



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

**ANÁLISIS DEL CONTAGIO FINANCIERO EN AMÉRICA LATINA,
UNA APROXIMACIÓN A PARTIR DE LA VOLATILIDAD EN LAS
TASAS DE INTERÉS Y LOS MERCADOS DE VALORES (1993-2013)**

JORGE MARIO SALCEDO MAYORGA

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Bogotá, Colombia
2016

**ANÁLISIS DEL CONTAGIO FINANCIERO EN AMÉRICA LATINA,
UNA APROXIMACIÓN A PARTIR DE LA VOLATILIDAD EN LAS
TASAS DE INTERÉS Y LOS MERCADOS DE VALORES (1993-2013)**

JORGE MARIO SALCEDO MAYORGA

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ciencias Económicas

Director:
Ph.D. Mario García Molina

Línea de Investigación:
Teoría y Política Económica

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Bogotá, Colombia
2016

DEDICADO A

*A Dios, mi familia, al Doctor Mario García
y Adriana por darme la fortaleza
y apoyo durante este proceso.*

RESUMEN

Esta investigación busca determinar si existió contagio financiero proveniente de la Crisis Subprime y la Crisis europea de 2011, a través de modelos heterocedásticos ARMA- GJR GARCH y DCC-MGARCH, tomando como muestra cuatro países latinoamericanos (Colombia, Perú, Chile y México), con datos diarios de tasas de interés a corto plazo e índices Bursátiles. Los resultados del modelo DCC-MGARCH muestran que existió un aumento en la correlación dinámica de los índices bursátiles respecto al S&P500 entre el periodo precrisis (3 de julio de 2001 hasta el 14 de septiembre de 2008) y el periodo de crisis hipotecaria (15 de septiembre de 2008 y el 31 de diciembre de 2009). De igual forma se dio un aumento en la correlación dinámica de los índices frente al S&P500 para el periodo de la crisis europea (31 de octubre al 10 de abril de 2014) respecto al periodo de precrisis (1 de enero de 2010 al 30 de octubre de 2011). Por último, se validaron los resultados del modelo multivariado a través de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, la cual permite afirmar que existió contagio financiero para los países latinoamericanos producto de la crisis subprime y la crisis europea.¹

Palabras Claves: Econometría Financiera, Series de Tiempo, Modelos ARCH, GARCH, Volatilidad, Mercados de Valores, Crisis Financieras.

Clasificación JEL: C58, E44, E47, F37, G01, G17.

¹ Con el fin de obtener resultados más precisos se incrementó el período de estudio hasta el año de 2015

ABSTRACT

This research seeks to determine if there was financial contagion from the Subprime Crisis and the European Crisis of 2011, taking a sample of four Latin American countries (Colombia, Peru, Chile, and Mexico), and using ARMA-GJR GARCH and DCC-MGARCH heteroscedastic models, with daily data Short-term interest rates and stock indexes. The results of the DCC-MGARCH models shows that there was an increase in the dynamic correlation of the stock indices with respect to the S&P500 between the pre-crisis period (July 3, 2001 to September 14, 2008) and the subprime crisis period (September 2008 and 31 December 2009). Similarly, there was an increase in the dynamic correlation of the indices against the S&P500 for the period of the European crisis (31 October to 10 April 2014) compared to the pre-crisis period (1 January 2010 to 30 October of 2011). Finally, the results of the multivariate model were validated through the Kolmogorov-Smirnov test, which allows us to affirm that financial contagion existed for Latin American countries as a result of the subprime crisis and the European crisis.

Keywords: Financial Econometrics, Time Series, ARCH Models, GARCH, Volatility, Stock Markets, Financial Crisis.

Clasificación JEL: C58, E44, E47, F37, G01, G17.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	9
1. ESTADO DEL ARTE	11
1.1 Modelos de primera generación	11
1.2 Modelos de segunda generación	12
1.3 Modelos de tercera generación o empíricos	14
1.4 Modelos Heterocedásticos y de Coeficientes de Correlación	17
1.5 Contagio Financiero	20
2. HECHOS ESTILIZADOS.....	22
3. DISEÑO METODOLÓGICO	27
4. RESULTADOS, ANALISIS Y DISCUSION.....	33
4.1 Modelos univariados ARCH-GARCH.....	34
4.1.1 Modelos univariados tasas de interés	34
4.1.2 Modelos univariados índices Bursátiles	48
4.2 Modelos multivariados DCC- MGARCH.....	61
5. CONCLUSIONES.....	68
REFERENCIAS	70
APENDICE A	75
APENDICE B	77
APENDICE C	78
APENDICE D	80
APÉNDICE E.....	82

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1: Canales de contagio financiero	22
Tabla 2: Estadísticas descriptivas tasas de interés a corto plazo	28
Tabla 3: Estadísticas descriptivas índices bursátiles	28
Tabla 4: Test de Dickey Fuller DF tasas de interés.....	34
Tabla 5: Modelos ARMA Tasas de interés a corto plazo.....	36
Tabla 6: Prueba de Multiplicadores de Lagrange LM.....	37
Tabla 7: Criterio de selección de Distribución Tasas de interés	38
Tabla 8: Prueba de efecto apalancamiento tasas de interés.....	38
Tabla 9: Modelo AR (1 5 10 15) MA (1) GJR GARCH (1,1,1) tasa COMM90D t-student.....	39
Tabla 10: LM-TEST tasa COMM90D	41
Tabla 11: Modelo AR (15) GJR GARCH (1,1,1) Tasa PER360 t -student.....	42
Tabla 12: LM-TEST tasa PER360	43
Tabla 13: Modelo AR (5 6 7 19) MA(1) GJR-GARCH (1,1,1) tasa CTIPBN30 t-student.....	44
Tabla 14: LM-TEST tasa CTIPBN30	45
Tabla 15: Modelo AR (1 2 10) MA (1) GJR-GARCH (1,1,1) tasa TIEE28	47
Tabla 16: LM-TEST tasa TIEE28	47
Tabla 17: Test de Dickey Fuller DF índices bursátiles	49
Tabla 18: Modelos ARMA Índices bursátiles.....	50
Tabla 19: Prueba de multiplicadores de Lagrange LM índices bursátiles.....	51
Tabla 20: Criterio de selección de Distribución índice bursátiles.....	51
Tabla 21: Prueba de efecto apalancamiento índices bursátiles	52
Tabla 22: Modelo AR (1 10 19) GJR-GARCH RIGBC	52
Tabla 23: Test LM-ARCH para los residuos estandarizados RIGBC	53
Tabla 24: Modelo AR (1 3) GJR GARCH(1,1,1) IGBL	55
Tabla 25: Test LM-ARCH para los residuos estandarizados RIGBC	56
Tabla 26: Modelo AR (1) MA (1,2) GJR GARCH (1,1,1) RIGPA	57
Tabla 27: Test LM-ARCH para los residuos estandarizados RIGPA	58
Tabla 28: Modelo AR (1) GJR GARCH (1,1,1) GED RIPC	59
Tabla 29: Test LM-ARCH para los residuos estandarizados RIGBC	61
Tabla 30: Modelo DCC MGARCH crisis subprime	62
Tabla 31: Prueba de Kolmogorov-Smirnov Coeficientes de Correlación período subprim.....	64
Tabla 32: Modelo DCC MGARCH crisis europea	65

Tabla 33: Prueba de Kolmogorov-Smirnov Coeficientes de Correlación período crisis europea..... 67

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1: Comportamiento de los Índices Bursátiles Latinoamericanos.....	23
Figura 2: Índices Bursátiles Expresados en Retornos (Diferencia de los logaritmos naturales).....	24
Figura 3: Tasas de interés Expresadas en diferencia de los logaritmos naturales.....	25
Figura 4: Tasas de interés expresadas en diferencias de los logaritmos naturales.....	26
Figura 5: Varianza condicional COMM90D AR (1 5 10 15) MA (1) GJR GARCH (1,1,1).....	40
Figura 6: Varianza condicional PER360 modelo AR (1 15) MA(1) GJR-GARCH (1,1,1).....	43
Figura 7: Varianza condicional CTIPBN90 modelo AR (5 6 7 19) MA(1) GJR-GARCH (1,1,1). 45	
Figura 8: Varianza condicional TIEE28 modelo AR (1 2 10) MA (1) GJR- GARCH (1,1,1).....	48
Figura 9: Varianza Condicional Modelo AR (1 10 19) GJR GARCH GED IGBC.....	54
Figura 10: Varianza condicional Modelo AR (1 3) GJR GARCH (1,1,1) GED IGBL.....	56
Figura 11: Varianza condicional Modelo AR (1) MA (1 2) GJR GARCH GED IGPA.....	59
Figura 12: Varianza condicional Modelo AR (1) GJR GARCH (1,1,1) IGPA.....	60
Figura 13: Correlación Dinámica modelo DCC-MGARCH índices bursátiles subprime.....	64
Figura 14: Correlación Dinámica modelo DCC-MGARCH índices bursátiles crisis europea.....	66

INTRODUCCIÓN

La globalización ha jugado un papel determinante dentro de la historia de los mercados financieros, dado que desde la década de 80 se han producido una serie de políticas de liberalización, desregulación y desarrollo tecnológico, que han modificado el comportamiento de los mercados y han dado lugar a la aparición de nuevas problemáticas. Tal ha sido el grado de integración de los países en el contexto internacional que hoy en día se utiliza el concepto de globalización financiera, Mascareñas y González (1999) lo definen como la integración de los diversos mercados domésticos en un único mercado financiero internacional, que permite a las instituciones de cualquier país buscar fondos en el exterior, sin limitarse únicamente al mercado local. Sin embargo, la existencia de una alta relación entre las variables económicas y el comportamiento de los países ha generado que bajo situaciones de incertidumbre se produzcan crisis financieras internacionales.

Las crisis financieras internacionales han sido abordadas desde distintos enfoques teóricos y empíricos, los cuales buscan dar una explicación a la vulnerabilidad presente en el sistema económico actual. Los pioneros en tratar esta problemática fueron los modelos de primera y segunda generación, los cuales no tuvieron total acierto, debido a su poca aplicabilidad a las crisis financieras modernas. Posteriormente se dio la aparición de los modelos de tercera generación o empíricos, que incorporan variables relacionadas al sector bancario y bursátil a través de la aplicación de modelos con componentes cuantitativos. Dentro de este marco se postula la teoría del contagio financiero y sus causas, Masson (1998), define tres categorías para establecer la causa del contagio, en la primera sugiere que las crisis financieras tienen un efecto contagio ya que las variables macroeconómicas están correlacionadas, en segundo lugar argumenta que las crisis financieras pueden transmitirse a través de efectos indirectos o “spill-overs”, en donde la crisis afecta a otro país a través de los enlaces externos como el comercio, provocando que la devaluación ejerza presión sobre los socios comerciales. Finalmente propone la teoría de un “contagio puro” en donde los inversionistas retiran su dinero de un país debido a una crisis financiera en otra economía que cuenta con políticas o condiciones similares.

El objetivo del presente trabajo de investigación es determinar si existió contagio financiero proveniente de las crisis financieras internacionales en el periodo comprendido entre 2001 y 2015 para las economías emergentes de Colombia, Chile, México y Perú, a través del análisis de tasas de interés e índices Bursátiles. Para cumplir con este objetivo se realiza en primera instancia la estimación de modelos univariados ARMA-GJR GARCH, los cuales permiten analizar y caracterizar la varianza condicional de las tasas de interés y los índices bursátiles en momentos de crisis financieras.

Posteriormente se estiman dos modelos DCC-MGARCH que brindan evidencia para afirmar que la correlación dinámica de los índices bursátiles respecto al S&P500 entre el periodo precrisis (3 de julio de 2001 hasta el 14 de septiembre de 2008) y el periodo de crisis hipotecaria (15 de septiembre de 2008 y el 31 de diciembre de 2009). De igual forma se dio un aumento en la correlación dinámica de los índices frente al S&P500 para el periodo de la crisis europea (31 de octubre al 10 de abril de 2014) frente al periodo de precrisis (1 de enero de 2010 al 30 de octubre de 2011). Por último, se validaron los resultados del modelo multivariado a través de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, la cual permite afirmar que la distribución de los coeficientes de correlación durante el periodo de crisis domina estocásticamente a la distribución de los coeficientes de correlación en el periodo de precrisis para los cuatro países, lo cual brinda evidencia para afirmar que existió contagio financiero para los países latinoamericanos producto de la crisis subprime y la crisis europea

La estructura del presente documento se encuentra dividida en 5 apartados; en el primer apartado se realiza una revisión de literatura en torno al tema de investigación, donde se explica los modelos de primera, segunda y tercera generación, así como la teoría del contagio financiero, el segundo apartado plantea una revisión de hechos estilizados sobre el comportamiento de los índices bursátiles y las tasas de interés para Colombia, Chile, México y Perú. En el tercer apartado se desarrolla la descripción del proceso metodológico para la implementación de modelos ARMA- GJR GARCH univariados y DCC-MGARCH multivariados. El cuarto apartado muestra los hallazgos que se obtuvieron a partir de la estimación de los modelos con sus respectivas interpretaciones y análisis. Por último, se presentan las conclusiones y recomendaciones finales.

1. ESTADO DEL ARTE

Las crisis financieras internacionales han sido abordadas desde distintos enfoques teóricos, que buscan dar una explicación a la vulnerabilidad presente en el sistema económico actual, basado en principios neoliberales y políticas de desregulación, orientadas al incremento de los intercambios de bienes y servicios, así como de flujos de capital. Para Brugger (2010) el aumento de los flujos de capital ha traído consigo una serie de crisis financieras, que han tratado de ser explicadas por los modelos de primera y segunda generación, sin tener total acierto, es ahí donde surgen los modelos de tercera generación o empíricos que incorporan variables relacionadas al sector bancario y bursátil. Para comprender cuál es la teoría detrás de las crisis financieras, se presenta a continuación una explicación de las tres generaciones de modelos, así como la teoría del contagio financiero y los estudios más recientes que han abordado la problemática.

1.1 Modelos de primera generación

Según de la Torre y Arroyo (2004) los modelos de primera generación plantean que las crisis financieras tienen su origen en los fundamentales económicos, pero se encuentran de cierta manera limitados por no brindar evidencia que explique la razón por la cual no todos los desequilibrios en dichos fundamentales terminaron en la aparición de crisis internacionales, adicionalmente tampoco dan argumentos suficientes para determinar la magnitud y variación de las crisis.

El principal argumento de los modelos de primera generación parte de explicar cómo surgen las crisis de balanzas de pagos debido a una incompatibilidad en la política cambiaria, monetaria y fiscal. Dentro de los primeros trabajos realizados en esta línea se encuentra el desarrollado por Krugman (1979) el cual estudia una crisis en balanza de pagos asociada a la pérdida acelerada de las reservas con las que cuenta el banco central de un país, provocando que los especuladores generen una serie de ataques contra la moneda. Al percibir que el gobierno no podrá mantener el tipo de cambio y tendrá la obligación de devaluar, se dará un

incremento en el precio relativo de los bienes no comercializables internacionalmente producto de la expansión del crédito a nivel interno. Como plantean Herrarte, Medina y Vicéns (2000) el modelo macroeconómico de Krugman posee dos características principales, la primera se encuentra asociada con una demanda de moneda nacional dependiente del tipo de cambio y la segunda a que este tipo de cambio que equilibra el mercado de dinero varía a lo largo del tiempo.

Otro de los estudios relevantes dentro de los modelos de primera generación es el desarrollado por Flood y Garber (1984) el cual propone la estimación de dos modelos lineales para estudiar el momento en que colapsa el régimen de tipo de cambio fijo, para ello elaboran en primera instancia un modelo de previsión perfecta que identifica el momento en el cual se da el colapso del régimen del tipo de cambio, determinado por el instante en el cual se agotan completamente las reservas. El planteamiento principal de este modelo argumenta que, al darse un incremento en el nivel de reservas internacionales o un control para evitar el incremento del crédito interno, se retrasaría el colapso del régimen cambiario.

El segundo modelo elaborado por Flood y Garber es de carácter estocástico e incorpora el grado de incertidumbre, con el fin de determinar el tipo de cambio futuro que logra una moneda al hacer el proceso de transición entre un régimen de tipo de cambio fijo a uno flexible, dicha transición solo se dará si el tipo de cambio flexible esperado para el momento en que se agoten las reservas (precio sombra) es mayor al tipo de cambio fijo, ya que los agentes estarán motivados a comprar el total de reservas con un tasa fija para luego revenderlas al tipo de cambio sombra y así obtener un beneficio.

1.2 Modelos de segunda generación

Los modelos de primera generación descritos en la sección anterior, han sido usados en la literatura como expresa Lomelí (s.f) con el fin de explicar las crisis de los años 70's, así como la de deuda en 1982 de los países en desarrollo, sin embargo, no han sido precisos para interpretar las crisis de Chile en 1982, el Sistema Monetario Europeo de 1992 y la crisis de 1994 en México. Por lo cual los modelos de segunda generación surgen como una alternativa

para explicar los ataques especulativos, planteando que existe una interrelación entre los cambios que se dan en el sector privado y las decisiones que toma el gobierno, por lo cual el sector público es dependiente de las decisiones que tome el sector privado. Según Herrarte et al. (2000) tan pronto los agentes de carácter privado perciben o tienen la expectativa de que se va a dar una devaluación, comienza un incremento en el tipo de interés a fin de atraer moneda local frente a la extranjera, lo cual puede llevar al gobierno a devaluar.

Los modelos de segunda generación basados en expectativas racionales argumentan que los ataques especulativos son inciertos, debido a su poca relación con los fundamentales macroeconómicos, los cuales no representan el origen de la crisis, pero si participan al hacerlas posibles; de esta manera se da la oportunidad a que exista una causalidad bidireccional, la cual puede generar equilibrios múltiples con distintas soluciones. Dentro de los principales estudios de segunda generación se destaca el modelo propuesto por Flood y Marion (1997), el cual plantea que los salarios de un periodo t se fijan en el periodo anterior $t-1$, teniendo como base las expectativas que el mercado laboral tiene sobre la política económica que el gobierno llevara a cabo en ese período de tiempo. Según este argumento y teniendo en cuenta lo planteado por Herrarte et al. (2000), si los agentes económicos prevén una posible devaluación de la moneda, esto se trasladará en las negociaciones salariales generando desequilibrios económicos, con aumentos de los salarios como medida para mantener el poder adquisitivo ante una probable devaluación y una posterior elevación del nivel de precios.

Con el fin de corregir los desajustes, el Gobierno puede utilizar el tipo de cambio como variable de política económica, ya que este se fija luego de darse las negociaciones salariales. Bajo el escenario donde el Gobierno opta por devaluar, tendrá que sacrificar su control sobre el nivel de producción, para corregir los desajustes y evitar un incremento de la inflación. Por el contrario, si el Gobierno opta por mantener un sistema de tipo de cambio fijo, se producirá un incremento en la inflación y un alza en los salarios. De esta manera el Gobierno decidirá devaluar solamente si la pérdida generada por el abandono del tipo de cambio fijo más la pérdida del tipo de la credibilidad en su política por tomar esta decisión, es menor a la pérdida por mantenerse en el tipo de cambio fijo y no ceder a la presión. Según las

expectativas de los agentes económicos y teniendo las condiciones anteriores pueden presentarse distintos equilibrios que lleven a resultados múltiples.

Por otra parte, el modelo elaborado por Maurice Obstfeld (1996), propone que ante incertidumbre en el tipo de cambio y la intervención gubernamental para defender la paridad de la moneda, se produce una pérdida de empleo a causa del deterioro de las condiciones económicas. El gobierno decidirá devaluar con el fin de minimizar la pérdida relacionada con mantener un tipo de cambio fijo y el coste de un incremento en el nivel de precios de la economía. Al igual que el modelo propuesto por Robert y Marion, bajo el nivel de expectativas que tengan los agentes se producirán múltiples resultados.

1.3 Modelos de tercera generación o empíricos

Los modelos de tercera generación o también conocidos como modelos empíricos, debido la diferencia que presentan con los modelos teóricos de primera y segunda generación, están ligados a las crisis que se presentaron a nivel mundial luego del impacto del efecto tequila en México para el año de 1994. La literatura es enfática en que estos modelos no son universalmente aceptados como de tercera generación, sino que existen múltiples enfoques que tratan de abordar este fenómeno. La principal innovación de estos planteamientos radica en la incorporación de interacciones entre momentos de crisis monetaria, bancaria y bursátil.

Una de las primeras propuestas que incorpora de manera conjunta las crisis bancarias a las crisis cambiarias es la desarrollada por Kaminsky y Reinhart (1996), que basan su análisis en 76 crisis bancarias y 26 cambiarias para el periodo comprendido entre 1970 y 1995, el cual les permite obtener 4 conclusiones importantes, las cuales se abordaran a continuación, recapitulando lo expuesto por Lomelí (s.f):

- La primera conclusión a tener en cuenta es que para los mercados de los años 70's la conexión entre las crisis de balanza de pagos y crisis bancarias era prácticamente inexistente debido al alto control sobre los mercados financieros. Para la década de los 80's plantean que debido a la liberalización de los mercados financieros surgen

los primeros vínculos entre los dos tipos de crisis, donde los problemas en el sector bancario predicen las crisis de la balanza de pagos, siendo este un nexo circular ya que las crisis cambiarias acentúan los problemas bancarios.

- En segunda instancia los autores argumentan que si bien las crisis bancarias preceden a las crisis cambiarias no son necesariamente la causa inmediata y que solamente se puede generalizar una causa común que corresponde a un periodo de recesión o desaceleración.
- Como tercera conclusión plantean que las crisis están normalmente precedidas por fundamentales económicos débiles y deteriorados, sin embargo, no son el único factor que influye en la ocurrencia de las crisis ya que existe la posibilidad latente de que se generen ataques especulativos.
- La cuarta y última conclusión propone que, bajo un panorama estable de la economía, la ocurrencia de una crisis gemela (cambiaria y bancaria) es menos probable.

Para Brugger (2010) los modelos de tercera generación han estado presentes en el entorno económico hace ya mucho tiempo, siendo empleados principalmente por econométricos, destacándose estudios como el desarrollado por Otker y Pazarbasiogh (1997), el cual evalúa el rol de los fundamentales macroeconómicos en generar presiones especulativas sobre seis monedas europeas, mediante un modelo de corte transversal y un modelo con datos de panel, encontrando que en general, los episodios de especulación están aparentemente asociados con un deterioro de los fundamentales económicos, confirmando que las políticas macroeconómicas consistentes son necesarias pero no suficientes para garantizar la estabilidad del tipo de cambio. Del mismo modo la investigación desarrollada por Edwards (1998) que utiliza un modelo probit logra identificar una relación entre la probabilidad de una devaluación, la apreciación del tipo de cambio real y un deterioro en las reservas. Utilizando también un modelo probit, Frankel y Rose (1996), relacionan el riesgo de crisis con un bajo nivel de inversión extranjera, bajo porcentaje de reservas internacionales sobre

importaciones, alto crecimiento del crédito interno, altos tipos de interés externo y sobrevaloración del tipo de cambio real, sin embargo, no encontraron relación con el déficit por cuenta corriente ni fiscal.

