



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Propuesta de organización curricular de matemáticas para el grado quinto, que estructura y correlaciona los diferentes pensamientos y procesos.

Dany Leonardo Barrios Pulido

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Bogotá D.C., Colombia
2016

Propuesta de organización curricular de matemáticas para el grado quinto, que estructura y correlaciona los diferentes pensamientos y procesos.

Dany Leonardo Barrios Pulido

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director (a):

Magister en Matemáticas Myriam Margarita Acevedo Caicedo

Codirector (a):

Doctora en Lógica en Filosofía de la Ciencia Clara Helena Sánchez Botero

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Bogotá D.C., Colombia
2016

A mi familia por su apoyo incondicional y acompañar el cumplimiento de esta meta tan importante.

A la profesora Myriam Acevedo por su entrega, orientación y colaboración en este trabajo de grado.

Al Ministerio de Educación Nacional por brindarme la oportunidad de capacitarme y ser un mejor profesional.

Agradecimientos

Mis más sinceros agradecimientos a la profesora Myriam Acevedo Caicedo, directora de mi trabajo de grado quien con su amplia experiencia, dedicación y humildad hizo posible la producción de este documento. Con sus valiosos aportes, continuas asesorías y excelente acompañamiento solo resta expresar mi admiración y respeto.

A la Institución Educativa Julio Cesar Turbay Ayala, y en especial al Magister Gerardo Alfredo Rodríguez, quien siempre estuvo presto y dispuesto a generar espacios de intervención en pro de la mejora de los procesos educativos de la institución.

A profesor Freddy Alberto Monroy, quien desde su labor con director de la maestría contribuyó con su gestión, apoyo y colaboración para que a pesar de las adversidades fuera posible sacar adelante un nuevo logro personal y profesional.

A mis compañeros: Diana, Susan y Carlos quienes fueron cómplices, acompañantes y parte de un reto que no fue nada fácil emprender.

Resumen

En este trabajo se presenta una propuesta de organización curricular de matemáticas para el grado quinto de la Institución Educativa Julio Cesar Turbay Ayala del municipio de Soacha Cundinamarca. La organización se basó en la estructura y desarrollos de los grados anteriores y en ella se organizan secuencial e integradamente los pensamientos y procesos transversales propuestos en los documentos curriculares del MEN y se tienen en cuenta las orientaciones relativas a las prácticas pedagógicas y de evaluación. En el documento se presenta un breve recorrido sobre la evolución del currículo de matemáticas en Colombia y las concepciones que subyacen a él y a partir de un diagnóstico del diseño y desarrollo curricular del área en la institución y del estudio comparativo de orientaciones que sobre la naturaleza y énfasis conceptuales de la matemática escolar se proponen en Colombia y en otros países (Estados Unidos, España y Singapur), se describe la propuesta curricular para el grado (ampliada a toda la básica primaria), que incluye los estándares del ciclo, los desempeños, los aspectos conceptuales (temas) específicos del grado y las sugerencias didácticas y de evaluación.

Palabras Claves: organización curricular, contexto, estándares, lineamientos, didáctica, evaluación, comparativo.

Abstract

In this work I present a curricular design of mathematics for the fifth grade of the Educational Institution Julio Cesar Turbay Ayala of Soacha Cundinamarca. The organization was based on the structure and developments of the previous grades; in this Project, I have organized the thoughts and transverse process proposed in the curricular documents of the MEN in sequentially and integrally way and we have in mind the relative orientations pedagogic practices and evaluation. In this document I present the evolution of the mathematics curriculum in Colombia and the conceptions that sublime to it from the diagnostic design and curricular development of the area in the institution. And the comparative orientation studies about the nature and conceptual emphasizes of the school and mathematics design in Colombia and other countries (The United States, Spain and Singapore), it describes the curricular design (extended to everything the basic primary one), that includes the standards of the cycle, the performances, the conceptual specific aspects according to the grades, the didactic suggestions and evaluation.

Key words: organization curricular, context, standards, limits, didactics, evaluation, comparative.

Contenido

<i>Agradecimientos</i>	<i>VII</i>
<i>Resumen</i>	<i>IX</i>
<i>Contenido</i>	<i>XI</i>
<i>Lista de figuras</i>	<i>XIII</i>
<i>Lista de tablas</i>	<i>XIV</i>
<i>Introducción</i>	<i>15</i>
1. Fase diagnóstica	20
1.1 Análisis documental	20
1.2 Encuesta y entrevista no estructurada a docentes	22
1.2.1 Aspectos conceptuales: pensamientos.....	24
1.2.2 Dimensión pedagógica y didáctica.....	27
1.2.3 Dimensión evaluativa.....	28
1.3 Taller exploratorio pensamiento variacional	31
1.3.1 Docentes	32
1.3.2 Estudiantes	33
2. Marco referencial	34
2.1 Marco histórico-epistemológico	34
2.2 El currículo de matemáticas en Colombia	40
2.3 Contraste de currículos internacionales de matemáticas	48
2.3.1 Estados Unidos.....	48

XII Propuesta de organización curricular de matemáticas para el grado quinto, que estructura y correlaciona los diferentes pensamientos y procesos.

2.3.2	España.....	52
2.3.3	Singapur.....	54
3.	<i>El diseño curricular de matemáticas y su validación.....</i>	72
3.1	Estructura curricular grados cuarto y quinto de primaria.....	74
3.2	Sugerencias didácticas para grados cuarto y quinto.....	84
3.2.1	Pensamiento numérico y sistemas numéricos.....	84
3.2.2	Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.....	100
3.2.3	Pensamiento espacial y sistemas geométricos.....	109
3.2.4	Pensamiento métrico y sistemas de medidas.....	111
3.2.5	Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.....	116
3.3	Sugerencias para la evaluación.....	119
3.4	Validación de la propuesta curricular.....	124
4.	<i>Conclusiones y recomendaciones.....</i>	129
4.1	Conclusiones.....	129
4.2	Recomendaciones.....	131
5.	<i>Referencias.....</i>	132
A.	<i>Anexo: Encuesta diagnóstica.....</i>	139
B.	<i>Anexo: Transcripción de entrevistas no estructuradas.....</i>	144
C.	<i>Anexo: Taller exploratorio docentes.....</i>	156
D.	<i>Anexo: Taller exploratorio estudiantes.....</i>	161
E.	<i>Anexo: Análisis taller exploratorio a docentes.....</i>	166
F.	<i>Anexo: Análisis taller exploratorio a estudiantes.....</i>	176
G.	<i>Anexo: Estructura curricular grados primero a tercero de primaria.....</i>	190

Lista de figuras

<i>Figura 2-1 Dimensiones del currículo.....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 2-2 Etapas de desarrollo del currículo</i>	<i>44</i>
<i>Figura 2-3 Componentes de la estructura matemática.(Singapur)</i>	<i>55</i>
<i>Figura 3-1 Ilustración de la propiedad conmutativa de la multiplicación de números naturales.</i>	<i>86</i>
<i>Figura 3-2 Ilustración de la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales</i>	<i>87</i>
<i>Figura 3-3 Representación de la fracción en contexto continuo.....</i>	<i>91</i>
<i>Figura 3-4 Representación de la fracción en contexto discreto.</i>	<i>91</i>
<i>Figura 3-5 Significado de la fracción como reparto.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 3-6 Significado de la fracción como medida.</i>	<i>93</i>
<i>Figura 3-7 Significado de la fracción como operador.</i>	<i>94</i>
<i>Figura 3-8 Un modelo para representar números decimales</i>	<i>99</i>
<i>Figura 3-9 Secuencias- ejemplo 1.</i>	<i>102</i>
<i>Figura 3-10 Secuencias- ejemplo 2.</i>	<i>102</i>
<i>Figura 3-11 Secuencias- ejemplo 3.</i>	<i>103</i>
<i>Figura 3-12 Un modelo para introducir ecuaciones lineales.....</i>	<i>105</i>

Lista de tablas

<i>Tabla 2-1 Enfoque metodológico CPA Singapur</i>	<i>56</i>
<i>Tabla 2-2 Contraste de contenidos curriculares por pensamientos.....</i>	<i>58</i>
<i>Tabla 2-3 Contraste de procesos matemáticos transversales.</i>	<i>66</i>
<i>Tabla 3-1 Estructura curricular grado cuarto y quinto de primaria.</i>	<i>75</i>

Introducción

En la actualidad las políticas educativas en Colombia se orientan a lograr una educación de calidad que fortalezca el desarrollo de competencias y para ello el MEN plantea, que las instituciones educativas deben diseñar y desarrollar planes de mejoramiento a partir de los resultados obtenidos en las pruebas Saber. Justamente esto se expresa en uno de los objetivos de las pruebas, “Contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación colombiana, mediante la realización de evaluaciones periódicas en las que se valoran las competencias básicas de los estudiantes y se analizan los factores que inciden en sus logros” (ICFES, 2015).

Precisamente en el marco de las políticas, antes mencionadas, surgió este trabajo de grado que se desarrolló en la I.E. Julio Cesar Turbay Ayala, institución de carácter público, ubicada en el Barrio Julio Rincón del municipio de Soacha en el departamento de Cundinamarca, en un entorno, con diversidad de problemáticas socioculturales, entre las cuales se encuentran: inseguridad, presencia de pandillas, influencia de grupos al margen de la ley, delincuencia común y drogadicción.

Con respecto a los niveles de desempeño de los estudiantes de la básica primaria de la institución, al analizar los resultados de las pruebas Saber de matemáticas, aplicadas en los últimos años a los niños de quinto grado, se puede concluir que no se aprecian avances significativos en el área. En el informe presentado por el Ministerio de Educación Nacional se observa que los niveles de logro, en los diferentes componentes (pensamientos), de un alto porcentaje de la población evaluada, no son los esperados; se infiere entonces, que es necesario emprender acciones pedagógicas. (MEN, 2015)

Es importante anotar que la construcción de los instrumentos de prueba de estas evaluaciones externas, se fundamenta, según el ICFES, en los Lineamientos y

Estándares Básicos de Competencias, involucra los conocimientos y procesos y privilegia las situaciones problemáticas enmarcadas en diferentes contextos.

Para ilustrar los comentarios anteriores, se cita un aparte del informe presentado por el MEN, relativo a los desempeños en las pruebas (2014), de los niños y niñas de grado 5°, de la institución. Se plantea en este informe que se presentan debilidades de los niños en los diferentes pensamientos. Específicamente en el componente de pensamiento espacial-métrico se evidencian dificultades respecto al reconocimiento de formas y relaciones en el plano, características elementales de objetos bi y tridimensionales y manejo de medidas. En lo relacionado con el componente de pensamiento variacional hay dificultades para describir la variación en los diferentes conjuntos numéricos y en el componente aleatorio, los problemas se refieren a la interpretación de datos, probabilidad de eventos y análisis de medidas de tendencia central. Con respecto a los resultados un 76% de la población evaluada se encuentra ubicada en niveles insuficiente y mínimo (ICFES, 2015).

La situación antes planteada puede tener causas diversas, entre otras, la poca atención que se presta en el aula al análisis y potenciación de los procesos cognitivos de los estudiantes, y las carencias en el diseño y desarrollo curricular del área; causas, que se mencionaban también en los análisis de los resultados de la aplicación, en los países latinoamericanos, de pruebas en las áreas de matemáticas y lenguaje, que se referencian en el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo sobre aportes para la enseñanza de las Matemáticas (UNESCO, 2005).

Lo anterior, está además relacionado con el tipo de prácticas pedagógicas que se siguen privilegiando en las aulas de matemáticas, donde se centra el interés en instrumentalizar, memorizar reglas y procedimientos de rutina mas no, en la comprensión y el significado de los conceptos y estructuras, los procesos de razonamiento, el planteamiento y resolución de problemas, como lo propone claramente el MEN en los documentos de Lineamientos y Estándares Básicos del área.

Con respecto al diseño curricular, las orientaciones y directrices que mencionan los documentos oficiales, no han sido interpretadas a profundidad y por ello en la práctica no se asumen, usualmente, se deja de lado la formación de competencias, se trabajan superficialmente los pensamientos espacial, métrico, variacional y aleatorio y se coloca el énfasis en lo numérico. Esto se aprecia al analizar los resultados de las pruebas Saber del año 2014 de la institución educativa, dado que éstas incorporan de manera sistemática las directrices del MEN, es poco probable que los desempeños de los niños y niñas mejoren.

En consecuencia, un factor que incide en el nivel de desempeño de los estudiantes es el relativo al diseño y desarrollo curricular del área, no se han dado cambios significativos en el diseño, que apunten a las verdaderas necesidades cognitivas de los alumnos, no se reflejan solidas estructuras, estrategias didácticas y metodológicas que faciliten su aplicación y enriquezcan los procesos de enseñanza aprendizaje de la asignatura.

De toda la situación descrita surgió la siguiente pregunta:

¿Cómo mejorar los niveles de desempeño de los niños y niñas del grado quinto en el área de matemáticas Jornada tarde de la I.E. Julio Cesar Turbay Ayala del Municipio de Soacha Cundinamarca en las pruebas Saber?

Como un primer paso, que puede aportar al mejoramiento de los desempeños de los niños y niñas del grado quinto Jornada tarde de la I.E. Julio Cesar Turbay Ayala del Municipio de Soacha Cundinamarca en las prueba SABER, se propuso, reestructurar el currículo de matemáticas , teniendo en cuenta las carencias de diseño y desarrollo curricular de los grados anteriores, e involucrando Lineamientos, Estándares Básicos de Competencias, y Derechos Básicos de aprendizaje (DBA), algunas sugerencias metodológicas y de evaluación.

Para realizar esta reestructuración se plantearon los siguientes objetivos:

Objetivo General

Diseñar una propuesta de organización curricular de matemáticas para el grado quinto Jornada tarde de la I.E. Julio Cesar Turbay Ayala del Municipio de Soacha Cundinamarca, que tenga en cuenta el diseño de los grados anteriores, estructure y

correlacione los diferentes pensamientos y procesos transversales e involucre las orientaciones del MEN respecto a las prácticas pedagógicas y de evaluación.

Objetivos Específicos

- Contrastar documentos curriculares de la básica primaria con referentes institucionales, nacionales e internacionales.
- Identificar algunas prácticas pedagógicas y de evaluación de docentes del área en el grado quinto.
- Seleccionar aspectos disciplinares y pedagógicos pertinentes a la propuesta.
- Diseñar componentes de la organización curricular.
- Validar algunas unidades y actividades de la organización con docentes y estudiantes de quinto de primaria.

Con la intención de evidenciar algunos factores asociados al desempeño de los estudiantes en las pruebas Saber, se realizó una fase diagnóstica que incluyó, un análisis documental para conocer el nivel de apropiación de las nuevas orientaciones curriculares en el diseño y en el proceso de enseñanza-aprendizaje; se aplicó una encuesta a los docentes de grados cuarto y quinto, que permitió identificar los aspectos disciplinares, didácticos y evaluativos que orientan sus prácticas, posteriormente se aplicaron entrevistas no estructuradas para contrastar los resultados y un taller exploratorio sobre el pensamiento variacional a docentes y estudiantes.

Los resultados del análisis documental, encuestas, entrevistas no estructuradas y el taller exploratorio se encuentran condesados en el capítulo uno.

Teniendo en cuenta los resultados del diagnóstico inicial, se revisaron aspectos relacionados con el proceso de evolución de las concepciones e interpretaciones del currículo de matemáticas en Colombia y para contrastar se estudiaron algunos referentes internacionales respecto a elementos disciplinares, pedagógicos, didácticos y de evaluación. La revisión de estos elementos se incluye en el capítulo dos.

En el capítulo tres de este documento, se presenta la estructura curricular de los grados cuarto y quinto fundamentada en los Lineamientos Curriculares para la Educación Básica y Media y los Estándares Básicos de Competencias. Se incluyen en esta estructura los

estándares correspondientes a los grupos de grados, los desempeños, los aspectos conceptuales (temas), las sugerencias didácticas y de evaluación para cada pensamiento. A Parte de lo anterior se describe el proceso de validación de esta propuesta.

En el capítulo cuatro, se encuentran las conclusiones y recomendaciones que son el resultado de la reflexión de las diferentes etapas de desarrollo de este trabajo de grado.

1. Fase diagnóstica

1.1 Análisis documental

En las últimas décadas desde las políticas curriculares, los fines y énfasis de la educación matemática, en los niveles: básico y medio han cambiado, en el ámbito nacional e internacional. Es de esperar que las nuevas orientaciones generen modificaciones de fondo en el diseño y desarrollo curricular de las instituciones escolares, que incorporen los avances de la disciplina y respondan a las necesidades de la sociedad actual. Sin embargo, la investigación evidencia, que estos cambios no han impactado significativamente las prácticas y planes curriculares de las instituciones escolares en nuestro país. En este sentido, la intención del análisis documental que aquí se presenta era conocer el nivel de apropiación e impacto de las nuevas orientaciones curriculares en el diseño y en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la Institución Educativa Julio Cesar Turbay Ayala, particularmente en los grados 4° y 5° de la básica primaria.

De acuerdo con lo presentado en el Proyecto Educativo Institucional (PEI, 2012), el Centro educativo, a partir de las disposiciones de la Ley 115 y su reglamentación, orienta su propuesta pedagógica a corto, mediano y largo plazo al cambio y al mejoramiento de la calidad de vida de la comunidad; al respecto en la visión se plantea que “La ciudadela educativa Julio Cesar Turbay Ayala aportará hacia el año 2020, niños, niñas, adolescentes y adultos líderes con amplia formación académica y empresarial fundamentada en valores.” (PEI, 2012, pág. 9). Para lograr el propósito planteado en los últimos años se han creado alianzas estratégicas con el SENA y otras entidades, con el fin de propiciar mayores oportunidades a la población, considerando la necesidad de transformación de su calidad de vida y oportunidades de progreso.

Teniendo en cuenta el contexto y las necesidades de la comunidad, fue escogido el modelo pedagógico social, que busca contribuir a la formación de seres íntegros y capaces de liderar el progreso de su comunidad enmarcado en valores. Con respecto a la propuesta curricular está fue estructurada por grados en todos los niveles, distribuyendo el trabajo anual por áreas en tres periodos académicos.

Específicamente en cuanto al marco y estructura curricular del área de matemáticas, se han registrado desde 2005 algunos cambios relacionados con la estructura general del currículo. En 2005 se desarrolló una propuesta centrada en los campos de pensamiento, orientada a reconocer, dominar, entender y relacionar el contexto con las necesidades de la comunidad educativa. A raíz de las nuevas políticas curriculares (MEN) en 2010 la propuesta fue cambiada por la implementada en la actualidad.

Para elaborar este análisis se revisó el plan curricular actual del área y se aplicaron encuestas y entrevistas no estructuradas a docentes de matemáticas de los grados: cuarto y quinto, relacionadas con la incorporación, al diseño, desarrollo curricular y prácticas pedagógicas de las orientaciones oficiales. Los insumos anteriores se contrastaron con los documentos del MEN (Lineamientos curriculares y Estándares Básicos de competencias en Matemáticas) y con marcos y orientaciones de la educación matemática en otros países: Singapur, España y Estados Unidos.

Una primera conclusión de este análisis es que se necesita redimensionar el plan de trabajo de la asignatura, de tal manera que no solo tenga en cuenta el dominio de los elementos conceptuales y procedimentales, sino que defina claramente las estrategias, recursos y elementos que deben intervenir en el abordaje de contenidos, en relación a los pensamientos, procesos generales y contexto.

Más específicamente y teniendo en cuenta, de una parte, que todo “currículo debe establecer de manera razonada y para cada etapa educativa, qué enseñar y cómo hacerlo, agrupando su desarrollo a partir de cuestiones como: ¿Qué enseñar? ¿Cuándo enseñar?, ¿Cómo enseñar?, y ¿Qué, cómo y cuándo evaluar?” (Godino, Batanero, & Font, 2003), se analizó si en los documentos curriculares de la institución estos

interrogantes estaban o no resueltos. Respecto al ¿qué enseñar? el análisis de los diseños de matemáticas de los grados cuarto y quinto de la básica primaria evidenció problemas en la organización y estructuración de los planes de estudio en el aspecto disciplinar. Hay carencias en cuanto a la organización secuencial de los contenidos, no se diferencian los niveles de profundidad y complejidad de los temas acordes al grado y no se explicitan claramente las relaciones con el diseño de grados anteriores y posteriores, entre otros.

De otra parte, al contrastar los documentos de estos grados, con lo planteado en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), que enfatizan en el desarrollo de habilidades y competencias, a través de reconocimiento de procesos generales, y el dominio de los diferentes pensamientos, se infiere que estas orientaciones no han sido interpretadas a profundidad, pues la estructura curricular consiste fundamentalmente en una organización temática (listado de temas) para cada una de las unidades (por ejemplo: conjuntos, números naturales, relación entre rectas, ángulos y su medición, medidas de longitud y perímetro ...) listado de temas que parecen ser seleccionados aleatoriamente, pues no se aprecia correlación ni secuencia, simplemente se distribuyen en tres unidades propuestas para el año. En cada una de éstas se citan algunos estándares, que no son relacionados claramente, se deja de lado la formación de competencias y se mencionan superficialmente los diferentes pensamientos, sin tener en cuenta la coherencia vertical y horizontal (relación entre tópicos de cada pensamiento, por grados y ciclos y la relación entre los diferentes pensamientos). Aparte de lo anterior no hay claridad sobre la distribución de los tiempos para el desarrollo de las temáticas, ni aparecen lineamientos pedagógicos, didácticos y evaluativos que permitan a los docentes reorientar sus prácticas.

1.2 Encuesta y entrevista no estructurada a docentes.

Con respecto a las encuestas y entrevistas a los docentes que tienen a su cargo el área de matemáticas en los grados mencionados, se caracterizó inicialmente, su perfil de formación profesional y se concluyó que un alto porcentaje de ellos, tiene formación en áreas diferentes a la matemática (por ejemplo: Licenciatura en Educación Física, Recreación y deportes, Licenciatura en Química, Licenciatura en Básica Primaria con

Énfasis en Lengua Castellana, Educación Especial.. entre otras), a excepción de una docente que tiene formación específica en el área de matemáticas (Licenciatura en Matemáticas). La situación anterior puede incidir en el nivel de competencia del docente y en el tipo de prácticas que desarrolla en el aula, como se plantea en el artículo: El perfil del docente de matemáticas. Una propuesta. (Larios Osorio, Font Moll, Spíndola Yáñez, Sosa Garza, & Gimenez Rodríguez, 2012), haciendo referencia al deber ser de la formación del docente de matemáticas:

Las competencias específicas cubren dominios sobre conocimientos y habilidades matemáticos, incluyendo sobre su historia, su epistemología y sus campos de aplicación, y sobre conocimientos y habilidades didácticas y pedagógicas, incluyendo el diseño de actividades, lo relativo al desarrollo de los alumnos, a la evaluación, al análisis de situaciones y propuestas. (pág. 26).

Es posible entonces suponer que las diferencias entre el perfil profesional de los docentes del área y lo esperado de sus competencias específicas en matemáticas puede incidir en sus concepciones acerca de la naturaleza del conocimiento matemático y las formas como orientan el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula.

En cuanto al conocimiento que los docentes tienen acerca de la naturaleza de los pensamientos matemáticos, sus ejes y la importancia de incluirlos en el diseño, se logra evidenciar que tienen claridad sobre los propósitos del MEN al formular los estándares y consideran que estos permiten orientar el quehacer pedagógico, unificar criterios en el desarrollo de contenidos y llevar a cabo un desarrollo cognitivo acorde con el grupo de grados y edades. Sin embargo, al indagar sobre su naturaleza y la manera como los incluyen en sus prácticas pedagógicas, se percibe que no logran interpretarlos a fondo, y los asumen como áreas independientes, no han reflexionado sobre sus interrelaciones: y la potencialidad de éstas: “los cinco tipos de pensamientos tienen elementos conceptuales comunes que permiten el diseño de situaciones de aprendizaje de las matemáticas mediante la construcción de formas generales y articuladas que posibilitan procesos de aprendizaje integrales”. (MEN, 2003).

1.2.1 Aspectos conceptuales: pensamientos

En lo referido a cada uno de los pensamientos se indagaron específicamente los siguientes aspectos, teniendo en cuenta como referente lo planteado en el documento Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas (Gobernación de Antioquía, 2005):

Numérico y sistemas numéricos:

Se indagó acerca de sus tres ejes y la inclusión de estos en el diseño y desarrollo curricular de la institución. Con respecto al primero de ellos que enfatiza en el uso, sentido y significado de los números, los docentes manifiestan que interpretan este eje de pensamiento pero no logran darle claridad en el desarrollo de sus prácticas pedagógicas pues consideran que “abordar el concepto de número es un asunto bien complejo que se trabaja con los niños desde la identificación de un número como la representación de cantidades de manera global”. Resulta entonces evidente la necesidad de que los docentes den significado al concepto de número reconociendo su significado y uso en contextos como la medición, el conteo, la comparación, la codificación y la localización, como se plantea en uno de los estándares del pensamiento numérico para el grupo de grados (4 a 5). En lo relacionado con el eje de las estructuras aritméticas que se debería orientar a fortalecer el significado, relación y aplicación de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división), la mayoría de los docentes afirman que tienen en cuenta esta orientación, pero al hacer el contraste y solicitar una mayor explicación, se encontró que son tomados de manera independiente y aislados, (tal como se presentan en los planes de estudios) enfatizando en procesos de cálculo y no en los significados y estructura de las operaciones. Privilegian la ejecución de operaciones y la instrumentalización de algoritmos, lo que finalmente no permite potenciar las capacidades de los estudiantes para comprender y usar los números en diversidad de situaciones, problemas y áreas de conocimiento.

Cuando se indagó por la inclusión del eje de numeración y calculo, referido principalmente al énfasis en la interpretación y aplicación de las propiedades del sistema de numeración decimal (aditiva y posicional) se encontró que su interpretación es

inadecuada. Lo anterior se origina posiblemente en el desconocimiento de los aspectos conceptuales básicos: estructura, propiedades y aplicaciones del sistema de numeración (en particular el decimal), los docentes entonces no logran profundizar, ni jerarquizar su desarrollo a lo largo de los diferentes grados, usualmente no van más allá de la ampliación del universo numérico y la lectura y escritura de los números esquematizando reglas. Lo mencionado no solo limita el diseño sino las estrategias y actividades que se proponen en el aula, tomadas usualmente de textos que tampoco tienen en cuenta estos elementos.

Variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

En lo relativo al eje de pensamiento: Patrones y regularidades, los docentes afirmaron que incluyen en sus planes la descripción y uso de patrones (aritméticos y geométricos) en diferentes contextos, pero evidenciaron dificultades para precisar la manera como los trabajan en el aula, afirman que: “aparecen ahí unos estándares que están vinculados con este tipo de pensamiento y unos contenidos temáticos... pero no como abordarlos en clase”. Lo anterior sugiere la necesidad de ampliar en los documentos la discusión acerca de los patrones e incluir sugerencias de actividades para trabajar en el aula, que involucren procesos de variación y cambio. En lo referido a los procesos algebraicos, los docentes mencionaron que incluyen esporádicamente elementos de este eje en el desarrollo de sus clases, por ejemplo: “actividades sugeridas en textos, desarrollo de guías, instrumentos acordes al tema” pero consideran que los estudiantes no logran comprender estos aspectos y además reconocen que ellos mismos tienen vacíos relacionados con la comprensión del pensamiento variacional.

Espacial y sistemas geométricos.

Se retomaron para la indagación a los docentes, los dos ejes de este pensamiento, el primero que involucra las relaciones intra e inter figúrales (de y entre las figuras), el reconocimiento, descripción y construcción de las figuras (triángulos, cuadriláteros, círculos, etc.) y cuerpos geométricos, (esfera, cono, cilindro, prisma, pirámide...) y el segundo relacionado con las transformaciones y relaciones espaciales, que tiene en cuenta el reconocimiento y análisis de transformaciones de figuras planas (rotación, traslación, reflexión, simetría ...). Según los planteamientos de los docentes, enseñan a

diferenciar las características de algunas figuras y sólidos geométricos presentando ejemplos encontrados en el contexto, pero no propician la exploración de los conceptos y relaciones a partir de problemas, planteamiento de preguntas y reflexiones. El trabajo se limita usualmente a unas cuantas sesiones al año, desde luego insuficientes para que los niños conozcan los objetos geométricos, sus propiedades y relaciones; desarrollen su pensamiento espacial y lo apliquen en la solución de problemas de diferentes áreas.

Métrico y sistemas de medidas.

Con respecto a este pensamiento que está referido en su primer eje al reconocimiento de las magnitudes, y que involucra en los diferentes grados el estudio, análisis y aplicación de los procesos de medición y la construcción de magnitudes, se evidenció que éste es incluido en el plan de área. Pero no tiene impacto especial en la formación matemática de los estudiantes, pues se limita al trabajo superficial con las magnitudes de longitud, área, volumen, masa y peso, centrado en el estudio de sistemas de unidades y en ejercicios para realizar conversión entre unidades. Se deja de lado la construcción de los conceptos de cada magnitud, la comprensión del proceso de medir, el uso de patrones arbitrarios y estandarizados, la aproximación y la estimación, es decir, no se da sentido y significado a la medida.

Aleatorio y sistemas de datos.

Este pensamiento se organiza en tres ejes, el primero relacionado con la organización de datos, que incluye temas básicos afines con la recolección, organización y representación gráfica, el segundo con medidas de posición que tiene en cuenta el análisis de (media, mediana, moda, rango, varianza y desviación) y su interpretación en distintos contextos, y el tercero concerniente al trabajo con la probabilidad e inferencia, donde se considera la noción básica de probabilidad frecuencial en contextos de juego y en problemas matemáticos simples. Se concluye de la indagación que este pensamiento es trabajado de manera muy superficial. En una, o a lo sumo en dos ocasiones, en los 3 trimestres, se menciona la representación gráfica de conjuntos de datos y algunos aspectos de su análisis, porque a juicio de los docentes estos tópicos son herramienta indispensable para la presentación de pruebas SABER, y por ese motivo se insiste en este tema. No se hace referencia a las medidas de tendencia central, ni se explora

intuitivamente la probabilidad, y desde luego no se percibe como relacionar estos tópicos con otros pensamientos, el numérico, por ejemplo.

1.2.2 Dimensión pedagógica y didáctica.

En lo relacionado con la dimensión pedagógica-didáctica asociada con el ¿cómo enseñar? se tomó como punto de partida el planteamiento del MEN respecto al proceso de enseñanza de la matemática: “La enseñanza de las matemáticas supone un conjunto de variados procesos mediante el cual el docente planea, gestiona y propone situaciones de aprendizaje matemático significativo y comprensivo” (MEN, 2003, pág. 72).

Desde esta perspectiva, el diseño curricular de la institución, carece, como se comentó en otro aparte, de orientaciones relacionadas con esta dimensión. No se mencionan posibles estrategias a implementar, no hay marcos metodológicos claramente definidos. Se deja al criterio del docente la selección y uso de estrategias, metodologías y recursos didácticos para abordar cada uno de las temáticas propuestas en los planes de estudio. No se referencian por ejemplo: actividades, modelos o situaciones que enriquezcan la introducción y desarrollo de un tema, materiales didácticos adecuados o herramientas tecnológicas para apoyar el proceso.

En este sentido vale la pena destacar los esfuerzos que se han hecho desde el programa “Todos A Aprender” implementado en los últimos tres años por el MEN, que busca poner en marcha acciones pedagógicas encaminadas a fortalecer las prácticas en el aula, formar en referentes curriculares que faciliten alcanzar con claridad los objetivos de aprendizaje para cada uno de los ciclos y niveles, desarrollo de herramientas apropiadas para la ejecución y evaluación de contenidos, mediante un plan de formación y acompañamiento para maestros. Es importante resaltar que desde aquí se han sugerido algunos cambios al currículo, presentado materiales de apoyo, estructurando unidades de clase, estrategias de enseñanza- aprendizaje, entre muchas otras cosas, que se han convertido en sugerencias de cómo trabajar la matemática en el aula de clase. Sin embargo, la dinámica de trabajo de la institución y del programa no ha

permitido unificar criterios para aprovechar oportunamente las orientaciones del MEN en concordancia con las nuevas políticas educativas.

Con respecto al interrogante planteado, en la encuesta y en la entrevista, sobre ¿Cómo se desarrollan las clases? , la mayoría de los docentes expresan que tienen en cuenta las metodologías y estrategias mencionadas en el instrumento, (conocimientos previos de los estudiantes, explicaciones con ejemplos y contraejemplos, planteamiento y resolución de problemas rutinarios y no rutinarios, énfasis en los conceptos y el razonamiento matemático) pero reconocen que el marco didáctico del documento curricular de la institución carece de estas orientaciones. Sin embargo, al contrastar estas afirmaciones con algunos apartes de la entrevista se evidencia dificultad para describir con claridad y suficiencia la manera como lo hacen en el desarrollo normal de sus clases (por ejemplo: ¿Privilegia las estrategias y los procedimientos matemáticos dentro de las clases? Intento, intento hacerlo, aunque es complejo, pero pues intento establecer unas didácticas para la enseñanza de la matemática) con este tipo de afirmaciones se podría inferir que las respuestas a la encuesta posiblemente se dieron mecánicamente sin reflexionar realmente sobre las prácticas y que en realidad las prácticas usuales son más tradicionales.

En lo relacionado con ¿Qué materiales y recursos se emplean?, para el desarrollo de las clases los maestros se centran, en el uso de talleres, guías o textos sugeridos, dando uso esporádico a recursos tecnológicos, materiales concretos y elaboración de instrumentos de trabajo acordes con las necesidades específicas de los estudiantes, pero queda en evidencia, que estos recursos didácticos y materiales son utilizados esporádicamente a partir del criterio y capacidad de cada docente.

1.2.3 Dimensión evaluativa.

En lo relacionado con el ¿Qué, cómo y cuándo evaluar? y desde la perspectiva del MEN acerca de la naturaleza de la evaluación:

Toda evaluación educativa es un juicio en donde se comparan los propósitos y deseos con la realidad que ofrecen los procesos, de aquí que la evaluación debe ser más una reflexión que un instrumento de medición para poner etiquetas a los individuos; lo que no excluye el reconocimiento de las diferencias individuales (MEN, 1998).

La institución educativa ha adoptado el Sistema Institucional de Evaluación de Estudiantes (SIEE) siguiendo los parámetros del Decreto 1290 de 2009, en el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y la promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. Se presentan en el documento algunos criterios generales y procesos de evaluación, se hace referencia a las escalas de valoración, los parámetros para la promoción, evaluación y promoción de estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE) y los estímulos, entre otros aspectos. Sin embargo, no se presentan en el documento las orientaciones específicas sobre la evaluación en cada una de las áreas. Es de anotar además que tampoco en el plan curricular de matemáticas son claras las estrategias que permiten realizar una evaluación formativa, integral y cualitativa, que se centre en el desarrollo de las habilidades de los estudiantes y no exclusivamente en los contenidos de la enseñanza, tal como lo expresa la Ley General de Educación de 1991.

Se plantea en consecuencia la necesidad de establecer estrategias de evaluación específicas para cada uno de los pensamientos, (numérico y sistemas numéricos, variacional y sistemas algebraicos y analíticos, espacial y sistema geométricos, métrico y sistema de medidas, aleatorio y sistema de datos) que permitan reconocer las competencias y capacidades que deben desarrollar los estudiantes en los diferentes ciclos de la educación básica.

La propuesta de evaluación debería permitir determinar el nivel de desarrollo de los estudiantes antes, durante y después del proceso de enseñanza- aprendizaje. (Conocer los preconceptos, reconocer habilidades y destrezas, identificar actitudes, controlar el aprendizaje de forma diagnóstica y reguladora...etc.) y tener en cuenta tiempos y etapas del proceso. Es indispensable entonces en la construcción de una nueva estructura tener en cuenta los elementos antes mencionados respecto a la evaluación, aparte de los contenidos específicos en cada uno de los niveles o grados, sin dejar de lado las habilidades de pensamiento y las actitudes frente a la matemática.

En aspecto relacionado con el interrogante ¿Para qué evalúa?. Los docentes afirmaron que lo hacen en mayor medida con la intención de determinar avances, dificultades y mejorar procesos de enseñanza a aprendizaje, aunque también dan lugar a la importancia de la evaluación para planificar actividades de mejoramiento teniendo en cuenta obstáculos y dificultades. Sin embargo, al contrastar el análisis documental y las respuestas de las entrevistas, queda en evidencia que optaron por seleccionar una finalidad de la evaluación, entre las propuestas, sin tener presente que en las prácticas y en el diseño no hay claridad en la intención evaluativa, lo anterior da lugar a considerar que la concepción acerca de la naturaleza de la evaluación es tradicional, lo importante es determinar una nota (un dato cuantitativo) final, dejando de lado lo verdaderamente importante que es el proceso de aprendizaje y la interiorización del conocimiento. (En este sentido uno de los entrevistados frente a la pregunta: ¿Evalúa para determinar avances y dificultades de los estudiantes? Responde: Sobre todo en matemáticas hay una dificultad con la evaluación por que uno se basa más en el resultado como tal... aunque puede determinar avances).

Otro de los aspectos que se consultó en la encuesta se relaciona con el ¿Cómo se evalúa? y con respecto a éste, los docentes afirmaron que son variadas las estrategias utilizadas, no se observa predominancia por alguna en especial y su uso es relativo según criterios, necesidades y contenidos abordados, tal como lo afirmó uno de ellos al ser entrevistado “para mí la evaluación está presente en todos los momentos, entonces hay diferentes estrategias para hacer evaluación, depende de lo que uno les traiga a los niños y les plantee”. Lo anterior podría indicar que no se definen previamente las estrategias de evaluación, aunque se reconocen: la utilización de pruebas escritas de selección múltiple, abiertas, orales, individuales y grupales haciendo énfasis en ejercicios de rutinas y planteamiento y resolución de problemas.

Para concluir la consulta, se pretendió identificar aspectos relativos al ¿Qué se evalúa? Del análisis de los documentos se puede concluir que si bien los criterios de evaluación no están definidos en el plan curricular del área, los docentes afirman que privilegian en el proceso evaluativo, entre otros: el razonamiento matemático, el planteamiento y resolución de problemas, manejo de algoritmos y procedimientos, la actitud y participación de los estudiantes frente a las matemáticas y los conceptos matemáticos.

Afirmaciones que merecerían ser contrastadas con el análisis de los instrumentos y prácticas reales de evaluación en el aula.

Es importante reiterar finalmente que la evaluación de un estudiante no debe reducirse al componente cuantitativo; debe surgir de una mirada profunda y amplia del individuo y sus procesos, como se expresa en las orientaciones del (MEN, 2012):

Debe ser formativa, motivadora y orientadora, de esta forma genera la posibilidad de autoevaluarse, evaluar a otros y ser evaluado, admitiendo el fortalecimiento de los procesos de aprendizaje y estrategias de valoración que conllevan a la implementación de diversas técnicas como la observación durante el proceso, la argumentación de respuestas, el trabajo colaborativo e individual que permiten centrarse en las formas de aprendizaje de los estudiantes, detectando las fortalezas y dificultades de cada estudiante y haciendo de la evaluación un proceso transparente, continuo y procesual.

1.3 Taller exploratorio pensamiento variacional.

El propósito del taller era determinar el nivel de apropiación de docentes y estudiantes, acerca de algunos conceptos y procedimientos propios del pensamiento variacional. Para ello se tuvieron en cuenta actividades sugeridas por el MEN (Estándares Básicos de Competencias) para trabajar en el aula un tema específico de este pensamiento, secuencias, los patrones y los procesos de generalización. Tales actividades son:

- Analizar cómo cambia una secuencia o sucesión de figuras, números, letras.
- Hacer conjeturas sobre la figura que continúa una secuencia o el siguiente término de una secuencia numérica.
- Describir (informalmente) el término genérico de una secuencia, oralmente o por escrito, o por medio de dibujos y otras formas de representación.
- Intentar formular un procedimiento, algoritmo o fórmula que permita reproducir el mismo patrón, calcular los siguientes términos, confirmar o refutar conjeturas iniciales y proponer expresiones generales para el término n -ésimo o para la regla de variación.

Y están estrechamente ligadas al siguiente grupo de estándares correspondientes al pensamiento variacional en el ciclo de Básica Primaria (Ministerio de Educación Nacional, 2003, pág. 83):

- Describir e interpretar variaciones representadas en gráficos.
- Predecir patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
- Representar y relacionar patrones numéricos con tablas y reglas verbales.

El taller se trabajó con docentes y estudiantes de los grados cuarto y quinto, se hicieron algunas adaptaciones relacionadas con el lenguaje y el nivel de complejidad teniendo en cuenta las dos poblaciones involucradas.

1.3.1 Docentes

El taller se trabajó con cinco de los docentes que habían respondido la encuesta de los grados cuarto y quinto, con formación profesional en áreas diferentes a matemáticas, se desarrolló en una sesión.

Aunque los docentes conocen los propósitos y orientaciones formales, respecto al pensamiento variacional, se ha evidenciado que no hay una interpretación a fondo que permita traducirlas en prácticas curriculares y pedagógicas innovadoras.

Para estructurar las actividades de los docentes se plantearon los siguientes objetivos específicos:

- Identificar el patrón como una sucesión de signos que se construyen siguiendo una regla, ya sea de repetición o recurrencia.
- Descubrir reglas o patrones de formación de los elementos que componen una secuencia.
- Construir secuencias teniendo en cuenta patrones dados.
- Relacionar procesos anteriores con estándares de otros pensamientos y adecuarlos al diseño curricular.

El análisis completo de los resultados referidos a cada uno de los objetivos aparece en el [Anexo E.](#)

1.3.2 Estudiantes

El taller se trabajó con 40 estudiantes de grado 501 de la jornada tarde en la Institución Educativa Julio Cesar Turbay Ayala, con edades que oscilan entre los 10 y 13 años, y se desarrolló en dos sesiones (180 minutos). El objetivo de este taller a parte de la exploración antes mencionada, era desarrollar con el grupo seleccionado algunos conceptos básicos del pensamiento variacional (que usualmente no se introducen en un curso regular), relacionados con el reconocimiento y descripción de patrones de variación, con la intención de analizar su adecuación y pertinencia e incluirlos en el diseño curricular.

Teniendo en cuenta los elementos mencionados en la introducción de este aparte, para realizar el análisis de los desempeños de los estudiantes en las diferentes tareas del taller se formularon los siguientes tres objetivos específicos:

- Identificar el patrón como una sucesión de signos que se construyen siguiendo una regla, ya sea de repetición o recurrencia.
- Descubrir reglas o patrones de formación de los elementos que componen una secuencia.
- Construir secuencias teniendo en cuenta patrones dados.

