

# Condición de imagen aplicada a migración por el método de Marchenko

Hernan Dario Arias Muñoz

Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias, Departamento de Geociencias Bogotá, Colombia 2018

# Condición de imagen aplicada a migración por el método de Marchenko

## Hernan Dario Arias Muñoz

Tesis como requisito parcial para optar al título de: Magister en Ciencias - Geofísica

> Director(a): Ph.D Luis Alfredo Montes Vides

> > Línea de Investigación: Prospección Sísmica

Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias, Departamento de Geociencias Bogotá, Colombia 2018

"Nuestra mayor debilidad radica en renunciar. La forma más segura de tener éxito es siempre intentarlo una vez más". Thomas A. Edison.

# Agradecimientos

Agradezco al profesor Luis Alfredo Montes Vides, por sus ideas y contribuciones en el desarrollo de mi investigación.

A mis padres Juan e Isabel y a mis hermanos por haberme apoyado siempre para llegar a este punto.

A Adriana Robayo por su paciencia y apoyo incondicional en esta etapa de mi vida.

Finalmente a mis compañeros de la Maestría, y a todas las personas que me brindaron su ayuda y amistad durante la maestría.

## Resumen

La condición de imagen por el método de Marchenko, es una nueva técnica para la obtención de imágenes sísmicas claras en zonas geológicas estructuralmente complejas, contribuyendo a atenuar reflexiones múltiples a una profundidad especifica dentro del subsuelo. Este método estima la función de Green utilizando la respuesta por reflexión del medio en superficie y un modelo de velocidad suavizado. Por medio del teorema de reciprocidad la función de Green puede interpretarse como la respuesta de las fuentes colocadas en superficie, observadas por un receptor virtual localizado en el subsuelo. Adicionalmente, la aplicación de la ecuación de Marchenko iterativamente, permiten estimar la función de Green ascendente y descendente, como una fuente virtual en el punto de enfoque y se interpreta como un proceso de relocalización. Posteriormente, la función de Green estimada se utiliza en la condición de imagen por el método de deconvolución multidimensional para adquirir una imagen 2D o 3D de la zona de interés. Ademas, los artefactos de imagen se atenúan implícitamente en el paso de formación de la imagen. El presente trabajo aplica la metodología de condición de imagen por el método de Marchenko en datos sintéticos para un modelo simple de capas horizontales y datos reales de un modelo de velocidad del Valle Superior del Magdalena, logrando la atenuación de múltiples en la imagen sísmica relocalizada a una profundidad constante del subsuelo, en comparación con algoritmos de migración que representan incorrectamente las reflexiones múltiples y pueden inducir a error a los intérpretes la localización de prospectos potenciales de hidrocarburos.

Palabras clave: (Función de Green ascendente y onda descendente, ecuación de Marchenko, punto de enfoque, receptor virtual, fuente virtual, deconvolución, atenuación de múltiples).

## Abstract

The Imaging condition by the Marchenko method is a new technique to obtain clear seismic images in structurally complex geological zones, attenuating multiple reflections at a specific subsurface depth. This method estimates the Green's Function using the reflection response on the surface, and a smoothed velocity model. Through the reciprocity theorem, the Green's function can be interpreted as the response of the sources placed on the surface, observed by a virtual receiver located in the subsurface. Also, the application Marchenko's equation interactive, allow the estimation of the Green's function on its upgoing and downgoing components as a virtual source at the focusing point and can be interpreted as a redatuming process. Afterwards, these wave fields are used in the imaging condition by the multidimensional deconvolution method to acquire a 2D or 3D image of the area interest with attenuated artifacts that are implicitly subtracted at the image-forming step. This work applies the imaging condition methodology by the Marchenko method to synthetic data for a simple model of horizontal layers, and to real data of a velocity model of the upper Magdalena valley, achieving the attenuation of multiples or artifacts in the seismic image redatumed to a constant depth of the subsurface, compared to migration algorithms that incorrectly represent multiple reflections and may mislead interpreters in locating potential hydrocarbon prospects.

Keywords: Green's function upgoing and downgoing, Marchenko equation, virtual point, virtual source, virtual source, deconvolution, multiple attenuation.

# Contenido

	Agr	adecimientos vi	l
	Res	umen ıx	
	List	a de Figuras xi	I
	List	a de símbolos xvi	Í
1	Intr	oducción 1	
2	Mar	co Teórico 4	
	2.1	Función de Green	:
	2.2	Función de enfoque	,
	2.3	Trazado de rayos	
		2.3.1 Ecuación Eikonal	,
	2.4	Teorema de reciprocidad	)
	2.5	Ecuación de Marchenko	
	2.6	Esquema iterativo	,
	2.7	Imagen	j
		2.7.1 Imagen con Deconvolución Multidimensional	
3	Met	odología 18	;
	3.1	Modelo de velocidad y densidad	)
	3.2	Cálculo del registro sísmico y eliminación de la onda directa	I
	3.3	Cálculo del tiempo de viaje de la primera llegada	j
	3.4	Método iterativo de Marchenko	,
	3.5	Condición de imagen	,
4	Res	ultados 27	,
	4.1	Método iterativo de Marchenko	
	4.2	Datos sintéticos	,
	4.3	Modelo VSM	,
		4.3.1 Geología	,
		4.3.2 Linea Sísmica 2D VSM	)

5	Discusión	46
6	Conclusiones         6.1       Recomendaciones	<b>48</b> 49
	Bibliografía	50

# Lista de Figuras

<b>2-1</b> .	Componentes del campo de onda descendente y ascendente de la función de	
	Green, para un modelo de capas horizontales.	4
2-2.	Componentes descendente y ascendente de la función de enfoque de la ecuación de onda. Modificado de (Wapenaar, 2014b), (a) función de enfoque $f_1(X_s, P_e, t)$ , (b) función de enfoque $f_2(P_e, X_g, t)$	6
<b>2-3</b> .	llegada de los primeros rayos de la solución Eikonal, en un modelo de velocidad suavizado.	8
<b>2-4</b> .	Componentes unidireccionales del campo de onda descendente y ascendente entre la superficie $z_0$ y la profundidad de referencia $z_i$ , relacionados al teorema de reciprocidad	10
<b>2-5</b> .	Relación de las funciones de Green $G^{d,u}$ y funciones de enfoque $f^{d,u}$ , en las superficies $z_0$ y $z_i$	13
2-6.	Configuración de Re-localización. Las fuentes $X_s$ y receptores $X_g$ se encuen- tran en superficie, mientras las fuentes virtuales $S_v$ y los receptores virtuales $R_v$ están localizados en $Z = Z_i$ , las flechas de color amarillo indican los campos descendentes, mientras que las feches verdes indican los campos ascendentes.	16
<b>3-1</b> .	Flujo de trabajo para la estimación de la función de Green ascendente y descendente.	18
<b>3-2</b> .	Modelo de velocidad de capas planas Corresponde a 11 capas con velocidades de 1900, 1950, 2050, 2150, 2225, 2400, 2350, 2475, 2500, 2525 y 2550 m/s. Las profundidades de los contactos entre capas están en un intervalo de 200, 600, 700, 800, 850, 1100, 1175, 1300, 1400 y 1500 m.	19
<b>3-3</b> .	Modelo de densidad de capas planas usado para generar los registros sísmicos de la <b>3-5</b> . Corresponde a 11 capas de densidad de 2000, 2200, 2300, 2200, 2000, 2000, 2400 y 2100 $mg/cc$ . Las profundidades de las	
3-4.	interfaces son 200, 600, 700, 800, 850, 1100, 1175, 1300, 1400 y 1500 m Modelo de propagación instantánea del campo de onda, desde una fuente localizada en $X = 0$ y $Z = 0$ del modelo de capas planas con velocidades constantes, incrementando en tiempo desde 0.0s hasta 2,5s y un intervalo de	20
<b>3-5</b> .	muestreo de 1 ms	21
	de borde	22

<b>3-6</b> .	Remoción de la onda directa en el registro sísmico, (a) Registro sísmico (b) Ground roll y onda directa (c) registro sísmico después de remover la onda directa y el ground roll	23
3-7.	Modelo de velocidad suavizado tres veces con una ventana de 50X50, con densidad constante, el punto de color negro corresponde a una fuente virtual localizada en $X = 0$ y $Z = 1100mts$ .	24
<b>3-8</b> .	Curva del tiempo de viaje de la primera llegada al punto de enfoque en $Z = 1100m$ registrado en la superficie y calculada al resolver la ecuación eikonal.	25
<b>3-</b> 9.	Estimación de la función de Green, localizado en $P_e=(0,1100 \text{ mts})$ . (a) Función de Green estimada ascendente $G^u(P_e, X_s, t)$ y (b) Función de Green estimada descendente $G^d(P_e, X_s, t)$ )	26
3-10	D.Sismograma con Deconvolución multidimensional a partir de la función de Green estimada ascendente y descendente.	26
<b>4-1</b> .	Parámetro de escala, (a) Registro sísmico a escala 1 (b)Registro sísmico a escala 4 (c) Comparación de trazas con escala 1 y escala 4	28
<b>4-2</b> .	Variación del parámetro corrimiento en el registro sísmico de la función de Green estimada en $P_e = (0,1100 \text{ m})$ .	29
<b>4-3</b> .	Análisis del Parámetro de Taper, (a) Registro con Taper 10 (b)Registro con Taper 200 (c) traza con Taper 10 (color verde) y (d) traza con Taper 200 (color azul) en el intervalo de tiempo de 0 a 0.4s	30
<b>4-4</b> .	Registros sísmicos estimados a 1 iteración, a) Función de Green estimada descendente, b) Función de Green estimada ascendente y c) Función de Green estimada y traza (color amarillo) con amplitudes del ápice del sismograma.	31
<b>4-5</b> .	Registros sísmicos estimados a 5 iteraciones, a) Función de Green estimada descendente, b) Función de Green estimada ascendente y c) Función de Green estimada y traza (color verde) con amplitudes del ápice del sismograma	32
<b>4-6</b> .	Registros sísmicos estimados a 25 iteraciones, a) Función de Green estimada descendente, b) Función de Green estimada ascendente y c) Función de Green estimada y traza (color azul) con amplitudes del ápice del sismograma.	32
<b>4-7</b> .	Comparación entre (a) traza sísmica calculada mediante convolución (verde), (b) traza sísmica de referencia, con fuente localizada a 1100 m. (rojo), las lineas denominadas con M indican múltiples presentes en la traza y (c) traza sísmica de la función de Green estimada (azul), las lineas punteadas corresponden a las profundidades de las interfaces entre capas del modelo de velocidad por debajo de 0.5s.	33
<b>4-8</b> .	Correlación de los coeficientes de reflectividad, para la traza calculada (verde), la traza de referencia a 1100m (rojo) y la traza estimada a 1100m (azul)	34

<b>4-9</b> .	Imagen sísmica apilada, en la izquierda se observa el resultado de la imagen sísmica con fuente localizada a 1100 m, la parte derecha muestra el resultado para sismogramas estimados a 1100 m por el método de Marchenko. Las lineas	
	amarillas corresponde a cada una de las internaces entre capas por debajo de	າະ
1 10	Localización de la línea cícraica VSM. El área vorda en la parte izquierda	50
4-10.	corresponde al área de la cuenca del valle superior del Magdalena, la figura	
	de la derecha muestra la geología que aflera sobre la línea sígmica VSM	36
1 1 1	Interpretación geológica la linea sígmica 2D del Valle Superior del Magdelene	30 40
4-11.	Modele de velocidad de una linea sísmica 2D del Valle Superior del Magdalena.	40
4-12.	tomado do (Chica, 2015)	/1
1_13	Resultado de los registros sísmicos obtenidos del modelo de velocidad del	<b>±</b> 1
4-10.	VSM en un punto de enfoque localizado en $X-0$ v $-2650$ m la línea amarilla	
	corresponde a las reflexiones en las interfaces del subsuelo por debajo de $2650$ m	
	(a) Registro sísmico propagado desde una fuente puntual localizada en el	
	punto de enfoque, las flechas de color rojo indican las múltiples presentes en	
	el registro(b) Registro sísmico de la función de Green estimada, las flechas de	
	color verde indican las múltiples atenuadas en el registro.	42
4-14.	Comparación entre (a) traza sísmica calculada (verde). (b) traza sísmica de	
	referencia (rojo), las lineas denominadas con M indican múltiples presentes en	
	la traza y (c) traza sísmica estimada (azul), las lineas punteadas corresponden	
	a las profundidades de las interfaces entre capas del modelo de velocidad por	
	debajo de 2650 m	43
4-15.	Correlación de los coeficientes de reflectividad, para la traza calculada (verde),	
	la traza de referencia a 2650 m (rojo) y la traza estimada a 2650 m (azul). $\therefore$	44
4-16.	Imagen sísmica de la línea sísmica 2D VSM, (a) imagen sísmica de referen-	
	cia con una fuente localizada a 2650, las flechas rojas indican la presencia	
	de múltiples y (c) imagen sísmica estimada por el método de Marchenko, las	
	líneas verdes representan las múltiples atenuadas. Las líneas negras intermi-	
	tentes determinan los reflectores las capas en el subsuelo	45