El modelo de Sachs, Tornell y Velasco (1996) determina los efectos de la devaluación del peso mexicano y la respectiva crisis de 1994, para una muestra de 20 países emergentes a partir de tres factores fundamentales, el primero está relacionado con una larga apreciación de la tasa de cambio real, el segundo con un sistema bancario débil y el tercero con un bajo nivel de reservas internacionales. La metodología utilizada por los autores está relacionada con la construcción de un índice que mide el cambio promedio ponderado del nivel de reservas internacionales y la tasa de devaluación respecto al dólar americano, permitiendo determinar si un país es vulnerable a una crisis financiera. Dentro de los hallazgos encuentran que es necesaria la presencia de una serie de situaciones para que se dé una crisis, dentro de las cuales está la sobrevaloración de la tasa de cambio, bajos niveles de reservas internacionales y auge reciente de créditos.

Kaminsky, Lizondo y Reinhart (1998) examinaron la evidencia empírica de las crisis en balanza de pagos para posteriormente proponer un sistema de alerta temprana, el cual involucra monitorear la evolución de varios indicadores que tienden a mostrar un mal comportamiento en períodos de crisis, dentro de los cuales se encuentran las exportaciones, las desviaciones de las tasas de cambio respecto a la tendencia, la proporción de dinero respecto a las reservas internacionales, la producción y el precio de las acciones. Sin embargo, estudios como el de Goldfajn y Valdés (1997) plantean que existe dificultad para seleccionar variables que tengan capacidad predictiva, conclusión a la cual llegan luego de desarrollar un modelo logit enfocado en la interacción de los niveles de liquidez por parte de los intermediarios financieros con los flujos de capital y los colapsos de tasas de cambio.

Por otra parte, Esquivel y Larráin (1998) examinan los determinantes de las crisis monetarias mediante un panel anual para una muestra de 30 países entre 1975 y 1996, utilizando la metodología probit con efectos aleatorios. Dentro de los principales hallazgos encuentran que altas tasas de señoreaje, desbalances en cuenta corriente, una desalineación en la tasa de cambio real, un bajo nivel de reservas internacionales y un pobre desempeño en la producción tienen un fuerte impacto en el surgimiento de las crisis. Sin embargo, utilizando la regresión

especificada, los autores comentan que el modelo solamente puede predecir acertadamente un periodo de crisis en un 50%,

1.4 Modelos Heterocedásticos y de Coeficientes de Correlación

Centrando el análisis en los estudios que abordan la modelización de la volatilidad en las tasas de interés a corto plazo y los índices bursátiles, con el fin de determinar periodos de crisis internacional, surgen distintas metodologías. La primera hace referencia a las estimaciones de nivel, las cuales muestran la volatilidad a corto plazo, únicamente en función de su nivel. El modelo de Chan (1992) (CKLS) anida en una sola expresión esta clase de modelos, con casos particulares de volatilidad estocástica constante propuestos por Merton (1972) y Vasicek (1977). En una segunda instancia aparecen los modelos generalizados de heterocedasticidad condicional autoregresiva GARCH, en los cuales la volatilidad se define en función de su pasado y de la innovación de los tipos de interés a corto plazo. Por último surgen los modelos mixtos que buscan resolver los posibles inconvenientes de los modelos nivel y GARCH que mezclan sus propiedades, en donde la volatilidad depende del nivel de los tipos de interés a corto plazo, los datos de su pasado y el impacto de las innovaciones. A continuación, se detalla una serie de investigaciones que en su mayoría enfatizan la modelización de la volatilidad a través de modelos GARCH.

Revisando los principales estudios internacionales se encuentra que Edwards (1998) realiza un análisis del comportamiento de la tasa de interés nominal, en moneda local y extranjera frente a las crisis monetarias internacionales, a través de una investigación empírica de modelos generalizados autoregresivos condicionales heterocedásticos (GARCH) para Argentina, México y Chile, utilizando datos con periodicidad semanal y mensual para la década de 1990, de las tasas de interés que pagan los bancos a depósitos de 30 días.

Dentro de los hallazgos generales encontró que los tres países comprendidos en el estudio muestran un gran incremento en las tasas de interés para las fechas posteriores a diciembre de 1994 que coinciden con la crisis mexicana “efecto tequila” y las estrategias de los gobiernos para evitar la devaluación de sus monedas. Por otro lado, los tres países mostraron

un aumento de las tasas de interés, para octubre de 1997, momento en el cual sucedió la crisis del sudoeste asiático y la caída de la bolsa de Hong Kong. Teniendo en cuenta este par de sucesos Edwards encuentra que existe un contagio en la volatilidad, entre las economías emergentes. Para el caso de la crisis mexicana se evidencio un contagio de esta economía frente a la Argentina, pero no en la Chilena que pudo haber estado al margen de los choques externos debido al control de capitales en su economía, mostrando que la autoridad monetaria gana un mayor control sobre las tasas de interés domésticas en dos sentidos; el primero en donde puede mantener un diferencial de tasas de interés más alto y el segundo en donde el diferencial de equilibrio a largo plazo puede desviarse hacia periodos de tiempo más largos.

Edwards y Susmel (2001) utilizan una base de datos semanal para analizar la volatilidad a través del tiempo para un grupo de países latinoamericanos y asiáticos, determinando si existen periodos de alta volatilidad correlacionados entre los países para el retorno del mercado de valores, mediante el uso de una base de datos que comprendía los índices semanales para Argentina, Chile, México, Brasil y Hong Kong desde 1989 hasta 1999, usando modelos ARCH de volatilidad univariados y bivariados. Con los primeros identificaron que los periodos de alta volatilidad tienen una corta duración que comprende entre 2 a 12 semanas y que existen movimientos entre los países, especialmente para aquellos de Mercosur.

Posteriormente al estudio de la volatilidad en los retornos de los mercados de valores Edwards y Susmel (2003) Amplían la investigación incorporando el comportamiento de las tasas de interés domésticas para países en América latina y Asia a través del tiempo, utilizando datos de alta frecuencia para 5 países: Argentina, Brasil, Chile, Hong Kong y México, estos países presentan condiciones Macroeconómicas, institucionales y empíricas distintas. Los objetivos principales de ésta investigación se centran en determinar si es posible estadísticamente detectar cambios en la volatilidad de la tasa de interés para los países de estudio y así mismo detectar si los estados de alta volatilidad coinciden aproximadamente entre los países. Implementando una variante de la metodología SWARCH propuesta por Hamilton y Susmel (1994), encuentran que los estados de alta volatilidad son en la mayoría

de los casos (no todos) de periodos cortos y estos periodos coinciden en algunos países de la muestra.

Mediante el modelo propuesto por Hamilton y Susmel (1994), Edwards y Susmel modelan explícitamente la dinámica de las tasas de interés, expandiendo el modelo ARCH para tener en cuenta los cambios estructurales (SWARCH), en donde se puede identificar periodos de volatilidad inusual, clasificándolos en 3 tres estados de volatilidad; alto, medio y bajo. Bajo este planteamiento encuentran que no es obligatorio que los choques en otras economías se den inmediatamente, estos pueden tardar un par de años.

Por último, mediante un modelo conmutado multivariado determinan si las tasas de interés intersectan entre los países, dado que el modelo SWARCH es exhaustivo en tiempo optan por agrupar en pares de países, en estados de alta y baja volatilidad, enfocándose entre México y Hong Kong, con el fin analizar la relación entre Latinoamérica y Asia, o entre el efecto tequila y la gripa asiática. Los resultados de este estudio muestran que las dos economías tienen un estado de volatilidad bajo. La hipótesis nula es rechazada para los pares de países siguientes: México – Argentina, Hong Kong – Brasil, Hong Kong – Chile donde se encontró una dependencia entre los estados de volatilidad de la tasa de interés de estos países, lo cual no indica que siempre el país numero dos va a estar en Estados de alta volatilidad cuando el país iniciador se encuentre en esta situación.

Pasando a los modelos que utilizan coeficientes de correlación se encuentra el estudio realizado por Forbes y Rigobon (2002) donde examinan los comovimientos de los mercados de valores, con el fin de estudiar la crisis de los Estados Unidos en 1987, el efecto tequila en 1994 y la crisis asiática de 1997, basándose en la utilización de coeficientes de correlación ajustados y no ajustados como indicadores de contagio en eventos de crisis. Dentro de los resultados obtenidos encuentran que existe evidencia de contagio financiero para varios países mediante la metodología de coeficientes no ajustados, sin embargo, bajo la perspectiva de coeficientes ajustados no se comprobó contagio en ninguna de las tres crisis. Esta investigación es ampliamente aceptada en la literatura financiera ya que permite identificar a través del aumento en los coeficientes de correlación la presencia de contagio financiero. Igualmente, Yang (2005) analiza la correlación del mercado de valores de Japón y los tigres asiáticos mediante el modelo DCC-MGARCH propuesto por Engle's (2002), utilizando

datos diarios de 1990 a 2003. Dentro de los hallazgos encuentra que la correlación de los mercados de valores es fluctuante en el tiempo y que la volatilidad tiende a contagiarse entre mercados.

Por último, Bejarano (2015) realiza un análisis que busca identificar si existió contagio financiero entre los índices accionarios de 6 países latinoamericanos frente a Estados Unidos y Alemania, mediante el uso de un modelo DCC-MGARCH para el periodo comprendido entre 2001 y 2013. Dentro de los resultados encuentra que existe un aumento en las correlaciones condicionales de los índices accionarios para los periodos de 2007-2009 y 2011-2012, dando evidencia de contagio financiero. Mediante un análisis de volatilidades internas y externas encuentra que los incrementos de la correlación se dan por una mayor exposición a choques externos.

Respecto a lo anterior para el caso colombiano los últimos estudios se han enfocado en determinar cuál es su relación con el resto de los países emergentes y el grado de correlación que pueden tener sus variables Macroeconómicas, pero resulta necesario el efectuar un análisis con frecuencia diaria que determine como las crisis financieras internacionales afectaron a las economías con mayor cercanía en la región y que hoy en día tienen un vínculo comercial estrecho a través de la alianza del pacífico y a nivel bursátil mediante el Mercado Integrado Latinoamericano (MILA), lo cual representa un ejercicio práctico para entender cómo podrían reaccionar las cuatro economías ante futuros choques internacionales.

1.5 Contagio Financiero

Por otra parte, debido al tipo de análisis que se realiza en esta investigación en torno a los comportamientos de las tasas de interés e índices bursátiles en periodos de crisis internacionales para los países integrantes del MILA, es pertinente incorporar una teoría que explique cómo puede llegar vincularse dichos aspectos. Una de las teorías más recientes en el ámbito económico que surgió a raíz de los periodos recesivos en el mercado internacional es la del “contagio económico y financiero”, el cual es definido por Toribio (2010) como un incremento de la correlación económica entre países durante periodos de crisis, en relación

con las existente en periodos estables. También, el autor trae a colación la definición implementada por el Banco Internacional de Reconstrucción y Desarrollo (BIRD) donde se considera el contagio como cualquier transmisión de perturbaciones económicas de un país hacia otro, más allá de las atribuibles “vínculos fundamentales” entre ellos. Definiendo a dichos vínculos como:

- Vínculos financieros: conexión del mercado de capitales, relaciones entre inversionistas y sus decisiones provenientes de ambos contextos.
- Vínculos reales: cuando proceden de relaciones ordinarias asociadas a transacciones internacionales (tipos de cambio, políticas monetarias, flujos de IED).
- Vínculos políticos: derivados de acuerdos específicos entre los países (cambiarior, diplomáticos, “Clubs” de países i.e. Unión Europea).

Adicionalmente, Imen y Abidi (2012) dividen este concepto en dos tipos; el contagio mecánico refiriéndose al resultado de la interdependencia del mercado real y financiero entre países y el contagio psicológico referente al cambio en el comportamiento de los inversionistas. También, Uribe (2011) hace dos interpretaciones del término tratado; i) el contagio es entendido como un aumento en la fuerza de la transmisión habitual de los choques ii) o como el monto de dichos choques que no se propaga a través de los canales tradicionales de comercio o política. Aquí el autor denota los canales principales a través de los cuales se propagan los contagios económicos y financieros de una manera más detallada la tabla 1 nos muestra en detalle los canales de contagio financiero.

Asimismo, Masson (1999) dice que el fenómeno de propagación de una crisis puede clasificarse en tres tipos distintos; efectos monzónicos que surge de un choque común, como un aumento de los tipos de interés en EEUU puesto que afecta la cotización de la divisa más utilizada a nivel mundial, efectos indirectos (*spill-over effects*) donde la crisis de un país empeora los fundamentales macroeconómicos en diferentes países, y el contagio que se define como la propagación de una crisis no relacionada con los fundamentales por ejemplo un cambio en la percepciones de las condiciones de mercado.

Tabla 1: *Canales de contagio financiero*

Canal	Características
Vínculos Comerciales	Devaluaciones competitivas Exportación de bienes similares
Políticas Macroeconómicas	Regímenes políticos similares Momentos de Aplicación
Choques Exógenos	Movimiento en bienes de alta demanda mundial
Regulación Bancaria	Prestamistas internacionales
Riesgo moral	Existencia de garantías implícitas, endeudamiento excesivo
Equilibrios Múltiples	Especulación por parte de los inversionistas frente a equilibrios + o -
Comportamiento en Manada	Coordinación de asimetrías de información en los inversionistas en diferentes países
Consideraciones de Liquidez	Relaciones entre inversionistas nacionales e internacionales, conflictos de liquidez

Nota: Tomado de Uribe (2011).

2. HECHOS ESTILIZADOS

En esta sección, se procede a describir el comportamiento y las principales características de las tasas de interés y los índices bursátiles que se tienen en cuenta para la estimación de los modelos econométricos, documentando los hechos históricos más relevantes dentro del período de estudio. La figura 1 muestra el comportamiento de los 4 países latinoamericanos que se analizan en el documento.

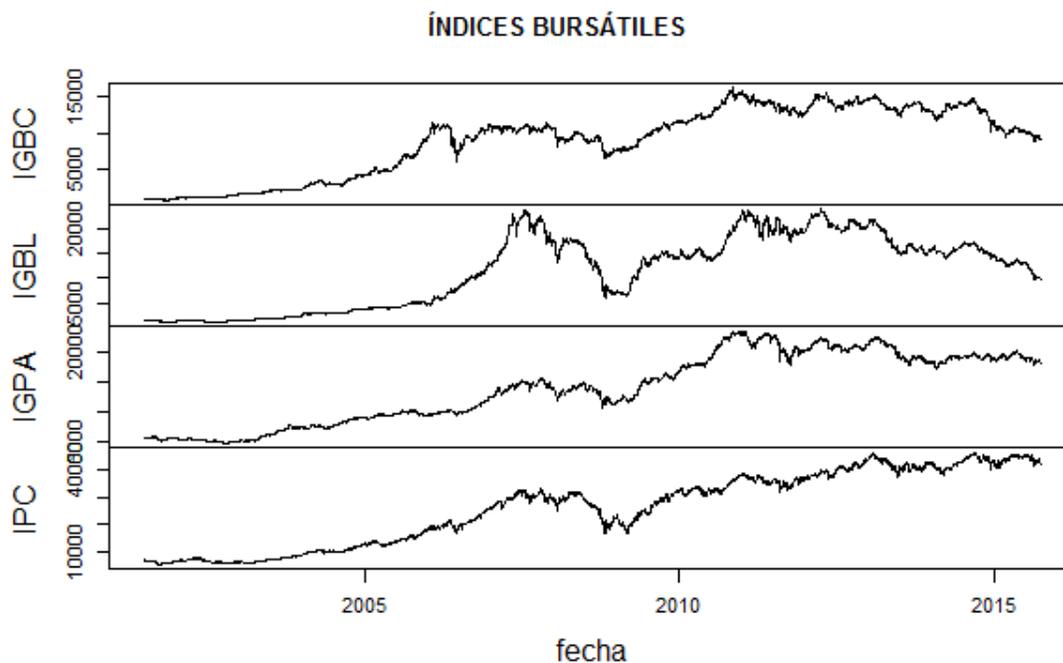


Figura 1: Comportamiento de los Índices Bursátiles Latinoamericanos

La figura 1 nos muestra el comportamiento de los principales índices bursátiles de cada país miembro del MILA entre el 3 de Julio de 2001 y el 29 de octubre de 2015, este horizonte temporal fue tomado debido a la complejidad del empalme de las series para registros anteriores al año 2001². Para el caso de Colombia se utiliza una serie empalmada por Thomson Reuters entre los índices IGBC y COLCAP, el Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBL), el Índice General del Precio de las Acciones de la Bolsa de comercio de Santiago (IGPA) y el Índice de Precios y Cotizaciones para la Bolsa Mexicana de Valores (IPC) respectivamente. Como se puede observar los cuatro mercados presentan un comportamiento similar a través del tiempo, siguiendo una tendencia alcista desde mediados del año 2001 hasta finales del año 2007, con la excepción de Colombia que presenta una caída significativa en la cotización para inicios del 2006, según Caracol Radio (2006) esta situación se dio debido al incremento en las tasas de interés en Europa y la

² El 3 de Julio de 2001 opera por primera vez la Bolsa de Valores de Colombia, producto de la unión de las bolsas de valores de Bogotá Medellín y Occidente.

expectativa de un aumento en las tasas por parte de los Estados Unidos. A continuación, se presenta la figura 2 que muestra el comportamiento de los retornos para cada serie financiera.

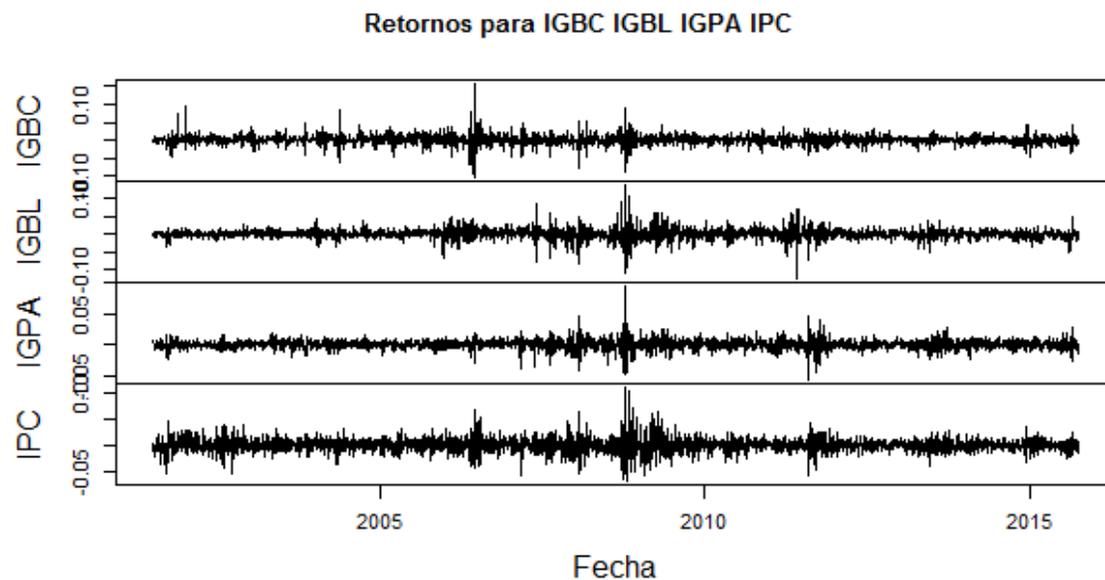


Figura 2: Índices Bursátiles Expresados en Retornos (Diferencia de los logaritmos naturales)

Como muestra la figura 2 el comportamiento de los retornos para los índices bursátiles que integran el MILA, presentan un incremento en la volatilidad para el año 2008 y 2011, este último periodo asociado a la debilidad de los Estados Unidos y el recorte a la calificación de su deuda por Standard and Poor's (S&P), más los riesgos en Europa de no pagar las deudas y la expectativa por la posible salida de Grecia de la Unión Europea. (Portafolio, 2011).

Por otra parte, las tasas de interés tomadas para esta investigación, corresponden a las tasas de captación a corto plazo con periodicidad diaria para cada país, disponibles en el periodo de tiempo comprendido entre 2004 y 2015. Vale la pena aclarar, que en primera instancia se optó por utilizar tasas de frecuencia semanal, gracias a que contaban con la totalidad de la información para el periodo seleccionado (1993-2015) y tenían gran relación con las utilizadas por Edwards y Susmel (2003). Sin embargo, los resultados obtenidos no permitieron determinar si existió incrementos en la volatilidad de las tasas para los periodos de crisis financiera.

La obtención de las tasas de interés diarias se realizó a través del software financiero *Bloomberg*, con la excepción de las tasas de México y Perú, las cuales fueron tomadas de los registros estadísticos publicados por los respectivos Bancos Centrales de cada país. Para el caso colombiano se utiliza la tasa de interés de los certificados de depósito a 90 días (COMM30D). Para Chile se usa la tasa de interés obtenida del promedio ponderado de las tasas de capitación ofrecidas en un día para los depósitos con plazo entre 30 y 89 días (CTIPBN30).

La tasa seleccionada para Perú corresponde al tipo de interés anualizado que carga un banco al prestar a un plazo no superior a 360 días en moneda nacional (PER360). Por último, la serie que se utiliza para México está dada La tasa de interés interbancaria de equilibrio TIEE28 que es determina por el Banco de México con base en cotizaciones presentadas por las instituciones de crédito. El periodo seleccionado para el análisis de las tasas de interés parte del 2 de agosto de 2004 al 29 de octubre de 2015, tal como se puede observar en la figura 3.³

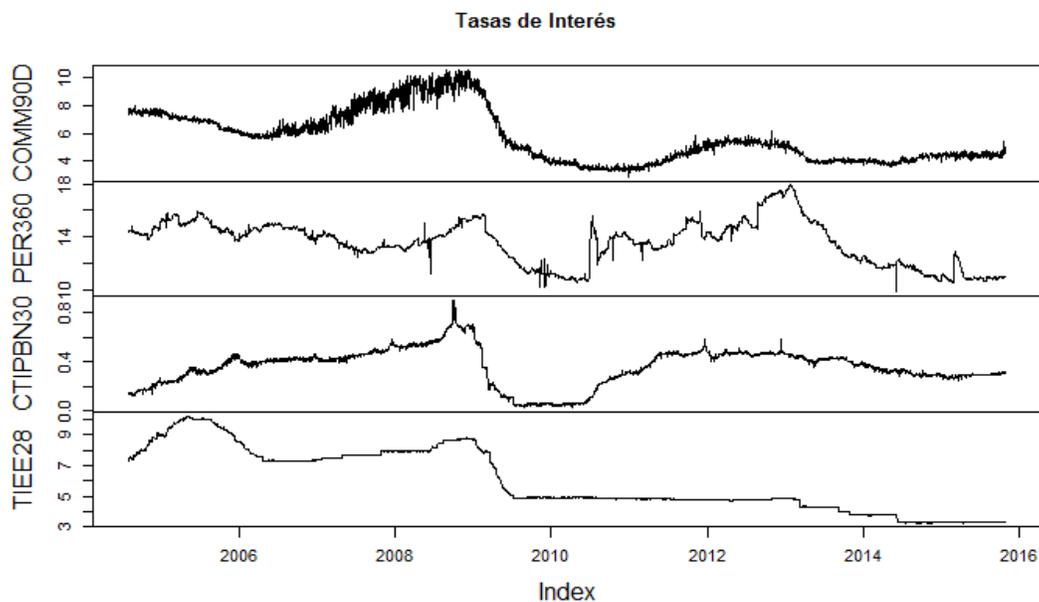


Figura 3: Tasas de interés Expresadas en diferencia de los logaritmos naturales

³ Periodo seleccionado a fin de homogenizar el horizonte temporal de las series.

