas a su colección. En la Imagen 6 se observa a uno de los niños, que luego de haber establecido la equivalencia entre la cantidad del dado y la de tapas, se dispone a adicionar los nuevos 4 elementos a su actual conjunto de 6. En este sentido, existe un proceso de composición mediante el cual la totalidad de tapas ganadas al final de la partida se va componiendo poco a poco en cada una de las rondas; todo esto es posible gracias al esquema de reunión de objetos que componen la totalidad de tapas ganadas en el juego.

Ilustración 6

La estrategia utilizada por el niño de la Imagen 6 muestra que el juego de Guayabita también permite establecer una relación de correspondencia biunívoca entre los círculos negros del dado y la cantidad de tapas que éste le indica tomar, resolviendo de este modo la cuantificación necesaria de su respectivo turno.

En Guayabita, los niños se enfrentan a tres de las cuatro situaciones de problematización. En primera instancia hay un problema asociado al esquema de reunión, ya que al finalizar la tercera ronda los niños deben determinar la totalidad de tapas que ganaron, siendo este precisamente el momento en que deben ponerlo en práctica. En la Imagen 7 se ve a uno de los niños haciendo frente a dicha situación.

Ilustración 7

También, se trabajan situaciones que activan el esquema de complemento. Esto es así porque finalizadas las tres rondas se hacen algunas preguntas que ponen en práctica dicho esquema; por ejemplo, se pregunta a los niños que no obtuvieron el triunfo ¿cuántas tapas les hacen falta para alcanzar al compañero ganador? En estos casos, los niños recurren a conteos o a comparaciones visuales para resolver el problema al que se ven enfrentados.

Además, existen otras situaciones en las que se pone en práctica el esquema de suplemento. En éstas se busca averiguar lo que sobra a la totalidad con relación a una de las partes. Para ilustrar, se les pregunta cosas como ¿cuántas tapas debe regalarle un niño a otro para quedar con la misma cantidad?, entre otras. En la Imagen 8 se ve a dos niños interactuando entre ellos y con la profesora para determinar la solución a la problemática propuesta.

Ilustración 8

Tras la implementación del juego Guayabita se ha visto la emergencia del conteo como herramienta utilizada por la mayoría de niños para resolver los problemas de cuantificación en el aula; sin embargo, aquellos niños que aún no la usan acuden a alternativas como la comparación visual, o al uso de una cuantificación cualitativa para dar respuesta a las preguntas hechas.

Gracias a esta observación ahora se entiende en mayor grado la importancia de dar lugar a que cada niño responda y aporte soluciones de acuerdo a la construcción conceptual que posee. Una vía útil para transformar el trabajo pedagógico en el aula es la aceptación y uso de los errores cometidos por los niños como valiosa oportunidad para potenciar su aprendizaje. En este sentido, los errores que ellos cometen no deben ser únicamente corregidos, sino que deben usarse para que a partir de estos se construyan aprendizajes.

- **ANILLOS DE COLORES**

La actividad es adecuada para la construcción del concepto de número porque desarrolla varios niveles de cuantificación. Además, ayuda a reconocer los símbolos numéricos y hace que los niños reconozcan cuántas unidades componen el conjunto que representa cada número. Así, conduce hacia la composición y descomposición con el fin de hacer entender que el símbolo usado para representar el número hace referencia a un contenido a una totalidad que no se ve afectada porque sus elementos puedan relacionarse de distintas formas. Adicionalmente, el diseño de este juego promueve la manipulación del material para producir los problemas básicos que activan la construcción de las relaciones de orden y equivalencia y las operaciones aditivas.

El juego puede ser abordado desde diferentes perspectivas. Por ejemplo, se puede pedir a los niños que organicen la hilera de las fichas numeradas para ejercitar en ellos el orden de la secuencia numérica. También es posible llevarlos a que relacionen las fichas de los puntos con las fichas numeradas, de esta manera se fomenta la actividad de cuantificación para mostrar que los números representan la cantidad de elementos de una colección; desde esta actividad pueden promoverse las operaciones aditivas de composición y descomposición. Por ejemplo, cuando se han relacionado la ficha de 5 puntos con la ficha numerada y la ficha de 3 puntos con la ficha numerada, se reúnen las fichas correspondientes a cada número; esto permite a los niños comprender que la unión de dos números componen un número mayor porque la reunión de las unidades de un conjunto con las unidades de otro hacen un conjunto más grande de unidades de la misma naturaleza.

El primer contacto que tuvieron los niños con el juego fue sin una instrucción previa; el resultado de esto fue que empezaron a colocar las fichas en las columnas agrupándolas por colores. Es de destacar que aun cuando no se dio en todos los casos, se encontró que agrupaban las fichas según el color indicado por las fichas de puntos; sin embargo, acertaron únicamente con las fichas que mostraban puntos de un solo color. Esta circunstancia dejó ver que los niños no reconocían cuáles eran las partes que componían el conjunto de puntos mostrados por las fichas, pues no comprendían que había conjuntos compuestos por elementos distintos. No obstante, esta acción no fue suficiente para decir que en aquéllos casos los niños sí entendían cuáles y cuántas eran las partes que conformaban el conjunto pues el acierto podía atribuirse al hecho que los niños pusieron fichas hasta donde la columna lo permitía. En la Imagen 9 puede verse cómo acertaron en agrupar fichas según un solo color, mientras que usaban el mismo patrón para fichas que mostraban puntos de distintos colores.

Ilustración 9

El conteo fue introducido para hacerles caer en cuenta que las fichas puestas en cada una de las columnas debían corresponder al número de puntos indicados por las fichas de la hilera de arriba. Con esto, para problematizar la situación, se hicieron las preguntas ¿Cuántas faltan? ¿Cuántas sobran? De esta manera los niños pusieron en práctica los *esquemas de complemento* y de *suplemento*, así como también ejercitaron la composición de conjuntos. Sin embargo, aun cuando acertaban en la cantidad de fichas, la mayoría seguía equivocándose en los colores de las fichas que debían escoger para la composición.

En este punto, hay que decir que unos niños sí entendieron la dinámica del juego cuando se les hizo notar que las fichas que ubicaban en las columnas debían estar relacionadas con lo que aparecía en las fichas de la hilera de arriba.

Así pues, se hizo latente una dificultad para las operaciones aditivas pues los niños no comprendían que el conjunto en su totalidad, con la cantidad de fichas correspondiente, podía ser compuesto por elementos distintos. No podían comprender que, por ejemplo, el conjunto de 7 fichas podía descomponerse en un conjunto de 4 unidades, uno de 2 y otro de 1, o en uno de 3 y otros dos de 2. Como una alternativa para conducir a los niños hacia la ejecución adecuada de la actividad, se promovió hacer una correspondencia entre los puntos de diferentes colores de las fichas y las fichas que debían recogerse según esos colores. De esto, puede ser dicho que se alcanzó el objetivo de lograr que los niños acertaran con la cantidad de fichas requerida mientras componían el conjunto reuniendo conjuntos más pequeños de distintas cantidades según el color indicado. La Imagen 10 es una prueba de cómo tuvo lugar este proceso.

Ilustración 10

Hay que decir que el hecho que algunos niños desarrollen la actividad correctamente sin aludir a la correspondencia entre los puntos y las fichas de colores, puede aprovecharse mediante la interacción. Por ejemplo, si el otro niño ve que su compañero hace las cosas de manera diferente puede tratar de averiguar en qué consiste ese procedimiento para que, por sí mismo, comprenda cuál de los dos tiene más sentido según lo que el material propone.

- **DIFERENCIA DE TAMAÑOS**

Inicialmente, este juego refuerza la relación de orden a través del esquema transitivo y el de composición de relaciones de orden, directa (mayor que) e inversa (menor que). El primero se pone en marcha al momento en que los niños organizan las fichas de acuerdo al tamaño de los círculos, debido a que en ese momento se encuentran observando qué pieza es menor que otra al tiempo que cuáles son mayores. Asimismo, el esquema de composición se usa cuando los niños determinan que una ficha debe ubicarse entre otras dos. Para ilustrar ambas situaciones, en la Imagen 11 se ve a una de las niñas observar la forma en que organizó los círculos. Allí se da cuenta progresivamente que hay unos que no deberían estar en la ubicación elegida dado su tamaño.

Ilustración 11

Por otra parte, el juego potencia la relación de equivalencia por medio del esquema de clasificación. Si bien en la colección de cada niño ninguna de las piezas es igual a otra, precisamente a través del esquema de clasificación los niños notan tal condición. Cuando los niños están organizando los círculos en la forma que se les ha pedido están comparando los elementos de su conjunto de acuerdo a las semejanzas y diferencias de los mismos. En este sentido, observan que aquellos más pequeños se ubican en un extremo y los más grandes en el otro. En la Imagen 12 se presenta uno de los niños poniendo en práctica este esquema para precisar el orden correcto de las piezas. Adicionalmente, en la Imagen 13 se ve otra situación en que se usa el esquema de clasificación; en esta, se ve a una niña comparando en un grupo de tres fichas cuál es la pieza con el círculo más pequeño, para lo cual debe ordenar y seleccionar rápidamente cuál de su colección cumple la condición.

Ilustración 12

Ilustración 13

Por otra parte, el juego pone en práctica la operación de tipo aditivo mediante el proceso de composición. En este orden de ideas, cuando los niños reciben el conjunto de piezas que les corresponde se enfrentan al hecho de conocer la cantidad de fichas recogidas.

