



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Modelamiento de la transferencia de calor en barreras térmicas en función de la porosidad

María Ximena Cano Marín

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Minas
Departamento de Materiales y Minerales
Medellín, Colombia
2017

Modelamiento de transferencia de calor en barreras térmicas en función de la porosidad

María Ximena Cano Marín

Tesis de maestría presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ingeniería - Materiales y Procesos

Director:

Ph.D., Juan Pablo Hernández-Ortíz

Co-director:

Ph.D., Alejandro Toro

Grupos de Investigación:

Grupo de Tribología y Superficies

Grupo de Ciencia y Tecnología de los Materiales

Universidad Nacional de Colombia
Departamento de Materiales y Minerales
Medellín, Colombia

2017

A mis padres Fabiola y Libardo
A mis hermanas Lina y Natalia
y a mi princesa Manuela

Agradecimientos

A mi director Juan Pablo Hernández Ortiz y co-director Alejandro Toro gracias por su orientación, consejos y paciencia.

A Empresas Públicas de Medellín por apoyar economicamente al grupo Termosierra, de esta manera aportan al desarrollo de profesionales idoneos para mejoramiento de la ciudad y el país.

A mis compañeros de los grupos de investigación GTS-Termosierra y el grupo de ciencia y tecnología de los materiales, gracias por sus aportes y consejos de acuerdo con área específica de su saber.

A mi familia por apoyarme incondicionalmente en cada una de las decisiones de mi vida.

A mis amigos y compañeros Paula Piedrahita, Juan Davida Ospina y Alejandro Olaya gracias por su apoyo, consejos y tiempo, con ustedes crecí como ser humano y académico.

Resumen

Los recubrimientos de barrera térmica son ampliamente aplicados para proteger los elementos metálicos ubicados en la ruta de gases calientes de las turbinas a gas que se usan para la termogeneración eléctrica. Estos gases pueden alcanzar temperaturas superiores al punto de fusión de los componentes metálicos, por lo tanto, es necesario proteger térmicamente estas piezas con recubrimientos aislantes de tal manera que se conserve su forma y propiedades físicas.

Los recubrimientos de barrera térmica (TBC) fueron diseñados para disminuir el gradiente de temperatura entre los sustratos y los gases calientes de la combustión. Los TBC son sistemas multicapa conformados por una capa intermetálica que es depositada sobre el metal base y además de servir como anclaje mecánico, protege al metal de la oxidación. La segunda capa es cerámica, su principal característica es proporcionar aislamiento térmico debido a su baja conductividad térmica.

Este trabajo se enfocó en el estudio de la conductividad térmica en función de la porosidad, primero en sistemas asignados aleatorios con un simulador y posteriormente en porosidades reales obtenidas por técnicas de aplicación como APS y ASPs. Se implementó un modelo de transeferencia de calor que incluyó la porosidad en el tensor de conductividad térmica y de esta manera fue posible evaluar la influencia de parámetros como distribución, cantidad y orientación de la porosidad en la conductividad térmica y los campos de temperatura.

La capa cerámica fue modelada como una suspensión de una fase porosa dentro de una fase sólida. En la fase porosa se omitió la transferencia de calor por convección y solo se consideró transferencia de calor por conducción, tanto para la fase sólida como para la fase porosa. Además se supuso que en la intercara de estas dos fases hay un contacto perfecto, por lo tanto no existe resistencia.

Se desarrollaron varios experimentos para estudiar el comportamiento de la conductividad térmica en función de la distribución y cantidad de porosidad, de esto se pudo determinar cual distribución de porosidad era más aislante de calor en función de los parámetros establecidos. De imágenes reales de YSZ depositada por APS y ASPs se pudo evaluar y obtener valores de conductividad térmica y temperatura en función de la distribución y forma de la porosidad. Finalmente se estudió como puede influenciar en el aislamiento térmico un daño superficial en la TBC.

Palabras clave: Tensor de conductividad efectiva, transferencia de calor, conducción, porosidad, sistemas de barrera térmica, simulación.

Abstract

Thermal barrier coatings are widely applied to protect metal elements located in the hot gas path of gas turbines used for electrical thermogeneration. These gases may reach temperatures higher than the melting point of the metal components, therefore it is necessary to thermally protect these parts with insulating coatings in such a way as to preserve their shape and physical properties.

Thermal barrier coatings (TBC) were designed to decrease the temperature gradient between the substrates and the hot combustion gases. TBCs are multilayer systems formed by an intermetallic layer that is deposited on the base metal and besides serving as mechanical anchorage, it protects the metal from oxidation. The second layer is ceramic, its main feature is to provide thermal insulation due to its low thermal conductivity.

This work focused on the study of thermal conductivity as a function of porosity, first in randomized systems with a simulator and later in real porosities obtained by application techniques such as APS and ASPS. It was implemented a heat transfer model that included the porosity in the thermal conductivity tensor and in this way it was possible to evaluate the influence of parameters such as distribution, quantity and orientation of the porosity in the thermal conductivity and the temperature fields.

The ceramic layer was modeled as a suspension of a porous phase within a solid phase. In the porous phase, the convective heat transfer was omitted and only conduction heat transfer was considered, both for the solid phase and for the porous phase. In addition, it was assumed that in the interface of these two phases there is a perfect contact, therefore there is no resistance.

Several experiments were developed to study the behaviour of the thermal conductivity as a function of the distribution and quantity of porosity, from which it was possible to determine which distribution of porosity was more heat insulating in function of the established parameters. Actual YSZ images deposited by APS and ASPS could be evaluated and obtained values of thermal conductivity and temperature depending on the distribution and shape of the porosity. Finally, it was studied how it can influence in the thermal insulation a superficial damage in the TBC.

Keywords: Effective conductivity tensor, heat transfer, conduction, porosity, thermal barrier systems, simulation

Contenido

Agradecimientos	VI
Resumen	VII
Lista de símbolos	XVII
1 Introducción	1
2 Marco Teórico y Estado del Arte	6
2.1 Modelo matemático para la transferencia de Calor	6
2.1.1 Conductividad Térmica	7
2.2 Transferencia de calor en medios porosos	7
2.2.1 Conducción en medios porosos	8
2.3 Transferencia de calor en barreras térmicas	9
2.3.1 Mediciones experimentales de conductividad térmica	12
2.4 Conductividad Térmica en suspensiones	14
3 Objetivos	25
3.1 Objetivo General	25
3.2 Objetivos Específicos	25
4 Metodología	26
4.1 Modelo matemático en 2D para la transferencia de calor en el cerámico	26
4.1.1 Tensor de conductividad	29
4.1.2 Modelo de resistencias para el sistema multicapa	30
4.1.3 Condiciones de frontera	31
4.1.4 Adimensionalización	32
4.2 Método numérico: Funciones de Base Radial (RBF)	33
4.3 Modelo de porosidad	35
4.4 Obtención y procesamiento de imágenes	38
4.5 Modelo de porosidad para imágenes reales	39
4.6 Sensibilidad de la temperatura a los daños en la superficie	41
4.7 Validación	42

5	Resultados y Discusión	46
5.1	Análisis de sensibilidad de los coeficientes de convección	46
5.2	Conductividad térmica en función de la distribución y cantidad de la porosidad	53
5.2.1	Distribución uniforme de porosidad	54
5.2.2	Distribución porosidad concentrada en la parte superior, central e inferior del sistema	59
5.3	Conductividad térmica en función de la distribución y orientación real	69
5.4	Validación del modelo de conductividad térmica con datos experimentales . .	75
5.5	Efecto de daños superficiales en los campos de temperatura del sistema . . .	78
6	Conclusiones	87
	Bibliografía	89

Lista de Figuras

1-1. Turbina a gas [2]	2
1-2. Microestructuras porosas obtenidas de acuerdo con el proceso de aplicación[2, 20, 22]	3
2-1. Esquema de mecanismos de transferencia de calor en un sistema TBC de YSZ aplicada con APS [37]	10
2-2. Dependencia de la conductividad térmica de la temperatura para un sólido no conductor como el germanio (Ge) en escala logarítmica [1].	11
2-3. Estructura porosa de capa cerámica aplica por EV-PVD [64]	12
2-4. Comportamiento del tensor de conductividad térmica en función del porcentaje de porosidad [65].	13
2-5. Microestructuras porosas obtenidas mediante la técnica SPPS, imágenes tomadas a diferentes magnitudes para capturar la diversidad de la morfología [74].	17
2-6. Sistema de material compuesto con fibras, en orden izquierda a derecha fibras ordenadas, orientadas y aleatorias [84].	19
4-1. Sistema TBC, en la parte superior TC: Cerámico, TGO: Óxido crecido térmicamente, BC: Capa de unión y BM: Sustrato o metal base.[105]	27
4-2. Sistema partícula orientada	30
4-3. Representación del sistema TBC en un sistema de resistencias	31
4-4. Sistema con porosidad media de 10 %, intervalo (0-20 %)	36
4-5. Asignación de modelo de conductividad a cada nodo del dominio para una porosidad media de 10 %, intervalo (0-20 %)	37
4-6. Tensor de conductividad térmica nodo a nodo, en la parte superior de la imagen se muestra como varía nodo a nodo el tensor de conductividad en la dirección del eje y. En la parte inferior la variación del tensor conductividad en la dirección del eje y para 10 % de porosidad	37
4-7. Campos de temperatura en función del porcentaje de porosidad, la distribución y el modelo de conductividad seleccionado	38
4-8. Imagen de Capa cerámica de YSZ, obtenida en el GTS	39
4-9. Imagen binarizada de la capa cerámica de YSZ, obtenida en el GTS	40
4-10. Imagen de porosidad entregada por el simulador	40
4-11. Modelo de Porosidad	41

4-12. Modelo para simulación en Fortran y solución analítica	42
4-13. Comparación de los campos de temperatura obtenidos de manera analítica y con RBF, (a) Temperatura analítica, (b) Temperatura obtenida con la simulación	43
4-14. Superposición de datos de la variación de temperatura analítica y la temperatura de la simulación con la posición en el eje y	43
4-15. Microestructuras porosas obtenidas con el proceso de deposición ASPS [22] .	44
4-16. Imágenes obtenidas en SEM del recubrimiento ASPS a diferentes magnificaciones [22]	44
4-17. Imagen de 10.000x binarizada con condiciones de entrada para la simulación	45
5-1. Representación del sistema para experimentos de sensibilidad de coeficientes de convección	47
5-2. Conjunto de experimentos para estudio de sensibilidad de coeficientes de convección	47
5-3. Coeficiente de convección de refrigeración vs. ΔT para un espesor de capa de 200 μm	48
5-4. Coeficiente de convección de refrigeración vs. ΔT para un espesor de capa de 150 μm	49
5-5. Coeficiente de convección de refrigeración vs. ΔT para un espesor de capa de 100 μm	50
5-6. Coeficientes de convección de gases de combustión vs. ΔT para un espesor de capa de 200 μm	50
5-7. Coeficiente de convección de gases de combustión vs. ΔT para un espesor de capa de 150 μm	51
5-8. Coeficiente de convección de gases de combustión vs. ΔT para un espesor de capa de 100 μm	51
5-9. Resistencia total del sistema multicapa vs el coeficiente de convección.	53
5-10. Modelo para experimentos de distribuciones y cantidad de porosidad	54
5-11. Distribución uniforme de porosidad con media 10 %	55
5-12. Tensor de conductividad con el modelo de esferas para distribución uniforme de porosidad con media 10 %	55
5-13. Comportamiento del tensor de conductividad térmica en función del porcentaje de porosidad.	56
5-14. Campos de temperatura con el modelo de esferas para distribución uniforme de porosidad con media de 10 %	57
5-15. Temperatura mínima en función de la porosidad para distribución uniforme de porosidad	58
5-16. ΔT en función de la porosidad	58
5-17. Distribución de porosidad concentrada en la parte superior.	59

5-18. Tensor de conductividad con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte superior de la capa	59
5-19. Campos de temperatura con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte superior de la capa	60
5-20. Flujo de calor para distribución de porosidad concentrada en la parte superior de la capa	60
5-21. Gradiente térmico en la dirección del eje y para una distribución de porosidad concentrada en la parte superior de la capa	61
5-22. Distribución de porosidad concentrada en la parte central de la capa cerámica	61
5-23. Tensor de conductividad con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte central de la capa	62
5-24. Campos de temperatura con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte central de la capa	62
5-25. Flujo de calor para distribución de porosidad concentrada en la parte central de la capa	63
5-26. Gradiente térmico en la dirección del eje y para una distribución de porosidad concentrada en la parte central de la capa	63
5-27. Distribución de porosidad concentrada en la parte inferior de la capa cerámica	63
5-28. Tensor de conductividad con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte inferior de la capa	64
5-29. Campos de temperatura con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte inferior de la capa	64
5-30. Flujo de calor para distribución de porosidad concentrada en la parte inferior de la capa	65
5-31. Gradiente térmico en la dirección del eje y para una distribución de porosidad concentrada en la parte inferior de la capa	65
5-32. Comportamiento del tensor de conductividad térmica en función del porcentaje de porosidad para las tres distribuciones.	66
5-33. Temperatura mínima en función de las tres distribuciones de posición para la porosidad	67
5-34. Flujo de calor para las tres distribuciones de porosidad Superior, Centro e Inferior, para un 10 % porosidad	68
5-35. ΔT en función de las distribuciones de las tres distribuciones de posición para la porosidad	69
5-36. Modelo para experimentos de distribuciones reales de porosidad	70
5-37. Imagen reconstruida de la sección transversal del recubrimiento térmico por APS	70
5-38. Imagen obtenida del simulador de la interpolación de la porosidad real de 13.06 %	70
5-39. Imagen del tensor de conductividades calculado con el modelos de cilindros perpendiculares al flujo de calor para la porosidad real de 13.06 %	71

5-40.Imagen de los isocontornos del campo de temperatura formado por la presencia de la porosidad %	71
5-41.Tensor de conductividad térmica para las 3 muestras de YSZ aplicadas con APS	72
5-42.Temperatura mínima vs. porosidad para las 4 muestras de YSZ aplicadas con APS	73
5-43.Imagen obtenida del simulador para una porosidad real de 14.39 % depositada por APS, muestras obtenidas del GTS[96]	74
5-44.Imagen obtenida del simulador para una porosidad real de 15.83 % depositada por APS, muestras obtenidas del GTS[96]	74
5-45. ΔT vs. porosidad para las 3 muestras de YSZ aplicadas con APS	75
5-46.Imagen de capa cerámica aplicada con ASPs [22]	75
5-47.Imagen binarizada de porosidad de la capa cerámica aplicada con ASPs . . .	76
5-48.Imagen del tensor de conductividad térmica de esferas para la capa cerámica aplicada con ASPs	76
5-49.Campo de temperatura para capa cerámica aplicada por ASPs	77
5-50.Comparación de Conductividad térmica vs Porosidad del simulador y de datos reales	78
5-51.Campos de temperatura con una distribución uniforme de porosidad del 3 % sin muesca	79
5-52.Distribución uniforme de porosidad del 3 % para una capa cerámica con muesca	79
5-53.Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 20 x 100 μm^2	80
5-54.Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 30 x 150 μm^2	80
5-55.Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 40 x 200 μm^2	81
5-56.Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 50 x 250 μm^2	81
5-57.Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 60 x 300 μm^2	81
5-58.Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 70 x 350 μm^2	82
5-59.Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 80 x 400 μm^2	82
5-60.Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 90 x 450 μm^2	82
5-61.Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 100 x 500 μm^2	83
5-62.Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 110 x 550 μm^2	83

5-63. Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 120 x 600 μm^2	83
5-64. Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 130 x 650 μm^2	84
5-65. Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 140 x 700 μm^2	84
5-66. Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 150 x 750 μm^2	84
5-67. Variación del ΔT en la muesca en comparación con el ΔT en otra zona de la cerámica. Nomenclatura de la gráfica 1 corresponde a 20 μm de profundidad, 2:30 μm , 3:40 μm , 4:50 μm , 5:60 μm , 6:70 μm , 7:80 μm , 8:90 μm , 9:100 μm , 10:110 μm , 11:120 μm , 12:130 μm , 13:140 μm , 14:150 μm	85

Lista de Tablas

4-1. Condiciones de entrada para coeficientes de convección [61]	27
4-2. Propiedades térmicas para capas del TBC [36, 61]	28
4-3. Conductividad térmica para capas del TBC [36, 61].	28
4-4. Funciones Base Radial [93]	34

Lista de símbolos

Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término
f	Función a aproximar mediante RBF
\hat{U}	Energía Interna
v	Velocidad
\mathbf{q}	Vector de Calor
p	Presión
\hat{C}_p	Calor específico a presión constante
T	Temperatura
t	Tiempo
\mathbf{K}	Tensor de conductividad térmica efectiva
k_{eff}	Conductividad térmica efectiva
k_0	Conductividad térmica de la matriz
k_1	Conductividad térmica de la fase dispersa
k_t	Conductividad térmica de la fase dispersa en la dirección tangencial
k_r	Conductividad térmica de la fase dispersa en la dirección radial
k_{se}	Conductividad térmica que incluye la resistencia térmica de la intercara
\mathbf{K}_1	Coficiente de expansión virial para la conductividad térmica para una partícula
\mathbf{K}_2	Coficiente de expansión virial para la conductividad térmica de dos partículas
a_1	Radio de partícula
a	Radio de matriz
h_c	Conductancia limite en la intercara
L_3	Parámetro de raleción de aspecto
M	Tensor de segundo orden diagonal para un cuerpo

Símbolo Término

V_p	Volumen de partícula
a_1, a_2, a_3	Longitud de semiejes del esferoide
d	Funcion de distribución
D	Dominio de integración
\mathbf{x}	Vector de posición
\mathbf{F}	Vector de flujo
\mathbf{n}	Vector normal
n	Número de partículas
S_p	Superficie de partícula
\mathbf{G}	Vector gradiente de temperatura unitario

Símbolos con letras griegas

Símbolo Término

α	Coefficiente de interpolación de RBF
η	Eficiencia de la turbina
φ	Función base radial
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	Diferencia de logitud en x, y,z
ρ	Densidad del material
σ	Tensor de esfuerzos
ϕ	Porosidad
θ	Ángulo de rotación de fibra
Θ	Variable adimensional para T

Subíndices

Subíndice Término

com	Compresor
-----	-----------

Subíndice **Término**

ent	Entrada
sal	Salida
turb	Turbina

Abreviaturas

Abreviatura **Término**

TBC	Thermal Barrier Coating-Recubrimiento de barrera térmica
TC	Top Coat-Capa Cerámica
BC	Bond Coat-Capa de Unión
TGO	Thermal Growth Oxide-Oxido crecido termicamente
APS	Air Plasma Spray-Rociado por plasma
EB-PVD	Electro Beam-Physical Vapor Deposition
ASPS	Axial Suspension Plasma Spray-Suspensión Axial Rociado por plasma
SPPS	Suspension Precursor Spray- Suspensión Precursora Rociada por plasma
SEM	Scanning Electron Microscopy
YSZ	Circonia estabilizada itria
HVOF	High Velocity Oxygen Fuel
RBF	Función de base radial

1 Introducción

La termogeneración de energía por medio de turbinas a gas ha promovido el desarrollo de nuevos materiales y procesos con el objetivo de mejorar la eficiencia de esta máquina térmica. Una de la maneras de mejorar la eficiencia de la turbina es aumentar la temperatura de los gases de combustión [1–6]. La eficiencia teórica (η) de una turbina es la relación entre la energía térmica de un fluido que es convertida a trabajo [7], bajo ciertas suposiciones se puede expresar la eficiencia de la turbina como la relación de la energía térmica convertida a potencia mecánica [4].

$$\eta = 1 - \frac{T_{\text{sal}} - T_{\text{ent}}}{T_{\text{turb}} - T_{\text{comp}}}, \quad (1-1)$$

donde T_{ent} es la temperatura ambiente, T_{sal} es la temperatura de los gases a la salida de la turbina (calor perdido), T_{comp} es la temperatura de los gases después de la compresión y T_{turb} es la temperatura de operación en la turbina (temperatura de los gases después de la combustión) ver figura **1-1**. De esta relación se puede observar que a mayor temperatura de operación de la turbina, mayor potencia mecánica será extraída al fluido por la turbina [4]. El aumento de la temperatura de los gases operación de la turbina pueden ocasionar en los componentes metálicos, que por lo general son superaleaciones de Ni y Co, deformación plástica, oxidación, entre otros fenómenos de daño, de esta manera la eficiencia en función de la temperatura de operación de la turbina está limitada por la resistencia térmica y mecánica de estos materiales [2, 4, 5]. Por esta razón, se han concentrado esfuerzos en desarrollar materiales, tanto en superaleaciones como en recubrimientos cerámicos, que cumplan con el requerimiento de permitir aumentar la temperatura de operación en la turbina [1, 6].

Los recubrimientos de barrera térmicos (TBC) son un sistema multicapa diseñados principalmente para aislar térmicamente y proteger de la oxidación a las piezas metálicas de la turbina ubicadas en la ruta de gases calientes [1, 4, 6]. Estos sistemas son ampliamente usados en la industria de la termogeneración eléctrica y en la industria aeronáutica [1, 2, 5, 6, 8, 9]. Los TBC están compuestos por una capa cerámica (TC) que aísla térmicamente, logrando de esta manera mejorar la durabilidad de las piezas [10–13]. La principal característica de esta capa es tener baja conductividad térmica y mantener este valor relativamente constante a altas temperaturas [8, 14–16]. Además, es necesario que el material cerámico tenga alta resistencia a la deformación, estabilidad microestructural y compatibilidad química [3]. Comúnmente se usa circonia estabilizada con itria (YSZ); totalmente densa su conductividad térmica es

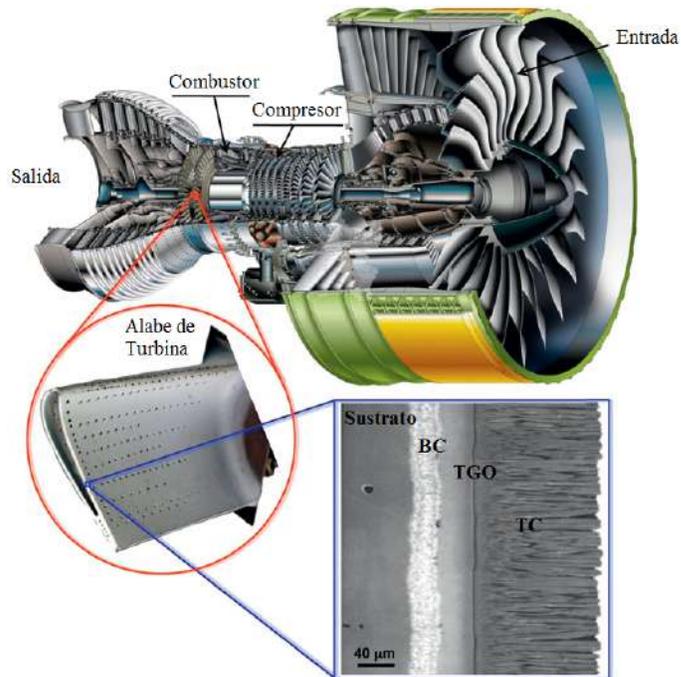


Figura 1-1: Turbina a gas [2]

de 2.3 W/mK a 1000°C y 3 W/mK a temperatura ambiente [1, 2, 6, 8, 9, 17]. La TC puede aplicarse por varios procesos, los más destacados son aspersión térmica por plasma (APS), deposición física por proyección de electrones (EB-PVD) y aspersión térmica de suspensiones por plasma (SPS) y aspersión térmica axial de suspensiones por plasma (ASPS) [16–18].

Estos métodos de aplicación generan en la TC una complicada red de poros que ayudan como resistencias al paso del calor. El proceso de APS consiste en proyectar sobre un sustrato las partículas de materia prima, que son calentadas a su punto de fusión por medio de una pistola de plasma, al impactar sobre el sustrato las partículas se deforman, adoptando una forma aplanada o splat (a **1-2** [19, 20]). El proceso de EB-PVD consiste en emitir un haz de electrones sobre el material sólido hasta que este sublima a un estado gaseoso, inmediatamente el material se cristaliza a una fase sólida formando un recubrimiento de tipo columnar con orientaciones preferenciales b) **1-2** [21]. Otra técnica que ha tomado importancia en SPS y ASPSP [18, 22], su aplicación es similar a la APS, pero la principal característica de esta técnica es debido al pequeño tamaño de la materia prima viene diluida en una suspensión. Al ser proyectada el medio acuoso se evapora y la partícula se proyecta sobre el sustrato. La principal diferencia con la técnica de ASPSP de SPS en la dirección de deposición, ya que se hace en la dirección axial a la pieza c) **1-2** [18].

La segunda capa es la de anclaje, BC, que sirve de unión entre el sustrato y la capa cerámica, está compuesta por una aleación intermetálica de NiCoCrAlY y una de sus principales ca-

racterísticas es la resistencia a la oxidación [3,4,6]. Esta capa puede ser depositada mediante APS, HVOF o EB-PVD [4,6]. Entre la TC y BC hay una tercera capa llamada TGO ver figura 1-1, esta capa está compuesta por $\alpha - Al_2O_3$ y se crea por la oxidación de la BC con el oxígeno que se permea por la TC . [1,2,5,6,8,9].

La última capa es la superaleación, esta capa es refrigerada internamente por los canales en los componentes de la turbina, estableciendo un gradiente de temperatura a través de la pared [6]. Las principales características de estas superaleaciones son su ductilidad, alta resistencia a la corrosión, resistencia a altas temperaturas y a la oxidación [1,6].

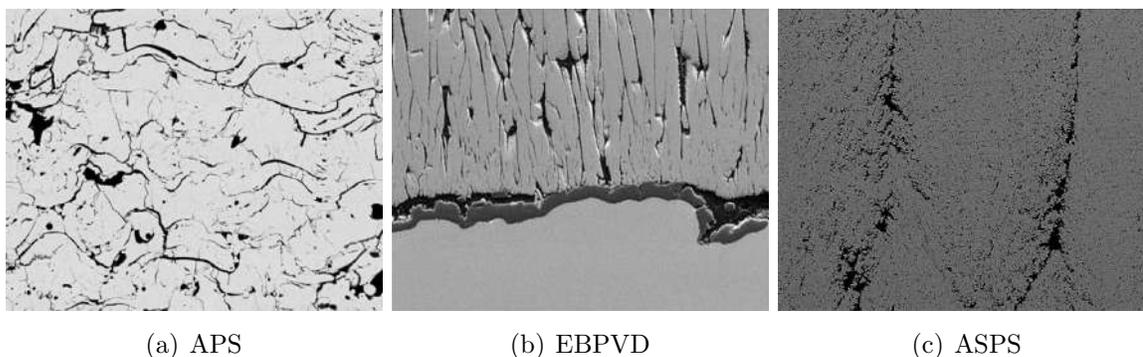


Figura 1-2: Microestructuras porosas obtenidas de acuerdo con el proceso de aplicación[2, 20, 22]

Los sistemas de barrera térmica además de aislar térmicamente y proteger de la oxidación a los componentes metálicos, deben soportar daños producidos durante el funcionamiento de la turbina [3,4,6]. Los principales mecanismos de daños en los sistemas TBC son daños por impacto de partículas o erosión, desestabilización de fase por depósitos de CMAS (Ca, Mg, Al, Si), el desprendimiento de la TC por 'spallation' y sinterización [4].

Para recubrimientos cerámicos aplicados por APS, bajo condiciones de operación continua a temperatura constante, se ha observado reducción en la dimensión del espesor [10,23], por efecto de la sinterización de los poros que se encuentran paralelos al sustrato y perpendiculares al flujo de calor [14,23–25]. Esto ocasiona que la conductividad térmica se eleve y la protección térmica del recubrimiento disminuya [23,26,27]. El cambio en el valor de conductividad térmica de la TBC es un signo de alarma que indica su deterioro [6].

De esta manera, entender la variación de la conductividad térmica de la TBC en función de la porosidad, es muy importante en el desarrollo de sistemas de alta eficiencia térmica [28]. Dos aproximaciones fundamentales son empleadas actualmente para estudiar esta propiedad, desde enfoques netamente pragmáticos [13,29–31] y mediante la implementación de modelos

analíticos y modelos computacionales [17, 32, 33].

Medir experimentalmente la conductividad térmica de la TC es un procedimiento complejo y la precisión depende de las variables de entrada, como la densidad del material y calor específico y de las condiciones de medición como rangos de temperatura y presión [5, 18, 34–36]. Valores experimentales de la conductividad térmica del sistema TBC en condiciones de operación de la turbina no se han reportado, lo que se ha optado por implementar modelos teóricos que predigan la conductividad térmica en función de parámetros estructurales y condiciones similares de operación en la turbina [17].

Modelos de conductividad térmica como el de resistencias en serie y paralelo [37–40], sistemas de dos fases, modelos de porosidad no interactuante o dispersa [33, 41, 42] son usados para ajustarse al comportamiento real de la conductividad térmica en la capa cerámica [37, 43, 44]. La implementación de estos modelos ha generado progresos en la predicción de la conductividad térmica. En Golosnoy et al. [17] se obtuvo un buen acuerdo entre los valores de conductividad térmica del modelo en función de las características microestructuras con valores obtenidos experimentalmente. En la medida que quiere ser más realistas en la descripción de la microestructura, se ha optado por implementar métodos numéricos para calcular la conductividad térmica en estructuras porosas más complejas, logrando predecir propiedades térmicas y mecánicas de la barrera térmica [45, 46]. En el trabajo de Pia [39] se introdujo la metodología de unidades fraccionadas, este consiste en representar la compleja red porosa con cuadros que varían en tamaño, distribución y direccionalidad de la morfología, posteriormente la conductividad térmica es calculada mediante el modelo de resistencias aplicado a esa geometría. Müller y Raether [47] usaron modelamiento 3D y 2D para implementar microestructuras cerámicas reales y calcularon con elementos finitos la conductividad térmica, al comparar los valores obtenidos con valores de conductividad térmica hallada experimentalmente el ajuste solo fue del 90 %. Schlichting [13] midió sobre una distribución de porosidad esférica homogénea la conductividad térmica en función de la temperatura. Sus principales variables fue el tamaño del poro y materia prima de la fase densa, empleó el modelo de conductividad térmica de esferas de Maxwell [41] para realizar un análisis entre los datos experimentales y los calculados. Schlichting [13] encontró en sus mediciones de conductividad térmica en función de la temperatura, que la YSZ tiene un comportamiento independiente de la temperatura. Para comparación de la conductividad térmica en función de la porosidad para los datos teóricos y reales hubo un buen ajuste, con un error de ajuste del 5 %.

Un modelo que prediga la conductividad térmica y los campos de temperatura de la capa cerámica en función de la porosidad, permitiría conocer la capacidad de aislamiento del sistema TBC para determinadas morfologías. De esta manera sería posible modificar el tamaño, distribución y orientación de la porosidad con el objetivo de mejorar las condiciones de aislamiento [5, 18, 37, 48].

El presente trabajo se orienta en la implementación de un modelo, en el continuo, para la transferencia de calor, en dos dimensiones, para sistemas cerámicos porosos, de manera tal que se pueda estudiar el comportamiento de la conductividad térmica y temperatura en función del porcentaje y distribución de la porosidad. Para solucionar el modelo matemático basado en el balance de energía se implementará el método numérico de funciones base radial. Este método permite resolver las ecuaciones de transferencia de calor a partir del uso de una combinación lineal de funciones base. Para un dominio discretizado, este método depende principalmente de la distancia entre los nodos y unos coeficientes de interpolación que están en función de estas distancias.

$$f(x) = \sum_j \varphi(\|x-x_j\|) \cdot \alpha_j,$$

donde f es la variable a aproximar, φ es la función base, la norma de $x - x_j$ es la distancia entre nodos y α son los coeficientes de interpolación que se calculan resolviendo un sistema de ecuaciones lineal de funciones base aplicada a la ecuación de transferencia de calor. Posteriormente los coeficientes de interpolación se usan nuevamente para aproximar los valores de temperatura y conductividad.

Desarrollar un simulador con la capacidad de variar parámetros como temperatura, coeficientes de convección, conductividad térmica de fases individuales, cantidad de porosidad y distribución de porosidad para predecir la conductividad térmica y la temperatura en sistemas porosos con condiciones de entrada similares a las de operación en una turbina, como flujo de gases al alta temperatura, velocidad y presión y flujo de gases de refrigeración con alta velocidad y presión, proporciona el medio para realizar el estudio de las barreras térmicas y determinar las mejores condiciones de aislamiento.

2 Marco Teórico y Estado del Arte

Los materiales porosos están constituidos por una matriz sólida con huecos interconectados que varían en tamaño y forma, además en estos huecos puede haber flujo de uno o más fluidos [49]. Las propiedades de los fluidos como la velocidad y presión, pueden ser variables, por este motivo cuando se mide experimentalmente, se hace sobre secciones que contengan muchos poros microscópicos, de tal manera que se promedian los valores de estas propiedades, que varían de manera regular en espacio y tiempo [49]. En general, para determinar teóricamente las variables macroscópicas del sistema se aplica la ley de conservación sobre un volumen que contiene en promedio muchos poros, este promedio puede ser obtenido de dos maneras, espacial o estadístico [49]. El enfoque espacial define un volumen de control, el cual abarca muchos poros, de tal manera que la escala de longitud del volumen es mucho más grande que el poro, pero es más pequeña que la dimensión de la muestra. De este volumen se obtiene una media del volumen de porosidad en relación con el volumen total [49]. En el enfoque estadístico el volumen promedio se hace sobre un conjunto de estructuras de poros que a nivel macroscópico son similares y este promedio se hace bajo el supuesto de que en el sistema hay homogeneidad estadística [49]. En sí los dos enfoques podrían dar el mismo resultado si se desprecian las fluctuaciones, o sea se hace el estudio en un estado estacionario.

La porosidad de un sistema Φ se puede definir como el volumen total que ocupa el espacio vacío y por lo tanto el volumen del sólido es $1 - \Phi$, de esta manera se asume que todos los poros están conectados [49], para sistemas en los que la porosidad no está conetada se habla de la relación de la porosidad sobre el volumen total del sistema [50].

2.1. Modelo matemático para la transferencia de Calor

El estudio de transferencia de calor se llevó a cabo desde una aproximación del continuo. En una de sus versiones simplificadas el balance de energía se expresa en los siguientes términos [51],

$$\frac{D(T\rho\hat{C}_p)}{Dt} = -(\nabla \cdot \mathbf{q}) - (\boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{v}) - \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_p \frac{Dp}{Dt}, \quad (2-1)$$

donde ρ es la densidad, \hat{C}_p es la capacidad calorífica a presión constante por unidad de masa, T es la temperatura y p es la presión, $(\nabla \cdot \mathbf{q})$ es el cambio de la energía interna neto por

unidad de volumen debido a la transferencia de calor por conducción, $(\tau : \nabla \mathbf{v})$ es el cambio de energía interna por unidad de volumen debido a la disipación viscosa que es la conversión de energía mecánica a energía térmica [51].

2.1.1. Conductividad Térmica

El vector de flujo de calor \mathbf{q} representa el flujo de energía cinética molecular debido al movimiento aleatorio de las moléculas individuales [52]. El proceso de conducción implica la transferencia de energía de las moléculas más energéticas a aquellas con una menor energía debido a un gradiente de temperatura diferente de cero [53, 54]. De esta manera se define la ley de Fourier (2-2), donde \mathbf{q} es el vector de calor, $\underline{\underline{\mathbf{K}}}$ es el tensor de segundo orden de conductividad térmica y ∇T el gradiente de temperatura [50]. En sólidos la conductividad térmica es una propiedad termofísica de los materiales que por lo general está en función de la temperatura si son materiales isotrópicos, de esta manera la conductividad térmica es igual en todas las direcciones. Para materiales anisotrópicos la conductividad térmica varía dependiendo de la dirección, por ejemplo, para materiales sólidos en los que su microestructura es granular, la conductividad térmica es diferente en el interior de los granos en comparación con los límites de los mismos. Por lo tanto, para materiales anisotrópicos, la conductividad térmica tiene una fuerte dependencia direccional y debe ser representada como un tensor [50]:

$$\mathbf{q} = -\underline{\underline{\mathbf{K}}} \cdot \nabla T \quad (2-2)$$

2.2. Transferencia de calor en medios porosos

En materiales porosos, para definir el sistema, se hace la simplificación que el material poroso se comporta como un material isotrópico [50]. Al realizar el balance de energía al sistema es importante determinar los mecanismos que afectan la transferencia de calor, para este sistema se desprecian los efectos de radiación, la disipación viscosa y el trabajo realizado sobre el sistema por cambios de presión, considerando que su aporte al balance de energía es insignificante [49, 50]. De igual manera se considera que el sistema está en equilibrio térmico, por lo tanto, la temperatura del sólido y del fluido en el poro son iguales. Y finalmente se asume que la conducción de calor se da en paralelo entre las fases sólida y fluida, por lo tanto no hay transferencia de calor neto entre estas [50, 55]. Para la fase sólida la relación es la siguiente:

$$(1 - \phi) (\rho C)_0 \frac{\partial T_0}{\partial t} = (1 - \phi) \nabla \cdot (k_0 \nabla T_0) + (1 - \phi) q_0''', \quad (2-3)$$

y para la fase fluida:

$$\phi (\rho C_p)_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} + (\rho C_p)_1 \mathbf{v} \cdot \nabla T_1 = \phi \nabla \cdot (k_1 \nabla T_1) + \phi q_1''', \quad (2-4)$$

donde C es el calor específico de la fase sólida, C_p es el calor específico de la fase fluida y q''' es la tasa de generación de calor por unidad de volumen. El término $\nabla \cdot (k_0 \nabla T_0)$ es la tasa neta de conducción de calor en un volumen unitario de la fase sólida. En la ecuación 2-4 hay un término debido a la velocidad de filtración, $\mathbf{v} \cdot \nabla T_1$, que es la tasa de cambio de temperatura debido al flujo convectivo en el poro, al estar multiplicado por $(\rho C_p)_1$ representa la tasa de cambio de la energía térmica por unidad de volumen debido al flujo convectivo [50]. Al sumar las ecuaciones 2-3 y 2-4 se obtiene,

$$(\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C)_1 \mathbf{v} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k_m \nabla T) + q_m''' \quad (2-5)$$

, donde

$$(\rho C)_m = (1 - \phi) (\rho C)_0 + \phi (\rho C)_1 \quad (2-6)$$

En general para el modelos de medios porosos la conductividad térmica se expresa en términos de la proporción de cada fase, a lo que llaman conductividad térmica global,

$$k_m = (1 - \phi) k_0 + \phi k_1 \quad (2-7)$$

En el modelo para barreras térmica se considera la conductividad como un tensor de conductividad térmica de orden 2, por lo tanto la expresión 2-7 no será considerada.

$$q_m''' = (1 - \phi) q_0''' + \phi q_1''' \quad (2-8)$$

Esta expresión corresponden a el calor total producido en el sistema por unidad de volumen [50]. Esta expresión no será tenida en cuenta dentro del análisis de barrera térmica, ya que no se considera que haya generación de calor en su interior.