El análisis completo de los resultados referidos a cada uno de los objetivos aparece en el [Anexo F.](#)

2. Marco referencial

2.1 Marco histórico-epistemológico

En este capítulo se presenta una síntesis del proceso de evolución y desarrollo de las orientaciones y diseños curriculares del área de matemáticas propuestos por el MEN, para la educación básica y media en nuestro país en el marco de diferentes reformas educativas. En cada una de estas propuestas se vislumbra una concepción diferente acerca de la naturaleza de la matemática escolar y el proceso de enseñanza aprendizaje. Sin embargo todas ellas en su momento se introdujeron con el propósito de mejorar la calidad de la formación matemática de los estudiantes y fueron motivadas por cambios planteados a nivel internacional respecto a la naturaleza y perspectivas de la educación matemática.

El doctor Carlos E. Vasco (2012) en su artículo: Los Programas Curriculares de Matemáticas en Colombia divide la historia de éstos, en tres periodos. “El primero se centra en el cambio de contenidos, el segundo en la estructuración de programas por objetivos y el tercero en el diseño de programas por logros y competencias”. (pág. 10)

Primer periodo programas por contenidos (1903 - 1963): La estructura curricular se reducía a la organización (listado) de temas, tal como aparecían en los textos escolares extranjeros que en su mayoría eran de origen francés y según las preferencias de los supervisores nacionales, quienes proponían al Ministerio de Educación Nacional (MEN) los cambios que consideraban importantes. En 1961 se lleva a cabo la Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), cuyo objetivo era proponer a los países participantes, la reforma de las nuevas matemáticas (matemática moderna), proporcionar material y capacitación para potenciar la enseñanza y el aprendizaje de esta

área. Pero esta reforma no tuvo el impacto que se esperaba pues no había la actitud ni el conocimiento didáctico que permitiera experimentar y poner a prueba aspectos del diseño propuestos en esta reforma, como lo proponía Federici. C (1963).

Segundo periodo programas por objetivos (1963 - 1993): Se introducen dos innovaciones en los planes y programas de matemáticas, se incluyó en ellos la lógica y la teoría de conjuntos y se sugirió orientar las prácticas según el modelo de la tecnología educativa. El decreto 1710 de 1963 "...adoptó el plan de estudios de la Educación Primaria donde los planes y programas deberían ser actualizados y reestructurados de acuerdo con el progreso de las ciencias, la economía y el desarrollo social y económico del país". (Ministerio de Educación Nacional, 1963) y se diseñaron currículos por objetivos específicos. En este mismo periodo la misión pedagógica Alemana trabajo con un equipo de investigadores colombianos en una reforma cualitativa de la educación primaria (Ramirez, 1978), y desarrolló cartillas pedagógicas organizadas semanalmente por contenidos y objetivos, que fueron entregadas a todas las escuelas y convertidas en el programa nacional para la aritmética de la primaria en los años de 1963 a 1984.

Al final del periodo del Frente Nacional (1957 - 1974), fue promulgado el decreto 080 que pretendía "...mejorar la calidad de la educación y atender a su mayor demanda, estudiando un plan fundamental mínimo de estudios, en consonancia con las modernas tendencias educativas y las necesidades del país", (Ministerio de Educación Nacional, 1974) detallado en la resolución 2681 del mismo año.

En 1975 se publicó el documento conocido como la renovación curricular en el cual se planteó según Vasco C. (1994):

Transformar la escuela en un proyecto cultural, a través de programas de capacitación, actualización docente y currículo en los Centros Experimentales Piloto (CEP) y se inicia el proceso de democratización de la escuela y el estímulo al desarrollo de los procesos científicos y tecnológicos y otros factores ambientales que influían en la educación del niño o joven. (pág. 25).

Sin embargo las exigencias de la propuesta en particular para el área de matemáticas, respecto a aspectos conceptuales (sistemas, estructuras) hizo que en la practica el énfasis se ubicara en aspectos formales y el propósito de mejorar el proceso de

enseñanza – aprendizaje no se logró; a lo que García G. (2003) llamó deterioro de la Calidad de la educación, problemática por la cual en MEN generó el Programa Nacional de Mejoramiento Cualitativo de la Educación que se enfocó en mejorar cualitativa y cuantitativamente la educación; garantizar la prestación del servicio educativo en todas las zonas del país y retener a los alumnos en el sistema.

En 1976 mediante el decreto 088 de 1976 “... se reestructuró el sistema educativo y se reorganizó el Ministerio de Educación Nacional” (Ministerio de Educación Nacional, 1976). Desde la Dirección General se organizó una división de currículo y desde allí se estructuraron los fines y propósitos generales del currículo, las actividades curriculares y extracurriculares, el plan y los programas de las áreas de estudio que contenían objetivos, indicadores de evaluación y algunas actividades. Por su parte Gloria García en algunos de los apartes presentados en su libro “Currículo y Evaluación en Matemáticas” consideró que el aislamiento cultural de la comunidad educativa y la escasa presencia de una asociación que participara activamente en la discusión de la complejidad de los currículos de matemáticas y en especial en lo relacionado a los procesos evaluativos condujeron a la presencia de algunas problemáticas en la década de los 70 y 80. (García O., 2003, pág. 73)

El currículo de matemáticas estaba centrado en la teoría de sistemas, diferenciando en él los sistemas concretos, conceptuales (sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistemas métricos, sistemas lógicos y conjuntistas), y simbólicos, los primeros fundamento para construir los segundos. Desde el punto de vista pedagógico, metodológico y didáctico el enfoque propuesto es el del constructivismo piagetiano.

A raíz de la publicación de la Constitución de 1991, se reorienta el horizonte epistemológico, filosófico, psicológico, sociológico y pedagógico, de la educación en Colombia, y esto da origen a la Ley 115 de 1994 expedida la Ley General de Educación, señala las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza,

aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público.” (Ministerio de Educación Nacional, 1994), el decreto 1860 de 1994 ...reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales... aplicadas al servicio público de educación formal que presten los establecimientos educativos, favoreciendo la calidad, continuidad y universalidad del servicio de la educación y el desarrollo de la formación de los educandos (Ministerio de Educación Nacional, 1994) , y la resolución 2343 de 1996, a partir de la ley surgen nuevas orientaciones plasmadas en el documento de Lineamientos Curriculares (1998) se abandona el currículo prescriptivo (listado obligatorio de contenidos) y se proponen orientaciones generales para el proceso de enseñanza, proceso de aprendizaje y evaluación. Sin embargo a pesar de que los programas del decreto 080, no rigen desde 1994, Juan Carlos Negret afirma que “los programas del 080 no existen pero si insisten”, pues siguen siendo internalizados por textos escolares, docentes y estudiantes (Vasco Uribe, 2002, pág. 2).

Tercer periodo (1994 a la fecha): En 1994 a raíz de la promulgación de la ley 115, Ley General de Educación, surgió una reforma educativa mucho más radical que la propuesta en los planes de mejoramiento cualitativo de la educación, dando libertad a las instituciones escolares para organizar su propio Proyecto Educativo Institucional y elaborar el currículo según sus necesidades, estrategias pedagógicas y criterios para la evaluación del rendimiento del educando, teniendo en cuenta unos lineamientos curriculares generales establecidos por el MEN (Gómez, 2010), donde se contempló el currículo como:

El conjunto de criterios, planes de estudios, programas, metodologías y procesos, que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural, mediante recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional (PEI) (Ministerio de Educación Nacional, 1994, pág. 17).

De lo anterior se resaltan algunas ventajas relacionadas con la integración de temas al interior de las áreas e inter áreas, pues esta es más exigente respecto a la conformación de equipos de trabajo donde los docentes se deben poner de acuerdo no sólo sobre un tema o problema común para la unidad sino que exige la elaboración de una planeación de actividades colectivas que satisfaga las diversas necesidades; institucionalmente también exige la planeación de reuniones frecuentes obligando a las instituciones a

modificar el manejo de sus espacios y tiempos, dando lugar a un trabajo de maestros que sin duda es para los niños, resaltando que esta modalidad permite hacer visible a los estudiantes las conexiones entre las diversas áreas dando un sentido contextualizado e integrado que da sentido a lo que antes estaba totalmente aislado. (Vasco , Bermúdez, Escobedo , Negret, & León , 2000, pág. 47).

Si bien es cierto que la integración tuvo significativas ventajas también tuvo sus limitaciones, por ejemplo, diseñar una unidad de un tema en el que no se encuentre un relato suficientemente complejo que las articule, además de otras condiciones desequilibradoras, ocurrió la sacudida que provocó la Ley General de Educación más exactamente en el sub-periodo de 1995 a 2010 “época del caos curricular” del que apenas se empiezan a ver algunas construcciones (Ministerio de Educación Nacional, 2012).

A partir de 1994 y dadas las limitaciones legales que le impedían al MEN expedir programas para las áreas, se siguieron dos estrategias para regular la organización curricular, una de ellas fue la propuesta de los indicadores de logro acuerdos ordenados por la ley general Arts. 78 y 148 Regulación del currículo. El Ministerio de Educación Nacional diseñará los lineamientos generales de los procesos curriculares y, en la educación formal establecerá los indicadores de logros para cada grado de los niveles educativos, tal como lo fija el artículo 148 de la presente ley, (Ministerio de Educación Nacional, 1994) liderado por la docente Teresa León Pereira del MEN y culminado con la resolución 2343 de 1996 y la segunda estrategia fue la elaboración de los Lineamientos curriculares ordenados por el Art. 78 de la Ley General con la colaboración de un grupo de docentes de todos los niveles de la educación; propuesta que ha sido más oportuna y recibida por los docentes, con una difusión más amplia debido a la publicación conjunta con la Cooperativa Editorial Magisterio de Bogotá.

En los Lineamientos curriculares de matemáticas publicados en 1998, se propone el desarrollo de cinco tipos de pensamiento: el numérico (sistemas numéricos y de numeración), el espacial (sistema geométrico), el métrico (sistemas de medición), el aleatorio (sistemas de datos) y el variacional (sistemas algebraicos y analíticos). Estos

cinco tipos de pensamiento se desarrollaran en el aula a través de situaciones problema diseñadas para potenciar el aprendizaje, a partir de la experiencia con los sistemas concretos, llegar a una modelación de los sistemas conceptuales y expresarlos por medio de los sistemas simbólicos (Lina Monica Oviedo & Ana María Kanashiro, 2012).

El aprendizaje de la matemática requiere de cinco procesos transversales a los pensamientos antes mencionados: el planteamiento y resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos y algoritmos (Gómez, 2010).

A pesar de los grandes aportes de la Ley General, Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos por Competencias, no se logró que las instituciones involucraran esta nueva perspectiva de la educación matemática, los diseños curriculares eran muy diversos y no tenían realmente en cuenta las orientaciones del MEN. En la práctica se ha presentado un caos curricular por la libertad ofrecida a las instituciones y la proliferación de Proyectos Educativos Institucionales como se expresa en la siguiente cita:

Herramienta prevista para el desarrollo de la escuela, algunas comunidades lo trabajan de tal manera que exista una integración de la escuela con la comunidad, de padres de familia con docentes, y también de la relación de los contenidos en los planes y programas de estudio. (Vasco , Bermúdez, Escobedo , Negret, & León , 2000, pág. 17).

Para abordar esta problemática el gobierno y la secretaria de educación empezaron a regular el currículo con estrategias como la publicación de estándares curriculares para algunas áreas y los exámenes censales en algunos grados escolares (pruebas SABER en los grados 3, 5, 7, y 9), los exámenes de estado (Saber 11, grado 11). En 2002 se publicó una primera versión de los estándares de competencias en matemáticas, pero debido a las presiones ejercidas por la comandad de educadores matemáticos, por las inconstancias que presentaba el documento este fue restaurado completamente.

Por su parte, el decreto 230 de 2002, reconoce el currículo como el conjunto de criterios, planes de estudio, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local; da relevancia a la autonomía escolar, con parámetros como: (Gómez, 2010)

- Los fines de la educación y los objetivos de cada nivel y ciclo, definidos por la Ley 115 de 1994.
- Los lineamientos curriculares expedidos por el Ministerio de Educación Nacional.
- Las normas técnicas como los estándares para el currículo en las áreas obligatorias u otros instrumentos que adopte el MEN, como la resolución 2343 en los artículos 19, 23 y 31 de la Ley 115 de 1994, que promueven el desarrollo integral de las personas de las diversas culturas colombianas.

En el año 2006 se publica el documento de Estándares Básicos de Competencias donde se plasma el marco teórico de los Lineamientos y se proponen competencias para los diferentes grupos de grados, y en el año 2015 se publica el documento Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) referentes para la planeación de aula que incorporan las orientaciones de los lineamientos y los estándares, presentados como un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad a todos los niños, niñas y jóvenes del país. (Ministerio de Educación Nacional, 2015).

2.2 El currículo de matemáticas en Colombia.

Este capítulo presenta una síntesis de algunos planteamientos de investigadores en educación matemática, respecto a la naturaleza y características del currículo de esta disciplina desde los referentes internacionales y nacionales. En esta síntesis se diferencian dos tipos de currículos (técnico y práctico) que se pueden asociar a diferentes momentos de la evolución de la política curricular en Colombia.

Con respecto al concepto de currículo existen diferentes planteamientos que se han ido enriqueciendo a medida que evolucionan las concepciones acerca de la educación, el papel de la escuela, la enseñanza, el aprendizaje, etc.

La noción de currículo ha tomado forma a través del tiempo, se han elaborado y perfeccionado diferentes ideas y conceptos que permiten establecer en la actualidad su campo de acción, Álvarez (2010), definía currículo como un trabajo articulador que permite establecer previamente unas prácticas pedagógicas para dar respuesta a una propuesta institucional y responder al “qué y cómo ordenar una serie de aspectos, procesos, actores y recursos que se necesitan y se desean, y de qué forma hacerlo para

que provoque el efecto formativo que se espera” (pág. 70) Este trabajo articulador permitirá generar las condiciones necesarias para desarrollar procesos educativos acordes a las necesidades de una determinada comunidad educativa.

En un planteamiento más puntual, relacionado con el currículo escolar (el que se estructura para la práctica de aula) Castro, Díez, Lozano, Lupiañez y Rico (2011) afirman que éste comprende objetivos, contenidos, metodologías y un sistema de evaluación que demarca un plan de formación para los estudiantes con el fin de alcanzar logros precisos.

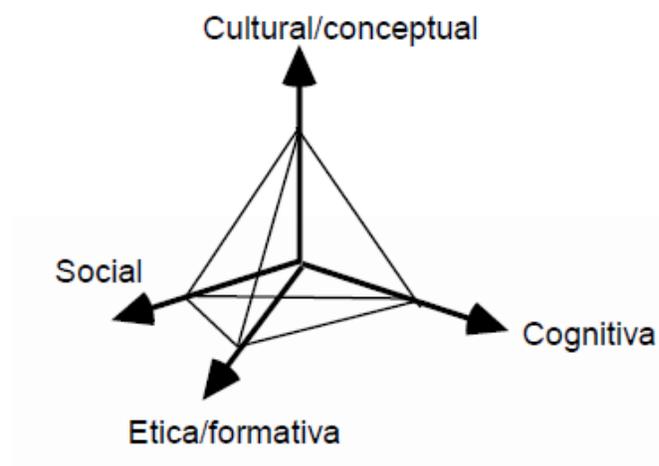
Y Luis Rico (2014) en la conferencia Los procesos de cambio curricular en matemáticas fundamentos y resultados define el currículo como un sistema organizado de conceptos relacionados, que atienden las funciones básicas y fundamentales de un sistema educativo, donde se requiere de una planificación, implementación y evaluación; en términos genéricos lo denomina como cualquier actividad relativa a planificar y poner en práctica una formación.

Con respecto al currículo de matemáticas en 1998 el profesor Rico planteaba que este es un plan de formación que debe dar respuesta a interrogantes como: ¿Qué es el conocimiento?, ¿Qué es el aprendizaje?, ¿Qué es la enseñanza?, ¿Qué es, o cuando un conocimiento es útil?. Es decir, el currículo de matemáticas debe ser explícito acerca de cómo entender: el conocimiento matemático (naturaleza, importancia, relaciones con la cultura); el aprendizaje de las matemáticas (características, cómo aprenden matemáticas los niños y jóvenes, cómo se desarrolla la comprensión de los conceptos matemáticos, cómo se caracteriza la capacidad matemática...); la enseñanza de las matemáticas (naturaleza de la educación matemática, cómo guiar el proceso de aprendizaje, qué elementos didácticos pueden apoyar el proceso...); la evaluación en matemáticas (cómo valorar la utilidad y dominio de los aprendizajes matemáticos, cómo evaluar la capacidad matemática y qué criterios la determinan...) (Rico, 1998).

Las preguntas anteriores según Rico dan lugar a cuatro dimensiones de análisis del currículo: cultural / conceptual, cognitiva o de desarrollo, ética/ formativa y social (Ver figura 2-1). Dimensiones en torno a las cuales las diferentes finalidades del currículo escolar pueden organizarse y en consecuencia el conocimiento matemático que se

propone en el currículo y se lleva al aula se construye en un entorno cultural y social determinado, acorde con las necesidades de los estudiantes y tendrá implicaciones éticas y políticas. Además, plantea el investigador que el conocimiento escolar que se propone en el currículo deberá fundamentarse en disciplinas tales como: la Epistemología e historia de la matemática, la Psicología, la Pedagogía, la Sociología, ...etc

Figura 2-1 Dimensiones del currículo.



Tomado de Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. Publicado en Clame, revista oficial del comité Latinoamericano de matemática Educativa A.C. p.27.

El análisis de diferentes planteamientos relativos a las finalidades y estructura del currículo de matemáticas permite evidenciar que éstos han cambiado a la par que evolucionaron las concepciones acerca de la naturaleza de la matemática, la matemática escolar y el proceso de enseñanza y aprendizaje. Con respecto a este proceso de cambio Castro, Lupiñez, Rico y Diez (2015) afirman que si bien todas las reformas curriculares en matemáticas se hacen con el objetivo de mejorar los procesos educativos, surgieron de diferentes concepciones filosóficas y por ello la estructura y los énfasis de los currículos son muy distintos. Los autores clasifican estos currículos en dos tipos, el técnico y el práctico, la tendencia actual es evolucionar hacia el práctico.

El currículo técnico según Álvarez (2010) es un modelo estructurado que está constituido por objetivos focalizados con la intención de garantizar la formación de un estudiante con un perfil acorde a una demanda laboral según las prioridades del mercado. Fandiño (2006) plantea que el papel de este modelo es dar respuesta a algunas de las siguientes preguntas: “¿qué es la matemática?; ¿Por qué se debe enseñar?; ¿cómo se planifica, gestiona y evalúa el aprendizaje en matemáticas?; ¿cómo se evalúa la eficacia de la enseñanza de la matemática?; (pág. 35). Es decir el currículo técnico está hecho según Fandiño para dar razones funcionales e instrumentales y esto trae consecuencias negativas como, la alta repitencia y la deserción escolar. Desde nuestra perspectiva una de las fallas más relevantes de este tipo de currículo es que no tiene en cuenta el contexto, las necesidades y las condiciones culturales y sociales del entorno donde se va a desarrollar.

En la década de los noventa, según Álvarez (2010) se empieza a fortalecer el modelo curricular práctico en el que priman las experiencias y las necesidades de un contexto específico. Es un currículo que surge de la reflexión de la práctica y sus actores son tanto profesores como estudiantes con el objetivo de mejorar el aprendizaje. Es un modelo construido progresivamente con elementos significativos y críticos en pro del aprendizaje. Se podría decir afirma Luis Rico (1998) que el docente juega un papel de vital importancia en la adopción de este tipo de currículo, debe ser más crítico, requiere de una formación teórica más profunda que avale los contenidos curriculares de documentos ministeriales con base a las necesidades del contexto. Los docentes pasan a ser organizadores de currículos, articulan el diseño con un marco conceptual sólido, metodologías acordes al contenido disciplinar y una evaluación formativa. En esta concepción de currículo, el error pasa a ser parte del aprendizaje, se trabaja con una diversidad de materiales y recursos que generen motivación en el estudiante y se puede contrastar el error en la práctica de aula con los obstáculos epistemológicos que se presentaron en el proceso de desarrollo de los conceptos matemáticos.

Con respecto a las etapas requeridas para desarrollar el currículo práctico María Álvarez (2010) propone tres cíclicas: “diseño y ejecución del currículo, evaluación curricular, mejora continua del currículo” y denomina estas tres etapas como “Ciclo de Calidad de la Gestión” (pág. 81) Las etapas estimulan un rediseño para una mejora permanente al

incorporar nuevos elementos derivados de la evaluación cuando se comienza un nuevo ciclo. (Ver figura 2-2).

Figura 2-2 Etapas de desarrollo del currículo



Tomado de "Diseñar el currículo universitario: un proceso de suma complejidad" Publicado en Signo y Pensamiento 56. Eje temático. P. 81

En el caso de Colombia las propuestas curriculares del documento de Lineamientos de matemáticas (1998) y posteriores, reflejan concepciones como las descritas en el currículo práctico. Para Villa y Ruiz (2009) el documento de Lineamientos además de constituirse en una herramienta valiosa para el profesor lo invita a respetar el ritmo de aprendizaje de los educandos cuando afirma: "...tener en cuenta de una parte, la edad de los estudiantes y su nivel de desarrollo y, de otra, que cada logro alcanzado en un conjunto de grados se retoma y amplía en los conjuntos de grados siguientes" (pág. 54). Hace referencia además el documento a la importancia de tener en cuenta para el diseño y desarrollo curricular el contexto cultural y social y proyectar el conocimiento matemático fuera del ámbito escolar con la intención (entre otras) de que la formación matemática permita al estudiante "formular hipótesis y tomar decisiones para abordar y adaptarse a

nuevas situaciones.” (pág. 7). En la dirección de involucrar el contexto en el documento se reitera que: “es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista”. (pág. 35) Se enfatiza a través de todo el documento en la importancia de considerar como eje del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática el planteamiento y resolución de problemas como herramienta para potenciar el pensamiento matemático de los estudiantes y formar ciudadanos reflexivos y críticos que usen el conocimiento matemático básico para abordar problemas en diferentes contextos y situaciones.

Claramente, los Lineamientos Curriculares se convirtieron en las orientaciones y puntos de apoyo frente a las políticas educativas nacionales que invitan a entender el currículo como: “un conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local...” Artículo 76. (Ministerio de Educación Nacional, 1994). Dejando en evidencia que el MEN abandono el rol de diseñador de un currículo prescrito (listado de temas) para convertirse en orientador y facilitador de ambientes, procesos y experiencias.

En lo relacionado con el diseño y desarrollo curricular, los Lineamientos plantean preguntas similares a las mencionadas por Luis Rico (1998) en el artículo “Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional”, que pretenden generar reflexiones respecto a la naturaleza de la matemática, la matemática escolar, la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación: ¿Qué son las matemáticas?, ¿En qué consiste la actividad matemática en la escuela?, ¿Para qué y cómo se enseñan las matemáticas?, ¿Qué relación se establece entre las matemáticas y la cultura?, ¿Cómo se puede organizar un currículo de matemáticas?, ¿Qué énfasis es necesario hacer?, ¿Qué principios, estrategias y criterios orientarían la evaluación del desempeño matemático de los alumnos? (Ministerio de Educación Nacional, 1998, pág. 9)

Para orientar a la comunidad educativa sobre el deber ser de la matemática escolar, en la sociedad actual, se presenta en el documento un análisis de diferentes concepciones acerca de la naturaleza de la matemática y de las relaciones de esta con otras

disciplinas, describiendo además, las implicaciones didácticas que cada una de estas concepciones tiene en las prácticas y énfasis en el aula de matemáticas, análisis que conduce de entrada al cuestionamiento de las prácticas y diseños que después de 20 años se siguen privilegiando en las instituciones escolares. Es importante resaltar que en el marco teórico que orienta los Lineamientos se concibe el conocimiento matemático (entre otros) como dinámico, falible, construido socialmente a lo largo de un proceso histórico y fundamental para el análisis y solución de problemas de diferentes entornos y contextos.

En el documento de Lineamientos se consideran como organizadores del currículo los procesos generales, los conocimientos básicos y los contextos, que se caracterizan de la siguiente manera:

- Los procesos generales están relacionados con el aprendizaje, son transversales a todo el diseño y desarrollo curricular y son: el razonamiento y la argumentación, la formulación, planteamiento y resolución de problemas; la modelación; la comunicación y la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos. Estos procesos hacen posible profundizar en la comprensión de los conceptos y procedimientos del área, desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes y aplicar el conocimiento escolar en diferentes situaciones.
- Los conocimientos básicos: se relacionan con áreas específicas de la matemática (aritmética, geometría, medida, álgebra y análisis) y están descritos en 5 tipos de pensamiento matemático:

Numérico y sistemas numéricos: Comprensión, representación, uso, sentido y significado de los números, las relaciones y las operaciones.

Variacional y sistemas algebraicos y analíticos: Identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, a través de la descripción, modelación y representación de éste en distintos sistemas y registros simbólicos.

Espacial y sistemas geométricos: Reconocimiento de relaciones inter e intrafigurales, centrado en el estudio de figuras y cuerpos geométricos con el

propósito de identificar sus elementos, propiedades y relaciones, a través del análisis de la aplicación de las transformaciones geométricas y su efecto.

Métrico y sistemas de medida: Comprensión de magnitudes, cuantificación y uso con sentido y significado de éstas, uso comprensivo de los sistemas de medida, sentido métrico, estimación y uso pertinente de los instrumentos de medida.

Aleatorio y sistemas de datos: Comprensión y apreciación de los diferentes modelos aleatorios y estadísticos en situaciones del entorno y en diferentes campos de aplicación, e interpretación y uso adecuado y pertinente de diferentes métodos estadísticos.

- Los contextos: referidos a los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende. Lo verdaderamente importante consiste en propiciar espacios de reflexión entre las matemáticas y otras áreas del conocimiento en concordancia con las problemáticas presentadas en sus campos de acción.

Una década después de la publicación de los Lineamientos el MEN, estructura y publica los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006), en los que amplían y precisan los aspectos descritos en el documento de Lineamientos, orientan el desarrollo curricular en las instituciones y proponen elementos fundamentales a tener en cuenta en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Describen además las competencias básicas de cada pensamiento, para cada uno de los grupos de grados y caracterizan los procesos, contextos y directrices de evaluación que deben integrar las instituciones educativas al diseño y desarrollo curricular. Hacen énfasis también, en la coherencia horizontal y vertical de los Estándares, fundamental para estructurar planes de área y prácticas pedagógicas en el aula de matemáticas.

Contrastando las orientaciones del MEN con el marco internacional encontramos por ejemplo que en la comunidad europea se destaca actualmente la importancia de desarrollar en los estudiantes, en particular desde el área de matemáticas, competencias, entendidas según Benítez (2006) como:

El desarrollo armónico del intelecto, de la inteligencia emocional y de la posesión de las habilidades y destrezas necesarias para aplicar y desarrollar los conocimientos adquiridos en cualquier contexto o situación, todo ello, sustentado

en valores éticos, morales y culturales, comúnmente aceptados en el contexto social en que nos desenvolvemos (pág. 15)

Teniendo como principio el cambio de los resultados finales de aprendizaje, la transformación en el diseño y desarrollo del currículo que da respuesta a las formas de entender el conocimiento, interpretar el aprendizaje, implementar la enseñanza y evaluar la utilidad y dominio del saber alcanzado, con la intención de identificar cuándo un conocimiento es útil (evaluación), para finalmente apuntar a la consolidación de las dimensiones culturales, conceptuales, sociales, cognitivas, éticas y normativas relacionadas al currículo (Rico & Lupiáñez, 2008)

La cita anterior refuerza la idea que marcó el diseño del currículo para los grados de la básica primaria, tomar como eje los estándares de competencias y no un listado de temas dispersos, sin estructura, pertinencia ni coherencia como se puede apreciar en muchos de los diseños actuales.

2.3 Contraste de currículos internacionales de matemáticas.

A continuación se describen algunos referentes curriculares de matemáticas a nivel internacional, que permitieron de ampliar perspectivas acerca de los componentes disciplinar, didáctico y evaluativo en el diseño de la propuesta de la propuesta curricular de la básica primaria.

2.3.1 Estados Unidos

El sistema educativo en los Estados Unidos es descentralizado y se rige por la ESEA (Elementary and Secondary Education Act), sin embargo, debido al carácter federado de los estados no existen leyes generales que establezcan con claridad los parámetros en la prestación del servicio educativo en cada uno de los niveles. Los estados federales, estatales y locales tienen autonomía para diseñar la estructura educativa, en la que se incluyen entre otros los contenidos de estudio y las metodologías.

Las funciones del estado respecto a la educación, citadas por (Departamento de Educación de EE.UU., 2008), son entre otras:

-
- Mantener un continuo liderazgo en la promoción de políticas de educación.
 - Presentar programas de asistencia federal asignados por el congreso.
 - Hacer cumplir las diferentes leyes federales de derecho relacionadas con la educación.
 - Brindar información estadística relacionada con la educación en los marcos nacional e internacional.

El estado federal, no ejerce entonces ningún tipo de control, supervisión o acreditación, sobre las escuelas o instituciones de educación, tampoco presenta en detalle normas o planes de estudio relacionadas con los contenidos de materias académicas o profesionales y no plantea estándares de admisión, inscripción, progreso, o graduación de los estudiantes en cualquiera de los niveles de educación.

El sistema educativo en el nivel básico y medio abarca en los Estados Unidos, 12 grados (años escolares). Los que corresponden a nuestros ciclos de preescolar y básica primaria, parten de la etapa de educación inicial, de los 4 a los 5 años de edad kínder (kindergarden o Pre-K), y continúan con la escuela primaria (Elementary school) que comprende los grados 1° a 6° y cursan los niños con edades promedio de 6 a 11 años.

En lo relacionado con el currículo de la escuela primaria, este centra su quehacer en la formación de habilidades básicas en lectura, escritura y matemáticas, aunque en la medida en que se avanza, presentan otros contenidos referidos a la historia, la geografía, artes, la música y la ciencia, que preparan a los alumnos para iniciar la enseñanza media (Middle school). El gobierno presenta los Estándares Estatales Comunes CCSS (Common Core State Standards), en las diferentes áreas, que son adaptados por cada uno de los estados Federales, Estatales y locales. En éstos se describe lo que los estudiantes deben saber y ser capaces de hacer en cada uno de los niveles de educación establecidos (California Department of Education, 2015).

Específicamente para el área de matemáticas, se describen los dominios por niveles (grupos de grados), de jardín a octavo. En la versión presentada por el departamento de educación de California (California Department of Education, 2010) se incluyen entre estos dominios: Conteo y cardinalidad, sistema de numeración decimal, números y operaciones, fracciones, relaciones y proporciones, medidas y datos, números y

razonamiento algebraico, las expresiones y ecuaciones, funciones, geometría, y estadística y probabilidad. Dominios que se podrían ubicar claramente en los 5 pensamientos a que hace referencia la propuesta curricular colombiana y que hemos descrito en otro aparte.

En el nivel de primaria, se enfatiza en el desarrollo de las estructuras aritméticas, las fracciones y los decimales, aunque en las diferentes propuestas de diseño y evaluación se relacionan (con igual énfasis) los diferentes dominios mencionados. Se espera, que los estudiantes logren un aprendizaje adecuado de los conceptos y procedimientos, según el grado en el que se encuentren, preparándolos para niveles de mayor complejidad.

Por su parte, el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas NCTM(National Council of Teachers of Mathematics) desde su creación (1920), ha orientado a los docentes de matemáticas respecto al proceso de enseñanza y el aprendizaje, y en épocas más recientes, los equipos de investigadores que pertenecen a este consejo construyeron valiosos referentes curriculares y de evaluación (Estándares) que dieron origen a cambios radicales, en el diseño no solo a nivel nacional sino internacional. Los estándares presentados por el NCTM (2000) se dan a conocer inicialmente como un recurso para los profesores, para el mejoramiento del currículo de matemáticas, teniendo en cuenta elementos didácticos, pedagógicos y evaluativos; que sirvan de referencia para establecer objetivos en la matemática, desde el grado prekinder hasta el 12.

En el marco teórico de estos documentos se destacan los principios que deberán orientar la educación matemática, dentro de los cuales citamos: la igualdad de acceso de todos los estudiantes al conocimiento matemático escolar teniendo en cuenta sus expectativas y potencialidades, la existencia de un currículo coherente, articulado y centrado en el desarrollo de las matemática, el proceso de enseñanza acorde con las necesidades de los estudiantes, lo que saben y necesitan aprender; el proceso de aprendizaje fundamentado en la construcción activa del conocimiento matemático a partir de la experiencia y los conocimientos previos, la necesidad de involucrar la tecnología como medio eficaz e interdisciplinar en los procesos educativos, y el proceso de evaluación

apoyando el aprendizaje de la matemáticas permitiendo a docentes y estudiantes avanzar en el proceso. (National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

Los estándares presentados por la NCTM (2000) comprenden estándares de contenido y proceso. Con respecto al contenido tienen en cuenta los diferentes dominios de la matemática y se organizan en cinco apartes cuya descripción se puede sintetizar de la siguiente manera: (NCTM, 2016):

- **Números y Operaciones:** comprensión de los números, formas de representación, relaciones; sistema numérico, significados de las operaciones y sus relaciones, el cálculo y la estimación.
- **Álgebra:** comprensión de patrones, relaciones y funciones, análisis de situaciones y estructuras mediante el uso de símbolos algebraicos; uso de modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas en contextos diferentes y variados.
- **Geometría:** Análisis de las características y propiedades de formas geométricas bi y tridimensionales, ubicación y descripción de las relaciones espaciales por medio de la geometría de coordenadas y diferentes sistemas de representación; aplicación de transformaciones y uso de simetrías para analizar situaciones matemáticas, uso de visualización, razonamiento espacial y modelación geométrica para resolver problemas.
- **Medición:** Comprensión de atributos medibles de los objetos, unidades y sistemas de unidades y procesos de medición; aplicación de técnicas apropiadas, herramientas y fórmulas para determinar medidas.
- **Análisis de datos y probabilidad:** formulación de preguntas cuya solución o respuesta se pueda determinar mediante la recolección, organización y presentación de datos; desarrollo de inferencias y predicciones que están basadas en conjuntos de datos; comprensión y aplicación de conceptos básicos de probabilidad.

Con respecto a los procesos como en el caso del currículo colombiano, se hace referencia a cinco procesos transversales que se describirán en el cuadro comparativo: Resolución de Problemas, Razonamiento y Demostración, Comunicación, Conexiones y Representación.

Y en lo relativo a la evaluación en los estándares se plantea la necesidad de concebirla como continua a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje y de carácter formativo. Se resalta la importancia de evaluar la capacidad de los estudiantes para desempeñarse en situaciones diversas donde demuestren sus conocimientos, habilidades y destrezas en matemáticas. En los principios para la acción presentados por el NCTM la evaluación es parte integral del proceso educativo, provee evidencias de la competencia de los estudiantes respecto a los contenidos y prácticas de la matemática. En el proceso de evaluación es indispensable incluir variedad de estrategias y fuentes de datos, que permitan tomar decisiones instruccionales que conlleven al mejoramiento del programa y los procesos de enseñanza. (NCTM, 2014).

2.3.2 España

La prestación del servicio educativo español se rige por la Ley orgánica de Educación (LOE) 8/2013, del 9 de Diciembre, en la que se establecen los principios, fines, enseñanzas y aprendizajes para cada uno de los niveles de enseñanza. Allí se presentan las etapas, ciclos, grados y cursos de forma que aseguren la transición entre los mismos y, en su caso, dentro de cada uno de ellos. (Gobierno de España, 2013)

Específicamente en relación a las enseñanzas objeto de este análisis comparativo y que son ofrecidas por el sistema español, inician con la educación infantil que incluye dos ciclos así 0-3 años y 3-6 años, posteriormente ingresan a la educación primaria que comprende seis cursos académicos (3 ciclos de dos años cada uno) en edades de 6 hasta los 12 años.

El Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria, en algunos de sus apartes considera que: “El currículo es la regulación de los elementos que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje para cada una de las enseñanzas y etapas educativas” integrado por los objetivos relacionados a cada enseñanza y etapa educativa; las competencias o capacidades para activar y aplicar conocimientos, los contenidos o conjuntos de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes; la metodología didáctica que describe con claridad las prácticas docentes como la organización de su trabajo, los estándares y resultados de aprendizaje evaluables y los criterios de evaluación. Los contenidos se ordenan en

asignaturas, que se clasifican en materias, ámbitos, áreas y módulos en función de las enseñanzas, las etapas educativas o los programas en que participe el alumnado. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte., 2014)

Específicamente respecto a la naturaleza del área de matemáticas, ésta se concibe como una herramienta que permite conocer y estructurar la realidad, con la intención de analizarla y obtener información para valorarla y tomar decisiones. La matemática es necesaria a lo largo de la vida ya que aporta a procesos de formación intelectual y desarrollo cognitivo.

Las matemáticas son consideradas como un conjunto de saberes e ideas asociados a los números y a las formas, y constituyen una manera de analizar diversas situaciones, identificadas con la deducción, la inducción, la estimación, la aproximación, la probabilidad, la precisión, el rigor, la seguridad, etc. que permite analizar fenómenos y situaciones reales, que facilitan la obtención de información y conclusiones relacionadas con el contexto. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte., 2014)

La resolución de problemas es considerada como uno de los ejes principales de la actividad matemática, como también se reitera en nuestros documentos, pues para plantear y resolver un problema es necesario, entre otras cosas, poner en funcionamiento algunas capacidades básicas como leer, reflexionar, planificar, establecer estrategias y procedimientos y finalmente, comprobar la solución y comunicarla eficazmente.

Los contenidos curriculares son organizados en cinco grandes bloques, que buscan dar cumplimiento a los objetivos generales del área que centran sus esfuerzos en el desarrollo de competencias matemáticas. Proponen una configuración cíclica de la enseñanza que facilite la comprensión y aplicación de lo aprendido en contextos con altos niveles de exigencia. Estos bloques son:

- Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.
- Números.
- Medida.
- Geometría.
- Estadística y la probabilidad.

El primero de estos bloques es considerado como el más importante, y de él dependen los demás, su intención es formar estudiantes capaces de describir y analizar situaciones de cambio, identificar patrones, regularidades y leyes matemáticas en diferentes

contextos (numéricos, geométricos y funcionales). De nuevo se observa la relación entre estos bloques y los pensamientos y procesos descritos en el documento colombiano.

En la parte final del documento citado se presentan estándares de aprendizaje evaluables, que facilitan la definición de resultados de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes en cada uno de los niveles, concretando con acciones específicas lo que los alumnos deben saber y saber hacer en el área de matemáticas.

2.3.3 Singapur.

La educación en Singapur es considerada una de los pilares en el desarrollo social, cultural y económico del país, de acuerdo con la Ley obligatoria presentada el 01 de enero de 2003, la educación infantil comprende las edades de 4 a 6 años y continúa con la educación primaria de los 6 a los 12 años, su sistema educativo establece el manejo de un currículo interno, que centra toda su actividad en el desarrollo de habilidades para la vida, con necesidad de formar en valores y proceso sociales; un currículo del medio que debe propiciar el desarrollo de habilidades de pensamiento, proceso y comunicación, de manera tal que los estudiantes empleen la información y puedan ser capaces de analizarla y utilizarla con eficacia, y finalmente contemplan el currículo más externo en el cual se abordan los contenidos desde las áreas de estudio, entre las cuales se encuentran principalmente los idiomas, humanidades, las artes, las matemáticas y las ciencias. (Ministerio de Educación de Singapur, 2015).

Actualmente, el sistema educativo de Singapur es tomado como referencia en muchos países, debido a los desempeños de sus estudiantes en las pruebas internacionales. Sus políticas educativas basadas en el desarrollo de la ciencia, la tecnología y la matemática fortalecen los procesos competitivos de sus ciudadanos; la mayoría de sus estrategias se centran en la resolución de problemas, en este entorno, buscan construir conocimiento y fomentar el verdadero aprendizaje relacionado con las necesidades del contexto.

Desde este punto de vista, el currículo en el área de matemáticas centra sus esfuerzos en el desarrollo de habilidades relativas a la resolución de problemas, tiene en cuenta los niveles educativos propuestos, a partir de principios que deben ser involucrados en procesos para la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación, para lo cual se propone una

continua interacción entre cinco componentes de la estructura matemática (Ministry Of Education Singapore, 2006):

Figura 2-3 Componentes de la estructura matemática.(Singapur)



Conceptos: Con respecto a ellos se propone la interpretación de la matemática como un todo integral que exige unificación de criterios, para lo cual los estudiantes deben desarrollar y explorar las nociones matemáticas en profundidad teniendo en cuenta los conceptos numéricos algebraicos, geométricos, estadísticos, probabilísticos y los conceptos analíticos.

Habilidades: Se considera que la matemática exige el desarrollo de habilidades como: cálculo numérico, algebraico, la manipulación, la visualización espacial, análisis de datos, la medición, el uso de herramientas y la estimación. El logro de éstas, permite dominar competencias y dar sentido a los diversos procedimientos.

Procesos: Se refiere al dominio de las herramientas involucradas en el proceso de adquisición y aplicación del conocimiento matemático. Estas herramientas incluyen: razonamiento, comunicación, conexiones, aplicación y modelación; y además estrategias de pensamiento y heurísticas.

Actitudes: Relacionadas con los aspectos efectivos del aprendizaje de las matemáticas. Incluyen creencias, intereses, apreciaciones y demás actitudes de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas, que podrían brindar un ambiente divertido, significativo y relevante

Metacognición: (pensar sobre el pensamiento) Referida a la toma de consciencia y control de los procesos de pensamiento que permitan el desarrollo de habilidades y estrategias (incluye el seguimiento de pensamiento propio y la autorregulación) empleadas en la resolución de problemas.

Teniendo en cuenta los anteriores elementos, la estructura de currículo de matemáticas en Singapur, centra sus tareas en la construcción de conceptos (numéricos, geométricos, estadísticos, algebraicos) para que sean utilizados interdisciplinariamente y aplicados en la vida cotidiana. Propende por el desarrollo del pensamiento y habilidades centradas en la resolución de problemas matemáticos, mediante el uso continuo de herramientas tecnológicas, que motiven el trabajo imaginativo y creativo para que finalmente se logre la apropiación de una comunicación matemática, que se fortalece mediante procesos de aprendizaje cooperativo.

En relación a los procesos metodológicos Singapur tiene en cuenta la teoría del descubrimiento propuesta por J. Bruner, que centra el desarrollo de actividades utilizando el enfoque CPA (Concreto, pictórico, abstracto) da importancia a la manipulación de materiales, apoyo en ilustraciones y esquemas visuales que permiten la interacción de procesos mentales y favorecen la construcción del pensamiento a partir de un aprendizaje significativo y actual. (Educacion, 2013).