Para ilustrar, en la Imagen 14 se aprecia una de las niñas interactuando a fin de determinar el total de fichas que le fue entregado.

Ilustración 14

El juego de Diferencia de Tamaños se sustenta sobre una cuantificación cualitativa y una cuantitativa. La primera de ellas entra en marcha cuando los niños están organizando las piezas pues deben decidir cuáles son mayores y cuáles menores, es decir, cuáles poseen mayor o menor tamaño; en este punto, los círculos de las fichas actúan como material continuo debido a que no se puede cuantificar su tamaño fácilmente. Entretanto, la cuantificación cuantitativa se presenta cuando los niños están determinando la cantidad total de piezas; éstas actúan también como material discreto pues son separables, contables y manipulables.

También es destacable que en este juego los niños realizan una cuantificación sobre objetos con un nivel de relaciones de correspondencia biunívoca. Así, cuando están precisando la cantidad total de piezas que poseen van asignando a cada palabra (número) una de las fichas de la colección.

Respecto a las circunstancias de problematización, se ve recurrentemente que algunos niños tienen dificultades a la hora de ordenar las piezas ya que las ubican en lugares que no les corresponde, tal como se aprecia en la Imagen 15. Precisamente en este punto, el esquema de orden se encuentra en su punto cumbre ya que los niños a partir de pruebas de ensayo-error, por medio de comparación visual de los tamaños van mejorando la organización realizada.

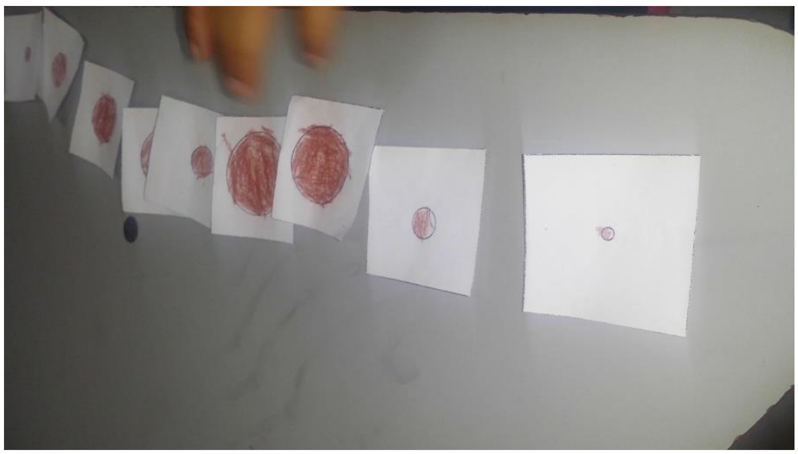

Ilustración 15

Tras la implementación de este juego, ha emergido la comparación visual como herramienta esencial para la construcción del concepto de número. En este sentido, que el material utilizado inducía errores en los niños debido a que cada ficha era cuadrada y el círculo estaba impreso en el centro. Tal disposición dificultaba (sobre todo en los tamaños pequeños) la comparación entre piezas.

- **LA TORRE**

Con esta actividad se estimula el proceso de cuantificación con representación concreta porque el conteo de las unidades tumbadas no se hace con referencia a los objetos mismos, sino se le pide a los niños que tomen una ficha por cada lata tumbada.

Ya que por turnos los niños ganan un acumulado de fichas, o no, a partir de esto realizan una comparación entre los conjuntos propios. Luego, se extiende la actividad para comparar la totalidad de unidades-fichas que cada uno tumbó para saber quién ganó (quién tuvo más, relación de orden) y quién perdió (quién tuvo menos, relación de orden).

En principio, esta actividad dirige a la pregunta sobre *cuántos reúne* (problematiza). A partir de esta, se desprende una serie de procedimientos ricos en contenido. Por una parte, los niños deben llevar a cabo una operación de *composición* para ir adjuntando cada una de las fichas y reconocerlas como partes de una totalidad. Al final del juego, los niños deben concebir las unidades como parte de un todo que debe ser comparado con las colecciones de los otros. Por otra parte, de esta totalidad los niños pueden formar diferentes conjuntos por medio de la *descomposición*; por ejemplo, toman las fichas del primer turno para comparar este conjunto con el conjunto compuesto por las fichas del siguiente turno; o tienen en cuenta las fichas de los dos primeros turnos para compararlas con las reunidas en el tercer turno; o comparan el conjunto de fichas obtenidas en el primer turno con el conjunto del tercer turno, o el conjunto del segundo turno con el del tercer turno. De esta manera, aparece el esquema de *transitividad* de la relación de orden pues al comparar los conjuntos referentes a la cantidad de fichas recogidas por turno pueden comprender que si, por ejemplo, el conjunto proveniente del primer turno es mayor que el del segundo turno y este último es mayor que el del tercer turno, entonces el del primer turno es el mayor entre los tres conjuntos. Asimismo, comparando más de dos conjuntos, pueden desarrollar el *esquema de composición*. Estos procedimientos también pueden ser extendidos cuando los niños tengan que comparar su totalidad de fichas con las de los otros participantes del juego.

Todo el proceso de composición, descomposición y comparación de conjuntos puede ser enfocado hacia los otros tres problemas básicos. Por ejemplo, puede llevarse al niño o a la niña a descomponer su totalidad para prestarle algunas fichas a otro compañero y, a partir de esto, preguntarle cuántas fichas le quedan. Luego, puede dirigirse hacia las relaciones de orden y equivalencia por medio de la comparación de su conjunto con el de otro. Este proceso de comparación, después que se haya comprendido que un conjunto es menor o mayor que otro, se puede conducir hacia responder a los problemas de cuánto le falta a uno para ser igual al otro o, por el contrario, cuánto le sobra a uno para ser igual a otro.

Ahora bien, en el desarrollo del juego los niños fueron recogiendo sus fichas según la cantidad de latas derribadas en cada turno. Salió a la luz que para realizar esta tarea los niños hicieron uso de dos estrategias: contaban el número de latas derrumbadas para escoger el mismo número de fichas (Imagen 16) o llevaban a cabo una correspondencia donde cada ficha representaba un objeto (Imagen 17).

Ilustración 16

Ilustración 17

Esa circunstancia permitió ver que en general los niños usaban la primera estrategia cuando habían derribado entre 1, 2 y 3 latas; es más, algunas veces no les fue necesario contar objeto por objeto pues con sólo mirar ya sabían cuál era la cantidad de fichas que debían coger. La segunda estrategia era más que todo utilizada cuando la cantidad de latas derribada estaba entre 4, 5 y 6.

Habiendo finalizado la ronda de juegos, los niños se dispusieron a contar cuántas fichas habían acumulado para saber cuántas latas habían derribado. De esta manera, se promovió en ellos la *reunión* y la *composición* de conjuntos. Así lo deja ver la Imagen 18.

Ilustración 18

Después que cada uno de los niños hizo su conjunto de fichas, se problematizó el juego para saber quién perdía y quién ganaba; esto se hizo usando las preguntas *¿Quién tiene más? ¿Quién tiene menos?* Así, se condujo la situación a generar las relaciones pertinentes.

Se comprobó que el hecho de conocer cuántas cantidades-fichas había en cada conjunto no fue suficiente para relacionarlos según el orden. Es decir, con sólo conocer el número de la cantidad de objetos los niños no podían establecer cuál era mayor o cuál era menor. No obstante, hay que resaltar que sí podían decir cuáles conjuntos eran iguales; sin embargo, puede ser que esta relación de equivalencia haya tenido lugar porque se usaban las mismas palabras para designar la cantidad de elementos en el conjunto, y no porque comprendieran que había la misma cantidad de fichas en las dos colecciones.

Para resolver el desafío, los niños se vieron en la necesidad de comparar los conjuntos. De ahí, empezaron por realizar una relación de orden *cualitativa*, respondiendo con expresiones como 'él ganó porque tiene hartas fichas' o 'ella perdió porque tiene poquitas fichas'. En la Imagen 19 puede verse que las colecciones estaban a la vista de todos los participantes para hacer la comparación.

Ilustración 19

Luego de recibir estas respuestas, los niños fueron dirigidos nuevamente hacia el conteo. En uno de los casos, resultó que uno de ellos había acumulado diez fichas mientras otro tenía un conjunto de 7 fichas. Los niños entraron en confusión cuando se les preguntó cuál de los dos tenía más fichas, pues aparentemente ambos poseían muchas. En esta instancia, no podían establecer una relación de orden para decir que 7 era menor que 10 o que 10 era mayor que 7. Aquí, haciendo implícita una relación de equivalencia, se introdujo la pregunta de *cuánto le faltaba* a 7 para ser igual que 10. Uno de los niños respondió que la cantidad era 3; se atendió esta respuesta y se notó que se había llegado a ella haciendo un conteo de la siguiente manera: se tenía en la mente el número 7 y luego se usaron dedos para seguir la serie numérica hasta llegar a 10; así, se usó un dedo para el 8, dos dedos para el 9 y tres dedos para el 10. En la Imagen 20 puede ser visto cómo el niño *complementó* el 7 haciendo referencia a sus dedos.