2.2.1. Conducción en medios porosos

Para medios porosos en general, si se descarta el movimiento entre los poros de la estructura sólida, la difusión térmica es el único mecanismo que es considerado en la transferencia de calor [50]. Con k_m en función de las fases, la ecuación de conservación queda en los siguientes términos,

$$\sigma' \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha_m \nabla T), \quad (2-9)$$

donde

$$\sigma' = \phi + (1 + \phi) \frac{(\rho C)_0}{(\rho C_p)_1} \quad (2-10)$$

$$\alpha_m = \frac{k_m}{(\rho C_p)_1} \quad (2-11)$$

Los métodos usados generalmente para sólidos aplican de igual manera para sistemas porosos saturados con fluidos estancados [50]. La conductividad térmica depende de la complejidad de la geometría de los poros, por lo tanto, se pueden hacer aproximaciones para determinar esta propiedad. Bajo el supuesto que la conductividad térmica se da en paralelo entre las fases, la expresión para hallar la conductividad del sistema es la ecuación 2-7. Pero sí se determina que la estructura y orientación de los poros está organizada para que la conducción se de en serie, donde el flujo atraviesa todas las fases, la expresión para la conductividad térmica es la siguiente [56]:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1 - \phi}{k_0} + \frac{\phi}{k_1} \quad (2-12)$$

Estas dos expresiones son consideradas como los límites superior e inferior de la conductividad térmica en sistemas compuestos, o en este caso particular, sistemas porosos [50, 56].

2.3. Transferencia de calor en barreras térmicas

En barreras térmicas de YSZ, la conductividad térmica depende de las propiedades intrínsecas del material y a las características morfológicas de la barrera introducidas durante el proceso de aplicación del recubrimiento [12]. Las técnicas de deposición ampliamente usadas son APS y EB-PVD [12, 18, 21, 37, 57]. El proceso de aplicación por APS, consiste en calentar la materia prima hasta su punto de fusión y acelerarla a altas velocidades, para luego hacerla incidir sobre el sustrato o la BC. Las partículas del material se deforman en el choque formado un 'splat', las sucesivas colisiones de las partículas sobre otras partículas ya depositadas se van adhiriendo entre sí de forma mecánica formando la capa cerámica [48]. Por esta razón la morfología de la microestructura es totalmente dependiente de la velocidad, la temperatura, el ángulo de impacto, entre otros parámetros de deposición, además de las características de la materia prima. En la sección transversal de un recubrimiento por APS se observa un apilamiento de lamelas paralelas al sustrato, con poros interlamelares orientados perpendiculares al flujo de calor, poros intralamelares o pequeñas grietas a través del espesor del recubrimiento y vacíos globulares [45, 58, 59]. Los poros y las grietas interfieren en la transferencia de calor, lo que implica que la conductividad térmica baje [1, 8, 18, 44]. Los mecanismos que aportan a la transferencia de calor en materiales cerámicos como la circonia estabilizada con itria aplicada por APS, pueden ser observados en la figura 2-1.

La transferencia de calor por conducción en sólidos no conductores, como la YSZ, se hace a través de fonones o vibración de red inducidas por el movimiento atómico [50]. Cada material tiene su propio modo de vibrar, de esta manera la conductividad térmica es diferente para cada material [54]. Al someter un sistema a un gradiente de temperatura, la amplitud de la vibración de los átomos aumenta transmitiendo este movimiento a sus vecinos, de esta manera el flujo de energía cinética debida a las vibraciones es el flujo de calor que va de la

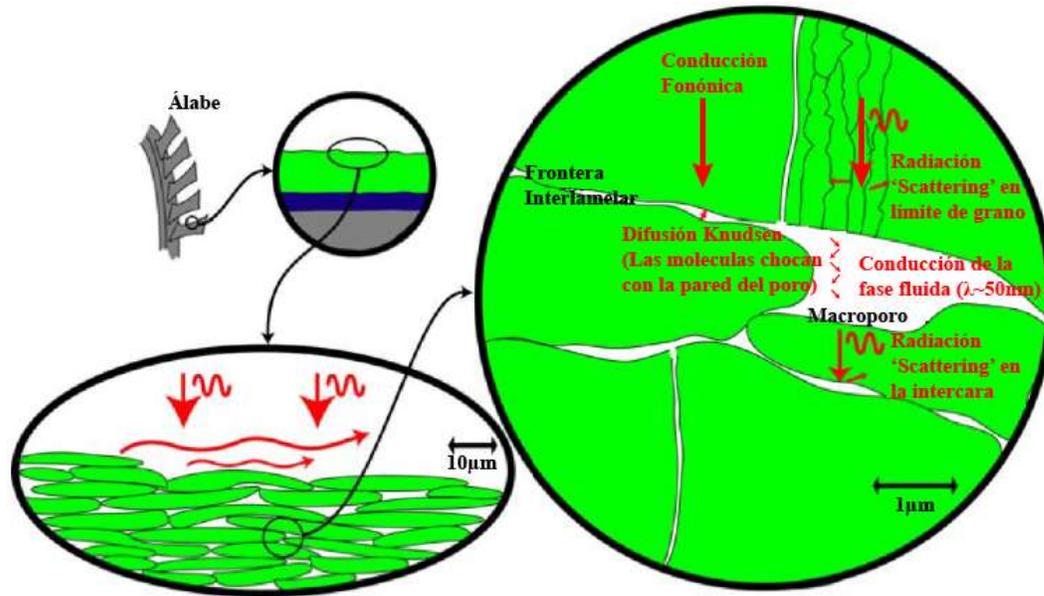


Figura 2-1: Esquema de mecanismos de transferencia de calor en un sistema TBC de YSZ aplicada con APS [37]

zona de alta temperatura a la zona de baja temperatura [60].

En la figura 2-2, se representa el comportamiento de un sólido no conductor (Germanio) en función de la temperatura. En la zona I a bajas temperaturas (menor a 20 K) la conductividad depende de la forma y tamaño del cristal del material, a medida que la temperatura aumenta la conductividad también muestra un rápido crecimiento. En la zona II con el aumento de temperatura, los modos de vibración son de alta frecuencia y la conductividad aumenta hasta alcanzar un máximo valor [1, 61]. En la zona III, a altas temperaturas, la conductividad térmica disminuye en una relación de $1/T$, debido a dispersión de los fonones. En la zona IV, a muy altas temperaturas, la conductividad térmica no depende de la temperatura y cae los valores de conductividad a lo mínimo [1, 61]. En la YSZ se ha observado que a altas temperaturas, la conductividad térmica es independiente de la temperatura [1].

La transferencia de calor por conducción en el aire atrapado en los poros es dependiente de la trayectoria libre media λ de las moléculas del gas. La conducción térmica logra darse por las constantes colisiones entre estas moléculas. Las colisiones son dependientes de la temperatura y presión del sistema [62]. La trayectoria libre media a temperatura y presión atmosférica es 60 nm, cae a 2 nm si la presión aumenta a 30 bar (435 psi) y puede aumentar a 400 nm si la temperatura es de 2000 K [37], para que se pueda dar la conducción, el tamaño del poro debería ser al menos 10 veces el tamaño de λ [37]. Si la red porosa es mucho mas fina, tanto que la dimensión del poro es mas pequeña que la trayectoria media libre, la conducción se da mediante la difusión de moléculas, esta conducción es conocida como Knudsen [7].

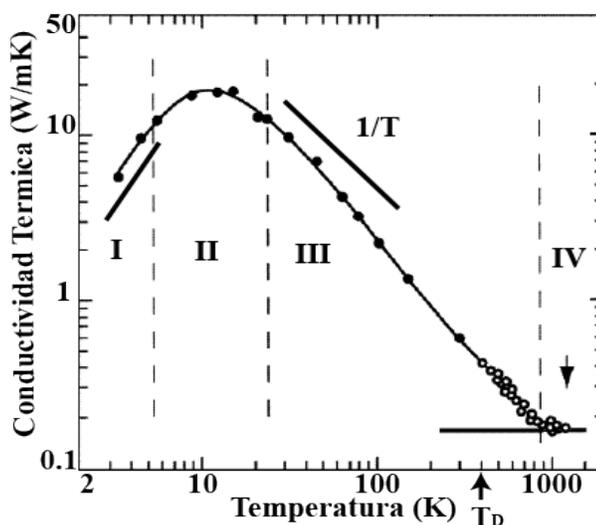


Figura 2-2: Dependencia de la conductividad térmica de la temperatura para un sólido no conductor como el germanio (Ge) en escala logarítmica [1].

El transporte de calor debido a la radiación se dispersa en las intercaras de las grietas intersplat. En el material sólido, debido a su estructura granular, en el límite de grano de la YSZ, también se genera dispersión del calor por radiación [37]. Si las dimensiones de los poros son menores a la trayectoria media libre radiativa para la absorción o dispersión en el fluido, entonces se asume que el transporte radiativo en el fluido es transparente para el sistema a altas temperaturas [63], además los gases atmosféricos o de combustión disminuyen el efecto radiante, ya que pueden estar cargados de partículas contaminantes, estas partículas absorben y dispersan la energía, en relación con su tamaño relativo y la radiación entrante [63].

La dimensión de los poros también afecta la transferencia de calor convectiva, ya que se ha demostrado que este aporte es significativo a partir de dimensiones de poros cercanas a los 10 μm [37], por lo tanto, en barreras térmicas de YSZ aplicadas por APS el transporte convectivo puede ser despreciado.

El proceso de EB-PVD consiste en calentar con un haz de electrones el material y los átomos evaporados se condensan sobre el sustrato, los núcleos cristalinos crecen formando estructuras columnares individuales [12]. Entre las columnas se crean intersticios debido a los gases de la fase condensada [21], estos intersticios se convierten en caminos de ingreso al sustrato de los gases calientes de la combustión [18]. Debido a esto la conductividad térmica del recubrimiento se eleva a 1.5 W/mK [12]. Al interior de las columnas del recubrimiento se forman unos finos poros intracolumnares [64], similar a una pequeña fibra (ver figura 2-3), estos contribuyen reducir la conductividad térmica y una de sus principales características es la

orientación de estos poros con respecto al flujo de calor [65]. En la figura 2-4 se muestra como varía la conductividad térmica para estos finos poros en función de la orientación del poro con respecto al flujo de calor.

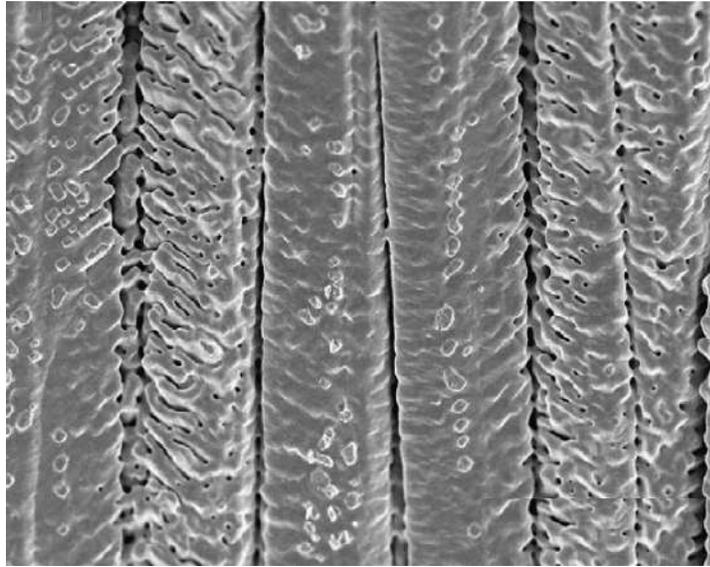


Figura 2-3: Estructura porosa de capa cerámica aplica por EV-PVD [64]

La figura 2-4 fue tomada de [65], para poros alargados como fibras. Cuando los poros están orientados casi perpendicular la flujo de calor (0° - 33°), la conductividad térmica es mayor y tiende a ser muy parecida a la conductividad térmica de la fase sólida. Por otro lado, cuando la orientación del poro alargado tiende a ser paralela al flujo de calor (60° - 90°), la conductividad térmica del sistema disminuye. Este fenómeno se debe a que la velocidad de la transferencia de calor es menor en la dirección longitudinal, que en la dirección transversal de poro. Las características morfológicas de los recubrimientos cerámicos depositados con EB-PVD depende de los parámetros de aplicación como temperatura de deposición, velocidad de rotación, presión de cámara, patrón de incidencia de vapor, entre otros [21].

2.3.1. Mediciones experimentales de conductividad térmica

Determinar la conductividad térmica de los materiales compuestos es necesario para conocer como varía la propiedad antes, durante y después de uso. Este es uno de posibles métodos para determinar la vida útil del recubrimiento. Medir la conductividad térmica en condiciones de uso similares a la de una turbina no ha sido logrado, pero si ha sido posible medirse de forma aproximada en función de la temperatura. Estas mediciones experimentales se vuelven muy importantes para los modelos analíticos y numéricos, ya que a partir de estos

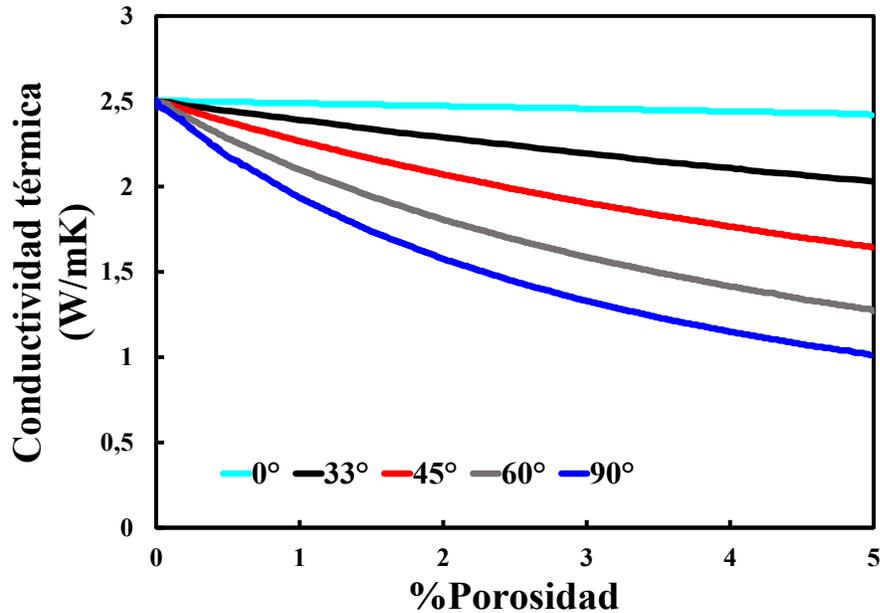


Figura 2-4: Comportamiento del tensor de conductividad térmica en función del porcentaje de porosidad [65].

valores, es posible ajustar los modelos, de tal manera que se simulen condiciones reales. Las mediciones experimentales de conductividad térmica se calculan a partir de los datos de difusividad térmica medidos directamente en el material en función de la temperatura [12, 14, 15, 18, 22, 36, 66], el cálculo se hace mediante la siguiente expresión,

$$k = \rho C_p \alpha(T), \quad (2-13)$$

donde ρ es la densidad, C_p es el calor específico a presión constante y $\alpha(T)$ es la difusividad en función de la temperatura. La técnica experimental más usada es *laser flash*. La muestra se pone dentro de un horno de tantalio con un escudo de molibdeno donde es posible alcanzar hasta 1500°C. La muestra y el horno están ambos dentro de una cámara de vacío. Se calienta la cara frontal de una muestra (típicamente una muestra en forma de disco pequeño) mediante un pulso láser corto de Nd:YAG como fuente de calor. La forma del rayo láser es circular con una intensidad uniforme. El aumento de temperatura se detecta en su superficie trasera mediante un detector de infrarrojos sin ningún contacto. Una de las principales ventajas de este método es la posibilidad de medir la difusividad térmica a una gran variedad de materiales en un amplio rango de temperaturas [27].

La densidad y el calor específico también pueden ser medidos. El C_p se puede medir con DSC (*Differential Scanning Calorimeter*) en un rango de temperatura [36]. La densidad puede calcularse con varios métodos mediante la técnica de Arquímedes [14], con gas picnómetro para hallar el volumen y con la masa del material encontrar la densidad [66].

Ahmaniemi [36] midió la difusividad térmica de la YSZ en un rango de 200° a 1600°C. Se hizo varias corridas experimentales, en las cuales se encontró muy pequeñas variaciones, debido al proceso de sinterización y cambio de fase durante la exposición a altas temperaturas. De sus mediciones se extrajo el siguiente polinomio en función de la temperatura:

$$\alpha = 2e^{-13}T^2 - 4e^{-10}T + 7e^{-7}[\text{m}^2/\text{s}] \quad (2-14)$$

Este polinomio se empleó para calcular la conductividad térmica de la YSZ en función de la temperatura en el modelo de transferencia de calor. Determinar experimentalmente la conductividad térmica en función de la morfología de la capa cerámica no es sencillo, pero si ofrece una buena aproximación del comportamiento del recubrimiento cerámico antes y después de uso. Esta información cobra importancia para la validación del modelo teórico en barreras térmicas.

Otra manera de calcular teóricamente la conductividad térmica de la barrera, de acuerdo con sus características microestructurales, una matriz sólida con una segunda fase porosa, puede hacerse partiendo del supuesto de que la barrera es similar a una suspensión. Una suspensión es una mezcla homogénea de unas partículas (en este caso los poros) que se dispersan en una fase líquida (en este caso fase sólida). A continuación se hace una breve revisión de los principales modelos de conductividad térmica para suspensiones, en su mayoría se usan para determinar la conductividad térmica en el sistema de barrera térmica. De esta revisión se seleccionó dos modelos de conductividad térmica y se usaron para el cálculo del tensor de conductividades.

2.4. Conductividad Térmica en suspensiones

Las suspensiones están relacionadas con las mezclas de sustancias, como partículas sólidas en una fase fluida, partículas de un material sólido disperso en una matriz sólida o una fase fluida dentro de una fase sólida, entre otros tipos de suspensión [52]. Existen varios modelos analíticos para hallar la conductividad térmica de las suspensiones, estos se enfocan principalmente en la forma de la partícula [32, 33, 41, 42, 67–72] que está dispersa en otra fase, en su distribución y fracción volumétrica [51]. La geometría de las partículas utilizadas para realizar las deducciones matemáticas en las suspensiones son esféricas [13, 33, 41, 73, 74], cilíndricas o fibras [33, 67, 68, 75–77] y esferoides [32, 42, 69, 71, 72]. Estos modelos han sido utilizados para aproximar la conductividad térmica de sistemas de barrera térmica [13, 33, 78, 79], ya que debido a la forma de los poros es posible hacer la simplificación, por ejemplo en sistemas TBC depositados con APS, la forma de los poros que se forman entre las partículas sin fundir y 'splats' se puede comparar con esferas, las grietas intrasplat con cilindros orientados paralelos al flujo de calor y las grietas intersplat con cilindros o oblatos orientados perpen-

diculares al flujo de calor. Estos modelos son útiles para aproximar de manera analítica o numérica la conductividad térmica de la capa cerámica.

A continuación, se relacionan los modelos analíticos más influyentes en el último siglo.

- Modelo de Esferas:

La primera expresión derivada para el modelo de esferas fue hecha por Maxwell [41] en el año de 1881, el análisis fue enfocado para la resistividad eléctrica efectiva que posteriormente fue homologada para conductividad térmica efectiva. En este modelo se consideró un material hecho de esferas de conductividad térmica k_1 embebidas en una fase sólida homogénea infinitamente extendida de conductividad térmica k_0 . La fracción volumétrica de la fase embebida Φ se considera lo suficientemente pequeñas, de tal manera que los campos térmicos de las partículas no interactúan entre sí. El contacto entre las esferas pequeñas y el medio es perfecto, por lo tanto, no existe una resistencia adicional en las intercaras. Y finalmente está sometido a un gradiente de temperatura, que tiende a ser igual a la temperatura del ambiente cuando está a una distancia muy grande del sistema, de esta manera el gradiente de temperatura tiende a un valor constante [41]. Posteriormente, Jeffrey [68], basado en los principios de Maxwell extendió el resultado para suspensiones con mayor concentración de partículas, en los que se incluyó el efecto de las partículas vecinas. Posteriormente estos resultados han sido usados para hallar la conductividad efectiva de materiales compuestos por esferas rígidas, [76].

$$\frac{k_{\text{eff}}}{k_0} = 1 - 3 \left(\frac{1 - \gamma}{2 + \gamma} \right) \phi, \quad (2-15)$$

$$\gamma = \frac{k_1}{k_0}, \quad (2-16)$$

$$\phi = n \frac{a_1^3}{a^3}, \quad (2-17)$$

donde γ es la relación entre la conductividad térmica de la fase dispersa sobre la conductividad térmica de la matriz, a_1 es el diámetro de las partículas dispersas y a es el diámetro de la esfera que las contiene y n es el número de esferas. Como se puede observar la expresión solo depende de las conductividades de la fase dispersa y la fase matriz, además de la fracción volumétrica de la fase dispersa ϕ . La solución analítica para conductividad térmica de materiales compuestos por esferas 2-15, puede ser usado para sistemas perfectamente aislantes y perfectamente conductores, la restricción para ambas soluciones está directamente influenciado por ϕ [76]. Para sistemas perfectamente aislantes ($\gamma \rightarrow 0$), ϕ puede variar de 0 a 0.588.

El modelo de conductividad efectiva de Maxwell para partículas esféricas [41] hoy en día sigue siendo utilizado en modelos teóricos para hallar la conductividad efectiva en materiales

compuestos, pero en la mayoría de las aplicaciones el modelo original tiene modificaciones, que implican mejoras en los supuestos iniciales. Hasselman [33] en su trabajo con barreras térmicas, adoptó los modelos de Maxwell y Rayleigh [67], partiendo del supuesto de una matriz continua y homogénea con una segunda fase discreta, de poros dispersos, al modelo original de esferas y cilindros le adicionó el término de la resistencia en la intercara entre las fases, directamente al balance de energía y resolviendo la ecuación para el estado estacionario [33]. De tal manera que el modelo de conductividad efectiva depende de la forma de la partícula dispersa, de la conductividad térmica de ambas fases, de la fracción volumétrica de los poros, del tamaño de la distribución y a la resistencia en la intercara [33].

$$k_{\text{eff}} = k_0 \frac{\left[2 \left(\frac{k_1}{k_0} - \frac{k_1}{ah_c} - 1 \right) \phi + \frac{k_1}{k_0} + \frac{2k_1}{ah_c} + 2 \right]}{\left[\left(1 - \frac{k_1}{k_0} - \frac{k_1}{ah_c} \right) \phi + \frac{k_1}{k_0} + \frac{2k_1}{ah_c} + 2 \right]} \quad (2-18)$$

Otra de las aplicaciones en la cual se usa un modelo modificado de Maxwell para partículas esféricas es en dispositivos electrónicos, en los que se usa matrices poliméricas con partículas metálicas para disipar calor [80]. En este desarrollo, de nuevo se considera la resistencia térmica en la intercara entre la matriz y la fase dispersa, como un parámetro de ajuste entre los datos experimentales y los datos teóricos. A diferencia del modelo de Hasselman, la resistencia en la intercara es determinada mediante una suma de resistencias. En este modelo se parte del supuesto de esferas dispersas en un medio infinitamente extendido, para hallar una conductividad efectiva, que es igual en cualquier posición del material heterogéneo, ya que el sistema es analizado como un continuo homogéneo [80].

La expresión para la conductividad térmica hallada por Xu [80] queda en función de las conductividades, la fracción volumétrica de partículas y la resistencia térmica de la intercara. El nuevo modelo sólo es aplicable a materiales compuestos bajo el supuesto que ambas fases son continuas.

$$k_{\text{eff}} = \frac{1}{4} \left[3\phi (k_{\text{se}} - k_1) + (2k_1 - k_{\text{se}}) + \sqrt{[3\phi (k_{\text{se}} - k_1) + (2k_1 - k_{\text{se}})]^2 + 8k_{\text{se}}k_1} \right], \quad (2-19)$$

donde k_{se} contiene el término de la conductividad de la fase sólida y la resistencia.

Otra aplicación del modelo de esferas de Maxwell [41] en barreras térmicas es reportado por Jadhav [74]. El desarrollo dos tipos de experimentos para medir conductividad térmica en barreras térmicas. Los datos obtenidos experimentalmente fueron comparados con los valores de conductividad térmica calculados con el modelo de esferas. Las barreras térmicas en las cuales se tomaron las mediciones fueron aplicadas mediante las técnicas de SPPS con una porosidad distribuida homogéneamente y un sistema multicapa en los que se alternó capas con alto y bajo contenido de porosidad también depositado con SPPS. De la técnica SPPS se obtiene poros redondeados en estructuras columnares y grietas orientadas paralelas al sus-

trato **2-5**. Debido a estas características morfológicas, Jadhav [74] al modelo de Maxwell [41] le adicionó un modelo para conductividad térmica de partículas no esféricas que representan las grietas orientadas paralelas al sustrato [81]. Las grietas y poros fueron cuantificados para posteriormente ser utilizados en los modelos, puesto que la conductividad térmica analítica del sistema fue determinada con la suma de cada modelo por el porcentaje de porosidad que representa en la capa. Se midió experimentalmente la difusividad térmica mediante el uso de la técnica de Láser Flash, el calor específico fue tomado de estudios previos a este desarrollo y la densidad del material fue hallada mediante principio de Arquímedes.

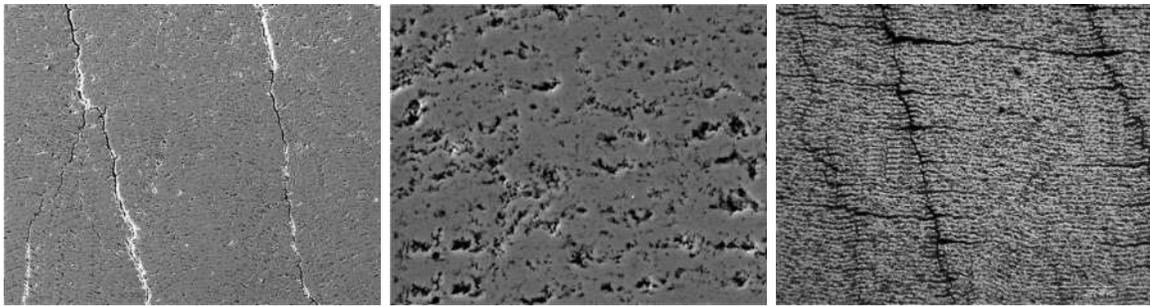


Figura 2-5: Microestructuras porosas obtenidas mediante la técnica SPPS, imágenes tomadas a diferentes magnitudes para capturar la diversidad de la morfología [74].

Los ajustes obtenidos entre los datos experimentales y los datos del modelo analítico tienen un ajuste de aproximadamente 13 % para ambos sistemas TBC depositados con SPPS. Jadhav argumenta que este porcentaje tan alto de desajuste puede ser debido a un mal conteo de las formas porosas y también en la suposición de que las grietas están estrictamente alineadas perpendiculares al flujo de calor [74].

En uno de las más recientes revisiones de los modelos de conductividad térmica para nanofluidos [82] se ha mostrado que el modelo de conductividad térmica para esferas de Maxwell [41] sigue siendo vigente, a pesar de los numerosos modelos existentes. En la comparación entre los datos experimentales y los diferentes modelos mencionados en la revisión, el modelo de esferas de Maxwell siempre presenta la misma desviación. Al observar las gráficas obtenidas en esta revisión el modelo de Maxwell presenta un buen ajuste hasta el 20 % de la concentración de las partículas y a medida que la concentración comienza a aumentar, la desviación entre los datos aumenta.

- Modelo de Cilindros:

Otro de los modelos de conductividad efectiva para materiales compuestos más representativos, encontrados en la literatura es el de Cilindros de Rayleigh [67]. En este modelo se

considera una fase dispersa de cilindros largos, donde su eje longitudinal es paralelo al eje z y los cilindros están dispuestos en un arreglo rectangular. De manera similar al modelo de esferas, las partículas están lo suficientemente separadas para que sus campos de temperatura no interactúen entre sí [67], cuando el flujo de calor es paralelo al eje longitudinal del cilindro la conductividad térmica es la siguiente:

$$\frac{k_{\text{eff},zz}}{k_0} = 1 + (\gamma - 1) \phi \quad (2-20)$$

En la dirección transversal, en las componentes de eje x y y , la conductividad térmica es igual y está definida como:

$$\frac{k_{\text{eff},xx}}{k_0} = \frac{k_{\text{eff},yy}}{k_0} = 1 + \frac{2\phi}{\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right) - \phi + \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) (0,30584\phi^4 + 0,013363\phi^8 \dots)} \quad (2-21)$$

Una de las simplificaciones más generalizadas para el modelo de cilindros es el modelo de fibras. Para este modelo la relación de aspecto (radio/longitud) del cilindro es mucho menor que 1, por este motivo son llamados fibras o 'slender body'. La selección de la relación de aspecto afecta directamente el valor numérico del error, pero no su orden de magnitud [75]. En este modelo se consideró dos fases en paralelo en la dirección longitudinal y en la dirección transversal de la fibra, se consideró que las fibras están dispersas en un medio homogéneo, de igual manera que en el modelo de Maxwell [41]. Suponiendo que las fibras son paralelas entre sí, se les impone un gradiente de temperatura constante perpendicular a su eje longitudinal (eje x), la conductividad térmica efectiva de la fibra en el eje x es [75]:

$$\frac{k_{\text{eff},xx}}{k_0} = 1 + 2 \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \phi \quad (2-22)$$

Para hallar la conductividad en el eje longitudinal (eje z) el gradiente de temperatura se impone a lo largo del eje z ,

$$\frac{k_{\text{eff},zz}}{k_0} = 1 + (\gamma - 1) \phi \quad (2-23)$$

El modelo de fibras 'slender body' se utiliza con mayor frecuencia en el campo de la dinámica de fluidos para simplificar la solución de un problema de campos de flujo y presión, además es utilizado para resolver problemas de transferencia de calor en estado estacionario para materiales compuestos, donde las fases son aproximadas utilizando inclusiones delgadas [83].

Existen varios enfoques para predecir la conductividad térmica con el uso de fibras. Hasselman [77] en su trabajo con fibras desarrolló un modelo de conductividad térmica analítico para una matriz isotrópica, reforzada uniaxialmente con fibras ortotrópicas, considerando resistencia en la intercara, dándole un valor finito a la conductancia térmica. De igual manera a los modelos desarrollados por Maxwell y Rayleigh, se consideró que los campos de

temperatura de las fibras no interactúan entre sí. De este análisis se pudo obtener las siguientes expresiones para la conductividad transversal y longitudinal. En la dirección de la fibra, la conductividad se expresa como la suma de las conductividades de las dos fases, de la siguiente manera:

$$k^{\parallel} = k_0(1 - \phi) + k_1\phi \quad (2-24)$$

Bajo la consideración que la fibra esta dispersa en una matriz infinita y se encuentra sometida a un flujo de calor. En la dirección transversal se tiene en cuenta la conductividad en la dirección del radio (k_r) y la conductividad en la dirección tangencial (k_t), a es radio de partícula y h_c es la resistencia en la intercara.

$$k^{\perp} = k_0 \left[\frac{\left(\frac{(k_t k_r)^{1/2}}{k_0} - \frac{(k_t k_r)^{1/2}}{ah_c} - 1 \right) \phi + \left(1 + \frac{(k_t k_r)^{1/2}}{k_0} + \frac{(k_t k_r)^{1/2}}{ah_c} \right)}{\left(1 - \frac{(k_t k_r)^{1/2}}{k_0} + \frac{(k_t k_r)^{1/2}}{ah_c} \right) \phi + \left(1 + \frac{(k_t k_r)^{1/2}}{k_0} + \frac{(k_t k_r)^{1/2}}{ah_c} \right)} \right] \quad (2-25)$$

Otro enfoque es obtenido en [84], para el cálculo de la conductividad térmica efectiva de materiales compuestos, pudo hacerse a partir de la simplificación de la fibra cilíndrica por una celda hexagonal uniforme. Mediante la implementación de elementos finitos para solucionar el balance de energía, se pudo determinar la conductividad térmica en la dirección del eje longitudinal y transversal. En este desarrollo igualmente se consideró una matriz como fase continua y una segunda fase de fibras ordenadas, orientadas y aleatorias **2-6**. Los datos computacionales fueron comparados con resultados experimentales, los cuales tuvieron un buen ajuste. Este modelo fue probado en sistemas de fibras cortas, en los que fue posible variar la fracción volumétrica de fibras, el radio de aspecto de las fibras (definido como longitud/diámetro de la fibra) y la relación de conductividades γ .

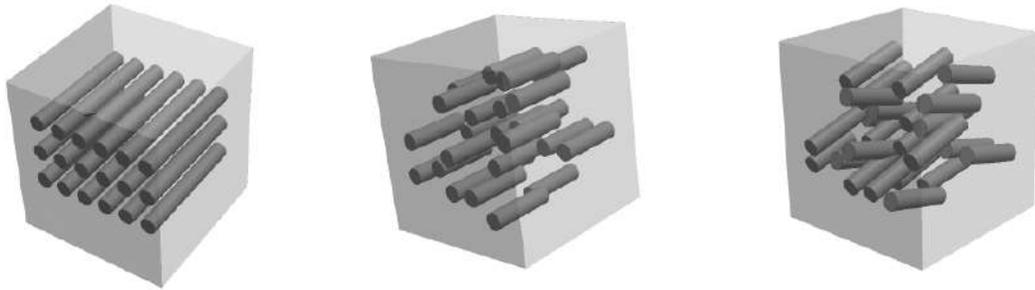


Figura 2-6: Sistema de material compuesto con fibras, en orden izquierda a derecha fibras ordenadas, orientadas y aleatorias [84].

Para fracciones volumétricas del 10, 30 y 60 % y valores para la relación de γ igual 2 y 50, se varió la relación de aspecto de las fibras, de esto se pudo observar que a medida que la relación aumentaba, aumentando la longitud de la fibra, la conductividad térmica en el

eje longitudinal es mayor comparada con la conductividad térmica del eje transversal, para ambos valores de γ . Comparando los resultados en función de γ para las tres fracciones volumétricas, la mayor variación cuantitativa de la conductividad térmica longitudinal fue para $\gamma=50$.

Shim [85] en este trabajo se investigó y comparó la conductividad térmica de materiales composiciones reforzadas con fibra de carbono. La conductividad térmica se midió en condiciones de estado estacionario en la dirección paralela y perpendicular de las fibras. Su principal motivo de investigación fue estudiar como el tipo y orientación de cada fibra afectaba la transferencia de calor en los materiales compuesto reforzados [85]. De las mediciones obtuvieron que la mayor conductividad térmica fue en la dirección del eje longitudinal, paralela a las fibras, y a medida que la fracción volumetrica de fibras aumenta, la conductividad térmica del material compuesto también aumenta.

- Modelo de Esferoides:

Uno de los modelos más utilizados para suspensiones con partículas con forma de esferoides es el modelo de Bruggeman [42]. Este modelo es una expansión del modelo original de Maxwell [41]. Se consideró una fase de esferas en las que se puede variar la relación de aspecto, embebida en una fase continúa, con fracciones volumétricas mayores a las del modelo de Maxwell. A partir de este trabajo se obtuvo una expresión generalizada para dispersiones con otras formas de partículas, incluyendo la forma esférica, esferoides oblatos y prolatos [71].

$$(1 - \phi) = \left(\frac{k_0 - k_1}{1 - k_1} \right) \left(\frac{k_0 - \iota k_1}{1 - \iota k_1} \right)^\varepsilon (k_1)^\beta, \quad (2-26)$$

donde

$$\iota = \frac{(2 - 3L_3)}{(3L_3 + 1)} \quad (2-27)$$

$$\beta = \frac{3L_3(1 - 2L_3)}{(3L_3 - 2)} \quad (2-28)$$

$$\varepsilon = \frac{2(3L_3 - 1)^2}{[(3L_3 - 2)(3L_3 + 1)]} \quad (2-29)$$

El parámetro L_3 está relacionado con la relación de aspecto de los esferoides, k_0 en la conductividad térmica de la matriz y k_1 es la conductividad térmica de la fase dispersa. Los criterios relacionados en esta ecuación se encuentran tabulados para diferentes formas: cilindros, oblatos, prolatos, esferas y discos [71]. Este modelo no aplica para partículas orientadas, por lo tanto, el ángulo que forma el flujo de calor con el eje de las partículas no lo afecta el valor de la conductividad, por este motivo no será tenido en cuenta en el análisis de barreras térmicas.

