



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Caracterización del Rendimiento Aerodinámico y la Respuesta Acústica del Chorro a Través de un Ducto Convergente en Condiciones de Flujo Subsónico Compresible

John Jairo Vaca Rios

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica
Bogotá, Colombia
2017

Caracterización del Rendimiento Aerodinámico y la Respuesta Acústica del Chorro a Través de un Ducto Convergente en Condiciones de Flujo Subsónico Compresible

John Jairo Vaca Rios

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título
de:

Magister en Ingeniería Mecánica

Director:

Ph.D. Carlos Alberto Duque Daza

Línea de Investigación:

Ingeniería Térmica y Fluidos

Grupo de Investigación:

Grupo de Modelado y Métodos Numéricos en Ingeniería

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Bogotá, Colombia

2017

A mis padres quiénes con sus oraciones intercedieron ante Dios por la finalización de esta tesis. A mi esposa por sus palabras de aliento y compañía en momentos de dificultad y desfallecimiento.

Agradecimientos

Agradezco a Dios por todas aquellas personas que puso en mi camino y me ayudaron de diversas maneras en las etapas críticas de este trabajo de maestría.

Agradezco especialmente al ingeniero Carlos Alberto Duque Daza, por su inmensa paciencia y amabilidad durante la dirección de esta tesis. A todos los compañeros integrantes del Grupo de Modelado y Métodos Numéricos en Ingeniería (GNUM) que con la exposición de sus trabajos me permitieron aprender y motivarme cada semana a continuar con el desarrollo de esta tesis.

Resumen

Empleando un experimento numérico se caracteriza el rendimiento aerodinámico y la respuesta acústica del chorro a través de un ducto convergente a números Mach de 0.65, 0.75 y 0.85, para esto se resuelven las ecuaciones de flujo promediadas de Reynolds RANS usando el modelo de turbulencia *Shear Stress Transport* ($k - \omega$). Los cálculos se hacen con una malla tridimensional de 900000 elementos. Se estudia el efecto del número Mach sobre el decaimiento del chorro, las fluctuaciones de presión y la temperatura. La respuesta acústica para cada uno de los casos simulados se evalúa en el campo lejano por medio de la solución de la ecuación de Ffowcs Williams-Hawkings.

Las curvas del decaimiento de la velocidad axial promedio presentan un comportamiento similar al encontrado por otros autores y los valores de los niveles de presión sonora para la frecuencia y posiciones seleccionadas presentan la tendencia reportada por otros investigadores.

Palabras clave: Turbulencia, respuesta acústica, presión sonora.

Abstract

Numerical tests were performed to characterize jet aerodynamic performance and acoustic response in a nozzle at Mach 0.65, 0.75 and 0.85. These tests have been resolved with the Reynolds Averaged flow equations RANS with a Shear Stress Transport ($k - \omega$) Turbulence model using a calculation made with a tridimensional grid comprised of 900 000 cells. The Mach number effect over the jet decay, the pressure fluctuations and temperature have all been studied and the far-field acoustic response for each simulated case has been evaluated with the Ffowcs Williams-Hawkings models.

The mean axial velocity decay curves present a similar behavior to those analyzed by others authors and the sound pressure levels for the selected frequencies and locations present the same trends reported by others researchers.

Keywords: Turbulence, acoustic response, sound pressure.

Contenido

	Pág.
Resumen	IX
Abstract	X
Contenido.....	XI
Lista de figuras	XIII
Lista de tablas.....	XIV
Lista de Símbolos y abreviaturas	XV
1. Introducción y Antecedentes.....	1
2. Marco Teórico y Ecuaciones Gobernantes.....	5
2.1 Ecuaciones de Navier - Stokes	5
2.2 Modelo de turbulencia.....	7
2.3 Generación y Propagación del sonido.....	8
2.3.1 Modelo de la integral de Ffowcs-Williams y Hawkings	11
3. Caso de Estudio y Modelo Computacional.....	14
3.1 Método de Volúmenes Finitos	14
3.1.1 Aproximación de las Integrales de Superficie.....	15
3.1.2 Aproximación de la Integral de Volumen.....	16
3.1.3 Interpolación	17
3.1.4 Discretización temporal.....	18
3.2 Dominio y modelo computacional.....	21
3.3 Parámetros del Flujo	24
3.4 Oyentes en el Campo Lejano	24

4. Simulaciones y Resultados Numéricos	27
4.1 Validación del modelo computacional	28
4.1.1 Validación del modelo computacional: rendimiento aerodinámico.....	28
4.1.2 Validación del modelo computacional: respuesta acústica.....	32
4.1.3 Validación modelo computacional: conclusiones	34
4.2 Caracterización Aerodinámica del Chorro	35
4.2.1 Campos de Flujo Instantáneos	35
4.2.2 Perfiles de las Variables Promediadas en el Tiempo	42
4.3. Caracterización Acústica del Chorro	45
5. Conclusiones.....	61
5.1 Recomendaciones para trabajos futuros.....	63
6. Bibliografía.....	65

Lista de figuras

	Pág.
Figura 2-1: Representación de la propagación del sonido.....	10
Figura 3-1: Celda computacional 2D (izquierda) 3D (derecha)	16
Figura 3-2: Vista en sección del dominio computacional	22
Figura 3-3: Malla computacional plano xy	23
Figura 3-4: Ubicación de los puntos de control del nivel de presión sonora.....	25
Figura 4-1: Decaimiento de la velocidad $Mj = 0.75$ comparado con experimento y simulación LES	29
Figura 4-2: Líneas de referencia para la generación de los perfiles de velocidad axial.....	30
Figura 4-3: Perfiles de velocidad axial en $x/Dj = 1$, $x/Dj = 2.5$, y $x/Dj = 5$ $Mj = 0.75$ vs Experimental tomada de [19] y RANS tomada de [6].....	30
Figura 4-4: Perfiles axiales de la intensidad de la turbulencia en $r/Dj = 0$	31
Figura 4-5: Perfiles axiales de la intensidad de la turbulencia en $r/Dj = 0.5$	32
Figura 4-6: Niveles de presión sonora para $St = 0.5$. $Mj = 0.75$ vs Experimental.....	34
Figura 4-7: Regiones características del chorro	35
Figura 4-8: Campo de velocidad axial	36
Figura 4-9: Distribución de presiones en la línea central del ducto	37
Figura 4-10: Distribución de temperatura en la línea central del chorro.....	39
Figura 4-11: Contornos de energía cinética turbulenta	40
Figura 4-12: Valores de energía cinética turbulenta en $r/Dj = 0.5$	41
Figura 4-13: Frecuencia turbulenta en $r/Dj = 0.5$	42
Figura 4-14: Decaimiento de la velocidad axial promedio.....	43
Figura 4-15: Efecto del número Mach en la longitud del núcleo potencial	44
Figura 4-16: Perfiles de velocidad axial	45
Figura 4-17: Espectro del nivel de presión sonora para el receptor 7. Caso $Mj = 0.75$	46
Figura 4-18: Espectro del nivel de presión sonora para el receptor 18. Caso $Mj = 0.75$	47
Figura 4-19: Comparación del espectro de ruido en el campo lejano a $\theta = 90^\circ$	49
Figura 4-20: Comparación del espectro de ruido en el campo lejano a $\theta = 70^\circ$	50
Figura 4-21: Comparación del espectro de ruido en el campo lejano a $\theta = 60^\circ$	51
Figura 4-22: Comparación del espectro de ruido en el campo lejano a $\theta = 40^\circ$	52
Figura 4-23: Comparación del espectro de ruido en el campo lejano a $\theta = 30^\circ$	53
Figura 4-24: Niveles de presión sonora en función del número de Strouhal. $Mj = 0.65$	54
Figura 4-25: Niveles de presión sonora en función del número de Strouhal. $Mj = 0.75$	55
Figura 4-26: Niveles de presión sonora en función del número de Strouhal. $Mj = 0.85$	56
Figura 4-27: Niveles de presión sonora en función del número Mach. $St = 0.5$	57
Figura 4-28: Niveles de presión sonora en función del número Mach. $St = 1$	58
Figura 4-29: Niveles de presión sonora en función del número Mach. $St = 1.5$	59

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 3-1: Propiedades del flujo.....	24
Tabla 3-2: Coordenadas de los puntos que representan micrófonos.....	26

Lista de Símbolos y abreviaturas

Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término
a_{∞}	Velocidad del sonido
M	Número Mach
Re	Número Reynolds
St	Número de Strouhal

Subíndices

Subíndice	Término
J	Chorro
D	Diámetro del ducto

Abreviaturas

Abreviatura	Término
<i>CAA</i>	Aeroacústica Computacional
<i>CFD</i>	Dinámica de Fluidos Computacional
<i>DNS</i>	Simulación Numérica Directa
<i>FW-H</i>	Ffowcs Williams - Hawkins
<i>LEE</i>	Ecuaciones Linealizadas de Euler
<i>LES</i>	Simulación de Grandes Vórtices
<i>RANS</i>	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
<i>SPL</i>	Nivel de Presión Sonora

1. Introducción y Antecedentes

Las aeronaves que operan en aeropuertos internacionales reconocidos como los de Frankfurt, Heathrow, Zurich, Madrid, Barcelona y Málaga deben cumplir con los niveles de ruido impuestos por los entes de control locales e internacionales como la Organización de Aviación Civil Internacional – OACI. Es por esto que los fabricantes de aeronaves y de motores a reacción desde hace varias décadas han venido implementando nuevas tecnologías cuyo objetivo ha sido el de reducir los niveles de ruido generado por la estructura de la aeronave al igual que cada uno de los componentes del motor, en este último caso las investigaciones se concentran en el ruido generado por los gases de escape que atraviesan la tobera (*jet noise*) debido a que es la mayor fuente de ruido proveniente de una aeronave durante el despegue y aterrizaje.

Hasta hace algunos años, en general, los niveles de ruido del motor a reacción disminuían con el aumento progresivo de la relación de flujo volumétrico [1]. Sin embargo, esta tecnología aumenta el tamaño del motor, lo cual dificulta su ensamble en la aeronave y además puede generar aumento en el arrastre. Es por esta razón, que las investigaciones en el área del ruido generado por motores a reacción, se enfocan en pruebas de laboratorio y experimentos numéricos que permitan identificar la respuesta acústica de un chorro a parámetros geométricos del ducto y características del flujo.

Existen varias investigaciones experimentales y numéricas enfocadas en cuantificar el sonido radiado por un chorro. Probablemente, uno de los más importantes es el proyecto europeo JEAN (*Jet Exhaust Aerodynamics and Noise*), el cual inició en el año 2001. Para Andersson et al. [2], cuya investigación estuvo enmarcada en el proyecto JEAN, cuando se usan métodos numéricos basados en dinámica de fluidos computacional CFD para predecir el sonido inducido por un flujo, éstos se conocen comúnmente como Aeroacústica Computacional (CAA por sus siglas en inglés).

Usando la metodología de Aeroacústica Computacional, Andersson et al. [2] realizó una simulación de un chorro subsónico compresible a temperatura ambiente. Sus resultados se centraron en perfiles axiales y radiales de los promedios temporales de la velocidad. Por medio de la integral de superficie de Kirchhoff estimaron los niveles globales de presión sonora, los cuales tuvieron una excelente correlación con los datos experimentales suministrados por el *Laboratoire d'Etude Aérodynamiques*, de Poitiers, Francia. Por otra parte, a frecuencias altas descubrieron que su metodología no tuvo la capacidad de capturar las fluctuaciones de presión en el campo lejano.

Uno de los grandes problemas de las investigaciones de ruido en chorros, es la alta demanda de recursos computacionales. Por esta razón, con el objetivo de optimizar el tiempo de cómputo el problema se divide en dos etapas, empleando una aproximación híbrida. Los modelos de turbulencia se usan para encontrar el campo cercano que presenta un comportamiento no lineal. A continuación, el campo acústico lejano se calcula bien sea con un solucionador basado en las Ecuaciones Linealizadas de Euler LEE, como lo hizo Billson et al. [3], o con métodos integrales como el de la analogía acústica de Lighthill, la integral de superficie de Kirchhoff o la integral de superficie de Ffowcs Williams – Hawkings FW-H.

En el proyecto *Noise Generation in Turbulen Flows*, Eschiricht et al. [4] hizo un estudio comparativo de sus resultados empleando la integral de superficie de Kirchhoff y la integral de FW-H. En su trabajo indicaron que el método de la integral de FW-H presenta baja dependencia de las no linealidades del flujo y de la posición de la superficie, mientras que el método de la integral de Kirchhoff es sensible a las no linealidades. Estos autores experimentaron con un chorro simple y otro coplanar y coaxial. En ambos casos encontraron que los resultados de sus simulaciones LES son similares a las mediciones experimentales de los campos de flujo y acústico.

En su trabajo, Tucker [5] muestra que los niveles de ruido son sensibles a la ubicación de la superficie de FW-H. Este autor estudió la influencia de remolinos artificiales inducidos en el chorro, sobre las características del flujo y el ruido radiado. En sus resultados reportó que la longitud del núcleo potencial disminuye, lo cual sugiere una reducción del ruido radiado por el chorro. Así como otros autores, Tucker [5] encontró que los niveles de ruido aumentaron a altas frecuencias.

Otros estudios estuvieron enfocados en la variación de la geometría del ducto. Por ejemplo, en los experimentos numéricos elaborados por Tide et al. [6], los autores estudiaron las características aerodinámicas y acústicas del flujo subsónico a través de toberas con geometría dentada o chevron. Estos investigadores experimentaron con dos temperaturas distintas del chorro. El objetivo principal de su trabajo fue el de calcular los niveles de presión sonora globales (SPL, por sus siglas en inglés) en puntos correspondientes al campo lejano del observador, empleando la ecuación de FW-H. Según sus resultados, los autores lograron capturar la tendencia de los datos experimentales.

Uno de los parámetros geométricos de los chevrones se conoce como la penetración del diente o chevron, la cual se puede definir como la distancia medida perpendicular al flujo, entre la punta del chevron y la línea tangente a la pared externa de la tobera. En Xia et al. [7] simularon un chorro subsónico de alta velocidad de una tobera con chevrones, su trabajo se concentró en el efecto que tiene la penetración sobre las propiedades del flujo y los niveles de ruido. Sus resultados indicaron que entre mayor sea la penetración, la longitud del núcleo potencial y los esfuerzos de Reynolds son menores, mientras existe un aumento de ruido en la dirección perpendicular al chorro. Los autores calcularon los niveles de ruido por medio de la integral de superficie de FW-H. Sus reportes indicaron que no pudieron capturar el ruido de alta frecuencia.

En otro de sus trabajos, Eastwood et al. [8] realizaron experimentos numéricos en un ducto coaxial. La temperatura de la corriente central la tomaron mayor que la temperatura ambiente con el objetivo de simular condiciones de un motor real. Su estudio se centró en el análisis de los perfiles radiales de la velocidad promedio axial, del esfuerzo normal, del esfuerzo cortante, de la temperatura y del momento. La mayor discrepancia entre sus resultados y los datos experimentales fue en los esfuerzos.

La respuesta acústica de un chorro también ha sido estudiada experimental y numéricamente empleando otras tecnologías. En la revisión de Vlasenko et al. [9], se encuentran detalles del uso de aletas deflectoras en la parte interna de la tobera para aumentar la mezcla entre las dos corrientes de un motor turbohélice. Esta tecnología es conocida como *Fan Flow Deflection* FFD. En este trabajo, también se encuentra evidencia del concepto de una tobera que permite que las corrientes del motor turbohélice se mezclen antes del escape. Este diseño beneficia el empuje del motor, sin embargo su

integración al motor presenta desafíos importantes (por ejemplo: aumento de peso, aumento de arrastre e integración con el reversible del motor). Vlasenko et al. [9] también describe cómo fue el estudio liderado por la NASA, en el que esta agencia espacial experimentó la respuesta acústica de toberas con pestañas y/o chevrones en la tobera central y la exterior. Los investigadores de la NASA usaron varias combinaciones, siendo el uso de chevrones en la tobera central la que presentó menores niveles de ruido.

Para finalizar, a continuación se presenta la estructura de este documento. Esta sección compone el Capítulo 1. En el Capítulo 2, se presentan el marco teórico y las ecuaciones gobernantes del fenómeno de generación de ruido de un chorro. Luego, en el Capítulo 3, se exponen los detalles de la discretización, de las condiciones de frontera y de la ubicación de los puntos de control de los niveles de ruido del caso de estudio. El Capítulo 4, contiene los resultados de los perfiles de velocidad, distribución de presiones, perfiles de temperatura y los niveles de presión sonora para los tres casos simulados. En este capítulo se incluye la validación del modelo computacional. Por último, en el Capítulo 5 se agrupan las conclusiones derivadas de este trabajo.

2. Marco Teórico y Ecuaciones Gobernantes

En este capítulo se exponen aspectos generales de las ecuaciones que permiten capturar los fenómenos explorados en este trabajo. En primer lugar, se enuncian los principios fundamentales que gobiernan el flujo de fluidos, luego se presenta uno de los modelos de turbulencia sugeridos en la literatura para captar los efectos de este fenómeno en el flujo, y finalmente se expone la ecuación de Ffowcs Williams y Hawkings la cual es una de las empleadas para predecir parámetros acústicos generados por el flujo, y a su vez es el enfoque adoptado en el presente trabajo.

2.1 Ecuaciones de Navier - Stokes

En mecánica de fluidos, el sistema de ecuaciones conformado por los principios fundamentales de continuidad, momento y energía, para un flujo compresible, donde se tienen en cuenta los esfuerzos viscosos que obedecen la segunda ley de Newton y los flujos de calor descritos por la ley de Fourier se denominan ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2-1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2-2)$$

$$\frac{\partial(\rho e_0)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e_0 u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p u_j}{\partial x_j} + C_p \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\mu}{Pr} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i \sigma_{ij}) \quad (2-3)$$

σ_{ij} representa el tensor de esfuerzos viscosos, el cual está definido por

$$\sigma_{ij} = \mu \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} S_{ii} \delta_{ij} \right) \quad (2-4)$$

donde S_{ij} representa el tensor rata de deformación dado por

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2-5)$$

En la ecuación (2-3) Pr representa el número de Prandtl.

Para poder resolver las ecuaciones (2-1 a 2-3) en el caso de flujo compresible, el sistema se debe completar con las ecuaciones constitutivas de la sustancia de trabajo. En la mayoría de los casos las ecuaciones constitutivas que se usan son las de gas ideal:

$$P = \rho RT \quad (2-6)$$

Donde R es la constante de gas. Además, se asume que el gas es calóricamente perfecto, lo cual implica que la energía interna y la entalpía son funciones lineales de la temperatura, de manera que:

$$e = C_v T \quad (2-7)$$

$$h = C_p T \quad (2-8)$$

$$C_v = C_p - R \quad (2-9)$$

Donde C_p es el calor específico a presión constante. La viscosidad, μ , se asume como constante.

2.2 Modelo de turbulencia

Múltiples autores asocian los niveles de ruido con la actividad turbulenta, por lo tanto cualquier modelo computacional cuyo objetivo sea el de modelar generación de ruido por chorro debe ser capaz también de modelar los fenómenos asociados a las diferentes escalas espaciales y temporales presentes en un flujo turbulento. Existen múltiples enfoques para modelar flujos turbulentos, los cuales se pueden clasificar en tres grandes familias: modelos RANS, modelos LES y modelos DNS. La gran mayoría de trabajos enfocados en modelar fenómenos acústicos, han usado modelos tipo RANS debido a los bajos requerimientos computacionales en comparación con modelos tipo LES y DNS. Uno de los modelos RANS más usados en estudios aeroacústicos es el modelo de transporte de esfuerzo cortante (SST por sus siglas en inglés) $k - \omega$.