Ilustración 20

Se procedió a comprobar si tal procedimiento arrojaba la respuesta correcta. Para esto, de un conjunto diferente al de 7 y al de 10 se tomaron tres fichas para poner en el conjunto de 7; después, entre todos los niños contaron y se dieron cuenta que con esta adición resultaban 10 fichas en el conjunto que antes era de 7. De esta manera comprendieron que 7 era menor que 10 porque le faltaban fichas para ser igual a éste, y que la cantidad que tenían que agregar para hacer que los dos conjuntos fueran iguales era 3. Adicionalmente, los niños respondieron con seguridad que 7 era menor que 10 y que 10 era mayor que 7; y concluyeron que el ganador había sido aquel que en principio había acumulado por sí solo 10 fichas.

A partir de lo mencionado, se puede decir que los niños construyeron las relaciones de orden y equivalencia por medio del conteo, la comparación y de la composición y descomposición de conjuntos. Hay que destacar que el proceso tuvo lugar gracias al material discreto con el que se contaba, y se mantuvo la cuantificación con representación concreta. En la Imagen 21 puede verse cómo tuvo lugar el proceso de composición para entender que a un conjunto de 7 unidades le faltaban 3 unidades para ser un conjunto de 10 unidades.

Ilustración 21

En otras sesiones, el juego tomó direcciones distintas según las estrategias que iban aportando los niños para la solución de los problemas. Hubo una ocasión en la que los niños pudieron establecer relaciones de orden y de equivalencia sin la necesidad de llevar a cabo un proceso de cuantificación. Esto lo hicieron comparando las unidades de los conjuntos.

Para empezar, los niños descubrieron que había conjuntos iguales, específicamente tres colecciones de 4 unidades y dos colecciones de 7 unidades; así pues, llevaron a cabo un proceso de clasificación que los llevó a reconocer a cada conjunto como la representación de una clase. Sin embargo, para responder a la pregunta de quién tenía más y quién tenía menos recurrían a la percepción de muchas y pocas fichas.

La solución a dicho problema no provino del conteo, sino de la comparación visual haciendo una *cuantificación cualitativa*: los niños pusieron un conjunto al lado de otro y así se dieron cuenta cuál era menor y cuál era mayor; teniendo en cuenta que habían reconocido que un conjunto representaba el número 4 y el otro representaba el número 7, luego comprendieron que 4 era menor y que 7 era mayor. Mediante ese mismo proceso, construyeron la relación de equivalencia y encontraron sentido en decir que había un empate entre los que tenían 7 fichas. En la Imagen 22 puede verse cómo los niños compararon un conjunto de 7 con uno de 4, de lo cual dedujeron que uno era menor y que otro era mayor. En la Imagen 23 se muestra que los niños colocaron un conjunto junto a otro para saber que era igual.

Ilustración 22

Ilustración 23

La misma estrategia fue usada en varias ocasiones. Por consiguiente, en los casos mencionados, las relaciones de orden y equivalencia fueron fundamentalmente construidas por medio de la comparación de conjuntos aludiendo a la cuantificación cualitativa. Se puede decir que en principio los niños reconocían que unos tenían más que otros porque parecía que tenían muchas fichas; sin embargo, esto no era suficiente pues de aquellos que tenían conjuntos con muchas fichas debían determinar quién tenía más para conocer al ganador. Aquí fue cuando la percepción se hizo insuficiente, y apareció el conteo, *cuantificación cuantitativa*, o el establecimiento de correspondencia 1 a 1 como alternativas de solución. No obstante, se hizo evidente que el saber contar para determinar la cantidad de fichas en cada conjunto no resultaba suficiente para que los niños pudieran responder cuál número era mayor que otro y por qué. La estrategia que emergió fue la de comparar los conjuntos sabiendo qué cantidad tenía cada uno. Luego de esto, la comparación cualitativa se relacionó estrechamente con el conteo, permitiendo que los niños comprendieran que un conjunto era mayor que otro porque estaba compuesto de *más* fichas y que los otros eran menores porque tenían *menos*. Es decir, se presenció un proceso de construcción de la relación de orden; de igual manera, se ejercitó y amplificó la relación de equivalencia pues los niños comprendieron que dos conjuntos eran iguales porque tenían la misma cantidad de fichas y no porque fueran nombrados con la misma palabra.

Por otra parte, se resalta la siguiente situación. En una de las sesiones en las que se jugó a La Torre, después de haber reunido sus fichas y saber cuántas tenían en su colección, los niños reconocieron quién era el ganador por el mismo principio que usaron siempre que se les hacía esta pregunta, a saber, la comprensión cualitativa que uno tenía muchas fichas en comparación con los otros. Así, se reconoció que uno de ellos era el ganador, y se procedió a contar cuántas fichas había en su colección. El resultado fue 8, mientras los otros tenían 5, 3 y 2 fichas respectivamente. Los niños sabían que el ganador tenía 8 fichas, pero no atribuían a esto la razón por la cual su conjunto de fichas era el mayor. Sin embargo, en este caso no se incentivó la problematización y se les hizo decir mecánicamente que 8 era mayor que los otros.

Seguido a esto, se dirigió el juego hacia un problema de composición pidiendo a dos de los niños que juntaran sus fichas para dar lugar a una nueva totalidad. Aquí se evidenció gran dificultad para que comprendieran que las fichas que habían reunido hacían parte de un mismo conjunto. En principio cada uno contaba con 2 fichas, y aun después de haberlas puesto en un mismo conjunto seguían diciendo que tenían 2 fichas. Para solucionar esto, se les propuso agrupar las fichas en el suelo para luego contarlas; así, los niños se dieron cuenta que las fichas de los dos formaban un grupo de 4 fichas. A partir de este suceso puede concluirse que los niños requerían de la materialización de la situación de reunión porque no comprendieron que sus fichas hacían parte de otro conjunto hasta que efectivamente lo formaron. La Imagen 24 ilustra este proceso.

Ilustración 24

Luego de esto, se guió a los niños para establecer una nueva relación: se ponían en juego el conjunto recientemente formado y los otros, exceptuando el conjunto de 8 fichas del ganador inicial. Así, se pidió que compararan el conjunto de 4 fichas con los otros para determinar cuál era mayor y cuál era menor. Aquí apareció una respuesta de suma importancia: los niños seguían respondiendo que el más grande era el conjunto que tenía 8 fichas. Esto sacó a la luz que la respuesta denotaba más una memorización de quien era el ganador que una construcción de relaciones de orden. Los niños se limitaban a repetir la respuesta que previamente les había dado la docente. Esta situación dificultó en gran medida que dejaran de pensar en dicho conjunto cuando se les pedía entablar una nueva relación de orden.

Después de insistir, los niños procedieron a relacionar el conjunto de 4 fichas con los otros. Para determinar cuál conjunto era mayor, esta vez sí hicieron uso de la estrategia de comparar las colecciones para saber cuál era más grande que la otra. Así, reconocieron y comprendieron por qué el conjunto de 4 era mayor que el de 3.

Para finalizar, hay que decir que en aquellas situaciones en las que los niños no contaban bien se reconoció que se debía fundamentalmente a dos circunstancias: no desarrollaban correctamente la correspondencia biunívoca (entre palabra número y objeto) y dejaban elementos sin contar, o no aplicaban la serie numérica en el orden convencional establecido y asignaban los números a los objetos aleatoriamente. Para solucionar estas dificultades, se sacó provecho de la interacción entre los niños pidiendo que el conteo se llevara a cabo entre todos pues unos reconocían cuando sus compañeros no estaban haciendo bien esa actividad.

Por otra parte, es de resaltar que fue común que cuando las cantidades eran mayores a tres, los niños tuvieron que volver a contar las unidades de su colección cada vez que se les preguntaba cuántas fichas tenían. Esto último demuestra que esta actividad se mantuvo en los niveles de la cuantificación sobre los objetos y de la cuantificación con representación concreta, y que la estimulación de la construcción del concepto de número se enmarcó en un contexto donde la manipulación de objetos era fundamental.

- **NIÑOS Y PATINETAS**

Como punto de partida, cabe señalar que en el juego de Niños y Patinetas se refuerza la relación de equivalencia debido a que en cada turno los niños deben asignar una patineta a cada niño de la tarjeta que ha tomado, de manera que deben igualar las cantidades de objetos. En la Imagen 25 se observa a una de las niñas estableciendo tal comparación. Es importante destacar que los niños usan diversas formas para resolver este requisito del juego. Una de ellas es la asignación de patinetas con los dedos; en ésta, hacen un recorrido lineal con el dedo desde una tarjeta hasta la otra (Imagen 25). La otra alternativa empleada por los niños para establecer la equivalencia es por medio del conteo;

esto es así porque ellos cuentan primero la cantidad de niños de la tarjeta y luego la de patinetas tal como puede verse en la Imagen 26.