# Lista de símbolos

## Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI
С	Velocidad	m/s
f	Función de Enfoque	
$f_1^{d,u}$	Función de Enfoque en $P_e$	$f_1(P_e, X_s, t)$
$f_2^{d,u}$	Función de Enfoque en $X_g$	$f_2(P_e, X_g, t)$
G	Función de Green	$G(P_e, X_g, t)$
$G^d$	Función de Green descendente	$G^d(P_e, X_g, t)$
$G^u$	Función de Green ascendente	$G^u(P_e, X_g, t)$
L	Longitud	m
R	Respuesta de reflexión	$R(X_s, X_g, t)$
t	Tiempo	S
$X_{\rm s}$	Fuente en superficie	
$X_g$	Receptor en superficie	
$P_{ m e}$	Punto de Enfoque	
$X_{\rm H}$	Coordenada horizontal	
$Z_0$	Coordenada vertical	

# Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI
δ	Delta de Dirac	
$\rho$	Densidad	
$\omega$	Frecuencia	

# 1 Introducción

La sísmica de reflexión es uno de los métodos de naturaleza intrusiva, mas usados en la exploración y explotación de reservorios de hidrocarburos y gas, porque permiten obtener una imagen sísmica precisa de las estructuras geológicas del subsuelo y por su capacidad de probar grandes áreas con coste relativamente bajo. Este método consiste en reflexiones primarias y reflexiones múltiples, generadas por una fuente (dinamita, pistola de aire, etc.), que se reflejan en el interior del subsuelo, resultado de la interacción entre la fuente y las diferentes interfaces de velocidad y densidad de diferentes tipos de roca y fluidos, registradas por geófonos a distancias cada vez mayores y lejos de la fuente.

Las reflexiones múltiples representan una fuente de ruido para métodos de condición de imagen, que deben ser suprimidos para evitar artefactos. Las múltiples se generan cuando ocurren fuertes contrastes de impedancia a través de cualquier interfaz en el subsuelo, debido a: fallas, pliegues, superficie marina, lecho marino, entre otros, que afectan la imagen sísmica, porque no se diferencian las reflexiones primarias de las reflexiones múltiples y esto conlleva a una interpretación errónea de la imagen.

En datos sísmicos marinos las múltiples relacionadas a la superficie, pueden ser incluso tan fuertes como las reflexiones primarias (Weglein, 2005). Gran parte del procesamiento elimina las múltiples relacionadas a la superficie, mientras que las múltiples internas se ignoran normalmente durante el proceso de migración. Los métodos la eliminación de múltiples relacionados a la superficie se describen extensivamente en la literatura (Amundsen, 2001; Berkhout y Verschuur, 1997; Lokshtanov, 1999; Verschuur et al., 1992; Weglein et al., 1997; Ziolkowski et al., 1999). Mientras que, en datos sísmicos terrestres, las diferencias de velocidad en zonas con tectónica y geología compleja, hace difícil distinguir las reflexiones primarias de las múltiples internas. Así mismo, las estimaciones de inversión de tiempo para relocalizar los campos de onda en datos registrados por receptores en superficie (Berryhill, 1984) generalmente no explican cómo se propaga la energía en el subsuelo, a menos que se disponga de un modelo de velocidad sísmica antes de la formación de imágenes.

La condición de imagen, es un método utilizado para localizar los reflectores en la posición correcta en el subsuelo. Métodos de condición de imagen como migración de Kirchhoff, migración de tiempo inverso (RTM) (Bayasal et al., 1983; McMechan, 1989; Whitmore, 1983) o continuación descendente (Claerbout, 1985), generalmente sufren de artefactos debido a que estos procesos no pueden eliminar múltiples internas. A diferencia de los métodos de condición imagen anteriormente mencionados, el método de Marchenko puede estimar la función de Green que no sólo explica las reflexiones primarias sino también las reflexiones múltiples internas. La función de Green es una función matemática aproximada a la ecuación de onda, cuando la fuente es una delta de Dirac. Así mismo, la ecuación de Marchenko se basa en los teoremas de reciprocidad de tipo convolución y de tipo correlación, para la función de Green ascendente y descendente y de las funciones de enfoque, relocalizando receptores y fuentes virtualmente en cualquier posición dentro del subsuelo denominado como punto de enfoque. Esta ecuación se utiliza para estimar de la función de Green ascendente y descendente, sin requerir la presencia de receptores reales en el subsuelo. Como datos de entrada se requiere la respuesta por reflexión en superficie y los tiempos de viaje de la primera llegada que se puede calcular utilizando un solucionador de eikonal en un modelo de velocidad suavizado, este es un elemento clave del método porque especifica la ubicación del punto de enfoque en el subsuelo. Finalmente, la condición de imagen por deconvolución multidimensional sólo utiliza las reflexiones primarias para construir la imagen, mientras que las múltiples se restan implícitamente en el proceso de la imagen.

Recientemente, varios autores han propuesto un enfoque basado en la ecuación de Marchenko para obtener imágenes sísmicas a partir de la estimación de la función de Green donde se incluyen múltiples internas en una zona de interés. Chadan(1989) y Lamb(1980) definen la ecuación de Marchenko como una ecuación integral exacta que relaciona la respuesta por reflexión registrada en superficie a un campo dentro del subsuelo. (Rose, 2002) resuelve iterativamente la ecuación de Marchenko 1D para enfocar ondas en un punto del subsuelo a un tiempo específico, dado que el perfil de velocidad es desconocido. (Broggini, 2012) amplía este principio de enfoque para estimar la función de Green 1D, concluyendo que la suma del campo de onda en el punto de enfoque y su respuesta por reflexión, es la función de Green del medio en el punto de enfoque especificado a la superficie. (Wapenaar et al., 2012a) más tarde amplia la estimación de la función de Green a 3D, mediante la solución de las ecuaciones de Marchenko en multidimensiones.

El esquema de enfoque de (Broggini et al., 2012), y (Wapenaar et al.,2013) son extensiones del algoritmo de (Rose,2002) que muestra un esquema iterativo que resuelve la ecuación de Marchenko para el campo de onda en un punto de enfoque. Los campos de onda localizados en la fuente virtual consisten en reflexiones primarias y múltiples internas (Wapenaar et al., 2013). (Broggini et al.,2012), explica un método para eliminar múltiples relacionadas a la superficie de la respuesta por reflexión del medio para estimar la función de Green. (Wapenaar et al., 2014), limita el cálculo de la ecuación de Marchenko a un solo nivel de profundidad, luego usa la condición de imagen por deconvolución multidimensional para crear respuestas por reflexión relocalizadas desde y hacia esa profundidad. Estas respuestas se pueden usar, para visualizar áreas objetivo del subsuelo por debajo del nivel de profundidad de interés. (Singh, 2016) modificó las ecuaciones de Marchenko en datos marinos, para no sólo incluir reflexiones primarias y reflexiones múltiples internas, sino también múltiples relacionadas a superficie. Estas ecuaciones modificadas de Marchenko obvian la necesidad de eliminar estas múltiples de la respuesta por reflexión antes de estimar la función de Green.

Este trabajo presenta la aplicación del método de Marchenko en dos modelos de velocidad: el primer modelo consiste en una secuencia de 10 capas planas con velocidades constantes, mientras que el segundo modelo de velocidad se tomó de una línea sísmica 2D del valle superior del Magdalena con variaciones laterales de velocidad. El objetivo es aplicar un algoritmo basado en el método de Marchenko, para estimar la respuesta por reflexión relocalizada en el subsuelo a una profundidad específica, a partir de la estimación de Green y construir una imagen sísmica, con múltiples atenuadas y evaluar su respuesta en los registros sísmicos estimados.

En el siguiente capítulo se realiza una breve revisión de la teoría de la función de Green, la función de Enfoque y como a partir del teorema de reciprocidad de tipo convolución y correlación, se puede resolver la ecuación de Marchenko mediante un esquema iterativo para obtener la estimación de la función de Green ascendente y descendente, finalmente mediante la aplicación de la condición de imagen por deconvolución multidimensional a la función de Green estimada ascendente y descendente poder obtener una imagen sísmica relocalizada con múltiples atenuadas.

# 2 Marco Teórico

## 2.1. Función de Green

La función de Green  $\mathbf{G}(X_s, X_g, \mathbf{t})$  se define como la solución causal de la ecuación de onda escalar cuando la fuente es una función delta de dirac  $\delta(X_s - X_g)$ ,:

$$\rho \bigtriangledown (\frac{1}{\rho} \bigtriangledown G) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} = -\rho \delta(X_s - X_g) \frac{\partial}{\partial t} \delta(t).$$
(2-1)

Donde c = velocidad,  $\rho = densidad$ , t = tiempo. De acuerdo a lo anterior, la función de Green es el campo de onda generado en superficie en una fuente puntual  $X_s$ , y observado en un receptor  $X_g$ , (de Hoop,1995), como se observa en la Figura **2-1**.



Figura 2-1: Componentes del campo de onda descendente y ascendente de la función de Green, para un modelo de capas horizontales.

Normalmente, los campos de ondas descendentes  $P^d$  y ascendentes  $P^u$  se normalizan de tal manera que su suma es igual o proporcional a la presión acústica P del campo de onda total, por lo que se denomina descomposición normalizada a presión en el dominio del tiempo. La suma de los campos de onda descendente  $G^d(X_s, X_g, t)$  y ascendente  $G^u(X_s, X_g, t)$  a presión normalizada unidireccional constituyen el dominio espacial de la función de Green, ver ecuación (2-2).

$$G(X_s, X_q, t) = G^d(X_s, X_q, t) + G^u(X_s, X_q, t).$$
(2-2)

Las coordenadas espaciales de la función de Green, están dadas por:  $X = (X_H, Z_0)$  donde  $Z_0 = 0$ , corresponde a la coordenada de la superficie, las coordenadas horizontales están dadas por  $X_H = (x_1, x_2)$ . Las fuentes  $X_s = (X_H, Z_0)$  y el receptor con  $X_g = (X_H, z_0)$ , si se localiza en la superficie  $Z_0$ . Por otra parte, se define una posición en profundidad denominada como punto de enfoque dado por  $P_e = (X_H, Z_i)$ , donde  $Z_i$  determina la coordenada vertical. La derivada vertical del campo descendente  $G^d(X_s, X_g, \mathbf{t})$  en superficie esta definida por:

$$\frac{\partial}{\partial z}G^d(X_s, X_g, t)_{z_0} = \frac{1}{2}\rho(X_g)\delta(X_s - X_g)\frac{\partial}{\partial t}\delta(t), \qquad (2-3)$$

donde  $\delta(X)$  se considera una función delta de Dirac de banda limitada y  $\delta(t)$  es la función delta de Dirac en tiempo. Por otra parte, la derivada vertical de un campo ascendente  $G^u(X_s, X_g, \mathbf{t})$ , se relaciona a la presión normalizada de la respuesta por reflexión del subsuelo registrado en la superficie  $Z_0$  y se encuentra definido por la Ecuación 2-4, donde  $R(X_s, X_g, t)$ es la respuesta por reflexión de una onda descendente debajo de la superficie  $Z_0$  dentro del medio.(Wapenaar et al., 2014).

$$\frac{\partial}{\partial z}G^{u}(X_{s}, X_{g}, t)_{z_{0}} = \frac{1}{2}\rho(X_{s})\frac{\partial}{\partial t}R(X_{s}, X_{g}, t), \qquad (2-4)$$

La función de Green es esencial en la nueva posición del operador de continuación hacia abajo, esto debido a que la función contiene múltiples primarios y múltiples internas.

