



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

**ANÁLISIS EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO DEL
EFECTO DEL CAMBIO DE PROPIEDADES
MECÁNICAS MEDIANTE TRATAMIENTOS TÉRMICOS
DE RECOCIDO, SOBRE LA ACUMULACIÓN DE DAÑO
DÚCTIL EN UN ACERO DE FASE DUAL DP 600.**

Juan Manuel Anduquia Restrepo

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica
Bogotá D.C., Colombia
2017

ANÁLISIS EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO DEL EFECTO DEL CAMBIO DE PROPIEDADES MECÁNICAS MEDIANTE TRATAMIENTOS TÉRMICOS DE RECOCIDO, SOBRE LA ACUMULACIÓN DE DAÑO DÚCTIL EN UN ACERO DE FASE DUAL DP 600.

Juan Manuel Anduquia Restrepo

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magíster en Ingeniería - Materiales y Procesos

Director:

Ph.D., MSc., I.M Carlos Alberto Narváz Tovar

Codirector:

Ph.D., MSc., I.M Rodolfo Rodríguez Baracaldo

Grupo de Investigación:

Modelamiento Matemático y Métodos Numéricos
Innovación en Procesos e Ingeniería de Materiales

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Bogotá D.C., Colombia

2017

Dedico esta tesis de maestría con mucho cariño a mis padres quienes han sido la base fundamental en mi formación personal gracias a sus valores, ejemplos y sacrificios han hecho de mí una persona íntegra; a mi hermano a quien quiero, respeto y estimo mucho; y a todas las persona que me han apoyado siempre.

Juan Manuel Anduquia Restrepo

Agradecimientos

Expreso mis agradecimientos a la Universidad Nacional de Colombia, al Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica y al Programa de Maestría en Ingeniería Materiales y Procesos; donde me he formado para obtener mi máster en ciencias de los materiales y procesos.

Quiero agradecer al profesor Ph D. Carlos Alberto Narváez Tovar y al profesor Ph D. Rodolfo Rodríguez Baracaldo por ser quienes han dirigido mi tesis de maestría resaltando su implicación, disposición, entusiasmo y dedicación en todo momento.

Agradezco a mis amigos, compañeros y docentes; especialmente al ingeniero. MSc. Diego Fernando Avendaño Rodríguez, quienes con sus conocimientos y experiencia aportaron al desarrollo del proyecto de tesis de maestría “ANÁLISIS EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO DEL EFECTO DEL CAMBIO DE PROPIEDADES MECÁNICAS MEDIANTE TRATAMIENTOS TÉRMICOS DE RECOCIDO, SOBRE LA ACUMULACIÓN DE DAÑO DÚCTIL EN UN ACERO DE FASE DUAL DP 600”.

Finalmente agradecer a mi familia que ha sido un pilar importante en el desarrollo de mi formación académica y humana.

Resumen

El objetivo de esta tesis es analizar experimental y numéricamente el efecto del cambio de propiedades mecánicas mediante tratamientos térmicos de recocido, sobre la acumulación de daño dúctil en un acero de fase dual DP 600. Del análisis experimental se obtienen las propiedades mecánicas, requeridas para calibrar el modelo computacional a partir del desarrollo de un procedimiento experimental mediante ensayos cíclicos a tensión de carga y descarga, registrando las variaciones en el módulo elástico por cada ciclo que representa el daño acumulado para los materiales de estudio. Con respecto al análisis numérico, la formulación del modelo constitutivo se fundamenta en la teoría de la mecánica del daño continuo elastoplástica desarrollada por Lemaitre y aplicado a problemas estáticos en grandes deformaciones. El algoritmo se implementa en el software comercial de elementos finitos ABAQUS, utilizando un esquema explícito de análisis no lineal a partir del desarrollo de una subrutina de usuario VUMAT.

De los resultados obtenidos numéricamente se encuentra buena relación del modelo para predecir el comportamiento experimental, también se demuestra la influencia que presenta el tratamiento térmico sobre las propiedades mecánicas del acero DP 600, debido a que el material tratado térmicamente posee mayor ductilidad y resistencia mecánica inferior respecto al material en estado de entrega; por otra parte la evolución al daño y el factor triaxial de esfuerzos describen adecuadamente el proceso de degradación mecánica o pérdida de resistencia durante las simulaciones para ambos materiales.

PALABRAS CLAVE: Mecánica del daño continuo, modelo constitutivo, acero de fase dual DP 600, simulación computacional, ensayos a carga y descarga.

Abstract

The objective of this master thesis is to analyze experimentally and numerically the heat treatment annealing effect on the ductile damage accumulation in a dual phase steel (DP 600) subjected to uniaxial cyclic loads. The mechanical properties and the damage of the steel were obtained from experimental analyses that were required in order to calibrate the computational model. The experimental processes were conducted through the application of cyclic load-unload tensile test, to obtain elasticity modulus degradation as a measure of the accumulated damage on the dual phase steel. On the other hand, the constitutive model was based on the Elastoplastic Continuum Damage Mechanics theory, developed by Lemaitre in order to solve quasistatic formulations to large deformations. The algorithm was implemented in the commercial finite element software (ABAQUS) through assessment of a nonlinear explicit analysis and the developed of a specific VUMAT user subroutine written in FORTRAN language.

Numerical results have shown a good fit with the experimental results on the prediction of the real material behavior. Also is evident the influence of the heat treatment has on the mechanical properties of the steel DP 600. The heat treated material shows high ductility and low mechanical strength in contrast with the no treated material; besides damage evolution and stress triaxiality factor adequately describe the process of mechanical degradation or strength loss during simulations for both materials.

KEY WORDS: Continuum Damage Mechanics, Constitutive model, Dual Phase Steel DP 600, Computational simulation, load-unload tests.

Tabla de contenido

Lista de Símbolos	XXI
Glosario	XXII
1. Introducción	1
1.1. Síntesis de los capítulos	2
2. Marco teórico	5
2.1. Aceros de fase dual.	6
2.2. Producción de aceros de fase dual.	8
2.2.1. Aceros de Fase Dual laminados en caliente	8
2.2.2. Aceros de Fase Dual laminados en frío por recocido continuo.....	9
2.2.3. Daño dúctil en aceros DP.....	11
2.3. Caracterización mecánica de un material a tracción uniaxial.	13
2.3.1. Inestabilidad plástica o estricción.....	16
2.4. Métodos para cuantificar el daño dúctil.	18
2.4.1. Mediciones directas.	18
2.4.2. Mediciones indirectas.	19
2.5. Comportamiento elastoplástico en aceros.	22
2.5.1. Teoría de grandes deformaciones.....	23
2.5.2. Elasticidad lineal.	27
2.5.3. Esfuerzos principales del tensor de Cauchy.	31
2.5.4. Esfuerzos deviatoricos e hidrostáticos.....	32
2.5.5. Plasticidad.	33
2.5.6. Criterio de fluencia.	34
2.5.7. Regla de flujo.	39
2.5.8. Leyes de endurecimiento plástico.....	41
2.6. Resumen del capítulo.	46
3. Mecánica del daño	49
3.1. Aproximación micromecánica.....	49
3.2. Aproximación mecánica del daño continuo.....	51
3.2.1. Aplicación modelo de daño dúctil de Lemaitre en aceros de Fase Dual.....	56

3.3.	Modelo de daño dúctil de Lemaitre.	57
3.3.1.	Termodinámica de procesos irreversibles.....	59
3.3.2.	Triaxialidad.	64
3.3.3.	Parámetro de Lode.....	66
3.3.4.	Umbral de daño.	67
3.3.5.	Regla de evolución del daño.	67
3.3.6.	Parámetro de daño crítico.....	71
3.4.	Resumen del capítulo.	72
4.	Desarrollo experimental.	75
4.1.	Material de estudio.....	75
4.2.	Composición química del acero DP 600 en estado de entrega.....	75
4.3.	Tratamientos térmicos.	77
4.4.	Dureza.....	78
4.5.	Microdureza.....	80
4.6.	Metalografía.	80
4.7.	Ensayos a tracción.....	81
4.8.	Ensayos a carga y descarga.	82
4.9.	Superficie de fractura.....	84
4.10.	Resumen del capítulo.	85
5.	Resultados experimentales.....	87
5.1.	Resultados ensayo de dureza.....	87
5.2.	Resultados ensayo de microdureza.....	88
5.3.	Metalografías.....	88
5.4.	Tracción.	90
5.5.	Carga y descarga.....	91
5.5.1.	Cálculo de la evolución del daño.....	91
5.5.2.	Superficies de fractura.....	99
5.5.3.	Cálculo propiedades plásticas del material.....	102
5.6.	Resumen del capítulo.	108
6.	Implementación numérica.....	111
6.1.	Algoritmo numérico de daño dúctil.	111
6.2.	Solución de problemas de validación.....	119

6.2.1. Comportamiento elastoplástico con endurecimiento isotrópico lineal en un cilindro sometido a tracción.	119
6.2.2. Estudio al daño dúctil en un acero SAE 1050 esferoidizado.	121
6.2.3. Estudio al daño dúctil en un acero DP 600.	124
6.2.4. Estudio en un acero estructural S275 utilizando el modelo material de daño dúctil en ABAQUS/EXPLICIT.	126
6.3. Comparación de resultados experimentales con el modelo numérico propuesto.	128
6.3.1. Análisis de convergencia de mallado.	129
6.3.2. Comparación con resultados experimentales.	133
6.3.3. Validación de ensayos experimentales empleando la librería de ABAQUS.	153
6.4. Resumen del capítulo y comentarios.	155
7. Conclusiones.	157
8. Trabajo futuro.	161
9. Bibliografía.	163
ANEXOS.	171
Anexo 1.	171
Anexo 2.	172
Anexo 3.	175
Anexo 4.	177

Lista de Figuras

	Pág
2. Marco teórico	
Figura 2.1. Clasificación aceros	5
Figura 2.2. Aceros AHSS implementados en industria automotriz	6
Figura 2.3. Aceros de fase dual	7
Figura 2.4. Proceso termomecánico de laminación en caliente	9
Figura 2.5. Tratamiento térmico por recocido continuo en aceros DP	10
Figura 2.6. Fases mecanismo de nucleación, crecimiento y coalescencia de poros	12
Figura 2.7. Compilación mecanismos de daño reportados en función Del tamaño de grano de la ferrita y fracción volumétrica de martensita.....	13
Figura 2.8. Ensayo a tracción simple	14
Figura 2.9 Curva esfuerzo vs deformación de ingeniería y real (verdadera) para un acero dúctil de bajo contenido en carbono	15
Figura 2.10. Definición condición de inestabilidad plástica	17
Figura 2.11. Definición medición de daño por área	19
Figura 2.12. Representación vector desplazamiento para las configuraciones actual e inicial	23
Figura 2.13. Estiramiento y alargamiento unitarios	26
Figura 2.14. Estado de esfuerzos en el punto P	28
Figura 2.15. Estados de esfuerzos tensor de Cauchy	31
Figura 2.16. Representación dominio elástico y dominio plástico	35
Figura 2.17. Representación de un ensayo a carga monotónica de carga y descarga	37
Figura 2.18. Representación de la superficie de fluencia de Von Mises en el espacio de los ejes principales a partir de la presión hidrostática (P) y el esfuerzo deviatorico ($\bar{\sigma}_d$)	38
Figura 2.19. Endurecimiento isotrópico	43

Figura 2.20. Endurecimiento cinemático	45
Figura 2.21. Ensayo combinado de tracción-compresión	46
3. Mecánica del daño	
Figura 3.1. Barra cilíndrica sometida a tracción	58
Figura 3.2 Secuencia mecanismo de daño dúctil en ensayos a tracción.....	59
Figura 3.3. Valor de deformación equivalente de rotura en función de la Triaxialidad de tensiones	66
Figura 3.4. Ensayos a carga y descarga realizado al cobre 99.9%	68
4. Desarrollo experimental	
Figura 4.1. Metodología ensayos experimentales	76
Figura 4.2 Horno empleado para realizar tratamientos térmicos	77
Figura 4.3. Durómetro ROCKWELL serie 574	79
Figura 4.4 microdurómetro Leco M400-G2	80
Figura 4.5. Máquina de ensayos universal Shimadzu UH-500-knNI	81
Figura 4.6 Probeta de ensayos a tracción (medidas en milímetros)	82
Figura 4.7 Montaje extensómetro en probeta	82
Figura 4.8 Probeta de ensayos a cargadescarga (medidas milímetros)	83
Figura 4.9 Equipo KAISER RS 2	84
5. Resultados experimentales	
Figura 5.1. Microestructura material EE y TT	89
Figura 5.2. Curva esfuerzo-deformación para material EE	90
Figura 5.3. Ensayos a carga y descarga para el material EE con Incrementos de 0.5 mm/mm y velocidad constante de 1 mm/min	93
Figura 5.4. Ensayos a carga y descarga para el material TT con Incrementos de 0.5 mm/mm y velocidad constante de 1 mm/min	94
Figura 5.5 Rango de medición experimental del módulo elástico por cada ciclo	95
Figura 5.6. Simulación ciclos a carga y descarga sin daño acoplado para los materiales EE y TT	97
Figura 5.7. factor de corrección obtenido para el material EE	97
Figura 5.8. factor de corrección obtenido para el material TT	98
Figura 5.9. Evolución del daño en material EE	98
Figura 5.10. Evolución del daño en material TT	99

Figura 5.11. Evolución de fractura en un ensayo a carga y descarga	100
Figura 5.12. Superficie de fractura en material EE	101
Figura 5.13. Superficie de fractura en material TT	101
Figura 5.14. Comportamiento plástico en probeta EE1	103
Figura 5.15. Comportamiento plástico en probeta EE2.	103
Figura 5.16. Comportamiento plástico en probeta EE3.	104
Figura 5.17. Comportamiento plástico en probeta EE4	104
Figura 5.18. Comportamiento plástico en probeta TT1	105
Figura 5.19. Comportamiento plástico en probeta TT2	105
Figura 5.20. Comportamiento plástico en probeta TT3	106
Figura 5.21. Comportamiento plástico en probeta TT4	106
6. Desarrollo numérico	
Figura 6.1 diagrama de flujo para el algoritmo de daño dúctil	118
Figura 6.2 Cilindro sometido a tracción uniaxial con control de desplazamiento	120
Figura 6.3. Curva esfuerzo–Deformación verdadera para la lámina sometida a tracción uniaxial	121
Figura 6.4 Probeta de ensayo a tracción	122
Figura 6.5. Comportamiento mecánico acero SAE 1050 esferoidizado	123
Figura 6.6. Probeta de ensayo a tracción	124
Figura 6.7. Curva esfuerzo-deformación de ingeniería acero DP 600	125
Figura 6.8 Probeta de ensayo a tracción	127
Figura 6.9. Curva fuerza-desplazamiento para el acero S275	128
Figura 6.10 condiciones de desplazamiento definidas en probeta de ensayo	129
Figura 6.11 Estudio de convergencia	130
Figura 6.12 evolución del error relativo para las mallas propuestas	133
Figura 6.13. Curva esfuerzo deformación material EE empleando la ley de Voce	135
Figura 6.14. Curva esfuerzo deformación material EE empleando la ley de Ludwik	135
Figura 6.15. Curva esfuerzo deformación material EE	136

Figura 6.16. Evolución del daño material EE	137
Figura 6.17. Distribución variables de estado EE	137
Figura 6.18. Curva esfuerzo deformación material TT empleando la ley de Ludwik	139
Figura 6.19. Curva esfuerzo deformación material TT empleando la ley de Voce	139
Figura 6.20. Curva esfuerzo deformación material TT	141
Figura 6.21. Evolución del daño material TT	141
Figura 6.22. Distribución variables de estado EE	142
Figura 6.23. Evolución del daño absoluto para los materiales EE y TT.....	144
Figura 6.24. Evolución factor triaxial de esfuerzos para el material EE y TT	145
Figura 6.25. distribución daño dúctil absoluto	146
Figura 6.26. distribución daño dúctil absoluto	148
Figura 6.27. Condición crítica de daño	151
Figura 6.28. Distribución de deformación para la condición de daño crítico realizada en el centro de la probeta para los materiales EE y TT	152
Figura 6.29. Curva esfuerzo deformación empleando modelo de ABAQUS en material EE	154
Figura 6.30. Curva esfuerzo deformación empleando modelo de ABAQUS en material TT	154

Lista de Tablas

	Pág.
2. Marco teórico	
Tabla 2.1. Nivel de exactitud en la medición del daño dúctil	22
3. Mecánica del daño	
Tabla 3.1. Respresentación variables de estado y variables asociadas	60
4. Desarrollo experimental	
Tabla 4.1. Composición química del acero DP 600 en estado de entrega (% en peso)	76
Tabla 4.2. Parámetros definidos en el desarrollo de tratamientos térmicos	79
Tabla 4.3. Selección del número de probetas por tratamiento para ensayo de carga y descarga	84
5. Resultados experimentales	
Tabla 5.1. Resultados ensayos de dureza	87
Tabla 5.2. Microdurezas material en estado de entrego (EE) y tratado térmicamente (TT)	88
Tabla 5.3. Propiedades mecánicas acero DP 600	91
Tabla 5.4. Propiedades mecánicas acero DP 600 entregadas por el proveedor	91
Tabla 5.5. Propiedades mecánicas obtenidas en ensayos a carga y descarga para el material EE	93
Tabla 5.6. Propiedades mecánicas obtenidas de ensayos a carga y descarga para el material TT	94
Tabla 5.7. Parámetro de resistencia al daño	99
Tabla 5.8. Ecuaciones constitutivas del comportamiento plástico estructural S275	102
Tabla 5.9. Comportamiento plástico material EE	107
Tabla 5.10. Comportamiento plástico material TT	107
6. Desarrollo numérico	
Tabla 6.1. Propiedades materiales lámina	120
Tabla 6.2. Resultados simulación ensayo a tracción para lámina	120
Tabla 6.3. Propiedades mecánicas acero SAE 1050 esferodizado	122
Tabla 6.4. Propiedades mecánicas acero DP 600	125

Tabla 6.5. Propiedades mecánicas acero estructural S275	127
Tabla 6.6. Definición propiedades de evolución al daño acero Estructural S275	128
Tabla 6.7. Monitoreo de los esfuerzos en la región de estricción con un incremento $\Delta u = 0.001$ mm	132
Tabla 6.8. Monitoreo deformaciones en región de estricción con Un incremento $\Delta u = 0.001$ mm	132
Tabla 6.9. Propiedades materiales introducidas en el modelo de daño	133
Tabla 6.10. Resultados subrutina VUMAT material EE	136
Tabla 6.11. Evaluación error relativo material TT	140
Tabla 6.12. Comparación propiedades mecánica entre el material EE y el material TT obtenidos experimentalmente	142
Tabla 6.13. Comparación propiedades triaxialidad (η) entre los Materiales EE y TT obtenidos del modelo de daño	145
Tabla 6.14. Parámetros de evolución del daño	152

Lista de Símbolos

- R^2 Coeficiente de correlación para un modelo de regresión.
- D.E Desviación estándar.
- $\bar{\mathbf{S}}$ Tensor de esfuerzo de ingeniería.
- $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ Tensor de esfuerzo verdadero.
- $\bar{\mathbf{e}}$ Tensor de deformación de ingeniería.
- $\bar{\boldsymbol{\epsilon}}$ Tensor de deformación de verdadera.
- $\bar{\mathbf{A}}$ Tensor de segundo orden: $\bar{\mathbf{A}} = A_{ij}$
- $\bar{\mathbf{A}}^V$ Tensor en notación Voigt (primer orden): $\bar{\mathbf{A}}$
- $\bar{\mathbf{A}}:\bar{\mathbf{B}}$ Doble contracción de dos tensores de segundo orden : $(A:B)_{ij} = A_{ijkl}B_{kl}$,
 $(B:A)_{kl} = B_{ij}A_{ijkl}$
- $\bar{\mathbf{A}}:\bar{\mathbf{B}}$ Doble contracción de dos tensores de cuarto orden : $(A:B)_{ijkl} = A_{ijmn}B_{mnkl}$
- $\bar{\mathbf{A}} \otimes \bar{\mathbf{B}}$ Producto diádico de dos tensores de segundo orden : $(A \otimes B)_{ijkl} = A_{ij}B_{kl}$

Glosario

Término	Definición
Austenita	Nombre que se le da al hierro que presenta una estructura cristalina cubica centrada en las caras, se caracteriza por ser dúctil, blanda y tenáz.
Ferrita	Fase estable a temperatura ambiente, presenta una esctructura cristalina cúbica centrada en el cuerpo, se caracteriza por se blanda y dúctil.
Función HEAVY-SIDE	También nombrada como función escalón unitario.
Hourglass	Es un fenómeno donde la malla sufre deformaciones físicamente imposibles de ocurrir, esto dificulta y distorsiona el cálculo de la integración reducida en el centro del elemento. Para solucionar este inconveniente se procede a un control de deformaciones el cual utiliza un método de integración reducida introduciendo rigidez artificial al modelo.
Integración reducida	Método encargado de resolver numéricamente la integral de las matrices del elemento de una función a partir de aproximaciones por sumas ponderadas en ciertos puntos del dominio llamados nodos.
Martensita	Fase metaestable a temperatura ambiente, presenta una esctructura cristalina tetragonal centrada en el cuerpo, se caracteriza por se dura y frágil.
Modelo constitutivo	Formulación matemática que posee la capacidad de describir el comportamiento físico de un material ideal a partir de algunas hipótesis obtenidas mediante ensayos experimentales.
UMAT	Subrutina que puede ser utilizada en el software de elementos finitos ABAQUS para definir el comportamiento mecánico de un material utilizando la librería tipo ABAQUS/STANDARD.
VUMAT	Subrutina que puede ser utilizada en el software de elementos finitos ABAQUS para definir el comportamiento mecánico de un material utilizando la librería tipo ABAQUS/EXPLICIT.

1.Introducción

La industria metalmecánica ha presentado importantes cambios en la utilización de nuevos materiales; entre los cuales se encuentran los aceros de fase dual (DP por sus siglas en inglés), generalmente caracterizados por tener buena conformabilidad, resistencia o capacidad de endurecimiento y tenacidad al impacto, adecuados para aplicaciones que requieren una buena relación de resistencia y peso. Un ejemplo de lo anterior se presenta en industrias como la automotriz y transporte, construcción civil, minería, entre otras. Estos materiales debido a sus elevadas propiedades mecánicas permiten obtener productos económicos de bajo espesor y correcta funcionalidad.

Los aceros DP presentan una fase dúctil de ferrita y una frágil de martensita, es debido a esto que su comportamiento mecánico en deformación plástica difiere bastante de los aceros clásicos, razón por la cual en la actualidad no es totalmente comprendido cuál es la interrelación entre los modos de falla y la acumulación de daño por deformación plástica que conduce a la fractura del material (Tasan et al 2015).

La historia de los aceros de DP y su implementación en el país es relativamente nueva, estos materiales poseen una microestructura compleja obtenida a partir de una variedad de procesos termomecánicos y son empleados industrialmente en procesos de conformación plástica en frío.

Una forma de poder estudiar las condiciones de fallo en aceros, es mediante la implementación de modelos constitutivos de daño dúctil los cuales se desarrollan y aplican a partir de ensayos experimentales y simulaciones numéricas; de esta manera se puede relacionar directamente la estimación en el desempeño del material y los procedimientos de evaluación representados en las variables de estado.

Por tal motivo esta tesis de maestría tiene como objetivo analizar experimental y numéricamente el efecto del cambio de propiedades mecánicas mediante tratamientos térmicos de recocido, sobre la acumulación de daño dúctil generado por cargas monotónicas en el acero de fase dual DP 600. Para cumplir con esto se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Modificar las propiedades mecánicas y microestructurales del acero DP600 mediante distintos tratamientos térmicos de recocido.
- Determinar experimentalmente la acumulación de daño para el acero DP600 modificado por medio del tratamiento térmico empleado.
- Obtener los parámetros materiales requeridos para el modelo constitutivo de daño dúctil del acero DP 600.
- Implementar el modelo constitutivo de daño dúctil en el acero de fase dual DP 600 bajo un código comercial de elementos finitos.
- Comparar los resultados computacionales obtenidos frente al comportamiento experimental.

1.1. Síntesis de los capítulos

El proyecto de maestría “**ANÁLISIS EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO DEL EFECTO DEL CAMBIO DE PROPIEDADES MECÁNICAS MEDIANTE TRATAMIENTOS TÉRMICOS DE RECOCIDO, SOBRE LA ACUMULACIÓN DE DAÑO DÚCTIL EN UN ACERO DE FASE DUAL DP 600**” presenta 8 capítulos los cuales se describen de la siguiente forma:

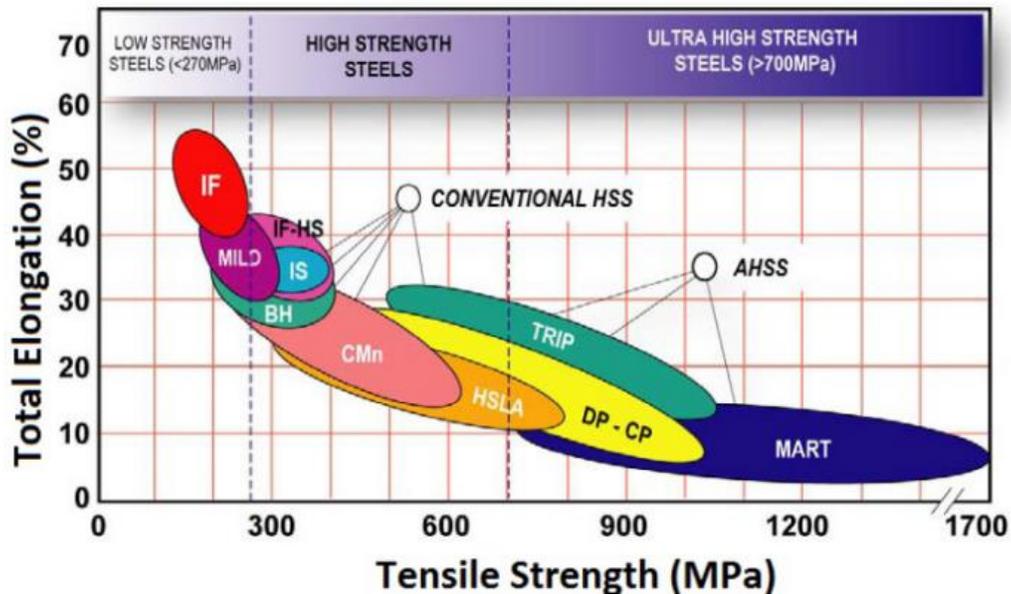
- Los capítulos dos y tres son una revisión bibliográfica del estado del arte relacionado en el acero de fase dual DP 600 y el desarrollo matemático del modelo de daño dúctil de Lemaitre respectivamente.

- El capítulo cuatro describe la metodología y los ensayos experimentales utilizados en este trabajo de tesis.
- El capítulo quinto presenta los resultados experimentales de caracterización estructural y mecánica del acero DP con objeto de estudiar la evolución al daño.
- El capítulo seis habla acerca de la implementación numérica del modelo de daño dúctil, se desarrolla el algoritmo de Lemaitre, se realizan ejemplos reportados en bibliografía y por último se emplea una metodología para realizar las simulaciones computacionales en el acero estudiado.
- Finalmente, los capítulos siete y ocho mencionan las conclusiones que dejan esta tesis y los trabajos futuros a desarrollar.

2. Marco teórico

Los aceros avanzados de alta resistencia son materiales caracterizados por tener buena conformabilidad, resistencia o capacidad de endurecimiento y tenacidad al impacto; adecuados para aplicaciones que requieren reducción de peso. De acuerdo a Radwański et al (Radwański et al. 2014), los aceros presentes en el mercado se pueden clasificar como, aceros de baja resistencia (LSS, por sus siglas en inglés), aceros de alta resistencia (HSS, por sus siglas en inglés) y aceros de ultra alta resistencia (UHSS, por sus siglas en inglés); teniendo los aceros avanzados de alta resistencia (AHSS, por sus siglas en inglés) en un término intermedio entre los aceros HSS y UHSS, de acuerdo a la representación gráfica de la Figura 2.1.

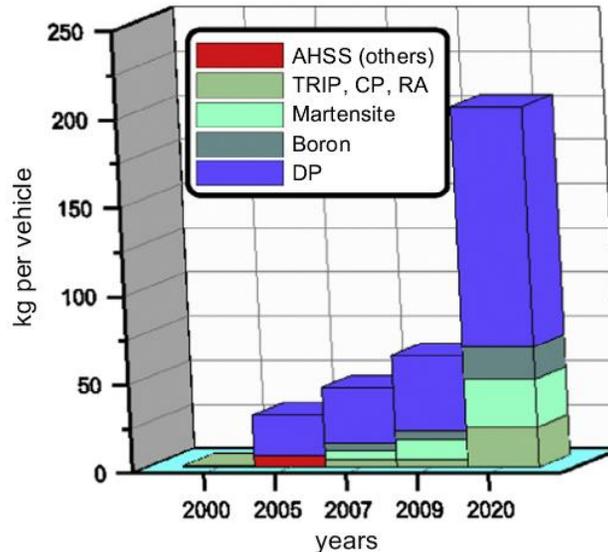
Figura 2.1. Clasificación aceros



Fuente: Referencia (Niazi. 2012)

En la Figura 2.2 se observan distintos tipos de aceros AHSS implementados como materia prima en la industria automotriz con una proyección realizada hasta el año 2020, teniendo como gran protagonista los aceros DP (Madej et al.2014).

Figura 2.2. Aceros AHSS implementados en industria automotriz



Fuente: Referencia (Madej et al. 2014)

2.1. Aceros de fase dual

Los aceros DP son un grupo de aceros avanzados de alta resistencia, caracterizados por tener una microestructura compuesta por dos fases representadas por una matriz dúctil de ferrita que contiene pequeñas islas de una segunda fase de alta dureza, principalmente martensita, sin embargo también posee pequeños porcentajes de austenita retenida o bainita (Fonstein et al. 2007, Gunduz et al. 2008).

Esta clase de aceros tienen características de presentar altas velocidades de endurecimiento por deformación, a partir de una razón de esfuerzo a fluencia-esfuerzo último a tensión entre 0.5-0.8, bajo límite elástico correspondiente a altos porcentajes de deformación lo cual facilita operaciones de conformado metálico (Fonstein et al. 2007).

Para estudios microestructurales las fases ferrítica y martensítica se comportan como un material compuesto, debido a esto el esfuerzo a tracción del material puede ser

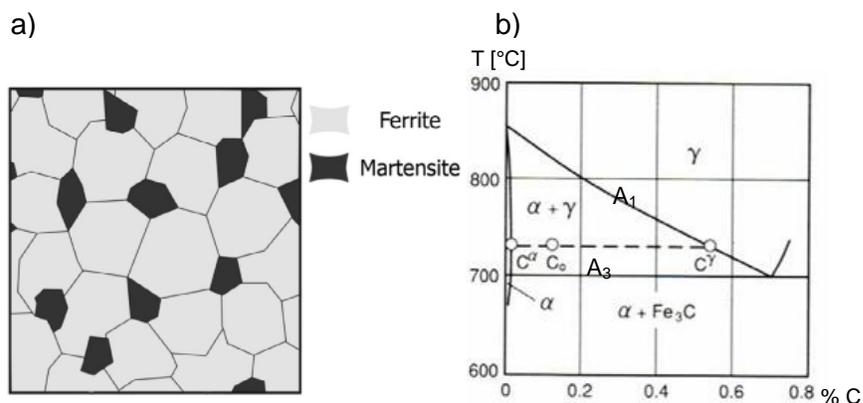
aproximado por una regla de mezclas, como se presenta en la ecuación 2.1 (Fonstein, 2015):

$$\sigma_{fd} = V_M \sigma_M + V_F \sigma_F \quad (2.1)$$

Donde: V_M y V_F corresponden a la fracción de volumen de las fases martensítica y ferrítica respectivamente, σ_{fd} es el esfuerzo a tensión del acero DP, σ_M el esfuerzo a tensión de la fase martensítica y σ_F es el esfuerzo a tensión de la fase ferrítica.

Por otra parte, las características de la microestructura de los aceros DP tienen alta influencia sobre el comportamiento mecánico a escala macroscópica; ya que la deformación plástica experimentada por la fase blanda es mayor en comparación a la fase dura, dado que al aumentar la fracción de martensita en un acero DP, éste incrementa su resistencia última pero también reduce su ductilidad volviendo el material frágil. De acuerdo a esto, el porcentaje de martensita debe ser restringido en la producción de aceros DP para garantizar un balance óptimo entre resistencia y ductilidad mediante el desarrollo de tratamientos térmicos (Avramovic-Cingara et al. 2009).

Figura 2.3. Aceros de fase dual a) Microestructura. b) Representación esquemática obtención aceros de fase dual a partir del porcentajes de carbono



Fuente: referencia (Madej et al. 2014)

Los aceros DP se pueden obtener por tratamientos térmicos a temperaturas intercríticas teniendo como principal referente en estos tratamientos la cantidad en porcentaje de carbono y su influencia en la resistencia y ductilidad. Por ejemplo, de acuerdo a la figura

2.3, para el caso de aceros hipoeutectoides se realiza un calentamiento entre temperaturas Ac_1 y Ac_3 seguido de un controlado pero rápido enfriamiento para transformar la austenita en martensita (Madej et al. 2014).

Sin embargo el carbono no es el único elemento químico que influye en las propiedades mecánicas del acero, pues otros elementos también poseen gran importancia, un ejemplo de ello es el silicio (Si) que se encarga de promover la formación de ferrita, el manganeso (Mn) retarda la formación de perlita y bainita de igual forma mejora la formación de martensita, el fósforo (P) y/o el aluminio (Al) combinados en ocasiones con cromo pueden ser utilizados para reemplazar el silicio (Si) y así evitar problemas de calidad que se puedan presentar en el acero durante procesos de laminado en caliente o la aplicación de recubrimientos. El Niobio (Nb) y Vanadio (V) son usados para controlar el tamaño de grano, Molibdeno (Mo), Titanio (Ti) y Boro (B) también se encuentran presentes en muy bajos porcentajes. Existen muchas clases de aceros DP, no obstante los más implementados a nivel industrial son los aceros con altos porcentajes en manganeso (Mn) y silicio (Si) (Fonstein, 2015).

2.2. Producción de aceros de fase dual

Dentro de la familia de los aceros AHSS, se sabe que los DP poseen alta popularidad debido a la gran variedad de usos, especialmente en aplicaciones que requieren buena capacidad para ser deformados mediante operaciones de conformación plástica. Las etapas de fabricación para obtener aceros DP serán mencionadas a continuación partiendo que estos materiales son producidos principalmente a partir de dos métodos: laminación en caliente y laminación en frío combinada con tratamientos térmicos de recocido (Kusiak et al. 2008).

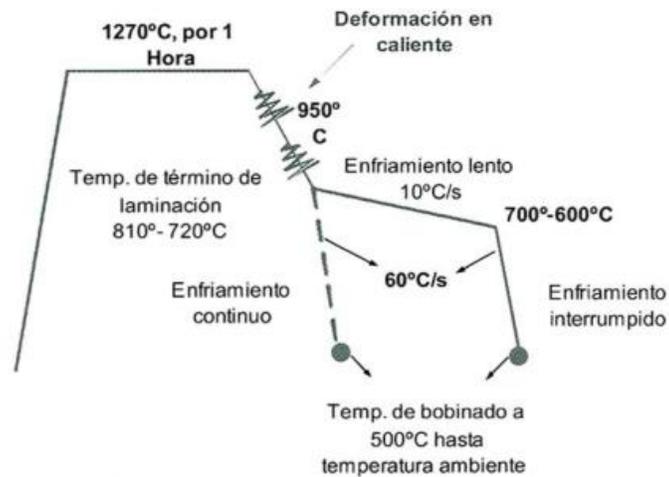
2.2.1. Aceros de Fase Dual laminados en caliente

Durante el enfriamiento brusco para poder realizar la transformación de austenita a martensita, se produce expansión de volumen referente a dicha fase, causando que la ferrita se distorsione, el esfuerzo a fluencia varíe y también se incrementen las dislocaciones cerca a la interfaz ferrita-martensita. Este incremento en dislocaciones

elimina o reduce el fenómeno de inestabilidad del punto de fluencia lo cual evita problemas superficiales que se pueden presentar durante procesos de embutido.

Convencionalmente la manera de obtener aceros DP laminados en caliente, es a partir de dos métodos alternos: el primer método se realiza por laminación en caliente, donde el acero en dicho estado de procesamiento termomecánico se encuentra en fase austenítica y posterior a esto se enfría rápidamente hasta la temperatura de bobinado que es aproximadamente de 500°C; el segundo método requiere enfriar lentamente el material hasta una temperatura de 700 °C después de haber realizado la laminación, luego en una segunda etapa producir de forma súbita el enfriamiento en el material hasta la temperatura ambiente (figura 2.4).

Figura 2.4. Proceso termomecánico de laminación en caliente



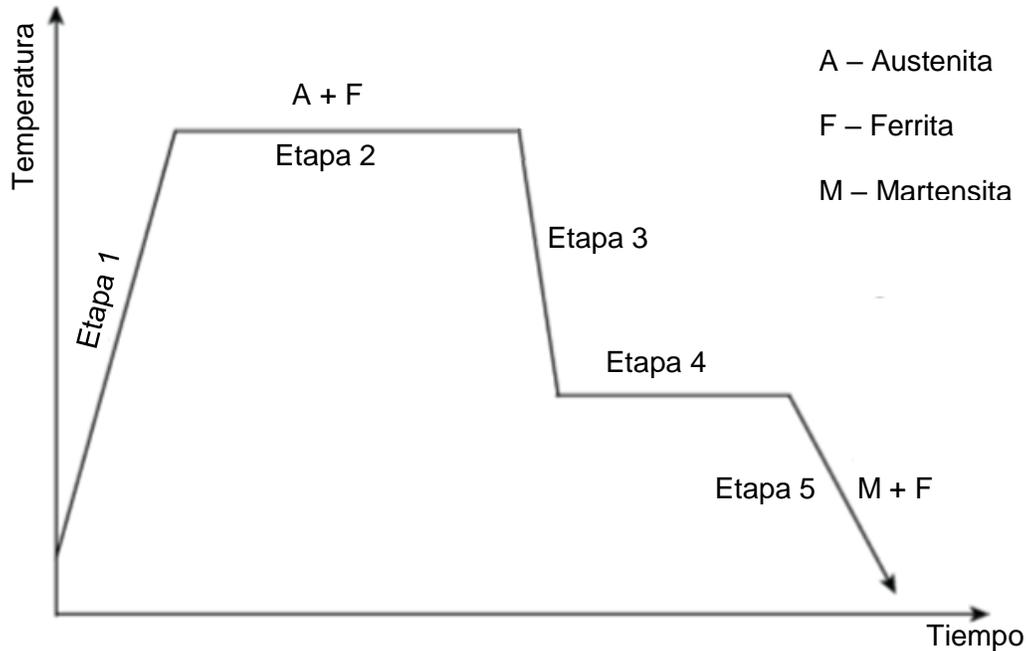
Fuente: Referencia (Waterschoot et al. 2002)

2.2.2. Aceros de Fase Dual laminados en frío por recocido continuo

Para obtener aceros de bajo espesor que garanticen una geometría completamente plana de la lámina, se requieren aplicar operaciones de conformación en frío con un posterior tratamiento térmico de recocido intercrítico. Dentro del proceso de laminado el parámetro más importante en la obtención de aceros DP corresponde al control del porcentaje de

reducción de espesor que depende de la composición química del material, ya que esto influye notoriamente en el tamaño de grano sobre la textura del material y en los fenómenos de recristalización (Fonstein, 2015).

Figura 2.5. Tratamiento térmico por recocido continuo en aceros DP



Fuente: Adaptado de (Tasan et al. 2002)

En la figura 2.5 se presenta el esquema básico de un tratamiento térmico por recocido continuo para obtener acero DP posterior al laminado en frío, para esto inicialmente se somete el metal a un calentamiento que alcance valores de temperatura dentro del intervalo intercrítico de recocido durante la etapa 1. Investigaciones realizadas en aceros de bajo contenido en carbono y baja aleación, han mostrado que la temperatura de sostenimiento T1 más adecuada para obtener buenas propiedades mecánicas de la austenita se encuentran en rangos de temperaturas entre 740 – 780 °C cercanas al valor Ac1, ya que de esta forma se pueden producir altos contenidos de carbono en la austenita y un tamaño de grano reducido que mejora la estabilidad de la fase.

Por otro lado, el tiempo de permanencia en la etapa intercrítica o etapa 2 según la figura 2.5, depende de la composición química, microestructura inicial, espesor del material y temperatura T1. Se ha determinado que tiempos de permanencia reducidos no disuelven

los carburos que se presentan en la microestructura inicial, lo cual conduce a contenidos de carbono pobres en la austenita que se forma durante la etapa 2. Por otra parte, tiempos demasiado prolongados generan crecimientos considerables de los granos de austenita produciendo una mayor distribución de carbono y la consecuente inestabilidad de la austenita (Tasan et al. 2015).

Investigaciones reportadas por Asadi Asadabad et al. (Asadi Asadabad et al. 2008) determinaron que el tiempo óptimo encontrado para producir la formación de ferrita más austenita estable en un acero de bajo contenido en carbono que posee una composición química de 0.11 % C, 1.3 % Mn y 0.2% Si, es de aproximadamente 100 segundos para temperaturas cercanas al valor Ac_1 .

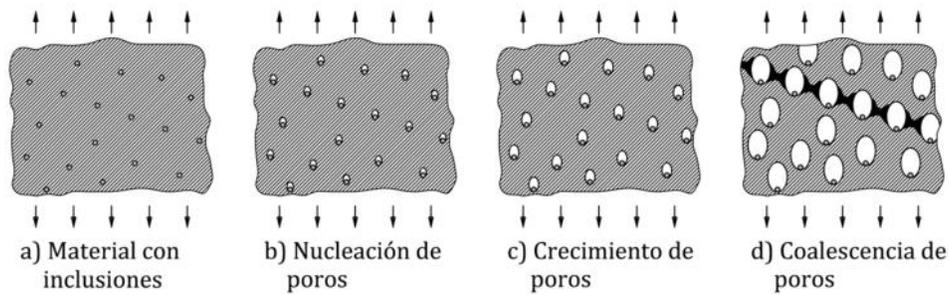
Después de la formación de austenita dentro del rango intercrítico, viene un enfriamiento rápido para producir una fase resultante o etapa 3, la cual depende fundamentalmente del contenido de carbono presente en la austenita; de acuerdo a esto los productos de transformación de la austenita a martensita para un acero de bajo carbono podría darse si la velocidad de enfriamiento es aproximadamente igual a $65\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ y existe la suficiente cantidad de carbono en la austenita (Tasan et al. 2015, Cullity et al. 1978).

Posteriormente se realiza un segundo tratamiento isotérmico denominado revenido correspondiente a la etapa 4, el cual se emplea para reducir la dureza de la martensita y mejorar la conformabilidad del acero, no obstante se debe evaluar el efecto que puede producir este tratamiento térmico sobre las propiedades mecánicas del material (Rodríguez-Baracaldo et al. 2016). Finalmente, el material se lleva a enfriamiento lento realizado generalmente al aire o en el interior del horno (etapa 5) y de esta forma se obtiene la microestructura final.

2.2.3. Daño dúctil en aceros DP

El daño que presentan los aceros DP es de carácter dúctil y su estado microestructural posee alta influencia en las distintas características que se pueden encontrar (McClintock, 1968), típicamente los materiales dúctiles exhiben deformación localizada o factor de estricción antes de fallar súbitamente a partir de tres etapas de daño definidas como nucleación, crecimiento y coalescencia de poros (figura 2.6).

Figura 2.6. Fases mecanismo de nucleación, crecimiento y coalescencia de poros



Fuente: Adaptado de (Anderson, 1995)

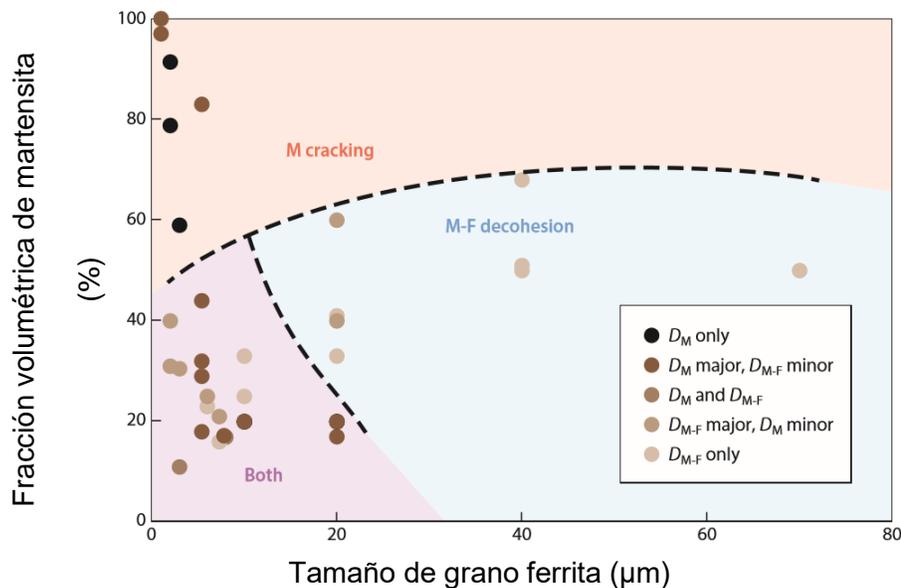
La nucleación de poros es usualmente creada por la presencia de una segunda fase representada a partir de inclusiones, o partículas “extrañas”, para el caso de aceros de fase dual las islas de martensita embebidas en una matriz de ferrita, se pueden representar como inclusiones lo cual es el principal factor promotor de nucleación en el material (Fonstein, 2015).

Distintos autores han reportado la influencia que tiene el porcentaje de fracción volumétrica de martensita y el tamaño de grano de la matriz ferrítica sobre las propiedades mecánicas y los mecanismos de daño en aceros DP; Fansi (Fansi, 2013) realizó un amplio estudio experimental de ensayos a tracción en probetas modificadas térmicamente para obtener diferentes fracciones de martensita en un acero DP580, los resultados evidenciaron el incremento de resistencia mecánica y disminución de ductilidad al aumentar el porcentaje de fracción de martensita acompañados por mecanismos de daño de agrietamiento trasgranular en las islas de martensita.

Erdogan (Erdogan, 2002) reportó mecanismos por descohesión en la interfaz ferrita-martensita debido al incremento en el tamaño de grano de ferrita y bajos contenidos de martensita. Tasan et al (Tasan et al. 2015) observó que el tamaño de los granos de ferrita menores a 20 μm junto a fracciones de martensita con valores inferiores al 50%, proporcionan un mecanismo de daño mixto donde pueden interactuar simultáneamente mecanismos de agrietamiento trasgranular en la fase martensítica y descohesión de la interfaz ferrita-martensita.

La figura 2.7 provee una compilación detallada acerca de los mecanismos de daño dúctil en aceros DP, siendo el agrietamiento trasgranular de las islas de martensita y la descohesión de las fases las condiciones típicas de falla en estos materiales, no obstante, también se debe mencionar que existen otros factores promotores en el inicio del daño como lo son la interacción/descohesión entre interfaces de granos ferrita-ferrita (Kadkhodapour et al. 2011).

Figura 2.7. Compilación mecanismos de daño reportados en función del tamaño de grano de la ferrita y fracción volumétrica de la martensita



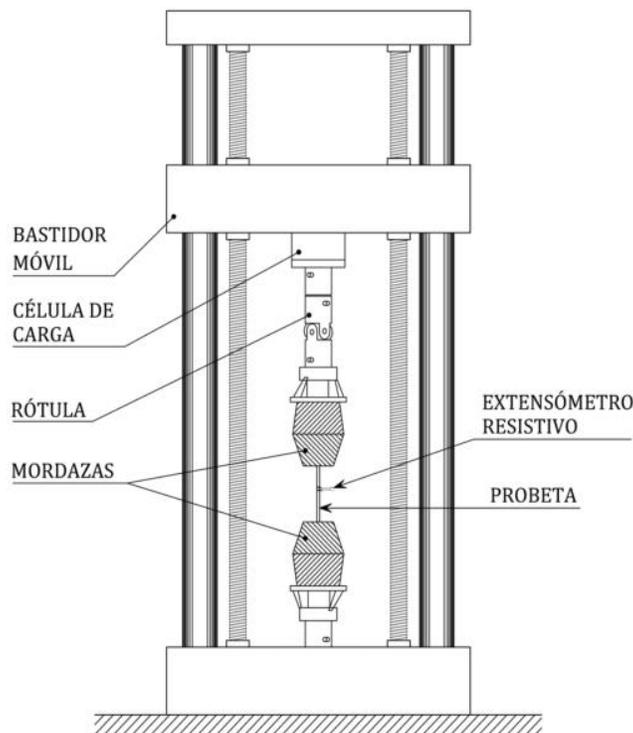
Fuente: Adaptado de (Tasan et al. 2015)

2.3. Caracterización mecánica de un material a tracción uniaxial

El ensayo de tracción es el más conocido para caracterizar mecánicamente un material (figura 2.8), este ensayo es relativamente sencillo y se pueden obtener muchos parámetros que definen el comportamiento del material bajo condiciones estandarizadas proporcionando una amplia información de las zonas elástica y plástica respectivamente; los valores que se pueden obtener por medio de este ensayo son el límite de

proporcionalidad lineal (s_p), límite elástico (s_e), la resistencia última a tracción (s_u), la resistencia de fractura a tracción (s_f) el alargamiento unitario porcentual (e), el módulo elástico (E), los rangos de comportamiento elástico y plástico, porcentaje de reducción de área entre otros.

Figura 2.8. Ensayo a tracción simple

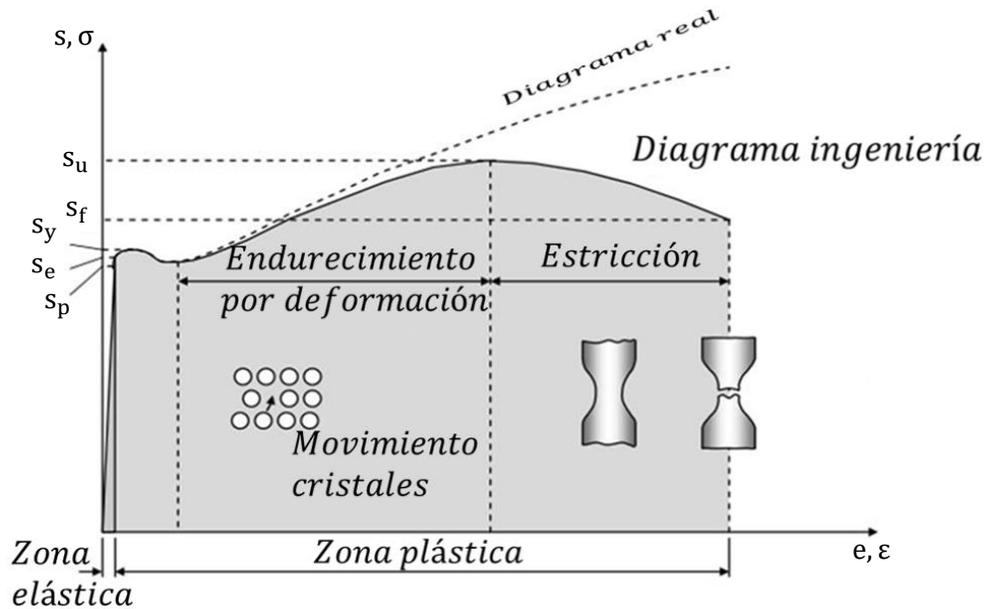


Fuente: Referencia (Guerra, 2013)

En la figura 2.9 se observan dos curvas que describen el comportamiento del material, nombradas como diagrama de ingeniería o ingenieril (línea continua) y diagrama real o verdadero (línea punteada). En el diagrama ingenieril el esfuerzo de ingeniería (s), es calculado a partir de la relación entre la fuerza ejercida sobre la probeta (F) y el área inicial de esta (A_0) representado por la ecuación 2.2, a partir de esta curva se obtienen las propiedades mecánicas del material que son utilizadas en el diseño de elementos de máquinas sometidos a cargas estáticas; mientras que el diagrama real, el esfuerzo real o

verdadero (σ) es calculado a partir de la relación entre la fuerza aplicada y el área real o instantánea (A) de la probeta, de acuerdo a la ecuación 2.3.