El modelo SST $k - \omega$ fue propuesto por Menter en el año 1993, y consiste en un modelo de doble capa. Emplea el modelo original $k - \omega$ de Wilcox con algunas modificaciones de los coeficientes de difusión turbulenta en la región interna de la capa límite y cambia a un modelo $k - \varepsilon$ en la región externa a la capa límite y dentro de las regiones de mezcla. La existencia de este comportamiento dual requiere plantear una función que permita la unión numérica de estas dos capas.

Este tipo de modelo ha dado buenos resultados en aplicaciones donde se tiene flujo adherido a paredes y al mismo tiempo existen zonas grandes de separación, como se puede verificar en [10]. Además, el modelo tiene la ventaja de ser una herramienta de diseño viable para hacer estudios comparativos entre distintos diseños de toberas, debido a que los tiempos de simulación son relativamente cortos.

Los detalles del planteamiento matemático de este modelo se encuentran en artículos escritos por Menter y a continuación se presenta una comparación con el modelo estándar $k - \varepsilon$, en dicho modelo k representa la energía cinética turbulenta y ε la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta por unidad de masa.

La disipación específica, ω se define como

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k} \quad (2-10)$$

Con $\beta^* = C_\mu = 0.09$. El conjunto de ecuaciones del modelo $k - \omega$ empleado en regiones de corriente de flujo (*jet*) es:

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{k2} \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2-11)$$

$$\frac{D(\rho \omega)}{Dt} = \gamma \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_2 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{\omega 2} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2-12)$$

2.3 Generación y Propagación del sonido

Los métodos basados en la analogía acústica de Lighthill permiten predecir las fluctuaciones de presión en el campo lejano. Usando la solución del flujo en el campo cercano, el cual se obtiene mediante simulaciones RANS o LES, junto con la solución analítica de la ecuación de onda es posible predecir el ruido. Al usar una analogía acústica se puede estudiar el fenómeno de propagación del flujo independiente al de generación acústica, esto permite separar la solución del flujo del análisis de la respuesta acústica.

Es claro que las simulaciones de aeroacústica computacional sólo se pueden realizar para dominios computacionales finitos y lo más reducidos que sea posible de acuerdo al fenómeno. Un problema crítico es como dar continuidad a la solución numérica hasta el campo lejano. En algunos casos, el campo acústico consiste en frecuencias sonoras discretas o tonos, sin embargo en la mayoría de los casos, como en el de ruido del chorro, el campo de flujo se caracteriza por un espectro de frecuencias y es aleatorio. En aeroacústica, la mayoría de ruido de espectro de frecuencia resulta de la turbulencia. La turbulencia es un fenómeno aleatorio y no determinístico, y estas mismas características las posee el ruido radiado.

Matemáticamente, el problema de extender la solución del campo cercano al campo lejano es similar a la “continuación analítica” usada en la variable compleja. La continuación analítica extiende una función analítica definida en un dominio limitado a un dominio de mayor tamaño.

A altos números de Reynolds, el flujo es turbulento y por lo tanto no existe solución única. Sólo las cantidades estadísticas promediadas son estacionarias con respecto al tiempo. De esta forma, el tema se centra en elegir cuáles variables deberían ser extrapoladas al campo lejano. También se debe tener en cuenta el costo al desarrollar esta continuación. Se podría continuar toda la información de turbulencia hacia el campo lejano, pero el costo computacional sería alto. De forma práctica, la información que se necesita en el campo lejano es el espectro y la directividad del ruido turbulento.

Los flujos turbulentos son no-lineales, pero fuera de la región turbulenta, las fluctuaciones de velocidad y presión son esencialmente lineales. Fuera de la región turbulenta, donde son válidas las ecuaciones linealizadas de Euler, el promedio del cuadrado de las fluctuaciones de la velocidad decaen con el cuadrado de la distancia. Este es el comienzo del campo cercano.

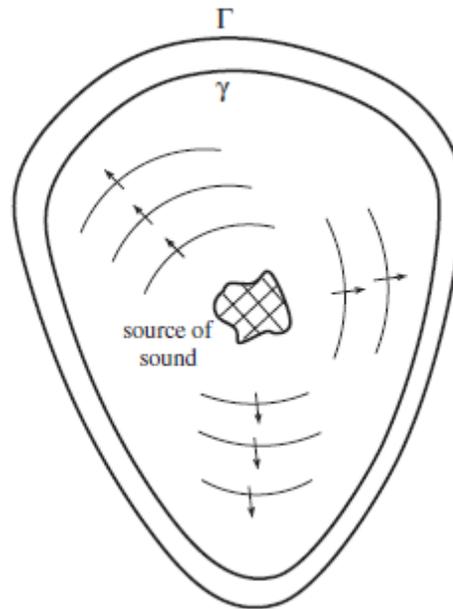
El Problema de Continuación

Si se considera el campo acústico generado por una fuente de ruido. El campo de flujo está gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo compresible. La superficie γ está encerrando la fuente sonora y el campo de flujo cercano. La superficie debe estar lo suficientemente lejos de las fuentes para asumir que las perturbaciones son lineales y no viscosas. Bajo estas condiciones, las ecuaciones de movimiento fuera de la superficie son las ecuaciones linealizadas de Euler.

La metodología de solución de las ecuaciones mencionadas es:

1. Considerar un problema de valor inicial en el espacio fuera de Γ ,
2. Construir una solución para este problema, y
3. Solucionar las ecuaciones linealizadas de Euler con las condiciones iniciales apropiadas e igualar la presión o la velocidad sobre la superficie Γ . Esto requiere del uso de una función de Green adecuada.

Figura 2-1: Representación de la propagación del sonido



Tomada de Tam [11]

En la literatura, existen dos métodos de preferencia para continuar una solución hacia el campo lejano. Estos son el método de Kirchhoff y el método de la integral de Ffowcs-Williams y Hawkins. Matemáticamente, el método de Kirchhoff calcula la presión acústica en el campo lejano en términos de una integral sobre una superficie cerrada. La integral involucra los valores de presión, su gradiente, y la derivada temporal sobre la superficie cerrada. De manera similar, el método de Ffowcs-Williams y Hawkins es una representación de una integral de superficie. Éste resuelve la ecuación de Lighthill en vez de la ecuación de onda simple. Si la superficie en consideración está fuera de todas las fuentes volumétricas (cuadrupolos), entonces los dos métodos son similares. Estos métodos son representaciones en forma integral y no soluciones de las ecuaciones gobernantes. Para evaluar las integrales, los valores de la presión, su derivada normal, y la derivada temporal sobre la superficie deben ser conocidas. Sin embargo, se puede determinar la presión en el campo lejano usando sólo las fluctuaciones de la presión sobre la superficie. Alternativamente, es suficiente usar las fluctuaciones del gradiente de presión o la componente normal de la velocidad para calcular la presión en el campo lejano.

2.3.1 Modelo de la integral de Ffowcs-Williams y Hawkings

El método de la integral de Ffowcs-Williams y Hawkings se seleccionó sobre el método de Kirchhoff, debido a que es menos sensible a la ubicación de la superficie que contiene las fuentes acústicas. Rahier et al. [12] realizaron una comparación de sus resultados de niveles de ruido producidos por el flujo a través de una tobera, usando el método de Kirchhoff y el de FW-H, en su estudio indican que al usar el método de Kirchhoff con la densidad como dato de entrada, se muestra que la formulación no es adecuada para predicción acústica de chorros debido a que se requiere que la superficie de control este ubicada lejos del chorro en una zona isotérmica. Rahier et al. [12] también indica que aunque el método de Kirchhoff con la presión como dato de entrada genera resultados comparables con los de FW-H, su respuesta a la vorticidad sobre la superficie de control hace que el método de Kirchhoff sea potencialmente menos fiable que la integral de superficie de FW-H. Por su parte, Brentner et al. [13] refuerza esta idea al explicar que las señales acústicas producidas por la estela de vórtices del flujo a través de un cilindro, que se calculan por el método de Kirchhoff son completamente erradas cuando se usan distintas superficies de integración. Se puede observar en [13] que todo lo contrario sucede con la solución de la integral de FW-H para las mismas superficies de integración. Otro ejemplo que expone este autor, tiene que ver con los resultados errados de la presión acústica emitida por una pala de un helicóptero, cuando se usan superficies de integración que están a menos de 0.7 veces la cuerda de la pala y se emplea el método de Kirchhoff. Los resultados de este fenómeno al aplicar la integral de FW-H son realistas.

Ffowcs Williams y Hawkings [14] predijeron el sonido generado usando fuentes acústicas equivalentes al método de la integral de Lighthill. Los históricos de presión sonora o las señales acústicas se calculan por medio de una integral de superficie.

Para poder calcular las variables acústicas, se requiere el cálculo preciso de las propiedades del flujo en el tiempo sobre todas las superficies consideradas como fuente de ruido, estas últimas se pueden obtener con una simulación URANS, DES o LES. Se puede calcular el sonido en un espectro ancho de frecuencias, al igual que en frecuencias discretas, dependiendo las características del flujo simulado, por ejemplo el modelo de turbulencia generado y la escala temporal del flujo.

Una limitación importante de la formulación de la integral de FW-H es que sólo se puede usar para predecir la propagación del sonido a través del espacio libre. Esto significa que se aplica en aerodinámica externa, flujo alrededor de vehículos, aeronaves, entre otros, la generación de ruido dentro de un ducto no se puede predecir con este método.

La ecuación de Ffowcs-Williams y Hawkings (FW-H) es esencialmente una ecuación de onda no homogénea que se deriva por medio de una manipulación de la ecuación de continuidad y las ecuaciones de Navier-Stokes. La ecuación de FW-H se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_\infty^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \{T_{ij} H(f)\} \\ &- \frac{\partial}{\partial x_i} \{[P_{ij} n_j + \rho u_i (u_n - v_n)] \delta(f)\} \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \{[\rho_\infty v_n + \rho (u_n - v_n)] \delta(f)\} \end{aligned} \quad (2-13)$$

Donde

u_i = componente de la velocidad del fluido en la dirección x_i

u_n = componente de la velocidad del fluido normal a la superficie $f = 0$

v_i = componentes de la velocidad de la superficie en la dirección x_i

v_n = componente de la velocidad de la superficie normal a la misma

$\delta(f)$ = función delta de Dirac

$H(f)$ = función de Heaviside

p' representa la presión sonora en el campo lejano. $f = 0$ denota una superficie introducida para rodear el flujo exterior. Esta superficie puede coincidir con el dominio computacional (impermeable) o puede ser una superficie permeable ubicada dentro del dominio computacional. n_i es un vector normal apuntando hacia el exterior ($f > 0$), a_∞ es la velocidad del sonido en el campo lejano, y T_{ij} es el tensor de esfuerzos de Lighthill, que está definido como:

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + P_{ij} - a_\infty^2 (\rho - \rho_\infty) \delta_{ij} \quad (2-14)$$

P_{ij} es el tensor de esfuerzos compresivos. En el caso de un fluido de Stokes, está dado por

$$P_{ij} = p\delta_{ij} - \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (2-15)$$

Las propiedades en la corriente libre se describen con el subíndice ∞

La ecuación de onda de la ecuación (2-13) se puede integrar con técnicas numéricas asumiendo flujo libre y ausencia de obstáculos entre la fuente y el receptor. La solución completa se compone de integrales de superficie e integrales de volumen. Las integrales de superficie representan las contribuciones acústicas de monopolos y dipolos y parcialmente de cuadrupolos, por su parte las integrales de volumen representan las fuentes de cuadrupolos en la región exterior a la superficie elegida como fuente. Se debe tener en cuenta que la contribución de las integrales de volumen se puede despreciar cuando el flujo es subsónico de baja velocidad y la superficie fuente envuelve la región fuente. Esta suposición genera un ahorro computacional importante debido a que no se deben almacenar las variaciones de los datos con el tiempo en el volumen sino sólo en la superficie.

$$4\pi|x|p'(x, t) = \frac{x_j}{|x|a_\infty} \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_S \{p'n_i + \rho u_j u_n\} dS \right] + \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_S \{\rho u_n\} dS \right] \quad (2-16)$$

Los términos dentro de los corchetes cuadrados se calculan en el tiempo en que el sonido fue generado. El tiempo de retardo t_r puede ser expresado como $t_r = t - |x - y|/a_\infty$ donde y es el radio de cada uno de los puntos de la superficie.

3. Caso de Estudio y Modelo Computacional

Con el fin de estudiar el rendimiento aerodinámico y la respuesta acústica de ductos de sección convergente, se estudió mediante experimentación numérica el comportamiento de flujos subsónicos, a tres diferentes números de Mach (medidos a la salida de la tobera), para un ducto base o de referencia. Para este fin se utilizó el software ANSYS-Fluent, el cual está desarrollado principalmente con base en el método de los volúmenes finitos. Los casos de estudio se configuraron de manera que se pudiera obtener una primera aproximación del desempeño aerodinámico y de la respuesta acústica en términos de los valores de números de Mach seleccionados.

En esta sección se presentan brevemente los fundamentos teóricos del método de los volúmenes finitos, así como se hace una descripción detallada de la geometría base para la simulación de los flujos seleccionados, y de los parámetros del modelo computacional, incluyendo condiciones de frontera e iniciales, para finalmente presentar los detalles de la configuración realizada para la medición de la respuesta acústica en los casos de estudio seleccionados.

3.1 Método de Volúmenes Finitos

En el presente trabajo se usó el método de volúmenes finitos. El punto de inicio del método de volúmenes finitos son las ecuaciones gobernantes en su forma integral conservativa. Para la explicación de esta sección se considera una forma genérica de estas ecuaciones para la variable ϕ y se asume que el campo de velocidad y las propiedades del flujo son conocidos.

$$\int_S \rho \phi \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = \int_S \Gamma \text{grad } \phi \cdot \mathbf{n} + \int_{\Omega} q_{\phi} d\Omega \quad (3-1)$$

El método de volúmenes finitos requiere de una malla computacional compuesta por elementos o celdas computacionales como los de la figura (3-1), y nodos que por lo general están centrados en las caras de las celdas. Cuando los principios fundamentales se expresan en forma conservativa se tienen integrales de superficie y de volumen que representan tasas de cambio, fuerzas de cuerpo, y fuerzas viscosas que al ser discretizadas con este método y dar solución al sistema de ecuaciones resultante, se pueden calcular los flujos de las propiedades en las caras de las celdas y por medio de distintas interpolaciones disponibles se calcula el valor de la variable ϕ en cada uno de los nodos del dominio.

En este método es común usar mallas estructuradas para geometrías simples y en el caso de análisis con geometrías complejas es indispensable la generación de mallas no estructuradas con algoritmos diseñados para este fin.

3.1.1 Aproximación de las Integrales de Superficie

La integral de superficie del lado izquierdo de la ecuación 3-1 representa el término convectivo, mientras que la integral del lado derecho del igual representa el término difusivo. Para calcular el flujo neto a través de las fronteras del volumen de control, se requiere sumar las integrales sobre cada una de las caras, cuatro en el caso 2D y seis en el 3D. La ecuación sería:

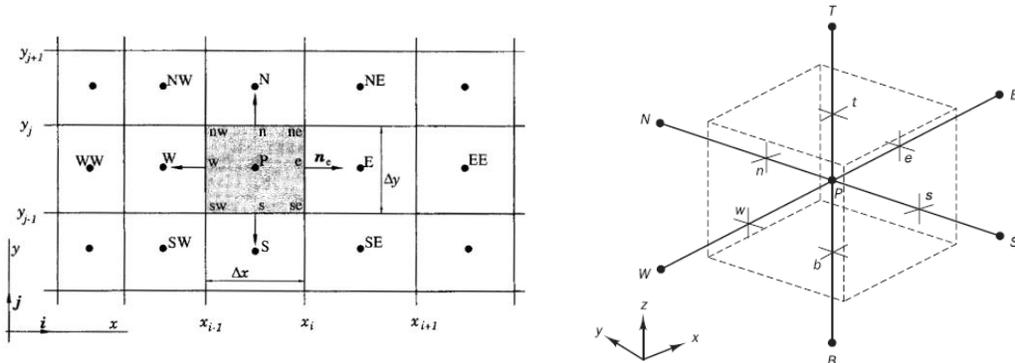
$$\int_S f dS = \sum_k \int_{S_k} f dS, \quad (3-2)$$

donde f puede representar la componente normal a la cara del volumen de control del término convectivo o difusivo.

Si se quiere calcular la integral de superficie en una cara en particular, por ejemplo la cara 'n' mostrada en la figura (3-1) entonces se debe conocer el integrando f sobre toda la superficie S_n . Estos datos sólo están disponibles en los nodos de la malla, por lo tanto se requiere una aproximación. La cual mejora usando dos niveles de aproximación como indica Ferziger et al. [15]

- la integral es aproximada en términos de los valores de las variables en una o más posiciones sobre la cara de la celda;
- los valores en la cara de la celda son aproximados en términos de los valores nodales.

Figura 3-1: Celda computacional 2D (izquierda) 3D (derecha)



Izquierda Tomada de Ferziger et al. [15]. Derecha Tomada de Versteeg et al. [16]

De esta forma se podría aplicar la regla del punto medio y la trapezoidal que son de segundo orden de aproximación. Si se requiere mayor orden de aproximación se puede aplicar la regla de Simpson, la cual posee cuarto orden de aproximación debido a que los flujos se deben evaluar en más de dos posiciones, en el caso de una celda en 2D, estas posiciones corresponden a las esquinas de la cara y el centro de la misma.

3.1.2 Aproximación de la Integral de Volumen

Algunos términos en las ecuaciones de transporte requieren integración sobre el volumen de control de la celda. La forma más simple de evaluar esta integral es con el producto del valor medio del integrando y el volumen de la celda:

$$Q_P = \int_{\Omega} q d\Omega = \bar{q} \Delta\Omega \approx q_P \Delta\Omega \quad (3-3)$$

La ecuación 3-3 es una aproximación de segundo orden y en esta q_P hace referencia al valor de q en el centro del volumen de control. Es importante resaltar que en este caso no se requiere interpolación debido a que todas las variables están disponibles en los nodos, 'P' en este caso.

Las aproximaciones de mayor orden requieren los valores de q en posiciones adicionales a la del centro de la celda. Esos valores deben ser obtenidos por medio de interpolación de los valores nodales o, de forma equivalente, usando funciones de forma [15].

3.1.3 Interpolación

Como se describió en los dos numerales anteriores para poder calcular los términos convectivos y difusivos se requieren los valores de las funciones en las caras, sin embargo se dispone de la información sólo en los nodos, lo cual conduce a un proceso de interpolación. Existen varias formas de aproximar la variable ϕ en una de las caras de la celda, a continuación se mencionan brevemente algunas de estas.

Una de las técnicas empleadas, es aproximar ϕ_e , el valor de la variable en la cara 'e', con el valor del nodo corriente arriba, por esta razón se denomina UDS (*Upwind Differencing Scheme*). Es claro que se debe tener en cuenta la dirección del flujo. Es un esquema de primer orden de aproximación y su desventaja es que genera difusión numérica. Otra forma de aproximar las variables en las caras es asumiendo que existe una variación lineal entre los dos nodos más cercanos, lo cual produce una ecuación de segundo orden de aproximación que podría hacer que este esquema genere soluciones oscilatorias. Este corresponde a la representación en diferencias finitas centradas de una primera derivada y por esto su acrónimo es CDS (*Central Difference Scheme*). Existe otro esquema que asume la variación de ϕ entre los nodos y sus caras vecinas como una parábola, este se denomina QUICK (*Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics*) y posee tercer orden de aproximación para el caso de mallas uniformes y no uniformes.