Otros desarrollos para calcular la conductividad térmica para partículas con forma de oblatos y prolatos se encuentra en [32, 69]. El modelo de Hatta tiene en cuenta la orientación, forma y distribución de las partículas oblatas o prolatas [69]. Hatta en su desarrollo estudia la conductividad térmica efectiva de un material compuesto con fibras aleatoriamente orientadas, para esto utiliza el método de inclusión equivalente en estado estacionario. El método de inclusión equivalente consiste en reemplazar la partícula elipsoidal por otra con las mismas propiedades térmicas de la matriz, de esta manera se hayan los campos de temperatura generados por la nueva inclusión, que posteriormente son relacionados linealmente mediante el uso de un tensor de segundo orden 2-31 con los campos de temperatura de la inclusión original 2-30. El tensor S_{ij} está directamente relacionado con la forma de la inclusión 2-31, 2-32. En este modelo de conductividad térmica se tiene en cuenta la interacción de los campos de temperatura de las partículas más cercanas.

$$\frac{\partial T^c}{\partial x_i} = S_{ij} \frac{\partial T^*}{\partial x_j}, \quad (2-30)$$

donde $\frac{\partial T^*}{\partial x_j}$ es el valor propio del gradiente térmico debido al cambio de la inclusión y $\frac{\partial T^c}{\partial x_i}$ es un gradiente térmico resultante en la inclusión en una matriz isotrópica.

$$S_{ij} = 0, i \neq j \quad (2-31)$$

$$S_{ii} = \frac{a_1 a_2 a_3}{2} \int_0^\infty \frac{ds}{(a_i^2 + s) \Delta(s)}, \quad (2-32)$$

donde a_i representa la longitud de los semiejes del elipsoide y $\Delta(s) = \prod_1^3 \sqrt{(a_i^2 + s)}$. Y las expresiones para conductividad efectiva en función de la forma, orientación y distribución son encontradas en [69]. La expresión general para la conductividad térmica es la siguiente:

$$\frac{k_{ii}}{k_1} = 1 + \frac{f_i}{\frac{k_1}{k_{ii}-k_1} + S_{ii}} \quad (2-33)$$

Los resultados obtenidos con este modelo, para una relación de conductividades γ igual 20 (esta relación da para partículas conductoras) y elipsoides con una relación de aspecto (longitudinal/transversal) igual a 100, muestra que al aumentar la fracción volumétrica de las partículas, la conductividad térmica del material compuesto aumenta. Al comparar los valores experimentales con los datos obtenidos con el modelo analítico, se ajusta muy bien en el rango de fracciones volumétricas de 0 a al 20 %, en adelante el desajuste comienza a ser más pronunciado.

Mitaka [72] uso varios desarrollos para estudiar el comportamiento de las propiedades térmicas y mecánicas de materiales compuesto con inhomogeneidades esferoidales y elipsoidales en una matriz isotrópica. Las inhomogeneidades son vacíos dentro de la matriz, por lo tanto,

su conductividad tiende a cero. Su enfoque para la conductividad térmica efectiva de un compuesto con inhomogeneidades esferoidales isotrópicas uniformemente aleatorias en una matriz isotrópica resultó muy similar al modelo de Hatta y Taya [69] para partículas con oblatas o prolatas orientadas aleatoriamente. Con este desarrollo encontraron que la conductividad térmica disminuía con el aumento de la fracción volumétrica de las inhomogeneidades.

Otro modelo que tiene un riguroso desarrollo matemático se encuentra en [32]. Lu parte de los principios implementados por Jeffrey, donde mostró que la conductividad térmica podía ser expresada en términos de una serie expandida 2-34 [86]:

$$\frac{k_{\text{eff}}}{k_0} = 1 + K_1\phi + K_2\phi^2 \quad (2-34)$$

Basados en este resultado, se implementó un tensor de conductividades efectivas para partículas con forma de elipsoides distribuidos de manera homogénea y conductividad térmica finita [32]. Uno de los principales avances de este modelo, consiste en la inclusión de las interacciones de los campos de temperatura de las partículas vecinas en el cálculo de la conductividad térmica del sistema. La expresión resultante de la conductividad térmica depende del volumen de partículas [32].

$$k_{\text{eff}} = \delta + \left(-\frac{\mathbf{M}}{Vp k_0} \right) \phi + \left(\frac{\Xi + \Omega}{Vp k_0} \right) \phi^2, \quad (2-35)$$

donde δ es el tensor unitario, Vp es el volumen de la inclusión, \mathbf{M}, Ξ, Ω son tensores de segundo orden diagonal que representan la contribución al campo térmica debido a una partícula, dos partículas y por último el tensor de renormalización. El tensor de renormalización realiza un ajuste a los términos conflictivos resultantes del cálculo del tensor para dos partículas. Matemáticamente los tensores están descritos de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}_{ii} = -\frac{8\pi k_0}{3} \frac{\gamma - 1}{(\gamma - 1) \int_0^\infty \frac{dt}{(a_i^2 + t)} \Delta(t) + \frac{2}{a_1 a_2 a_3}}, \quad (2-36)$$

donde a_i representa la longitud de los semiejes del elipsoide y $\Delta(t) = \prod_1^3 \sqrt{(a_i^2 + t)}$. El resultado para oblatos y prolatas se obtiene igualando los ejes $a_2 = a_3$ y $a_1 = a_2$ respectivamente [32]. El elipsoide se define matemáticamente de la siguiente manera:

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} + \frac{z^2}{a_3^2} = 1 \quad (2-37)$$

El tensor Ξ para el sistemas de partículas prolatas está dado como,

$$\Xi^{\parallel} = \frac{4\pi}{\phi} \int_{D(r,x)} (\Lambda_{xx} - M_{11}) d(r,x) r dr dx \quad (2-38)$$

$$\mathbf{Xi}^{\perp} = \frac{2\pi}{\phi} \int_{D(r,x)} [(\Lambda_{rr} - M_{22}) + (\Lambda_{\phi\phi} - M_{22})] d(r,x) r dr dx, \quad (2-39)$$

donde $D(r,x)$ es el primer cuadrante del espacio r - x excluyendo la siguiente área de dos esferoides sobrepuestos,

$$\frac{x^2}{(2a)^2} + \frac{r^2}{(2b)^2} < 1, \quad (2-40)$$

$d(r,x)$ es el par de función de distribución, las cantidades Λ_{xx} , Λ_{rr} y $\Lambda_{\phi\phi}$ son componentes del dipolo térmico S inducido por la presencia de dos partículas ubicadas sobre cierto plano coordenado, con un gradiente de temperatura unitario apuntando al plano coordenado específico [32]. Los dipolos S están determinados de la siguiente manera:

$$S = \frac{k_1 - k_0}{k_0} \int_{Sp} \mathbf{x} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS, \quad (2-41)$$

donde \mathbf{x} es el vector de posición, \mathbf{F} es el vector de flujo de calor y \mathbf{n} es el vector normal a la superficie de la partícula Sp . Para sistemas con esferoides oblatos las componentes del tensor son los siguientes:

$$\mathbb{E}^{\parallel} = \frac{4\pi}{\phi} \int_{D(r,z)} (\Lambda_{zz} - M_{33}) d(r,z) r dr dz \quad (2-42)$$

$$\mathbb{E}^{\perp} = \frac{2\pi}{\phi} \int_{D(r,z)} [(\Lambda_{rr} - M_{11}) + (\Lambda_{\phi\phi} - M_{11})] d(r,z) r dr dz, \quad (2-43)$$

donde el dominio de integración se especifica como el primer cuadrante de

$$\frac{z^2}{(2c)^2} + \frac{r^2}{(2a)^2} \geq 1 \quad (2-44)$$

De igual manera los componentes Λ_{zz} , Λ_{rr} y $\Lambda_{\phi\phi}$ son obtenidos de la expresión para el dipolo térmico S .

El tensor de renormalización Ω está dado por Lu y Lin [32]:

$$\mathbf{G} \cdot \Omega \phi = n \mathbf{M} \cdot \int_{B(\mathbf{R}_b)} \left((\mathbf{G} \cdot \mathbf{M}) \cdot \int_E f_{(2)} \nabla \frac{1}{4\pi k_0 |\mathbf{R}_b - \mathbf{x}'|} dA \right) n(\mathbf{R}_b) dB(\mathbf{R}_b), \quad (2-45)$$

donde n es la densidad numérica de la inclusión, $B(\mathbf{R}_b)$ es la superficie que encierra el volumen mayor, $n(\mathbf{R}_b)$ el vector unitario normal a la superficie $B(\mathbf{R}_b)$, \mathbf{x}' es un punto sobre la elipse fundamental, E es el interior de la elipse fundamental definida así:

$$\frac{x'^2}{a_E^2} + \frac{y'^2}{b_E^2} = 1, \quad (2-46)$$

$$z' = 0, \quad (2-47)$$

donde a_E y b_E son los semiejes de la elipse fundamental y $f_{(2)}$ está definido como,

$$\frac{3}{2\pi a_E b_E} \left(1 - \frac{x'^2}{a_E^2} - \frac{y'^2}{b_E^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-48)$$

$$a_E = \sqrt{a^2 - b^2} \quad (2-49)$$

$$b_E = \sqrt{a^2 - c^2} \quad (2-50)$$

Para $\gamma = 0,1$, que es una relación para sistemas aislantes, como los de barrera térmica, encuentran que la conductividad térmica del sistema cae con el aumento de la fracción volumétrica, además este modelo presenta un mejor comportamiento para sistemas con fracciones volumétricas mayores del 30 %.

El modelo de partículas esferoides es ampliamente usado para materiales compuestos. La expresión 2-34 ha sido usada en varias aplicaciones [87]. Además que ha sido implementada de manera satisfactoria para calcular la conductividad térmica de nanofluidos con nanotubos multicapa de carbono [88].

3 Objetivos

3.1. Objetivo General

Modelar la transferencia de calor en sistemas cerámicos porosos a partir de un tensor de conductividad efectiva para determinar la influencia de la porosidad como medida de la capacidad de aislamiento térmico del sistema.

3.2. Objetivos Específicos

- Definir e implementar un método numérico que permita resolver las ecuaciones de balance general de energía para el sistema poroso, en el que pueda incorporar su microestructura, lo que permitirá establecer una relación entre la capacidad aislante del sistema y su distribución de porosidad.
- Definir un tensor de conductividad térmica efectiva en función de la porosidad y la temperatura del sistema que permita relacionar las propiedades aislantes del sistema con su microestructura.
- Relacionar la orientación, forma, distribución y porcentaje de la porosidad con la conductividad térmica efectiva del sistema, determinando cual configuración porosa permite mejorar la capacidad aislante de la barrera térmica y/o se ajuste a valores de conductividad térmica de la literatura hallados experimentalmente.

4 Metodología

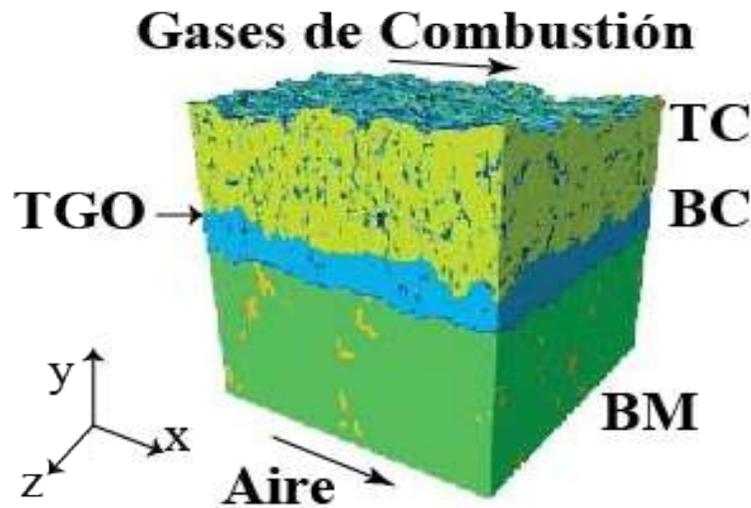
Para simular la transferencia de calor en cerámicos complejos se implementó un modelo matemático basado en un balance energético. Se implementó el tensor de conductividad térmica para el modelo matemático, este permitió obtener los valores de la conductividad térmica en la dirección paralela y perpendicular al flujo de calor. El modelo se calculó numéricamente por Funciones Base Radial y la validación del simulador se realizó mediante comparación con la solución analítica del balance energía en estado estacionario. La validación del simulador para la barrera térmica se llevó a cabo mediante la comparación de la conductividad térmica obtenida en el simulador con valores de conductividad térmica experimental obtenidos en la literatura reportados para sistemas de barrera térmica.

4.1. Modelo matemático en 2D para la transferencia de calor en el cerámico

El sistema sobre el cual se realizó el estudio se encuentra bajo las condiciones de servicio de una turbina a gas, ver tabla 4-1. El modelo considera que el recubrimiento es dividido en volúmenes control infinitesimales, ver figura 4-1. El sistema está compuesto por una capa superior cerámica (TC), conformada por circonia estabilizada con itria (YSZ), la capa de óxido (TGO), compuesta por alúmina Al_2O_3 , una capa de anclaje (BC), compuesta por NiCoCrAlY y finalmente el sustrato (BM), una superaleación Hastalloy X. El análisis de transferencia de calor es hecho en 2D en el plano xy . El elemento de control está influenciado por un fluido turbulento supersónico a altas temperaturas (1473 K) en la parte superior debido a los gases de la combustión y a un fluido de aire turbulento comprimido de refrigeración en la parte inferior. En la tabla 4-1 se listan las características de estos flujos. La energía de los gases de la combustión se transfiere a la TBC mediante transporte convectivo, esta se conduce por el sistema multicapa hasta que la energía se transfiere a los gases de refrigeración.

Tabla 4-1: Condiciones de entrada para coeficientes de convección [61]

Variable de entrada	Gases de Combustión	Aire de Refrigeramiento
Temperatura(K)	1473	673
Velocidad (m/s)	683	30
Presión(psi)	30	180

**Figura 4-1:** Sistema TBC, en la parte superior TC: Cerámico, TGO: Óxido crecido térmicamente, BC: Capa de unión y BM: Sustrato o metal base.[105]

Se aplica sobre el sistema TBC el balance general de energía 2-1. Debido a las características del sistema se deben realizar unas simplificaciones. Primero se desprecia el término del tensor debido a esfuerzos térmicos, ya que en el sistema solo se tendrá en cuenta la transferencia de energía debida al gradiente térmico generado por los dos flujos, mientras que los esfuerzos mecánicos a los que normalmente se encuentra sometido el sistema no se consideraron para el presente análisis. Al interior de la barrera no se tuvo en cuenta ningún efecto de la presión, ya que la fase porosa fue considerada como una suspensión de fase sólida, por lo tanto, la presión es constante y el término sale $Dp/Dt = 0$, de esta manera el balance general se reduce a la siguiente expresión:

$$\frac{D(T\rho\hat{C}_p)}{Dt} = -(\nabla \cdot \mathbf{q}) \quad (4-1)$$

Usando la definición de derivada sustancial [76],

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla, \quad (4-2)$$

donde $\mathbf{v} = 0$ para sólidos estacionarios, la ecuación 4-1 queda en términos de la derivada parcial. Usando la ley de Fourier 2-2, se obtiene:

$$\frac{\partial (T\rho\hat{C}_p)}{\partial t} = \nabla \cdot (\underline{\underline{\mathbf{K}}} \cdot \nabla T) \quad (4-3)$$

La conductividad térmica $\underline{\underline{\mathbf{K}}}$ depende de las anisotropías del material. El sistema de estudio es un material compuesto por una fase densa o matriz y una fase porosa, debido a esto la conductividad térmica $\underline{\underline{\mathbf{K}}}$, está directamente afectada por el tamaño, forma y distribución de la porosidad en el sistema y a su vez por la conductividad térmica de la fase densa y la fase porosa [51].

La densidad ρ y calor específico \hat{C}_p son dependientes de la porosidad y la temperatura del sistema, 4-5, 4-4. En las tablas 4-2 y 4-3 se listan las expresiones y valores constantes usados para las propiedades del material.

Tabla 4-2: Propiedades térmicas para capas del TBC [36, 61]

Material	$\rho(\text{kg/m}^3)$	\hat{C}_p (J/kg K)
YSZ	$-8E-07T^3 + 0,0028T^2 - 3,5779T + 6130,7$	$1E-07T^3 - 0,0005T^2 + 0,7001T + 388,26$
Poros	$3E-07T^2 - 0,001T + 1,0574$	$-0,0001T^2 + 0,3953T + 848,76$
TGO- Al_2O_3	3780	1080
BC-NiCoCrAlY	8210	468
BM-Hastelloy X	8220	520

Tabla 4-3: Conductividad térmica para capas del TBC [36, 61].

Material	$k(\text{W/mK})$
YSZ	$2E-07T^2 - 0,0006T + 1,9453$
Poros	$-6E-09T^2 + 6E-05T + 0,0107$
TGO- Al_2O_3	6.75
BC-NiCoCrAlY	16.1
BM-Hastelloy X	25.1

$$\rho = \rho_1 (1 - \sigma) + \rho_2 \phi \quad (4-4)$$

$$\hat{C}_p = \hat{C}_{p1} (1 - \sigma) + \hat{C}_{p2} \phi \quad (4-5)$$

4.1.1. Tensor de conductividad

En ciencia de los materiales existen fenómenos físicos que solo es posible describirlos mediante el uso de tensores, tales como la repuesta, térmica, mecánica, eléctrica y magnética. Las propiedades de los materiales isotrópicos pueden ser descritos mediante un solo valor que es constante en todas las direcciones. En materiales sólidos cristalinos, por otro lado, las propiedades pueden variar en la dirección en la que se mide y los tensores son necesarios para describir este comportamiento. Los tensores son objetos matemáticos que pueden usarse para describir propiedades físicas, al igual que escalares y vectores [89].

El tensor de conductividad térmica es de segundo orden, el análisis de las conductividades se hizo en el plano xy y se consideró la conductividad térmica constante en la dirección de z , por lo tanto, el tensor resultante fue del orden 2^2 entradas. El lado derecho de la ecuación 4-3 matricialmente se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{yx} & k_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \end{bmatrix} \right), \quad (4-6)$$

donde $k_{xy}=k_{yx}$ por simetría. Al realizar el producto diádico, la ecuación de balance de energía para la barrera térmica 4-3 queda:

$$\frac{\partial T \rho \hat{C}_p}{\partial t} = k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial k_x}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + 2k_{xy} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} + \frac{\partial k_{xy}}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial k_{yx}}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial k_y}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4-7)$$

- Tensor con partículas orientadas

Las soluciones analíticas para la conductividad térmica están definidas para sistemas en que las partículas están orientadas paralelas o perpendiculares al flujo de calor. Por lo tanto, para partículas orientadas aleatoriamente, como en la figura 4-2, es necesario hacer un transformación del sistema coordenado $x'y'$ al sistema conocido xy , mediante una rotación. Para esto se emplea una matriz de rotación 4-8.

$$R = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}, \quad (4-8)$$

donde Θ es el ángulo que forma la partícula con su eje longitudinal y el flujo de calor. Para obtener los valores del tensor de conductividades se debe realizar la siguiente transformación:

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}} = \mathbf{R} \cdot \underline{\underline{\mathbf{K}'}} \cdot \mathbf{R}', \quad (4-9)$$

donde \mathbf{R}' es la matriz inversa de la matriz de rotación \mathbf{R} y $\underline{\underline{\mathbf{K}'}}$ es la inversa del tensor de conductividades simplificado. El tensor de conductividad térmica con partículas orientadas

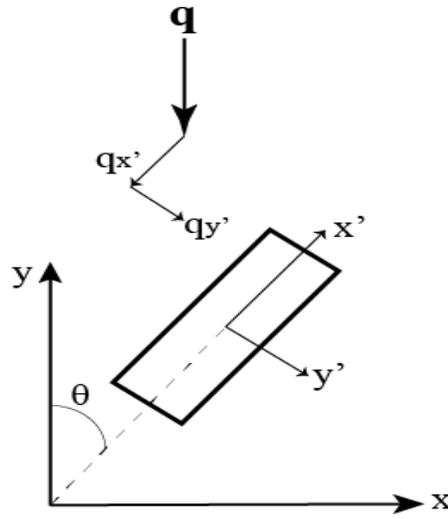


Figura 4-2: Sistema partícula orientada

queda de la siguiente manera:

$$\underline{\underline{\mathbf{K}}} = \begin{bmatrix} k_x \cos^2 \Theta + k_y \sin^2 \Theta & -k_x \cos \Theta \sin \Theta + k_y \cos \Theta \sin \Theta \\ -k_x \cos \Theta \sin \Theta + k_y \cos \Theta \sin \Theta & k_x \sin^2 \Theta + k_y \cos^2 \Theta \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

4.1.2. Modelo de resistencias para el sistema multicapa

Como se había mencionado anteriormente el modelo se desarrolla en la escala del continuo. La energía de los gases de la combustión se transfiere a la TC mediante transporte convectivo, esta se conduce por el sistema multicapa hasta que la energía se transfiere a los gases de refrigeración. Para este análisis se asume que el contacto entre las capas es perfecto, por lo tanto, se desprecia la resistencias en la intercara. Se realizó un balance de energía para el sistema, excluyendo la capa cerámica y el fluido superior, usando el concepto de resistencia total, [51] 4-3. Se asumió que aire refrigerante está en contacto con el sustrato a una temperatura de 673K y la transferencia de calor se da por la “ley de enfriamiento” de Newton con un coeficiente de convección h_c [51]. El fenómeno describe transferencia de calor a través de cuerpos sólidos, por lo tanto, solo se tendrá en cuenta el efecto del vector de calor \mathbf{q}_0 . Se considera que \mathbf{q}_0 es constante a lo largo del sistema multicapa. Se aplica la ley de Fourier en todas las capas y se obtiene:

$$T - T_{TGO} = \mathbf{q}_0 \left(\frac{l_{TGO}}{k_{TGO}} \right) \quad (4-11)$$

$$T_{TGO} - T_{BC} = \mathbf{q}_0 \left(\frac{l_{BC}}{k_{BC}} \right) \quad (4-12)$$

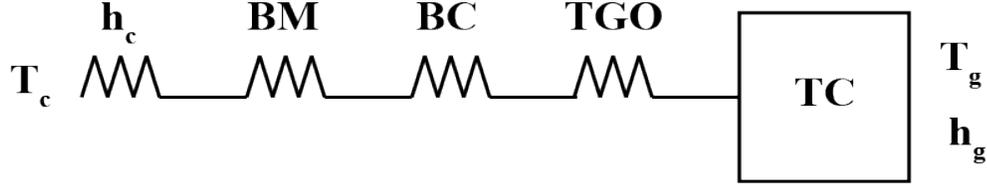


Figura 4-3: Representación del sistema TBC en un sistema de resistencias

$$T_{BC} - T_{BM} = \mathbf{q}_0 \left(\frac{l_{BM}}{k_{BM}} \right), \quad (4-13)$$

donde l_{TGO} , l_{BC} y l_{BM} son las longitudes de las capas TGO, BC y el sustrato y sus valores son 3, 100 y 4000 micras respectivamente. T es la temperatura en la frontera entre la capa cerámica y la TGO. En la frontera inferior para la transferencia de calor en la superficie del sustrato se aplica la ley de Newton de enfriamiento y se obtiene

$$T_{SUS} - T_C = \left(\frac{\mathbf{q}_0}{h_C} \right) \quad (4-14)$$

Sumando de las ecuaciones 4-11 a la 4-14 y despejando a \mathbf{q}_0 , se tiene

$$T - T_C = \mathbf{q}_0 \left(\frac{1}{h_C} + \frac{l_{TGO}}{k_{TGO}} + \frac{l_{BC}}{k_{BC}} + \frac{l_{BM}}{k_{BM}} \right) \quad (4-15)$$

$$\mathbf{q}_0 = \frac{T - T_C}{\left(\frac{1}{h_C} + \frac{l_{TGO}}{k_{TGO}} + \frac{l_{BC}}{k_{BC}} + \frac{l_{BM}}{k_{BM}} \right)} \quad (4-16)$$

El término del denominador es conocido como suma de resistencias. La resistencia total es:

$$R_T = \frac{1}{h_C} + \frac{l_{TGO}}{k_{TGO}} + \frac{l_{BC}}{k_{BC}} + \frac{l_{BM}}{k_{BM}} \quad (4-17)$$

4.1.3. Condiciones de frontera

- Condición interna (Refrigeración)

$$-\left(\underline{\underline{\mathbf{K}}} \cdot \nabla T \right) \cdot \mathbf{n} = \frac{T - T_c}{R_T}, \quad (4-18)$$

donde \mathbf{n} es el vector normal a la superficie. La expresión de la condición extendida es la siguiente:

$$k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_{xy} \frac{\partial T}{\partial x} n_y + k_{yx} \frac{\partial T}{\partial y} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y = \frac{T - T_c}{R_T} \quad (4-19)$$

- Condición externa (Gases a alta temperatura)

$$-\left(\underline{\mathbf{K}} \cdot \nabla T\right) \cdot \mathbf{n} = h_g (T - T_g), \quad (4-20)$$

donde T es la temperatura en la TC. La expresión de la condición extendida es la siguiente:

$$k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_{xy} \frac{\partial T}{\partial x} n_y + k_{yx} \frac{\partial T}{\partial y} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y = h_g (T - T_g) \quad (4-21)$$

- Condición de simetría

La condición de simetría se aplica en los bordes externos en la dirección de x .

$$\frac{\partial T}{\partial x} \cdot n_x = 0 \quad (4-22)$$

4.1.4. Adimensionalización

Se realiza una adimensionalización del sistema para simplificar el manejo de las ecuaciones,

$$\Theta = \frac{T - T_c}{T_g - T_c} \quad (4-23)$$

$$\hat{x} = \frac{x}{L_c} \quad (4-24)$$

$$\hat{y} = \frac{y}{L_c} \quad (4-25)$$

$$\hat{k}_x = \frac{k_x}{k_{YSZ}} \quad (4-26)$$

$$\hat{k}_y = \frac{k_y}{k_{YSZ}} \quad (4-27)$$

$$\hat{k}_{xy} = \frac{k_{xy}}{k_{YSZ}} \quad (4-28)$$

$$\hat{\rho} = \frac{\rho_i}{\rho_{YSZ}} = \frac{\rho_{Poros}\phi + \rho_{YSZ}(1 - \phi)}{\rho_{YSZ}} \quad (4-29)$$

$$\hat{C}_p = \frac{\hat{C}_{pi}}{\hat{C}_{pYSZ}} = \frac{\hat{C}_{pPoros}\phi + \hat{C}_{pYSZ}(1 - \phi)}{\hat{C}_{pYSZ}} \quad (4-30)$$

$$t = \frac{\tau \rho \hat{C}_p L_c^2}{k} \quad (4-31)$$

$$\partial \tau = \partial t \frac{k}{\tau \rho \hat{C}_p L_c^2} \quad (4-32)$$

- Condiciones de frontera

$$\hat{k}_x \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{y}} n_x + \hat{k}_{xy} \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{x}} n_y + \hat{k}_{yx} \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{y}} n_x + \hat{k}_y \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{y}} n_y - \frac{L_c}{k_{YSZR_T}} = 0 \quad (4-33)$$

$$\hat{k}_x \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{y}} n_x + \hat{k}_{xy} \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{x}} n_y + \hat{k}_{yx} \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{y}} n_x + \hat{k}_y \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{y}} n_y + \Theta B_1 = 0 \quad (4-34)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial x} = 0 \quad (4-35)$$

$$\Theta_i = \Theta_{i+1} \quad (4-36)$$

- La ecuación de balance en términos del tensor de conductividades 4-7 adimensionalizada :

$$\frac{\partial \hat{\rho} \hat{C}_p \Theta}{\partial \tau} = \hat{k}_x \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial \hat{k}_x}{\partial \hat{x}} \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{x}} + 2\hat{k}_{xy} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \hat{x} \partial \hat{y}} + \frac{\partial \hat{k}_{yx}}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{x}} + \hat{k}_y \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \hat{y}^2} + \frac{\partial \hat{k}_y}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{y}} \quad (4-37)$$

4.2. Método numérico: Funciones de Base Radial (RBF)

Los métodos más comunes para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales son diferencias finitas, elementos de frontera o elementos finitos, este último más sencillo de usar por estar implementado en softwares comerciales, convirtiéndose en una herramienta muy completa en la que se pueden hacer aproximaciones muy ajustadas al fenómeno de estudio. Pero a pesar de sus potentes propiedades, estos métodos presentan dificultades substanciales en la aplicación a objetos reales con geometrías complejas o fronteras móviles, ya que para discretizar el dominio usan mallas estructuradas, en las que resulta complejo realizar pequeñas modificaciones sin incrementar los tiempos de computo. Las mallas tienen una conectividad condicionada entre nodos y la calidad de los resultados está fuertemente ligada a la calidad de la malla. Para garantizar un menor porcentaje de error se debe hacer remallados como la poligonización, lo que genera un incremento en los tiempos de computo [90].

El método RBF (Funciones de Base Radial) no necesita mallas estructuradas, por lo tanto, permite discretizar geometrías complejas sin la necesidad de generar conectividades entre puntos, permitiendo el refinamiento de las topologías de interés, sin incurrir en el costo computacional. Este método ha sido utilizado en un amplio espectro de problemas de dinámica de fluidos computacional, como la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes o el flujo en medios porosos y en la solución de problemas de cambio de fase sólido-líquido [90]. De igual manera son usados, por fácil implementación, para resolver de manera muy aproximada sistemas de ecuaciones diferenciales parciales [91, 92]. Por estas razones se selecciona RBF para obtener una solución para los campos de temperatura y el tensor de conductividad térmica. Con RBF se asume que la temperatura y cada una de las entradas del tensor de conductividades pueden resolverse mediante la aproximación de una combinación lineal de un conjunto de N funciones base φ ubicadas en puntos discretos sobre el dominio de interés.

Se tiene un conjunto de nodos que definen en el dominio $x_0, x_1, x_2, \dots, x_N$, donde N es el número total de nodos. La función de base radial está definida como $\phi_i \|x - x_i\|$, la cual es la distancia euclídeana que solo depende de la distancia de x a un punto fijo x_j [92]. Para la temperatura la función de base radial puede ser $T_i = T(x_i)$, $i=0, 1, \dots, N$, y la aproximación de la interpolación con RBF es:

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi_i(x) \quad (4-38)$$

$$1 \leq j \leq N,$$

donde los coeficientes α_i son seleccionados de tal manera que se cumpla que $f(x_i) = T_i$. Los coeficientes de interpolación son hallados resolviendo el sistema de ecuaciones lineales $H\alpha_i = T$ [92]. En la tabla 4-4 se listan las funciones de base radial más usadas [93]:

Tabla 4-4: Funciones Base Radial [93]

Nombre	$\varphi(r_{ij})$
Thin-plate splines	$r_{ij}^{2m-2} \log(r_{ij})$
Multicuadrática	$((r_{ij}^2 + c^2)^{\frac{m}{2}})$ $m > 0$
Multicuadrática Inversa	$(r_{ij}^2 + c^2)^{\beta}$ $\beta < 0$
Gaussiana	$e(-cr_{ij}^2)$

La función base seleccionada para aproximar la función del tensor de conductividad térmica y temperatura es la thin-plate spline. Esta función base converge linealmente y es considerada óptima para la interpolación de funciones multivariadas debido a la simplicidad de su formulación. Existen otras funciones base en las cuales se usa un parámetro de forma c que está relacionado con las funciones Gaussiana y Multicuadrática Generalizada; estas no se consideraron para este análisis por carecer de significado físico, además de requerir un tipo de optimización diferente para cada sistema a calcular [61]. El parámetro m es igual a 3, por lo tanto r_{ij} queda como un polinomio de orden 2. m igual 3 es ampliamente usado para el cálculo de ecuaciones diferenciales parciales. Las funciones multicuadrática y thin plate spline son condicionalmente positivas y requieren de un polinomio grado $m-1$ de complemento, junto con una restricción homogénea con el fin de obtener una matriz invertible [61, 94], por lo que la ecuación 4-38 se convierte a,

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi(r_{ij}) + \sum_{k=1}^m \lambda_k P_k(x) \quad (4-39)$$

, donde λ_k son los coeficientes del polinomio. El uso de este polinomio implica el uso de una

restricción [92].

$$\sum_{j=1}^N \alpha_j P_k(x_j) = 0, \quad (4-40)$$

para $k=1, \dots, m$. Una de las cualidades de este método es poder aplicar un operador diferencial $L[]$ en la ecuación 4-39, permitiendo representar ecuaciones diferenciales parciales como la usada en el balance de energía y aproximar un valor para la derivada con el uso las funciones base diferencial y los coeficientes α_i [93]. De esta manera se encuentra los términos de la ecuación de calor en términos de bases radiales.

Para solucionar la discretización en el tiempo la ecuación 4-37, es necesario implementar un método diferente. Para este desarrollo se implementó diferencias finitas. Una representación de diferencia finita para la derivada de la temperatura en funciones base con respecto al tiempo se define como [93]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \quad (4-41)$$

4.3. Modelo de porosidad

Para estudiar el comportamiento de la temperatura y el tensor de conductividades en función de la porosidad se construyó un sistema que representa la sección transversal de la barrera térmica. El espesor de la barrera térmica puede variar dependiendo de la técnica de aplicación entre 100-1000 μm [2, 37, 58], de acuerdo con esto se seleccionó un espesor de 200 μm , aunque es posible cambiar esta dimensión si se requiere. Se genera un dominio rectangular de 200x2000 μm , con N cantidad de nodos.

Para representar la porosidad en el sistema se eligió en primer lugar representarla mediante una función de distribución uniforme, una distribución uniforme toma la porosidad como una variable aleatoria que sólo puede tomar valores comprendidos entre los extremos de un intervalo para este caso particular el intervalo es 0 y 1, de manera que los números comprendidos dentro del intervalo tienen la misma probabilidad, en otras palabras una función de distribución es un modelo probabilístico que puede tomar un número al azar dentro de un intervalo (a, b) y cada número tiene la misma probabilidad de ser elegido [95]. El intervalo de porosidad [0,1] representa el porcentaje de porosidad del sistema, donde 0% de porosidad es un fase completamente densa y 1, representa 100% de porosidad.

A cada nodo del dominio rectangular se le asigna un numero aleatorio comprendido dentro del intervalo [0,20] ver figura 4-4, por ejemplo 10, este número representa 10% de porosidad para ese nodo, esto quiere decir que en el nodo hay 10% de porosidad y 90% de matriz. La

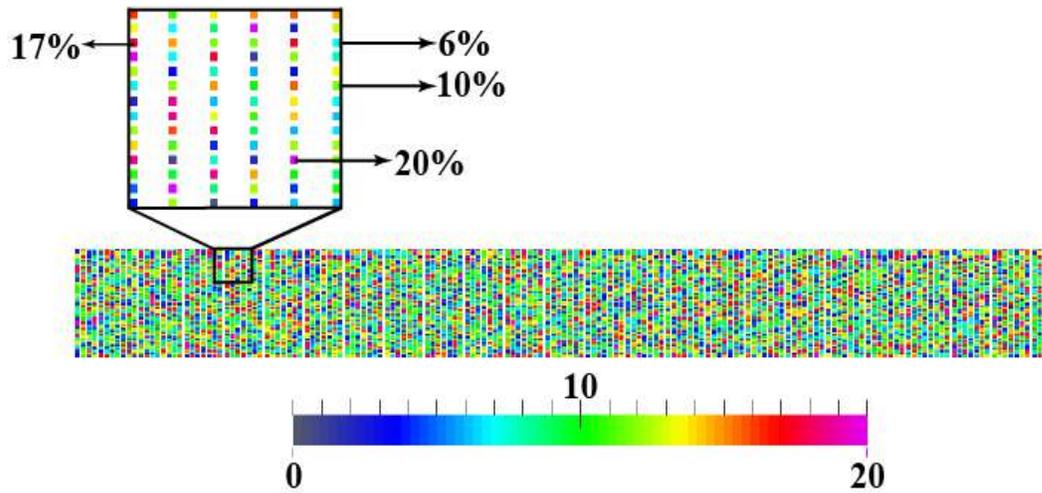


Figura 4-4: Sistema con porosidad media de 10 %, intervalo (0-20 %)

porosidad media del sistema se promedia con todos los nodos del sistema.

Después de ser asignada la porosidad se selecciona el modelo de conductividad térmica [69, 75, 76] y se calcula para cada nodo del dominio el tensor de conductividad efectiva. Si se escoge un modelo de esferas, se hace el supuesto que el nodo tiene asignado un 10 % de porosidad y ese 10 % es porosidad esférica. También es posible asignar con una función de distribución uniforme el modelo de conductividad térmica, de tal manera que habrá nodos con porosidad esférica y nodos con porosidad cilíndrica/fibras, ver figura 4-5.

Con este modelo es posible conocer la variación de la conductividad térmica nodo a nodo 4-6. También es posible conocer una conductividad media en la dirección de x o y y de igual manera es posible conocer la conductividad promedio en la línea que pasa por el centro del sistema paralela al eje x o y , o en otra posición que se requiera conocer.