Figura 2.9. Curva esfuerzo vs deformación de ingeniería y real (verdadera) para un acero dúctil de bajo contenido en carbono



$$s = \frac{F}{A_0} \quad (2.2)$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.3)$$

Aplicando la hipótesis de deformación a volumen constante para el comportamiento plástico de un material dúctil, se cumple lo siguiente:

$$\begin{aligned} V_0 &= V \\ A_0 L_0 &= A L \end{aligned} \quad (2.4)$$

Donde: L_0 es la longitud calibrada inicial de la probeta y L es la longitud para cualquier instante del ensayo en milímetros.

A partir de los valores L y L_0 se puede calcular la variación unitaria de longitud en la probeta o deformación de ingeniería, la cual se presenta en la ecuación 2.5.

$$e = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (2.5)$$

Por lo tanto, se puede establecer la relación entre el esfuerzo y la deformación para las coordenadas ingenieriles y verdaderas en las ecuaciones 2.6 y 2.7.

$$\sigma = s(1 + e) \quad (2.6)$$

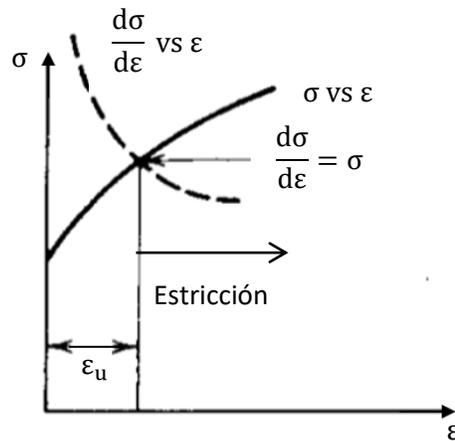
$$\varepsilon = \ln(1 + e) \quad (2.7)$$

Donde: σ es el esfuerzo verdadero en megapascuales (MPa), s es el esfuerzo de ingeniería en megapascuales (MPa), ε es la deformación real y e es la deformación de ingeniería ambas adimensionales.

2.3.1. Inestabilidad plástica o estricción

El máximo esfuerzo o esfuerzo último a tracción que representa el instante en que el endurecimiento por deformación no compensa la reducción de área transversal en la probeta llamado condición de inestabilidad plástica localizada o estricción, puede ser obtenido de acuerdo a la ilustración presente en la figura 2.10.

Figura 2.10. Definición condición de inestabilidad plástica



Fuente : Referencia (Dieter, 1988)

El estado de inestabilidad plástica localizada es definido por la condición de esfuerzo máximo en un ensayo a tracción ($dF = 0$), la cual debe cumplir lo siguiente:

$$F = \sigma A \quad (2.8)$$

Considerando que todos los términos de la ecuación 2.8 afectan en el estado inestable de flujo plástico localizado, se desea conocer el aporte de cada una de las variables al comportamiento mecánico del material, por lo cual derivando la anterior ecuación se obtiene:

$$dF = \sigma dA + A d\sigma \quad (2.9)$$

De acuerdo a la ecuación 2.5, se obtiene la siguiente relación:

$$d\varepsilon = \frac{dL}{L} = -\frac{dA}{A} \quad (2.10)$$

Reemplazando la ecuación 2.9 en 2.10.

$$\sigma = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (2.11)$$

La ecuación 2.11 determina el máximo esfuerzo requerido para iniciar la condición de inestabilidad plástica, lo cual indica que en un ensayo a tracción uniaxial el material se deformará progresivamente disminuyendo su capacidad de deformación uniforme ($d\sigma/d\varepsilon$) hasta alcanzar el punto donde iguala al esfuerzo verdadero (Dieter, 1988).

2.4. Métodos para cuantificar el daño dúctil

Existen una gran variedad de métodos para cuantificar la degradación estructural en los materiales (Sancho et al. 2016; Louws, 2008; Lemaitre & Desmorat, 2005; Lemaitre & Dufailly, 1987). Lemaitre y Desmorat (Lemaitre & Desmorat, 2005) los clasifican a partir de mediciones directas e indirectas, dichas mediciones serán descritas a continuación.

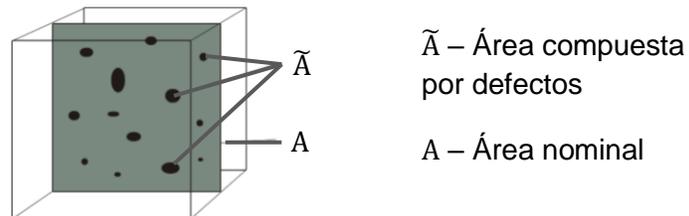
2.4.1. Mediciones directas

2.4.1.1. Medición de área

Consiste en evaluar el área total de una superficie, implementando técnicas de análisis por microfotografías (Louws, 2008); con base a esto en la figura 2.11 el área efectiva de la probeta sujeta a un ensayo uniaxial a tracción se define como $A - \tilde{A}$. Donde \tilde{A} representa la cantidad de defectos presentes en el plano de estudio, siendo $\tilde{A} = 0$ la representación de un material virgen sin daño, mientras que A es el área nominal de la sección evaluada.

$$D = 1 - \frac{\tilde{A}}{A}, \quad (2.12)$$

Figura 2.11. Definición medición de daño por área



Fuente: Referencia (Louws, 2008)

2.4.2. Mediciones indirectas

2.4.2.1. Medición de densidad

Esta técnica es empleada en materiales altamente dúctiles donde los defectos internos son representados por el crecimiento de cavidades esféricas generando un aumento de volumen de dichas cavidades y su consecuente disminución en densidad durante un ensayo a tracción (Louws, 2008; Lemaitre & Dufailly, 1987), de esta forma incrementos en la carga de prueba ocasionan que el daño aumente siguiendo la expresión definida por la ecuación 2.13, Donde ρ es la densidad del material con daño y $\tilde{\rho}$ es la densidad del material sin daño.

$$D = \left(1 - \frac{\rho}{\tilde{\rho}}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (2.13)$$

2.4.2.2. Medición de resistencia eléctrica

Esta técnica consiste en aplicar una intensidad de corriente directa (i) al espécimen de ensayo, de esta forma se realizan mediciones de caída de potencial eléctrico o voltaje mientras la probeta es sometida a un ensayo mecánico de tracción (Brinnel et al. 2014), la

expresión para medir el daño se define en la ecuación 2.14, donde \tilde{V} es el voltaje medido en el material que presenta daño y V_0 es el voltaje medido en el material sin daño.

$$D \approx 1 - \frac{V_0}{\tilde{V}} \quad (2.14)$$

2.4.2.3. Medición por microendurecimiento

Esta técnica consiste en realizar mediciones de microdureza por indentación que relaciona el umbral de endurecimiento a fluencia en el material (H) y el daño generado (H^*) (Louws, 2008; Lemaitre & Dufailly, 1987), la expresión para medir el daño se define en la ecuación 2.15.

$$D = 1 - \frac{H}{H^*} \quad (2.15)$$

2.4.2.4. Medición por ultrasonido

Esta técnica consiste en evaluar el daño a partir de cambios presentes en el módulo elástico mediante mediciones de la velocidad de propagación de ondas por ultrasonido en el material (Boccaccini & Boccaccini, 1997), la variable de daño se presenta en la ecuación 2.16, siendo v_L la velocidad de propagación de una onda en el material que presenta daño y v_{0L} es la velocidad de propagación de la onda inicial del material sin daño.

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E_0} = 1 - \frac{\rho v_L^2}{\rho_0 v_{0L}^2} \quad (2.16)$$

2.4.2.5. Medición por fatiga de bajo ciclaje

La medición de daño por fatiga de bajo ciclaje se puede calcular a partir de una relación de potencias entre la amplitud de la deformación plástica que debe ser constante y la amplitud del esfuerzo obtenido (Lemaitre & Desmorat, 2005), siendo $\tilde{\Delta\sigma} = \Delta\sigma / (1 - D)$ la variación del esfuerzo efectivo, mientras que K_p y M son parámetros materiales.

$$\Delta \varepsilon_p = \left(\frac{\widetilde{\Delta \sigma}}{K_p} \right)^M = \left(\frac{\Delta \sigma}{K_p(1-D)} \right)^M \quad (2.17)$$

2.4.2.6. Medición por fluencia lenta

Esta medición se realiza mediante ensayos de “creep” implementando el principio de deformación equivalente, de acuerdo a una curva típica del comportamiento de deformación contra tiempo y suponiendo que el daño comienza en la etapa de finalización del “creep” secundario e inicio del “creep” terciario, la tasa de deformación plástica se puede definir con la ecuación 2.18, siendo K_v y N parámetros materiales dependientes de la temperatura (Lemaitre & Desmorat, 2005):

$$\dot{\varepsilon}_p = \left(\frac{\sigma}{(1-D)K_v} \right)^N \quad (2.18)$$

Derivando la ecuación 2.18 y despejando la variable de daño se obtiene la ecuación correspondiente a la medición del daño por fluencia, donde $\tilde{\dot{\varepsilon}}_p$ es la tasa de deformación plástica efectiva.

$$D = 1 - \left(\frac{\tilde{\dot{\varepsilon}}_p}{\dot{\varepsilon}_p} \right)^{\frac{1}{N}} \quad (2.19)$$

2.4.2.7. Variación del módulo de elasticidad por ensayos mecánicos a carga descarga

Esta medición requiere realizar cálculos al módulo de elasticidad efectivo mediante ensayos cíclicos a carga y descarga aplicando la suposición de deformación equivalente, por lo cual la medida acopla el daño al comportamiento elástico del material (Lemaitre & Desmorat, 2005), la variable de daño se presenta en la ecuación 2.20.

$$\varepsilon^e = \frac{\sigma}{E_0(1-D)} \quad (2.20)$$

Finalmente, en la tabla 2.1 se presenta un cuadro comparativo resumiendo los métodos experimentales de medición del daño dúctil descritos, donde se especifica el nivel de exactitud que posee cada una de las técnicas de acuerdo a investigaciones realizadas por Lemaitre y Dufailly (Lemaitre & Dufailly, 1987).

Tabla 2.1. Nivel de exactitud en la medición del daño dúctil

Medición	Nivel de exactitud
Área	Buena
Densidad	Buena
Caida de potencial eléctrico	Buena
Microendurecimiento	Muy buena
Ultrasonido	Buena
Fatiga de bajo ciclaje	Baja
Fluencia lenta	Baja
Variación módulo de elasticidad	Muy buena

Fuente: Referencia (Lemaitre & Dufailly, 1987; Lemaitre & Desmorat, 2005)

2.5. Comportamiento elastoplástico en aceros

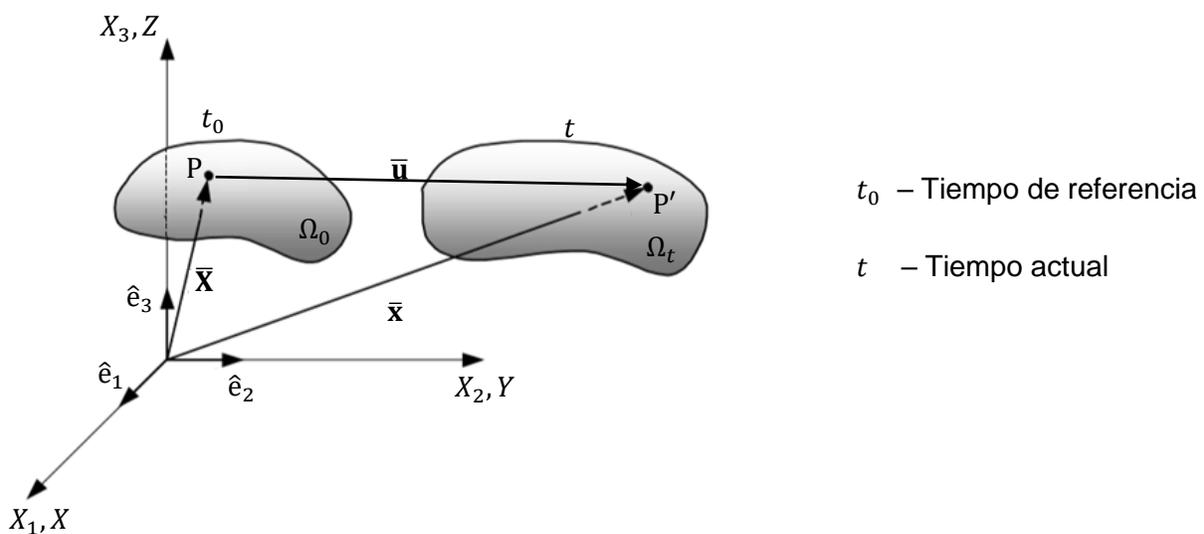
El estudio del comportamiento elastoplástico en aceros se puede abordar a través de la mecánica del medio continuo. La teoría elastoplástica se encarga de estudiar el comportamiento mecánico de sólidos en una escala macroscópica sin tener en cuenta la subestructura heterogénea. Para el caso de materiales como el acero, se plantean ecuaciones constitutivas que caracterizan su comportamiento (ley de elasticidad, ley de

plasticidad), y ecuaciones fundamentales de conservación de masa, energía, cantidad de movimiento lineal y angular, principio de entropía (Ollivella & Bosch, 2002).

2.5.1. Teoría de grandes deformaciones

La descripción matemática del medio continuo se puede estudiar mediante la teoría de deformaciones finitas (Chaves, 2013). En la figura 2.12 se muestra la deformación que experimenta el sólido entre dos instantes del tiempo t_0 y t que definen los estados de referencia inicial Ω_0 y actual Ω_t del sistema en un espacio euclidiano tridimensional; situando una partícula P en Ω , tal que $\{X \in \Omega\}$.

Figura 2.12. Representación vector desplazamiento para las configuraciones actual e inicial



Fuente: Referencia (Ollivella y Bosch; 2002)

Para la configuración Ω_0 , las componentes del vector posición \bar{X} , se denominan componentes materiales y hacen referencia a la descripción langrangeana (material) de cierta propiedad física.

$$\bar{X} = X_1 \hat{e}_1 + X_2 \hat{e}_2 + X_3 \hat{e}_3 \quad (2.21)$$

Mientras que la configuración Ω_t , las componentes del vector posición \bar{x} , se denominan componentes espaciales y hacen referencia a la descripción euleriana (espacial) de alguna propiedad física a estudiar.

$$\bar{x} = x_1 \hat{e}_1 + x_2 \hat{e}_2 + x_3 \hat{e}_3 \quad (2.22)$$

Las coordenadas materiales en función de las espaciales que determinan las ecuaciones del movimiento pueden ser expresadas de la siguiente forma:

$$X_i = \phi_i(x_1, x_2, x_3, t) \quad i \in \{1,2,3\}, \quad t_0 \leq t \leq t_1$$

$$\bar{X} = \phi^{-1}(\bar{x}, t) \equiv \bar{X}(\bar{x}, t) \quad (2.23)$$

Así mismo la posición de una partícula puede ser definida en función de sus coordenadas materiales así:

$$x_i = \phi_i(X_1, X_2, X_3, t) \quad i \in \{1,2,3\}, \quad t_0 \leq t \leq t_1$$

$$\bar{x} = \phi(\bar{X}, t) \equiv \bar{x}(\bar{X}, t) \quad (2.24)$$

El vector desplazamiento \bar{v} describe el desplazamiento de una partícula en un estado a otro, de tal forma que

$$\dot{\bar{x}}(\bar{X}, t) = \frac{\partial \phi(\bar{X}, t)}{\partial t}, \quad \bar{v}(\bar{X}, t) \equiv \dot{\bar{x}}(\phi^{-1}(\bar{x}, t), t) \quad (2.25)$$

Considerando la función $\phi(\bar{\mathbf{X}}, t)$, que relaciona el desplazamiento entre dos configuraciones Ω_0 y Ω_t de las partículas materiales de un cuerpo; es posible obtener la información del movimiento relativo a lo largo del tiempo, definido por:

$$dx_i = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} dX_j = F_{ij} dX_j \quad i, j \in \{1, 2, 3\}$$

$$d\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{F}} \cdot d\bar{\mathbf{X}} \quad (2.26)$$

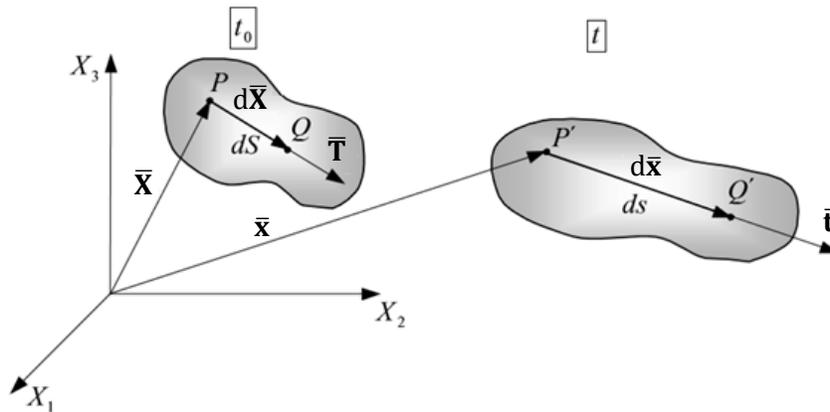
Donde $\bar{\mathbf{F}}$ es el tensor gradiente material de deformación.

De acuerdo a la figura 2.13, al aplicar una carga externa unitaria a tensión para el sólido Ω ; la distancia que separa las partículas P y Q en el instante t_0 es comparada respecto al valor que se obtiene en la configuración correspondiente al instante t (P' y Q'), de tal forma que la variación de distancia entre las partículas para ambas configuraciones generan un estiramiento unitario (longitud elemento deformado e inicial) y un alargamiento unitario (incremento de longitud) en el medio continuo.

En un contexto de grandes deformaciones se pueden definir diversas maneras para evaluar estiramiento local (λ_t) de un sólido, representado como

$$\lambda_t = \frac{\overline{P'Q'}}{\overline{PQ}} = \frac{ds}{dS} \quad (0 < \lambda < \infty) \quad (2.27)$$

Figura 2.13. Estiramiento y alargamiento unitarios



Fuente: Referencia (Ollivella y Bosch; 2002)

Una posible medida de deformación referida a la configuración inicial o langrageana del sólido, es

$$E_t = \frac{ds - dS}{dS} = \lambda_t - 1 \quad (2.28)$$

También se puede calcular la deformación sufrida por el sólido en su configuración euleriana, así

$$e_t = \frac{ds - dS}{ds} = \frac{\lambda_t - 1}{\lambda_t} \quad (2.29)$$

Las medidas de deformación anteriores se pueden generalizar empleando la ecuación de Seth-Hill (2.30 y 2.31), donde n es un número real positivo (Miehe & Lambrecht, 2001).

$$E_t^n = \frac{1}{n} \frac{ds^n - dS^n}{dS^n} = \lambda_t^n - 1 \quad (2.30)$$

$$e_t^n = \frac{1}{n} \frac{ds^n - dS^n}{ds^n} = \frac{\lambda_t^n - 1}{\lambda_t^n} \quad (2.31)$$

El tensor de grandes deformaciones, se obtiene tomando el valor límite $n \rightarrow 0$ en las anteriores ecuaciones, respectivamente

$$E_t := E_t^0 = \lim_{n \rightarrow 0} E_t^n = \ln \lambda_t = \lim_{n \rightarrow 0} e_t^n = e_t^0 =: e_t \quad (2.32)$$

De acuerdo a la ecuación 2.32 (también llamado tensor de deformación Hencky), se observa que la deformación logarítmica toma el mismo valor en ambas configuraciones para un alargamiento unitario λ_t , por lo cual de este resultado se deduce que la medida logarítmica no cambia la métrica del resultado entre las configuraciones de referencia (no deformada) y actual (deformada).

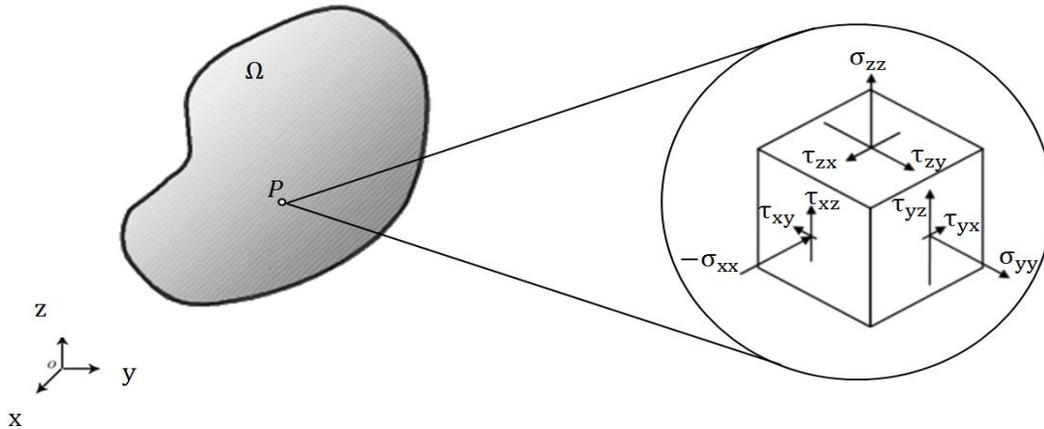
2.5.2. Elasticidad lineal

El comportamiento elástico en un material sólido se representa por la Ley de Hooke generalizada mediante la relación lineal que existe entre las deformaciones y los esfuerzos; por lo cual el comportamiento elástico es considerado una condición reversible del sistema¹ (De Souza Neto, 2009; Ollivella & Bosch; 2002; Lemaitre, 1992).

De acuerdo a la figura 2.14, el estado de esfuerzos que actúa en cualquier punto de un volumen material Ω se define a partir de un estado triaxial de esfuerzos por medio del tensor de esfuerzos de Cauchy $\bar{\sigma}$.

¹ El comportamiento elástico se caracteriza por la unicidad en la relación esfuerzo-deformación.

Figura 2.14. Estado de esfuerzos en el punto p



Fuente: Adaptado de (Chaves, 2013)

El tensor $\bar{\sigma}$ se puede escribir como arreglo matricial de la siguiente forma:

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

La notación para diferenciar esfuerzos cortantes y esfuerzos normales puede caracterizarse a partir de los subíndices i y j como:

$$\sigma_{ij} \begin{cases} \text{Índice } i \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Indica el plano de actuación de} \\ \text{la fuerza.} \end{array} \right. \\ \text{Índice } j \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Indica la dirección de aplicación de} \\ \text{la fuerza.} \end{array} \right. \end{cases}$$

Por lo tanto σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} son los esfuerzos normales que actúan en el sistema de coordenadas x , y , z respectivamente; mientras que τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yx} , τ_{yz} , τ_{zx} , τ_{zy} son esfuerzos cortantes de ingeniería que actúan en los diferentes planos.

Según se establece en el principio de balance del momento angular y la segunda ley de movimiento de Cauchy (Olivella & Bosch; 2002), el tensor de esfuerzos de Cauchy es simétrico y se representa por medio de la ecuación 2.34 a partir de sus componentes tangenciales o cortantes.

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} , \tau_{xz} = \tau_{zx} , \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (2.34)$$

El tensor de esfuerzos de Cauchy $\bar{\sigma}$ al presentar simetría material, se puede simplificar en su forma contraída a partir de la notación Voigt empleando la siguiente convención (Dune & Petrinic, 2005).

$$\bar{\sigma}^V \equiv \bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Por otra parte, el tensor de deformación total $\bar{\epsilon}$ puede ser escrito como arreglo matricial de la siguiente forma:

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} & \epsilon_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} & \gamma_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Donde: ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{zz} son las deformaciones en sentido normal a la superficie de aplicación y γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{xz} son las deformaciones cortantes de ingeniería que actúan en los diferentes planos.

De la expresión matricial presentada en la ecuación 2.36, se deduce que el tensor de deformaciones es simétrico al igual que el tensor de esfuerzos de Cauchy y éste puede ser representado en notación Voigt, así:

$$\bar{\epsilon}^V \equiv \bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Para materiales que presentan un comportamiento elástico-lineal, es posible proporcionar un conjunto de ecuaciones que relacionen los esfuerzos en función de las deformaciones (ecuación 2.38).

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] & \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] & \gamma_{xz} &= \frac{1}{G} \tau_{xz} \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] & \gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \tau_{yz} \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

Donde E es el módulo elástico, ν es el coeficiente de Poisson y G es el módulo de rigidez; estas constantes son propiedades elásticas características del material. Definiendo condiciones de carga uniaxial aplicadas en dirección al eje coordenado x , se obtienen las siguientes expresiones simplificadas de la ecuación 2.38.

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x \quad (2.39)$$

$$\epsilon_y = \epsilon_z = \frac{-\nu}{E} \sigma_x \quad (2.40)$$

Finalmente, las propiedades elásticas de un sólido lineal isotrópico se pueden representar mediante un tensor de constantes elásticas, el cual otorga una relación de

proporcionalidad entre el tensor de esfuerzos y el tensor de deformación expresado a partir de la siguiente ecuación:

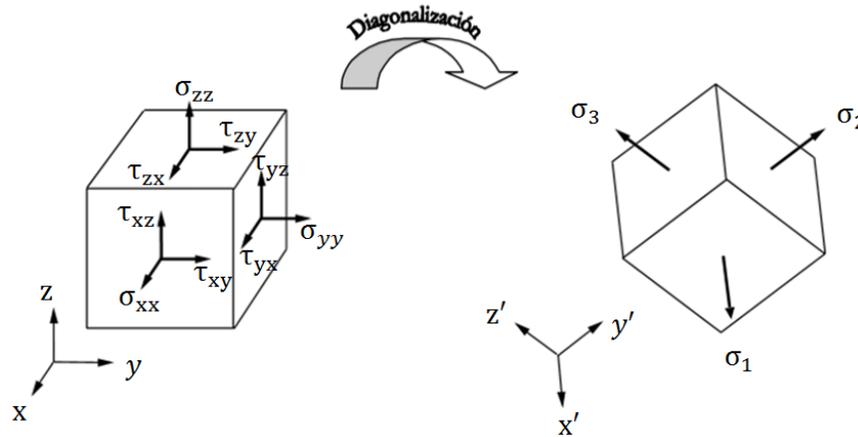
$$\bar{\sigma} = \bar{\mathbf{C}} : \bar{\epsilon} \quad (2.41)$$

Donde: $\bar{\mathbf{C}}$ es el tensor de constantes elásticas de cuarto orden.

2.5.3. Esfuerzos principales del tensor de Cauchy

Según la figura 2.15, existe una base ortonormal $\{x', y', z'\}$ donde las componentes cortantes son nulas ($\tau_{ij} = 0$; $i \neq j$; $i, j \in \{x, y, z\}$), mientras que las componentes normales difieren de cero ($\sigma_{ii} \neq 0$; $i \in \{1, 2, 3\}$); por lo cual independientemente del estado tensorial es posible obtener los esfuerzos principales del tensor de Cauchy.

Figura 2.15. Estados de esfuerzo tensor de Cauchy: a) Estado de esfuerzo triaxial. b) esfuerzos principales



Diagonalizando el tensor de Cauchy en una base ortonormal $\{x', y', z'\}$, cuyos autovalores pertenecen a los números reales, la matriz de componentes $\bar{\sigma}$ se define como:

$$\bar{\sigma}_{x',y',z'} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Por convención $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$; por lo tanto σ_1 es el esfuerzo principal máximo y σ_3 el esfuerzo principal mínimo.

2.5.4. Esfuerzos deviatoricos e hidrostáticos

El tensor de esfuerzos $\bar{\sigma}$ puede descomponerse en los términos deviatorico ($\bar{\sigma}_d$) e hidrostático ($\bar{\sigma}_h$), representados por la ecuación 2.31.

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_d + \bar{\sigma}_h = \bar{\sigma}_d + p\bar{\mathbf{I}} \quad (2.43)$$

Donde p es un escalar que define la presión hidrostática de la partícula a partir de la traza de $\bar{\sigma}$, definido como:

$$p = \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\sigma}) = \frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (2.44)$$

Del tensor deviatorico de esfuerzos $\bar{\sigma}_d$, se especifica que el valor de la traza es igual a cero, de acuerdo a la ecuación 2.45.

$$\text{tr}(\bar{\sigma}_d) \equiv \mathbf{0} \quad (2.45)$$

2.5.5. Plasticidad

El comportamiento plástico describe las condiciones irreversibles presentes en un material sólido que exhibe grandes cambios de forma y pequeños cambios de volumen, siendo en principio un proceso plástico de distorsión (De Souza Neto et al. 2009; Ollivella & Bosch, 2002; Lemaitre & Chaboche, 1990). De acuerdo a esto, la teoría de plasticidad describe el comportamiento de sólidos que son cargados mecánicamente en un rango de aplicación que no es posible ser estudiado a partir de la teoría elástica lineal. (De Souza Neto et al. 2009; Dune & Petrinic, 2005; Ollivella & Bosch, 2002).

La teoría de plasticidad se caracteriza por diferenciar el comportamiento elástico del plástico en un material que posea algún grado de ductilidad (De Souza Neto et al. 2009); esto se puede representar a partir de la deformación total y su descomposición aditiva que es la suma de la deformación elástica y la deformación plástica experimentada por el componente sólido, donde $\bar{\epsilon}$ es el tensor de deformación total, $\bar{\epsilon}^e$ es el tensor de deformación elástico lineal y $\bar{\epsilon}^p$ es el tensor de deformación plástica.

$$\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}^e + \bar{\epsilon}^p \quad (2.46)$$

La descomposición entre el proceso elástico y el proceso plástico habitualmente se representa mediante una función de energía libre de Helmholtz que describe las condiciones termodinámicas del material (Chandrakanth & Pandey, 1993). La función de Helmholtz puede ser definida a partir del tensor de deformación elástico lineal, el tensor de deformación plástico y las variables internas asociadas al endurecimiento por deformación (α) que experimenta el material (De Souza Neto et al. 2009), según las ecuaciones 2.47 y 2.48.

$$\psi(\bar{\epsilon}, \bar{\epsilon}^p, \alpha) = \psi^e(\bar{\epsilon}^e) + \psi^p(\alpha) \quad (2.47)$$

$$= \psi^e(\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}^p) + \psi^p(\alpha) \quad (2.48)$$

Considerando que el comportamiento elástico es lineal e isotrópico, se puede obtener la densidad de energía interna elástica expresada en la ecuación 2.49, donde ρ es la densidad del material.

$$\rho\psi^e(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e) = \frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e : \bar{\mathbb{C}}^e : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \quad (2.49)$$

Al derivar la anterior ecuación, se obtiene la expresión que define el comportamiento elástico lineal isotrópico de un cuerpo sólido deformable.

$$\rho \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e} = \bar{\mathbb{C}}^e : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (2.50)$$

A partir del principio de desigualdad de Clausius-Duhem (De Souza Neto et al. 2009; Ollivella & Bosch, 2002), se obtiene la expresión de fuerza termodinámico conjugada asociada a la función de energía de disipación para condiciones de deformación plástica.

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p} \quad (2.51)$$

El término $-\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ es la fuerza termodinámica conjugada de la deformación plástica y representa el principio de máxima energía de disipación en régimen plástico admisible de un sólido (Lemaitre, 1996).

2.5.6. Criterio de fluencia

Para diferenciar el dominio elástico del dominio plástico en un medio continuo, es requerido introducir un criterio de fluencia a partir de una función de flujo plástico (Φ), que

pueda ser expresada en términos del tensor de esfuerzos de Cauchy ($\bar{\boldsymbol{\sigma}}$) y las variables internas asociadas al endurecimiento por deformación (\mathbf{A}).

$$\mathbf{A} = \rho \frac{\partial \psi^p}{\partial \alpha} \quad (2.52)$$

$$\Phi(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{A}) \leq 0 \quad (2.53)$$

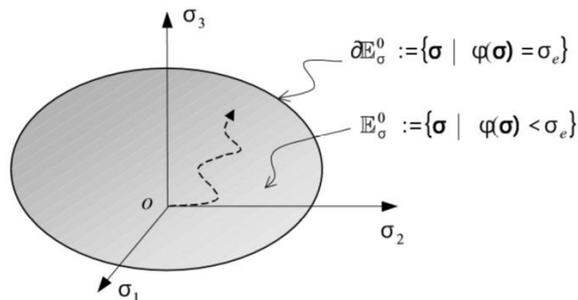
Por otra parte, se puede definir el criterio de fluencia como una función escalar que posee argumentos tensoriales para delimitar el dominio elástico (Dune & Petrinic, 2005 Ollivella & Bosch, 2002); este criterio se representa a través de una función de fluencia plástica y su expresión matemática se expresa como:

$$f \equiv \{\Phi(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{A}) = 0\} \quad (2.54)$$

A partir de la ecuación 2.54 se establece el límite sobre el cual inicia el comportamiento no lineal en el material, esto se ilustra en la figura 2.16 mediante el dominio elástico inicial \mathbb{E}_σ^0 , que puede ser definido de la forma:

$$\mathbb{E}_\sigma^0 := \{\boldsymbol{\sigma} \mid \Phi(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{A}) < 0\} \quad (2.55)$$

Figura 2.16. Representación dominio elástico y dominio plástico



Fuente: Referencia (Ollivella & Bosch; 2002)

El dominio en el espacio de esfuerzos que es delimitado por la superficie de fluencia inicial se representa gráficamente en la figura 2.16 y se expresa a partir de la siguiente ecuación:

$$\partial \mathbb{E}_\sigma^0 := \{ \sigma \mid \Phi(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{A}) = 0 \} \quad (2.56)$$

De acuerdo a esto, todo proceso de carga en donde se presenta la relación lineal entre el esfuerzo y la deformación finalizará en el instante que se cumpla la condición de la ecuación 2.56, por lo cual la superficie de fluencia inicial indica el cambio de régimen elástico a régimen plástico.

Para el caso de plasticidad unidimensional ideal, la función de fluencia puede ser expresada en la forma escalar como se aprecia en la ecuación 2.57 siendo σ el esfuerzo unidimensional aplicado y σ_y es la resistencia a fluencia del material obtenido de un ensayo normalizado a tracción.

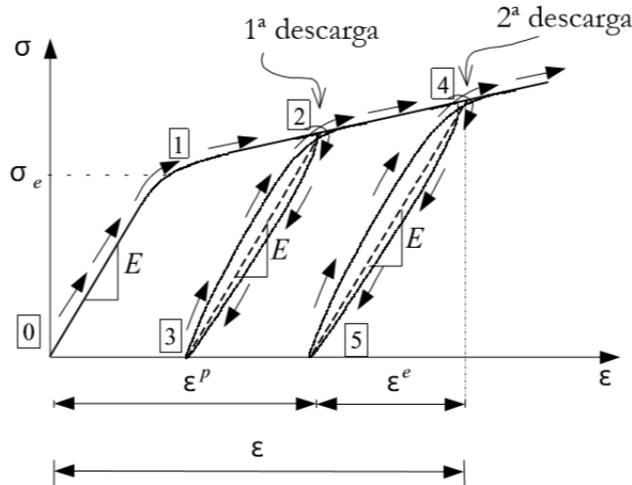
$$\Phi(\sigma) = |\sigma| - \sigma_y \leq 0 \quad (2.57)$$

La teoría incremental de plasticidad considera los siguientes hechos para un ensayo a carga y descarga realizado en un metal (Ollivella & Bosch; 2002):

- Un mismo valor de deformación puede presentar infinitos valores de esfuerzo o viceversa.
- Superado el límite elástico inicial del material no existe una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación.
- Las deformaciones son permanentes cuando se producen ciclos de carga y descarga (figura 2.17).

- En régimen plástico los procesos de deformación se consideran a volumen constante, siendo dependientes únicamente del tensor de esfuerzos deviatorico $\bar{\sigma}_d$, por lo cual el criterio de fluencia puede ser expresado como $\Phi(\bar{\sigma}_d, A) = 0$.

Figura 2.17. Representación de un ensayo a carga monotónica de carga y descarga



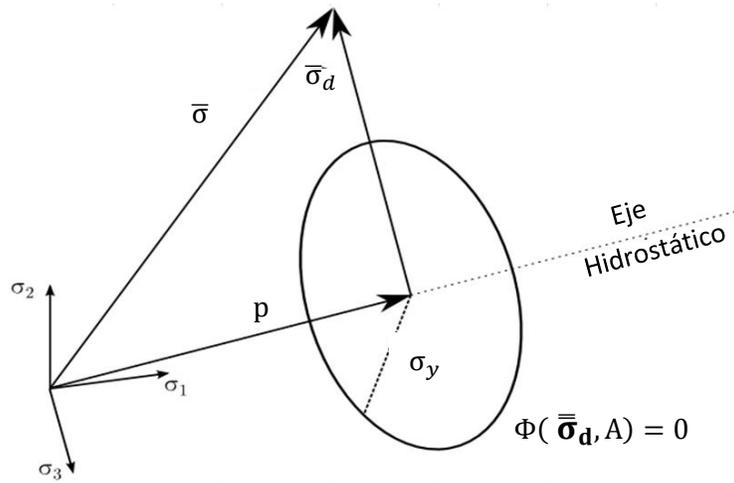
Fuente: Referencia (Ollivella & Bosch; 2002)

Uno de los criterios más apropiados para describir el comportamiento a fluencia de un metal es el criterio de Von Mises J_2 (Malcher et al. 2012; Doghri, 1995); de acuerdo a observaciones experimentales la deformación plástica se desarrolla a volumen constante, lo que significa que el comportamiento es totalmente deviatorico (Dune & Petrinic, 2005; Ollivella & Bosch, 2002; Doghri, 1995), esto conlleva a que la presión hidrostática (p) que es el primer invariante de tensiones I_1 presente poca influencia en el estado plástico de estos materiales (De Souza Neto et al. 2009), según se presenta en la figura 2.18.

Descomponiendo la ecuación 2.49 en deformación elástica deviatorica y deformación elástica hidrostática, se obtiene la ecuación 2.58, en la cual K y G son constantes elásticas del material.

$$\rho\psi^e(\bar{\epsilon}^e) = G \bar{\epsilon}_d^e : \bar{\epsilon}_d^e + \frac{1}{2} K (\epsilon_h^e)^2 \bar{\mathbf{1}} = \psi_d^e + \psi_h^e \quad (2.58)$$

Figura 2.18. Representación de la superficie de fluencia de Von Mises en el espacio de los ejes principales a partir de la presión hidrostática (p) y el esfuerzo deviatorico ($\bar{\sigma}_d$)



Fuente: Adaptado de (De Souza Neto et al. 2009)

Reemplazando la ecuación 2.41 en la componente deviatorica de la ecuación 2.58, se obtiene la energía libre elástica deviatorica.

$$\psi_d^e = \frac{1}{2G} (\bar{\sigma}_d : \bar{\sigma}_d) = \frac{1}{2G} \text{tr}(\bar{\sigma}_d^2) \quad (2.59)$$

Cuando la energía libre elástica deviatorica alcanza un valor crítico $\psi_d^e = \psi_{\text{crit}}$, inicia un fenómeno de disipación por flujo plástico (De Souza Neto, 2009), que se representa a partir de la ecuación 2.60.

$$\Phi(\sigma) = q(\bar{\sigma}_d) - \sigma_y = 0 \quad (2.60)$$

Siendo el término $q(\bar{\sigma}_d)$ el esfuerzo equivalente de Von Mises en función de la componente deviatorica de esfuerzos, el cual es representado de la siguiente forma:

$$q(\bar{\sigma}_d) = \sqrt{\frac{3}{2} (\bar{\sigma}_d : \bar{\sigma}_d)} = \sqrt{3 J_2} = \sigma_{eq} \quad (2.61)$$

2.5.7. Regla de flujo

La regla de flujo es una condición generalizada de la teoría de Levy-Mises (Rees, 1982), donde el incremento temporal de deformación total es igual al incremento temporal de deformación plástica que se presenta en el proceso elastoplástico, dejando al incremento temporal de deformación elástica aproximadamente igual a cero.

$$\bar{\dot{\epsilon}} = \bar{\dot{\epsilon}}^p ; \bar{\dot{\epsilon}}^e \cong 0 \quad (2.62)$$

Considerando que el proceso de deformación plástica en un sólido ideal no está influenciado por cambios volumétricos debido a la presión hidrostática ($\dot{\epsilon}_h^p = 0$), se tiene que el incremento temporal de deformación plástica total puede ser escrito de la siguiente forma:

$$\bar{\dot{\epsilon}}^p = \dot{\epsilon}_h^p \bar{\mathbf{1}} + \bar{\dot{\epsilon}}_d^p ; \dot{\epsilon}_h^p \cong 0 \quad (2.63)$$

De las ecuaciones 2.62 y 2.63 se deduce que un material cuyo comportamiento se representa a partir de la teoría elastoplástica, no es afectado por los cambios de volumen que produce el efecto de presión hidrostática. De esta forma la teoría Levy-Mises propone que los ejes principales de deformación plástica coincidan con los ejes de esfuerzo implementando una regla de flujo a fluencia.

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \bar{\mathbf{N}}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{A}) \quad (2.64)$$

Donde $\dot{\lambda}$ es el multiplicador plástico o factor de consistencia plástico y $\bar{\mathbf{N}}$ es un tensor generalizado que define la dirección de incremento temporal de flujo plástico durante la deformación (De Souza Neto, 2009).

El multiplicador plástico se define a partir de las condiciones de carga y descarga de Kuhn-Tucker y el criterio de fluencia presentado en la ecuación 2.65.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Condiciones} \\ \text{de carga-} \\ \text{descarga} \end{array} \right\} \lambda \geq 0 ; \Phi(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{A}) \leq 0 ; \lambda \Phi(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{A}) = 0 \quad (2.65)$$

De las condiciones de carga descarga presentadas en la anterior ecuación, se puede deducir lo siguiente:

- $\Phi < 0 ; \lambda = 0$; Comportamiento elástico o descarga.
- $\Phi = 0 ; \lambda \geq 0$; Comportamiento plástico o carga ($\lambda > 0$); carga plástica neutra ($\lambda = 0$).
- $\Phi > 0$; Estado imposible.

El tensor de flujo también puede ser interpretado como una función de potencial plástico $\Phi = \Psi(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{A})$, por lo cual la regla de normalidad es definida como:

$$\bar{\mathbf{N}} = \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\boldsymbol{\sigma}}} \quad (2.66)$$

Gran cantidad de modelos de plasticidad desarrollados para el estudio de metales dúctiles consideran la función de fluencia equivalente al potencial de flujo $\Phi = \Psi$, clasificándolos como modelos de plasticidad asociativos (De Souza Neto, 2009). De esa forma se puede reescribir la ecuación 2.66 como:

$$\bar{\mathbf{N}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\boldsymbol{\sigma}}} \quad (2.67)$$

Considerando el caso unidimensional (σ_1) representado por la ecuación 2.57 y asumiendo plasticidad asociativa, la regla de flujo correspondiente es obtenida de la siguiente forma.

$$\bar{\mathbf{N}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_1} = \frac{3 \sigma_{d1}}{2 \sigma_{eq}} \quad (2.68)$$

2.5.8. Leyes de endurecimiento plástico

En los apartados anteriores se han definido los términos de dominio elástico, dominio plástico y superficie de fluencia para describir el endurecimiento presente en un metal dúctil. Durante el proceso de flujo plástico es conocido que un material metálico se vuelve más resistente a medida que se va deformando, este fenómeno se asigna principalmente al deslizamiento de los cristales y dislocaciones causado por la acción de un esfuerzo cortante crítico denominado esfuerzo Peierls-Nabarro (Dieter, 1988).

Como resultado, a medida que los cristales se deslizan, estos van ocupando los vacíos que se generan en la red cristalina, haciendo el material más homogéneo y resistente al flujo plástico a causa del incremento de la densidad de dislocaciones, lo cual produce mayores cargas para continuar deformando el material (Kubin, 2013).

Matemáticamente es importante mencionar que, al superar la condición de dominio elástico, la superficie de fluencia adquiere movilidad en el espacio de tensiones por medio de una variable de endurecimiento α , que pertenece al estado de variables internas

asociadas \mathbf{A} (ecuación 2.52) y una regla de flujo asociada $\dot{\lambda}$, esta condición es denominada superficie de carga plástica (De Souza Neto et al. 2009).

De esta forma se expresa la ley de evolución en términos de los parámetros de endurecimiento para obtener $\dot{\alpha}$.

$$\dot{\alpha} = \dot{\lambda} \mathbf{H} \quad (2.69)$$

Donde \mathbf{H} es el módulo generalizado de endurecimiento, el cual puede ser obtenido derivando la función de flujo Φ respecto a la variable interna asociada al endurecimiento por deformación \mathbf{A} .

$$H(\bar{\sigma}, \alpha) = -\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{A}} \quad (2.70)$$

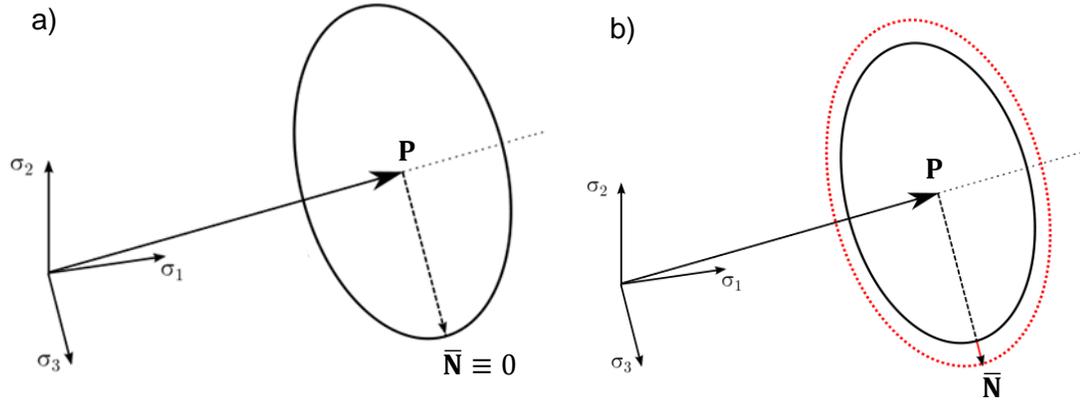
Dentro de la teoría elastoplástica las leyes de endurecimiento empleadas para describir el comportamiento mecánico de metales dúctiles pertenecen al endurecimiento isotrópico y el endurecimiento cinemático, estas serán mencionadas a continuación.

2.5.8.1. Endurecimiento isotrópico

El endurecimiento isotrópico propone que el material una vez iniciada la condición de fluencia plástica (figura 2.19 a), el material se endurece por igual en todas las direcciones independientemente del punto de actuación de una carga monotónica creciente, generando que la superficie de plastificación aumente de tamaño, pero sin modificar su forma en el plano de esfuerzos (figura 2.19 b).

En términos de la mecánica de medios continuos en materiales isotrópicos, el incremento del esfuerzo crítico para provocar el movimiento de dislocaciones puede ser descrito por medio de un escalar equivalente k que representa la evolución del endurecimiento plástico en condición uniaxial de esfuerzo a fluencia presentado en la ecuación 2.71.

Figura 2.19 Endurecimiento isotrópico. a) inicio; b) expansión



$$\sigma_y = \sigma_{y0} + k(p) \quad (2.71)$$

Donde: σ_{y0} es el esfuerzo a fluencia en megapascales del material obtenido en un ensayo a tracción, $k(p)$ es una función interna que relaciona la evolución al endurecimiento plástico, cuyo argumento es la deformación plástica equivalente p .

Por otra parte, la deformación plástica equivalente, o también llamada deformación plástica acumulada, se puede definir mediante la ecuación 2.72, en función del tensor de deformación plástica $\bar{\epsilon}^p$, mientras que la tasa de deformación plástica acumulada (\dot{p}) se expresa en la ecuación 2.73.

$$\alpha \equiv p = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \bar{\epsilon}^p : \bar{\epsilon}^p} dt = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \|\bar{\epsilon}^p\|} dt \quad (2.72)$$

$$\dot{\alpha} \equiv \dot{p} = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \bar{\epsilon}^p : \bar{\epsilon}^p} dt = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \|\bar{\epsilon}^p\|} dt \quad (2.73)$$

Considerando que la evolución del comportamiento mecánico del material se encuentra definido bajo condiciones de flujo plástico ($\dot{\lambda} \neq 0$), se puede obtener una función generalizada de fluencia en términos de incrementos temporales mediante la siguiente expresión:

$$\dot{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\sigma}} : \dot{\bar{\sigma}} + \frac{\partial \Phi}{\partial p} \dot{p} \quad (2.74)$$

Reemplazando las ecuaciones 2.67 y 2.70 en la ecuación 2.74, la evolución del comportamiento plástico se define en función del tensor normal de flujo y el módulo de endurecimiento generalizado (H) así:

$$\dot{\Phi} = N : \dot{\bar{\sigma}} - H \dot{p} \quad (2.75)$$

De las ecuaciones 2.70 y 2.74 se define la propiedad material de endurecimiento isotrópico que es requerida para relacionar la deformación plástica acumulada y el multiplicador plástico.

$$H = -\frac{\partial \Phi}{\partial k} = -\frac{\partial(-k)}{\partial k} = 1 \quad (2.76)$$

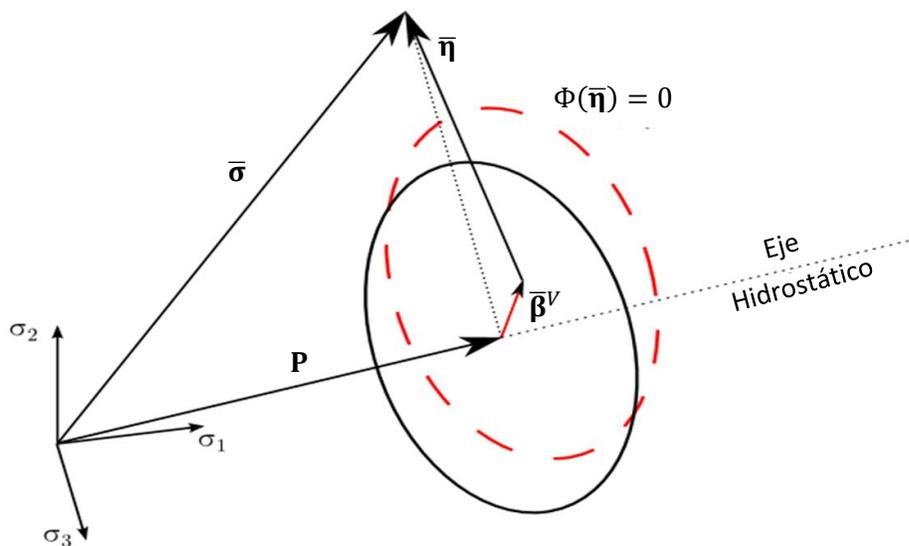
De esta manera, la ley de endurecimiento plástico que describe el comportamiento mecánico isotrópico en un material dúctil, se puede representar mediante la expresión definida por la ecuación 2.77.

$$\dot{p} = \dot{\lambda} \quad (2.77)$$

2.5.8.2. Endurecimiento cinemático

El endurecimiento cinemático describe el desplazamiento de traslación de la superficie de fluencia a partir de una variable interna tensorial de endurecimiento plástico cinemático $\bar{\beta}$, manteniendo constante el dominio elástico en el espacio de esfuerzos mediante la traslación de la superficie de fluencia sin deformarse y sin rotar, durante la evolución del proceso elastoplástico de acuerdo a la figura 2.20 Este fenómeno es ampliamente utilizado en el estudio del comportamiento mecánico de materiales policristalinos como es el caso de las aleaciones metálicas aplicadas en ingeniería y sus fundamentos se basan en el efecto Bauschinger (De souza Neto, 2009).