Las simulaciones del presente trabajo se desarrollaron por etapas: en la primera parte de la simulación se empleó un esquema numérico para la discretización espacial de primer orden (UDS). Esto con el fin de evitar la divergencia de la solución en las primeras iteraciones. En la siguiente parte de la simulación, se eligió un esquema de discretización espacial de segundo orden de aproximación (CDS). Con la selección de este esquema se pretendió disminuir el error debido a la discretización de la geometría.

3.1.4 Discretización temporal

A continuación, se mencionan algunos de los esquemas más conocidos y fáciles de implementar para discretizar los términos temporales presentes en las ecuaciones gobernantes. El esquema Euler hacia adelante o explícito que presenta problemas de estabilidad cuando no se define apropiadamente el Δt . El esquema Euler hacia atrás o implícito y el esquema Crank Nicolson que a pesar de que su orden de aproximación es mayor al de los dos esquemas anteriores, en ocasiones presenta oscilaciones indeseadas en la solución numérica.

Para cálculos numéricos en estado transitorio se recomienda usar un esquema totalmente implícito porque es incondicionalmente estable para cualquier Δt . Debido a que la aproximación del esquema es sólo de primer orden, se debe usar un espacio de tiempo lo suficientemente pequeño que garantice la exactitud de los resultados [16].

A continuación se muestra la metodología general de discretización de la ecuación gobernante de un fenómeno de difusión en estado transitorio unidimensional:

$$\rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + S \quad (3-4)$$

El primer paso es integrar la ecuación (3-4) sobre un volumen de control finito VCF unidimensional y en el intervalo de tiempo comprendido entre t y $t + \Delta t$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{VCF} \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} dV dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{VCF} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VCF} S dV dt \quad (3-5)$$

Con el fin de evaluar apropiadamente el coeficiente de difusión Γ y el gradiente $\partial \phi / \partial x$ sobre las caras del volumen de control, se procede a usar interpolación lineal la cual es equivalente a usar diferencias centradas. Para una malla uniforme los valores de Γ_w y Γ_e están dados por

$$\Gamma_w = \frac{\Gamma_W + \Gamma_P}{2} \quad (3-6)$$

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{2} \quad (3-7)$$

y los términos difusivos se evalúan de la siguiente forma:

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) \quad (3-8)$$

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) \quad (3-9)$$

La ecuación se puede escribir como

$$\int_w^e \left[\int_t^{t+\Delta t} \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \right] dV = \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \bar{S} \Delta V dt \quad (3-10)$$

En esta ecuación A y ΔV son el área y el volumen respectivamente del (VCF). $\Delta V = A \Delta x$, donde $\Delta x = \delta x_{we}$ el cual equivale al ancho del volumen de control. \bar{S} representa el promedio de los términos fuente. Asumiendo que el valor de ϕ es constante en todo el volumen de control, el lado izquierdo de la ecuación (3-9) se puede escribir como

$$\int_w^e \left[\int_t^{t+\Delta t} \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \right] dV = \rho c (\phi_P^{n+1} - \phi_P^n) \Delta V \quad (3-11)$$

Usando diferencias centradas para los términos difusivos de la ecuación (3-10), se tiene la siguiente ecuación

$$\rho c (\phi_P^{n+1} - \phi_P^n) \Delta V = \int_t^{t+\Delta t} \left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \bar{S} \Delta V dt \quad (3-12)$$

Para poder resolver la integral de la variable ϕ con respecto al tiempo, se usa la siguiente aproximación, la cual incluye el parámetro θ que controla la forma de dar solución a la integral del tiempo

$$I_{RHS} = \int_t^{t+\Delta t} \phi_P dt = [\theta\phi_P^{n+1} + (1-\theta)\phi_P^n]\Delta t \quad (3-13)$$

Aplicando esta ecuación se tiene:

$$\begin{aligned} & \rho c(\phi_P^{n+1} - \phi_P^n)A\Delta x \\ = & \theta \left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E^{n+1} - \phi_P^{n+1}}{\delta x_{PE}} \right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P^{n+1} - \phi_W^{n+1}}{\delta x_{WP}} \right) \right] \\ & + (1-\theta) \left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\phi_E^n - \phi_P^n}{\delta x_{PE}} \right) - \Gamma_w A_w \left(\frac{\phi_P^n - \phi_W^n}{\delta x_{WP}} \right) \right] + \bar{S}\Delta x \end{aligned} \quad (3-14)$$

Dividiendo entre $A\Delta t$ y reorganizando términos

$$\begin{aligned} & \left[\rho c \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\theta\Gamma_e}{\delta x_{PE}} + \frac{\theta\Gamma_w}{\delta x_{WP}} \right] \phi_P^{n+1} \\ = & \left[\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} (\theta\phi_E^{n+1} + (1-\theta)\phi_E^n) \right] + \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} [\theta\phi_W^{n+1} + (1-\theta)\phi_W^n] \\ & + \left[\rho c \frac{\Delta x}{\Delta t} - (1-\theta)\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} - (1-\theta)\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} \right] \phi_P^n + \bar{S}\Delta x \end{aligned} \quad (3-15)$$

Asignando nombres a los coeficientes que acompañan los valores de ϕ tanto en el tiempo t como Δt , se puede reescribir la anterior ecuación como:

$$\begin{aligned} a_P\phi_P^{n+1} = & a_E[\theta\phi_E^{n+1} + (1-\theta)\phi_E^n] + a_W[\theta\phi_W^{n+1} + (1-\theta)\phi_W^n] \\ & + [a_P^n - (1-\theta)a_E - (1-\theta)a_W]\phi_P^n + b \end{aligned} \quad (3-16)$$

donde:

$$a_P = \theta(a_W + a_E) + a_P^n \quad (3-17)$$

$$a_E = \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} \quad (3-18)$$

$$a_W = \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} \quad (3-19)$$

En el presente trabajo se eligió el esquema de discretización temporal Euler hacia atrás o implícito. Cuando se usa este esquema $\theta = 1$ en la ecuación (3-16). De esta forma, se demuestra que la ecuación discretizada para un volumen de control finito bajo las suposiciones de esta sección es:

$$a_P \phi_P^{n+1} = a_E \phi_E^{n+1} + a_W \phi_W^{n+1} + a_P^n \phi_P^n \quad (3-20)$$

Se observa que en ambos lados de la ecuación está presente el valor de la variable ϕ en el paso de tiempo futuro (ϕ^{n+1}), por lo tanto el sistema de ecuaciones resultante se debe resolver en cada paso de tiempo. El procedimiento de avance en el tiempo comienza con el campo de ϕ en un tiempo inicial (ϕ^n). Una vez se asigna el paso de tiempo Δt el sistema de ecuaciones se resuelve y para que la solución avance hasta el tiempo deseado los valores de ϕ son asignados a ϕ^n y el procedimiento se repite.

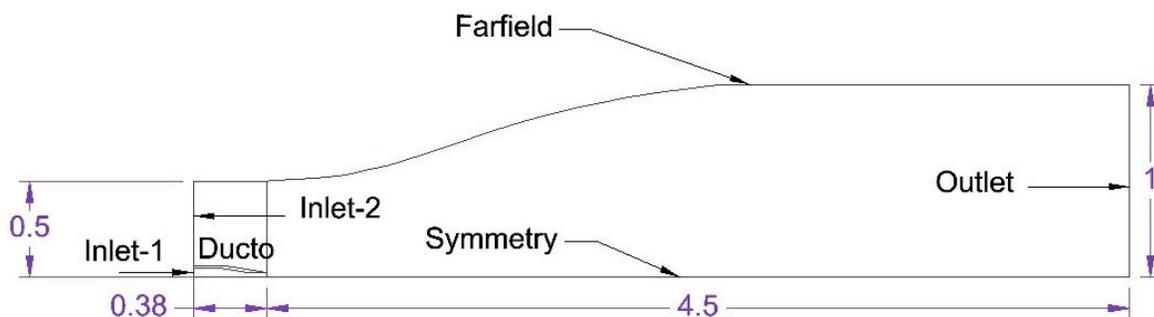
3.2 Dominio y modelo computacional

Como se indicó anteriormente, en el presente trabajo se usó como plataforma de simulación el software ANSYS-Fluent. En particular, empleando un experimento numérico se caracterizó el rendimiento aerodinámico y la respuesta acústica del chorro a través de un ducto convergente a números Mach de 0.65, 0.75 y 0.85. Para este fin, se usó un enfoque de simulación de las ecuaciones de Navier-Stokes, para un flujo transitorio, pero filtradas mediante promedio de Reynolds. Como se indicaba anteriormente, este tipo de ecuaciones se denominan RANS, y requieren de ecuaciones adicionales que permitan realizar la clausura del modelo matemático. Para el presente estudio, específicamente se seleccionó el modelo de turbulencia *Shear Stress Transport* ($k - \omega$), SST ($k - \omega$) como modelo de clausura. Los cálculos se hicieron con una malla tridimensional de aproximadamente 9×10^5 elementos.

El dominio computacional considerado en este trabajo, corresponde a un volumen generado al hacer una revolución de 150° del perfil que se muestra en la Figura 3-2. Este dominio computacional consiste en una malla estructurada con 7 bloques con cerca de 900000 elementos. El refinamiento se hizo hacia las paredes del ducto como se observa en la Figura 3-3. La extensión axial del dominio se definió de 4.88 m , la cual equivale a 97.6 diámetros de la tobera ($D_j = 50\text{ mm}$). El radio del dominio en el plano de entrada del ducto es igual a 0.5 m ó $10 D_j$ y el radio en el extremo opuesto equivale a 1 m ó $20 D_j$.

Vale la pena aclarar que el dominio computacional se configuró de manera que presenta dos entradas de flujo. La entrada principal, denominada como “Inlet-1”, correspondió a la entrada de flujo en el ducto convergente, en tanto que una entrada secundaria fue definida aguas arriba de la salida de la tobera para el dominio externo al ducto. En la Figura 3-2, esta entrada secundaria se denomina como “Inlet-2”. Por otro lado, el dominio se delimitó aguas abajo de la salida de la tobera por medio de una frontera de descarga denominada “Outlet”, y en la dirección radial por medio de una frontera de flujo libre, denominada “Farfield”. Es importante resaltar que el modelo computacional se configuró tridimensional, aunque restringido a una cuña de 150° alrededor de un eje de revolución, indicado en la Figura 3-2 como “Symmetry”. Esta configuración de dominio fue necesaria debido a restricciones de recursos computacionales, e implicó el uso de dos fronteras “laterales” para restringir el dominio en dirección tangencial (aunque no mostradas en la Figura 3-2). Finalmente, las fronteras de la tobera misma se definieron como paredes sólidas impermeables y adiabáticas.

Figura 3-2: Vista en sección del dominio computacional

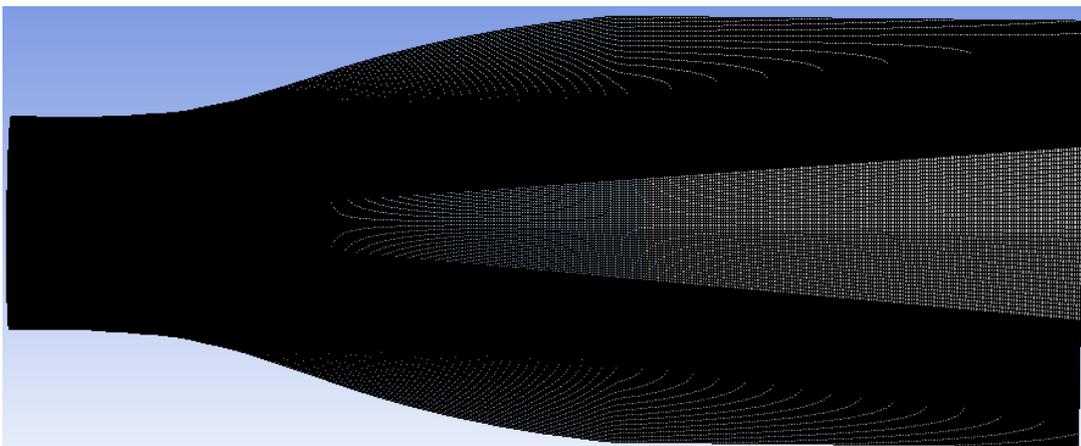


Adaptada de Tide et al. [6]

En cuanto a las condiciones de frontera, en la entrada del ducto (“Inlet-1”) se especificó el valor de la presión estática y la presión total por medio del tipo de frontera llamado *pressure inlet* en ANSYS-Fluent, la cual corresponde a una condición de frontera tipo Dirichlet para la velocidad y la presión. Las fronteras denominadas “Inlet-2” y “Farfield” también se configuraron con el tipo de frontera *pressure inlet*. En este caso se especificaron los valores estándar de presión y temperatura del aire a nivel del mar. En la frontera nombrada como “Outlet” se especificó el valor de la presión ambiente por medio del tipo de frontera *pressure outlet* disponible en ANSYS-Fluent. Para las paredes del ducto se usó una condición tipo Neumann para la temperatura, haciendo que su gradiente en dirección normal a la superficie fuera igual a cero. La condición de frontera de las caras laterales de la cuña de 150° se configuró con el tipo de frontera denominado *Symmetry* en el software ANSYS-Fluent, la cual corresponde esencialmente a una condición de frontera tipo Fourier, debido a que la componente de la velocidad en la dirección normal se hace cero, y los gradientes en dirección perpendicular a la superficie también se igualan a cero.

Con el fin de seleccionar el solucionador, se tuvo en cuenta el estudio de Prashant et al. [17], en el cual indica que al usar un solucionador basado en la presión se sobre predicen los niveles de presión sonora absolutos SPL, en aproximadamente 100 dB , mientras la tendencia con respecto a los valores experimentales se mantiene. Por la anterior razón, en todos los casos simulados en el presente trabajo se usó un solucionador basado en la densidad.

Figura 3-3: Malla computacional plano xy



3.3 Parámetros del Flujo

Se realizaron experimentos computacionales a Mach 0.65, 0.75 y 0.85 con la temperatura del chorro igual a la temperatura ambiente. Cada uno de los casos se denomina como, $M_j = 0.65$, $M_j = 0.75$ y $M_j = 0.85$ respectivamente. Las propiedades que definen el campo del flujo para todos los casos se muestran en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1: Propiedades del flujo

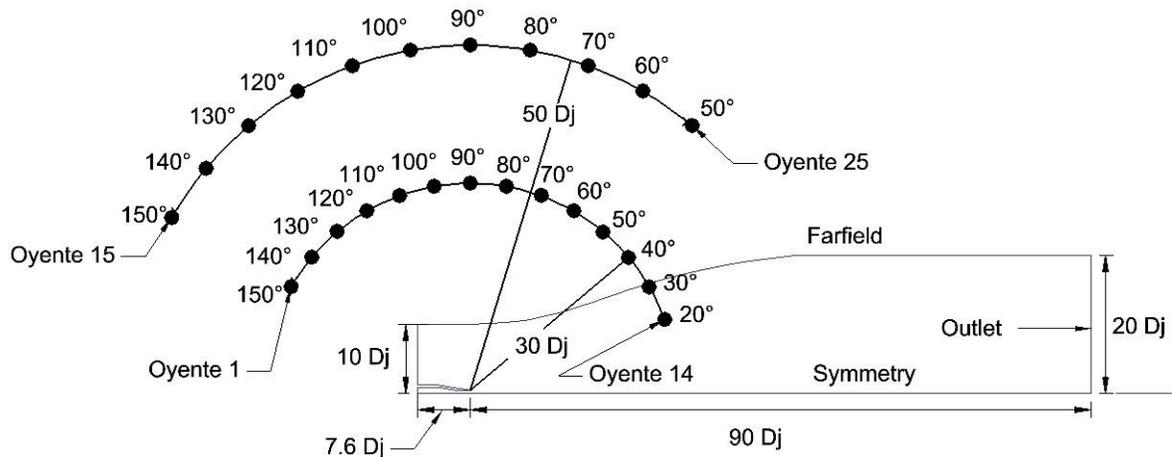
Parámetro	Valor
T_j/T_∞	1.1
$P_\infty [Pa]$	101300
$\rho_\infty [kg/m^3]$	1.225
$a_\infty [m/s]$	340.17
$U_\infty [m/s]$	0
$T_\infty [K]$	288
$T_{0j} [K]$	320.4
Re_D caso $M_j = 0.65$	6.7×10^5
Re_D caso $M_j = 0.75$	7.7×10^5
Re_D caso $M_j = 0.85$	8.7×10^5

3.4 Oyentes en el Campo Lejano

La respuesta acústica de los flujos considerados en este trabajo se construyó mediante una metodología similar a la empleada en [2][6][18]. En este enfoque, es necesario definir unos puntos de medición de los niveles de ruido con el fin de poder emplear alguna de las relaciones de analogía acústica. Específicamente, en el presente trabajo, se calcularon los niveles de presión sonora en las posiciones mostradas en la Figura 3-4, las cuales corresponden a la ubicación de los veinticinco micrófonos usados en las pruebas experimentales del proyecto JEAN. Las coordenadas en milímetros de cada una de las posiciones se muestran en la Tabla 3-2, se asigna el receptor número 1 como el ángulo de 150° dentro del arco de menor radio $30 D_j$, los demás se nombran ascendentemente en sentido de las manecillas del reloj hasta llegar al micrófono número 14. De la misma

manera se nombran las posiciones angulares ubicadas sobre el arco externo de $50 D_j$ de radio, hasta que se completan los 25 puntos de prueba.

Figura 3-4: Ubicación de los puntos de control del nivel de presión sonora



Adaptada de Andersson et al. [19]

Las coordenadas que se muestran en la Tabla 3-2 son importantes para que la plataforma computacional pueda calcular los valores de niveles de presión sonora en el campo lejano usando la ecuación de FW-H. En el presente documento, y con el fin de facilitar la discusión, tales posiciones de la 1 a la 25, que se muestran en la segunda columna de la Tabla 3-2, han sido indicadas indistintamente como oyentes o receptores. Lo anterior se hizo con el fin de permitir una rápida ubicación de las coordenadas del campo lejano.

Es importante resaltar que no es necesario que las 25 posiciones descritas con ayuda de la Figura 3-4 y la Tabla 3-2, estén ubicadas dentro del dominio computacional. Sólo se requiere conocer el vector posición de cada uno de los oyentes, que junto con las variables almacenadas en la superficie de FW-H permitieron calcular los niveles de presión sonora.