La figura 3 muestra el comportamiento de las tasas de interés a corto plazo en niveles ⁴, donde se observa una clara tendencia a la baja para las cuatro países entre los años de 2008 y 2010, lo cual puede estar relacionado con los periodos de crisis a nivel internacional para este momento en el tiempo.

Por otra parte, la figura 4 muestra la transformación de las series en diferencias de logaritmos naturales, donde se denota que las tasas de interés de Colombia, Perú México y Chile presentaron incrementos en la volatilidad para el año de 2008 y finales del año 2011.

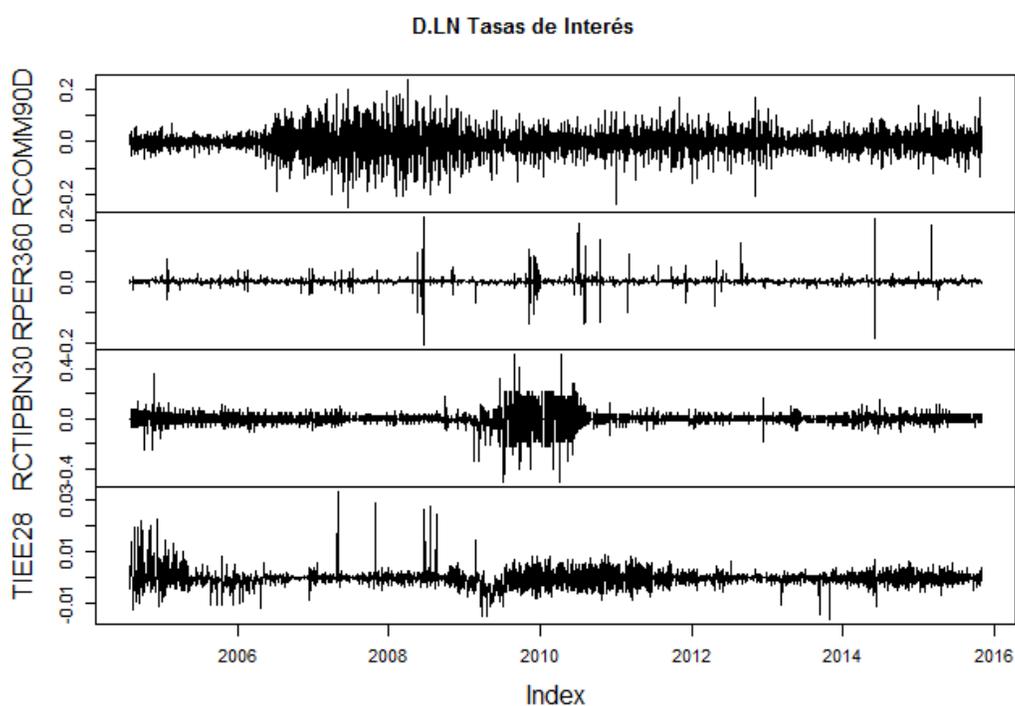


Figura 4: Tasas de interés expresadas en diferencias de los logaritmos naturales

Luego de realizar el análisis de las series en niveles y diferencias de logaritmos naturales, tanto para los índices bursátiles como para las tasas de interés a corto plazo, se hace pertinente determinar si en verdad los incrementos de volatilidad están asociados a eventos de crisis

⁴ Períodos seleccionados conforme a la disponibilidad de datos diarios para cada país.

internacionales, para ello se propone la utilización de modelos Heterocedásticos Condicionales univariados y multivariados, los cuales se describen en la siguiente sección.

3. DISEÑO METODOLÓGICO

En esta sección se plantea la metodología a seguir para determinar si existió contagio financiero para cuatro países latinoamericanos (Colombia, Chile México y Perú), frente a las crisis internacionales, con base a un análisis de índices bursátiles y tasas de interés a corto plazo.

La literatura relacionada con el análisis del contagio financiero es basta y extensa, sin embargo para el componente empírico de esta investigación se utilizará la metodología econométrica de series de tiempo con características de heterocedasticidad condicional en varianza, que logran captar el efecto agrupamiento y la alta persistencia, propios de las series financieras, siguiendo este enfoque la presente investigación se enmarca dentro de un análisis cuantitativo, no experimental, ya que hace uso de series de tiempo a través de modelos de varianza condicional ARCH-GARCH y GARCH multivariado.

El proceso de obtención de datos para las tasas de interés se realizó a partir del software electrónico *bloomberg* y los registros de los bancos centrales de cada país para el período comprendido entre 2004 y 2015, según la disponibilidad de la información para cada serie. Respecto a las cotizaciones de los índices bursátiles se utilizó el período de 2001-2015⁵, dado que para antes de esta fecha los métodos de estimación de los índices son distintos para los países seleccionados, o no se encuentran disponibles. Las tablas 2 y 3 presentan las estadísticas descriptivas de las variables de estudio, expresadas en diferencias de logaritmos naturales.

La tabla 2 muestra las estadísticas descriptivas de las tasas de interés a corto plazo, donde se puede observar el número de observaciones con las que cuenta cada variable, para cada

⁵ Para los días festivos en cada país se realizó interpolación. Por otra parte, los días que coincidieron con fechas de festividades para todas las series fueron eliminados.

horizonte temporal. De igual forma y acorde con los resultados obtenidos se puede determinar que el coeficiente de Curtosis es muy elevado⁶, lo cual es un componente característico de las series financieras y tal como indica Boffelli y Urga (2016) sugiere la presencia de colas pesadas, lo cual puede implicar una mayor presencia de valores extremos de los que se pueden esperar en una distribución normal. Para el caso de la prueba de Ljung-Box se encontró que existe autocorrelación para las cuatro series, dado que se rechaza la hipótesis nula de no autocorrelación con una significancia del 99%. Por último, el test de Jarque Bera indica a un 99% de significancia, que se debe rechazar la hipótesis nula donde las 4 series siguen una distribución normal.

Tabla 2: *Estadísticas descriptivas tasas de interés a corto plazo*

Estadísticas	COLOMBIA	MÉXICO	CHILE	PERÚ
	DLNCOMM90D	DLNTIEE28	DLNCTIPBN30	DLNPER360
Número de Observaciones	2891	2891	2891	2891
Mínimo	-0,2497958	-0,1618	-0.8649974	-0,207623756
Máximo	0,2370720	0,03672	0.7503056	0,20953156
Media	-0,000158	-0,000120	0,000251	-0,000096
Desviación Estándar	0.0503	0.00321	0.0599	0.0151
Asimetría	-0.1814	-1.7315	-0.4167	1.2834
Curtosis	5.2720	18.787	19.1051	83.0384
Ljung-Box (Prob>chi2)	0.000***	0.000***	0.000***	0.000***
Jarque Bera (Prob>chi2)	0.000***	0.000***	0.000***	0.000***

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Tabla 3: *Estadísticas descriptivas índices bursátiles*

Estadísticas	RIGBC-	RIGBL-	RIGPA-	RIPC-MÉXICO
	COLOMBIA	PERÚ	CHILE	
Número de Observaciones	3715	3715	3715	3715
Media	0,000595	0,000537	0,000324	0,000489
Máximo	0,156879	0,12815	0,09057	0,1044
Mínimo	-0,110519	-0,1329	-0,05978	-0,07226
Desviación Estándar	0,01285	0,014297	0,00762	0,01551
Asimetría	-0,170942	-0,504356	-0,17541	0,38287
Curtosis	16,2030	14,6211	13,9923	8,9617
Ljung-Box (Prob>chi2)	0.000***	0.000***	0.000***	0.000***
Jarque Bera (Prob>chi2)	0.000***	0.000***	0.000***	0.000***

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

⁶ Los resultados muestran una Curtosis superior a 3, lo cual no permite suponer una distribución normal

Por otra parte, la tabla 3 muestra los datos de las estadísticas descriptivas de las cotizaciones de los retornos de los índices bursátiles, donde se puede determinar que todas las series cuentan con un total de 3715 observaciones para el periodo comprendido entre el 3 de Julio de 2001 y el 19 de septiembre de 2015⁷. Al igual que las series de las tasas de interés se encuentra que la Curtosis es bastante elevada tal como se puede detallar en los histogramas de las series en el anexo 1, donde se observa la presencia de colas anchas y una distribución leptocúrtica. Del mismo modo los gráficos de cuantil- cuantil Q-Q (ver anexo A) muestran evidencia de una distancia significativa entre la curva y la línea recta, especialmente en las colas de la distribución.⁸

Por último, se encuentra que el coeficiente de asimetría es para la mayoría de los casos negativo lo cual indica la presencia de una cola izquierda larga, probablemente causada por la presencia de algunos valores extremos o *outliers*. Del mismo modo Las pruebas de Ljung-Box y Jarque Bera muestran que con un nivel de significancia del 99% las cuatro series presentan autocorrelación y no siguen una distribución normal.

Para iniciar con la estimación de los modelos ARCH-GARCH univariados, para cada serie es necesario realizar previamente un modelo ARIMA, siguiendo las pautas establecidas por Tsay (2005) donde se debe seguir el siguiente proceso:

1. Construir un modelo ARMA o ARIMA, para la media de los datos, de forma que se remueva toda la dependencia lineal de los mismos. Este proceso sugiere utilizar la metodología de Box- Jenkins, que tiene como base el análisis de la estructura de autocorrelación de la serie.

Para obtener resultados más acertados o cercanos a la realidad, las literaturas en series de tiempo recomiendan empezar este tipo de estudios con la implementación de la metodología Box-Jenkins que como lo describe Quesada (2014) consiste de cuatro etapas principales:

⁷ Para los días festivos en cada país se realizó interpolación, a fin de no perder el registro. Por otra parte, los días que coincidieron con fechas de festividades para todas las series fueron eliminados.

⁸ Este gráfico permite comparar los cuantiles provenientes de una distribución normal contra los obtenidos en la distribución empírica.

- *Identificación:* consiste en elegir uno o más modelos ARIMA como candidatos que puedan describir adecuadamente el comportamiento de la serie de tiempo. Es importante que en esta etapa se determinen las transformaciones necesarias para conseguir estacionariedad, contraste de la inclusión de una tendencia determinística (θ_0) y elegir el orden p y q de cada modelo implementado.
 - *Estimación* la estimación de cada uno de los parámetros de los modelos obtenidos en la fase anterior.
 - *Diagnosis:* trata de ver si los modelos identificados y estimados van acorde con la representación correcta de los datos de la serie. Si se encuentran deficiencias en ésta etapa, pueden servir como argumento para el replanteamiento de un modelo nuevo que se ajuste a las necesidades de la serie de tiempo analizada.
 - *Predicción:* con los modelos que obtengan un resultado favorable en la tercera etapa, se pueden realizar predicciones. También, este ejercicio es utilizado para poner en evidencia las deficiencias de los modelos puestos a prueba y sirven como un argumento adicional para el planteamiento de un nuevo modelo.
2. Luego de encontrar el modelo ajustado ARIMA se utilizan los residuales del modelo, para determinar si existe la presencia de efectos ARCH, este proceso se puede realizar mediante el test de multiplicadores de Lagrange de Engle (1982) o Test LM- ARCH, donde la hipótesis nula está relacionada con la inexistencia de efectos ARCH.
 3. Si los efectos ARCH son estadísticamente significativos, se procede a especificar un modelo de volatilidad y realizar la estimación conjunta para las ecuaciones de media y varianza.⁹
 4. Por último, se valida el modelo seleccionado y se determina si hay necesidad de redefinirlo a través de un modelo asimétrico.

⁹ El planteamiento teórico del modelo GARCH se encuentra en el apéndice 1

Una vez obtenida y agrupada la base de datos, se dispone a utilizar la especificación del modelo ARCH- GARCH o GJR GARCH de heterocedasticidad condicionada que mejor refleje los choques provenientes de las crisis internacionales, permitiendo Identificar distintos niveles de volatilidad y contrastar dichos hallazgos con la revisión documental sobre lo ocurrido en las economías para los diferentes periodos de crisis ocurridos dentro del periodo de estudio.

En segunda instancia se realiza un análisis con la cotización de los principales índices Bursátiles de cada país para comprobar el grado de correlación entre los mercados de valores de las economías pertenecientes al MILA y los principales indicadores financieros a nivel internacional, a través del modelo multivariado DCC- MGARCH planteado por Engle (2002) que permita identificar la existencia de correlación y posibles efectos contagio entre los países de estudio.

Los modelos GARCH multivariados representan una metodología que es aceptada comúnmente en la literatura para identificar momentos de contagio e interdependencia, Dentro de los modelos más importantes de esta metodología se encuentra la representación BEKK realizada por Baba, Engle, Kraft y Kroner (1991). Bejarano (2015) citando a Darbar y Deb (2002) y Kearney y Patton (2000), argumenta que esta representación genera relativamente una mayor cantidad de parámetros, por lo cual presenta problemas de estimación al utilizar más de 3 variables. Por otra parte, los modelos VECH padecen del problema inverso, ya que tienen dificultades al tener un valor n pequeño. En lo que se refiere a los modelos desarrollados por Bollerslev (1988) que se encargan de estimar los parámetros de diagonal- (VECH) y diagonal (BEKK), se tiene que son menos parsimoniosos que los modelos de correlación condicional como el CCC MGARCH y el DCC MGARCH, ya que el número de parámetros se incrementa mucho más rápido dependiendo de la cantidad de series a modelar.

De esta manera las Representaciones CCC-MGARCH propuesta por Bollerslev (1990) y el modelo DCC-MGARCH desarrollado por Engle (2002) son las opciones que más se adaptan a la presente investigación, sin embargo, tal y como comenta Boffelli y Urga (2016) y siguiendo su descripción las correlaciones condicionales constantes del modelo CCC no se ajustan de manera adecuada a muchas aplicaciones empíricas, dado que omiten la correlación

dinámica a través del tiempo, la cual permite observar choques significativos a lo largo de la serie.

Partiendo de la metodología DCC-GARCH multivariado propuesto por Engle (2002) y la descripción de Boffelli y Urga (2016) se tiene la misma descomposición de la matriz de varianzas y covarianzas de un modelo CCC, con la innovación de que las correlaciones son dependientes en el tiempo de esta manera la ecuación del modelo de correlación dinámica está dado por:

$$H_t = D_t R_t D_t \quad (1)$$

Donde D_t es la matriz diagonal de las desviaciones estándar condicionales, calculada por una estructura univariada GARCH que toma la forma:

$$D_t = \begin{pmatrix} h_{11,t}^{1/2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{22,t}^{1/2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & h_{mm,t}^{1/2} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Dado que la matriz R_t es dependiente del tiempo, asume la siguiente forma:

$$R_t = \text{diag} (Q_t)^{-1/2} Q_t \text{diag} (Q_t)^{-1/2} \quad (3)$$

$$R_t = \text{diag} \left(q_{11,t}^{-\frac{1}{2}}, q_{22,t}^{-\frac{1}{2}}, \dots, q_{mm,t}^{-\frac{1}{2}} \right) Q_t \text{diag} \left(q_{11,t}^{-\frac{1}{2}}, q_{22,t}^{-\frac{1}{2}}, \dots, q_{mm,t}^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.1)$$

Conforme a Engle(2002) los elementos que componen la matriz Q_t siguen un modelo GARCH univariado. A continuación, se presenta una estructura GARCH (1,1).

$$Q_t = V_{ij} + \lambda_1 z_{t-1} z'_{t-1} + \lambda_2 Q_{t-1} \quad (4)$$

Donde:

V_{ij} es una matriz de largo plazo o de correlaciones no condicionales

λ_1 y λ_2 son parámetros escalares invariantes en el tiempo, no negativos, de tal modo que $\lambda_1 + \lambda_2 < 1$

$$z_{t-1} = \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}$$

El modelo puede ser estimado de dos formas, la primera está relacionada con la aplicación del método de dos etapas aplicando la varianza objetivo de tal manera que la ecuación (4) se expresa de la siguiente manera:

$$Q_t = (1 - \lambda_1 - \lambda_2)\overline{Q}_t + \lambda_1 z_{t-1} z_{t-1}' + \lambda_2 Q_{t-1} \quad (5)$$

Una vez aplicada la varianza objetivo se procede a ajustar los m modelos univariados GARCH para obtener las desviaciones estándar que componen los elementos diagonales de las matrices D_t presentados en la ecuación (2) . Luego de esto se pueden computar los residuos estandarizados de la forma $\zeta_t = D_t^{1/2} \varepsilon_t$ y continuar con el cálculo de la matriz de correlaciones variante en el tiempo R_t , aplicando las ecuaciones (3) o (4), para lo cual los parámetros serán estimados por máxima verosimilitud.

Para realizar la estimación en un solo paso se puede acorde al tipo de distribución multivariada se puede utilizar una función de máxima verosimilitud Gaussiana o una función de máxima verosimilitud t de *student*. Para el caso de distribución normal se tiene que:

$$\text{Log}L = -\frac{1}{2}Tm\log(2\pi) - \frac{1}{2}T\log\{\det(R_t)\} - \sum_{t=1}^T \left[\log \left\{ \det(D_t^{\frac{1}{2}}) \right\} + 0.5\zeta_t R_t^{-1} \zeta_t' \right] \quad (6)$$

Por otra parte, la función de máxima verosimilitud t de *student* está dada por:

$$\begin{aligned} \text{Log}L = T\log\Gamma\left(\frac{v+m}{2}\right) - T\log\Gamma\left(\frac{v}{2}\right) - T\left(\frac{m}{2}\right)\log\{(v-2)\pi\} - \frac{1}{2}T\log\{\det(R_t)\} \\ - \sum_{t=1}^T \left[\log \left\{ \det\left(D_t^{\frac{1}{2}}\right) \right\} + \frac{v+m}{2} \right] \log\left(1 + \frac{\zeta_t R_t^{-1} \zeta_t'}{v-2}\right) \quad (7) \end{aligned}$$

4. RESULTADOS, ANALISIS Y DISCUSION

Como se observó en el estado del arte y los capítulos anteriores, la aplicación de modelos econométricos ha representado una gran herramienta para explicar el comportamiento de las

series financieras, bajo distintas condiciones, horizontes temporales y metodologías de cálculo. En este capítulo se realiza la estimación de un modelo ARIMA, siguiendo la metodología propuesta por Box y Jenkins (1976), para identificar, estimar y diagnosticar el modelo más conveniente para las series de tasas de interés e índices bursátiles en Colombia, Chile México y Perú.

Posteriormente se utilizan modelos ARCH y GARCH propuestos por Engle (1982) y Bollerslev (1986) respectivamente, para caracterizar la posible variabilidad en los niveles de volatilidad en la varianza condicional de la serie para los periodos de crisis internacionales.

4.1 Modelos univariados ARCH-GARCH

4.1.1 Modelos univariados tasas de interés

Con el fin de determinar si las series son estacionarias o no estacionarias, se realiza el test aumentado de Dickey-Fuller (1979) o test de raíces unitarias, que consiste en un contraste de “No estacionariedad”, es decir, en el que la hipótesis nula es precisamente la presencia de una raíz unitaria en el proceso generador de datos de la serie analizada¹⁰. Esta prueba permite determinar el número de diferencias que requiere la serie para convertirla en estacionaria. En seguida, se presenta en la Tabla 4 un resumen de la prueba de raíz unitaria para las tasas de interés a corto plazo:

Tabla 4: *Test de Dickey Fuller DF tasas de interés*

Serie	Test DF (p-valor) Lag(0)	Test DF (p-valor) Diferencia del logaritmo natural lag(0)
COMM90D -Colombia	0.1333	0.000
PER360- Perú	0.3171	0.000
CTIPBN30 -Chile	0.0619	0.000
TIEE28- México	0.3781	0.000

La tabla 4 muestra que es necesario diferenciar todas las series de tasas de interés a corto plazo expresadas en niveles, dado que el test de Dickey-Fuller presentó un p- valor superior

¹⁰ Dada una serie y_t el test aumentado de Dickey- Fuller se encuentra basado por la regresión:
 $\Delta y_t = \alpha + \beta t + \theta y_{t-1} + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t$, donde $H_0 : \theta = 0$ y la serie no es estacionaria

a 0.05 lo cual indica que no se rechaza la hipótesis nula. Una vez hecha la transformación a diferencias de logaritmos naturales se puede rechazar la hipótesis nula y asumir que no hay presencia de raíz unitaria.

Siguiendo con la metodología de Box y Jenkins, surgen como elementos básicos para identificar los modelos estacionarios, la función de autocorrelación estimada (ACF) y la función de autocorrelación parcial estimada (PACF). A través de la caracterización teórica expuesta por Pérez (2008) se demostró mediante el uso de autocorrelogramas que, para todas las series originales se da la presencia de raíz unitaria y no estacionariedad. La presencia de no estacionariedad se comprueba al ver que el grado de autocorrelación del AC es demasiado alto para todos los rezagos, adicionalmente el valor de PAC para el primer rezago es demasiado alto, lo que sugiere que la serie debe ser diferenciada al menos una vez. Por efectos prácticos y de extensión no se incluyen los autocorrelogramas dentro de este documento.

Con la revisión de los autocorrelogramas para las series logarítmicas diferenciadas, se pudo observar una disminución significativa en los grados de autocorrelación y autocorrelación parcial, lo cual permite continuar con el proceso, en donde se realizaron todos los modelos mixtos ARIMA, con el fin de identificar la mejor especificación. La tabla 5 muestra el modelo ajustado para cada serie, vale la pena aclarar que los modelos se expresan en términos AR(p) y MA(q) dado que ya se realizó la transformación logarítmica y en primeras diferencias.