La versatilidad del simulador le permite cambiar la función de distribución con la cual se asigna la porosidad, por ejemplo en lugar de seleccionar una distribución uniforme, es posible implementar una distribución normal o lognormal. También es posible modificar la función de distribución uniforme, de tal manera, que se pueda concentrar la porosidad en la muestra por zonas, pudiendo estudiar el comportamiento de la conductividad térmica con una mayor concentración de porosidad en la parte superior, central o inferior de la muestra.

Independiente de como sea la distribución se realiza el cálculo del tensor de conductividad térmica y posteriormente se procede a calcular los campos de temperatura en función del porcentaje de porosidad, distribución de la porosidad y el modelo de conductividad térmica

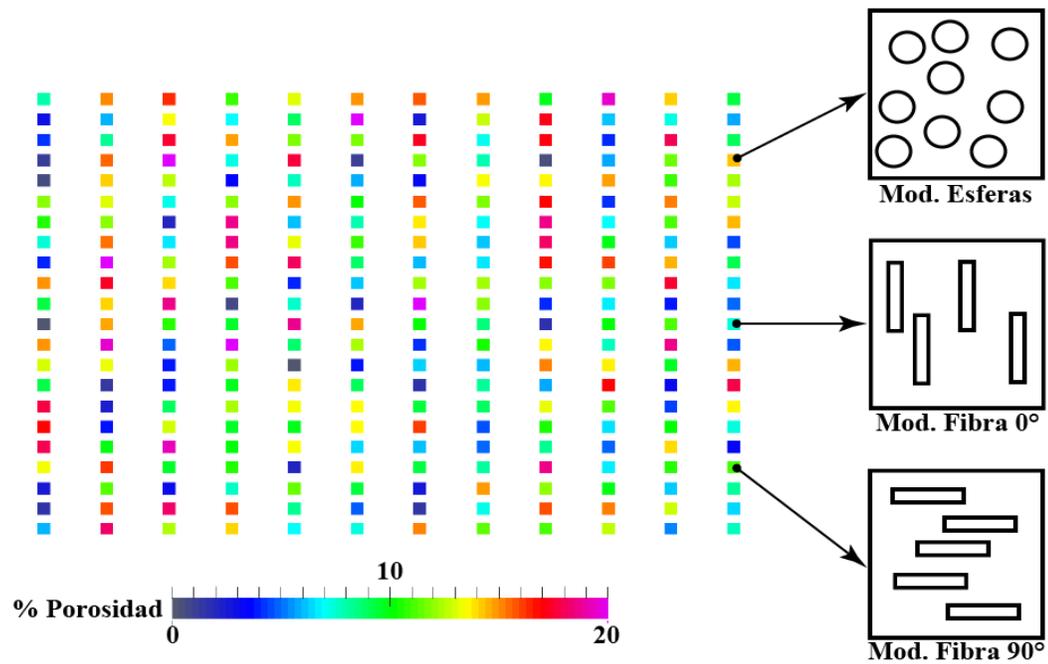


Figura 4-5: Asignación de modelo de conductividad a cada nodo del dominio para una porosidad media de 10 %, intervalo (0-20 %)

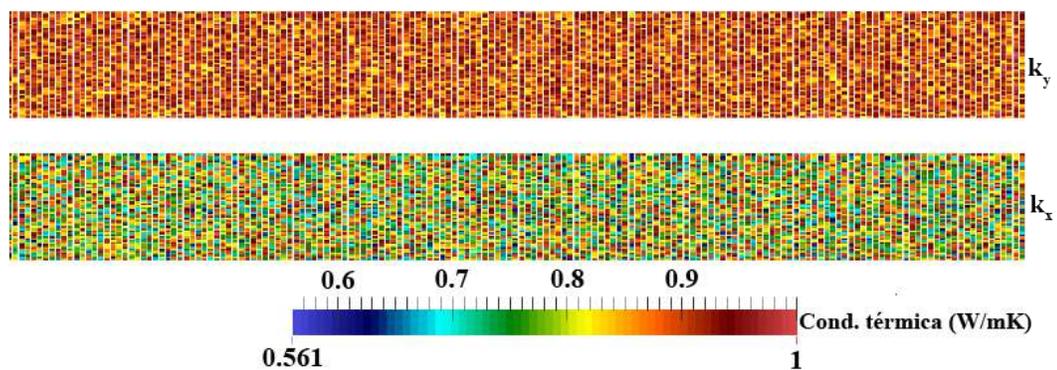


Figura 4-6: Tensor de conductividad térmica nodo a nodo, en la parte superior de la imagen se muestra como varía nodo a nodo el tensor de conductividad en la dirección del eje y. En la parte inferior la variación del tensor conductividad en la dirección del eje x y para 10 % de porosidad

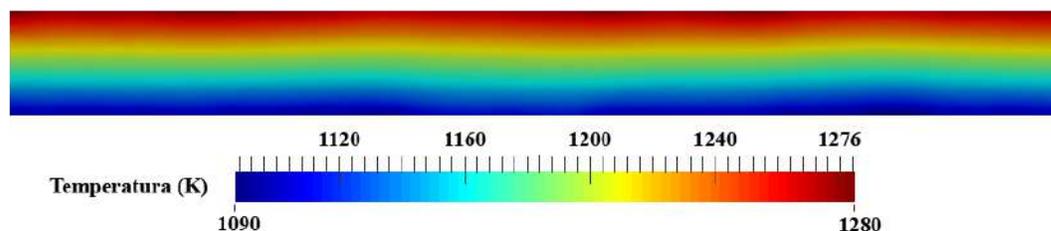


Figura 4-7: Campos de temperatura en función del porcentaje de porosidad, la distribución y el modelo de conductividad seleccionado

ver figura 4-7.

Una de las principales restricciones del simulador está relacionado con el cálculo de las derivadas de la conductividad y el cálculo de las derivadas de la temperatura. Para garantizar un buen resultado es necesario que la función que se va a derivar sea una función 'suave', que pueda derivarse, ya que si su derivada es igual cero, genera inconsistencias en los resultados. Por lo tanto para que la conductividad térmica sea una función suave, es necesario que el cambio de la porosidad nodo a nodo también cambie en pequeñas fracciones.

4.4. Obtención y procesamiento de imágenes

Para estudiar la conductividad en función de la forma es necesario obtener imágenes de muestras de TBC. Para ello se cuenta con probetas de TBC extraídas de una placa de 30 cm x 30 cm adquiridas con la empresa estadounidense Woodgruop. En estudios previos, estas muestras fueron sometidas a tratamientos térmicos. En este trabajo fueron usadas para verificar el comportamiento de la conductividad térmica frente a la variación del porcentaje la porosidad y la forma de la porosidad de la barrera.

La TBC está conformada por la capa cerámica de YSZ aplicada con APS, la capa de unión es NiCoCrAlY y el sustrato es Inconel 625. Estas placas fueron cortadas a compresión usando una cortadora Isomet 5000 con disco de diamante de alta concentración. La velocidad de corte fue 4000 rpm con 1.2 mm/min de avance. Las muestras fueron sometidas a gradientes de temperatura constantes en horno de Fatiga Térmica durante 1700 horas y se extrajeron muestras a 200, 400, 600, 800 y 1000 horas [61].

Las muestras pasan por un proceso de montaje sobre resina para su posterior manipulación. Una vez montadas se pulen con los protocolos de pulido de cerámicos desarrollados en el grupo de Tribología y Superficies [96].

La obtención de las imágenes se llevó a cabo en el SEM EVO MA10 de Carl Zeiss, las mues-

tras fueron previamente metalizadas con oro y se utilizó un voltaje de aceleración de 15kV.

Las imágenes obtenidas en el SEM se binarizaron usando el método Otsu con ayuda del software *DUTH – IP*. Este es un procedimiento no paramétrico que selecciona el umbral óptimo para maximizar la varianza entre los niveles de histogramas de niveles de gris (el umbral es una técnica de segmentación usada solo cuando hay diferencia entre los objetos a extraer y el fondo de la imagen) [97].

Las imágenes obtenidas **4-9** corresponde a una matriz numérica, donde cada pixel de la imagen es un número en la matriz. En este arreglo (cero) 0 color negro representa los poros y (uno) 1 color blanco representa el material denso. Las imágenes obtenidas tienen una alta resolución, lo que quiere decir mayor número de píxeles y cada pixel en el sistema representa un nodo del dominio. Al tener más nodos en el dominio resulta problemático por el consumo de memoria al realizar los cálculo con el método seleccionado. Por lo tanto, para poder realizar cálculos de interpolación e inversión de matrices es necesario bajar la resolución a la imagen, lo que genera ruido, pero las características principales de las imágenes se conservan **4-10**.

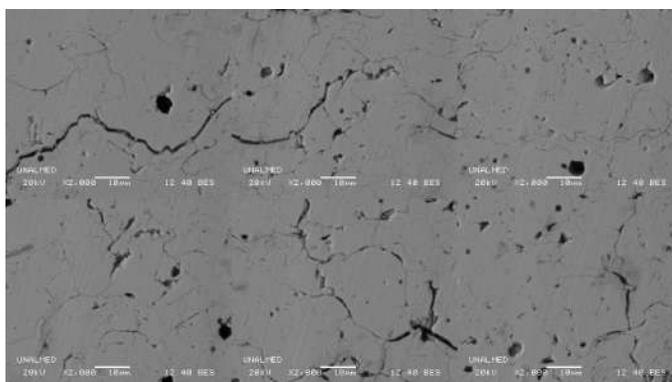


Figura 4-8: Imagen de Capa cerámica de YSZ, obtenida en el GTS

4.5. Modelo de porosidad para imágenes reales

El desarrollo del modelo de porosidad está enfocado en el principio que el simulador sea capaz de calcular la temperatura y la conductividad para cualquier geometría porosa. La información que recibe el simulador de las imágenes de porosidad son una distribución de números que van desde 0 a 1. Donde 1 representa la fase densa y 0 representa la fase porosa. Inicialmente de estas imágenes de acuerdo con el criterio de binarización, se obtiene una porosidad promedio. Independiente de la forma de la porosidad, circulares, grietas o columnas se realiza el siguiente procedimiento:



Figura 4-9: Imagen binarizada de la capa cerámica de YSZ, obtenida en el GTS



Figura 4-10: Imagen de porosidad entregada por el simulador

- Asignación de porosidad

De la imagen binarizada se pueden distinguir dos fases, una fase de poros y una fase de matriz. Es necesario asignarle a cada fase una porosidad, debido a las restricciones del simulador. Para la fase densa, el intervalo de distribución será pequeño, por ejemplo de $[0, 1]$, esto quiere decir que el máximo porcentaje de porosidad para un nodo será del 1% de porosidad y 99% de fase densa. De igual manera se procede con la fase porosa, se genera una distribución en un intervalo mayor, por ejemplo $[30, 50]$, esto quiere decir que los nodos poros tendrá un 50% de porosidad máximo y 50% de fase densa. Las funciones de distribución pueden ser del tipo uniforme o normal. Después de seleccionar la distribución para cada fase, se debe ajustar los parámetros estadísticos como la media y la varianza, de tal manera que la media sea representativa de la fase densa y de igual manera para la fase porosa. Al final el promedio de estas distribuciones debe corresponder con el promedio de la porosidad total original.

- Selección de Modelo de Conductividad

Después de tener definida la distribución y tamaño de las fases, se selecciona el modelo de conductividad. Se puede seleccionar el mismo modelo para las dos fases o mezclar los mode-

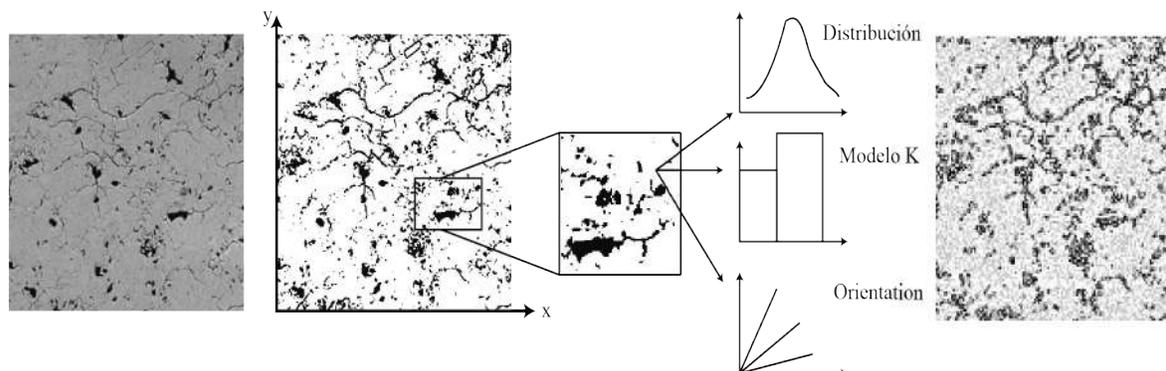


Figura 4-11: Modelo de Porosidad

los dependiendo de la forma de la porosidad, por ejemplo para porosidades como EB-PVD se podría seleccionar el modelo de fibras orientadas paralelo al flujo de calor o para APS se podría seleccionar el modelo de fibras perpendicular al flujo de calor, esta selección no es un limitante. Solo se debe hacer para poder definir el tensor de conductividades y proceder con los cálculos del vector de temperatura.

4.6. Sensibilidad de la temperatura a los daños en la superficie

Para identificar como los defectos superficiales de la capa cerámica afectan el aislamiento térmico se planeó un conjunto de experimentos. El primero consiste de una capa cerámica de $200 \times 1000 \mu\text{m}^2$ con una distribución homogénea de porosidad del 3%. La porosidad es asignada mediante una función de distribución uniforme. Para el segundo experimento, en el borde superior, en el centro de la capa se genera una muesca, de $100 \mu\text{m}$ de largo por $20 \mu\text{m}$ de profundidad. Para el tercer experimento las dimensiones de la muesca cambian a $200 \times 40 \mu\text{m}^2$ y para el cuarto las dimensiones son de $50 \times 250 \mu\text{m}$. Para calcular el tensor de conductividad térmico se usa el modelo de esferas [76]. Para calcular la temperatura se usó el modelo 4-7, usando las mismas condiciones de entrada definidas para el modelo. Se hizo cinco corridas experimentales. Las dimensiones seleccionadas son más grandes que lo reportado en [98] para defectos superficiales, pero el objetivo fue determinar un tamaño crítico en los cuales la capa cerámica pierde su capacidad aislante.

4.7. Validación

Para validar los resultados del simulador se hizo una comparación de la solución analítica de la temperatura 4-42 con la temperatura obtenida en el simulador. El experimento se desarrolló para un placa plana de $200 \times 200 \mu\text{m}^2$ con espesor unitario. Las propiedades físicas de la placa corresponde a la YSZ aplicada con APS. La conductividad térmica efectiva es de 1 W/mK , \hat{C}_p de 656 J/kgK , la densidad 6037 kg/m^3 . Las condiciones de frontera son del tipo Dirichlet, en el borde superior una temperatura alta de 1473 K y en el borde inferior una temperatura baja de 673 K . En el eje x se considera que no hay flujo de calor en esta dirección y condiciones de simetría ver figura 4-12.

$$T = \left(\frac{T_h - T_l}{l_y} \right) y + T_l \quad (4-42)$$

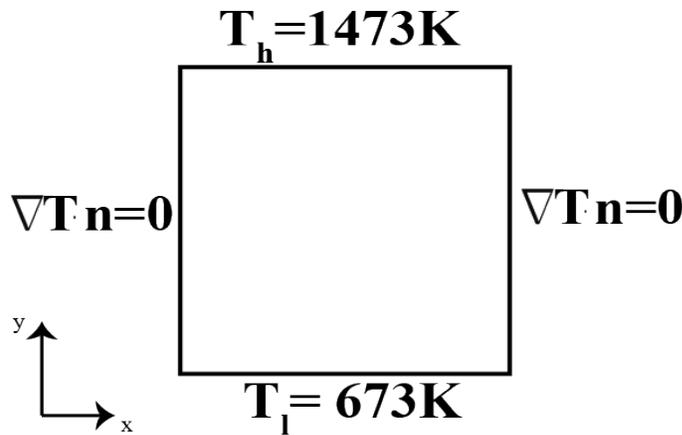


Figura 4-12: Modelo para simulación en Fortran y solución analítica

Los gradientes de temperatura obtenidos por ambos métodos son muy similares, ver figura 4-13. La distribución de los campos de temperatura muestran un buen ajuste entre sí.

Para verificar la información observada de la placa plana se extrae la información de la temperatura analítica y la temperatura de simulación para una posición fija en el eje x ($x=100 \mu\text{m}$), 4-14. Se puede observar que ambas simulaciones se superponen en todo el dominio, el error calculado entre estos dos resultados es del orden de 1×10^{-15} , esto demuestra que la solución a través del método de funciones de base radial es adecuada y es capaz de reproducir el fenómeno de transferencia de calor, por lo tanto, se podría concluir que los datos de temperatura y conductividad térmica obtenidos en el simulador son muy aproximados a la realidad.

Para validar las simulaciones de sistemas porosos se extrajo de la literatura información de conductividad térmica en función de la porosidad [22]. Se seleccionó un artículo con imágenes

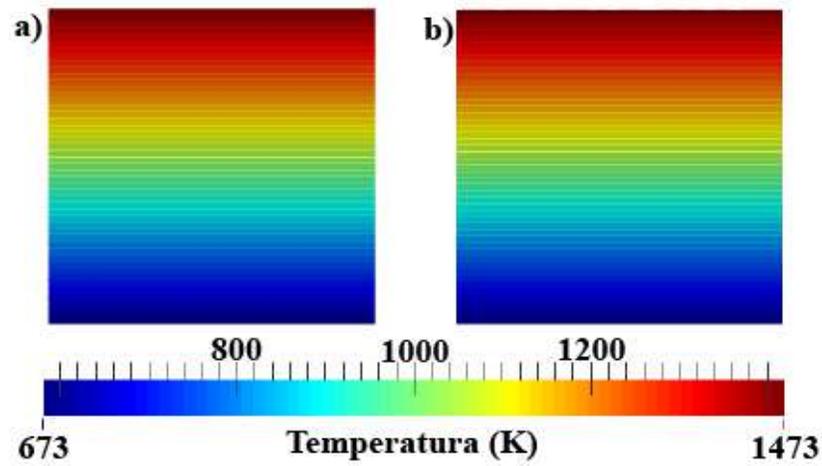


Figura 4-13: Comparación de los campos de temperatura obtenidos de manera analítica y con RBF, (a) Temperatura analítica, (b) Temperatura obtenida con la simulación

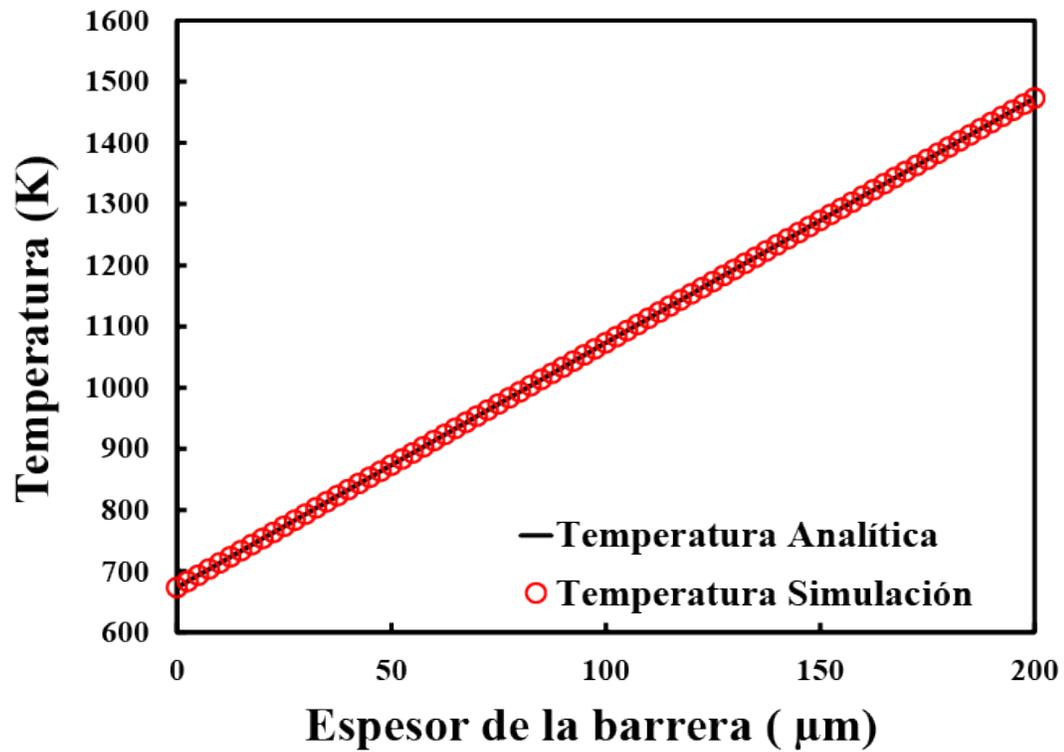


Figura 4-14: Superposición de datos de la variación de temperatura analítica y la temperatura de la simulación con la posición en el eje y

obtenidas en SEM, para poder realizar el proceso de binarización y extracción de la porosidad de acuerdo con la metodología anteriormente expuesta, ver figura 4-15.

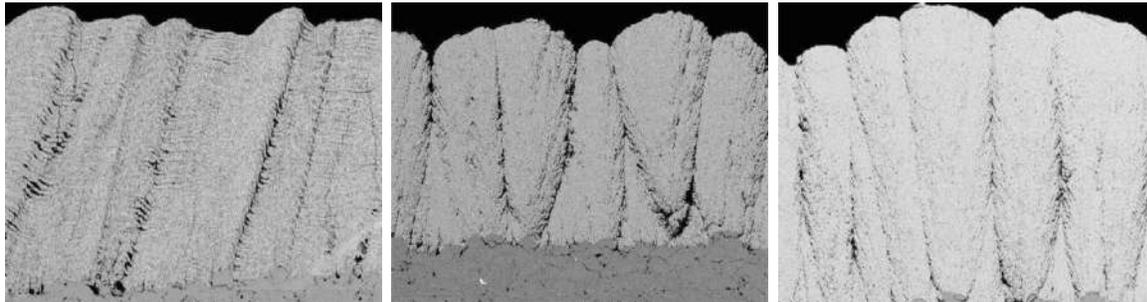
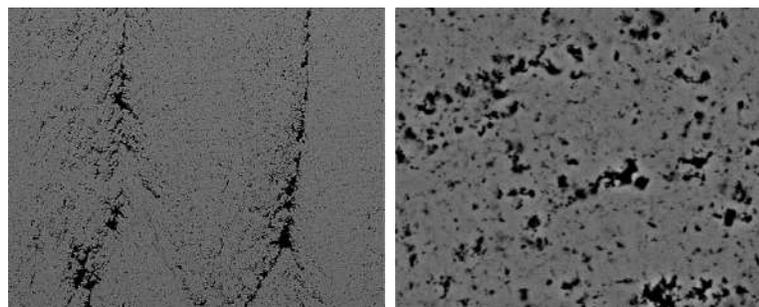


Figura 4-15: Microestructuras porosas obtenidas con el proceso de deposición ASPs [22]

La técnica de aplicación usada para obtener estos recubrimientos es ASPs, macroscópicamente se observa un recubrimiento de tipo columnar, pero haciendo un acercamiento de 10.000x aumentos la microestructura muestra la formación de poros preferentemente redondos de tamaño nanométrico [18,22] ver figura 4-16.



(a) 1000x Aumentos

(b) 10000x Aumnetos

Figura 4-16: Imágenes obtenidas en SEM del recubrimiento ASPs a diferentes magnificaciones [22]

Ganvir [22] extrajo un set de 20 imágenes para cada aumento. Con las imágenes de 1000x hizo la reconstrucción de la sección transversal de la barrera térmica. En el artículo solo hay publicada una imagen por cada muestra, por lo tanto, hacer estadística con esta información no es posible. De estas imágenes se extraen muestras de igual dimensión $813 \times 276 \mu\text{m}$, es de aclarar que las muestras sacadas no capturan la forma mostrada en la superficie de recubrimiento. Las condiciones de entrada para el simulador son las iguales a las reportadas por el autor.

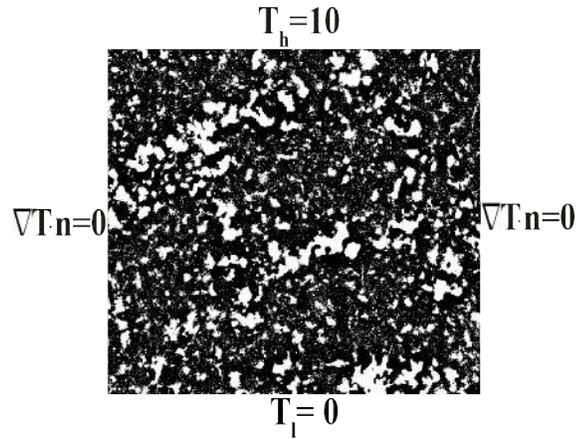


Figura 4-17: Imagen de 10.000x binarizada con condiciones de entrada para la simulación

Ganvir [22] usó una imagen de 10.000x para determinar la conductividad térmica de entrada para la simulación de la sección transversal con 1000x. Para determinar la conductividad efectiva se realizó una simulación considerando la conductividad de la térmica de la YSZ en su fase densa 2.5 W/mK y la conductividad térmica de la fase porosa de 0.025 W/mK. Condiciones de frontera superior e inferior son de tipo Dirichlet, con una temperatura baja de 0 y una temperatura alta de 10. En las fronteras en la dirección de eje x se imponen condiciones tipo Neumann de flujo calor igual a cero y simetría ver figura 4-17. Con la imagen disponible se hace el proceso de binarizado y posteriormente el proceso de simulación. Para hallar la conductividad térmica se selecciona el modelo de esferas [76]. De acuerdo a lo observado en la imagen la forma de los poros es en su mayoría circulares. La conductividad térmica promedio hallada para la muestra de 10.000x aumentos fue de 1.6 W/mK. Este dato conductividad térmica sirve de entrada para calcular la conductividad térmica de las muestras con 1.000x aumentos.

Las condiciones de simulación para las muestras de 1.000x aumentos son las mismas, la conductividad térmica de la fase densa es de 1.6 W/mK y la conductividad térmica de la fase porosa es de 0.025 W/mK. Las condiciones de frontera se conservan. Los resultados obtenidos son mostrados en la sección de resultados.

5 Resultados y Discusión

A continuación se presentan los resultados obtenidos en la ejecución de este proyecto. El primer resultado está orientado a definir los coeficientes de convección para los gases de combustión y del aire de refrigeración. El segundo resultado es un análisis de la variación de la conductividad efectiva en función de la distribución y porcentaje de porosidad. El tercer resultado se obtuvo a partir de conjunto de imágenes de porosidad real de barrera térmica depositada con APS, con estas imágenes se analizó la variación de la conductividad térmica en función de la distribución y forma de la porosidad. Un cuarto resultado fue obtenido de imágenes sacadas de la literatura, se realizó una comparación entre las conductividades térmicas obtenidas en el simulador y las conductividades térmicas obtenidas experimentalmente. Y un quinto resultado donde se estudió el comportamiento de los campos de temperatura en la capa cerámica cuando tiene un daño superficial.

5.1. Análisis de sensibilidad de los coeficientes de convección

Los coeficientes de convección normalmente se calculan utilizando correlaciones empíricas que fueron derivadas con base en geometrías conocidas y para diferentes regímenes de flujo de un fluido [99]. De acuerdo con las condiciones operación al interior de la turbina a gas reportadas en la tabla 4-1, se hicieron los correspondientes cálculos para estimar los coeficientes de convección para ambas condiciones de flujo. Para los gases de combustión se obtuvo de valor de $1254 \text{ W/m}^2\text{K}$ y para los gases de refrigeración se obtuvo el valor de $1578 \text{ W/m}^2\text{K}$. Aunque los valores se encuentran dentro de los rangos reportados [100–102], se decidió realizar un estudio de sensibilidad de los coeficientes convectivos con el objetivo de analizar como estos parámetros influyen los valores de temperatura en la capa cerámica, cuando en esta se varía el porcentaje de porosidad y del espesor de la capa.

Se usó el simulador para calcular el tensor de conductividad térmica en cada una de las corridas experimentales con el modelo de esferas [76] para una porosidad distribuida uniformemente en todo el dominio del 1 al 20 % y se calculó la temperatura con el modelo matemático implementado 4-7. Las condiciones de entrada para el modelo se ven en la figura 5-1. Las condiciones de frontera en la dirección del eje y son del tipo Robin-Neumann para los flujos convectivos ecuaciones 4-20, 4-18 y en la dirección eje x condición de frontera es de tipo

Neumann ecuación 4-22.

El conjunto de experimentos consistió en modificar las condiciones de frontera mediante el cambio directo del coeficiente de convección. Esto implica que número de Nusselt [103] varíe y por lo tanto, en la correlación empírica, el número de Reynolds también debería cambiar si se conservan los otros parámetros geométricos y propiedades del fluido constantes. Se fijó el valor del coeficiente de convección calculado h_g para los gases de combustión y se varió el coeficiente de convección de refrigeración h_c . Se repitió este procedimiento para porosidades del 10, 15 y 20 %, en sistemas que varía el espesor de capa cerámica en 100, 150 y 200 μm cada una. El segundo conjunto de experimentos es similar al anterior, la principal diferencia es que se fijó el valor calculado de coeficiente de convección del aire de refrigeración h_c , se varió el coeficiente de convección de los gases de combustión h_g , para porosidades del 10, 15 y 20 %, en muestras que varía de espesor capa en 100, 150 y 200 μm . En la figura 5-2 están las combinaciones que se evaluaron. La variable de respuesta para estos experimentos fue el ΔT obtenido entre el borde inferior y el borde superior de la capa cerámica.

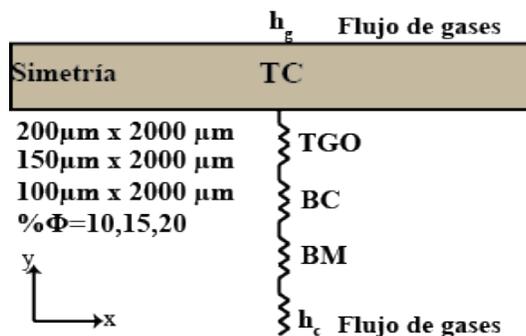


Figura 5-1: Representación del sistema para experimentos de sensibilidad de coeficientes de convección

Fijo	Variable	Espesor (μm)	% Porosidad
h_g	h_0	200	10
		150	
		100	
h_0	h_g	200	15
		150	
		100	

Figura 5-2: Conjunto de experimentos para estudio de sensibilidad de coeficientes de convección

El resultado de la variación de los coeficientes de convección para el aire de refrigeración se puede observar en las figuras 5-3, 5-4, 5-5.

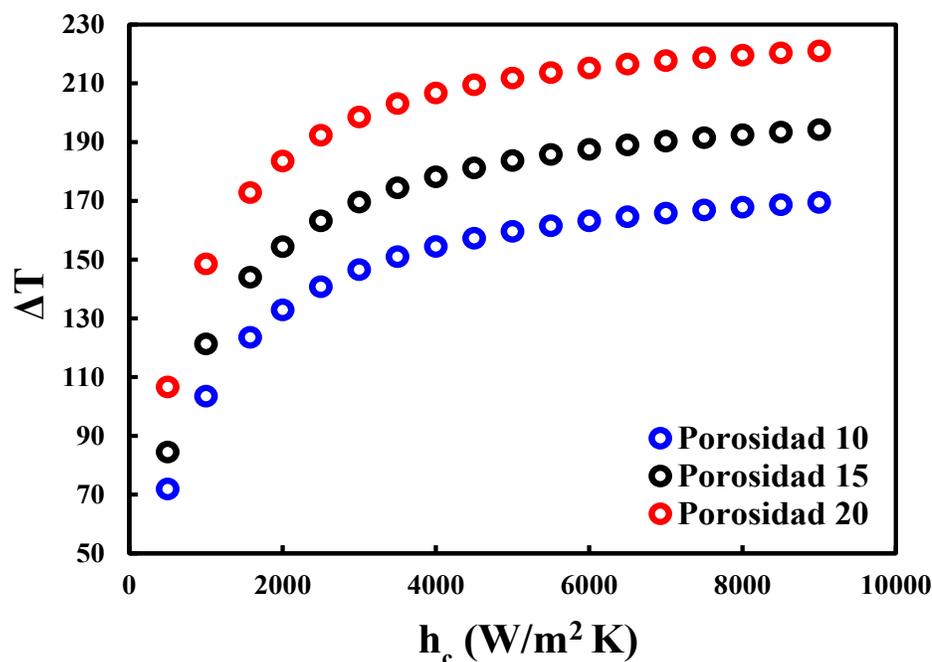


Figura 5-3: Coeficiente de convección de refrigeración vs. ΔT para un espesor de capa de $200 \mu\text{m}$

De acuerdo con los resultados, al aumentar el coeficiente de convección para el aire de refrigeración aumenta la diferencia entre la temperatura del borde interno y el borde externo de la capa TC. El mayor aumento corresponde a la porosidad del 20 %, esto es razonable, ya que al aumentar la porosidad de la muestra, la tasa de transferencia de calor cae y se ve representada en el aumento ΔT . La temperatura en el borde inferior y superior disminuye al aumentar el coeficiente de convección de los gases de refrigeración, pero la caída de temperatura es más grande en el borde inferior. Es lógico que al aumentar la refrigeración interna del sistema TBC, la temperatura en las capas sea menor. En la figura 5-3, el ΔT hasta aproximadamente $4000 \text{ W/m}^2\text{K}$ tiene un rápido crecimiento hasta que llegar a un punto de equilibrio, en el que la temperatura de en el borde inferior tiende a la temperatura de los gases de refrigeración cuando h_c tiende a infinito.

Para un espesor de capa de $200 \mu\text{m}$ y una porosidad del 20 %, el ΔT en función de coeficiente de convección de los gases de refrigeración puede variar aproximadamente desde 110 hasta 220 grados. Para la porosidad 15 % el rango de variación está entre 80 y 190° y para una porosidad del 10 % el rango está aproximadamente entre 70 y 170° . En promedio para las tres porosidades el ΔT es de 100° aproximadamente, donde la principal diferencia es el valor del inicio del rango, este aumenta a medida que la porosidad aumenta. Hay reportes de caída de temperatura de alrededor de 1° por micra en las barreras térmicas depositadas por APS [10, 37, 58], pero esta información no se encuentra relacionada con el ΔT medido

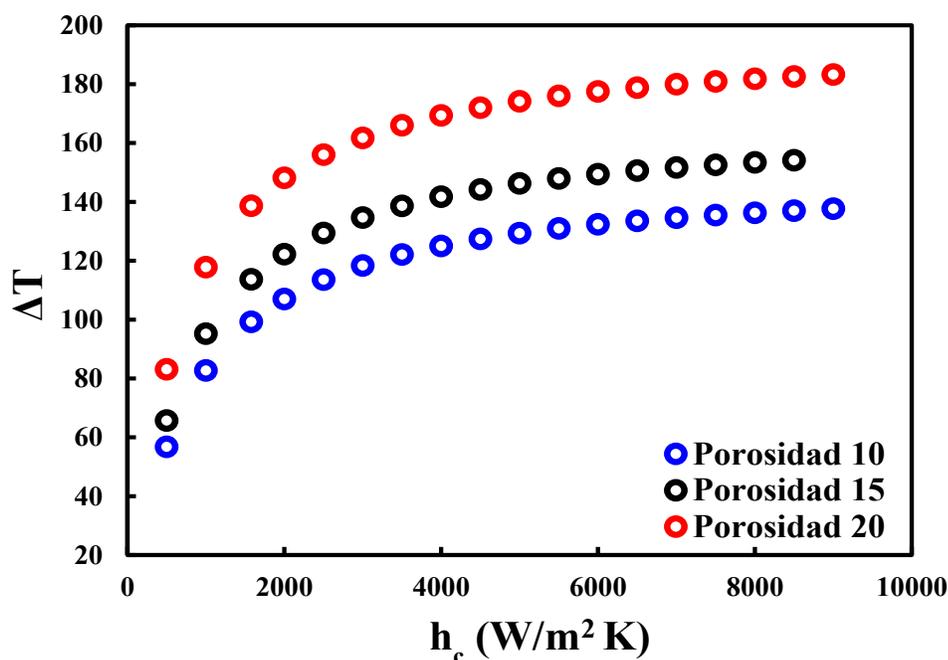


Figura 5-4: Coeficiente de convección de refrigeración vs. ΔT para un espesor de capa de $150 \mu m$.

en un sistema TBC con su correspondiente porcentaje de porosidad.

Con base en este concepto se escogió la porosidad del 20% para la selección del coeficiente de convección, ya que con esta cantidad de porosidad el ΔT está dentro del orden de temperatura reportado en la literatura, para aproximadamente $200 \mu m$, 200° de ΔT . Siguiendo este razonamiento el coeficiente para los gases de refrigeración sería de $3000 W/m^2 K$. Con este coeficiente para espesores de capa de $150 \mu m$ el ΔT es de 161° y para $100 \mu m$ es de 132° , se esperaba que el ΔT también fuera de 1° por cada μm , pero el crecimiento de ΔT con coeficiente de convección no es lineal, además el valor seleccionado se encuentra sobre toda la curva de crecimiento y cualquier variación en el ángulo de la curva podría aumentar o disminuir el valor en un rango cercano al esperado (150° y 100°).