#### 2.2. Función de enfoque

La función de enfoque permite encontrar una onda incidente en el punto de enfoque  $P_e$  a un tiempo  $t = t_0$ , (Singh et al., 2015). El punto de enfoque puede ser un receptor virtual  $(R_v)$  o una fuente virtual  $(S_v)$  y son referidas como funciones de enfoque  $f_1(X_s, P_e, t)$  y  $f_2(P_e, X_g, t)$ . La función  $f_1(X_s, P_e, t)$  implica ondas que se centran en  $P_e$  a una profundidad definida  $Z_i$ , para ondas que entran y salen en un punto en superficie  $Z_0$ , (Figura 2-2). Por otra parte, la función de enfoque  $f_2(P_e, X_g, t)$ , es opuesta a  $f_1(X_s, P_e, t)$ , ya que es una solución para ondas que se centran en  $Z_0$  en  $X_g$ , para ondas que entran y salen a una profundidad de referencia  $Z_i$ , Estas funciones existen en un medio de referencia que tiene las mismas propiedades materiales que el subsuelo entre  $Z_0$  y  $Z_i$  (Wapenaar et al., 2013), ver Figura **2-2**.

![](_page_21_Figure_2.jpeg)

Figura 2-2: Componentes descendente y ascendente de la función de enfoque de la ecuación de onda. Modificado de (Wapenaar, 2014b), (a) función de enfoque f<sub>1</sub>(X<sub>s</sub>, P<sub>e</sub>, t), (b) función de enfoque f<sub>2</sub>(P<sub>e</sub>, X<sub>g</sub>, t).

Las funciones de enfoque mencionadas, se pueden separar de la función de enfoque en ondas descendentes  $f^d$  y de ondas ascendentes  $f^u$ , como:

$$f_1(X_s, P_e, t) = f_1^d(X_s, P_e, t) + f_1^u X_s, P_e, t),$$
(2-5)

$$f_2(P_e, X_g, t) = f_2^d(P_e, X_g, t) + f_2^u(P_e, X_g, t).$$
(2-6)

La función de enfoque  $f_1^d(X_s, P_e, t)$ , se puede derivar de la respuesta de reflexión registrada en superficie y de la estimación del tiempo de arribo de las llegadas directas entre la posición del punto enfoque y los receptores en superficie, (Wapenaar et al., 2013). Se define como:

$$\frac{\partial}{\partial z} f_1^d(X_s, P_e, t)_{z_{,i}} = \frac{1}{2} \rho(P_e) \delta(X_s - P_e) \frac{\partial}{\partial t} \delta(t).$$
(2-7)

En el caso de la función de enfoque  $f_2(P_e, X_g, t)$ , se define para un componente ascendente que llega a un punto  $X_g$  en superficie  $Z_0$ .

$$\frac{\partial}{\partial z} f_2^u(P_e, X_g, t)_{z=z_0} = \frac{1}{\rho} (X_g) \delta(P_e - X_g) \frac{\partial}{\partial t} \delta(t).$$
(2-8)

La función de enfoque f2 en el subsuelo, consiste en la onda directa invertida en el tiempo y la coda después de la onda directa invertida en el tiempo. La coda consiste en las ondas dispersas que resultan cuando la onda directa invertida en el tiempo se transmite a través del subsuelo al punto de enfoque, (Wapenaar et al., 2012b).

## 2.3. Trazado de rayos

El método de trazado de rayos se basa en la solución aproximada de alta frecuencia de la ecuación elastodinámica. Esto lleva a la descomposición del campo de ondas en contribuciones independientes llamadas ondas elementales, que se propagan a lo largo de los rayos. Los tiempos de viaje de estas ondas elementales pueden representar varias ondas sísmicas del cuerpo que se propagan en estructuras heterogéneas, isotrópicas o anisotrópicas, en capas y en bloques. Tales ondas (directas, reflejadas, convertidas o multiplicadas reflejadas y transmitidas), calculadas a lo largo de los rayos de estas ondas, obtienen como resultado diferentes tiempos de viaje aplicados en el modelamiento y procesamiento sísmico de los datos, (Cerveny, 2007).

El trazado de rayos se transmite mediante un método de perturbación hasta que satisface un criterio mínimo de tiempo de viaje. Las dificultades con trazado de rayos se dividen en tres categorías. En primer lugar, para campos de velocidad fuertemente variables, puede haber muchos caminos que conectan dos puntos de interés. En segundo lugar, se requieren muchos caminos de viaje a muchos puntos, los costos informáticos hacen que el método no sea práctico. Por último, en un medio suavizado, puede haber una zona de sombra, donde pares de puntos estarán conectados sólo por rayos que tienen una amplitud geométrica muy pequeña porque un pequeño cambio en el ángulo de despegue da lugar a un cambio grande en el camino del rayo, (Vidale, 1988).

Los tiempos de la primera llegada corresponden al primer arribo del campo de onda completo en una posición del receptor específica. Corresponden a la solución exacta de una ecuación elastodinámica en un modelo dado y al campo de onda completo, que no está separado en ondas elementales individuales, (Cerveny, 2001). Una de las propiedades de la primera llegada del tiempo de viaje, es que no está relacionada con la descomposición del campo de onda completo, es una función única de la posición, no del tipo de onda que llega primero, que se define en cualquier punto del modelo. Además, no está relacionado de ninguna manera, con las amplitudes del campo de onda.

Las estructuras se suavizan hasta que los trazos de rayos se comportan bien, (Vidale, 1990). Los tiempos de viaje pueden calcularse con precisión mediante campos de velocidad basados en un sistema de Ecuaciones diferenciales ordinarias, que describen líneas características de la ecuación diferencial parcial eikonal. (Gray, 1994), pero formuladas en las coordenadas del sistema del rayo.

#### 2.3.1. Ecuación Eikonal

La ecuación Eikonal es el modelo matemático, que describe los rayos o frente de onda del tiempo de viaje (eikonal) de la primera llegada y se utiliza para calcular tanto los rayos como los tiempos de recorrido de las ondas de alta frecuencia que se propagan a través de un medio de velocidad suavizado (Schuster, 2007), ver Figura **2-3**.

![](_page_23_Figure_3.jpeg)

Figura 2-3: llegada de los primeros rayos de la solución Eikonal, en un modelo de velocidad suavizado.

La solución eikonal calcula los tiempos de la primera llegada y carece de la capacidad importante de rastrear las múltiples llegadas, (Sava, 1997). En estructuras con variaciones laterales de velocidad, la llegada inicial no corresponde necesariamente a la onda más energética, y otras llegadas pueden ser crucialmente importantes para el modelado preciso y la obtención de imágenes, (Schuster, 2007). A continuación se describe la derivación de la ecuación eikonal, partiendo de la ecuación de onda isotrópica elástica, (Schuster, 2007):

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j},\tag{2-9}$$

donde,

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{i_j} \frac{\partial_{u_k}}{\partial_{x_k}} + \mu \left( \frac{\partial_{u_i}}{\partial_{x_j}} + \frac{\partial_{u_j}}{\partial_{x_i}} \right), \qquad (2-10)$$

La variable  $u_k$  corresponde al desplazamiento de partículas k,  $\rho$  es densidad, y  $\lambda$  y  $\mu$  son las constantes de Lamé. Para una fuente de onda plana armónica que oscila a la frecuencia angular  $\omega$  y un dispersor embebido en un medio homogéneo, es razonable suponer que las primeras llegadas dispersas del campo lejano pueden ser aproximadas por una función de Green de espacio libre, es decir:

$$\overline{u}(\overline{r},\omega) \sim \overrightarrow{A}(r) e^{i\omega\tau_{ro}}.$$
(2-11)

El dispersor está en el origen,  $\tau_{ro}$  es el tiempo de viaje desde el dispersor al punto de interrogación r, y  $\overrightarrow{A}(r)$  es un vector de desplazamiento que explica la dispersión y las pérdidas geométricas de dispersión. La Ecuación 2-11 puede ser usada como una solución de la ecuación de onda. Los valores desconocidos de  $\overrightarrow{A}$  y  $\tau$  se pueden encontrar insertando la Ecuación 2-11 en la Ecuación 2-9 para obtener una ecuación cuadrática en  $\omega$ , (Schuster, 2007). En altas frecuencias, el término geométrico de propagación se rige por la ecuación de transporte:

$$-\rho \overrightarrow{A} + \left(\overrightarrow{A} \cdot \nabla \tau\right) \nabla \tau + \mu \left|\nabla \tau\right|^2 \overrightarrow{A} = 0.$$
(2-12)

Cuando  $\nabla \tau$  es paralelo a  $\overrightarrow{A}$ , se obtiene:

$$|\nabla \tau|^2 = \rho / (\lambda + 2\mu) = v p^{-2}$$
 (2-13)

La Ecuación 2-13 es la ecuación eikonal de onda P, cuya solución genera el tiempo de viaje de las primeras llegadas de onda P en todas las partes del modelo de velocidad suavizado, (Schuster, 2007).

## 2.4. Teorema de reciprocidad

El principio de reciprocidad dice que la misma traza debe ser registrada si se cambian las ubicaciones de la fuente y el geófono, sin importar la complejidad estructural geológica. La velocidad del medio a lo largo de un rayo es la misma en cualquier dirección, ver Figura 2-4. Ademas, el teorema de reciprocidad formula relaciones generales entre dos estados acústicos en un mismo dominio, como la función de Green y la función de enfoque.

![](_page_25_Figure_3.jpeg)

**Figura 2-4**: Componentes unidireccionales del campo de onda descendente y ascendente entre la superficie  $z_0$  y la profundidad de referencia  $z_i$ , relacionados al teorema de reciprocidad.

A continuación se explican los pasos involucrados en este cálculo, aplicando dos formas del teorema de reciprocidad: el primero de tipo convolución y el segundo de tipo correlación de un campo de onda en unidireccional a presión normalizada entre la superficie  $Z_0$  y una profundidad de referencia  $Z_i$ , para los campos ascendente y descendente (Wapenaar et al., 2014). La Ecuación 2-14, corresponde al teorema de reciprocidad de tipo convolución:

$$\int_{Z_0} \rho^{-1}(x) \left[ (\partial_z P^d_A) P^u_B + (\partial_z P^u_A) P^d_B \right] d_{x0} = -\int_{Z_i} \rho^{-1}(x) \left[ P^d_A(\partial_z P^u_B) + P^u_A(\partial_z P^d_B) \right] d_{xi}.$$
(2-14)

El segundo teorema de reciprocidad para campos de onda unidireccionales de tipo correlación, donde el asterisco (\*) denota una conjugación compleja, igualmente, los productos en el dominio de la frecuencia corresponden a correlaciones en el dominio del tiempo. Esta ecuación esta dada por:

$$\int_{Z_0} \rho^{-1}(x) \left[ (\partial_z P_A^d)^* (P_B^d) + (\partial_z P_A^u)^* (P_B^u) \right] d_{x0} = -\int_{Z_i} \rho^{-1}(x) \left[ (P_A^d)^* (\partial_z P_B^d) + (P_A^u)^* (\partial_z P_B^u) \right] d_{xi} d_{x$$

Las expresiones  $\mathbf{A} \mathbf{y} \mathbf{B}$ , corresponden a dos estados acústicos independientes. Considerando la función de Green como un estado  $\mathbf{A}$ , y las funciones de enfoque como un estado  $\mathbf{B}$  en el teorema de reciprocidad para las superficies  $z_0$  y  $z_i$ , dentro del subsuelo, como se observa en la Tabla**2-1**:

**Tabla 2-1**: Campos de onda unidireccionales del subsuelo en el dominio del tiempo, entre la superficie  $Z_0$  y la profundidad de referencia  $Z_i$ .