La tabla 5 muestra el modelo con mejor AIC y criterio Bayesiano de Schwarz para cada una de las tasas de interés a corto plazo, adicionalmente el modelo ARIMA incluye el componente de diferenciación 1 por lo cual es necesario seleccionar solamente el logaritmo natural de cada una de las tasas para realizar el proceso de estimación. Por otra parte cada componente del modelo es significativo dado que el p-valor para cada uno de los coeficientes es inferior a 0.05 lo que representa significancia al 95% del nivel de confianza.¹¹

¹¹ El criterio de Akaike (AIC) es una medida de la calidad relativa de un modelo estadístico, para un conjunto de datos. El AIC proporciona un medio para la selección del modelo, sin embargo, este criterio no permite determinar que tan bien se da el ajuste. El criterio de información bayesiano (BIC) o Schwarz es un criterio para la selección de modelos entre un conjunto finito de modelos. Se basa, en parte, de la función de probabilidad y que está estrechamente relacionado con el Criterio de Información de Akaike (AIC)

Tabla 5: Modelos ARMA Tasas de interés a corto plazo

Serie	Mejor Modelo	Parámetros	Coef	p-valor	Estadísticos	
DLNCOMM90D Colombia	AR(1 5 10 15) MA(1)	AR(1)	0.142957	0,000***	AIC	-10526.2
		AR(5)	0.167008	0,000***	Schwarz (BIC)	-10484.42
		AR(10)	0.132929	0,000***	Log likelihood	5.270.101
		AR(15)	0.118129	0,000***	wald chi2(5)	5558.01
		MA(1)	-0.878259	0,000***	prob>chi2	0.000
					Bartlett's (B) statistic	0.97
				prob>B	0.2985	
DLNCTIPBN30 Chile	AR(4 5 6 7 19) MA (1)	AR(4)	0.600675	0,000***	AIC	-8.783.318
		AR(5)	0.706388	0,000***	Schwarz (BIC)	-8.735.566
		AR(6)	0.145775	0,000***	Log likelihood	4.399.907
		AR(7)	-0.105248	0,000***	wald chi2(6)	8445.18
		AR(19)	0.115206	0,000***	prob>chi2	0.000
		MA(1)	-0.495612	0,000***	Bartlett's (B) statistic	0.96
				prob>B	0.3119	
DLNTIEE28 México	AR(1 2 10) MA(1)	AR(1)	0,8452	0,000***	AIC	-25158.54
		AR(2)	0.05362	0,000***	Schwarz (BIC)	-25122.73
		AR(10)	0.05725	0,000***	Log likelihood	12585.27
		MA(1)	-.09159	0,000***	wald chi2(4)	12157.57
					prob>chi2	0.000
			Bartlett's (B) statistic	0,7		
				prob>B	0,704	
DLNPER360 Perú	AR(15)MA(1)	AR(15)	-0.056476	0,029***	AIC	-16310.57
		MA(1)	-0.323425	0,000***	Schwarz (BIC)	-16286.69
					Log likelihood	8.159.284
					wald chi2(7)	16.65
					prob>chi2	0.000
			Bartlett's (B) statistic	0.97		
				prob>B	0.3056	

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Continuando con el proceso de identificación del modelo ARCH, en la tabla 6 se utiliza el test de multiplicadores de Lagrange de Engle (1982) o el Test LM- ARCH, donde la hipótesis nula está relacionada con la inexistencia de efectos ARCH. Como se puede observar todas las tasas de interés rechazan la hipótesis nula que corresponde a la inexistencia de efectos ARCH, por lo cual se hace necesaria la aplicación de modelos Heterocedásticos.

Tabla 6: Prueba de Multiplicadores de Lagrange LM

Lags	DLNCOMM90D			DLNCTIPBN30			DLNCETES28			DLNPER360		
	chi2	df	prob>chi2	chi2	df	prob>chi2	chi2	df	prob>chi2	chi2	df	prob>chi2
1	215.985	1	0.000***	503.174	1	0.000***	82.301	1	0.000***	496.707	1	0.000***
5	310.655	5	0.000***	555.063	5	0.000***	235.179	5	0.000***	591.54	5	0.000***
10	356.606	10	0.000***	619.151	10	0.000***	260.010	10	0.000***	592.875	10	0.000***

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Como se observó anteriormente en los resultados del test de Jarque Bera, los histogramas y el gráfico de cuantiles (ver Apéndice A), los retornos de las series no siguen una distribución normal, por lo cual resulta fundamental el determinar qué tipo de distribución se acopla mejor al comportamiento de las series, a fin de optar por el mejor modelo. Siguiendo el procedimiento realizado por Boffelli y Urga (2016), se procederá a estimar un modelo ARCH para cada una de las series mediante el supuesto de una distribución normal, *t de student* y generalizada, a fin de terminar cuál de las tres opciones ajusta mejor para cada serie.

Boffelli y Urga (2016) citando a Weiss (1986) y Bollerslev y Wooldridge (1992) muestran que incluso cuando la distribución normal es asumida inapropiadamente, el proceso de máxima verosimilitud Gaussiana resulta en una estimación QML que es consistente y distribuida de forma normal asintóticamente, aunque ineficiente, de esta manera aunque los errores no se distribuyen de forma normal, los estimadores QML son consistentes y asintóticamente normales y adicionalmente la varianza-covarianza del estimador (VCE) se estima consistentemente. No obstante, Bollerslev (1986) aclara que aun cuando se estima un modelo GARCH (1,1) bajo el supuesto de normalidad, aún se están capturando la presencia de colas anchas.

La tabla 7 muestra los criterios de selección obtenidos para un modelo ARCH (1) en las cuatro series de tasas de interés mediante la adopción de una distribución normal, *t de student* y una distribución de errores generalizada GED. Donde se observa que conforme a los criterios de selección la distribución que mejor expresa el comportamiento de las tasas de interés a corto plazo corresponde a una distribución *t de student*.

Tabla 7: *Criterio de selección de Distribución Tasas de interés*

Serie	Distribución	ll(null)	ll(model)	df	AIC	BIC
DLNCOMM90D	Normal	.	4.717.157	3	-9.428.314	-9.410.407
	t de student	.	4.844.913	4	-9.681.827	-9.657.951
	GED	.	4.833.369	4	-9.658.738	-9.634.862
DLNCTIPBN30	Normal	.	3.499.848	3	-8.953.209	-8.935.789
	t de student	.	4.534.132	4	-10.627.263	-10.603.387
	GED
DLNCETES28	Normal	.	8.919.586	3	-17833.17	-17815.26
	t de student	.	10296	4	-20.584	-20560.13
	GED
DLNPER360	Normal	.	8.666.012	3	-17326.02	-17308.12
	t de student	.	11207.74	4	-22407.48	-22383.6
	GED

Antes de especificar el modelo con mejor ajuste se realizó la prueba propuesta por Engle y Ng (1993) para determinar el efecto apalancamiento dentro de las series, a través de la prueba de sesgo de signos, la prueba de sesgo de signos negativos y la prueba de sesgo de signos positivos. La tabla 8 muestra el resultado para las cuatro series.

Tabla 8: *Prueba de efecto apalancamiento tasas de interés*

Serie	Sign Bias Test (SBT)	Negative Sign Bias Test (NSBT)	Positive Bias sign test (PSBT)
DLNCOMM90D	0.00020*** (0.0000743)	-0.1020*** (0.00138)	0.1130*** (0.00132)
DLNCTIPBN30	0.000398*** (0.000064)	-0.4529*** (0.000711)	0.04841*** (0.00081)
DLNCETES28	0.0001*** 0.0000125	-0.026781*** (0.000571)	0.0360934*** (0.0005873)
DLNPER360	0.000022*** (0.0000365)	-0.1257*** (0.001857)	0.1289*** (0.001732)

Errores Estándar en Paréntesis
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Como se puede observar en la tabla 8 el valor absoluto para las noticias negativas (NSBT) es significativo al igual que las noticias positivas (PSBT) lo cual implica que se deben incorporar modelos asimétricos GARCH¹².

La tabla 9 muestra el modelo AR (1 5 10 15) MA (1) GJR GARCH (1,1,1) para la tasa de interés COMM90D colombiana, donde se puede observar que tanto la estructura ARMA como los coeficientes GJR-GARCH son significativos al 99%; de igual forma y a través del criterio AIC y BIC se seleccionó el mejor modelo ajustado. Por otra parte, la figura 4 modela el comportamiento de la varianza condicional para la estructura propuesta para la tasa de interés COMM90D colombiana.

Tabla 9: *Modelo AR (1 5 10 15) MA (1) GJR GARCH (1,1,1) tasa COMM90D t-student*

VARIABLES	DLNCOMM90D	ARMA	ARCH
L.arch			0.0336*** (0.0137)
L.tarch			-0.017*** (0.0173)
L.garch			0.9582*** (0.0061)
L1.ar		0.135*** (0.023)	
L5.ar		0.157*** (0.019)	
L10.ar		0.141*** (0.185)	
L15.ar		0.098*** (0.183)	
L1.ma		-0.862*** (0.0137)	
Constante	-0.00041 (0.000150)		1.57e-06*** (1.134E-07)
Observaciones	2891	Log Likelihood	5682,822
Schwarz (BIC)	-11293.39	AIC	-11359.05
Wald chi2 (5)	6887.82	prob>chi2	0.0000

Errores Estándar en Paréntesis
 *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

¹² El modelo GJR GARCH desarrollado por Gloesten, Jagannathan y Runkle (1996) tiene en cuenta el efecto apalancamiento de la siguiente manera:

$$h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} + \gamma I(\varepsilon_{t-1} < 0) \varepsilon_{t-1}^2$$
 donde γ representa el efecto apalancamiento, para más detalle consúltese Gloesten, Jagannathan y Runkle (1996)

Dentro de los resultados que muestra la tabla 9, se puede observar que todas las variables son significativas al 99% del nivel de confianza. Al interior de la tabla la letra L representa el rezago correspondiente para cada termino, en el caso de este modelo tanto el componente ARCH como el TARCH y GARCH cuentan con un rezago, mientras que el componente AR cuenta con 1 5 10 y 15 rezagos, así como un componente MA 1, lo que implica que la tasa COMM90D tiene dependencia del registro de los 1,5,10 y días anteriores. La figura 4 muestra el comportamiento de la varianza condicional para la tasa COMM90D en el período de tiempo comprendido entre el 2 de agosto de 2004 y el 29 de octubre de 2015.

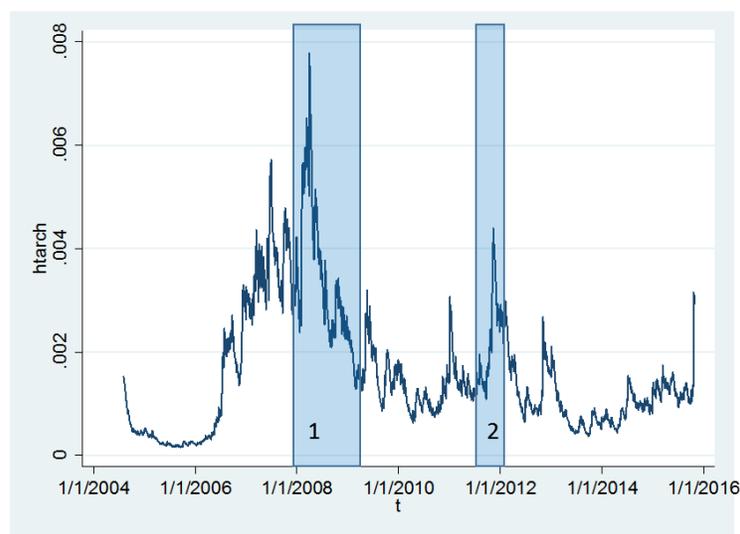


Figura 5: Varianza condicional tasa COMM90D modelo AR (1 5 10 15) MA (1) GJR GARCH (1,1,1)

Por otra parte, se generó el gráfico Q-Q o de cuantiles y el test de Kolmogorov-Smirnov(KS) para una sola muestra, sobre los residuos estandarizados para determinar si la distribución seleccionada (*t-student*) fue seleccionada de manera correcta. El apéndice C muestra que el gráfico de cuantiles se acerca significativamente a la línea de referencia, la cual fue programada conforme a una distribución *t de student*, de igual forma el test de KS que compara la distribución de los residuos estandarizados con la distribución *t* muestra que no es posible rechazar la hipótesis nula donde la distribución de los residuos estandarizados es igual a la distribución *t*, puesto que el p-valor es de 0.6558.

Como se puede observar en la figura 5 existen dos períodos de volatilidad a lo largo de la serie. A partir del año 2004 se puede observar en la varianza condicional un período de baja

volatilidad que se mantendría hasta mediados de 2006, fecha en la cual los niveles de volatilidad empezarían nuevamente a incrementarse debido a la expectativa por el alza en las tasas de interés en Europa y los Estados Unidos. La región 1 que comprende del 1 de enero de 2008 al 30 de diciembre de 2010, permite caracterizar que durante el período de la crisis *subprime* se presentó un período de volatilidad prolongado, lo cual concuerda con el período de volatilidad en el análisis de los índices Bursátiles que se presenta más adelante, de igual forma se puede observar que la volatilidad en la serie se empezó a incrementar antes del estallido de la burbuja hipotecaria, lo cual confirma que tanto el mercado de valores como el mercado financiero fueron susceptibles a la incertidumbre de tasas de interés en los Estados Unidos.

Por último se observa en la región 2, que comprende del 12 de septiembre de 2011 al 30 de diciembre de 2012, un incremento significativo en los niveles de volatilidad, este aumento puede estar relacionado tal y como explican Miranda y Salgado (2011) a la tensión en Europa luego del anuncio por parte el primer ministro griego Papandreou el 31 de octubre de 2011, al señalar que someterá a referéndum las medidas propuestas por la Comisión Europea para que Grecia continúe recibiendo la ayuda pactada para su rescate.¹³ Como se pudo analizar anteriormente la tasa de interés de CDT a 90 días presenta una varianza condicional que coincide con las fechas en que se registraron las principales crisis internacionales. La Tabla 10 muestra el test de multiplicadores de Lagrange, el cual determina la inexistencia de efectos heterocedásticos dentro del modelo ajustado, dado que no se rechaza la hipótesis nula para 1,5 y 10 rezagos.

Tabla 10: *LM-TEST tasa COMM90D*

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	1.824	1	0.1769
5	7.825	5	0.1662
10	9.876	10	0.4514

¹³ Esta situación suponía que Grecia podría llegar a declararse en suspensión de pagos e incluso llegar a salir de la zona euro.

La tabla 11 presenta el modelo heterocedástico AR (15) MA (1) GJR-GARCH (1,1) ajustado para la primera diferencia del logaritmo de la tasa de interés que cobran los bancos de Perú por prestar a un periodo inferior a 360 días PER360. Se puede notar que respecto el modelo ARIMA se omitió los rezagos AR (4) y AR (5) dado que no eran significativos al 90% del nivel de confianza, por otra parte, analizando el modelo ajustado se logra identificar que todos los términos son significativos al 99% a excepción del término AR (20) que es significativo al 95%.

Tabla 11: Modelo AR (15) GJR GARCH (1,1,1) Tasa PER360 t -student

VARIABLES	DLNPER360	ARMA	ARCH
L15.ar		0,014*** (0.0037)	
L1.ma		-0,0195 (0.0018)	
L.arch			0.436*** (0.024)
L.tarch			-0.0230*** (0.008)
L.garch			0.380*** (0.011)
Constante	-0,00084 -0,000155		0.00057*** (1.15e-05)
Observaciones	2891	Log Likelihood	8867.391
Schwarz (BIC)	-17697.39	AIC	-17733.21
Wald chi2 (2)	15.18	prob>chi2	0.0000

Errores Estándar en Paréntesis
 *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

El gráfico de cuantiles y el test (KS), muestran que el gráfico de cuantiles se acerca significativamente a la línea de referencia de distribución t , del mismo modo el test de KS que contrasta la distribución de los residuos estandarizados con la distribución t muestra que no es posible rechazar la hipótesis nula donde la distribución de los residuos estandarizados es igual a la distribución GED, puesto que el p-valor es de 0.23

La varianza condicional para la tasa de interés PER360 peruana que se encuentra representada en la figura 6, permite observar para la región 1 comprendida en el periodo entre el 1 de enero de 2008 y el 30 de diciembre de 2010 presenta un incremento significativo en la volatilidad, lo cual coincide con los sucesos de la crisis hipotecaria en Estados Unidos. A

diferencia de Colombia la volatilidad en la tasa peruana no se incrementó meses antes de la fecha en que se declara la quiebra de Lehman Brothers, dado que su aumento se ve reflejado en la misma semana del suceso. Por otra parte, la región 2 que comprende el periodo entre el 13 de julio de 2011 y el 16 de enero de 2012, muestra que en el momento para el cual Grecia propone someter a referéndum las medidas propuestas por la Unión Europea relacionadas con el plan de rescate, no se presentó un aumento significativo de la volatilidad, sin embargo, la inestabilidad en Europa generó un incremento progresivo en el comportamiento de la serie para los meses siguientes.

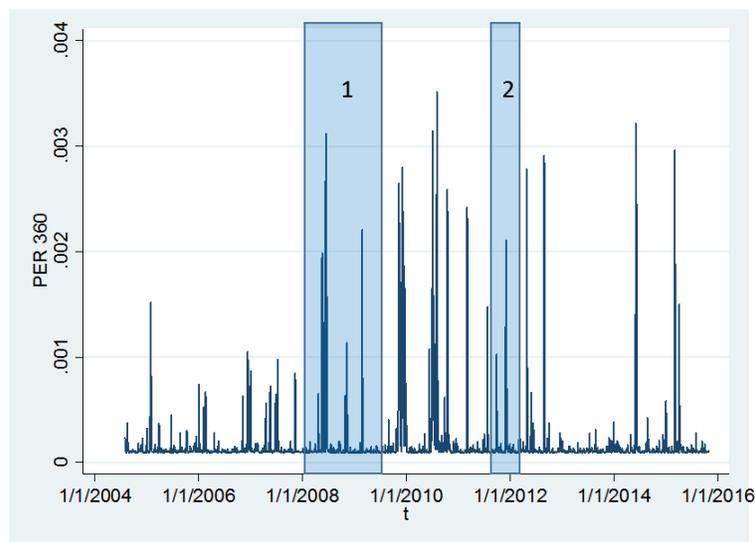


Figura 6: Varianza condicional PER360 modelo AR (1 15) MA(1) GJR-GARCH (1,1,1)

La Tabla 12 presenta el test de multiplicadores de Lagrange para el modelo estimado de la tasa de interés peruana, para el cual se rechaza la hipótesis nula en 1,5 y 10 rezagos y se valida la inexistencia de efectos ARCH.

Tabla 12: *LM-TEST* tasa PER360

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	0.006	1	0.9374
5	0.518	5	0.9915
10	0.813	10	0.9999

El modelo ajustado para la tasa de interés de captación chilena entre 30 Y 90 días CTIPBN30, se presenta en la tabla 13, donde se puede observar que al igual que el modelo anterior los parámetros autoregresivos y de media móvil se han modificado, especificando un modelo AR (5 6 7 19) GARCH (1,1) bajo el cual todas las variables son significativas al 99% del nivel de confianza, del mismo modo se seleccionó el mejor modelo ajustado a través del criterio AIC y Bayesiano de Schwarz.

Tabla 13: Modelo AR (5 6 7 19) MA(1) GJR-GARCH (1,1,1) tasa CTIPBN30 *t*-student

VARIABLES	DLNCTIPBN90	ARMA	ARCH
L.arch			0.08141*** (0.01281)
L.tarch			-0.05651*** (0.01654)
L.garch			0.91098*** (0.01030)
L5.ar		0.16327*** (0.01779)	
L6.ar		0.08468*** (0.018159)	
L7.ar		-0.07624*** (0.017691)	
L19.ar		0.05314*** (0.01673)	
L1.ma		-0.57243*** (0.01452)	
Constante	0.000851 (0.000252)		0.000013*** (3.34e-06)
Observaciones	2891	Log Likelihood	5.859.565
Schwarz (BIC)	-11609.3	AIC	-11676.1
Wald chi2 (5)	1679.5	prob>chi2	0.0000

Errores estándar en paréntesis

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

El gráfico Q-Q y el test (KS), muestran que los residuos estandarizados se acercan significativamente a la línea de referencia de distribución *t*, así mismo el test KS que contrasta la distribución de los residuos estandarizados con la distribución *t* muestra que no es posible rechazar la hipótesis nula donde la distribución de los residuos estandarizados es igual a la distribución *t*, puesto que el p-valor es de 0.23

Para validar el modelo presentado en la tabla 13 se aplicó la prueba de multiplicadores de Lagrange para el modelo ajustado, el cual arroja evidencia de ausencia de efectos heterocedásticos.

Tabla 14: *LM-TEST* tasa CTIPBN30

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	3.052	1	0.0806
5	3.965	5	0.5545
10	7.458	10	0.6816

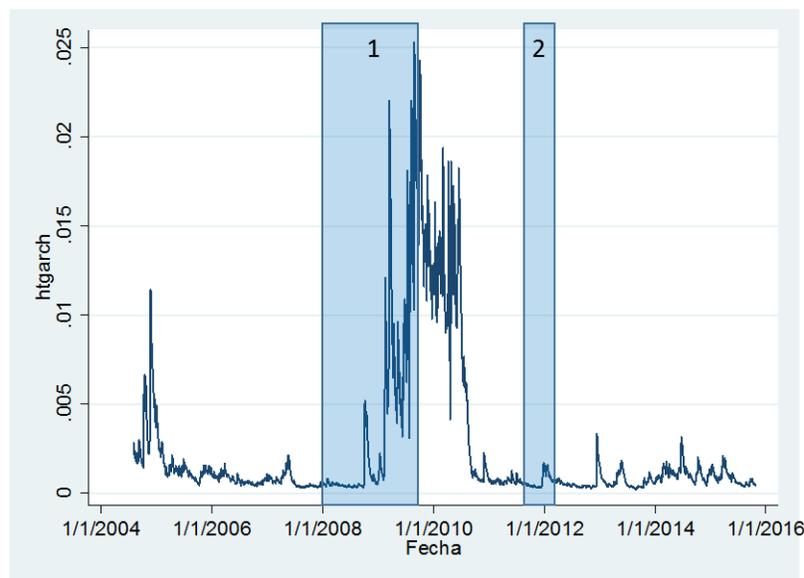


Figura 7: Varianza condicional CTIPBN90 modelo AR (5 6 7 19) MA(1) GJR-GARCH (1,1,1)

La varianza condicional para la tasa de interés obtenida del promedio ponderado de las tasas de captación ofrecidas en un día para los depósitos con plazo entre 30 y 89 días en Chile, se presenta en la figura 7. En la región 1 se observa el periodo comprendido entre el 15 de septiembre de 2008 y el 30 de diciembre de 2010, para el cual se presentó un incremento significativo en los niveles de volatilidad de la serie a partir del 15 de septiembre del año 2008, fecha donde Lehman Brothers se declara en quiebra. También se puede apreciar que

los niveles de volatilidad solamente se incrementan, una vez se da el anuncio de quiebra por parte de la institución financiera, situación que es similar para el caso peruano.