Tabla 2-1 Enfoque metodológico CPA Singapur

Concreto	Pictórico	Abstracto
Se tiene en cuenta utilizar material concreto donde se permita indagar, descubrir y aplicar conceptos matemáticos de tal manera que facilite la comprensión	Esta etapa se orienta a la representación gráfica de datos, facilitando la interpretación de información para posteriormente establecer	Se desarrollan los problemas presentados mediante la utilización de signos y símbolos matemáticos, traduciendo de esta manera la

y resolución de problemas.	relaciones (parte-parte-todo) y visualizar con mayor claridad el problema planteado.	experiencia concreta y pictórica.
----------------------------	--	-----------------------------------

Con respecto a la naturaleza de la evaluación se considera: como parte integral del proceso de enseñanza –aprendizaje, útil tanto para el profesor como para el estudiante ya que orienta, reorienta, y regula el proceso formativo del aprendizaje; continua y no solo utilizada como instrumento de medición (no clasificatoria), empleada para intervenir de manera oportuna y eficaz en los procesos de instrucción. El proceso de evaluación debe ser coherente con los objetivos y principios manejados por el método, centrado en las habilidades, conceptos y estrategias para solucionar problemas, bajo un proceso cíclico que comprende entre otros los siguientes pasos: Organización de objetivos (cognitivos, afectivos, metacognitivos,) levantamiento de información (observación), análisis e interpretación de información, juicio y toma de decisiones, comunicación, monitoreo y finalmente evaluación. (Morales Espinosa, 2012)

Con respecto a los componentes de la evaluación los documentos mencionan: la evaluación formativa (evaluación para el aprendizaje) que valore el saber en construcción desde miradas cualitativas y cuantitativas, de tal manera que se facilite la identificación de dificultades y la inadecuada interpretación de conceptos en el proceso de aprendizaje, con la intención de plantear estrategias didácticas y metodológicas pertinentes y adecuadas a las necesidades de los estudiantes. La evaluación sumativa (evaluación del saber adquirido) centrada en el aspecto cuantitativo, con altos niveles de validez y confiabilidad para determinar el grado de avance en los objetivos generales de curso en relación con los aspectos esenciales de los programas de estudio. Y finalmente la evaluación holística, (evaluación globalizadora) que integra de manera amplia la comprensión contextual de los procesos, sus protagonistas y los contextos a los cuales pertenecen.

Una vez analizados los elementos curriculares antes mencionados, se procedió a contrastarlos más detalladamente con las orientaciones curriculares colombianas. Se tuvieron en cuenta los contenidos y los procesos propios de la matemática en el ciclo o nivel que incluye el grado quinto de primaria. Este contraste aparece en la siguiente tabla que organiza con contenidos por pensamientos:

Tabla 2-2 Contraste de contenidos curriculares por pensamientos

Ejes conceptuales	Colombia	Estados Unidos	España	Singapur
Pensamiento numérico y sistemas numéricos	<ul style="list-style-type: none"> -Identificación de fracciones en diferentes contextos como parte todo, cociente y razón. -Uso de medidas relativas en diferentes contextos. -Expresión decimal de fracciones y su relación con porcentajes. -Sistema de numeración decimal e interpretación del valor posicional. -Formulación y resolución de problemas usando propiedades y relaciones de los números naturales y sus operaciones. -Formulación y 	<p>Números y operaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> -Estructura del sistema de numeración decimal: valor posicional, representación y comparación de números enteros y decimales. -Representaciones equivalentes del mismo número, composición y descomposición. -Significado de la fracción como parte todo; como punto de una recta numérica (medida) y como cociente. -Fracciones equivalentes, comparación, estimación de tamaño(uso de modelos) -Reconocimiento de diferentes representaciones de la fracción: Fracciones decimales y porcentajes. -Números relativos: exploración a través de aplicaciones familiares. -Clasificación de números de acuerdo a 	<p>Números y operaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> -Números naturales(orden, descomposición, valor posicional y redondeo) -Divisibilidad. (Múltiplos y divisores.) -Números primos. -Numeración romana. - Fracciones(equivalencia, ordenación y simplificación) -Números decimales (Lectura, escritura, orden, equivalencia y operaciones) -Expresiones decimales. -Potencias -Uso de la calculadora 	<p>Números naturales.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Escritura y lectura de números naturales (en símbolos y en palabras) -Multiplicación y división por múltiplos de 10 sin usar calculadora. -Resolución de problemas haciendo uso de las cuatro operaciones. -Estimación de resultados en cálculos y análisis de razonabilidad. -Combinación de las cuatro operaciones y uso de paréntesis. Fracciones. -Significado de la fracción como cociente. -Expresión decimal de una

	<p>resolución de problemas en situaciones aditivas (composición, transformación, comparación e igualación)</p> <p>-Formulación y resolución de problemas en situaciones de proporcionalidad (directa, inversa y producto de medidas).</p> <p>-Identificación de la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos.</p> <p>-Modelación de situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e indirecta.</p> <p>-Uso de estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y de multiplicación.</p> <p>-Identificación de cálculo</p>	<p>sus propiedades: números primos y números compuestos.</p>		<p>fracción.</p> <p>-Adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones propias e impropias (números mixtos). Para las propias sin uso de calculadora.</p> <p>-Resolución de problemas haciendo uso de las cuatro operaciones.</p> <p>Decimales</p> <p>-Multiplicación y división de decimales (tres cifras decimales) por múltiplos de diez sin uso de calculadora.</p> <p>-Resolución de problemas usando las cuatro operaciones.</p> <p>-Estimación, redondeo y análisis de razonabilidad de resultados.</p> <p>Porcentaje</p> <p>-Expresión de la parte de una unidad como porcentaje.</p> <p>-Expresión de fracciones y decimales como porcentajes.</p>
--	--	--	--	---

	<p>exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.</p> <p>-Justificación de regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.</p>			<p>-Determinar el porcentaje de un número natural.</p> <p>-Resolver problemas de dos etapas haciendo uso de porcentajes.</p> <p>-Descuentos y tasa de interés anual.</p> <p>Razones</p> <p>-Interpretación de razones.</p> <p>-Razones equivalentes y determinación de términos de razones.</p> <p>-Expresión de una razón en forma simple.</p> <p>-Determinación de razones entre cantidades dadas.</p> <p>-Resolución de problemas que involucren razones.</p>
<p>Pensamiento variacional y sistemas analíticos y algebraicos</p>	<p>-Descripción e interpretación de variaciones representadas en gráficos.</p> <p>-Predicción de patrones de variación en secuencias (numérica, geométrica o gráfica)</p>	<p>Algebra</p> <p>-Descripción y generalización de patrones numéricos y geométricos.</p> <p>-Representación de patrones y funciones usando lenguaje natural: tablas y gráficas.</p>		

	<p>-Relación y representación de patrones numéricos con tablas y reglas verbales.</p> <p>-Análisis y explicaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en variadas situaciones (Económicas, sociales y de las ciencias naturales)</p> <p>-Construcción de igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.</p>			
Pensamiento espacial y sistemas geométricos	<p>-Comparación y clasificación de objetos tridimensionales de acuerdo con sus componentes (caras, lados) y propiedades.</p> <p>-Comparación y clasificación de objetos bidimensionales de acuerdo con sus componentes</p>	<p>Geometría</p> <p>-Comparación y análisis de atributos de formas bi y tridimensionales y desarrollo de vocabulario para describir estos atributos.</p> <p>-Clasificación de figuras bi y tridimensionales de acuerdo a sus propiedades y desarrollo de definiciones de clases de figuras tales como</p>	<p>Geometría</p> <p>-Situación en el plano y en el espacio.</p> <p>-Sistema de coordenadas cartesianas.</p> <p>-Descripción de posiciones y movimientos.</p> <p>-Ángulos</p> <p>-Exploración de</p>	<p>Geometría</p> <p>-Propiedades y clasificación de ángulos.</p> <p>-Reconocimiento y nominación de diferentes tipos de triángulos (isósceles, equilátero y rectángulo)</p> <p>-Uso de la propiedad: suma de los ángulos</p>

	<p>(ángulos, vértices) y características.</p> <p>-Identificación, representación y utilización de ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.</p> <p>-Utilización de sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.</p> <p>-Identificación y justificación de relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.</p> <p>-Construcción y descomposición de figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.</p> <p>-Verificación de resultados luego de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.</p>	<p>triángulos y pirámides.</p> <p>-Análisis de los efectos de subdividir, combinar y efectuar transformaciones de formas y figuras.</p> <p>-Exploración de las relaciones de congruencia y semejanza.</p> <p>-Planteamiento y puesta a prueba de conjeturas acerca de propiedades y relaciones geométricas y desarrollo de argumentos lógicos para justificar conclusiones.</p>	<p>figuras geométricas.</p> <p>-Clasificación de triángulos y cuadriláteros.</p> <p>-Simetrías</p> <p>-Posiciones relativas de rectas y circunferencias.</p> <p>-Cuerpos redondos.</p> <p>-Cálculo de perímetros y áreas.</p>	<p>internos de un triángulo es 180°.</p> <p>-Medición de ángulos desconocidos en un triángulo.</p> <p>-Construcción de triángulos usando regla, transportador y escuadra.</p> <p>-Identificación y nominación de paralelogramos, rombos y trapecios.</p> <p>-Determinación de propiedades en paralelogramos, rombos y trapecios y determinación de ángulos desconocidos.</p> <p>-Construcción de paralelogramos, rombos y trapecios usando regla, transportador y escuadra.</p>
--	--	---	---	---

	-Construcción de objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales aplicados en contextos de arte, diseño y arquitectura.			
Pensamiento métrico y sistemas de medidas	-Diferenciación y ordenación de objetos y eventos según sus atributos medibles y propiedades. (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos). -Selección de unidades convencionales y estandarizadas para hacer diferentes mediciones. -Uso de la estimación en la resolución de problemas relativos a la	Medición -Comprensión de atributos relacionados con longitud, área, peso, volumen, y tamaño de ángulos y selección de unidades apropiadas para medir cada atributo. -Medición con unidades estándar de magnitudes y comprensión de sistema de unidades. -Conversión entre diferentes sistemas de unidades. -Estimación y aproximación de medidas. -Variaciones de área y perímetro por efecto de cambio en formas.	Magnitudes y medidas -Sistema métrico decimal. -Equivalencia entre unidades de medida. -Cambios de unidades. -Sistema sexagesimal	Medición -Conversión entre sistemas de unidades simples de longitud, masa y volumen. -Reconocimiento de base y altura de diferentes triángulos y uso de la fórmula para calcular el área. -Construcción de sólidos con unidades cúbicas. -Determinación de volumen de sólidos en unidades cúbicas. -Dibujo de cubos y cuboides usando papel de grillas. -Uso de fórmulas para calcular el volumen de un cubo o cuboides. -Volumen de

	<p>vida social, económica y de las ciencias mediante rangos de variación.</p> <p>-Utilización de procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos.</p> <p>-Justificación de relaciones de dependencia del área y volumen, respecto a las dimensiones de figuras y sólidos.</p> <p>- Reconocimiento del uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.</p>			<p>líquidos contenidos en recipientes rectangulares.</p> <p>-Resolución de problemas relacionados con volumen de cubos y cuboides.</p>
--	---	--	--	--

	-Descripción y argumentación de relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes.			
Pensamiento aleatorio y sistema de datos	<p>- Representación e interpretación de datos mediante el uso de tablas y graficas (pictogramas, grafica de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)</p> <p>-Comparación de diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.</p> <p>-Presentación de predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.</p> <p>-Descripción de la manera como se distribuyen los datos de un conjunto en relación con otros.</p> <p>-Uso e</p>	<p>Análisis de datos y probabilidad</p> <p>-Recolección y organización de datos para dar solución a problemas y preguntas.</p> <p>-Recolección de datos a través de observaciones, encuestas y experimentos.</p> <p>-Representación de datos usando tablas, graficas de barras, diagramas de punto y diagramas de líneas.</p> <p>-Comparación y análisis de diferentes formas de representación de datos.</p>	<p>Estadística y probabilidad.</p> <p>-Variables estadísticas.</p> <p>-Recogida de datos.</p> <p>-Elaboración e interpretación de tablas.</p>	<p>Análisis de datos.</p> <p>-El promedio de un conjunto de datos.</p> <p>-Interpretación del promedio.</p> <p>-Calculo de promedio.</p> <p>-Resolución de problemas haciendo uso del promedio.</p>

	interpretación de la media(o promedio) y la mediana. -Resolución y formulación de problemas a partir de un conjunto de datos tomados de observaciones, consultas o experimentos.			
--	---	--	--	--

Tabla 2-3 Contraste de procesos matemáticos transversales.

Procesos matemáticos	Colombia	Estados Unidos	España	Singapur
Razonamiento	Razonamiento: Reconocimiento de regularidades y relaciones; planteamiento de predicciones y conjeturas; justificación o refutación de explicaciones e interpretaciones y respuestas usando argumentos válidos.	Razonamiento y prueba: Plantear conjeturas, desarrollar y evaluar argumentos, pruebas y métodos.		Razonamiento: Capacidad de análisis de las matemáticas con la intención de establecer argumentos lógicos.
Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.	Ejercitación: Construcción y ejecución de procedimientos (algoritmos). Uso de conocimiento conceptual y procedimental para ejecutar, verificar e interpretar			Aplicación: Uso de las habilidades en las resolución de problemas matemáticos y en el razonamiento relacionado con situaciones que se presentan en el mundo real.

	resultados.			
Modelación	<p>Modelación: Uso de sistemas figurativos mentales, gráficos o tridimensionales (Representación mental, gestual, gráfica, uso de símbolos aritméticos o algebraicos) para representar la realidad en forma esquemática y facilitar su comprensión.</p>	<p>Conexiones: Interconexión de ideas para establecer un todo coherente y aplicar en contextos fuera de las matemáticas</p>		<p>Conexiones: Capacidad de ver, hacer y establecer vínculos entre diversas ideas matemáticas y entre las matemáticas y otras asignaturas en relación a la vida cotidiana. Modelación: Proceso que permite representar y resolver problemas del mundo real a través del uso de representaciones de datos, métodos y herramientas.</p>
Comunicación	<p>Comunicación relacionada con: -Expresar ideas utilizando diferentes tipos de lenguaje (oral, escrito, visual, gráfico...) -Comprender, interpretar y evaluar ideas. -Construir, interpretar y traducir entre diferentes tipos de representación. -Producir y presentar argumentos fundamentados.</p>	<p>Comunicación: Organiza y consolida el pensamiento matemático de manera coherente y clara, permitiendo su expresión apropiada.</p>		<p>Comunicación: Capacidad para utilizar el lenguaje matemático, que facilita la expresión de ideas y argumentos de manera lógica y concisa.</p>
Formulación, tratamiento y resolución de problemas	<p>Resolución de problemas centrada en: -Formulación y resolución de</p>	<p>Resolución de problemas. Centrada en: -La construcción de nuevos</p>	<p>Resolución de problemas como: -Eje de la actividad matemática que exige la aplicación</p>	<p>Resolución de problemas y habilidades de pensamiento y heurístico:</p>

	<p>problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.</p> <p>-Desarrollo y aplicación de diversas estrategias.</p> <p>-Verificación e interpretación de resultados teniendo en cuenta el problema inicial.</p> <p>-Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones problema.</p> <p>-Uso con significado de las matemáticas.</p>	<p>conocimientos matemáticos.</p> <p>-Planteamiento y resolución al interior de la matemática y en otras áreas.</p> <p>-Aplicación y adaptación de diversas estrategias en el proceso de solución.</p> <p>-Análisis y seguimiento del proceso de resolución.</p>	<p>e capacidades básicas: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo, comprobar la solución y comunicar adecuadamente los resultados</p>	<p>Para el proceso de resolución de problemas se consideran fundamentales las habilidades de:</p> <p>Comparación, secuenciación, análisis, identificación de patrones y relaciones, inducción, deducción y visualización espacial.</p>
Representación		<p>Representación:</p> <p>Permite organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas que facilitan la interpretación de fenómenos físicos, sociales y matemáticos.</p>		

El análisis de los aspectos conceptuales y de los procesos transversales que se describen en las: Tabla de Contenidos por pensamiento (tabla 1), Tabla procesos. (Tabla 2), permitió establecer un contraste entre las propuestas de Estados Unidos, España, Singapur y Colombia para la básica primaria (grados cuarto y quinto) e identificar aspectos conceptuales y didácticos fundamentales para el diseño que se propone en este trabajo de grado

Se organizó el contraste de los aspectos conceptuales teniendo en cuenta los 5 pensamientos matemáticos (presentados en los lineamientos y estándares colombianos):

Pensamiento numérico y sistemas numéricos: Los tópicos referidos a este pensamiento para el grupo de grados cuarto y quinto son similares, se incluyen en todos los diseños objeto de análisis, temas como: números naturales y decimales, reconocimiento, representación y comparación de fracciones y manejo de las cuatro operaciones básicas a partir de la resolución de problemas; sin embargo se evidencian pequeñas diferencias relacionadas respecto al manejo de razones en el currículo de Singapur y el uso de la calculadora en la propuesta de España; en lo demás las diferencias hasta donde se puede inferir del escrito son mínimas.

Pensamiento variacional y sistemas analíticos y algebraicos: En relación con este pensamiento, el currículo colombiano tiene similitud con algunos de los contenidos propuestos por el currículo de Estados Unidos, se destacan entre otros el manejo de relaciones y representaciones de patrones numéricos y geométricos, uso de funciones y manejo de lenguaje natural mediante la representación de tablas y figuras; sin embargo el currículo americano no hace referencia explícita, por lo menos, en este grupo de grados a los análisis y explicaciones de dependencia entre cantidades, como tampoco a la construcción de igualdades y desigualdades. Los currículos de España y Singapur no presentan contenidos referidos a este bloque o pensamiento, en este grupo de grados.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos: En todas las propuestas analizadas, el pensamiento espacial y la geometría centran su actividad, para estos grados, en la comparación y clasificación de objetos bidimensionales y tridimensionales, identificación y representación de ángulos, relaciones de semejanza, congruencia y simetría. Se puede apreciar que el currículo colombiano (propuesto por el MEN) en este dominio tiene una estructura similar a las internacionales; sin embargo vale la pena aclarar que en el diseño de las instituciones estos aspectos no se incluyen o se trabajan esporádica y superficialmente.

Pensamiento métrico y sistema de medidas: Este bloque se caracteriza en todos los currículos analizados por la presentación de tópicos referidos al uso y manejo de conversiones de unidades de longitud, superficie, capacidad, masa y tiempo, variaciones de área y perímetro; que no se mencionan con detalle en el currículo español, porque se incluyen en otros grados y se trabajan integradamente con el componente geométrico.

Pensamiento aleatorio y sistema de datos: En este último pensamiento, se presentan en las distintas estructuras contenidos relacionados con la recolección, interpretación y representación de información haciendo uso de figuras de diferentes tipos (tablas, graficas, esquemas), se destaca en el currículo de Singapur el énfasis en el manejo de promedios.

En lo relacionado con los procesos propios de la matemática, (Tabla 2) cada uno de los países enfatiza en los fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático de los niños y niñas de ese grupo de grados:

Razonamiento, formulación, comparación y ejercitación de procedimientos: Estados Unidos, Singapur y Colombia tiene en cuenta este proceso, resaltando rasgos generales referidos a la necesidad de enfatizar en la argumentación, las explicaciones coherentes y razonables aplicadas a diferentes contextos. España por su parte incluye con un menor rigor este tipo de procesos en la actividad matemática, dando espacio al dominio de procedimientos alusivos con la utilización del lenguaje, algoritmos, destrezas y estrategias generales para tener en cuenta en la acción matemática.

Modelación: Aunque con diferentes nominaciones, este proceso es considerado como fundamental en los currículos de Estados Unidos, Singapur y Colombia, y se relaciona con el aplicar métodos y herramientas que permitan entender mejor la vida real a partir de sistemas representaciones de diferentes clases. En España no se hace mención explícita a este proceso pero desde luego es inherente al planteamiento y resolución de problemas.

Comunicación: Se contempla (con excepción de España) explícitamente, en los currículos referenciados como el proceso que facilita la expresión apropiada de ideas relacionadas a la actividad matemática y uso adecuado del lenguaje.

Formulación, tratamiento y resolución de problemas: Es quizás el eje organizador de los currículos de cada uno de los países referidos, se da prioridad a la necesidad de fortalecer la formulación, análisis y resolución de problemas de todo tipo, considerándolo transversal a los diferentes pensamientos de la matemática. Este hecho destaca la importancia de incluirlo en la práctica curricular.

Representación: Este proceso matemático aparece mencionado solamente en la propuesta curricular de Estados Unidos, que hace referencia a la necesidad de organizar, registrar y comunicar ideas relacionadas a fenómenos matemáticos, físicos y sociales, pero es importante resaltar que en la propuesta colombiana este proceso se describe integrado al proceso de comunicación.

3.El diseño curricular de matemáticas y su validación.

La propuesta curricular del área de matemáticas para la Básica Primaria de la Institución Educativa Julio cesar Turbay Ayala, se fundamenta en los documentos publicados por el MEN: Lineamientos Curriculares de Matemáticas para la Educación Básica y media (1998), los Estándares Básicos de Competencias (2003), Derechos Básicos de Aprendizaje (2015) y algunos referentes curriculares de España, Singapur y Estados Unidos.

El área de matemática siempre ha sido eje fundamental del currículo escolar, pues son innegables sus valiosos aportes al desarrollo científico y a la resolución de problemas en diferentes áreas del conocimiento y en diversidad de contextos. Gairín (1990) planteaba al respecto, que la matemática surgió con la existencia del hombre y se ha desarrollado en todas las épocas de la historia; y es por ello que la formación matemática de los individuos en la escuela aporta, entre otros, al avance de la sociedad en los campos científico, social y cultural. Menciona además que los estudiantes en diferentes ciclos de estudio, reconocen la utilidad de la matemática en diferentes áreas y su aporte al desarrollo de pensamiento; sin embargo, la mayoría son conscientes de su nivel de complejidad. (pág. 95)

La matemática en la escuela debe desarrollar las capacidades de razonamiento y abstracción, debe fundamentar otros aprendizajes futuros al interior de la matemática y en otras áreas y permitir el planteamiento y resolución de problemas, es decir la matemática en la escuela debe cumplir finalidades formativas, instrumentales y funcionales. (Fernández Fernández, 2010)

Con respecto a la enseñanza de la matemática Miguel de Guzmán (1993) en su libro *La enseñanza de las ciencias y las matemáticas* plantea, que la naturaleza de la matemática como disciplina es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método predomina sobre el contenido, y por ello la enseñanza de la matemática en la escuela, debe reflejar estas características, y fundamentarse en el análisis de los procesos mentales relacionados con su aprendizaje, en particular con los procesos requeridos para el planteamiento y resolución de problemas como eje central de la actividad matemática.

En la misma dirección, González (2006) considera que la enseñanza y el aprendizaje de la matemática deberían girar en torno a la resolución de problemas, pues el fortalecimiento de esta ciencia se dio a través de la búsqueda de soluciones a situaciones problema de la cotidianidad del campo científico o de la matemática misma. Sin lugar a dudas es importante que los estudiantes, mediante el análisis de ejemplos, la observación de propiedades, el establecimiento de relaciones, la resolución de problemas atractivos e interesantes de diferentes contextos y la modelación construyan su pensamiento matemático y se aproximen intuitivamente a la formalización.

Teniendo en cuenta los elementos planteados en los párrafos anteriores aparte de otros referentes teóricos, los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de matemáticas, propusieron nuevas directrices para el diseño y desarrollo curricular. Una de ellas, es la organización de los conocimientos básicos para todos los niveles de educación, primaria, secundaria y media, en cinco ejes de pensamiento (componentes conceptuales): numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio a los que son transversales cinco procesos: comunicación, razonamiento, modelación, planteamiento y resolución de problemas y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. En la propuesta curricular que presentamos, con la intención de hacer explícita la coherencia horizontal entre los pensamientos (relaciones entre conceptos y procedimientos de los distintos pensamientos) se organizaron estos, en tres ejes: Numérico - Variacional, Espacial – Métrico y Aleatorio conservando como trasversales los procesos mencionados, tales ejes se describen a continuación: (ICFES, 2012)

- Numérico-Variacional: este eje hace referencia a la comprensión de los números y la numeración, el significado del número y la estructura del sistema de

numeración. Comprende el análisis, comprensión y significado de las operaciones, sus propiedades, efecto y relaciones entre ellas, como herramienta para el planteamiento y la resolución de problemas en diversos contextos. Se relaciona además con el reconocimiento de regularidades y patrones, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y de dependencia (asociada a conceptos y procedimientos de variación directa, la proporcionalidad, variación lineal en contextos aritméticos y geométricos y finalmente a la variación inversa y al concepto de función)

- Espacial-Métrico: comprende la construcción y manipulación de representaciones mentales de los objetos del espacio, sus relaciones y transformaciones. Se relaciona además con la construcción de conceptos de cada una de las magnitudes, la conservación, la estimación de rangos y la selección y uso de patrones, unidades de medida e instrumentos.
- Aleatorio: (Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos) se relaciona con la interpretación de datos, el reconocimiento y análisis de tendencias, el cambio y correlaciones, las inferencias y la identificación, la descripción y el análisis de eventos aleatorios.

3.1 Estructura curricular grados cuarto y quinto de primaria.

Acorde a los referentes citados a continuación se presenta la estructura curricular correspondiente a la básica primaria de la institución educativa Julio Cesar Turbay Ayala; es de anotar, que el compromiso de este trabajo de grado era diseñar la estructura de los grados 4 y 5, pero para aportar a toda la básica primaria coherentemente se construyó la estructura completa. En esta estructura se incluyen los estándares correspondientes a cada ciclo y pensamiento, los desempeños correspondientes a cada estándar para cada grado y los aspectos conceptuales (temas). En ésta se puede observar el avance en el nivel de complejidad a través de los grados tanto en los desempeños como en los aspectos conceptuales.

La estructura de los grados primero a tercero, grados previos al grupo que se presenta a continuación aparece en el anexo G.

Tabla 3-1 Estructura curricular grado cuarto y quinto de primaria.

Cuarto			Quinto		
Estándares	Desempeño	Aspectos conceptuales(temas)	Estándares	Desempeño	Aspectos conceptuales(temas)
-Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.	- Reconoce, escribe y descompone números naturales en el sistema decimal, diferenciando valor posicional de las cifras.	-Sistema de numeración decimal.	-Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.	-Compone y descompone números naturales en el sistema decimal usando valor posicional y potencias de 10.	-Sistema de numeración: expansión decimal.
-Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.	-Ordena secuencias de números naturales comparando cifras. -Redondea, aproxima y estima cantidades usando números naturales	-Números naturales. Orden. Representación recta numérica. -Redondeo, aproximación y estimación.	--Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.	-Ordena secuencias de números naturales usando expansión decimal. -Da significado a la multiplicación en diferentes contextos. -Efectúa multiplicaciones usando el algoritmo con propiedad.	-Multiplicación de números naturales, propiedades y algoritmo.
-Establezco relaciones (igualdad-desigualdad)en tre expresiones numéricas	-Construye igualdades y desigualdades numéricas para relacionar datos numéricos.	-Números naturales. Igualdad y desigualdad.	-Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números Naturales y sus operaciones.	-Da significado a la división como reparto cociente y como restas sucesivas. -Efectúa divisiones exactas e inexactas usando el algoritmo. Plantea y resuelve problemas sencillos o combinados que modelan la adición, sustracción, multiplicación y división de Naturales.	-División de números naturales, significados y algoritmo. Múltiplos y divisores de un número.
-Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.	- Usa las propiedades para plantear y resolver problemas aditivos (adición-sustracción) simples y	-Adición y sustracción de números naturales, Significados, propiedades y relaciones.			-Criterios de divisibilidad.
-Resuelvo y formulo					-Números primos y números compuestos. -

<p>problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números Naturales y sus operaciones.</p> <p>-Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>-Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números Naturales y sus operaciones.</p>	<p>combinados.</p> <p>-Usa información presentada en diferentes formas (textos, tablas, gráficas) para resolver y plantear y resolver problemas sencillos.</p> <p>-Estima y calcula el resultado de adiciones, sustracciones y multiplicaciones simples.</p> <p>-Da significado a la multiplicación como adiciones repetidas, arreglos rectangulares, razón y combinación.</p> <p>-Efectúa multiplicaciones usando el algoritmo.</p> <p>-Propone y resuelve problemas que modelan la multiplicación de naturales usando propiedades e información presentada en: graficas, enunciados verbales y tablas</p> <p>-Da significado a la división como reparto cociente y como restas</p>	<p>-Números naturales, Significado como adiciones repetidas, arreglos rectangulares, razón y combinación. Propiedades de la multiplicación: asociativa, conmutativa y distributiva de la multiplicación respecto a la adición</p> <p>-Algoritmo de la multiplicación.</p> <p>-Números naturales: División. Significados como reparto, restas sucesivas y cociente.</p> <p>-División exacta como operación inversa de la</p>	<p>-Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos.</p> <p>-Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados Obtenidos.</p> <p>-Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.</p> <p>-Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes.</p> <p>-Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>-Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados Obtenidos.</p>	<p>-Interpreta y usa la potenciación y la radicación en contextos geométricos(área y volumen)</p> <p>-Descompone un número en suma de potencias de 10 teniendo en cuenta el valor posicional.</p>	<p>Descomposición en factores primos.</p> <p>-Mínimo común múltiplo y máximo como un divisor.</p> <p>-Potenciación y radicación.</p> <p>-Concepto y propiedades básicas: Aplicaciones</p>
---	--	---	---	---	---

<p>-Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.</p> <p>-Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.</p>	<p>sucesivas.</p> <p>-Reconoce la fracción como parte de un todo, medida y cociente usando diferentes formas de representación</p> <p>-Reconoce y compara fracciones decimales.</p> <p>-Interpreta números decimales usando representación como fracciones decimales.</p>	<p>multiplicación.</p> <p>-Múltiplos y divisores de un número.</p> <p>-Factorización Números primos y compuestos.</p> <p>-División inexacta: Significado del dividendo, divisor, cociente y residuo). Algoritmo de la división (divisiones por uno o dos dígitos)</p> <p>-</p> <p>La fracción y sus significados: parte de un todo, medida y cociente</p> <p>-Fracciones propias e impropias.</p> <p>- Fracciones equivalentes Orden de fracciones</p> <p>-Adición y sustracción de fracciones homogéneas. Modelación</p>	<p>-Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números Naturales y sus operaciones.</p> <p>Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.</p> <p>-Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente y razón. Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de</p>	<p>Construye igualdades y desigualdades numéricas para representar relaciones entre datos de una situación problema.</p> <p>-Da significado a la fracción como parte de un todo, como cociente, operador y como razón.</p> <p>-Utiliza diferentes representaciones de la fracción.</p> <p>-Modela gráficamente adición, sustracción, multiplicación, y división de fracciones.</p> <p>-Plantea y describe situaciones de medición y estimación haciendo uso de números naturales y fracciones comunes.</p> <p>- Analiza, plantea y resuelve problemas simples que modelan operaciones entre fracciones.</p> <p>-Da significado a los números decimales y sus operaciones</p> <p>-Plantea y resuelve problemas usando fracciones y decimales en contextos de medición.</p>	<p>-Igualdades y desigualdades numéricas.</p> <p>-Fracciones: diferentes significados y representaciones.</p> <p>-Operaciones entre fracciones.</p> <p>-Modelación de algoritmos. Planteamiento y resolución de problemas.</p>
---	---	---	---	---	--

<p>-Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.</p> <p>-Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos</p> <p>-Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.</p> <p>-Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.</p>	<p>-Modela gráficamente adición y sustracción de fracciones (mayores y menores que la unidad) y resuelve problemas simples</p> <p>-Modela adición y sustracción de decimales usando fracciones decimales.</p> <p>-Reconoce y construye patrones aditivos o multiplicativos (representados a través de tablas o enunciados verbales).</p> <p>-Usa propiedades y relaciones entre números naturales:., doble de, triplo de, mitad de, cuarta de, múltiplo de, ser divisor de ...</p> <p>-Reconoce relaciones simples de dependencia presentadas en tablas o gráficas: el doble, la mitad, número de artículos vs precio...etc.</p>	<p>-Fracciones decimales y números decimales, representación, orden, adición y sustracción.</p> <p>-Secuencias y variación</p> <p>Patrones de cambio (ser doble-ser mitad, ser uno más, tres menos...etc)</p> <p>Variables relacionadas. Exploración reconocimiento de regularidades.</p>	<p>medidas.</p> <p>-Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.</p> <p>Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.</p> <p>-Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo</p>	<p>- Identifica patrón de cambio en una secuencia ordenada. Representa patrones numéricos con tablas y reglas verbales.</p> <p>-Reconoce y describe algunas relaciones de dependencia (presentadas a través de tablas, textos, secuencias numéricas, gráficas sencillas), en contextos próximos.</p> <p>-Diferencia en contextos cercanos(a través de reglas numéricas, tablas y gráficas), variables directa e inversamente proporcionales.</p>	<p>Números decimales:</p> <p>-Fracciones decimales y números decimales.</p> <p>-Representación gráfica de los decimales.</p> <p>-Operaciones entre decimales, representación gráfica.</p> <p>-Planteamiento y resolución de problemas.</p> <p>-Patrones. Patrones de cambio (ser el doble de, ser la mitad de, una cuarta parte de...).</p> <p>Representación tabular.</p> <p>-Variables Relación entre variables en diferentes contextos (número de artículos-precio, tiempo transcurrido – espacio recorrido, número de meses- número de días...).</p> <p>Variables proporcionales</p> <p>-Razón y proporción.</p> <p>-Proporción directa e inversa.</p> <p>-Representación tabular y gráfica.</p>
---	--	---	--	--	--

Pensamiento espacial-métrico					
Estándares	Desempeño	Aspectos conceptuales(temas)	Estándares	Desempeño	Aspectos conceptuales(temas)
-Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades. Construyo sólidos a partir de condiciones dadas	-Reconoce características de algunos sólidos. Reconoce desarrollo plano de un sólido simple (cubos, paralelepípedos)	-Sólidos geométricos (esferas, conos, cilindros, poliedros) Componentes. Algunas propiedades. Sólidos Desarrollo plano. Cubo	Reconozco y describo algunos poliedros. Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades	Reconoce y describe algunos poliedros. Diferencia los poliedros regulares e identifica sus caras. Reconoce y describe caras de cilindros y conos Construyo sólidos regulares a partir de representaciones bidimensionales -Construye circunferencias de radio dado.	-Sólidos geométricos Poliedros Irregulares Regulares: Tetraedro, exaedro, octaedro Cilindros y conos Desarrollo plano de Tetraedro, exaedro, octaedro
-Identifico, represento y utilizo ángulos como giros y aberturas	- Reconoce y representa ángulos como giros y aberturas. -Clasifica ángulos según su medida	Ángulos. Clasificación. Rectos, agudos y obtusos. Construcción de ángulos de medida dada.	-Reconozco y diferencio círculo y circunferencia. Identifico, represento y utilizo ángulos como giros y aberturas	-Reconoce, mide, clasifica y construye ángulos de medida dada.	Círculo y circunferencia. -Radio. Diámetro. -Construcción.
-Reconozco posiciones relativas de rectas en el plano	rectas paralelas y perpendiculares en diferentes posiciones. -Determina número de lados, número de ángulos, medida de lados de polígonos.	-Rectas -Posiciones relativas: rectas paralelas y perpendiculares.	Comparo y clasifico figuras planas de acuerdo a la medida de sus lados y ángulos.	-Reconoce y diferencia polígonos regulares e irregulares. -Construye polígonos regulares inscritos en la una circunferencia.(cuadrado, triángulo equilátero, pentágono, hexágono)	-Ángulos -Determinación y construcción. -Ángulos inscritos en la circunferencia. -Ángulos centrales. -Medidas.
Reconozco y clasifico figuras planas	- Clasifica figuras planas por número de lados y de ángulos. Reconoce posiciones relativas de un lado de un polígono. Clasifica polígonos por medida de lados	Polígonos. Clasificación: Triángulos, Cuadriláteros,.... Triángulos: Clasificación por medida de lados. Cuadriláteros: Propiedades de cuadrados, rectángulos, paralelogramos. Construcción de figuras planas sobre una cuadrícula o geoplano.	-.-Construyo y descompongo figuras planas a partir de condiciones dadas		-Polígonos Clasificación: Regulares e irregulares. -Polígonos regulares Triángulo equilátero, cuadrado, pentágono hexágono. Construcción.
-Reconozco y diferencio círculo y circunferencia.	-Identifica	Polígonos regulares e irregulares.		.-Aplica movimientos	

<p>-Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformación es a figuras en el plano para Construir diseños.</p> <p>-Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.</p> <p>-Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o</p>	<p>círculos y circunferencias en bordes y caras de sólidos (cilindros, conos)</p> <p>Reconoce círculo y circunferencia.</p> <p>Reconoce resultados de aplicar traslaciones o reflexiones a figuras planas.</p> <p>-Aplica transformación es a figuras planas (traslaciones y rotaciones)</p> <p>Reconoce figuras planas congruentes usando superposición.</p> <p>Compara medidas de lados y medidas de ángulos de figuras congruentes.</p> <p>-Reconoce figuras planas semejantes por ampliación reducción.</p> <p>Mide ángulos y lados de figuras semejante, compara.</p> <p>-Estima longitudes y distancias haciendo uso de unidades estándar (Kilómetro</p>	<p>- Círculo y circunferencia. - Construcción.</p> <p>-</p> <p>Trasformaciones : Traslación. Rotación (90, 180 y 360 grados)</p> <p>Congruencia Reconocimiento por superposición de figuras planas con ángulos de la misma medida y lados de la misma medida.</p> <p>Semejanza de figuras planas Reconocimiento de figuras planas semejantes Ampliación y reducción de figuras planas usando cuadrícula.</p> <p>Longitud Patrones y unidades Múltiplos y submúltiplos del metro.</p>	<p>-Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformación es a figuras en el plano para Construir diseños.</p> <p>-Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.</p> <p>- Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de</p>	<p>en el plano a figuras dadas.</p> <p>Reconoce usando dobleces los ejes de simetría de polígonos regulares y los usa para efectuar reflexiones.</p> <p>Reconoce figuras planas congruentes usando cuadrícula o comparando medidas de lados y medidas de ángulos.</p> <p>Reconoce figuras planas semejantes</p> <p>-Estima longitudes y distancias haciendo uso de unidades estándar (Kilómetro, metro, decímetro, centímetro y milímetro.)</p> <p>Usa números decimales para expresar medidas de longitud.</p> <p>Determina el perímetro de figuras planas (polígonos regulares y circunferencia)</p> <p>Determina el área de</p>	<p>-Movimientos en el plano Traslación, y rotación. Reflexión: Ejes de simetría de un polígono regular.</p> <p>Congruencia Reconocimiento de figuras planas congruentes.. Construcción de figuras planas congruentes usando cuadrícula.</p> <p>Semejanza Reconocimiento de figuras planas semejantes, comparación de medidas de ángulos y medidas de lados. Construcción de figuras planas semejantes usando cuadrícula.</p> <p>Longitud Patrones y unidades Múltiplos y submúltiplos del</p>
---	--	--	--	--	---

<p>procesos; amplitud de ángulos).</p> <p>Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de figuras planas.</p> <p>Construyo figuras de igual área y diferente perímetro, de igual perímetro y diferente área</p> <p>Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el volumen de algunos sólidos simples (torres de forma cúbica construidas con cubos unidad)..</p> <p>Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar la capacidad de recipientes</p> <p>-Reconozco el</p>	<p>centímetro, decímetro, metro)</p> <p>-Determina el perímetro de figuras planas.</p> <p>-Construye polígonos de un perímetro dado usando cuadrícula.</p> <p>-Determina el área de regiones planas por recubrimiento con patrones arbitrarios(cuadrículas o cuadrados de lado unidad)</p> <p>Reconoce dimensiones (base –altura y relaciona con área.</p> <p>Diferencia nociones de área y perímetro de figuras a través de la construcción de figuras planas usando cuadrícula.</p> <p>Determina el volumen de torres construidas con cubos unidad usando conteo. Reconoce dimensiones (largo, ancho y profundidad) y relaciona con volumen</p> <p>-Determina la</p>	<p>-Perímetro Perímetro de polígonos . (Uso de cuadrícula)</p> <p>Área Área del rectángulo-Área del triángulo (Descomposición del rectángulo en 2 triángulos congruentes)</p> <p>Volumen Volumen del cubo expresión usando dimensiones y unidades.</p> <p>Capacidad de recipientes. Comparación</p>	<p>eventos o procesos; amplitud de ángulos).</p> <p>-Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de figuras planas.</p> <p>Construyo figuras de igual área y diferente perímetro, de igual perímetro y diferente área</p> <p>Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el volumen de algunos sólidos simples</p> <p>Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar la capacidad de recipientes</p> <p>-Reconozco el uso -Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas,</p>	<p>regiones planas</p> <p>Reconoce dimensiones (base – altura y relaciona con área.</p> <p>Diferencia área y perímetro de figuras planas</p> <p>Determina el volumen de paralelepípedos, reconociendo largo, ancho y profundidad.</p> <p>Determina la capacidad de recipientes (cajas) usando dimensiones y unidades de capacidad básicas (centímetros cúbicos-litros)</p> <p>Reconoce relaciones entre capacidad y volumen</p> <p>Plantea y resuelve problemas de medición usando unidades apropiadas.</p> <p>-Estima y compara la duración de eventos usando días, horas, mi</p>	<p>metro. Sistema de unidades: Conversión</p> <p>Perímetro del triángulo equilátero, hexágono y octógono Aproximación intuitiva a la medida del perímetro de la circunferencia.</p> <p>Área del rectángulo. (Fórmula) Área del triángulo. (Fórmula) Aproximación intuitiva al área del círculo.</p> <p>-</p> <p>Volumen de paralelepípedos expresión usando dimensiones y unidades.</p>
--	---	---	---	--	---

<p>uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>-Selecciono unidades apropiadas para diferentes mediciones.</p>	<p>capacidad de cajas (de forma rectangular) usando cubos iguales.</p> <p>Analiza y compara capacidad de dos o más recipientes usando patrón arbitrario y conteo</p> <p>Plantea y resuelve problemas de medición usando unidades apropiadas.</p> <p>- Analiza, y compara duración de eventos usando fracciones de hora, minutos, segundos (una hora, media hora, un cuarto de hora...)</p>	<p>-</p> <p>-Tiempo: -horas: minutos, segundos, fracción de hora</p>	<p>apropiadas para diferentes mediciones.</p> <p>- Utilizo y justifico el uso de la estimación para resolver problemas relativos a la vida social, económica y de las ciencias, utilizando rangos de variación</p>		<p>Capacidad de recipientes. Unidades de medida. De capacidad. Conversión</p> <p>Tiempo: Sistema sexagesimal. Conversión.</p>
---	--	--	--	--	---

Pensamiento aleatorio

Estándares	Desempeño	Aspectos conceptuales(temas)	Estándares	Desempeño	Aspectos conceptuales(temas)
<p>- Represento datos usando tablas y gráficos</p> <p>-Interpreto información presentada en tablas y gráficos.</p>	<p>Representa datos usando tablas, pictogramas, gráficos de barras y de líneas</p> <p>-Lee e interpreta información presentada en tablas y gráficos de barras y de</p>	<p>-Datos estadísticos. Representación Gráficos de barras y líneas. Interpretación de gráficos. Paso de la tabla al gráfico y del gráfico a la tabla.</p>	<p>-Represento datos usando tablas y gráficos.</p> <p>-Interpreto información presentada en tablas y gráficos.</p>	<p>- Representa datos usando tablas, pictogramas, gráficos de barras, de líneas y de sectores (circulares)</p> <p>-Lee e interpreta información presentada en tablas y gráficos de barras y de líneas y de sectores (circulares)</p>	<p>-Datos estadísticos. Representación Gráficos de barras y líneas. Gráficos de sectores (circulares) Interpretación de gráficos. Paso de la tabla al gráfico y del gráfico a la tabla.</p>

<p>- Uso e interpreto la moda de un conjunto de datos.</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas.</p> <p>-Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.</p>	<p>líneas</p> <p>-Da significado a la moda de un conjunto de datos.</p> <p>-Recolecta datos de algunas de situaciones del contexto, los organiza en una tabla y los representa con un gráfico de líneas o de barras</p> <p>- Plantea y resuelve problemas que exigen para su solución tomar y organizar provenientes de observaciones o consultas.</p> <p>- Analiza la posibilidad de ocurrencia de eventos aleatorios en diferentes contextos (cotidianos, de juego) haciendo uso de expresiones</p>	<p>-Medidas de centralización: La moda.</p> <p>-Diseño de consultas simples (preguntas o encuestas) Planteamiento y resolución de problemas</p> <p>-Noción de probabilidad.</p> <p>-Experimentos aleatorios simples Análisis de frecuencia.</p> <p>-Uso de relaciones multiplicativas y fracciones (doble y mitad) para asignar o comparar probabilidades.</p>	<p>-Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.</p> <p>-Uso e interpreto la moda, la media (o promedio) y la mediana.</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos</p> <p>-Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.</p>	<p>-Usa diferentes representaciones para un conjunto de datos</p> <p>-Da significado a la moda, el promedio y la mediana de un conjunto de datos.</p> <p>-Determina moda, promedio y mediana de un conjunto de datos.</p> <p>-Determina moda y halla el promedio de los datos relativos a eventos cotidianos propuestos en un pictograma, tabla o gráfica de barras.</p> <p>-Recolecta datos de algunas de situaciones del contexto, los organiza en una tabla y los representa con un gráfico de líneas, de barras o circular.</p> <p>-Plantea y resuelve problemas que exigen para su solución tomar y organizar provenientes de observaciones o consultas o experimentos.</p> <p>-Analiza la posibilidad de ocurrencia de eventos aleatorios en diferentes contextos</p> <p>-Recoge datos a partir de experimentos aleatorios simples (lanzamiento de un dado, escogencia de un objeto al azar</p> <p>-Compara las</p>	<p>-Medidas de centralización: La moda. El promedio o media. La mediana</p> <p>-Diseño de estudios para recoger información sobre un fenómeno o suceso. Diseño de consultas simples (preguntas o encuestas) Planteamiento y resolución de problemas</p> <p>-Noción de probabilidad frecuencial.</p> <p>-Experimentos aleatorios simples Análisis de frecuencia.</p>
---	---	--	---	---	---

	numéricas (como: tiene el doble de posibilidad, la mitad, la cuarta parte...)			posibilidades de ocurrencia de eventos aleatorios usando fracciones simples.	-Uso de relaciones multiplicativas y fracciones (doble, triple, cuádruplo, mitas, tercera, cuarta parte...) para asignar o comparar probabilidades.
--	---	--	--	--	---

3.2 Sugerencias didácticas para grados cuarto y quinto.

Las siguientes sugerencias pretenden apoyar al profesor de este nivel para desarrollar la propuesta curricular en el aula. En ellas se plantean orientaciones didácticas para cada uno de los pensamientos.