Ilustración 25

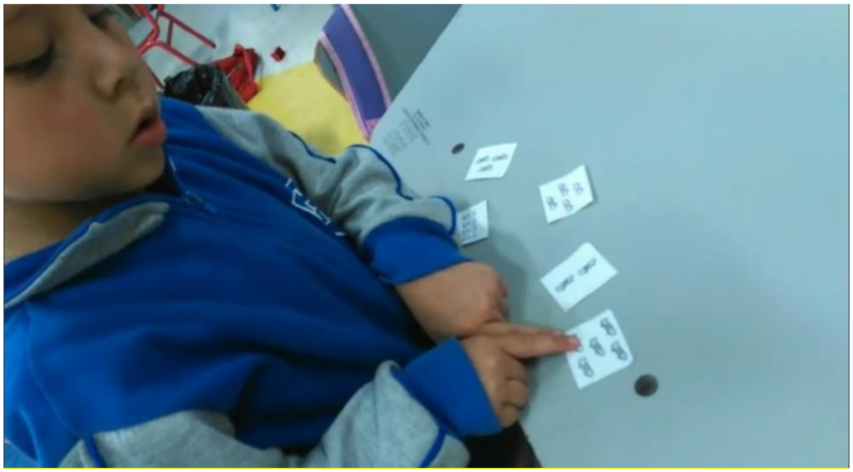

Ilustración 26

La relación de orden es puesta en práctica fundamentada en el esquema transitivo, así como el de composición directa e inversa. Esto sucede cuando los niños de un grupo han finalizado la ronda y deben precisar el ganador. En dicho momento, deben comparar quién tiene más tarjetas con niños, quiénes están en el medio y quiénes poseen menos. En la parte final del juego necesitan saber qué cantidades son mayores, intermedias y menores para dar respuesta respecto a quien se lleva la victoria. Para ilustrar, en la Imagen 27 se ve la comparación visual que hacen tres niños de las tarjetas que ganaron.

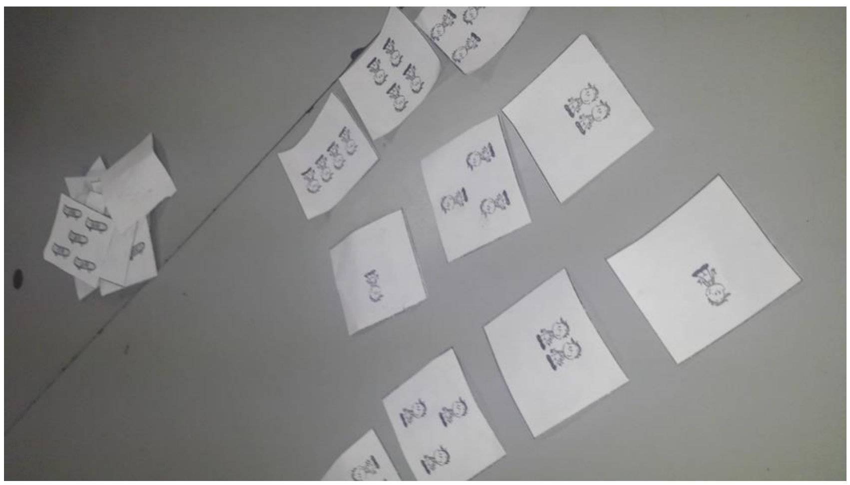

Ilustración 27

Por otra parte, en el juego se usa la operación aditiva, concretamente a través del proceso de composición. A medida que el juego avanza, los niños deben unir a su colección las tarjetas que van ganando de modo que añaden partes al conjunto denominado "tarjetas ganadas". Al final de las tres rondas, los niños usan el esquema de reunión para conocer la cantidad total de tarjetas que ganaron. Por ejemplo, en la Imagen 28 se aprecia una de las niñas mostrando las tarjetas que ganó en el juego.

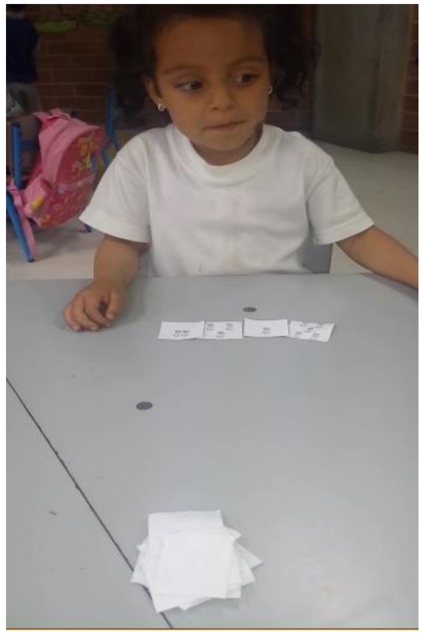

Ilustración 28

El juego de Niños y Patinetas demanda de una cuantificación cualitativa y cuantitativa para definir el ganador. La primera de ellas es usada cuando los niños aún no dominan completamente el conteo, acuden a otras vías para señalar quién ha resultado victorioso. Además, otros niños a través del conteo establecen la relación de correspondencia biunívoca entre palabras número y objetos, que les permite saber cuál de ellos posee la mayor cantidad de niños en sus tarjetas. Es decir que comparan tanto número de tarjetas como de niños en las mismas.

En tanto a las circunstancias de problematización, se ve que algunos niños presentan dificultades al momento de establecer la relación de equivalencia entre la cantidad de patinetas y niños establecida por las tarjetas. Además, el juego enfrenta a los niños a diversas situaciones. En primer lugar, cuanto están totalizando la cantidad de 'niños' que ganaron en sus tarjetas usan el esquema de reunión que es inducido por la profesora por medio de preguntas como ¿cuántas reunió en total? En segunda instancia, el juego también promueve situaciones en que se usa el esquema de separación puesto que en ocasiones se pide a un niño que le preste una tarjeta a uno de sus compañeros e inmediatamente después se le pregunta ¿cuántas tarjetas y/o cuantos niños le quedan luego de prestarle al otro niño? Adicionalmente, hay situaciones en que se refuerza el esquema de complemento; esto es así porque se les pregunta a los niños que no resultaron ganadores ¿cuánto les hace falta para igualar la cantidad obtenida por el ganador? Finalmente, en algunos casos se trabaja el esquema de suplemento ya que, por ejemplo, se pregunta a los ganadores ¿cuántas tarjetas y/o niños de más tuvo respecto a sus compañeros?

Tras la implementación de este juego, se puso en práctica la comparación visual como herramienta para solucionar los distintos problemas allí planteados. El conteo emergió como alternativa viable que se afianza en el transcurso de las sesiones.

- **SITUACIONES DE CONTEO**

En la primera dinámica se pudo ver que algunos niños no enunciaban bien la secuencia numérica. Por ejemplo, del 3 pasaban al 8 y de éste pasaban al 4. Con el ejercicio, se evidenció que estos niños presentaban más dificultades al momento de responder cuántas fichas tenían en total. Sin embargo, hubo un caso en el que se presenció que aun cuando no se podía determinar cuántas fichas tenía en total, sí se reconocía cuáles fichas hacían parte de la colección y cuáles no: cuando se preguntó cuántas fichas tenía, el conjunto fue demarcado con un círculo. Así pues, puede decirse que, se desarrollaba una operación de composición.

En aquellos momentos en los que alguno no podía contar las unidades de su colección, los otros niños procedían a contar para mostrarle cuántos tenía. Sin embargo, no puede ser aseverado que gracias a esta interacción aquellos que no sabían contar aprendieron a hacerlo, sino puede ser dicho que gracias a esto los niños se dieron cuenta que cometían errores.

Cuando los conjuntos de los niños fueron alterados para que cada uno tuviera distintas cantidades de fichas, uno de ellos se dio cuenta que había alguien que tenía poquitas fichas con relación a él y decidió regalarle una ficha. Hay que decir que el niño no concluyó que tenía más fichas porque su cantidad (9) era mayor a la de su amiga, sino porque veía que ella tenía poquitas fichas y él tenía muchas; además, le regaló una ficha sin pensar en que esa podría ser la ficha que le sobraba a él y que le faltaba a ella para que los dos quedaran con cantidades iguales.

Aprovechando dicha situación, se les preguntó a los niños si el conjunto al que se le había agregado una ficha era mayor o menor al que había antes. Los niños respondieron que era menor. Esto dejó ver que no establecían una relación de orden con respecto a la operación de composición, pues no comprendían que la adición de una ficha hacía que el mismo conjunto fuera más grande. De esto puede decirse que se evidenció una dificultad para que los niños relacionaran las partes con el todo, pues no desarrollaban el esquema de reunión para comprender que la cantidad de antes había recibido una nueva unidad; así pues, el conjunto que había sido agrandado era considerado como una colección independiente de la anterior.

Para hacer desplegar una relación de orden, el mismo conjunto fue dividido. Hay que destacar que esta estrategia no provino de los niños. El conjunto de 3 fichas fue descompuesto en cada una de sus unidades; así, cuando éstas se quitaban los niños iban comprendiendo que el conjunto se hacía menor. De esta manera, fueron estableciendo relaciones de orden con respecto a operaciones de descomposición. Luego, se volvieron a reunir las fichas una por una de tal manera que los niños se dieran cuenta que cada vez que se agregaba una el conjunto se hacía mayor. Por consiguiente, construyeron relaciones de orden con respecto a operaciones de composición. En las Imágenes 29 y 30 se demuestran los procesos de separación (descomposición) y de reunión (composición) sobre la misma cantidad de fichas.