Ffrench-Davis y Heresi (2012) argumentan que en los meses anteriores a la crisis del 2008 Chile pasaba por un momento complicado a nivel interno y externo, dado, el *shock* positivo en los precios de las materias primas y auge de la cotización de combustibles, que generaban una presión sobre los índices de precios, sin embargo, fue solo hasta los meses de septiembre y octubre del 2008 que el país sufrió un duro golpe a nivel económico que desencadenó en el cambio de las trayectorias de los precios de las materias primas, la inflación y el tipo de cambio, de igual forma el superávit externo con el que gozaba para ese entonces el país rápidamente se transformó en déficit. Dentro de este contexto Chile optó por un fuerte ajuste en tasas de interés, decisión que coincide con los meses posteriores al suceso del 26 de septiembre.

Por otra parte, la región 2 muestra un comportamiento poco volátil para el periodo comprendido entre el 13 de julio de 2011 y el 16 de enero de 2012, el cual enseña que para el caso chileno la tensión en Europa luego del anuncio por parte de Grecia, al señalar que someterá a referéndum las medidas propuestas por la Comisión Europea para que Grecia continúe recibiendo la ayuda pactada para su rescate económico, no tuvo un impacto tan significativo como si lo fue para el caso colombiano, o incluso los efectos posteriores de la tasa peruana.

La tabla 15 muestra el modelo AR (5) MA (1) GARCH (1,1) ajustado para la primera diferencia del logaritmo de la tasa de interés TIE28 mexicana. El modelo omite los rezagos AR (12 13) dado que no eran significativos al 95% del nivel de confianza, por otra parte, se logra identificar que todos los términos son significativos a un nivel del 99%.

Con el propósito de validar el modelo estimado se implementó la prueba de multiplicadores de Lagrange, a fin de determinar si después de la especificación planteada aún existe la presencia de efectos heterocedásticos. La tabla 13 muestra que no es posible rechazar la hipótesis nula dado que el *p valor* es superior a 0.05, razón por la cual se puede afirmar que no existe la presencia de efectos heterocedásticos. Por otra parte, el gráfico de cuantiles y la prueba de KS, muestran que los residuos estandarizados se acercan a la línea de referencia

de distribución t , igualmente la prueba KS que contrasta la distribución de los residuos estandarizados con la distribución t arroja que no es posible rechazar la hipótesis nula donde la distribución de los residuos estandarizados es igual a la distribución t , puesto que el p -valor es de 0.23

Tabla 15: *Modelo AR (1 2 10) MA (1) GJR-GARCH (1,1,1) tasa TIEE28*

VARIABLES	DLNTIEE28	ARMA	ARCH
L.arch			0.2670*** (0.0119)
L.tarch			-0.5492*** (0.1109)
L.garch			0.6992*** (0,01264)
L1.ar		0.78811*** (0.02589)	
L2.ar		0.14035*** (0.01982)	
L10.ar		0.01272*** (0.00710)	
L1.ma		-0,9289*** (0.01776)	
Constante	0.000031 (0.000312)		3.16E-06*** 5.75E-08
Observaciones	2890	Log Likelihood	13363.76
Schwarz (BIC)	-26647.83	AIC	-26707.52
Wald chi2 (4)	10183.37	prob>chi2	0.0000

Errores estándar en paréntesis
 *** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$

Tabla 16: *LM-TEST tasa TIEE28*

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	0.009	1	0.9227
5	0.047	5	10.000
10	0.090	10	10.000

La figura 7 presenta la varianza condicional del modelo AR (1 2 10) MA (1) GJR GARCH (1,1,1) para la tasa de interés mexicana TIEE28, para el periodo comprendido entre el 26 de septiembre de 2008 y el 30 de diciembre de 2010. La región 1 muestra que existió un

incremento en los niveles de volatilidad de la serie en el momento del anuncio de quiebra por parte de Lehman Brothers, llegando a los máximos niveles de volatilidad de la serie.

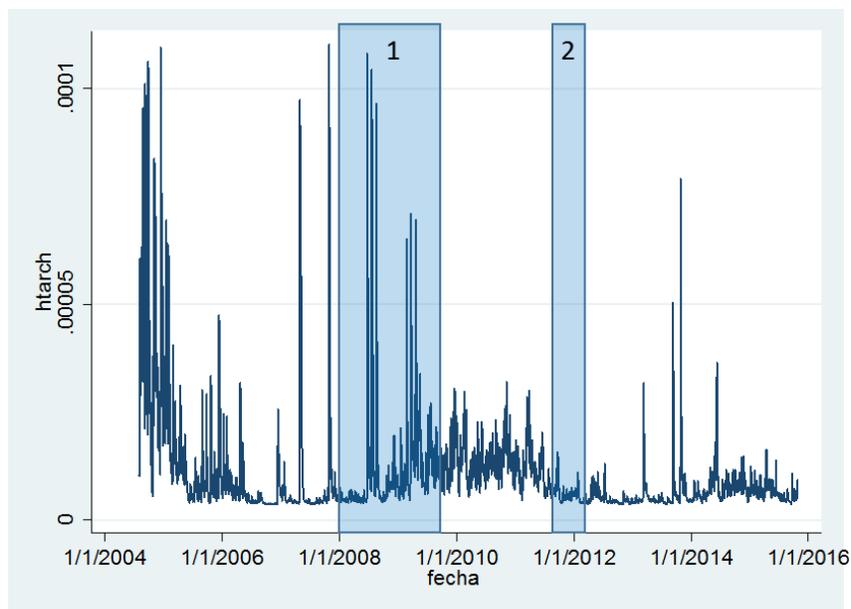


Figura 8: *Varianza condicional TIEE28 modelo AR (1 2 10) MA (1) GJR- GARCH (1,1,1)*

En el caso de la región 2 se muestra el período comprendido entre el 13 de julio de 2011 y el 16 de enero de 2012, el cual ajusta con las fechas en las cuales se presentaron grandes niveles de incertidumbre a nivel mundial por la decisión que llegase a tomar Grecia frente a la adopción del plan de rescate propuesto por la Unión Europea. Para el caso de la tasa TIEE28 de México el impacto no fue significativo dado que la volatilidad no se incrementó en este segmento.

4.1.2 Modelos univariados índices Bursátiles

Con el fin de realizar una aproximación a la volatilidad de los mercados de valores frente a períodos de crisis internacionales, se utilizan los registros diarios de los retornos de cuatro mercados representativos de América Latina (Colombia, Chile, México y Perú)¹⁴. Como se

¹⁴ Los países en mención conforman actualmente el Mercado Integrado de Valores Latinoamericano MILA que entró en operación el día 30 de mayo de 2011, de igual forma los cuatro países suscribieron el acuerdo integración regional Alianza Pacífico el 28 de abril de 2011.

mencionó anteriormente el horizonte temporal se encuentra comprendido entre el 3 de Julio de 2001 y el 19 de septiembre de 2015, dado que solo se encuentra disponible la información para la Bolsa de Valores de Colombia a partir del año 2001.

Con el fin de determinar si las series son estacionarias, se realiza nuevamente el test de Dickey-Fuller para cada uno de los índices bursátiles latinoamericanos, los resultados se presentan a continuación en la tabla 17:

Tabla 17: *Test de Dickey Fuller DF índices bursátiles*

Serie	Test DF (p-valor) Lag(0)	Test DF (p-valor) Diferencia del logaritmo natural lag(0)
IGBC-Colombia	0.085	0.000
IGBL-Perú	0.079	0.000
IGPA-Chile	0.098	0.000
IPC-México	0.177	0.000

Como se observa en la tabla 17 para los índices bursátiles expresados en niveles es necesario que se diferencie la serie, dado que el test de Dickey-Fuller presentó un p-valor superior a 0.05 por lo cual no se rechazó la hipótesis nula. Por otra parte, utilizando la transformación en diferencias de logaritmos naturales se puede rechazar la hipótesis nula y asumir que no hay presencia de raíz unitaria.

La tabla 18 muestra el resultado de los modelos ajustados ARIMA para los retornos de los índices bursátiles. Vale la pena aclarar que los modelos tienen un componente de diferenciación d , dado que son los retornos de las series, por lo cual las estimaciones se realizaron con los logaritmos de la serie. Por otra parte, los criterios de selección para estos modelos son los mismos que se utilizaron para las tasas de interés, los cuales permitieron obtener el mejor ajuste. Es importante precisar que todos los coeficientes presentados son significativos a un 95 % por ciento del nivel de confianza dado que su p-valor es inferior a 0.05, de igual forma los resultados para el test de ruido blanco a través del periodograma acumulativo de Bartlett muestra que se confirma la hipótesis nula, por lo cual los datos vienen dados por un proceso de ruido blanco. Dentro de los resultados se observa en la especificación AR, que para la mayoría de los casos existe un componente autoregresivo de

orden 19, que está relacionado con la cotización del índice luego de un mes bajo el supuesto de días hábiles de cotización en bolsa.

Tabla 18: Modelos ARMA Índices bursátiles

Serie	Mejor Modelo	Parámetros	Coefficientes	p-valor	Estadísticos	
RIGBC	AR(1 6 10 13 19)	AR(1)	0,1565	0.000	AIC	-21928,26
		AR(6)	-0,0463	0.000	Schwarz (BIC)	-21884,72
		AR(10)	0,0478	0.000	Log likelihood	10972.84
		AR(13)	0,061	0.000	wald chi2(8)	689.15
		AR(19)	0,0569	0.000	prob>chi2	0.000
					Observaciones	3716
				Bartlett's (B) statistic	0,09518	
				prob>B	0,9518	
RIGBL	AR(1 2 3 4 19 23)	AR(1)	0,1621	0.000	AIC	-21163,72
		AR(2)	-0,0367	0.000	Schwarz (BIC)	-21113,96
		AR(3)	0,0538	0.000	Log likelihood	10582.71
		AR(4)	0,0566	0.000	wald chi2(8)	899.58
		AR(19)	0,0612	0.000	prob>chi2	0.000
		AR(23)	-0,0423	0.000	Observaciones	3716
				Bartlett's (B) statistic	0,52	
				prob>B	0,9514	
RIGPA	AR(1 8 19)MA(1 2)	AR(1)	-0,4462	0.000	AIC	-25851,79
		AR(2)	0,0405	0.000	Schwarz (BIC)	-25808,25
		AR(18)	-0,0789	0.000	Log likelihood	12929.65
		MA(1)	0,6382	0.000	wald chi2(4)	560.82
		MA(2)	0,1342	0.000	prob>chi2	0.000
					Observaciones	3716
				Bartlett's (B) statistic	0,74	
				prob>B	0,6476	
RIPC	AR(2) MA(1)	AR(1)	0,7761912	0.000	AIC	-22060,54
		AR(2)	-0,0943919	0.000	Schwarz (BIC)	-22029,44
		MA(1)	-0,708799	0.000	Log likelihood	11039.16
					wald chi2(4)	112.10
					prob>chi2	0.000
					Observaciones	3716
				Bartlett's (B) statistic	0,52	
				prob>B	0,9492	

Errores estándar en paréntesis
 *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Dentro del proceso de identificación del modelo ARCH, la tabla 19 muestra los resultados obtenidos en el test de multiplicadores de Lagrange de Engle (1982) o el Test LM- ARCH. El cual indica que para todas las series de índices bursátiles se rechaza la hipótesis nula que

corresponde a la inexistencia de efectos ARCH, por lo cual se hace necesaria la aplicación de modelo Heterocedásticos.

Tabla 19: Prueba de multiplicadores de Lagrange LM índices bursátiles

Lags	RIGBC			RIGBL			RIGPA			RIPC		
	chi2	df	prob>chi2									
1	370.073	1	0.000***	669.261	1	0.000***	302.101	1	0.000***	88.607	1	0.000***
5	680.144	2	0.000***	836.097	5	0.000***	373.038	5	0.000***	245.149	5	0.000***
10	927.235	3	0.000***	925.218	10	0.000***	456.103	10	0.000***	294.225	10	0.000***

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Por otra parte, la tabla 20 muestra los criterios de selección obtenidos para un modelo ARCH (1) en las cuatro series de índices bursátiles mediante la adopción de una distribución normal, *t de student* y una distribución de errores generalizada GED.

Tabla 20: Criterio de selección de Distribución índice bursátiles

Serie	Distirbución	ll(null)	ll(model)	Df	AIC	BIC
RIGBC	Normal	.	11565.93	3	-23123.85	-23098.97
	t de student	.	11761.44	4	-23512.87	-23481.77
	GED	.	11786.51	4	-23563.01	-23531.91
RIGBL	Normal	.	10950.1	3	-21894.19	-21875.53
	t de student	.	11389.06	4	-22770.11	-22745.23
	GED	.	11408.08	4	-22808.16	-22783.28
RIGPA	Normal	.	13138.71	3	-26271.43	-26252.77
	t de student	.	13386.04	4	-26764.07	-26739.19
	GED	.	13386.18	4	-26764.35	-26739.47
RIPC	Normal	.	11121.01	3	-22236.03	-22217.36
	t de student	.	11389.06	4	-22770.11	-22745.23
	GED	.	11408.08	3	-22810.16	-22791.5

Como muestra la tabla 20 la distribución GED presenta los valores más bajos según los criterios de Akaike (AIC) y Schwarz (BIC) para las cuatro series de los índices bursátiles, lo cual nos brinda evidencia para afirmar que es necesario utilizar la distribución de errores generalizados en la estimación de los modelos Heterocedásticos GARCH. De igual forma que antes de especificar el modelo con mejor ajuste se realizó la prueba para determinar el efecto apalancamiento dentro de las series, mediante la prueba de sesgo de signos, la prueba

de sesgo de signos negativos y la prueba de sesgo de signos positivos. La tabla 20 muestra el resultado para las cuatro series.

Tabla 21: *Prueba de efecto apalancamiento índices bursátiles*

Serie	Sign Bias Test (SBT)	Negative Sign Bias Test (NSBT)	Positive Bias sign test (PSBT)
RIGBC	0.000047*** (0.0000141)	-0.049145*** (0.000773)	0.05433*** (0.000807)
RIGBL	0.0000384*** (0.000017)	-0.0562823*** (0.0008378)	0.0592848*** (0.0008774)
RIGPA	0.0000475*** (6.12e-06)	-0.026781*** (0.000571)	0.0360934*** (0.0005873)
RIPC	.0000438*** (9.71e-06)	-.0386811*** (0.000544)	.0438436*** (0.000563)

Errores Estándar en paréntesis
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Tabla 22: *Modelo AR (1 10 19) GJR-GARCH RIGBC*

VARIABLES	RIGBC	ARMA	ARCH
L.ar		0.116*** (0.01558)	
L10.ar		0.0265*** (0.0125)	
L19.ar		0.0206** (0.0114)	
L.arch			0.2859*** (0.0374)
L.tarch			-0.1439*** (0.0374)
L.garch			0.7244*** (0.0230)
Constant	7.9e-04*** (0.000412)		1.05e-05*** (1.78e-06)
Observaciones	3715	Log Likelihood	11.824.53
Schwarz (BIC)	-23575.07	AIC	-23631.05
Wald chi2 (2)	65,84	prob>chi2	0.0000

Errores Estándar en paréntesis
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Como se puede observar en la tabla 21 tanto el valor absoluto para las noticias negativas (NSBT) como el coeficiente asociado con las noticias positivas (PSBT) son significativos,

por lo cual es necesario incorporar modelos asimétricos GARCH. Por otra parte, dados los resultados expuestos en las tablas 14 y 15 para cada serie, se ajustó el modelo ARIMA encontrado anteriormente para modelar la ecuación de media y una ecuación de varianza bajo la estructura GJR GARCH.

El modelo AR (1 10 19) GJR GARCH para índice General de la Bolsa de Valores de Colombia IGBC se presenta en la tabla 22 y se observa que omite los rezagos AR (6), y AR (13) en el modelo ajustado heterocedástico, dado que no son significativos. Posteriormente y con el objeto de determinar si el modelo se encuentra correctamente especificado se aplicó la prueba LM-ARCH sobre los residuales estandarizados del modelo, la cual propone como hipótesis nula de no existencia de efectos ARCH. Como se observa en la tabla 23 la hipótesis no se rechaza para 1 5 y 10 rezagos, lo cual brinda evidencia de que el modelo propuesto describe correctamente la serie para el caso colombiano.

Tabla 23: *Test LM-ARCH para los residuos estandarizados RIGBC*

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	0.259	1	0.6107
5	1.204	5	0.9445
10	2.307	10	0.9934

De igual forma se generó el gráfico Q-Q o de cuantiles y el test de Kolmogorov-Smirnov(KS) para una sola muestra, sobre los residuos estandarizados, para determinar si la distribución seleccionada (GED) fue seleccionada de manera correcta. El apéndice C muestra que el gráfico de cuantiles se acerca significativamente a la línea de referencia, la cual fue programada conforme a una distribución generalizada, de igual forma el test de KS que comparar la distribución de los residuos estandarizados con la distribución generalizada, muestra que no es posible rechazar la hipótesis nula donde la distribución de los residuos estandarizados es igual a la distribución GED, puesto que el p-valor es de 0.095.

El modelo ARIMA (1 10 19) GJR GARCH (1,1,1) para el índice bursátil IGBC muestra evidencia de incrementos en la varianza condicional modelada en la figura 7 para 3 momentos específicos de la serie, la región 1 concuerda con los efectos que tuvo sobre las

bolsas de valores la crisis en los Estados Unidos producto de la burbuja del internet durante el periodo comprendido entre el 3 de julio de 2001 al 20 de diciembre de 2001.

El incremento significativo en la volatilidad, anterior a la región 2 muestra un aumento que coincide con la fecha en la cual se dio la reducción de la nota soberana de los Estados Unidos por parte de la calificadora de riesgo *standard & poor's* en 2006, lo cual demuestra un choque en la volatilidad anterior al suceso de la crisis *subprime* y el incremento de las expectativas del mercado debido a una posible alza en las tasas de interés en Europa. La región 2 comprende el periodo entre el 1 de enero de 2008 al 30 de diciembre de 2010, fecha para la cual de la varianza condicional muestra un ascenso vertiginoso que coincide igualmente con el periodo de crisis *subprime* en los Estados Unidos y la crisis financiera internacional de 2008, sin embargo, no se observa en el comportamiento de la serie un incremento significativo en la volatilidad para la región 3 que se encuentra delimitada entre el 12 de septiembre de 2011 al 30 de diciembre de 2012, fecha para la cual se desata la crisis en Europa por el incumplimiento de los pagos en Grecia y el riesgo de contagio a la economía mundial, dado una posible salida del país griego.

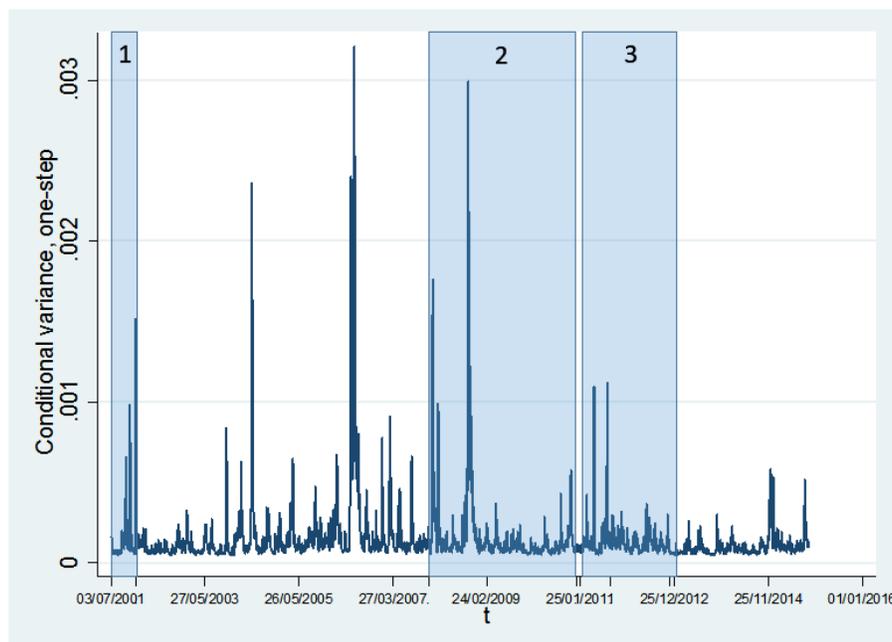


Figura 9: Varianza Condicional Modelo AR (1 10 19) GJR GARCH GED IGBC

El modelo AR (1 3) GJR GARCH para el índice General de la Bolsa de Valores de Lima IGBL se presenta en la tabla 24, donde se puede observar que han sido omitidos los rezagos AR (2), AR (3) y AR (4) AR (19) y AR (23), dado que no son significativos en el modelo ajustado heterocedástico.

Tabla 24: *Modelo AR (1 3) GJR GARCH(1,1,1) IGBL*

VARIABLES	RIGBL	ARMA	ARCH
L.ar		0.147*** (0.01583)	
L3.ar		0.0352* (0.01544)	
L.arch			0.1852*** (0.01541)
L.tarch			-.06107*** .0226116
L.garch			0.8231*** (0.01455)
Constante	0.00047*** (0.000162)		4.55e-06*** (7.75e-07)
Observaciones	3715	Log Likelihood	11661.94
Schwarz (BIC)	-23258.12	AIC	-23307.88
Wald chi2 (2)	95,18	prob>chi2	0.0000

Errores Estándar en paréntesis
 *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

El gráfico Q-Q o de cuantiles y el test de Kolmogorov-Smirnov(KS) para una sola muestra, muestran que el gráfico de cuantiles se acerca significativamente a la línea de referencia de distribución generalizada, del mismo modo test de KS que comparar la distribución de los residuos estandarizados con la distribución generalizada, muestra que no es posible rechazar la hipótesis nula donde la distribución de los residuos estandarizados es igual a la distribución GED, puesto que el p-valor es de 0.262.

El test LM-ARCH para el modelo AR (1 3) GJR GARCH (1,1,1), se presenta en la tabla 25 y permite concluir que no debe ser rechazada la hipótesis nula para 1 5 y 10 rezagos, brindando evidencia de que el modelo propuesto describe correctamente el índice bursátil IGBL.

Tabla 25: Test LM-ARCH para los residuos estandarizados RIGBC

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	0.026	1	0.8717
5	2.245	5	0.8143
10	4.957	10	0.8940

Como muestra la figura 10 la varianza condicional para el Índice General de la Bolsa de Valores de Lima presenta un periodo de baja volatilidad en la región delimitada desde 3 de julio de 2001 al 20 de diciembre de 2001, lo cual representa que el impacto de la crisis .com no fue significativo en el desempeño de la Bolsa de Valores de Lima, solamente hasta comienzos del año 2006 donde se empieza a notar un ligero incremento en la varianza, lo cual corrobora que los primeros efectos de la crisis *subprime* se dieron antes del estallido de la burbuja inmobiliaria en 2008, situación que ya se había observado para el índice bursátil de Colombia.