3.2.1 Pensamiento numérico y sistemas numéricos.

Los Lineamientos y Estándares básicos de competencias para el Pensamiento numérico “centran su atención en la comprensión, uso con sentido y significado de los números, sus relaciones y operaciones dentro de cada sistema numérico”. (Gobernación de Antioquía, 2005, pág. 17) La intención es que los alumnos puedan usar los números y pensar en ellos en contextos significativos, provocando una evolución del pensamiento numérico a través de los métodos de cálculo, uso de calculadoras, la estimación y de manera especial a través de la conceptualización de las operaciones aditivas y multiplicativas en el marco del planteamiento y resolución de problemas. (Minsiterio de Educacion Nacional, 2003, pág. 58)

En la estructura de los estándares del Pensamiento Numérico se pueden identificar 3 ejes que deben ser construidos a lo largo de todos los grados de la educación básica y media, estos son: El concepto de número, las estructuras aritméticas (campo aditivo y campo multiplicativo) y la numeración y cálculo. Se privilegian a través del proceso los aspectos conceptuales sobre los procedimentales (los algoritmos para efectuar cálculos). El Pensamiento Numérico y los Sistemas Numéricos están concebidos de tal manera que los estudiantes avancen hacia la construcción del número, su representación, las relaciones que existen entre ellos, así como las operaciones que se efectúan en cada uno de los sistemas numéricos. El énfasis en el proceso de construcción del concepto de

número en los estándares no se ubica en la noción de conjunto, sino que se centra en la de medida de magnitudes. (Gobernación de Antioquía, 2005, pág. 18)

Para el caso del concepto de número natural, que en este grupo de grados se consolida no hay que olvidar que la operación de contar es su eje fundamental, pues permite construir el sistema: sus objetos: los números; sus relaciones: de orden y equivalencia y sus operaciones de adición y multiplicación.

Lo anterior implica que en este grupo de grados sigue siendo pertinente.

- Trabajar situaciones variadas en las que aparecen diferentes usos de los números naturales, pues estos tienen la particularidad de estar presentes en el mundo social y no solamente en situaciones de conteo y cardinalidad sino en contextos como: dinero, identificación de las rutas de buses, precios, número de teléfono y además se encuentran en las fechas, en facturas de servicios y recibos de cobro; en la identificación de direcciones y automóviles; en los relojes, las páginas de los libros y revistas, las tallas de la ropa, las medidas del calzado, la documentación de las personas, el control remoto de la televisión...etc
- Con respecto al sistema de numeración sigue siendo fundamental (entre otros): la distinción entre los conceptos de cifra (dígito) y número, el reconocimiento y uso del valor posicional de las cifras (poniendo especial atención a números con cifras intermedias cero) y el reconocimiento de equivalencias entre unidades de diferentes ordenes
- El conocimiento de los números (en este caso los naturales) sin importar rangos numéricos, pasa por proponer continuamente descomposiciones aditivas y multiplicativas que aparte de que permiten operar de manera más ágil y significativa, permiten ordenar, plantear equivalencias e introducir a los estudiantes en los conceptos de igualdad y ecuación.

Las operaciones entre números naturales

Es importante recordar que desde el punto de vista matemático las propiedades de las operaciones son simplemente regularidades que facilitan la expresión matemática de las transformaciones que se efectúan sobre las cantidades involucradas. En los cursos de la básica primaria su utilidad y sentido depende de la metodología con que se acceda a ellas y para ello se requiere

Comparar operaciones realizadas de modo distinto a través de la manipulación de cantidades, compararlas operaciones realizadas de modo distinto a través de su representación gráfica, expresar verbalmente las regularidades descubiertas, expresar numéricamente las regularidades descubiertas y aplicar dichas regularidades a la solución de problemas, donde sea pertinente su utilización. Las propiedades para el niño son esencialmente regularidades que acortan el camino de un cálculo.

A continuación se ilustra con ejemplos, como se podrían trabajar algunas de las propiedades de la multiplicación de naturales:

La multiplicación.

- **Propiedad conmutativa**

Para el estudiante que empieza a resolver problemas de multiplicación, no es evidente que la multiplicación sea una operación conmutativa, es decir que el orden de los factores no altera el producto. Los dos factores no juegan papeles equivalentes en la mayoría de los problemas. Se pueden usar diferentes modelos para ilustrar esta propiedad entre ellos: las regletas, la recta numérica y los arreglos rectangulares, como el que se muestra en la figura 3-1:

Figura 3-1 Ilustración de la propiedad conmutativa de la multiplicación de números naturales.

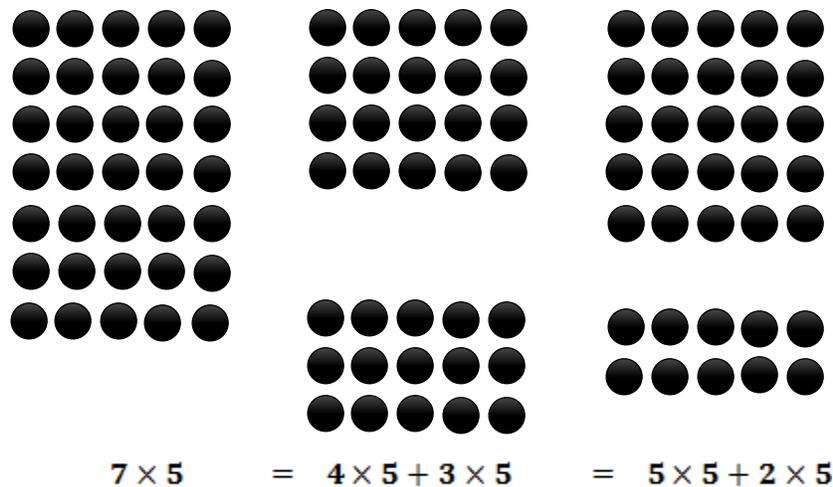


Propiedad distributiva

Esta propiedad es fundamental para dar significado al algoritmo de la multiplicación, permite incluso iniciar la construcción de la tabla de multiplicar, está asociada a la multiplicación como suma reiterada (Ver figura 3-2):

$$7 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = (5 + 5 + 5 + 5) + (5 + 5 + 5) = (5 + 5 + 5 + 5 + 5) + (5 + 5) = 4 \times 5 + 3 \times 5 = 5 \times 5 + 2 \times 5 =$$

Figura 3-2 Ilustración de la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales



Con respecto al aprendizaje del algoritmo, este no tiene que ser una tarea mecánica, como es habitualmente, se pueden usar estrategias más ricas y más efectivas.

Para introducirlo y enriquecerlo en los últimos grados de la primaria se requiere que el estudiante tenga:

- Conocimiento sólido del sistema de numeración decimal, las propiedades asociativa y distributiva, la forma de multiplicar un número por decenas, hechos multiplicativos básicos, interpretación de la multiplicación como suma reiterada.

estudiante de este nivel resuelve por ensayo y error y las ecuaciones y cálculos están conectados entre sí: Son ejemplos de este tipo de situaciones, los siguientes:

Encontrar cifras desconocidas en las siguientes multiplicaciones:

$$\begin{array}{r} * \\ \mathbf{X} \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} * \\ \mathbf{X} \\ \hline + * * 4 \\ * 2 \\ \hline 3 \end{array}$$

La división

La división no existe como operación independiente, si el estudiante sabe multiplicar debería saber dividir. En primer lugar se debería entonces estudiar la división como inversa de la multiplicación, a continuación dar significado al residuo (resto), el número de elementos que sobran al hacer grupos no puede ser mayor que el divisor, y finalmente establecer relaciones que permitan determinar el cociente y el residuo de cualquier división. Es decir analizar continuamente la condición de que el producto del divisor por el cociente, no puede ser mayor que el dividendo; es decir el número total de elementos utilizados para hacer grupos, no puede ser mayor que el número de elementos de que se dispone. (Fernández Bravo, 2005)

En el artículo (El número y el cálculo) (Gómez Alfonso, Numeracion y cálculo, 1998)

Se sugiere una posible secuencia para llegar a la generalización del algoritmo de la división:

- Caso 1. El cociente y el divisor de una cifra. Para este caso existen tres opciones:
 - usar la adición**, se suma el divisor consigo mismo hasta obtener el dividendo,
 - usar la sustracción**, se resta el divisor del dividendo tantas veces como se

pueda, **usar la multiplicación**, se busca en la tabla de multiplicar o se hace tanteo.

- Caso 2. El cociente de una cifra y el divisor de varias: usar la multiplicación, haciendo ensayo y error, multiplicando el divisor por 2,3,4...etc
- Caso 3. El cociente tiene varias cifras, se puede reducir al caso anterior y utilizar el procedimiento de este.

Si las divisiones parciales son enteras y exactas basta descomponer y aplicar la propiedad distributiva, como se puede observar en el siguiente ejemplo:

$$639 \div 3 = (600 + 30 + 9) \div 3 = (600 \div 3) + (30 \div 3) + (9 \div 3) = 200 + 10 + 3 = 213$$

$$\begin{array}{r}
 \underline{) 639} \quad | \quad 3 \\
 \underline{600} \quad 200 + 10 + 3 \\
 \underline{39} \\
 \underline{30} \\
 \underline{09} \\
 \underline{9} \\
 0
 \end{array}$$

Extendido

$$\begin{array}{r}
 \underline{) 639} \quad | \quad 3 \\
 \underline{03} \quad 213 \\
 \underline{09} \\
 0
 \end{array}$$

Abreviado

Las divisiones parciales no son enteras, ni exactas (Gómez Alfonso, s.f.)

Las fracciones y los decimales

Los niños avanzan progresivamente en la comprensión de la noción de fracción, a partir de sus diferentes significados que se derivan de los distintos contextos de uso. Es importante tener en cuenta que no todos los significados son fáciles de comprender y que cada tipo de situación proporciona significados específicos. (Godino, 2004, pág. 230) De acuerdo a la organización curricular se supondría que en los grados cuarto y quinto el

énfasis estaría en los significados de la fracción como cociente y razón, pero desde luego se requiere enriquecer los otros significados. Recordemos como se describen estos significados

- **Parte-todo.** Un todo (continuo o discreto- unidad), se divide en partes congruentes. La fracción indica en este caso la relación entre el número de partes y el número total de partes.

Figura 3-3 Representación de la fracción en contexto continuo

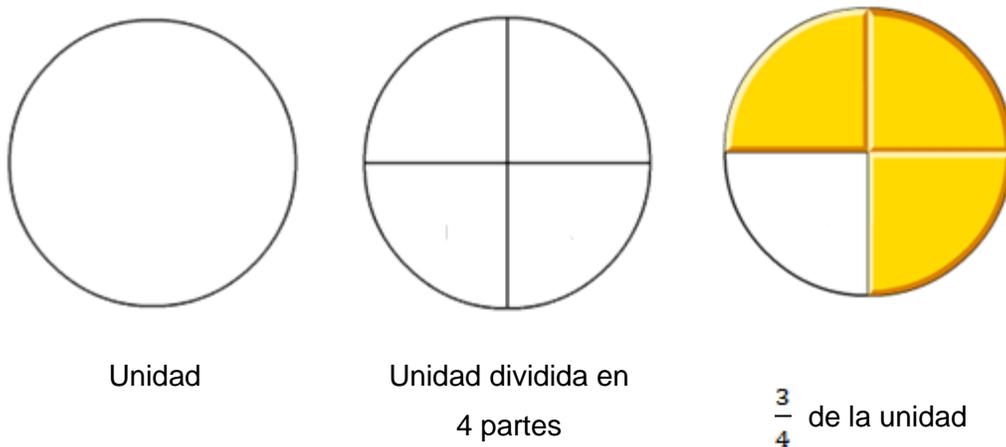
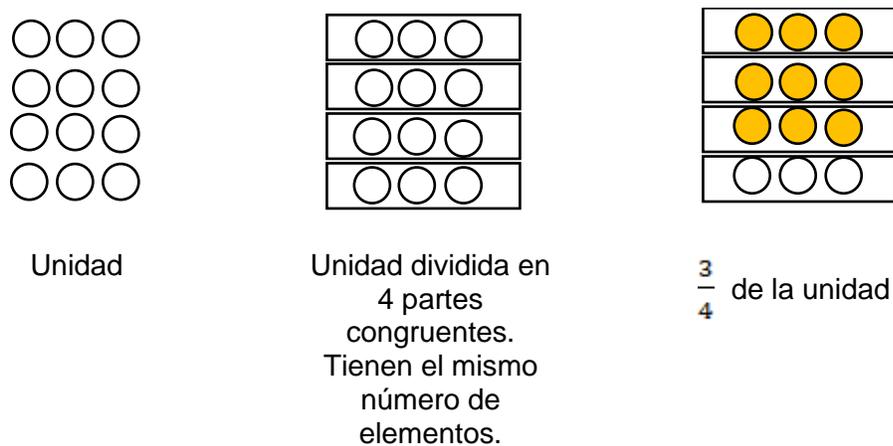


Figura 3-4 Representación de la fracción en contexto discreto.



- **Cociente.** La fracción se asocia a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada, reparto).

Situaciones:

-Reparto. Se da la cantidad y el número de partes en las que hay que dividirla y se pide el valor de cada parte

Tengo tres chocolatinas y las deseo repartir equitativamente entre 4 personas ¿Qué cantidad de chocolatina le corresponde a cada una?

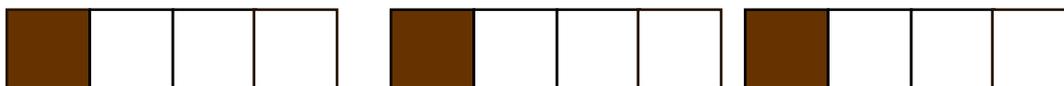
Dividimos cada chocolatina en 4 partes iguales,(Ilustración 1) repartimos la primera chocolatina de manera equitativa entre las 4 personas, a cada persona le corresponde $\frac{1}{4}$ de la primera chocolatina, (ilustración 2) repetimos el proceso con la segunda chocolatina, correspondiendo a cada persona $\frac{1}{4}$ de la segunda; y finalizamos el proceso con la tercera chocolatina de la que a cada persona le corresponde $\frac{1}{4}$ más, como se ilustra en la figura 3-5.

Figura 3-5 Significado de la fracción como reparto.

Situación 1.



Situación 2.



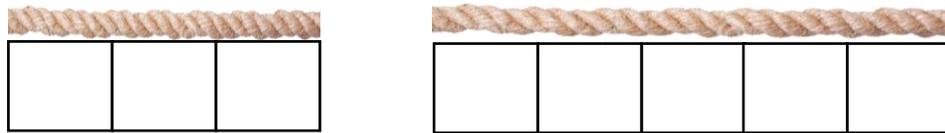
A cada persona le corresponden $\frac{3}{4}$ de chocolatina

- Medida: Dada la cantidad y lo que vale cada parte, se pide el número de partes, por ejemplo: Se repartieron 2 pizzas entre un grupo de niños y a cada niño le correspondieron $\frac{2}{5}$ de pizza. ¿Por cuántos niños estaba conformado el grupo?

Razón. En este caso la fracción se usa como un índice comparativo entre dos cantidades de una magnitud.

Ejemplo: Si tenemos dos cuerdas A y B de longitudes respectivas 3 y 5 metros de largo, se puede decir que las medidas de A y de B están en razón 3 a 5, la razón entre la medida de la cuerda A y la medida de la B, se expresa con la fracción $3/5$

Figura 3-6 Significado de la fracción como medida.

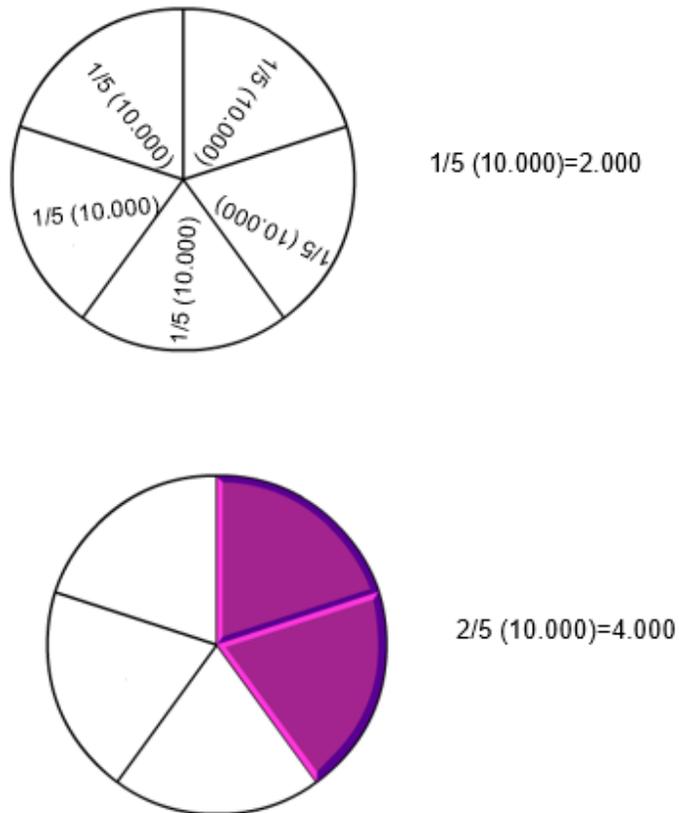


- **Operador:** La fracción se interpreta en este caso como una transformación, actúa sobre una situación y la modifica, esta modificación se hace mediante las operaciones de división y multiplicación. Puede darse el caso de que sea estrictamente aritmético (sobre números) o sobre objetos.

Ejemplo:

A Juanito le regalaron \$10.000 pesos, él quiere ahorrar $2/5$ de ese dinero.

¿Cuánto dinero quiere ahorrar Juanito?

Figura 3-7 Significado de la fracción como operador.**Algunos aspectos a tener en cuenta en el proceso de enseñanza de la fracción.**

- Es importante reconocer y diferenciar claramente la unidad en contextos continuos y discretos, identificar número de partes que conforman la unidad y trabajar con fracciones mayores y menores que la unidad.
- Los niños y niñas inicialmente deben analizar partes de una unidad usando material concreto, identificar número de partes, partes del mismo tamaño, dividir una unidad en **partes congruentes** y comprender el significado de la congruencia en los dos contextos (continuo y discreto). Indagar sistemáticamente por: ¿Cuál es la unidad?, ¿Cuántas partes hay en la unidad? ¿Son las partes del mismo tamaño? ¿Cuánto es cada parte de la unidad?...etc

-
- En las primeras etapas los estudiantes deben expresar fracciones usando lenguaje natural y posteriormente usar lenguaje simbólico. Una vez se apropien del lenguaje simbólico deben usar continuamente diferentes tipos de representación (dibujos, gráficas, recta numérica, símbolos) y pasar de una a otra representación.
 - Se requiere en estos grados ampliar la noción de fracción: trabajar fracciones mayores que la unidad (números mixtos) usando diferentes modelos (icónicos, gráficos); comparar fracciones y construir fracciones equivalentes. Es importante que el profesor recuerde que: Cada número racional puede representarse por cualquiera de los elementos de una familia de fracciones equivalentes, este hecho es básico tanto en la interpretación del concepto como para ordenar y operar fracciones. Ejemplo Las fracciones: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$,...etc, son equivalentes, representan todas al mismo número racional.
 - Al igual que en el caso de los números naturales, podemos representar las fracciones en una recta numérica. Para ello, sobre una recta tomamos una longitud arbitraria como nuestra unidad a repartir, y usando esta unidad representamos la fracción, teniendo claro que la unidad se debe dividir en partes congruentes (de la misma medida). (Cid, Godino , & Batanero, 2003, pág. 342) Este modelo ocasiona dificultades, los niños no siempre son capaces de pasar de la representación de áreas a la recta o viceversa. En la representación sobre una recta numérica se enfatiza la idea de que una fracción, por ejemplo $\frac{2}{3}$ es un número, de la misma naturaleza que los números 0 y 1, pero que está comprendido entre ellos, es decir $0 < \frac{2}{3} < 1$. A diferencia de las otras representaciones no se incorpora la idea de relación parte-todo. Una ventaja de este tipo de representación es que las fracciones impropias (mayores que la unidad) son más naturales y permite además que los estudiantes empiecen a comprender la idea de que las fracciones “extienden” el conjunto de los números naturales y llenan los espacios dejados por éstos en la recta numérica.
 - Con respecto a los algoritmos de las operaciones, una secuencia (apoyada en el uso de material y en la construcción de fracciones equivalentes) que podría

ayudar en la comprensión de los algoritmos de la adición y la sustracción de fracciones y su significado es la siguiente: iniciar con fracciones de igual denominador, a continuación trabajar con aquellas cuyos denominadores son múltiplos entre sí, posteriormente, con denominadores primos relativos y concluir con fracciones cuyos denominadores no son múltiplos, para construir de esta forma una generalización del algoritmo.

- En lo referente a la multiplicación de fracciones, inicialmente, es posible analizarla vinculada a la adición de fracciones iguales, posteriormente, modelar (gráficamente) el producto de una fracción por un natural, observar regularidades, y a partir de allí modelar producto de fracciones arbitrarias. (En este caso se da significado a la fracción, como un operador y el producto se ve como composición de operadores).
- En lo relativo a la división, una posible secuencia para construir el algoritmo y dar significado a la operación se describe a continuación, para desarrollarla en el aula se debe usar material concreto (tiras iguales de papel-unidades y dobleces para visualizar fracciones)

División de un entero por una fracción menor que la unidad, por ejemplo

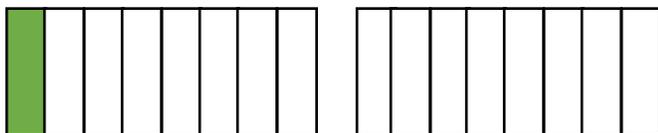
¿Cuántos cuartos hay en una unidad?



$$1 \div \frac{1}{4} = 4$$

Hay cuatro cuartos en una unidad.

- ¿Cuántos octavos hay en dos unidades?



$$2 \div \frac{1}{8} = 16$$

Hay diez y seis octavos en dos unidades.

- Dividir una fracción por otra fracción (denominadores múltiplos)

¿Cuántos octavos hay en $\frac{2}{4}$?



$$\frac{2}{4} \div \frac{1}{8} = 4$$

Hay cuatro octavos en dos cuartos

- Dividir una fracción por otra fracción (denominadores primos relativos)

¿Cuántos tercios hay en un medio?



$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 1\frac{1}{2}$$

Hay un tercio y un medio de un tercio en un medio.

Una vez se trabaje esta secuencia con profundidad, el estudiante interpretará el algoritmo y no se limitará a repetir reglas sin significado alguno.

Los números decimales

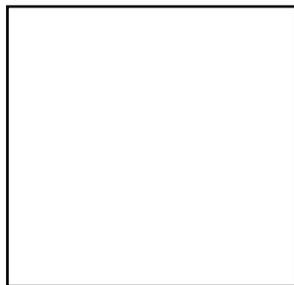
Dado que un número decimal es aquel que puede escribirse (o expresarse) como una fracción decimal (numerador entero y denominador una potencia de diez), en la propuesta curricular se resalta la importancia de trabajarlos conjuntamente y no como un conjunto numérico independiente sobre el que usualmente nos limitamos a proponer reglas de notación y operación sin significado alguno. Es importante que los estudiantes de los últimos grados de la primaria empiecen a entender que existen fracciones no decimales ($\frac{1}{3}$) por ejemplo y que su **expresión decimal** es infinita y periódica.

Además se sugiere que en estos grados los niños y niñas empiecen a analizar diversas características de los decimales, como por ejemplo: el primer lugar a la derecha (de la coma o el punto) se refiere a las décimas, el segundo a las centésimas...etc, pero no hay que olvidar, que saber nombres, no significa que comprendan el valor de cada cifra, que es la parte fundamental.

Otro aspecto prioritario respecto a los decimales es que los niños entiendan que pueden agregar ceros después de la última cifra significativa a la derecha del punto (o la coma) sin que el número cambie de valor pues esto les va a permitir: compararlos, adicionar o sustraer decimales, intercalar decimales entre otros, aproximar expresiones obtenidas en divisiones no exactas...etc.

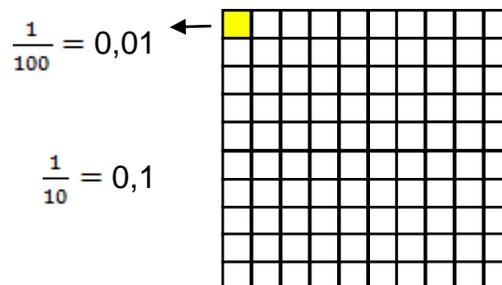
Hay diferentes maneras de representar los números decimales y relacionarlos de manera clara con las fracciones decimales. Una de ellas se ilustra a continuación:

- Tomamos un cuadrado (de lado 10 cms) como unidad.



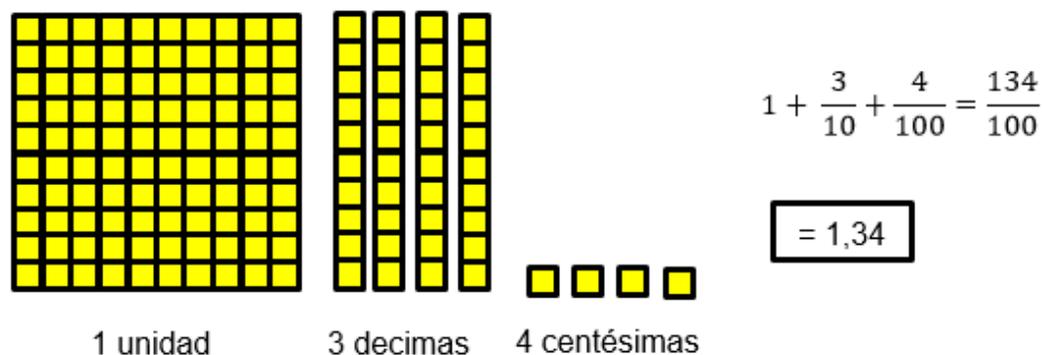
- Lo dividimos en 10 rectángulos (de la misma área) congruentes, cada uno representará la décima parte de la unidad. $1/10$
- A su vez cada rectángulo lo dividimos en 10 cuadrados (de la misma área) congruentes, cada uno representará, la centésima parte de la unidad: $1/100$.

El decimal $0,1 = \frac{1}{10}$ y el decimal $0,01 = \frac{1}{100}$



Con este modelo el decimal $1,34$ se representa así:

Figura 3-8 Un modelo para representar números decimales



Con el modelo antes citado usted puede modelar todas las operaciones de decimales sin mayor dificultad.

Algunas otras situaciones que pueden dar significado al trabajo con decimales son los ejemplos presentados por Cid, Godino & Batanero (2003):

- Presentar dos números decimales, pedir a los alumnos que digan cuál es el mayor y que expliquen su elección con ayuda de modelos gráficos o concretos.
- Escribir un número con cuatro dígitos decimales, por ejemplo, 5,0837. Y preguntar: ¿Qué número está más próximo 5 o 6? ¿Qué número está más próximo el 5,0 o 5,1? Repetir las preguntas con las centésimas y las milésimas. En cada respuesta, pedir que los alumnos justifiquen sus respuestas, ayudándose si lo creen necesario con modelos gráficos o concretos.

- Proponer una lista de cuatro o cinco números decimales con que los alumnos tengan dificultades, pedir que los ordenen de menor a mayor y a continuación los representen sobre la recta numérica o que sombreen cada decimal en una cuadrícula 10x10 (como la descrita anteriormente) usando estimaciones para las milésimas y diez milésimas.
- Plantear problemas que requieran interpretar escritura, estimar resultados sin efectuar cálculos explícitos y ordenar secuencias.
- Usar recta numérica para plantear situaciones: Ubicar decimales en la recta (usando fracciones decimales), reconocer el decimal representado a partir del análisis de unidades y fracciones representadas, encontrar un decimal o fracción entre dos dados.

3.2.2 Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Este pensamiento está relacionado con el reconocimiento, identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como, con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas y registros simbólicos: verbales, icónicos, gráficos y algebraicos (Minsiterio de Educacion Nacional, 2003, pág. 66)

En los Lineamientos y Estándares se pueden identificar, 3 ejes conceptuales que posibilitan el desarrollo de habilidades relacionadas con la variación: Patrones y regularidades, procesos algebraicos y funciones, descritos en estándares que aparecen desde el primer grado hasta el grado once.

Los **patrones**, que se mencionan en el primer eje conceptual, son entendidos como una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada configuración, disposición o composición. Se presentan en diferentes contextos y dominios de las matemáticas (numérico, geométrico, métrico, aleatorio) y posibilitan la interpretación de regularidades presentes en diversas situaciones. El análisis cuidadoso de patrones y regularidades permite establecer generalizaciones. (Gobernación de Antioquía, 2005, pág. 51)

Un contexto adecuado para iniciar a los estudiantes en el razonamiento algebraico y funcional es justamente proponer el análisis de secuencias de figuras u objetos que siguen un orden o regularidad (seriaciones, mosaicos, etc.) y cuestionar sobre la identificación del modelo o patrón que sigue la secuencia, su descripción en lenguaje natural y simbólico y el planteamiento de predicciones sobre el tipo de objeto o figura que corresponde a un lugar determinado de la secuencia. (Godino & Font, 2003, pág. 817) En el aula es importante trabajar inicialmente los patrones usando material manipulativo, posteriormente utilizar gráficos y si se trata de patrones numéricos el paso siguiente es considerar tablas.

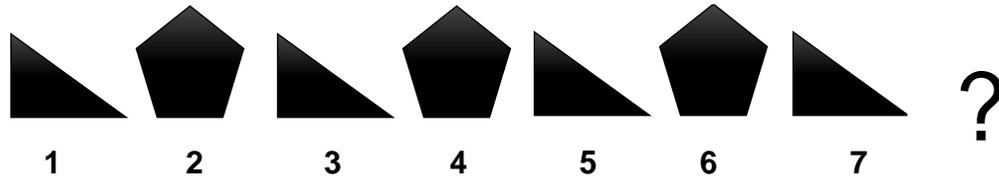
La identificación de patrones requiere que el estudiante reconozca semejanzas y diferencias y discrimine los rasgos fundamentales de aquellos no esenciales. El trabajo con los patrones incluye en consecuencia procedimientos de distinto grado de dificultad: de reproducción (copiar un patrón dado), de reconocimiento (detección de la regularidad), de extensión (dado un tramo de la sucesión el alumno debe extenderla de acuerdo a la regularidad que la rige), de extrapolación (completamiento de partes vacías en una secuencia) y de transferencia (utilización del mismo patrón sobre propiedades diferentes (Portan de Bressan & Costa de Bogisic, 1996, pág. 8), por ejemplo: cambiar formas por colores)

En las actividades relacionadas con el análisis de patrones numéricos es importante que los estudiantes expresen las reglas que los caracterizan oralmente (usando enunciados, oraciones), propiciar posteriormente la expresión abreviada de estas reglas, comparar diferentes alternativas correctas de expresar la regularidad. Aparte de lo anterior proponer tareas en las que se requiera generar patrones numéricos a partir de una regla dada, encontrar varias reglas para un mismo patrón y explicar y justificar reglas que caracterizan un patrón numérico.

Algunos ejemplos de estas situaciones se presentan a continuación:

Emparejamiento de numeros con una secuencia de figuras.

Figura 3-9 Secuencias- ejemplo 1. .

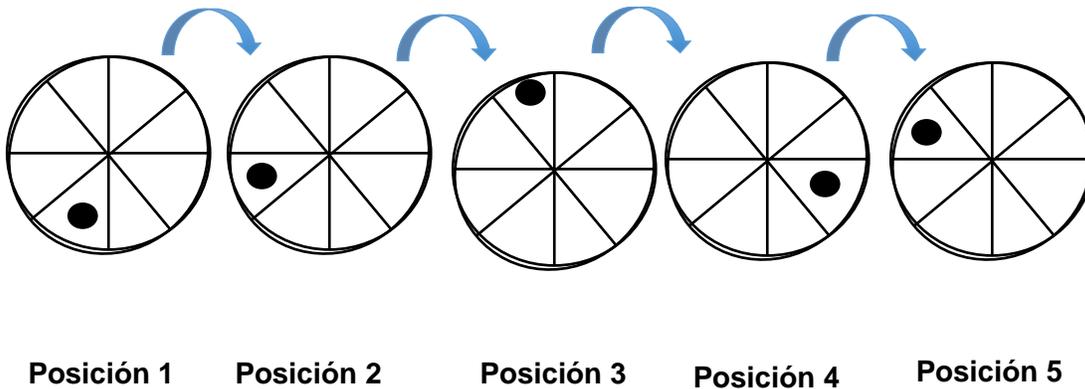


-¿Qué figura sigue?

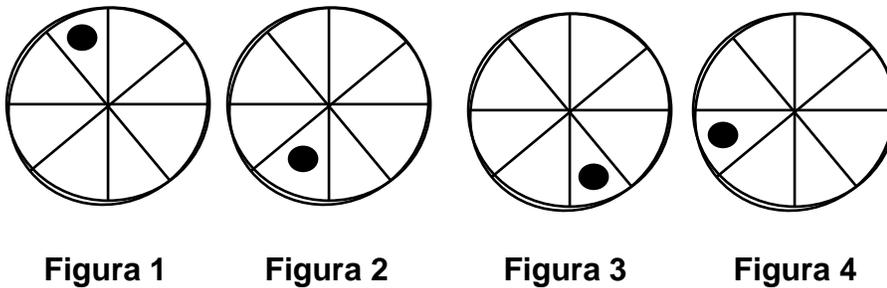
-Siguiendo la numeración que se encuentra debajo de los triángulos ¿Qué figura correspondera al numero 16?

- A continuación se muestran imágenes de una rueda que gira en el sentido de la flecha, de acuerdo a la secuencia que observas:

Figura 3-10 Secuencias- ejemplo 2.



¿Cuál de las siguientes cuatro figuras debe ocupar la posición 6?



- Observa la secuencia de torres formadas con cuadritos iguales:

Figura 3-11 Secuencias- ejemplo 3.



Figura 1

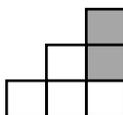


Figura 2

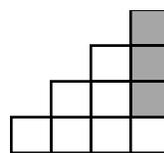


Figura 3

¿Cuántos cuadritos debe haber en la torre de la posición 6?

¿Es posible que la torre de la posición número 10 tenga sólo 10 cuadritos sombreados? Explique

Dibuje la figura que ocupa la quinta posición

¿Cuántos cuadritos podrá tener la torre de la posición 12?

¿Cuántos cuadritos debe haber en la torre de la posición 9?

¿De qué otra manera podemos expresar el total de cuadritos de cada torre?

¿Cuántos cuadritos no sombreados tendrá la figura de la posición 14?

¿Cuántos cuadritos sombreados deberá haber en la figura de la posición 100?

Adaptación: (Gobernación de Antioquía, 2005)

En lo relativo al eje 2 (sistemas algebraicos) este hace referencia a la forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar generalidad. Esto se puede lograr en los niveles de la básica primaria, trabajando interrelaciones entre los lenguajes: verbal, icónico y gráfico. (Gobernación de Antioquía, 2005, pág. 53)

Godino y Font (2003) consideran que las dificultades que tienen los alumnos de los niveles de la básica secundaria para dar significado a las ecuaciones y resolverlas provienen de las interpretaciones que hacen de la igualdad.

Diversos estudios muestran que las interpretaciones que hacen los niños del signo igual difieren de las que pretendemos enseñar, por ejemplo, los alumnos piensan que el uso principal del signo igual es separar el problema de la respuesta; la igualdad, $2 + 5 = 7$, se interpreta como "2 más 5 da como resultado 5", no como la equivalencia entre las expresiones "2+5" y "7". Nótese que en los estándares de todos los grados de la básica primaria se hace continua referencia al planteamiento de equivalencias numéricas a partir de la determinación de diferentes descomposiciones de los números y el uso de las operaciones básicas

El profesor puede aprovechar situaciones corrientes como $3 + \square = 8$ (Encontrar el número que sumado con 3 da 8) para ampliar el significado del signo igual y el uso de las variables. Una ecuación, como cualquier otro enunciado proposicional puede ser verdadera o falsa, según el valor que se asigne a la variable correspondiente; es posible además asignar a la variable, no un único valor, sino múltiples. (En el ejemplo solo un valor lo hace verdadero, 5) (Godino & Font, 2003)

Más específicamente es importante que el profesor tenga en cuenta que dependiendo del carácter de los elementos que aparecen en una igualdad se obtienen diferentes tipos de igualdades:

Si en la igualdad aparecen variables y la igualdad es verdadera para cualquier valor que tomen las variables, se dice que se trata de una **identidad**

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Si la igualdad se cumple sólo para ciertos valores de las variables, nos referimos a una ecuación:

$$x - 3 = 10$$

Y si la igualdad se usa también para expresar relaciones entre dos o más variables, es una fórmula.