Para los siguientes experimentos se fijó el un coeficiente de convección para el aire de refrigeración de $1578 W/m^2 K$ y se varió el coeficiente de convección para los gases de combustión, los resultados obtenidos se presentan a continuación:

En las figuras 5-6, 5-7, 5-8, al aumentar el coeficiente de convección para los gases de combustión h_g , aumenta el ΔT en la capa cerámica. El ΔT es una variable sensible al cambio de porosidad del sistema y de acuerdo con estos y los anteriores resultados se puede concluir que el ΔT también es dependiente de los coeficientes de convección.

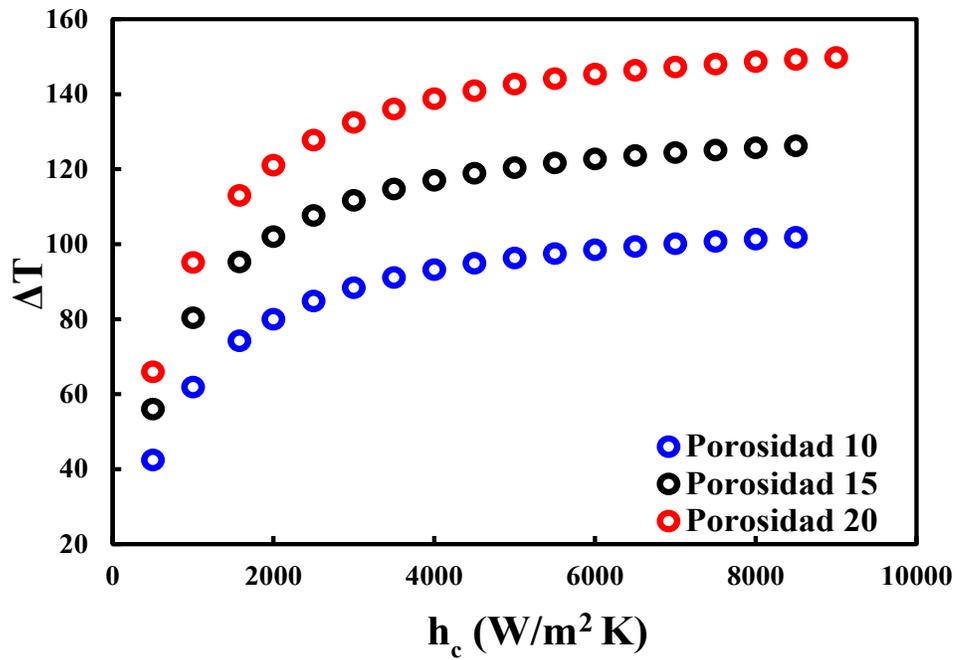


Figura 5-5: Coeficiente de convección de refrigeración vs. ΔT para un espesor de capa de $100 \mu\text{m}$

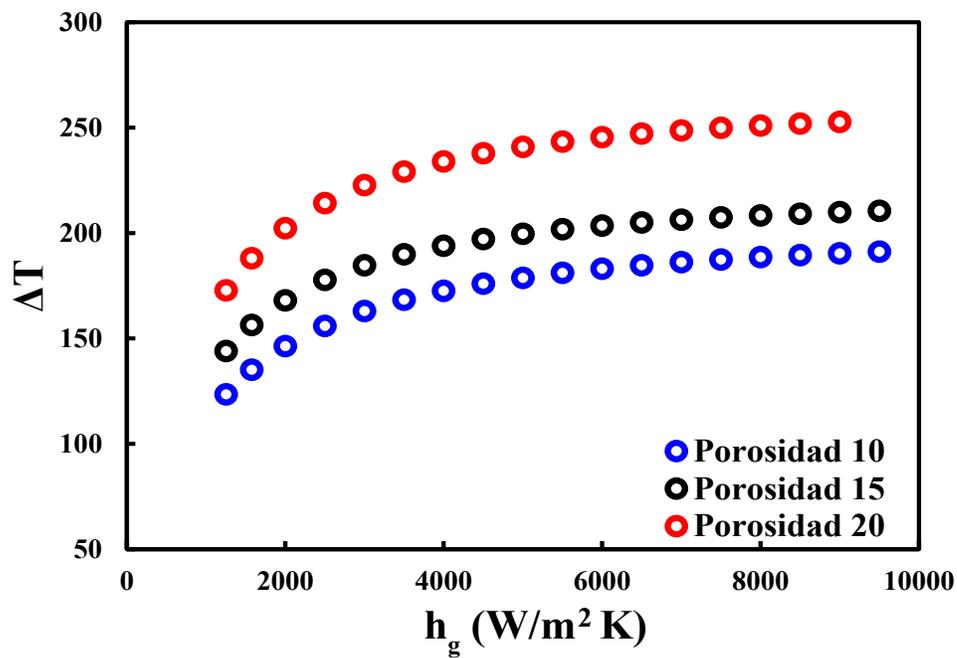


Figura 5-6: Coeficientes de convección de gases de combustión vs. ΔT para un espesor de capa de $200 \mu\text{m}$

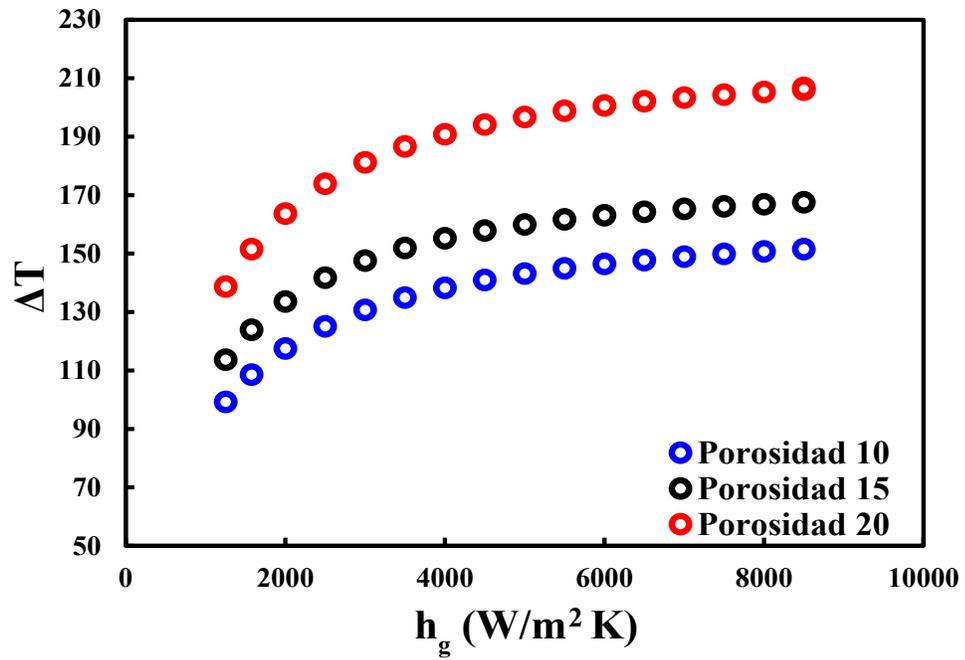


Figura 5-7: Coeficiente de convección de gases de combustión vs. ΔT para un espesor de capa de 150 μm

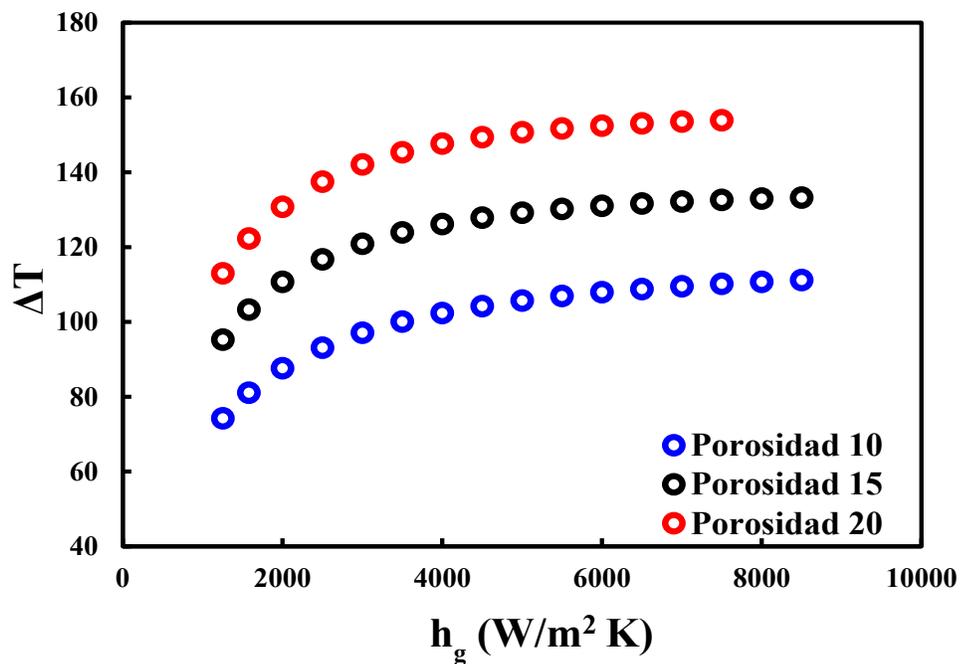


Figura 5-8: Coeficiente de convección de gases de combustión vs. ΔT para un espesor de capa de 100 μm

A medida que el coeficiente de convección de los gases de combustión aumenta, la temperatura en los borde inferior y superior aumenta, siendo más grande el aumento en el borde superior. Este resultado es consistente, ya que al aumentar el coeficiente de convección de los gases aumenta la transferencia de calor hacia la capa cerámica. En este caso la temperatura del borde superior tiende a ser igual a la temperatura de los gases de combustión, a medida que h_g tiende a infinito.

En la figura 5-6 para las porosidades del 10 y 15 % el ΔT empieza a estabilizarse para un coeficiente de aproximadamente $4000 \text{ W/m}^2\text{K}$, mientras que para la porosidad del 20 % la temperatura comienza a estabilizarse aproximadamente $4500 \text{ W/m}^2\text{K}$. El aumento del ΔT para una porosidad del 20 % es de $172\text{-}252^\circ$, para la porosidad del 15 % es de $144\text{-}210^\circ$ y para el 10 % el rango es de $123\text{-}191^\circ$. El ΔT varía en promedio para las 3 porosidades en un rango que 66 a 80° , aunque este rango es menor en comparación con el experimento anterior, esto no representa una desventaja, ya que para los coeficientes de convección de gases de combustión más bajos el ΔT es de aproximadamente 172° para 20 % de porosidad. En este conjunto de experimentos, el concepto de caída de temperatura 1° por cada micra podría ajustarse para la porosidad del 15 o 20 %. Para cumplir con este requerimiento para una porosidad del 15 % el coeficiente de convección para los gases de combustión sería de aproximadamente de $5500 \text{ W/m}^2\text{K}$ y la temperatura en el borde inferior es de 1175 K (890°C) y para una porosidad de 20 % el coeficiente es aproximadamente $2500 \text{ W/m}^2\text{K}$ y la temperatura del borde inferior es de 1078 K (800°C). El coeficiente de convección de $2500 \text{ W/m}^2\text{K}$ más aproximado a lo reportado en la literatura [100–102], además la temperatura del borde inferior es menor que para el coeficiente de $5500 \text{ W/m}^2\text{K}$. Por estas razones se seleccionó el coeficiente de convección de $2500 \text{ W/m}^2\text{K}$ para los gases de combustión, aunque para mantener el rango de ΔT ligeramente por encima, se elige el coeficiente de $3000 \text{ W/m}^2\text{K}$. Para los espesores de capa de $150 \mu\text{m}$ y $100 \mu\text{m}$ con el coeficiente de convección seleccionado se obtiene un ΔT de aproximadamente 163° y 130° respectivamente.

Para los experimentos con la variación de coeficiente de convección para el aire de refrigeración se concluyó que el coeficiente que cumple con los requerimientos de ΔT de 200° es el $3000 \text{ W/m}^2\text{K}$ con un coeficiente de gases de combustión de $1254 \text{ W/m}^2\text{K}$ y de los experimentos con la variación del coeficiente de convección para los gases de combustión se concluyó que el que mejor se aproxima es el coeficiente de $3000 \text{ W/m}^2\text{K}$ con un coeficiente de convección de aire de refrigeración de $1578 \text{ W/m}^2\text{K}$. Para el primer experimento la temperatura mínima en el borde inferior fue de 889 K , mientras que para el segundo experimento la temperatura mínima alcanzada fue de 1078 K , esto implicaría que el sustrato en el primer experimento se encuentra más aislado. Pero la selección de un coeficiente de convección de aire de refrigeración de $3000 \text{ W/m}^2\text{K}$ implicaría un aumento en el número de Re para el fluido y esto sería posible si se aumenta la velocidad del fluido, o si se realiza una modificación estructural de

las ranuras de refrigeración del alabe de la sección de turbina o un cambio de fluido (aire). Está fuera del alcance de esta tesis realizar un análisis de la viabilidad de estos cambios, por lo tanto, se selecciona los coeficientes obtenidos en el segundo experimento, además estos coeficientes se ajustan bien a los reportados en la literatura.

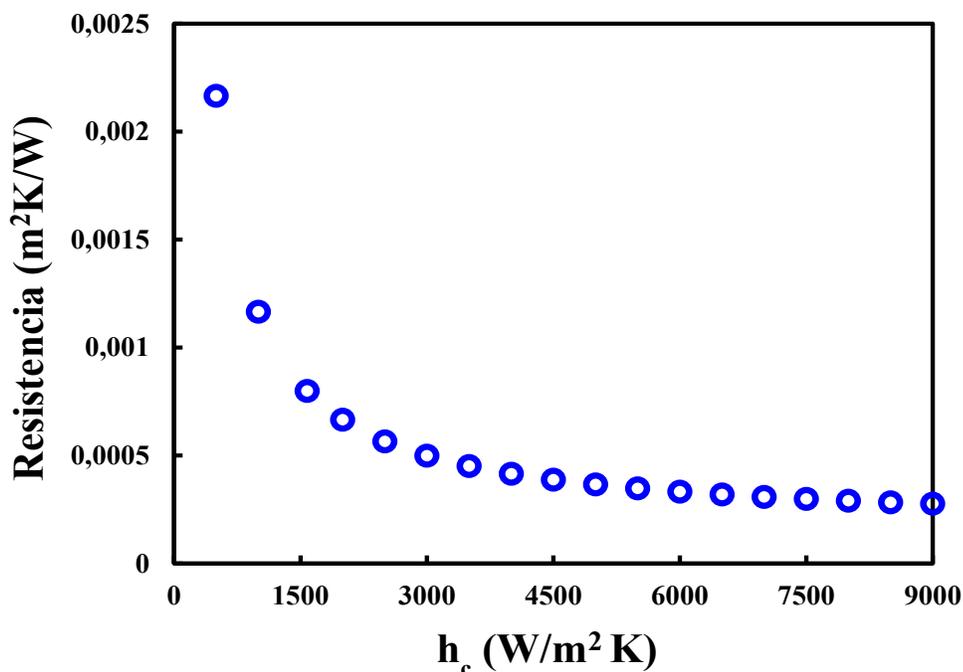


Figura 5-9: Resistencia total del sistema multicapa vs el coeficiente de convección.

En la figura 5-9 se puede observar como varía la relación entre la resistencia total del sistema multicapa 4-17 y los coeficientes de convección para la refrigeración. En la gráfica se puede ver como la resistencia total tiene una rápida caída y estabilización, este comportamiento reafirma lo visto en los anteriores experimentos, ya que a medida que el coeficiente tiende a infinito la resistencia tiende a cero, lo que implica que la temperatura de los aire de refrigeración sea igual a la temperatura del borde inferior.

5.2. Conductividad térmica en función de la distribución y cantidad de la porosidad

El siguiente conjunto de experimentos fue diseñados para analizar el comportamiento de las propiedades térmicas en función de la distribución y la cantidad de porosidad. Uno de los principales objetivos de estos experimentos es determinar cual distribución es más efectiva para aislar calor y a su vez validar el comportamiento de la conductividad térmica con el

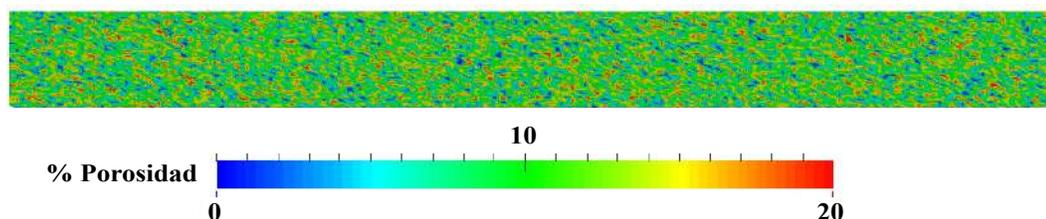


Figura 5-11: Distribución uniforme de porosidad con media 10 %

sólida o matriz con propiedades térmicas de la YSZ. En la figura 5-12 se muestra el tensor de conductividad térmica para la distribución de porosidad del 10 %. El rango de variación está entre 0.671-1 W/mK, si se compara la figura de porosidad y el tensor de conductividad se puede observar una concordancia entre los lugares con mayor porosidad y los puntos con menor conductividad y a su vez los puntos de menor porosidad con una mayor conductividad.

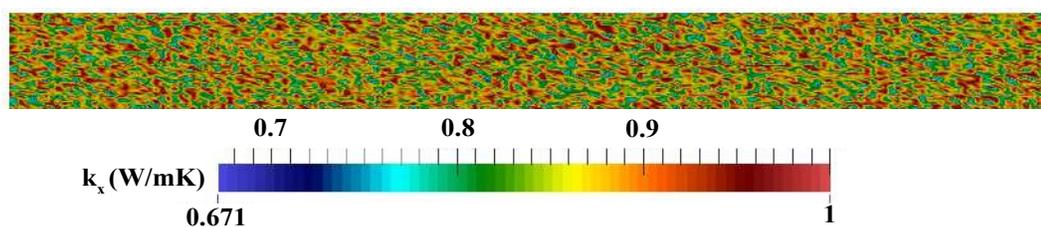


Figura 5-12: Tensor de conductividad con el modelo de esferas para distribución uniforme de porosidad con media 10 %

En la figura 5-13 el tensor de conductividad térmica tiene una caída lineal de la conductividad térmica con el aumento de la porosidad, este comportamiento es similar a lo visto en los trabajos de Hasselman [33], Wang [35], Wang [45] y Arai [46]. Para poros cilíndricos orientados paralelos al flujo de calor (Cilindro 0°), la conductividad térmica en dirección del eje x es mayor que la conductividad térmica en la dirección del eje y . Este comportamiento es similar al observado por Hass [65] al interior de las estructuras columnares de la YSZ aplicada con EB-PVD, ver figura 2-4. Los pequeños poros en forma cilíndrica en su eje longitudinal disminuyen la velocidad de transferencia de calor más que en la dirección transversal y esto se ve reflejado en la menor conductividad en la dirección del eje y . Para poros orientados perpendicularmente con respecto al flujo de calor (Cilindro 90 °) la conductividad en la dirección del eje y es mayor que en la dirección del eje x , de igual manera a lo expuesto en el anterior caso, la resistencia al paso del calor en la dirección transversal del cilindro es menor, por lo tanto, la caída de la velocidad no es tan representativa como en la dirección longitudinal.

Las entradas principales del tensor de conductividad térmica para poros orientados paralelo

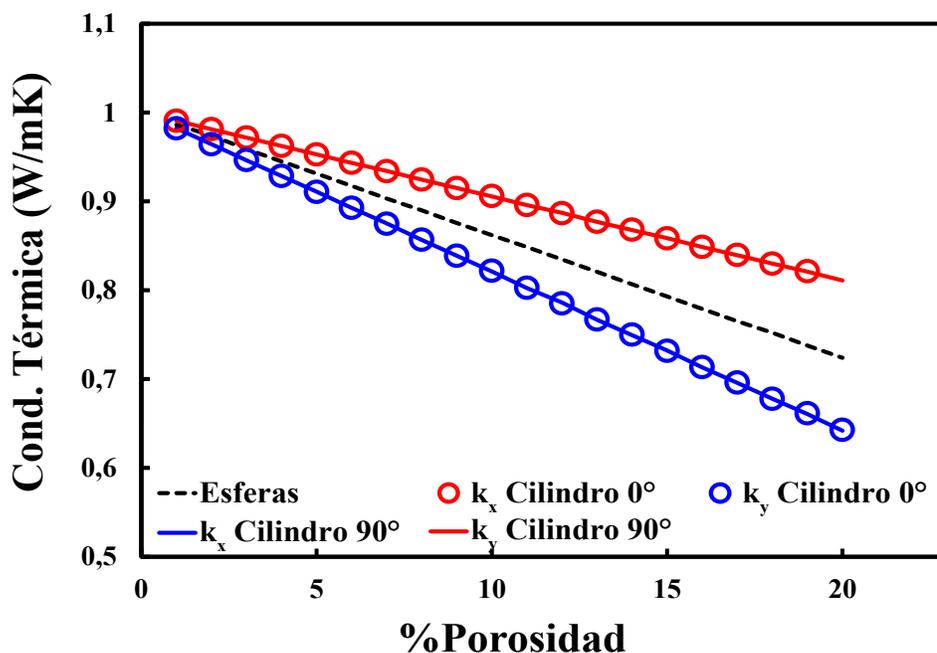


Figura 5-13: Comportamiento del tensor de conductividad térmica en función del porcentaje de porosidad.

y perpendicular al flujo de calor, k_x y k_y , muestran un buen ajuste. por ejemplo, los valores de conductividad en la dirección del eje x orientado paralelo al flujo de calor y los valores de conductividad térmica en dirección del eje y orientado perpendicular al flujo de calor muestran muy buen acuerdo. Esto se debe a que el modelo de cilindros no está directamente influenciado por la forma y la relación de aspecto de los cilindros, por lo tanto, al rotar el cilindro 90° el ajuste entre estos valores fue posible.

El modelo de esferas también tiene una caída lineal con el aumento de porosidad y los valores de la conductividad térmica son intermedios entre los valores de conductividad térmica de cilindros orientados a 0° y 90°. Aunque Hasselman en su desarrollo [33] no especifica como se genera la porosidad de su sistema, el comportamiento de la conductividad térmica entre ese modelo y el presente desarrollo es similar, sí se desprecia los efectos de la resistencia en la intercara ($ah_c \rightarrow \infty$), en ambos la conductividad térmica cae linealmente con el aumento de porosidad.

De estos experimentos también se pudo extraer información del comportamiento de los campos de temperatura en la capa cerámica, figura 5-14, debido a la distribución uniforme de poros, el gradiente térmico no presenta distorsión en las bandas de temperatura. Una de las principales ventajas de observar los valores de temperatura de la capa cerámica, es conocer el valor de la temperatura en el borde inferior, ya que este suministra información sobre el

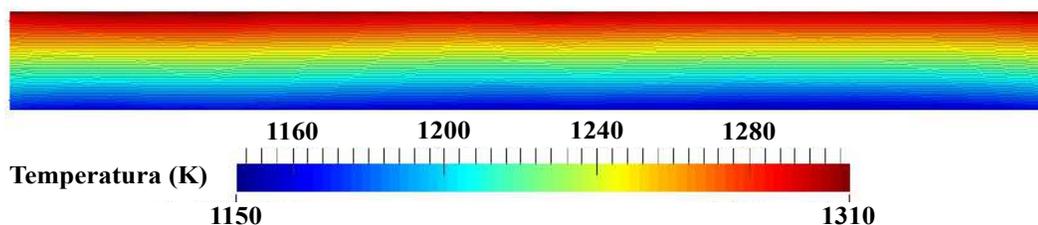


Figura 5-14: Campos de temperatura con el modelo de esferas para distribución uniforme de porosidad con media de 10 %

estado de aislamiento del sustrato. En la figura 5-15, con el aumento de la porosidad en la capa cerámica, la temperatura en el borde inferior disminuye. La función de distribución de porosidad es uniforme, por lo tanto, hay distribuidos poros homogéneamente en toda la capa cerámica y al aumentar el porcentaje de 1-20 % los puntos que reducen la transferencia de calor aumentan en tamaño, por lo que la conductividad térmica disminuye. La conductividad térmica de cilindros orientados paralelos al flujo de calor (Cilindros 0°), muestra el menor valor de la temperatura mínima con respecto a los otros modelos. Como se expuso anteriormente, esto se debe principalmente a que el eje longitudinal de los cilindros es más largo que el eje transversal, por lo tanto, con la orientación a 0° los poros ofrecen una mayor resistencia al paso de calor y en consecuencia el borde inferior permanece a menor temperatura en relación con los otros modelos de conductividad.

Otro resultado obtenido de estos experimentos da cuenta del ΔT medido desde el borde inferior hasta el borde superior, obtenido en función de la porosidad para una distribución uniforme. En la figura 5-16, el ΔT aumenta en relación con el aumento de la porosidad. Este efecto es consecuente con el anterior, puesto que al aumentar la porosidad en la muestra, la conductividad térmica cae y el borde inferior de la capa cerámica está a una temperatura más baja, por que el ΔT aumenta. La conductividad térmica para cilindros orientados paralelo al flujo de calor (Cilindros 0°) muestra el mayor ΔT con respecto a los otros modelos.

El objetivo de estos resultados era verificar el comportamiento de la conductividad térmica de una distribución uniforme de porosidad y como esta variaba en función del aumento del tamaño de la porosidad. La capacidad aislante de la barrera térmica mejora con el aumento del tamaño de la porosidad y de acuerdo con el modelo de conductividad térmica con el que se quiera representar la porosidad (modelo de esferas o cilindros), los valores de conductividad térmica y temperatura varía. Para una distribución uniforme de porosidad, el modelo para cilindros orientados paralelos al flujo de calor tiene los menores valores de conductividad, lo que representa una mayor capacidad aislante que los otros modelos. Este resultado se verificó variando la distribución de porosidad en la capa cerámica como se muestra en la siguiente sección.

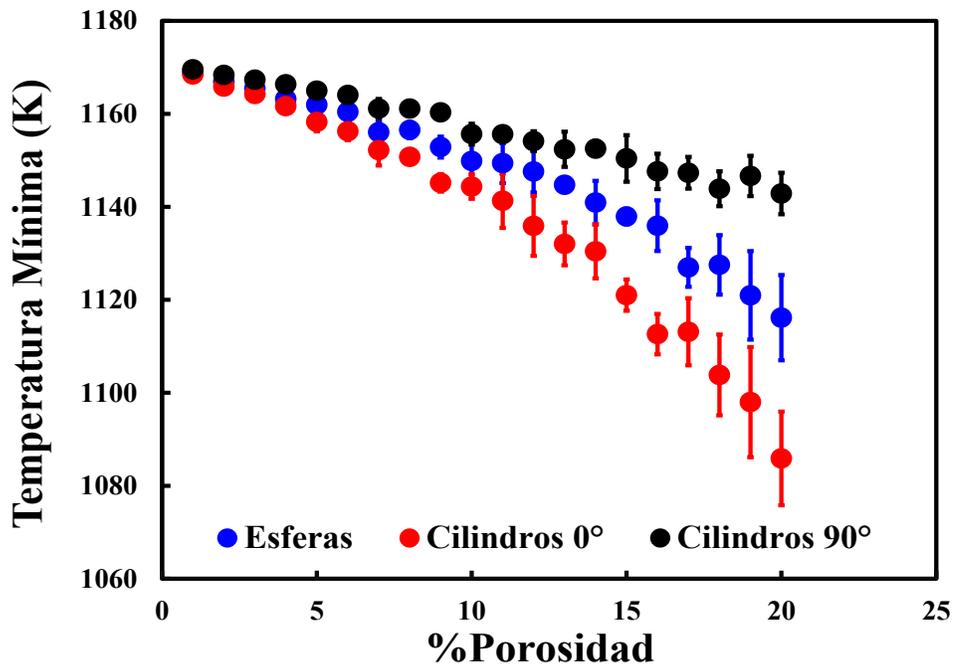


Figura 5-15: Temperatura mínima en función de la porosidad para distribución uniforme de porosidad

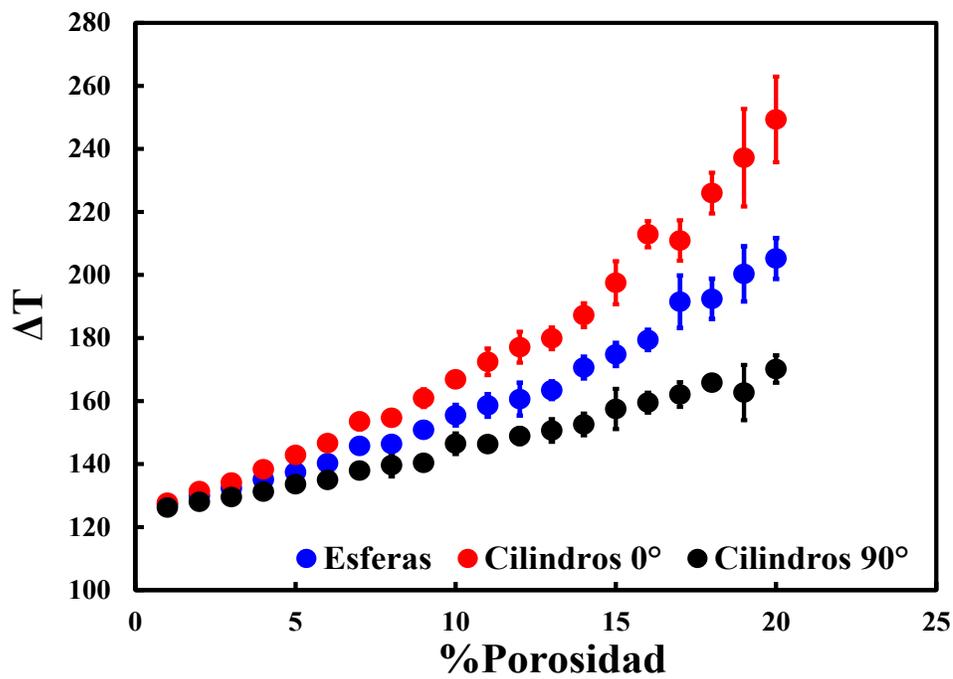


Figura 5-16: ΔT en función de la porosidad

5.2.2. Distribución porosidad concentrada en la parte superior, central e inferior del sistema

Para estos experimentos se generaron tres distribuciones de tal forma que, la mayor porosidad se concentró en la parte superior, posteriormente en la parte central y finalmente en la parte inferior de la sección rectangular **5-17**, **5-22**, **5-27**. Se calculó el tensor de conductividad térmica con los modelos de esferas [76] y el modelo de cilindros [68]. Se calculó la temperatura en la capa cerámica en función de la porosidad con el modelo 4-7 con las condiciones de entrada mostradas en la figura **5-10**. Los resultados obtenidos en estas simulaciones se muestran a continuación.

Para la distribución de porosidad concentrada en la parte superior **5-17**, se puede observar unas pequeñas areas rojas, que representan la mayor porosidad ($\sim 18.8\%$), estas se encuentran muy cerca del borde superior. En la franja superior también se encuentra una distribución homogénea de porosidad con un tamaño de alrededor del 12% . Y desde esa posición va disminuyendo hasta el mínimo porcentaje de porosidad ($\sim 7\%$) en el borde inferior.

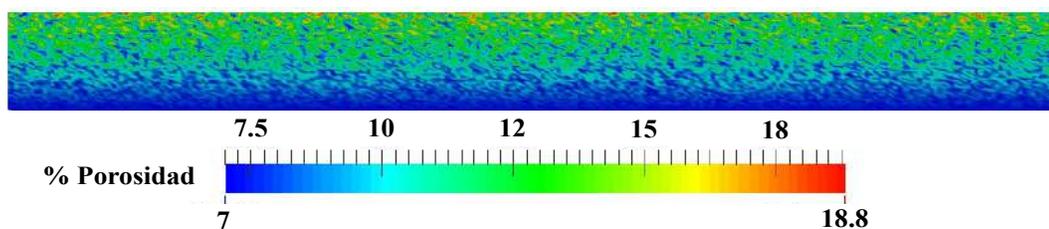


Figura 5-17: Distribución de porosidad concentrada en la parte superior.

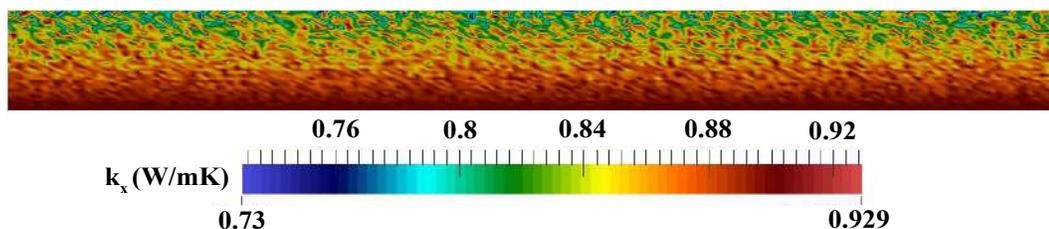


Figura 5-18: Tensor de conductividad con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte superior de la capa

El tensor de conductividad térmica para esta distribución **5-18**, calculado con base en el modelo de esferas [41] muestra un intervalo de variación que va desde 0.73 a 0.929 W/mK, los sectores con menor conductividad térmica corresponde a las zonas de mayor porosidad. En la franja superior de la muestra, en las zonas de porosidad más homogénea la conductividad térmica es de aproximadamente 0.82 W/mK. Además, se puede observar unas pequeñas zonas

donde la conductividad térmica aumenta, esto se debe a que la distribución de porosidad está en función de una variable aleatoria, por lo tanto, es posible hallar zonas densas o de menor porosidad al lado de las zonas de mayor porosidad. En la zona inferior la conductividad térmica aumenta debido al menor porcentaje de porosidad de la muestra.

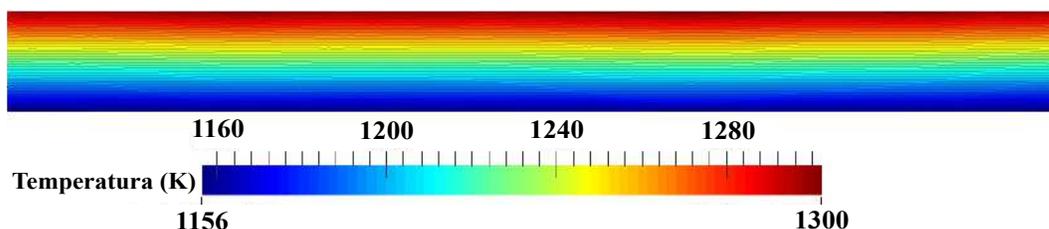


Figura 5-19: Campos de temperatura con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte superior de la capa

En la figura 5-19, las bandas de temperatura presentan leves distorsiones con este tipo de distribución. Las diferencias de temperatura entre el borde inferior y superior encontradas usando la distribución homogénea y la distribución de mayor porosidad concentrada en el borde superior son muy similares, pero la distribución de temperatura en la dirección del espesor de la muestra son diferentes, como puede verificarse en las gráficas 5-33 y 5-35.

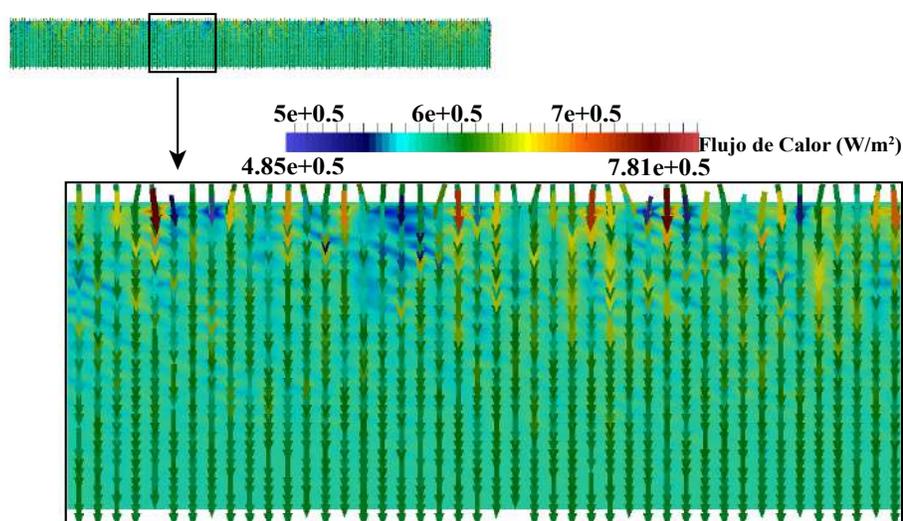


Figura 5-20: Flujo de calor para distribución de porosidad concentrada en la parte superior de la capa

La figura de flujo de calor muestra como el flujo disminuye en las zonas de alta porosidad y como aumenta en las zonas de menor porosidad. El flujo de calor está directamente afectado por la conductividad térmica de la zona y por el gradiente de temperatura local 5-21. Al

disminuir la conductividad térmica por la presencia de un poro, el flujo de calor también tiende a disminuir, por lo que la velocidad con la que el calor se transfiere de alta a baja temperatura es menor. El flujo térmico al estar afectado por el gradiente térmico condiciona la relación entre el flujo y la conductividad térmica, esto quiere decir que no son directamente proporcionales, por lo tanto, si hay una zona porosa influenciada por un alto gradiente térmico, el flujo de calor en esta zona es mayor en comparación con una zona porosa con un gradiente térmico menor. Por esta razón se puede observar en la figura 5-20, que apesar que la mayor porosidad se encuentra en la parte superior de la muestra, existen vectores de flujo de calor mayores en la parte superior en comparación con la parte central e inferior y este comportamiento se explica debido a que en esta zona está expuesto a la mayor temperatura en la muestra.