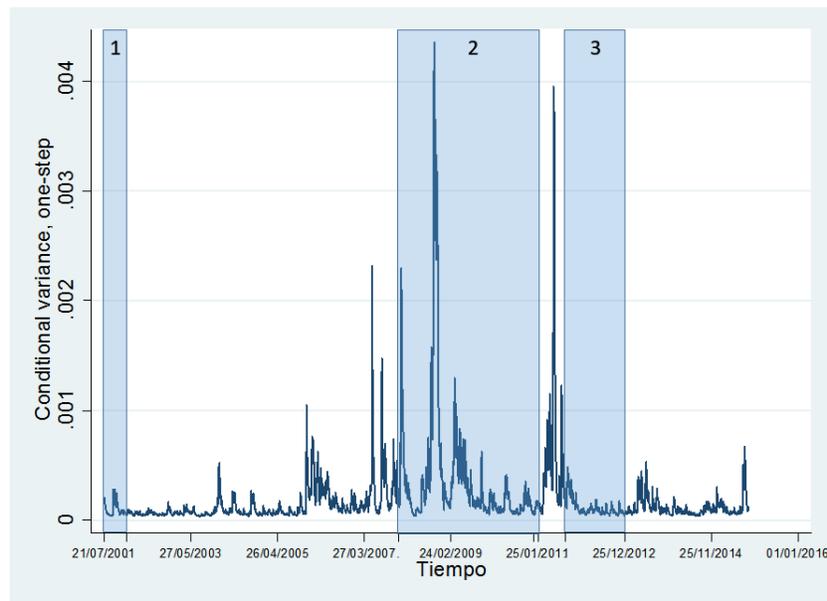


Figura 10: Varianza condicional Modelo AR (1 3) GJR GARCH (1,1,1) GED IGBL

Posteriormente para la región 2 se observa un periodo de incrementos en la varianza condicional, donde el mayor pico de volatilidad se presenta en el anuncio de quiebra por parte de la institución financiera norteamericana *Lehman Brothers* el 26 de septiembre de 2008.

Para la región 3, la varianza vuelve a presentar un incremento dada la expectativa por la situación de Grecia y la consulta que fue anunciada por parte de su máximo dirigente relacionada con la aceptación del plan de rescato de la Unión Europea. Vale la pena resaltar que en el caso de Perú los niveles de volatilidad luego del choque por la crisis financiera de 2008 descendieron rápidamente, para luego anticipar el momento de coyuntura en Europa.

Continuando con el análisis univariado la tabla 26 muestra el modelo AR (1) MA (1,2) GJR GARCH(1,1,1) para el índice General del precio de las acciones de la Bolsa de Santiago, para el cual se omiten los rezagos AR (8), AR (19) en el modelo ajustado, dado que no son significativos al 95% del nivel de confianza.

Tabla 26: *Modelo AR (1) MA (1,2) GJR GARCH (1,1,1) RIGPA*

VARIABLES	RIGPA	ARMA	ARCH
L.ar		-0.9101 *** (0.08819)	
L.ma		1.112*** (0.0883)	
L.ma2		0.1942*** (0.0199)	
L.arch			0.1783*** (0.0196)
L.tarch			-0.1078*** (0.0197)
L.garch			0.8440*** (0.0149)
Constante	0.0003941*** (0.000105)		1.59e-06*** (2.85e-07)
Observaciones	3715	Log Likelihood	13663.35
Schwarz (BIC)	-27308,69	AIC	-27252,78
Wald chi2 (2)	731.22	prob>chi2	0.0000

Errores Estándar en paréntesis
 *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

El gráfico Q-Q o de cuantiles y el test de Kolmogorov-Smirnov(KS) para una sola muestra, muestran que el gráfico de cuantiles se acerca significativamente a la línea de referencia de distribución generalizada, del mismo modo test de KS que comparar la distribución de los residuos estandarizados con la distribución generalizada, muestra que no es posible rechazar

la hipótesis nula donde la distribución de los residuos estandarizados es igual a la distribución GED, puesto que el p-valor es de 0.634

Para determinar si el modelo ajusta correctamente se aplica nuevamente el test de multiplicadores de LaGrange, a fin de detectar la presencia de efectos ARCH, para la serie de los retornos del índice bursátil chileno, donde se encuentra que en 1 5 y 10 rezagos no se rechaza la hipótesis nula de inexistencia de efectos ARCH. A continuación, la tabla 27 muestra los resultados de la prueba:

Tabla 27: *Test LM-ARCH para los residuos estandarizados RIGPA*

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	0.036	1	0.8498
5	2.906	5	0.7145
10	15.149	10	0.1267

Conforme a lo observado en la figura 11, la varianza condicional del índice IGPA de Chile, presenta un comportamiento similar al del índice de la Bolsa de Valores de Lima, donde se pueden identificar 3 regiones, el primer segmento está comprendido entre el 3 de julio de 2001 al 20 de diciembre de 2001, para el cual se observa niveles muy bajos de volatilidad lo cual es acorde a la situación que se analizó anteriormente con la serie peruana. La región 2 presenta el periodo que comprende la crisis *subprime* del 1 de enero de 2008 al 30 de diciembre de 2010, al igual que el caso colombiano y peruano se ve un incremento significativo previo al anuncio del 15 de septiembre en Estados Unidos, lo cual ratifica que las bolsas de valores latinoamericanas presentaron altos niveles de volatilidad desde el anuncio de *standard & poor's* en 2006, donde recortaba la calificación de los Estados Unidos, de igual manera la incertidumbre por los movimientos en tasas de interés en Europa y Norteamérica, se vio reflejado en el comportamiento de las series. Por último, la región 3 concuerdan con el período comprendido entre el 12 de septiembre de 2011 al 30 de diciembre de 2012 en el cual se realizó el anuncio por parte de Grecia de someter a votaciones el plan de rescate ofrecido por la Unión Europea.

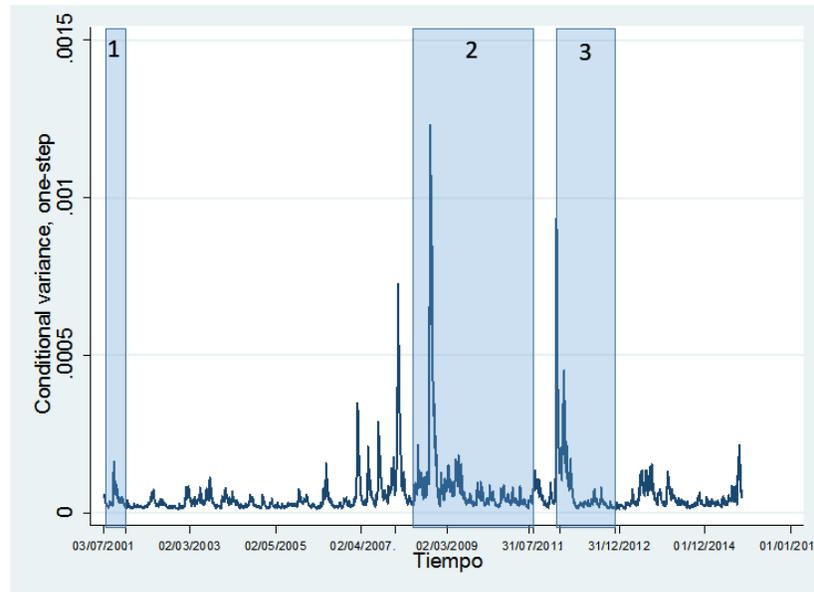


Figura 11: Varianza condicional Modelo AR (1) MA (1 2) GJR GARCH GED IGPA

En lo que respecta al comportamiento del Índice de Precios y Cotizaciones de La Bolsa Mexicana de Valores, la tabla 28 sugiere que el modelo con mejor ajuste correspondiente a la especificación AR (1) GJR GARCH, el cual omite los rezagos AR (2) y la aplicación de la media móvil MA (2), dado que ninguna presentó valores significativos al 90% del nivel de confianza.

Tabla 28: Modelo AR (1) GJR GARCH (1,1,1) GED RIPG

VARIABLES	RIPG	ARMA	ARCH
L.arch			0.1379*** (0.01419)
L.tarch			-0.12697 (0.01546)
L.garch			0.9107*** (0.0100)
L.ar		0.0522*** (0.0163)	
Constante	0.000548*** (0.000151)		2.15e-06*** -4,86E-07
Observaciones	3715	Log Likelihood	11704.23
Schwarz (BIC)	-23394.46	AIC	-23350.92
Wald chi2 (2)	10.19	prob>chi2	0.0014

Errores estándar en paréntesis

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

El test de Kolmogorov-Smirnov(KS) y el gráfico de Q-Q, muestran que el gráfico de cuantiles se acerca a la línea de referencia de distribución generalizada, del mismo modo la

prueba de KS que comparan la distribución de los residuos estandarizados con la distribución generalizada, enseña que no se rechaza la hipótesis nula donde la distribución de los residuos estandarizados es igual a la distribución GED, puesto que el p-valor es de 0.634

La figura 12 muestra el comportamiento de la varianza condicional del modelo ajustado para el índice representativo mexicano. La región 1 se da para el período en que tuvo lugar la crisis del internet tomando desde el inicio de la serie el 3 de julio de 2001 hasta el 20 de diciembre de 2001, al igual que el caso colombiano se observa un aumento en la volatilidad para esta fecha, lo cual comprueba que para el caso mexicano el impacto de la crisis del nuevo milenio fue significativa, la razón puede estar ligada al mayor tamaño del mercado de valores mexicano y el tiempo de permanencia en el mercado respecto a las demás bolsas de valores latinoamericanas.

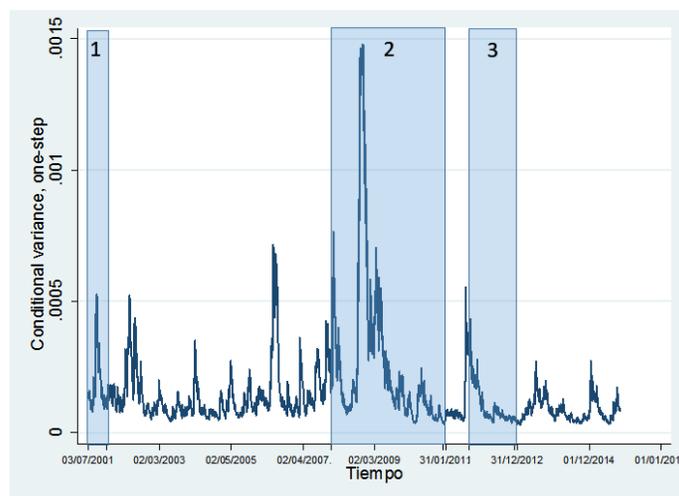


Figura 12: Varianza condicional Modelo AR (1) GJR GARCH (1,1,1) IGPA

La región 2 comprendida entre el 1 de enero de 2008 al 30 de diciembre de 2010, permite concluir que para las cuatro series latinoamericanas analizadas en este documento la volatilidad inició con la reducción de la calificación por parte de *standard & poor's* en 2006 y las expectativas por el alza en las tasas interés de los Estados Unidos y Europa que generaban incertidumbre en los mercados mundiales. De igual forma se puede apreciar un incremento sin precedentes para el 26 de septiembre de 2008 cuando *Lehman Brothers* se declaró en quiebra se desató oficialmente la crisis *subprime* o hipotecaria. En la región 3 se muestra un incremento adyacente al 12 de septiembre de 2011, fecha en que Grecia decide

someter a votaciones la continuidad del plan de apoyo ofrecido por Europa, a fin de sanear sus problemas fiscales.

Por último, se presenta en la tabla 29 el test LM ARCH para el modelo AR (1) GJR GARCH (1,1,1) de la serie RIPC mexicana, donde se corrobora la hipótesis nula de inexistencia de efectos ARCH y se valida la especificación del modelo.

Tabla 29: *Test LM-ARCH para los residuos estandarizados RIGBC*

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	0.148	1	0.7006
5	2.371	5	0.7958
10	5.646	10	0.8441

4.2 Modelos multivariados DCC- MGARCH

En este apartado se realiza la aplicación de un modelo GARCH Multivariado mediante la metodología de Coeficientes de Correlación Dinámicos DCC planteado por Engle (2002), a fin de estimar los mecanismos de transmisión en varianza y covarianza entre países. En primera instancia se elaboró un análisis entre los índices latinoamericanos seleccionados, para identificar cual es el grado de correlación dinámica entre los cuatro índices bursátiles y el S&P 500 de los Estados Unidos para las series comprendidas entre el 3 de Julio de 2001 y el 10 de abril de 2014.

Posteriormente para identificar el cambio en los coeficientes de correlación se propone el uso de variables *dummy* para distintas sub muestras de las series, de esta manera para el caso de la crisis *subprime*, se encuentran dos variables, la primera representa el periodo entre el 3 de julio de 2001 hasta el 14 de septiembre de 2008 y la segunda comprende el periodo entre el 15 de septiembre de 2008 y el 31 de diciembre de 2009. Por otra parte para analizar la crisis en Europa se utilizó como primera variable *dummy* el periodo del 1 de enero de 2010 hasta 30 de octubre de 2011, mientras que para el segundo se optó por el horizonte del 31 de octubre de 2011 hasta el 10 de abril de 2014, dado el impacto del pronunciamiento del primer ministro George Papandreou de someter a votación la aprobación de un segundo rescate por parte de

la Troika el 31 de octubre de 2011¹⁵. La tabla 30 muestra los resultados del modelo DCC GARCH estimado mediante QML para el periodo comprendido entre el 3 de julio de 2001 hasta el 31 de diciembre de 2009.

Tabla 30: *Modelo DCC MGARCH crisis subprime*

	RIGBC	RIGBL	RIGPA	RIPC	RS&P500
Ecuación de la media					
Y_0	0.00127*** (0.000240)	0.00117*** (0.000183)	0.000665*** (0.000115)	0.00139*** (0.000229)	0.000571*** (0.000169)
Y_1	0.177*** (0.0245)	0.165*** (0.0221)	0.211*** (0.0220)	0.202*** (0.0226)	
Y_2	0.0931*** (0.0179)	0.0911*** (0.0182)	0.0957*** (0.0111)	0.0895*** (0.0185)	-0.108*** (0.0205)
Ecuación de la Varianza					
ω	2.64e-05*** (8.80e-06)	4.40e-06*** (1.35e-06)	1.60e-06*** (4.31e-07)	5.07e-06*** (1.80e-06)	1.29e-06*** (3.89e-07)
a	0.226*** (0.0401)	0.162*** (0.0275)	0.123*** (0.0197)	0.0703*** (0.0161)	0.0668*** (0.00917)
β	0.616*** (0.0689)	0.814*** (0.0316)	0.843*** (0.0253)	0.900*** (0.0241)	0.922*** (0.0106)
Ajuste DCC					
λ_1	0.0123061 (0.0029379)				
λ_2	0.9726161 (0.0087981)				

Errores estándar en paréntesis
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Ecuaciones de media:

$$r_t = Y_0 + Y_1 r_{t-1} + Y_2 r_{t-1}^{S\&P500} + \varepsilon_t$$

Donde:

$$r_t = (r_{1,t}, r_{2,t}, \dots, r_{5,t}) \text{ y } \varepsilon_t = (\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t}, \dots, \varepsilon_{5,t})$$

Ecuación de Varianza

$$h_{ii,t} = c_i + \alpha_i h_{ii,t-1} + \beta_i \varepsilon_{i,t-1}^2 \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

¹⁵ El 10 de abril de 2014 se dio el regreso a los mercados internacionales por Parte de Grecia al colocar 3000 millones de Euros en bonos.

Conforme a los resultados de la tabla 30 se observa que los términos de la ecuación de media para cada serie, γ_0 representa la constante, γ_1 está relacionado con el rezago AR(1) para cada serie y γ_2 es el efecto del rezago AR(1) del índice S&P500 sobre las Bolsas latinoamericanas respectivamente¹⁶, por otra parte, los términos α y β corresponden a los coeficientes de un modelo GARCH (1,1) para cada ecuación con la respectiva constante ω . Por último los términos λ_1 y λ_2 que toman los valores de 0.01 y 0.98 representan la alta persistencia de las correlaciones, lo cual implica que la matriz Q_t depende en una gran proporción de la matriz rezagada Q_{t-1} .

Una vez estimado el modelo se realizó el cálculo de las correlaciones entre el S&P500 y cada uno de los índices bursátiles latinoamericanos. La figura 13 muestra el comportamiento de la correlación dinámica a lo largo de la serie, donde se puede observar un incremento significativo en la correlación para el momento en que se anunció la quiebra de Lehman Brothers el día 15 de septiembre de 2008, lo cual es evidencia de que existió contagio financiero para los cuatro países de Latinoamérica debido a la crisis *subprime* y concuerda con el aumento de la volatilidad en los modelos univariados.

Para determinar si el modelo se encuentra bien especificado se realizaron las pruebas de diagnóstico para los residuales estandarizados, donde se encontró que la estructura propuesta presenta ausencia de heterocedasticidad para 1, 5 y 10 rezagos conforme al test de multiplicadores de Lagrange, de igual manera los residuos se distribuyen de forma independiente conforme a la prueba de Ljung Box para 5, 10, 15, 20, 25 y 30 rezagos¹⁷. Una vez ajustado el modelo se procedió a corroborar los resultados de la figura 13, donde se comparó las distribuciones de los coeficientes de correlación del modelo antes y después del colapso de Lehman Brothers, a través de la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

A fin de aplicar el test de Kolmogorov-Smirnov se generó una variable *dummy* denominada *crisis*, la cual toma el valor de 1 para el periodo precrisis (3 de julio de 2001 al 14 de septiembre de 2008) y 2 para el periodo de crisis (15 de septiembre de 2008 y el 31 de

¹⁶ La tabla 17 muestra que el impacto del rezago para el índice S&P500 es significativo en todas las series a un 99% del nivel de confianza. De igual forma el rezago de cada termino se asemeja utilizada por Chiang, Jeon y Li (2007)

¹⁷ Ver apéndice C

diciembre de 2009). Posteriormente se aplica la prueba para determinar las diferencias en la distribución, partiendo de la hipótesis nula de que la distribución del primer grupo es estocásticamente dominada por la distribución del segundo grupo.

Conforme a los resultados obtenidos de la tabla 31 se encuentra que existe evidencia de que la distribución de los coeficientes de correlación durante el periodo de crisis domina estocásticamente a la distribución de los coeficientes de correlación en el periodo de precrisis para los cuatro países, lo cual permite afirmar que existió contagio financiero a causa de la crisis del 2008 en Colombia Perú Chile y México.

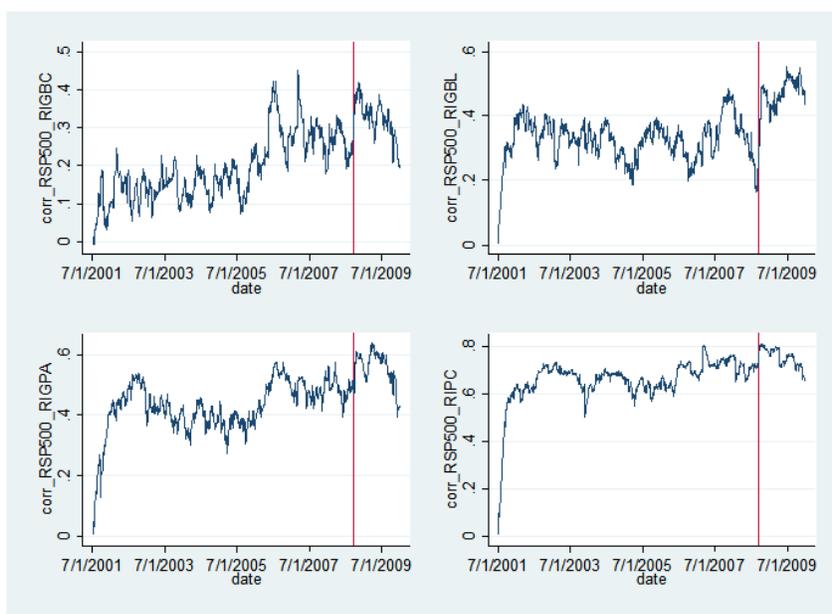


Figura 13: Correlación Dinámica modelo DCC-MGARCH índices bursátiles subprime

Tabla 31: Prueba de Kolmogorov-Smirnov Coeficientes de Correlación período subprim

Smaller Group	RIGBC_S&P500		RIGBL_S&P500		RIGPA_S&P500		RIPC_S&P500	
	D	p-valor	D	p-valor	D	p-valor	D	p-valor
1:	0.6084	0.000	0.7555	0.000	0.6053	0.000	0.6616	0.000
2:	-0.0060	0.977	-0.0354	0.452	0.0000	1.000	0.0000	1.000
Combinated K-S ¹⁸	0.6084	0.000	0.7555	0.000	0.6053	0.000	0.6616	0.000

¹⁸ Evalúa la igualdad de las dos distribuciones.

Continuando con el análisis de las crisis internacionales se estimó el modelo DCC- GARCH mediante QML, para el periodo comprendido entre el 1 de enero de 2010 hasta el 10 de abril de 2014, con el propósito de determinar si existió contagio financiero producto de la crisis europea de 2011. La tabla 32 muestra los términos de la ecuación de la media para cada serie, Y_0 , Y_1 y Y_2 , al igual que los términos α y β que corresponden a los coeficientes de un modelo GARCH (1,1) para cada ecuación Por último los términos λ_1 y λ_2 que toman los valores de 0.0164 y 0.957 representan la alta persistencia de las correlaciones, lo cual implica nuevamente que la matriz Q_t depende de la matriz rezagada Q_{t-1} . Respecto a las ecuaciones de media y varianza están definidas de la misma forma que el análisis del periodo de la crisis *subprime*.

De igual forma se puede evidenciar a través de La tabla 32 que el rezago del índice S&P500 sigue siendo significativo para cada una de las series latinoamericanas, mientras que la ecuación de la varianza muestra ser significativa para la estructura GARCH (1,1), donde la suma de cada uno de los términos no supera el valor de 1. Los coeficientes de correlación estimados para el modelo son presentados a través de la figura 14.