El área A de un triángulo de base b y altura h es:

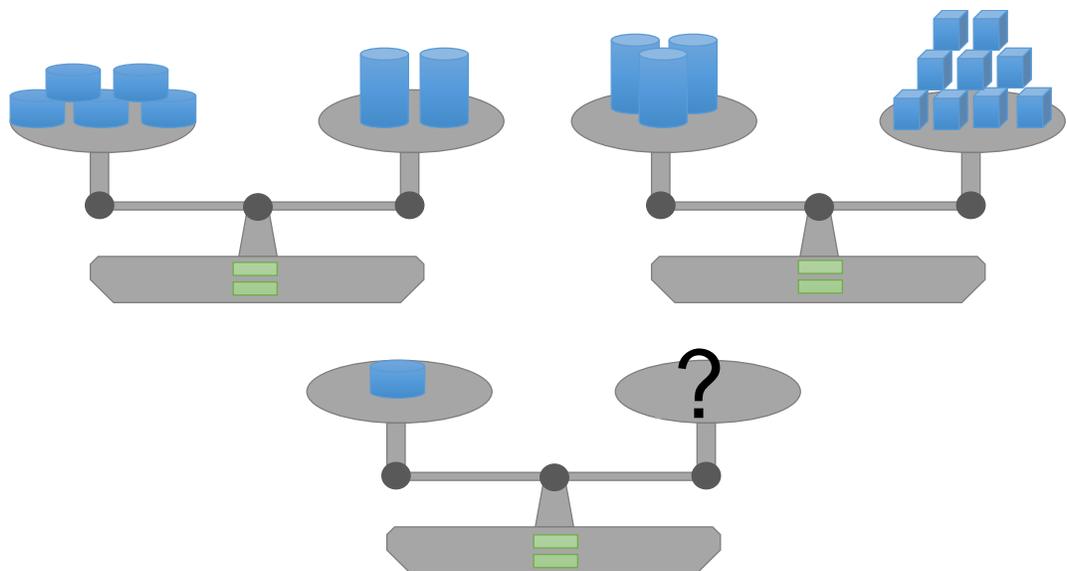
$$A = \frac{1}{2}b \times h$$

Aparte de las actividades con descomposiciones de los números para establecer equivalencias, el análisis de enunciados aditivos o multiplicativos, que indagan por números escondidos, es posible acercarse de manera intuitiva a las ecuaciones, usando el modelo de balanza como se ilustra en los siguientes ejemplos (Ver figura 3-12 y 3-13)

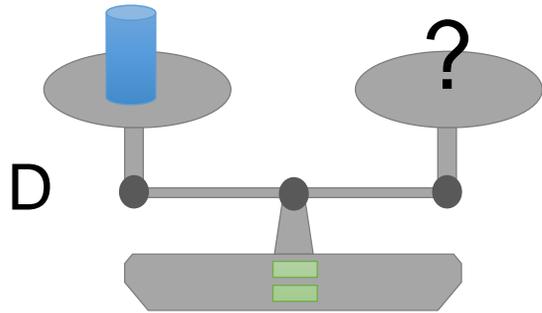
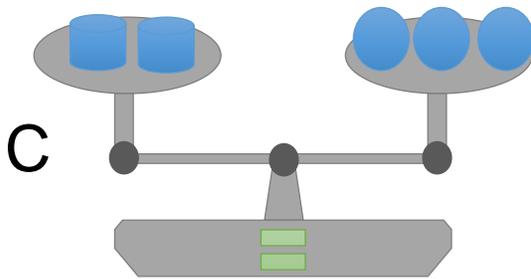
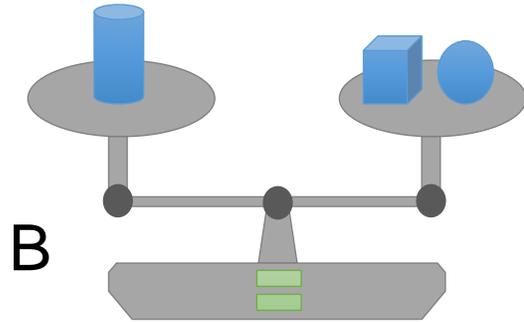
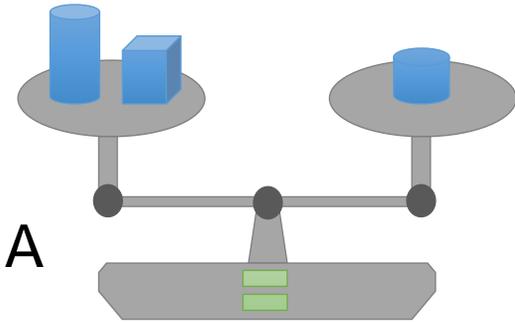
- Observa las dos primeras balanzas que se presentan en la siguiente imagen, están en **equilibrio**.

Si en las tres balanzas, las figuras iguales, tienen el mismo peso. Dibuja la figura que equilibrará la tercera balanza.

Figura 3-12 Un modelo para introducir ecuaciones lineales.



- Cuál figura debe ir en la balanza D, si se supone que formas iguales tienen igual peso?



En lo que respecta al eje conceptual de funciones este debe privilegiar, especialmente en los niveles básicos, la experimentación, análisis de situaciones de cambio y exploración de formas de expresar la generalidad como resultado de los procesos de modelación de diferentes tipos de situaciones. En los Lineamientos Curriculares se plantea que una de las formas de abordar este eje es justamente la contextualización de actividades que promuevan la modelación a partir del análisis de una situación usando diferentes sistemas de representación: tabular, gráfico, verbal y en niveles superiores la expresión simbólica

Es necesario que el estudio de las funciones desde la perspectiva anterior se inicie en la educación básica primaria, lo que facilitará abordar con mayores niveles de comprensión en niveles avanzados otras temáticas del pensamiento variacional, que actualmente no se pueden trabajar. (Gobernación de Antioquía, 2005, pág. 55)

Las situaciones que se presentan a continuación, involucran las orientaciones anteriores respecto a la modelación de la variación y están relacionadas con estándares básicos, propuestos por el MEN para los grados cuarto y quinto a saber:

- Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades.
- Describo e interpreto variaciones representadas en tablas y gráficos.
- Describo cuantitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, gráfico y simbólico.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.
- Modelo situaciones de dependencia mediante proporcionalidad directa e inversa.

Situación 1

Construye 8 rectángulos diferentes con uno de sus lados (Lado 1) de medida 3 cms. Usa la información sobre la medida del lado 2 para completar la tabla

	Rectángulo 1	Rectángulo 2	Rectángulo 3	Rectángulo 4	Rectángulo 5	Rectángulo 6	Rectángulo 7	Rectángulo 8
Lado 1	3 cm	3 cm	3 m	3 cm	3cm	3 cm	3 cm	3 cm
Lado 2								
Área rectángulo								

- Uno de los niños del grado quinto construyó rectángulos de áreas: 18, 21, 30, y 42 cm².
¿Puedes saber qué medida tomo para el lado 2, en cada caso? , ¿ si?, explica cómo.
- Usa una cuadrícula y con ayuda del profesor representa los datos que tomaste para la medida del lado 2 y al área correspondiente. ¿Qué observas?

Situación 2

- Construye en una cuadrícula 8 rectángulos distintos de 24 unidades cuadradas de área.

Con las medidas de los lados de los rectángulos que construiste completa la tabla

Lado 1		2u	3u	4 u		
Lado 2		12u				

Si la medida del **Lado 2** es 6 unidades la medida del **Lado 1** es de _____ unidades

Cuando completes la tabla, observa los valores que tienes en ella: Cuando la medida del **Lado 1** aumenta, la medida del **Lado 2**, _____.

Dibuja una gráfica usando la información de la tabla

Situación 3

En una papelería están escribiendo el precio de 1, 2, 3, 5, 9 y 10 cuadernos, **de un mismo tipo**. Observa y ayuda a completar la tabla.

- Completa la tabla.

Cantidad de cuadernos	1	2	3	5	9	10
Precio (\$)					54.000	

- ¿Cuál es el precio de un cuaderno de este tipo?
- ¿Cuánto dinero necesitas para comprar 20 cuadernos?
- ¿Con \$ 70.000 cuántos cuadernos puedes comprar?, te sobra o te falta dinero

3.2.3 Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

En este pensamiento, como en los otros, los estudiantes deben aprender y entender conceptos, propiedades de estos conceptos y relaciones entre ellos. Ellos construyen de manera intuitiva algunos conceptos y relaciones geométricas al interactuar con el espacio, pero el trabajo en el aula con este pensamiento les debe permitir avanzar en el desarrollo del conocimiento del espacio con la intención de formalizar y lograr abstracciones sobre los objetos y relaciones.

Es importante tener en cuenta que la geometría, se aplica en muchos campos, (entre otros) en la vida cotidiana, la arquitectura, el diseño, la ingeniería, la pintura, los deportes y en las diferentes ciencias; es fundamental además, para trabajar temas de matemáticas como la medición, la representación y modelación en aritmética. Pero la geometría es fundamental porque a través de ella se desarrolla el pensamiento matemático: capacidades para visualizar y abstraer, para plantear conjeturas, generalizar y argumentar.

Hay tres tipos de situaciones o tareas que se pueden proponer en el aula cuando se trabaja el pensamiento espacial y los sistemas geométricos: de conceptualización (construcción de conceptos y relaciones geométricas), de investigación (el alumno indaga acerca de las características, propiedades y relaciones entre los objetos geométricos) y de demostración (elaborar conjeturas o procedimientos de resolución de problemas, verificar, argumentar etc.). En la básica primaria se deberían privilegiar, los primeros dos tipos de tareas.

Las tareas antes mencionadas se propondrán desde luego alrededor del planteamiento y resolución de problemas, problemas (como situaciones de aprendizaje) que a este nivel pueden consistir en: armar rompecabezas geométricos (tangram), hacer un croquis de un camino de la escuela a la casa, determinar número de diagonales de un polígono arbitrario, hallar número de vértices de un poliedro a partir de su desarrollo plano, imaginar el resultado de girar una figura o un cuerpo geométrico, imaginar el sólido que se puede armar a partir de un desarrollo plano...etc.

Existen diferentes materiales que se pueden emplear para que los estudiantes desarrollen habilidades geométricas y adquieran conocimientos básicos de geometría:

- El tangram (rompecabezas geométrico) desarrolla habilidades de visualización, construcción y visualización. Proponiendo tareas como:

recortar las piezas y usando, una, dos, tres o cuatro armar cuadrados, rectángulos, rombos, triángulos, trapecios.

- El geoplano (cuadrado con una cuadrícula previamente determinada), puede ayudar a los niños a identificar elementos comunes y generalizar. Proponiendo actividades como:

Construir diversidad de figuras: cuadrados, rectángulos, triángulos, reproducir figuras, construir cuadrados de diferentes tamaños (áreas), rectángulos de área dada y perímetro variable o perímetro dado y área variable. O determinar figuras simétricas.

- Los dobleces de papel (origami), permiten no solo elaborar figuras siguiendo un modelo, sino resolver problemas. Por ejemplo: tomar un cuadrado, doblarlo por su diagonal y caracterizar las propiedades y relaciones de los triángulos obtenidos, relacionar área del triángulo y área del cuadrado.
- Los espejos son adecuados para determinar simetría de figuras o construir figuras simétricas.
- Los cubos de madera se pueden usar para construir diferentes cuerpos y dibujar vistas laterales, o dadas las vistas laterales reconstruir el cuerpo.

Teniendo en cuenta las sugerencias anteriores respecto al trabajo en este pensamiento, los estándares y desempeños propuestos para los últimos grados de la primaria y el hecho de que a este nivel es fundamental vincular las matemáticas con otras áreas y establecer relaciones con los otros pensamientos. Es importante enfatizar (entre otros) en prácticas como:

- Dibujar, describir y relacionar caras con sólidos correspondientes, dados dos determinar en que se parecen, en que se diferencian, dadas caras identificar sólido, nombre.

-
- Determinar semejanzas y diferencias entre diferentes figuras teniendo en cuenta número de caras, vértices y ángulos.
 - Explorar desarrollos planos de sólidos en niveles concreto y visual. Armar y desarmar cajas, explorar sólidos que no tienen superficies planas.
 - Dibujar posibles desarrollos de un cubo e indagar por relaciones, posibilidad de encontrar otros.
 - Explorar ángulos, características, nominación, trazar rectas que formen un ángulo recto, mayor o menor que un recto. (¿Cuántos ángulos tiene un cuadrado?, ¿cuántos un rectángulo?, ¿cuántos tiene una de las caras de un sólido?).
 - Construir figuras en un geoplano que tengan: solo un ángulo recto, como mínimo un ángulo recto, exactamente dos, más de dos, ninguno.
 - Ensamblar figuras geométricas y examinar figuras resultantes.
 - Hacer teselados (diseños que cubren una superficie plana sin dejar espacios, ni superponer) con figuras planas con el objeto de que los niños descubran con qué figuras se puede cubrir el plano. (Usar por ejemplo un triángulo equilátero como patrón, recubrir superficies, estimar, transformar, trasladar, girar, reflejar).
 - Identificar y dibujar figuras semejantes: Hacer cuadrados de distintos tamaños usando piezas cuadradas, ¿cuántos se necesitan? , ¿es posible construir un cuadrado con cualquier número de piezas?,. Determinar longitudes de lados, áreas, perímetros, establecer relaciones. Repetir actividad con triángulos equiláteros, rombos...etc. Motivar a observar patrones numéricos en el número de piezas. Dado un cubo, ¿cuántos cubos se requieren para construir un cubo del doble de alto? ¿del triplo?, explorar en este contexto relaciones entre longitudes, áreas y volúmenes de figuras semejantes.

3.2.4 Pensamiento métrico y sistemas de medidas..

El pensamiento métrico, según los documentos curriculares, está relacionado con la comprensión de las magnitudes y la capacidad para abstraerlas, medirlas, compararlas, operar con sus medidas y aplicarlas en diferentes contextos; utilizando como herramienta básica los sistemas de medidas. En la vida cotidiana y en las ciencias experimentales se habla de magnitud como una propiedad o cualidad de objetos o fenómenos, que puede tomar diferentes valores numéricos, es decir, una magnitud es un atributo o rasgo que

varía de manera cuantitativa y continua (longitud, peso, densidad, etc.), o de manera discreta (número de personas); las cantidades de magnitud son los valores de dichas variables. (Godino, Batanero, & Roa, 2004, pág. 295)

Desde esta perspectiva, Godino, Batanero y Roa (2004) consideran que medir una cantidad consiste en determinar las veces que esa cantidad contiene a la cantidad (o cantidades) que se toman como referencia (unidades de medida). Al hacer una medición asignamos entonces un número y una unidad de medida, o varias, dependiendo de si la cantidad a medir es múltiplo de la cantidad tomada como referencia o no, y de la precisión deseada.

Como se puede percibir en la síntesis anterior, un objetivo primordial del trabajo en el aula, con este pensamiento, debería ser el desarrollar en los estudiantes la comprensión de las magnitudes y no el uso sin sentido de unidades y sistemas de medida. Naturalmente para desarrollar comprensión de cada magnitud (longitud, área, volumen, capacidad, masa, tiempo...etc) es indispensable propiciar, entre otras, experiencias como las mencionadas en los estándares, que están relacionadas con otros pensamientos, en particular con el numérico:

- Reconocimiento y distinción de atributos (medibles- no medibles).
- Actividades no numéricas: describir, clasificar, comparar indirectamente, ordenar, igualar, unir, separar (estudiar atributos como color, forma, tamaño)
- Actividades numéricas: (comparación directa). fundamentar comprensión del número, contar, igualar, unir o separar.
- Uso y comprensión de sistemas de numeración posicionales.

En contraste con lo anterior es usual que el trabajo con las magnitudes y la medida se reduzca al conocimiento e instrumentalización del sistema métrico decimal (conversiones) y esto origina problemas como: uso erróneo de los sentidos (el niño no compara, ni establece semejanzas y diferencias); uso de instrumentos no adecuados para medir una magnitud o mal manejo de estos; procedimientos incorrectos o elección

de unidad inadecuada, resolución de problemas que involucran datos erróneos o no reales; abuso de la exactitud en las medidas (no estiman, ni aproximan, para ellos "el error" es inadmisible); escrituras erróneas o sin sentido (fórmulas se asumen como trucos, así los cálculos no tengan sentido en el contexto).

La medición sin actividad es simplemente una rutina memorística, se requiere que los niños y niñas tengan experiencias significativas con las diferentes magnitudes y que sean capaces de efectuar correctamente procesos de medición.

Para cada magnitud, como lo plantean los Estándares, antes de medir, usando unidades, el objetivo es propiciar comparaciones entre objetos y posteriormente usar unidades, desarrollar comprensión de estas a través de actividades de clasificación de objetos, con respecto a una magnitud: menores, iguales o mayores que la unidad. Una vez se conozcan y usen coherentemente los sistemas de medida sería adecuado proponer actividades de aproximación (sin usar instrumentos), esto requiere visualizar unidad y usarla (mentalmente) para medir el objeto.

Godino, Batanero y Roa (2004) consideran que el primer punto de reflexión de la enseñanza de la medida debe ser entonces aclarar los tipos de situaciones de la práctica que llevan al hombre a medir cualidades de algunos objetos o eventos. Si nos interesa que los alumnos entiendan la razón de ser de la medida debemos enfrentarlos a dichas situaciones, no necesariamente para que reinventen las técnicas, sino para que puedan dominar los procedimientos de medida y atribuirle un sentido práctico a la actividad de medir.

Teniendo en cuenta los referentes anteriores, en la propuesta curricular, el trabajo con cada magnitud en la básica primaria deberá pasar por las siguientes etapas: comparación directa, comparación indirecta con un elemento intermedio arbitrario, comparación indirecta usando sistemas de unidades, no necesariamente regulares, proceso que motiva la necesidad de medir y encontrar un resultado numérico que exprese la medida.

Si las actividades iniciales de comparación directa e indirecta se desarrollaron consistentemente en los primeros grados de la primaria en el último grupo de grados, el profesor se puede centrar en la medición y la construcción y uso de sistemas de unidades, como se propone en las siguientes actividades:

Capacidad

- Observar recipientes graduados, descubrir sentido y necesidad de graduación, relación entre graduación y posición del objeto graduado: ¿cómo leer la graduación?, significado de las cifras, colocación de las mismas (regularidad...).
- Graduar recipientes de formas diversas, usando como unidad un recipiente acordado.
- Observar posición de graduaciones en función de forma de recipiente.
- Plantear problemas en que se requiera usar graduación como medio para indicar la cantidad de líquido que hay en una vasija.
- Construir graduación regular de un recipiente. Completar graduaciones, relacionar graduaciones e iniciar trabajo de conversión.
- Introducir sistemas de unidades estándar.

Masa (Se puede trabajar en matemáticas o en experiencias de ciencias naturales)

Las actividades se pueden orientar al aprendizaje del manejo de la balanza, y su lectura si tiene escala, para usarla en la comparación directa e indirecta, habituándolos en el uso de la medida patrón.

- Ordenar varios objetos de masas diferentes, masas suficientemente próximas de manera que requieran uso de un instrumento, para las que no baste la estimación del sopesado con las manos. Y buscar la manera de economizar pesadas.
- Clasificar objetos de igual masa.
- Comparar objetos usando masa patrón, ordenando del más ligero al más pesado.
- Asociar a distintos objetos la expresión de su medida en función de una unidad patrón.
- Construir un sistema de unidades. Buscar una técnica de pesado.
- Buscar distintas maneras de comparar la masa de dos objetos.

-
- Comparar objetos del mismo aspecto exterior (volumen y forma) y de masa diferente.
 - Comparar objetos de igual masa y aspecto exterior muy diferente.
 - Pesar objetos con balanzas de distinta sensibilidad y con distintos tipos de instrumentos.
 - Construir un sistema regular de pesas y buscar equivalencias.
 - Construir el sistema legal y realizar conversiones.

Tiempo

Deberán orientarse en estos grados a hacer conscientes a los niños de la necesidad de medir el tiempo y construir una escala de tiempo que les permita medir, usando instrumentos simples.

- Observar un reloj con segundero para aprender a estimar la duración de un segundo y luego de un minuto.
- Usar un cronómetro para medir el tiempo empleado en una carrera, el tiempo empleado en saltar lazo, u otras actividades de competencias en las que el tiempo determine el ganador.
- Medir con distintos relojes la duración de dos canciones.
- Comparar indirectamente relojes sirviéndose de una graduación.
- Construir una escala regular usando el cuarto de hora como unidad.
- Localizar en la escala los acontecimientos escolares
- Encontrar equivalencias entre unidades usuales de tiempo (Sexagesimal. Decimal).

Longitud

En estos grados las actividades deberán orientarse a mejorar las técnicas de medición trabajadas en el ciclo anterior, mediante la construcción y uso de sistemas regulares, el legal en particular, y los instrumentos adecuados, compás, regla graduada, metro.

- Construir un sistema regular de medida, fabricando un instrumento de medida compatible con el (banda graduada, cuerda con nudos...). Analizar sus ventajas, desventajas y transformaciones.

- Entregar a cada grupo un metro patrón, para familiarizarse con él buscar objetos cuya longitud sea cercana a un metro
- Construir subunidades y múltiplos, sabiendo que se trata de un sistema regular con cambio 10 (Llegar hasta decámetro y centímetro). Nombrar y establecer equivalencias.
- Construir reglas graduadas tomando como unidad el metro, el doble decímetro o el centímetro. Medir con ellas distintos segmentos. Usar la regla para construir segmentos de una medida dada
- Medir perímetros de polígonos o líneas poligonales
- Hacer e interpretar planos o mapas
- Encontrar el orden de magnitud de una distancia corta, longitud de una mesa, un pasillo, altura de un techo, etc.
- Encontrar objetos de longitudes dadas: 0.75 m, 1.50 m, 5 m, 25 m...etc.

3.2.5 Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Los estándares de este pensamiento tienen como finalidad que los alumnos lleguen a comprender y apreciar el papel de los modelos aleatorios y de la estadística en situaciones próximas a su entorno, conociendo diferentes campos de aplicación y el modo en que estos han contribuido a su desarrollo. Se orientan además a la comprensión y valoración de los métodos estadísticos, de las formas básicas de razonamiento, de su potencia y limitaciones.

En los primeros grados de la básica es fundamental la exploración, representación, lectura e interpretación de datos en contextos; familiarizar al estudiante con algunas formas de representación de información numérica e introducirlo en el análisis de estas representaciones Potenciar desde los primeros grados el análisis cualitativo de regularidades, tendencias, tipos de crecimiento y proponer una aproximación intuitiva a la probabilidad. (Fernández, Soler, & Sarmiento) Por el carácter de este pensamiento, en el aula los contextos y situaciones pueden ser muy ricos y diversos, para recoger y analizar información interesante y relevante para los alumnos. Y además su desarrollo debe ser muy flexible, tanto en contenidos como en actividades y tareas propuestas; la

exploración, la creatividad y la investigación pertinente al entorno deben ser los ejes fundamentales en el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En este pensamiento se distinguen tres ejes temáticos: organización de datos, medidas de posición y probabilidad e inferencia.

Las preguntas y situaciones relacionadas con el primer eje a este nivel, deberán estar relacionadas con la extracción de datos directamente del gráfico y con la evaluación intuitiva de tendencias basándose en una parte de los datos. Es decir, con la traducción de un gráfico a otro o de un gráfico a una tabla o viceversa y con la interpretación, que implica organizar y reconocer aspectos más y menos importantes, identificar relaciones entre los datos presentados en el gráfico.

En el planteamiento de tareas y situaciones para el aula es importante tener en cuenta que los gráficos no se utilizan arbitrariamente. Godino y Batanero (2002) consideran que el Gráfico de barras (o de columnas) permite ilustrar visualmente ciertas comparaciones de tamaño, especialmente cuando se precisa comparar dos muestras, el Gráfico de sectores denominado gráfico de “torta” o “pastel”, muestra claramente cómo una cantidad total se reparte, así como el tamaño relativo de las distintas partes; el área de cada sector es proporcional a la frecuencia de la modalidad que representa. Y los pictogramas utilizan símbolos para representar un conjunto de datos. La mayor frecuencia se identifica por la mayor acumulación de símbolos. Se emplean, sobre todo, para hacer más amigables e entendibles los informes estadísticos.

El punto inicial del trabajo escolar con la estadística debería ser el encuentro de los alumnos con sistemas de datos reales: resultados deportivos de sus equipos favoritos, medios de transporte usados para ir a la escuela, temperatura máxima y mínima a lo largo de un mes; color o tipo de vehículo que pasa por delante de la ventana, etc. Con el propósito de capacitar al alumno para recoger, organizar, representar y analizar sistemas de datos sencillos. (Batanero & Díaz, 2011, pág. 24)

Ejemplo de situaciones

Situación 1

¿Cómo son los alumnos del curso?

Para responder a esta pregunta se puede recoger información sobre diferentes características de los alumnos. Con respecto a los datos, Batanero y Díaz (2011) consideran que es necesario preparar una lista de las características que se van a averiguar y esto permite determinar la forma en que podrían obtenerse los datos:

- Si la información a recolectar es sexo, color de pelo y ojos, si usa o no gafas, basta la simple observación.
- Si se quiere determinar peso, talla o longitud de brazos extendidos es preciso medir.
- Si se quiere averiguar por ejemplo, número de hermanos, ¿cómo se desplaza al colegio?, ¿qué deporte práctica?, es preciso preguntar a los alumnos, realizar una pequeña encuesta.

Situación 2

Colombia y la comunidad Latino americana

Los alumnos recopilarán datos de los países (o los departamentos), pueden elegir variables que les interesen.

Algunas sugerencias son:

- Indicadores económicos: Ingreso; consumo, tasa de empleo.
- Datos socio-demográficos: Población, densidad de población, población joven (hasta 25 años); tasa de natalidad y mortalidad; esperanza de vida.
- Consumo de energía. Turismo: número de visitantes; salidas al extranjero; ingresos por turismo, ...etc.

Para estudiar más a fondo los datos es indispensable, entre otros, usar las medidas de tendencia central, segundo eje conceptual, que se debe introducir en los últimos grados de la primaria, en el marco de tareas como:

- En una escuela se aplicó una prueba de 5 preguntas a los 50 estudiantes del grado cuarto de primaria. En la siguiente tabla encuentras la información sobre el número de respuestas correctas de los estudiantes de este grupo.

Número de preguntas correctas	Número de estudiantes
1	8
2	10
3	12
4	15
5	5

Completa los siguientes enunciados:

-----estudiantes respondieron correctamente solo 2 preguntas

12 estudiantes respondieron correctamente, exactamente, _____preguntas

_____ respondieron 3 preguntas o menos.

¿Cuántas preguntas, en promedio, respondieron correctamente los estudiantes de este grupo?

- Se pidió a un grupo de 30 personas, seleccionar entre tres marcas de jugo, su marca preferida. La información se presenta en la siguientes lista:

Marca 1 Marca 2 Marca 1 Marca 1 Marca 1 Marca 3 Marca 1 Marca 3 Marca 1 Marca
2 Marca 1 Marca 1 Marca 2 Marca 1 Marca 3 Marca 3 Marca 2 Marca 1 Marca 1 Marca
1 Marca 1 Marca 3 Marca 1 Marca 2 Marca 3 Marca 1 Marca 3 Marca 3 Marca 2 Marca
3

- En este grupo, ¿cuál de las marcas es la MODA?

3.3 Sugerencias para la evaluación.

El diseño curricular es incompleto si no se considera uno de los aspectos centrales del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, la evaluación. Según los

Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias para evaluar en el aula se requiere incorporar las perspectivas cualitativa y cuantitativa, pero un seguimiento continuo al desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, exige que se privilegie la primera. Plantean además, estos documentos, que la evaluación debe ser formativa, continua, sistemática y flexible, con el propósito de producir y recoger información sobre los procesos que se desarrollan en las instituciones educativas. (Ministerio de Educación Nacional, 2008)

La evaluación en los niveles de básica primaria debe tener en cuenta propósitos formativos y para ello se requiere seleccionar estrategias que permitan un aprendizaje significativo en los estudiantes. Es todo un reto superar el concepto de evaluación asociada únicamente a una calificación o medida para contemplar la posibilidad de realizar una mirada más juiciosa del proceso.

En la actualidad el objeto de evaluación de las pruebas externas de matemáticas ha cambiado. No se habla de indagar por conocimientos matemáticos dispersos y puntuales, hoy se evalúan competencias matemáticas fundamentadas en conocimientos, procedimientos, destrezas, formas de razonamiento y habilidades matemáticas que se evidencien en el uso que el estudiante hace de la matemática en diferentes contextos. En el marco de las pruebas internacionales PISA, se afirma al respecto que la competencia matemática se relaciona con la capacidad de los individuos para enfrentarse a situaciones que requieren analizar, razonar y comunicarse de manera eficaz cuando plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversos contextos. En el proceso de enseñanza-aprendizaje entonces se debería desarrollar la capacidad de los individuos para identificar y entender el papel de las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundamentados, satisfacer sus necesidades como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos. (OCDE, 2016)

La evaluación es parte integral de los procesos desarrollados en el aula, debe proporcionar información acerca de la calidad y pertinencia de los planes y proyectos llevados a cabo diariamente. Debe además aportar información que permita responder, entre otras, preguntas, como: ¿qué dificultades presentan los alumnos en el proceso de

aprendizaje de conceptos numéricos, geométricos, métricos,..etc? ¿Qué aspectos del currículo se deben profundizar?, ¿qué tipo de situaciones y contextos favorecen el aprendizaje de un concepto o procedimiento?.

Una evaluación integral debe permitir al docente hacer inferencias sobre el proceso, que le permitan tomar decisiones claves en la ejecución y desarrollo de éste, teniendo en cuenta aspectos como la matemática que todos estudiantes deben conocer (conocimientos básicos), matemática que incluya tanto la comprensión de los conceptos como el uso con significado de procesos, procedimientos, herramientas y los ritmos de aprendizaje de cada estudiante. (Acevedo Caicedo, 2003, pág. 129)

A continuación se presenta una síntesis, del capítulo “La Evaluación en el Aula de Matemáticas” de la profesora Myriam Acevedo Caicedo arreglar cita (2003) del libro Trazas y Miradas: Evaluación y competencias. En esta síntesis se incluyen sugerencias que el profesor debería tener en cuenta en la evaluación de los diferentes pensamientos.

Pensamiento Numérico-variacional

Teniendo en cuenta la caracterización que se hizo de este bloque en la parte inicial de la propuesta curricular algunos énfasis de la evaluación en el aula de matemáticas podrían ser:

- Si en los primeros grados los niños y niñas desarrollaron procedimientos computacionales y exploraron con profundidad los diferentes significados de las operaciones al interior del planteamiento y resolución de problemas, el énfasis en cuarto y quinto se ubicará en la comprensión conceptual de la estructura de los números naturales, el sistema de numeración decimal y sus operaciones, evidenciada a través de la resolución de problemas cuantitativos, la descripción de datos y relaciones usando representaciones numéricas gráficas y simbólicas, la interpretación de información cuantitativa, el planteamiento de inferencias y la verificación de soluciones y conclusiones. Se requiere además explorar la habilidad de los niños y niñas para interpretar números usados en la descripción de fenómenos y razonar sobre variables interrelacionadas (variación directa e

inversa); interpretar situaciones de cambio en fenómenos simples (físicos, químicos, biológicos o económicos)

- Evaluar, como se ha venido haciendo en los grados anteriores, el uso los números en situaciones de conteo, medición, comparación (razón), códigos, localización y enfatizar en resolución de problemas que requieran medir, comparar, estimar, clasificar y ordenar.
- Aunque es importante que el niño adquiera destrezas básicas de cálculo numérico, los cálculos largos y tediosos deben abandonarse, para indagar por el planteamiento y resolución de problemas que requieran usar los diferentes significados de las operaciones en situaciones donde se deba dar sentido a los datos, elegir estrategias de solución e interpretar resultados.
- Dado que uno de los propósitos fundamentales de este grupo de grados es una aproximación significativa al pensamiento variacional, se debe indagar por el análisis de situaciones de diferentes contextos, que exijan la lectura, interpretación y construcción de tablas y gráficas sencillas, la comparación de datos y la búsqueda de información implícita en ellos.
- Desde los primeros grados los estudiantes han explorado patrones y regularidades de manera informal es por ello que en este ciclo se debe avanzar en esta exploración, enfatizar en el reconocimiento y descripción de éstas, usando lenguaje natural y expresiones aritméticas y proponer el estudio de relaciones entre variables dado que estas tareas permiten evaluar, no solo el aprendizaje de procedimientos sino la comprensión de conceptos, relaciones y propiedades aritméticas.
- Es fundamental explorar, como lo comentamos en las sugerencias didácticas, los diferentes significados de la fracción y sus formas de representación, el paso de la fracción al decimal, la identificación de la fracción dada la expresión decimal, el planteamiento y la resolución de problemas que requieren modelar y dar significado a las operaciones entre fracciones.
- En lo relacionado con la iniciación del álgebra (sistemas algebraicos) es importante indagar continuamente sobre la manera como usan los estudiantes su conocimiento sobre las operaciones aritméticas, para establecer equivalencias

numéricas y solucionar por métodos informales (ensayo y error) ecuaciones simples. (Encontrar número desconocido)

Pensamiento geométrico-métrico:

- Usualmente en las propuestas de evaluación del pensamiento espacial se enfatiza en el reconocimiento de nombres, definiciones y propiedades, pero como se planteó en las sugerencias didácticas el énfasis se debe ubicar en la visualización, la solución de problemas, el razonamiento y la modelación.
- En los niveles básicos las actividades de evaluación del Pensamiento espacial deberían estar orientadas al reconocimiento, descripción, análisis y clasificación de figuras geométricas y a propiciar que los estudiantes expliquen y argumenten (informalmente) sobre las relaciones entre diferentes clases de figuras. (Todo cuadrado es un rectángulo, pero no todo rectángulo es un cuadrado)
- Es propicio proponer a los estudiantes actividades de visualización, dibujo y construcción de figuras geométricas tri y bidimensionales donde se explore la capacidad que tienen para reproducir imágenes que ilustren conceptos, propiedades o relaciones.
- Hacer énfasis en la actividad de resolución de problemas, inicialmente relacionadas con el reconocimiento o uso de propiedades geométricas o métricas, y posteriormente proponer problemas interesantes y novedosos con enunciados abiertos que permitan una aproximación al análisis de casos particulares y a la generalización.(Explorar por ejemplo la suma de los ángulos internos de diversos triángulos)
- Experimentar con la construcción de modelos tridimensionales, el desdoblamiento de figuras, la división de figuras planas en figuras más simples y el uso y análisis de transformaciones geométricas.
- Como se comentó en las sugerencias didácticas y en el diseño curricular el énfasis de la evaluación del pensamiento métrico y de los sistemas de medida, no está en el uso de sistemas de unidades y conversiones, si no en indagar por el significado de las magnitudes, la conservación, la estimación de rangos y la selección y uso de patrones, unidades de medida e instrumentos adecuados. Explorar además las relaciones que el estudiante

establece entre el pensamiento métrico y el pensamiento geométrico, como por ejemplo, la interpretación desde las propiedades geométricas del área y perímetro de figuras planas y del volumen de sólidos.

Pensamiento aleatorio

- Dado el carácter de este pensamiento, son adecuadas las actividades de evaluación, que permitan conocer el desempeño de los estudiantes (trabajando en equipo) en el desarrollo de tareas donde se requiera recoger, organizar, representar, leer e interpretar datos en contextos próximos.(datos de compañeros de clase: peso, estatura, edad, integrantes del grupo familiar, música preferida.; precios de artículos de la canasta familiar, datos del barrio o localidad...etc)
- Indagar por la interpretación de información simple proveniente de medios masivos de comunicación o de reportes de servicios, donde requieran interpretar, discutir, explicar y hacer inferencias sencillas.
- Proponer el uso de herramientas tecnológicas (disponibles) para elaborar gráficos estadísticos, calcular y analizar medidas de tendencia central para conjuntos de datos...etc.

3.4 Validación de la propuesta curricular.

Para validar la propuesta curricular, se realizaron seis sesiones de trabajo (jornada escolar completa), coordinadas por la profesora Myriam Acevedo, una de ellas con todos los docentes de matemáticas de la Institución Educativa Julio Cesar Turbay Ayala y las otras con docentes de matemáticas preescolar a quinto grado. Cada una de estas sesiones incluyó la discusión de elementos teóricos relativos a los pensamientos y procesos (componentes del currículo de matemáticas) y otra parte práctica (taller) con propuestas por grupos de grado (preescolar a segundo y tercero a quinto). Los aspectos que se mencionaron en los talleres se consideran en el diseño presentado en las tablas CITA....A continuación se describen estas sesiones.

Sesión 1: El diseño curricular y los Estándares Básicos de Competencias:

Esta sesión se organizó con el propósito de concientizar a los docentes respecto a la necesidad de cambiar la estructura curricular, teniendo en cuenta las carencias del actual en aspectos conceptuales y procedimentales (de algunos de los pensamientos) originadas posiblemente en la interpretación no profunda de los documentos curriculares (Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias). Se discutió además el impacto del diseño curricular en los niveles de desempeño de los estudiantes de la institución.

En general el grupo participante mostró interés por seguir profundizando en este tipo de análisis para enriquecer su comprensión de cada uno de los componentes del currículo de matemáticas y empezar a modificar sus prácticas pedagógicas en el aula. Algunos docentes del grupo estuvieron dispuestos a compartir sus diseños para realizar un análisis crítico de estos.

Sesión 2: Pensamiento numérico y sistemas numéricos: La construcción del número natural y el sistema de numeración.

En esta sesión se analizaron los tres ejes del pensamiento numérico: el concepto de número, el sistema de numeración y las operaciones, presentando ilustraciones adecuadas para cada uno de los grados e intentando diferenciar el nivel de profundidad pertinente a cada caso. Toda la discusión se apoyó en sugerencias didácticas específicas relativas a actividades que los docentes pueden realizar en sus respectivos cursos. La discusión anterior se fortaleció con el trabajo de los docentes en el taller en el que analizaron situaciones hipotéticas de aula sobre cada uno de los ejes descritos.

De acuerdo a los planteamientos de los docentes al finalizar la sesión y sus desempeños en el taller se puede concluir que lograron entender algunos tópicos que habían leído en los Estándares pero no sabían a qué hacían referencia. Los docentes de preescolar se interesaron en integrar su diseño al de la primaria e incluir los elementos discutidos, en general mostraron interés en replantear el documento que manejan en la actualidad.

Sesión 3: Pensamiento métrico: una reflexión sobre el significado de las magnitudes y la medida:

Esta tercera sesión incluyó algunas generalidades sobre el carácter de las magnitudes y el proceso de construcción de estas, se hizo referencia a los conceptos de otros pensamientos relacionados con la medida, su cuantificación, el uso con sentido que permita la comprensión de situaciones de medición en contexto. Se hizo énfasis en la necesidad de potenciar la estimación y la aproximación y usar racionalmente los instrumentos.

En el taller los profesores trabajaron actividades de reconocimiento y distinción de atributos medibles e identificaron en situaciones la importancia de realizar en las primeras etapas actividades no numéricas: describir, clasificar, comparar, ordenar, igualar, unir, separar...etc ; posteriormente actividades numéricas (comparación directa) y finalmente usar sistemas de numeración posicionales para entender y usar sistemas de medida.

En el grupo se pudo percibir un acuerdo referente a este pensamiento, está ausente, en los términos descritos, de la práctica de aula y por ello se debe considerar explícitamente en el diseño.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Para el desarrollo de este tema fue necesario caracterizar claramente este pensamiento y explicar, el porqué, debe desarrollarse desde la básica primaria. Se hizo referencia al reconocimiento, identificación y caracterización de la variación y el cambio; descripción, modelación y representación en distintos sistemas simbólicos (verbales, icónicos, gráficos y algebraicos) en contextos variados.

En la actividad práctica se presentaron actividades relacionadas con los estándares propuestos para cada uno de los grupos de grados, sugerencias didácticas y metodológicas aplicables según las características específicas de los alumnos. Los docentes analizaron cada uno de los apartes del taller y la mayoría mostró disposición a incluirlos en su desarrollo y quehacer pedagógico, pues consideraron contienen elementos valiosos, claros y precisos que ayudan a los niños a comprender conceptos

básicos que les servirán en grados superiores y les permitirán mejorar sus desempeños en el planteamiento y resolución de problemas.

Sesión 4: Pensamiento espacial y sistemas geométricos:

En esta sesión se diferenciaron para empezar los dos ejes fundamentales a trabajar en los diferentes grados las relaciones intra e interfigurales y las transformaciones. Las primeras referidas al estudio de figuras y cuerpos geométricos, sus elementos, propiedades y relaciones entre diferentes figuras y las segundas referidas a los movimientos que permiten establecer

relaciones de semejanza y congruencia entre objetos geométricos. Estos ejes están en el diseño de este pensamiento en la propuesta curricular y por ello era importante explicar e ilustrar a los profesores sobre la forma de trabajarlos en el aula en cada grado.

Para fortalecer los planteamientos anteriores en el taller se sugirieron actividades que los profesores pueden trabajar en los primeros niveles, los profesores las estudiaron y resolvieron y manifestaron que usualmente en geometría el trabajo es muy superficial y los estudiantes tienen dificultades en estos tópicos cuando son evaluados, algunos docentes manifestaron que es posible en principio trabajarlas en el aula e incluir estos temas en el diseño curricular.

Sesión 5: Pensamiento aleatorio: Los gráficos estadísticos y las medidas de tendencia central, una reflexión sobre su significado.

Inicialmente se describieron, usando ilustraciones, los tres ejes de este pensamiento para la básica: organización de datos y su representación, medida de tendencia central y nociones de probabilidad. Se recalco la necesidad de proponer un desarrollo flexible tanto en contenidos como en actividades, donde se estimule la exploración, la creatividad y la investigación involucrando entonos cercanos y cotidianos que proporcionen información significativa (resultados deportivos, colores favoritos, trasportes más usados...) con el propósito de brindar al alumno la posibilidad de recoger, organizar, representar y analizar sistemas de datos sencillos. En el taller se mostró cómo se podría evaluar en estos niveles sobre aspectos básicos de este pensamiento, los profesores consideraron que las tareas propuestas eran sencillas y podrían trabajarse sin problema con los niños en el aula.

Sesión 6: Organización de un diseño curricular

Finalmente se dieron a conocer algunos apartes específicos del diseño para los diferentes grupos de grados, en cada uno de los pensamientos. Los docentes analizaron la propuesta y plantearon algunas inquietudes respecto a la necesidad de complementar con ilustraciones y sugerencias para trabajar en el aula, aspecto que se concretó posteriormente en las sugerencias didácticas y de evaluación que acompañan el documento.

Con respecto al proceso de validación los docentes manifestaron, que avanzaron en la interpretación de los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias de matemáticas y consideran importante construir un currículo oportuno y secuencial, teniendo en cuenta cada ciclo educativo.

A nivel general, se observó un alto impacto en la población docente de los grados preescolar a quinto, quienes al final del proceso reconocieron la necesidad de hacer cambios significativos en aspectos didácticos, metodológicos y evaluativos, como elementos importantes en las prácticas de aula que podrían verse reflejados en el mejoramiento de los desempeños de los estudiantes.

4. Conclusiones y recomendaciones.

En este capítulo se presentan las principales conclusiones y recomendaciones que se derivan del proceso de elaboración y consolidación de 'este trabajo de grado. Incluye una síntesis de los logros alcanzados en relación con los objetivos propuestos y reflexiones referidas al diseño y aplicación de la estructura curricular.

4.1 Conclusiones.

- El objetivo general planteado para este trabajo se cumplió, pues se construyó, una propuesta de organización curricular para los grados primero a quinto de la básica primaria, logro más amplio que el inicialmente propuesto, que se refería a un grado, el quinto. En el diseño además, se caracterizaron y correlacionaron los 5 pensamientos y procesos transversales teniendo en cuenta las orientaciones del MEN y algunos referentes internacionales que permitieron enriquecer aspectos disciplinares, didácticos, metodológicos y de evaluación.
- El diagnóstico inicial permitió corroborar las carencias de la estructura curricular de matemáticas de la básica primaria, posiblemente relacionadas con lecturas poco profundas o interpretaciones parciales de los documentos del MEN, hecho que incide tanto en las prácticas pedagógicas como en los énfasis y orientaciones que el profesor da al proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula.
- El análisis histórico-epistemológico, permitió entre otras cosas hacer un recorrido por algunas de las reformas curriculares de Colombia, sus logros, aciertos y desaciertos y lo más importante en este análisis tuvimos la oportunidad de

reconocer diferentes concepciones acerca de la naturaleza de la matemática escolar y su proceso de enseñanza aprendizaje.