	EstadoA	EstadoB
<i>Z</i> <sub>0</sub>	$\partial_z P_A^d = \partial_z G^d(X_s, X_g, t)$ $\partial_z P_A^u = \partial_z G^u(X_s, X_g, t)$	$P_B^d = f_1^d(X_s, P_e, t)$ $P_B^u = f_1^u(X_s, P_e, t)$
$Z_i$	$P^d_A = G^d(P_e, X_g, t)$ $P^u_A = G^u(P_e, X_g, t)$	$\partial_z P_B^d = \partial_z f_1^d(X_s, P_e, t)$ $\partial_z P_B^u = \partial_z f_1^u(X_s, P_e, t)$

El resultado del teorema de reciprocidad, es la obtención de la función de Green ascendente y descendente y la función de enfoque. La relación entre las funciones de enfoque  $f_1$  y  $f_2$  entre la superficie  $Z_0$  y una profundidad de referencia  $Z_i$ , (Wapenaar et al., 2014) mediante el teorema de reciprocidad tipo convolución, es:

$$f_1^d(X_s, P_e, t) = f_2^u(P_e, X_g, t),$$

y para el teorema de reciprocidad tipo correlación se obtiene:

$$-\{f_1^u(X_s, P_e, t)\}^* = f_2^d(P_e, X_g, t)$$

Sustituyendo los campos de onda unidireccionales de la Tabla **2-1** en la Ecuación 2-14, correspondiente al teorema de reciprocidad de tipo convolución, se obtiene la función de Green ascendente, (Wapenaar et al.,2014).

$$G^{u}(P_{e}, X_{g}, t) = \int_{z_{0}} R(X_{g}, X_{s}, t) f_{1}^{d}(X_{s}, P_{e}, t) dx_{0} - f \mathbf{1}^{u}(X_{s}, P_{e}, t).$$
(2-16)

Igualmente, reemplazando los campos de onda unidireccional, de la Tabla**2-1** en la Ecuación 2-15, que pertenece al teorema de reciprocidad de tipo correlación, se obtiene la función de Green descendente.

$$G^{d}(P_{e}, X_{g}, t) = -\int_{z_{0}} R(X_{g}, X_{s}, t) \left\{ f_{1}^{u}(X_{s}, P_{e}, t) \right\}^{*} dx_{0} + \left\{ f1^{d}(X_{s}, P_{e}, t) \right\}^{*}.$$
 (2-17)

Sumando la función de Green ascendente y descendente se obtiene:

$$G^{d}(P_{e}, X_{g}, t) + G^{u}(P_{e}, X_{g}, t) = \int_{z_{0}} f_{2}(P_{e}, X_{g}, t) R(X_{g}, X_{s}, t) dx_{0} + \{f_{2}(P_{e}, X_{g}, t)\}^{*} .$$
(2-18)

La parte izquierda de la Ecuación 2-18, representa la superposición de la función de Green ascendente y descendente a presión-normalizada en una fuente virtual  $S_v$ , relacionada a la propagación de la onda descendente desde una fuente en superficie, (Wapenaar, 2014a). En resumen, se muestra como la función de Green en el subsuelo, propagado desde una fuente en superficie  $X_s$ , a un receptor virtual en  $P_e$  a una profundidad especifica  $Z_i$ , o viceversa, puede ser obtenida de la respuesta por reflexión observada en superficie  $X_g$  y la función de enfoque  $f_2$ .

#### 2.5. Ecuación de Marchenko

La ecuación de Marchenko se deriva de la Ecuación 2-18, que contiene cuatro parámetros desconocidos: la función de Green ascendente  $G^d$  y la función de Green onda descendente  $G^u$ , además de los campos de onda ascendente y descendente de la función de enfoque de  $f_2$ .

$$G(P_e, X_g, t) = \int_{z_0} dx_0 \int_{-\infty}^t f_2^u(P_e, X_g, t) R(X_g, X_s, t - t') dt' + f_2^d(P_e, X_g, -t), \qquad (2-19)$$

El limite de integración superior (t=t') se deriva de la causalidad de la respuesta por reflexión  $R(X_s, X_g, t - t')$ , por otra parte,  $td(P_e, X_g)$  es el tiempo de viaje de la primera llegada a un

receptor  $X_g$  en superficie proveniente desde una fuente virtual en  $P_e$  localizada en  $Z_i$ .La Ecuación 2-19 se evalúa para  $t < t_d(P_e, X_g)$  se obtiene:

$$0 = \int_{z_0} dx_0 \int_{-\infty}^t f_2^d(P_e, X_g, t) R(X_g, X_s, t - t') dt' + f_2^u(P_e, X_g, -t).$$
(2-20)

 $R(X_g, X_s, t)$ , se obtiene de la respuesta por reflexión medida por un receptor  $X_g$  en superficie. Así mismo, el objetivo es determinar la función de enfoque  $f_2$ , (Wapenaar, 2014a). Para lograr esto, en el subsuelo se pueden definir ondas ascendentes y descendentes con respecto a la respuesta por transmisión  $T(X_s, P_e, t)$ , a una profundidad especifica  $Z_i$ .

![](_page_28_Figure_4.jpeg)

**Figura 2-5**: Relación de las funciones de Green  $G^{d,u}$  y funciones de enfoque  $f^{d,u}$ , en las superficies  $z_0$  y  $z_i$ 

La relación entre la función de enfoque y la respuesta de transmisión esta dada por:

$$f_2^u(P_e, X_q, t) = T^{inv}(P_e, X_q, t),$$
(2-21)

 $f_2^u(P_e, X_g, t)$  es el campo ascendente de la llegada directa desde una fuente virtual a un receptor en superficie,  $T^{inv}(P_e, X_g, t)$  es la respuesta de transmisión inversa y  $-t_d(P_e, X_g)$  es el tiempo de viaje de la primera llegada, (Wapenaar, 1989). Cuando se expresa la función de enfoque como una onda directa, seguida de una dispersión de coda causal, se asume que es la primera llegada de la onda directa (Wapenaar et al., 2014).

$$f_2^u(P_e, X_g, t) = T^{inv}(P_e, X_g, t) + M(P_e, X_g, t)$$
(2-22)

 $M(P_e, X_g, t) = 0 \qquad t \le -t_d(P_e, X_g),$ 

donde  $M(P_e, X_g, t)$  es la dispersión de coda. Sustituyendo la Ecuación 2-22, dentro de la Ecuación 2-19 de la función de enfoque  $f_2$ , se obtiene la ecuación de Marchenko 3D:

$$0 = \int_{z_0} dx_0 \int_{-\infty}^{-t_d^{\epsilon}} R(X_g, X_s, t-t') T_d^{inv}(P_e, X_s, t') dt' + \int_{z_0} dx_0 \int_{-t_d^{\epsilon}}^{t} R(X_g, X_s, t-t') M(P_e, X_s, t') dt$$

$$(2-23)$$

$$+ M(P_e, X_g, -t) \qquad \text{para } t < t_d(P_e, X_g).$$

La estimación de la función de Green en imágenes relocalizadas y condición de imagen requiere la separación de la función de Green descendente  $G^d(P_e, X_g, t)$  y ascendente  $G^u(P_e, X_g, t)$ , (Wapenaar,2014). Sustituyendo la Ecuación 2-16 y la Ecuación 2-17 que hace referencia a la función de Green descendente y ascendente, obtenidas en el teorema de reciprocidad, la primera llegada de la función de Green es cero, por lo tanto:

$$0 = \int_{z_0} dx_0 \int_{-\infty}^{-t} R(X_g, X_s, t - t') f_1^d(X_s, P_e, t) dt' - f 1^u(X_s, P_e, t)$$
(2-24)  
Per X<sub>0</sub>):

para  $t < t_d(P_e, X_g)$ 

у

$$0 = -\int_{z_0} dx_0 \int_{-\infty}^{-t} R(X_g, X_s, t - t') \left\{ f_1^u(X_s, P_e, t) \right\}^* dt' + \left\{ f 1^d(X_s, P_e, t) \right\}^*, \qquad (2-25)$$

para  $t < t_d(P_e, X_g)$ .

De igual forma que en la Ecuación 2-22, la función de enfoque  $f_1$  es:

$$f_1^d(X_g, P_e, -t) = T_d^{inv}(P_e, X_g, t) + M^d(X_g, P_e, t).$$
(2-26)

 $M^d(X_g, P_e, t)$  es la coda causal y es = 0, cuando  $t \leq -t_d(P_e, X_g)$  y  $f_1^u(X_g, P_e, -t) = 0$  cuando  $t \geq -t_d(P_e, X_g)$ , (Wapenaar, 2014). Por último, se reemplaza la Ecuación 2-26, en la Ecuación 2-24 y la Ecuación 2-25:

$$0 = \int_{z_0} dx_0 \int_{-\infty}^{-t_d^{\epsilon}(P_e, X_s)} R(X_g, X_s, t - t') T_d^{inv}(P_e, X_s, t') dt' + \int_{z_0} dx_0 \int_{-t_d^{\epsilon}(P_e, X_s)}^{t} R(X_g, X_s, t - t') M^+(X_s, P_e, t') dt' - f_1^u(X_g, P_e, t)$$
(2-27)

У

$$0 = \int_{z_0} dx_0 \int_{-t_d^{\epsilon}(P_e, X_s)}^{t} R(X_g, X_s, t - t') f_1^u(X_s, P_e, -t) dt - M^+(X_g, P_e, -t)$$
(2-28)

para  $t < t_d(P_e, X_g)$ .

#### 2.6. Esquema iterativo

Este método consiste en un algoritmo iterativo, que transforma la respuesta por reflexión del subsuelo medido en la superficie  $Z_0$ , en la función de Green estimada por la ecuación de Marchenko, como una fuente virtual en el punto de enfoque  $P_e$ . Esto puede ser interpretado como un proceso de relocalización. Además de requerir los datos de reflexión medidos en la superficie, el método también requiere una estimación de los tiempos de viaje de la primera llegada del rayo de la onda desde la ubicación de fuente virtual a receptores situados en la superficie de adquisición  $Z_0$ . Estos tiempos de viaje son un elemento clave del método porque especifican la ubicación de la fuente virtual en el subsuelo. La función de Green no solo se centra en  $P_e$ , sino que ademas genera artefactos en t=0. El esquema iterativo permite eliminar los artefactos, mediante la actualización del campo incidente, lo cual genera nuevos artefactos que a su vez tienden a ser cancelados,(Wapenaar et al., 2013). La Ecuación 2-26, puede ser escrita en el esquema iterativo para la función de enfoque  $f_{1,k}^d(X_g, P_e, -t)$  como:

$$f_{1,k}^d(X_g, P_e, -t) = T_{td}^{inv}(P_e, X_g, t) + M_{k-1}^d(X_g, P_e, t)$$
(2-29)

donde  $M_{k-1}^d(X_g, P_e, t) = 0$ , suponiendo un sistema que converge. Las ecuaciones de Marchenko se pueden resolver mediante el esquema iterativo, propuesto por Wapenaar (2014), dado por:

$$M_k^d(X_g, P_e, -t) = \int_{z_0} dx_0 \int_{-t_d^e(P_e, X_g)}^t R(X_g, X_s, t - t') f_{1,k}^u(X_s, P_e, -t) dt'$$
(2-30)

$$f_{1,k+1}^u(X_g, P_e, t) = f_{1,0}^u(X_g, P_e, t) + \int_{z_0} dx_0 \int_{-t_d^\epsilon(P_e, X_s)}^t R(X_g, X_s, t - t') M_k^d(X_s, P_e, t') dt' \quad (2-31)$$

donde

$$f_{1,0}^{u}(X_g, P_e, t) = \int_{z_0} dx_0 \int_{-\infty}^{-t_d^{\epsilon}(P_e, X_s)} R(X_g, X_s, t - t') T_d^{inv}(P_e, X_s, t') dt'$$
(2-32)

$$M_k^d(X_g, P_e - t) = f_{1,k+1}^u(X_g, P_e,) = 0 \qquad \text{para } t \ge t_d(P_e, X_g)$$

## 2.7. Imagen

el termino de imagen o "imaging", (Claerbout, 1985), hace referencia a las técnicas dedicadas a crear representaciones de las estructuras dentro del subsuelo. Adicionalmente, las técnicas de migración estándar dependen de la disponibilidad de un modelo de velocidades preciso, esto debido a que si el modelo incluye errores en la velocidad, las reflexiones múltiples causan artefactos mas fuertes en la imagen final. Por otra parte, el método de Marchenko es un proceso el cual permite mover virtualmente fuentes  $X_s$  y receptores  $X_g$  en superficie ( $Z_0$ ) a un plano de referencia en el subsuelo o límite de superficie ( $Z_i$ ), en el punto de enfoque  $P_e$ . Mediante la estimación de la función de Green ascendente y descendente localizado, por debajo de la fuente virtual  $S_v$  y el receptor virtual  $R_v$ . Suponiendo que los receptores están localizados en un receptor virtual y se dispone de un modelo de velocidad, las ubicaciones de las fuentes virtuales se pueden relocalizar mediante continuación hacia abajo del campo de onda generada en superficie (Berryhill, 1979).