Tabla 3-2: Coordenadas de los puntos que representan los oyentes

Oyente/Receptor	Ángulo	Coordenadas			
		x [mm]	y [mm]	z [mm]	
30Dj	1	150	-919.04	775	0
	2	140	-769.07	989.18	0
	3	130	-584.18	1174.07	0
	4	120	-370	1324.04	0
	5	110	-133.03	1434.54	0
	6	100	-260.47	1502.21	0
	7	90	0	1525	0
	8	80	640.47	1502.21	0
	9	70	893.03	1434.54	0
	10	60	1130	1324.04	0
	11	50	1344.18	1174.07	0
	12	40	1529.07	989.18	0
	13	30	1679.04	775	0
	14	20	1789.54	538.03	0
50Dj	15	150	-1785.06	1275	0
	16	140	-1535.11	1631.97	0
	17	130	-1226.97	1940.11	0
	18	120	-870	2190.06	0
	19	110	-475.05	2374.23	0
	20	100	-54.12	2487.02	0
	21	90	0	2525	0
	22	80	814.12	2487.02	0
	23	70	1235.05	2374.23	0
	24	60	1630	2190.06	0
	25	50	1986.97	1940.11	0

4. Simulaciones y Resultados Numéricos

Se configuraron un total de nueve simulaciones para los estudios finales luego de realizar la independencia de malla. Los primeros experimentos numéricos se llevaron a cabo con el fin de validar el solucionador seleccionado con los datos experimentales reportados por otros autores. Luego de esta validación, se simularon los casos $M_j = 0.65$, $M_j = 0.75$, y $M_j = 0.85$ con la siguiente metodología:

- i) Se realiza una simulación en estado estable hasta que el balance de masa en el dominio fuera menor al 1% del flujo másico a través de la tobera.
- ii) Con esta condición se da inicio a la simulación en estado transitorio con un paso de tiempo de $1e - 05$ s hasta que la simulación haya llegado a un tiempo de flujo de 0.08 s.
- iii) Se habilita el modelo acústico de Ffowcs Williams-Hawkings y se corre la simulación hasta $t = 0.16$ s.
- iv) Se procede a indicar las coordenadas de cada uno de los receptores y las propiedades del ambiente, finalmente
- v) Se procede a la generación de las gráficas de los perfiles de velocidad y los niveles de presión sonora por medio de un código en Matlab.

4.1 Validación del modelo computacional

Se escogió como caso de validación el de $M_j = 0.75$ debido a que existen varios estudios experimentales y numéricos que reportan parámetros aerodinámicos y acústicos de un ducto a este régimen de flujo [2][6][19]. En esta sección se presenta la comparación de los perfiles de velocidad axial, la intensidad de turbulencia y los niveles de intensidad de ruido, para los 25 oyentes ubicados en el campo lejano. Los valores y tendencias de estos parámetros se compararon con datos experimentales y numéricos reportados en otros trabajos. Lo anterior con el fin de definir la aplicabilidad de la metodología del presente trabajo en la predicción de las variables aerodinámicas y acústicas del flujo a través de un ducto convergente.

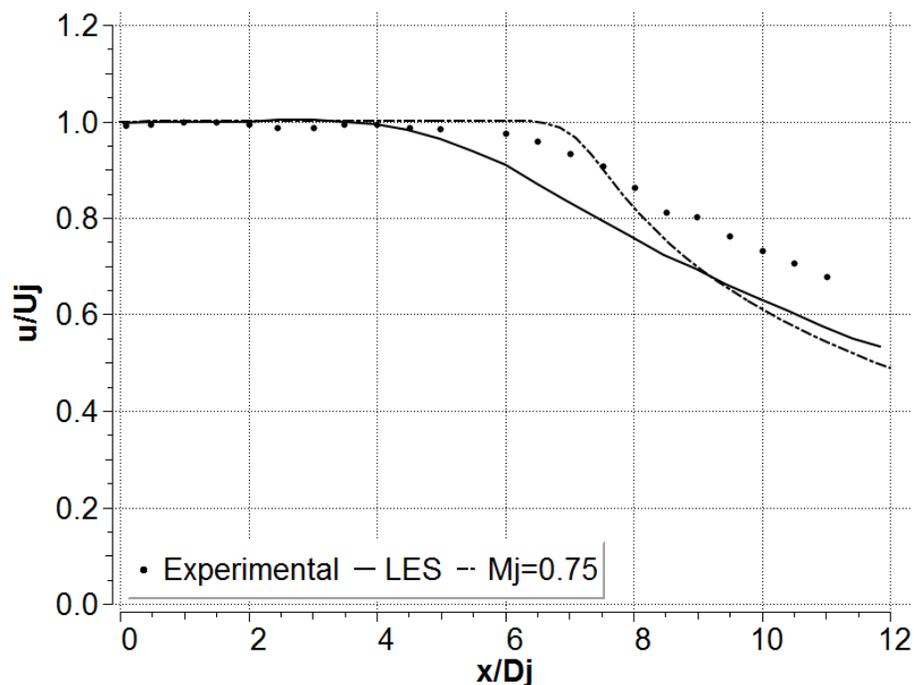
4.1.1 Validación del modelo computacional: rendimiento aerodinámico

En la Figura 4-1 se muestra el perfil de velocidad axial promediada a lo largo de la línea central del ducto hasta una coordenada de $0.6 m$. Los datos experimentales y valores LES fueron tomados de [19] y se comparan con la predicción hecha en este trabajo usando URANS con el modelo de turbulencia $k - \omega$ SST. Se evidencia una excesiva reducción de la velocidad entre las coordenadas $x/D_j = 8.5$ y $x/D_j = 12$ lo cual puede ser comprobado por el aumento de la pendiente en este rango comparado con los datos experimentales.

En la Figura 4-1 también se puede observar que se sobre predijo la longitud del núcleo potencial. Este es un resultado que se debe principalmente al modelo de turbulencia usado, según Ilário Da Silva [20]. Los modelos de turbulencia son desarrollados asumiendo condiciones simplificadas en el fenómeno turbulento y por esto están limitados, por lo general contienen uno o más coeficientes que no se pueden determinar teóricamente. Por esta razón, se requiere una calibración de estos modelos usando datos experimentales, con el objetivo de validar aquellas simplificaciones y determinar los coeficientes. La desventaja es que el flujo elegido para calibrar los coeficientes no siempre tendrá la capacidad de representar flujos más complejos, como por ejemplo el flujo en el ducto convergente de este trabajo.

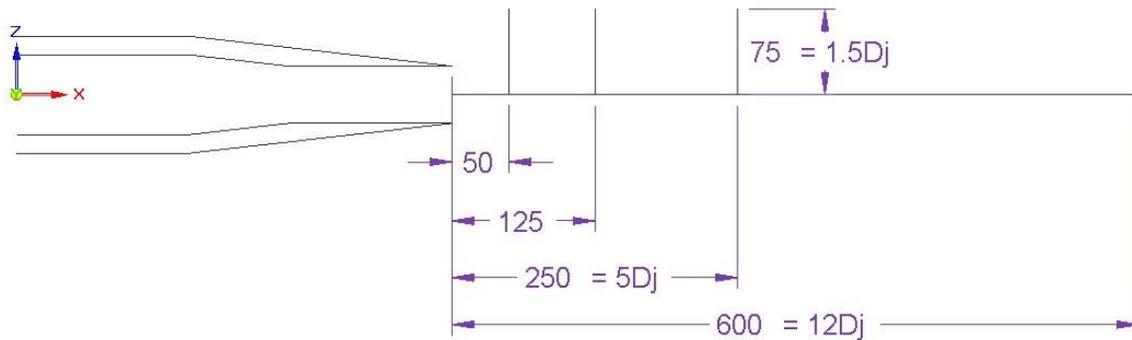
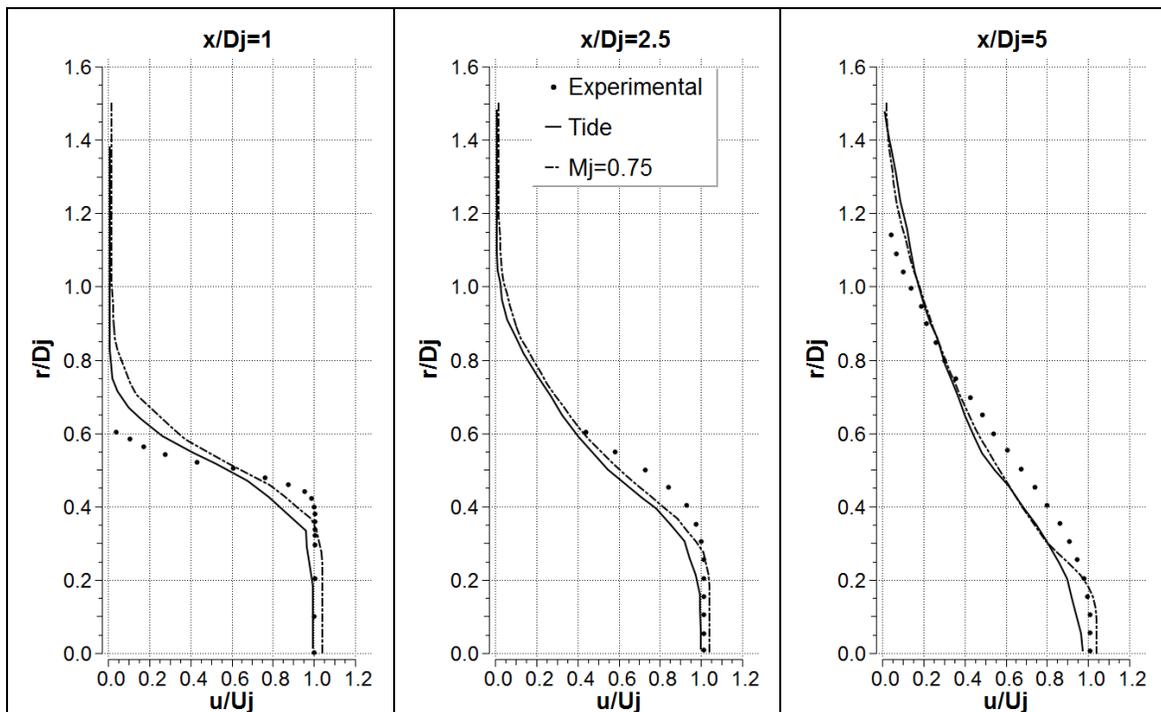
El problema del uso de un modelo de turbulencia en particular para predecir el decaimiento de la velocidad en ductos con sección transversal circular ha sido reportado con anterioridad. Por ejemplo, Pope [21] se refiere a este problema como la anomalía del chorro circular, el cual explica como la tendencia en el aumento de la disipación debido a la presencia de vórtices deformados en la región del flujo. Esta observación la reporta especialmente para chorros axisimétricos. Por su parte Nallasamy et al. [22] presenta una revisión de varios modelos de turbulencia aplicados en la solución del ruido en chorros turbulentos. Su principal conclusión es que si se tiene en cuenta la anisotropía de la turbulencia se mejora considerablemente la predicción de las características del flujo.

Figura 4-1: Decaimiento de la velocidad $M_j = 0.75$ comparado con experimento y simulación LES



En la Figura 4-3 se grafican los perfiles de velocidad axial en las direcciones radiales indicadas por la Figura 4-2, y se comparan con los datos experimentales reportados en [19]. La máxima diferencia entre las predicciones y los datos experimentales es de 50% y 65% en el punto de inflexión superior para $x/D_j = 1$ y $x/D_j = 5$ respectivamente. La predicción del decaimiento de la velocidad axial en la dirección radial en $x/D_j = 1$ es menos abrupta que lo observado por datos experimentales.

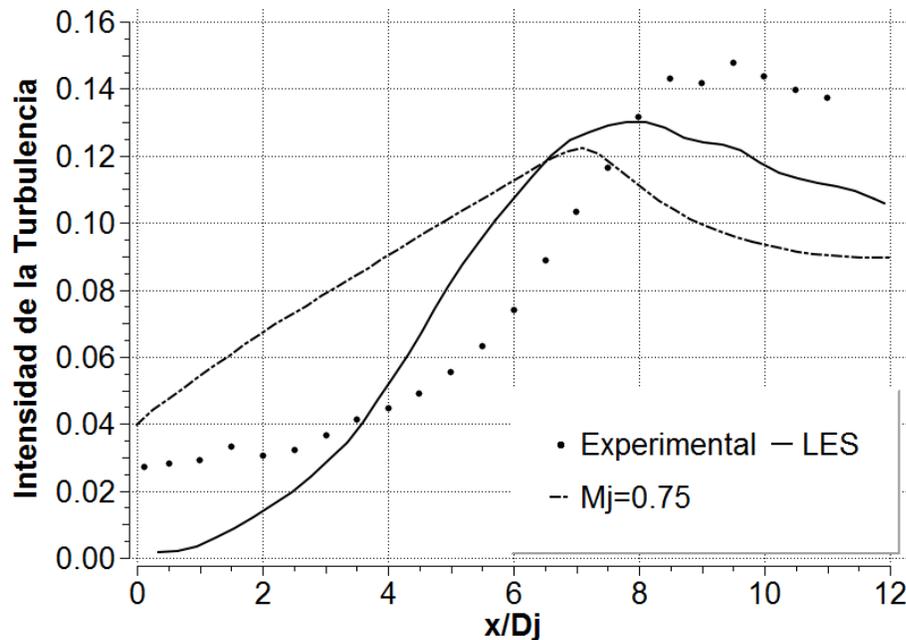
Figura 4-2: Líneas de referencia para la generación de los perfiles de velocidad axial

Figura 4-3: Perfiles de velocidad axial en $x/D_j = 1$, $x/D_j = 2.5$, y $x/D_j = 5$ $M_j = 0.75$ vs Experimental tomada de [19] y RANS tomada de [6]

En la Figura 4-4 se observa la variación de la intensidad de turbulencia a lo largo de la línea central del chorro. Con el fin de comparar, se muestran los valores experimentales y LES tomados de Andersson et al. [19]. La magnitud del valor máximo se predijo dentro de un 18%. La localización del punto máximo es menor para el caso del presente trabajo y coincide con la posición en donde inicia el decaimiento de la velocidad promedio del chorro

vista en la Figura 4-1. Se evidencia que justo a la salida de la tobera, los valores de la simulación LES de Andersson et al. [19] presentan un error mayor que el de la simulación del presente trabajo. El valor de la turbulencia se sobre predijo para $0 \leq x/D_j \leq 7$, y para ubicaciones $x/D_j > 7$ la intensidad de la turbulencia que se predijo en el caso $M_j = 0.75$ está por debajo de los valores experimentales. Este resultado podría ser una de las explicaciones de los hallazgos en el fenómeno aeroacústico que se discutirá más adelante.

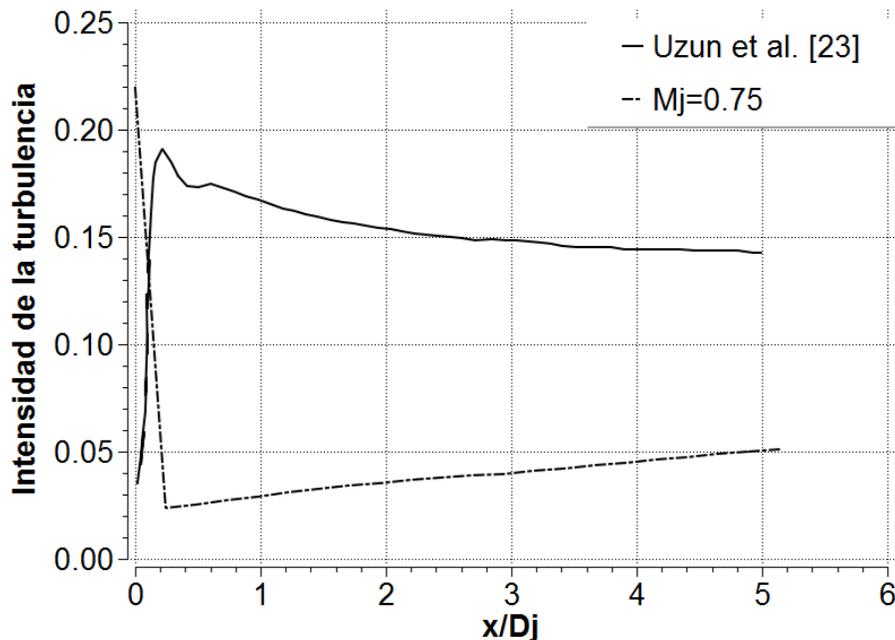
Figura 4-4: Perfiles axiales de la intensidad de la turbulencia en $r/D_j = 0$



En la Figura 4-5 se muestra la intensidad de la turbulencia a lo largo de una línea que coincide con el borde de la tobera, en $r/D_j = 0.5$. La línea se extiende hasta $x/D_j = 5$. Con propósitos de comparación, se muestran los resultados de Uzun et al. [23], los cuales corresponden a una tobera con geometría similar a la del presente estudio y a un número de Reynolds mayor. A pesar de que en la línea central del ducto se captó la tendencia de la intensidad de la turbulencia en la dirección axial, sobre la línea $r/D_j = 0.5$ el modelo computacional del presente trabajo no fue capaz de capturar el comportamiento reportado por Uzun [23]. Para el caso $M_j = 0.75$ se presenta una reducción en la intensidad de la turbulencia inmediatamente después de la salida de la tobera, en cuanto que en los datos de Uzun se observa una pendiente positiva y pronunciada en la misma posición. Según

Uzun et al. [23], este fenómeno es característico de las capas de esfuerzo laminares. Debido a que los valores de la intensidad de la turbulencia predichos en el presente trabajo presentan un comportamiento alejado del fenómeno físico antes descrito, no es posible afirmar si la capa límite antes de la salida de la tobera y la capa de esfuerzos justo a la salida de la tobera, presentan un comportamiento laminar o turbulento.

Figura 4-5: Perfiles axiales de la intensidad de la turbulencia en $r/D_j = 0.5$



4.1.2 Validación del modelo computacional: respuesta acústica

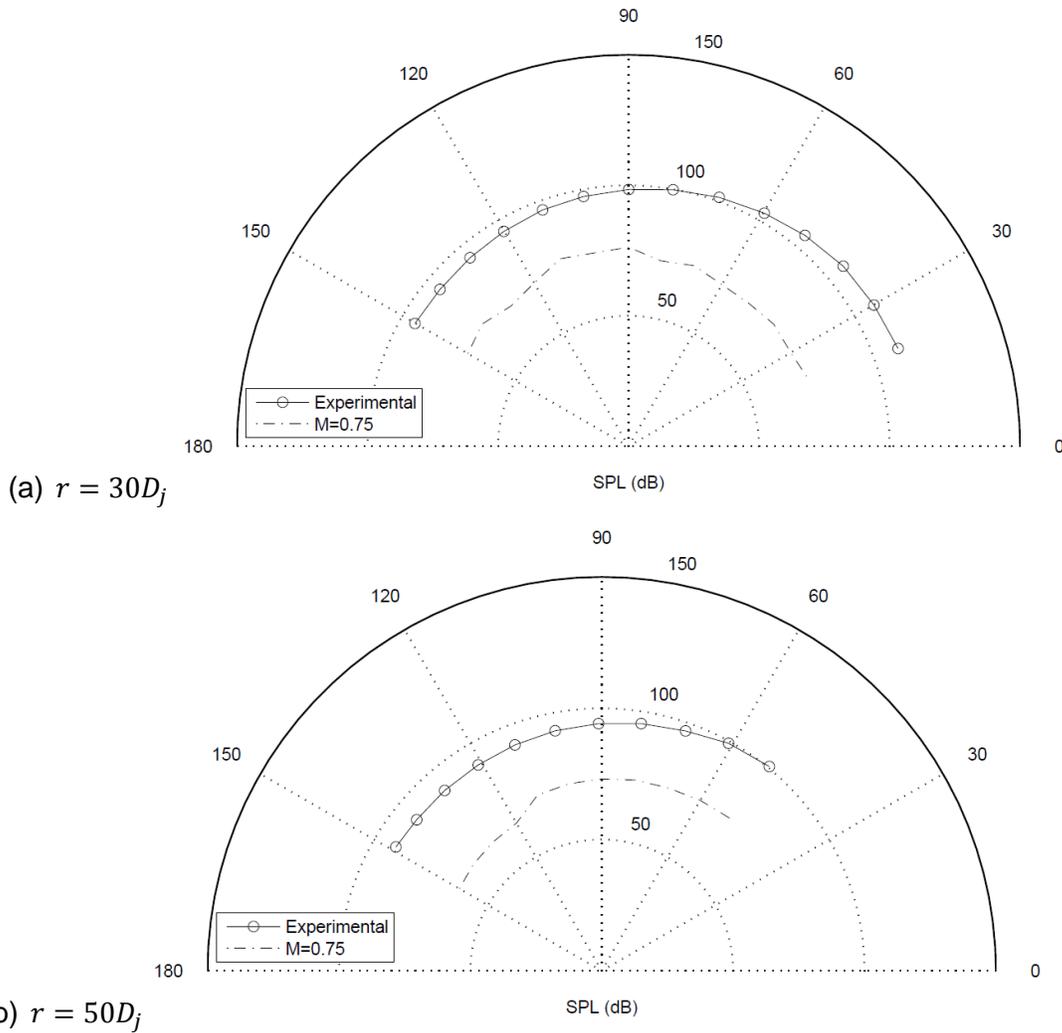
En esta sección se presenta la validación de las variables acústicas con el caso $M_j = 0.75$. Los valores de niveles de presión sonora (SPL) en los estudios aeroacústicos son presentados comúnmente en un diagrama semipolar. En este diagrama la posición del oyente se ubica en la coordenada angular y el valor definido en la coordenada radial corresponde al nivel de presión sonora, el cual está definido por:

$$SPL = 20 \log_{10} \left(\frac{\sqrt{\langle (p')^2 \rangle}}{p_{ref}} \right) \quad (4-1)$$

donde la $p_{ref} = 20 \times 10^{-6} Pa$ corresponde al límite de audición humana a una frecuencia de 1000 Hz. Los valores de las fluctuaciones de presión se obtienen de la integración de la ecuación de FW-H.