Tabla 32: *Modelo DCC MGARCH crisis europea*

	RIGBC	RIGBL	RIGPA	RIPC	RS&P500
Ecuación de la media					
Y_0	0.000644** (0.000256)	0.000835*** (0.000303)	0.000572*** (0.000185)	0.000770*** (0.000245)	0.00115*** (0.000253)
Y_1	0.144*** (0.0327)	0.217*** (0.0335)	0.146*** (0.0305)	0.240*** (0.0329)	
Y_2	0.0764*** (0.0286)	-0.0693*** (0.0258)	0.0524** (0.0235)	0.0681*** (0.0257)	-0.0782*** (0.0303)
Ecuación de la Varianza					
ω	7.20e-06** (3.40e-06)	5.51e-06 (6.42e-06)	1.54e-06** (6.03e-07)	2.34e-06*** (8.06e-07)	4.16e-06*** (8.59e-07)
α	0.118*** (0.0296)	0.109*** (0.0253)	0.868*** (0.0293)	0.0561*** (0.0148)	0.0912*** (0.0161)
β	0.800*** (0.0604)	0.851*** (0.117)	0.0987*** (0.0218)	0.913*** (0.0205)	0.856*** (0.0204)
Ecuación Modelo DCC					
λ	0.0164** (0.00691)				
λ	0.957*** (0.0263)				

Errores estándar en paréntesis
 *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

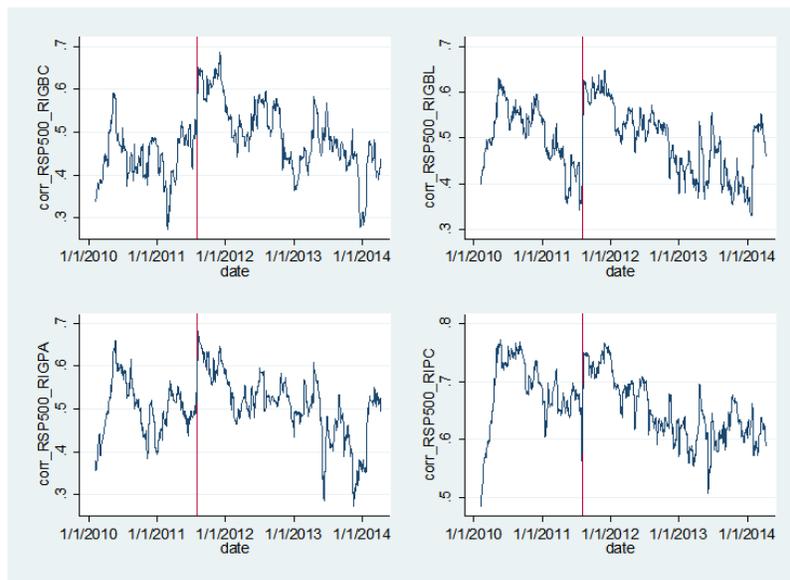


Figura 14: Correlación Dinámica modelo DCC-MGARCH índices bursátiles crisis europea

La figura 14 muestra el comportamiento de la correlación dinámica a lo largo de la submuestra de la serie, donde se observa que para los cuatro índices bursátiles se presentó un incremento significativo en la correlación dinámica, para el momento en que se anunció la decisión del Primer Ministro griego George Papandreou de someter a votación el segundo rescate por parte de la Troika. Este escenario representa uno de los principales acontecimientos de la crisis, dado que, en caso de no ser aprobado el rescate, Grecia dejaría de hacer parte de la Unión Europea. El incremento de la correlación dinámica para este periodo es evidencia de que existió contagio financiero para los cuatro países de Latinoamérica debido a la crisis en Europa a causa de la incertidumbre por la estabilidad de la Unión Europea¹⁹.

Con el propósito de confirmar los resultados obtenidos en la figura 14 se aplicó nuevamente el test de Kolmogorov-Smirnov a través de la incorporación de una variable *dummy* denominada *crisiseuropa*, la cual toma el valor de 1 para el periodo precrisis (1 de enero de 2010 al 30 de octubre de 2011) y 2 para el periodo de crisis (31 de octubre al 10 de abril de 2014). Paso seguido se realizó el cálculo de la prueba para determinar las diferencias en la

¹⁹ Se encontró que la estructura propuesta del modelo presenta ausencia de heterocedasticidad para 1,5 y 10 rezagos conforme al test de multiplicadores de Lagrange, de igual forma los residuos se distribuyen de forma independiente conforme a la prueba de Ljung Box para 5,10,15,20,25 y 30 rezagos.

distribución, partiendo de la hipótesis nula de que la distribución del primer grupo (precrisis) es estocásticamente dominada por la distribución del segundo grupo (crisis).

La tabla 33 muestra que para los 4 índices bursátiles se rechaza la hipótesis nula para el segundo grupo, razón por la cual se puede afirmar que existió contagio financiero para Colombia, Chile México y Perú respecto a la crisis en Europa²⁰.

Tabla 33: *Prueba de Kolmogorov-Smirnov Coeficientes de Correlación período crisis europea*

Smaller Group	RIGBC_S&P500		RIGBL_S&P500		RIGPA_S&P500		RIPC_S&P500	
	D	p-valor	D	p-valor	D	p-valor	D	p-valor
1:	0.4095	0.000	0.0890	0.022	0.1918	0.000	0.2109	0.000
2:	0.0000	1.000	-0.0625	0.151	0.0000	1.000	-0.0592	0.306
Combinated K-S	0.4095	0.000	0.0890	0.043	0.1918	0.000	0.2109	0.000

²⁰ Vale la pena aclarar que el índice S&P500 refleja en gran medida los choques internacionales provenientes de Europa, razón por la cual permite determinar aumentos significativos en el nivel de correlación para cada una de las series.

5. CONCLUSIONES

Las crisis internacionales se han convertido en uno de los principales temas de investigación dentro del entorno económico actual, debido a la aparición recurrente de momentos de inestabilidad como la crisis de los mecanismos de cambio europeo(1992), la crisis de México (1994), la crisis asiática(1997), la crisis rusa(1998), la crisis *.com* , la crisis hipotecaria *subprime* (2008) y la Crisis de la Zona Euro(2011) Este documento busca determinar la existencia de contagio financiero proveniente de las crisis internacionales para las Crisis Subprime y la Crisis en Europa del año 2011, tomando como muestra cuatro países latinoamericanos con condiciones similares (Colombia, Perú, Chile y México) a través de modelos heterocedásticos ARMA-GJR-GARCH y DCC-MGARCH con datos diarios de tasas de interés a corto plazo e índices Bursátiles.

En primera instancia, utilizando la metodología ARMA-GARCH se estimaron los modelos univariados y se graficó las varianzas condicionales de las tasas de interés a corto plazo para Colombia, Perú, Chile Y México, a fin de brindar una caracterización del comportamiento de las series. Los resultados obtenidos de los niveles de volatilidad muestran que para las cuatro tasas de interés latinoamericanas se generó un aumento en la varianza condicional correspondiente al periodo de la crisis *subprime*, sin embargo, se observó un caso particular para Colombia, dado que la volatilidad en el comportamiento de la tasa de interés inició desde el año 2006, producto de la incertidumbre generada por el posible aumento de las tasas de interés de los Estados Unidos y Europa, mientras tanto los otros tres países mostraron incrementos únicamente cuando se recibió la noticia de la quiebra de Lehman Brothers el 26 de septiembre del año 2008.

Para el caso de los índices bursátiles se observó un incremento en la varianza condicional para todas las series, respecto al periodo que comprende la crisis *subprime*, en este punto se observa que los índices bursátiles latinoamericanos son más sensibles a aumentos de volatilidad antes que los impactos en tasas de interés. Del mismo modo se determinó que todos los índices latinoamericanos presentaron un aumento en la varianza con relación a la crisis por la incertidumbre en Europa respecto a la deuda griega y el posterior anuncio por parte el primer ministro griego Papandreou el 31 de octubre de 2011, donde propone somete

a referéndum las políticas propuestas por la Comisión Europea para que Grecia reciba la ayuda internacional correspondiente al segundo rescate.

Mediante el uso de la metodología DCC- MGARCH se estimó las correlaciones condicionales dinámicas entre los índices bursátiles de los cuatro países latinoamericanos y el índice S&P500 de los Estados Unidos, a fin de determinar si existió contagio financiero respecto a la crisis *subprime* y la crisis europea. Los resultados muestran que existió un aumento de la correlación dinámica de las series entre el periodo precrisis (3 de julio de 2001 hasta el 14 de septiembre de 2008) y el periodo en que se desató la crisis hipotecaria luego de la quiebra de Lehman Brothers (15 de septiembre de 2008 y el 31 de diciembre de 2009), adicionalmente se optó por realizar la prueba de Kolmogorov-Smirnov, donde se encuentra que existe evidencia para afirmar que la distribución de los coeficientes de correlación durante el periodo de crisis domina estocásticamente a la distribución de los coeficientes de correlación en el periodo de precrisis en los cuatro países, lo cual permite afirmar que existió contagio financiero a causa de la crisis del 2008 en Colombia Perú Chile y México.

Por último, se calculó un modelo DCC-MGARCH para determinar las correlaciones dinámicas entre el S&P500 y los índices bursátiles de Colombia, Chile, México y Perú. Los resultados brindan evidencia de un aumento significativo en la correlación dinámica para el momento en que se anunció la decisión del Primer Ministro griego George Papandreou de someter a votación el segundo rescate por parte de la Troika, lo cual sumado a los cálculos de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, permiten concluir que existió contagio financiero para los cuatro países latinoamericanos a casusa de la crisis europea. Dado que la distribución de los coeficientes de correlación durante el periodo de crisis (31 de octubre al 10 de abril de 2014) domina estocásticamente a la distribución de los coeficientes de correlación en el periodo de precrisis (1 de enero de 2010 al 30 de octubre de 2011) en los cuatro países,

REFERENCIAS

- Baba, y., Engle, r. f., Kraft, d. f., & Kroner, k. f. (1991). Multivariate Simultaneous Generalised ARCH, University of California, San Diego: Department of Economics (No. 89-57). Discussion Paper.
- Banco de la República. (2014). Acerca de nosotros: Banco de la República. Recuperado el 20 de octubre de 2014, de sitio web de Banco de la República: http://www.banrep.gov.co/es/series-estadisticas/see_tas_inter_capt_sem_men.htm
- Bejarano Bejarano, L. V. (2015). Contagio financiero en mercados latinoamericanos: una aplicación de DCC MGARCH.
- Bollerslev, T. (1986). “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, 31 (3), pp. 307-327.
- Bollerslev, T., Engle, R. F., & Wooldridge, J. M. (1988). A capital asset pricing model with time-varying covariances. *The Journal of Political Economy*, 116-131.
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH model. *The Review of Economics and Statistics*, 498-505
- Boffelli y Urga (2016). “Financial Econometrics Using Stata”. Stata Press
- Box, G. E., & Jenkins, G. M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control*, revised ed. Holden-Day.
- Calvo, g. (1999). Contagion in Emerging Markets: When Wall Street is a Carrier, mimeo, University of Maryland
- Caracol Radio Web (8 de junio de 2006). Histórica caída de la Bolsa de Valores de Colombia. Recuperado el 5 de Agosto de 2015 de: http://caracol.com.co/radio/2006/06/08/economia/1149778200_296067.html
- Chan, k. K. (1992). An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short Term Interest Rate. *Journal of Finance*.

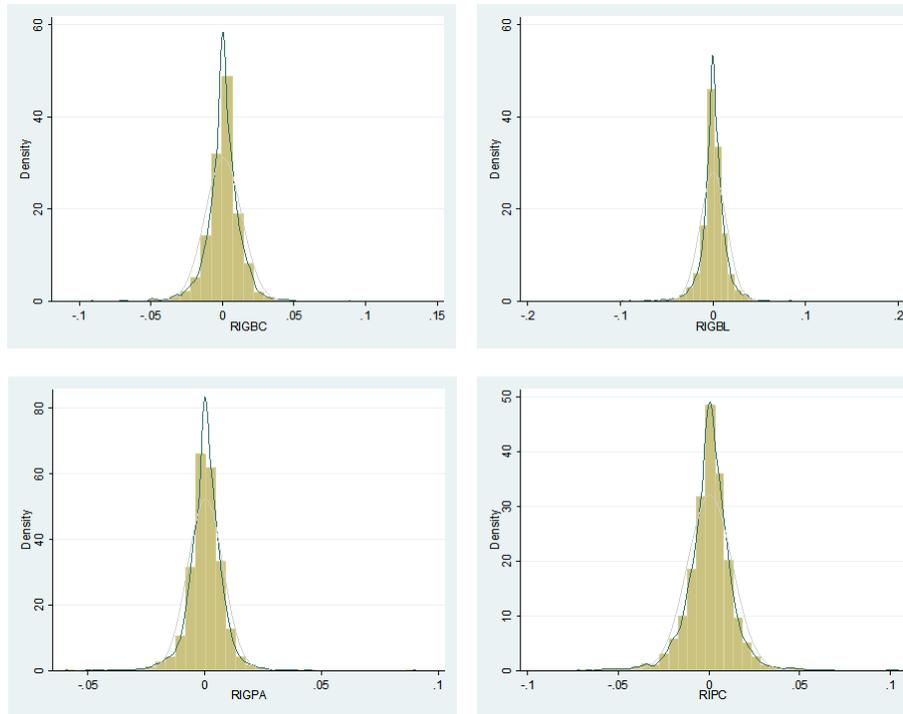
- Corsetti, G., Pesenti, P., Roubini, N., & Tille, C. (2000). Competitive devaluations: toward a welfare-based approach. *Journal of International Economics*, 51(1), 217-241.
- Darbar, S. M., & Deb, P. (2002). Cross-market correlations and transmission of information. *Journal of Futures Markets*, 22(11), 1059-1082.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74(366a), 427-431.
- Drazen, A. (2000). Political contagion in currency crises. In *Currency crises* (pp. 47-67). University of Chicago Press.
- de la Torre, R. A. B., & Arroyo, M. B. (2004). La interpretación de las crisis financieras a través de la literatura académica. *Información Comercial Española, ICE: Revista de economía*, (816), 9-22.
- Edwards, S. (1998). Interest rate volatility, contagion and convergence: an empirical investigation of the cases of Argentina, Chile and Mexico. *Journal of Applied Economics*, 1(1), 55-86.
- Edwards, S., & Susmel, R. (2001). Volatility dependence and contagion in emerging equity markets. *Journal of Development Economics*, 66(2), 505-532.
- Edwards, S. & Susmel, R. (2003). Interest rate volatility in emerging markets, the reviews of Economics and Statics, VOL 85, NO 2 , pp. 328- 348.
- Engle, R. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4):987-1007.
- Engle, R. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 339-350.
- Esquivel, G., & Larrain, F. (1998). Explaining currency crises. John F. Kennedy Faculty Research WP Series R98-07.
- Flood, R. P., & Garber, P. M. (1984). Collapsing exchange-rate regimes: some linear examples. *Journal of international Economics*, 17(1), 1-13.

- Frankel, J. A., & Rose, A. K. (1996). Currency crashes in emerging markets: An empirical treatment. *Journal of international Economics*, 41(3), 351-366.
- Ffrench-Davis, R., & Heresi, R. (2014). La economía chilena frente a la crisis financiera: respuestas contra-cíclicas y desafíos pendientes.
- Herrarte Sánchez, A., Medina Moral, E., & Vicéns Otero, J. (2000). Modelos de crisis financieras.
- Farelo, E. & Acevedo, D. (2008). Efecto contagio entre el Spread de los bonos soberanos de Brasil y Colombia para el periodo 2001-2006, Universidad de Medellín, recuperado el 2 de marzo de <http://cdigital.udem.edu.co/TESIS/CD-ROM47002008/01.Texto%20completo.pdf>.
- Fernandez, H. (2012). EGARCH: un modelo econométrico para estimar la volatilidad de series financieras. *Modelacion y Estrategias en Finanzas*, 41-92.
- Figlewski, S. (1997) “Forecasting Volatility, in Financial Markets”, Inst. Instruments. NYU, Salomon Center, 6:1, pp. 1–88.
- Flood, R., & Marion, N. (1994). The Size and Timing of Devaluations in Capital-Controlled Developing Countries (No. w4957). National Bureau of Economic Research.
- Flood, R., & Garber, P. (1996) Collapsing exchange-rate regimes: Some linear examples, *Journal of International Economics*, Volume 17, Issues 1–2, August 1984, Pages 1-13, ISSN 0022-1996
- Forbes, K. J., & Rigobon, R. (2002). No contagion, only interdependence: measuring stock market comovements. *The journal of finance*, 57(5), 2223-2261.
- Gerlach, S, & Smets, F. (1995). The monetary transmission mechanism: evidence from the G-7 countries.
- Goldfajn, M. I., & Valdés, M. R. O. (1997). Capital flows and the twin crises: the role of liquidity. *International Monetary Fund*.
- Grobys, K. (2010). Have volatility spillover effects of cointegrated European stock markets increased over time. *The review of finance and banking*, 2(2), 083-94.
- Hamilton, J. D., & Susmel, R. (1994). Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime. *Journal of Econometrics*, 64(1), 307-333.

- Imen, G. R. (2012). A Dynamic Analysis of Financial Contagion: The Case of Subprime Crisis. *Journal of Business Studies Quarterly*, 11-27.
- Kaminsky, G.L., & Reinhart, C.M. (1996). The Twin Crises: The Causes of Banking and Balance-of-Payments Problems, International Finance Discussion Paper (Washington: Board of Governors of the Federal Reserve System, March).
- Kaminsky, G. L., & Reinhart, C. M. (2000). On crises, contagion, and confusion. *Journal of international Economics*, 51(1), 145-168.
- Krugman, P. (1979). Currency Crises, mimeo, MIT.
- Lomelí, J. (s.f). Crisis Cambiarias Tres Teorías, Tres Generaciones.
- Mascareñas, G. & Gonzales. (1999). La globalización de los mercados Financieros. *Noticias de la Unión Europea* (172), 15-35.
- Martínez, J. (2012). Integración financiera internacional. Recuperado de http://www.finanzas.com/noticias/analisis/2012-03-05/673300_integracion-financiera-internacional.html.
- Masson, P. R. (1998). Contagion: monsoonal effects, spillovers, and jumps between multiple equilibria.
- Sánchez, A. H., Otero, J. V., & Moral, E. M. (2000). *Modelos de crisis financieras*. Instituto de Predicción Económica Lawrence Klein, Universidad Autónoma de Madrid.
- Obstfeld, M. (1996). Models of currency crises with self-fulfilling features. *European economic review*, 40(3), 1037-1047.
- Otker, I., & Pazarbasioglu, C. (1997). Speculative attacks and macroeconomic fundamentals: Evidence from some European currencies. *European Economic Review*, 41(3), 847-860.
- Pérez Rodríguez, J. V., Sáez Zafra, M., & Murillo, C. (1997). Expectativas y volatilidad condicionada: los tipos de interés en el mercado interbancario. © *Revista de economía aplicada*, vol. V, núm. 13, p. 83-107.
- Perez, F. (2008). Modelos ARIMA-ARCH, aplicaciones a las series de tiempo financieras. *Universidad de Medellín*, 51-63.

- Portafolio Web (8 de Agosto de 2015). Caída de las Bolsas le ha costado a Colombia 19,5 billones. Recuperado el 5 de Septiembre de 2015 de <http://www.portafolio.co/economia/caida-las-bolsas-le-ha-costado-colombia-195-billones>
- Quesada, M. (2014). *Acerca de nosotros: Universidad de Granada*. Recuperado el 28 de Diciembre de 2014, de www.masteres.ugr.es:
<http://masteres.ugr.es/moea/pages/tfm1011/analisisdeseriesmodelosheterocedasticos>
- Ramirez, J. C. (2007). Short Term Interest Rate Volatility: An Exercise for Colombian Economy 2001-2006. Redalyc, Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal, 149-170.
- Sachs, J., Tornell, A., & Velasco, A. (1996). Financial crises in emerging markets: the lessons from 1995 (No. w5576). National Bureau of Economic Research.
- Schwartz, M. J., Tijerina A., y Torre L., (2002). Volatilidad del tipo de cambio y tasas de interés en México: 1996–2001. *Economía Mexicana*. Nueva Época XI (2), 299-331.
- SHLEIFE, A. (2009). The Age of Milton Friedman. *Journal of Economic Literature*
- Toribio, J. (2010). *Acerca de nosotros: Fundacion de Estudios Financieros de España*. Recuperado el 15 de Febrero de 2015, de www.fef.es:
http://www.fef.es/new/publicaciones/papeles-de-la-fundacion/item/download/174_cf086d33773878488dc1dd4c8d239b1d.html
- Uribe, J. M. (2011). Contagio financiero: una metodología para su evaluación mediante coeficientes de dependencia asintótica». *Lecturas de Economía*, 75, 29-57.
- Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of financial economics*, 5(2), 177-188.
- Yang, S. Y. (2005). A DCC analysis of international stock market correlations: the role of Japan on the Asian Four Tigers. *Applied Financial Economics Letters*, 1(2), 89-93.