Figura 2.20. Endurecimiento cinemático

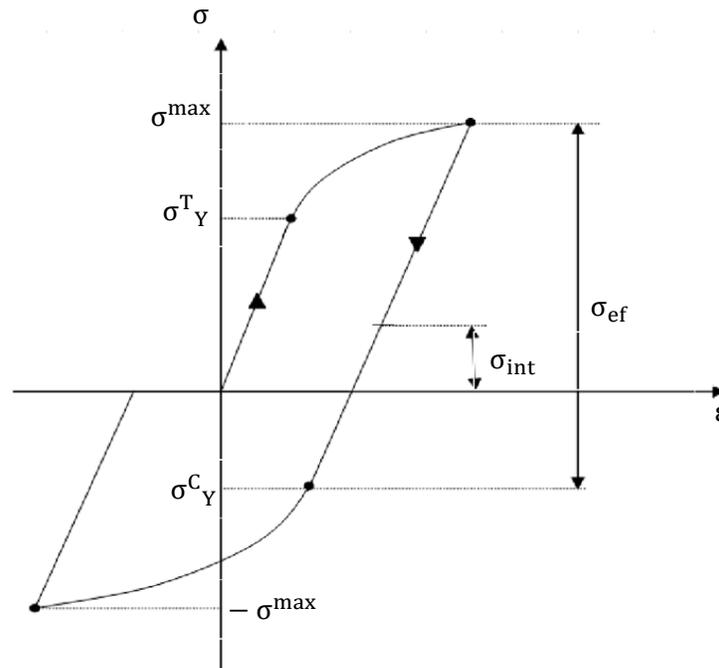


El efecto Bauschinger se presenta en algunos materiales metálicos que exhiben un comportamiento dúctil distinto a tensión y a compresión debido a la relación entre los esfuerzos internos que genera el apilamiento de dislocaciones en los bordes de grano, y la resistencia al movimiento de las dislocaciones en dirección contraria bajo una carga a compresión o reversible (Lorenzo et al. 2009).

De acuerdo a esto, en la figura 2.21 se presenta un ensayo cíclico cuasiestático de tracción compresión en un material dúctil; este ensayo consiste en aplicar a una probeta

un historial de carga formado por un ciclo de tracción, hasta un valor máximo que supere el límite elástico del acero $\sigma^{\max} > \sigma^T_Y$, seguido de un ciclo de carga en compresión que alcance el mismo valor absoluto de carga a tracción $-\sigma^{\max} < \sigma^C_Y$; de esa forma se obtiene la diferencia de esfuerzo de fluencia del material para ambas condiciones de carga que representa el desplazamiento de traslación de la superficie de fluencia [σ_{ef} , σ_{int}].

Figura 2.21. Ensayo combinado a tracción compresión



Finalmente, las condiciones de endurecimiento isotrópico y cinemático pueden ser combinadas produciendo una superficie de fluencia, que aparte de sufrir desplazamiento por traslación también se puede expandir (De Souza Neto et al. 2009).

2.6. Resumen del capítulo

En este capítulo se presenta una revisión bibliográfica acerca de los aceros DP y la influencia que tiene el efecto de la composición química y los porcentajes de volumen de martensita sobre las propiedades mecánicas. También se describieron los procesos de

producción de aceros DP por laminación en caliente y laminación en frío hasta llegar a los mecanismos de daño dúctil por los cuales se rigen estos materiales. Por otra parte, se describieron las técnicas que son ampliamente usadas para cuantificar el daño en materiales que exhiben comportamiento dúctil, clasificándolas a partir de su nivel de exactitud, donde las mediciones por microendurecimiento y variación del módulo de elasticidad aportan los niveles más altos de exactitud que se pueden alcanzar. Finalmente, se abordó la teoría de plasticidad basada en los estudios de Von Mises sobre el comportamiento dúctil de materiales metálicos haciendo un enfoque en la formulación de las ecuaciones bajo condiciones isotrópicas.

3. Mecánica del daño

La mecánica del daño estudia el deterioro progresivo en un material sometido a distintos tipos de cargas mediante la implementación de modelos que permiten relacionar los campos cinemático, térmico y mecánico presentes en dicho material; a partir de ecuaciones constitutivas (Murakami, 2012). Los modelos de daño acoplado se clasifican por medio de dos aproximaciones: la primera se fundamenta en el estudio de fenómenos micromecánicos, mientras que la segunda, siendo la de interés en el desarrollo de esta tesis, relaciona la mecánica del daño continuo al estado fenomenológico del material (Cao et al. 2015).

Con motivo de abarcar este tema, se ha realizado una descripción acerca de los antecedentes más importantes correspondientes a la implementación de la teoría de la mecánica del daño en materiales metálicos dúctiles.

3.1. Aproximación micromecánica

Inicialmente Ludwik (Ludwik, 1927), a partir de ensayos a tensión realizados en probetas de aluminio sin llegar a la rotura, identificó mediante observaciones experimentales el desarrollo de minúsculas grietas y huecos al interior del material; presentes mayoritariamente en el centro de la probeta donde se genera el fenómeno de estricción.

McClintock (McClintock, 1968) demostró un nuevo enfoque en la descripción de fallo dúctil basado en estudios micromecánicos realizados a materiales porosos a partir de un comportamiento elastoplástico, teniendo en cuenta el crecimiento de microvacíos cilíndricos al interior del material. Sus estudios fueron desarrollados a partir de ensayos a tracción realizados en probetas de cobre, aleación de aluminio y aceros de baja aleación. Los resultados mostraron la importancia de introducir varios criterios para describir correctamente el daño y fractura de un material dúctil.

Rice y Trace (Rice & Trace, 1969) analizaron el crecimiento de microvacíos en el interior de un material, pero adoptando una forma esférica, de esta manera ellos compararon sus estudios con los realizados por McClintock (McClintock, 1968), concluyendo que en ambas formulaciones las condiciones de esfuerzos triaxiales generados por cargas a tensión influyen sensiblemente en la evolución del crecimiento de microvacíos.

Argon (Argon & Safoglu, 1975; Xu et al. 2014), introdujo un modelo encargado de describir el proceso de nucleación de microporos mediante un criterio de separación de inclusiones basado en la tasa de energía elástica del material, el cual es capaz de reproducir una superficie libre en la cavidad que representa el microdefecto. El modelo fue validado a partir de ensayos realizados a materiales compuestos de matriz metálica de cobre con inclusiones equiaxiales de berilio cobre, los cuales se sometían a distintos estados de esfuerzos a compresión para generar mayor deformación plástica localizada en la interfaz matriz inclusión. Beremin (Beremin, 1981) realizó una modificación al modelo de Argon (Argon & Safoglu, 1975), adicionando algunos parámetros de corrección obtenidos a partir de estudios experimentales para ser implementados en un acero SAE 1045 con inclusiones de sulfuro de manganeso.

Posteriormente Needleman (Needleman, 1972) formuló numéricamente el comportamiento elastoplástico de materiales metálicos mediante condiciones de deformación plana a partir de simulaciones de ensayos a tensión, considerando un arreglo periódico y uniforme de microvacíos cilíndricos. Dicha configuración planteada fue reconocida como la primera aproximación numérica al estudio de coalescencia de vacíos en materiales dúctiles.

Gurson (Gurson, 1977) propuso un modelo numérico teniendo en cuenta la teoría de nucleación, crecimiento y coalescencia de un microvacío con geometría esférica, sin embargo dentro de la formulación no se especificó un criterio de rotura; por lo cual Tveergard y Needleman (Tveergard & Needleman, 1984) introdujeron nuevos parámetros al modelo de Gurson (Gurson, 1977), concediendo un criterio de falla a partir de una superficie de rotura que considera el daño e iniciación de fractura dúctil en un material metálico.

El modelo de Gurson modificado por Tveergard y Needleman también conocido como GTN es el modelo más extendido e implementado correspondiente a las formulaciones que emplean aproximaciones micromecánicas, sin embargo, presenta dos limitantes

importantes. Una de ellas está relacionada con la identificación de los parámetros materiales, ya que es necesario definir nueve constantes para el material investigado (Steglich et al. 1999), esto dificulta el procedimiento de caracterización experimental y calibración del modelo debido a la cantidad de ensayos que se deben desarrollar; La segunda limitante se presenta con algunos parámetros materiales del modelo ya que requieren de metodologías y equipos sofisticados (Prahl et al. 2002), los parámetros expresados son el porcentaje de huecos presentes en el material para iniciar el fenómeno de coalescencia y el porcentaje de poros que define la pérdida total de capacidad resistente en el material (Tveergard & Needleman, 1984).

3.2. Aproximación mecánica del daño continuo

Kachanov (Kachanov, 1958; Kachanov, 1999) definió formalmente el término de factor del continuo y daño (Zhang & Cai, 2010); representándolo a partir de una variable escalar que describe la degradación o disminución en las propiedades mecánicas del material. Sus estudios fueron establecidos mediante ensayos a termofluencia para determinar la estabilidad de ruptura en función de los cambios internos de la geometría ocurridos durante los ensayos. Basado en ello, Rabotnov (Rabotnov, 1969) propuso un estudio de pérdida progresiva en el material relacionando variables mecánicas efectivas a partir de esfuerzos a tensión que experimenta el material definidos a partir del concepto de factor de daño (Zhang & Cai, 2010).

Lemaitre (Lemaitre, 1985 a, b; Lemaitre and Chaboche, 1990; Ryckelynck et al. 2011) proporcionó una interpretación distinta al esfuerzo efectivo de Rabotnov (Rabotnov, 1969), introduciendo un concepto de deformación equivalente donde relaciona la deformación asociada a un estado de daño y la asociada a un estado sin daño a partir de un esfuerzo efectivo. Para validar su planteamiento, Lemaitre estudió el efecto que tienen los ensayos a tracción uniaxial de carga y descarga en distintos materiales y su representación sobre la evolución del daño a partir de mediciones realizadas al módulo de elasticidad; de esa forma describió la degradación progresiva que sufría el material. Los resultados evidenciaron buena correlación entre el crecimiento de microvacíos y la evolución del daño, concluyendo que el daño en un material dúctil puede ser descrito a partir de un principio de deformación equivalente en el que se relacionan variables a escala macroscópica con la evolución del daño.

Con base en el planteamiento y formulación realizado por Lemaitre, se define un nuevo término llamado Mecánica del Daño Continuo (CDM, por sus siglas en inglés), el cual se fundamenta en principios de procesos termodinámicos irreversibles (Lemaitre 1985 a, b; Rousselier 1987; Lemaitre & Chaboche 1990; Benallal et al. 1991; Lemaitre & Desmorat 2005). Esta herramienta es de las más importantes y usadas frecuentemente para describir el daño dúctil en materiales (Cao, 2015). Varios trabajos han introducido parámetros adicionales al modelo clásico de Lemaitre para poder determinar mejores aproximaciones en la predicción de daño e iniciación de fractura en un material, de los cuales algunas formulaciones se describen a continuación:

Tai y Yang (Tai & Yang, 1986) modificaron la ley de acumulación de daño de Lemaitre (Lemaitre 1985 a) acoplado el potencial de estado y potencial de daño en una sola fase y asignando comportamiento lineal al material durante la deformación plástica. Las constantes de los materiales para desarrollar la formulación se determinaron a través de ensayos experimentales realizados por LeRoy et al (LeRoy et al. 1981), estableciendo la relación entre la cantidad o fracción de vacíos definida en un área de daño a partir de un volumen de medición representativo y diferentes niveles de deformación. Posteriormente Tie-Jun (Tie-Jun 1992) modificó la formulación de Tai y Yang (Tai & Yang 1986), introduciendo condiciones no lineales en la etapa de deformación plástica del material.

Chandrakanth y Pandey (Chandrakanth & Pandey, 1993) desarrollaron un modelo de daño dúctil acoplado el término de potencial de daño a cinco parámetros materiales tomando como referencia los resultados obtenidos por Tie-Jun (Tie-Jun 1992). El modelo tenía como finalidad estudiar los efectos producidos por la nucleación y crecimiento de vacíos para cada uno de los materiales ensayados implementando conceptos de CDM y estudio micromecánico de materiales porosos. Los resultados obtenidos fueron comparados con los ensayos realizados por LeRoy et al (LeRoy et al. 1981), concluyendo que se presenta alta sensibilidad en los procesos fenomenológicos de daño bajo distintos rangos de estados triaxiales; no obstante, reportan dificultades al comparar los resultados con los obtenidos por Tie-Jun (Tie-Jun 1992).

Bonora (Bonora, 1998) plantea un término distinto al potencial de acumulación de daño dependiente de procesos no lineales en medios continuos. El modelo fue desarrollado y verificado a partir de diferentes ensayos experimentales realizados a varios materiales, donde se pudo evidenciar y reproducir las etapas de daño dúctil asociadas a la nucleación, crecimiento y coalescencia de microvacíos incorporando efectos de esfuerzos

triaxiales que son experimentados por el material durante los ensayos. Posteriormente Bonora et al (Bonora et al. 2005) realizan un análisis por elementos finitos para determinar la evolución al daño en un acero de baja aleación, obteniendo buena correlación entre los resultados generados con los ensayos experimentales.

Thakkar y Pandey (Thakkar & Pandey 2007) formulan un modelo de daño continuo de orden superior a partir de una ley de acumulación de daño no lineal implementando conceptos de esfuerzo efectivo y principio de deformación equivalente. Sus estudios buscaban relacionar características de modelos fenomenológicos y modelos micromecánicos para aproximar con mayor precisión resultados experimentales en diversos grados de estados triaxiales. Los resultados mostraron buena correlación respecto a los ensayos empíricos realizados en aleaciones de aluminio, cobre y algunos aceros comerciales; sin embargo, el modelo requiere de una gran cantidad de parámetros que deben ser obtenidos y calibrados para cada uno de los materiales.

Celentano y Chaboche (Celentano & Chaboche, 2007) presentan un nuevo método para caracterizar experimental y numéricamente el daño en aceros SAE 1020 y 1045 a partir de la variación del módulo de elasticidad, mediante la ejecución de ensayos a tracción de carga y descarga, donde obtienen distintos coeficientes de corrección encargados de determinar el error presente por el efecto de estricción en el estado triaxial de esfuerzos y consecuentemente en la ley de evolución del daño. Los resultados obtenidos mostraron consistencia al reproducir el estado triaxial del material durante la etapa de deformación plástica.

Voyiadjis y Kattan, (Voyiadjis & Kattan 2008) propusieron nuevas variables que caracterizan la acumulación del daño, las cuales son obtenidas a partir del módulo cortante, la razón de poisson y el módulo volumétrico de compresión del material. Una razón de proponer nuevas variables de daño isotrópico a la convencional del módulo de elasticidad, se debe a que los estudios realizados por Alves et al. (Alves et al. 2001) determinan que el efecto de la geometría del espécimen ensayado afecta en la precisión de los resultados al calcular el módulo de Young, encontrando que el error obtenido de dicho parámetro afecta directamente la precisión del valor de daño, y por ello se obtienen resultados no concluyentes al realizar comparaciones con ensayos experimentales.

Bouchard et al (Bouchard et al 2011) aplicó un algoritmo de optimización global eficiente desarrollado por Jones et al (Jones et al. 2011), acoplando las ecuaciones de daño de

Lemaitre para poder identificar los parámetros de daño del material mediante un análisis de correlación inversa. Los resultados fueron prometedores para facilitar la obtención de una gran cantidad de parámetros y constantes materiales como los reportados en Thakkar y Pandey (Thakkar & Pandey 2007), sin embargo, sus recomendaciones fueron realizar más estudios numéricos y compararlos con resultados experimentales bajo distintos esfuerzos combinados.

Malcher (Malcher et al. 2012) evaluó los modelos constitutivos isotrópicos de daño dúctil propuestos por Gurson-Tveergard-Needleman – GTN (Tveergard and Needleman 1984) y Lemaitre (Lemaitre 1985a) para identificar los rangos de triaxialidad que mejor podían predecir el daño en una aleación de aluminio. Para el desarrollo de las ecuaciones constitutivas, Malcher implementó un esquema de resolución numérico por elementos finitos bajo condiciones cuasi-estáticas (De souza Neto 2002; De souza Neto et al. 2009). Los ensayos realizados experimental y numéricamente se fundamentaron en ensayos a tracción uniaxial, ensayos bajo efectos combinados de tensión normal y cortante, y ensayos a cortante puro. De acuerdo a los resultados obtenidos se concluyó que los modelos de Lemaitre y Gurson-Tveergard-Needleman - GTN representan baja consistencia respecto a los ensayos experimentales presentes en un estado de triaxialidad bajo; mientras que para valores altos de triaxialidad, ambos modelos proporcionan resultados razonables en concordancia a los experimentos realizados, especialmente en valores de triaxialidad igual a 0.33 donde el modelo de Lemaitre presenta excelentes resultados; no obstante el autor recomendó analizar detalladamente los procedimientos de calibración, ya que influyen notoriamente en la predicción del comportamiento del material. Esto lo plantea debido a que generalmente el modelo de Lemaitre tiene la capacidad de reproducir buenos resultados en ensayos a estados de esfuerzo cortante puro y esfuerzos combinados de cortante y tensión en un rango bajo de triaxialidades (Malcher et al. 2009).

Cao et al. (Cao et al. 2014) realizaron una modificación al modelo de daño continuo de Lemaitre acoplando el factor del ángulo de Lode para el estudio de fractura dúctil, el cual está relacionado con la variable de evolución de daño a través de los esfuerzos principales y los invariantes del tensor de Cauchy. El motivo por el cual se realizó esta implementación es porque el modelo constitutivo original no diferencia entre la evolución del daño en estados de esfuerzos a tracción o compresión, limitando su aplicación en rangos amplios de triaxialidad. Al comparar los resultados experimentales y numéricos

obtenidos en ensayos a tracción en la predicción al desplazamiento de la fractura, se encuentra que el error relativo promedio es menor al 5% para el modelo modificado de Lemaitre, mientras que el modelo clásico presenta un error relativo menor al 10%; por otra parte ensayos a cortante puro evidencian valores promedios de error relativo menores al 9% en el modelo modificado de Lemaitre, y en el caso del modelo clásico se encuentra específicamente para un ensayo a cortante que el error es cercano al 40%. Adicionalmente, en los ensayos realizados a torsión el error relativo promedio para el modelo modificado no supera el 2% mientras que para el modelo sin modificar alcanza un valor cercano al 70%. En este trabajo todos los ensayos experimentales se realizaron en aceros de alto límite elástico.

Estos resultados son un gran avance para superar las restricciones que representa implementar el modelo de daño continuo de Lemaitre en ciertas condiciones de triaxialidad, sin embargo, los autores recomiendan realizar pruebas más extensivas que corroboren los resultados reportados por Cao et al, haciendo énfasis en las metodologías de calibración, ya que reconocen la complejidad para obtener los parámetros materiales.

De acuerdo a lo descrito sobre daño continuo, en el presente trabajo se plantea introducir el modelo clásico propuesto por Lemaitre (Lemaitre, 1996), dado que posee buena capacidad bajo ciertas condiciones de carga para predecir el daño dúctil en materiales metálicos (Malcher et al. 2012), las consideraciones tomadas para implementar el modelo son:

- Dependencia de un menor número de parámetros experimentales que facilita los procedimientos de calibración bajo condiciones de esfuerzo a tracción uniaxial obtenidos mediante ensayos a carga y descarga (Malcher et al. 2012, Tsiloufas, 2012; Lemaitre, 1996)
- Facilidad en la formulación del modelo debido a que no requiere desarrollar métodos matemáticos complejos, lo cual reduce el número de ecuaciones no lineales y simplifica el gasto computacional de la solución (De Souza Neto, 2002; Singh & Pandey, 1999; Doghri, 1995)
- Definición del comportamiento dúctil en materiales metálicos a partir de mecanismos de endurecimiento y la existencia de un potencial de disipación del daño (Lemaitre, 1985a; Lemaitre, 1996), esto genera dependencia entre las condiciones de flujo plástico y la degradación mecánica localizada (Lemaitre

1999); permitiendo favorecer la predicción del daño en procesos isotérmicos de grandes deformaciones (Tsiloufas, 2012).

- Implementación de geometrías lisas tipo “reloj de arena” similares a la empleada en el estándar ASTM E466-07 (ver figura 4.8) que se estará mencionando en el capítulo 4, producen aproximaciones consistentes al comparar los resultados obtenidos con modelos mejorados y sus extensiones bajo ensayos uniaxiales a tracción (Cao et al. 2014; Lian et al. 2014; Malcher, 2012).

Es importante mencionar que estas condiciones descritas únicamente se cumplen para estados de carga aplicada simple como los producidos por ensayos a tracción uniaxial, debido a que en condiciones de carga aplicada compleja han sido evidenciadas varias limitaciones en los resultados obtenidos con el modelo original de Lemaitre, lo cual ha obligado a realizar modificaciones o extensiones en su formulación inicial (Cao et al. 2014; Lian et al. 2014; Cao, 2013; Malcher et al. 2012; Niazi et al. 2012).

3.2.1. Aplicación modelo de daño dúctil de Lemaitre en aceros de Fase Dual

Recientes estudios acerca de la aproximación numérica del daño dúctil isotrópico en aceros de fase dual implementando el modelo de Lemaitre son presentados a continuación, las aplicaciones descritas están enfocadas a operaciones de formado de láminas metálicas:

Haddag et al (Haddag et al. 2008), estudió distintas operaciones de formado en láminas metálicas de acero DP implementando un modelo numérico, el cual se extiende a condiciones elastoplásticas anisotrópicas en grandes deformaciones acoplado el daño isotrópico de Lemaitre. De acuerdo a los resultados obtenidos con el modelo de daño, los investigadores encuentran correspondencia entre los reportes numéricos y experimentales.

Niazi et al. (Niazi et al. 2012) realiza una aproximación al problema de predicción de falla dúctil y propagación de grietas en blancos de láminas de acero DP 600 durante ensayos tecnológicos de embutición empleando modelos de daño isotrópico y anisotrópico acoplados a condiciones elastoplásticas anisotrópicas que incluye tasa de deformación dependiente por endurecimiento y calibrados mediante ensayos uniaxiales a tracción en

distintas velocidades. De acuerdo a los resultados obtenidos, los autores concluyeron que ambos modelos predicen correctamente la condición de daño crítico, sin embargo, reportan diferencias en la propagación de grietas del material, ya que el modelo de daño anisotrópico predice con mayor precisión la dirección de propagación de grieta respecto al modelo de daño isotrópico.

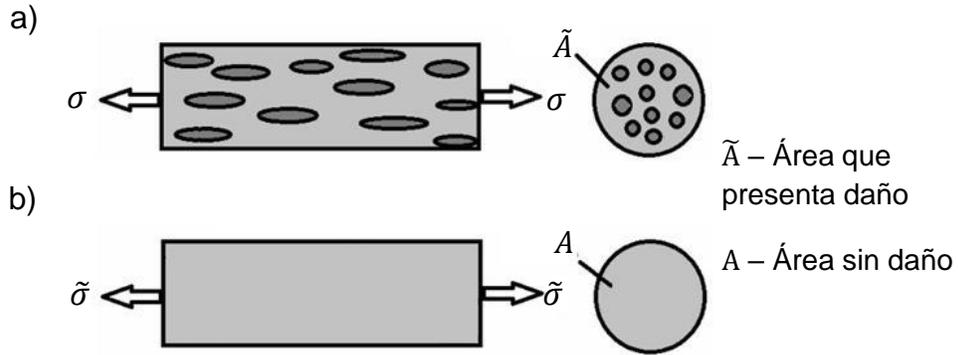
Lian et al. (Lian et al. 2014) modifica la ley de evolución del daño de Lemaitre, introduciendo la dependencia de triaxialidad y ángulo de Lode sobre el estado de esfuerzos, empleando distintas geometrías para ensayos experimentales a tracción uniaxial en un acero DP 600, de acuerdo a los resultados obtenidos se concluyó que el modelo modificado posee alta capacidad predictiva en todas las combinaciones de triaxialidad y ángulo de Lode propuestas, también reportan que para ciertos estados triaxiales el modelo clásico de Lemaitre presenta buenas aproximaciones en comparación a los resultados experimentales.

Gutknecht et al. (Gutknecht et al. 2016) realizó el análisis numérico en un proceso de corte por cizalladura de un acero DP 600, adaptando el modelo acoplado de daño elastoplástico isotrópico mediante la dependencia de esfuerzos cortantes y esfuerzos a compresión a partir de su estado triaxial, la calibración desarrollada se derivó en realizar ensayos a tracción simple con múltiples geometrías para generar variaciones en el factor triaxial; los resultados concluyeron buenas aproximaciones entre las predicciones del modelo y las pruebas experimentales, no obstante, recomiendan estudiar computacionalmente distintas técnicas de remallado para determinar la sensibilidad en la trayectoria de la grieta.

3.3. Modelo de daño dúctil de Lemaitre

Con base a lo descrito en el apartado anterior, se sabe que los primeros conceptos introducidos en la mecánica del daño continuo datan de finales de la década de los 50's, a partir de estudios realizados por (Kachanov, 1958), quien definió una relación efectiva entre un material dañado y otro material virgen, representado a partir de la figura 3.1 y definido matemáticamente por la ecuación 2.20.

Figura 3.1 Barra cilíndrica sometida a tensión: a) Configuración efectiva con daño, b) configuración efectiva sin daño



Fuente: Adaptado de (Niazi, 2012)

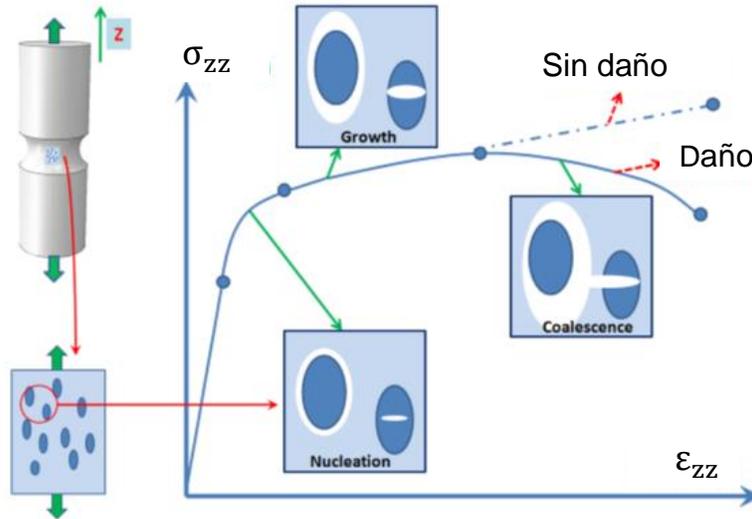
Posteriormente Rabotnov (Rabotnov. 1969; Lian et al. 2014) propone un estudio de pérdida progresiva a partir del concepto implementado por Kachanov, introduciendo una variable de esfuerzo efectivo ($\tilde{\sigma}$), que relaciona el esfuerzo nominal (σ) y el estado de daño presente en el material D representado por medio de la ecuación 3.1.

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - D)} \quad (3.1)$$

De acuerdo a esto y siguiendo el esquema presente en la figura 3.2, suponiendo que el material se compone de una matriz metálica con inclusiones en forma de partículas de alta dureza, se puede identificar el mecanismo de daño dúctil a partir de tres etapas, mencionadas a continuación:

1. Se presenta el surgimiento de pequeñas cavidades ocasionadas por descohesión de una inclusión a su matriz y la rotura interna que experimenta otra inclusión (nucleación).
2. El material experimenta estados de mayor deformación generando que las cavidades incrementen sus dimensiones (crecimiento).
3. Las cavidades se interconectan entre sí (coalescencia).

Figura 3.2 Secuencia mecanismo de daño dúctil en ensayos a tracción



Fuente: Adaptado de (Cao, 2013).

Basado en el concepto de esfuerzo efectivo, Lemaitre (Lemaitre, 1985 a,b) introduce el principio de deformación equivalente, en el que se tiene en cuenta la variación del módulo de elasticidad de acuerdo a un estado inicial del material sin daño y un estado final del material con daño representado en la ecuación 3.2, siendo E el módulo de elasticidad sin daño y \tilde{E} el módulo de elasticidad con daño.

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \quad (3.2)$$

3.3.1. Termodinámica de procesos irreversibles

La termodinámica aplicada a procesos irreversibles permite modelar el comportamiento de un material dúctil a partir de 3 condiciones (Lemaitre, 1996):

1. Definición de las variables de estado: Son las variables internas, medibles y observables; las cuales definen el estado actual del sistema físico (deformación, temperatura).
2. Potencial de estado termodinámico y variables asociadas: Dentro de la terminología del método del estado local, estas variables están asociadas a las condiciones de estado interno del sistema y derivan en las leyes de estado.

3. Potencial de disipación: Se encarga de evaluar por medio de leyes evolutivas el comportamiento de las variables de estado, lo cual está asociado con los mecanismos disipativos y sus fuerzas impulsoras.

En la tabla 3.1 se puede ver la relación entre las variables de estado y las variables asociadas. Los procesos irreversibles utilizados en el desarrollo de esta tesis de maestría son la deformación plástica, el endurecimiento isotrópico y el daño isotrópico.

Tabla 3.1 Representación variables de estado y variables asociadas

Mecanismo	Tipo	Variable de estado		Variables
		Observable	Interna	Asociadas
Deformación total	Tensor	$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$		$\bar{\boldsymbol{\sigma}}$
Entropía	Escalar	T		S
Plasticidad	Tensor		$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$	$-\bar{\boldsymbol{\sigma}}$
Endurecimiento isotrópico	Escalar		r	R
Endurecimiento cinemático	Tensor		$\bar{\boldsymbol{\alpha}}$	$\bar{\boldsymbol{X}}$
Daño mecánico	Escalar (isotrópico)		D	-Y
	Tensor (anisotrópico)		$\bar{\boldsymbol{D}}$	$-\bar{\boldsymbol{Y}}$

Fuente: Referencia (Lemaitre, 1996)

Incluyendo la variable de daño D en la función de energía de Helmholtz de la ecuación 2.47, se obtiene que:

$$\psi = \psi^e(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e, \bar{\boldsymbol{\theta}}, D) + \psi^p(\bar{\boldsymbol{\theta}}, p) \quad (3.3)$$

Donde: ψ^e es la energía elástica que involucra los términos de elasticidad y daño a través del esfuerzo efectivo, ψ^p Constituye la componente de energía plástica asociada a las variables internas de endurecimiento plástico, $\bar{\theta}$ Es un tensor asociada a la magnitud física de entropía.

A partir del potencial de estado termodinámico y asumiendo que la densidad (ρ) es constante, se pueden obtener las leyes de estado que determinan la ecuación constitutiva lineal elástica a temperatura constante.

$$\bar{\epsilon} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi_e}{\partial \bar{\sigma}} + \bar{\epsilon}^p \quad (3.4)$$

Las variables asociadas que consideran el endurecimiento isotrópico por deformación (R) y endurecimiento cinemático (\bar{X}) dentro de un proceso irreversible, se presentan en la ecuación 3.5.

$$R = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad \bar{X} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\alpha}} \quad (3.5)$$

Siendo r la variable interna de endurecimiento isotrópico y $\bar{\alpha}$ la variable interna de endurecimiento cinemático.

Por otra parte, la variable asociada (Y) que considera el daño isotrópico como un proceso irreversible, se presenta en la ecuación 3.6, donde D es la variable interna de daño isotrópico

$$-Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} \quad (3.6)$$

Una expresión analítica para el principio de energía libre de Helmholtz requerida en la implementación del modelo de daño dúctil isotrópico presenta las siguientes condiciones, definidas por Lemaitre (Lemaitre, 1996):

- Comportamiento elástico lineal e isotrópico.
- Establecimiento de leyes elastoplásticas acopladas al daño.
- Determinación de evolución del daño a partir del comportamiento plástico que experimenta el material.
- Principio de esfuerzo equivalente $\tilde{\sigma} (1 - D) = \sigma$.
- Efectos dinámicos no son considerados durante el comportamiento elastoplástico.
- Presencia de efectos por endurecimiento isotrópico para grandes deformaciones.
- Proceso isotérmico.

De acuerdo a lo anterior, la expresión de energía libre de Helmholtz queda definida por la ecuación 3.7, donde R_∞ y b son parámetros materiales que describen el comportamiento al endurecimiento isotrópico.

$$\psi = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{1}{2} \bar{\mathbb{C}}^e : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e (1 - D) + R_\infty \left[r + \frac{1}{b} \exp(-br) \right] \right\} \quad (3.7)$$

De la expresión anterior se puede realizar la descomposición de la energía elástica asociada al endurecimiento isotrópico, obteniendo la ecuación constitutiva elástica lineal acoplada al daño.

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e} = \bar{\mathbb{C}}^e : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e (1 - D) \quad \leftrightarrow \quad \bar{\boldsymbol{\sigma}} = \bar{\mathbb{C}}^e : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \quad (3.8)$$

Para las condiciones de endurecimiento isotrópico se tiene lo siguiente:

$$R = \rho \frac{\partial \psi}{\partial r} = R_{\infty} [1 - \exp(-br)] \quad (3.9)$$

La ecuación 3.9 satisface las condiciones de endurecimiento isotrópico multilineal; por otra parte, la variable asociada Y , puede ser escrita de la siguiente forma:

$$Y = \frac{1}{2} \bar{\mathbb{C}}^e : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^e \quad (3.10)$$

La variable Y de la ecuación 3.10 también puede ser expresada en función del esfuerzo hidrostático (σ_h) y el esfuerzo equivalente de Von Mises (σ_{eq}) (Lemaitre, 1996).

$$-Y = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_h}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] \quad (3.11)$$

El término encerrado entre corchetes de la ecuación 3.11, se define en la ecuación 3.12 como la función de triaxialidad R_v , mientras que el cociente entre el esfuerzo hidrostático y el esfuerzo equivalente de Von Mises es el factor de triaxialidad η , representado a partir de la ecuación 3.13.

$$R_v = \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_h}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] \quad (3.12)$$

$$\eta = \left(\frac{\sigma_h}{\sigma_{eq}} \right) \quad (3.13)$$

Es importante mencionar que al aumentar el factor de triaxialidad, la ductilidad tiende a disminuir en materiales que experimentan daño dúctil a partir de los mecanismos de nucleación, crecimiento y coalescencia de cavidades (Lemaitre 1985 a, b; Bonora et al. 2005).

Al aplicar el principio de la segunda ley de la termodinámica, se dice que la disipación de energía al interior del material siempre debe ser positiva cumpliendo con la siguiente desigualdad (De Souza Neto et al. 2009; Lemaitre, 1996):

$$\bar{\sigma} : \bar{\dot{\epsilon}}^p - R\dot{r} - Y\dot{D} \geq 0 \quad (3.14)$$

3.3.2. Triaxialidad

La triaxialidad se define como la relación presente entre el esfuerzo hidrostático (σ_h) y el esfuerzo equivalente de Von Mises (σ_{eq}), o también como la relación entre el invariante de esfuerzos I_1 y el invariante deviatorico J_2 (Malcher et al. 2012). Gran cantidad de modelos de daño incluyen triaxialidad en su formulación de manera implícita y su influencia puede ser determinada a través de ensayos a tracción en la transformación local de su estado uniaxial a un estado triaxial de esfuerzos debido al fenómeno de estricción, es decir, internamente un elemento infinitesimal se encuentra bajo condiciones de carga uniaxial igual que el sólido considerado macroscópicamente antes de experimentar inestabilidad plástica localizada, pero cuando se presenta el fenómeno de estricción o encuellamiento, dicho elemento genera un estado tensorial compuesto por esfuerzos en las tres direcciones respecto a los ejes de referencia, representado a partir de las ecuaciones 3.15, 3.16 y 3.17 (Mirone & Corallo; 2010).

$$\sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (3.15)$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}} \quad (3.16)$$

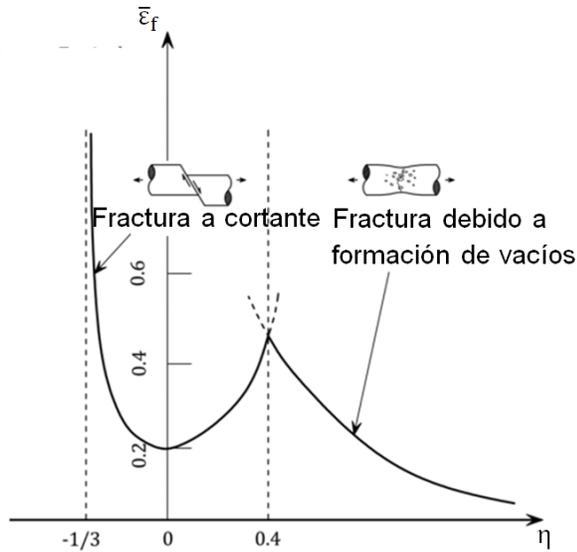
$$\eta = \frac{\sigma_h}{\sigma_{eq}} = \frac{I_1}{\sqrt{J_2}} \quad (3.17)$$

Donde: σ_1 , σ_2 y σ_3 son los esfuerzos principales, I_1 es un invariante del tensor de esfuerzos de Cauchy y J_2 es un invariante del tensor de esfuerzos deviatorico de Cauchy.

Thomson y Hancock (Thomson & Hancock; 1984), a partir de ensayos realizados en aceros HSS, demostraron que el estado triaxial de esfuerzos afecta localmente la ductilidad, y este se manifiesta por medio de la acumulación de daño por flujo plástico que es intrínseco a la microestructura del material; y la generación de mecanismos de falla por cortante o por nucleación, crecimiento y coalescencia de cavidades a causa de inclusiones preexistentes. Dentro del estado triaxial de esfuerzos se consideran tres regiones diferenciables donde unos mecanismos de daño rigen más sobre otros; reproduciendo con mayor precisión el comportamiento bajo esfuerzos complejos que experimentan los aceros durante la etapa de estricción o inestabilidad plástica. Estos mecanismos de daño se pueden clasificar de la siguiente forma, de acuerdo a la figura 3.3:

- Triaxialidad baja: Rotura se produce por cortante.
- Triaxialidad media: Rotura se produce por combinación de mecanismo de cortante y crecimiento de vacíos.
- Triaxialidad alta: Rotura se produce por crecimiento y coalescencia de vacíos.

Figura 3.3. Valor de deformación equivalente de rotura en función de la triaxialidad de tensiones



Referencia: Fuente (Bao & Wierzbicki; 2004)

3.3.3. Parámetro de Lode

Este parámetro fue introducido por Walter Lode en el año de 1925, no obstante, la implementación dentro del estudio de falla en materiales dúctiles es reciente. Tanto Barsoum y Faleskog como Xue (Barsoum & Faleskog 2007 a,b; Xue, 2007) definieron que era necesario introducir otro término adicional al parámetro que describe la triaxialidad de esfuerzos de un material, debido a que el comportamiento bajo condiciones de esfuerzo multiaxial no era completamente reproducible computacionalmente para predecir algunas condiciones de falla en el material (Cao et al. 2014; Lian et al. 2014).

El parámetro de Lode (μ), también identificado como segundo parámetro del estado de esfuerzos se define de acuerdo a la ecuación 3.18 como:

$$\mu = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{27}{2} \frac{J_3}{(\sqrt{3}I_2)^3} \quad (3.18)$$

Donde: σ_1 , σ_2 y σ_3 son los esfuerzos principales del tensor de esfuerzos de Cauchy, J_2 y J_3 son el segundo y tercer invariantes del tensor de esfuerzos deviatoricos de Cauchy respectivamente.

3.3.4. Umbral de daño

Es un parámetro físico que depende del material y el comportamiento que éste experimenta bajo una carga aplicada representada a partir de la tasa de deformación plástica acumulada \dot{p} . La condición de umbral establece el inicio de evolución al daño cuando la norma del tensor de deformaciones excede el valor ε_D , el cual puede ser obtenido por medio de ensayos a carga descarga uniaxial, según la figura 3.4.

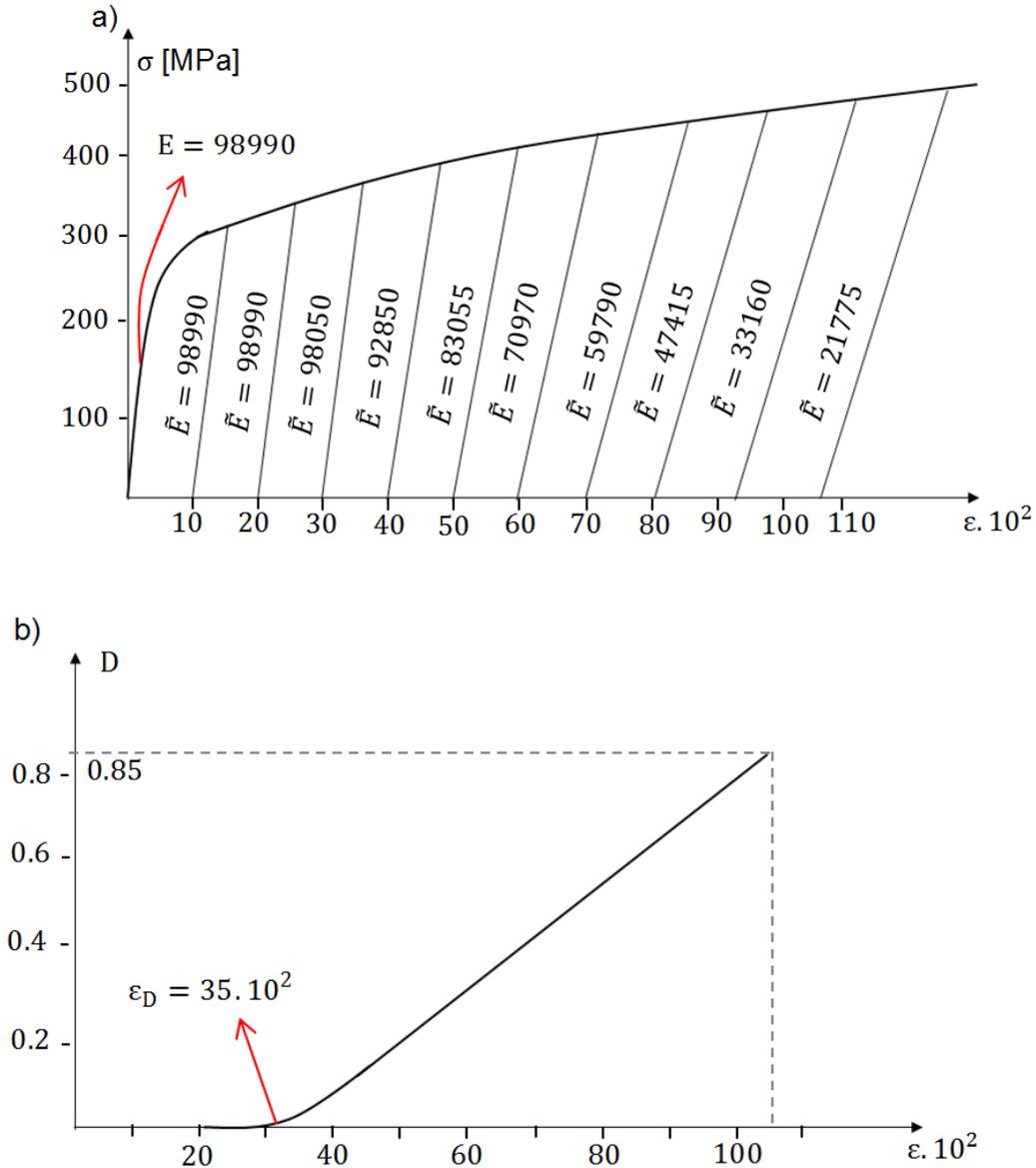
3.3.5. Regla de evolución del daño

La regla de evolución del daño puede ser obtenida a partir de la teoría de variables internas en la que interviene el potencial de disipación de energía mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad (3.19)$$

Donde $\dot{\lambda}$ es un escalar multiplicativo que únicamente admite valores positivos.

Figura 3.4. Ensayos a carga y descarga realizado al cobre 99.9% para obtener a) cambio del módulo elástico. b) cálculo daño crítico (Lemaitre, 1996)



Las ecuaciones de evolución al daño empleadas en esta tesis, han sido desarrolladas bajo condiciones de grandes deformaciones descritas por Lemaitre (Lemaitre, 1985), basado en el concepto de esfuerzo efectivo, hipótesis de deformación equivalente, evolución de variables internas asociadas al daño y la implementación del endurecimiento isotrópico para materiales que presentan comportamiento dúctil.

Acordando a la hipótesis de normalidad presente en la ecuación 2.67, el flujo plástico es dado por:

$$\dot{\lambda} = \dot{p}(1 - D) \quad (3.20)$$

Al reemplazar la ecuación 3.20 en 3.19, se obtiene la evolución de la variable de daño así:

$$\dot{D} = -\frac{\partial \psi}{\partial Y} \dot{p}(1 - D) \quad (3.21)$$

Lemaitre menciona algunas observaciones respecto al estudio de daño dúctil para materiales metálicos.

- La evolución del daño \dot{D} es linealmente proporcional a la variable de liberación de energía asociada al daño (Y) superado el umbral de daño que posee el material.

$$\dot{D} \propto -Y \dot{p} \quad \leftrightarrow \quad \phi \propto (-Y)^2 \quad (3.22)$$

- Cada material debe presentar un parámetro característico de resistencia al daño S ; la evolución del daño debe ser inversamente proporcional a dicho parámetro.

$$\dot{D} \propto \frac{-Y}{S} \dot{p} \quad \leftrightarrow \quad \phi \propto \frac{(-Y)^2}{S} \quad (3.23)$$

- Las variables asociadas Y y \dot{p} son directamente proporcionales a la tasa de evolución del daño. No existe evidencia experimental que la variable \dot{D} disminuya al aumentar la deformación.

$$\dot{D} \propto \frac{-Y}{S(1 - D)} \dot{p} \quad \leftrightarrow \quad \phi \propto \frac{(-Y)^2}{S(1 - D)} \quad (3.24)$$

- La evolución del daño inicia a partir de un valor umbral de deformación plástica acumulada $p = p_D$.

Bajo la hipótesis de acoplamiento entre daño mecánico y elastoplasticidad (ecuación 3.3), se obtiene el potencial de estado termodinámico que relaciona la evolución del daño, de la ecuación 3.25 se define un parámetro S que representa la resistencia del daño en el material.

$$\phi = \frac{(-Y)^2}{2S(1-D)} H(p - p_D) \quad (3.25)$$

$H(p - p_D)$ es la función escalón de Heavy-Side con la cual se determina el umbral de daño del material, como se aprecia en la ecuación 3.26.

$$H(p - p_D) = \begin{cases} \cdot 1 & \text{si } p \geq p_D \\ \cdot 0 & \text{si } p < p_D \end{cases} \quad (3.26)$$

Por consiguiente, superado el umbral de daño, la ecuación 3.25 puede ser escrita como:

$$\dot{D} = \frac{-Y}{S} \dot{p} H(p - p_D) = \frac{\sigma_{eq}^2 R_v \dot{p}}{2ES(1-D)^2} H(p - p_D) \quad (3.27)$$

Admitiendo como hipótesis que el incremento temporal de deformación total es igual al incremento temporal de deformación plástica durante el proceso de daño elastoplástico, ($\dot{\varepsilon} \approx \dot{\varepsilon}^P$) o también ($\varepsilon \approx \varepsilon^P$) y realizando algunos cálculos algebraicos, se obtiene que $p \approx \varepsilon$ (De Souza neto et al. 2009). Al reescribir la ecuación anterior y considerando la hipótesis descrita, se tiene que:

$$dD = \frac{\sigma_{eq}^2 R_v}{2ES(1-D)^2} d\varepsilon \quad (3.28)$$

3.3.6. Parámetro de daño crítico

Como ha sido mencionado anteriormente el daño permanece en cero hasta alcanzar un valor umbral en deformación plástica, dando inicio al proceso de degradación mecánica en el material mediante la evolución del daño, a medida que se desarrolla el proceso de carga en el material, el daño aumenta hasta alcanzar un valor crítico D_c que define la aparición de una mesogrieta, produciendo la pérdida total de capacidad resistente en el material (Lemaitre, 1996).

Por otra parte, se puede definir matemáticamente la aparición de una grieta a escala mesoscópica integrando la ecuación 3.7 hasta un valor de daño crítico D_c , que representa la energía disipada de fractura en el material.

$$\int_0^{D_c} (-Y) dD = (-Y) D_c = \left(\frac{-\sigma_{eq}^2 R_v}{2 E S (1 - D)^2} \right) D_c \quad (3.29)$$

De acuerdo a Lemaitre (Lemaitre, 1996), durante la etapa de inestabilidad que experimenta el material antes de llegar al punto de fractura en un ensayo a tracción, el valor de tasa de disipación de energía por deformación (ecuación 3.29) permanece constante.

Para el caso de caracterización experimental bajo carga uniaxial, el esfuerzo equivalente de Von Mises σ_{eq} puede ser reemplazado por el esfuerzo de fractura σ_f , la función de triaxialidad sería aproximado a la unidad ($R_v \approx 1$), ya que $\eta \approx 1/3$ y el daño crítico correspondería al tipo de carga aplicada, por lo cual estaría definido como daño crítico a tracción $D_c \approx D_{1c}$.

Resolviendo la ecuación 3.29 y considerado lo mencionado en el anterior párrafo, se obtiene la siguiente ecuación:

$$-Y = \frac{\sigma_f^2}{2 E (1 - D_{1c})^2} \quad (3.30)$$

Suponiendo la condición de esfuerzo último a tensión σ_u y de acuerdo al concepto mencionado sobre umbral de daño; se puede obtener la tasa de liberación de energía de deformación a partir de las ecuaciones 3.29 y 3.30.

$$\int_0^{D_{1c}} (-Y) dD = \frac{\sigma_u^2}{2E} D_{1c} \quad (3.31)$$

Finalmente, es posible relacionar los parámetros de daño para un estado triaxial de esfuerzos (ecuación 3.31) con el estado uniaxial de esfuerzos generado a partir de ensayos a tracción (ecuación 3.29):

$$D_c = \frac{D_{1c}}{R_v} \left[\frac{\sigma_u}{\sigma_{eq}} (1 - D) \right]^2 \quad (3.32)$$

3.4. Resumen del capítulo

La mecánica del daño se puede clasificar de acuerdo a Cao (Cao et al. 2015) en aproximaciones micromecánicas y aproximaciones de daño continuo; correspondiente al desarrollo de esta tesis, se optó por implementar el modelo de daño dúctil de Lemaitre que emplea una metodología de calibración experimental a partir de ensayos a carga y descarga requeridos para calcular la evolución del daño; por otra parte las ventajas que se presentan empleando el modelo de daño de Lemaitre, están definidas de acuerdo a la facilidad en su implementación por elementos finitos, la facilidad en calibración de las constantes materiales que aporta buenos resultados bajo condiciones de carga uniaxiales, la característica de reproducir computacionalmente el comportamiento del acero acorde a lo experimental para algunas geometrías de las probetas de ensayo, siendo estas geometrías muy similares a las que se emplean en este proyecto para los ensayos a carga descarga.