- La revisión de aspectos disciplinares, pedagógicos y didácticos relativos al currículo, el aprendizaje y la enseñanza de la matemática facilitó no sólo construir una estructura más sólida sino contrastar los desarrollos curriculares del área en nuestro país con los de Estados Unidos, España, y Singapur. Se identificaron en este proceso similitudes en la organización de los ejes (pensamientos y procesos, para el caso colombiano) y un énfasis en todos ellos del planteamiento y resolución de problemas como actividad principal a privilegiar en el aula de matemáticas desde la básica primaria.
- La estructura curricular diseñada no se limita desde luego a listar una serie de temas a trabajar en cada uno de los grados sino que incluye los estándares correspondientes a cada ciclo y pensamiento, los desempeños de cada estándar para cada grado y los aspectos conceptuales (temas). Para los grados cuarto y quinto, se proponen además orientaciones didácticas específicas para cada pensamiento que le permitan al profesor modificar y enriquecer sus prácticas. Aparte de lo anterior se describen estrategias y énfasis de la evaluación en cada componente.
- No es posible desde luego garantizar que la adopción y desarrollo de la nueva estructura curricular permita superar las dificultades identificadas a lo largo del proceso, pues se requiere de una parte un proceso de formación continuada del grupo de profesores que les permita apropiarse de la propuesta y existen múltiples factores asociados que pueden incidir en el mejoramiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje a nivel institucional.
- El planteamiento, elaboración y aplicación del presente trabajo de grado, permitió entre otras cosas consolidar mis conocimientos en lo disciplinar, lo didáctico y lo conceptual, aportando al perfil profesional nuevos saberes que facilitan ampliar la

experiencia y el rol docente. Resulta enriquecedor compartir nuevas maneras de aprender, incorporar el conocimiento y conocer acerca de la naturaleza de las matemáticas y las diferentes dimensiones que esto implica.

4.2 Recomendaciones.

- La estructura curricular que se presenta en este trabajo requiere ser ampliada para los niveles de preescolar que no se consideraron en la propuesta y complementada para los grados primero a tercero con sugerencias didácticas y metodológicas que podrían ser determinantes en el proceso educativo del área para la básica primaria de la institución.
- Naturalmente la estructura está sujeta a cambios y modificaciones, según el criterio del grupo de docentes que orientan la asignatura de matemáticas en la Intuición Educativa julio Cesar Turbay Ayala de los grados primero a quinto, siempre y cuando estas modificaciones se hagan con la intención de perfeccionar o mejorar su aplicación en el ámbito educativo. Vale la pena reiterar que la aplicación requiere cambiar algunas prácticas de aula tradicionales y rutinarias que posiblemente afectan los procesos de aprendizaje de los estudiantes.
- La institución educativa debe garantizar en lo posible, que los maestros que orientan la asignatura de matemáticas tengan una formación específica en el área, con el propósito que tengan un dominio de los conocimientos disciplinares, pedagógicos y didácticos acordes a las edades y desempeño de los estudiantes en cada uno de los grupos de grados. En determinado momento se hace necesario además organizar los tiempos y espacios para compartir con el cuerpo docente la propuesta y las orientaciones pertinentes a su aplicación.
- Si otras instituciones educativas desean incorporar la estructura presentada, es necesario elaborar previamente un diagnóstico que permita adecuarla a las condiciones específicas, teniendo en cuenta los requerimientos, exigencias de la población y características de contexto en el cual se desea aplicar.

5. Referencias

- Acevedo Caicedo, M. (2003). *Trazas y Miradas: Evaluación y Competencias*. Bogota DC: Universidad Nacional de Colombia.
- Álvarez, M. G. (2010). Diseñar el currículo universitario: un proceso de suma complejidad. *Signo y pensamiento* 56, 69-83.
- Batanero, C., & Díaz, C. (2011). *Estadística con Proyectos*. Granada: Repro Digital.
- Batanero, C., & Godino, J. D. (2002). *Estocástica y su Didáctica para Maestros*. Granada: Repro Digital.
- Benítez, A. (30 de Marzo de 2006). Las competencias básicas en la LOE. *Revista Escuela Española*(3701).
- California Department of Education. (2010). Highlights of the Common Core State Standards for Mathematics. *Curriculum, learning and Accountability Branch*.
- California Department of Education. (24 de Febrero de 2015). *California Department of Education*. Obtenido de <http://www.cde.ca.gov/re/cc/tl/whatareccss.asp>
- Castro Rodriguez, E., Lupiáñez, J., Ruiz Hidalgo, J., Rico, L., & Díez, A. (2015). Matemáticas escolares y cambio curricular (1945-2014). El caso de los números racionales. *Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado*, 421-438.

-
- Cid, E., Godino , J. D., & Batanero, C. (2003). *Sistemas Numéricos y Su Didáctica para Maestros*. Granada: Repro Digital.
- Departamento de Educacion de EE.UU. (Febrero de 2008). *Departamento de Educacion de EE.UU.* Obtenido de <http://www2.ed.gov/about/offices/list/ous/international/usnei/us/edlite-org-us.html>
- Educacion. (2013). *Educacion*. Obtenido de <http://www.educa-accion.cl/modelo-pedagogico/metodo-singapur>
- Fandiño Pinilla, M. (2006). *Currículo, evaluación y formacion docente en matemática*. Bogota D.C.: Cooperativa Editorial Megisterio.
- Fernández Bravo, J. A. (2005). Avatares y estereotipos sobre la enseñanza de los algoritmos en matemáticas. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación matemática*, 42-43.
- Fernández Fernández, I. (2010). Matemáticas en Educacion Primaria. *Eduinnova*, 42-46.
- Fernández, F., Soler, N., & Sarmiento, B. (s.f.). *Universidad Pedagógica Nacional*. Obtenido de La Educación Estadística en Instituciones Donde Realizan Prácticas de Enseñanza Estudiantes de La universidad Pedagógica Nacional.: [http://www.pedagogica.edu.co/admin/UserFiles/05\(1\).pdf](http://www.pedagogica.edu.co/admin/UserFiles/05(1).pdf)
- Gairín Sallán , J. (1990). *Las actitudes en educación: Un estudio sobre educación matemática*. Barcelona: Marcombo.
- Gallardo Romero, J., & González Marí , J. L. (12 de Octubre de 2002). *Multiplicaciones con cifras desconocidas:problemas para practicar y comprender el algoritmo estándar de la multipliación*. Obtenido de Universidad de los Andes: <http://funes.uniandes.edu.co/627/>
- García O., G. (2003). *Currículo y evluación en Matemáticas*. Bogotá D.C.: Cooperativa Editorial Magisterio.

- Gil Perez, D., & De Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas*. Popular.
- Gobernación de Antioquía. (2005). *Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas*. Medellín Colombia: Digital Express Ltda.
- Gobernación de Antioquía. (2006). *Modulo 2: Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. Medellín: Artes y Letras Ltda.
- Gobierno de España. (09 de Diciembre de 2013). LEY ORGÁNICA 8/2013. Madrid, España.
- Godino, J. D. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Granada.
- Godino, J. D., & Font, V. (2003). *Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros*. Granada: Editorial Repro Digital.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros*. Granada: Proyecto Edumat-Maestros.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Roa, R. (2004). *Medida de Magnitudes y sus Didáctica para Maestros*. Granada: GAMI S.L.
- Gómez Alfonso, B. (1998). *Numeración y cálculo*. Editorial Sistesis S.A.
- Gómez Alfonso, B. (s.f.). *Departamento de Matemática Educativa*. Recuperado el 30 de 10 de 2016, de <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/El%20numero%20y%20el%20calcul.pdf>
- Gómez, P. (2010). *Diseño Curricular en Colombia el caso de las Matemáticas*. Granada: Univesidad de Granada.
- González , A., & Weinstein, E. (2006). *La enseñanza de la Matemática en el Jardín de Infantes: a través de Secuencias Didácticas*. Homo Sapiens.

- I.E. Julio Cesar Turbay Ayala. (2012). *PEI*. Soacha Cudinamarca.
- ICFES. (Mayo de 2012). *PRUEBAS SABER Guía para la lectura e interpretación de los reportes de resultados institucionales de la aplicación muestral de 2011*. Obtenido de ICFES Interactivo: <file:///C:/Users/PC/Downloads/Guia%20para%20lectura%20e%20interpretacion%20reportes%20resultados%20institucionales%20aplicacion%20muestral%202011.pdf>
- ICFES. (Julio de 2015). *Pruebas Saber 3°, 5° y 9°. Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2015*. Recuperado el 22 de 09 de 2105, de Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior: http://www.icfes.gov.co/exámenes/component/docman/doc_view/985-guia-3-5-9-lineamientos-para-las-aplicaciones-muestral-y-censal-2015-2?Itemid=
- ICFES. (08 de 10 de 2015). *Resultados de Pruebas Saber 2014*. Recuperado el 12 de 10 de 2015, de Icfes Interactivo: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteSedeJornada.jsp>
- Larios Osorio, V., Font Moll, V., Spíndola Yáñez, P., Sosa Garza, C., & Gimenez Rodríguez, J. (2012). El perfil del docente de matemáticas. Una propuesta. *Eureka*.
- Lina Monica Oviedo & Ana María Kanashiro. (2012). Los registros semióticos de representación en Matemática. *Revista Aula Universitaria* 13, 2-8.
- Mason, J., Graham, A., Pimm, D., & Gowar, N. (1999). *Rutas hacia el algebra y Raices del algebra*. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- MEN. (2015). *Informe por colegio Prueba Saber 3°, 5° y 9°. Aterrizando los resultados al aula*. Bogotá D.C.

Ministerio de Educación de Singapur. (16 de Abril de 2015). *Ministerio de Educación de Singapur*. Obtenido de <https://www.moe.gov.sg/education/primary/primary-school-curriculum>

Ministerio de Educación Nacional. (1963). *Decreto 1710*. Bogotá D.C.

Ministerio de Educación Nacional. (1974). *Decreto 080*. Bogotá D.C.

Ministerio de Educación Nacional. (1976). *Decreto 088 de 1976*. Bogota D.C.

Ministerio de Educación Nacional. (1994). *Decreto 1860*. Bogotá D.C.

Ministerio de Educación Nacional. (1994). *Ley 115*. Bogotá D.C.

Ministerio de Educación Nacional. (1994). *Ley General de Educación*. Bogota D.C.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogota D.C.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogota D.C. Obtenido de Colombia Aprende la red de conocimiento: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Proyecto Sé*. Bogotá D.C.: Ediciones SM, S.A.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Bogotá D.C.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (01 de Marzo de 2014). Real Decreto 126/2014. Madrid, España.

Ministry Of Education Singapore. (2006). *Mathematics Syllabus Primary*.

Morales Espinosa, N. A. (2012). *Metodo Singapur: descripciones de su implementacion. Factores facilitadores y/o obstaculizadores. Una*

- experiencia del profesorado del primer ciclo básico en una escuela municipal en la ciudad de Valdivia*. Temuco: Universidad de la Frontera.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA.
- NCTM. (2014). *National Council of Teachers of Mathematics*. Obtenido de <http://www.nctm.org/PtA/>
- NCTM. (2016). *National Council of Teachers of Mathematics*. Obtenido de <http://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Process/>
- OCDE. (27 de Octubre de 2016). *Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico*. Obtenido de <https://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>
- Organización de Estados Iberoamericanos. (25 de Agosto de 2014). *Organización de Estados Iberoamericanos*. Obtenido de <http://www.oei.es/historico/cienciayuniversidad/spip.php?article5091>
- Portan de Bressan, A. M., & Costa de Bogisic, B. E. (1996). *La Regularidades: Fuente de Aprendizajes Matemáticos*. Buenos Aires: Secretaría Técnica de Gestión Curricular.
- Ramirez, D. (1978). *La Misión Pedagógica Alemana ante el Ministerio de Educación de Colombia*. Bogotá D.C.
- Rico, L. (1998). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 5-15.
- Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias Matemáticas desde una Perpectiva Curricular*. Madrid: Alianza.
- Rivera M., E., & Sánchez C., L. F. (3-7 de Mayo de 2015). *Generalización de patrones: una vía al desarrollo del pensamiento*. Obtenido de

<http://xiv.ciaem->

redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/973/402

Secretaría Técnica de Gestión Curricular. (1996). *Las Regularidades:Fuentes de aprendizajes matemáticos.*

UNESCO. (12 de 2005). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo 2004-2014. Analisis Curricular.* Obtenido de Oficina Regional de Educación de la UNESCO para America Latina y el Caribe: <http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001430/143084s.pdf>

Vasco , C. E., Bermúdez, A., Escobedo , H., Negret, J. C., & León , T. (2000). *Conversatorios sobre Integración Curricular.* Bogotá D.C.: Antropos.

Vasco Uribe , C. E. (2006). *Didáctica de las matemáticas. Artículos selectos.* Bogotá: D`ninni Ltda.

Vasco Uribe, C. E. (2002). Seminario sobre Estándares Curriculares en Matemáticas. *Asociación Colombiana de Matemática Educativa.*

Vasco, C. E. (1994). *Un Nuevo Enfoque para las Didáctica de las Matemáticas. Volumen II.* Tunja Boyaca: Jotamar Ltda.

Villa Ochoa, J. A., & Ruiz Vahos, H. M. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde os lineamistnos y estándares curriculares colombianos . *Revista Virtual Universidad Catolica del Norte*, 1-21.

A. Anexo: Encuesta diagnóstica.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
MAESTRÍA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Fecha:

D

M

A

Nombres y apellidos:

Área de formación

Curso:

Área(s) de desempeño

Estimado(a) docente:

Agradecemos su colaboración en el desarrollo del siguiente instrumento de análisis, que hace parte de un proceso investigativo que permitirá rediseñar una propuesta de organización curricular en el área de matemáticas en lo relativo a lo disciplinar, didáctico y evaluativo.

Disciplinar:

Por favor analice cuidadosamente las afirmaciones referidas a los pensamientos matemáticos y sus ejes, consideradas en los documentos de Lineamientos y Estándares Básicos de Competencias; Determine a partir de este análisis si los elementos descritos

están incluidos en el diseño y desarrollo curricular y de acuerdo a ello, asigne una ponderación de 1 a 5 según el nivel de inclusión.

Pensamientos	Ejes del pensamiento	Nivel de avance				
		1	2	3	4	5
Pensamiento numérico y sistemas numéricos	1. Concepto de número Incluye el uso, sentido y significado de los números y la construcción de los sistemas numéricos: naturales y racionales positivos (fracciones)					
	2. Estructuras aritméticas Respecto a las estructuras tiene en cuenta el significado, relación y aplicación de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y sus propiedades					
	3. Numeración y cálculo Hace énfasis en la interpretación y aplicación de las propiedades del sistema de numeración decimal (Aditiva y posicional)					
Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	1. Patrones y regularidades Incluye el reconocimiento, descripción y uso de patrones (aritméticos y geométricos) en diferentes contextos.					
	2. Procesos algebraicos Considera una aproximación al reconocimiento y descripción de la variación a través de gráficas, esquemas, tablas y figuras.					
Pensamiento espacial y sistemas geométricos	1. Relaciones intra e inter figúrales (De y Entre las figuras) Hace referencia en los distintos grados al reconocimiento, descripción y construcción de las diferentes figuras (Triángulos, cuadriláteros, círculos, etc. y cuerpos geométricos, (Esferas, conos, cilindro, prisma, pirámide...)					

	<p>2. Transformaciones y relaciones espaciales. Tiene en cuenta el reconocimiento y análisis de transformaciones de figuras planas (rotación, traslación, reflexión, simetría ...)</p>					
<p>Pensamiento métrico y sistema de medidas</p>	<p>1. Las magnitudes Considera en los diferentes grados el estudio, análisis y aplicación de los procesos de medición y la construcción de las magnitudes (longitud, área, volumen, masa y peso)</p>					
	<p>2. Los sistemas de medición Hace referencia al uso de técnicas para la medición de diferentes magnitudes con patrones arbitrarios o estandarizados.(sistema métrico decimal)</p>					
<p>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos</p>	<p>1. Organización de datos Incluye temas básicos relacionados con la recolección, la organización, la representación gráfica (diagramas de barras, poligonales y circulares) y el análisis de datos.</p>					
	<p>2. Medidas de posición Tiene en cuenta el análisis de las medidas de posición central (media, mediana y moda) y su interpretación en diferentes contextos de aplicación.</p>					
	<p>3. Probabilidad e inferencia Considera la noción básica de probabilidad frecuencial en contextos de juego y en problemas matemáticos simples.</p>					

Didáctico y evaluativo:

Analice cuidadosamente las siguientes afirmaciones teniendo en cuenta tanto el marco didáctico (orientaciones) del documento curricular de la institución y su práctica pedagógica en la clase de matemáticas. Señale con una equis (X) la casilla que considere pertinente de acuerdo a la siguiente escala de frecuencia:

N: Nunca siempre **CN:** Casi nunca **AV:** a veces **CS:** casi siempre **S:**

Didáctico

Sub aspecto	Característica	Frecuencia				
		N	CN	AV	CS	S
¿Cómo desarrolla su clase?	Parte de los conocimientos previos de los estudiantes					
	Complementa sus explicaciones con ejemplos y contraejemplos.					
	Relaciona, cuando es posible, los conceptos y estructuras matemáticas con situaciones cotidianas.					
	Utiliza el planteamiento y resolución de problemas rutinarios y no rutinarios como eje en el desarrollo de su clase.					
	Emplea la metodología por proyectos					
	Considera el trabajo en grupo para el desarrollo de su clase.					
	Hace énfasis en los conceptos y el razonamiento matemático					
	Privilegia las estrategias y los procedimientos matemáticos					
	Tiene en cuenta los obstáculos y dificultades que evidencian los estudiantes para el desarrollo de la clase.					
¿Qué materiales y recursos emplea?	Utiliza recursos tecnológicos (Página web, portales educativos, software específico, blog etc.)					
	Emplea material concretos (domino, bingos, loterías, tangram y otros)					
	Usa talleres, guías o textos en el desarrollo de clase					
	Elabora materiales de apoyo para el desarrollo de sus clase					

Evaluativo:

Sub aspecto	Característica	Frecuencia				
		N	CN	AV	CS	S
¿Para qué Evalúa?	Promover a los estudiantes					
	Emitir un juicio valorativo					
	Determinar avances y dificultades de los					

	estudiantes.					
	Mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje.					
	Planificar actividades de clase teniendo en cuenta obstáculos y dificultades					
¿Cómo evalúa?	Utilizando pruebas escritas de selección múltiple (cerradas)					
	Aplicando pruebas escritas abiertas					
	A través de pruebas orales					
	Las evaluaciones son individuales.					
	Las evaluaciones son grupales.					
	Enfatizando en ejercicios de rutina.					
	Aplicando pruebas centradas en planteamiento y resolución de problemas					
	A través de instrumentos apoyados con materiales (Libros, cuadernos, resúmenes...)					
¿Qué evalúa?	Conceptos Matemáticos					
	Razonamiento matemático					
	Algoritmos y procedimientos matemáticos					
	Planteamiento y resolución de problemas					
	Actitudes frente a las matemáticas (interés, compromiso con trabajos y tareas...)					
	Participación en clase					

¡Muchas Gracias, por su colaboración!

B. Anexo: Transcripción de entrevistas no estructuradas.

ENTREVISTA N°: 1		TIPO DE ENTREVISTADO: Docente
FICHA /TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTA		
DATOS	Género: Femenino	Hora: 11:00 a.m.
	Fecha: 19/02/2016	Duración: 15 minutos
	Ciudad: Soacha	Depto.: Cundinamarca
	Lugar de entrevista: I.E. Julio Cesar Turbay Ayala	
Entrevistó: Dany Leonardo Barrios		
Entrevistado: Constanza Martínez		
Área de formación: Primaria		
Área de desempeño: Primaria		
Jornada: Mañana		Curso: 502
Transcribió: Dany Leonardo Barrios		

TRANSCRIPCIÓN
PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS
1. Patrones y regularidades
¿Incluye el reconocimiento, descripción y uso de patrones (aritméticos y geométricos) en diferentes contextos?

Bueno, es que la pregunta es amplia entonces, primero me refiero pues al plan de estudios que es lo que nosotros desarrollamos en el aula, las relaciones digamos entre los tres componentes, no está muy explícita, entonces aparecen ahí unos estándares que están vinculados con este tipo de pensamiento y unos contenidos temáticos, pero las relaciones no son explícitas, o sea cómo se van a abordar en el aula no es explícito, entonces eso requiere que nosotros hagamos un plan interno acerca de cómo desarrollarlo en nuestra práctica o en nuestra clase o desarrollo de clase.

Ehh... lo que yo hago es seguir un poco el material de Todos a Aprender, entonces allí vienen unas sugerencias de trabajo acerca de los patrones, el reconocimiento de patrones y unos talleres que se llaman desarrollo mis competencias, entonces seguimos como este curso del taller que se propone ahí, que tiene contemplado trabajar como los cinco procesos que tienen que estar o que son necesarios desarrollar en una actividad matemática.

¿Recuerda cuáles son los patrones aritméticos?

No... claramente no

2. Procesos algebraicos

¿Considera una aproximación al reconocimiento y descripción de la variación a través de gráficas, esquemas, tablas y figuras?

Si, digamos que concretamente lo que yo si he trabajado es en secuencias digamos que si hay, digamos un análisis con los niños les planteo situaciones donde tienen que observarlo que varía y lo que se conserva y los niños son capaces de percibir esos patrones, ósea, lo que se mantiene y lo que se conserva, pero no llegan a expresar algebraicamente si ósea no lo expresamos algebraicamente solamente lo establecemos.

ASPECTO DIDÁCTICO

¿Cómo desarrolla su clase?

¿Utiliza el planteamiento y resolución de problemas rutinarios y no rutinarios como eje en el desarrollo de su clase?

Mmm, pues yo particularmente estoy aprendiendo a implementar la resolución de problemas si, entonces pues para mí la resolución de problemas digamos tiene un enfoque particular y es que a través de problemas que no son rutinarios es decir allí no

viene ningún tipo de información que pudiera servirle al niño para que este explicita ahí, para que el niño lo resuelva si no que ni tampoco hay un digamos una explicación o una orientación explicita previa sino que se plantea una situación en la cual los niños mismos a través de lo que ellos en el momento saben, si, intentan encontrar una solución a un problema.

¿Hace énfasis en los conceptos y el razonamiento matemático?

mmmm. no entiendo, en qué sentido hacer énfasis,

¿Dentro del desarrollo de las clases cuando se ejecuta alguna actividad con los niños tú crees que es importante hacer énfasis en los conceptos?

Si es importante que ellos digamos hay un momento de clase en el que tenemos que llegar a aaa que ellos ee tengan claro pues el concepto sí, pero la idea es que no seamos nosotros quienes les expliquemos o nosotros seamos quienes desarrollan el concepto si no que ellos a través de la actividad matemática puedan comprender ee ese concepto puedan construirlo.

¿Los docentes tenemos dificultades en el manejo de los conceptos y las definiciones?

Pues tenemos, tenemos dificultades grandes porque es que nosotros digamos como no somos, no tenemos formación en matemáticas entonces pues si tenemos unos vacíos conceptuales, eee que hacen que tengamos dificultades para acercar a los niños al conocimiento, si, entonces por ejemplo, cuando nosotros desarrollamos ee desarrollamos algunos conceptos, perdón, algunos conceptos matemáticos pues a veces nosotros los desarrollamos como nosotros eee digamos ingenuamente pensamos que lo debemos hacer pero pues estos conceptos ya han sido abordados trabajados y ahí muchas eee orientaciones didácticas de cómo abordarlo, lo que pasa es que a nosotros si nos hace falta, digamos pues ya que no fuimos formados en esa área si por los menos entender que hay una cantidad de producción en ese sentido, de la cual nosotros si podemos eee digamos podemos mmm usar para ampliar igual pues nosotros somos docentes y como docentes pues tenemos que estar en esa actividad de aprender, aprender para poder enseñar

¿Dentro de las clases haces énfasis en el razonamiento matemático?

Si, pues a mí me parece que es super importante para que los niños adquieran los

conceptos, que los niños puedan expresar como han llegado a la solución de cualquier tipo de actividad que uno les proponga y más si es un problema, y que puedan precisamente comunicarlo si, eee la comunicación matemática eee es aquella que nos permite precisamente saber si el niño ha podido comprender el concepto.

¿Privilegia las estrategias y los procedimientos matemáticos?

Si, si porque digamos que cuando el niño toma digamos es más fácil que el adquiera un concepto que lo comprenda cuando él es el que desarrolla la actividad no cuando yo soy la que le he explicado el concepto sino cuando el puede comprender en que consiste lo que se le está tratando de enseñar

¿Qué materiales y recursos emplea?

¿Utiliza recursos tecnológicos (Página web, portales educativos, software específico, blog etc.)?

Mmm, digamos aquí en la clase que digamos vayamos a la sala interactiva para desarrollar la clase de matemáticas como tal no, pero como yo hago uso también del material de Todos Aprender, yo les recomiendo a los niños la dirección que aparece ahí, para que entren y practiquen acerca de los digamos de los temas que vienen en el material eee, suelo yo si hacer la consulta y traer juegos, o traer ee, algún tipo de material que me permita desarrollar la clase de una manera más, más activa y que los niños digamos puedan jugar, manipular el material, y de ahí puedan pensar y hacer muchos digamos como razonamientos acerca de precisamente la temática o lo que queremos trabajar con ellos.

¿Elabora materiales de apoyo para el desarrollo de sus clases?

Si, si yo acostumbro mucho a hacer mi propia, pues digamos que utilizo varios recursos, entonces pues yo tengo mi material de en casa de, ciertos textos los consulto y yo misma armo como una especie de guía con lo que yo considero que es importante que los niños, aprendan acerca del contenido que voy abordar, entonces yo misma construyo guías o también traigo el material que consigo en internet, o las actividades que a mí me parecen que son importantes utilizar, oo pues si dependiendo de lo que yo necesite puede ser un material o puede ser una guía, pero si, si construyo o hago cosas aparte.

ASPECTO EVALUATIVO**¿Para qué evalúa?****¿Evalúa para determinar avances y dificultades de los estudiantes?**

Si, yo considero que es importante precisamente que los niños desarrollen las actividades, en el desarrollo de la actividades, o por ejemplo puntualmente en el desarrollo de un problema los niños están dando a conocer como están entendiendo o como están comprendiendo algo, entonces esta es una evidencia que nos permite a nosotros entender también digamos en que avanzado, o que dificultades se le presentan, entonces también nos permite hacer como una reorientación del trabajo pedagógico que estamos desarrollando.

¿Cómo evalúa?**¿Aplica pruebas centradas en planteamiento y resolución de problemas?**

Cuando evaluo, pues es que para mi la evaluación está presente en todos los momentos, entonces hay diferentes estrategias para hacer evaluación, depende de lo que uno les traiga a los niños y les plantee, en esto mismo que los niños están desarrollando uno está haciendo las observaciones y está evaluando. Pues evaluando en dos sentidos, si lo que uno les propuso pues es funcional, les sirvió para los propósitos que uno se planteó pero al mismo tiempo digamos es el proceso que está desarrollando el niño como está el con respecto a ese proceso.

¿Qué evalúa?**¿Evalúa conceptos Matemáticos?**

Es que digamos, el dominio de un concepto se evidencia en cierto desempeño, entonces lo que uno mira es si el niño puede digamos, de acuerdo a lo que uno propone si el niño pudo o no pudo lograrlo, y si pudo lograrlo digamos como que está pasando ahí, y si no pudo lograrlo también, entonces no es tanto el concepto si no que hay ciertas evidencias o manifestaciones de que eso se está adquiriendo

¿Evalúa el razonamiento matemático?

Pero es que, osea, el razonamiento matemático está presente en todo, osea es que los niños es el desarrollo de su pensamiento matemático, osea, ahí está presente lo que uno les plantea.

¿Tiene en cuenta el planteamiento y resolución de problemas?

Es que es muy parecida a la pregunta anterior, entonces te sostengo lo mismo ósea, si

están desarrollando la actividad, la solución de problemas dentro de esa resolución digamos que, es un ejercicio, voy a ponerlo puntual, el año pasado los niños, estaban desarrollando, digamos un problema y el problema tenía que ver con la comparación de dos áreas, entonces los mismos niños establecían una estrategia para hacer esa comparación, entonces por ejemplo una niña le expuso a otro niño como hacia ese conteo, le dijo bueno yo hago una rejilla y empiezo a contar, entonces cuando ella hizo el conteo habían digamos, cuadraditos que quedaban fragmentados, pero entonces ella cuando los contaba, los contaba enteros, cierto, y entonces otro niño que estaba en el grupo de trabajo con ellos trabajando, el escucho lo que ella estaba diciendo y él le dijo como usted lo está haciendo no es, por que le va a dar mucho más, entonces digamos que ahí la observación que uno puede hacer y la evaluación es que ella tenía una dificultad su compañero fue capaz de percibirla y cuando él le dice a ella entre los dos se produce un aprendizaje, incluso en él, y hay una evaluación, y uno dice a bueno ella, eso fue muy significativo para ella, y ella pudo avanzar en ese sentido, sí.

ENTREVISTA N°: 2		TIPO DE ENTREVISTADO: Docente
FICHA /TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTA		
DATOS	Género: Femenino	Hora: 11:00 a.m.
	Fecha: 19/02/2016	Duración: 11 minutos
	Ciudad: Soacha	Depto.: Cundinamarca
	Lugar de entrevista: I.E. Julio Cesar Turbay Ayala	
Entrevistó: Dany Leonardo Barrios		
Entrevistado: Diana Consuelo Fuentes		
Área de formación: Primaria		
Área de desempeño: Primaria		
Jornada: Mañana		Curso: 502
Transcribió: Dany Leonardo Barrios		

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS

CONCEPTO DE NÚMERO

¿Incluye el uso, sentido y significado de los números y la construcción de los sistemas numéricos: naturales y racionales positivos (fracciones)?

Pues yo creería que parcialmente, teniendo en cuenta que pues el concepto de número es un asunto bien complejo, y lo que de pronto nosotros manejamos con los niños es la

identificación de un número como una representación de una cantidad sin embargo cuando los niños manejan el sistema de número racional, fraccionarios o decimales, los niños tienen mucha complicación para entender ese sistema de numeración por que no se les dio una idea global de lo que es en si el número.

¿Cuándo aplica el concepto de número se trabaja en etapas de uso, sentido y significado?

De pronto el de uso sí, pero el sentido y significado es muy literal, muy puntual, entonces los niños no manejan con toda la globalidad del significado ese sentido y ese significado

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS

Respecto a las estructuras ¿Tiene en cuenta el significado, relación y aplicación de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y sus propiedades?

Pues lo que se hace es como una aritmetización de esos procesos, no se enseñan como muy unidos por ejemplo de sustracción y adición sino que se trabajan de Forma separada aunque pues últimamente y a través de la maestría nos hemos dado cuenta que son procesos muy unidos y muy ligados, lo que se hace es como separarlos por temas y darlos de una forma muy independiente, lo que hace más complejo la aprehensión de esos conocimientos, de esos conceptos.

¿Considera que en el plan de estudios se dividen estas temáticas de manera secuencial?

Si, osea lo que hacemos con el plan de estudios es dividirlo, fragmentarlo partirlo, y no lo manejamos como un todo, entonces pues aunque la matemática se ve como un todo y no por temas, lo que hacemos es eso es dividir las temáticas

NUMERACIÓN Y CÁLCULO

¿Hace énfasis en la interpretación y aplicación de las propiedades del sistema de numeración decimal (Aditiva y posicional)?

Bueno con los números decimales es una historia bien compleja, porque los niños no han podido o es muy difícil que ellos entiendan, cual es el significado de un número decimal y al no comprender ese significado básico, pues obviamente las operaciones que nacen de eso los decimales son más complejas.

ASPECTO DIDÁCTICO

¿Cómo desarrolla su clase?

¿Utiliza el planteamiento y resolución de problemas rutinarios y no rutinarios como eje en el desarrollo de su clase?

Bueno los niños todos los días al iniciar su clase de matemáticas, hacen algo que yo he llamado Quiz, y ese quiz es una situación problema, en la que deben hacer uso necesariamente de una de las operaciones básicas, los niños tienen un tiempo determinado para realizar ese quiz, yo les recojo los cuadernos, si está bien el quiz, entonces les pongo un sellito de estrellita, y si está mal les escribo repasa, y posteriormente les explico a todos como era la forma o la estrategia de resolución de esa situación o ese problema.

¿Hace énfasis en los conceptos y el razonamiento matemático?

Si, constantemente, todo el tiempo.

¿Cree que el manejo de conceptos en la matemática se hace de manera adecuada?

No, no, veo que los trabajamos de una manera muy segmentada, lo trabajamos de una forma muy literal no significativa para el estudiante, nos faltan estrategias didácticas y pedagógicas para abordar los temas de la enseñanza de matemáticas. Los niños aun temen a la matemática creen que es como el coco de todas las materias y es difícil de sacarlos de esa idea, creo que hay muchas cosas que se deben corregir desde el planteamiento curricular y de lo obviamente el manejo que se hace es de la practica pedagógica para el área de matemáticas.

¿Privilegia las estrategias y los procedimientos matemáticos dentro de las clases?

Intento, intento hacerlo, aunque es complejo, pero pues intento establecer unas didácticas para la enseñanza de la matemática

¿Qué materiales y recursos emplea?

¿Utiliza recursos tecnológicos (Página web, portales educativos, software específico, blog etc.)?

Pues aquí por la cuestión de la conectividad es complejo, sin embargo yo si le dejo a los niños enlaces, links, blogs que pueden visitar para reforzar los conceptos, o las temáticas que se trabajan en la clase de matemáticas y de otras áreas, pero obviamente no todos ellos lo hacen, porque no todos tienen acceso a esas

herramientas tecnológicas
<p>¿Elabora materiales de apoyo para el desarrollo de sus clases?</p> <p>Bueno, yo les hago generalmente guías y evaluaciones, ahorita estamos trabajando, cada niño pertenece a un grupo de trabajo, entonces a veces trabajamos, en equipos de trabajo valga la redundancia y de forma individual y yo diseño las guías o las actividades dependiendo de lo que quiero alcanzar con los niños.</p>
<p>ASPECTO EVALUATIVO</p> <p>¿Para qué evalúa?</p> <p>¿Evalúa para determinar avances y dificultades de los estudiantes?</p> <p>Si y no, ósea obviamente una evaluación no puede medir del todo cual ha sido el progreso de un niño con relación a la construcción conocimiento, también lo hago para evaluar mi práctica, si la práctica es efectiva o no porque si obviamente una evaluación la mayoría de los estudiantes que pertenecen al grupo pierde, pues posiblemente no ha sido un fracaso en la construcción del conocimiento del niño, si no de pronto la forma en la que se hizo la práctica, entonces no solo me sirve para evaluar el alcance del niño sino para evaluar mi practica pedagógica.</p>
<p>¿Aplica pruebas centradas en planteamiento y resolución de problemas?</p> <p>Si, pues siempre que terminamos una unidad o una temática, se hace la evaluación basada en la resolución de problemas, atendiendo también de pronto a los estándares o a los parámetros que da el ministerio de educación</p>
<p>¿Qué evalúa?</p> <p>¿Privilegia la apropiación de conceptos?</p> <p>Más que el concepto, pienso que la aplicabilidad, que sepan que si pueden realizar situaciones aditivas, para que o en que contextos pueden realizarlas, entonces pues aunque es complejo contextualizar esas prácticas la intención siempre es esa.</p>
<p>¿Privilegia el razonamiento matemático dentro del proceso de evaluación?</p> <p>Si aunque es complejo, determinar ese nivel de racionalidad de los niños es complejo y creo que si falta más elaboración en ese sentido.</p>
<p>¿Evalúa el planteamiento y resolución de problemas?</p> <p>Si, ósea siempre trato de hacer énfasis en una situación problema, y analizar cómo lo aborda el niño como poder llegar a una posible solución.</p>

ENTREVISTA N°: 3		TIPO DE ENTREVISTADO: Docente
FICHA /TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTA		
DATOS	Género: Femenino	Hora: 11:00 a.m.
	Fecha: 19/02/2016	Duración: 10 minutos
	Ciudad: Soacha	Depto.: Cundinamarca
	Lugar de entrevista: I.E. Julio Cesar Turbay Ayala	
Entrevistó: Dany Leonardo Barrios		
Entrevistado: Camilo Rocha Chisco		
Área de formación: Primaria		
Área de desempeño: Primaria		
Jornada: Mañana		Curso: 502
Transcribió: Dany Leonardo Barrios		

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

Relaciones intra e inter figúrales (De y Entre las figuras)

¿Hace referencia en los distintos grados al reconocimiento, descripción y construcción de las diferentes figuras (Triángulos, cuadriláteros, círculos, etc. y cuerpos geométricos, (Esferas, conos, cilindro, prisma, pirámide...)?

Bueno en la clase de geometría por lo general, le enseña uno al estudiante a diferenciar las diferentes figuras por su forma, por las características, sus números de lados y sobre todo, a identificarlas en el espacio, en el entorno que tenemos en el colegio, por ejemplo, ya sea en el aula o sea fuera del aula, ellos tratan de identificar de acuerdo a las características que se les ha dado, entonces esa relación si se puede aplicar en ese sentido esa es más o menos la dinámica.

¿Hace el proceso de reconocer las figuras, construir diferentes elementos a partir de lo que se está trabajando?

Por lo general, parte de ese conocimiento previo que es lo más lógico que uno ve y ya ellos dándole algunas pautas y de acuerdo a sus conocimientos ellos ayudan a identificar, sin embargo, como le digo, es muy importante utilizar el entorno, porque ahí se pueden identificar una cantidad de figuras que uno va dando a conocer.

TRANSFORMACIONES Y RELACIONES ESPACIALES.

¿Tiene en cuenta el reconocimiento y análisis de transformaciones de figuras planas (rotación, traslación, reflexión, simetría ...)?

No, en ese aspecto no profundizo realmente siendo conscientes, únicamente lo básico identificarlas, diferenciarlas pero ya sobre rotaciones, traslación, simetría no.

¿Considera importante el reconocimiento de las figuras planas?

Claro si es más importante, sin embargo hay que afianzar mucho y profundizar mucho más el tema. Por lo general nos dedicamos más a la parte numérica, es lo que más se afianza en matemática y descuidamos esa parte.

ASPECTO DIDÁCTICO

¿Cómo desarrolla su clase?

¿Utiliza el planteamiento y resolución de problemas rutinarios y no rutinarios como eje en el desarrollo de su clase?

Por lo general, apuntando a utilizar un poquitico más las vivencias del estudiante en la casa, en la parte no, extra clase, utilizo bastante el planteamiento del problema y resolución de problemas. Si, por lo general rutinarios si cotidianos

¿Hace énfasis en los conceptos y el razonamiento matemático?

Muy poco, pues los conceptos los básicos, de noción de conjuntos, de noción de número, de noción de fracción, pero igualmente nos falta un poco más.

¿Privilegia las estrategias y los procedimientos matemáticos?

Si, por lo general se pautan unos pasos para obtener los resultados pero los estudiantes no han sorprendido porque ellos utilizan otros mecanismos y llegan al final o a determinar un resultado; entonces los procedimientos si los pauta uno, pero hay estudiantes que también se salen un poquitico también de ese camino y llegan a esa meta que uno quiere lograr con ellos.

¿Qué materiales y recursos emplea?

¿Utiliza recursos tecnológicos (Página web, portales educativos, software específico, blog etc.)?

No, casi que en un 0%, porque pues se enfrasca ahí uno un poquitico en el entorno y en el aula pero ya a la parte tecnológica muy poco

¿Elabora materiales de apoyo para el desarrollo de sus clases?

Material básico si metro, figuras palos, piedras, material básicos, pero como tal, pero si es interesante elaborar material para apoyar las clases.

ASPECTO EVALUATIVO**¿PARA QUE EVALÚA?****¿Evalúa para determinar avances y dificultades de los estudiantes?**

Sobre todo en matemáticas hay una dificultad con la evaluación por que uno se basa más en el resultado como tal, pero como tal una evaluación para determinar los avances también hay que, reforzar esa parte, entonces pues, esa es la finalidad.

¿Aplica pruebas centradas en planteamiento y resolución de problemas?

Bastantes, me atrevo a decir que diariamente estoy ejecutando tres o cuatro pruebas diarias en cada clase.

¿Qué Evalúa?**¿Evalúa Conceptos Matemáticos?**

No, en un alto porcentaje.

¿Evalúa el Razonamiento matemático?

Yo le apunto más esa parte, la parte de razonamiento matemático; yo hago, planteaos tres o cuatro ejercicios, y pues, pues uno va mirando el avance en el mismo resultado del estudiante, y cuando ya ve uno que no hay la suficiente conocimiento, o hay mucha duda, retomar. Pue los problemas cotidianos, por ejemplo, problemas en chiscs con el recibo de la luz, o con la lista del mercado.

¿Tiene en cuenta el planteamiento y resolución de problemas?

Si como le decía, durante la clase o bloque de clase trabajamos hasta tres o cuatro problemas y al estudiante, a él le encanta mucho esa parte porque tiene que ver con su vida diaria. Si, sobre todo eso y la parte de la didáctica de cómo, de cómo desarrollarlos

C. Anexo: Taller exploratorio docentes.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
MAESTRÍA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
TALLER

		Fecha:	D	M	A
Nombres y apellidos:	<input type="text"/>				
Área de formación	<input type="text"/>	Curso:	<input type="text"/>		
Área(s) de desempeño	<input type="text"/>				

I. El texto que usted encuentra a continuación pretende retomar o ampliar algunos elementos que ha consultado en los documentos del MEN, léalo con atención, resuelva las actividades propuestas y discuta su pertinencia para el nivel o grado en que usted se desempeña. ¿Cómo las adaptaría para sus estudiantes?

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS

En los Estándares Básicos de Competencias propuestos por el MEN, (2006) se plantea que este pensamiento está relacionado con la identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, e involucra la descripción, modelación y representación en diferentes sistemas y registros simbólicos.

Uno de los principales propósitos de este pensamiento es aproximar al estudiante de los niveles básicos a la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos relacionados con los sistemas algebraicos y analíticos manteniendo una estrecha relación con otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el métrico y el aleatorio o probabilístico).

El desarrollo de este pensamiento se fundamenta en el reconocimiento, descripción y uso de **regularidades** que se presentan en sucesiones de objetos, sucesos, formas o sonidos y obedecen a un patrón.

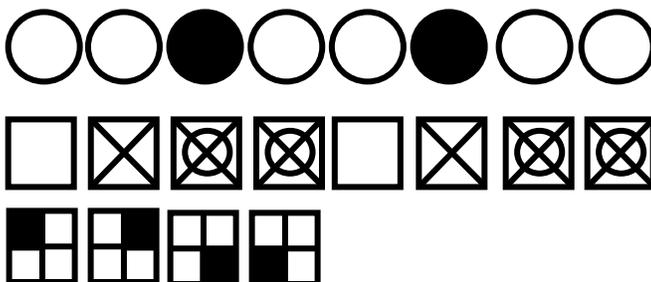
Un **patrón** es una sucesión de signos (orales, gestuales, gráficos, de comportamiento, etc.) que se construyen siguiendo una regla (algoritmo), ya sea de repetición o de recurrencia.