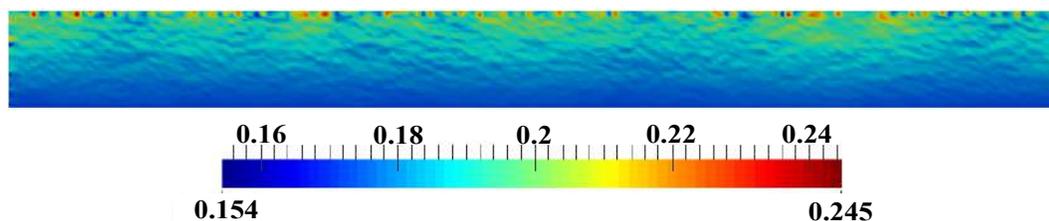


Figura 5-21: Gradiente térmico en la dirección del eje y para una distribución de porosidad concentrada en la parte superior de la capa

Para la distribución centrada 5-22, el mayor porcentaje de porosidad ($\sim 19,4\%$) fue ubicado en centro de la capa cerámica y desde allí disminuyó hasta el borde superior e igualmente disminuyó hasta el borde inferior ($\sim 7\%$). La porosidad media de la capa es de aproximadamente el 10%. Para esta distribución se obtuvieron los siguientes resultados,

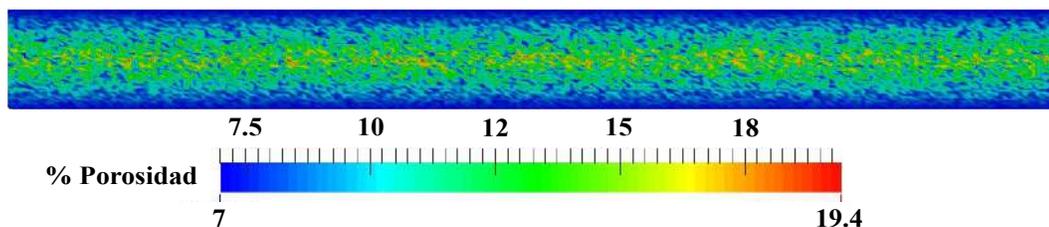


Figura 5-22: Distribución de porosidad concentrada en la parte central de la capa cerámica

El tensor de conductividad térmica 5-23, se calculó con el modelo de esferas [41]. El intervalo de variación es 0.72 a 0.929 W/mK, de igual manera se puede observar que los puntos de menor conductividad térmica corresponden a los puntos de mayor porcentaje de porosidad. En la zona central también tiene pequeñas zonas de mayor conductividad térmica, que corresponden con zonas más densas o menos porosas. La conductividad térmica aumenta desde el centro hasta los borde superior e inferior, de acuerdo con la distribución de porosidad.

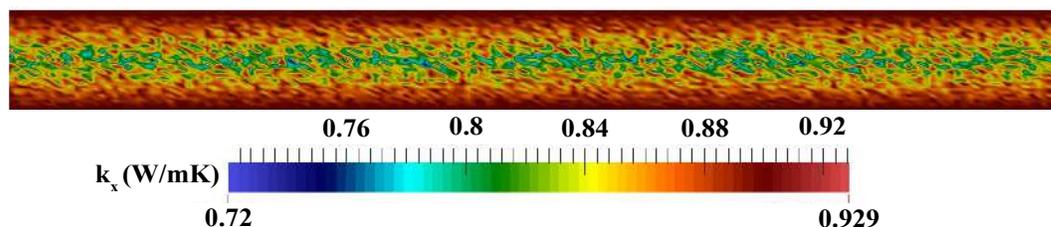


Figura 5-23: Tensor de conductividad con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte central de la capa

Las bandas de temperatura para esta distribución tienen una leve ondulación, como efecto de la porosidad centrada en la capa. El ΔT para esta distribución de porosidad es igual al hallado en el experimento con la porosidad superior, pero las bandas de temperatura presentan un orden diferente en la dirección del espesor. El resultado del efecto del porcentaje de porosidad sobre los campos de temperatura puede verificarse en las figuras 5-33 y 5-35.

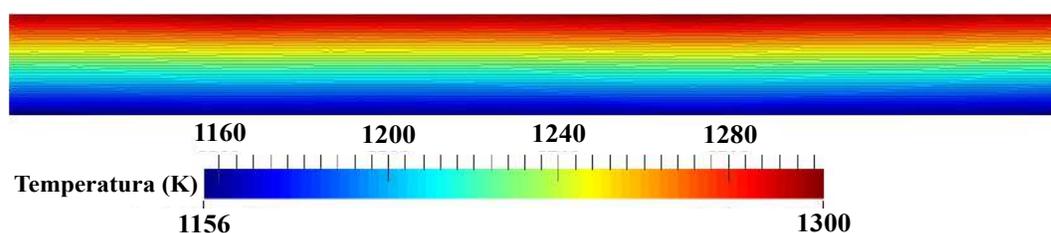


Figura 5-24: Campos de temperatura con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte central de la capa

La distribución de los vectores de flujo de calor para la distribución de porosidad central 5-25, muestra que la menor magnitud corresponde con las zonas altamente porosas y a medida que la porosidad disminuye, la magnitud del vector aumenta. Como ya se había dicho anteriormente, el flujo de calor está influenciado por el tensor de conductividades y el gradiente de temperatura 5-26, por lo tanto, la mayor magnitud del vector de flujo de calor en la zona de alta porosidad corresponde con una pequeña zona de menor porosidad y además que el gradiente de temperatura tiene unas pequeñas zonas en las que aumenta, produciendo un crecimiento del flujo de calor en el centro de la muestra.

En el tercer conjunto de experimentos se concentró el mayor porcentaje de porosidad ($\sim 18,9\%$) en la parte inferior de la capa cerámica, y desde allí disminuyó hasta el borde superior ($\sim 7\%$) 5-27, para una porosidad promedio de aproximadamente el 10%.

De acuerdo con el comportamiento observado en los otros resultados, en la figura 5-28 el tensor de conductividad térmica para la distribución de porosidad concentrada en el borde inferior varía en un rango entre 0.731-0.929 W/mK, si se compara la figura de porosidad y

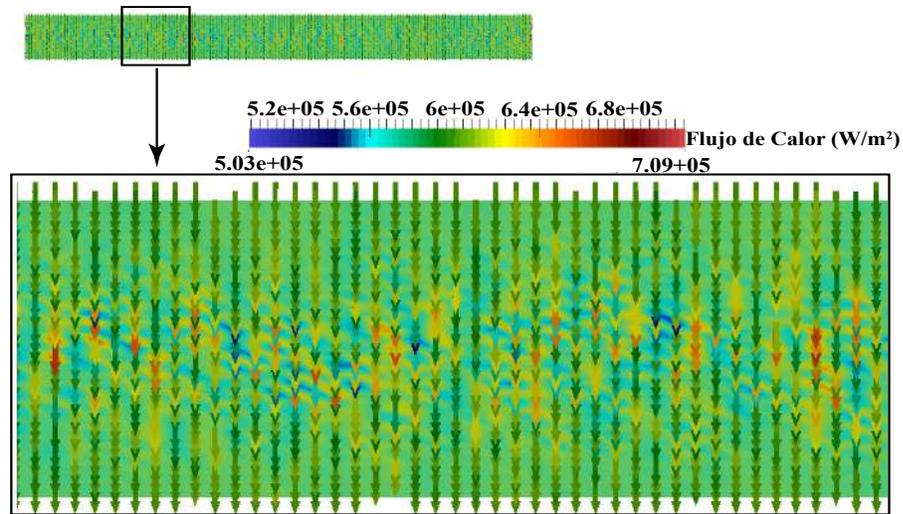


Figura 5-25: Flujo de calor para distribución de porosidad concentrada en la parte central de la capa

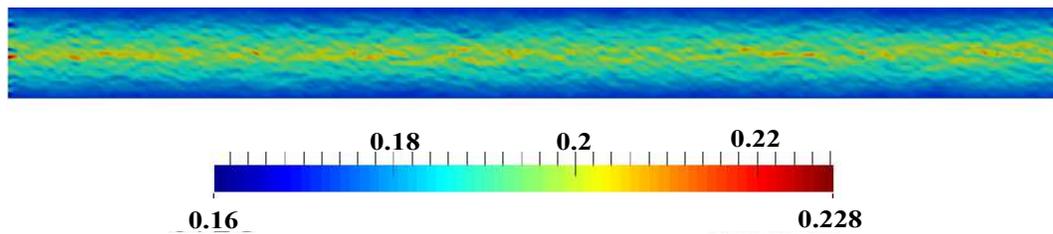


Figura 5-26: Gradiente térmico en la dirección del eje y para una distribución de porosidad concentrada en la parte central de la capa

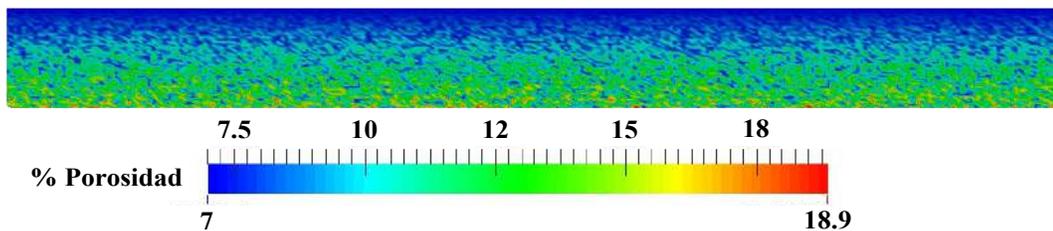


Figura 5-27: Distribución de porosidad concentrada en la parte inferior de la capa cerámica

el tensor de conductividad se puede observar que concuerdan las zonas con mayor porosidad con las zonas de menor conductividad térmica y a su vez los puntos de menor porosidad o más densas con una mayor conductividad térmica.

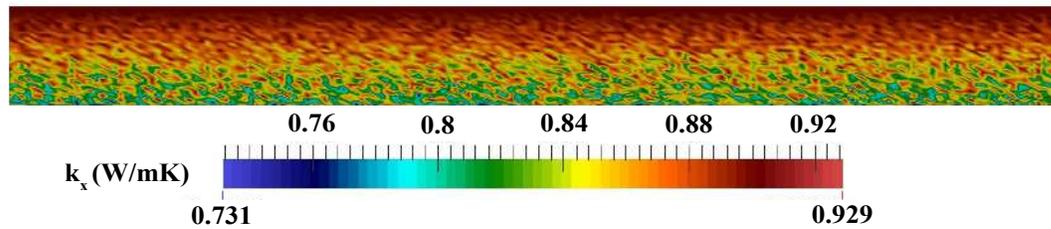


Figura 5-28: Tensor de conductividad con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte inferior de la capa

El campo de temperatura con la concentración mayor porosidad en el borde inferior tiene una leve distorsión en las bandas de temperatura. El ΔT es similar al de las otras distribuciones y de igual manera, la distribución de las bandas de temperatura varían en la dirección del espesor. Para verificar el efecto de la porosidad en la distribución concentrada en el borde inferior ver figuras 5-33 y 5-35.

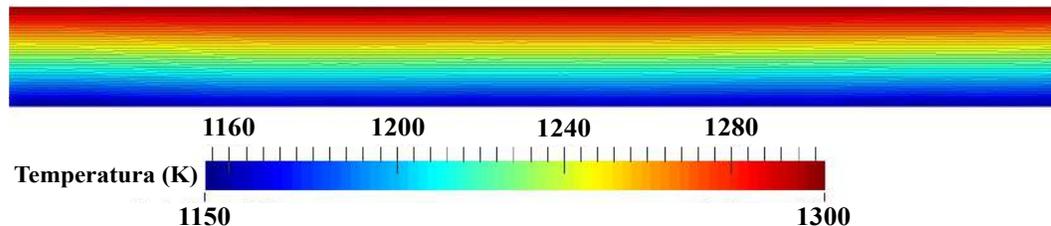


Figura 5-29: Campos de temperatura con el modelo de esferas para distribución de porosidad concentrada en la parte inferior de la capa

En la figura 5-30 muestra la distribución de los vectores de flujo de calor para la distribución de porosidad concentrada en la zona inferior. La menor magnitud del vector de flujo de calor corresponde con las zonas de mayor porosidad, además esta magnitud es la menor de las tres muestras analizadas. De igual manera que las muestras anteriores, existen vectores de mayor magnitud cerca de las zonas porosas, esto se debe a que existen zonas mas densas o menos porosas, que constituyen una vía para que flujo de calor tenga mas velocidad que en las zonas porosas. Y debido a que la porosidad se asigna de manera aleatoria, es posible que una zona de mayor porosidad quede al lado de una zona de menor porosidad. De igual manera, el gradiente térmico 5-31 tiene influencia y hace que el flujo de calor aumente.

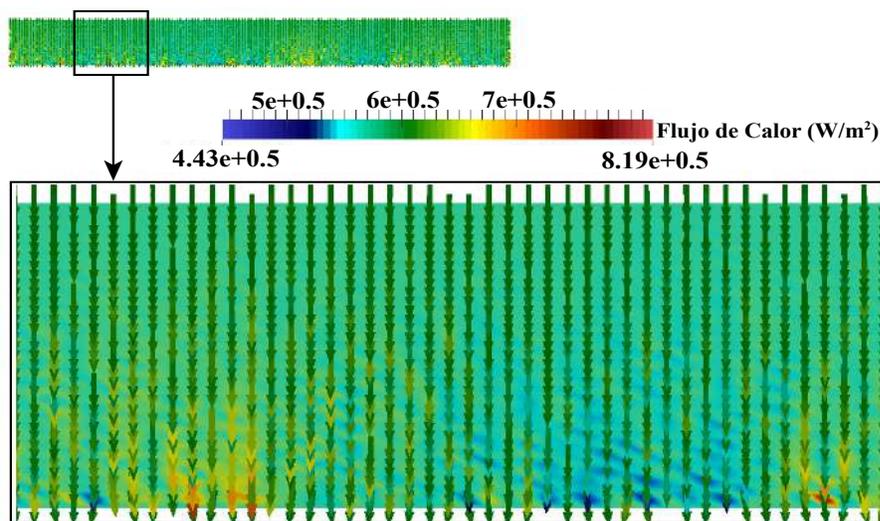


Figura 5-30: Flujo de calor para distribución de porosidad concentrada en la parte inferior de la capa

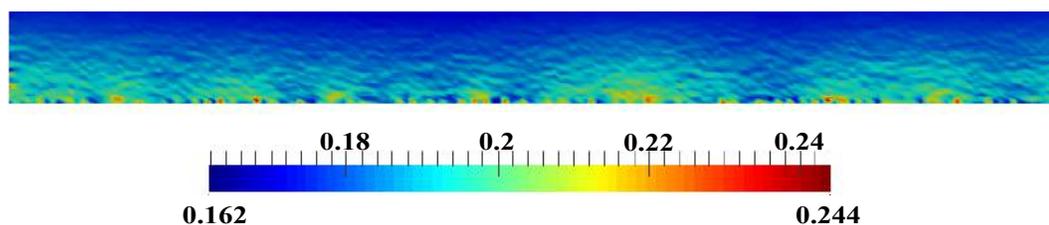


Figura 5-31: Gradiente térmico en la dirección del eje y para una distribución de porosidad concentrada en la parte inferior de la capa

El tensor de conductividad térmica para los tres tipos de distribución se puede ver en la figura 5-32, de igual manera que para el experimento con distribución uniforme la conductividad térmica disminuye con el aumento del porcentaje de porosidad. Los valores de conductividad térmica del tensor se superponen para las tres distribuciones seleccionadas por que para esta la figura mostrada solo dependen del porcentaje de porosidad. En esta grafica, que no está influencia por la distribución, los valores de las conductividades térmicas en la dirección del eje x para cilindros orientados perpendicular al flujo de calor (k_x-90°), para la distribuciones Superior, Centro e Inferior son similares entre sí. Esto se repite para el modelo de esferas y para el modelo de cilindros orientados paralelos al flujo de calor. Las imágenes presentadas anteriormente para las tres distribuciones, se seleccionaron con una media del 10 % de porosidad, de estas muestras los valores del tensor de conductividad térmica son muy aproximados, debido a que la media de porosidad fue igual para las tres y los modelos para el calculo de la conductividad térmica fueron los mismos. No es posible determinar como influencia la porosidad la conductividad térmica sin tener en cuenta como se distribuye la porosidad en la muestra, ya que su posición en la capa cerámica es la que

determina su capacidad aislante y como se distribuyen los campo de temperatura.

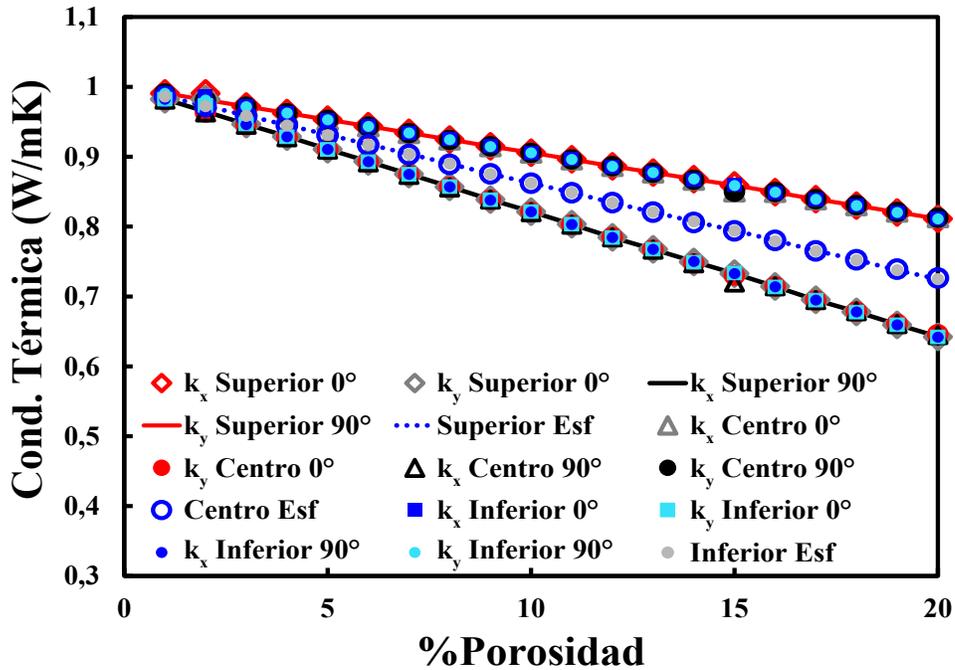


Figura 5-32: Comportamiento del tensor de conductividad térmica en función del porcentaje de porosidad para las tres distribuciones.

De estos experimentos también se obtuvo la variación de la temperatura con la porosidad. En la figura 5-33 la temperatura en el borde inferior de la capa cerámica de cada una de las distribuciones varía en función de la porosidad. La distribución con menor temperatura mínima corresponde a la distribución concentrada en el borde inferior. La porosidad concentrada en el borde inferior se comporta como una resistencia mayor. En la figura 5-34, se puede observar con varía el flujo de calor en función de la distribución a lo largo del eje y. En esta grafica se puede el flujo de calor disminuye cuando atravieza una zona altamente porosa y aumenta en las zonas mas densas. Para la distribución superior el flujo de calor comienza menor en la parte superior de la muestra, debido a la porosidad y a medida que la porosidad disminuye este comienza a aumentar hasta el borde inferior de la muestra. En la distribución central se observa en el centro de la muestra grandes oscilaciones, picos de muy bajo flujo de calor y picos de alto flujo, como se ha mencionado anteriormente, el flujo esta directamente afectado por el tensor de conductividades térmica y el gradiente de temperatura, el tensor está en función de la porosidad y la porosidad al ser una variable aleatoria puede cambiar de zonas de baja a alta porosidad en la zona central. Por lo tanto, estos picos muestra, como el flujo varía de zonas de alta porosidad a baja porosidad en el centro de la muestra. En la distribución inferior, la magnitud del flujo de calor es alta al entrar en la muestra y por el efecto de la porosidad se va atenuando. En promedio el flujo de calor para la distribución

superior es de 336000 W/m^2 , para la distribución centro el promedio es de 337000 W/m^2 y para la distribución inferior de porosidad el flujo calor promedio es de 322000 W/m^2 , por esta causa es que la distribución inferior ofrece más capacidad de aislamiento que las otras distribuciones seleccionada. El modelo de cilindros orientados paralelos al flujo de calor (Superior 0° , Inferior 0° y Centro 0°) presenta mejores valores de aislamiento con relación a los otros modelos de conductividad.

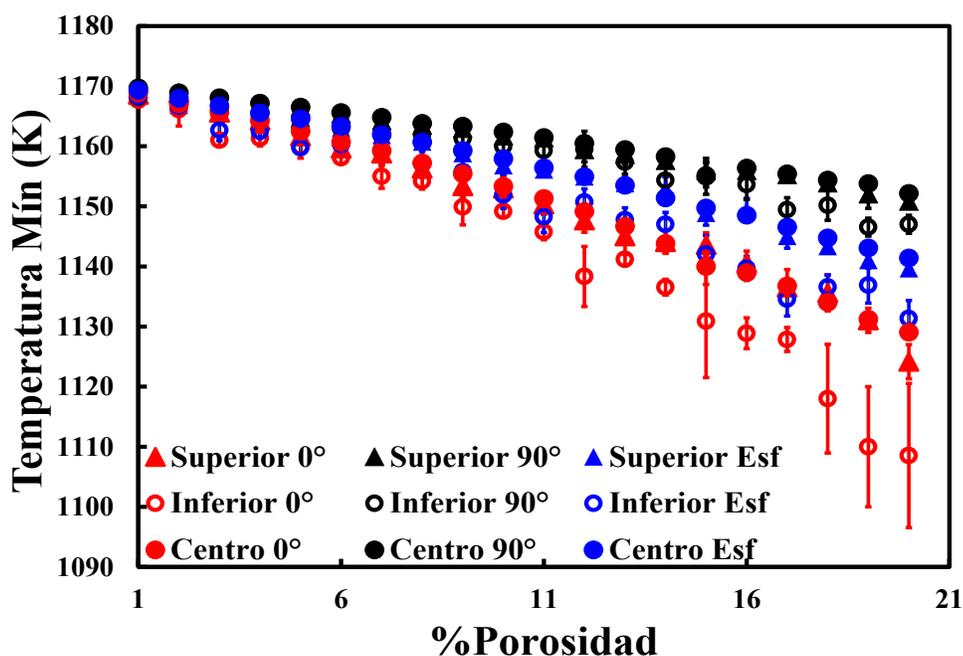


Figura 5-33: Temperatura mínima en función de las tres distribuciones de posición para la porosidad

Al comparar los resultados de temperatura mínima de la distribución uniforme y la distribución concentrada en el borde inferior, la temperatura mínima es menor en la distribución uniforme, con esto podríamos deducir que es más recomendable una distribución uniforme de porosidad en la capa cerámica que tener una acumulación de poros en alguna región. La razón principal para esto es que una acumulación de poros en la región cercana a uno de los bordes puede actuar en la práctica de manera similar a una grieta, la cual sería útil para limitar el flujo de calor pero traería muchos inconvenientes desde el punto de vista de la respuesta mecánica y tribológica del sistema TBC pues podría promover el desprendimiento de la barrera térmica.

En la figura 5-35 el ΔT para las tres distribuciones de porosidad, al aumentar el porcentaje de porosidad, aumenta el ΔT . Para el modelo de conductividad térmica de cilindros orientados paralelos al flujo de calor (Superior 0° , Centro 0° e Inferior 0°) se obtiene el ΔT más alto

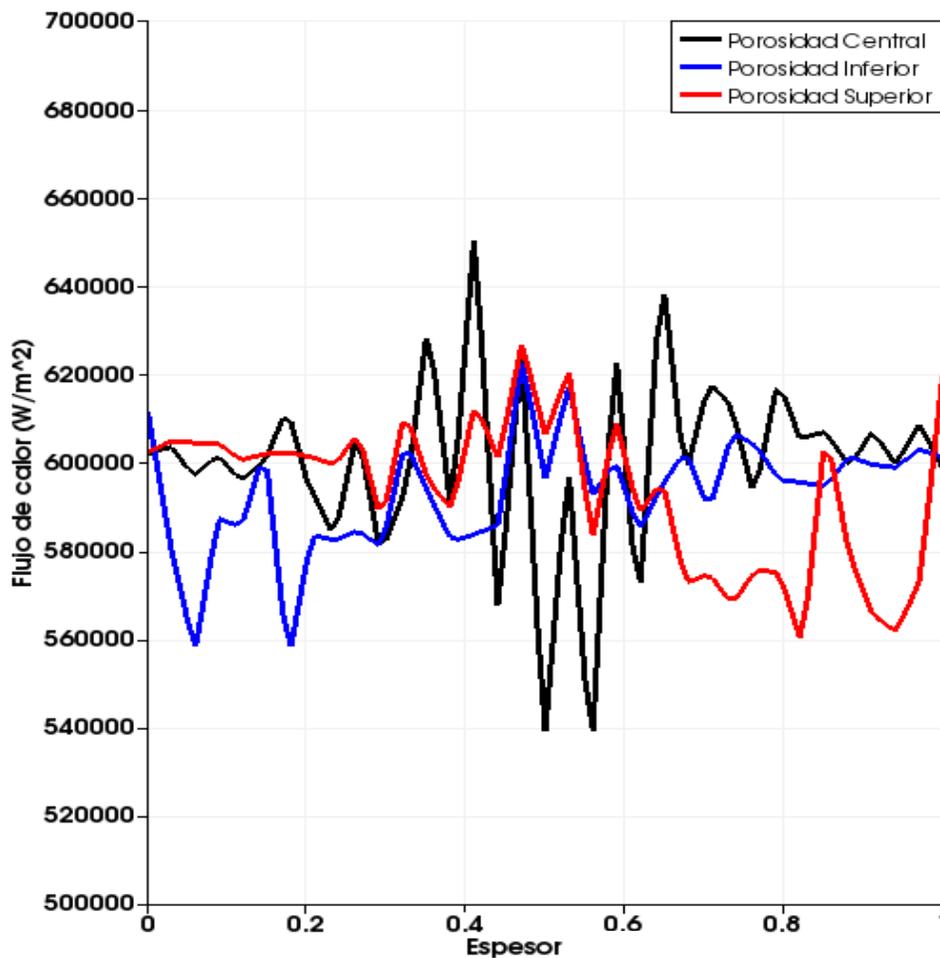


Figura 5-34: Flujo de calor para las tres distribuciones de porosidad Superior, Centro e Inferior, para un 10 % porosidad

y de estas tres distribuciones, la porosidad concentrada en el borde inferior es mayor, aunque para estos resultados los valores están muy ajustados entre sí. Este resultado es congruente con el obtenido para la temperatura mínima de las tres distribuciones. Al comparar estos resultados con el obtenido para una distribución uniforme se puede ver que para la distribución uniforme de porosidad, el ΔT es mucho mayor al obtenido para una distribución concetrada en el borde inferior.

Para las cuatro distribuciones estudiadas se obtuvieron valores de conductividad térmica similares, debido a su dependencia con el porcentaje de porosidad. De acuerdo con esto se pudo verificar que la distribución de porosidad afecta la capacidad aislante de cada sistema y para las distribuciones estudiadas se puede concluir que la distribución homogénea proporciona un mejor aislamiento al sustrato.

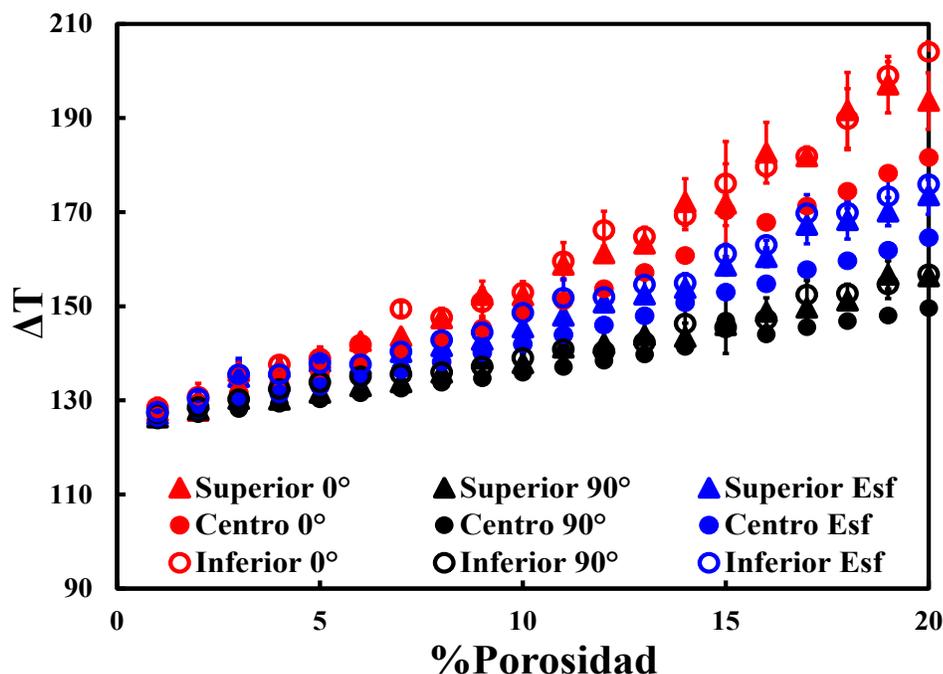


Figura 5-35: ΔT en función de las distribuciones de las tres distribuciones de posición para la porosidad

5.3. Conductividad térmica en función de la distribución y orientación real

El siguiente conjunto de experimentos fue diseñado para analizar el comportamiento de las propiedades térmicas en función de distribuciones reales y forma de poros reales. Se obtuvieron del Grupo de Tribología y Superficies 3 muestras de barrera térmica de YSZ aplicada por APS, de estas se extrajeron una serie de imágenes para reconstruir una sección transversal de la TC. Posteriormente se realizó el análisis digital de imágenes y la información obtenida se ingresó al simulador. En este se calculó la conductividad térmica de la capa cerámica en función de la distribución real y la forma de los poros obtenidos por APS. Para el tensor de conductividades térmicas se usaron los modelos de esferas [76], el modelo de cilindros [75] y posteriormente una combinación de estos modelos.

Las condiciones de entrada del modelo con porosidad real son iguales a las usadas en los primeros experimentos, la principal diferencia es el tamaño de la sección transversal del cerámico, $263 \times 2200 \mu\text{m}^2$. Las propiedades para la fase porosa y para la fase densa también se toman de las tablas 4-2, 4-3. Se usó el valor de conductividad térmica 1 W/mk para la YSZ densa [37]. La cantidad de porosidad se varía aproximadamente entre 13-16%. El esquema del modelo se muestra a continuación en la figura 5-36.

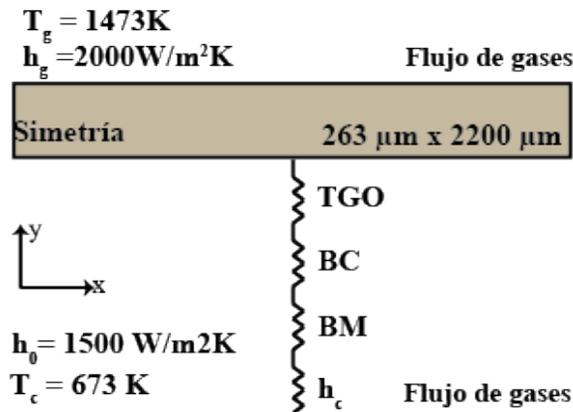


Figura 5-36: Modelo para experimentos de distribuciones reales de porosidad

Con las imágenes obtenidas del SEM se reconstruye una sección transversal de la capa cerámica con las dimensiones ya especificadas. Posteriormente se binariza la sección transversal, ver figura 5-37 y se obtiene una matriz de alrededor 20 millones de píxeles. Cada pixel representa un nodo en el dominio discretizado. Realizar cálculos con RBF en esta cantidad de nodos no es viable, por lo que se le reduce resolución a la imagen original.

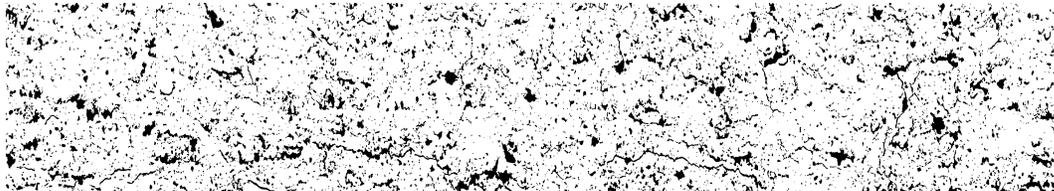


Figura 5-37: Imagen reconstruida de la sección transversal del recubrimiento térmico por APS



Figura 5-38: Imagen obtenida del simulador de la interpolación de la porosidad real de 13.06 %

El simulador lee la información de la malla y discretiza el dominio con la fase densa y la fase porosa. El dominio obtenido se muestra en la imagen 5-38. Esta imagen es de menor resolución, pero aún así es capaz de capturar la mayoría de los defectos microestructurales obtenidos en la aplicación por APS. De acuerdo con la metodología se le asignó a cada fase un porcentaje de porosidad, con una función de distribución uniforme. Se calculó la

conductividad térmica de acuerdo a la forma predeterminada de la porosidad, porcentaje y distribución de la porosidad en la muestra. En la figura 5-39 se muestra los valores del tensor de conductividad para el modelo de cilindros orientados perpendicular al flujo de calor.

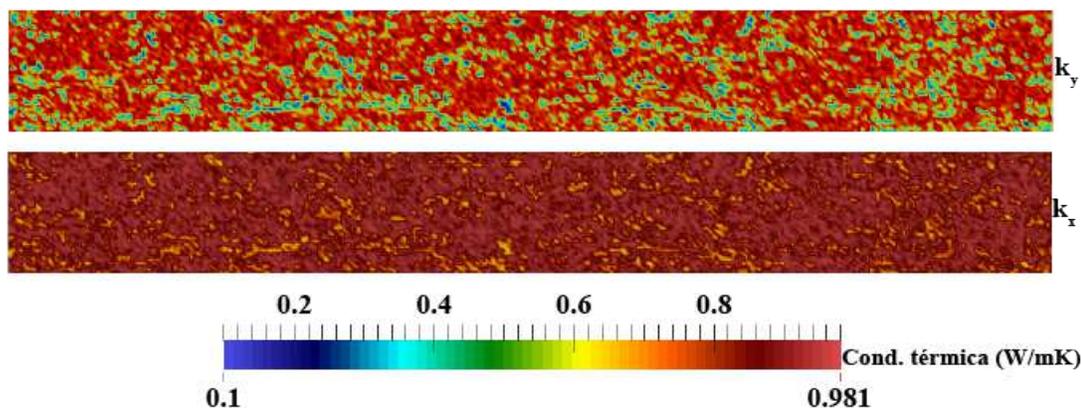


Figura 5-39: Imagen del tensor de conductividades calculado con el modelos de cilíndros perpendiculares al flujo de calor para la porosidad real de 13.06 %

El intervalo de variación del tensor de conductividad va desde 0.1 W/mK a 0.981 W/mK (figura 5-39). En la parte superior de la imagen está el mapa de la conductividad térmica en la dirección de eje y y en la parte inferior en la dirección del eje x . Los poros se pueden identificar en ambas imágenes en las zonas donde la conductividad térmica disminuye. En las cercanías al poro la conductividad térmica comienza a cambiar, disminuyendo en los contornos alrededor del poro. A medida que se acerca al poro la conductividad térmica es menor. En la dirección del eje y , la conductividad térmica de estos contornos es de aproximadamente en 0.65 W/mK, hasta llegar al poro, mientras que en la dirección del eje x , la conductividad es de aproximadamente 0.8 W/mK.

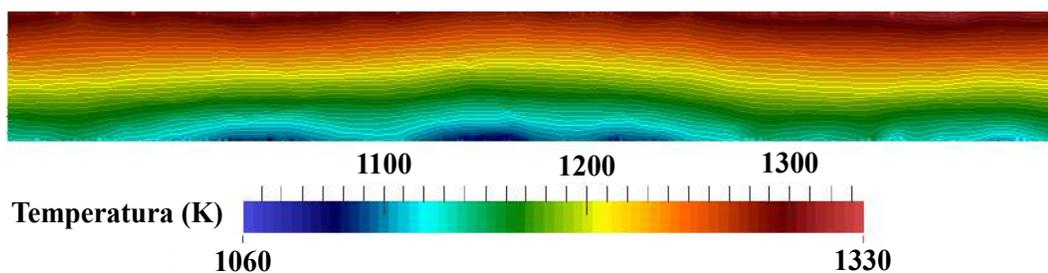


Figura 5-40: Imagen de los isocontornos del campo de temperatura formado por la presencia de la porosidad %

En la figura 5-40 la temperatura varía en función de la forma y la distribución de porosidad en la TC. Las bandas de temperatura se distorsionan a lo largo del eje x por la presencia

de los poros. El ΔT obtenido para esta distribución fue de 190° aproximadamente. Para los experimentos realizados anteriormente el ΔT obtenido para una distribución uniforme generada aleatoriamente por el simulador fue de aproximadamente 146° . Esto permite concluir que una distribución de porosidad real obtenida con la técnica de APS, es más efectiva para aislar calor que una distribución teórica uniforme.