![](_page_31_Figure_4.jpeg)

**Figura 2-6**: Configuración de Re-localización. Las fuentes  $X_s$  y receptores  $X_g$  se encuentran en superficie, mientras las fuentes virtuales  $S_v$  y los receptores virtuales  $R_v$ están localizados en  $Z = Z_i$ , las flechas de color amarillo indican los campos descendentes, mientras que las feches verdes indican los campos ascendentes.

#### 2.7.1. Imagen con Deconvolución Multidimensional

La deconvolución multidimensional, es un proceso de inversión de múltiples trazas, que permite crear una imagen con amplitudes más precisas, donde la función de Green, esta relacionada con la respuesta de la reflexión por debajo del límite  $Z_i$ , de acuerdo a:

$$G^{u}(P_{e}, X_{g}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} R(R_{v}, S_{v}, t) * G^{d}(P_{e}, X_{g}, t) dx$$
(2-33)

La anterior expresión muestra la convolución de la función de Green descendente estimada con la respuesta por reflexión a una profundidad  $Z_i$ . La parte izquierda de la ecuación contiene la función de Green ascendente estimada en la superficie  $Z_i$ . Una manera directa y conveniente de resolver la Ecuación 2-33, con el fin de estimar la respuesta por reflexión  $R(R_v, S_v, t)$  debajo del límite de superficie  $Z_i$ , es por inversión de mínimos cuadrados (Van der Neut 2010), que puede escribirse como:

$$C(R_v, S_v, t) = \int_{-\infty}^{\infty} R(R_v, S_v, t) * \Gamma(R_v, S_v, t) dx$$
(2-34)

Donde  $S_v$  es introducido como una fuente virtual y  $R_v$  receptor virtual. El lado izquierdo de la Ecuación 2-34, es la función de de correlación  $C(R_v, S_v, t)$ , puede interpretarse como una convolución de la respuesta por reflexión estimada con la función de propagación de puntos  $\Gamma(R_v, S_v, t)$ , estas dos funciones se definen como:

$$C(R_v, S_v, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G^U(P_e, X_g, t + t') * G^d(P_e, X_g, t) dx$$
(2-35)

у

$$\Gamma(R_v, S_v, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G^d(P_e, X_g, t) * G^d(P_e, X_g, -t) dx$$
(2-36)

De acuerdo con la Ecuación 2-37, se obtiene la respuesta de reflexión relocalizada, con fuentes virtuales  $S_v$  y receptores virtuales  $R_v$ , localizados en una profundidad constante  $Z_i$ , (Van der Neut et al., 2011). Este proceso de deconvolución compensa los errores de amplitud de la función de Green descendente y ascendente, relacionados a la aproximación del arribo directo de la transmisión inversa por la inversión de tiempo de la llegada directa de la función de Green, (Wapenaar et al., 2014). La deconvolución reconoce la naturaleza multidimensional del campo de ondas sísmicas, de ahí que los múltiplos internos contribuyan a la restauración de las amplitudes de los reflectores.

$$R(R_v, S_v, t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(R_v, S_v, t) * \Gamma^{inv}(R_v, S_v, -t) dx$$
(2-37)

# 3 Metodología

En este capítulo, se indican las pautas de los procesos desarrollados en el algoritmo y aplicación del método de Marchenko, implementado en Matlab y Madagascar, que permiten el uso de herramientas de procesamiento de datos sísmicos, la construcción de códigos programables y SCons, (Ver anexo). Se probó en registros sintéticos generados en un modelo sintético 2D, conformado por una secuencia de capas planas, con velocidades y densidades homogéneas, y potencialmente explicado en una línea sísmica 2D del Valle Superior del Magdalena (VSM) un área geológicamente compleja, con variaciones laterales de velocidad. Estos datos sísmicos permiten evaluar los resultados de la aplicación del método. Así mismo, esta metodología sigue los pasos mostrados en la figura **3-1**.

![](_page_33_Figure_2.jpeg)

**Figura 3-1**: Flujo de trabajo para la estimación de la función de Green ascendente y descendente.

## 3.1. Modelo de velocidad y densidad

El modelo de velocidad está compuesto por once (11) capas horizontales y paralelas, con una longitud de 5000 metros y 2300 metros de profundidad total, con receptores separados por intervalos de 10 metros, con un total de 501 receptores. El modelo de velocidad debe tener una grilla que cumpla la estabilidad del criterio de Courant. Este criterio establece que el tamaño de la grilla debe ser tal que los campos de onda no cambien sustancialmente de un nodo a otro. En consecuencia, el intervalo de tiempo debe ser inferior que el tiempo necesario para que la onda atraviese los puntos de la grilla, de lo contrario, la simulación producirá resultados incorrectos. De acuerdo a lo anterior, se satisface la condición de estabilidad con un ancho de celda con dx=dz=10 y dt=0.001. La figura **3-2**, muestra el modelo de velocidad utilizado, en el que los valores de velocidad aumentan en profundidad, siendo el color azul de menor velocidad y el color rojo las velocidades mas altas.

![](_page_34_Figure_3.jpeg)

Figura 3-2: Modelo de velocidad de capas planas Corresponde a 11 capas con velocidades de 1900, 1950, 2050, 2150, 2225, 2400, 2350, 2475, 2500, 2525 y 2550 m/s. Las profundidades de los contactos entre capas están en un intervalo de 200, 600, 700, 800, 850, 1100, 1175, 1300, 1400 y 1500 m.

La figura **3-3**, muestra el modelo de densidad. Los valores de densidad varían de acuerdo a las propiedades de la roca en profundidad, siendo el color azul de menor densidad y el color rojo las densidades más altas. En el intervalo de profundidad 850 m a 1100 m correspondiente a la capa 6, se aumentaron los valores de velocidad y densidad, con el propósito de generar múltiples internas con fuertes reflexiones por debajo de la profundidad de 1100 m. Así mismo, la linea horizontal de color rojo corresponde al arreglo fuente-receptor en la superficie y el punto de enfoque está representado como un punto negro localizado en X=0 y una profundidad de 1100 metros.

![](_page_35_Figure_1.jpeg)

Figura 3-3: Modelo de densidad de capas planas usado para generar los registros sísmicos de la 3-5. Corresponde a 11 capas de densidad de 2000, 2200, 2300, 2200, 2000, 2700, 2200, 2100, 2000, 2400 y 2100 mg/cc. Las profundidades de las interfaces son 200, 600, 700, 800, 850, 1100, 1175, 1300, 1400 y 1500 m.

# 3.2. Cálculo del registro sísmico y eliminación de la onda directa

Para el modelamiento de propagación de onda en medios acústicos 2D, por el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo, se utilizó el modelo de velocidad, el modelo de densidad y como fuente se usó una ondícula Ricker con una frecuencia central de 20 Hz, con el objetivo de generar 501 registros sísmicos. Para este fin se implementa el código, "awefd2d" en el software Madagascar, que permite propagar campos de ondas, utilizando la ecuación de onda acústica 2D en diferentes medios.

El tiempo de computación para la generación de los 501 registros sísmicos es de 16 horas, para el modelo de velocidad de capas planas, mientras que para el modelo de velocidad de VSM el tiempo fue de 42 horas, con un equipo de computación con procesador core i7 de 2.60 Hz con 8 núcleos y memoria RAM de 16 GB. A continuación, la figura **3-4**, muestra imágenes instantáneas de la propagación de la onda en el modelo de capas planas, para diferentes tiempos cada una, desde 0.6s hasta 2.5s. La figura **3-4**-b, muestra el campo de onda en un tiempo instantáneo de 1.2s, donde se puede observar la propagación de tres campos de onda: el primero de color rojo corresponde al campo de onda directa, el segundo campo de onda de color azul corresponde al campo de onda transmitido hacia las capas inferiores, así mismo el tercer campo de onda corresponde a la ondas reflejadas, que son registradas por los receptores en superficie representada en color verde.

![](_page_36_Figure_1.jpeg)

**Figura 3-4**: Modelo de propagación instantánea del campo de onda, desde una fuente localizada en X = 0 y Z = 0 del modelo de capas planas con velocidades constantes, incrementando en tiempo desde 0.0s hasta 2,5s y un intervalo de muestreo de 1 ms.

Se aplicó la condición de borde absorbente híbrida ABCH, que añade una área de transición en el limite del modelo con el fin de atenuar reflexiones espúreas generadas en estos limites, como se observa en la figura **3-4**-d. Por el contrario, la figura **3-4**-e, (no se aplicó condición de borde absorbente), muestra el rebote del campo de onda de color amarillo en los bordes superior e inferior después de 2.5 s. Como consecuencia se generan reflexiones falsas que se identifican en color rojo punteado. Finalmente se obtiene el registro sísmico, presentado en la figura **3-5**.

![](_page_37_Figure_1.jpeg)

**Figura 3-5**: Registro sísmico con fuente localizada en X = 0 y Z = 0, libre de reflexiones de borde.

Posteriormente, se remueve la onda directa del registro, que corresponde a un evento muy evidente como se observa en la figura **3-6**-a marcado en color rojo. Dado que la onda directa es más fuerte que las múltiples internas y tan fuerte como las ondas primarias, puede generar artefactos. El proceso de eliminación de la onda directa en el registro sísmico consiste en propagar el campo de onda, con la velocidad de la capa meteorizada de 1900 m/s y densidad de 1200  $k/m^3$ , en un modelo homogeneo localizando la fuente en superficie. El tendido de los receptores es el doble de largo del registro sísmico, como se observa en la figura **3-6**-b, y la figura **3-6**-c, con la onda directa removida.

![](_page_38_Figure_1.jpeg)

Figura 3-6: Remoción de la onda directa en el registro sísmico, (a) Registro sísmico (b) Ground roll y onda directa (c) registro sísmico después de remover la onda directa y el ground roll.

## 3.3. Cálculo del tiempo de viaje de la primera llegada

Se requiere estimar los tiempos de viaje de la onda primaria del punto de enfoque localizado a una profundidad de Z = 1100m, a los receptores ubicados en la superficie de adquisición a Z = 0m. Estos tiempos de viaje se calcularon mediante la ecuación eikonal en un modelo de velocidad suavizado, dado que son un elemento clave del método, porque especifican la ubicación de la fuente virtual en el subsuelo.

![](_page_39_Figure_1.jpeg)

Figura 3-7: Modelo de velocidad suavizado tres veces con una ventana de 50X50, con densidad constante, el punto de color negro corresponde a una fuente virtual localizada en X = 0 y Z = 1100mts.

Se aplicó un filtro de suavización al modelo de velocidad y densidad de la figura **3-2**, utilizando la función "*smooth*", con parámetros de ventana de 50 X 50 y tres repeticiones del suavizado. La figura **3-7** muestra el modelo de velocidad suavizado.

El computo de los tiempos de viaje, fueron obtenidos a partir de la solución de la ecuación eikonal usando diferencias finitas. En un punto de enfoque  $P_e$  en Z=1100 m con receptores en superficie. La figura **3-8** muestra como resultado la curva del tiempo de viaje desde el punto de enfoque hasta los receptores en superficie.

![](_page_40_Figure_1.jpeg)

Figura 3-8: Curva del tiempo de viaje de la primera llegada al punto de enfoque en Z = 1100m registrado en la superficie y calculada al resolver la ecuación eikonal.

## 3.4. Método iterativo de Marchenko

El método iterativo generado en la ecuación de Marchenko permite estimar la función de Green con fuente virtual situada en el punto de enfoque a una profundidad Z = 1100. Tomando el registro sísmico en superficie después de remover la onda directa y la estimación de los tiempos de viaje desde el punto de enfoque hacia los receptores, se aplico el método iterativo con los siguientes parámetros de entrada: Escala = 4, corrimiento=-7, Taper=200 y numero de iteraciones=25, como se observa en la figura **3-9**. Este proceso es importante porque se utiliza para actualizar las estimaciones de la función de Green ascendente y descendente.

![](_page_41_Figure_1.jpeg)

**Figura 3-9**: Estimación de la función de Green, localizado en  $P_e = (0,1100 \text{ mts})$ . (a) Función de Green estimada ascendente  $G^u(P_e, X_s, t)$  y (b) Función de Green estimada descendente  $G^d(P_e, X_s, t)$ ).