- **Patrones de repetición:** Los elementos son presentados de forma periódica. Se pueden crear diversos patrones de repetición teniendo en cuenta la estructura o base.
- **Patrones de recurrencia:** Su núcleo cambia con regularidad, cada elemento de la sucesión puede ser expresado en función de los anteriores de cuyo análisis se infiere la ley de formación.

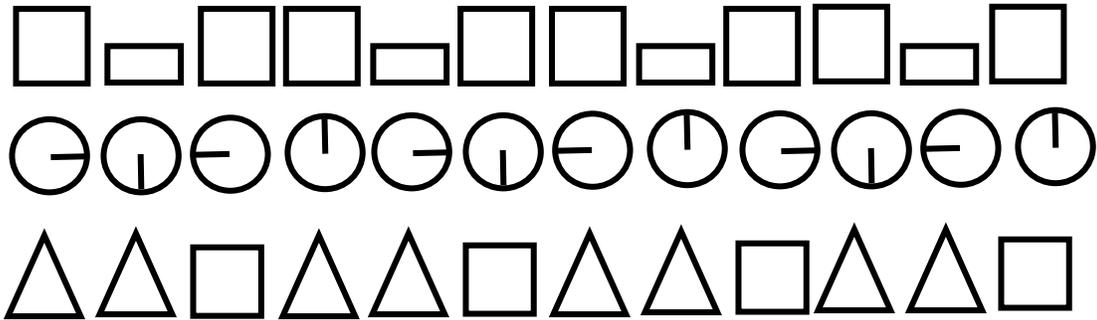
Algunas actividades, sugeridas en los estándares de matemáticas, para el desarrollo del eje de patrones y las regularidades son:

- Analizar de qué forma **cambia, aumenta o disminuye** la forma o el valor en una secuencia o sucesión de figuras, números o letras.
- Hacer conjeturas sobre la forma o el valor del siguiente término de la secuencia.
- Describir (informalmente) el término genérico de una secuencia, oralmente o por escrito, o por medio de dibujos y otras representaciones.
- Intentar formular un procedimiento, algoritmo o fórmula que permita reproducir el mismo patrón, calcular los siguientes términos, confirmar o refutar las conjeturas iniciales e intentar generalizarlas.

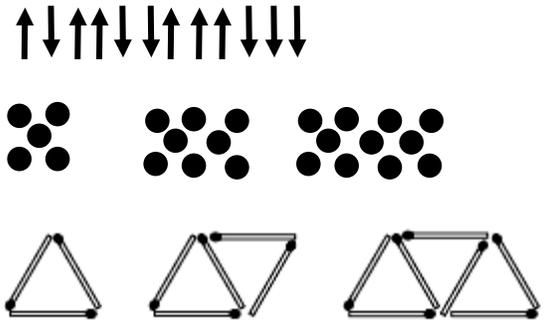
1. Observa y continua la secuencia



2. Identifica en cada una de las siguientes secuencias la **parte** que se repite y describe que temas del pensamiento espacial podrías ser reforzados con el análisis de éstas secuencias.



3. Observa y continua la secuencia



4. Identifica el patrón y continua la secuencia.

- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...
- 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...
- 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ...

5. Describe, en cada caso, cómo se forma el término siguiente

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70,... _____

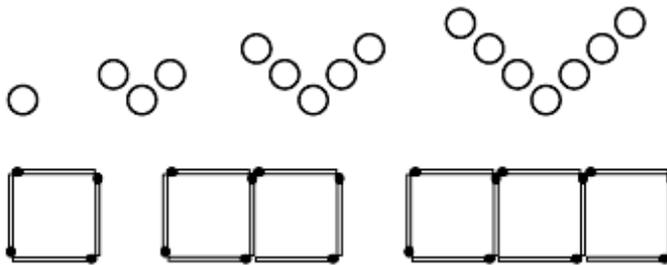
53, 46, 39, 32, 25, 18, 11,... _____

8, 16, 24, 32, 40, 48, 56,... _____

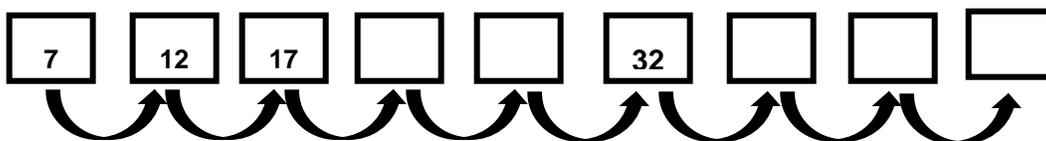
6. Construye diferentes secuencias graficas o numéricas y discute que conocimientos de lo numérico o lo geométrico permiten reforzar.

Reglas de formación: Luego de descubrir la regla o patrón de formación de los elementos que componen una secuencia, es posible saber cómo continuará dicha secuencia.

7. Identifica el patrón y determina en cada caso, como hallar el cuarto, quinto y décimo término de las siguientes secuencias:



8. Si la secuencia que se presentan a continuación se mantiene, identifica y describe el patrón de formación y completa los términos que faltan.



¿Es 52 un término de esta secuencia?, ¿Es 105 un término de esta secuencia? Explique sus respuestas

9. Escribe 5 términos de cada una de las siguientes secuencias, teniendo en cuenta, el patrón dado. ¿Cómo se determinaría, en cada caso, el centésimo término de la secuencia?

- Primer término es 6 y cada uno de los términos siguientes, se determina multiplicando el anterior por 5
-

- Primer término es 89 y cada uno de los términos siguientes, se determina restando 6 al término anterior
-

¿Qué aspectos del razonamiento matemático propuestos en los documentos de Lineamientos y Estándares Básicos de Competencias podría usted fortalecer en los niños con una actividad como la anteriormente propuesta?

10. Partiendo de los dos términos dados, construye diferentes secuencias utilizando distintos patrones.

2, 8, ... El patrón es: _____

2, 8, ... El patrón es: _____

11. Selecciona 4 estándares (diferentes pensamientos) que se trabajan en el grado 5° y construye actividades que permitan fortalecer estos temas a través del análisis de secuencias y patrones.

12. ¿Qué aspectos, de los discutidos en este taller, sugiere usted incluir en la propuesta de diseño curricular del grado quinto?

D. Anexo: Taller exploratorio estudiantes

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
MAESTRÍA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
TALLER ESTUDIANTES

Curso:

Fecha:

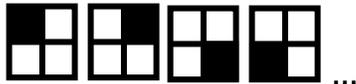
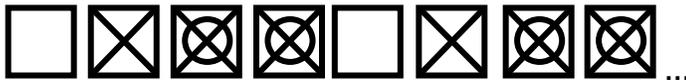
D

M

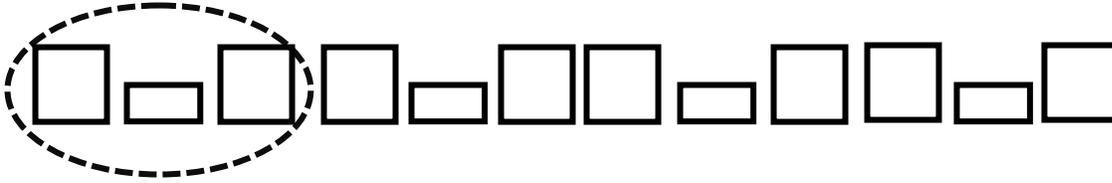
A

Nombre:

1. Observa las secuencias de figuras. Dibuja la figura que sigue y explica por qué crees que tu respuesta es correcta.



2. Observa cada una de las secuencias y encierra en un círculo la **parte** que se repite. Mira el ejemplo.



3. Observa cómo se van construyendo las figuras y dibuja en cada caso la figura que sigue



figura 1



figura 2



figura 3

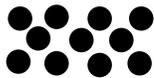


figura 4

figura 1



figura 2

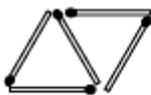


figura 3

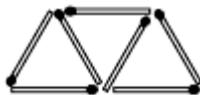


figura 4

figura 1

Figura 2

Figura 3

figura 4

4. Inventa ahora tres secuencias distintas y propón a tus compañeros que las continúen.

5. Continúa cada una de las siguientes secuencias. Observa en la primera secuencia los números aumentan de uno en uno este es el patrón.

¿Cuál es el patrón en las otras secuencias?

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,	10				...	Aumenta de uno en uno
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15,					...	
2, 4, 8, 16, 32, 64, 128,					...	

6. Observa las siguientes secuencias y explica en cada caso, ¿cómo haces para encontrar el término que sigue?

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70,...		
53, 46, 39, 32, 25, 18, 11,...		
8, 16, 24, 32, 40, 48, 56,...		

7. Observa las secuencias de figuras y explica en cada caso, cómo harías para determinar el cuarto, quinto y séptimo término:



figura 1



figura 2

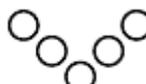


figura 3

figura 4



figura 1



figura 2

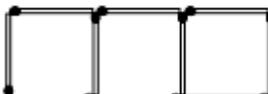


figura 3

figura 4

8. A continuación encuentras una secuencia incompleta, observa los tres primeros términos y completa. Explica cómo lo hiciste.

7	12	17			32			
---	----	----	--	--	----	--	--	--



Observa nuevamente la secuencia, ¿crees que el número 52 está en esta secuencia?, explica tu respuesta.

9. Completa.

- Observa los tres primeros términos de una secuencia de números:

9,

18,

27,

Primer término

Segundo término

Tercer término

Cuarto término

Quinto término

Sexto término

¿Cuál es el sexto término? _____

- Observa, estamos formando una secuencia

2, el primer término multiplicado por 4, el segundo multiplicado por 4

Primer término

Segundo término

Tercer término

¿Cuál es el 3° término? _____. Si continuas así ¿cuáles son el cuarto y el quinto término? _____ y _____

10. Construye dos secuencias diferentes partiendo de los dos números dados.

2, 8, ... Explica como la construiste

2, 8, ... Explica como la construiste

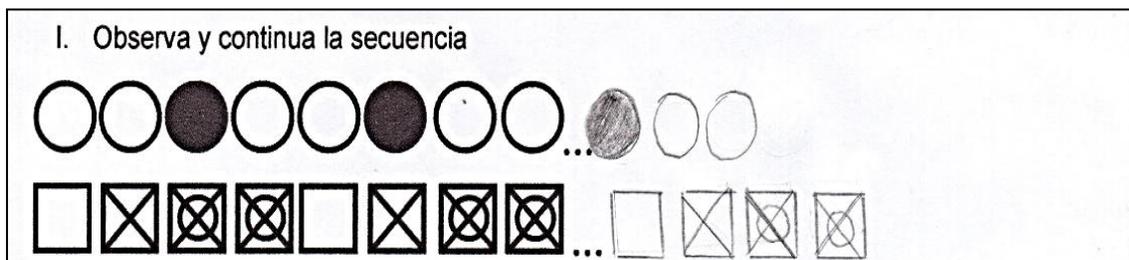
E. Anexo: Análisis taller exploratorio a docentes.

Objetivo 1: Identificar el patrón como una sucesión de signos que se construyen siguiendo una regla, ya sea de repetición o recurrencia.

La actividad 1 relacionada con este objetivo se orientó a la observación, análisis y continuación de secuencias en las que aparece un patrón que permite analizar una situación de variación en la que el docente evidenciará que cambia y que permanece invariante. Se propusieron patrones de repetición, en los que los elementos de la secuencia se presentan de forma periódica, y patrones de recurrencia, en los que la regularidad con que se presentan los elementos cambia y de allí se tiene que inferir la ley de formación.

La mayoría de los docentes desarrollaron esta actividad, identificaron con claridad la estructura de base o núcleo y continuaron correctamente la secuencia, reconocieron, caracterizaron y propusieron una generalización en secuencias geométricas. (Ver imagen 1)

Imagen 1: pregunta N° 1 solución completa



La actividad 2 permitió reconocer la competencia de los docentes para completar secuencias geométricas usando un patrón ya definido (repetición y recurrencia). Algunos docentes lograron desarrollarla sin problemas, lo que permite inferir que por lo menos respecto a las secuencias propuestas los docentes han avanzado en la dirección que propone el MEN “identificar en que consiste la repetición del mismo patrón y la capacidad para reproducirlo por medio de cierto procesamiento, algoritmo o fórmula”, (MEN, 2003, pág. 66)

Otros docentes presetaron algunas confusiones, relacionadas con la identificación de patrones, tal como se muestra en la imagen 2.

Imagen 2: pregunta N° 2 solución incompleta.

II. Identifica en cada una de las siguientes secuencias la **parte** que se repite y describe que temas del pensamiento espacial podrías ser reforzados con el análisis de éstas secuencias.

Reconocimiento y aplicación de traslación sobre figuras. Relación dirección-distancia, y posición en el espacio. Identificar, utilizar y representar ángulos de giro

En lo relativo a los patrones de recurrencia, donde el núcleo de la secuencia cambia con regularidad y cada elemento de la sucesión puede ser expresado en función de los anteriores según la ley de formación, aspecto que se proponía en la actividades 3, 4, y 5 se evidencio que:

- ✓ Dados los primeros términos de una secuencia de figuras (actividad 3), los docentes que desarrollaron el taller, determinaron correctamente el término por el que se indagaba y los términos siguientes. Es posible que el patrón de recurrencia propuesto resultará muy simple (movimientos-construcción) para el nivel y no exigiera conocimientos especiales sobre propiedades o relaciones geométricas especiales.(ver imagen 3)

Imagen 3: pregunta N° 3 solución completa.

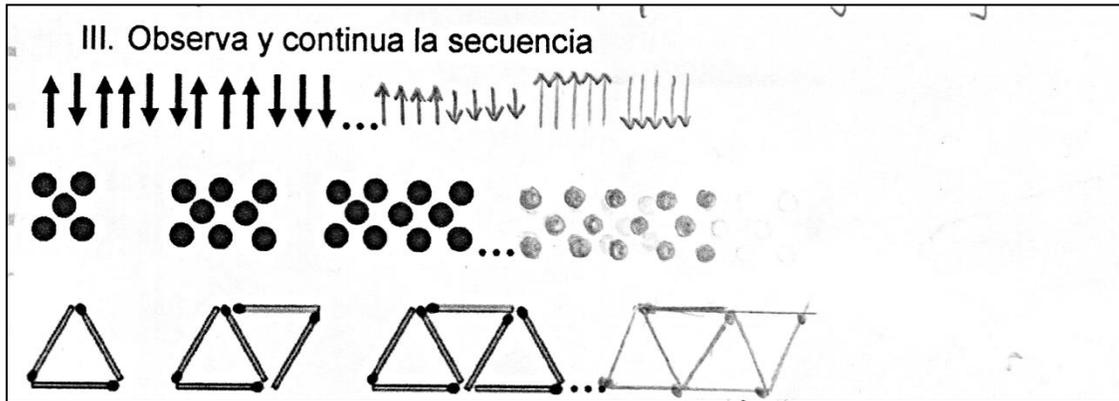


Imagen 5: pregunta N° 5 solución completa.

V. Describe, en cada caso, cómo se forma el término siguiente

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70,... Se suma 10

53, 46, 39, 32, 25, 18, 11,... se le resta 7

8, 16, 24, 32, 40, 48, 56,... se le suma 8

El desarrollo correcto de las actividades 3,4 y 5 puede aprovecharse para trabajar con los docentes (y a futuro con los estudiantes) en el planteamiento y resolución de problemas de mayor nivel de complejidad que requieran comprender los patrones en el sentido que se expresa en la siguiente cita:

Patrón como propiedad, regularidad y cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una configuración, presentados en diferentes contextos y dominios de las matemáticas, tales como, lo numérico, lo geométrico, lo aleatorio y la variacional. (Gobernación de Antioquía, 2005, pág. 51).

En la última actividad referida al objetivo 1 (6), se solicitó a los profesores construir secuencias graficas o numéricas. La mayoría construyeron secuencias de figuras geométricas, usando transformaciones y relaciones geométricas como: rotaciones, traslaciones, congruencias y simetrías. (Ver imagen 6).

Imagen 6: pregunta N° 6 solución completa.

VI. Construye diferentes secuencias graficas o numéricas y discute que conocimientos de lo numérico o lo geométrico permiten reforzar.



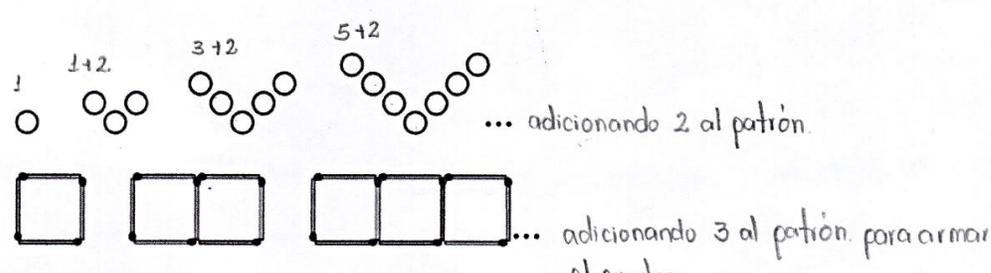
Objetivo 2: Descubrir reglas o patrones de formación de los elementos que componen una secuencia.

La actividad 7 propuesta en el taller, se orientó al reconocimiento de patrones, los docentes establecieron reglas de formación teniendo en cuenta el adecuado

procedimiento para hallar algunos de los términos siguientes (cuarto, quinto y décimo), en el desarrollo del ítem propuesto, algunos docentes identificaron el patrón, hallaron los términos solicitados, pero no describieron con claridad la regla de formación tenida en cuenta para el desarrollo del ejercicio; tan solo dos docentes de los participantes completaron el ejercicio adecuadamente. (Ver imagen 7).

Imagen 7: pregunta N° 7 solución completa.

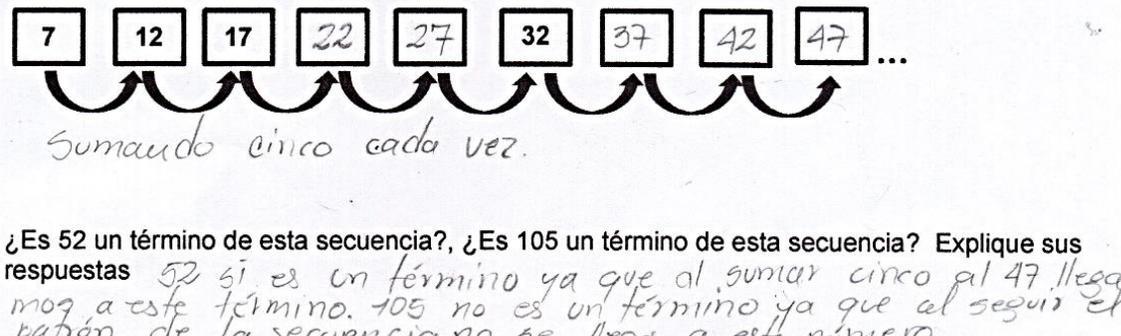
VII. Identifica el patrón y determina en cada caso, como hallar el cuarto, quinto y décimo término de las siguientes secuencias:



El ítem 8 propuso una secuencia incompleta presentando el primero, segundo, tercero y sexto término, la actividad consistía en completar los términos faltantes teniendo en cuenta un patrón.

Imagen 8: pregunta N° 8 solución completa.

VIII. Si la secuencia que se presentan a continuación se mantiene, identifica y describe el patrón de formación y completa los términos que faltan.



¿Es 52 un término de esta secuencia?, ¿Es 105 un término de esta secuencia? Explique sus respuestas

52 si es un término ya que al sumar cinco al 47 llegamos a este término. 105 no es un término ya que al seguir el patrón de la secuencia, no se llega a este número.

La secuencia propuesta fue completada adecuadamente, sin embargo se observaron dificultades en el momento de emitir argumentos relacionados con el patrón empleado para desarrollar el ejercicio; algunos no presentaron justificación, otros hicieron juicios

equivocos y una mínima parte se ajustó al objetivo propuesto al presentar un argumento claro y preciso.

En la actividad complementaria, en la cual se indagó por dos términos relacionados con la secuencia, los docentes coincidieron en afirmar que el número 52 si era posible obtenerlo como término de la secuencia presentada; por su parte el 103, no era posible ajustarlo a esta secuencia al no poderse obtener luego de haber hallado el patrón.

Si lugar a dudas, actividades de este tipo permiten fortalecer de manera significativa el pensamiento variacional, para lo cual es necesario que los maestros conozcan algunos aspectos del razonamiento algebraico que se pueden abordar de manera simple con los niños, algunos de estos son descritos y caracterizados por Godino y Font en el texto Razonamiento Algebraico y su Didáctica Para Maestros en donde consideran en algunos apartes que: (Godino & Font, 2003, pág. 776):

- ✓ Los patrones y regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas. Pueden ser reconocidos, ampliados, o generalizados. El mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes. Los patrones se encuentran en situaciones físicas, geométricas y numéricas.
- ✓ Los símbolos permiten expresar las generalizaciones de patrones y relaciones de manera eficaz.

Objetivo 3: Construir secuencias teniendo en cuenta patrones dados.

En la actividad propuesta en el numeral 9, se solicitó a los docentes construir secuencias dada las reglas de formación, se dio un patrón, y se solicitó hallar algunos términos de la secuencia y establecer relaciones entre ellos, un ejemplo: Si el primer término de una secuencia es 6 y cada uno de los términos siguientes se determina multiplicando el anterior por 5. Encontrar términos posteriores y regla de formación. (Ver imagen 9)

Imagen 9: pregunta N° 9 solución completa.

<p>IX. Escribe 5 términos de cada una de las siguientes secuencias, teniendo en cuenta, el patrón dado. ¿Cómo se determinaría, en cada caso, el centésimo término de la secuencia?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Primer término es 6 y cada uno de los términos siguientes, se determina multiplicando el anterior por 5 $6 - 30 - 150 - 750 - 3750$ • Primer término es 89 y cada uno de los términos siguientes, se determina restando 6 al término anterior $89 - 83 - 77 - 71 - 65 - 59$

La primera parte de esta actividad (referida a los primeros términos de la secuencia) se desarrolló sin problemas pero evidenciaron dificultad en el proceso de generalización cuando se indagó por el centésimo término ninguno explicó con claridad un procedimiento para determinarlo, ni construyó una expresión que permitiera hallarlo. Es importante resaltar que para potenciar el desarrollo de los procesos de generalización de los niños los profesores requieren avanzar en el análisis y comprensión de estos.

Justamente para avanzar en la reflexión sobre la dificultad mencionada se discutió con los docentes el siguiente interrogante:

¿Qué aspectos del razonamiento matemático propuestos en los documentos de Lineamientos y Estándares Básicos de Competencias podría usted fortalecer en los niños con una actividad como la propuesta anteriormente? Al respecto se encontraron planteamientos como:

- ✓ La actividad propuesta se puede utilizar para que los niños hagan predicciones teniendo en cuenta el desarrollo de secuencias numéricas y geométricas.
- ✓ Se puede proponer para entender las formas de razonamiento o los procedimientos utilizados por los niños
- ✓ Puede ser útil para indagar a los niños sobre sus formas de interpretación y las estrategias utilizadas para hallar los términos de una secuencia.

En la actividad 10 se pidió a los docentes construir dos secuencias diferentes dados los dos primeros términos de estas: 2,8... utilizando patrones diferentes.

Algunos docentes propusieron los mismos patrones: multiplicar por 4 o sumar 6 para determinar el siguiente término de las secuencia.

Imagen 10: pregunta N° 10 solución completa.

X.	Partiendo de los dos términos dados, construye diferentes secuencias utilizando distintos patrones.						
2, 8,	<table border="1"><tr><td>32</td><td>128</td><td>512</td><td>2048</td><td>...</td></tr></table>	32	128	512	2048	...	El patrón es: <u>Multiplicar por 4 cada vez.</u>
32	128	512	2048	...			
2, 8,	<table border="1"><tr><td>14</td><td>20</td><td>26</td><td>32</td><td>...</td></tr></table>	14	20	26	32	...	El patrón es: <u>sumar seis cada vez</u>
14	20	26	32	...			

Uno de los docentes participantes presento una aparente confusión, al considerar que la secuencia podía ser completada sumando el doble de cada uno de los términos, visualizando dos secuencias diferentes en el ejercicio, tal como se muestra en la imagen.(11)

Imagen 11: pregunta N° 10 solución incompleta.

X.	Partiendo de los dos términos dados, construye diferentes secuencias utilizando distintos patrones.					
2, 8,	4	16	8	32	...	El patrón es: <u>el doble de los dos primeros.</u>
2, 8,	14	20	26	32	...	El patrón es: <u>Suma 6</u>

A partir de las actividades anteriores, aprovechado para resaltar entre otras cosas lo propuesto en los Estándares Básicos de Competencias donde se considera que: “Las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y de leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las figuras involucran la visualización, explotación y manipulación de los números y las figuras en las cuales se basa el proceso de generalización” (MEN, 2003, pág. 67).

Objetivo 4: Relacionar procesos anteriores con estándares de otros pensamientos y adecuarlos al diseño curricular.

En las preguntas 11 y 12 que exploraban este objetivo, se pidió a los docentes establecer relaciones entre las orientaciones del MEN (Lineamientos y Estándares Básicos) y los aspectos trabajados en el taller anterior.

Con respecto a la 11: Seleccionar 4 estándares (diferentes pensamientos) que se trabajan en el grado 5°, para posteriormente plantear la construcción de actividades que permitan fortalecer temas a través del análisis de secuencias y patrones.

Un 60% de los docentes involucrados en la actividad no la abordó, lo que podría estar relacionado con el nivel de comprensión e interpretación de los Estándares de Competencias (en particular los referentes al Pensamiento Variacional), situación que

permite suponer que en la práctica se manejan superficialmente en el diseño y desarrollo curricular

Algunas de las propuestas de los docentes que trabajaron esta pregunta identificaron estándares como:

Pensamiento numérico

- Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

Pensamiento variacional

- Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numéricos, geométricos, musical...)

Pensamiento aleatorio

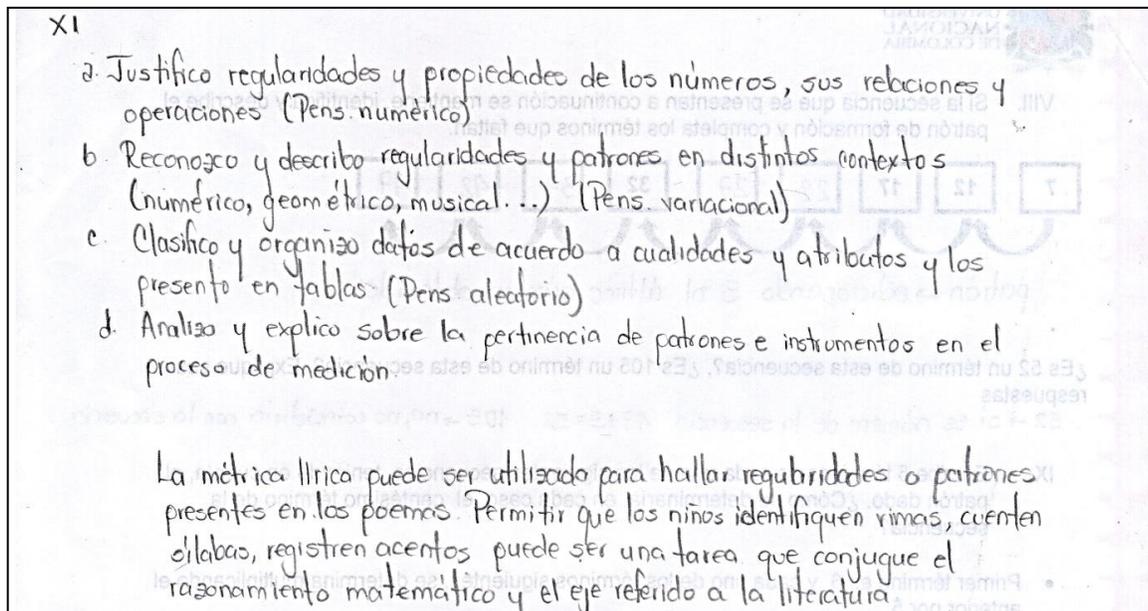
- Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.

Pensamiento métrico

- Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en el proceso de medición.

Con relación a los estándares citados se propuso una actividad (no muy pertinente) que incluía temáticas del área de Lengua Castellana (métrica, rimas, conteo de sílabas, registro de acentos) y de razonamiento matemático. El ejemplo presentado se aleja un poco de las pretensiones de la actividad, ya que no se observa el planteamiento de actividades en relación a los estándares de competencia plasmados y la oportunidad de fortalecimiento del trabajo a partir de secuencias y patrones.

Imagen 12: pregunta N° 11 Ejemplo de solución.



En la pregunta 12 se planteó ¿Qué aspectos, de los discutidos en este taller, sugiere usted incluir en la propuesta de diseño curricular del grado quinto?

La intención de esta pregunta era conocer algunas sugerencias de los docentes, para la construcción del diseño curricular. En la discusión ellos reconocen la importancia de incluir en el documento una interpretación (explicación e ilustración) de las orientaciones de los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos en lo relativo al aprendizaje por competencias, la inclusión del contexto, el aprendizaje significativo y el manejo de los procesos básicos de aprendizaje. Algunos de los aspectos más específicos mencionados por los docentes se citan a continuación:

- Reconocimiento de la estrecha relación entre el pensamiento variacional y los otros pensamientos matemáticos (Espacial, numérico, métrico y aleatorio), reconocimiento que exige entre otras cosas resaltar la importancia de la variación y el cambio en el desarrollo de actividades basadas en la comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos.
- Consideran que el estudio de patrones es fundamental para reconocer la noción de cambio y variación, y permite involucrar aspectos geométricos y numéricos que faciliten la comprensión de las regularidades.
- Sugieren incluir la identificación de las reglas de formación y criterios que son tenidos en cuenta en el estudio de regularidades, (entendidas como unidades de repetición) encontradas en sucesiones o secuencias que presentan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro en un orden fijado o de acuerdo a un patrón. (MEN, 2003, pág. 66).
- Proponen el diseño de actividades que permitan analizar con facilidad secuencias y patrones, haciendo uso del planteamiento y resolución de problemas.

F. Anexo: Análisis taller exploratorio a estudiantes.

Objetivo 1: Identificar el patrón como una sucesión de signos que se construyen siguiendo una regla, ya sea de repetición o recurrencia.

En las actividades iniciales del taller (1-6) se propusieron tareas relacionadas con la observación, análisis y continuación de secuencias, para esto fue necesario expresar en términos sencillos las nociones requeridas e introducir intuitivamente el concepto de patrón, que formalmente se describe como:

...sucesión de signos (orales, gestuales, gráficos, de comportamiento, etc.) que se construyen siguiendo una regla (algoritmo), ya sea de repetición o de recurrencia. Los patrones de **repetición** son aquellos en los que los distintos elementos son presentados en forma periódica. Los patrones de **recurrencia** son aquellos en los que el núcleo cambia con regularidad. Cada término de la sucesión puede ser expresado en función de los anteriores de cuyo análisis se infiere su ley de formación. (Secretaría Técnica de Gestión Curricular, 1996, pág. 3)

En la primera actividad se requería observar y analizar tres secuencias de figuras (de diferentes niveles de complejidad), graficar el término siguiente y explicar el porqué de la respuesta dada. El 85% completó de forma correcta las secuencias e identificaron el patrón en cada uno de los ítem como se ilustra con el siguiente ejemplo. (Imagen 1)

Imagen 1: pregunta N° 1 solución completa

1. Observa las secuencias de figuras. Dibuja la figura que sigue y explica por qué crees que tu respuesta es correcta.

Se puede inferir que por lo menos en estos tipos de secuencias los alumnos logran reconocer semejanzas y diferencias y detectar los rasgos centrales que conforman la estructura de cada una.

Sin embargo respecto a la explicación de la respuesta, un 30% no presentó ningún tipo de apreciación, el 70% restante lo hizo evidenciando dificultades, lo que permite concluir que es posible que su nivel argumentativo y dominio del lenguaje matemático sea bajo o no se hayan realizado tareas previas que requieran reflexionar sobre los procedimientos; sin embargo algunos trataron de justificar sus respuestas con afirmaciones como la que se muestra en la imagen (2).

Imagen 2: pregunta N° 1 solución incompleta

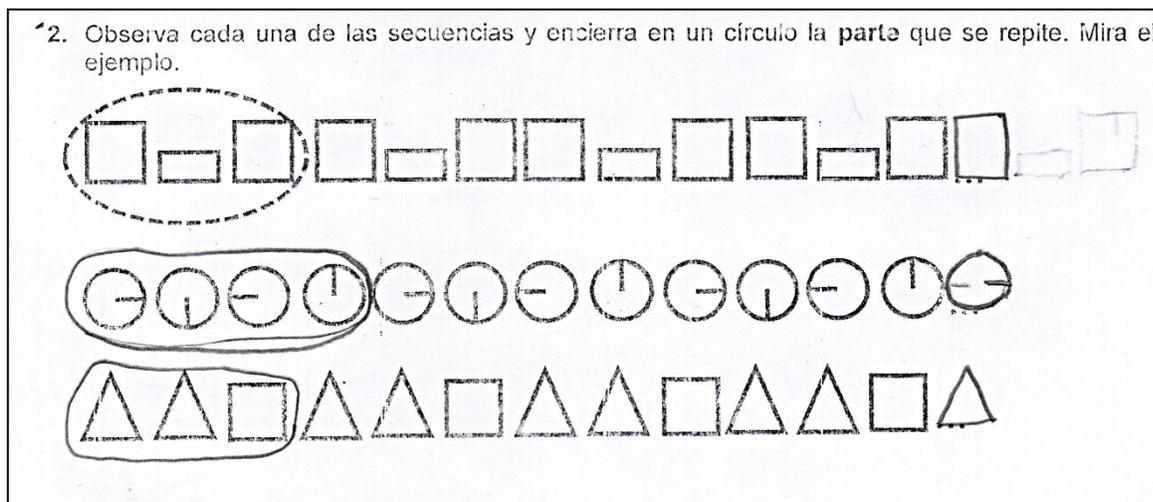
1. Observa las secuencias de figuras. Dibuja la figura que sigue y explica por qué crees que tu respuesta es correcta.

Un 15% restante de los estudiantes no lograron desarrollar la actividad adecuadamente, evidenciando no tener claridad en el reconocimiento de patrones geométricos. Sin lugar a

dudas se espera que el desarrollo en cursos superiores los estudiantes potencien este tipo de habilidades dado que el razonamiento algebraico requiere realizar continuamente procesos de generalización y formalización de patrones y regularidades en los diferentes dominios de la matemática, pues es gracias al desarrollo de este razonamiento que se progresa en la adquisición de un lenguaje y simbolismo que apoya el proceso comunicativo del pensamiento algebraico (Godino & Font, 2003, pág. 774)

La segunda actividad relacionada con el objetivo 1 consistió en observar tres secuencias y encerrar en un círculo la parte que se repite a partir del análisis de un ejemplo. El 60% de los estudiantes lograron desarrollar correctamente la actividad, una ilustración de ello se da a conocer en la siguiente imagen. (3)

Imagen 3: pregunta N° 2 solución completa.



El desarrollo de la anterior actividad permite inferir que los estudiantes tienen una aproximación al reconocimiento de este tipo de secuencias e identifican patrones simples de formación, hecho que podría relacionarse con los planteamientos de Godino y Font respecto a los aspectos del razonamiento algebraico que son sencillos de adquirir por los niños de estos niveles, pues afirman que: (Godino & Font, 2003, pág. 776)

- Los patrones o regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas en situaciones físicas, geométricas y numéricas.

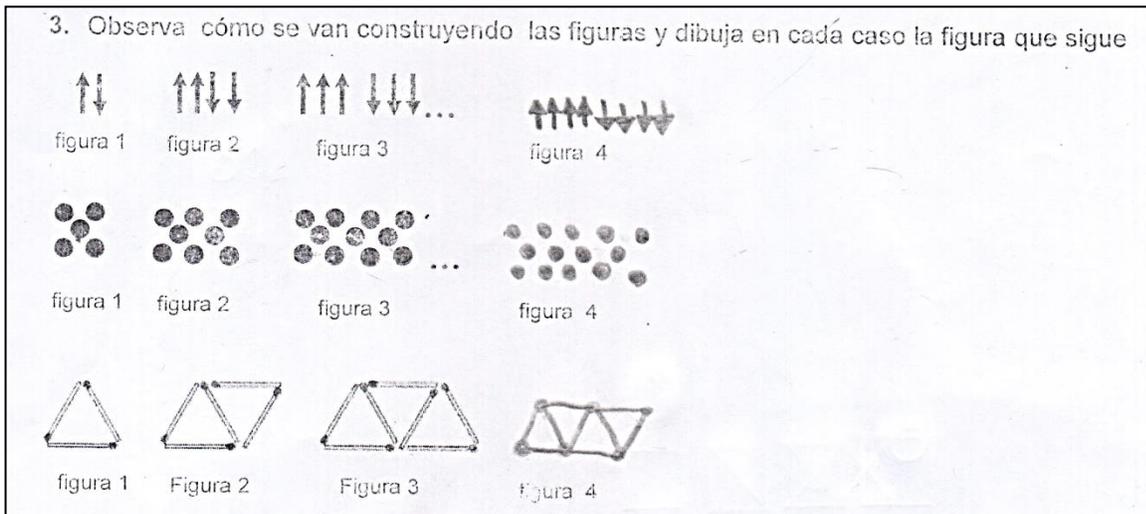
- Los niños pueden ser más eficaces al expresar las generalizaciones de patrones y relaciones haciendo uso de símbolos.

El 40% restante evidenció problemas en el desarrollo y ejecución de la segunda actividad. Tales problemas podrían estar relacionados con:

- Dificultad para comprender el sentido global de las secuencias, no logran identificar la parte que se repite (patrón).
- Dificultad en la visualización, no diferenciación de características y propiedades de las figuras.
- No interpretan reglas de formación.
- Desinterés y falta de compromiso por parte de los alumnos en la ejecución de la actividad.

En la actividad tres se solicitó inicialmente observar la construcción de las figuras presentadas en cada una de las secuencias, para luego dibujar la figura que sigue (figura 4), en este caso se incluyeron patrones de recurrencia, donde el núcleo cambia con regularidad y cada uno de los elementos de la sucesión pueden ser expresados en función de los términos anteriores. Es de anotar al respecto que; dentro de los ejes para el desarrollo del razonamiento algebraico propuestos por la Gobernación de Antioquia en el texto Modulo 2: Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico se destaca lo relacionado con identificar, describir y generalizar patrones numéricos o geométricos, para lo cual se deben incluir actividades clásicas en la construcción de los procesos de generalización, donde lo fundamental es brindar la posibilidad de identificar diferentes caminos para llegar a la expresión general, y a las equivalencias de dichos caminos. (Gobernacion de Antioquía, 2006).

En el desarrollo de esta actividad el 55% de los estudiantes continuaron correctamente las secuencias, identificaron el cambio en la sucesión de figuras, establecieron características en común, y hallaron un patrón de comportamiento como se ilustra en la siguiente imagen. (4)

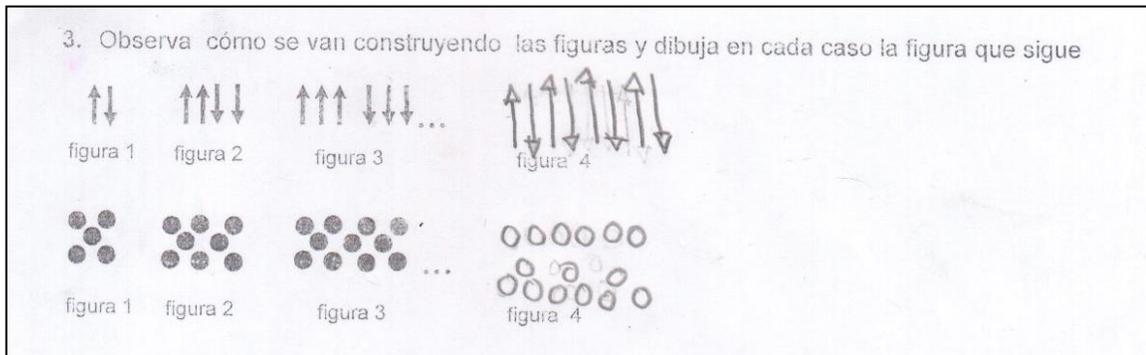
Imagen 4: pregunta N° 3 solución completa

En relación a esto Mason (1985) presenta cuatro etapas que permiten abordar la generalización desde el uso de los patrones y el reconocimiento de los sistemas algébricos: Ver, en esta primera etapa contempla la posibilidad de hacer una identificación mental de un patrón o una relación. Decir, consiste en hacer una reflexión acerca de lo interpretado, un intento por articular palabras de lo conocido. Registrar, es hacer visible el lenguaje, lo cual implica un movimiento hacia los símbolos y la comunicación escrita. Probar la validez de las formulas, teniendo en cuenta el principio de toda formula, se hace necesario hacer pruebas en diferentes situaciones y formas, reconociendo estructuras particulares que permiten concluir con nociones generales. (Mason, Graham, Pimm, & Gowar, 1999, pág. 17).

El 45% restante presentó confusiones por lo menos en uno de los tres ítems elaborados, estos resultados pueden estar asociados con que reconocen una característica de la secuencia pero no la otra u otras, cantidad de elementos, pero no la posición, ni la

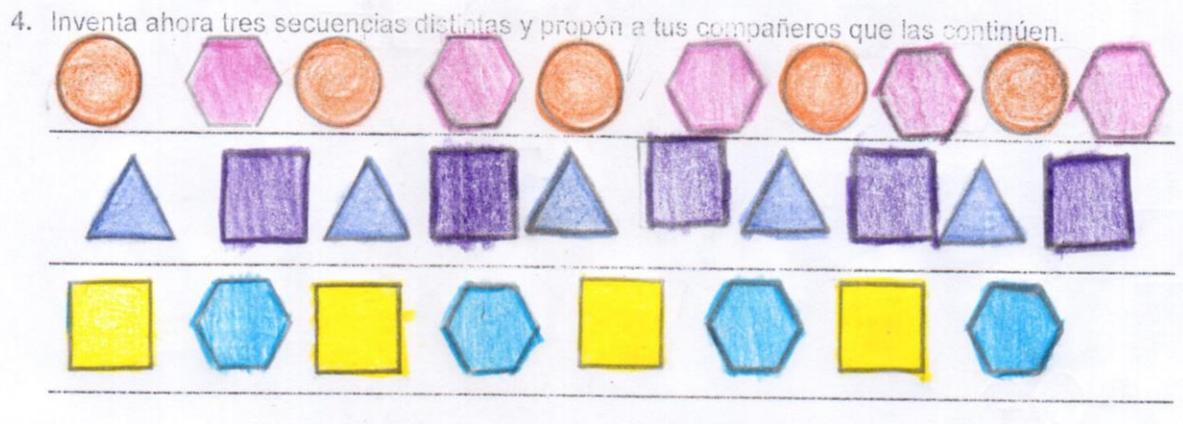
dirección adecuada. Esto permite pensar que no identificaron previamente el patrón de las secuencias, tal como se ilustra en la siguiente imagen. (5)

Imagen 5: pregunta N° 3 solución incompleta



En la actividad cuatro se pidió a los estudiantes construir secuencias usando la experiencia con los ítems previos. Con esta actividad se pretendía dar la oportunidad al niño de imaginar, estructurar y graficar secuencias haciendo uso de patrones de repetición o de recurrencia, según dominio y alcances de cada uno. En la mayoría de los casos los estudiantes intentaron representar secuencias geométricas de repetición similares a las expuestas en los ejercicios trabajados en el taller, sin embargo un escaso 30% de los estudiantes lograron desarrollar adecuadamente el ejercicio. (Ver imagen 6).