A continuación se muestra una comparación de los niveles de presión sonora calculados con los datos experimentales extraídos de [19] los cuales fueron medidos durante la ejecución del proyecto JEAN. Las posiciones de los oyentes coinciden con la posición de los micrófonos empleados en los experimentos, tal como se indicó en la Figura 3-4.

La Figura 4-6 (a) muestra que para ángulos corriente arriba, los valores de SPL calculados en este trabajo, captan la tendencia de las mediciones de Andersson et al. [19]. Para ángulos corriente abajo se observa un comportamiento contrario a los experimentos porque los SPL presentan una leve tendencia a disminuir, lo cual genera una máxima diferencia entre los valores experimentales y los calculados de 36 dB en esta zona. Al realizar la comparación de los niveles de presión sonora en la posición del oyente equivalente a $r = 50D_j$ como muestra la Figura 4-6 (b), se observó que los resultados numéricos captan la tendencia de los valores experimentales para el arco comprendido entre 50° y 150°. En este caso la mayor diferencia entre los valores predichos y los experimentales se reduce a 28 dB y se traslada a la zona frontal de la tobera.

Figura 4-6: Niveles de presión sonora para $St = 0.5$. $M_j = 0.75$ vs Experimental

4.1.3 Validación modelo computacional: conclusiones

El principal objetivo de esta sección, fue comprobar la validez de la metodología empleada en este trabajo para realizar una primera aproximación de los parámetros aerodinámicos y acústicos de un ducto convergente en régimen subsónico compresible. En cuanto a los perfiles de velocidad axial y radial se observó que excluyendo los puntos de inflexión, el presente trabajo captó la variación de la velocidad adecuadamente. Las variaciones de la

intensidad de la turbulencia presentan diferencias evidentes con los experimentos, sin embargo sus valores y posiciones se encuentran en concordancia con las pruebas experimentales. Los resultados acústicos mostraron que sólo se pueden captar las tendencias de los SPL's usando la metodología propuesta de este trabajo. Esto ya ha sido reportado en trabajos similares, en donde el uso de metodologías RANS han resultado en predicciones acústicas de menor intensidad manteniendo la tendencia [6]. Teniendo en cuenta estas observaciones se procedió a usar el mismo modelo computacional para los casos $M_j = 0.65$ y $M_j = 0.85$.

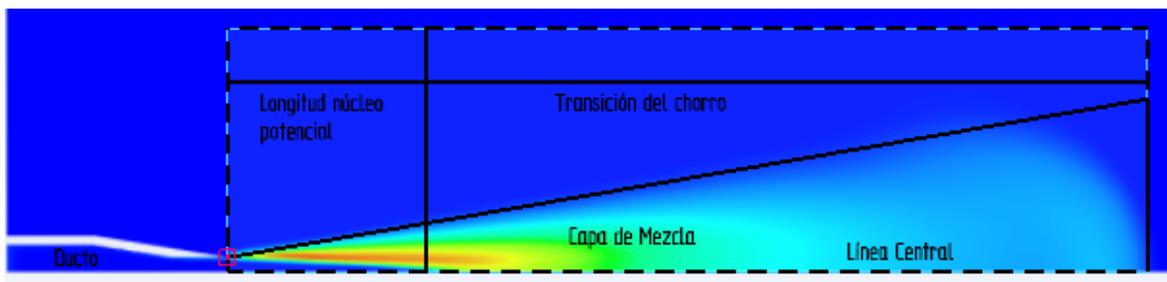
4.2 Caracterización Aerodinámica del Chorro

La caracterización aerodinámica del flujo a través del ducto convergente para los tres números Mach del presente trabajo, se realizó por medio del estudio del comportamiento de los perfiles de velocidad axial, el decaimiento de la velocidad, la variación de la presión y la temperatura, a lo largo de la línea central de la tobera hasta una coordenada $x/D_j = 12$. De la misma forma, se analizó la distribución de la intensidad de la turbulencia justo a la salida del ducto.

4.2.1 Campos de Flujo Instantáneos

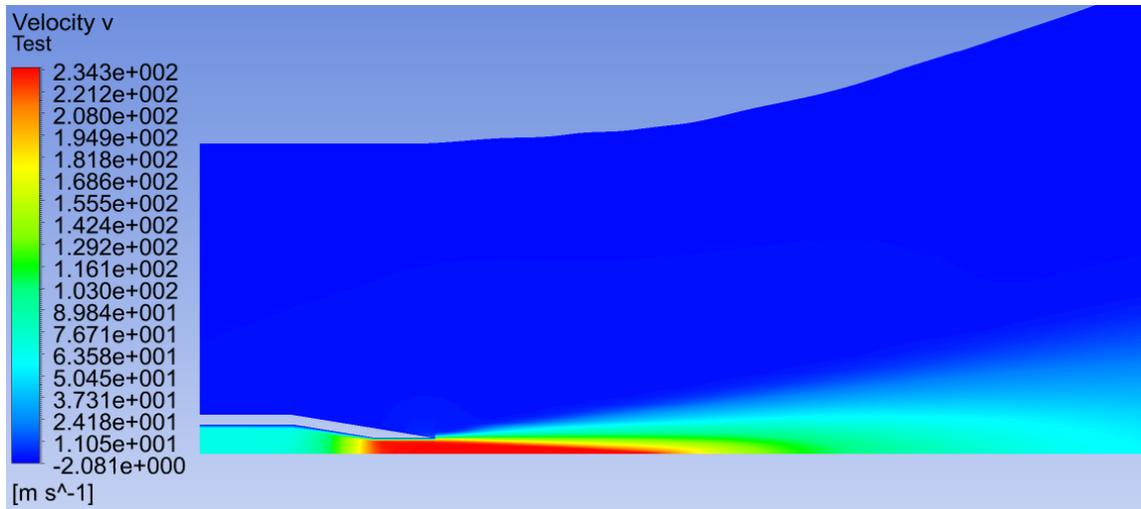
Con el fin de interpretar las figuras asociadas con los campos de velocidades y los campos de las propiedades turbulentas, en la Figura 4-7 se muestran las distintas regiones que caracterizan un fenómeno de flujo de un chorro a través de un ducto.

Figura 4-7: Regiones características del chorro



En la Figura 4-8 se muestra el campo de velocidad axial instantáneo sobre el plano de simetría de la geometría analizada. Se puede identificar la capa de esfuerzos y cualitativamente el decaimiento de la velocidad axial a medida que el flujo se aleja de la garganta de la tobera.

Figura 4-8: Campo de velocidad axial

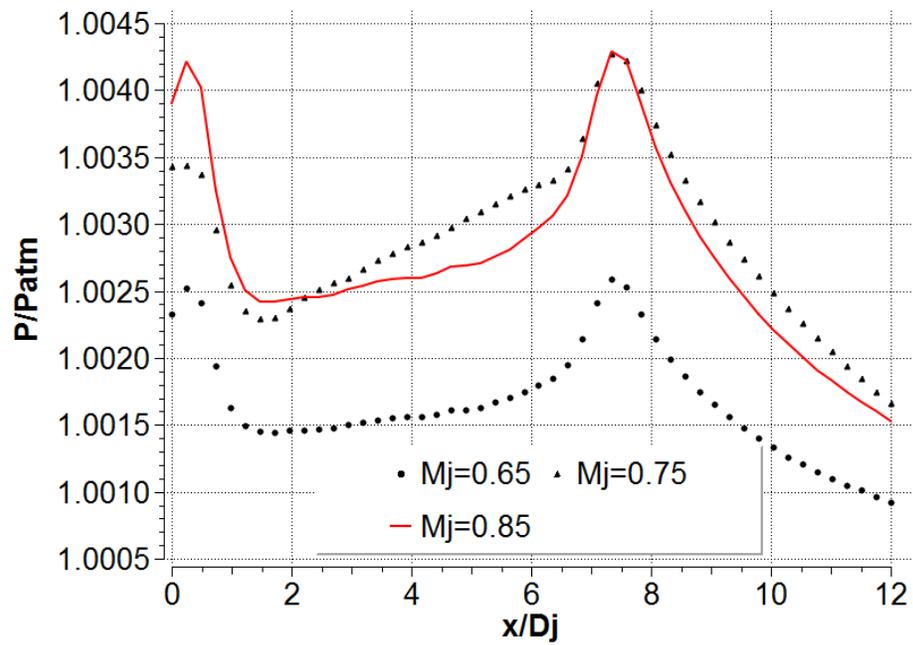


Para caracterizar aerodinámicamente el chorro, se presentan la distribución de presiones y de temperaturas a lo largo de la línea central del chorro. En la Figura 4-9 se muestra la presión a lo largo de la línea central del chorro normalizada con la presión atmosférica en (a), con la presión a la salida del ducto P_j en (b) y con la presión máxima en (c). Se observan dos picos de presión para los tres casos simulados, uno justo a la salida de la tobera y el otro aproximadamente en $x/D_j = 7.5$. Este último coincide con el punto donde inicia la reducción de la velocidad axial del chorro. En el rango $2.5 < x/D_j < 5.5$ se evidencia un gradiente adverso de presión, que para el caso $M_j = 0.75$ es mayor a los demás.

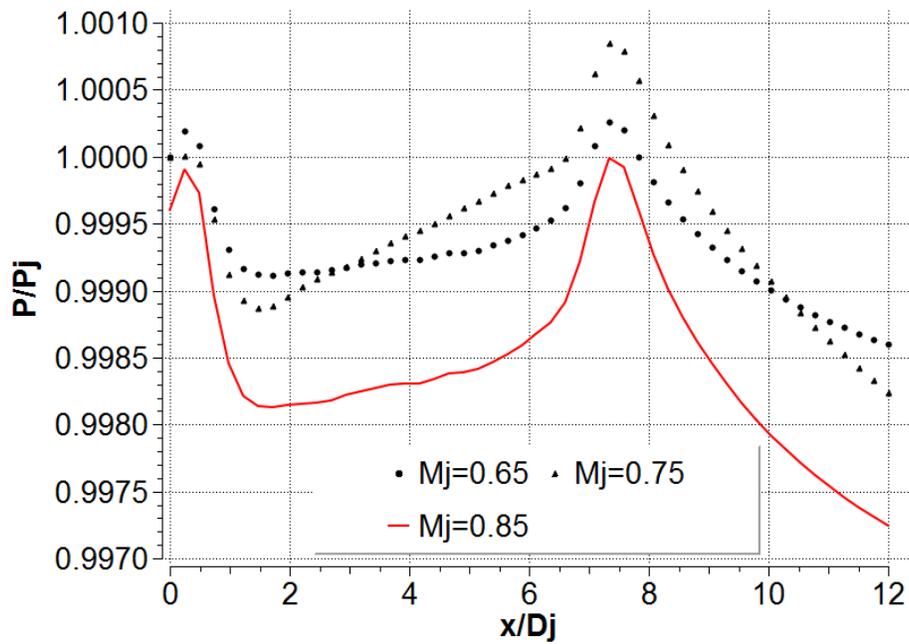
Todo parece indicar que después de la coordenada donde se asume que se tiene la longitud del núcleo potencial, se genera un gradiente favorable de presión que eventualmente permitirá que la presión del chorro iguale la presión del flujo libre. En la Figura 4-9 (c) se observa que este gradiente favorable es proporcional al número Mach del chorro. Esta proporcionalidad no es evidente con los otros dos métodos de normalización de la presión.

Al observar los valores del eje vertical de la Figura 4-9, es evidente que el gradiente de presión en la dirección x es prácticamente nulo. En el presente trabajo, este gradiente se considera de importancia debido a que es probable que esas pequeñas oscilaciones en la presión desde la salida de la tobera hasta $x/D_j = 12$ sean responsables de los niveles de ruido generados por el chorro a través del ducto convergente.

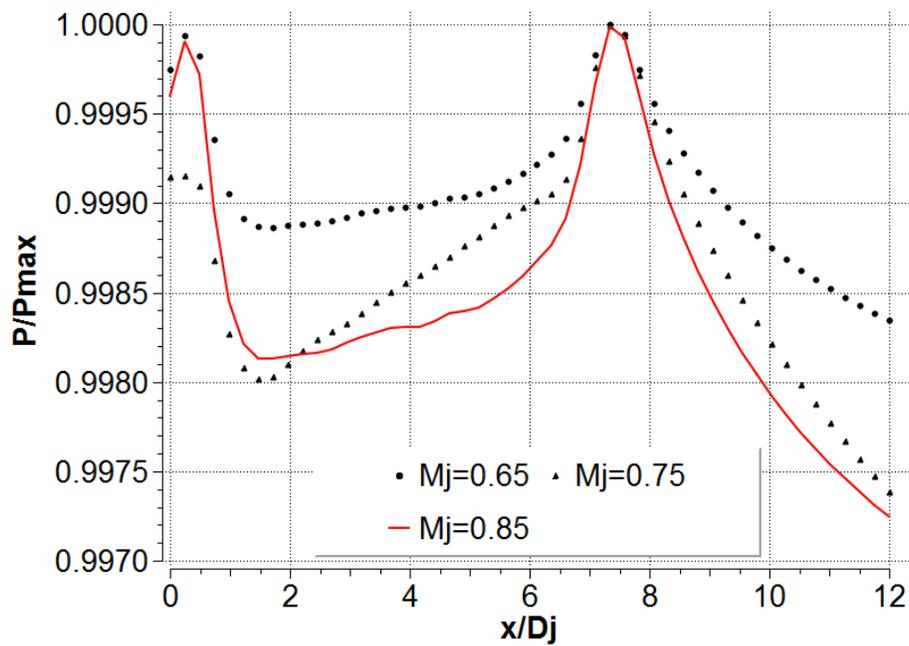
Figura 4-9: Distribución de presiones en la línea central del ducto



(a)



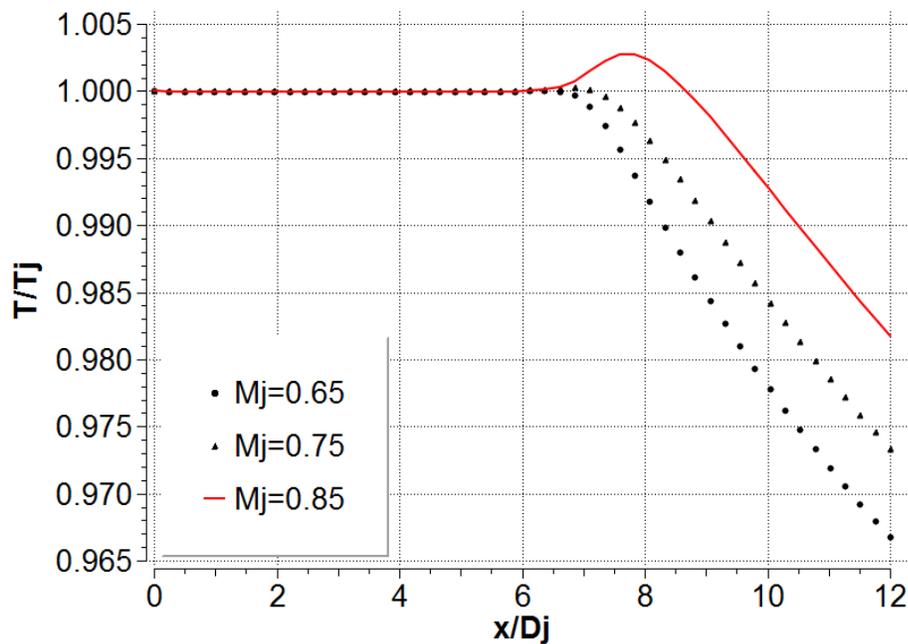
(b)



(c)

El perfil de temperatura sobre la línea central del chorro de la Figura 4-10, muestra que la temperatura se mantiene constante hasta antes de alcanzar la coordenada $x/D_j = 7$, esto para los casos $M_j = 0.65$ y $M_j = 0.75$. Para el caso $M_j = 0.85$ cerca de $x/D_j = 6.5$ se presenta un aumento de la temperatura, el cual está relacionado con el aumento de la presión en esta misma coordenada. Se puede deducir de la Figura 4-10, que la coordenada donde el chorro alcanzará la temperatura ambiente es proporcional al número Mach a la salida del ducto.