## 3.5. Condición de imagen

Se aplicó la condición de imagen por deconvolución multidimensional a partir de las estimaciones de la función de Green ascendente  $G^u(P_e, X_s, t)$  y descendente  $G^d(P_e, X_s, t)$  obtenidos mediante el esquema iterativo de la ecuación de Marchenko estimada a una profundidad de 1100 m. La figura **3-10**-a muestra el registro sísmico resultante del área objetivo lograda a través de la condición de imagen por deconvolución multidimensional.

![](_page_41_Figure_5.jpeg)

**Figura 3-10**: Sismograma con Deconvolución multidimensional a partir de la función de Green estimada ascendente y descendente.

# **4** Resultados

La metodología anteriormente descrita se evalúa en datos sintéticos de un modelo de velocidad y el segundo en datos sísmicos con un modelo de velocidad del Valle Superior del Magdalena (VSM). Datos sísmicos se generaron a partir del modelo de velocidad del VSM y se compara con los registros reales.

## 4.1. Método iterativo de Marchenko

Para aplicar el método iterativo de Marchenko se seleccionan los parámetros óptimos de: Escala, corrimiento, taper y el número de iteraciones, se compararon dos conjuntos de parámetros para diferenciar los resultados de la estimación de la función de Green ascendente y descendente por la ecuación de Marchenko.

El parámetro escala se aplica cuando los sismogramas no tienen la amplitud correcta y representa la corrección para corregir posibles errores de amplitud en el registro sísmico como se observa en la figura **4-1**-a, con parámetro de escala=1.

Al resolver la ecuación de Marchenko con un factor de escala=4, los errores en la amplitud disminuyen al actualizar iterativamente. El resultado de la función de Green con reflectores marcados, se muestra en la figura **4-1**-b. En las trazas de la figura **4-1**-c se observa una no-table diferencia por debajo de 0.5 s. La traza de color rojo corresponde a una escala=1 con amplitudes inferiores a 0.05, mientras la traza de color azul con escala=4 muestra reflexiones con amplitudes en un intervalo de 0.1 a 0.2 correspondientes a los reflectores localizados mas allá de 0.5 ms.

![](_page_43_Figure_1.jpeg)

**Figura 4-1**: Parámetro de escala, (a) Registro sísmico a escala 1 (b)Registro sísmico a escala 4 (c) Comparación de trazas con escala 1 y escala 4.

El parámetro corrimiento en la estimación de la función de Green, genera una ventana de atenuación de los artefactos localizados por encima de este corrimiento. Para determinar el corrimiento se hicieron pruebas con diferentes valores como se muestra en la figura **4-2**. Los valores aplicados son: -50 (color purpura), -7 (color amarillo), 0 (color verde) 10 (color naranja) y 50 (color rojo), el efecto de un cambio negativo o positivo en el corrimiento permite excluir o incluir el ancho de la ondícula. Un cambio positivo atenúa la primera llegada del campo de onda calculado por la solución de la ecuación eikonal, mientras que un cambio negativo preservará la primera llegada del campo de onda. Para este trabajo se escogió un corrimiento=-7.

![](_page_44_Figure_1.jpeg)

Figura 4-2: Variación del parámetro corrimiento en el registro sísmico de la función de Green estimada en  $P_e = (0,1100 \text{m})$ .

Por otra parte, el parámetro *taper* atenúa los artefactos de alta frecuencia asociados al proceso de iteración por encima de la ventana de atenuación generada en el parámetro de corrimiento. La figura **4-3**-a, muestra la presencia de artefactos generados en el proceso de iteración con Taper=10. Cuando se aplica un Taper=200, los artefactos se atenúan totalmente como se observa en la figura **4-3**-b. La figura **4-3**-c y **4-3**-d , muestra la comparación de estas trazas en el intervalo de tiempo entre 0s y 0.5s. La línea de color verde corresponde a la traza con Taper=10, cuyos valores de amplitud se encuentran entre -0.01 y 0.01. Por el contrario, en la linea de color azul asociada a la traza con Taper=200, las amplitudes son muy cercanas a cero con valores que oscilan entre -0.0005 y 0.0005. La atenuación resultante de las señales espúreas aplicando el parámetro Taper=200 es del 98 %.

![](_page_45_Figure_1.jpeg)

Figura 4-3: Análisis del Parámetro de Taper, (a) Registro con Taper 10 (b)Registro con Taper 200 (c) traza con Taper 10 (color verde) y (d) traza con Taper 200 (color azul) en el intervalo de tiempo de 0 a 0.4s.

El esquema iterativo se inicia con la función de enfoque  $f_1^u$ , que se obtiene de la convolución del registro sísmico con la primera llegada del campo de onda calculado por la solución de la ecuación eikonal. En la primera iteración, se actualiza  $f_1^u$ , que es entrada del siguiente paso para estimar de  $f_1^d$ , de acuerdo a las ecuaciones (2-29) y (2-30) como se muestra en la figura **4-4**-a, donde no se evidencia ningún cambio. Además se observa en el registro sísmico de la función de Green estimada ascendente de la figura **4-4**-b, varios eventos por encima de la curva de reflexión de enfoque. Estos eventos corresponden a eventos virtuales,que son separados de la función de Green en cada proceso de iteración. Así mismo, se observan reflexiones marcadas por debajo de la curva de reflexión de enfoque que corresponden a múltiples internas, que en el registro sísmico podrían confundirse con reflexiones primarias. En este paso inicial, se estima la función de Green de las reflexiones ascendentes con múltiples internas.

![](_page_46_Figure_1.jpeg)

Figura 4-4: Registros sísmicos estimados a 1 iteración, a) Función de Green estimada descendente, b) Función de Green estimada ascendente y c) Función de Green estimada y traza (color amarillo) con amplitudes del ápice del sismograma.

El el segundo paso, se estima la función de Green descendente como se observa en la figura **4-5**-a correspondiente a la iteración número 5 y generado a partir de la ecuación (2-27). Además se observa en la figura **4-5**-b la función de Green estimada ascendente actualizada con reflexiones de mayor amplitud y eventos espúreos más atenuados, como lo muestra la traza de color verde y la función de Green estimada en la figura **4-5**-c. Estas actualizaciones son importantes para la estimación de la amplitud de la función de Green. La función de enfoque inicial se calcula en un modelo de velocidad suavizado. Por lo tanto, las funciones de Green estimadas son versiones escaladas de las funciones exactas de Green. Durante las iteraciones posteriores, las amplitudes de las reflexiones se actualizan, como se observa en la figura **4-6**-c, donde se han atenuado los eventos virtuales y los reflectores tienen mayor amplitud.

![](_page_47_Figure_1.jpeg)

Figura 4-5: Registros sísmicos estimados a 5 iteraciones, a) Función de Green estimada descendente, b) Función de Green estimada ascendente y c) Función de Green estimada y traza (color verde) con amplitudes del ápice del sismograma.

En la iteración 25 se tiene una estimación razonable de la función de Green ascendente y descendente con las ecuaciones (2-16) y (2-17), usando las estimaciones obtenidas de las funciones de enfoque  $f_1^u$  y  $f_1^d$ . La figura **4-6**, muestra la estimación de la función de Green, donde los eventos espúreos han sido significativamente atenuados junto con las múltiples internas. Por último, la traza de color azul, muestra ganancia en la amplitud de las reflexiones en comparación a las amplitudes de las anteriores trazas.

![](_page_47_Figure_4.jpeg)

Figura 4-6: Registros sísmicos estimados a 25 iteraciones, a) Función de Green estimada descendente, b) Función de Green estimada ascendente y c) Función de Green estimada y traza (color azul) con amplitudes del ápice del sismograma.

## 4.2. Datos sintéticos

En esta sección se muestran los resultados de condición de imagen por deconvolución multidimensional, obtenido a partir de la estimación de la función de Green por el método iterativo de Marchenko, generados a partir del modelo de velocidad y densidad de capas planas y velocidad constante de las Figuras **3-2** y **3-3**.

La figura 4-7-a, muestra la traza obtenida de hacer la convolución del perfil de reflectividad (CR) con una ondícula Ricker de 20 Hz. Se observan cuatro reflectores correspondientes a las interfaces de las capas 7 a 11, la primera interfaz se localiza a 1170 m con CR de -0.0001, la segunda interfaz a 1300 m con CR de 0.057, la tercera interfaz a 1400 m con CR de 0.0293 y la última interfaz con CR de -0.071. La figura 4-7-b se observa una traza sísmica de referencia obtenida a partir de una fuente localizada a 1100 m de profundidad, que presenta cuatro múltiples (M) ordenadas alfabéticamente, separadas cada 100 m, que se atenúan en profundidad.

![](_page_48_Figure_4.jpeg)

Figura 4-7: Comparación entre (a) traza sísmica calculada mediante convolución (verde),
(b) traza sísmica de referencia, con fuente localizada a 1100 m. (rojo), las lineas denominadas con M indican múltiples presentes en la traza y (c) traza sísmica de la función de Green estimada (azul), las lineas punteadas corresponden a las profundidades de las interfaces entre capas del modelo de velocidad por debajo de 0.5s.

Por ultimo, la figura 4-7-c muestra la traza sísmica estimada de la función de Green en el punto de enfoque, con sus múltiples atenuadas. La diferencia entre la traza de referencia y la traza estimada, se debe a que al estimar la función de Green se elimina la influencia de la capa seis con velocidad de 2400 m/s y densidad de 2700  $kg/m^3$ , localizada a una profundidad de 830 m y espesor de 250 m. En el tiempo 0.5 s de la traza de referencia y en la traza estimada se observa la localización del punto de enfoque caracterizado como una función delta de Dirac con mayor amplitud en el punto de enfoque  $P_e$ .

Se observan diferencias en amplitud, polaridad y atenuación de múltiples. Las amplitudes de la traza estimada (figura 4-7-c) aumentaron un 10 % con relación a la traza de referencia (figura 4-1-b). Sin embargo, las amplitudes en la traza estimada son el 58,45 % de la traza calculada (4-7-a). Así mismo, se observa que las amplitudes en cada interfaz tienen la misma polaridad que el CR de la traza calculada. Por último, se observa atenuación de las cuatro múltiples en la traza estimada.

![](_page_49_Figure_3.jpeg)

Figura 4-8: Correlación de los coeficientes de reflectividad, para la traza calculada (verde), la traza de referencia a 1100m (rojo) y la traza estimada a 1100m (azul).

Se realizó el análisis de correlación lineal en la figura **4-8** de la traza estimada con los datos de la traza calculada mediante convolución (color azul), la traza de referencia y los datos de la traza calculada mediante convolución (color rojo) y la traza calculada mediante convolución (color rojo) y la traza calculada mediante convolución (color verde), para cuantificar la estimación de la función de Green. Se encontró que

la correlación de la traza estimada es de 0.91, indicando una muy buena aproximación con los valores del perfil de reflectividad. En contraste, la correlación de la traza de referencia mostró una correlación de 0.7305. El apilamiento se llevó a cabo mediante matlab, buscando calcular los tiempos de viaje y apilar cada uno de los registros sísmicos del modelo para generar la imagen. La figura **4-9** muestra el resultado final del proceso de condición de imagen, con 100 trazas, para un offset máximo de 1000 m. Los reflectores se visualizan en la ubicaciones espaciales correctas, demarcadas en color amarillo. Las amplitudes relativas entre los diferentes reflectores son mejores en la **4-9**-b. Así mismo, las diferencias en la calidad de los resultados en la atenuación de cada una de las múltiples observadas en la traza estimada es del 67 % en Ma, 80 % en Mb, 50 % en Mc y del 90 % en Md.

![](_page_50_Figure_2.jpeg)

Figura 4-9: Imagen sísmica apilada, en la izquierda se observa el resultado de la imagen sísmica con fuente localizada a 1100 m, la parte derecha muestra el resultado para sismogramas estimados a 1100 m por el método de Marchenko. Las lineas amarillas corresponde a cada una de las interfaces entre capas por debajo de 1100 m, las lineas rojas muestran las múltiples generadas en el modelo.