Imagen 6: pregunta N° 4 solución completa

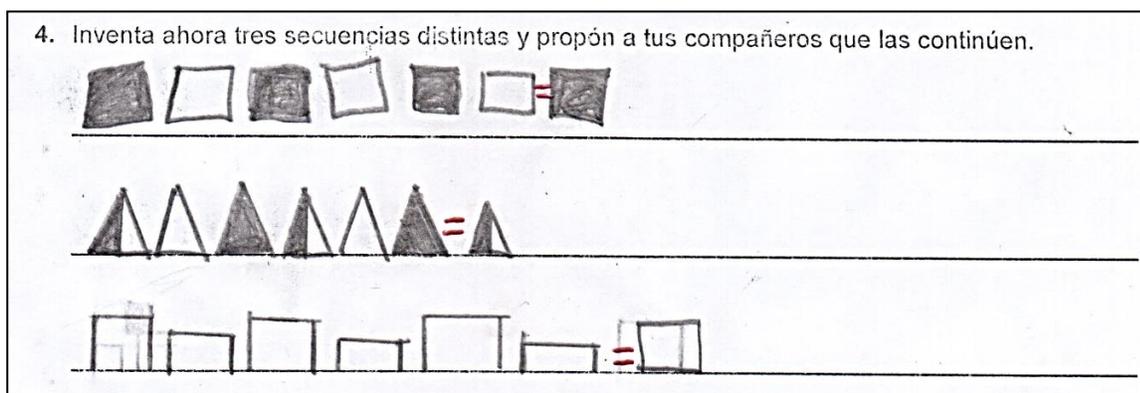


Esto se podría relacionar con los planteamientos de Godino y Font en el Manual de Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros donde exponen la necesidad de presentar a los niños en sus primeras etapas escolares contextos que permitan desarrollar el razonamiento algebraico y funcional a partir de secuencias de figuras u objetos que siguen determinado orden o regularidad (seriaciones, cenefas, etc.); de tal manera que puedan identificar claramente un modelo o patrón dentro de la secuencia, describirlo introduciendo símbolos y hacer predicciones sobre el tipo de objeto o figura que ocupara un lugar dentro de la secuencia. Este tipo de trabajo puede ser orientado de manera individual o colectiva haciendo uso de materiales simples y de fácil acceso (botones, bloques lógicos, cubos encajables, palillos, formas geométricas...) (Godino & Font, 2003, pág. 817)

El 70% de los estudiantes presentaron dificultades en el desarrollo de esta tarea; que se pueden resumir así:

- Algunos no propusieron solución a la tarea
- Otros copiaron las secuencias presentadas en ítems anteriores o dibujaron figuras arbitrarias sin definir correctamente una secuencia.
- Otros usaron expresiones simbólicas incorrectas para relacionar la secuencia con el término siguiente (Imagen 7).

Imagen 7: pregunta N° 4 solución incompleta



A raíz de las dificultades observadas, es posible pensar que los estudiantes no han tenido experiencias previas relacionadas con el reconocimiento de secuencias, y es importante incluir el estudio de patrones y secuencias en el diseño curricular como proceso indispensable en el desarrollo del pensamiento variacional que no se limite a unas pocas sesiones al año si no que se dé la oportunidad al estudiante de consolidar estos conocimientos.

En la actividad número cinco se propuso a los estudiantes completar tres secuencias numéricas y describir el patrón empleado teniendo en cuenta un ejemplo. El 10% de los estudiantes lograron completar adecuadamente la secuencia numérica pero no plantearon una justificación adecuada sobre la obtención del patrón utilizado, un ejemplo de esto se presenta en la imagen (8).

Imagen 8: pregunta N° 5 solución incompleta 1

5. Continúa cada una de las siguientes secuencias. Observa en la primera secuencia los números aumentan de uno en uno este es el patrón.
¿Cuál es el patrón en las otras secuencias?

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,	10	11	12	13	...	Aumenta de uno en uno
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15,	17	19	21	23	...	al primer número se suma 2
2, 4, 8, 16, 32, 64, 128,	256	512	1024	2048	...	Aumenta por múltiplo de 2

El 65% de los estudiantes lograron completar e identificar de secuencias aritméticas aditivas (ítem 1 y 2), pero no lograron completar la secuencia con un patrón multiplicativo (ver imagen 9). El 25% restante no resolvió ninguno de los ítems propuestos.

Imagen 9: pregunta N° 5 solución incompleta 2

5. Continúa cada una de las siguientes secuencias. Observa en la primera secuencia los números aumentan de uno en uno este es el patrón.
¿Cuál es el patrón en las otras secuencias?

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,	10	11	12	13	...	Aumenta de uno en uno
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15,	17	19	21	23	...	Aumenta de dos en dos
2, 4, 8, 16, 32, 64, 128,	167	169	171	173	...	Aumenta de dos en dos

La actividad seis indagaba por la explicación acerca de la regla de formación de secuencias numéricas, el 35% de la muestra desarrolló adecuadamente el ejercicio y explicó el procedimiento utilizado para hallar cada uno de los términos de la secuencia, lo que permite interpretar que es posible que los estudiantes utilicen su razonamiento lógico en ejercicios de cálculo donde requieren el uso de operaciones básicas, se encontraron soluciones como se muestra en la siguiente imagen (10).

Imagen 10: pregunta N° 6 solución completa

6. Observa las siguientes secuencias y explica en cada caso, ¿cómo haces para encontrar el término que sigue?

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70,...	80	contando de 10 en 10
53, 46, 39, 32, 25, 18, 11,...	4	Restando 7
8, 16, 24, 32, 40, 48, 56,...	64	sumando 8

El 65% restante no logró completar adecuadamente la actividad, evidenciando entre otras las dificultades siguientes:

- Completaron correctamente la secuencia pero presentaron una explicación incorrecta y viceversa.
- No comprendieron la tarea e hicieron una propuesta que no cumplía los criterios dados.

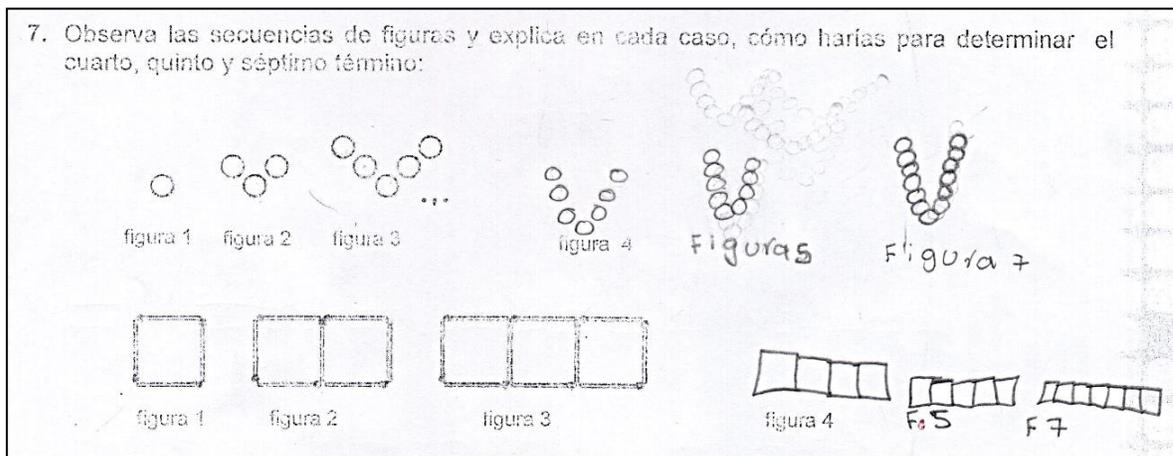
Objetivo 2: Descubrir reglas o patrones de formación de los elementos que componen una secuencia.

En los numerales 7,8 y 9 se incluyeron actividades relacionadas con el manejo y reconocimiento de reglas de formación.

En la actividad siete se pedía observar las secuencias dadas y explicar en cada caso el procedimiento requerido para determinar el cuarto, quinto y séptimo término. El 15% de

los estudiantes observaron, analizaron y se aproximaron a la solución correcta, en el ítem 1 desarrollaron el ejercicio teniendo en cuenta información previa, de donde tomaron pautas para graficar los términos solicitados en la secuencia describiendo la cantidad y posición; en el ítem 2 tuvieron en cuenta la cantidad y orden de los elementos dentro de la secuencia pero no graficaron adecuadamente. Ninguno de los estudiantes explicó o argumentó acerca del procedimiento utilizado para resolver el ejercicio. (Ver imagen 11)

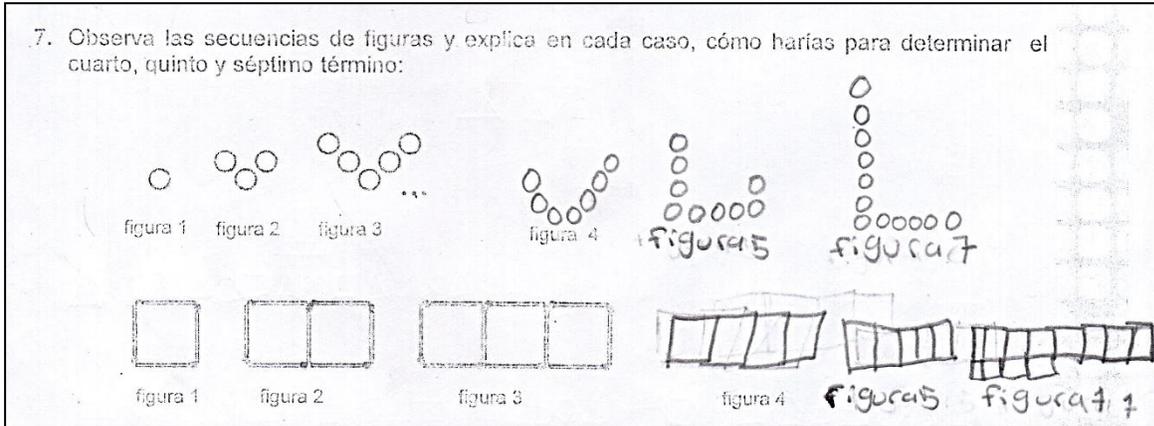
Imagen 11: Aproximación al uso adecuado de reglas de formación



El 85% restante mostró dificultades, debidas posiblemente a que:

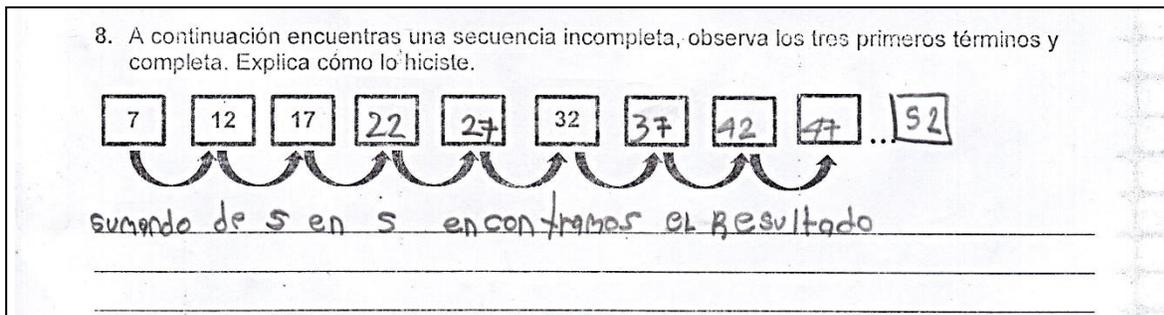
- No analizaron detenidamente las figuras consecutivas de la secuencia o se fijaron en características no relevantes.
- Tuvieron en cuenta la disposición gráfica pero no se fijaron en el patrón de incremento del número de figuras.
- Representaron un término (el siguiente a la dada) pero no continuaron la secuencia con otros términos (solo graficaron el término 4) como se muestra en la imagen (12) que aparece a continuación.

Imagen 12: pregunta N° 7 solución incompleta



En la primera parte de la actividad número ocho correspondiente a este mismo objetivo, se presentó una secuencia incompleta (aparecen los términos 1, 2,3, y 6, faltan el 4, 5, 7, 8, y 9) el objetivo central era identificar el patrón de formación, completar los términos faltantes y describir el proceso llevado a cabo. El 75% del grupo completo correctamente la secuencia, escribieron los términos faltantes y presentaron justificaciones válidas.

Imagen 13: pregunta N° 8 solución completa



El 25% restante evidenció dificultad para completar términos faltantes de la secuencia o para justificar el procedimiento empleado. Se encontraron respuestas como:

Imagen 14: pregunta N° 8 solución incompleta

8. A continuación encuentras una secuencia incompleta, observa los tres primeros términos y completa. Explica cómo lo hiciste.

7	12	17	22	27	32	37	42	47	...
---	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

10 restó con unos o posiciones y teniendo en cuenta las multiplicaciones

En la segunda parte de esta actividad se preguntó a los estudiantes:

¿Crees que el número 52 está en la secuencia?

Se encontraron diferentes respuestas, algunas correctas al afirmar que el número 52 sería posible obtenerlo si se conformaban términos siguientes a los solicitados, otras equivocadas, al afirmar que no, porque la secuencia solo solicitaba términos hasta el número 47. Estas respuestas permiten inferir que existen posibles dificultades el momento de expresar con palabras el procedimiento llevado a cabo. “Por esto es muy importante presentar a los estudiantes actividades variadas en las cuales se estimule la formulación de hipótesis, de conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar elementos conocidos, propiedades y relaciones para posteriormente lograr construir, interpretar y explicar hechos con facilidad.” (Rivera M. & Sánchez C., 2015).

La actividad número 9, al igual que la anterior presentó en su primera parte una secuencia incompleta, (tres términos de seis) se solicitó completar y determinar cuál sería el posible número que completaría el sexto término. El 85% de los estudiantes completó adecuadamente la secuencia lo que permite inferir que establecieron el patrón para continuar el ejercicio, la respuesta al interrogante ¿Cuál es el sexto término?, la solucionaron con facilidad luego de construir adecuadamente la secuencia, así como se muestra en la imagen (15).

Imagen 15: pregunta N° 9 solución completa

9. Completa.

- Observa los tres primeros términos de una secuencia de números:

9,	18,	27,	36	45	54
Primer término	Segundo término	Tercer término	Cuarto término	Quinto término	Sexto término

¿Cuál es el sexto término? el sexto término es 54

El 15% de los estudiantes hallaron correctamente el patrón dentro de la secuencia, pero al momento de completarla efectuaron incorrectamente las operaciones.

En la segunda parte de este numeral se solicitó observar indicaciones de cómo se forma una secuencia, para posteriormente completar el 3,4 y 5 término. El 20% de los estudiantes ejecutó adecuadamente la actividad, el 80% restante presentaron dificultades posiblemente debido al uso de operaciones (multiplicación), donde a pesar de dar a conocer con claridad el procedimiento (patrón) los resultados obtenidos no fueron correctos. (Ver imagen 16).

Imagen 16: pregunta N° 9 segunda parte solución incompleta

- Observa, estamos formando una secuencia

2,	el primer término multiplicado por 4,	el segundo multiplicado por 4
Primer término	Segundo término	Tercer término

¿Cuál es el 3º término? 17 Si continúas así ¿cuáles son el cuarto y el quinto término? 44 y 53

Objetivo 3: Construir secuencias teniendo en cuenta patrones dados.

En la actividad 10 se pidió a los estudiantes construir dos secuencias diferentes dados los dos primeros términos de estas: 2,8... utilizando patrones diferentes. El 100% de los

estudiantes presentaron dificultades para desarrollar adecuadamente la actividad, intentaron construir secuencias sin tener en cuenta un orden y patrón adecuado, en algunos casos olvidaron por completo los términos proporcionados y construyeron secuencias independientes a la indicación; intentaron integrar operaciones (multiplicación y suma) sin obtener un adecuado proceso o regla de formación, quisieron repetir algunos de los procesos trabajados en ítems anteriores. Se evidencian dificultades en la construcción de secuencias en las que aparece un patrón multiplicativo, tal como se muestra en imagen. (17)

Imagen 17: pregunta N° 10 solución incompleta.

10. Construye dos secuencias diferentes partiendo de los dos números dados

2, 8, ..

Explica como la construiste

Contando de seis en seis con los dos primeros números
mentalmente

2, 8, ...

Explica como la construiste

Lo construimos aumentando de 16 en 16 con la
mente

G. Anexo: Estructura curricular grados primero a tercero de primaria.

Pensamiento numérico-variacional								
Primero			Segundo			Tercero		
Estándares	Desempeño	Aspectos conceptuales (temas)	Estándares	Desempeño	Aspectos conceptuales (temas)	Estándares	Desempeño	Aspectos conceptuales (temas)
Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros.	Reconoce el significado del número en contexto de conteo (cardinal y ordinal) y de representación (medición, conteo, comparación, medición). -Lee y escribe números en el rango 0-10. - Usa expresiones como "tantos como", "menos que" o "más que", "menor que" para comparar la cantidad de elementos de dos colecciones. - Compara cantidades	- Números naturales (cardinal y ordinal) -Conteo y representación de cantidades -Lectura y escritura de números inicialmente en rango 0-10. -Orden de números inicialmente en rango 0-10.	Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros. -Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.	Reconoce y emplea los números naturales en diversos contextos (conteo, medición y comparación). -Lee y escribe números en el rango 0-1.000 -Usa con propiedad los signos mayor que, menor que, igual a para ordenar secuencias numéricas.	-Números naturales -conteo y representación de cantidades. -Lectura y escritura de números en rango 0-999. -Orden de rango 0-999	-Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros. -Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.	-Reconoce y emplea los números naturales en diversos contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización y escritura de números en rango 0-9.999. - Usa con propiedad los signos mayor que, menor que, igual a para ordenar secuencias numéricas y compara resultados de expresiones aditivas y multiplicativas.	Números naturales. -Representación numérica -Lectura y escritura de números en rango 0-9.999. -Orden de números y expresiones numéricas (rango 0-9.999)

<p>-Uso de representaciones principales y pictóricas para explicar el valor de la posición en el sistema de numeración decimal.</p> <p>-Uso de representaciones concretas y pictóricas para explicar el valor de la posición en el sistema de numeración decimal.</p> <p>-Reconoce propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, etc.) en diferentes contextos.</p> <p>-Identifico regularidades de los números utilizando propiedades de los números diferentes utilizando instrumentos de cálculo (calculadora, ábacos, bloques multibase etc.</p>	<p>usando materiales o representaciones</p> <p>-Sistema de numeración decimal (unidades y decenas)</p> <p>- Usa materiales y representaciones para dar significado al valor posicional.</p> <p>- Descomponer y componer números en decenas y unidades.</p> <p>- Lee y escribe números en el rango 0-99.</p> <p>-Identifica números que tienen una unidad más o una unidad menos.</p> <p>- Patrones aditivos</p> <p>- Relación de orden en secuencias numéricas.</p> <p>-Identifica regularidades de los números utilizando materiales e instrumentos.</p> <p>-Diferencia números pares e impares.</p> <p>-Reconoce patrones en secuencias numéricas (Uno más, uno menos,</p>	<p>-Sistema de numeración decimal (unidades y decenas)</p> <p>- Valor posicional y descomposición de números.</p> <p>- Uso de representaciones concretas y pictóricas para establecer equivalencias entre las unidades del sistema decimal.</p> <p>- Números pares, impares</p> <p>- Patrones aditivos</p> <p>- Relación de orden en secuencias numéricas.</p> <p>-Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos (calculadora, ábacos, bloques</p>	<p>-Uso de representaciones pictóricas para explicar el valor posicional en el sistema de numeración decimal.</p> <p>-Uso de representaciones concretas y pictóricas para establecer equivalencias entre las unidades del sistema decimal.</p> <p>- Reconoce propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (mayor que, menor que, múltiplo de... etc.) en diferentes contextos.</p> <p>-Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos (calculadora, ábacos, bloques</p>	<p>-Diferencia el valor posicional de las cifras de un número (unidades, decenas y centenas)</p> <p>- Combinados o tres dígitos (cifras) para obtener y comparar números naturales diferentes.</p> <p>- Establece y usa equivalencias entre unidades y centenas</p> <p>- Reconoce regularidades y patrones en contextos variados (numérico, geométrico)</p> <p>- Construye secuencias numéricas haciendo uso de números pares, impares, siguiente, anterior, dos más, tres más...</p>	<p>-Sistema de numeración decimal (unidades decenas y centenas)</p> <p>- Valor posicional y descomposición aditiva de números naturales.</p> <p>- Patrones aditivos.</p> <p>- Patrones multiplicativos</p>	<p>-Uso de representaciones concretas y pictóricas para explicar el valor de la posición en el sistema de numeración decimal.</p> <p>- Uso de representaciones concretas y pictóricas para establecer equivalencias entre las unidades del sistema decimal.</p> <p>- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.</p> <p>-Identifico regularidades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadora</p>	<p>- Lee, escribe y ordena números Naturales,</p> <p>- Establece y usa equivalencias entre unidades, decenas, centenas y unidades mil.</p> <p>-Compone y descompone números usando expansión decimal (unidades, decenas, centenas, unidades mil, decenas de mil)</p> <p>- Utiliza la recta numérica para ubicar y comparar números naturales</p> <p>-Reconoce y describe regularidades y patrones en contextos variados (numérico, geométrico)</p> <p>-Construye secuencias numéricas</p>	<p>-Sistema de numeración decimal (unidades decenas, centenas y unidades de mil).</p> <p>- Valor posicional y descomposición aditiva de números naturales..</p> <p>-Composición y descomposición de números naturales</p> <p>- Patrones aditivos.</p> <p>- Patrones multiplicativos</p> <p>- Pares, múltiplos de 3, 4, 5,..10</p> <p>- Los Patrones en las tablas.</p> <p>- Divisores de un número</p>
--	--	---	---	---	--	--	---	--

<p>-Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de combinación, de cambio y de transformación.</p> <p>-Reconoce el significado de la adición como combinación y cambio.</p> <p>-Reconoce el significado de la sustracción como separación o quitar.</p> <p>-Identifica propiedades de la adición y la sustracción.</p> <p>-Plantea y resuelve problemas haciendo uso de la adición y la sustracción.</p>	<p>dos más, dos menos, pares e impares)</p> <p>- Ordena secuencias (de mayor a menor, de menor a mayor)</p> <p>- Reconoce el significado de la adición como combinación y cambio.</p> <p>- Reconoce el significado de la sustracción como separación o quitar.</p> <p>-Identifica propiedades de la adición y la sustracción.</p> <p>-Plantea y resuelve problemas haciendo uso de la adición y la sustracción.</p>	<p>Adición. Significados Problemas orales Expresiones simbólicas: Términos. Disposición vertical y horizontal. Propiedades. Exploración: Modulativa. Conmutativa. Asociativa. Tablas de adición Algoritmo -Adición sin llevar y llevando. -Sustracción Significados Problemas orales Expresiones simbólicas: Términos. Disposición vertical y horizontal. Algoritmo de la sustracción: -Sustracción sin prestar</p>	<p>multibase, etc.).</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de combinación, cambio y transformación.</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas en situaciones multiplicativas (adiciones reiteradas, razón, comparación, producto cartesiano)</p>	<p>Reconoce el significado de la adición como combinación y cambio. Y comparación.</p> <p>Reconoce el significado de la sustracción como separación o quitar</p> <p>Usa información presentada en (tablas, pictogramas, diagramas...) para plantear y resolver problemas aditivos.</p> <p>-Da significado, a la multiplicación como adiciones reiteradas.</p> <p>-Da significado a la multiplicación como razón (factor)</p> <p>Da significado a la división como restas reiteradas y reparto.</p>	<p>Adición. Significados. Propiedades. Algoritmo. Cálculo mental.</p> <p>-Sustracción Significados. Propiedades. Algoritmo : Sustracción sin prestar y prestando. Problemas combinados.</p> <p>Multiplicación Significado. Notación. Términos. Exploración propiedades. Construcción tablas de multiplicar. Resolución de problemas simples.</p> <p>División Significados División exacta (simple). La multiplicación como operaciones inversas. Resolución de problemas simples de reparto.</p>	<p>s, ábacos, bloques multibase, etc.).</p> <p>-Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de combinación, cambio y transformación.</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas en situaciones multiplicativas (adiciones reiteradas, razón, comparación y arreglos. -Reconoce y usa propiedades de la</p>	<p>utilizando propiedades de los números (pares, impares, doble, triple, mitad, múltiplos divisores)</p> <p>Plantea y resuelve problemas simples y combinados de adición y sustracción</p> <p>-Da significado, a la multiplicación como adiciones reiteradas, razón, comparación y arreglos.</p> <p>-Reconoce y usa propiedades de la</p>	<p>Adición y sustracción, propiedades, relación. Solución de problemas.</p> <p>Multiplicación. Propiedades: Modulativa. Conmutativa. Asociativa y Distributiva de la multiplicación con respecto a la adición (Modelación gráfica usando arreglos) Algoritmo de la multiplicación (por una o dos cifras) División División exacta. Relación con la multiplicación Reparto. División con</p>
---	---	---	--	--	--	--	---	---

			<p>Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p>	<p>-Usa modelos concretos y representaciones pictóricas para efectuar operaciones.</p>		<p>Resuelvo y formulo problemas en situaciones que modelan la división.</p>	<p>multiplicación simple Introducción del algoritmo de la división (Significado del dividendo, divisor, cociente y residuo) divisiones simples (por un dígito)</p>	
					<p>La igualdad</p>	<p>-Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p>	<p>Da significado a la división como restas reiteradas y reparto.</p>	
					<p>Expresiones numéricas, comparación y equivalencia.</p>		<p>Analiza, plantea y resuelve problemas combinados y da significado a la solución.</p>	
			<p>Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos</p>	<p>-Reconoce igualdades y desigualdades numéricas usando modelo de balanza.</p>	<p>Exploración de tablas simples de variación (tablas de multiplicar, grupos de objetos, animales de una clase número de ojos, patas....)</p>	<p>-Reconozco si las soluciones de un problema aditivo o multiplicativo son razonables.</p>		<p>Igualdad-Comparación de expresiones-equivalencia</p>
			<p>-Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural y dibujos</p>	<p>Establece equivalencias numéricas usando adición y multiplicación</p>			<p>Reconoce y construye equivalencias entre expresiones numéricas (diferentes descomposiciones de un número natural usando operaciones, diferentes representaciones</p>	<p>Tablas, reconocimiento de patrones, descripción.</p>
				<p>-Reconoce el significado de fracción como parte de un todo</p>	<p>La fracción. Significado como parte de un todo. Representación gráfica. Descripción</p>			

			-Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.	en contextos continuos y discretos (magnitudes y conjuntos de objetos o individuos)	de situaciones de medida con fracciones comunes (la mitad, la tercera parte, la cuarta parte)	<p>Reconoce y describe variación. (número de artículos-precio, tiempo-crecimiento de planta, número de meses-número días...etc)</p> <p>•</p> <p>- Reconoce y representa la fracción como parte de un todo en contextos continuos y discretos. Reconoce y usa la fracción como cociente.</p> <p>-Describo situaciones que requieren el uso de medidas relativas.</p> <p>-Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes</p> <p>Reconoce y describe variación. (número de artículos-precio, tiempo-crecimiento de planta, número de meses-número días...etc)</p> <p>- Reconoce y representa la fracción como parte de un todo en contextos continuos y discretos. Reconoce y usa la fracción como cociente.</p> <p>Reconoce y representa fracciones equivalentes en contextos gráficos (un medio-dos cuartos-tres sextos...etc)</p> <p>- Ordena fracciones homogéneas (igual denominador)</p> <p>-Modela gráficamente adición de fracciones homogéneas.</p>	nes de una fracción)	La fracción. Significado y como parte de un todo. Representación gráfica. Descripción de situaciones de medida con fracciones comunes (la mitad, la tercera parte, la cuarta parte)
--	--	--	--	---	---	---	----------------------	---

Pensamiento espacial-métrico								
-Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.	- Explora y manipula y diferencia sólidos simples, los clasifica por forma de caras (ruedan-no ruedan) -Reconoce algunos sólidos (esfera, cono, cubo, paralelepípedo (cajas rectangulares), pirámides y cilindro) -Reconozco, copio y dibujo figuras bidimensionales en distintas posiciones y tamaños.	-Sólidos irregulares y regulares -Sólidos Geométricos - Clasificación Características (forma de las caras) -Figuras planas (rectángulo, cuadrado, triángulo y círculo) Reconocimiento y descripción.	-Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales. -Reconozco, copio y dibujo figuras bidimensionales en distintas posiciones y tamaños. -Reconoce y manipula figuras planas de la misma forma tamaño.	- Reconoce algunos sólidos (cubo, cilindro, cono, esfera) -Reconoce, nombra y describe figuras planas. -Copia modelos de figuras planas. -Dibuja figuras planas.	- Sólidos geométricos Cubo, paralelepípedo, forma y número de caras. -Figuras planas -Rectángulo, cuadrado, triángulo. Características número de lados, número de vértices.	-Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales. -Realizo construcción de ángulos y diseños utilizando sólidos geométricos. -Reconozco, copio y dibujo figuras bidimensionales distintas posiciones y tamaños. -Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.	-Identifica y cuenta caras y vértices de algunos sólidos -Reconoce como giros (media vuelta, un cuarto de vuelta, una vuelta) -Reconoce ángulos como aberturas. -Reconoce en figuras planas ángulos rectos, más o menos de un recto) -Emplea nociones de paralelismo y perpendicularidad para dar a conocer la posición de los lados de algunas figuras planas. -Clasifica figuras planas teniendo cuenta número de lados y medida de ángulos.	-Sólidos geométricos Cubos, paralelepípedo y pirámides -Caras y vértices -Ángulo. -Noción de un ángulo como fracción de una vuelta. Una vuelta, menos de una vuelta, un cuarto de vuelta. -Noción de ángulo como abertura -Rectas perpendiculares y paralelas. -Cuadriláteros: cuadrados, rectángulos, paralelogramos y rombos.
	-Manipula y copia modelos de figuras planas							

<p>-Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.</p> <p>-Reconoce simetrías de figuras planas haciendo dobleces.</p> <p>-Elabora diseños usando simetrías</p>	<p>-Noción de simetría</p> <p>-Ejes de simetría</p>	<p>-Identifica ejes de simetría en figuras planas haciendo dobleces.</p> <p>-Reconoce efecto de traslación sobre una figura plana</p> <p>-Reconoce figuras planas en diferentes posiciones.</p> <p>-Reconoce giros sobre una figura.</p> <p>-Reconoce figuras planas congruentes por superposición.</p>	<p>-Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.</p> <p>-Reconoce simetrías de figuras planas haciendo dobleces.</p> <p>-Elabora diseños usando simetrías</p>	<p>-Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.</p> <p>-Reconoce simetrías de figuras planas haciendo dobleces.</p> <p>-Elabora diseños usando simetrías</p>	<p>-Identifica ejes de simetría en figuras planas haciendo dobleces.</p> <p>-Reconoce efecto de traslación sobre una figura plana</p> <p>-Reconoce figuras planas en diferentes posiciones.</p> <p>-Reconoce giros sobre una figura.</p> <p>-Reconoce figuras planas congruentes por superposición.</p>	<p>-Ejes de simetría en figuras planas: cuadrados, rectángulos, triángulos equiláteros.</p> <p>-Traslaciones. Noción</p> <p>-Congruencia de figuras planas. Noción.</p>	<p>-Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.</p> <p>-Reconozco traslaciones y giros sobre una figura.</p> <p>-Reconoce traslaciones o rotaciones a partir de la manipulación de figuras planas.</p>	<p>-Ejes de simetrías</p> <p>-Traslaciones sobre figuras planas. (Una vuelta, menos de una vuelta, un cuarto de vuelta)</p> <p>-Noción de congruencia por superposición de figuras planas</p>
<p>-Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, volumen, capacidad y duración de eventos)</p> <p>- Realizo describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo</p>	<p>-Noción de longitud</p> <p>Medición de longitudes con unidades arbitrarias.</p> <p>Medición de longitudes con unidades estándar: el metro. (más de un metro- menos de un metro)</p>	<p>-Realizo construcciones y diseños utilizando figuras geométricas.</p> <p>-Mide y compara longitudes empleando unidades de medida</p> <p>-Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, volumen, capacidad y duración de eventos)</p> <p>-Determina el perímetro de algunas figuras planas dibujadas sobre cuadrícula.</p>	<p>-Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, volumen, capacidad y duración de eventos)</p> <p>-Realizo construcciones y diseños utilizando figuras geométricas.</p> <p>-Mide y compara longitudes empleando unidades de medida</p> <p>-Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, volumen, capacidad y duración de eventos)</p> <p>-Determina el perímetro de algunas figuras planas dibujadas sobre cuadrícula.</p>	<p>-Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, volumen, capacidad y duración de eventos)</p> <p>- Realizo describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo</p>	<p>-Longitud. Patrones y unidades: metro, decímetro y centímetro.</p> <p>-Perímetro de figuras planas: Noción.</p> <p>Noción de área por recubrimiento</p>	<p>-Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, volumen, capacidad y duración de eventos)</p> <p>-Realizo describo procesos de medición con</p>	<p>-Reconoce figuras planas semejantes por ampliación y reducción.</p> <p>-Reconoce en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, volumen, capacidad y duración de eventos)</p> <p>- Realizo describo procesos de medición con</p> <p>- Mide, y compara longitudes y distancias</p>	<p>-Noción de semejanza de figuras planas usando ampliación y reducción.</p> <p>Longitud</p> <p>-Patrones y unidades: Kilómetro, metro, decímetro y centímetro.</p> <p>-Sistemas de unidades</p> <p>-Perímetro y Perímetro del cuadrado</p>

<p>al contexto un metro (estimación)</p> <p>- Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles</p> <p>- Realizo construcción de figuras geométricas tridimensionales y diseños utilizando que, tan lejos como más o menos lejos que, tan lejos como más o menos alto que, tan alto como, capacidad.</p>	<p>-Noción de volumen.</p> <p>-Noción de capacidad.</p>	<p>-Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto</p> <p>Hace conteo, compara y emplea figuras planas para recubrir superficies o viceversa.</p> <p>-Plantea y resuelve problemas que hacen necesario medir longitudes, alturas o volúmenes usando (metro, decímetro y centímetro).</p> <p>Construye torres empleando fichas o cubos, comparando su tamaño.</p> <p>-Manipula recipientes, explora y compara capacidad empleando materiales variados (arena, cubos, fichas...)</p> <p>-Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.</p> <p>-Reconozco el uso de magnitudes y unidades de medida en situaciones</p>	<p>-Noción de volumen.</p> <p>-Noción de capacidad.</p>	<p>patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto</p> <p>empleando unidades de medida (Kilómetro, metro, decímetro y centímetro).</p> <p>-Determina el perímetro de figuras planas.</p> <p>-Construye figuras planas (simples: cuadrados) el perímetro de la figura.</p> <p>-Plantea y resuelve problemas de medición y comparación de longitudes o distancias</p> <p>-Determina el área de regiones planas por recubrimiento con patrones arbitrarios (cuadrículas o cuadrados de lado unidad)</p> <p>-Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.</p> <p>-Realizo estimaciones de medidas de tiempo.</p> <p>-Determina la</p>	<p>Perímetro del rectángulo. (Uso de cuadrícula)</p> <p>Área de figuras planas</p> <p>Área del cuadrado</p> <p>Área del rectángulo.</p> <p>-Noción de volumen</p> <p>Conteo de unidades cúbicas</p> <p>-Noción de capacidad</p>
---	---	--	---	---	---

ales	<p>-Construye torres empleando fichas o cubos iguales.</p> <p>-Realizo estimaciones de medidas de tiempo.</p> <p>-Desarrollo habilidades para determinar dirección y posición en el espacio.</p>	<p>-Manipula recipientes, explora capacidad empleando materiales variados (arena, cubos, fichas...)</p> <p>-Comparo duración de eventos (una hora, más de una hora, menos de una hora, un día más o menos que un día)</p> <p>-Reconoce y representa posición relativa de los objetos (Encima – Debajo, Arriba – en medio abajo, dentro fuera, Adelante – atrás, Cerca – Lejos)</p>	<p>-Noción de tiempo Medición de tiempo: hora, día, semana) menos de una hora)</p> <p>-Noción de posición</p> <p>-Noción de lateralidad Izquierda- Derecha</p>	<p>aditivas</p> <p>-Realizo estimaciones de medidas (longitud y tiempo.)</p> <p>-Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.</p>	<p>referencia</p> <p>-Estima longitudes, alturas y distancias.</p> <p>-Estima duración de eventos cotidianos (más o menos de una hora, más o menos de media hora.</p> <p>-Reconoce posición relativa de los objetos en imágenes. Representa posición relativa</p>	<p>-Noción de posición.</p>	<p>capacidad de cajas (de forma cúbica) usando cubos iguales.</p> <p>-Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.</p> <p>-Ubica y estima eventos en el tiempo, haciendo movimientos en el calendario</p> <p>-Estima duración de eventos (una hora, media hora, un cuarto de hora, tres cuartos de hora,</p> <p>-Ubica objeto en un plano y reconoce dirección y distancia con respecto a un punto de referencia.</p>	<p>-Tiempo: El Calendario(semana, mes, año -horas: minutos, segundos)</p> <p>-Noción de dirección y ubicación en un plano de coordenadas. (dos arriba, dos a la derecha, dos abajo, dos a la izquierda)</p>
------	--	--	--	---	---	-----------------------------	--	---

	-Establece relaciones espaciales.							
Pensamiento aleatorio								
-Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos los presento en tablas. - Interpreto cualitativam ente datos referidos a situaciones del entorno escolar. -Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas . -Lee información numérica presentada en un pictograma. -Usa información numérica.	-Recoge información de acuerdo a los miembros de familia, número de objetos de una clase.(color, forma, tamaño...). -Organiza información numérica en una lista o tabla. -Lee y usa información numérica relativa a eventos próximos, presentada en una lista o tabla. -Lee información numérica presentada en un diagrama icónico. (objetos concretos) -Lee información numérica presentada en un pictograma. -Usa información numérica.	-Recolección y organización de información numérica simple. -Tablas. -Lectura. -Resolución de problemas usando información numérica simple. -Pictogramas -Lectura -Paso del pictograma a la tabla. -Pictogramas -Lectura -Paso del pictograma a la tabla.	-Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos los presento en tablas. - Interpreto cualitativam ente datos referidos a situaciones del entorno escolar. -Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos. -Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas . -Represento datos relativos a mi entorno usando gráficos de barras -Represento datos relativos a mi entorno usando gráficos de barras	-Recoge información de acuerdo a los miembros de familia, número de objetos de una clase.(color, forma, tamaño...). -Organiza información numérica en una lista o tabla. -Lee y usa información numérica relativa a eventos próximos, presentada en una lista o tabla. -Lee información numérica presentada en un pictograma. -Usa información numérica.	-Tablas. -Lectura. -Construcción. -Resolución de problemas usando información numérica simple. -Organiza información numérica en una lista o tabla. -Lee y usa información presentada en tablas pictogramas. Representa datos relacionados con eventos familiares escolares con un pictograma. -Lee y usa información presentada en gráficos de barras. -Representa datos relacionados con eventos	-Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos. -Represento datos relativos al entorno próximo (escolar familiar) regional (municipal, nacional) usando pictogramas y gráficos de barras. -Gráficos de barras. -Característica s. -Lectura, interpretación y construcción. -Paso de tabla al gráfico de	-Recoge, clasifica y organiza información numérica. Construye instrumentos sencillos para recoger información. Organiza información. -Construye pictogramas y gráficos de barras a partir de información presentada en tablas. -Interpreta información presentada en tablas, pictogramas y gráficos de barras -Describe situaciones o	-Recolección y de información. Consultas y encuestas. Instrumentos simples. Organización de información. -Representación de información estadística: -Tablas, pictogramas y gráficos de barras. -Lectura ,interpretación y construcción -Paso de la tabla al gráfico de barras y del gráfico de barras a la tabla.

<p>-Resuelvo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.</p> <p>-Comparo información numérica presentada en tablas o pictogramas.</p> <p>-Usa información numérica (presentada en tablas o pictogramas) para resolver problemas aditivos simples.</p>	<p>Representa con objetos concretos para resolver problemas aditivos simples.</p> <p>-Resolución de problemas aditivos usando información de tablas o pictogramas.</p>	<p>-Resolución de problemas aditivos usando información de tablas o pictogramas.</p> <p>-Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.</p> <p>-Reconozco posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento aleatorio.</p>	<p>familiares escolares con un gráfico de barras.</p> <p>-Usa en el planteamiento o y resolución de problemas aditivos presentada en tablas, pictogramas y gráficos de barras.</p> <p>-Describe situaciones teniendo en cuenta un conjunto de datos presentados en una tabla o gráfico de barras.</p> <p>- Reconoce posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento aleatorio próximo (juegos o sucesos cotidianos)</p>	<p>o barras y del gráfico de barras a la tabla.</p> <p>Resolución de problemas aditivos usando información de tablas, pictogramas.</p> <p>-Posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento o suceso (posible o imposible)</p>	<p>regional.</p> <p>-Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.</p> <p>-Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos</p> <p>-Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.</p> <p>-Explico desde mi experiencia la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.</p> <p>-Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.</p>	<p>eventos a partir de un conjunto de datos presentados en un pictograma o gráfico de barras.</p> <p>-Compara datos y numéricos referidos a situaciones del entorno próximo y plantea conclusiones sobre ellos.</p> <p>-Reconoce posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento aleatorio.</p> <p>-Compara posibilidad de ocurrencia de eventos en diferentes contextos (cotidiano o de juego)</p>	<p>-Números naturales-Orden</p> <p>-Series numéricas - variación.</p> <p>-Noción de probabilidad.</p> <p>-Eventos posibles e imposibles</p> <p>Experimentos aleatorios simples (lanzamiento de una moneda o un dado, selección de una ficha...)</p> <p>Análisis de frecuencia.</p> <p>Comparación de posibilidades.</p>
--	--	--	--	--	--	--	---