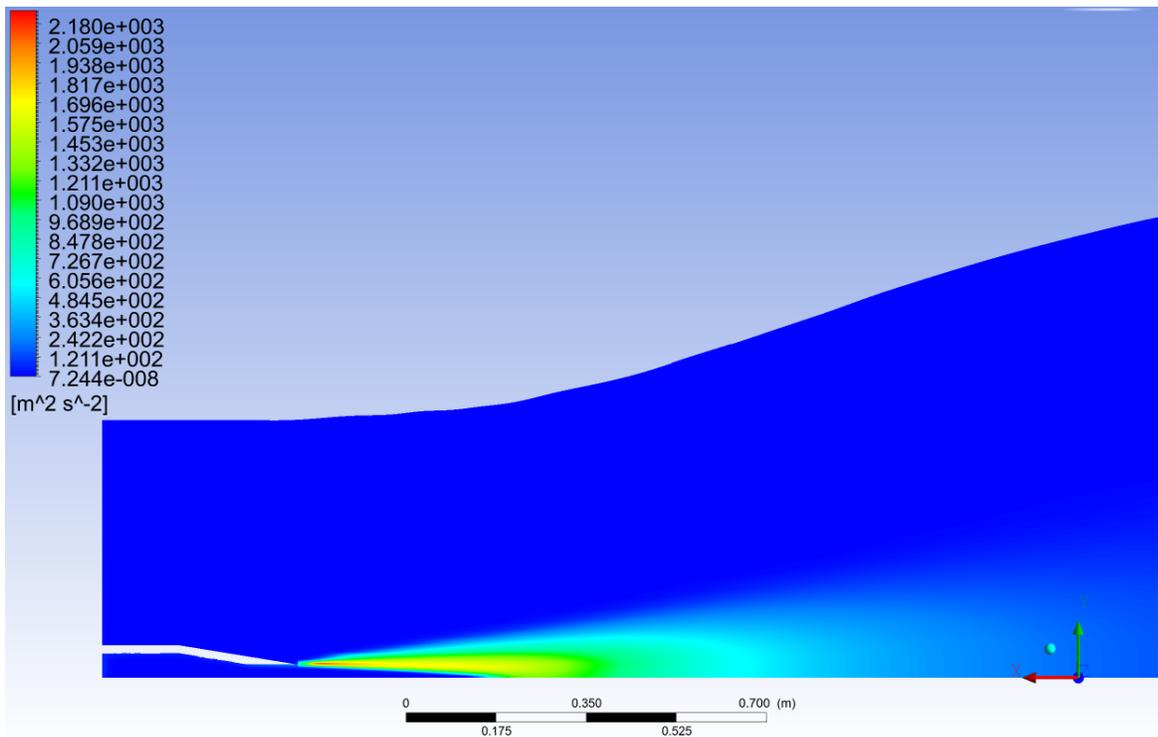
Figura 4-10: Distribución de temperatura en la línea central del chorro



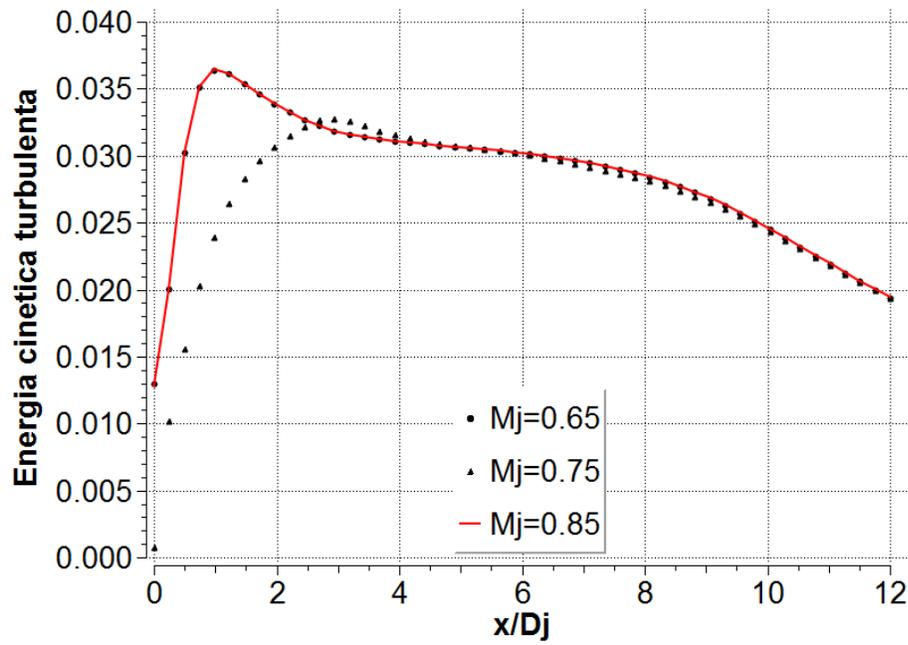
Los contornos de energía cinética de la Figura 4-11 permiten percibir cualitativamente las zonas comunes reportadas por otros autores que analizan una corriente atravesando un ducto convergente, estas son: la zona central donde la energía cinética turbulenta es esencialmente nula y la zona externa a la anterior que se conoce como la capa de mezcla. Es en esta capa donde se evidencian los valores más altos de la energía cinética turbulenta, lo cual es coherente con la definición de la energía cinética turbulenta, debido a que la capa de mezcla se puede interpretar como una zona donde existen desviaciones considerables de las fluctuaciones de las componentes de la velocidad, con respecto a su valor medio, que es precisamente lo que crea el fenómeno de la mezcla de la corriente.

En la Figura 4-11 se muestra cualitativamente que los valores máximos de energía cinética turbulenta están sobre una línea a la altura de los bordes de la tobera, por lo cual se procede a graficar esta variable en la coordenada $r/D_j = 0.5$ como se muestra en la figura 4-12.

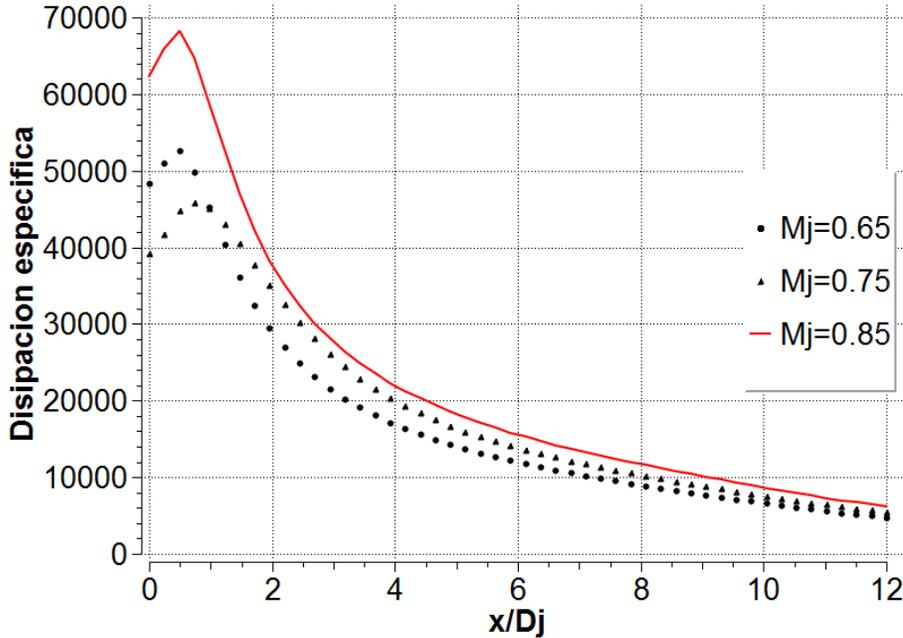
Figura 4-11: Contornos de energía cinética turbulenta



En la Figura 4-12 se observa que la ubicación de los valores pico de energía cinética coinciden para los casos $M_j = 0.65$ y $M_j = 0.85$. El valor máximo de la simulación a $M_j = 0.75$ está aproximadamente a $2D_j$ más lejos de la salida de la tobera. Se evidencia que la energía cinética turbulenta es independiente del número Mach para $x/D_j > 2$. Para el rango $0 < x/D_j \leq 1$ el aumento repentino en los valores, en especial para $M_j = 0.65$ y $M_j = 0.85$, puede indicar que la capa libre de esfuerzos se encuentra en una etapa de transición a flujo turbulento. Este hallazgo a su vez sugiere que parte del flujo volvió a ser laminar dentro del flujo en la tobera debido a los bajos números de Reynolds simulados [23].

Figura 4-12: Valores de energía cinética turbulenta en $r/D_j = 0.5$ 

La Figura 4-13 se puede explicar teniendo en cuenta que la frecuencia turbulenta es igual a la relación entre la tasa de disipación de la turbulencia y la energía cinética turbulenta, $\omega = \varepsilon/k$. De esta forma, se puede afirmar que el chorro que atraviesa el ducto convergente propicia la aparición de vórtices hasta la coordenada $x/D_j = 1$, independientemente del número Mach del flujo. A partir de aquí, la cantidad de vórtices que se generan por segundo decrece sin llegar a un valor nulo, lo cual indica que el chorro afecta las características del flujo más allá de la coordenada $x/D_j = 12$.

Figura 4-13: Frecuencia turbulenta en $r/D_j = 0.5$ 

4.2.2 Perfiles de las Variables Promediadas en el Tiempo

Una de las principales características aerodinámicas del chorro, es el perfil de la velocidad axial promediada. En la Figura 4-14 se muestra el perfil de la velocidad axial promediada, normalizada con respecto a la velocidad del chorro a la salida de la tobera. Según Andersson et al. [19] la coordenada en la cual la velocidad del chorro es igual a $u = 0.95U_j$ se conoce como la longitud del núcleo potencial L_c . Vlasenko et al. [9] reporta una ecuación para calcular esta longitud basada en datos experimentales para chorros simples isobáricos que puede ser usada en el rango $0.3 \leq M_j \leq 1.4$, la cual se presenta en la Ecuación 4-2. Vale la pena resaltar que generalmente el término $(1 - (T_j/T_{salida}))$ no se considera en los cálculos, tal como se indica en [9].

$$\frac{L_c}{R} = 8.4 + 2.2 \left(M_j^2 + 1 - \frac{T_j}{T_{salida}} \right) \quad (4-2)$$

En la Figura 4-15 se muestra la comparación entre la longitud del núcleo potencial calculada con la ecuación 4-2 y el valor encontrado por las simulaciones de este trabajo. Aunque las diferencias son notables, en ambos casos se evidencia que a medida que aumenta el número Mach del chorro a la salida de la tobera, la longitud del núcleo potencial se incrementa. Esta observación es válida entre los casos $M_j = 0.65$ y $M_j = 0.75$, el caso $M_j = 0.85$ parece mostrar un comportamiento atípico. Para el caso del presente estudio, el incremento muestra una tendencia lineal a diferencia de la relación cuadrática con la ecuación empírica reportada por Vlasenko et al. [9].

Figura 4-14: Decaimiento de la velocidad axial promedio

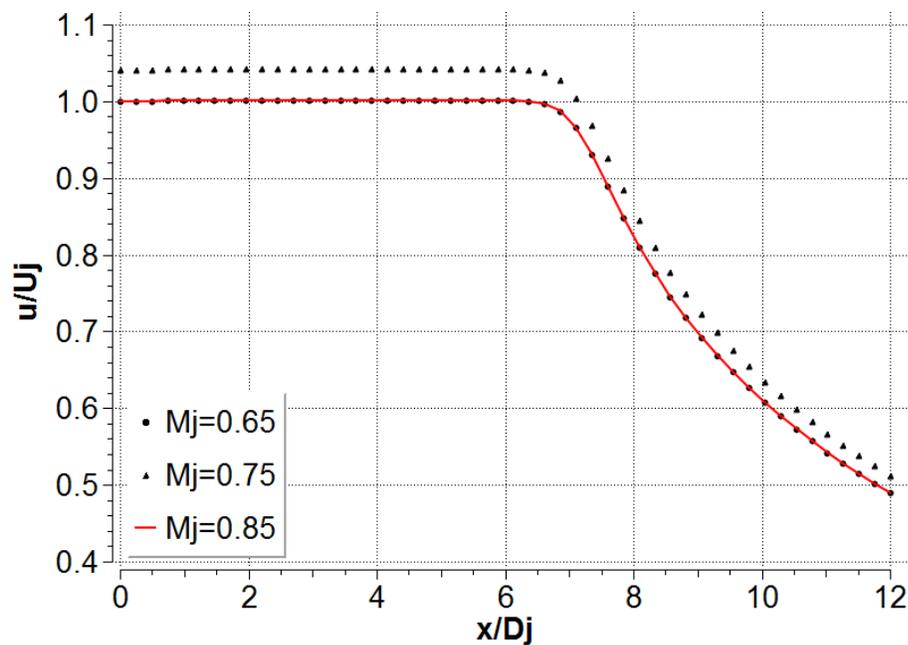
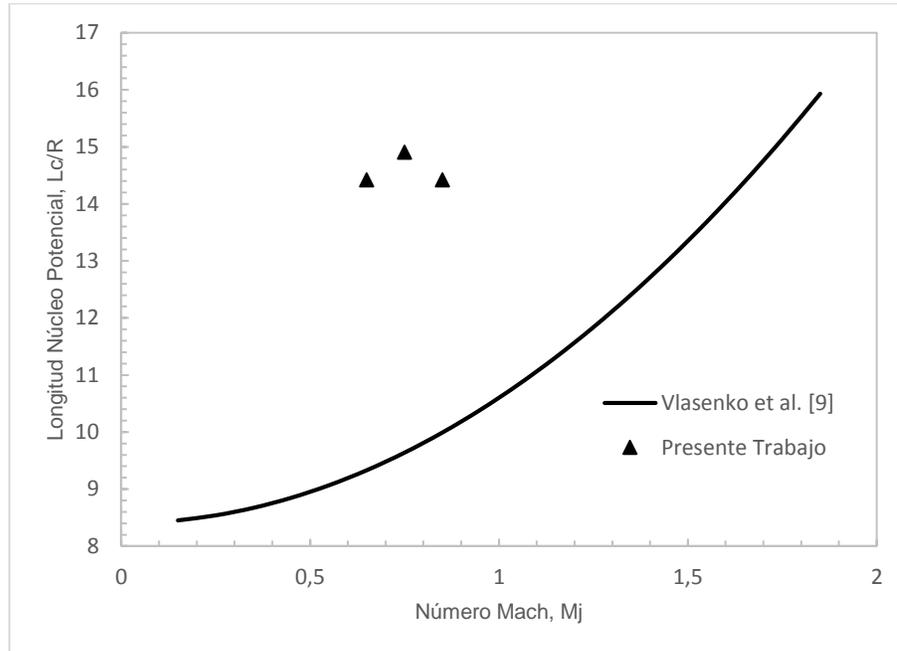


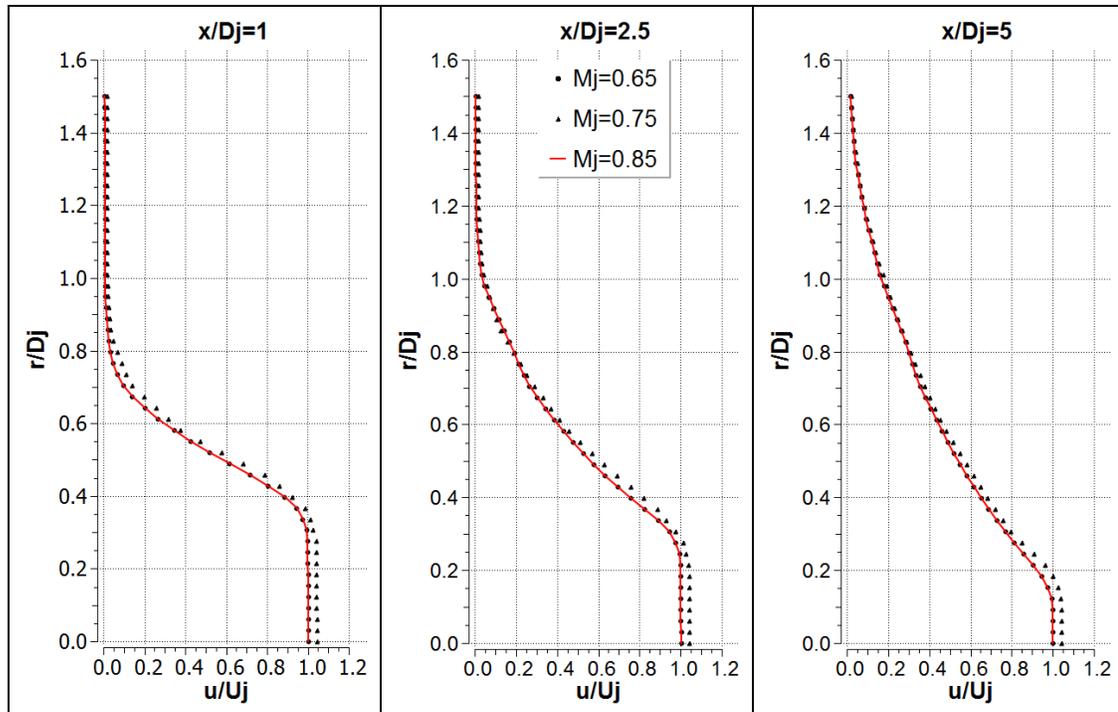
Figura 4-15: Efecto del número Mach en la longitud del núcleo potencial



Con el fin de evidenciar el desarrollo del flujo corriente abajo, se obtuvieron los perfiles de velocidad axial dentro del chorro en tres (3) ubicaciones, medidas desde la salida de la tobera, correspondientes a distancias equivalentes a 1, 2.5 y 5 veces el diámetro del ducto. Estos perfiles de velocidad se presentan en la Figura 4-16. Las líneas sobre las cuales se extrajeron los datos para graficar el perfil de velocidad axial se mostraron en la Figura 4-2. La Figura 4-16 no muestra diferencias importantes entre los casos $M_j = 0.65$ y $M_j = 0.85$ para los perfiles de velocidad axial. Se observa que desde el punto de inflexión superior en aproximadamente $r/D_j = 0.8$ para la posición axial $x/D_j = 1$, la velocidad axial del caso $M_j = 0.75$ aumenta levemente hasta la línea central del chorro. Esto significa que el flujo a través de la tobera afecta el flujo externo proveniente aguas arriba del ducto convergente, lo anterior para posiciones $x/D_j \leq 1$. Para las otras dos posiciones axiales graficadas en la Figura 4-16, la influencia del flujo primario sobre el secundario se empieza a atenuar. El leve aumento de la velocidad axial para $x/D_j = 2.5$ y $x/D_j = 5$ se hace evidente a la altura del borde superior de la tobera, en la posición $r/D_j = 0.5$. Tomando como base estas observaciones, el caso $M_j = 0.85$ parece presentar un comportamiento distinto a la física

del chorro debido a que no presenta aumentos de velocidad en las posiciones descritas en este párrafo.

Figura 4-16: Perfiles de velocidad axial



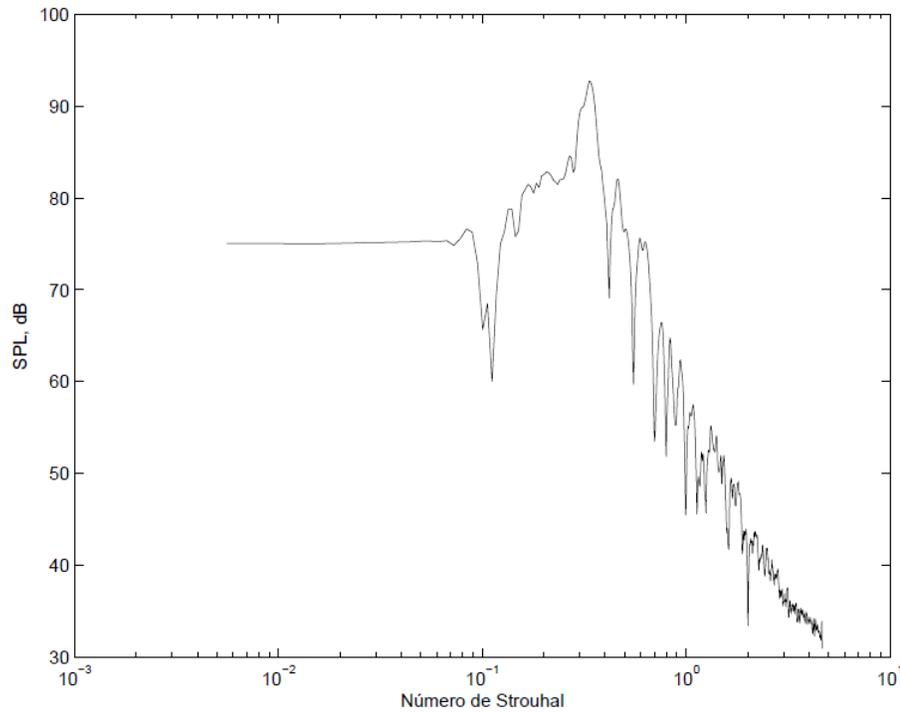
4.3. Caracterización Acústica del Chorro

En esta sección se presentan los resultados de los niveles de ruido generados por los tres casos de estudio. Se discute la dependencia de los SPL's con su frecuencia y la posición de los oyentes en el campo lejano.