Finalmente, en este capítulo se desarrolla la formulación del modelo acoplando la variable de daño a la condición elastoplástica utilizando la hipótesis de deformación equivalente, esta formulación debe cumplir las siguientes condiciones.

- Comportamiento elástico lineal e isotrópico.
- Establecimiento de leyes elastoplásticas acopladas al daño.
- Determinación de evolución al daño a partir del comportamiento plástico que experimenta el material.
- Principio de esfuerzo efectivo $\tilde{\sigma} (1 - D) = \sigma$.
- Efectos dinámicos no son considerados durante el comportamiento elastoplástico.
- Presencia de efectos por endurecimiento isotrópico para grandes deformaciones.
- Proceso isotérmico.

4. Desarrollo experimental

En este capítulo se describen los procedimientos y ensayos experimentales realizados en el presente trabajo de tesis. La metodología abarca ensayos de caracterización en la materia prima clasificados en: microestructurales (metalografía), composición química y dureza; ensayos mecánicos a tracción, cíclicos cuasiestáticos de carga y descarga y el desarrollo de un tratamiento térmico; con objeto de estudiar la evolución del daño en el acero. Se plantea una ruta de trabajo correspondiente a la etapa experimental según la figura 4.1.

4.1. Material de estudio

El material utilizado para esta investigación corresponde a un acero de fase dual DP 600 laminado en caliente (HR por sus siglas en inglés) en condiciones de recibido, el cual fue suministrado por la empresa Industrias Metálicas Asociadas-IMAL S.A. ubicada en la ciudad de Bogotá. Las especificaciones técnicas de calidad correspondientes al dimensionamiento, composición química y propiedades mecánicas se adjuntan en el anexo 1 por medio del certificado de calidad que suministra la empresa.

4.2. Composición química del acero DP 600 en estado de entrega

El análisis de composición química del acero DP 600 fue obtenido utilizando la técnica de Espectroscopía de Emisión Óptica (OES por sus siglas en inglés), siguiendo los lineamientos del estándar ASTM A751-11 (2011). El equipo implementado para dicho análisis fue el BAIRD SPECTROVAC del laboratorio de metalografía de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá, los resultados se presentan en la tabla 4.1.

Figura 4.1. Metodología ensayos experimentales

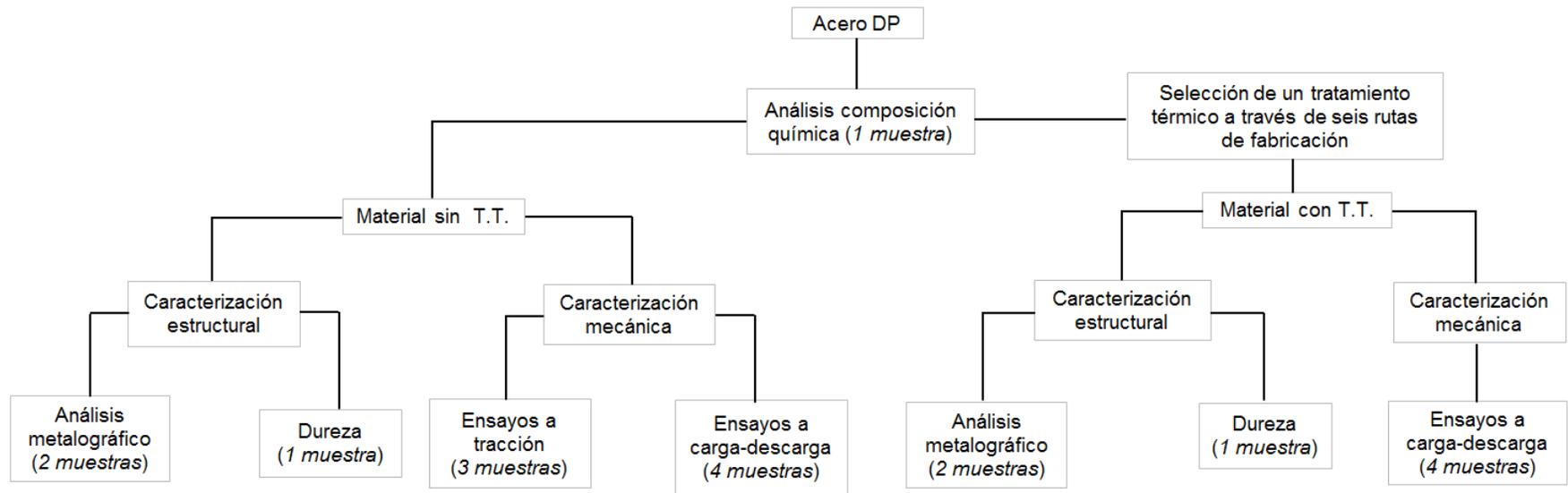


Tabla 4.1 Composición química del acero DP 600 en estado de entrega (% en peso)

C	Mn	Si	S(max.)	P(max.)	Fe
0.15	1.045	0.409	0.037	0.05	Balance

4.3. Tratamientos térmicos

Los tratamientos térmicos se realizaron en un horno tipo mufla de resistencia eléctrica, marca Barnstead/Thermolyne Type 1300, con una potencia de 1050 W y una temperatura máxima de 1100 °C sin control de atmósfera (figura 4.2). Los ensayos se ejecutaron en el laboratorio de tratamientos térmicos de la Universidad Nacional.

Figura 4.2 Horno empleado para realizar tratamientos térmicos



Para realizar los tratamientos térmicos se requiere conocer las temperaturas críticas A_{c1} y A_{c3} , los valores son obtenidos a partir de la composición química del material (tabla 4.1) y reemplazado en las ecuaciones 4.1 y 4.2 (Fonstein, 2015), las cuales se presentan a continuación:

$$A_{c1} = 723 - 10.7Mn + 29.1Si \quad (4.1)$$

$$A_{c3} = 910 - 203\sqrt{C} + 44.7Si - 30Mn - 700P \quad (4.2)$$

Reemplazando los valores de la tabla 4.1 en las ecuaciones anteriormente descritas, las temperaturas del rango intercrítico para la realización del tratamiento térmico son:

$$A_{c1} = 723.7 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (4.3)$$

$$A_{c3} = 783.3 \text{ }^{\circ}\text{C} \quad (4.4)$$

A fin de determinar los cambios en las propiedades mecánicas del acero DP, se han desarrollado tres rutas de procesamiento distintas en el material de estado de entrega, tomando como referencia los trabajos realizados por distintos autores (Tasan et al. 2015, Peranio et al. 2012; Tsiouridis, 2006), para definir las condiciones de los tratamientos térmicos de recocido respecto a la temperatura de sostenimiento, se ha seleccionado un valor intermedio al rango intercrítico obtenido según los resultados en las ecuaciones 4.3 y 4.4; por lo cual, la temperatura de sostenimiento elegida es de 740°C. Para determinar el tiempo de sostenimiento se tomaron como referencia los datos del estudio reportado por Peranio et al (Peranio et al. 2012) en un acero DP de composición química 0.147 % C, 1.868 % Mn y 0.403 % Si; de acuerdo a esto, el resultado que obtuvieron para alcanzar el máximo valor de dureza a una temperatura de recocido de 740°C corresponde al tiempo de sostenimiento de 200 segundos.

Por otra parte, las condiciones de los medios de enfriamiento seleccionados fueron definidos a partir de 2 procedimientos diferentes, el primer proceso fue en enfriamiento por agua y el segundo se realizó en aire, teniendo en cuenta que la velocidad crítica para producir martensita según la composición química presente en el material no debe ser superior a 120°C/min (Fonstein, 2015). Finalmente, para el alivio de esfuerzos internos producidos por los cambios térmicos severos, se realizaron tratamientos de revenido y normalizado. La tabla 4.2 resume los parámetros seleccionados para efectuar los tratamientos térmicos sobre probetas cilíndricas de 26 mm de diámetro y 3.5 mm de espesor.

4.4. Dureza

Las pruebas de dureza fueron realizadas al material en estado de entrega y a los materiales tratados térmicamente utilizando el durómetro ROCKWELL serie 574 perteneciente al laboratorio de tratamientos térmicos de la Universidad Nacional, se

realizaron 5 indentaciones en sentido radial para cada probeta tratada térmicamente y al material en estado de entrega o material EE.

Tabla 4.2. Parámetros definidos en el desarrollo de tratamientos térmicos

Parámetros tratamientos térmicos	Recocido Intercrítico		
	Velocidad de calentamiento	17°C/min	
Temperatura de sostenimiento [°C]	740°C		
Tiempo de sostenimiento [s]	200s		
Velocidad de enfriamiento [°C/min]	55°C/min	1°C/min	
Medios de enfriamiento	Agua	Agua	Aire
Temple	✓	✓	
Revenido 1h a 500°C		✓	
Normalizado 1h a 500°C			✓
Tratamiento térmico	1	2	3

Figura 4.3. Durómetro ROCKWELL serie 574



De este ensayo se seleccionó el material con tratamiento que reportara el mayor valor de dureza para ser empleado en los posteriores ensayos, este material es identificado como material tratado térmicamente o material TT.

4.5. Microdureza

El ensayo de microdureza fue realizado a los materiales EE y TT respectivamente, para esto se utilizó el microdurómetro Leco M400-G2 perteneciente al laboratorio de tratamientos térmicos de la Universidad Nacional, la carga aplicada fue de 500 g durante un intervalo de tiempo de 10 segundos; esto a fin de garantizar que la huella de indentación pueda ser fácilmente visible y medible. Se realizaron 5 indentaciones sobre las secciones longitudinal y transversal de ambos materiales.

Figura 4.4 microdurómetro Leco M400-G2



4.6. Metalografía

El análisis estructural fue realizado para los materiales EE y TT, la preparación de cada espécimen consistió en seccionar y retirar una muestra pequeña del material analizado, rectificar y pulir la superficie de dicha muestra hasta obtener un acabado fino, de acuerdo al estándar ASTM E3-11 (2011).

Obtenido el acabado final en la superficie de la muestra; esta se llevó a un ataque químico utilizando Nital al 3%, sumergiendo toda la superficie en el reactivo durante un tiempo aproximado de 10 segundos, luego se realizó enjuague y secado de las probetas, para finalmente llevar las muestras al microscopio electrónico de barrido (SEM, por sus siglas en inglés).

4.7. Ensayos a tracción

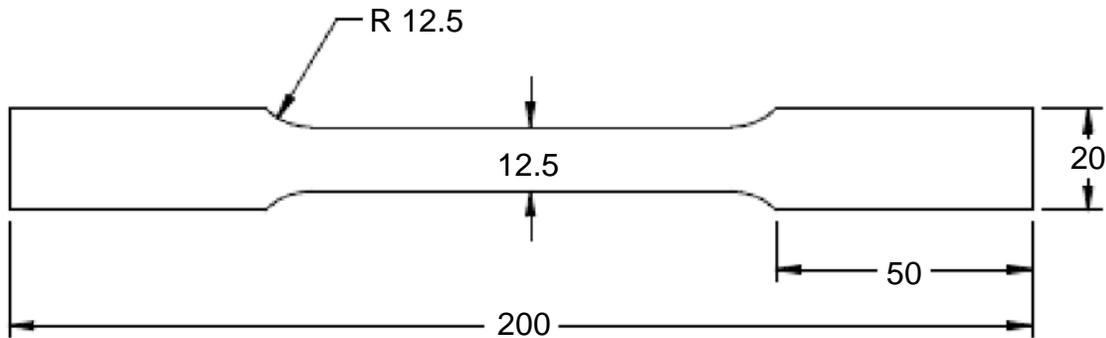
Para realizar los ensayos se empleó la máquina de ensayos universales Shimadzu UH-500-knNI con una celda de carga de 500 kN perteneciente al laboratorio de ensayos mecánicos y deformación plástica de la Universidad Nacional. La adquisición de datos se realizó en el software Trapezium 2 y se utilizó un extensómetro Epsilon 3542 con una longitud calibrada de 50 mm para las mediciones de alargamiento.

Figura 4.5. Máquina de ensayos universal Shimadzu UH-500-knNI



Siguiendo el estándar ASTM E8-13a (2013); el número de probetas correspondiente al ensayo de tracción fue igual a 3; por otra parte, se implementó el proceso de corte por chorro de agua abrasivo en sentido longitudinal a la dirección de laminación del material para obtener la geometría de las probetas, las dimensiones se definen en la figura 4.6.

Figura 4.6. Probeta de ensayo a tracción (medidas en milímetros)



4.8. Ensayos a carga y descarga

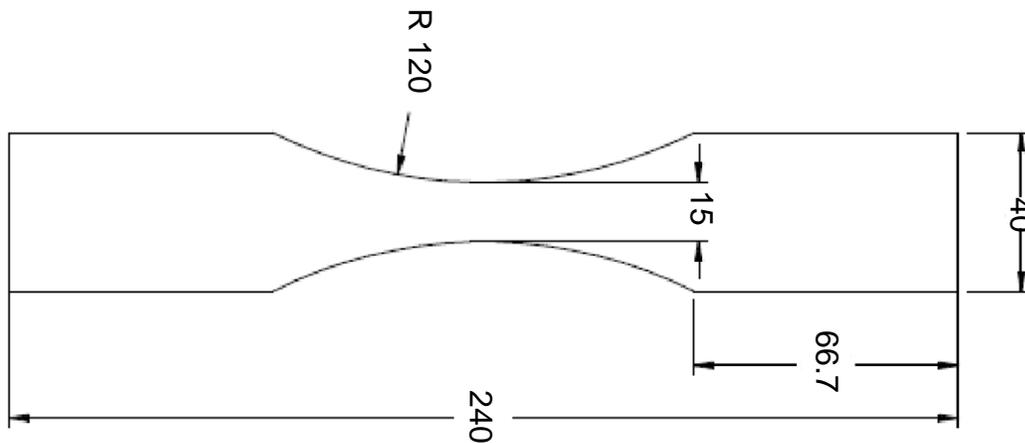
Para evaluar el daño en función de la deformación plástica acumulada, se realizaron ensayos a bajo ciclaje de carga y descarga siguiendo la norma ASTM E466-07 (2007). Las pruebas fueron desarrolladas en la máquina de ensayos universales Shimadzu UH-500-knNI con las mismas especificaciones del ensayo a tracción.

Figura 4.7 Montaje extensómetro en probeta



La probeta utilizada para el ensayo fue obtenida por corte a chorro de agua abrasivo en sentido longitudinal a la dirección de laminación del material. Las dimensiones se presentan en la figura 4.8. Es importante hacer mención que la selección de esta geometría permite garantizar el inicio de fractura en el centro geométrico de la probeta.

Figura 4.8 Probeta de ensayos a carga-descarga (medidas en milímetros)



Para determinar la cantidad de probetas necesarias en el desarrollo de este ensayo, se implementó un diseño de experimentos completamente al azar mediante análisis de varianza ANOVA (Montgomery, 2012), empleando el software de análisis estadístico R (2016). Se definieron 2 tratamientos que corresponden a los experimentos realizados en el material EE y el material TT, un nivel de confianza del 95% lo cual significa un margen de error del 5% y se asume que el estadístico de prueba sigue una distribución F no central debido a que el valor de la varianza no es conocido (Menéndez & Jamed, 2006). El desarrollo matemático del modelo se puede consultar en el anexo 2, los resultados se presentan a continuación.

Tabla 4.3. Selección del número de probetas por tratamiento para ensayo de carga y descarga

Valor de la potencia	Número de desviaciones estándar			
Cantidad de probetas	1	2	3	4
2	15.9 %	46.3 %	78.2 %	94.8 %
3	22.3 %	65.7 %	93.9 %	99.6 %
4	28.6 %	79.0 %	98.5 %	99.9 %
5	34.7 %	87.6 %	99.6 %	99.9 %
6	40.6 %	92.9 %	99.9 %	100 %

De acuerdo a los resultados de la tabla 4.3, se escoge un tamaño de muestra igual a 4 para ambos materiales con el que se alcanza el valor de potencia del 98.5% con margen de error menor al 5% y la diferencia mínima significativa corresponde a 3 veces la desviación estándar en los datos.

4.9. Superficie de fractura

Luego de realizar los ensayos mecánicos a carga descarga, se hizo la caracterización de las superficies de fractura en los materiales EE y TT utilizando el equipo de visualización KAISER RS 2 con detector CCD.

Figura 4.9. Equipo KAISER RS 2.



4.10. Resumen del capítulo

En este capítulo se definió una metodología para desarrollar la caracterización estructural y mecánica del acero DP 600, partiendo inicialmente de los resultados de composición química que son requeridos para el diseño de los tratamientos térmicos en el acero, teniendo como parámetros el rango intercrítico de austenización, el tiempo de calentamiento, la temperatura y tiempo de sostenimiento, los medios y velocidad de enfriamiento, los valores de estos parámetros también se definieron teniendo en consideración la capacidad tecnológica de los equipos que están a disposición del laboratorio de la Universidad Nacional y las referencias bibliográficas donde se reportan investigaciones correspondientes a la fabricación de aceros DP 600.

Posteriormente se realizaron ensayos metalográficos, dureza y microdureza en los materiales EE y TT; ensayos a tensión para el material EE, esto con motivo de verificar las propiedades mecánicas que reporta el proveedor y finalmente ensayos a carga descarga requeridos para caracterizar el daño dúctil en ambos materiales y para calibrar el modelo de daño; la cantidad de probetas especificadas en el ensayo de carga y descarga se realizó a partir de un diseño de experimentos completamente al azar.

5. Resultados experimentales

En este capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos a partir de la metodología planteada, la cual consiste en realizar ensayos metalográficos y de comportamiento mecánico para los materiales EE y TT, con objeto de comparar cambios microestructurales y el efecto que esto produce sobre las propiedades mecánicas y de acumulación del daño dúctil para ambos materiales. Los ensayos estructurales se componen de metalografía, composición química y dureza; mientras que los ensayos mecánicos se componen de ensayos a tracción en la materia prima, a fin de comparar sus propiedades mecánicas con las reportadas por el proveedor y ensayos a carga y descarga para los materiales. En la obtención de las propiedades que definen el comportamiento plástico de ambos materiales, se utilizaron los modelos de Ludwik (1909) y Voce (1948), para las propiedades de evolución del daño se empleó una metodología de corrección por variación del factor de triaxialidad.

5.1. Resultados ensayo de dureza

Se realizaron ensayos de dureza al material EE y a todos los materiales tratados térmicamente, con objeto de seleccionar el tratamiento que mayor valor reportara en esta propiedad mecánica. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 5.1.

Tabla 5.1. Resultados ensayos de dureza

Experimento	Tratamiento térmico ²	Dureza [HV500x10]
EE	---	269 ± 2
1	740°C – T(W)	215 ± 2
2	740 °C – T(W) + Tm	195 ± 2
3	740 °C N(A)	209 ± 2

² T = tratamiento; Tm = Revenido; N = Normalizado; (W) = Agua; (A) = Aire.

El tratamiento térmico seleccionado para realizar los ensayos de caracterización estructural, mecánica y daño dúctil corresponde al experimento número 1, ya que se obtuvo el mayor valor de dureza en comparación a los otros experimentos.

5.2. Resultados ensayo de microdureza

El ensayo de microdureza fue realizado al material EE y a las probetas del experimento 1 o material TT presentado en la tabla 4.1 con objeto de verificar las medidas obtenidas del ensayo anterior. Los resultados se ilustran en la tabla 5.2.

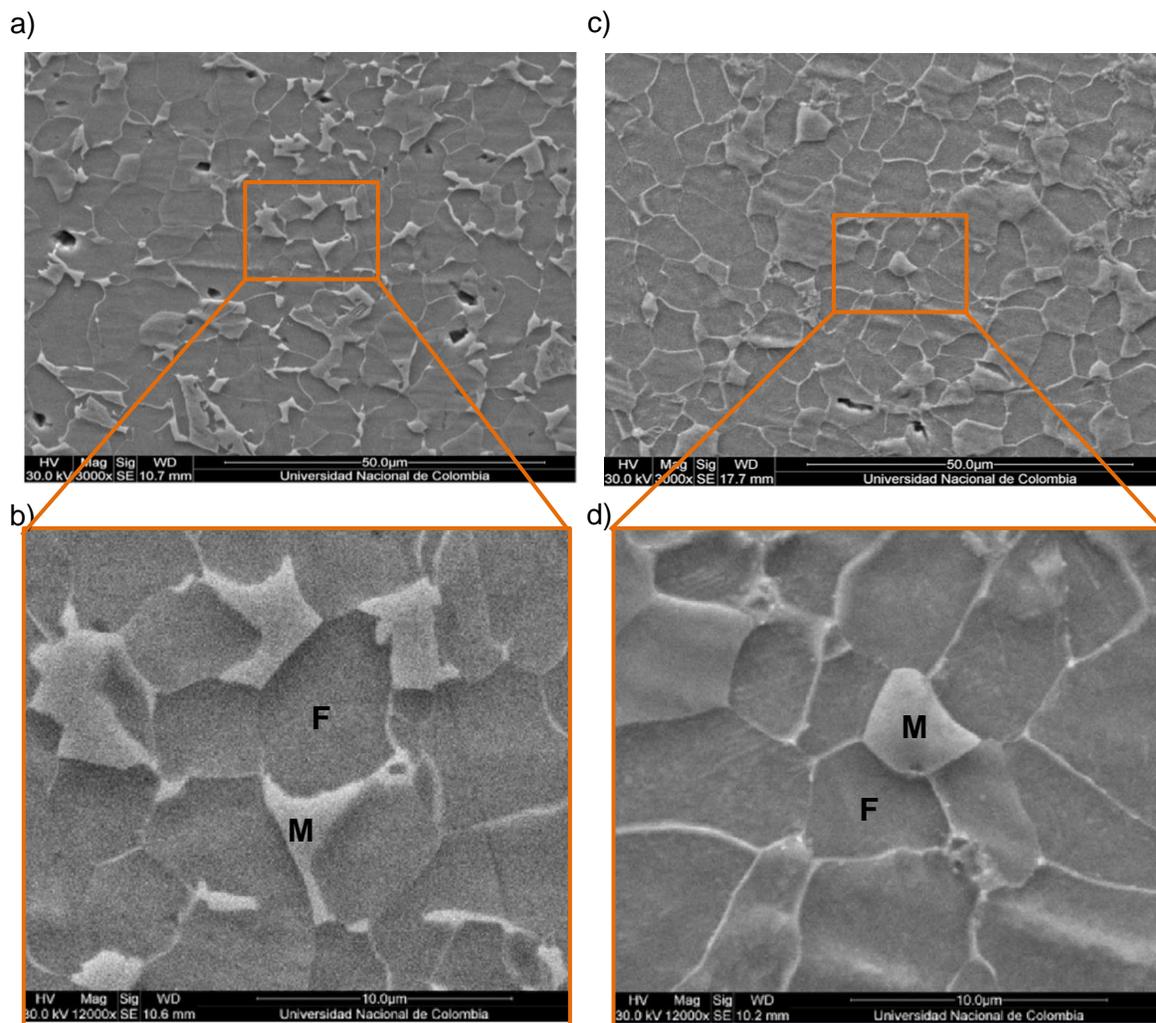
Tabla 5.2. Microdurezas material en estado de entrega (EE) y tratado térmicamente (TT)

Probeta	Tipo de medición	Micro dureza [HV500x10]
EE	Longitudinal	270 ± 0.2
	Transversal	268 ± 0.2
TT	Longitudinal	218 ± 0.2
	Transversal	213 ± 0.2

5.3. Metalografías

De acuerdo a la figura 5.1, las microestructuras obtenidas por SEM corresponden a aumentos de 3000x y 12000x. De las figuras 5.1 a y 5.1 b, se establece que el material en estado de entrega está constituido por ferrita (F) y martensita (M) principalmente. Mediante análisis de granulometría aplicando el método de los interceptos a partir de la norma ASTM E 112-96 (2004), se obtuvo un tamaño de grano ASTM para la ferrita de 7 μm ; mientras que la martensita se encuentra en forma de pequeñas islas en los límites de grano de la matriz ferrítica; la dispersión que se observa de la fase dura es homogénea y muy espaciada entre sí.

Figura 5.1 Microestructura material: EE. a) 3000x; b) 12000x; TT. c) 3000x; d) 12000X



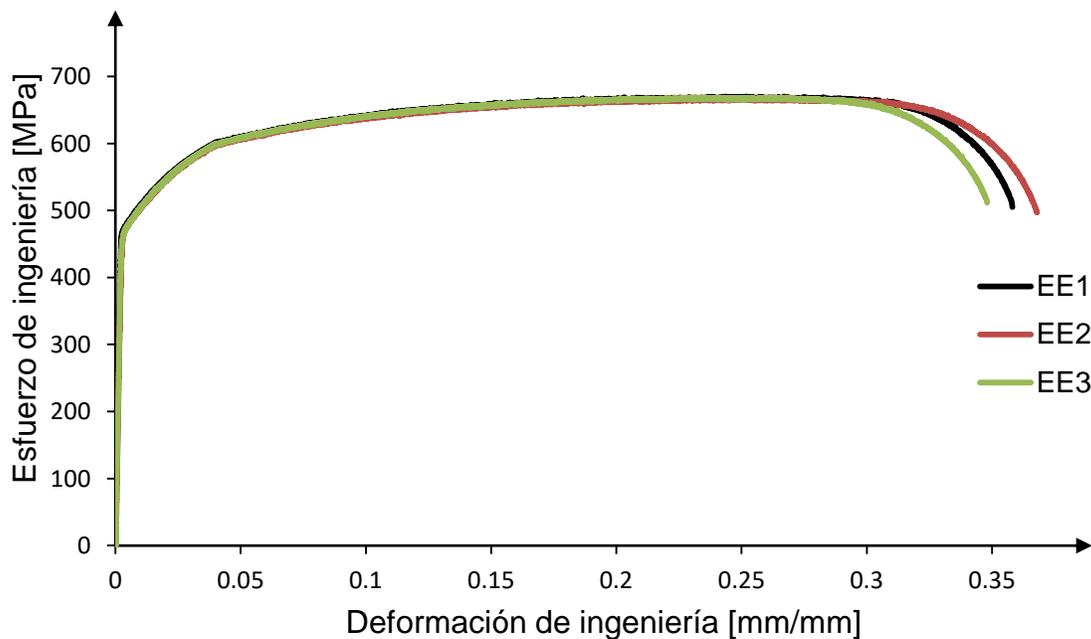
Por otra parte, en las figuras 5. 1 c y 5.1 d, se obtiene un tamaño de grano ASTM para la ferrita igual a 8 μm ; respecto a la segunda fase no se evidencia de forma clara martensita, por el contrario, se presentan pequeños granos distribuidos heterogéneamente en la matriz ferrítica, que de acuerdo a su morfología, sugiere la presencia de una estructura globular (S). Esta estructura genera que el material obtenido presente una condición más dúctil y blanda, con menor dureza y resistencia mecánica respecto al material en estado de entrega. De acuerdo a esto, la estructura globular al ser estable y libre de deformación en la matriz de ferrita, crea un retardo en los mecanismos de evolución del daño por nucleación, crecimiento y coalescencia de vacíos (Tsiloufas, 2012), lo cual se expresa en

un aumento de la deformación total del material y disminución de resistencia mecánica a partir de ensayos a tracción o de carga y descarga (Rodríguez-baracaldo, 2016; Fonstein, 2015; Tsiloufas et al. 2012).

5.4. Tracción

Siguiendo los lineamientos de la norma ASTM E-8 (2013) se definieron 3 ensayos a tracción al material EE. Cada ensayo se realiza mediante control por desplazamiento a una velocidad constante de 1mm/min hasta llegar a la rotura de la probeta. En la figura 5.2 se presentan las curvas obtenidas de esfuerzo de ingeniería contra deformación de ingeniería.

Figura 5.2 Curva Esfuerzo-Deformación para el material EE



En la tabla 5.3 se consignan las propiedades mecánicas del material obtenidas a partir de los ensayos a tracción, de acuerdo a esto los resultados son consistentes respecto a las propiedades mecánicas que certifica el proveedor en la tabla 5.4.

Tabla 5.3 Propiedades mecánicas acero DP 600

Probeta	E [GPa]	$S_{y@0.2\%}$ [MPa]	S_u [MPa]	Reducción de área [%]	Elongación [%]
1	212.01	478.50	670.19	33.26	27.14
2	202.14	475.07	667.00	37.54	27.34
3	202.89	473.89	668.83	35.00	26.78
Media	205.68	475.82	668.67	35.27	27.09
D.E.	5.49	2.39	1.6	2.15	0.28

Tabla 5.4 Propiedades mecánicas acero DP 600 entregadas por el proveedor

$S_{y@0.2\%}$ [MPa]	S_u [MPa]	Elongación [%]
412	611	27.14

5.5. Carga y descarga

Para este ensayo se empleó un total de 4 probetas por cada material según los resultados obtenidos en el diseño de experimentos de la tabla 4.3. Las dimensiones de las probetas corresponden a las especificaciones de la norma ASTM E466-07 (2007) y fueron cortadas por chorro de agua abrasivo en dirección longitudinal de laminación, a partir de los ensayos se identificaron los parámetros de evolución del daño en los materiales EE y TT.

5.5.1. Cálculo de la evolución del daño

Se sabe que la variable de evolución del daño está relacionada con el potencial de disipación de energía Y (ecuaciones 3.19 y 3.27) por medio del criterio de tasa de deformación plástica equivalente p (ecuación 2.76); y asumiendo que para la adquisición de datos experimentales el ensayo a carga y descarga es perfectamente uniaxial (Lemaitre, 1996), la ecuación 3.28 se puede reescribir de la siguiente forma.

$$dD = \frac{\sigma_u^2}{2ES(1-D)^2(d\varepsilon)} \quad (5.1)$$

Despejando S de la anterior ecuación, se obtiene el parámetro de resistencia del daño para un material dúctil sometido a ensayos de carga y descarga, siendo σ_u el esfuerzo verdadero último, E es el módulo de elasticidad, D el daño en el material y $dD/d\varepsilon$ la variable de evolución del daño en función de la deformación.

$$S = \frac{\sigma_u^2}{2E(1-D)^2(dD/d\varepsilon)} \quad (5.2)$$

Para obtener $dD/d\varepsilon$, se requiere graficar el daño contra la deformación, a partir de los resultados de los ensayos a carga y descarga. Por cada ciclo se obtienen los valores instantáneos de daño por medio de la variación del módulo elástico \tilde{E} en cada valor de deformación que corresponde al inicio de la trayectoria de descarga.

El número de bucles o ciclos a realizar se hallaron mediante ensayos a tracción, determinando el valor de elongación a fractura e_f , a partir del análisis gráfico de la curva esfuerzo deformación. Se planificaron intervalos de igual proporción en elongación para los ciclos de descarga teniendo en cuenta los resultados en Bonora (Bonora et al 2005; Bonora et al 2011), donde establecieron en sus experimentos un valor mínimo de diez ciclos para garantizar buena repetibilidad y limitada dispersión en los datos; no obstante Celentano y Chaboche (Celentano & Chaboche, 2007) definieron un valor aproximado de 15 ciclos como mínimo para reducir la dispersión en la toma de datos.

Siguiendo los lineamientos de la norma ASTM E466-07 (2007) y los resultados del diseño de experimentos, se determinó realizar ensayos cíclicos de carga y descarga a 4 probetas con un número de ciclos mínimo de 23 para el material EE, mientras que para el material TT el valor fue de 31, el ensayo se realizó mediante control de desplazamiento definiendo incrementos de 0.5 mm/mm para cada ciclo a una velocidad constante de 1mm/min. La mayor cantidad de ciclos en el material TT se debe a valores de elongación a fractura superiores respecto al material EE según puede observarse en las figuras 5.3 y 5.4.

Las propiedades mecánicas obtenidas de los ensayos a carga y descarga sigue la misma metodología que el procedimiento de caracterización a partir de un ensayo a tracción. El módulo de elasticidad pertenece al valor calculado en la primera carga aplicada para los materiales EE y TT, los resultados reportados en las tablas 5.5 y 5.6 corresponden al esfuerzo a fluencia de ingeniería (S_y), esfuerzo último de ingeniería (S_u), esfuerzo a fractura de ingeniería (S_f) y deformación total de ingeniería (e).

Figuras 5.3. Ensayos a carga y descarga para el material EE con incrementos de 0.5 mm/mm y velocidad constante de 1mm/min

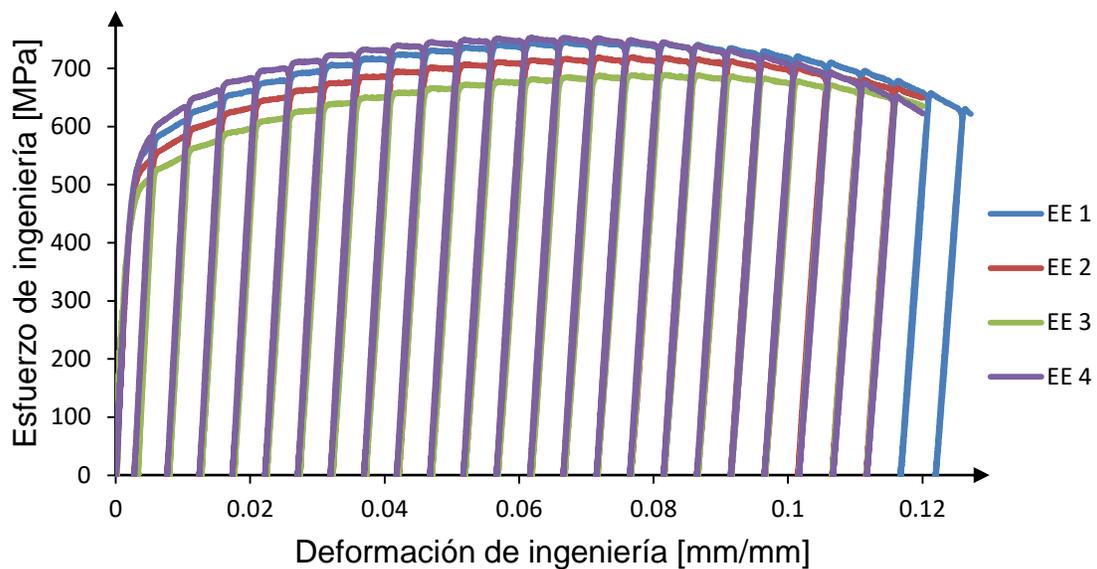


Tabla 5.5. Propiedades mecánicas obtenidas de ensayos a carga y descarga para el material EE

Probeta	E [GPa]	$S_{y@0.2\%}$ [MPa]	S_u [MPa]	S_f [MPa]	e [%]
EE 1	208.4	531.0	804.8	621.4	12.72
EE 2	208.1	510.0	778.2	649.5	12.21
EE 3	220.4	491.5	749.3	639.0	12.01
EE 4	206.9	565.3	806.4	624.3	12.00
Media	210.9	524.4	784.7	633.5	12.23
D.E.	6.3	31.6	26.7	13.2	0.36

Figura 5.4. Ensayos a carga y descarga para el material TT con incrementos de 0.5 mm/mm y velocidad constante de 1mm/min

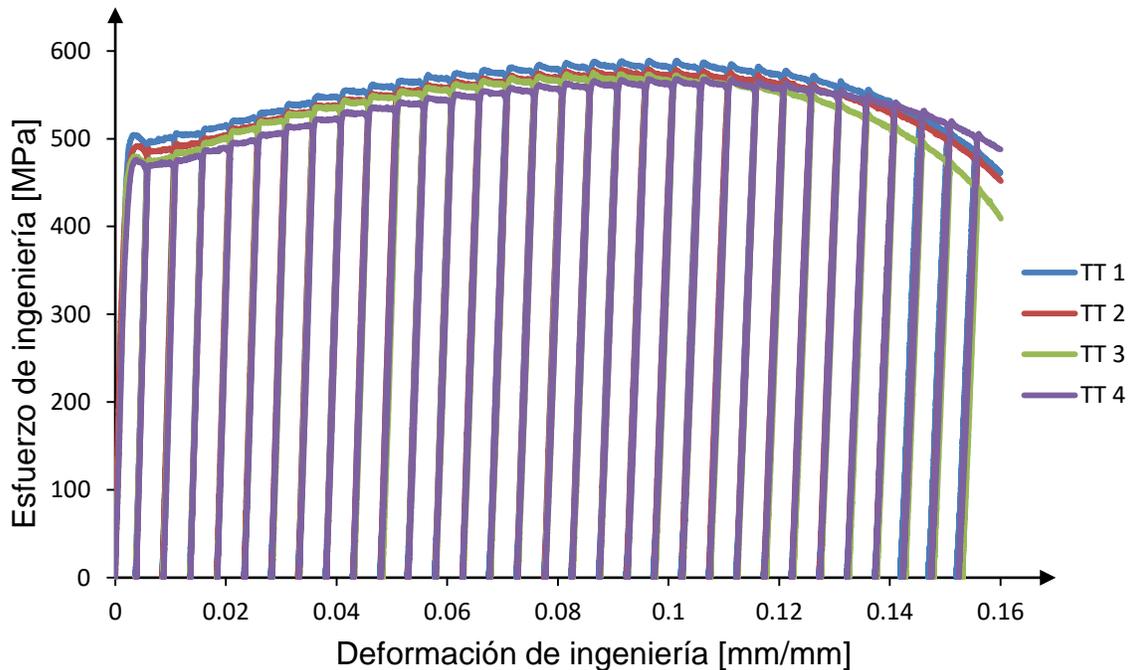


Tabla 5.6. Propiedades mecánicas obtenidas de ensayos a carga y descarga para el material TT

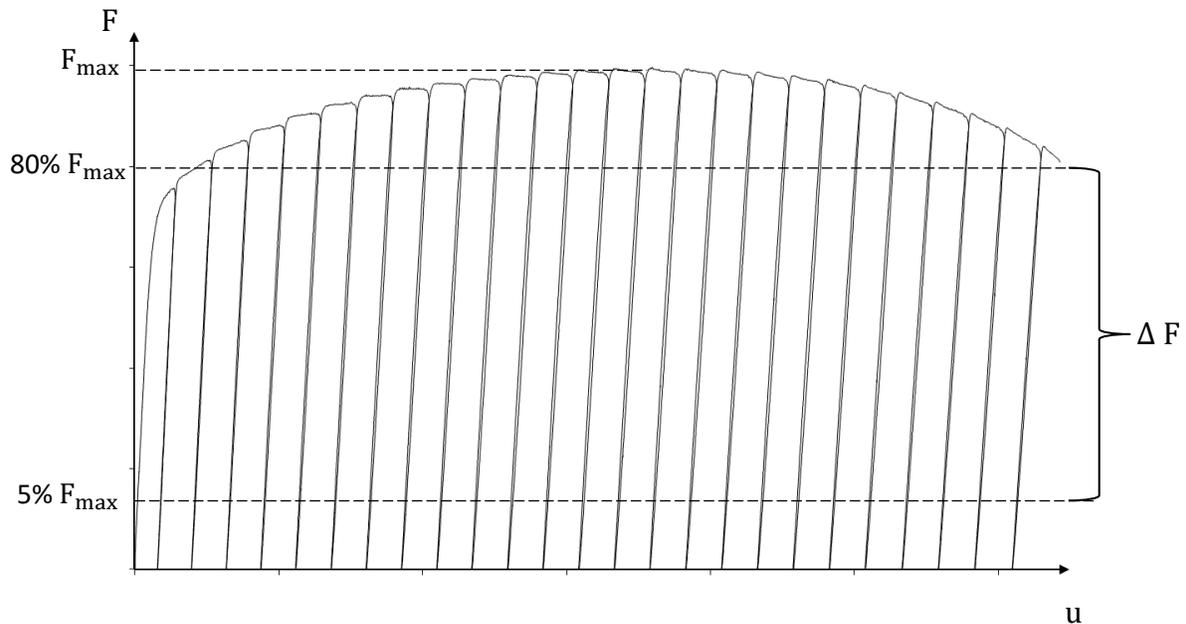
Probeta	E [GPa]	$S_{y@0.2\%}$ [MPa]	S_u [MPa]	S_f [MPa]	e [%]
TT 1	225.0	505.6	650.5	463.5	16.00
TT 2	227.5	483.9	639.6	459.8	16.01
TT 3	222.4	480.5	631.6	421.6	15.90
TT 4	238.6	475.2	631.4	493.4	16.00
Media	228.4	486.3	638.3	459.7	15.98
D.E.	7.1	13.4	9.0	32.8	0.05

Es importante mencionar que el cálculo del módulo de elasticidad \tilde{E} tiene asociados dos fenómenos significativos que modifican considerablemente los valores de daño progresivo en el material.

El primer fenómeno es la variación de volumen elástico durante el cambio de régimen plástico a régimen elástico en la descarga (F) debido a efectos viscosos y no linealidades en los equipos de medición (Lemaitre, 1992). De acuerdo a Bonora (Bonora et al. 2010),

el error asociado a este efecto genera desviaciones hasta en un 10 % al realizar la medición de \tilde{E} , por lo tanto, se recomienda realizar dichas mediciones entre 5% y 80% al máximo valor de carga (figura 5.5).

Figura 5.5 Rango de medición experimental del módulo elástico por cada ciclo



Fuente: Adaptado de (Bonora et al. 2010)

El segundo fenómeno pertenece a la variación del estado triaxial de esfuerzos (Celentano & Chaboche, 2007), este efecto conduce a incrementos progresivos en las mediciones de \tilde{E} para altos niveles de deformación plástica, contrario a lo que se espera suceda en condiciones reales, donde debe ocurrir pérdida de capacidad portante de carga en el material.

Alves et al. (Alves et al. 2001) atribuyen la dificultad en la medición del módulo de elasticidad a la distribución inestable del campo de esfuerzos que experimenta el material bajo grandes deformaciones. Ghahremaninezhad y Ravi-Chandar (Ghahremaninezhad & Ravi-Chandar, 2012) reportan que dicha inestabilidad en el estado tensorial de esfuerzos del material es producto de la variación entre las propiedades mecánicas de las inclusiones y el acero, afectando notoriamente las mediciones en el módulo de elasticidad.

Para considerar el efecto que tiene el estado triaxial de esfuerzos sobre la evolución al daño y falla en el material, Celentano y Chaboche (Celentano & Chaboche, 2007), desarrollaron una metodología mediante simulaciones computacionales a carga-descarga, empleando la ecuación 5.3, donde f_e es un factor de corrección que elimina el efecto triaxial inherente a $\tilde{E}^{\text{uniaxial}}$. Este método se fundamenta en los estudios realizados por Bridgman (Dowling, 1998).

$$\tilde{E} = f_e \tilde{E}^{\text{uniaxial}} \quad (5.3)$$

El desarrollo de esta metodología requiere desacoplar las ecuaciones asociadas al daño durante las simulaciones, por consiguiente, los valores obtenidos durante la descarga corresponden al módulo de elasticidad sin daño acoplado ($\tilde{E}^{\text{uniaxial-sd}}$) que permiten realizar un factor correctivo a implementar en los resultados experimentales de acuerdo a la ecuación 5.4, donde $\tilde{E}^{\text{uniaxial-sd}}$ es el módulo elástico sin daño acoplado obtenido por simulación de los ensayos experimentales a carga y descarga..

$$f_E = \frac{E}{\tilde{E}^{\text{uniaxial-sd}}} \quad (5.4)$$

En la figura 5.6 se reportan las curvas a carga y descarga obtenidas por simulación para ambos materiales. El factor f_E para los materiales EE y TT se presentan en las figuras 5.7 y 5.8; los gráficos de evolución al daño en función de la deformación verdadera se presentan en las figuras 5.9 y 5.10. Los resultados numéricos de caracterización al daño por medio de los valores de resistencia al daño (S), daño crítico (D_c) y umbral al daño por deformación (ε_D) para los materiales EE y TT se presentan en la tabla 5.7.

Figura 5.6. Simulación ciclos a carga y descarga sin daño acoplado para los materiales EE y TT

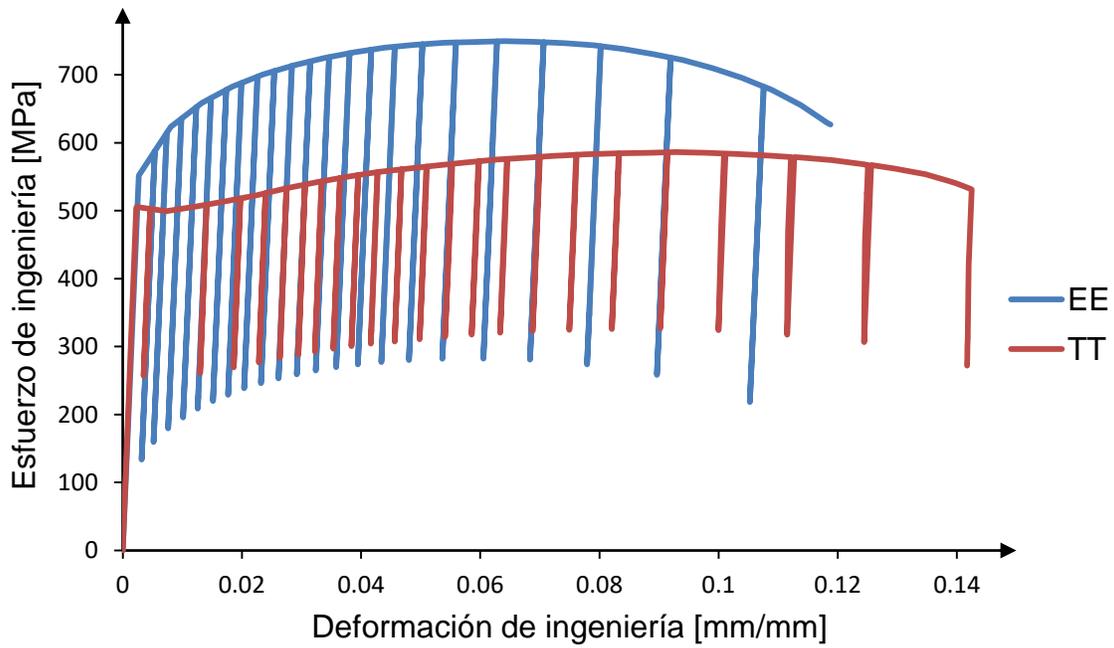


Figura 5.7. factor de corrección obtenido para el material EE

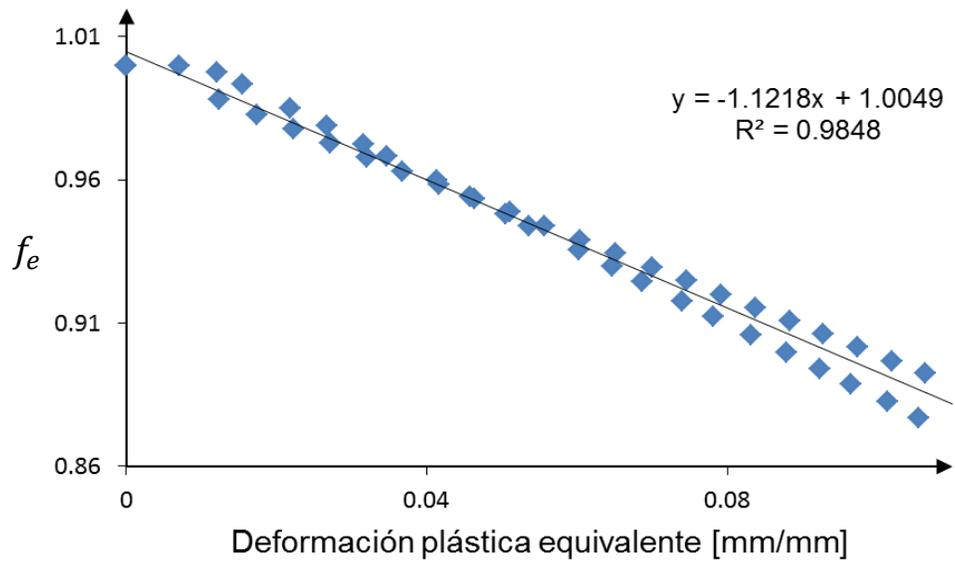


Figura 5.8. factor de corrección obtenido para el material TT

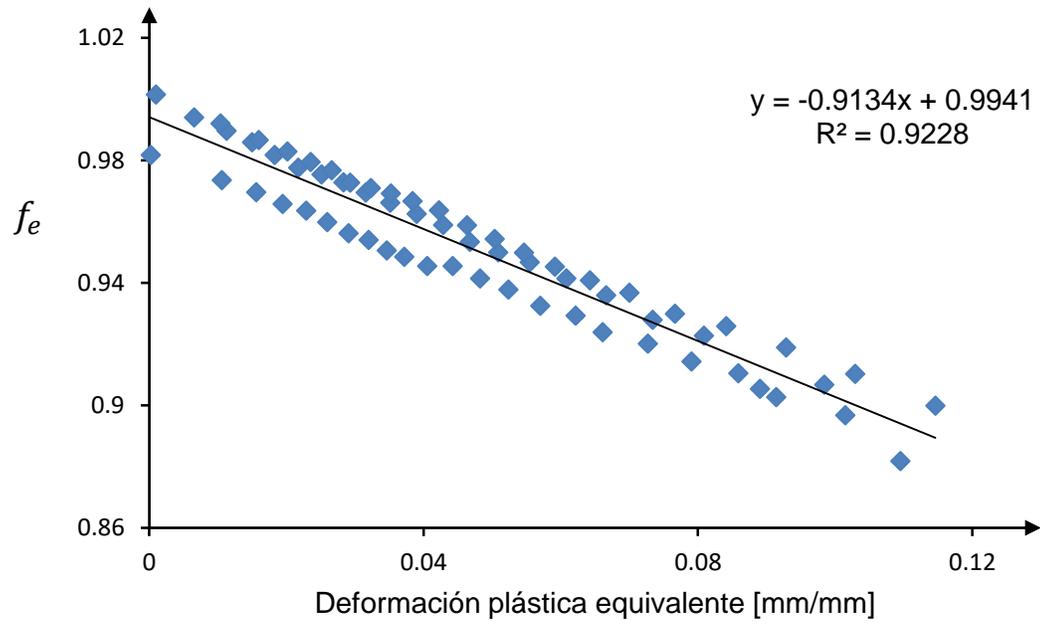


Figura 5.9. Evolución del daño en material EE

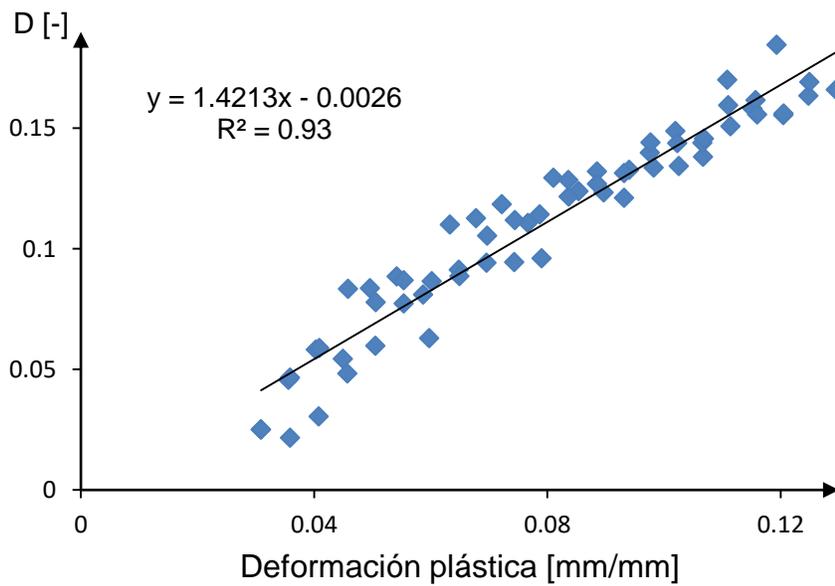


Figura 5.10. Evolución del daño en material TT

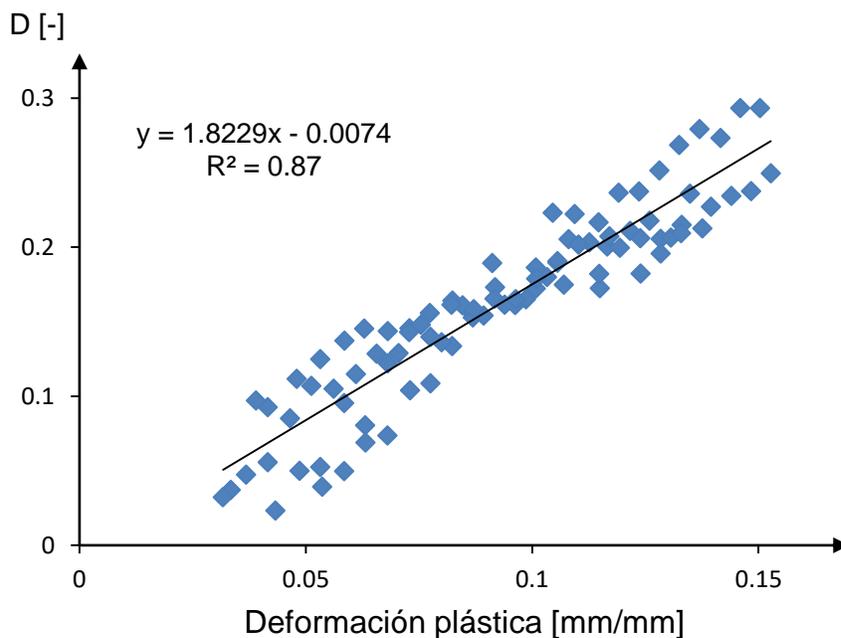


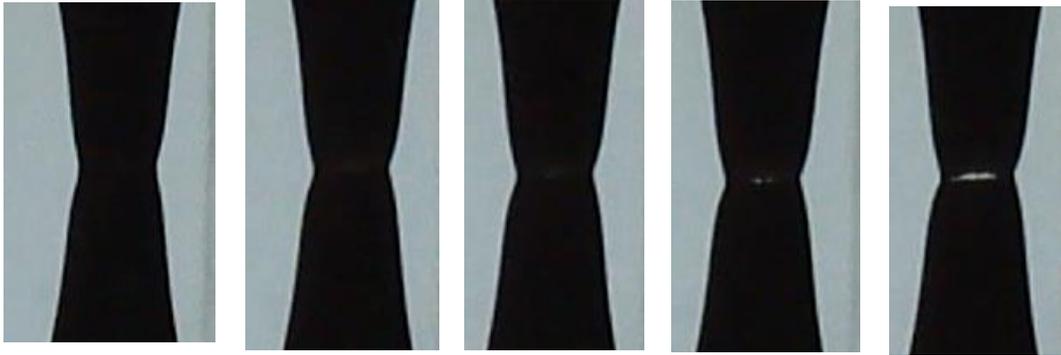
Tabla 5.7. Parámetro de resistencia al daño

Material	S [MPa]	D_C	ε_D [%]
EE	1.4	0.19	1.51
TT	0.9	0.3	1.57

5.5.2. Superficies de fractura

Continuando con la metodología de ensayos experimentales presentada en la figura 4.1 del capítulo 4, se procedió a analizar las superficies de fractura para los materiales EE y TT, de los ensayos a carga descarga se observa encuellamiento localizado en el centro de todas las probetas debido al tipo de geometría empleada (figura 5.11).