Ilustración 29

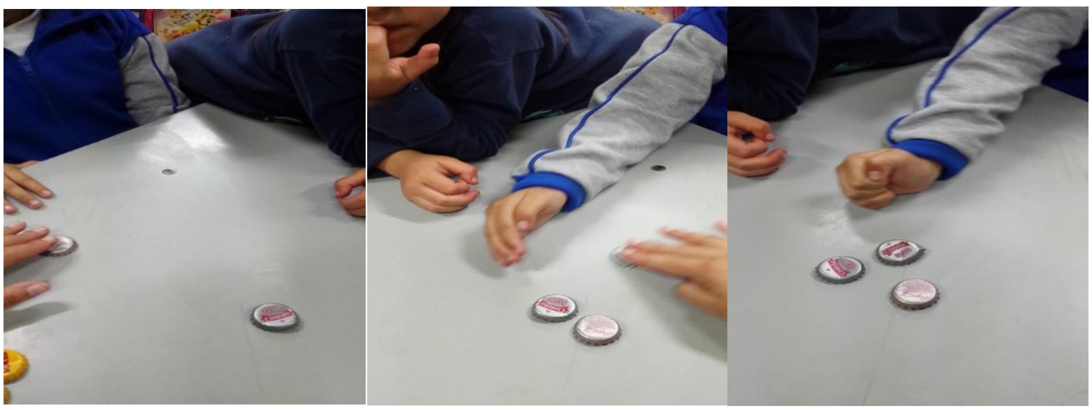

Ilustración 30

Con la ejecución de la segunda dinámica, cuando los puntos del dado indicaban cantidades mayores a 4, algunos niños tenían dificultad para saber la cantidad de fichas que debían recoger. Empezando, algunos se dirigían hacia el dado para hacer una relación de correspondencia entre los puntos y las fichas. Así deja verlo la Imagen 31.

Ilustración 31

Después, los niños dejaron de manipular el dado y se guiaron por la cantidad indicada en el conteo de los puntos del dado. Aquí puede decirse que no fue así en todos los casos, pues algunos niños seguían lo que la mayoría decía. Ahora bien, para escoger el número de fichas según lo que salía en el dado, generalmente recurrieron al conteo. Por ejemplo, si el dado mostraba la cara del 3 contaban esta cantidad de fichas y las recogían. Durante esta actividad salieron a la luz dos estrategias para el conteo: una por medio de la manipulación de las mismas fichas (*cuantificación sobre los objetos*), otra usando los dedos para luego hacerlos corresponder con las fichas (*cuantificación con representación concreta*). Con la Imagen 32 se presenta un ejemplo de cada una.

Ilustración 32

Por otro lado, cuando los niños no acertaban en recoger la cantidad de fichas requeridas aparecieron diversas alternativas. Hubo casos en los que algunos no podían llevar a cabo adecuadamente la acción porque no sabían contar; además, salió a la luz que tenían dificultades para asignar una palabra número distinto a cada una de las fichas siguiendo la secuencia numérica. La estrategia que se utilizó fue pedirles que en lugar de contar sobre los objetos, recogieran cada una de las fichas a medida que enunciaban la secuencia numérica. De esta manera, cuando llegaban al número que se les pedía paraban la reunión de fichas; así, comprendían que el último número correspondiente a la última ficha correspondía a la cantidad requerida.

Se presenció una situación en la que un niño solucionaba la actividad imitando la forma que tenían los puntos en el dado. Él sabía que le pedían 4 fichas, pero no las recogía según la cantidad, sino atendiendo a lo que veía. Así, el niño acertaba sin necesidad de hacer conteo. Sin embargo, la actividad se problematizó cuando reproducía la imagen más de una vez; así, dejaba de entablar un relación de equivalencia y denotaba un proceso de imitación que no respondía a las necesidades del juego. De aquí se puede decir que la repetición no es un proceso idóneo para estimular las relaciones pertinentes para la construcción del concepto de número. Para solucionar este problema se recurrió al conteo, de esta manera el niño comprendió que aun cuando calcaba la imagen del dado no estaba recogiendo la cantidad de fichas correspondiente. La Imagen 33 se tiene como evidencia de esta situación.

Ilustración 33

Para finalizar, hay que decir que las situaciones de conteo resultaron provechosas siempre y cuando los niños estuvieran inmersos en un contexto que hiciera que la actividad de contar fuera necesaria para solucionar problemas y responder preguntas. En ocasiones en las que únicamente se les pidió que enunciaran la secuencia numérica, algunos se mostraron desinteresados y aburridos porque no veían utilidad en esa actividad.

➢ LA PIRÁMIDE

Inicialmente, este juego potencia la relación de equivalencia. Aquí, los niños deben tomar la cantidad de fichas que el color del triángulo en que cayó la tapa les indica. En este sentido, se debe hacer una comparación entre lo que designa el tablero y la cantidad a recoger a fin de que sean iguales. Para ilustrar, en la Imagen 34 puede verse a uno de los niños que al lanzar la tapa recuerda que debe tomar una ficha por corresponder al color blanco. Para este caso, los niños acuden al conteo de las fichas para establecer la cantidad a recoger.

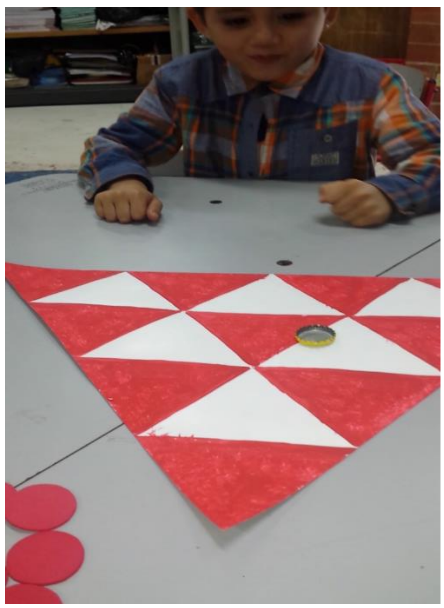

Ilustración 34

De igual manera, La Pirámide promueve la relación de orden. Esto es así porque al finalizar las tres rondas de juego, los niños deben totalizar las fichas ganadas y luego determinar quién de ellos obtuvo la mayor cantidad. En este sentido, a través del esquema transitivo los niños pueden saber quién fue el ganador, quién tuvo la menor cantidad, y quiénes cantidades intermedias. Para ilustrar, en la Imagen 35 puede verse la comparación que realizan dos niños. Aquí, los niños realizan comparaciones lineales entre los conjuntos que les permite determinar al ganador sin recurrir al conteo, produciendo una cuantificación cuantitativa de los elementos.

Ilustración 35

A medida que el juego va avanzando, los niños ponen en práctica la operación aditiva. Con el transcurso de las rondas los niños van adhiriendo nuevas fichas a su colección. Así, sustentado en el esquema de reunión, los niños van aumentando progresivamente el total de fichas; además, se va dando el proceso de composición del conjunto definitivo "fichas ganadas". Además, es destacable que en La Pirámide se usa la cuantificación sobre objetos, dado que la manipulación del material concreto les permite establecer relaciones de correspondencia biunívoca.

Respecto a las circunstancias de problematización, es importante considerar que algunos niños no recordaban las cantidades que debían tomar según el color les indicaba, razón por la cual la profesora debía recordarles permanentemente. Por otra parte, en el juego se ubica a los niños en variadas situaciones que implican el uso de su conocimiento para darles solución. En primera instancia, cuando los niños debían totalizar la cantidad de fichas ganadas, necesitaban usar el esquema de reunión que fue inducido por la profesora a través de preguntas como ¿cuántas reunió en total? En segundo lugar, el juego también plantea situaciones en que los niños tenían que usar el esquema de separación ya que en algunas circunstancias se les pedía que le prestaran fichas a algún compañero; inmediatamente después se le preguntaba ¿cuántas fichas le quedan luego de prestarle al otro niño? Hecho que les obligaba a realizar la sustracción. Adicionalmente, hay situaciones en que se refuerza el esquema de complemento; esto es así porque se les pregunta a los niños que no resultaron ganadores ¿cuántas fichas les hace falta para igualar la cantidad obtenida por el ganador? Finalmente, en algunos casos se trabaja el esquema de suplemento ya que, por ejemplo, se pregunta a los ganadores ¿cuántas fichas de más tuvo respecto a sus compañeros? En todas las situaciones, el problema era resuelto por los niños a través de la interacción que les llevaba a construir respuestas colectivamente.

Al principio, durante la implementación de La Pirámide, los niños usaban la comparación visual de los objetos de sus colecciones por medio de la organización lineal de las fichas al lado de las de sus compañeros (Imagen 35); con el paso de las sesiones, emergió el conteo como vía para solucionar las problemáticas planteadas de forma más rápida y precisa. La emergencia de este aprendizaje fue potenciado por la profesora gracias a sus preguntas al respecto, así como por medio de la interacción entre los niños. De esta manera, aquellos niños con mayor acerbo de conocimiento apoyaban a los de menor, produciendo otras formas de construir aprendizajes.

- **MOUNSTRUO COMEGALLETAS**

Para empezar, este juego potencia la relación de equivalencia porque al momento de colocar la cantidad de fichas que la tarjeta les indicaba en el tablero del monstruo comegalletas, los niños se veían en la obligación de replicar la cantidad de puntos en ambos componentes del juego. A manera de ejemplo, en la Imagen 36 puede verse uno de los partícipes de la actividad construyendo la equivalencia.

Ilustración 36

Asimismo, se evidenció que el material del juego permitía que los niños establecieran relaciones de correspondencia biunívoca para comprender que la cantidad de fichas recogidas era equivalente a la exigida por la tarjeta. En las Imágenes 37 y 38 puede verse cómo los niños desarrollaron esta alternativa.