#### 4.3. Modelo VSM

La metodología para la estimación de la función de Green a una profundidad específica presentada en el capítulo 3, se aplicó en una línea sísmica 2D adquirida en el Valle Superior del Magdalena (VSM), en Colombia, localizada en una franja en dirección noreste entre las cordilleras Central y oriental, como se observa en la figura **4-10**. Estructuralmente el valle superior del Magdalena, es una depresión limitada por un sistema de fallas compresivas, cabalgando el basamento Jurásico sobre rocas sedimentarias Cenozoicas, generando inversión de velocidad asociada a la Falla la Chusma. La sucesión estratigráfica en el área, está dada por depósitos vulcano clásticos de periodo Jurásico, sedimentos marinos de periodo Cretácico y sedimentos fluviales a transicionales del periodo Paleógeno. Históricamente, esta cuenca ha producido cantidades comerciales de petróleo y gas, produciendo 18 millones de barriles por año. La roca fuente se asocia a dos horizontes ricos en materia orgánica de edad Albiano medio y Turoniano. Los mayores reservorios corresponden a niveles de arenisca del Albiano y Campaniano-Maastrichtiano, aunque otros intervalos cretácicos y cenozoicos arenosos y calcáreos son también objetivos exploratorios (ANH,2011).

![](_page_51_Figure_3.jpeg)

Figura 4-10: Localización de la línea sísmica VSM. El área verde en la parte izquierda corresponde al área de la cuenca del valle superior del Magdalena, la figura de la derecha muestra la geología que aflora sobre la línea sísmica VSM.

#### 4.3.1. Geología

La litología de las rocas expuestas en la línea sísmica VSM, varían del periodo Jurásico al Neógeno. A continuación, se describen cada una de estas unidades geológicas de la más antigua a la más reciente.

#### Formación Saldaña (Ju)

La formación Saldaña se encuentra distribuida en gran parte de la línea sísmica VSM, está constituida principalmente por tobas. Rocas andesíticas y riolitas se encuentran en menor proporción entre las fallas La Pava y Chusma.

#### Formación Yaví (Kiy)

Esta unidad se encuentra en contacto discordante con la Formación Saldaña, también hace parte de bloques fallados asociados a la Falla La Pava. Esta Formación se encuentra constituida por conglomerados polimígticos el cual presenta intercalaciones de areniscas y arcillolitas. Esta formación infrayace la Formación Caballos y su espesor en promedio se estima entre 200 y 300 m (Fuquen, et al., 1989). La edad se relaciona con la Formación Caballos (Aptiano – Albiano), y Saldaña (Triásico – Jurásico).

#### Formación Caballos (Kic)

La Formación Caballos hace parte de los flancos de los sinclinales en la parte occidental de la línea sísmica VSM asociados a la Falla La Pava y en la parte central al Sistema de Fallas La Chusma. La descripción litológica en la parte inferior de la unidad y está constituido por capas de arenita de cuarzo, feldespática de grano medio que cambian a capas de arenita de grano fino a muy fino, interestratificada con lodolitas de colores claros.

La parte media está constituido por un conjunto lodolítico calcáreo en capas de micrita fosilífera y biosparita. Hacia la parte superior se encuentra un paquete de arenita de cuarzo con pequeñas cantidades de feldespato y líticos. La Formación Caballos suprayace la Formación Yaví e infrayace la Formación Hondita, presentando un espesor de 300 m aproximadamente. La edad de la Formación Caballos se obtuvo mediante asociación de foraminíferos bentónicos (Trochamminsp) ubicándose en el Albiano (Fuquen, et al., 1989).

#### Formación Hondita (Ksh)

Constituido hacia la base por lodolitas negras ricas en materia orgánica, con pequeñas intercalaciones de micrita. La parte media Corresponde a una secuencia de lodolitas fisiles y lodolitas calcáreas intercaladas con capas gruesas de micritas fósiles, hacia la parte superior por una secuencia de lodolitas calcáreas, con concreciones calcáreas. Intercalada a estas lodolitas aparecen capas de micritas fosilífera con estratificación paralela y ondulosa no paralela. La Formación Hondita se encuentra suprayaciendo la Formación Caballos e infrayaciendo la Formación Loma Gorda, presentando un espesor de 572 metros aproximadamente (Fuquen, et al., 1989), y abarca del Albiano medio hasta el Coniaciano (Fuquen, et al., 1989).

#### Formación Loma Gorda (Kslg)

Está constituida en la parte inferior y está constituido por una alternancia de chert intercalado con capas de lodolita calcárea y hacia la parte superior, está conformado por una secuencia de lodolitas físiles, lodolitas calcáreas y capas de micrita. La Formación Loma Gorda suprayace la Formación Hondita e infrayace el Grupo Olini, presenta un espesor en la zona de 150 metros y pertenece al Coniaciano (Fuquen, et al., 1989).

#### Grupo Olini (Kso)

El Grupo Olini se encuentra conformado por una sucesión de capas de chert. El conjunto de chert se encuentra intercalado por capas delgadas de micrita con laminación plano paralela y capas medias y delgadas de fosforita. El segmento intermedio, se compone de arenitas cuarzosas, de grano fino a muy fino con cemento calcáreo.

La parte superior del Grupo Olini, se constituye en su mayor parte por capas de chert con estratificación plano paralela, intercaladas aparecen capas delgadas de micrita y capas gruesas de fosforita. El Grupo Olini suprayace La Formación Loma Gorda e infrayace La Formación La Tabla, presentando un espesor de 110 metros y comprende desde el Coniaciano hasta el Campaniano (Fuquen, et al., 1989).

#### Formación La Tabla Kslt

Está constituido principalmente de arenitas cuarzosas con variaciones en el tamaño del grano. Hacia la parte superior, las arenitas aparecen de grano grueso con pirita y fragmentos de plantas en capas gruesas a muy gruesas. Esta Formación suprayace el Grupo Olini e Infrayace la Formación seca. La edad de esta formación es Campaniano – Maastrichtiano.

#### Formación Seca (KTs)

En la base de la Formación Seca se encuentran arcillolitas rojas, violetas y grises, con ocasionales lentes conglomeráticos compuestos por cantos de cuarzo, chert con una matriz arcillosa abundante. Hacia el techo se presentan bancos de arenisca intercalados con arcillolitas rojas. La Formación Seca suprayace la Formación La Tabla e infrayace el Grupo Gualanday, presenta un espesor promedio entre 300 y 400 m (Fuquen, et al., 1989). la edad se estableció de acuerdo con la posición estratigráfica, formando así el límite Cretácico-Cenozoico (Fuquen, et al., 1989).

#### Grupo Gualanday (Tgm)

El Grupo Gualanday se presenta en la parte oriental de la línea sísmica VSM. El Grupo Gualanday se divide en las formaciones Gualanday Inferior (Tg1), constituida por un conjunto de conglomerados polimígticos, intercalados con paquetes de areniscas gruesas y ocasionalmente arcillolitas y limolitas. Gualanday Medio (Tg2), constituido de arcillolitas rojas, gris-purpura y grises, intercaladas con limolitas arenosas y con algunos paquetes más resistentes de areniscas y conglomerados de colores amarillo y marrón y Gualanday Superior (Tg3), constituida por conglomerados polimígticos con intercalaciones de areniscas y algunos niveles de arcillolita de poco espesor (Fuquen, et al., 1989).

#### Formación Honda (Tsh)

La Formación Honda se encuentra constituida por una secuencia de areniscas, arcillolitas y conglomerados. Las areniscas son fluvio-lacustres, muchos de los componentes de las areniscas son de origen volcánico. (Fuquen, et al., 1989). El sistema de Fallas La Chusma compone el contacto de esta formación con la formación Hondita, en la parte oriental de la línea sísmica VSM.

#### Geología estructural

Las unidades geológicas de periodo Jurásico, se encuentran cabalgando, rocas Sedimentarias más jóvenes del valle superior del Magdalena, a partir de un conjunto de fallas inversas escalonadas, de rumbo norte-noreste, siendo las estructuras mayores y con mejores rasgos morfológicos; compuesta por el sistema de fallas de Chusma y la falla de Pava. La otra dirección es transversal, con rumbo sureste-noreste, representada por fallas de poca longitud.

#### 4.3.2. Linea Sísmica 2D VSM

La línea sísmica tiene una longitud total de 18,840 m, con 943 receptores separados en intervalos de 20 m, y 316 fuentes separadas cada 60 m. La longitud de registro en tiempo es de 5 s con un intervalo de muestreo de 2 ms, (Chica, 2015). Los datos suministrados fueron previamente procesados, con correcciones estáticas, deconvolución y primeros arribos enmudecidos. Esta información fue obtenida del trabajo de (Chica, 2015). Se realizo la interpretación sísmica de esta línea como se observa en la figura **4-11**, teniendo en cuenta información de la cartografía geológica del Servicio geológico Colombiano y la interpretación tectónica y sísmica de la ANH, donde se observa como las unidades jurásicas se encuentran por encima de las unidades terciarias, esto genera una inversión de velocidad que se ve representado en el modelo de velocidades interválicas observado en la figura **4-12**.

![](_page_55_Figure_3.jpeg)

![](_page_55_Figure_4.jpeg)

Uno de los objetivos de este trabajo es comparar los resultados obtenidos con los datos sísmicos de referencia para una fuente localizada a 2650m de profundidad, y los datos sísmicos con la función de Green estimada a la misma profundidad. Se seleccionó un área en la parte central del modelo de velocidades del VSM, con una distancia horizontal de 6000m, y un intervalo de profundidad desde 2650 m a 8000 m, con el fin de evaluar los contrastes de velocidad y la presencia de múltiples en esta área.

![](_page_56_Figure_1.jpeg)

**Figura 4-12**: Modelo de velocidad de una linea sísmica 2D del Valle Superior del Magdalena, tomado de (Chica, 2015).

El área demarcada por un recuadro, seleccionada en la figura **4-12**, corresponde a la zona donde se aplicó el algoritmo para estimar la función de Green en un punto de enfoque a una profundidad Z = 2650. Los parámetros de entrada para este algoritmo fueron: Escala = 4.0, corrimiento=-7, Taper=200 y número de iteraciones=21. La figura **4-13**-a, muestra el resultado de la estimación de la función de Green, donde se aplicó condición de imagen por deconvolución multidimensional a partir de las estimaciones de los campos de onda ascendentes  $G^u(P_e, X_s, t)$  y descendentes  $G^d(P_e, X_s, t)$ . La figura **4-13**-b muestra el registro sísmico de referencia resultante del área objetivo con una fuente localizada a 2650m en profundidad.

![](_page_57_Figure_1.jpeg)

Figura 4-13: Resultado de los registros sísmicos obtenidos del modelo de velocidad del VSM en un punto de enfoque localizado en X=0,y=2650 m, la línea amarilla corresponde a las reflexiones en las interfaces del subsuelo por debajo de 2650m (a) Registro sísmico propagado desde una fuente puntual localizada en el punto de enfoque, las flechas de color rojo indican las múltiples presentes en el registro(b) Registro sísmico de la función de Green estimada, las flechas de color verde indican las múltiples atenuadas en el registro.

A partir de los resultados obtenidos en la figura **4-13**, se comparan diferentes trazas, la primera corresponde a la traza calculada a partir del perfil de reflectividad ("CR") convolucionada con ondícula Ricker a una frecuencia de 20 Hz, como se observa en la figura **4-14**-a, esta traza de color verde, muestra cinco reflectores que corresponden a las interfaces de las capas 2 a 6, del modelo de velocidad del VSM en X=0 m y Z=2650 m, la primera interfaz se localiza a 3320 m con CR de -0.07141, la segunda a 3970 m con CR de 0.6903, la tercera a 4580 m con CR de -0.060, la cuarta a 5360 m con CR de -0.1026 y la ultima interfaz a 6800 m con CR de 0.125. La segunda traza de color rojo, se obtuvo del registro sísmico de la figura **4-13**-a, presenta seis múltiples ("M") ordenadas alfabéticamente y separadas cada 1000m, atenuándose a medida que aumenta la profundidad. Finalmente, la tercera traza de color azul, en la figura **4-14**-c muestra la traza sísmica estimada de la función de Green a una profundidad de 2650 m, que actúa atenuando las múltiples localizadas por debajo de la quinta interfaz localizada a 6800 m de profundidad.