Figura 5.11. Evolución de fractura en un ensayo a carga y descarga



En la figura 5.12, para el material EE, se muestran marcas de playa en el centro de la probeta, que fueron las primeras en formarse debido a las condiciones cíclicas del ensayo, estas marcas de playa se deben a cambios de velocidad de propagación de las grietas y cambios en el estado tensorial de esfuerzos que experimenta el material. Adicionalmente, también se identifica la zona de origen de las grietas en el extremo inferior de la probeta.

Por otra parte, se evidencia zona de textura fibrosa en los extremos derecho e izquierdo de la probeta, esa zona de fractura es la última en formarse y por consiguiente presenta alta capacidad de deformación plástica.

En la figura 5.13, para el material TT, se observan grandes cavidades que pueden estar asociadas a grandes inclusiones presentes en el acero, es importante resaltar que para efectos de ensayos a carga y descarga las inclusiones presentes en un material dúctil afectan tanto las condiciones de triaxialidad de esfuerzos como las propiedades mecánicas que están siendo evaluadas (Ghahremaninezhad & Ravi-Chandar, 2012).

Figura 5.12. Superficie de fractura en material EE

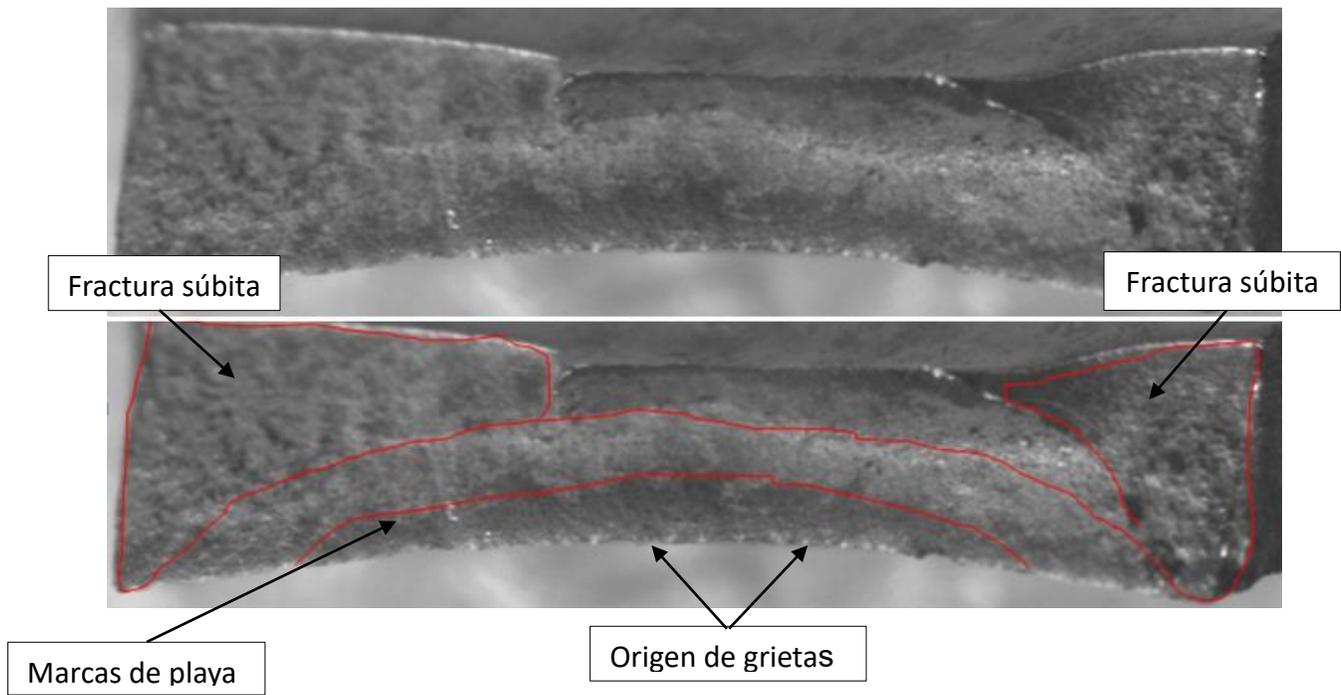
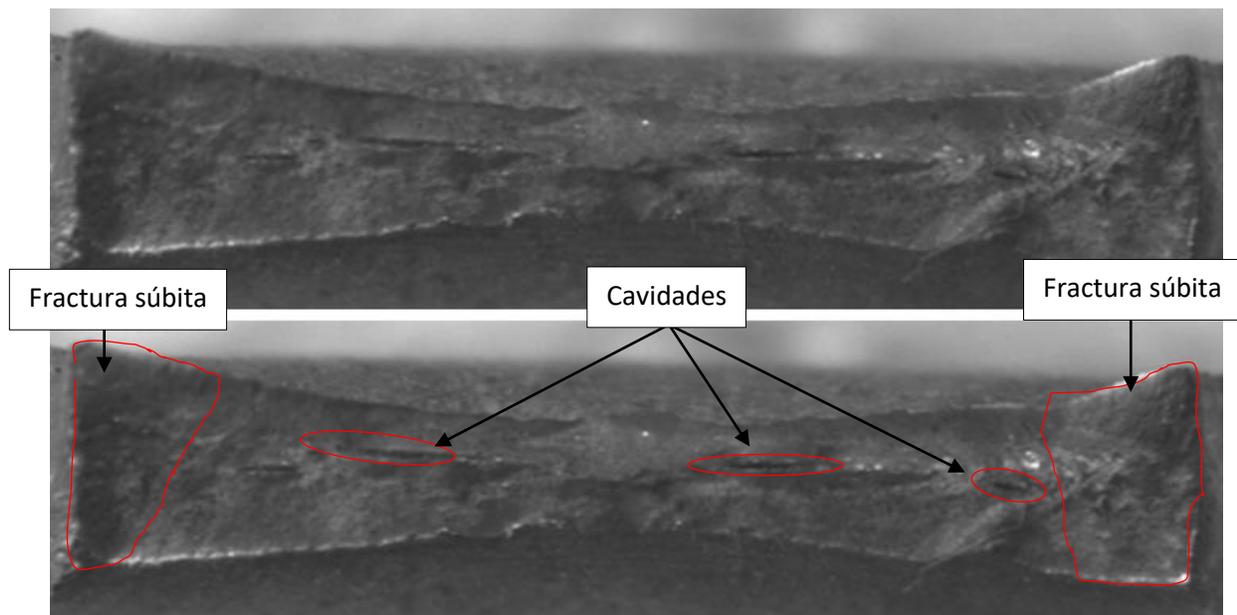


Figura 5.13. Superficie de fractura en material TT



5.5.3. Cálculo propiedades plásticas del material

La identificación de las propiedades plásticas se realizó aplicando dos curvas teóricas de ajuste para estimar la valoración de los resultados experimentales respecto a los cálculos por simulación. Las ecuaciones del comportamiento plástico se presentan en la tabla 5.8, donde K es el coeficiente de resistencia en MPa y representa el esfuerzo requerido para deformar el acero a un valor de deformación específico, n el coeficiente o capacidad de endurecimiento, este coeficiente evalúa la ductilidad de los aceros, σ_{y0} es la resistencia a fluencia, σ_{sat} es el esfuerzo en que se alcanzan valores de saturación en MPa, w es un coeficiente experimental que representa la saturación de dislocaciones durante el endurecimiento por deformación plástica, sin considerar endurecimiento diferencial o cinemático (Dieter, 1988).

Tabla 5.8. Ecuaciones constitutivas del comportamiento plástico

Modelo constitutivo	Ecuación
Ludwik (1909)	$\sigma = \sigma_{y0} + K(\epsilon^p)^n$
Voce (1948)	$\sigma = \sigma_{y0} + \sigma_{sat}(1 - \exp(-w * \epsilon^p))$

Mediante las curvas experimentales reportadas en los ensayos a carga y descarga, se obtienen los coeficientes y parámetros de las ecuaciones que rige el comportamiento plástico de los materiales, con el fin de ajustarlas al modelo numérico. Los resultados se presentan en las figuras 5.14 a 5.21 y las tablas 5.9 a 5.10.

Figura 5.14. Comportamiento plástico en probeta EE 1

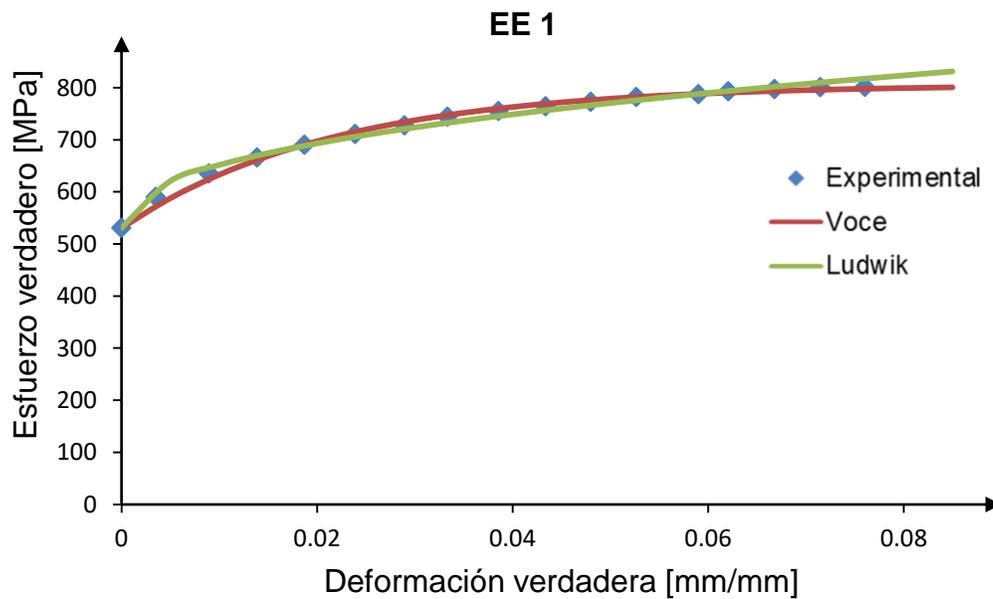


Figura 5.15. Comportamiento plástico en probeta EE 2

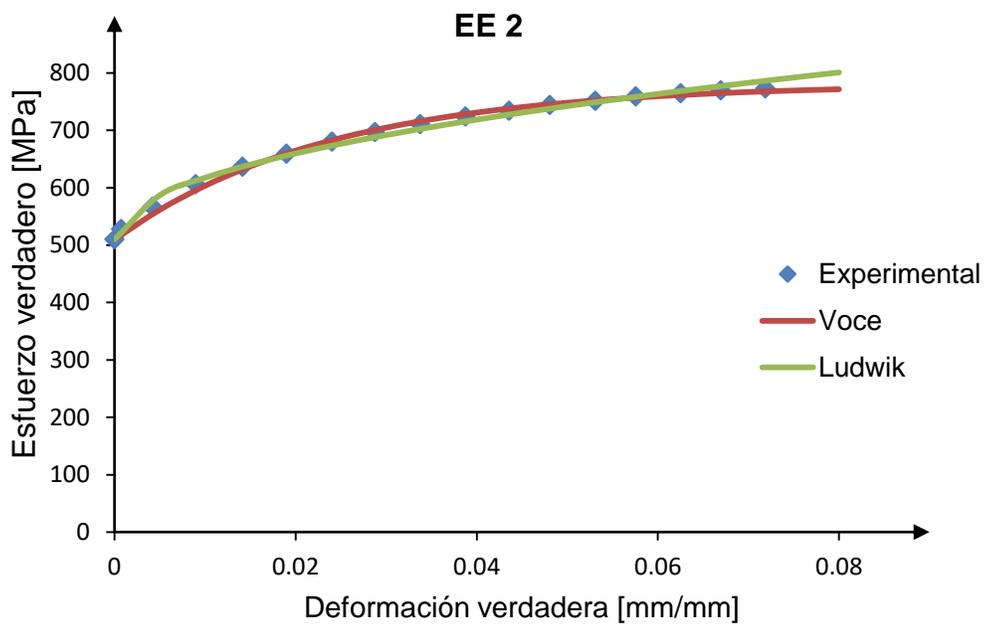


Figura 5.16. Comportamiento plástico en probeta EE 3

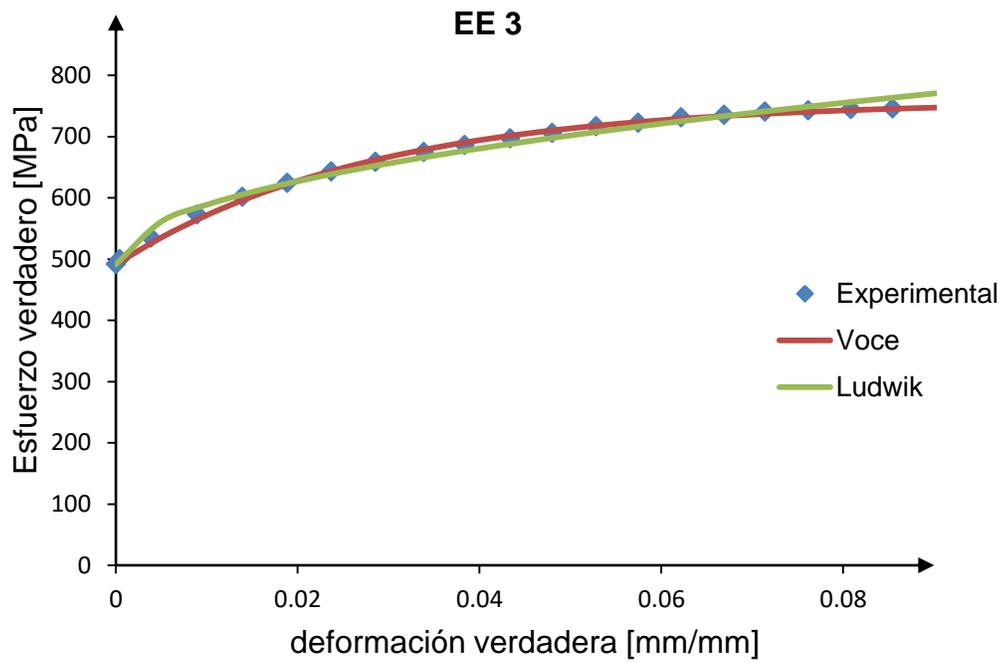


Figura 5.17. Comportamiento plástico en probeta EE 4

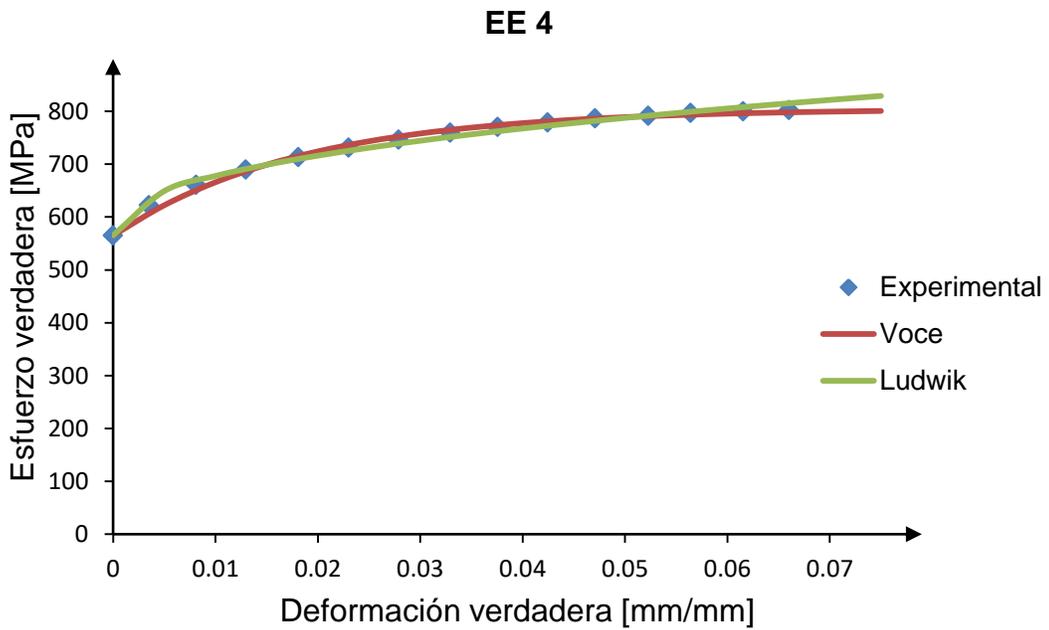


Figura 5.18. Comportamiento plástico en probeta TT 1

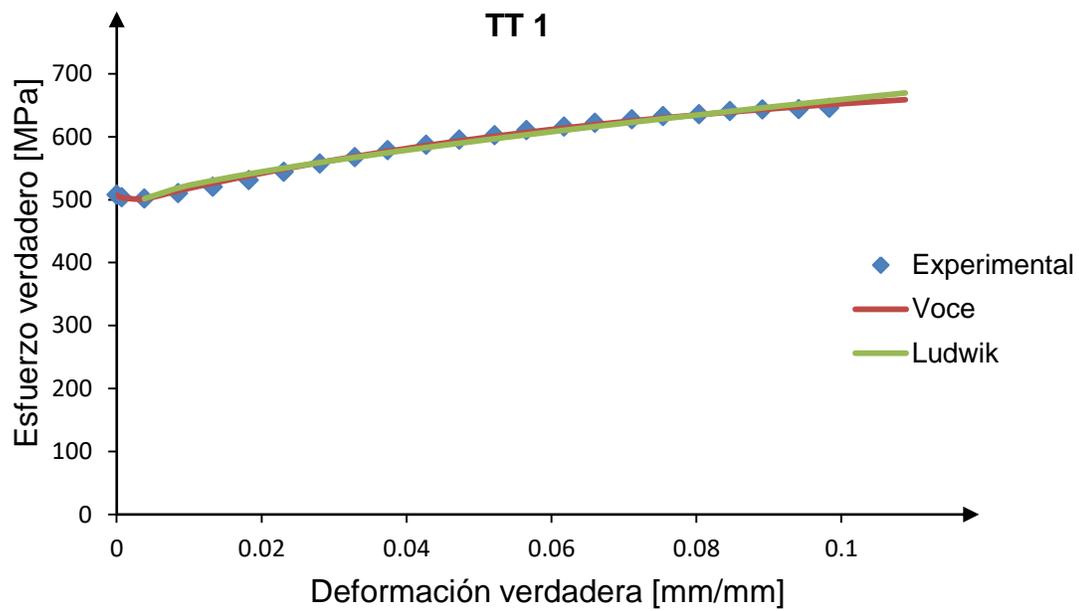


Figura 5.19. Comportamiento plástico en probeta TT 2

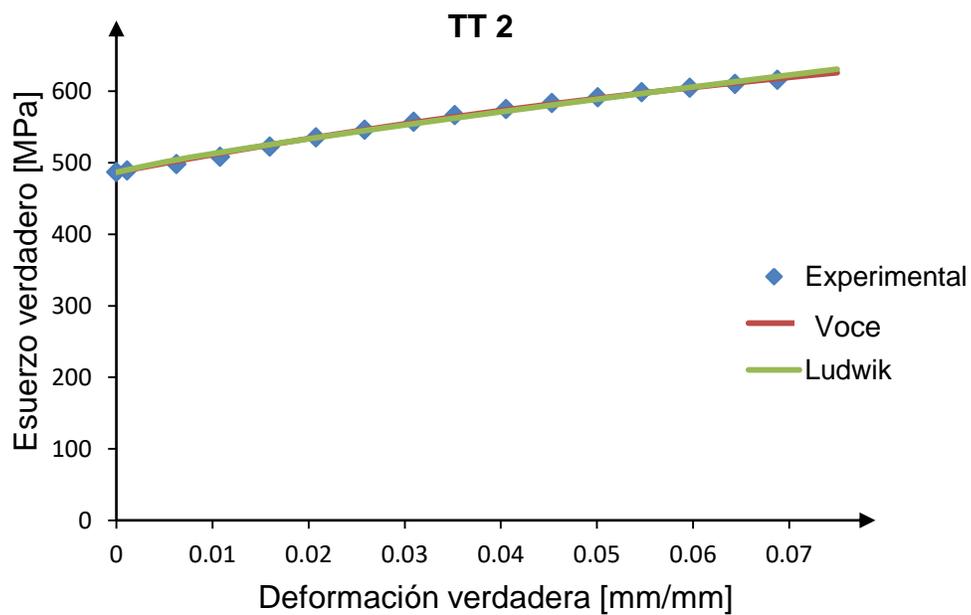


Figura 5.20. Comportamiento plástico en probeta TT 3

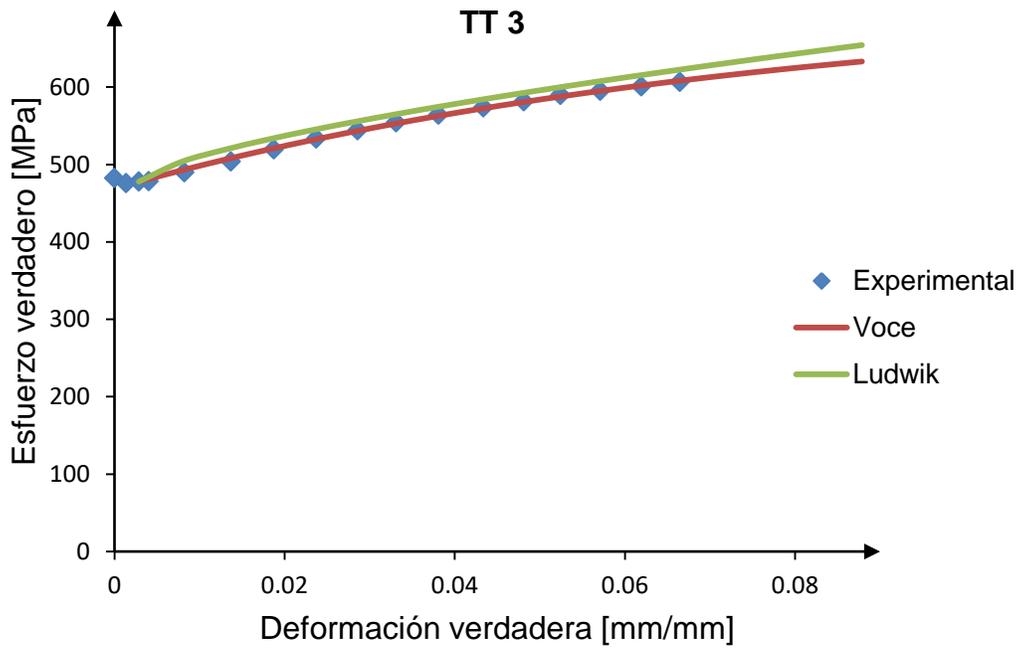


Figura 5.21. Comportamiento plástico en probeta TT 4

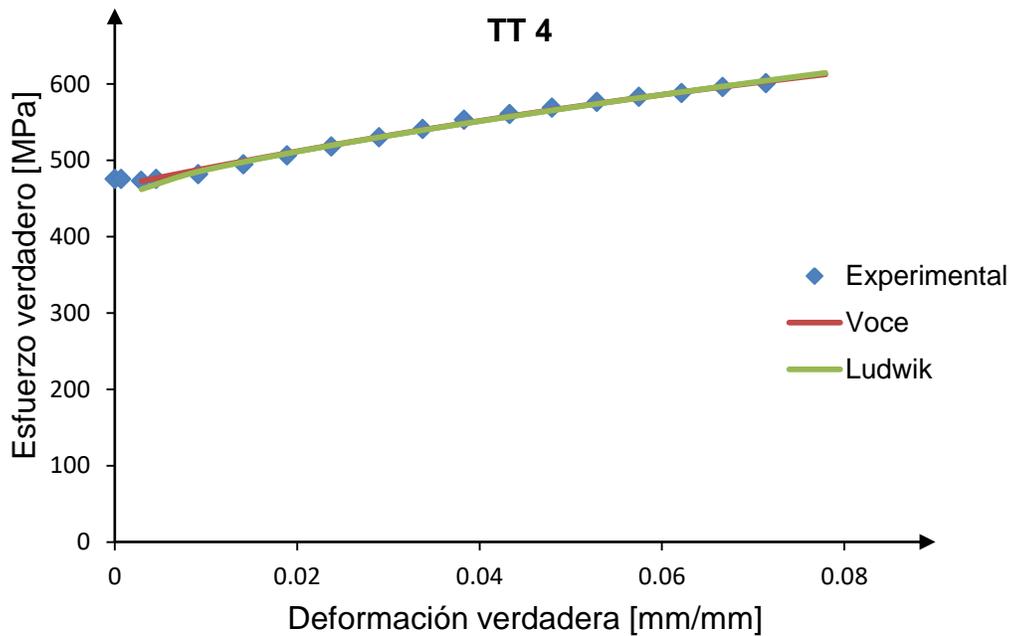


Tabla 5.9 Comportamiento plástico material EE

Probeta	Modelo Ludwik				Modelo Voce			
	σ_{y0} [MPa]	K [MPa]	n	R ²	σ_{y0} [MPa]	σ_{sat} [MPa]	w	R ²
EE1	531.00	857.78	0.42	0.9785	531.00	275.13	46.34	0.9931
EE2	509.95	975.67	0.48	0.9871	509.95	270.76	42.36	0.9954
EE3	491.52	884.91	0.48	0.982	491.52	266.42	35.75	0.9974
EE4	565.29	789.46	0.42	0.9779	565.29	239.40	54.51	0.9928
Media	524.44	876.95	0.45		524.44	262.93	44.74	
D.E.	31.65	77.09	0.035		31.65	31.65	7.84	

Tabla 5.10 Comportamiento plástico material TT

Probeta	Modelo Ludwik				Modelo Voce			
	σ_{y0} [MPa]	K [MPa]	n	R ²	σ_{y0} [MPa]	σ_{sat} [MPa]	w	R ²
TT1	507.42	873.27	0.73	0.9780	507.42	208.99	13.28	0.9900
TT2	486.73	1306.11	0.85	0.9924	486.73	275.43	9.40	0.9974
TT3	482.32	947.31	0.68	0.9600	482.32	233.97	12.81	0.9978
TT4	475.18	1098.87	0.76	0.9939	475.18	327.77	7.42	0.9955
Media	487.91	1056.39	0.755		487.91	261.54	10.72	
D. E.	13.8	191.13	0.07		13.85	51.96	2.80	

Comparando los resultados obtenidos en las tablas 5.9 y 5.10 para el coeficiente R² de cada material, se extrae que el modelo de endurecimiento de Voce en general presenta valores más cercanos a la unidad respecto del modelo de Ludwik, lo cual indica un grado de ajuste mayor a los puntos experimentales. Esto permitirá obtener datos más aproximados en las simulaciones computacionales del capítulo 6, ya que el comportamiento de daño dúctil implementando el modelo de Lemaitre presenta alta sensibilidad al endurecimiento plástico (Lemaitre, 1996; Tsiloufas, 2012; Malcher, 2012).

Por otra parte, comparando las condiciones de comportamiento mecánico ilustradas en las tablas 5.9 y 5.10, se observa que los valores promedio K y n para el material TT son mayores respecto del material EE, mientras que el valor promedio σ_{y0} en el material TT es inferior empleando el modelo de Ludwik; de acuerdo a esto, se puede concluir que el tratamiento térmico realizado, produce menor capacidad de endurecimiento por deformación y mayor ductilidad en el acero DP 600.

Mientras que para el análisis de los resultados empleando el modelo Voce, se evidencia que el coeficiente promedio W presenta un valor inferior en el material TT con relación al

material EE, lo cual significa que para lograr el máximo grado de endurecimiento bajo condiciones de saturación, se requiere alcanzar altos niveles de deformación (Dieter, 1988), por consiguiente, es válido afirmar que el material TT exhibe mayor ductilidad. Finalmente, se observa que los valores para el esfuerzo de saturación σ_{sat} presentan valores similares en ambos materiales, mientras que para el esfuerzo a fluencia σ_{y0} el valor obtenido en el material TT es inferior respecto del material EE, siendo esto equivalente al comportamiento mecánico descrito con la ley de Ludwik.

5.6. Resumen del capítulo

Respecto a los ensayos realizados, se puede afirmar que el material TT presenta propiedades mecánicas distintas al material EE y que esto se relaciona al cambio microestructural observado en las figuras 5.1a, b, c y d; donde el material EE exhibe una microestructura típica de un acero DP compuesta por una matriz de ferrita con islas de martensita dispersas homogéneamente; mientras que el material TT presenta pequeños granos globulares o esferoiditas distribuidas heterogéneamente en una matriz ferrítica, las cuales son microestructuras comunes en materiales con propiedades de alta ductilidad. Lo observado a partir de las microestructuras se corroboró mediante ensayos de dureza y microdureza donde efectivamente el material TT presentaba valores inferiores en comparación al material EE.

Los ensayos mecánicos a tracción uniaxial fueron realizados al acero DP 600 y sus resultados se compararon con el certificado de calidad siendo estos acordes al reporte realizado por el proveedor. Posteriormente se realizaron ensayos a carga y descarga para evaluar las propiedades mecánicas y de evolución del daño para los materiales EE y TT. De las curvas de evolución del daño se evidencia que el valor crítico de daño y deformación de fractura son mayores en el material TT, lo cual es un indicativo que dicho material sufre mayor deformación bajo ensayos a carga uniaxial; sin embargo presenta un valor de resistencia del daño inferior respecto del material EE, esto se puede comparar directamente a partir de la disminución de resistencia mecánica en el material que fue tratado térmicamente, los resultados se expusieron en las tablas 5.5 y 5.6.

Por otra parte, se empleó un método para corregir los valores experimentales obtenidos por ensayos a carga y descarga, a partir de simulaciones numéricas con objeto de reducir

el efecto de triaxialidad en altas deformaciones. A partir de las figuras 5.9 y 5.10 que definen la variable de daño en función de la deformación plástica, se obtiene que el porcentaje de variación en las mediciones son de 0.93 y 0.87 para los materiales EE y TT, respectivamente. De acuerdo al bajo porcentaje de variabilidad en los datos se puede mencionar que el modelo estadístico de correlación indica buena fiabilidad en la obtención de los datos experimentales que son requeridos como parámetros de entrada al modelo de daño, los resultados se presentan en la tabla 5.7. Finalmente, en las tablas 5.9 y 5.10 se presentan los resultados correspondientes al comportamiento plástico empleando dos leyes de endurecimiento distintas.

6. Implementación numérica

En este capítulo se presenta el procedimiento desarrollado para reproducir computacionalmente los ensayos a tracción uniaxial del acero DP en estado de entrega y tratado térmicamente, a partir de la implementación del modelo constitutivo de daño dúctil isotrópico de Lemaitre (Lemaitre, 1996). En el primer apartado de este capítulo se presenta el algoritmo de daño dúctil y su implementación en ABAQUS, en el segundo apartado se realizan cuatro ejemplos reportados en bibliografía para garantizar la correcta formulación del algoritmo desarrollado; finalmente, en el tercer apartado se analizan los resultados obtenidos en las simulaciones para ser comparados con los resultados experimentales.

6.1. Algoritmo numérico de daño dúctil

El modelo de daño dúctil de Lemaitre requiere el desarrollo de un algoritmo para la integración numérica de las ecuaciones evolutivas, por lo cual se debe formular un procedimiento capaz de actualizar las variables internas $(\)_n$, y así obtener los valores del incremento posterior $(\)_{n+1}$, a partir de una condición establecida de entrada definida por incrementos de deformación $\Delta\varepsilon$.

Con objeto de implementar el modelo clásico de Lemaitre mediante el método de elementos finitos, se ha utilizado el software ABAQUS, a partir del desarrollo de una subrutina material VUMAT (ABAQUS, 2012), empleando un esquema de integración explícito en lenguaje de programación Fortran. La subrutina VUMAT maneja las herramientas que presenta la librería ABAQUS/EXPLICIT, el procedimiento de integración de este módulo es basado en la formulación de una regla de integración explícita (ver anexo 3).

Por otra parte, el algoritmo empleado corresponde al presentado por Lee y Pourboghraat (Tsiloufas, 2012; Lee & Pourboghraat, 2005), la solución de las ecuaciones constitutivas adopta el esquema clásico de predictor elástico/corrector plástico y las variables de estado del modelo corresponden al esfuerzo de Von Mises (σ_{eq}), deformación plástica (ε^p) y daño (D); las ecuaciones del algoritmo se obtienen siguiendo las hipótesis descritas en el modelo de daño dúctil de Lemaitre presentado en el numeral 3.3 por medio de seis pasos que se describen a continuación (Lemaitre, 1996; Lee & Pourboghraat, 2005):

(i) Se define el estado de predicción elástico considerando un incremento del tensor de deformaciones total $\Delta\varepsilon$, siendo $\Delta\varepsilon_{ij}^e$ el incremento de deformación elástica y $\Delta\varepsilon_{ij}^p$ el incremento de deformación plástica.

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta\varepsilon_{ij}^e + \Delta\varepsilon_{ij}^p \quad (6.1)$$

De la ecuación 6.1 es asumido para la condición elástica que $\Delta\varepsilon^p = 0$. Posteriormente se procede a evaluar las variables de estado correspondientes al paso de predicción elástica y estas son escritas en la ecuación 6.2 a partir de la Ley de Hooke generalizada en términos del tensor de esfuerzos (σ), el tensor de deformaciones (ε) y las constantes de Lamé (λ, G); siendo σ_{ij}^{trial} el predictor elástico.

$$\sigma_{ij}^{trial} = \sigma_{ij,n} + (1 - D_n)(\lambda\delta_{ij}\Delta\varepsilon_{ij}^e + 2G\Delta\varepsilon_{ij}^e) \quad (6.2)$$

El procedimiento matemático del modelo de Lemaitre de daño isotrópico y flujo plástico isotrópico se fundamenta en la teoría clásica J2 (De Souza Neto et al. 2009), por lo cual se requiere descomponer el tensor de esfuerzo elástico de prueba en las componentes hidrostática y deviatorica de la siguiente forma.

$$\sigma_{ij}^{trial} = \sigma_{dev,ij}^{trial} + \frac{1}{3}\delta_{ij} \sigma_{ij}^{trial} \quad (6.3)$$

Finalmente el esfuerzo deviatórico de prueba se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$\sigma_{dev,ij}^{trial} = \sigma_{ij}^{trial} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{ij}^{trial} \quad (6.4)$$

(ii) Definidas las condiciones de predicción elástica, se calcula el esfuerzo equivalente de Von Mises requerido para evaluar el criterio de fluencia o consistencia plástica presente en la ecuación 2.61.

$$\Phi^{trial} := \frac{[3J_2(\sigma_{dev,ij}^{trial})]^{1/2}}{1 - D_n} - k(p) - \sigma_{y0} \quad (6.5)$$

Para el caso que $\Phi^{trial} \leq 0$, el paso de carga es elástico, implicando que el estado elástico de prueba $()^{trial}$ coincide con el estado instantáneo $()_{n+1}$, por lo tanto las variables de estado pueden ser actualizadas al tiempo incremental $()_{n+1}$.

$$\sigma_{ij,n+1} = \sigma_{ij}^{trial} \quad (6.6)$$

$$p_{n+1} = p_n \quad (6.7)$$

$$D_{n+1} = D_n \quad (6.8)$$

De lo contrario, si $\Phi^{trial} > 0$ se debe corregir el esfuerzo deviatórico para mantener consistencia plástica y la superficie de fluencia debe ser expandida, la expresión se presenta en la ecuación 6.9, donde k_0 es el factor de corrección plástico.

$$\sigma_{\text{dev},ij_{n+1}} = \sigma_{ij}^{\text{trial}} + k_0 \quad (6.9)$$

Finalmente, la condición $\Phi = 0$ se debe cumplir con objeto de garantizar consistencia plástica, por tal motivo siguiendo la expresión matemática en 6.5, se tiene que:

$$\sigma_{\text{dev},ij_{n+1}} = \sigma_{\text{dev},ij_n} + 2G(1 - D_n)(\Delta\varepsilon_{ij}^e) \quad (6.10)$$

(iii) En la región de flujo plástico, el proceso de daño se considera inactivo hasta que la deformación plástica equivalente acumulada (p_{n+1}) alcanza el valor de deformación plástica equivalente al daño (p_D). Para esto, inicialmente se debe conocer la evolución de flujo plástico a partir de la ecuación 6.11; donde h_n es la tasa de endurecimiento por deformación plástica (MPa) y representa la variación de resistencia al flujo respecto al cambio de deformación plástica ($h_n := \frac{d\sigma_y}{dp}$).

$$p_{n+1} = p_n + \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\Phi^{\text{trial}}}{3\mu + h_n} \quad (6.11)$$

En el desarrollo de esta tesis se utilizaron 2 ecuaciones de comportamiento al flujo plástico distintas para el cálculo de las propiedades mecánicas del material, las cuales fueron indicadas en el numeral 5.5.3. De acuerdo a esto, la tasa de endurecimiento se puede obtener a partir de la ley de potencia de Ludwik y ley de potencia de Voce, por medio de las ecuaciones 6.12 y 6.13 respectivamente.

$$h_n^{\text{Ludwik}} = K_n (p_n)^{n-1} \quad (6.12)$$

$$h_n^{\text{Voce}} = \sigma_{\text{sat}} b \exp(-b p_n) \quad (6.13)$$

Finalmente, el cálculo de esfuerzo a flujo se presenta por medio de la siguiente ecuación.

$$\sigma_{y, n+1} = \sigma_{y, n} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial p} \Delta p = \sigma_{y, n} + h_n \Delta p \quad (6.14)$$

(iv) Para determinar si el material experimenta daño, se evalúa la expresión de la ecuación 6.11 respecto del valor de umbral de daño, de esta forma las condiciones que se pueden alcanzar son:

- Para la condición $p_n \geq p_D$, el material experimenta daño y se deben actualizar todas las variables de estado $\sigma_{ij, n+1}$, p_{n+1} y D_{n+1} realizando cálculos adicionales antes de continuar al siguiente paso de carga.
- Para la condición $p_n < p_D$, el material no experimenta daño ($D_{n+1} = 0$) y se deben actualizar las variables de estado $\sigma_{ij, n+1}$ y p_{n+1} el ciclo de la subrutina finaliza para continuar con el siguiente paso de carga.

De acuerdo a la condición $p_n \geq p_D$ se debe emplear el siguiente procedimiento en el cálculo de las variables de estado, igualando las ecuaciones 6.9 y 6.10, para luego reemplazarlo en los términos de las ecuaciones 6.1 y 6.2, de esta forma se obtiene el factor de corrección plástico así:

$$k_0 = -2G(1 - D_n) \left(\Delta \varepsilon_{ij, n}^p \right) = -2G(1 - D_n) \left(\frac{\sigma_{dev, ij}}{\sigma_{eq}} \right)^{trial} \Delta p \quad (6.15)$$

Al considerar endurecimiento isotrópico, la expansión de la función de fluencia siempre sigue una misma dirección, por lo cual se puede afirmar que:

$$\left(\frac{\sigma_{dev, ij}}{\sigma_{eq}} \right)^{trial} = \left(\frac{\sigma_{dev, ij}}{\sigma_{eq}} \right)_{n+1} = q_{ij} \quad (6.16)$$

Acoplado el escalar de daño D a la ecuación 6.16, se obtiene lo siguiente:

$$\sigma_{eq, n+1} = (1 - D_{n+1})\sigma_{y, n+1} \quad (6.17)$$

Multiplicando en ambos lados de la igualdad por $\sigma_{dev,ij_{n+1}}$, la ecuación 6.17 queda expresada como:

$$\sigma_{dev,ij_{n+1}} = (1 - D_{n+1})(\sigma_{y, n+1}) q_{ij} \quad (6.18)$$

Empleando el esquema de discretización en el tiempo explícito de Euler para la ecuación 3.19, se obtiene:

$$D_{n+1} = D_n + \frac{\partial D}{\partial p} \Delta p = D_n + \alpha_n \Delta p \quad (6.19)$$

Reemplazando 6.19 en la ecuación 3.27, se presenta que:

$$\alpha_n = \frac{\sigma_{eq}^2 R_v}{2ES(1 - D)^2} \quad (6.20)$$

Igualando las ecuaciones 6.9 y 6.18, se obtiene una ecuación polinómica de segundo grado para calcular el incremento de deformación plástica equivalente Δp .

$$A(p)^2 + B(p) + C = 0 \quad (6.21)$$

Donde:

$$A = \alpha_n h_n \quad (6.22)$$

$$B = \alpha_n \sigma_{y, n} - (1 - D_n)(h_n + 3G) \quad (6.23)$$

$$C = \sigma_{eq}^{trial} - \sigma_{y, n}(1 - D_n) \quad (6.24)$$

(v) Posteriormente las variables de estado pueden ser actualizadas al tiempo incremental $()_{n+1}$.

$$\sigma_{ij, n+1} = \sigma_{ij}^{trial} - 2G(1 - D_n)\Delta p \quad (6.25)$$

$$p_{n+1} = p_n + \Delta p \quad (6.26)$$

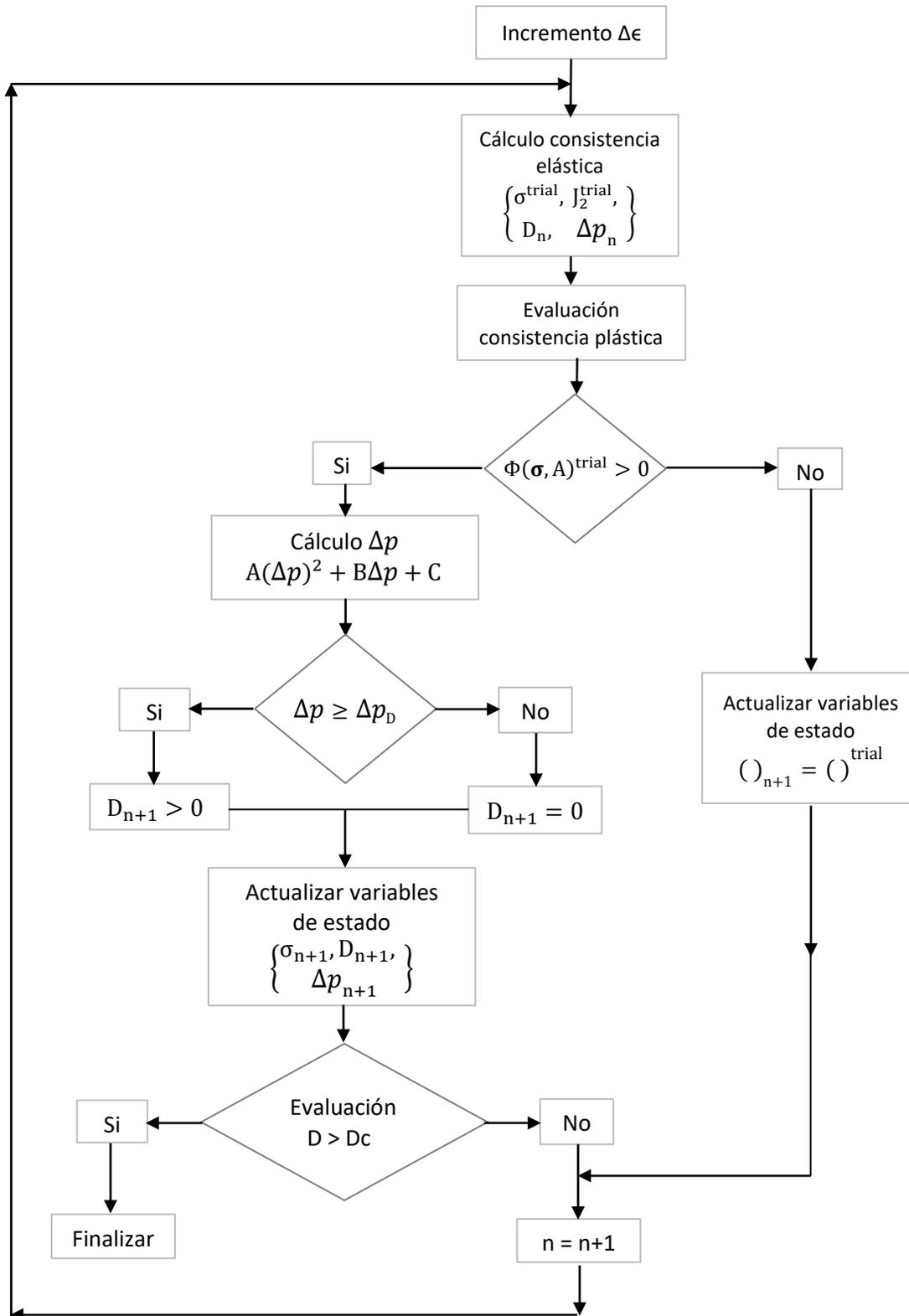
$$D_{n+1} = D_n + \alpha_n \Delta p \quad (6.27)$$

(vi) Por último, obtenidas las variables de estado se procede a evaluar la condición de daño crítico (D_c) por medio de la variable D_{n+1} . De acuerdo a lo planteado por Lemaitre (Lemaitre, 1996), inmediatamente el material alcanza la condición crítica ocurre la falla total del componente, para garantizar la presencia de este fenómeno se definen las siguientes condiciones:

- Para la condición $D_{n+1} < D_c$, el material experimenta daño pero sin producir falla total, por lo cual la subrutina continúa al siguiente paso de carga.
- Para la condición $D_{n+1} \geq D_c$, el material experimenta falla total, la subrutina termina el proceso de cálculo de la simulación.

En la figura 6.1 se presenta el diagrama de flujo del modelo de daño dúctil de Lemaitre, donde se resume el desarrollo del algoritmo de Lee y Pourboghrat que conduce a la solución del sistema de ecuaciones no lineales y sus correspondientes variables de estado.

Figura 6.1 diagrama de flujo para el algoritmo de daño dúctil



6.2. Solución de problemas de validación

Antes de realizar las simulaciones correspondientes a los ensayos a tracción uniaxial realizados con el acero DP 600, se desarrollaron un conjunto de ejemplos reportados en la bibliografía para garantizar la correcta implementación de la subrutina VUMAT y las herramientas de daño dúctil que están incluidas en ABAQUS.

Inicialmente se eligió un ejemplo reportado en (Dune & Petrinic, 2005) con motivo de verificar el estado elastoplástico, para alcanzar este objetivo se desactivó la condición de daño desde la subrutina programada.

Posteriormente fueron seleccionados dos problemas de aplicación reportados en (Tsiloufas et al, 2012; Niazi et al, 2012), ambos trabajos emplean la mecánica del daño continuo para simular ensayos a tracción uniaxial; esto con motivo de verificar la implementación de la subrutina en ABAQUS.

Finalmente es realizado el ejemplo reportado en (Levanger, 2012) para verificar la correcta implementación de la librería material de daño dúctil incluida en ABAQUS/EXPLICIT.