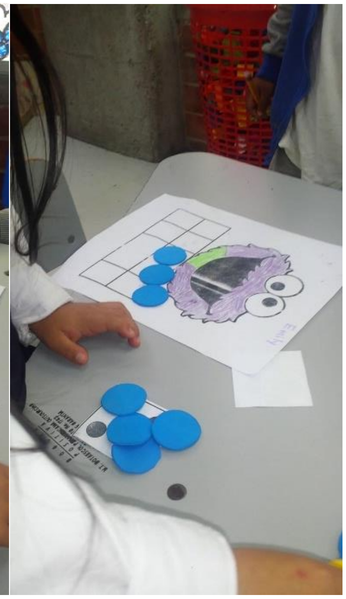

Ilustración 37 **Ilustración 38**

Por otra parte, cuando los niños no desarrollaban adecuadamente la relación de equivalencia para hacer que la cantidad exigida fuera la misma que la de las fichas puestas en el tablero, se pusieron en práctica los esquemas de suplemento y complemento para determinar si en el tablero había más o había menos de las fichas requeridas. Además, para estimular las relaciones de orden, se compararon los tableros de los demás para saber quién tenía mayor cantidad de fichas y quién tenía la menor. Como ejemplo, en las Imágenes 39 y 40 puede verse a una de las niñas identificando y ubicando la cantidad de objetos requeridos en el tablero.


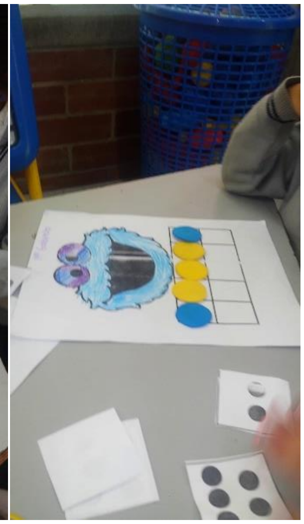

Ilustración 39 **Ilustración 40**

La implementación del juego dio cabida a una situación problemática en particular: los niños iban rellenando las casillas según la cantidad indicada por las tarjetas; en este proceso, debían ir adjuntando nuevas cantidades. Sin embargo, la confusión se generó cuando no podían relacionar la cantidad anterior con la siguiente, es decir, si en un turno ponían dos fichas y el próximo requería colocar cinco fichas más, los niños pensaban que la cantidad necesaria era la correspondiente a la ficha actual, lo cual denotó la falta de un proceso de composición para comprender que había que poner cinco fichas adicionales y no solo tres. Como solución, se introdujo la práctica del conteo referida a todas las tarjetas conseguidas para guiar la operación de composición que debía tener lugar y, así, hacer comprender al niño la totalidad de las fichas que debía ubicar en el tablero.

Adicionalmente, algunos niños al verse en dificultades para resolver el juego eran ayudados por sus compañeros de mesa que estaban viendo lo que sucedía. En la Imagen 41 se ve cómo una niña es apoyada por uno de sus compañeros quien le indica con los dedos parte de la cantidad de fichas que debe poner sobre el cuadro, mientras la niña intenta imitar con los suyos lo que él hace.

Ilustración 41

- **ZOOLÓGICO**

En primera instancia, El Zoológico potencia la relación de equivalencia debido a que los niños requieren el esquema de clasificación para incluir animales en su corral. Si bien en un principio dicha clasificación era aleatoria, posteriormente los niños usaron algunos criterios como el color; paralelamente, la profesora invitaba a los niños a colocar animales en el corral según su especie, o medio de vida. Para ilustrar, en la Imagen 42 se ve uno de los grupos de niños haciendo la respectiva clasificación.

Ilustración 42

Al mismo tiempo, el juego pone en marcha la relación de orden. Esto es así porque luego de que los niños organizaban su respectiva colección se les preguntaba quién tenía más tarjetas en su colección. Este hecho les ponía en situación problemática debido a que en primer lugar debían responder ¿Cuántas habían reunido?, para luego poder comparar con sus compañeros de mesa la cantidad de piezas que habían reunido.

La cuantificación en este juego es cuantitativa sobre objetos, ya que los niños usaban las tarjetas como material discreto para hacer los respectivos conteos en búsqueda de responder quién era el ganador.

Una dificultad pedagógica emergente en la implementación de El Zoológico fue que la profesora debía centrar su atención en un solo grupo de estudiantes mientras se desarrollaba la actividad. Este hecho generó la necesidad de hacer actividades adicionales para los demás niños, e ir haciendo rotación entre los grupos. En la Imagen 43 se aprecia el trabajo de la docente con un grupo de 5 estudiantes.

Ilustración 43

A continuación, se presente un cuadro donde se indican cómo tuvieron lugar las relaciones y operaciones durante la implementación de cada uno de los juegos.

Síntesis de Relaciones y Operaciones para la Construcción del Concepto de Número desarrolladas a través de las actividades de interacción propuestas

Juego	Relaciones		Operaciones			
	Orden (Mayor que, menor que)	Equivalencia (Igual que)	Esquema de Reunión (Composición)	Esquema de Separación (Descomposición)	Esquema de Complemento (Composición)	Esquema de Suplemento (Descomposición)
Bolos	Finalizadas las rondas de juego, los niños determinaban quién había derribado la mayor y la menor cantidad de bolos.	La colección representada gráficamente debía ser igual a la cantidad de bolos derribados.	Finalizadas las rondas de juego, los niños reconocían en una colección total la cantidad de bolos derribada en cada turno.		¿Cuánto falta? Pregunta que aparecía cuando la representación gráfica no era equivalente a la cantidad de bolos derribada.	¿Cuánto sobra? Pregunta que aparecía cuando la representación gráfica no era equivalente a la cantidad de bolos derribada.
Guayabita	Finalizadas las rondas de juego, los niños debían determinar quién fue el ganador.	Los niños debían tomar la misma cantidad de tapas que el dado les indicaba en cada uno de los turnos.	Finalizadas las rondas de juego, los niños debían determinar la totalidad de tapas que habían reunido.		Se preguntaba a los niños que no obtuvieron el triunfo ¿cuántas tapas les hacía falta para alcanzar al compañero ganador?	Se preguntaba a los niños ¿cuántas tapas debía regalarle un niño a otro para quedar con la misma cantidad?
Anillos de colores		Las fichas puestas en cada una de las columnas debían corresponder al número de puntos indicados por las fichas de puntos.	Debían recoger las fichas según la cantidad y el color de puntos requeridos.	Por ejemplo, el conjunto de 7 fichas podía descomponerse en un conjunto de 4 unidades, uno de 2 y otro de 1.	¿Cuánto falta? Pregunta que aparecía cuando las fichas de colores no eran equivalentes a los puntos de las otras fichas.	¿Cuánto sobra? Pregunta que aparecía cuando las fichas de colores no eran equivalentes a los puntos de las otras fichas.
Diferencia de tamaños	Los niños organizaban las fichas de acuerdo	A través del esquema de clasificación, los	Cuando los niños recibían el conjunto de piezas que les			

	al tamaño de los círculos, de modo que debían observar qué piezas eran menores que otras al tiempo que cuáles mayores.	niños debían reconocer que ninguna de las piezas de la colección era igual a otra.	correspondía, debían conocer la cantidad de fichas asignadas.			
La torre	Los niños debían comparar la totalidad de unidades-fichas que cada uno tumbó para saber quién ganó (quién tuvo más, relación de orden) y quién perdió (quién tuvo menos, relación de orden).	La cantidad de fichas usada para representar concretamente la cantidad de latas derribada debía ser igual.	Los niños debían llevar a cabo una operación de *reunión* para ir adjuntando cada una de las fichas y reconocerlas como partes de una totalidad.		Se preguntaba a los niños que no obtuvieron el triunfo ¿cuántas fichas les hacía falta para alcanzar al compañero ganador?	Se preguntaba a los niños ¿cuántas fichas debía regalarle un niño a otro para quedar con la misma cantidad?
Niños y patinetas	Finalizadas las rondas de juego, los niños debían comparar quién tuvo más tarjetas con niños, quiénes estaban en el medio y quiénes poseían menos.	En cada turno los niños debían asignar una patineta a cada niño de la tarjeta que habían tomado, de manera que debían igualar las cantidades de objetos.	Los niños debían unir a su colección las tarjetas que ganaban de modo que añadían partes a la colección denominada “tarjetas ganadas”.	En ocasiones se pedía a un niño que prestara una tarjeta a uno de sus compañeros e inmediatamente después se le preguntaba ¿cuántas tarjetas y/o cuantos niños le quedaron luego de prestarle al otro niño?	Se preguntaba a los niños que no obtuvieron el triunfo ¿cuántas tarjetas y/o cuantos niños les hacía falta para alcanzar al compañero ganador?	Se preguntaba a los niños ¿cuántas tarjetas y/o cuantos niños debía regalarle un niño a otro para quedar con la misma cantidad?
Situaciones de conteo	Los niños debían comprender cuál colección era mayor y cuál menor.	La cantidad de fichas recogida debía ser igual a la cantidad expresada por el dado.	Los niños debían reconocer la totalidad de elementos que componía la colección.	Un conjunto se dividió en sus partes para hacer comprender a los niños que cuando se	¿Cuánto falta? Pregunta que aparecía cuando las fichas recogidas no eran equivalentes a la cantidad expresada	¿Cuánto sobra? Pregunta que aparecía cuando las fichas recogidas no eran equivalentes a la cantidad expresada