En la figura 5-41 la conductividad térmica cae en función de la porosidad para los diferentes modelos de conductividad térmica empleados, este comportamiento es similar al reportado en la literatura [33, 35, 45, 46], donde experimentalmente y mediante el calculo numérico muestran como la conductividad se reduce con el aumento de porosidad, distribución y orientación. Además de usar los modelos de esferas y cilindros, se hizo combinaciones de ambos modelos. En la combinación 1 se empleó el modelo de esferas para la fase densa y el modelo de cilindros orientados perpendicular al flujo de calor para la fase porosa. En la combinación 2 se usó el modelo de esferas para la fase densa y el modelo de cilindros orientados paralelos al flujo de calor y la combinación 3 se usó el modelo cilindros paralelos al flujo de calor para la fase densa y el modelo de cilindros perpendiculares al flujo de calor para la fase porosa.

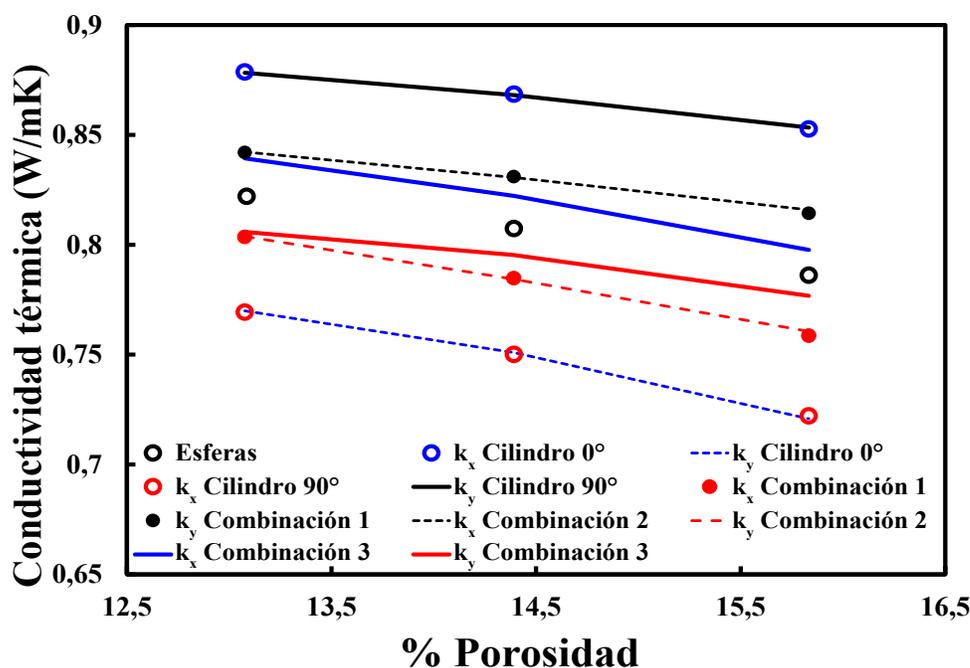


Figura 5-41: Tensor de conductividad térmica para las 3 muestras de YSZ aplicadas con APS

Para una distribución real de porosidad, los modelos empleados varían de acuerdo a lo observado en los anteriores experimentos. El tensor de conductividad térmica con el modelo de cilindros orientados perpendicular al flujo de calor (Cilindro 90°), en la dirección del eje x

tiene el menor valor de conductividad de todas las distribuciones y como efecto complementario la mayor conductividad en el eje y . Los valores de conductividad de la combinación 1 y 2 se superponen, ya que solo se cambió la orientación en la fase porosa. Los valores de la conductividad térmica en la dirección del eje x y y para la combinación 3 disminuyen con diferente velocidad, para k_x se ve un poco más rápida que para k_y .

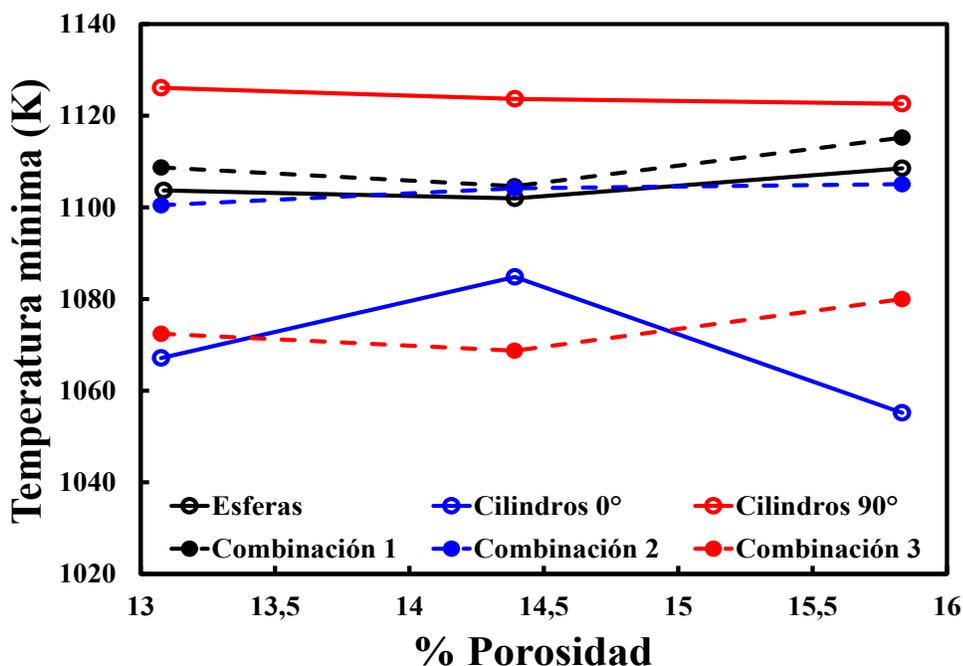


Figura 5-42: Temperatura mínima vs. porosidad para las 4 muestras de YSZ aplicadas con APS

En la figura 5-42 la temperatura mínima cae con el aumento de porosidad para el modelo de cilindros orientados perpendicular al flujo de calor, mientras que para los modelos de esferas, combinación 1, combinación 2 y combinación 3 la tendencia es a aumentar la temperatura. Para el modelo orientado paralelo al flujo de calor, crece para una porosidad de 14.39% y vuelve a caer, este aumento y caída de temperatura con el aumento de porosidad se debe principalmente a la distribución de la porosidad, como se puede ver en 5-43, el aumento de la porosidad no está distribuido en la muestra, si no que se concentra en zonas, en estas zonas la conductividad térmica cae, pero hay otras zonas más densas que constituyen un camino para que la velocidad del flujo de calor aumente y se vea reflejado en el aumento de la temperatura. El modelo de cilindros paralelos al flujo de calor es más sensible a este fenómeno, ya que el vertical del cilindro queda paralelo al flujo de calor y al tener mayor conductividad térmica. De acuerdo a los resultados de los anteriores experimentos se podría concluir que el modelo que mejor representa la porosidad de un sistema TBC depositado por APS es el modelo de cilindros orientados perpendicular al flujo de calor. Aunque esta sea la

primera aproximación, es lógico utilizar este modelo ya que las grietas como poros poseen esta misma orientación.



Figura 5-43: Imagen obtenida del simulador para una porosidad real de 14.39 % depositada por APS, muestras obtenidas del GTS[96]



Figura 5-44: Imagen obtenida del simulador para una porosidad real de 15.83 % depositada por APS, muestras obtenidas del GTS[96]

En la figura 5-45 el ΔT aumenta con el aumento del porcentaje de porosidad, para los modelos de cilindros paralelos, perpendiculares y esferas. Para el sistema combinación 2 el ΔT permanece casi constante con la variación de porosidad. Y para las combinaciones 1 y 3 el ΔT aumenta aproximadamente 20° y vuelve a caer. El modelo de cilindros perpendiculares se aproxima más a tener un ΔT en el que cae un 1° por cada micra, con una porosidad del 15 %.

El modelo de porosidad se ajustó a la porosidad real de la barrera térmica y por lo tanto fue posible calcular la conductividad térmica y temperatura para la barrera térmica depositada con APS. De acuerdo con estos resultados, los valores de conductividad térmica varían en función del porcentaje de porosidad y la distribución de la porosidad. Los valores de conductividad térmica calculados con los diferentes tensores de conductividad térmica se ajustan a los datos reportados en la literatura para conductividad térmica para barreras térmicas depositadas con APS, pero para estas muestras específicas no se tienen valores experimentales de difusividad térmica.

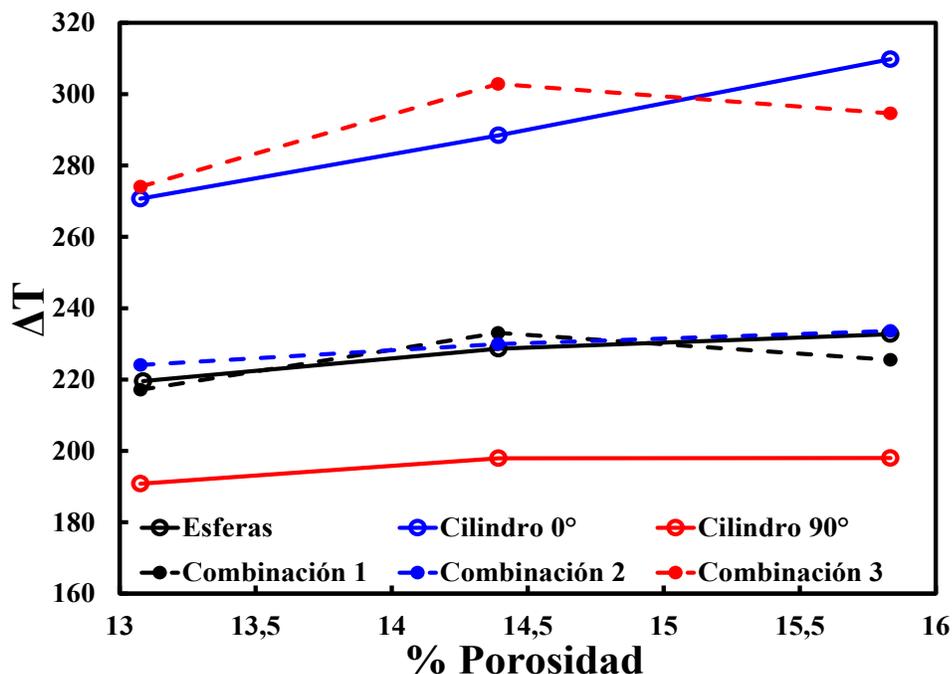


Figura 5-45: ΔT vs. porosidad para las 3 muestras de YSZ aplicadas con APS

5.4. Validación del modelo de conductividad térmica con datos experimentales

Para poder validar los valores de conductividad térmica obtenidos en el simulador, se extrajo de la literatura información de conductividad térmica en función de la porosidad para un sistema de barrera térmica aplicada por APS. De acuerdo con la metodología planteada en la sección 4, a continuación se muestran los resultados obtenidos en el simulador para conductividad térmica en función de la porosidad.

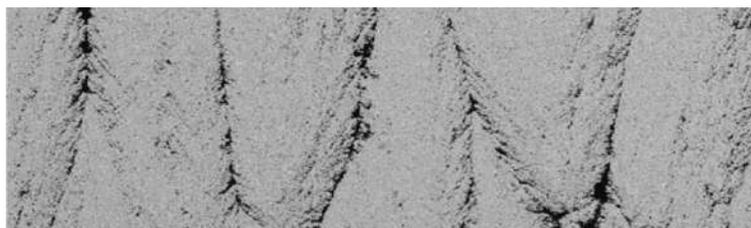


Figura 5-46: Imagen de capa cerámica aplicada con APS [22]

Del artículo extrajeron imágenes que contienen 3 porcentajes de porosidad diferentes. Como se había mencionado anteriormente no será posible hacer un análisis estadístico, puesto que no se publican más imágenes del experimento. Estas imágenes pasan por un procesamiento

antes de ser usadas. Como se puede ver en la figura 5-46, la imagen que se va a usar como entrada de porosidad no posee la morfología superior vista en la figura 4-15, esto se realiza principalmente con el fin de normalizar el área de las tres muestras, ya que tienen dimensiones diferentes.

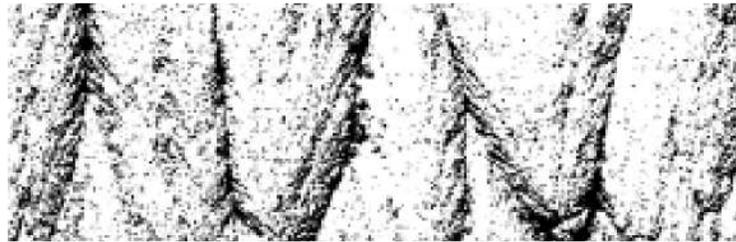


Figura 5-47: Imagen binarizada de porosidad de la capa cerámica aplicada con ASPS

Las imágenes extraídas pasan el proceso de binarización y posteriormente de cambio de resolución. El modelo de porosidad es aplicado a la matriz obtenida y los valores de porosidad corresponden con los valores de conductividad térmica calculado en el simulador. El dominio de la porosidad obtenida con el simulador se puede ver en la figura 5-47. El dominio captura la mayoría de las características morfológicas como la estructura columnar y los pequeños poros circulares de la capa cerámica. Para calcular el tensor de conductividad térmica se usó el modelo de esferas [76] y el modelo de cilindros [75].

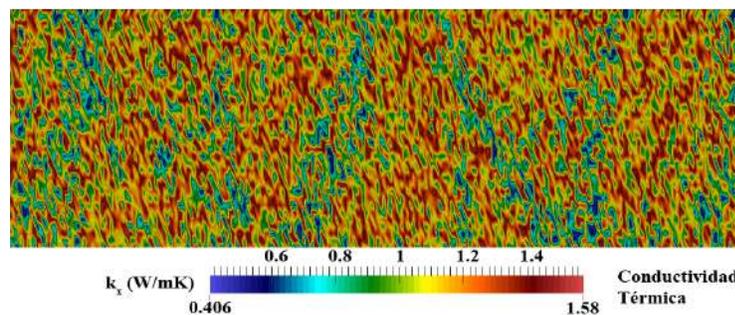


Figura 5-48: Imagen del tensor de conductividad térmica de esferas para la capa cerámica aplicada con ASPS

En la imagen **5-48** se puede ver el tensor de conductividades para el modelo de esferas. El rango de conductividades varía entre 0.406 - 1.58 W/mK. En la figura las zonas porosas, hay una correspondiente caída de conductividad térmica de 0.406 W/mK y en los contornos que se forman alrededor de estas zonas la conductividad térmica va aumentado a aproximadamente 0.9 W/mK. Las estructuras columnares se ven definidas con los correspondientes valores de conductividad térmica.

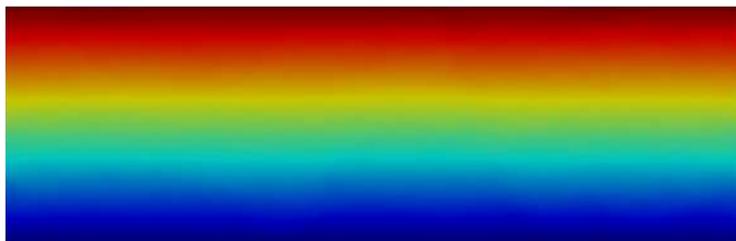


Figura 5-49: Campo de temperatura para capa cerámica aplicada por ASPS

Las condiciones de entrada del modelo en la frontera superior de temperatura alta de 1473 K y en el borde inferior es de temperatura baja 673 K, por lo tanto, no es posible identificar como varía la temperatura con esta distribución de porosidad, en la imagen **5-49** se puede ver los campos de temperatura obtenidos. La variación de la conductividad térmica en función de la porosidad real para las 3 muestras se puede ver en la figura **5-50**.

En esta gráfica **5-50** se puede observar que la temperatura cae con el aumento de la porosidad para los tres modelos de conductividad térmica. El modelo de conductividad de esferas [76] tiene muy buen ajuste con los valores de conductividad térmica obtenidos experimentalmente. Como se vió en la metodología, con el método de aplicación ASPS se obtiene una red porosa con forma circular preferente, esta podría ser una de las razones por las cuales el modelo de conductividad de esferas se ajusta mejor que el modelo de cilindros. Esto nos permite concluir que el simulador se puede adaptar a cualquier tipo de porosidad y dar un resultado ajustado con la conductividad térmica del sistema. Es importante notar que para cada una de las distribuciones reales de porosidad fueron evaluados los tres modelos de conductividad seleccionados inicialmente y estos se puede elegir cual se ajusta mejor con los datos disponibles. Sobre las observaciones hechas se puede concluir que la selección del modelo de conductividad térmica tiene una relación con la forma de porosidad predilecta de la muestra.

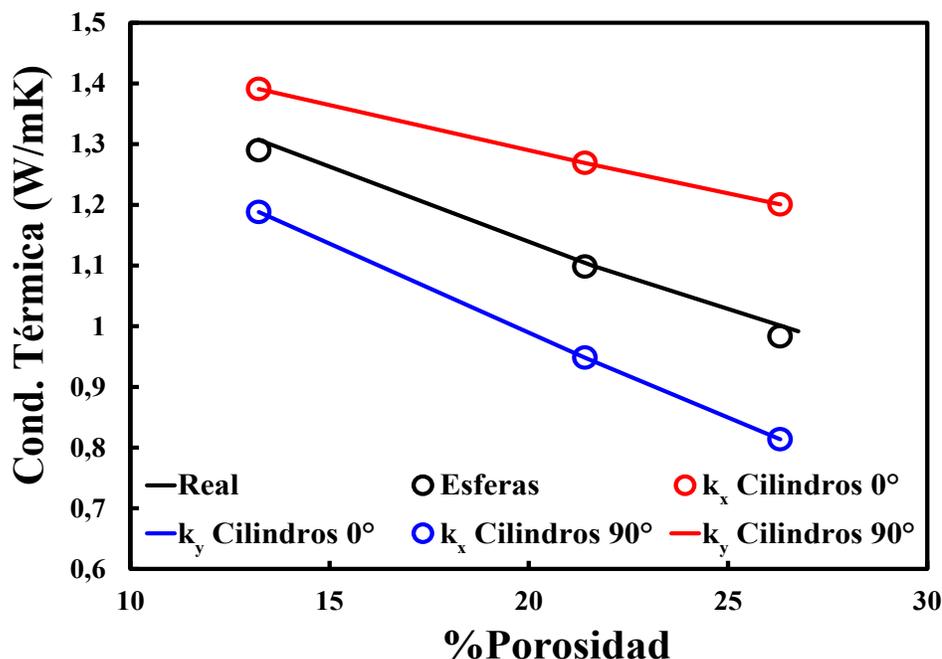


Figura 5-50: Comparación de Conductividad térmica vs Porosidad del simulador y de datos reales

5.5. Efecto de daños superficiales en los campos de temperatura del sistema

Para estudiar la influencia de un daño en el borde superior de la capa cerámica de YSZ en relación con su capacidad aislante, se realizaron 15 experimentos en los que se varió el área del daño. El área de la capa cerámica es de $200 \times 1000 \mu\text{m}^2$, con una distribución uniforme de porosidad, con media del 3%. Las condiciones de entrada del modelo son iguales a las usadas en los anteriores experimentos, con flujo de gases de combustión a alta temperatura en la parte superior, flujo refrigerante en la parte inferior del sistema multicapa. Se seleccionó el modelo de esferas [41] para calcular el tensor de conductividades y el modelo 4-7 para hallar los campos de temperatura. Se hicieron 5 corridas experimentales para cada sistema, un sistema sin muesca y los otros 14 sistemas con las siguientes dimensiones de muesca $20 \times 100 \mu\text{m}^2$, $30 \times 150 \mu\text{m}^2$, $40 \times 200 \mu\text{m}^2$, $50 \times 250 \mu\text{m}^2$, $60 \times 300 \mu\text{m}^2$, $70 \times 350 \mu\text{m}^2$, $80 \times 400 \mu\text{m}^2$, $90 \times 450 \mu\text{m}^2$, $100 \times 500 \mu\text{m}^2$, $110 \times 550 \mu\text{m}^2$, $120 \times 650 \mu\text{m}^2$, $130 \times 700 \mu\text{m}^2$ y $140 \times 750 \mu\text{m}^2$.

En el primer experimento, figura 5-51, las bandas de temperatura son planas para el sistema sin muesca y distribución uniforme de porosidad del 3% porosidad. El rango de variación de la temperatura es de 1160 K a 1300 K.

Para los siguientes experimentos a la capa plana de YSZ se le saca una porción para simular

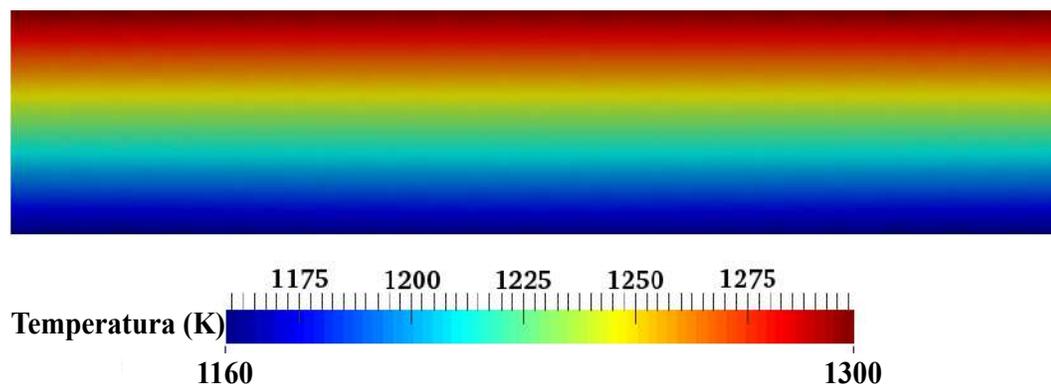


Figura 5-51: Campos de temperatura con una distribución uniforme de porosidad del 3% sin muesca

una muesca. Se conserva una porosidad de 3% distribuido homogéneamente. Por lo tanto, estos experimentos no simulan un impacto sobre el borde la capa cerámica, estos experimentos quieren representar el desprendimiento de la capa cerámica, sin que el desprendimiento esté influenciado por la presencia de una grieta. Es un dominio homogéneo con una frontera no plana. En la figura 5-52, se observa el dominio con una muesca de $20 \times 100 \mu\text{m}^2$, con una porosidad homogénea.

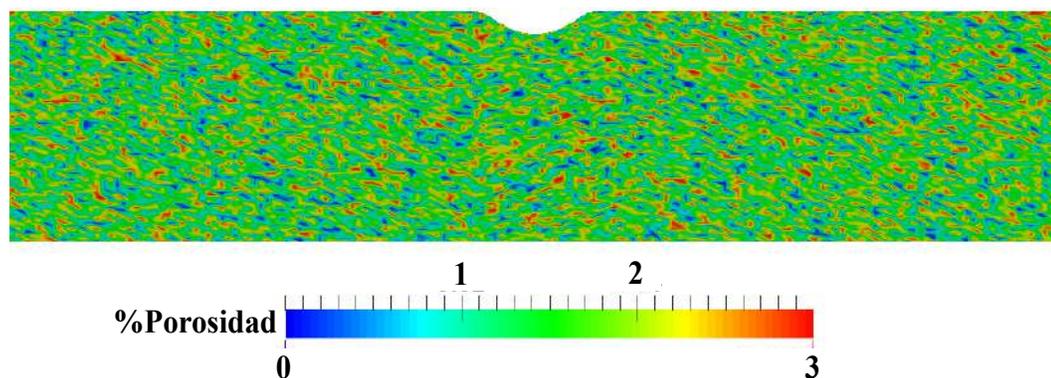


Figura 5-52: Distribución uniforme de porosidad del 3% para una capa cerámica con muesca

En la figura 5-53 se puede observar como varían los campos de temperatura por efecto de la muesca. A medida que se aumenta el área de la muesca, 5-54, 5-55, 5-56, 5-57, 5-58, 5-59, 5-60, 5-61, el borde superior de la capa cerámica comienza a calentarse. El aumento de temperatura no se da en bandas, si no que se empieza a tomar la forma de la muesca. A medida que la muesca crece, el punto mas bajo de muesca presenta mayor temperatura. Para una profundidad de $100 \mu\text{m}$, el cambio de temperatura en la capa cerámica no es muy significativo y además en el borde inferior la máxima temperatura es 1200 K aproximadamente.

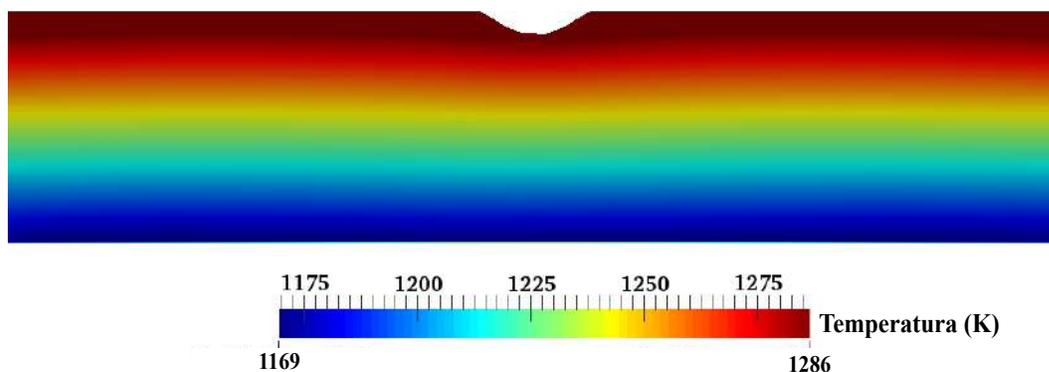


Figura 5-53: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de $20 \times 100 \mu\text{m}^2$.

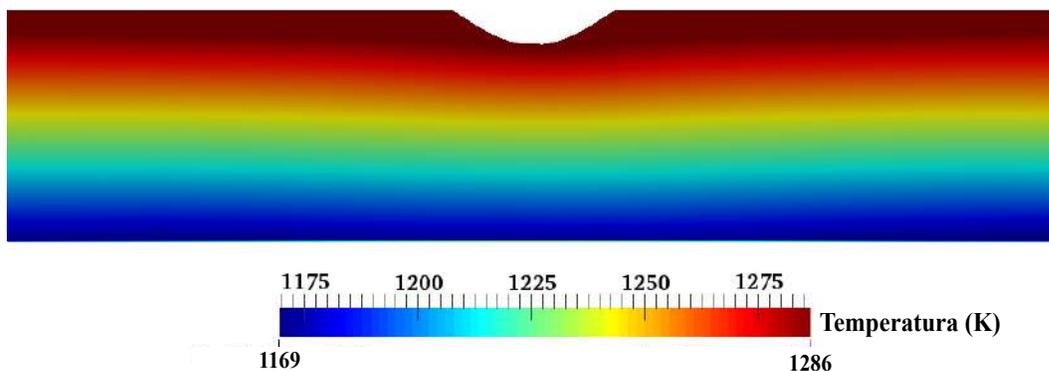


Figura 5-54: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de $30 \times 150 \mu\text{m}^2$.

Si se compara el ΔT de capa cerámica sin muesca, que es 140° , con la muestra que tiene una muesca de $100 \mu\text{m}$ de profundidad (figura 5-61), el ΔT en la mitad de la capa cerámica disminuye hasta 70° aproximadamente, esto representa el 50 % de su capacidad aislante. En estas figuras también se puede observar que a medida que la muesca se hace más grande, el ΔT en la mitad de la muestra disminuye y como consecuencia disminuye la capacidad de aislar calor.

En las muestras 5-62, 5-63, 5-64, 5-65 y 5-66, la disminución de la capacidad aislante debido a la presencia de la muesca es más significativo. Para la muesca de $150 \mu\text{m}$ de profundidad, el ΔT es menor de 40° , lo que implica una pérdida de capacidad de aislamiento del 75 %, comparada con la muestra sin muesca. Una muesca de $150 \mu\text{m}$ implica un gran desprendimiento de la barrera térmica, por que debería ser reparado de manera inmediata. Tener un conocimiento básico del cual puede ser la capacidad de aislamiento de una barrera que sufre

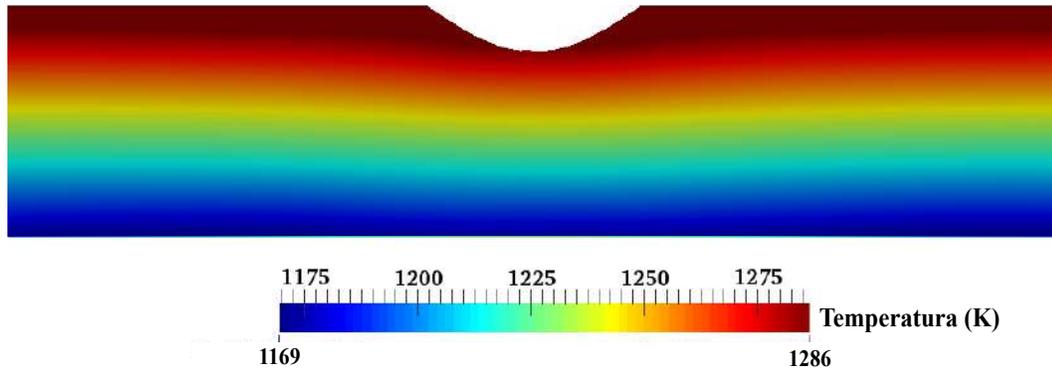


Figura 5-55: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 40 x 200 μm^2 .

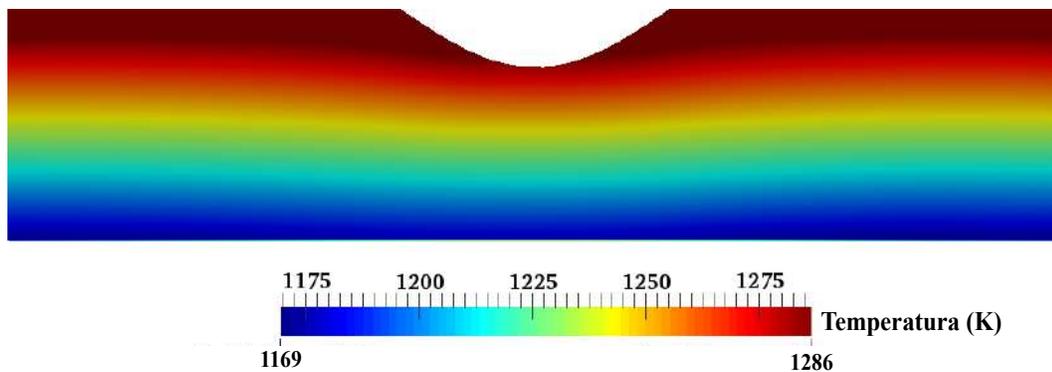


Figura 5-56: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 50 x 250 μm^2 .

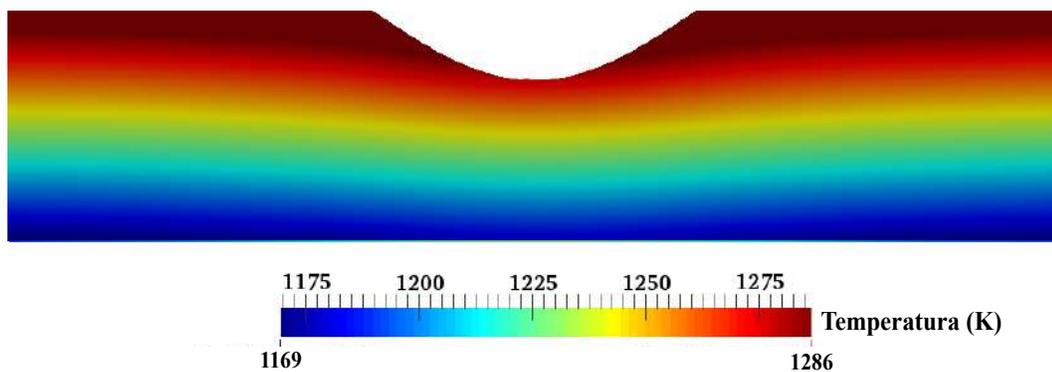


Figura 5-57: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 60 x 300 μm^2 .

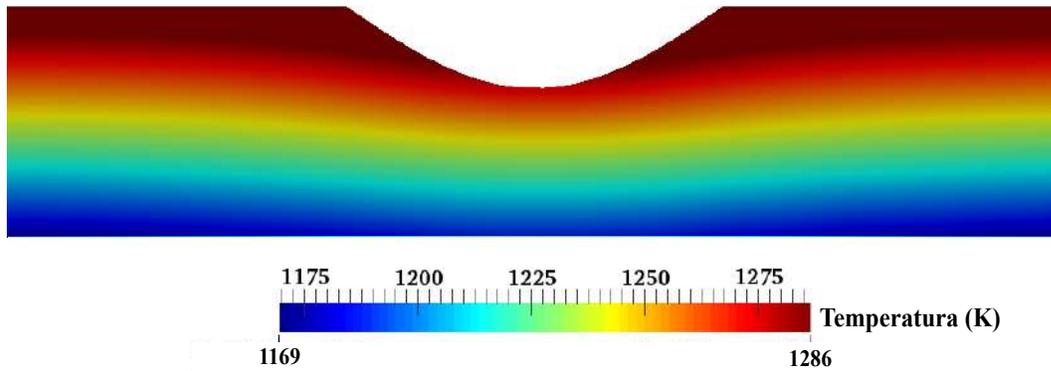


Figura 5-58: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 70 x 350 μm^2 .

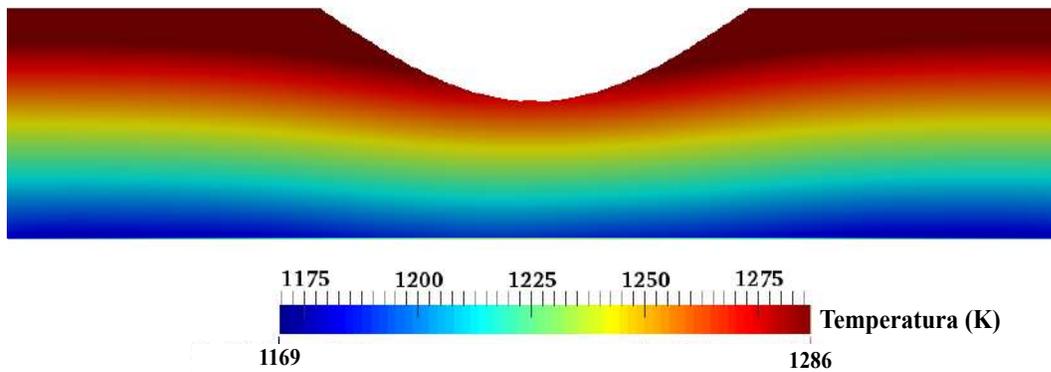


Figura 5-59: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 80 x 400 μm^2 .

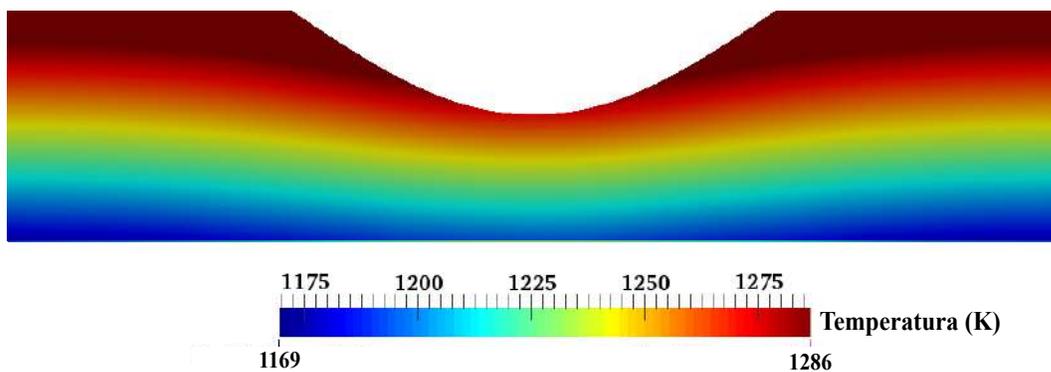


Figura 5-60: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de 90 x 450 μm^2 .

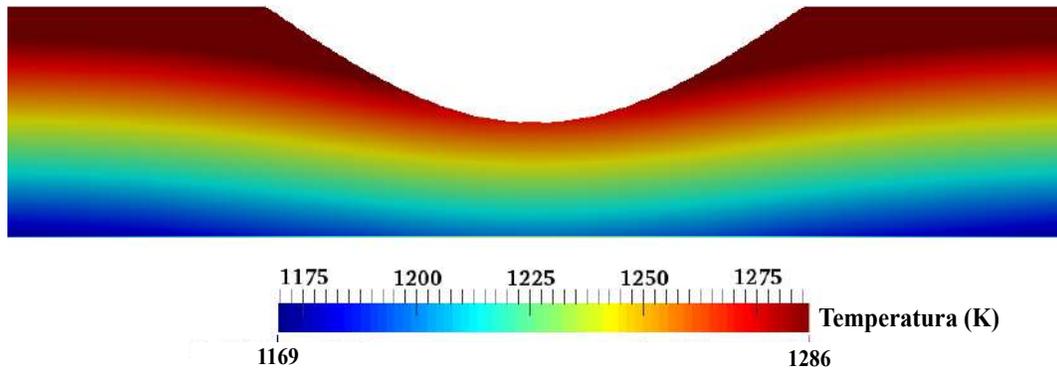


Figura 5-61: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de $100 \times 500 \mu\text{m}^2$.