6.2.1. Comportamiento elastoplástico con endurecimiento isotrópico lineal en un cilindro sometido a tracción

Se presenta la solución de un ejemplo empleando la subrutina VUMAT con daño desacoplado y la rutina de usuario UMAT desarrollada por Dune y Petrinic (Dune & Petrinic, 2005). El algoritmo adoptado por los autores emplea un esquema de integración explícito tipo predictor elástico-corrector plástico bajo condiciones de grandes deformaciones en materiales que experimentan endurecimiento isotrópico bilineal. Para este ejemplo se definió un ensayo a tracción en un cilindro con altura de 2 mm y diámetro igual a 2 mm utilizando un elemento cuadrilateral axialsimétrico de 4 nodos (CA4Xr). Debido a las condiciones geométricas empleadas en la figura 6.2, únicamente se modela un cuarto de la probeta. Por otra parte, la malla consiste de 1 elemento con 4 nodos, el ensayo a tracción se realizó por medio de control de desplazamiento, siendo el desplazamiento total igual a 0.2 mm, los incrementos empleados corresponden a valores de 0.01 mm. Las propiedades del material se relacionan en la tabla 6.1 teniendo en

cuenta que H representa la tasa de endurecimiento del material y finalmente los resultados son presentados en la tabla 6.2.

Tabla 6.1 propiedades del material

E [GPa]	ν	σ_{y0} [MPa]	H [MPa]
210	0.3	240	1200

Figura 6.2 Cilindro sometido a tracción uniaxial con control de desplazamiento

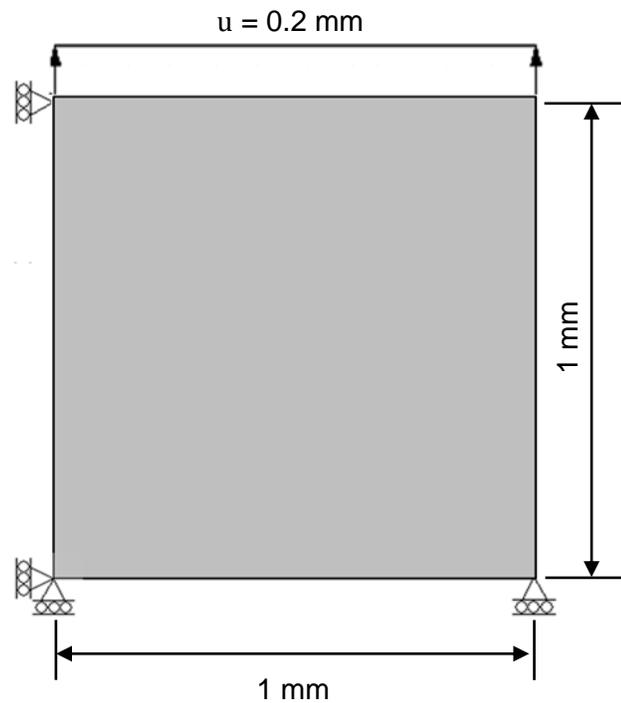
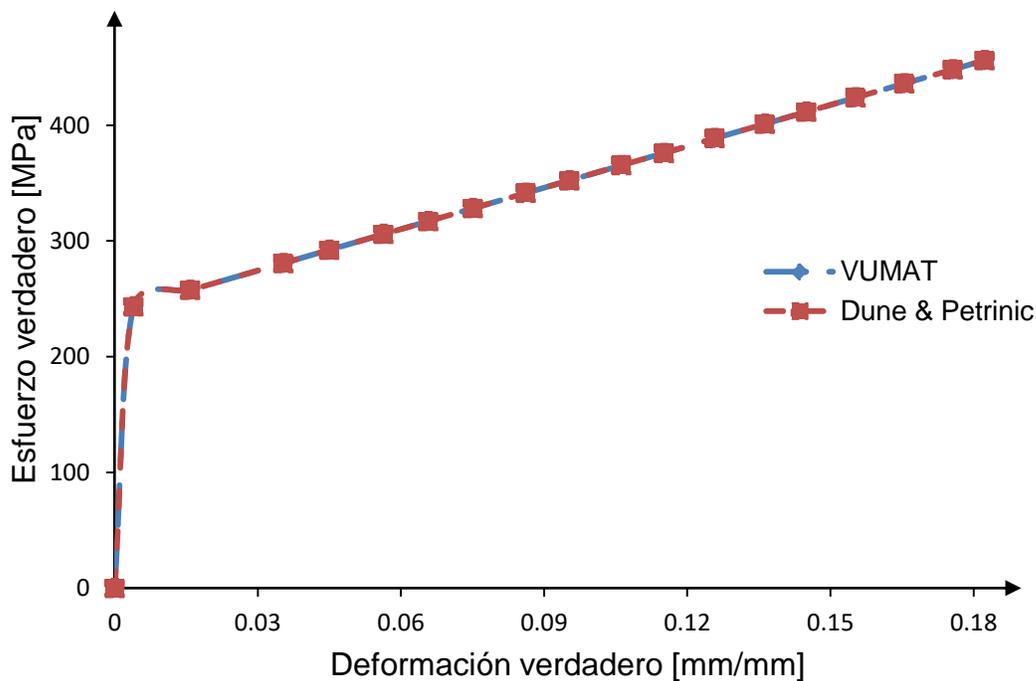


Tabla 6.2 Resultados simulación ensayo a tracción para la lámina

	σ_{\max} [MPa]	ε_{\max} [%]
Dune y Petrinic	456.18	18.23
VUMAT	456.19	18.23

La figura 6.3 permite comparar las curvas de esfuerzo-deformación real correspondientes al modelo implementando la subrutina VUMAT y la subrutina desarrollada por Dune y Petrinic. De acuerdo a esto se observa buena correspondencia entre ambas curvas obteniendo un error porcentual del 0.0022% para el máximo esfuerzo (σ_{\max}), mientras que la deformación máxima (ε_{\max}) el error es nulo.

Figura 6.3. Curva esfuerzo–Deformación verdadera para la lámina sometida a tracción uniaxial



6.2.2. Estudio al daño dúctil en un acero SAE 1050 esferoidizado

El segundo ejemplo pretende observar el comportamiento del modelo constitutivo de daño dúctil implementado en el trabajo realizado por Tsiloufas et al (Tsiloufas et al. 2012), quién estudió el comportamiento mecánico de daño dúctil sobre un acero SAE 1050 esferoidizado, utilizando mediciones indirectas del daño por variación del módulo elástico a partir de ensayos mecánicos a carga y descarga. Para esto se utilizó un elemento hexaédrico sólido C3D8R de 8 nodos disponible con un punto de integración y control de *hourglass*. El ensayo a tracción es realizado mediante control de desplazamiento,

aplicando en el extremo derecho de la probeta un desplazamiento axial total igual a 20 mm con incrementos Δu iguales a 0.01 mm, mientras que en el extremo izquierdo se restringieron los desplazamientos en todas las direcciones. Por otra parte, la malla consiste de 4500 elementos con 9452 nodos similar a la utilizada por el autor, la probeta tiene 1 mm de espesor, esta se ilustra en la figura 6.4 y las propiedades mecánicas del material se presentan en la tabla 6.3.

Figura 6.4. Probeta de ensayo a tracción a) geometría b) condiciones de desplazamiento usadas en el ejemplo c) malla de elementos finitos

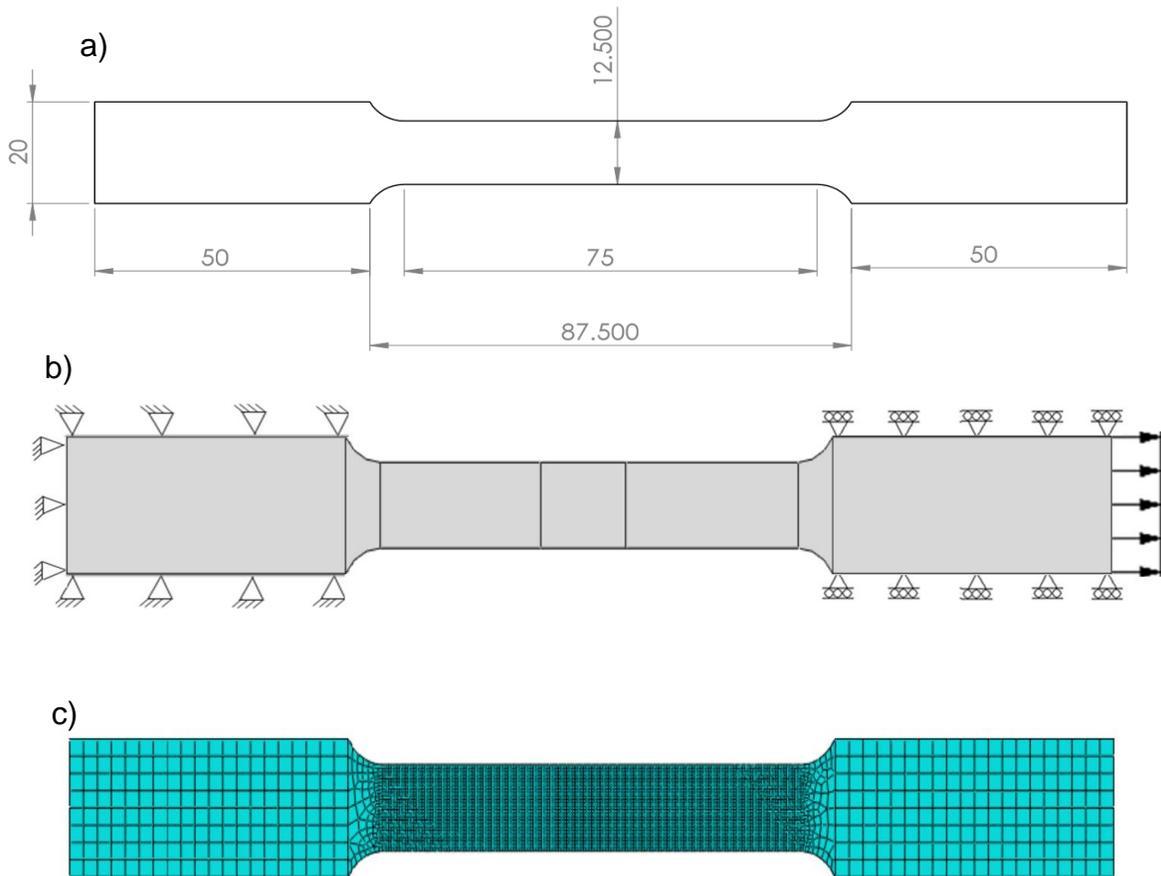
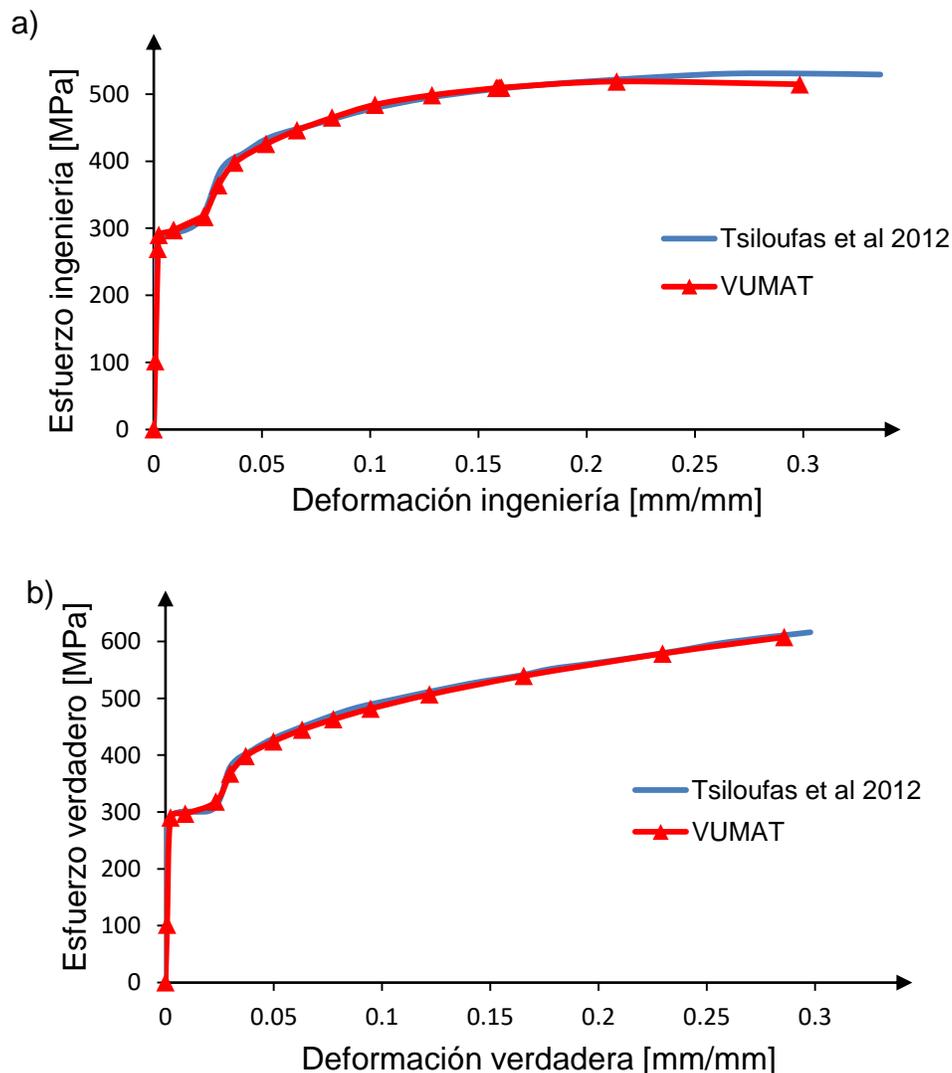


Tabla 6.3 propiedades mecánicas acero SAE 1050 esferoidizado

	E [MPa]	ν	σ_{y0} [Mpa]	σ_u [Mpa]	K [Mpa]	N	S [Mpa]	ϵ_D [%]	D_c
Acero SAE 1050 esferoidizado	138	0.29	290	595	520	0.41	1.97	2.2	0.19

La figura 6.5 presenta las curvas de esfuerzo deformación obtenidas con la VUMAT y las compara con las reportadas por Tsiloufas et al. (Tsiloufas et al. 2012). Se observa una correlación adecuada entre ambos resultados, obteniéndose un error porcentual de 1.4% para el máximo esfuerzo verdadero (σ_{\max}), mientras que para la deformación máxima verdadera (ε_{\max}) el error es de 4.1%. Por otra parte, para el máximo esfuerzo de ingeniería (S_{\max}) se presenta un error de 2.7% y la deformación máxima de ingeniería (e_{\max}) exhibe un error de 1.4%.

Figura 6.5. Comportamiento mecánico acero SAE 1050 esferoidizado. a) esfuerzo-deformación de ingeniería b) esfuerzo-deformación verdadero



6.2.3. Estudio al daño dúctil en un acero DP 600

En este ejemplo se pretende comparar los resultados numéricos obtenidos con el modelo y los resultados experimentales reportados por Niazi et al. (Niazi et al. 2012), quién estudió el comportamiento mecánico de daño sobre un acero DP 600 a partir de un análisis experimental de ensayos mecánicos a tracción, para obtener los parámetros materiales de daño en el acero. La verificación se realizó empleando elementos sólidos compuestos de 8 nodos, un punto de integración y control de *hourglass* (C3D8R). Se aplicó en el extremo derecho de la probeta un desplazamiento axial total igual a 20 mm con incrementos Δu iguales a 0.01 mm, mientras que en el extremo izquierdo se restringieron los desplazamientos en todas las direcciones. La malla de la probeta se compone de 2360 elementos y 3300 nodos similar a la utilizada por el autor, esto se ilustra en la figura 6.6. Por otra parte, el material de estudio es un acero DP 600 y sus propiedades mecánicas se presentan en la tabla 4.4.

Figura 6.6. Probeta de ensayo a tracción a) dimensiones y mallado de probeta
b) condiciones de desplazamiento usadas en el ejemplo

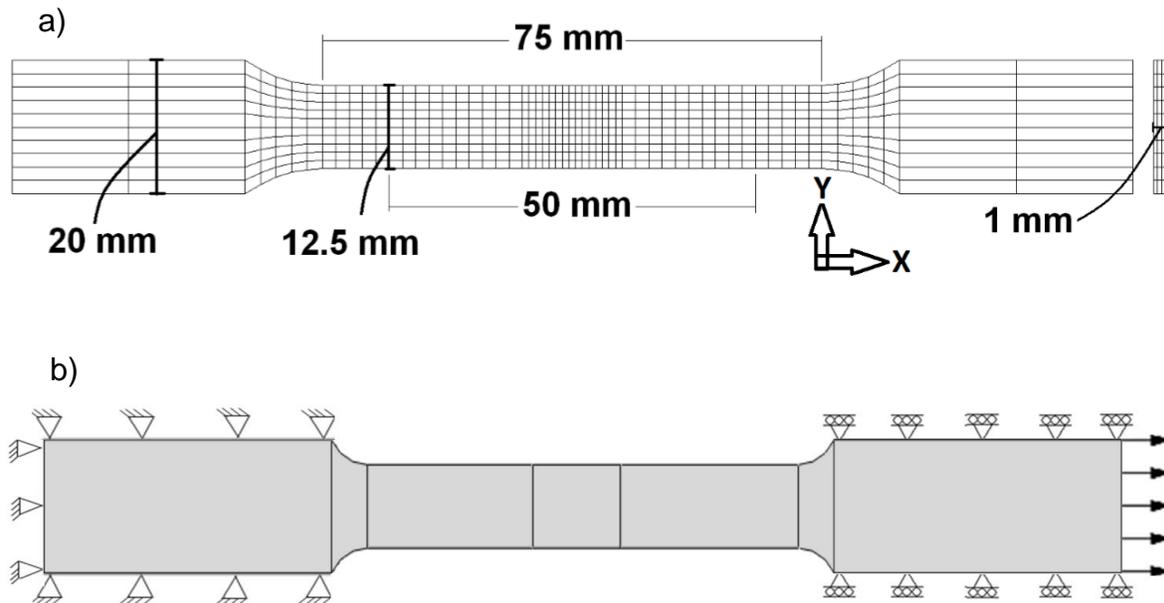
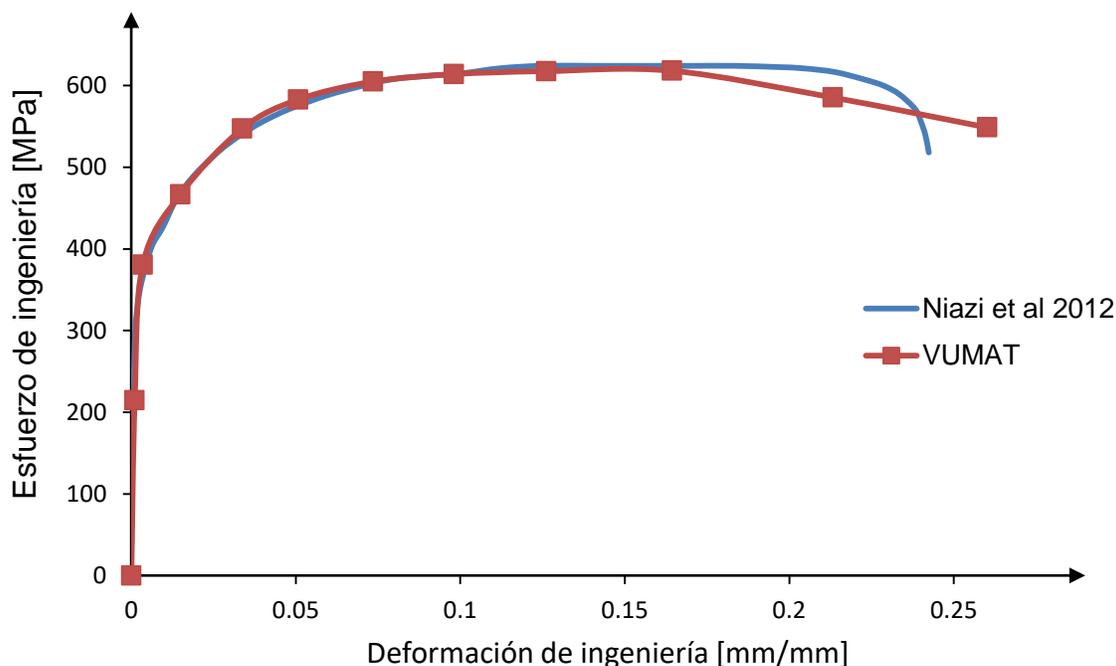


Tabla 6.4 propiedades mecánicas acero DP 600

Material	E [MPa]	ν	σ_{y0} [Mpa]	σ_u [Mpa]	S [Mpa]	ϵ_D [%]	D_c
Acero DP 600	210000	-	350	620	1.4	1.8	0.18

En la figura 6.7 se observa buena correlación entre la curva reportada por bibliografía (Niazi et al. 2012) y el comportamiento predicho empleando la subrutina VUMAT, a partir de la comparación cuantitativa se obtiene un error relativo de 0.8% para el máximo esfuerzo de ingeniería y 2.7% perteneciente al valor máximo de deformación ingenieril, mientras que los valores de error relativo para el esfuerzo de fractura y la deformación de fractura son de 7.6% y 3.5% respectivamente. Sin embargo, también se observa que después de alcanzar el valor de deformación ϵ_D , el descenso del esfuerzo reportado en la bibliografía es súbito, mientras que los valores calculados implementando la subrutina describen un descenso de esfuerzo más suavizado.

Figura 6.7. Curva esfuerzo-deformación de ingeniería acero DP 600.



La diferencia correspondiente a la zona donde se presenta estricción, ilustrada en la figura 6.7, se debe al método en el cálculo del parámetro de resistencia del daño utilizado por los autores (Niazi et al. 2012; Niazi, 2012), dado que emplean una función de evolución del daño no lineal respecto a la variable de liberación de energía asociada al daño (Y) (Lemaitre, 2005), diferente a la formulación desarrollada en el capítulo 3, donde la relación presente entre ambas funciones es linealmente proporcional; los otros implementan esto con objeto de mejorar las aproximaciones en la predicción de propagación a fractura entre las escalas meso y macro (Niazi, 2012).

6.2.4. Estudio en un acero estructural S275 utilizando el modelo material de daño dúctil en ABAQUS/EXPLICIT

Se presenta la solución del ejemplo reportado por Levanger (Levanger, 2012) empleando únicamente el modelo material de daño dúctil en ABAQUS/EXPLICIT (ver anexo 3), esto con objeto de verificar la correcta implementación del módulo que posee el software para resolver problemas de CDM (ABAQUS, 2012). Para este ejemplo se definió un ensayo a tracción el cuál será descrito a continuación.

Las dimensiones de la probeta, las condiciones de desplazamiento y el mallado se ilustran en la figura 6.8, el espesor de la probeta es de 5.87 mm, el elemento empleado en el trabajo desarrollado por Levanger (Levanger, 2012) fue tipo shell compuesto por 4 nodos, 5 puntos de integración y control tipo *hourglass*. La malla consiste de 550 elementos y 612 nodos de acuerdo al reporte hecho por el autor. Por otra parte, se aplicó en el extremo derecho de la probeta un desplazamiento axial total igual a 30 mm con incrementos Δu iguales a 0.01 mm, mientras que en el extremo izquierdo se restringieron los desplazamientos en todas las direcciones, las propiedades mecánicas y de evolución al daño se relacionan en las tabla 6.5 y 6.6 respectivamente.

En la figura 6.9 se observa buena correlación entre la curva obtenida con el modelo de ABAQUS y el comportamiento reportado por el autor (Levanger, 2012), a partir de la comparación cuantitativa realizada a los valores de fuerzas y deformaciones se encuentra que el error es menor al 3% para las condiciones de carga máxima y carga en el punto de fractura.

Figura 6.8 Probeta de ensayo a tracción a) Geometría b) condiciones de desplazamiento usadas en el ejemplo c) malla de elementos finitos

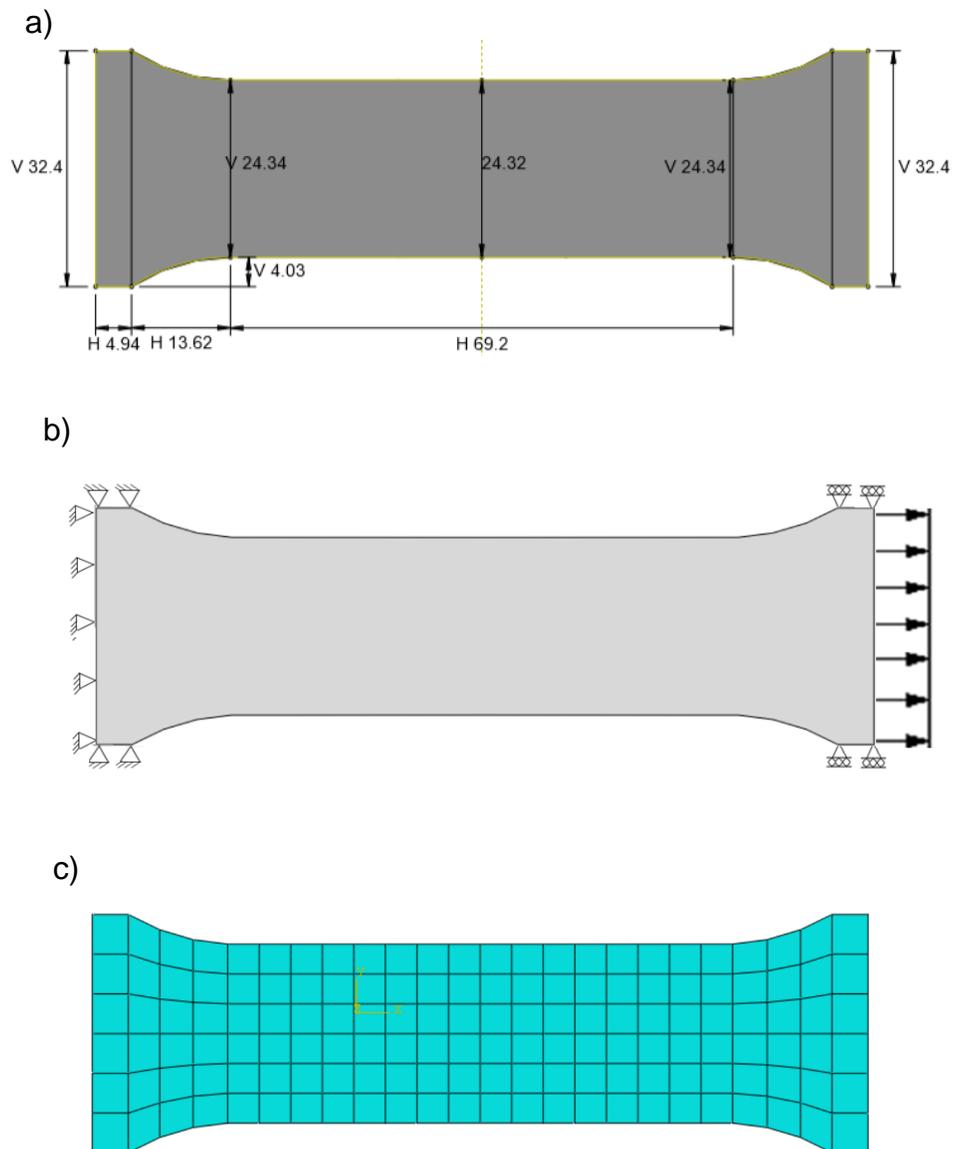


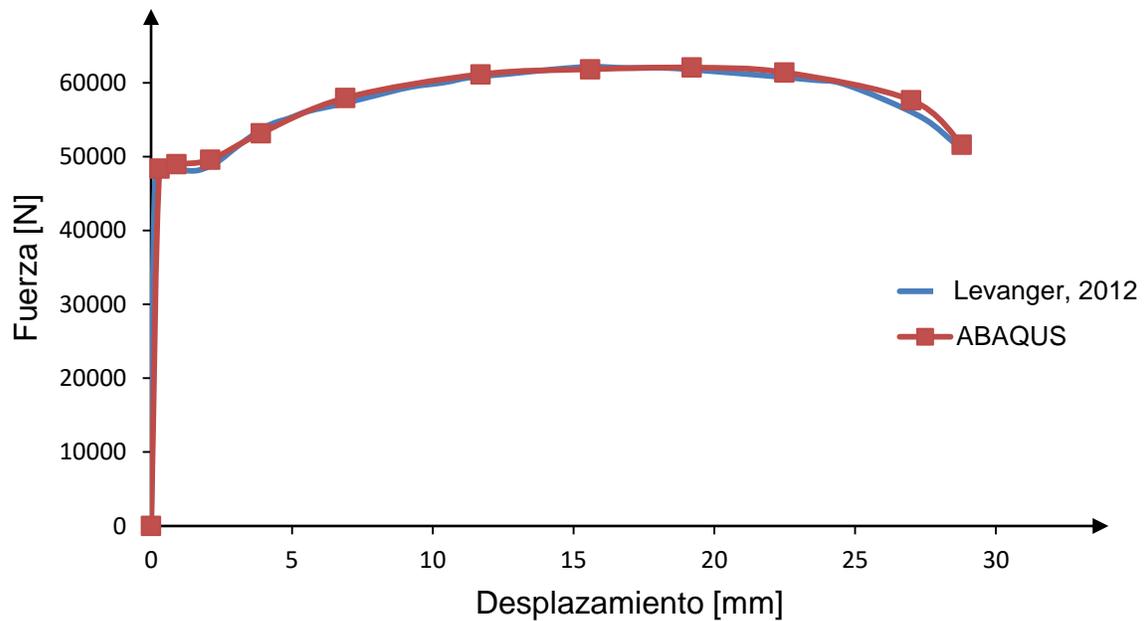
Tabla 6.5 propiedades mecánicas acero estructural S275

Material	E [GPa]	μ	η [-]	ϵ_D [%]
Acero estructural S275	57.5	0.3	0.33	2.2

Tabla 6.6 Definición propiedades de evolución al daño acero estructural S275

\bar{u}^P [mm]	D [-]
0	0
1.0	0.059
1.5	0.17
1.9	0.25
2.18	0.31
2.355	1.0

Figura 6.9. Curva fuerza-desplazamiento para el acero S275



6.3. Comparación de resultados experimentales con el modelo numérico propuesto

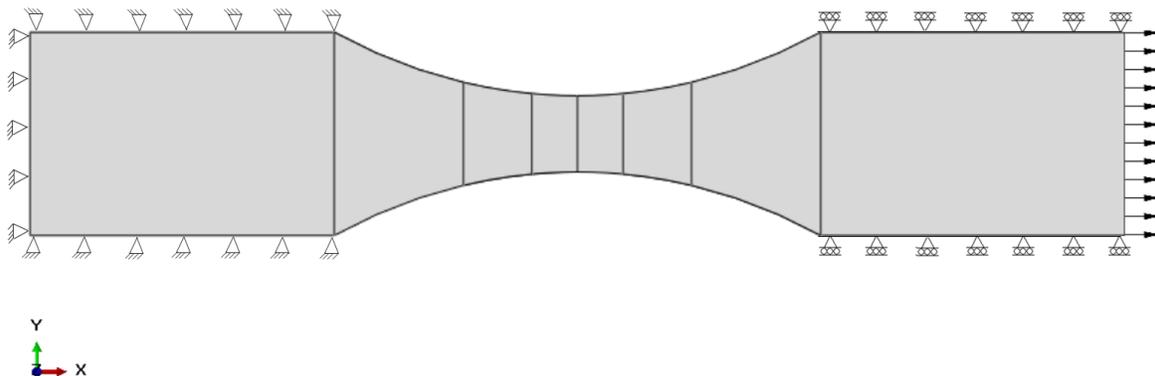
Con objeto de comparar los resultados obtenidos experimentalmente en el capítulo 5, se llevan a cabo simulaciones de un ensayo uniaxial a tracción para el acero de fase dual DP

600 en estado de entrega y tratado térmicamente (materiales EE y TT) utilizando la subrutina material VUMAT.

Las condiciones establecidas en el pre-procesamiento fueron efectuadas desarrollando un modelo tridimensional de la probeta de ensayos a carga y descarga, el elemento seleccionado para la creación de la malla es del tipo sólido C3D8R, el ensayo se realiza por control de desplazamiento, el desplazamiento total es de 10 mm con incrementos de 0.001 mm, las condiciones de frontera impuestas a la probeta son:

- Restricción de desplazamiento longitudinal, transversal y normal en el extremo izquierdo de agarre de la probeta.
- Restricción de desplazamiento transversal y normal en el extremo derecho de agarre de la probeta.
- Deslizamiento impuesto en el extremo derecho de agarre de la probeta para cada caso de carga.

Figura 6.10 condiciones de desplazamiento definidas en probeta de ensayo



6.3.1. Análisis de convergencia de mallado

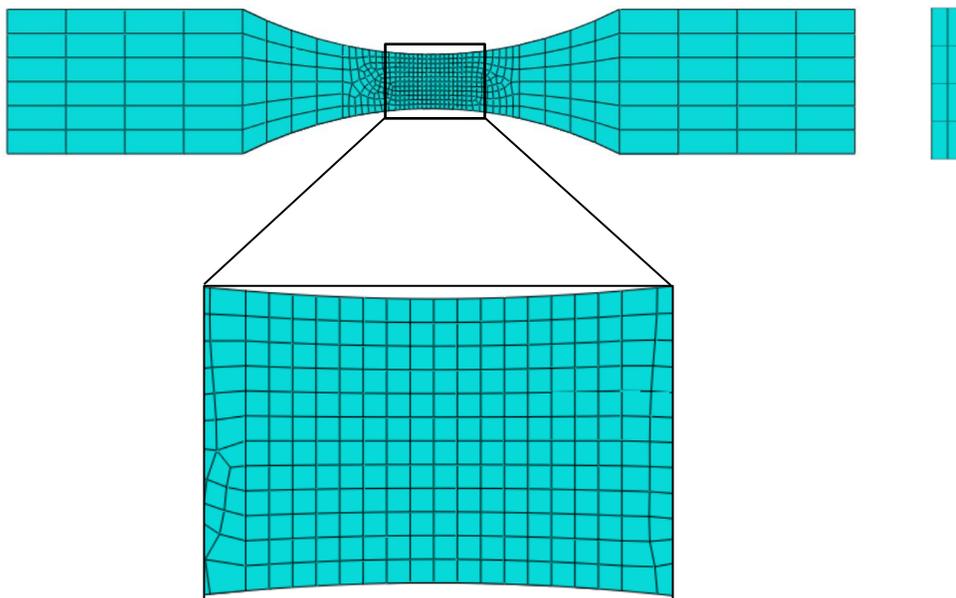
Como es conocido, la inestabilidad plástica genera efectos localizados en el comportamiento mecánico de un material dúctil, esto también debe ser considerado durante las simulaciones computacionales. El tamaño del elemento influye en los resultados obtenidos, debido a que la longitud de la escala de distribución del daño puede

ser menor respecto a las escalas de las variables de esfuerzo y deformación, evitando que su respuesta sea descrita dentro del continuo (Bonora et al 2005; Levanger, 2012).

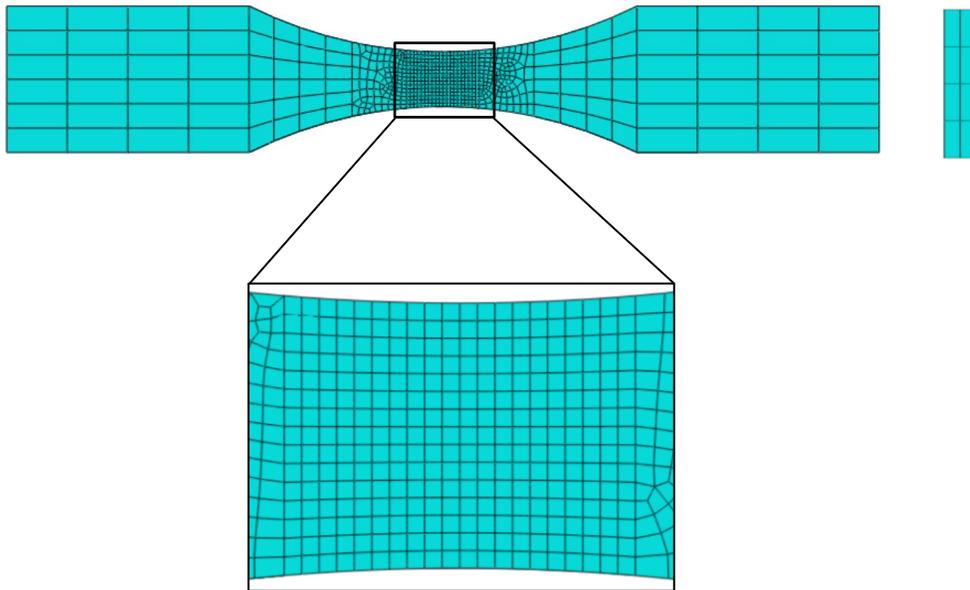
Con objeto de poder superar este inconveniente se plantea un desarrollo simple definido a partir de convergencia de malla en la probeta de estudio; no obstante, se recomienda investigar en mayor detalle esta condición que presentan los modelos locales desarrollados a partir de la mecánica clásica del continuo, los efectos considerados en el análisis de convergencia de la malla se realizan evaluando el esfuerzo último, deformación última, esfuerzo de fractura y deformación de fractura; la topología del mallado fue parametrizada considerando mallas de 900, 1220, 1502 y 1848 elementos, los cuales se muestran en la figura 6.11.

Figura 6.11 Estudio de convergencia con mallas de a) 900 elementos, b) 1220 elementos c) 1502 elementos, d) 1848 elementos

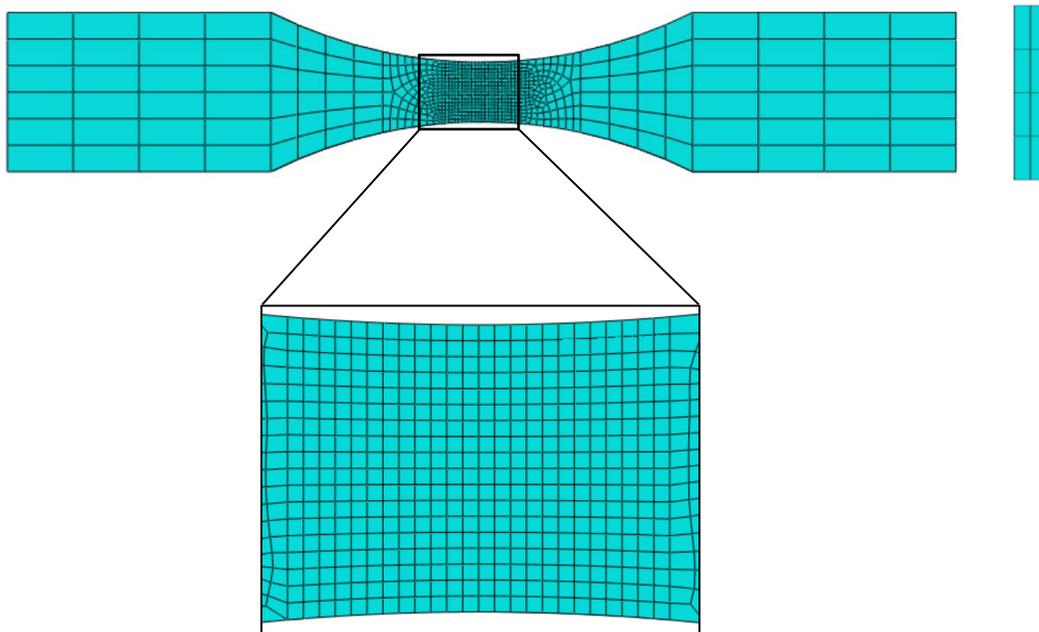
a) malla1



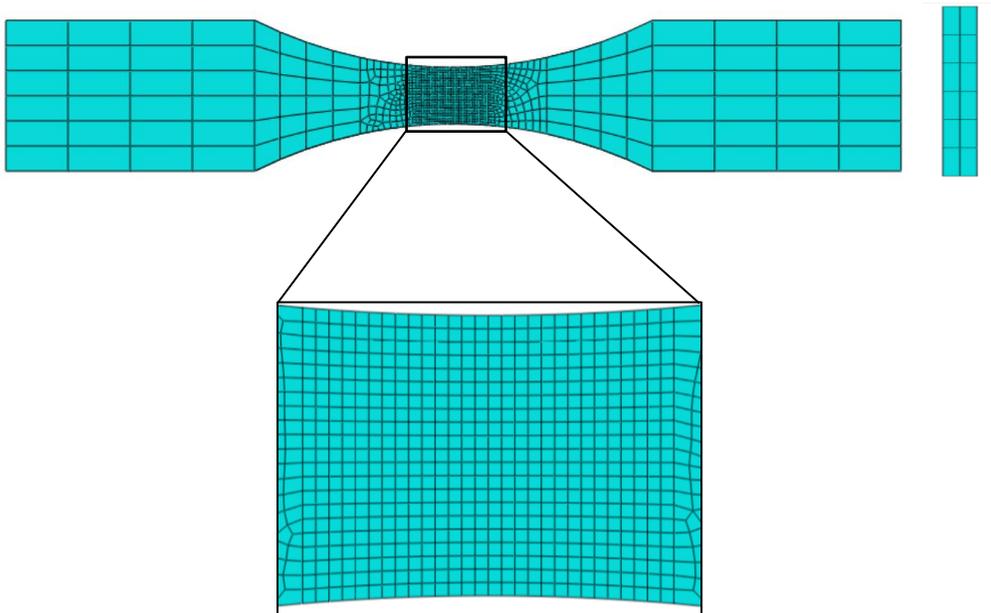
b) malla 2



c) malla 3



d) malla 4



De acuerdo en la figura 6.12 y los resultados de las tablas 6.7 y 6.8; la probeta número 4 es la seleccionada para el desarrollo de los ensayos a tracción.

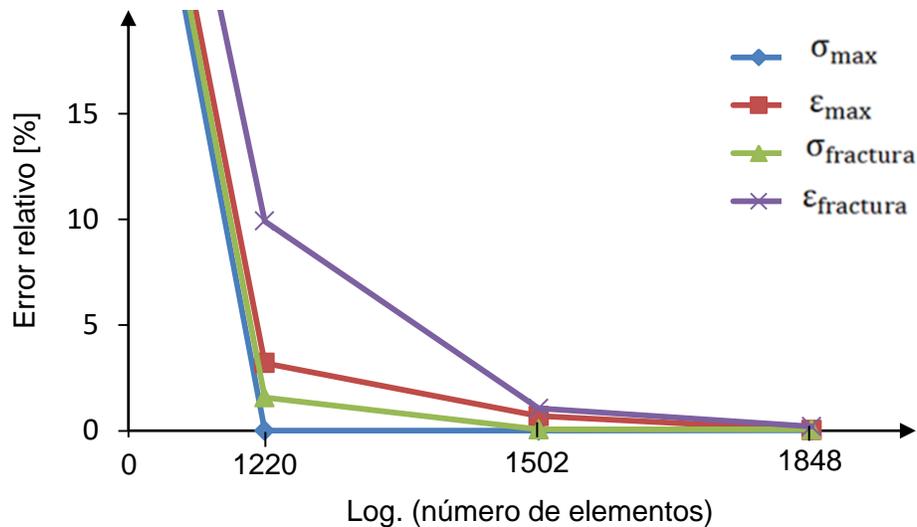
Tabla 6.7. Monitoreo de los esfuerzos en la región de estricción con un incremento $\Delta u = 0.001$

Probeta	σ_{\max}		σ_f	
	[MPa]	[%]	[MPa]	[%]
1	677.599	100	659.440	100
2	677.604	0.0007	669.826	1.5749
3	677.644	0.0059	669.385	0.0658
4	677.505	0.0205	668.977	0.0609

Tabla 6.8. Monitoreo deformaciones en región de estricción con un incremento $\Delta u = 0.001$

Probeta	ϵ_{\max}		ϵ_f	
	[mm/mm]	[%]	[mm/mm]	[%]
1	0.0276	100	0.0385	100
2	0.0285	3.2033	0.0347	9.9169
3	0.02872	0.7000	0.0351	1.0572
4	0.02871	0.03411	0.03514	0.2036

Figura 6.12. evolución del error relativo para las mallas propuestas



6.3.2. Comparación con resultados experimentales

Las simulaciones fueron efectuadas para las probetas de acero DP en condiciones de estado de entrega (EE) y de tratamiento térmico (TT), los parámetros materiales de entrada requeridos para emplear la subrutina de daño dúctil se presentan en la tabla 6.9, es importante recordar que estos valores se obtuvieron a partir de los ensayos experimentales de carga y descarga reportados en el capítulo 5 a partir de las tablas 5.5, 5.6, 5.7, 5.9 y 5.10.

Tabla 6.9. Propiedades materiales introducidas en modelo de daño

Material	Parámetros elásticos		Parámetros plásticos		Parámetros de daño		
	E [GPa]	ν^3	σ_y [MPa]	σ_u [MPa]	S [MPa]	D_C	p_D [%]
EE	214.8	0.3	524.4	771.2	1.4	0.19	1.51
TT	230.5	0.3	507.4	634.3	0.9	0.3	1.57

³ Este valor se obtuvo de Kolevska et al. 2010; Isik et al. 2016

Todas las simulaciones son llevadas hasta la condición de daño crítico (Dc), se emplean dos leyes de flujo plástico distintas para establecer la condición de mejor ajuste a los resultados experimentales, el estado de deformación plástica se define bajo la suposición $p \approx \varepsilon_1^p$, y las mediciones se efectúan en el centro de la probeta. En la figura 6.13 se presentan las curvas esfuerzo vs deformación para las condiciones de material EE, utilizando la ley de potencia Voce.

Cualitativamente se estima buena aproximación entre las trayectorias obtenidas con el modelo, sin embargo, se observa cierta dispersión de datos experimentales principalmente en el tramo que corresponde a la zona de endurecimiento por deformación, antes de llegar al punto de máximo esfuerzo.

Por otra parte, de acuerdo a la tabla 6.10, se presenta buena correspondencia entre los resultados experimentales y los obtenidos computacionalmente, implementando la ley de endurecimiento de Voce, ya que este modelo reporta un valor de error inferior al 12.21% para la deformación última.

Respecto a las otras propiedades el error alcanzado es inferior al 10%, por lo tanto se obtiene mejor predicción en el comportamiento del material en comparación a los resultados utilizando la ley de endurecimiento plástico de Ludwik (figura 6.14) ya que empleando este modelo se alcanza un error superior al 47% para la deformación última, de igual forma se presenta un error de 13.39% en esfuerzo de fractura; de acuerdo a esto, se confirma que el tipo de ley de endurecimiento seleccionada influye considerablemente en los resultados, por tal motivo, a partir de ahora el análisis para el material EE se desarrollará empleando la ley de Voce de endurecimiento plástico.

Figura 6.13. Curva esfuerzo deformación material EE empleando la ley de Voce

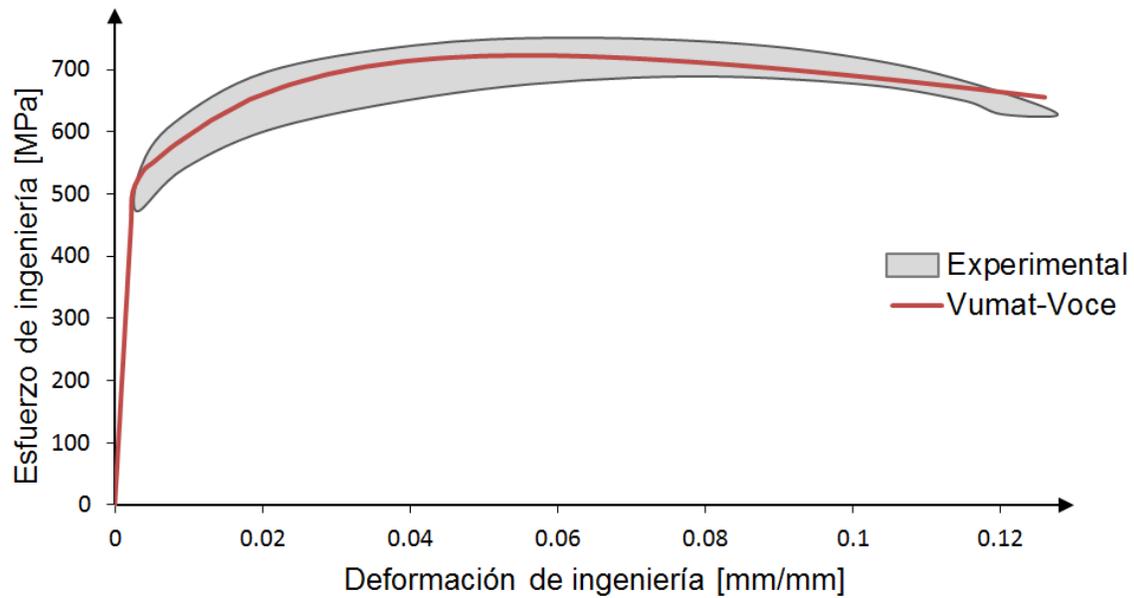


Figura 6.14. Curva esfuerzo deformación material EE empleando la ley de Ludwik

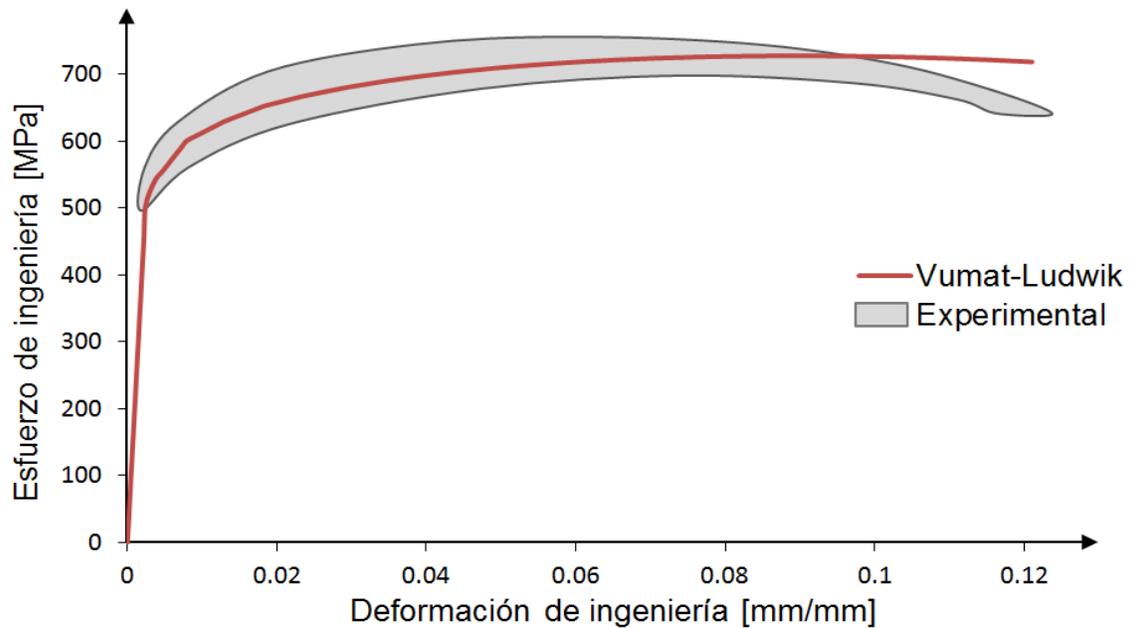
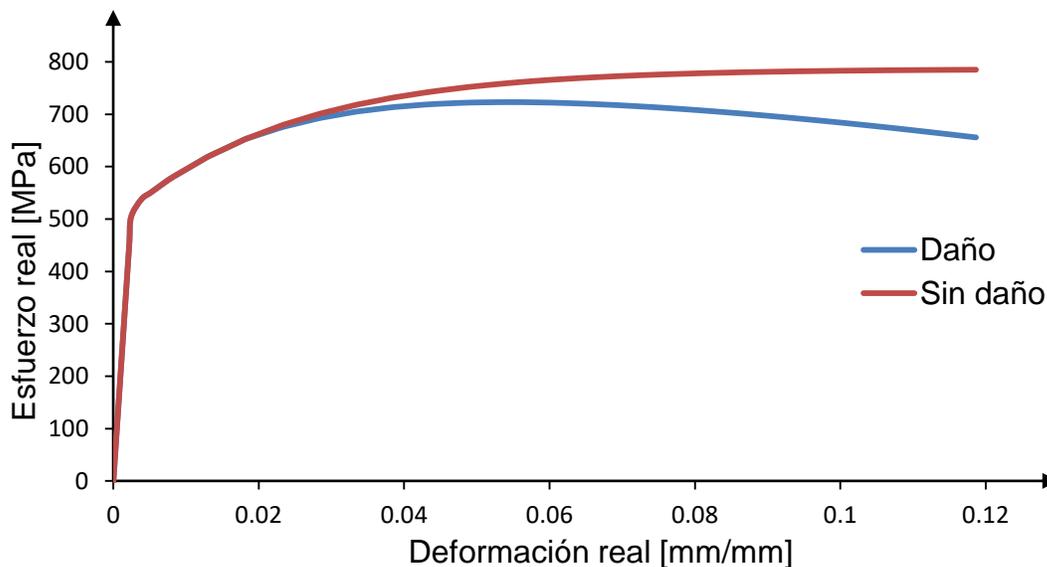


Tabla 6.10. Resultados subrutina VUMAT material EE

Condición	S_u		e_u		S_f		e_f	
	[MPa]	[%]	[mm/mm]	[%]	[MPa]	[%]	[mm/mm]	[%]
Experimental	719.8		0.0639		633.5		0.1223	
Simulación Vumat-Voce	723.06	0.45	0.0561	12.21	655.7	3.50	0.1260	3.02
Simulación Vumat-Ludwik	726.62	0.95	0.0945	47.89	718.4	13.39	0.1210	1.06

En la figura 6.15 se presentan las curvas de esfuerzo real y esfuerzo efectivo obtenidas mediante la implementación de la subrutina VUMAT; del comportamiento se aprecian los valores de esfuerzo y deformación que dan inicio a los mecanismos de daño dúctil en el material o umbral de daño, siendo estos de 652.6 MPa y 1.82% respectivamente. De acuerdo a lo mencionado, se infiere que el material experimentará daño dúctil al superar aproximadamente el 15% de deformación total que puede soportar durante el ensayo a tracción uniaxial.