				quitaba una tapa, el conjunto se hacía menor.	por el dado.	por el dado.
La pirámide	Finalizadas las rondas de juego, los niños debían totalizar las fichas ganadas y luego determinar quién de ellos obtuvo la mayor cantidad.	Los niños debían tomar la cantidad de fichas que el color del triángulo en que cayó la tapa les indicaba.	Los niños debían totalizar la cantidad de fichas ganadas, entonces usaban el esquema de reunión que fue inducido por la profesora a través de preguntas como ¿cuántas reunió en total?	En circunstancias se les pedía que le prestaran fichas a algún compañero; inmediatamente después se les preguntaba ¿cuántas fichas le quedan luego de prestarle al otro niño?	Se preguntaba a los niños que no obtuvieron el triunfo ¿cuántas fichas les hacía falta para alcanzar al compañero ganador?	Se preguntaba a los niños ¿cuántas fichas debía regalarle un niño a otro para quedar con la misma cantidad?
Monstruo comegalletas	Entre los niños se compararon sus tableros para saber quién tenía la mayor cantidad de fichas y quién tenía la menor.	Al momento de colocar la cantidad de fichas que la tarjeta les indicaba en el tablero los niños se veían en la obligación de replicar la cantidad de puntos en ambos componentes del juego.	Los niños debían llenar el tablero reuniendo la cantidad de fichas necesaria.		¿Cuánto falta? Pregunta que aparecía cuando las fichas recogidas no alcanzaban para completar las casillas del tablero.	¿Cuánto sobra? Pregunta que aparecía cuando el tablero estaba completo y sobraban fichas.
Zoológico	Luego de que los niños organizaban su respectiva colección se les preguntaba quién tenía más tarjetas.	Los niños usaban el esquema de clasificación para incluir animales en su corral.				

Capítulo VI

Conclusiones

En principio, hay que decir que se postuló el trabajo de Castaño (1991) como un fundamento teórico para comprender en qué consiste la construcción del concepto de número en niños que cursan el grado transición. Esto fue así porque en éste se encontraron elementos que reunían armónicamente aspectos tanto teóricos como prácticos; de esta manera, se escogió una base alejada del modelo pedagógico tradicional de instrucción teórica y mecánica que se sirve de contenidos abstractos lejanos al contexto de los niños. Así pues, la propuesta seleccionada se cimienta sobre el papel protagónico de ellos como partícipes activos en el proceso de aprendizaje.

Teniendo esta perspectiva, se abrió el horizonte para comprender y transformar mi práctica docente; la cual venía repitiendo acríticamente. En este orden de ideas, encontré alternativas que promovían la interacción entre los niños en el aula y que habían sido diseñadas para propiciar la construcción del concepto de número. Hay que decir que, a partir de la revisión teórica, empecé a entender el número como un delicado sistema donde cada elemento encajaba perfectamente. Vale la pena volver a mencionar estos engranajes: relaciones de orden (mayor que, menor que), relaciones de equivalencia (lo mismo que) y operaciones de tipo aditivo.

Salió a la luz como algo ineludible el hecho que la transformación de mis prácticas pedagógicas estaba estrechamente ligada con mis conocimientos y concepciones de lo que era el número. De ahí que las actividades que surgieron en la propuesta tuvieron que estar relacionadas con una enriquecida comprensión de éste. Fue por tal motivo que opté por implementar parte de las actividades diseñadas y propuestas por Castaño (1991), a la vez que me inspiré en ellas para proponer nuevas alternativas.

De lo dicho hasta el momento, respondiendo a la primera pregunta de investigación, concluyo que la transformación de mis prácticas pedagógicas y de los contenidos utilizados para construir el concepto de número y propiciar el desarrollo del pensamiento matemático en el grado Transición se dio gracias a dos componentes: 1) revisión, reflexión y complementación del conocimiento teórico que guiaba mi metodología para la enseñanza; y 2) a partir de esta visión renovada, proponer alternativas al modelo tradicional de enseñanza. Esto último se logró porque las actividades de interacción implementadas sí resultaron adecuadas para propiciar y potenciar la construcción del concepto de número según un modelo pedagógico que fomenta la libre expresión del pensamiento, sin llegar a imponer el punto de vista de los maestros, y que promueve la estimulación para que los niños exploren los problemas que ponen en ejecución el número como un sistema. De esta manera se alcanzó el objetivo de identificar y transformar los contenidos usados tradicionalmente para la construcción del concepto de número.

Gracias a la implementación de las actividades de interacción que fueron anteriormente descritas, atendiendo a la segunda pregunta de investigación, se evidenció que los niños ponían en práctica las operaciones y relaciones pertinentes para la construcción del concepto de número –tal como se da en la propuesta de Castaño (1991)-. Hay que decir que efectivamente se dieron las cosas de esta manera, lo que conllevó a reconocer que las situaciones que hacen emerger el sistema de número son las siguientes: aquellas que exigen la reunión y la separación de unidades en una colección; aquellas que hacen necesaria la comparación entre varios conjuntos; las que llevan a los niños hacia una actividad de cuantificación que trasciende de lo cualitativo (muchos/ pocos/ artos) hacia lo cuantitativo (3 más, 3 menos); las que permiten postular preguntas como ¿Cuántas unidades tiene en total? ¿Cuántas unidades le faltan o le sobran para ser igual a tal? ¿Cuántas unidades quedan en un conjunto cuando es descompuesto y pierde alguna de sus partes? ¿Cuántas unidades se reúnen en un conjunto cuando se le adicionan otras? ¿Cuál es mayor y cuál es menor, y por qué?; esas actividades que resultan siendo experiencias cercanas y significativas que hacen ver la matemática como una herramienta útil y necesaria para la resolución de problemas; y aquellas situaciones en las que por medio de la interacción los niños caigan en cuenta del error y de la manera correcta de actuar, sin la necesidad de un maestro que tenga la potestad de decidir sobre lo que está bien y lo que está mal. A partir de lo dicho, se reconoce el cumplimiento del objetivo de diseñar e implementar actividades de interacción para potenciar la construcción del concepto de número –entendido como sistema-.

Siguiendo con el objetivo de reflexionar acerca de las prácticas docentes propias para así influir en otros profesionales, puedo decir lo siguiente. A partir de esta investigación se fortalece en mí la idea de darle importancia al aprendizaje en un marco que involucre las experiencias de los niños y les haga ver la matemática como una herramienta útil para responder preguntas, resolver problemas y alcanzar objetivos suyos, genuinos. Esto es así porque para mí ha sido evidente que cuando se les pide usar los números sin más, se muestran desinteresados y se limitan a repetir la secuencia numérica que se sepan de memoria sin dar lugar a la construcción del número. Me queda la prueba de que la actividad de cuantificación fomenta y amplía este proceso siempre y cuando esté implicada en un contexto significativo.

Una de las cosas que tiene relevancia es la evidencia que si los niños tienen el espacio, el tiempo, el material y la guía apropiada, pueden desarrollar por sí mismos estrategias para resolver desafíos que hacen necesaria la práctica del pensamiento numérico; por lo tanto, hay que prestar más atención a las alternativas que ellos mismos proponen y centrar en éstas el desarrollo de las actividades de enseñanza. El proceso vivido muestra que los niños tienen todas las posibilidades para solucionar los problemas sin la necesidad de la imposición de los modelos tradicionales.

Con el paso de las sesiones, emergió el conteo como vía para solucionar las problemáticas planteadas de forma más rápida y precisa. La emergencia de este aprendizaje fue potenciado por medio de la interacción entre los niños y de mi práctica con ellos. Noté cómo la interacción apareció como una herramienta para que entre los mismos participantes de las actividades se dieran las correcciones y los comentarios para hacer caer en cuenta si se cometía un error y descubrir la razón de éste; aquellos niños con mayor acerbo de conocimiento apoyaban a los de menor, produciendo otras formas de construir aprendizajes. Por consiguiente, reafirmo la idea que las actividades de enseñanza y aprendizaje han de estar basadas en el diálogo y no en la instrucción; promoviendo la libre expresión del pensamiento de los alumnos sacando provecho de la interacción, sin llegar a imponer el punto de vista de los maestros sólo por la razón de la autoridad.

Teniendo en cuenta que esta investigación surgió en la reflexión y revisión de las actividades y metodologías que usaba en el aula para enseñar matemática, la implementación de alternativas para transformar mi práctica pedagógica hizo que reconociera una fuerte presencia de la herencia que me había dejado el apego al modelo tradicional de enseñanza. En este proceso, me di cuenta que no sólo proponía actividades para potenciar el aprendizaje como construcción autónoma pues también tenía en éstas una fuente para propiciar la comprensión de lo que venía haciendo como docente.

De lo dicho, en principio destaco que aun cuando puse en práctica las actividades de interacción dejé colar actitudes y métodos tradicionales; esto fue así porque en algunos casos no tuve en cuenta los ritmos de aprendizaje de cada uno de los niños por el afán de ver que hicieran bien las cosas, lo cual me condujo a dar la respuesta a los problemas para que ellos repitieran mecánicamente en lugar de haber promovido la comprensión autónoma por medio de lo que cada uno mostraba en su actuar. En este sentido, en algunas ocasiones, opté por corregir a quienes se equivocaban diciendo qué estaba bien o mal; esto no quiere decir que como docente no debía promover que los niños realizaran correctamente las actividades, sino que debía aprovechar lo que emergía de ellos para la solución de los problemas. Con relación a esto, reconocí que los errores son una fuente de oportunidades para construir aprendizajes. Adicionalmente, pude ver que impuse la actividad de conteo sin apelar y prestar la importancia necesaria a las diferentes estrategias, más que todo cualitativas, que emergían de los mismos niños.