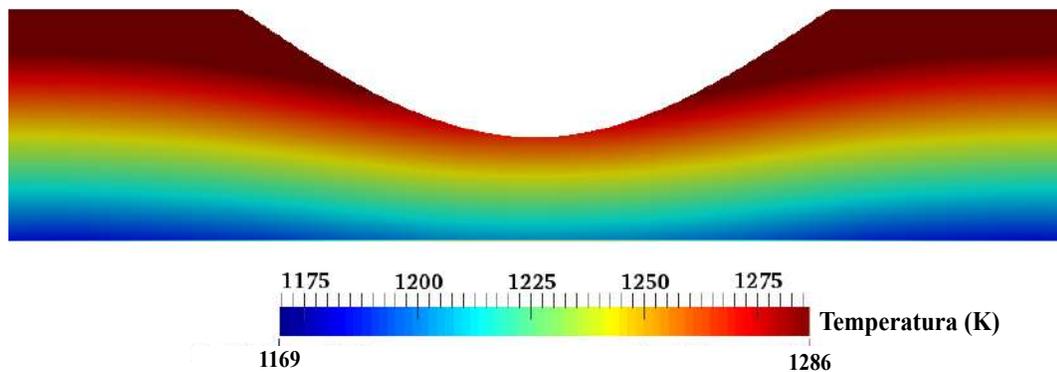


Figura 5-62: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de $110 \times 550 \mu\text{m}^2$.

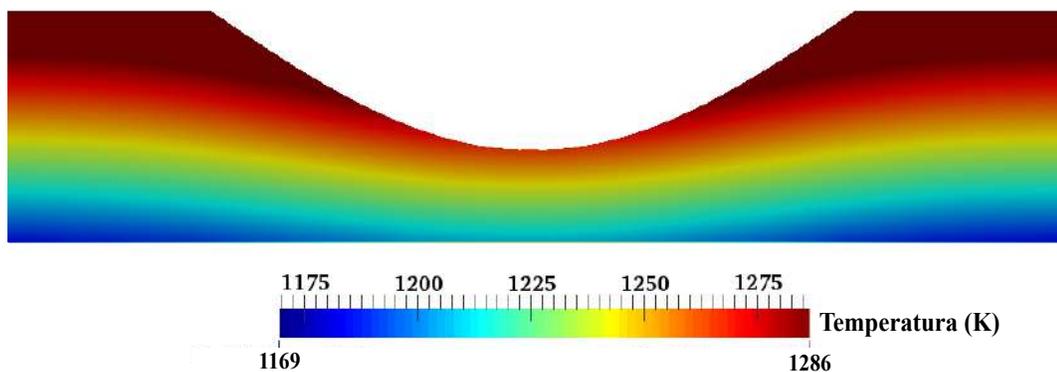


Figura 5-63: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de $120 \times 600 \mu\text{m}^2$.

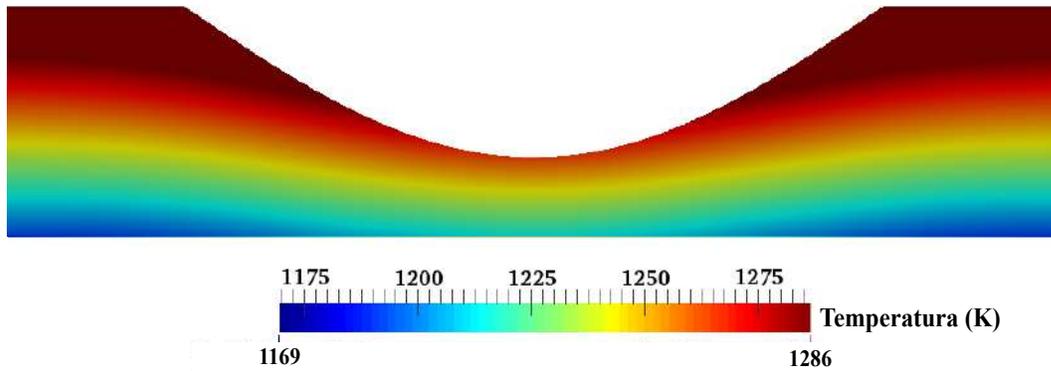


Figura 5-64: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de $130 \times 650 \mu\text{m}^2$.

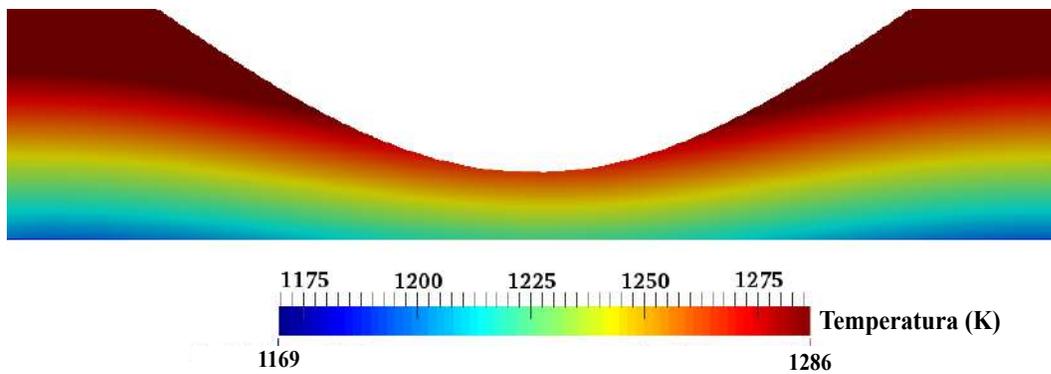


Figura 5-65: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de $140 \times 700 \mu\text{m}^2$.

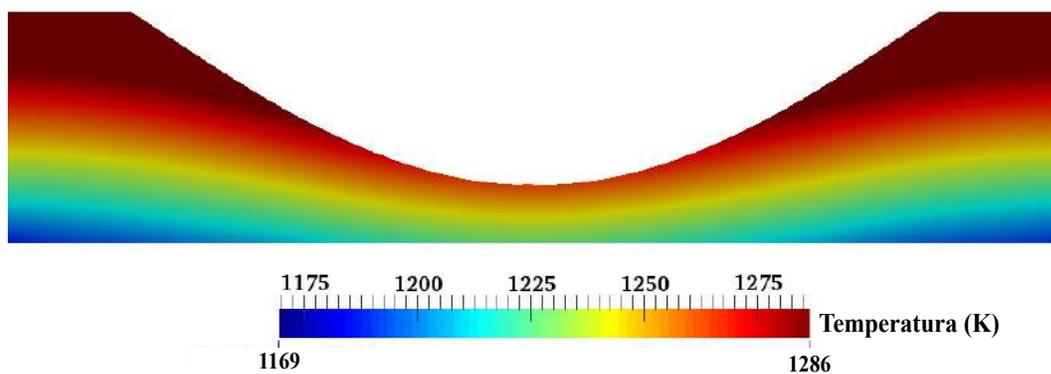


Figura 5-66: Temperatura vs posición desde el borde inferior de la muestra hasta la muesca con dimensiones de $150 \times 750 \mu\text{m}^2$.

desprendimiento, permitiría realizar planes de mantenimiento, en el que se puede aprovechar la barrera térmica, sin que se incurra en un daño del metal base.

En general para todos los experimentos, la temperatura en el borde inferior aumenta 10° con respecto a la distribución de temperaturas inicial. A medida que aumenta el tamaño de la muesca, la temperatura del borde inferior varía no homogéneamente. El aumento de temperatura en la zona cerca de la muesca es mayor, lo indica que el sustrato en ese punto está a mayor temperatura, por lo sería probable que ahí comenzará a fallar. De igual manera la muesca afecta la distribución de temperatura al interior de la capa, cerca de la muesca el aislamiento es menor, a medida que se aleja de esta zona el aislamiento mejora, pero de igual manera el gradiente de temperatura está afectado.

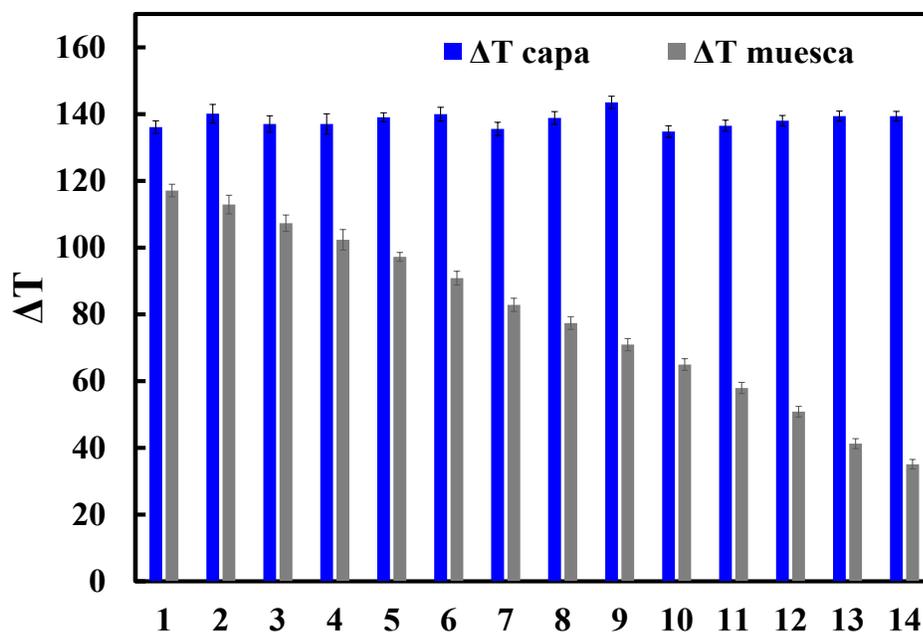


Figura 5-67: Variación del ΔT en la muesca en comparación con el ΔT en otra zona de la cerámica. Nomenclatura de la gráfica 1 corresponde a $20 \mu\text{m}$ de profundidad, 2:30 μm , 3:40 μm , 4:50 μm , 5:60 μm , 6:70 μm , 7:80 μm , 8:90 μm , 9:100 μm , 10:110 μm , 11:120 μm , 12:130 μm , 13:140 μm , 14:150 μm .

Con estos experimentos también se pudo analizar la variación del ΔT de la capa cerámica con la inclusión de la muesca. En la figura 5-67 se hace una comparación del ΔT de la zona de muesca con el ΔT de la zona plana o sin muesca. En la figura para los 14 experimentos, el ΔT de la zona sin muesca varía cerca de los 140° , esto corresponde con el valor inicial sin muesca. Y a medida que la muesca aumenta en tamaño el ΔT va disminuyendo casi linealmente. El ΔT nos permite determinar la capacidad aislante de la capa cerámica y la figura 5-67 nos

da un indicio de como la capacidad de aislar se reduce con la perdida de espesor en la muesca.

De esta manera se conoce como varían los valores de ΔT en función del espesor de la capa cerámica, lo que nos lleva a determinar cuales dimensiones de daño son admisibles y cuales deben ser reparadas de acuerdo con los criterios de diseño.

6 Conclusiones

La distribución de temperatura obtenida en los diferentes experimentos desarrollados son directamente dependiente de los coeficientes de convección seleccionados como entrada al modelo, de tal manera que al variar el coeficiente de convección de cualquiera de los dos flujos, la respuesta que es el ΔT variaría en la misma relación. Por esta razón fue importante definir las condiciones de entrada al modelo, ya que al ser muy cercanas a los datos reales, las temperaturas halladas con el simulador son muy ajustados a la realidad.

Para las distribuciones de porosidad generadas en el simulador (Uniforme, Superior, Central, Inferior) la conductividad térmica varía en función de la porosidad y de las conductividades térmicas de las fases individuales. Al aumentar el porcentaje de porosidad la conductividad térmica efectiva del sistema disminuye. Al comparar los valores de conductividad térmica de las 4 distribuciones se pudo observar que los valores son muy similares para cada cantidad de porosidad, pero al observar los campos de temperatura para cada distribución se encontró que las distribuciones de la porosidad afectan la capacidad de aislamiento en la capa cerámica. Para la distribución homogénea de porosidad en la capa cerámica la temperatura en el borde inferior es menor comparado con las otras distribuciones, por lo tanto, con esta distribución se aísla mejor el sustrato de las altas temperaturas de los gases de combustión. Pero con las técnicas de aplicación existentes, es difícil generar una distribución de porosidad homogénea.

Los valores de conductividad térmica del tensor varían dependiendo del modelo de conductividad y del porcentaje de porosidad, para el modelo de esferas y una distribución homogénea de porosidad, la conductividad térmica cambia de 1 a 0.72 W/mK. Para el modelo de cilindros orientados paralelos al flujo de calor la reducción de la conductividad en el eje y es de 0.64 W/mK y en la dirección del eje x la reducción es de 0.76 W/mK.

Los modelos de porosidad generados mediante variables aleatorias permitió realizar un estimativo de como la posición y la cantidad de porosidad influenciaba los valores de conductividad térmica y de temperatura en sistemas que se parecen a la capa cerámica. Además, el modelo de porosidad fue posible adaptarlo a la morfología porosa de la capa cerámica depositada con APS y ASPs, aunque es posible adaptarlos a las imágenes de barrera térmica depositada con otras técnicas, donde se obtiene valores de porosidad muy similares al calculado para cada imagen de barrera térmica.

A partir de imágenes de porosidad, de muestras obtenidas en experimentos, se calculó el tensor de conductividad térmica con los modelos de esferas, cilindros y sus combinaciones, y sus respectivos campos de temperatura. El porcentaje de porosidad obtenida con el modelo fue similar a la porosidad de la sección transversal de la TBC depositada con APS. Para dichas distribuciones reales de porosidad se pudo observar que la conductividad térmica varía en función del porcentaje de porosidad y su distribución. Se encontró que muestras con mayor porcentaje de porosidad, la conductividad térmica se elevaba debido a que la porosidad estaba sectorizada y no distribuida, por lo tanto, en los lugares con menos porosidad o totalmente densas se convirtieron en caminos para que el flujo de calor avanzara más rápidamente.

Los campos de distribución de la conductividad térmica y temperatura varían en función de la porosidad real. De acuerdo con estos resultados es posible conocer los valores de conductividad térmica con exactitud en la capa cerámica, en cercanías al poro, en el poro o en la fase densa. Y de igual manera identificar como la distribución real y la forma de la porosidad afecta el aislamiento térmico en función de la temperatura al interior de la capa cerámica.

Para una distribución real de porosidad depositada por ASPS obtenida de imágenes de la literatura, se calculó el tensor de conductividad térmica con los modelos de esferas y cilindros. Para este experimento se implementó en su mayoría las condiciones de entrada del modelo experimental. El modelo de porosidad se ajustó a la porosidad informada en el artículo. Se calculó los tensores y se encontró que la conductividad térmica disminuía con el aumento de la porosidad. De los tres modelos evaluados se encontró que para esta distribución de porosidad el modelo de esferas es el que mejor se ajusta con los valores de conductividad térmica experimentales. Estas imágenes tienen una red de poros principalmente de forma circular, por lo que se podría concluir que el modelo de esfera es el que mejor ajuste da por la forma de la porosidad.

Para las muestras con daño superficial, la diferencia entre el gradiente de la temperatura de la capa cerámica en el área de la muesca y en una zona diferente varía 20° para una muesca de $20 \mu\text{m}$ de profundidad hasta 104° para una muesca de $150 \mu\text{m}$ de profundidad. Para una capa cerámica sin muesca, con una distribución uniforme de 3% de porosidad el gradiente de temperatura es de 140° , por lo tanto, una muesca de $150 \mu\text{m}$ puede producir una pérdida del 75% de su capacidad de aislamiento. Con este estudio sería posible determinar cuál sería el mínimo espesor de capa, (espesor mínimo causado por el desprendimiento de parte de la capa) con el cual es posible seguir operando una turbina, sin que el sustrato (BM) pueda sufrir daño por causa de las altas temperaturas.

Referencias

- [1] D. R. Clarke and S. R. Phillpot, “Thermal barrier coating materials,” *Materials Today*, vol. 8, no. 6, pp. 22–29, 2005.
- [2] D. R. Clarke, M. Oechsner, and N. P. Padture, “Thermal-barrier coatings for more efficient gas-turbine engines,” *MRS bulletin*, vol. 37, no. 10, pp. 891–898, 2012.
- [3] A. G. Evans, D. Mumm, J. Hutchinson, G. Meier, and F. Pettit, “Mechanisms controlling the durability of thermal barrier coatings,” *Progress in materials science*, vol. 46, no. 5, pp. 505–553, 2001.
- [4] J. Frachon, *Multiscale approach to predict the lifetime of EB-PVD thermal barrier coatings*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2009.
- [5] M. Gupta, N. Curry, P. Nylén, N. Markocsan, and R. Vaßen, “Design of next generation thermal barrier coatings—experiments and modelling,” *Surface and Coatings Technology*, vol. 220, pp. 20–26, 2013.
- [6] N. P. Padture, M. Gell, and E. H. Jordan, “Thermal barrier coatings for gas-turbine engine applications,” *Science*, vol. 296, no. 5566, pp. 280–284, 2002.
- [7] Y. A. Cengel, *Heat transfer a practical approach*. McGraw-Hill, 2003.
- [8] X. Cao, R. Vassen, and D. Stoever, “Ceramic materials for thermal barrier coatings,” *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 24, no. 1, pp. 1–10, 2004.
- [9] R. Vassen, X. Cao, F. Tietz, D. Basu, and D. Stöver, “Zirconates as new materials for thermal barrier coatings,” *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 83, no. 8, pp. 2023–2028, 2000.
- [10] M. Shinozaki and T. Clyne, “A methodology, based on sintering-induced stiffening, for prediction of the spallation lifetime of plasma-sprayed coatings,” *Acta Materialia*, vol. 61, no. 2, pp. 579–588, 2013.
- [11] H. Guo, R. Vaßen, and D. Stöver, “Atmospheric plasma sprayed thick thermal barrier coatings with high segmentation crack density,” *Surface and Coatings technology*, vol. 186, no. 3, pp. 353–363, 2004.

-
- [12] A. Kulkarni, A. Vaidya, A. Goland, S. Sampath, and H. Herman, "Processing effects on porosity-property correlations in plasma sprayed yttria-stabilized zirconia coatings," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 359, no. 1, pp. 100–111, 2003.
- [13] K. Schlichting, N. Padture, and P. Klemens, "Thermal conductivity of dense and porous yttria-stabilized zirconia," *Journal of Materials Science*, vol. 36, no. 12, pp. 3003–3010, 2001.
- [14] R. S. Lima and B. R. Marple, "Insights on the high-temperature operational limits of zro2-y2o3 tbc's manufactured via air plasma spray," *Journal of Materials Engineering and Performance*, vol. 26, no. 3, pp. 1272–1282, 2017.
- [15] A. Ganvir, N. Curry, S. Björklund, N. Markocsan, and P. Nylén, "Characterization of microstructure and thermal properties of ysz coatings obtained by axial suspension plasma spraying (asps)," *Journal of Thermal Spray Technology*, vol. 24, no. 7, pp. 1195–1204, 2015.
- [16] G. Bertrand, P. Bertrand, P. Roy, C. Rio, and R. Mevrel, "Low conductivity plasma sprayed thermal barrier coating using hollow psz spheres: Correlation between thermophysical properties and microstructure," *Surface and Coatings Technology*, vol. 202, no. 10, pp. 1994–2001, 2008.
- [17] I. Golosnoy, S. Tsipas, and T. Clyne, "An analytical model for simulation of heat flow in plasma-sprayed thermal barrier coatings," *Journal of Thermal Spray Technology*, vol. 14, no. 2, pp. 205–214, 2005.
- [18] B. Bernard, A. Quet, L. Bianchi, A. Joulia, A. Malié, V. Schick, and B. Rémy, "Thermal insulation properties of ysz coatings: Suspension plasma spraying (sps) versus electron beam physical vapor deposition (eb-pvd) and atmospheric plasma spraying (aps)," *Surface and Coatings Technology*, 2016.
- [19] J. R. Davis *et al.*, *Handbook of thermal spray technology*. ASM international, 2004.
- [20] F. Cernuschi, I. Golosnoy, P. Bison, A. Moscatelli, R. Vassen, H.-P. Bossmann, and S. Capelli, "Microstructural characterization of porous thermal barrier coatings by ir gas porosimetry and sintering forecasts," *Acta Materialia*, vol. 61, no. 1, pp. 248–262, 2013.
- [21] U. Schulz, B. Saruhan, K. Fritscher, and C. Leyens, "Review on advanced eb-pvd ceramic topcoats for tbc applications," *International Journal of Applied Ceramic Technology*, vol. 1, no. 4, pp. 302–315, 2004.
- [22] A. Ganvir, C. Kumara, M. Gupta, and P. Nylen, "Thermal conductivity in suspension sprayed thermal barrier coatings: Modeling and experiments," *Journal of Thermal Spray Technology*, vol. 26, no. 1-2, pp. 71–82, 2017.

- [23] S. Tsipas, I. Golosnoy, T. Clyne, and R. Damani, "The effect of a high thermal gradient on sintering and stiffening in the top coat of a thermal barrier coating system," *Journal of Thermal Spray Technology*, vol. 13, no. 3, pp. 370–376, 2004.
- [24] R. Darolia, "Thermal barrier coatings technology: critical review, progress update, remaining challenges and prospects," *International materials reviews*, vol. 58, no. 6, pp. 315–348, 2013.
- [25] R. Damani and P. Makroczy, "Heat treatment induced phase and microstructural development in bulk plasma sprayed alumina," *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 20, no. 7, pp. 867–888, 2000.
- [26] M. N. Rahaman, J. R. Gross, R. E. Dutton, and H. Wang, "Phase stability, sintering, and thermal conductivity of plasma-sprayed zro 2–gd 2 o 3 compositions for potential thermal barrier coating applications," *Acta Materialia*, vol. 54, no. 6, pp. 1615–1621, 2006.
- [27] F. Cernuschi, L. Lorenzoni, S. Ahmaniemi, P. Vuoristo, and T. Mäntylä, "Studies of the sintering kinetics of thick thermal barrier coatings by thermal diffusivity measurements," *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 25, no. 4, pp. 393–400, 2005.
- [28] M. Maldovan, "Phonon wave interference and thermal bandgap materials," *Nature materials*, vol. 14, no. 7, pp. 667–674, 2015.
- [29] A. K. Rai, M. P. Schmitt, R. S. Bhattacharya, D. Zhu, and D. E. Wolfe, "Thermal conductivity and stability of multilayered thermal barrier coatings under high temperature annealing conditions," *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 35, no. 5, pp. 1605–1612, 2015.
- [30] R. Taylor, X. Wang, and X. Xu, "Thermophysical properties of thermal barrier coatings," *Surface and coatings technology*, vol. 120, pp. 89–95, 1999.
- [31] R. McPherson, "A model for the thermal conductivity of plasma-sprayed ceramic coatings," *Thin Solid Films*, vol. 112, no. 1, pp. 89–95, 1984.
- [32] S.-Y. Lu and H.-C. Lin, "Effective conductivity of composites containing aligned spheroidal inclusions of finite conductivity," *Journal of Applied Physics*, vol. 79, no. 9, pp. 6761–6769, 1996.
- [33] D. Hasselman and L. Johnson, "Effective thermal conductivity of composites with interfacial thermal contact resistance," in *10th Annual Conference on Composites and Advanced Ceramic Materials: Ceramic Engineering and Science Proceedings, Volume 7*, no. 7-8, p. 1011, John Wiley & Sons, 2009.

-
- [34] W. P. Adamczyk, T. Kruczek, G. Moskal, and R. A. Bialecki, “Nondestructive technique of measuring heat conductivity of thermal barrier coatings,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 111, pp. 442–450, 2017.
- [35] L. Wang, D. Li, J. Yang, F. Shao, X. Zhong, H. Zhao, K. Yang, S. Tao, and Y. Wang, “Modeling of thermal properties and failure of thermal barrier coatings with the use of finite element methods: a review,” *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 36, no. 6, pp. 1313–1331, 2016.
- [36] S. Ahmaniemi, P. Vuoristo, T. Mäntylä, F. Cernuschi, and L. Lorenzoni, “Modified thick thermal barrier coatings: thermophysical characterization,” *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 24, no. 9, pp. 2669–2679, 2004.
- [37] I. Golosnoy, A. Cipitria, and T. Clyne, “Heat transfer through plasma-sprayed thermal barrier coatings in gas turbines: a review of recent work,” *Journal of thermal spray technology*, vol. 18, no. 5-6, pp. 809–821, 2009.
- [38] G. Pia, L. Casnedi, and U. Sanna, “Porosity and pore size distribution influence on thermal conductivity of yttria-stabilized zirconia: Experimental findings and model predictions,” *Ceramics International*, vol. 42, no. 5, pp. 5802–5809, 2016.
- [39] G. Pia, “High porous yttria-stabilized zirconia with aligned pore channels: morphology directionality influence on heat transfer,” *Ceramics International*, vol. 42, no. 10, pp. 11674–11681, 2016.
- [40] G. Pia, L. Casnedi, and U. Sanna, “Porosity and pore size distribution influence on thermal conductivity of yttria-stabilized zirconia: Experimental findings and model predictions,” *Ceramics International*, vol. 42, no. 5, pp. 5802–5809, 2016.
- [41] J. C. Maxwell, *A treatise on electricity and magnetism*, vol. 1. Clarendon press, 1881.
- [42] V. D. Bruggeman, “Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzen. i. dielektrizitätskonstanten und leitfähigkeiten der mischkörper aus isotropen substanzen,” *Annalen der physik*, vol. 416, no. 7, pp. 636–664, 1935.
- [43] R. Bolot, G. Antou, G. Montavon, and C. Coddet, “A two-dimensional heat transfer model for thermal barrier coating average thermal conductivity computation,” *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 47, no. 9, pp. 875–898, 2005.
- [44] F. Cernuschi, S. Ahmaniemi, P. Vuoristo, and T. Mäntylä, “Modelling of thermal conductivity of porous materials: application to thick thermal barrier coatings,” *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 24, no. 9, pp. 2657–2667, 2004.

- [45] Z. Wang, A. Kulkarni, S. Deshpande, T. Nakamura, and H. Herman, "Effects of pores and interfaces on effective properties of plasma sprayed zirconia coatings," *Acta Materialia*, vol. 51, no. 18, pp. 5319–5334, 2003.
- [46] M. Arai, H. Ochiai, and T. Suidzu, "A novel low-thermal-conductivity plasma-sprayed thermal barrier coating controlled by large pores," *Surface and Coatings Technology*, vol. 285, pp. 120–127, 2016.
- [47] T. Müller and F. Raether, "3d modelling of ceramic composites and simulation of their electrical, thermal and elastic properties," *Computational Materials Science*, vol. 81, pp. 205–211, 2014.
- [48] M. E. Davis, "Ordered porous materials for emerging applications," *Nature*, vol. 417, no. 6891, pp. 813–821, 2002.
- [49] D. A. Nield, A. Bejan, and Nield-Bejan..., *Convection in porous media*, vol. 3. Springer, 2006.
- [50] A. Bejan and A. D. Kraus, *Heat transfer handbook*, vol. 1. John Wiley & Sons, 2003.
- [51] R. B. Bird, W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot, *Transport phenomena*. John Wiley & Sons, 2007.
- [52] L. G. Leal, *Advanced transport phenomena: fluid mechanics and convective transport processes*. Cambridge University Press, 2007.
- [53] W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett, Y. I. Cho, *et al.*, *Handbook of heat transfer*, vol. 3. McGraw-Hill New York, 1998.
- [54] J. C. Anderson, K. D. Leaver, R. D. Rawlings, and P. S. Leever, *Materials science for engineers*. CRC Press, 2004.
- [55] D. B. Ingham and I. Pop, *Transport phenomena in porous media*. Elsevier, 1998.
- [56] D. Nield, "Estimation of the stagnant thermal conductivity of saturated porous media," *International journal of heat and mass transfer*, vol. 34, no. 6, pp. 1575–1576, 1991.
- [57] A. U. Munawar, U. Schulz, and G. Cerri, "Microstructural evolution of gdz and dysz based eb-pvd tbc systems after thermal cycling at high temperature," *Journal of Engineering for gas turbines and power*, vol. 135, no. 10, p. 102101, 2013.
- [58] S. A. Tsipas and I. Golosnoy, "Effect of substrate temperature on the microstructure and properties of thick plasma-sprayed ysz tbc," *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 31, no. 15, pp. 2923–2929, 2011.

-
- [59] L. Wang, Y. Wang, X. Sun, J. He, Z. Pan, Y. Zhou, and P. Wu, "Influence of pores on the thermal insulation behavior of thermal barrier coatings prepared by atmospheric plasma spray," *Materials & Design*, vol. 32, no. 1, pp. 36–47, 2011.
- [60] J. F. Nye and R. Lindsay, "Physical properties of crystals," *Physics Today*, vol. 10, p. 26, 1957.
- [61] J. D. Osorio Ramírez *et al.*, *Propiedades de transporte en recubrimientos cerámicos utilizados en turbinas a gas*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2011.
- [62] S. Chapman, T. G. Cowling, and C. Cercignani, *The mathematical theory of non-uniform gases: an account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction and diffusion in gases*. Cambridge university press, 1995.
- [63] J. R. Howell, M. P. Menguc, and R. Siegel, *Thermal radiation heat transfer*. CRC press, 2010.
- [64] V. Lughì, V. K. Tolpygo, and D. R. Clarke, "Microstructural aspects of the sintering of thermal barrier coatings," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 368, no. 1, pp. 212–221, 2004.
- [65] D. D. Hass, *Thermal barrier coatings via directed vapor deposition*. 2001.
- [66] P. Sokółowski, S. Björklund, R. Musalek, R. T. Candidato, L. Pawłowski, B. Nait-Ali, and D. Smith, "Thermophysical properties of ysz and ycesz suspension plasma sprayed coatings having different microstructures," *Surface and Coatings Technology*, 2017.
- [67] L. Rayleigh, "Lvi. on the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 34, no. 211, pp. 481–502, 1892.
- [68] D. J. Jeffrey, "Conduction through a random suspension of spheres," in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 335, pp. 355–367, The Royal Society, 1973.
- [69] H. Hatta and M. Taya, "Effective thermal conductivity of a misoriented short fiber composite," *Journal of Applied Physics*, vol. 58, no. 7, pp. 2478–2486, 1985.
- [70] V. I. Kushch, "Interacting ellipsoidal inhomogeneities by multipole expansion method and effective conductivity of particulate composite," *International Journal of Engineering Science*, vol. 115, pp. 1–13, 2017.
- [71] R. E. Meredith, "Studies on the conductivities of dispersions," tech. rep., California Univ., Berkeley, CA (US). Lawrence Radiation Lab., 1959.

- [72] Y. Mikata, “Analytical treatment on the effective material properties of a composite material with spheroidal and ellipsoidal inhomogeneities in an isotropic matrix,” *Journal of Micromechanics and Molecular Physics*, vol. 1, no. 03n04, p. 1640012, 2016.
- [73] R. Davis, “The effective thermal conductivity of a composite material with spherical inclusions,” *International Journal of Thermophysics*, vol. 7, no. 3, pp. 609–620, 1986.
- [74] A. D. Jadhav, N. P. Padture, E. H. Jordan, M. Gell, P. Miranzo, and E. R. Fuller, “Low-thermal-conductivity plasma-sprayed thermal barrier coatings with engineered microstructures,” *Acta Materialia*, vol. 54, no. 12, pp. 3343–3349, 2006.
- [75] A. Rocha and A. Acrivos, “On the effective thermal conductivity of dilute dispersions,” *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, vol. 26, no. 2, pp. 217–233, 1973.
- [76] W. M. Deen, *Analysis of Transport Phenomena, Topics in Chemical Engineering*, vol. 3. Oxford University Press, New York, 2012.
- [77] D. Hasselman, K. Donaldson, and J. Thomas Jr, “Effective thermal conductivity of uniaxial composite with cylindrically orthotropic carbon fibers and interfacial thermal barrier,” *Journal of composite materials*, vol. 27, no. 6, pp. 637–644, 1993.
- [78] A. Bjorneklett, L. Haukeland, J. Wigren, and H. Kristiansen, “Effective medium theory and the thermal conductivity of plasma-sprayed ceramic coatings,” *Journal of materials science*, vol. 29, no. 15, pp. 4043–4050, 1994.
- [79] B. Nait-Ali, K. Haberko, H. Vesteghem, J. Absi, and D. Smith, “Thermal conductivity of highly porous zirconia,” *Journal of the European Ceramic society*, vol. 26, no. 16, pp. 3567–3574, 2006.
- [80] J. Xu, B. Gao, and F. Kang, “A reconstruction of maxwell model for effective thermal conductivity of composite materials,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 102, pp. 972–979, 2016.
- [81] I. Sevostianov and M. Kachanov, “Anisotropic thermal conductivities of plasma-sprayed thermal barrier coatings in relation to the microstructure,” *Journal of thermal spray technology*, vol. 9, no. 4, pp. 478–482, 2000.
- [82] H. Ş. Aybar, M. Sharifpur, M. R. Azizian, M. Mehrabi, and J. P. Meyer, “A review of thermal conductivity models for nanofluids,” *Heat Transfer Engineering*, vol. 36, no. 13, pp. 1085–1110, 2015.
- [83] K. F. Beckers, D. L. Koch, and J. W. Tester, “Slender-body theory for transient heat conduction: theoretical basis, numerical implementation and case studies,” in *Proc. R. Soc. A*, vol. 471, p. 494, The Royal Society, 2015.

- [84] M. B. Martinez, M. E. Cruz, and C. F. Matt, “Effective thermal conductivity of ordered short-fiber composites with single-fiber uniform hexagonal prism cell,” in *ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, pp. 3027–3034, American Society of Mechanical Engineers, 2012.
- [85] H.-B. Shim, M.-K. Seo, and S.-J. Park, “Thermal conductivity and mechanical properties of various cross-section types carbon fiber-reinforced composites,” *Journal of materials science*, vol. 37, no. 9, pp. 1881–1885, 2002.
- [86] Y. Chiew and E. Glandt, “The effect of structure on the conductivity of a dispersion,” *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 94, no. 1, pp. 90–104, 1983.
- [87] F. Vargas-Lara, A. M. Hassan, E. J. Garboczi, and J. F. Douglas, “Intrinsic conductivity of carbon nanotubes and graphene sheets having a realistic geometry,” *The Journal of chemical physics*, vol. 143, no. 20, p. 204902, 2015.
- [88] A. S. Cherkasova and J. W. Shan, “Particle aspect-ratio and agglomeration-state effects on the effective thermal conductivity of aqueous suspensions of multiwalled carbon nanotubes,” *Journal of Heat Transfer*, vol. 132, no. 8, p. 082402, 2010.
- [89] Paul Midgley (University of Cambridge), Erica Bithell (University of Cambridge), “<https://doitpoms.admin.cam.ac.uk/tlplib/tensors/index.php>, 22 de Agosto de 2013,” 2012-2014.
- [90] B. Šarler and R. Vertnik, “Meshfree explicit local radial basis function collocation method for diffusion problems,” *Computers & Mathematics with applications*, vol. 51, no. 8, pp. 1269–1282, 2006.
- [91] E. J. Kansa, “Multiquadrics—a scattered data approximation scheme with applications to computational fluid-dynamics—i surface approximations and partial derivative estimates,” *Computers & Mathematics with applications*, vol. 19, no. 8-9, pp. 127–145, 1990.
- [92] S. A. Sarra, “Adaptive radial basis function methods for time dependent partial differential equations,” *Applied Numerical Mathematics*, vol. 54, no. 1, pp. 79–94, 2005.
- [93] T. Osswald and J. P. Hernández-Ortiz, “Polymer processing,” *Modeling and Simulation. Munich: Hanser*, 2006.
- [94] M. B. Lee, Y. J. Lee, H. Sunwoo, and J. Yoon, “Some issues on interpolation matrices of locally scaled radial basis functions,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 217, no. 10, pp. 5011–5014, 2011.
- [95] R. E. Walpole, R. H. Myers, S. L. Myers, and K. Ye, *Probability and statistics for engineers and scientists*, vol. 5. Macmillan New York, 1993.

-
- [96] L. E. Tobón Botero *et al.*, *Influencia de los ciclos térmicos sobre la porosidad de recubrimientos de barrera térmica (TBC) aplicados por proyección térmica por plasma*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín.
- [97] N. Otsu, “A threshold selection method from gray-level histograms,” *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics*, vol. 9, no. 1, pp. 62–66, 1979.
- [98] A. C. Barrios Tamayo *et al.*, *Efecto del ángulo de impacto en la resistencia a la erosión a alta temperatura en barreras térmicas de zirconia estabilizada con itria*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín.
- [99] A. Neale, D. Derome, B. Blocken, and J. Carmeliet, “Determination of surface convective heat transfer coefficients by cfd,” in *11th Canadian Conference on Building Science and Technology Banff, Alberta*, 2007.
- [100] M. G. Dunn, “Convective heat transfer and aerodynamics in axial flow turbines,” in *ASME Turbo Expo 2001: Power for Land, Sea, and Air*, pp. V004T06A001–V004T06A001, American Society of Mechanical Engineers, 2001.
- [101] J. Luo and E. H. Razinsky, “Conjugate heat transfer analysis of a cooled turbine vane using the v2f turbulence model,” *Journal of turbomachinery*, vol. 129, no. 4, pp. 773–781, 2007.
- [102] B. Sunden and G. Xie, “Gas turbine blade tip heat transfer and cooling: a literature survey,” *Heat Transfer Engineering*, vol. 31, no. 7, pp. 527–554, 2010.
- [103] A. Bejan, *Convection heat transfer*. John wiley & sons, 2013.
- [104] D. S. Smith, A. Alzina, J. Bourret, B. Nait-Ali, F. Pennec, N. Tessier-Doyen, K. Otsu, H. Matsubara, P. Elser, and U. T. Gonzenbach, “Thermal conductivity of porous materials,” *Journal of Materials Research*, vol. 28, no. 17, pp. 2260–2272, 2013.