La Comparación las tres trazas de la figura **4-14**, muestra el aumento en un 22,7% en las amplitudes de la traza con relación a la traza de referencia. Sin embargo, la estimación de la amplitud en la traza estimada es del 78,83% en comparación con la traza calculada. Así mismo, se observa que las amplitudes en cada interfaz tienen la misma polaridad que el

![](_page_58_Figure_1.jpeg)

Figura 4-14: Comparación entre (a) traza sísmica calculada (verde), (b) traza sísmica de referencia (rojo), las lineas denominadas con M indican múltiples presentes en la traza y (c) traza sísmica estimada (azul), las lineas punteadas corresponden a las profundidades de las interfaces entre capas del modelo de velocidad por debajo de 2650 m.

coeficiente de reflectividad de la traza calculada, los resultados de la atenuación de cada una de las múltiples observadas en la traza estimada es del 0% en Ma, 53% en Mb, 83% en Mc, 75% en Md ,100% en Me y del 100% en Mf.

A partir del cálculo del coeficiente de reflectividad para cada una de las interfaces de las capas del modelo de velocidad del VSM figura **4-14**-a, se correlaciona con los datos sísmicos de referencia y los datos estimados del VSM, como se observa en la figura **4-15**, la correlación con los datos de referencia muestra una valor de 0.8727, mientras que los datos sísmicos estimados tienen una correlación de 0.9762, que indica una aproximación muy buena entre los datos calculados del perfil de coeficiente de reflexión y los datos estimados por el método de Marchenko.

![](_page_59_Figure_1.jpeg)

Figura 4-15: Correlación de los coeficientes de reflectividad, para la traza calculada (verde), la traza de referencia a 2650 m (rojo) y la traza estimada a 2650 m (azul).

El apilamiento se hizo para el área de interés demarcada de los datos sísmicos estimados y de referencia observados en la figura **4-13**. Los reflectores se encuentran en las ubicaciones espaciales correctas, mostrando estructuras bien definidas demarcadas por líneas negras punteadas, como se muestra en la figura **4-16**. Además, las amplitudes estimadas concuerdan con los verdaderos coeficientes de reflectividad como se evidenció en la correlación de la figura **4-15**. Por otra parte, la figura **4-16**-b, muestra las múltiples generadas por el contraste de velocidad y densidad de rocas Jurásicas de composición vulcano-sedimentarias sobre rocas cretácicas sedimentarias en la falla la Chusma. Estas múltiples generan falsos reflectores que pueden dar lugar a una mala interpretación de una estructura geológica inexistente. Finalmente, la atenuación de las múltiples por debajo de la profundidad de 6000 m, muestran una buena atenuación de estas múltiples. También se observa buena definición de las amplitudes y de la relación señal-ruido en el registro sísmico correspondiente al resultado obtenido por el método de Marchenko. La calidad de los resultados en la atenuación de estas múltiples marcan una pauta importante en la aplicación de este método, mediante la estimación de la función de las función de Green.

![](_page_60_Figure_1.jpeg)

Figura 4-16: Imagen sísmica de la línea sísmica 2D VSM, (a) imagen sísmica de referencia con una fuente localizada a 2650, las flechas rojas indican la presencia de múltiples y (c) imagen sísmica estimada por el método de Marchenko, las líneas verdes representan las múltiples atenuadas. Las líneas negras intermitentes determinan los reflectores las capas en el subsuelo.

# 5 Discusión

La aplicación del método de Marchenko y de condición de imagen basada en deconvolución multidimensional, a partir de datos estimados de la función de Green ascendente y descendente, permitió construir una imagen sísmica que no se ve afectada por múltiples relocalizada a una profundidad específica, en datos sísmicos sintéticos y una línea sísmica 2D del valle superior del Magdalena. La imagen resultante coincide mejor con los coeficientes de reflectividad real y mejora la amplitud del modelo en comparación con la imagen de referencia al misma profundidad, esto se debe a que este proceso de condición de imagen, las múltiples generadas por los contrastes de velocidad de las estructuras geológicas suprayacentes a la zona de objetivo se eliminan implícitamente en el proceso de la generación de la imagen, dado que el proceso de deconvolución maneja correctamente las múltiples internas y recupera las amplitudes de las reflexiones primarias. Vale la pena mencionar que las múltiples se están utilizando para mejorar la relación señal/ruido de los datos sísmicos.

En una geología compleja, como es el caso de los datos sísmicos del Valle Superior del Magdalena VSM, las ondas pueden iluminar un número limitado de estructuras, por lo tanto, las técnicas que eliminan múltiples de los datos reducen la cantidad de información incluida en los campos de onda registrados en superficie. Además, la descomposición del campo de onda puede ser problemática porque se basa en estimaciones de los parámetros del subsuelo y tales estimaciones pueden ser inexactas en estos datos, dado que no tenemos acceso directo a la respuesta por reflexión del subsuelo en la zona objetivo y no se encontró disponibilidad de datos de pozo que permitieran validar el modelo, (Chica, 2015).

Para la aplicación del método de Marchenko, se encontraron varias limitantes en el desarrollo de este trabajo. En primer lugar, la estimación de la función de Green se asume que las ondas se pueden descomponer en campos de onda ascendentes y descendentes. Por lo tanto, las ondas de propagación horizontal no están incluidas en este método.

Por otra parte, la respuesta por reflexión requiere un muestreo denso del campo de onda. Además, el pre-procesamiento es necesario antes aplicar el método de Marchenko. Esto incluye, la eliminación de la onda directa, Ground roll, deconvolución de la ondícula y la escala correcta de las amplitudes (van der Neut et al., 2015). Sin embargo, el procesamiento puede introducir errores en cada paso del proceso, en consecuencia la respuesta por reflexión puede ser escalada incorrectamente y posiblemente afectada por ruido sistemático (es decir múltiples residuales). El uso de una respuesta por reflexión con amplitudes escaladas erróneamente y una fase incorrecta puede causar errores al estimar la función de Green. Estos errores son causados cuando la escala errónea de los datos por reflexión provoca que el esquema iterativo elimine reflexiones primarias en cambio de múltiples internas.

Otra limitante del método corresponde a un modelo de velocidad erróneo puede dar lugar a un posicionamiento erróneo de los reflectores y al desenfoque en la imagen sísmica, además de generar errores de amplitud y una mala estimación de los tiempos de viaje de la primera llegada. Además, el tiempo de la primera llegada se debe estimar para cada punto del receptor en la superficie al punto de enfoque, poniendo más condiciones en el método y las complicaciones pueden ocurrir en modelos de velocidad con fuertes contrastes laterales de velocidad.

A pesar de que el método de Marchenko atenúa las múltiples generadas en la adquisición sísmica, es importante destacar que las entradas de este método son las mismas que la mayoría de las técnicas de imagen convencional, la respuesta por reflexión adquirida en superficie y una versión del modelo de velocidad suavizado.

# 6 Conclusiones

El método de Marchenko, es una técnica de imagen que permite relocalizar tanto receptores como fuentes virtuales para estimar la función de Green ascendente y descendente en presencia de múltiples, para un punto de enfoque dentro del subsuelo, este punto de enfoque se localiza en la profundidad en la que la función de Green tiene su origen virtual a partir de la estimación del tiempo de viaje de la primera llegada desde el punto de enfoque a superficie mediante un modelo de velocidad suavizado y de la respuesta por reflexión medida en superficie. La ecuación de Marchenko relaciona la respuesta por reflexión y la coda de dispersión de una función de enfoque. Mediante un proceso iterativo la coda de dispersión es actualizada y la función del Green puede ser estimada.

El método de Marchenko y de condición de imagen basada en deconvolución multidimensional, permitió construir una imagen sísmica relocalizada a una profundidad específica, en datos sísmicos sintéticos y una línea sísmica del valle superior del Magdalena.

Los resultados mostraron una buena atenuación de las reflexiones múltiples internas en datos sísmicos sintéticos y los datos de la línea sísmica VSM. El método de Marchenko es muy sensible a los errores en el modelo de velocidad. Al igual que en otros métodos de condición de imagen, los errores en el modelo de velocidad pueden causar un posicionamiento erróneo y un desenfoque. En este trabajo, la falta de información de la adquisición de la línea sísmica VSM tales como: la geometría, procesamiento y modelo de velocidad, implicó dificultades en la aplicación del método de Marchenko.

Este método tiene diferentes aplicaciones en los datos sísmicos, debido a que requiere receptores o fuentes en el subsuelo y se puede obtener para diferentes posiciones virtuales en el subsuelo, puesto que la función de Green contiene todas las amplitudes estimadas por debajo del punto de enfoque y se encuentra en posición correcta, además tiene similitudes con otros métodos en la eliminación de múltiples internas, ya que utiliza correlaciones cruzadas con los datos registrados. Sin embargo, la diferencia radica en que este algoritmo aplica un límite en el tiempo de viaje de la primera llegada del campo de onda.

## 6.1. Recomendaciones

Se requiere investigar la precisión de la imagen Marchenko cuando la respuesta de reflexión se corrompe con ruido y el efecto de las pérdidas intrínsecas en el subsuelo.

Se debe implementar algoritmos en el método de Marchenko, que permitan actualizar correctamente el modelo de velocidad a partir de la función de Green estimada.

Es importante que este método se pueda aplicar a datos sísmicos 3D, mediante la aplicación del método 3D presentado en Wapenaar (2013).

Se requiere investigar como incluir la energía de propagación horizontal derivando la ecuación de Marchenko con campos de onda bidireccional en vez de campos de onda unidireccional.

# Bibliografía

- Berryhill, J. R. (1984). Wave-equation datuming. *Geophysics*, 44:1329–134.
- Broggini, F.and Snieder, R. (2012). Connetion of scattering principles: A visual and mathematical tour. *European Journal of Physics*, 33:593–613.
- Cerveny, V. (2001). Seismic ray theory. Cambridge.
- Cerveny, V. (2007). Seismic ray method: Recent developments. Advances in Geophysics, 48.
- Chica, E. (2015). Obtención de imágenes rtm (reverse time migration) en zonas estructuralmente complejas. Master's thesis, Universidad Nacional de Colombia.
- Claerbout, J. F. (1985). Imaging the Earth's interior. Blackwell Scientific Publications.
- Gray (1994). Kirchoff migration using eikonal equation travel-times. *Geophysics*, 59:810–817.
- Rose, J. (2002). 'single-sided' autofocusing of sound in layered materials inverse problems. *Geophysics*.
- Sava, P., F. S. (1997). Huygens wavefront tracing: A robust alternative to conventional ray tracing. *Published in SEP Report*, page 101–113.
- Schuster, G. T. (2007). Basics of seismic wave theory.
- Singh, S., Snieder, R., Behura, J., Neut, j., Wapenaar, K., and Slob, E. (2015). Marchenko imaging: Imaging with primaries, internal multiples, and free-surface multiples. *Geophy*sics, 80:165–174.
- Van der Neut, J., Thorbecke, K., Slob, B., and Wapenaar, K. (2011). Controlled-source interferometric redatuming by crosscorrelation and multidimensional deconvolution in elastic media. *Geophysics*, 76:63–76.
- Vidale, J. E. (1988). Finite-difference calculation of traveltimes. Bulletin of the Seismological Society of America, 78:2062–2076.
- Vidale, J. E. (1990). Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions. *Geophysics*, 55:521–526.
- Wapenaar, K.and Berhout, A. (1989). Elastic wave field extrapolation. Elsevier.

- Wapenaar, K., F. B. E. R. s. (2014a). Greens function retrieval from reflection data, in absence of a reciver at the virtual source position. *Acoustical Society of America*, page 2847–2861.
- Wapenaar, k. Thorbecke, j., Van der Neut, J., Broggini, F., Slob, E., and Snieder, R. (2014). Marchenko imaging. *Geophysics*, 79:39–57.
- Wapenaar, K., Broggini, F., Slob, E., and Snieder, R. (2013). Three-dimensional singlesided marchenko inverse scattering, data-driven focusing greens function retrieval, and their mutual relations. *Physical Review Letters*, pages 1–5.
- Wapenaar, K., Broggini, F., and Snieder, R. (2012a). Creating a virtual source inside a medium from reflection data: heuristic derivation and stationary-phase analysis: Geophysical journal international. *Geophysical Journal International*, 190.
- Wapenaar, K., Thorbecke, J., Van der Neut, J., Broggini, F., Slob, E., and Snieder, R. (2012b). Integrated migration and internal multiple elimination. 82nd Annual International Meeting, SEG.
- Wapenaar, k., T. j. (2014b). Marchenko imaging. In Geophysics. Vol 79, No 3, pages 39-57.
- Weglein, A. . W. D. (2005). An inverse-scattering series method for attenuating multiples in seismic reflection data. *SEG Geophysics Reprint Series*.