Figura 6.15. Curva esfuerzo deformación material EE



El estudio de evolución del daño es presentado en la figura 6.16; de acuerdo a esto, se observa buena capacidad predictiva del modelo material empleando la subrutina VUMAT respecto al resultado obtenido experimentalmente. En la figura 6.18 se representa la distribución de deformación verdadera, daño crítico uniaxial (D_{1c}), esfuerzo real y esfuerzo aparente (sin daño); calculadas a partir de la VUMAT desarrollada para la probeta EE correspondiente al último paso de carga.

Figura 6.16. Evolución del daño material EE

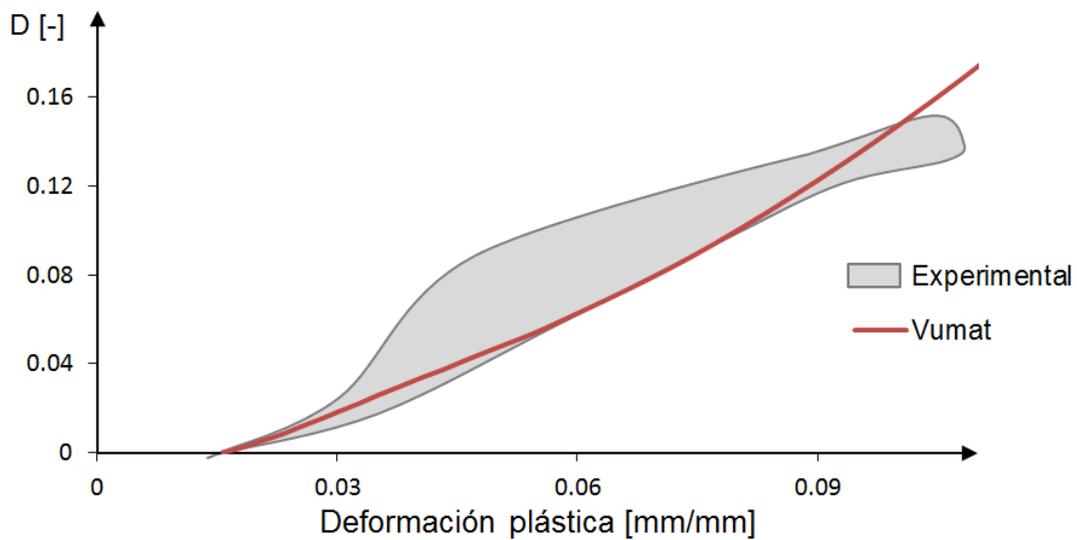
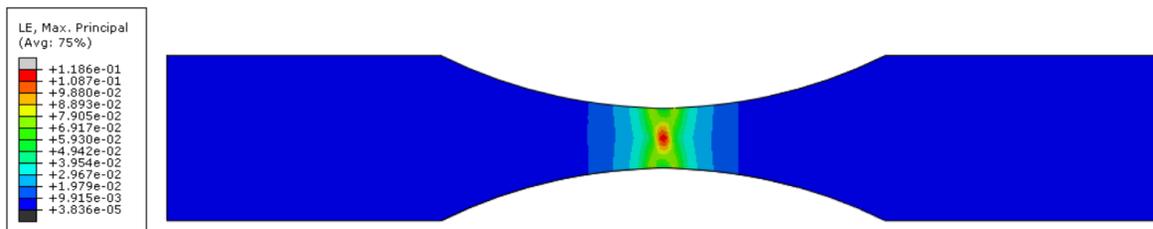
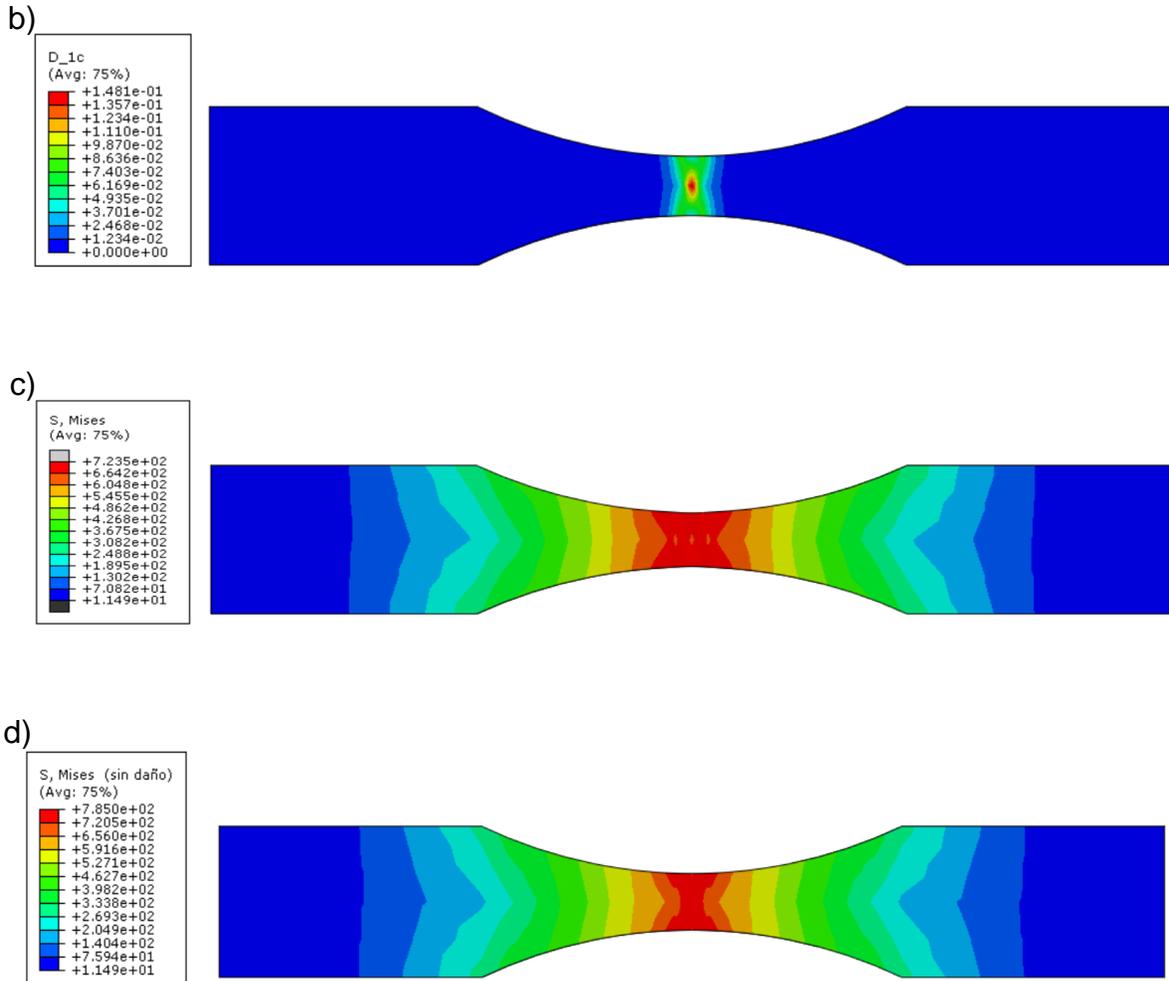


Figura 6.17. Ddistribución variables de estado EE. a) deformación verdadera, b) daño crítico, c) esfuerzo verdadero, d) esfuerzo efectivo

a)





En las figuras 6.18 a 6.20 y tabla 6.11 se presentan los resultados para el material TT; similar al análisis del material EE, también se realiza la comparación de dos leyes de plasticidad distintas a partir de la curva esfuerzo vs deformación. Del análisis cuantitativo se reportan valores con mayor porcentaje de error empleando la ley de endurecimiento de Ludwik. En comparación a los resultados del material EE, el comportamiento mecánico en los materiales TT registran un incremento de ductilidad de aproximadamente 30%, reducción de resistencia en un 19% y la presencia de los límites superior e inferior de fluencia. Los resultados demuestran el incremento de ductilidad y disminución de resistencia, lo cual es consistente a los ensayos metalográficos, dureza y microdureza reportados en el capítulo 5 (Resultados experimentales).

Figura 6.18. Curva esfuerzo deformación material TT empleando la ley de Ludwik

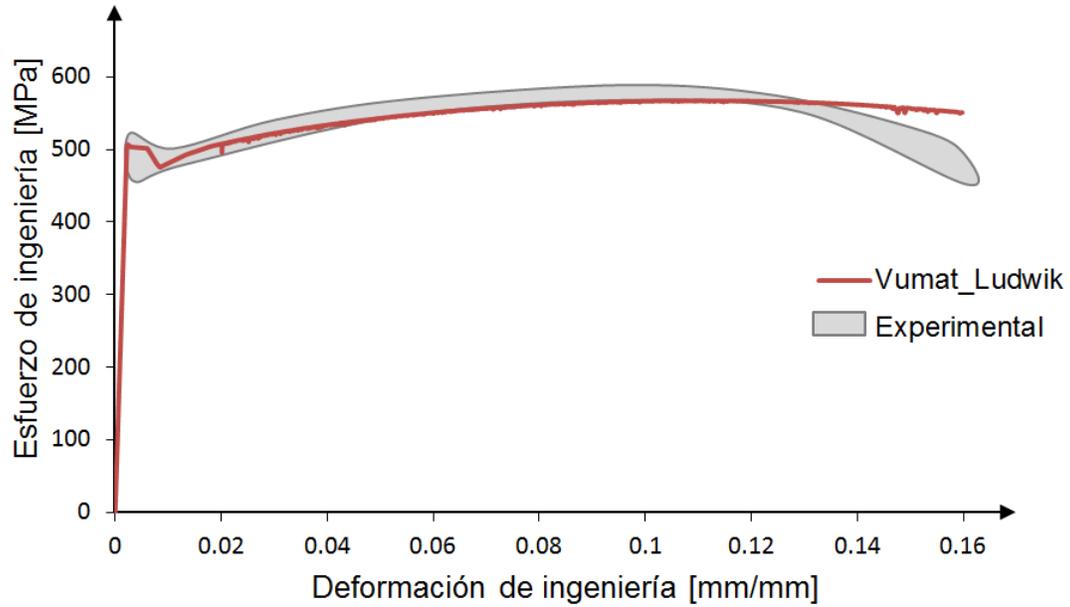


Figura 6.19. Curva esfuerzo deformación material TT empleando la ley de Voce

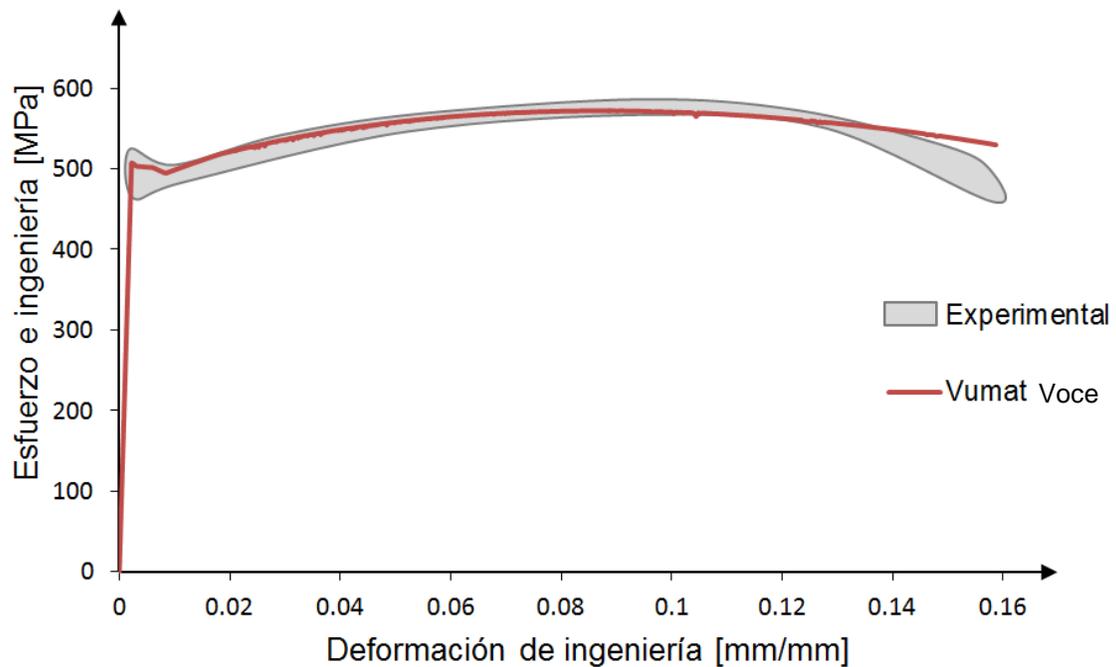


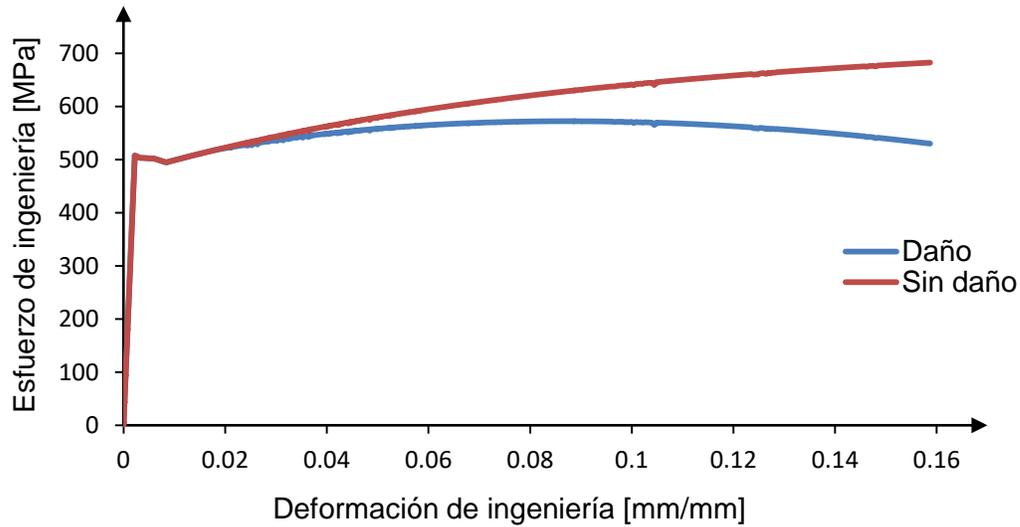
Tabla 6.11. Evaluación error relativo material TT

Condición	S_u		e_u		S_f		e_f	
	[MPa]	[%]	[mm/mm]	[%]	[MPa]	[%]	[mm/mm]	[%]
Experimental	581.2		0.0913		459.7		0.1597	
Simulación Vumat-Voce	572.1	1.57	0.0872	4.50	529.8	15.2	0.1587	0.62
Simulación Vumat-Ludwik	567.1	2.4	0.1093	19.71	550.9	19.8	0.1598	0.06

La comparación entre los resultados obtenidos con el modelo desarrollado y los experimentales reportados en la figura 6.19; presentan en general trayectorias similares en la evaluación del comportamiento mecánico, sin embargo, en el tramo final correspondiente a altas deformaciones, se aprecia un alejamiento para ambos resultados; esto se verifica a partir del esfuerzo a fractura donde se reportan valores superiores al 10% para todas las simulaciones, sin embargo, el valor encontrado por deformación en fractura que es una propiedad mecánica condicionada por fenómenos locales (Bonora et al. 2008, Bonora et al. 2010) presenta un error de 0.62% bajo la condición Vumat-Voce. De la tabla 6.11 también se aprecian errores mucho menores empleando la ley de endurecimiento de Ludwik, de acuerdo a la propiedad mecánica que se reporta el mayor desfase se presenta en la deformación última, la cual es del 19.71%.

Respecto de la figura 6.20, se presentan las curvas de esfuerzo real y esfuerzo efectivo obtenidas mediante la implementación de la subrutina material VUMAT; del comportamiento se aprecian los valores de esfuerzo y deformación que dan inicio a los mecanismos de daño dúctil en el material, siendo estos de 518 MPa y 1.8% respectivamente. De acuerdo a lo mencionado, se infiere que el material experimentará daño superado el 11% de deformación total que puede soportar durante la simulación del ensayo.

Figura 6.20. Curva esfuerzo deformación material EE



Como se observa en la figura 6.21 el daño tiende a retardarse producto del tratamiento térmico realizado; que al tener una estructura más blanda, las etapas de evolución al daño aumentan respecto al material EE. Por otra parte, se observa buena capacidad predictiva del modelo material empleando la subrutina VUMAT respecto al resultado obtenido experimentalmente, en la figura 6.22 se representa la distribución de deformación verdadera, daño crítico uniaxial (D_{1c}), esfuerzo real y esfuerzo aparente (sin daño); calculadas a partir de la VUMAT desarrollada para la probeta TT correspondiente al último paso de carga.

Figura 6.21. Evolución al daño material TT

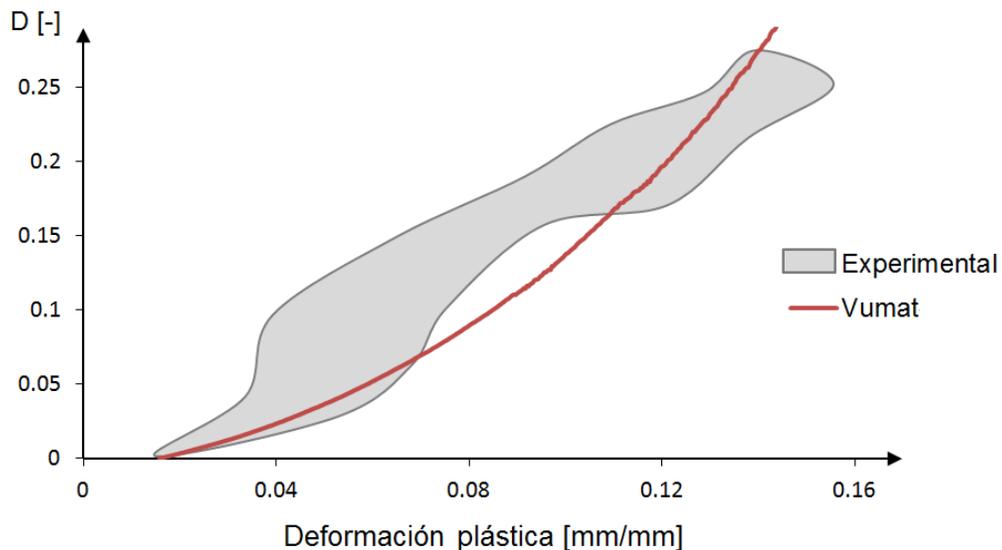
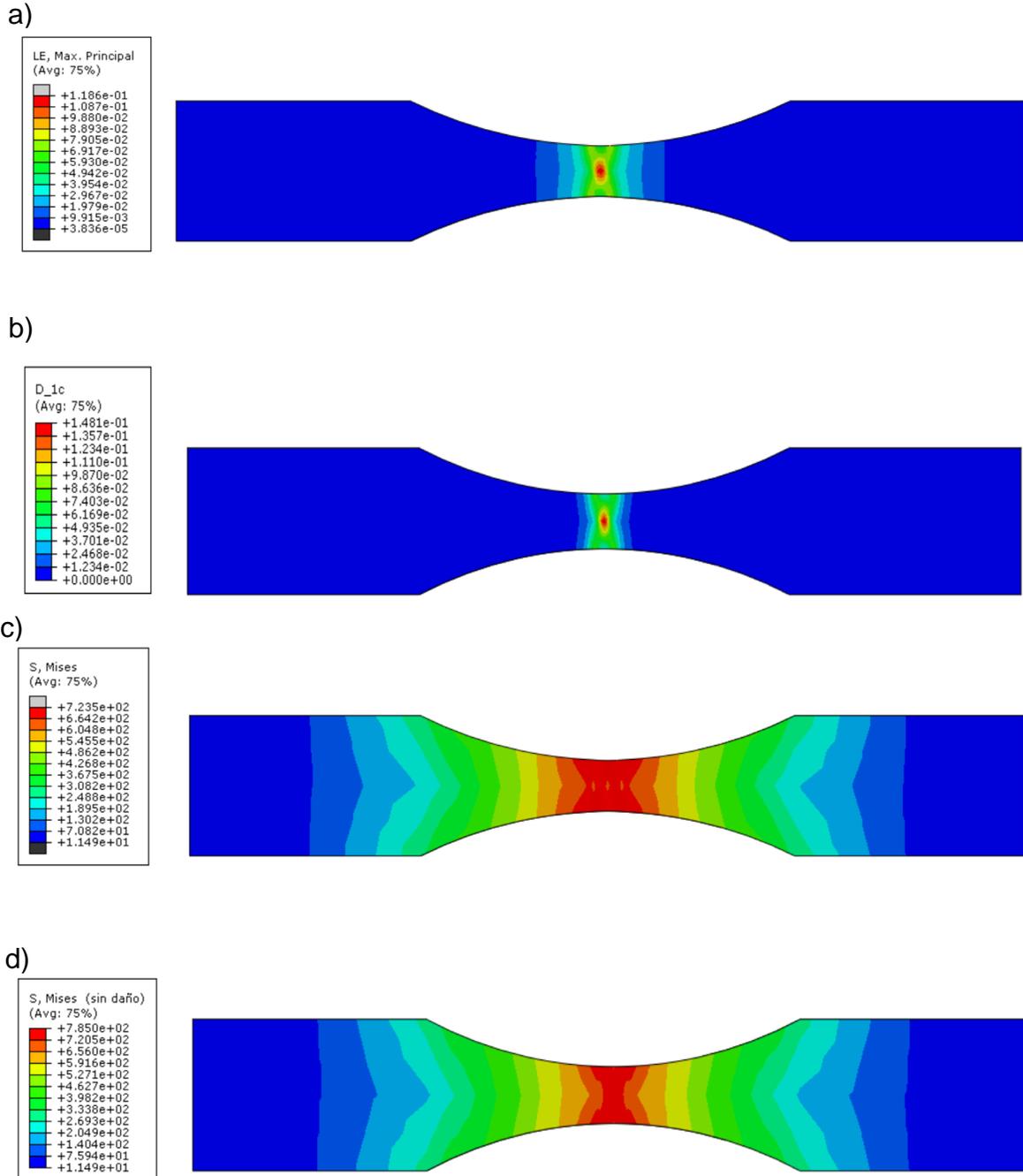


Figura 6.22 distribución variables de estado TT. a) deformación verdadera, b) daño crítico, c) esfuerzo verdadero, d) esfuerzo efectivo



Una forma de comparar los cambios entre la microestructura y las propiedades mecánicas es a partir de mediciones en las variaciones de fracción volumétrica presentes en las

fases que componen el material (Tasan et al 2015; Avramovic-Cingara et al. 2009). Debido a lo extenso que sería realizar dicha etapa experimental, esto no se tuvo en cuenta en el desarrollo de la tesis; sin embargo, se definió un estimativo a partir de comparaciones entre los valores de microdureza y las propiedades de evolución del daño en el material, los resultados se presentan a continuación.

Tabla 6.12. Comparación propiedades mecánicas entre el material EE y el material TT obtenidos experimentalmente

Parámetro	EE	TT
Micro dureza [HV500]	269	215.5
D_C	0.19	0.3
ε_f	0.1154	0.1484

De la tabla 6.12 se determina que el tratamiento térmico empleado generó una reducción en microdureza de 20% respecto al material EE, mientras que la evolución del daño registra un incremento en los valores de daño crítico del 58% y deformación de fractura igual a 30% para el material TT, siendo esta la forma de estimar el incremento en ductilidad a partir del retardo en los mecanismos de nucleación, crecimiento y coalescencia de microcavidades (Tasan et al. 2015; Tsiloufas et al. 2012). En la figura 6.23 se grafican los resultados obtenidos en la simulación de evolución del daño absoluto para ambos materiales, también es importante observar poca diferencia entre los umbrales presentes en ambos materiales, a pesar de que el material TT posee mayor retardo en los mecanismos de daño respecto al material EE. De acuerdo a esto se puede mencionar que el tratamiento térmico tiene poca influencia en el valor de umbral del daño para el acero DP, sin embargo es recomendable realizar más ensayos con distintos tratamientos térmicos a los desarrollados en esta tesis.

Para el caso de evolución del estado triaxial de esfuerzos se debe mencionar que la probeta de ensayos a carga y descarga no garantiza un campo tensorial de esfuerzos

constante, debido a la variabilidad en los cambios geométricos de sección transversal que presenta la probeta, lo cual genera concentradores de esfuerzos de mayor intensidad en la sección transversal de menor área al ser cargada mecánicamente (Bonora et al. 2011), esto produce que el valor de triaxialidad incremente de forma no lineal a medida que aumenta la deformación (Tsiloufas, 2012).

De acuerdo a esto, la suposición empleada para el cálculo experimental de evolución del daño dúctil donde se definen efectos de triaxialidad constantes ($\eta \approx 1/3$), únicamente presentará buenas aproximaciones en algunos ensayos a carga simple uniaxial (Cao et al. 2014; Lian et al. 2014); ya que según la figura 6.24, se observa cierto comportamiento no lineal de triaxialidad que difiere respecto a las suposiciones empleadas en la experimentación, a partir de las ecuaciones 3.28 y 5.1

Figura 6.23. Evolución al daño absoluto para los materiales EE y TT

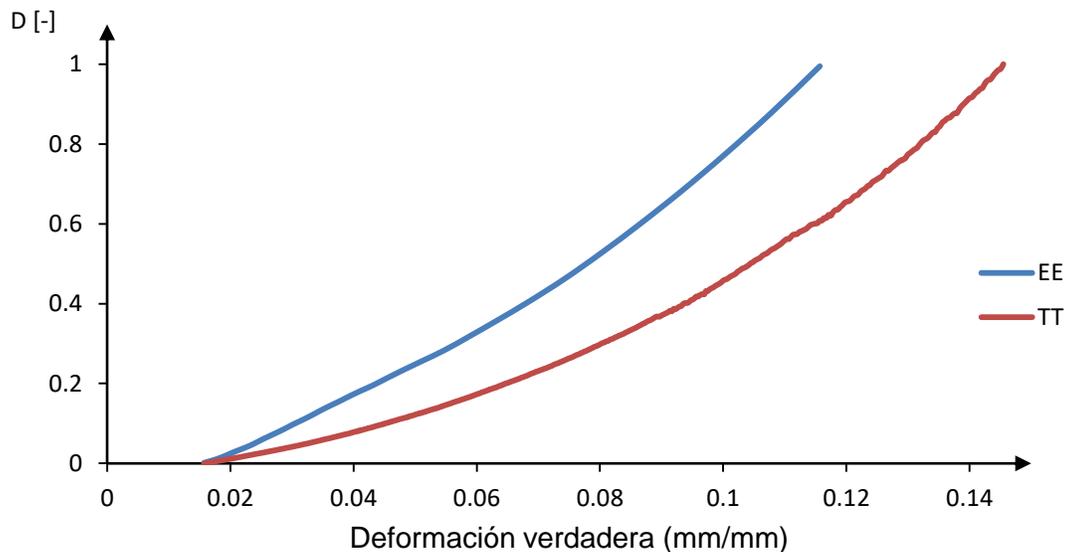
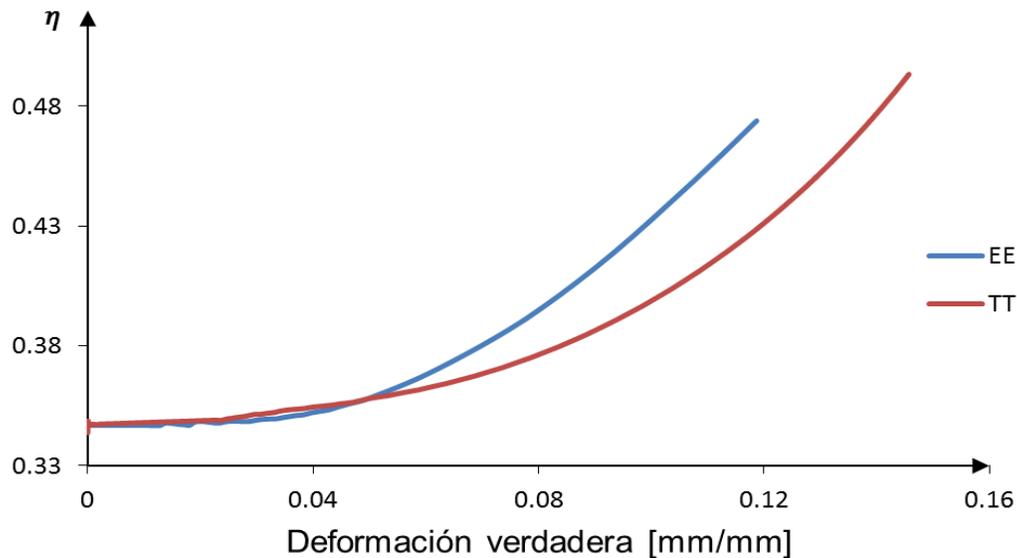


Figura 6.24. Evolución factor triaxial de esfuerzos para el material EE y TT



En la tabla 6.13 se obtienen los valores de triaxialidad para los materiales EE y TT, de acuerdo a esto se puede mencionar que el estado de triaxialidad no evidencia mayores cambios para pequeñas deformaciones lo cual supone un comportamiento uniforme de deformación (Xue, 2007), por otra parte, para valores de alta deformación la variación presente en el factor de triaxialidad respecto al valor instantáneo de deformación llega a ser muy grande, lo cual produce la condición de inestabilidad plástica o deformaciones localizadas en el material que conlleva a la condición de falla final (Xue, 2007).

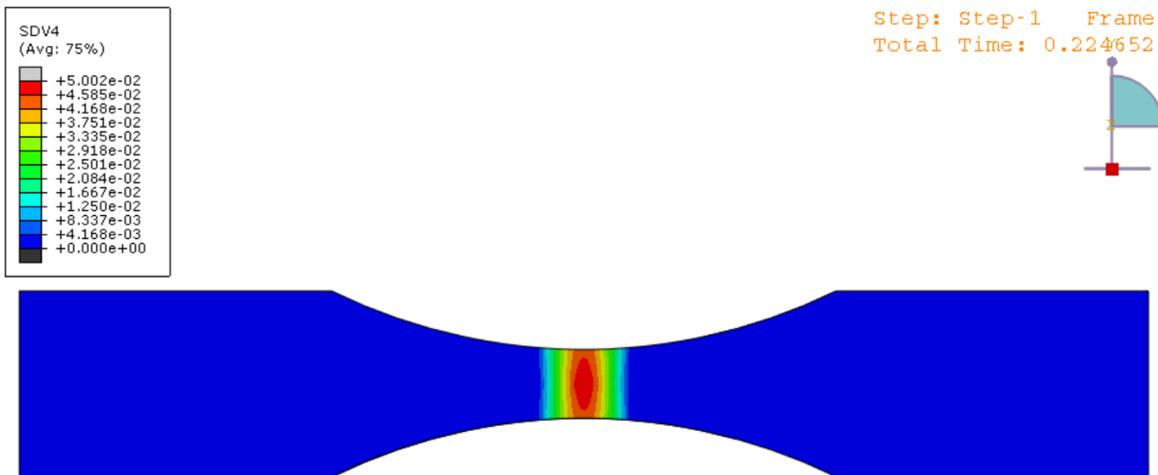
Tabla 6.13. Comparación propiedades triaxialidad (η) entre los materiales EE y TT obtenidos del modelo

Material	η
EE	0.47
TT	0.49

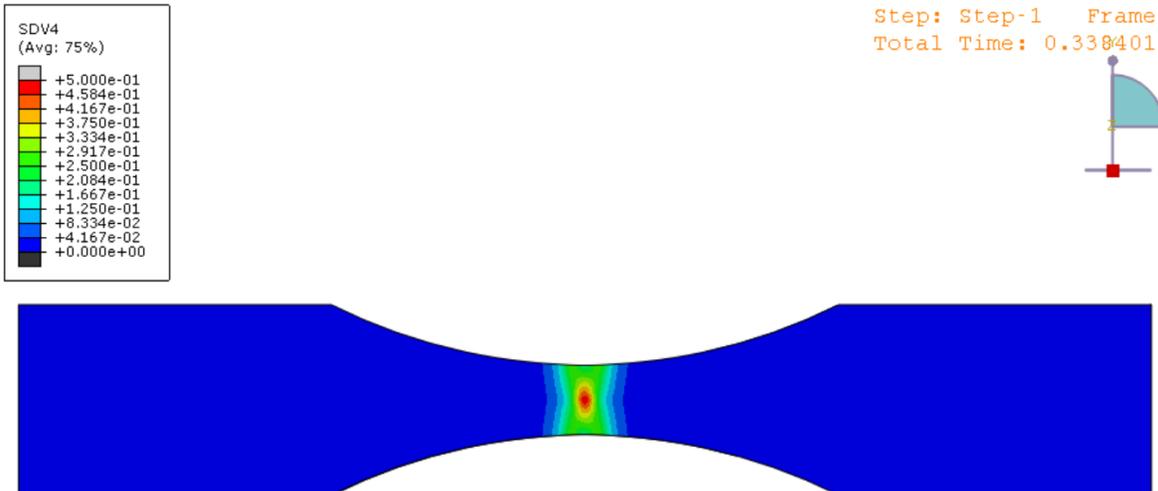
Finalmente se presentan en las figuras 6.25 y 6.26 la evolución del daño y su distribución localizada para ambos materiales, la comparación entre ambos materiales se hace fijando el valor de daño por cada secuencia en incrementos de deformación.

Figura 6.25. distribución daño dúctil absoluto. a) $\varepsilon = 2.85\%$, b) $\varepsilon = 8.17\%$, c) $\varepsilon = 10.10\%$ d) $\varepsilon = 11.45\%$, e) contorno de fractura (simulación) , f) fractura ensayo experimental

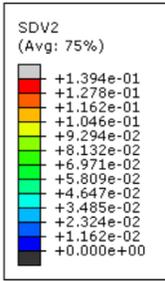
a)



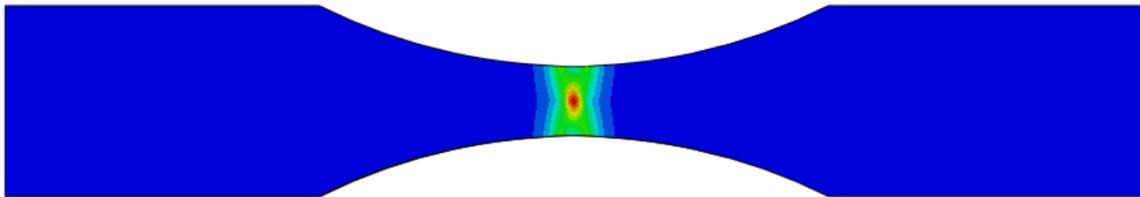
b)



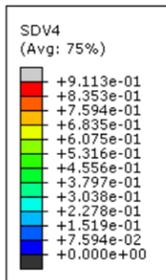
c)



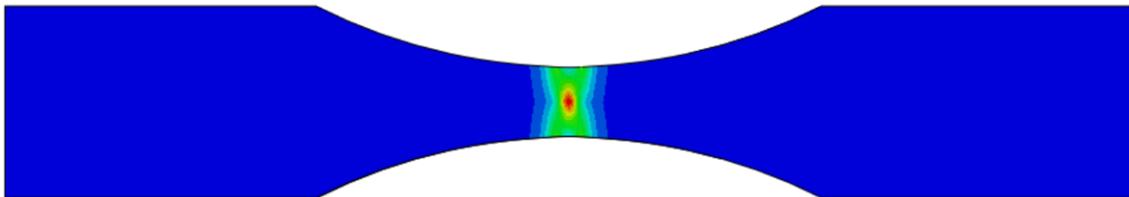
Step: Step-1 Frame
Total Time: 0.357152



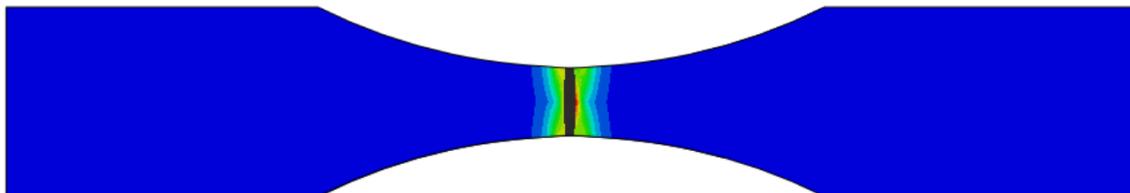
d)



Step: Step-1 Frame
Total Time: 0.362401



e)

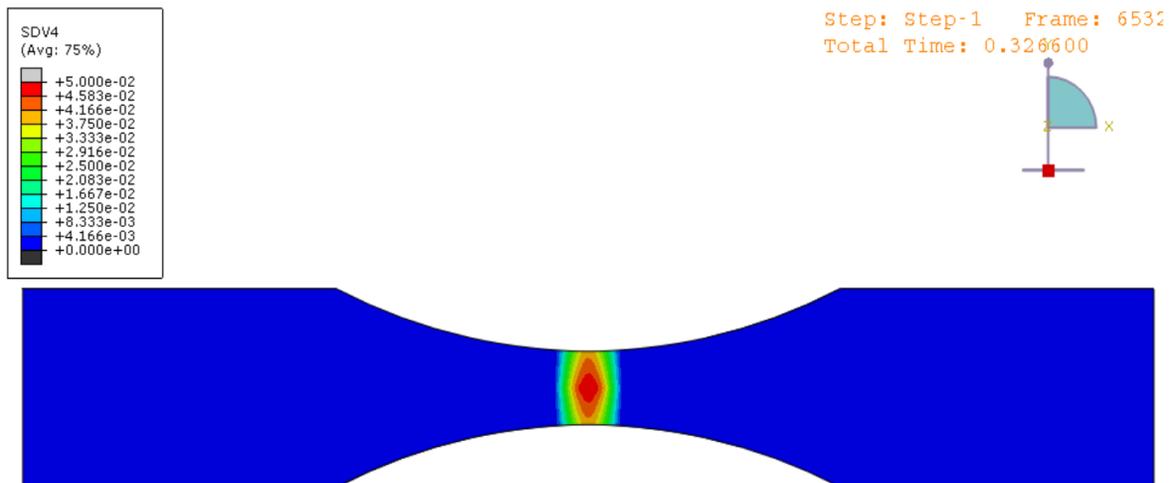


f)

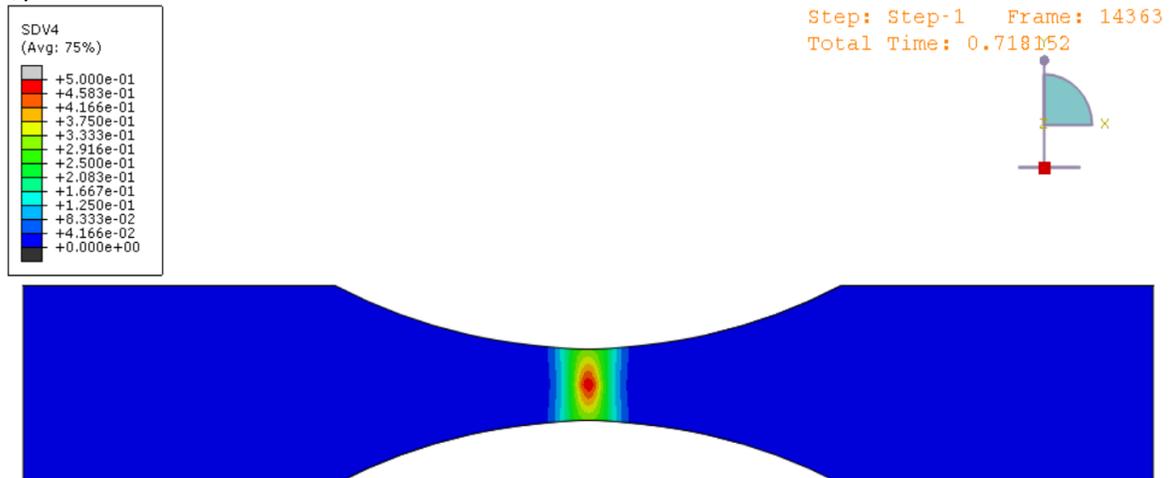


Figura 6.26. distribución daño dúctil absoluto. a) $\varepsilon = 2.85\%$, b) $\varepsilon = 8.17\%$, c) $\varepsilon = 10.10\%$
 d) $\varepsilon = 11.45\%$, e) contorno de fractura (simulación) , f) fractura ensayo experimental

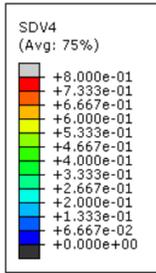
a)



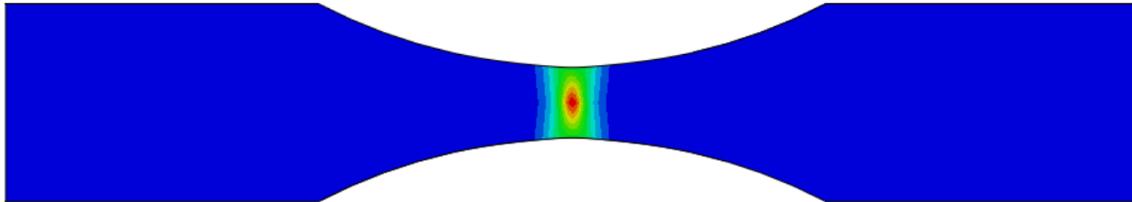
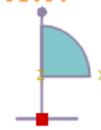
b)



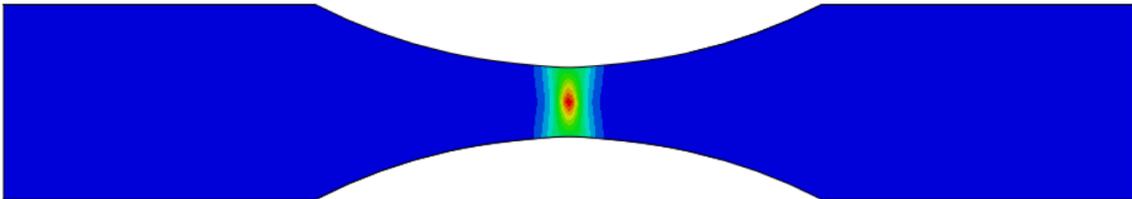
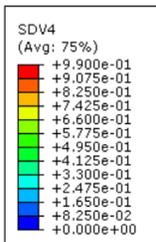
c)



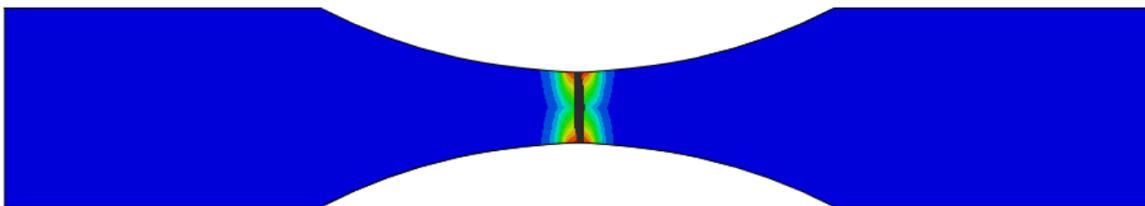
Step: Step-1 Frame: 15633
Total Time: 0.781650



d)



e)



f)



De las figuras 6.25 d) y 6.26 d); es decir las condiciones pertenecientes al estado de daño crítico, cualitativamente se exhibe que el daño tiende a presentar mayor localización en el material EE que en el material TT, producto del tratamiento térmico aplicado lo que genera una disminución en el parámetro de resistencia al daño, en la figura 6.27 se detallan los contornos de evolución del daño obtenidos por simulación y en la figura 6.28 se puede observar la deformación medida cuantitativamente por contornos para ambos materiales en el centro de la probeta para la condición de daño crítico.

De acuerdo a esto, se puede evidenciar que la localización de las deformaciones están directamente relacionadas con los fenómenos de evolución del daño por nucleación, crecimiento y coalescencia de cavidades dentro del proceso de fractura dúctil (Tasan et al. 2015; Cao et al. 2014; Lemaitre, 1996), por lo tanto regiones que experimentan menor localización al daño como el material TT, tiende a deformarse con mayor uniformidad según se observa en el gráfico de la figura 6.28, donde la curva que representa los valores de deformación longitudinal (L) en la sección de medición transversal (T) de la probeta, exhiben un comportamiento más distribuido respecto al material EE el cual experimenta mayor localización al daño, produciendo la aceleración de dichos fenómenos, claramente esto fue una condición generada por el cambio microestructural que presentó el material TT.