En vista de que los resultados encontrados por D. Eschricht et al. [24] se aproximan a los datos experimentales en el rango de $0.4 < St < 1.5$ se realizó el análisis de los niveles de presión sonora dentro de este rango. Con el uso de la transformada rápida de Fourier se obtuvieron los espectros de niveles de presión sonora para cada uno de los receptores. En la Figura 4-17 se muestra el espectro de SPL con respecto al número de Strouhal para el receptor número 7 y el caso $M_j = 0.75$. Para poder construir las gráficas semipolares de esta sección, se tomaron los valores de SPL de la Figura 4-17 que corresponden a las frecuencias equivalentes a números de Strouhal de $St = 0.5$, $St = 1$, y $St = 1.5$. Lo anterior

se hizo para cada uno de los oyentes. El post-proceso de los niveles de presión sonora para los distintos números Mach estudiados y las posiciones de los oyentes se realizó con un código en Matlab.

Figura 4-17: Espectro del nivel de presión sonora para el receptor 7. Caso $M_j = 0.75$



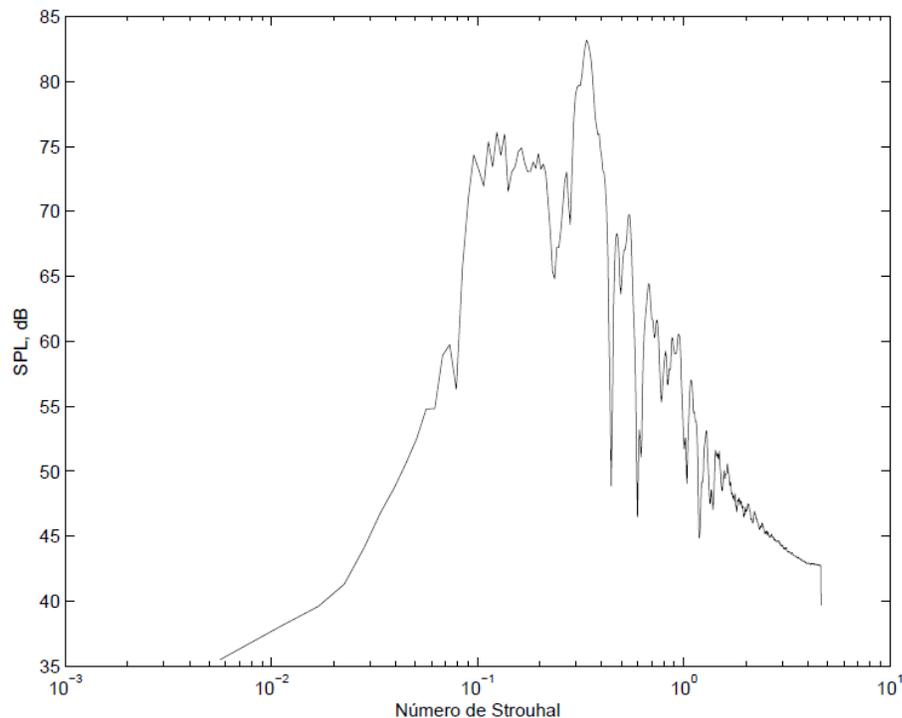
El espectro de ruido de la Figura 4-17 muestra las predicciones del presente trabajo para un oyente ubicado sobre un arco de radio $30D_j$ y un ángulo θ . En el campo de investigación de ruido de chorro, θ está definido como el ángulo medido en sentido contrario a las manecillas del reloj, desde la línea central del chorro hasta la posición del oyente.

Los espectros de ruido fueron generados para todos los receptores y para cada número Mach simulado. En vista de que el comportamiento se puede generalizar, no se muestran sus gráficas. En estos espectros, se observó que el valor máximo de SPL tiende a correrse a frecuencias más bajas a medida que el número Mach se redujo, llegando a ubicarse cerca de $St = 10^{-2}$ para el caso $M_j = 0.65$. En el caso de $M_j = 0.75$ y $M_j = 0.85$, también se evidencia un corrimiento hacia números de Strouhal bajos en las posiciones de los

oyentes en los extremos de los arcos de radios $30D_j$ y $50D_j$. Lo anterior genera niveles de presión sonora más bajos para el mismo St en la zona de frecuencias altas.

Para la mayoría de los espectros construidos, se puede afirmar que los valores de niveles de presión sonora presentan poca dependencia de la ubicación del oyente a bajas frecuencias, a excepción de las posiciones de los oyentes 4, 10, 17, 18 y 25. Estas ubicaciones son equivalentes a $\theta = 120^\circ$ y $\theta = 60^\circ$ en $r = 30D_j$ y $\theta = 130^\circ$, $\theta = 120^\circ$ y $\theta = 50^\circ$ en el arco de radio $50D_j$. En el caso de frecuencias altas los niveles de presión sonora presentan una clara tendencia a disminuir. En la Figura 4-18 se observa la anterior descripción.

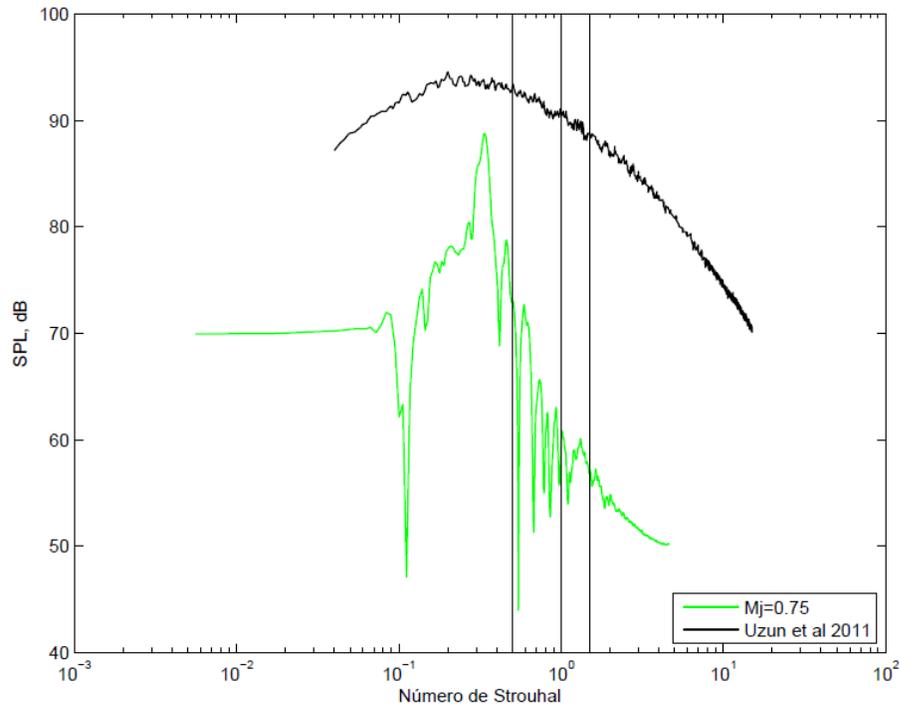
Figura 4-18: Espectro del nivel de presión sonora para el receptor 18. Caso $M_j = 0.75$



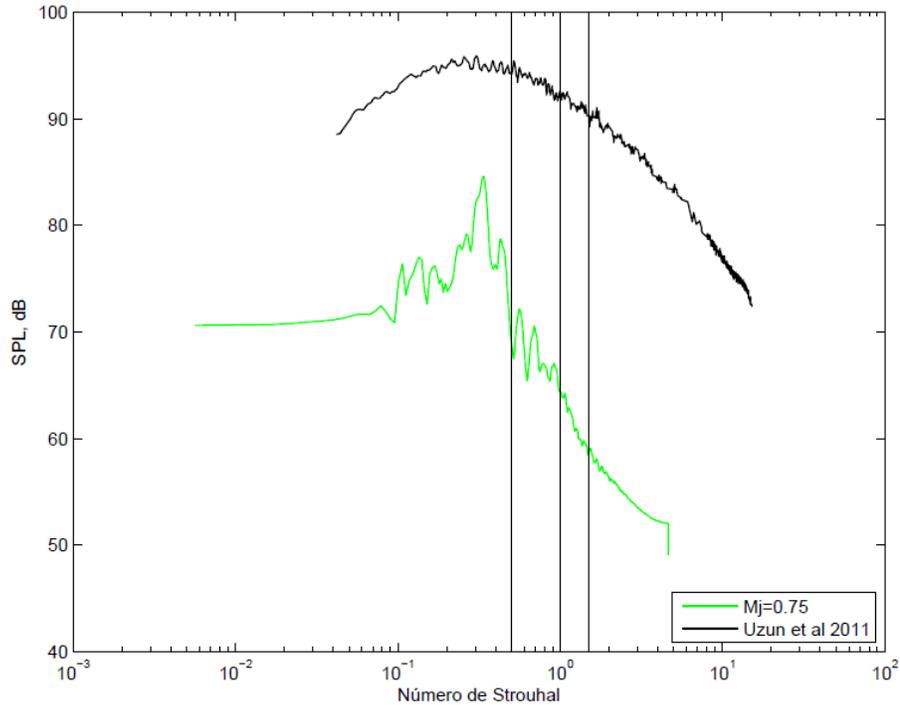
De la Figura 4-19 a la 4-23 se graficaron los espectros de ruido para posiciones representativas del oyente en el campo lejano, y se comparan con los datos experimentales reportados en [18]. Estos valores experimentales corresponden a una tobera con geometría similar a la del presente trabajo y a un Mach de 0.9. Este Mach fue reportado con respecto a la velocidad del sonido en el ambiente. Es importante aclarar en este punto, que el número Mach para los tres casos simulados en este trabajo se calculó con la velocidad del sonido a la salida del chorro.

En la Figura 4-19 se grafica el comportamiento del oyente número 21. Esta posición es de interés debido a que Narayanan et al. [25] ha observado experimentalmente que las fuentes de altas frecuencias están localizadas a pocos diámetros de la salida de la tobera, y una porción significativa del espectro de ruido alrededor de $\theta = 90^\circ$ se origina en esta región del campo cercano del chorro. Narayanan et al. [25] también indica que cuando se realizan los ajustes de la escala del modelo a una escala real, las frecuencias altas son las que generan mayor molestia al oído humano.

Teniendo en cuenta lo anterior, el presente trabajo captó el inicio de estas altas frecuencias relativamente bien, la diferencia fue de aproximadamente $\Delta St \sim 0.15$ con respecto a los valores experimentales. Es evidente que los valores de los niveles de presión sonora no fueron predichos adecuadamente. La tendencia de los SPL's a reducir con el aumento de la frecuencia, en la zona de alta frecuencia se predijo de forma adecuada. Esto se puede apreciar en la Figura 4-19, con ayuda de las líneas verticales de $St = 0.5$, $St = 1$ y $St = 1.5$ las cuales cortan el espectro en un punto cada vez más abajo a medida que el número de Strouhal aumenta.

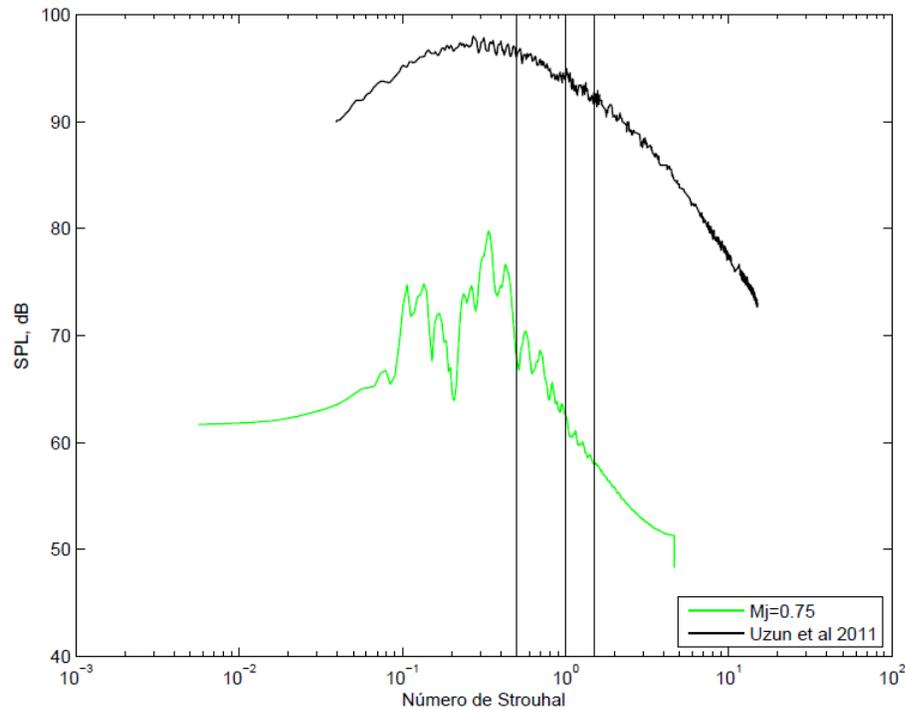
Figura 4-19: Comparación del espectro de ruido en el campo lejano a $\theta = 90^\circ$ 

En la Figura 4-20 se observa que la presente simulación predijo que el valor máximo de SPL se presenta a la misma frecuencia que los datos experimentales, aproximadamente en $St = 0.35$. Se observa que la reducción de los niveles de presión sonora en la zona de alta frecuencia para la simulación, presenta decrementos mayores que los observados en los experimentos. La tendencia de los niveles de ruido en zonas de baja frecuencia no fue posible captarla con el modelo computacional del presente trabajo. En esta zona, los SPL's tienden a estabilizarse en los cálculos mientras que los datos experimentales muestran una reducción de los niveles de presión sonora.

Figura 4-20: Comparación del espectro de ruido en el campo lejano a $\theta = 70^\circ$ 

En la Figura 4-21 se observa un comportamiento similar a las dos anteriores posiciones de los oyentes. Vale la pena resaltar que parece haberse captado la disminución repentina en el extremo del rango de altas frecuencias para $\theta = 70^\circ$ y $\theta = 60^\circ$.

En cuanto al comportamiento en la zona de bajas frecuencias, según Uzun et al. [23], se sabe que la fuente de estas bajas frecuencias está cerca al final de la longitud del núcleo potencial y se extiende hasta varios diámetros del ducto en la dirección del flujo. Una de las posibles soluciones para mejorar la predicción del espectro de ruido a bajas frecuencias, como lo sugiere y experimenta el mismo Uzun et al. [23], es alargar el dominio computacional. De acuerdo a la Figura 4-21 y teniendo en cuenta que la longitud del dominio computacional del presente trabajo es de $90D_j$, se puede afirmar que la incapacidad de captar el rango de bajas frecuencias del espectro no se debe al tamaño del dominio. La diferencia puede estar relacionada con la condición inicial de la capa de esfuerzos y los efectos del número Reynolds.

Figura 4-21: Comparación del espectro de ruido en el campo lejano a $\theta = 60^\circ$ 

En la Figura 4-22 se observa que el rango de altas frecuencias se amplifica con relación al experimento. Lo anterior se debe a que el SPL máximo de la simulación se ubica aproximadamente en $St = 0.1$, mientras que en el experimento el valor máximo está cerca de $St = 0.2$. La diferencia entre los valores simulados y los datos experimentales es en promedio de 40 dB, se presenta un decrecimiento inexplicable en $St = 0.3$. Estas observaciones que son evidentes, indican que a pesar de que se capturaron algunos fenómenos acústicos del chorro, es probable que se requiera una optimización de la malla computacional. Se debe aumentar el refinamiento en las paredes de la tobera y cerca a la salida del ducto, con el fin de capturar como mínimo el rango de frecuencias altas reportado en los experimentos para distintos oyentes en el campo lejano.

Los resultados que se muestran en la Figura 4-23 simplemente ratifican la dificultad para capturar el espectro de ruido generado por un chorro por medio de soluciones numéricas. En los resultados de [18] se evidencia, que incluso empleando técnicas tipo LES sólo se capturan los espectros experimentales en un rango aproximado de $1.8 < St \leq 4$. En la mayoría de los casos, el espectro a frecuencias bajas y en el extremo de la zona de altas frecuencias, los métodos numéricos son incapaces de capturar el fenómeno aeroacústico.

Esta misma dificultad se evidenció en el trabajo de Xia et al. [7] quien reporta que sus simulaciones basadas en una metodología ILES (del inglés *Implicit Large-Eddy Simulation*), no captaron los niveles de presión sonora para frecuencias mayores a $St = 2$. Xia et al. [7] indica que su resultado se debe principalmente a la falta de refinamiento de la malla. Vale la pena resaltar que la malla usada por Xia et al. [7] fue de aproximadamente 12.5×10^6 elementos.

Por otro lado, una observación interesante para resaltar, es que la joroba reportada por Uzun et al. [18] en $\theta = 75^\circ$ a una frecuencia de Strouhal de 10^1 , se encontró en el presente trabajo para el caso $M_j = 0.65$ en $\theta = 20^\circ$ y $St = 5$. De acuerdo a la explicación de Uzun et al. [18], y aunque no existen datos experimentales que permitan la comparación, se puede afirmar que este comportamiento se debe a la condición inicial en la capa de esfuerzos justo a la salida de la tobera.