APENDICE A HISTOGRAMAS ÍNDICES BURSÁTILES



HISTOGRAMAS TASAS DE INTERÉS A CORTO PLAZO

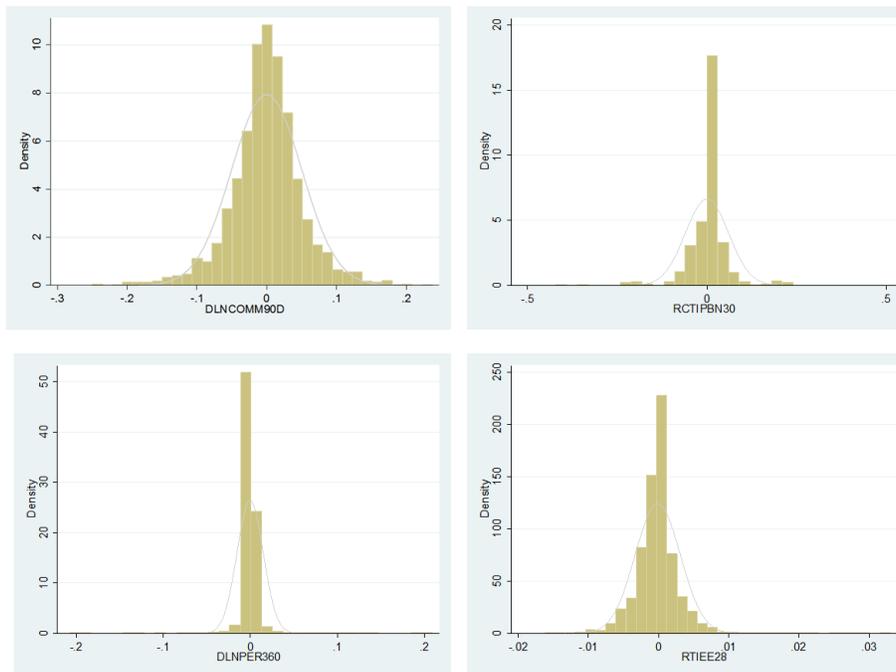


GRÁFICO DE CUANTILES ÍNDICES BURSÁTILES

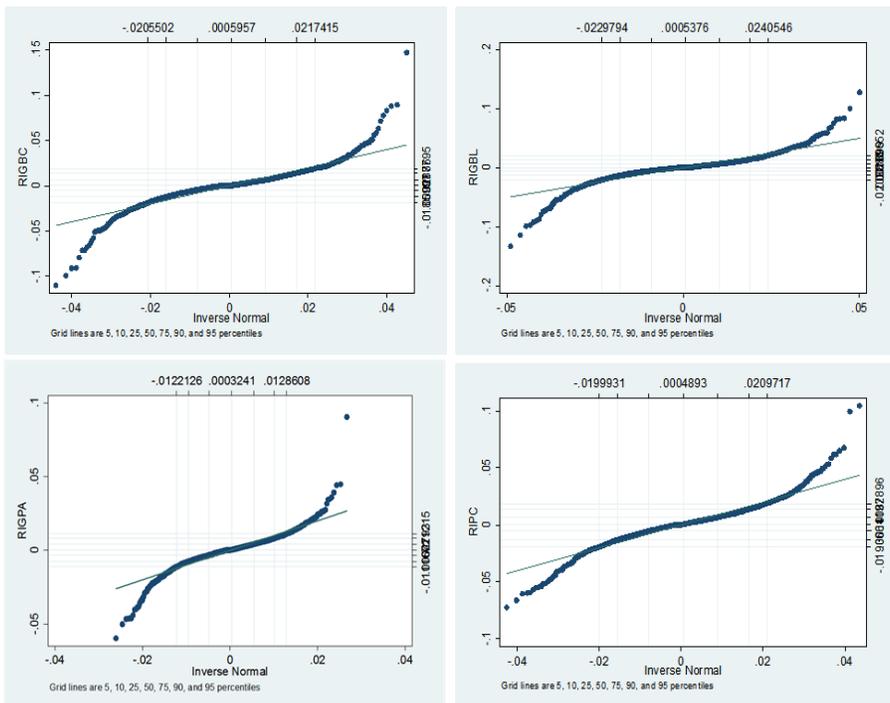
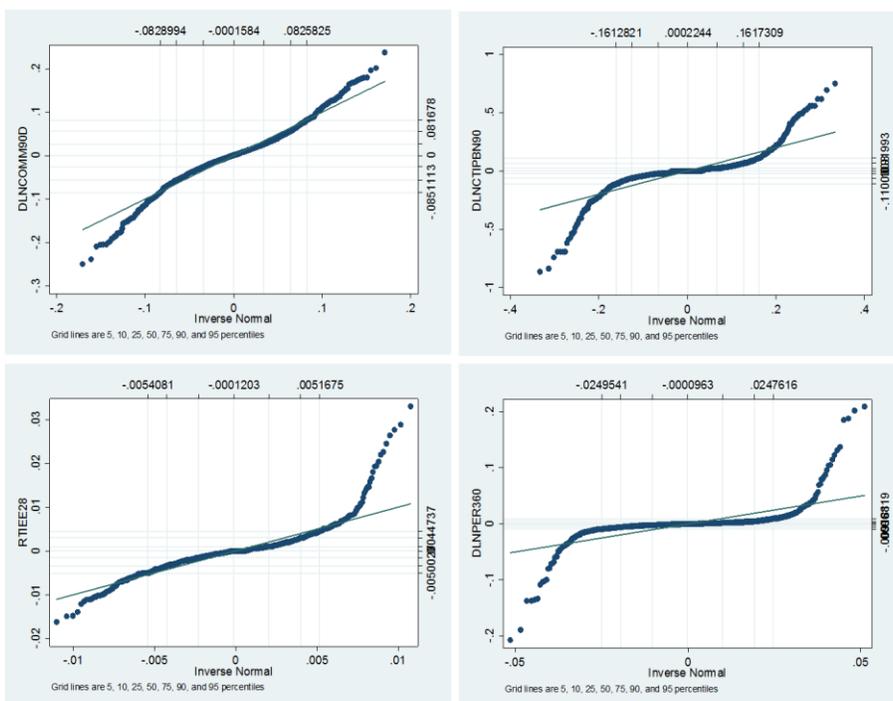
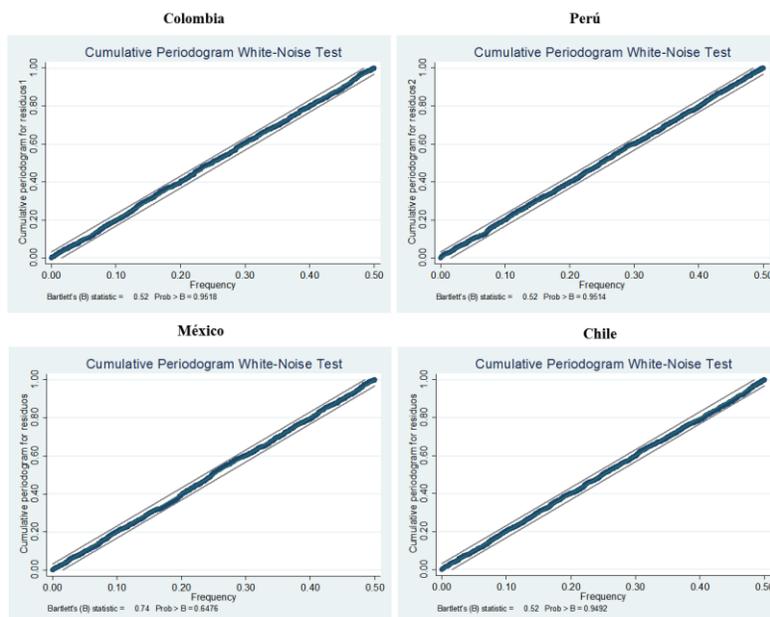


GRÁFICO DE CUANTILES TASAS DE INTERÉS A CORTO PLAZO

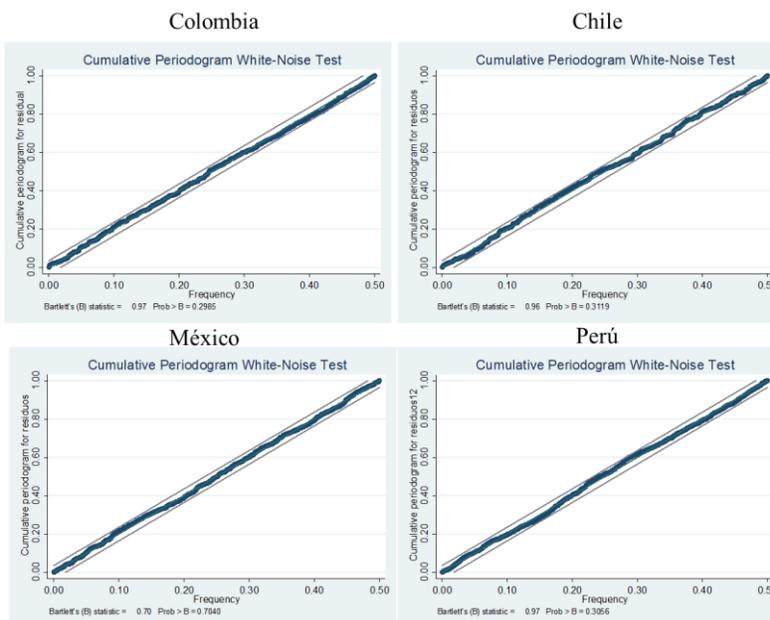


APENDICE B

PERIODOGRAMAS Y TEST DE RUIDO BLANCO ÍNDICES BURSÁTILES

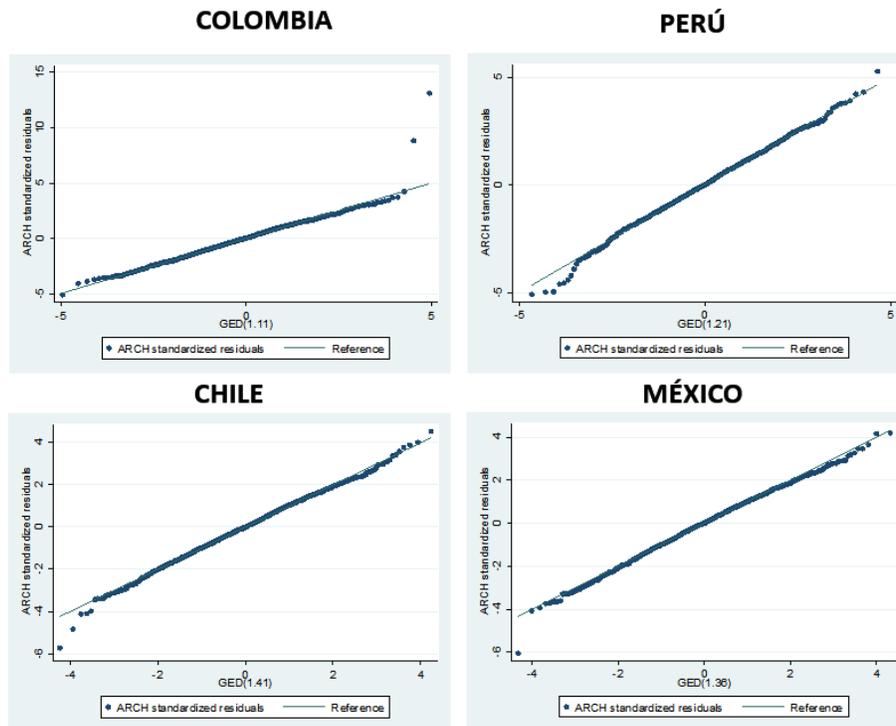


PERIODOGRAMAS Y TEST DE RUIDO BLANCO TASAS DE INTERÉS CP



APENDICE C

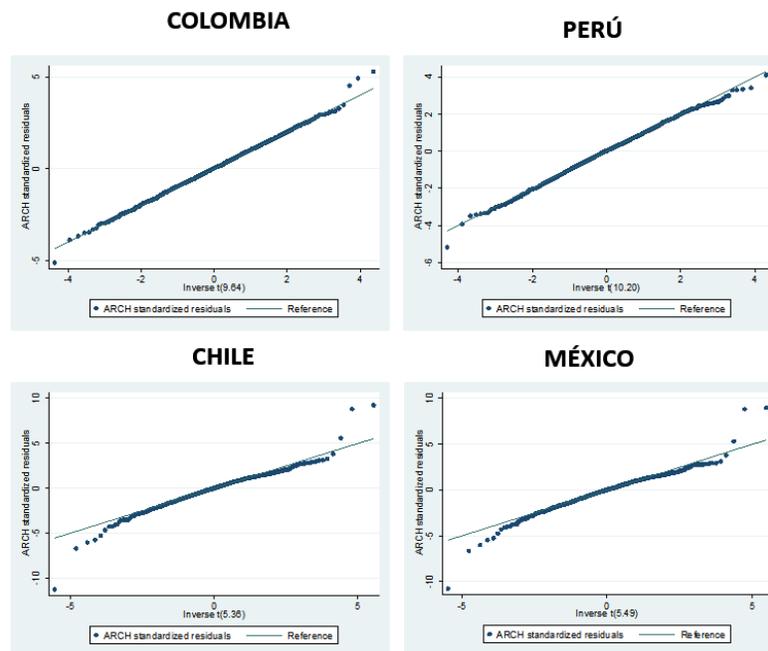
GRÁFICO DE CUANTILES ÍNDICES BURSÁTILES MODELOS ARMA GJR GARCH



PRUEBA DE KS ÍNDICES BURSÁTILES MODELOS ARMA GJR GARCH GED

Kolmogorov-Smirnov test		
Índice	K-S	p-valor
COMM90D	0.014	0.658
PER360	0.019	0.230
CTIPBN30	0.018	0.292
TIE28	0.018	0.290

GRÁFICO DE CUANTILES TASAS DE INTERÉS MODELOS ARMA GJR GARCH



PRUEBA DE KS TASAS DE INTERÉS MODELOS ARMA GJR GARCH GED

Kolmogorov-Smirnov test		
Índice	K-S	p-valor
RIGBC	0.020	0.095
RIGBL	0.017	0.262
RIGPA	0.012	0.634
RIPC	0.07	0.259

APENDICE D

PRUEBAS DE ESPECIFICACIÓN

LM TEST- PRUEBA SOBRE LOS RESIDUALES ESTANDARIZADOS CRISIS SUBPRIME

df	RIGBC		RIGBL		RIGPA		RIPC		RS&P500	
	chi2	Prob > chi2	chi2	Prob > chi2	chi2	Prob > chi2	chi2	Prob > chi2	chi2	Prob > chi2
1	0.711	0.3990	0.016	0.8979	0.006	0.9398	0.358	0.5496	0.013	0.9089
5	2.353	0.7985	1.928	0.8590	1.541	0.9083	1.437	0.9202	1.531	0.9095
10	3.166	0.9772	5.684	0.8411	12.823	0.2338	2.283	0.9937	12.338	0.2630

LM TEST MULTIVARIADO SUBPRIME

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	0.222	1	0.6375
5	1.701	5	0.8888
10	6.173	10	0.8006

LM TEST- PRUEBA SOBRE LOS RESIDUALES ESTANDARIZADOS CRISIS EUROPEA

df	RIGBC		RIGBL		RIGPA		RIPC		RS&P500	
	chi2	Prob > chi2	chi2	Prob > chi2						
1	0.83	0.3612	0.22	0.6391	0.205	0.6506	0.002	0.9622	0.644	0.4222
5	3.24	0.6627	1.11	0.9529	0.607	0.9877	3.003	0.6995	1.814	0.8743
10	4.70	0.9099	2.33	0.9930	1.111	0.9997	8.586	0.5718	3.388	0.9708

LM TEST MULTIVARIADO CRISIS EUROPEA

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	0.306	1	0.5801
5	1.772	5	0.8797
10	4.494	10	0.9223

**TEST DE LJUNG-BOX SOBRE LOS ERRORES ESTANDARIZADOS DEL MODELO DCC-
GARCH(SUBPRIME)**

LAG	RIGBC	RIGBL	RIGPA	RIPC	RS&P500	MULTIVARIADO
Errores Estandarizados						
5	0.9980	0.9049	0.9476	0.8955	0.9979	0.9999
10	1.0000	0.9998	0.9967	1.000	1.000	1.000
15	1.0000	0.9246	0.9999	1.000	1.000	1.000
20	1.0000	0.9867	1.0000	1.000	1.000	1.000
25	1.0000	0.9985	1.0000	1.000	1.000	1.000
29	1.0000	0.9998	1.0000	1.000	1.000	1.000

**TEST DE LJUNG-BOX SOBRE LOS ERRORES ESTANDARIZADOS AL CUADRADO DEL
MODELO DCC-GARCH(SUPRIME)**

LAG	RIGBC	RIGBL	RIGPA	RIPC	RS&P500	MULTIVARIADO
Errores Estandarizados al cuadrado						
5	0.8168	0.8605	0.9083	0.8524	0.9006	0.1458
10	0.9833	0.8143	0.2002	0.9855	0.2741	0.2681
15	0.9992	0.3684	0.4787	0.9616	0.2672	0.1344
20	0.9999	0.2963	0.5663	0.9772	0.3482	0.2108
25	0.9999	0.5288	0.7023	0.9958	0.0591	0.0713
30	0.9999	0.6004	0.6148	0.9967	0.0885	0.0696

**TEST DE LJUNG-BOX SOBRE LOS ERRORES ESTANDARIZADOS MODELO DCC-GARCH
(CRISIS EUROPEA)**

LAG	RIGBC	RIGBL	RIGPA	RIPC	RS&P500	MULTIVARIADO
Errores Estandarizados						
5	0.7073	0.9470	0.9849	0.5797	0.6283	0.8846
10	0.6504	0.9928	0.9995	0.3817	0.7812	0.9690
15	0.8679	0.9963	10000	0.6955	0.8841	0.9440
20	0.9649	0.9992	0.9999	0.8880	0.8423	0.9593
25	0.9890	0.9999	1.0000	0.9771	0.9443	0.9625
30	0.9895	1.0000	1.0000	0.9958	0.8914	0.9703

**TEST DE LJUNG-BOX SOBRE LOS ERRORES ESTANDARIZADOS AL CUADRADO MODELO
DCC-GARCH (CRISIS EUROPEA)**

LAG	RIGBC	RIGBL	RIGPA	RIPC	RS&P500	MULTIVARIADO
Errores Estandarizados al cuadrado						
5	0.1166	0.8778	0.9458	0.3060	0.3381	0.3646
10	0.1055	0.9118	0.9705	0.2939	0.2671	0.1122
15	0.1981	0.8665	0.9686	0.3126	0.5906	0.2010
20	0.3511	0.8934	0.9309	0.4720	0.7736	0.3507
25	0.5941	0.8996	0.9259	0.7297	0.7660	0.3470
30	0.7182	0.8994	0.9838	0.7588	0.7405	0.2030

APÉNDICE E

Planteamiento teórico ARIMA, ARCH y GARCH

En la primera etapa de la metodología Box-Jenkins es necesario definir el modelo general ARIMA_(p,d,q):

$$\phi(B)(1 - B)^d X_t = c + \theta(B)\varepsilon_t$$

Donde X_t es la variable analizada, c es una constante y ε_t es el término de error que sigue una distribución normal de media cero y varianza constante σ_ε^2 . El término $(1 - B)^d$ se aplica a la serie original con el objetivo de volverla estacionaria y d corresponde al orden de la parte I del modelo ARIMA. $\phi(B)$ y $\theta(B)$ son polinomios de orden p y q que dependen del operador B (definido por $B^d X_t = X_{t-d}$). El polinomio $\phi(B)$ se define como:

$$\phi(B) = 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i$$

Este es el proceso AR del modelo discutido anteriormente. Por el otro lado, el polinomio $\theta(B)$ representa el proceso MA y se define como:

$$\theta(B) = 1 - \sum_{j=1}^q \theta_j B^j$$

Existen propiedades básicas para la estructuración de la serie de tiempo que deben cumplirse para la aplicación de esta metodología, a saber; i) alta frecuencia en los datos, ii) debe existir un comportamiento no estacionario y iii) debe haber presencia de estacionalidad en los datos. Para la determinación del orden p y q Quesada (2014) plantea sus principales determinantes expresados en la tabla 1:

Resumen de Propiedades para Determinar Orden P y Q

	FAC	FACP
AR (p)	Decrece exponencialmente o cómo una senoide amortiguada	Corta tras el retardo p
MA (q)	Corta tras el retardo q	Decrece exponencialmente o cómo una senoide amortiguada
ARMA (p, q)	Decrece	Decrece

Fuente: tomado de Quesada (2014).

Por otra parte, es importante definir y exponer las generalidades de los modelos no estacionarios en media y en varianza comúnmente utilizados para determinar la volatilidad en activos financieros y tasas de interés con el fin de contextualizar al lector en cuanto a la metodología implementada en la presente investigación. Anteriormente, en las series de tiempo para el análisis del comportamiento de variables de alta frecuencia con comportamientos aleatorios, se estudiaban bajo el supuesto de homogeneidad en la varianza, con el fin de facilitar su estudio y predecir su comportamiento. Debido a este supuesto, muchas de las predicciones planteadas por los econométricos eran acertadas solo en el corto plazo, a medida que se trataba de ver más allá en el tiempo los modelos carecían de todo argumento matemático y teórico para asegurar sus hipótesis.

Desde Engle (1982) que se empezó a evidenciar que dicho supuesto de homogeneidad en la varianza (homoscedasticidad) en la mayoría de los casos no aplicaba. Este autor planteo los modelos autoregresivos de heterocedasticidad condicionada, ARCH el cual implica que la estimación de la volatilidad es una función de las perturbaciones pasadas o rezagadas. Es decir, que los errores rezagados condicionan el comportamiento de la varianza de la serie haciendo que esta no sea constante en el tiempo, lo cual implica un efecto aleatorio adicional en el comportamiento futuro de la variable estudiada. Robert Engle explico este modelo con el estudio del comportamiento de la tasa de inflación del Reino Unido, tratando de poner en tela de juicio la hipótesis de Milton Friedman (SHLEIFE, 2009) donde se afirma que la incertidumbre con que se comporta la inflación eran una de las fuertes razones por las cuales

había ciclos económicos. Además, es importante resaltar que el modelo ARCH utiliza medias ponderadas de los cuadrados de los errores de predicción del pasado, lo cual le resta peso a los valores del pasado lejano y le suma relevancia a las observaciones más cercanas²¹.

El proceso ARCH (q) está definido por la siguiente expresión, según Fernández (2012):

$$\varepsilon_t = a_t \sigma_t, a_t \sim N(0,1), \quad \varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \delta_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-i}^2, \delta_0 > 0 \text{ y } \alpha_j \geq 0$$

En dónde; a_t y σ_t , son estadísticamente independientes. El proceso a_t conocido como ruido blanco, está idénticamente distribuido con media cero y desviación típica igual a uno. Una de las condiciones para que se cumpla con la estacionalidad en la media, es necesario que $\sum_{i=1}^q \alpha_j < 1$. Ahora, Ω_{t-1} es el conjunto de observaciones disponibles hasta el instante t-1. Además, ε_t es condicionalmente normal con media cero y su varianza es σ_t^2 .

Algunos años después, en 1986 Tim Bollerslev amplió el marco de análisis de este tipo de modelos argumentando que la varianza condicionada en cada etapa de la serie de tiempo también influye en su comportamiento, dando así origen a los modelos generalizados autoregresivos de heterocedasticidad condicionada, GARCH. Definido según Fernández (2012) por las siguientes ecuaciones:

$$\varepsilon_t = a_t \sigma_t,$$

$$\sigma_t^2 = \delta_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2, \delta_0 > 0, \alpha_j \geq 0, \beta_j \geq 0 \text{ y } \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_j + \beta_j) < 1$$

De manera que, cuando se toma $\beta_j = 0$ para todo j, se obtiene el modelo ARCH_(q), para propósitos de esta investigación se trabajó alrededor del modelo básico de la familia de procesos heterocedásticos, GARCH_(1,1)²² definido por:

²¹ Para una explicación más detallada remitirse a Engle (1982)

²² Modelo explicado en detalle en la revista de la Universidad de Medellín titulada "Modelos ARIMA-ARCH, algunas aplicaciones a las series de tiempo financieras" escrita por Freddy O. Pérez Ramírez, p.51-63.

$$\varepsilon_t = a_t \sigma_t,$$

$$\sigma_t^2 = \delta_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \quad \delta_0 > 0, \alpha_1 \geq 0 \text{ y } \beta_1 \geq 0 \text{ y } \alpha_1 + \beta_1 < 1$$

Donde δ_0 es el valor medio de la varianza, a largo plazo es decir la varianza no condicionada que puede esperarse que se modifique inmediatamente por los demás términos vinculados al modelo. α_1 es el efecto sobre la varianza en t , referente al periodo inmediatamente anterior perturbado por un término de error. β_1 es el mismo efecto sobre la varianza del periodo inmediatamente anterior sin perturbaciones. Por último, $\alpha_1 + \beta_1$ mira la *persistencia de la volatilidad*, a través de la medición porcentual a la cual los efectos sobre la volatilidad van decreciendo, por ello cuanto más cercano sea este valor a uno significa que hay una muy alta persistencia de los *shocks* volatilidad en la serie de tiempo (FERNANDEZ, 2012).