Figura 6.27. Condición crítica de daño. a) EE, b) TT

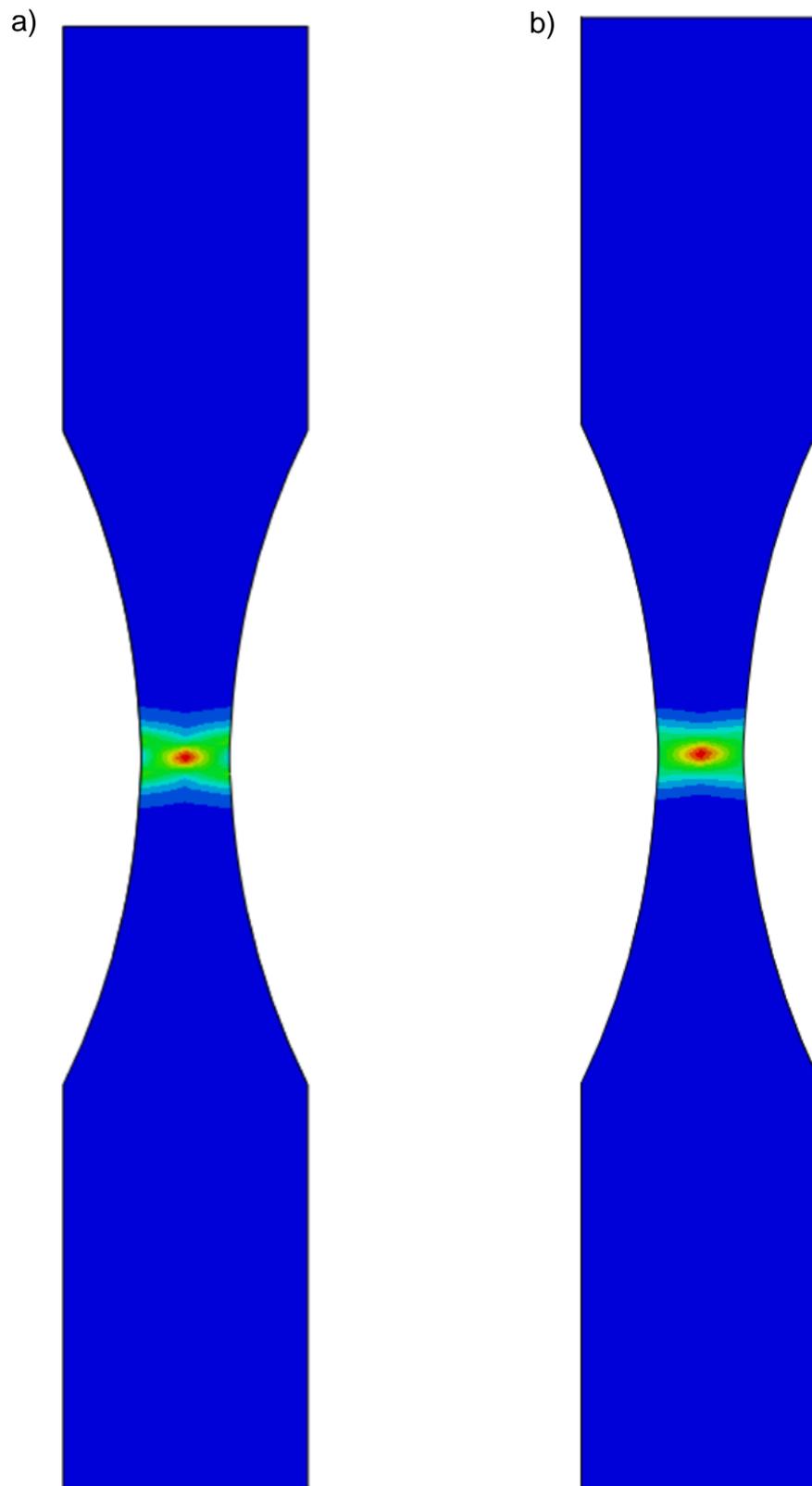
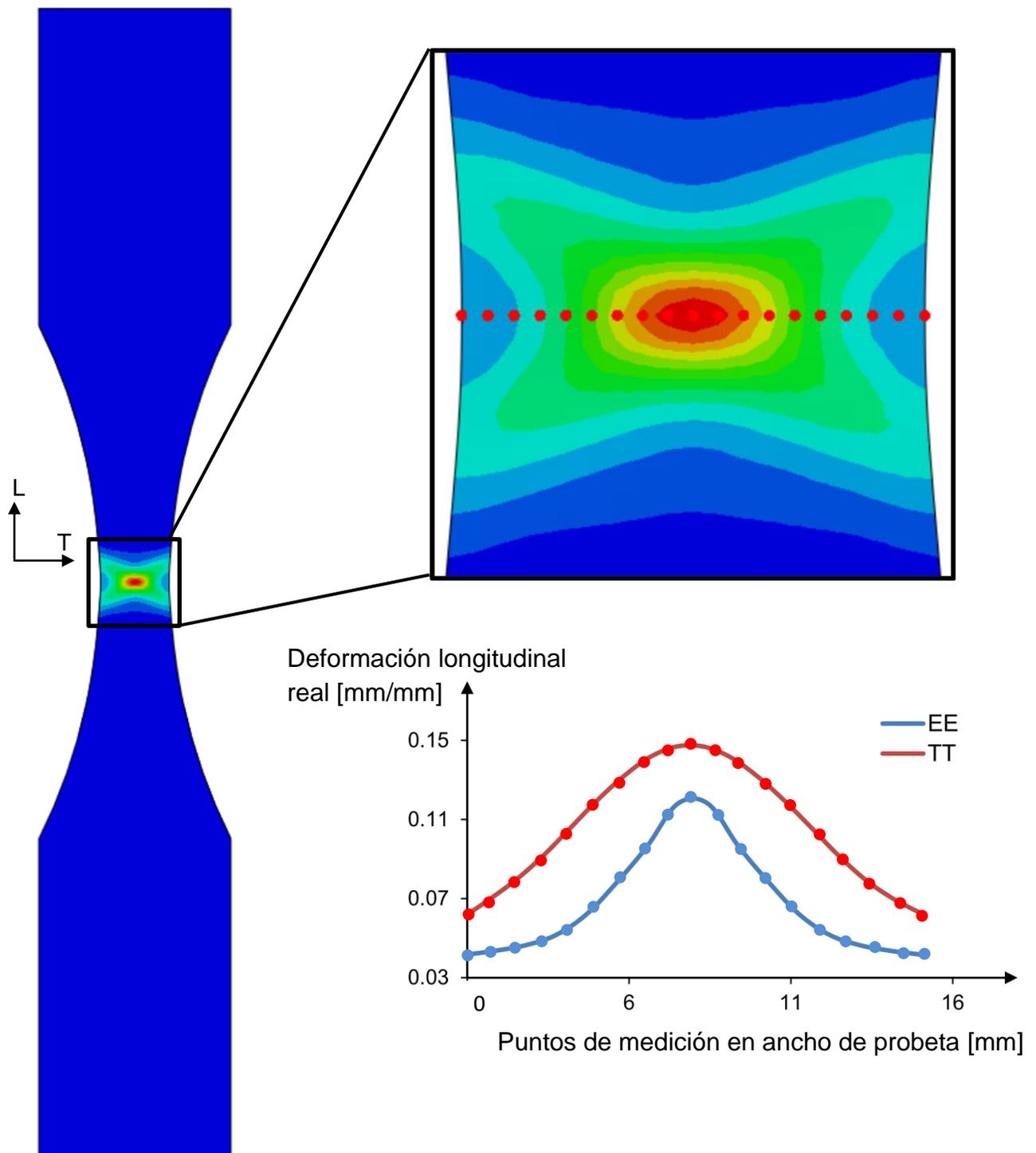


Figura 6.28. Distribución de deformación para la condición de daño crítico realizada en el centro de la probeta para los materiales EE y TT



6.3.3. Validación de ensayos experimentales empleando la librería de ABAQUS.

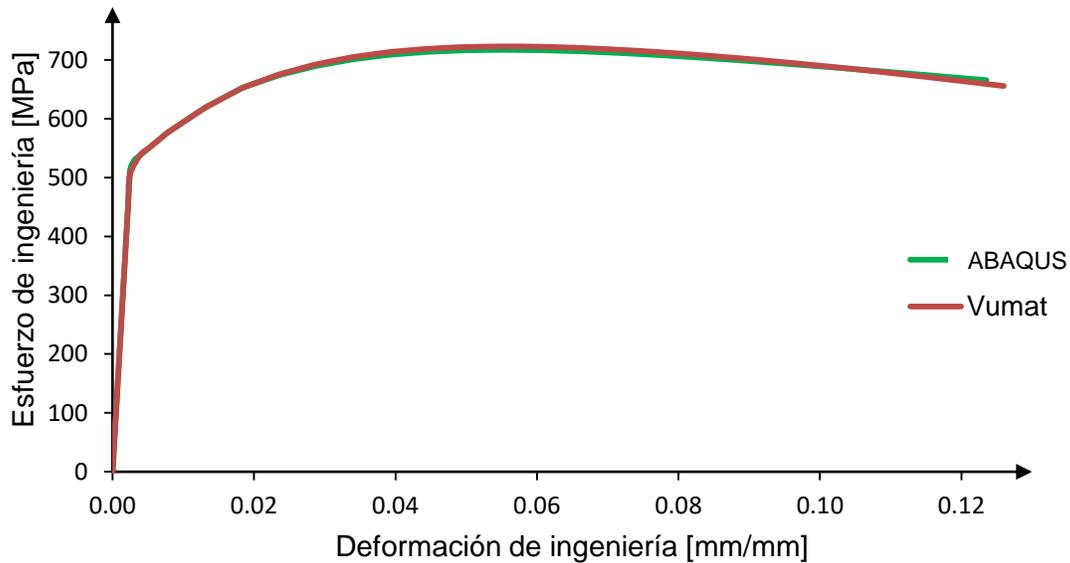
Con objeto de validar los resultados obtenidos a partir de la VUMAT, se realiza un procedimiento comparativo entre la subrutina programada y el modelo de daño dúctil que está incluido en la librería de ABAQUS, las propiedades materiales a ingresar corresponden a las presentadas en la tabla 6.14. El cálculo de evolución del daño se evalúa asumiendo un comportamiento lineal de acuerdo con la ecuación A3.1 presente en el anexo 3, el tamaño del elemento l_E es igual a 0.31 mm con un factor geométrico λ_E de 3.1, el cual depende del elemento seleccionado en la simulación, que para este caso se emplea un elemento sólido hexaédrico C3D8R (Pavlović et al. 2013), los resultados obtenidos son reportados en las figuras 6.28 y 6.29; para las simulaciones fue implementada la ley de endurecimiento de Voce, finalmente los resultados son reportados por medio de curvas esfuerzo vs deformación.

Tabla 6.14. Parámetros de evolución al daño

Material	\bar{u}^p [mm]	Dc
EE	0	0
	0.194	0.19
TT	0	0
	0.257	0.3

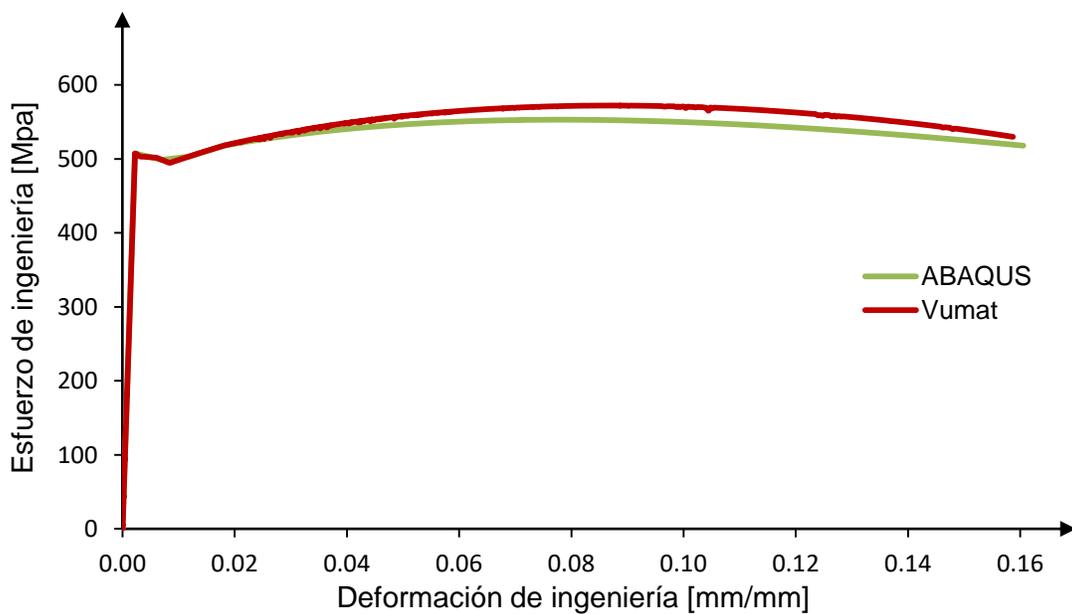
De acuerdo en la figura 6.29, para el material EE se evidencia buena correlación entre los resultados del modelo programado en la subrutina VUMAT y el obtenido por medio de la librería de daño que incluye ABAQUS/EXPLICIT respectivamente, teniendo presente que el ajuste de la subrutina material produce una respuesta mecánica ligeramente menos rígida en los valores donde se experimenta daño crítico.

Figura 6.29. Curva esfuerzo deformación empleando modelo de ABAQUS en material EE



Para contrastar la validez del modelo con los ensayos TT, en la figura 6.30 se presenta el comportamiento mecánico a partir de la curva esfuerzo vs deformación. Como se observa, la probeta pierde por completo su capacidad resistente para un valor aproximado en deformación de 16%, la tendencia estimada en ambas curvas es similar para los instantes correspondientes a las ramas de endurecimiento y ablandamiento respectivamente.

Figura 6.30. Curva esfuerzo deformación empleando modelo de ABAQUS en material TT



De acuerdo a esto, la respuesta alcanzada con el modelo de daño implementando la subrutina material para TT es más pronunciada durante todo el proceso de evolución en comparación a los resultados obtenidos con la librería de ABAQUS. Esta variación se debe probablemente a la definición de comportamiento de evolución del daño especificado en la tabla 6.14, evidenciándose que para valores más altos se presenta mayor no linealidad y por consiguiente es más sensible su respuesta mecánica respecto del material EE.

6.4. Resumen del capítulo y comentarios

A partir de la implementación del modelo de daño dúctil propuesto por Lemaitre (1996) se puede afirmar que el tratamiento térmico afecta de manera significativa las propiedades mecánicas del acero DP, también se evidencia que la evolución del daño para los materiales EE y TT corresponde a los resultados experimentales empleando el método de ensayos a carga descarga.

Las probetas tratadas térmicamente presentan mayor ductilidad y menor resistencia mecánica respecto a las probetas de estado de entrega. Según las figuras 6.13 y 6.19 los resultados se ajustan correctamente a los ensayos experimentales en la mayoría de las propiedades, las cuales registran errores inferiores al 10% empleando la ley de endurecimiento de Voce; no obstante, valores para el esfuerzo de ingeniería a fractura en el material TT presentan un error aproximado del 15%. Esto sugiere emplear técnicas de optimización para calibrar el modelo a fin de minimizar el error entre los resultados computacionales y los experimentales.

Respecto al comportamiento de evolución del daño y factor triaxial de esfuerzos, se evidencia el efecto que presenta el tratamiento térmico sobre el cambio de propiedades mecánicas en el acero DP, donde el material TT experimenta menor severidad en el aumento del daño y del factor triaxial comparado con el material EE, produciendo mayor retardo en la manifestación de los mecanismos de daño dúctil a partir de las etapas de nucleación, crecimiento y coalescencia de cavidades. Esto se debe principalmente a la

localización de las deformaciones que experimentan los puntos materiales en las zonas críticas de la probeta donde se acumula el daño.

De acuerdo a esto, la distribución del daño y deformación plástica para el material TT tienden a presentar un comportamiento más uniforme y menos localizado respecto del material EE, según lo expuesto en la figura 6.28. Siendo esto la causa principal por la cual el material TT soportar mayor deformación ante la aplicación de una carga simple a tracción; sin embargo, se requieren emplear técnicas experimentales de medición por mapeo superficial, a partir de instrumentos ópticos para registrar las deformaciones presentes en las zonas de interés de la probeta, y así poder correlacionar los reportes presentados en las figuras 6.27 y 6.28; ya que a partir de las mediciones realizadas con el extensómetro resistivo de contacto, es imposible sensar cada punto material en la probeta.

7. Conclusiones

En este capítulo se presentan las conclusiones derivadas de la implementación del modelo de daño dúctil y los resultados obtenidos en los capítulos 5 y 6.

- Se ha desarrollado un procedimiento sistemático de caracterización mecánica de daño dúctil a partir de un esquema experimental de ensayos a carga y descarga en el acero DP, por medio de estos ensayos se pudo determinar los cambios en las propiedades mecánicas que presentó el material debido al tratamiento térmico realizado. Según los resultados obtenidos experimentalmente, el acero DP tratado térmicamente presenta mayor deformación de fractura y niveles más bajos de esfuerzos a tracción comparado con el material en estado de entrega, esto se debe a la reducción de segundas fases en el acero con tratamiento térmico, produciendo un material más blando y dúctil pero con menor resistencia mecánica al daño.
- Uno de los principales objetivos de esta tesis ha sido el desarrollo de un algoritmo numérico, llevando a cabo simulaciones de ensayos por carga uniaxial a tracción en un software de elementos finitos para estudiar el comportamiento mecánico del acero DP 600, implementando el modelo de daño dúctil isotrópico con endurecimiento isotrópico de Lemaitre (1996). El algoritmo se basa en el método predictor elástico/corrector plástico para actualizar las variables de estado; las principales ventajas de emplear este modelo radican en el desarrollo de métodos matemáticos simples lo cual reduce el número de ecuaciones no lineales, simplificando el gasto computacional de la solución; por otra parte requiere de un menor número de parámetros experimentales para ingresar al modelo, lo cual

facilita los procedimientos de calibración bajo condiciones de esfuerzo a tracción uniaxial obtenidos mediante ensayos a carga descarga y finalmente en la dependencia que presenta el modelo entre las condiciones de flujo plástico y degradación mecánica localizada permitiendo favorecer la predicción al daño en procesos de grandes deformaciones.

- Se ha implementado un método para corregir los valores experimentales obtenidos por ensayos a carga y descarga, a partir de simulaciones numéricas con objeto de solucionar efectos de triaxialidad presentes a altos niveles de deformación en el material, ya que esto afecta localmente la ductilidad, debido a grandes fluctuaciones en la distribución de la deformación plástica que experimenta el material, provocando alteraciones en la medición del módulo instantáneo de elasticidad. De acuerdo a esto, el porcentaje de variación (R^2) reportados en las figuras 5.9 y 5.10 que definen la variable de daño en función de la deformación plástica empleando el método de corrección para los materiales en estado de entrega y tratado térmicamente es de 0.93 y 0.87 respectivamente, los valores obtenidos presentan un porcentaje de variabilidad bajo, lo cual proporciona mayor fiabilidad estadística en los parámetros materiales que se deben ingresar al modelo, sin embargo existen algunas propiedades mecánicas obtenidas computacionalmente que presentan errores superiores al 10%, lo cual sugiere emplear técnicas adicionales de optimización para calibrar el modelo y poder mantener el error experimental y computacional en valores mínimos.
- La influencia que posee la ley de flujo plástico en el comportamiento mecánico del material es importante de acuerdo a los reportes obtenidos en este trabajo; el error máximo presente en el material en estado de entrega aplicando las ecuaciones constitutivas de Ludwik y Voce es igual a 47.89% y 12.21% respectivamente. En el material tratado térmicamente los valores presentes son de 19.91% y 13.16%, por lo tanto los mejores resultados en las simulaciones de daño dúctil se obtuvieron empleando la ecuación de Voce.
- A partir de los resultados obtenidos con el modelo de daño dúctil; se puede afirmar puntualmente que el tratamiento térmico influye sobre la mayoría de propiedades mecánicas del acero DP 600 excepto en el umbral al daño dúctil que no presenta

diferencia considerable; por otra parte los cambios reportados respecto al material en estado de entrega son: incremento del 20.6% en deformación de fractura, reducción de resistencia mecánica y resistencia al daño de 19.2% y 64.3% respectivamente e incremento en el parámetro de daño crítico del 63.3%, por lo cual los fenómenos asociados a la rotura dúctil por nucleación, crecimiento y coalescencia de cavidades presentan mayor retardo en el material tratado térmicamente lo cual favorece en el aumento de ductilidad.

- De acuerdo a los resultados numéricos sobre el estado de triaxialidad, se evidencia la relación directa que existe con el comportamiento de evolución del daño para ambos materiales estudiados, según esto se observa cualitativamente que el material tratado térmicamente presenta un comportamiento retardado en la curva de evolución del estado triaxial equivalente a lo reportado en la evolución al daño, por otra parte cuantitativamente los valores de triaxialidad en la condición de deformación de fractura son mayores para el material tratado térmicamente, esto se debe a que en dicho material se presenta menor inestabilidad plástica o deformación más homogénea que en el material en estado de entrega para la condición de daño crítico.
- Los resultados obtenidos al solucionar problemas estandarizados reportados en bibliografía, permiten demostrar que el algoritmo desarrollado de daño dúctil puede extenderse al estudio de otros aceros, ya que registran buena correlación entre las curvas de esfuerzo deformación y los valores calculados de error relativo, sin embargo de acuerdo a reportes realizados en literatura el modelo no proporciona buenas aproximaciones para ensayos a carga multiaxial, lo cual limita su implementación para realizar únicamente ensayos de tracción uniaxial.
- La combinación de ensayos experimentales y análisis numérico produjo una estrategia de calibración mediante el cálculo de evolución del daño clara y simplificada para el estudio del comportamiento al daño dúctil en un acero DP, contrario a otros modelos presentes en la literatura que desarrollan procedimientos de calibración donde se requiere un desarrollo experimental más complejo. Esto desde el punto de vista del ámbito de aplicaciones industriales es importante para contribuir al desarrollo de métodos más innovadores, ya que se pueden emplear

nuevas herramientas experimentales y computacionales a partir del modelo de Lemaitre y sus extensiones con relativa simplicidad para la predicción del daño dúctil, requeridos en el estudio al comportamiento mecánico de nuevos aceros donde se exige un conocimiento bastante profundo en el análisis de conformabilidad.

8.Trabajo futuro

Por medio del desarrollo de esta tesis han surgido nuevas ideas a plantear para futuros trabajos de investigación, el enfoque esta derivado hacia el desarrollo experimental y el desarrollo por simulaciones numéricas.

Los trabajos propuestos en el desarrollo experimental se exponen a continuación:

- Desarrollar otras rutas de tratamientos térmicos para relacionar la variación que presenta el comportamiento al daño dúctil en un acero de fase dual, a partir de diferentes porcentajes de fracción volumétrica de martensita.
- Una de las principales dificultades que se presentan al estudiar el comportamiento mecánico de un material dúctil a partir de ensayos a carga uniaxial, radica en el fenómeno localizado de encuellamiento por estricción, la implementación de extensómetros resistivos para la medición de la evolución de deformación durante el ensayo abarca una zona muy reducida de la probeta y puede existir la posibilidad que los fenómenos asociados a la estricción queden por fuera del rango de medición, obteniendo datos erróneos; por lo cual se recomienda emplear otra metodología en la adquisición de datos que abarque toda la longitud calibrada de medición de la probeta a partir de técnicas por extensometría óptica.
- Realizar una campaña experimental extensa donde se relacionen cambios geométricos de probetas de ensayo con la evolución del factor triaxial de esfuerzos y la evolución del daño para el acero DP y otros materiales.

- Implementar una metodología para calcular la evolución del daño a partir de mediciones directas, donde se realice el seguimiento en la acumulación del daño mediante el análisis de defectos internos y la deformación que experimentan los granos empleando técnicas metalográficas.

Los trabajos propuestos en el desarrollo de simulaciones numéricas se exponen a continuación:

- El modelo desarrollado emplea el criterio de endurecimiento por deformación isotrópico; por lo cual se propone desarrollar un criterio combinado de endurecimiento por deformación isotrópico y cinemático para extender su aplicación, ya que el efecto Bauschinger influye directamente en la recuperación elástica de los aceros DP conformados plásticamente en frío (Tisza & Lukács, 2014) .
- Ampliar el modelo a condiciones de carga por torsión, cizalladura y compresión para desarrollar criterios de falla utilizando distintos valores de triaxialidad (ejemplo de ello valores en triaxialidad negativa por ensayos a compresión).
- Ampliar el estudio a condiciones anisotrópicas a incorporar en el modelo de daño para desarrollar ensayos tecnológicos de conformación plástica en aceros.
- Ampliar el estudio a condiciones dinámicas, donde se incluya la influencia de la temperatura y la velocidad de deformación a incorporar en el modelo de daño.
- Emplear técnicas de optimización para la calibración de los modelos a fin de minimizar el error entre los resultados computacionales y los experimentales.
- Considerar otros criterios de plastificación que tengan en cuenta la influencia del parámetro de Lode (invariante J3) sobre el comportamiento al daño dúctil, ya que el trabajo desarrollado en esta tesis asume únicamente los criterios atribuidos a los invariantes I1 y J2.

9. Bibliografía

ABAQUS, 2012. Version 6.12 User's Manual, Dassault Systèmes Simulia Corp.; Providence, RI, USA.

Levanger, H. (2012). Simulating Ductile Fracture in Steel using the Finite Element Method: Comparison of Two Models For Describing Local Instability due to Ductile Fracture (master thesis). University of Oslo, Norway.

Alves, M., Yu, J., & Jones, N. (2001). On the elastic modulus degradation in continuum damage mechanics. *Computers & Structures*, 76(6), 703–712.

Anderson, T. L. (1995). Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. Aerospace Engineering (Vol. 2).

Argon, A., Im, J., & Safoglu, R. (1975). Cavity formation from inclusions in ductile fracture *Metallurgical and Materials Transactions A*, 6, 825–837.

Asadi Asadabad, M., Goodarzi, M., & Kheirandish, S. (2008). Kinetics of Austenite Formation in Dual Phase Steels. *ISIJ International*, 48(9), 1251–1255.

Avramovic-Cingara, G., Saleh, J., Jain, MK., & Wilkinson, DS. (2009). Void nucleation and growth in dual-phase Steel 600 during uniaxial tensile testing. *Metall. Matter. Trans. A* 40 (13), 3117-3127.

Bao, Y., & Wierzbicki, T. (2004). On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space. *International Journal of Mechanical Sciences*, 46(1), pp, 81–98.

Barsoum, I., & Faleskog, J. (2007a). Rupture mechanisms in combined tension and shear: Experiments. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 57, pp 498–506.

Barsoum, I., & Faleskog, J. (2007b). Rupture mechanisms in combined tension and shear: Micromechanics. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44, pp 5481–5498.

Benallal, A., Billardon, R., & Lemaitre, J. (1991). Continuum damage mechanics and local approach to fracture: Numerical procedures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 92(2), 141–155.

Beremin, F.M. (1981). Cavity formation from inclusions in ductile fracture of A508 steel. *METALLURGICAL AND MATERIALS TRANSACTIONS A*, 12 (5), 723-731.

Boccaccini, D. N., & Boccaccini, A. R. (1997). Dependence of Ultrasonic Velocity on Porosity and Pore Shape in Sintered Materials. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 16(4), 1–6.

Bonora, N. (1998). On the effect of triaxial state of stress on ductility using nonlinear CDM model. *International Journal of Fracture*, 88(1968), 359–371.

Bonora, N., Gentile, D., Pirondi, a., & Newaz, G. (2005). Ductile damage evolution under triaxial state of stress: Theory and experiments. *International Journal of Plasticity*, 21(5), 981–1007.

Bonora, N., Ruggiero, A., Gentile, D., & De Meo, S. (2011). Practical applicability and limitations of the elastic modulus degradation technique for damage measurements in ductile metals. *Strain*, 47(3), 241–254

Bouchard, P. O., Gachet, J. M., & Roux, E. (2012). Ductile damage parameters identification for cold metal forming applications. *The 14th International Esaform Conference on Material Forming*, 1353(1), 47–52.

Brinnel, V., Döbereiner, B., & Münstermann, S. (2014). Characterizing ductile damage and failure: application of the direct current potential drop method to uncracked tensile specimens. *Procedia Materials Science*, 3, 1161–1166.

Cao, T. S., (2013) Modeling ductile damage for complex loading paths. (Doctoral Thesis). PARIS TECH INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES .

Cao, T. S., Gachet, J. M., Montmitonnet, P., & Bouchard, P. O. (2014). A Lode-dependent enhanced Lemaitre model for ductile fracture prediction at low stress triaxiality. *Engineering Fracture Mechanics*, 124-125, 80–96.

Cao, T. S., (2015). Models for ductile damage and fracture prediction in cold bulk metal forming processes: a review. *Int. J Mater Form*. 1-33.

Celentano, D. J., & Chaboche, J. L. (2007). Experimental and numerical characterization of damage evolution in steels. *International Journal of Plasticity*, 23(10-11), 1739–1762.

Chandrakanth, S., & Pandey, P. C. (1993). A new ductile damage evolution model. *International Journal of Fracture*, 60(), 73–76.

Chaves, E. W., (2013). Notes on Continuum Mechanics. Springer Netherlands, 2013.

Cullity, B. D.,(1978). *Elements of X Ray Diffraction*, Addison-Wesley series in metallurgy and materials, 1978

De Souza Neto, E. A. (2002). A fast, one-equation integration algorithm for the Lemaitre ductile damage model. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 18(8), 541–554.

De Souza Neto, E. A. de S., Peric, D., & Owen, D. R. J. (2009). *Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications. Engineering*. Singapore: Wiley, 2009

Designation: ASTM A751-11. Standard Test Method, Practices and Terminology for Chemical Analysis of Steel Products.

Designation: ASTM E3-11. Standard Guide for Preparation of metallographic specimens.

Designation: ASTM E466-07. Standard Practice for Conducting Force Controlled Constant Amplitude Axial Fatigue Test of Metallic Materials.

Designation: ASTM E112-96 (2004). Standard Test Methods for Determining Average Grain Size.

Designation: ASTM E8/E8M – 13a. Standard Test Method for Tension Testing of Metallic Materials.

Dieter, G. E., (1988). MECHANICAL METALLURGY. McGraw-Hill Book Co – Singapore for manufacture and export, 1988.

Doghri, I. (1995). Numerical implementation and analysis of a class of metal plasticity models coupled with ductile damage. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38(20), 3403–3431.

Dowling , N. E. (1998). Mechanical Behavior of Materials. *Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue, Second Edition*. Prentice Hall, 1998.

Dune, F., Petrinic, N. (2005). Introduction to computational plasticity. New York: Oxford University Press, 2005.

Erdogan, M. (2002). The effect of new ferrite content on the tensile fracture behaviour of dual phase steels. *Journal of Materials Science*, 37(17), 3623-3630.

Fansi, J. (2013). Prediction of DP steel fracture by FEM simulations using advanced Gurson model (Doctoral thesis). Université de Liège, France.

Fonstein, N. M., Kapustin, M., Pottore, N., Gupta, I., & Yakubovsky, O. (2007). “Factors That Determine the Level of the Yield Strength and the Return of the Yield-Point Elongation in Low-Alloy Ferrite-Martensite Steels”. *The physics of Metals and Metallography*, 104(3), 323–336.

Fonstein, N.M, (2015). Advanced High Strength Sheet Steels. Physically Metallurgy, Design Processing, and Propierties.

Ghahremaninezhad, A., & Ravi-Chandar, K. (2012). Ductile Failure Behavior of Polycrystalline Al 6061-T6. *International Journal of Fracture*, 174, 177-202.

Guerra, F.S. (2013). Estudio de la rotura en barras de acero. Aspectos experimentales y numéricos (tesis doctoral). Universidad Politécnica de Madrid, España.

Gunduz, S., Demir, B., & Kacar, R. (2008). "Effect of Aging Temperature and Martensite by Volumen on Strain Aging Behavior of Dual-Phase Steel". *Ironmarking and Steelmarking*, 35(1), 63-68.

Gurson, a. L. (1977). Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I—Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 99(1), 1-15.

Isik, K., Gregory, G., Gutknecht, F., Clausmeyer, T., Nürnberger, F., Maier, H. J & Tekkaya, A. E. (2016). Investigations of ductile damage in DP600 and DC04 deep drawing steel sheets during punching. *Procedia Structural Integrity* 2, 21st European Conference on Fracture, ECF21, 673-680.

Jones, D., Schonlau, M., & Welch, W. (1998). Efficient global optimization of expensive black-box functions. *Journal of Global Optimization*, 13(4), 455–492.

Kadkhodapour, J., Butz, A., & Rad Ziaei, S. (2011). "Mechanisms of Void Formation During Tensile Testing in a Comercial, Dual-Phase Steel". *Acta Materialia*, 59(7), 2575–2588.

Kachanov, L. M. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. *Izv Akad Nauk S S R Otd Tech Nauk*, 8, 26–31.

Kachanov, L. M. (1999). Rupture Time Under Creep Conditions. *International Journal of Fracture*, 97(1), 11–18.

Kolevska, A., Padmanabhan, R., Oliveira, M. C., Alves, J. L., & Menezes, L. F. (2010). Finite element analysis of the influence of the restraining force in the draw bend test. *International Journal of Material Forming*, 3 (1), 143–146.

Kubin, L. P. (2013). Dislocations, Mesoscale Simulations and Plastic Flow. United Kingdom: Oxford University Press, 2013.

KUZIYAK, R., KAWALLA, R., & WAENGLER, S. (2008). Advanced high strength steels for automotive industry. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 8(2), 103–117.

Le Roy, G., Embury, J. D., Edwards, G., & Ashby, M. F. (1981). A model of ductile fracture based on the nucleation and growth of voids. *Acta Metallurgica*, 29 (), 1509–1522.

Lee, S. W., & Pourboghrat, F. (2005). Finite element simulation of the punchless piercing process with Lemaitre damage model. *International Journal of Mechanical Sciences*, 47(11), 1756-1768.

- Lemaitre, J. (1985a). A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 107(1), 83–89.
- Lemaitre, J. (1985b). Coupled elasto-plasticity and damage constitutive equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 51(1-3), 31–49.
- Lemaitre, J., & Dufailly, J. (1987). Damage measurements. *Engineering Fracture Mechanics*, 28 (5-6), 643-661.
- Lemaitre, J., & Chaboche, J. (1990). *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, 1990.
- Lemaitre, J. (1996). *A Course on Damage Mechanics*. Springer Berlin Heidelberg, 1996.
- Lemaitre, J., & Desmorat, R. (2005). *Engineering Damage Mechanics*. Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- Levanger, H. (2012). Simulating Ductile Fracture in Steel using the Finite Element Method: Comparison of Two Models For Describing Local Instability due to Ductile Fracture (master thesis). University of Oslo, Norway.
- Lian, J., Feng, Y., & Münstermann, S. (2014). A Modified Lemaitre Damage Model Phenomenologically Accounting for the Lode Angle Effect on Ductile Fracture. *Procedia Materials Science*, 3, 1841–1847.
- Lorenzo, M., González, B., Matos, J. C., Aguado, L., Kharin, V., Toribio, J. (2009) ANÁLISIS DEL EFECTO BAUSCHINGER EN ACEROS DE ALTA RESISTENCIA, *Anales de Mecánica de la Fractura*, 26 (1), 319-324.
- Louws, L. C. N. (2008). Comparative Analysis for Quantification of Ductile Damage (Master thesis). Eindhoven University of Technology.
- Ludwik, P. (1927). The importance of the slippage and breakage resistance for materials testing, *Z, Ver. Dtsch, Ing, J. Plas*, 71, 1532–1538.
- Madej, L., Wang, J., Perzynski, K., & Hodgson, P.D. (2014). Numerical modeling of dual phase microstructure behavior under deformation conditions on the basis of digital material representations, *Computational Materials Science*, 95 (), 651-662.
- Malcher, L., Andrade Pires, F. M., César De Sá, J. M. A., & Andrade. F. X. C. (2009). Comparative study between ductile damage constitutive model. In *COMPLAS*.
- Malcher, L., Andrade Pires, F. M., & César De Sá, J. M. a. (2012). An assessment of isotropic constitutive models for ductile fracture under high and low stress triaxiality. *International Journal of Plasticity*, 30-31, 81–115.
- McClintock, F. a. (1968). A Criterion for Ductile Fracture by the Growth of Holes. *Journal of Applied Mechanics*, 35(2), 363.

Menéndez, E., & Jamed, L. O., (2006). UNA PROPUESTA PARA EL CÁLCULO DE LA POTENCIA EN EL ANOVA. *REVISTA INVESTIGACIÓN OPERACIONAL*, 27 (2), 195-205.

Miehe, C., & Lambrecht, M., (2001). Algorithms for computation of stresses and elasticity in terms of Seth-Hill's family of generalized strain tensors. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 17 (5), 337–353.

Mirone, G., & Corallo, D. (2010). A local viewpoint for evaluating the influence of stress triaxiality and Lode angle on ductile failure and hardening. *International Journal of Plasticity*, 26(3), 348–371.

Montgomery, D. C. (2012). *Design and Analysis of Experiments. Design* (Vol. 2).

Murakami, S. (2012). *Continuum damage mechanics a continuum mechanics approach to the analysis of damage and fracture*. Dordrecht: Springer, ISBN: 978-94-007-2666-6.

Needleman, A. (1972). Void Growth in an Elastic-Plastic Medium. *Journal of Applied Mechanics*, 39(4), 964–970.

Niazi, M.S. (2012). *Plasticity Induced Anisotropic Damage Modeling for Forming Processes* (doctoral thesis). University of Twente, Enschede, The Netherlands.

Niazi, M. S., Wisselink, H. H., Meinders, T., & Huetink, J. (2012). Failure Predictions for DP Steel Cross-die Test using Anisotropic Damage. *International Journal of Damage Mechanics*, 21(5), 713–754.

Ollivella, X., Bosch, C. (2002). *Mecánica de medios continuos para ingenieros*. Ediciones UPC.

Pavlović, M., Marković, Z., Veljković, M., & Bucrossed D Signevac, D. (2013). Bolted shear connectors vs. headed studs behaviour in push-out tests. *Journal of Constructional Steel Research*, 88, 134–149.

Prahl, U., Bourgeois, S., Pandorf, T., Aboutayeb, M., Deborders, O., & Weichert, D. (2002). Damage parameter identification by a periodic homogenization approach. *Computational Materials Science*, 25, 159-165.

R Core Team (2016). *R : A Language and environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria.

Rabotnov, Y. (1969). Creep rupture, in *Proceedings, Twelfth International Congress of Applied Mechanics*, 342-349.

Radwański, K., Wrożyna, A., Kuziak, R. (2014). Role of the advanced microstructures characterization in modeling of mechanical properties of AHSS steels, *Materials Science and Engineering : A*, 639 (), 567-574.

Rees, D. W. A., (1982). On Isotropy and Anisotropy in the Theory of Plasticity, PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY A MATHEMATICAL, PHYSICAL AND ENGINEERING SCIENCES, 383 (1785), 333- 357.

Rousselier, G. (1987). Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture. *Nuclear Engineering and Design*, 105(1), 97-111.

Rodriguez-Baracaldo, R., Arroyo-Osorio, J. M., & Parra-Rodriguez, Y. (2016). Influencia del proceso de revenido en el comportamiento mecánico de un acero de fase dual de uso industrial automotriz. *Ingeniare. Rev. chil. ing.* 24, 94-101.

Ryckelynck, D., Missoum Benziane, D., Cartel, S., & Besson, J. (2011). A robust adaptive model reduction method for damage simulations. *Computational Materials Science*, 50 (5), 1597–1605.

Sancho, A., Cox, M. J., Cartwright, T., Aldrich-Smith, G. D., Hooper, P. A., Davies, C. M., & Dear, J. P. (2016). Experimental techniques for ductile damage characterization. *Procedia Structural Integrity*, 2, 966-973.

Singh, A. K., & Pandey P. C. (1999). An implicit algorithm for plane stress damage coupled elastoplasticity. *Mechanics Research Communications*, 26 (6), 693-700.

Speich, G. R., Demarest, V. A., Miller, R. L. (1981). Formation of Austenite During Intercritical Annealing of Dual-Phases Steels. *Metallurgical Transactions A*, 12 (8), 1419-1428.

Steglich, D., Siegmund, T., & Brocks, W. (1999). Micromechanical modeling of damage due to particle cracking in reinforced metals. *Computational Materials Science*, 16, 404-413.

Tai, W. H., & Yang, B. X. (1986). A new microvoid damage model for ductile fracture, *Engineering Fracture Mechanics*, 25(3), 377-384.

Tasan, C.C., Diehl, M., Yan, D., Bechtold, M., Roters, F., Schemmann, L., Zheng, C., Peranio, N., Ponge, D., Koyama, M., Tsukazi, K., & Raabe, D. (2015). An Overview of Dual-Phase Steels: Advances in Microstructure-Oriented Processing and Micromechanically Guided Design. *Annual Review of Materials Research*, 45, 391–492.

Thakkar, B. K., & Pandey, P. C. (2007). A high-order isotropic continuum damage evolution model, *International Journal of Damage Mechanics*, 16(4), 403-426.

Thomson, R.D., & Hancock, J.W. (1984). Ductile failure by void nucleation, growth and coalescence. *International Journal of Fracture*, 26, 99-112.

Tie-Jun, W. (1992). Unified CDM model and local criterion for ductile fracture I. Unified CDM model for ductile fracture, *Engineering Fracture Mechanics*, 42(1), 177-183.

Tisza, M., & Lukács, Z. (2014). Springback analysis of high strength dual-phase steels. In *Procedia Engineering* (Vol. 81, pp. 975–980).

Trowsdale, A. J., & Pritchard, S.B. (2002). “Fasteners without heat treatment” Technical Report CORUS.

Tsiloufas, S.P. (2012). estudo da fratura dúctil em chapas de aço médio carbono sob a ótica da teoria da mecânica do dano (tesis maestría). Universidad de sao paulo, sao paulo.

Tsiloufas, S. P., & Plaut, R. L. (2012). Ductile Fracture Characterization for Medium Carbon Steel Using Continuum Damage Mechanics. *Materials Sciences and Applications*, 03(11), 745–755.

Tsipouridis, P. (2006). Mechanical Properties of Dual-Phase Steels (tesis doctorado), Technische Universität München, München.

Tvergaard, V., & Needleman, A. (1984). ANALYSIS OF THE CUP-CONE ROUND TENSILE FRACTURE. *Acta Metallurgica*, 32(1), 157–169.

Voyiadjis, G. Z., & Kattan, P. I. (2008). A Comparative Study of Damage Variables in Continuum Damage Mechanics. *International Journal of Damage Mechanics*, 18(May), 315–340.

Waterschoot, T., Kestens, L., & De Cooman, B. C. (2002). Hot rolling texture development in CMnCrSi dual-phase steels. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 33(April), 1091–1102.

Xue, L.(2007). Ductile Fracture Modeling-Theory, Experimental Investigation and Numerical Verification (Doctoral Thesis). Massachusetts Institute of Technology, United States of America, 2007.

Zhang, W., & Cai, Y. (2010). Continuum damage mechanics and numerical applications. Measurement. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

ANEXOS

Anexo 1

服务热线 400-820-8590 021-26648888

上海市宝山区富锦路885号 邮编 201900
 No.885 Fujin ROAD, BAOSHAN DISTRICT
 201900 SHANGHAI, P. R. CHINA
 TEL (021)26649104
 FAX (021)26642083

宝 山 钢 宝 山 钢 铁 股 份 有 限 公 司 BAOSHAN IRON & STEEL CO.,LTD. 产品质量证明书 INSPECTION CERTIFICATE

宝 山 钢 宝 山 钢 铁 股 份 有 限 公 司
 BAOSHAN IRON & STEEL CO.,LTD.
 制造厂: 总部
 Manufacturer: CORE BASE

Prod 161

产品名称 PRODUCT	HOT ROLLED STEEL SHEETS IN COIL	
代号 CUSTOMER'S NO.	900003	证书号 CERTIFICATE NO.
客户订单号 CUSTOMER ORDER NO.		
签发日期 DATE OF ISSUE	2012/01/29	
许可证号 LICENSE NO.	合同号 CONTRACT NO.	
		KC28J03002

序号 NO	捆包号 COIL/PACK NO.	件数 QTY	炉号 HEAT NO.	规格及重量 MATERIAL DESCRIPTION			化学成分 CHEMICAL COMPOSITION % (熔体分析 HEAT ANALYSIS)										拉伸试验 TENSILE TEST (G.L=L 3)			硬度 HARDNESS TEST	杯突 BEND TEST	硬度 HARDNESS TEST
				厚度 THICK	宽度 WIDTH	长度 LENGTH	重量 WEIGHT	C	Si	Mn	P	S	屈服 Y.S.	抗拉 T.S.	伸长 EL.	屈服 Y.S.	抗拉 T.S.	伸长 EL.				
1	113357701	1	215985	3.50	1200	COIL	6850	6	96	121	11	4					412	611	29			
2	113357702	1	215985	3.50	1200	COIL	7570	6	96	121	11	4					412	611	29			
3	113357703	1	215985	3.50	1200	COIL	5330	6	96	121	11	4					412	611	29			
合计 Total		3					19780															

REMARKS	Y.S=YIELD STRENGTH T.S=TENSILE STRENGTH EL=ELONGATION G.L=GAUGE LENGTH L1=5.65SQRT(F0) L2=50MM L3=60MM L4=200MM L5=11.3SQRT(F0)	
NOTES	*01 ERICHSEN	
SURVEYOR TO	本产品已按上述要求进行制造和检验,其品质符合要求,特此证明。 WE HEREBY CERTIFY THAT MATERIAL DESCRIBED HEREIN WAS MANUFACTURED AND TESTED WITH SATISFACTORY RESULTS IN ACCORDANCE WITH THE REQUIREMENTS OF THE ABOVE MATERIAL SPECIFICATION.	
质量负责人 QUALITY MANAGER	 马长明	

Anexo 2

La información indicada en este anexo proviene de Montgomery (Montgomery, 2012) y Menéndez y Jamed (Menéndez & Jamed, 2006).

El diseño empleado para determinar el tamaño de la muestra se basa en el análisis de potencia mediante la evaluación de una prueba de hipótesis considerando que dicha prueba de hipótesis se encuentra asociada a una tabla de análisis de varianza o ANOVA, de acuerdo a lo siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_i \\ \text{vs} \\ H_1 : \text{Alguna hipótesis diferente} \end{array} \right. \quad (A2.1)$$

Donde: H_0 es la hipótesis nula.

H_1 es la hipótesis alternativa.

τ_i es el efecto del i -ésimo tratamiento, $i = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$.

Las hipótesis presentes en la ecuación A2.1 se evalúan por medio de un estadístico de prueba F_0 para determinar su validez, el estadístico de prueba para un análisis de varianza se define como:

$$F_0 = \frac{CM_{\text{Tratamientos}}}{CM_{\text{Error}}} \quad (A2.2)$$

Donde el $CM_{\text{Tratamientos}}$ es el cuadrado medio del modelo y CM_{Error} es el cuadrado medio del error, la región de rechazo viene dada por la expresión:

$$F_0 > f_{(1-\alpha, 9, n-10)} \quad (A2.3)$$

Donde: α es un nivel de significancia especificado

9 es el número de tratamientos menos 1

n-10 es el número de observaciones menos el número de tratamientos.

En esta prueba de hipótesis se tiene que cuando H_0 es verdadera, la esperanza de los cuadrados medios del modelo experimental es igual a la varianza del error y al estadístico F_0 siguiendo una distribución f central con 9 y n-10 grados de libertad; pero cuando la hipótesis H_0 es falsa se tiene que la esperanza de los cuadrados medios del modelo está definida por:

$$E(\text{CMTratamientos}) = \sigma^2 + n \sum_{i=1}^{10} \frac{\tau_i^2}{10} ; \sum_{i=1}^{10} \tau_i^2 \neq 0 \quad (\text{A2.4})$$

Donde: σ^2 es la varianza

Por lo tanto si la hipótesis nula es falsa, F_0 no sigue una distribución central y por el contrario se debe determinar la distribución f no centralizada, dicha distribución se denota mediante un parámetro de no centralidad λ representado como:

$$\lambda = \frac{nm^2}{2\sigma^2} \quad (\text{A2.5})$$

Donde: m es una propiedad

La potencia de prueba se puede escribir como:

$$\text{Potencia} = \text{Probabilidad}(F_{(9, N-10, \lambda)} > \text{Valor crítico de rechazo}) \quad (\text{A2.6})$$

Donde el valor crítico de rechazo está dado por la tabla ANOVA, sin embargo para este trabajo no se puede especificar la magnitud de los efectos individuales que se desean

detectar ya que la varianza no se conoce, debido a eso se propone incluir el término K en σ^2 según la ecuación A2.7.

$$m = k\sigma \quad (A2.7)$$

Finalmente reemplazando la ecuación A2.7 en la ecuación A2.5, se obtiene:

$$\lambda = 0.5 nk^2 \quad (A2.8)$$

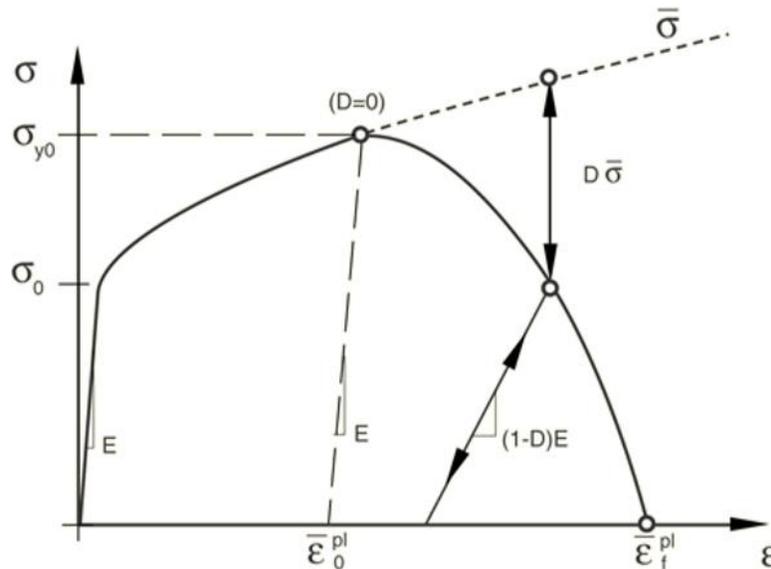
Anexo 3

La información indicada en este anexo proviene de ABAQUS (ABAQUS, 2012).

ABAQUS/EXPLICIT permite modelar daño dúctil en metales a partir de la degradación progresiva en rigidez del material mediante la hipótesis de deformación equivalente.

Existen dos componentes en la evolución del daño que maneja ABAQUS/EXPLICIT; el primer componente involucra la introducción de desplazamiento plástico equivalente cuando se presenta degradación total o falla ($\bar{\epsilon}_f^p$) y desplazamiento plástico equivalente al inicio del daño ($\bar{\epsilon}_0^p$); de esta forma se determina la evolución al daño.

Figura A3.1 Evolución al daño a partir de un ensayo a tracción.



Fuente: Referencia (ABAQUS, 2012)

Para calcular el desplazamiento efectivo se requiere conocer la deformación plástica equivalente para la condición inicial y final de daño como se aprecia en la figura A3.1; por otra parte, es necesario introducir un criterio que incluya el tamaño del elemento (l_E) y un

factor geométrico del elemento (λ_E), para eliminar la dependencia del daño respecto a la malla generada, esto se describe a partir de la ecuación A3.1 (Pavlovic et al. 2013).

$$\bar{u}^P = \bar{u}_f^P - \bar{u}_D^P = \lambda_E l_E (\bar{\epsilon}_f^P - \bar{\epsilon}_D^P) \quad (A3.1)$$

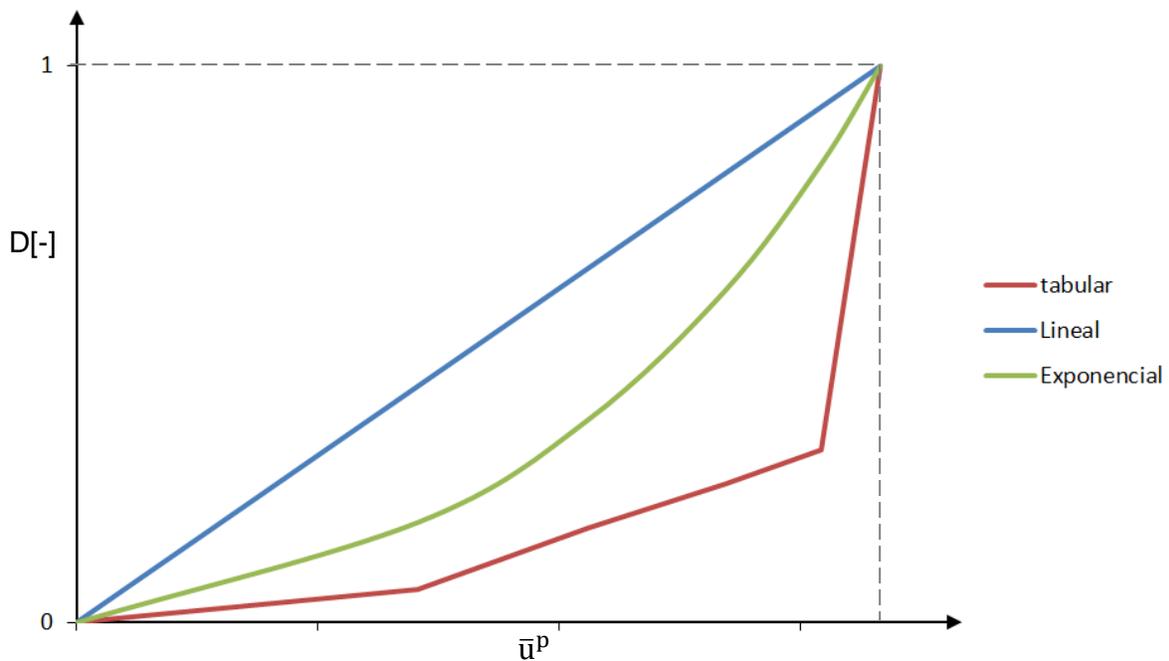
Donde: $\bar{\epsilon}_f^P$ es la deformación plástica equivalente de falla.

$\bar{\epsilon}_D^P$ es la deformación plástica equivalente de inicio de daño o umbral de daño.

El segundo componente en la definición de evolución al daño es la propia especificación de la variable de daño D entre los valores iniciales y finales que representan la falla en el material.

Abaqus define tres condiciones distintas para determinar la evolución de daño en el modelo, las cuales se presentan en la figura A3.2

Figura A3.2 Evolución al daño definida en ABAQUS.



Anexo 4

Artículos presentados en congresos.

- CIMM 2017: Octav congreso Internacional de Ingenierías Mecánica y Mecatrónica y sexto de Material, Energía y Medio Ambiente. Medellín, Colombia, 26 - 28 de abril de 2017.
- CIBIM 2017: XIII Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. Lisboa, Portugal, 23- 26 de octubre de 2017.
- EUROMAT 2017: EUROPEAN CONGRESS AND EXHIBITION ON ADVANCED MATERIALS AND PROCESS. THESSALONIKI, GREECE, 17-22 SEPTEMBER 2017.