Por otro lado, puedo afirmar que todo lo que el docente diga influye en las construcciones que los niños pueden hacer por sí mismos. En ocasiones en las que no usé el vocabulario adecuado conduje a un estancamiento, pues los niños se confundieron y no supieron qué responder. Además, es importante trabajar en grupos con los niños que tengan diferentes conocimientos y estrategias para que hagan construcciones colectivas y cada uno de ellos a su vez interiorice lo que le sirva.

Como una reflexión acerca de la implementación y el diseño de las alternativas, debo subrayar una dificultad logística; a saber, en algunos juegos centré la atención en un solo grupo de estudiantes lo que generó la necesidad de hacer actividades adicionales para los demás niños e ir haciendo rotación entre los grupos.

Para resaltar la eficiencia e innovación de las alternativas implementadas, traigo a colación el hecho que las estrategias para el aprendizaje de la matemática en las aulas de mis compañeras se enfoca en saber leer y escribir los números; entre tanto, mientras llevaba a cabo las actividades de interacción, los niños de los otros grupos se interesaban y observaban por las ventanas cómo jugábamos demostrando un interés por participar y una actitud de curiosidad. Mis compañeras docentes me pidieron que les compartiera lo que estaba haciendo para implementarlo ellas también.

Para terminar, debo concluir que esta investigación no tiene la pretensión de instaurarse como un modelo por excelencia para el aprendizaje de la matemática ni para la construcción del concepto de número. Por el contrario, pretende mostrarse como un ejemplo y una inspiración para que los docentes se encaminen hacia la reflexión sobre sus modelos pedagógicos haciendo énfasis en los niños como constructores activos del conocimiento; para este aspecto, se recomienda que atiendan a la formulación de alternativas novedosas que desplieguen el campo del conocimiento. Además, hay que empezar a concebir el error, tanto de los niños como del diseño de nuestras metodologías educativas, como una semilla para la reflexión y el mejoramiento continuo.

Referencias

Alsina, A. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números Revista de Didáctica de las Matemáticas, 80*, 7-24.

Argüelles, J. (s.f.) *Reflexión sobre el constructivismo en la educación mexicana.* Maestría en Investigación Educativa, Universidad Autónoma de Aguascalientes. Recuperado de: http://www.academia.edu/4988312/Reflexion_sobre_el_constructivismo

Arias, C. (2013). *Apertura al pensamiento lógico matemático en el nivel preescolar. Tesis de magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*. Universidad Nacional de Colombia. Manizales. Colombia.

Ballén, R. (julio- diciembre 2010). La pedagogía en los diálogos de Platón. *Revista Diálogos de Saberes*, pp. 35-54.

Baroody, J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor.

Benítez, W. (2008). Propuestas didácticas efectivas: propuesta "Descubro las Matemáticas". *Hekademus Revista Científica de la Fundación Iberoamericana para la Excelencia Educativa, 01*(2), 14-22.

Carrillo, B. (marzo de 2009). Dificultades en el aprendizaje matemático. En *Innovación y experiencias educativas* (revista digital). *Núm. 16*. Granada.

Cardoso, E. & Cerecedo, M. (noviembre de 2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación. Volumen* 47/5.

Castaño, J. (1991). *El conocimiento matemático en el grado cero*. Ministerio de Educación Nacional. Colombia. Santafé de Bogotá.

Castaño, J. (1995). *La matemática con fotín.* Colombia: Saberes y escuela.

Castro, E. Castro, En. & Rico, L. (1996). *Números y operaciones fundamentos para una aritmética escolar.* España: SÍNTESIS.

Castro, E. (2008). *Pensamiento numérico y educación matemática.* En JM. Cardeñoso y M Peñas conferencia en XIV Jornadas de investigación en el aula de matemáticas. (pp.23-32), Granada.

Contreras, L. (1989). *El concepto de número en preescolar.* Recuperado de http://revistasuma.es/IMG/pdf/3/029-033.pdf

Coll, C. & Solé, I. (2006). *Los profesores y la concepción constructivista*. En: Coll, C. et al. (2006). El constructivismo en el aula. Barcelona: Graó.

De Zubiría, J. (2006). Los modelos pedagógicos: hacía una pedagogía dialogante. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio. 250 p.

Defior, S. (1996). *Dificultades de aprendizaje de las matemáticas. Discalculia.* En: *Las dificultades de aprendizaje: un enfoque cognitivo.* España:Aljibe.

Donaldson, M. (1984). *La mente de los niños.* Madrid: Ediciones Morata S.A.

El campo y concepciones fundamentales de la Educación de la Primera Infancia. (2005). Asociación Madrileña de Educadores Infantiles. Recuperado de http://www.waece.org/web_nuevo_concepto/5.htm el 9 de mayo de 2016.

Elliot, J. (2000). *La investigación-acción en educación.* Ediciones Morata, S.L.

Fàbrega, J. & Edo, M. (2015). Cultivar matemáticas. *In-fan-cia, 149*, 29-37.

Gutiérrez, I.; Gómez, M.; Jaramillo, L.; Fernández, K. & Orozco, M. (diciembre de 2004). *El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar. Creencias y prácticas de docentes de Barranquilla (Colombia).* Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85300503>ISSN 1657-2416.

Hernández, N.; Olfos, R.; Cáceres, P.; Galdames, X.; Goldrine, T.; Medina, V. & Estrella, S. (2015). Conocimiento para la enseñanza del número en futuras educadoras de párvulos: Efecto de un curso de didáctica de la matemática. *Estudios Pedagógicos,* XLI () 93-109. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=173541114006

Lange, A. (2013). Investigación y evaluación para mejorar la educación en niños pequeños: ejemplos de matemáticas y lenguaje. En: Flórez, R. & Torrado, M.C. (Comp.), *Primera infancia, lenguajes e inclusión social: una mirada desde la investigación* (pp. 301-310). Bogotá: Ediciones USTA.

Lowell, K. (1986). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños.* Madrid: Ediciones Morata S.A.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas.* Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Moya, A. (2004). *La matemática de los niños y niñas -Contribuyendo a la equidad-*. En: Sapiens. Revista Universitaria de Investigación, vol. 5, núm. 2, pp. 23-36.

Múnera, J. (2011). "Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema". *Revista Educación y Pedagogía*, *23* (59), 179-193.

Obando, G. & Vásquez, N. (s.f.) *Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica.* Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/933/1/1Cursos.pdf

Ortiz, M. (2009). "Competencia matemática en niños en edad preescolar". *Psicogente*, vol. 12, núm. 22, pp. 390-406.

Otálora, Y. (2002). *El niño como matemático: compilación sobre la construcción del número y la enseñanza de la matemática en preescolar.* Recuperado de http://cms.univalle.edu.co/cognitiva/wp-content/archivos/recursos/El%20ni%C3%B1o%20como%20matem%C3%A1tico%20compilaci%C3%B3n%20sobre%20la%20construccion%20de.pdf

Ramírez, N. (2010). Modelos pedagógicos y modelos matemáticos en la formación docente preescolar. *Memorias IX ENEMES,* Paipa-Boyacá pp. 126-131.

Reseña de la institución. (s.f.). Recuperado de: http://www.colegiojohnfkennedyied.edu.co/index.php/colegio/5-resena-de-la-institucion

Ruiz, D. (junio de 2008). Las estrategias didácticas en la construcción de las nociones lógico-matemáticas en la educación inicial. *PARADIGMA, Vol. XXIX, Nº. 1,* pp. 91-112.

Sampieri, R., Collado, C., & Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación*. México D.F.: McGraw Hill Interamericana.

Secretaria de Educación del Distrito (2010). *Lineamiento Pedagógico y Curricular para la Educación Inicial en el Distrito.*

Segura, M. (julio 2008). Desarrollo del área lógico matemática en el jardín de infantes. *Umbral Revista de Educación, Cultura y Sociedad*. *Volumen* 15-16. (pp. 133-140), Lambayeque.

Silva, A. & Varela, C. (2010). Los materiales "concretos" en la enseñanza de la numeración. *Quehacer educativo, 26-33.*

Torrado, M. (2013). Formación en educación matemática en la Licenciatura en Educación Infantil de la Universidad Pedagógica Nacional. En: Flórez, R. & Torrado, M.C.

(Comp.), *Primera infancia, lenguajes e inclusión social: una mirada desde la investigación* (pp. 289-300). Bogotá: Ediciones USTA.

Trinidad, A., Carrero, V. & Soriano, R. (2006). *Teoría fundamentada «GroundedTheory» La construcción de la teoría a través del análisis interpretacional*. Cuadernos metodológicos No. 37. Centro de Investigaciones Sociológicas.

Velázquez, A. & Ruiz, J. (2013). Enseñanza del concepto de número o competencia matemática temprana con TIC. *I CEMACYC*, República Dominicana.

Zuluaga, O., et al. (1994). La pedagogía de John Dewey. *Revista Educación y Pedagogía*. Nos. 10 y 11, pp. 20-30.