Figura 4-22: Comparación del espectro de ruido en el campo lejano a $\theta = 40^\circ$

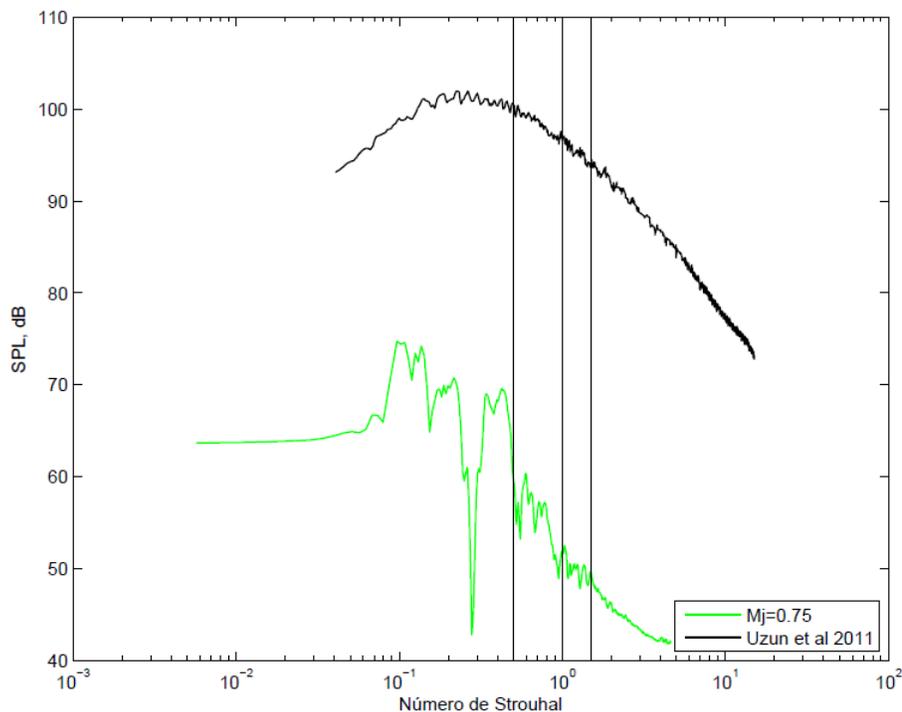
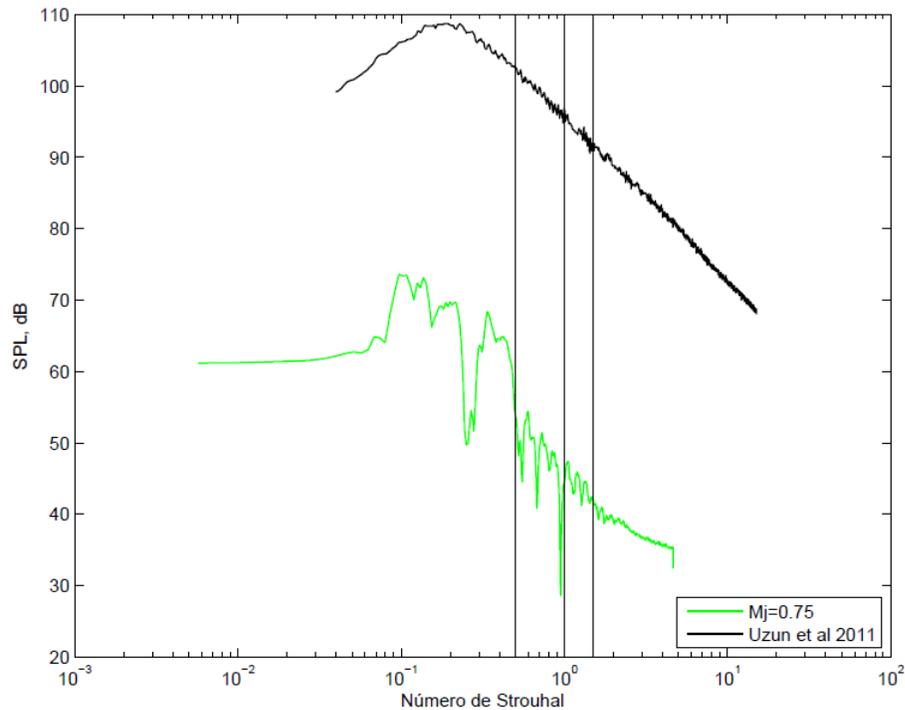
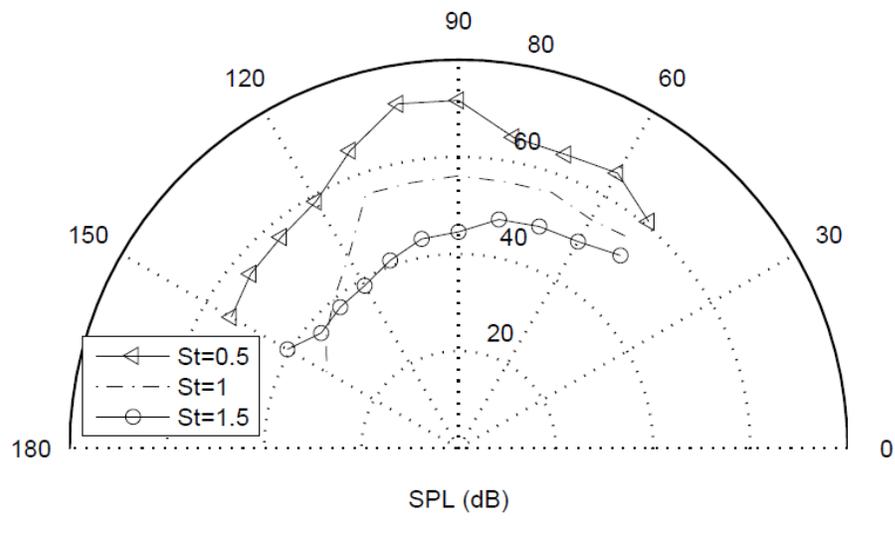
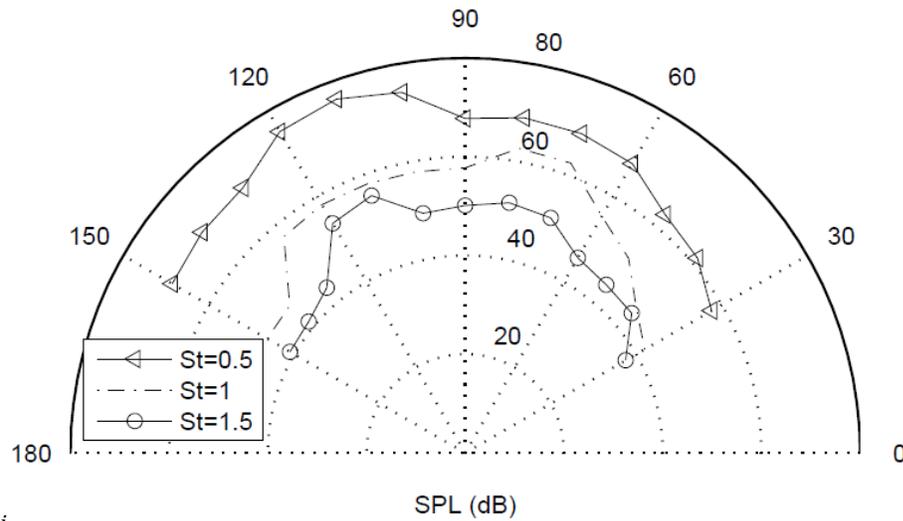


Figura 4-23: Comparación del espectro de ruido en el campo lejano a $\theta = 30^\circ$ 

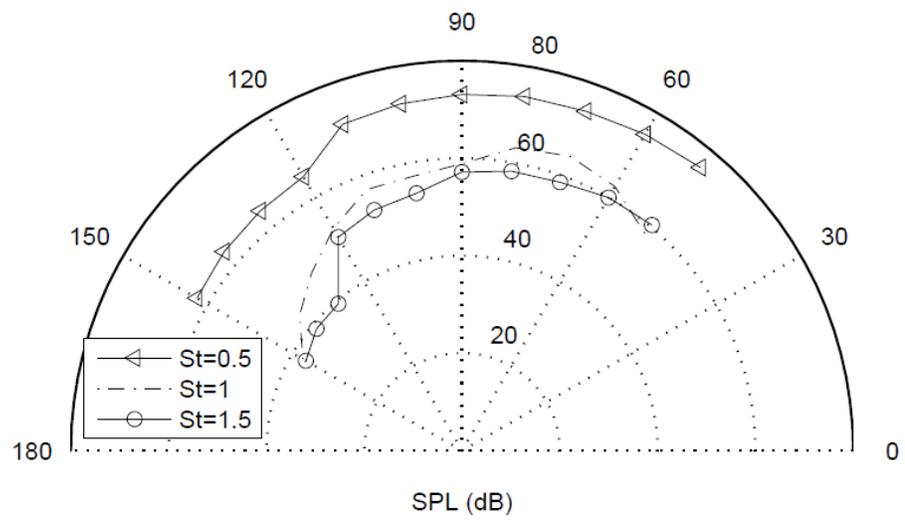
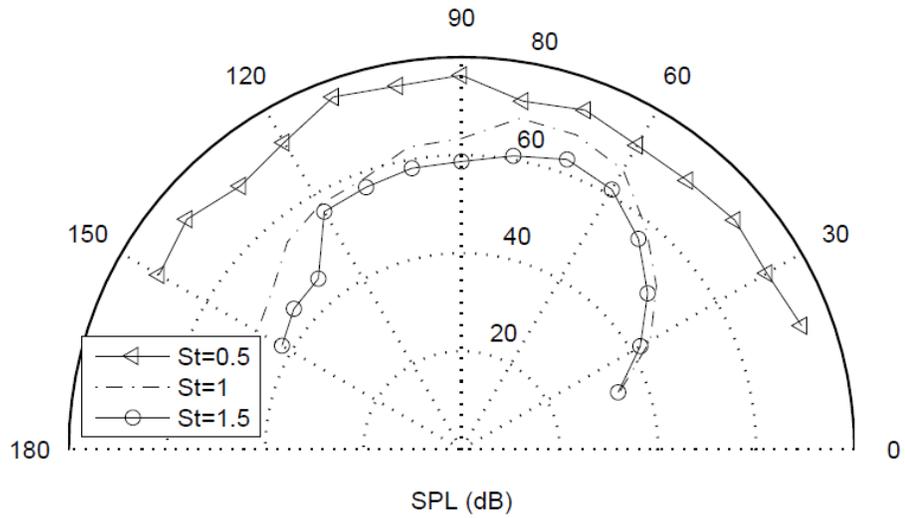
Luego de comparar y discutir los espectros de ruido para las posiciones de los oyentes más representativos, se elaboraron las gráficas semipolares que se muestran de la Figura 4-24 a la 4-26. El primer paso para construir estas gráficas fue extraer del espectro de ruido de cada oyente, el valor de SPL correspondiente a números de Strouhal de 0.5, 1, y 1.5. A continuación, por medio de un código en Matlab se graficaron estos valores con su respectiva coordenada angular θ y para arcos de radios $30D_j$ y $50D_j$.

En la Figura 4-24 se puede observar que para el caso $M_j = 0.65$ sobre el arco de radio $30D_j$ a mayores números de Strouhal la intensidad del ruido disminuye. Esta observación es consistente con el análisis previo de los espectros de ruido y si no existiera evidencia de estos espectros, se podría afirmar que los resultados graficados corresponden al rango de alta frecuencia de los 25 oyentes estudiados. Sobre el arco de radio $50D_j$ se presenta un comportamiento similar, a excepción de $\theta = 150^\circ$ para $St = 1$ donde el nivel de intensidad del ruido está por debajo de $St = 1.5$. Este comportamiento se debe a la presencia de un pico decreciente en el espectro del ruido para este oyente en $St = 1$.

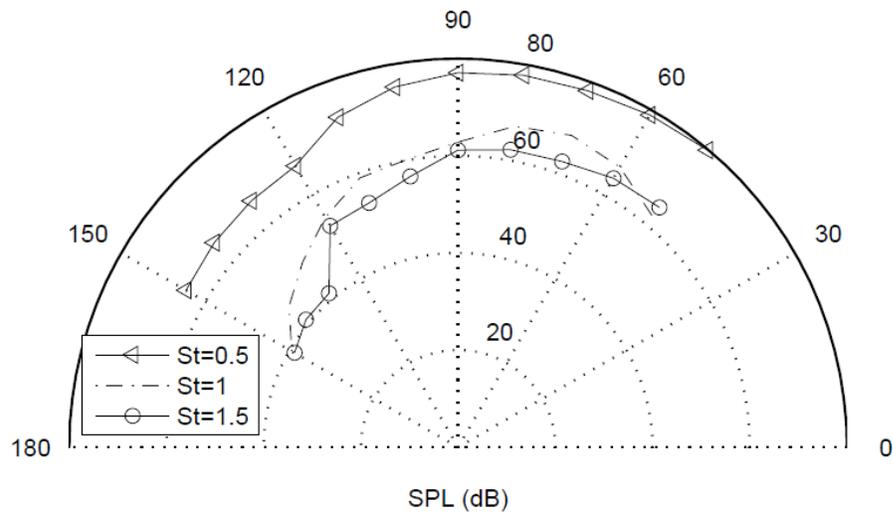
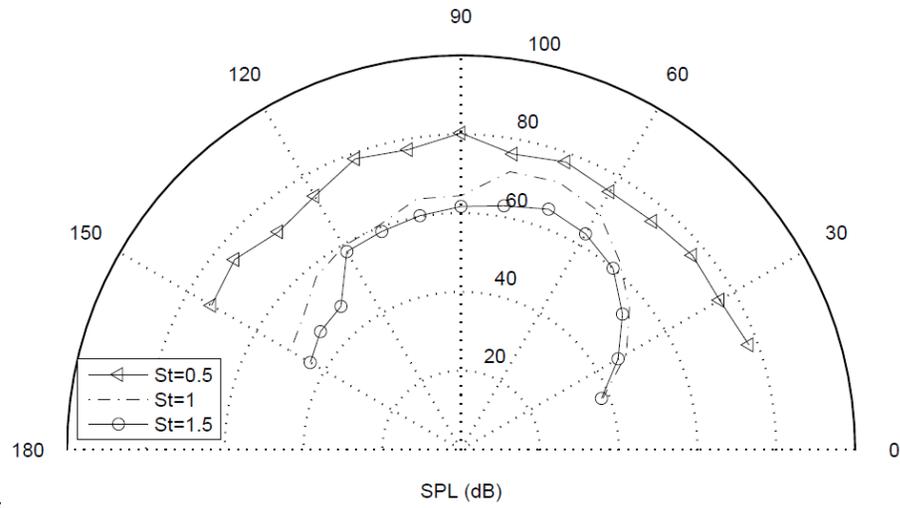
Figura 4-24: Niveles de presión sonora en función del número de Strouhal. $M_j = 0.65$ 

Para la mayor parte de los oyentes ubicados sobre el arco de radio $30D_j$, se presenta una reducción de los niveles de presión sonora con el aumento de la frecuencia. Esto para el caso $M_j = 0.75$ de la Figura 4-25. Para oyentes ubicados entre $60^\circ < \theta \leq 20^\circ$ se puede decir que los niveles de presión sonora no son afectados por aumentos de frecuencia. En la Figura 4-25 para $r = 50D_j$ se puede observar una reducción promedio de 15 dB entre las frecuencias $St = 0.5$ y $St = 1$. Para posiciones del oyente de 75° y 130° la reducción es sólo de 7 dB y 5 dB respectivamente entre las frecuencias de Strouhal de 1 y 1.5.

Figura 4-25: Niveles de presión sonora en función del número de Strouhal. $M_j = 0.75$



En la Figura 4-26 se presenta el caso $M_j = 0.85$ que cualitativamente es similar al caso $M_j = 0.75$. Los niveles de presión sonora se pueden considerar con un corrimiento de $+2 \text{ dB}$ para todas las posiciones de los oyentes. En general, de acuerdo a las últimas tres gráficas, se puede afirmar que la intensidad de ruido a frecuencias bajas tiende a ser independiente de la posición del oyente, mientras que en algunos casos a altas frecuencias existe directividad del ruido.

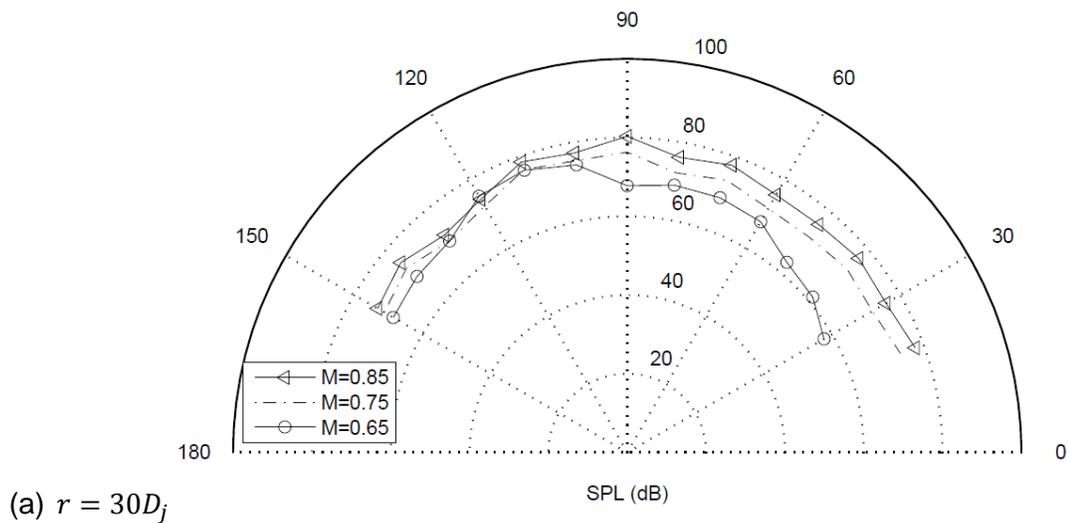
Figura 4-26: Niveles de presión sonora en función del número de Strouhal. $M_j = 0.85$ 

Para finalizar la caracterización acústica del chorro, a continuación se discuten los hallazgos de las Figuras 4-27 a 4-29. En estas gráficas fue posible observar la dependencia de los niveles de presión sonora con respecto al número Mach.

En la Figura 4-27 se observa que para los ángulos comprendidos entre 120° y 150° los niveles de presión sonora para los tres casos simulados son menores en el arco de $50D_j$. Este hallazgo es coherente con el fenómeno de difusión de las ondas sonoras en el ambiente, es decir a mayor distancia la intensidad del ruido es menor.

Para la frecuencia $St = 1$ de la Figura 4-28 también se observa una reducción de los niveles de presión sonora para ángulos polares altos en $r = 50D_j$. La tendencia contraria parecería empezar a observarse en $r = 30D_j$ para posiciones del oyente cercanas al eje del chorro. De ser así, el resultado sería contrario al fenómeno real y podría explicarse por la presencia de picos descendentes en el espectro de ruido para posiciones del oyente entre 20° y 50° .

Figura 4-27: Niveles de presión sonora en función del número Mach. $St = 0.5$



Niveles de presión sonora en función del número Mach. $St = 0.5$ (Continuación)

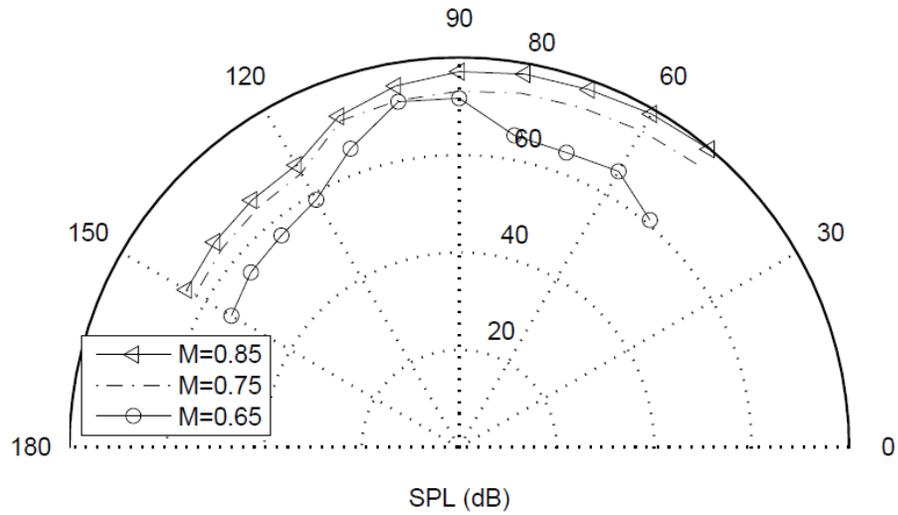
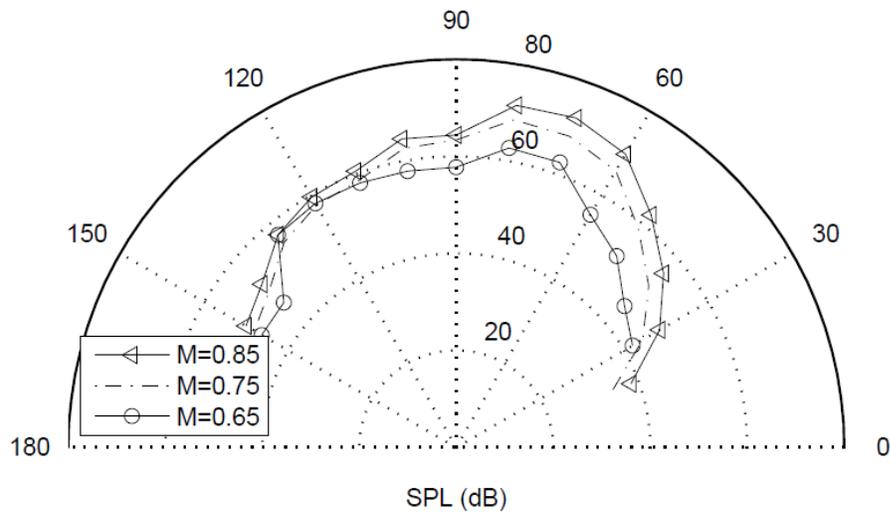


Figura 4-28: Niveles de presión sonora en función del número Mach. $St = 1$



Niveles de presión sonora en función del número Mach. $St = 1$ (Continuación)

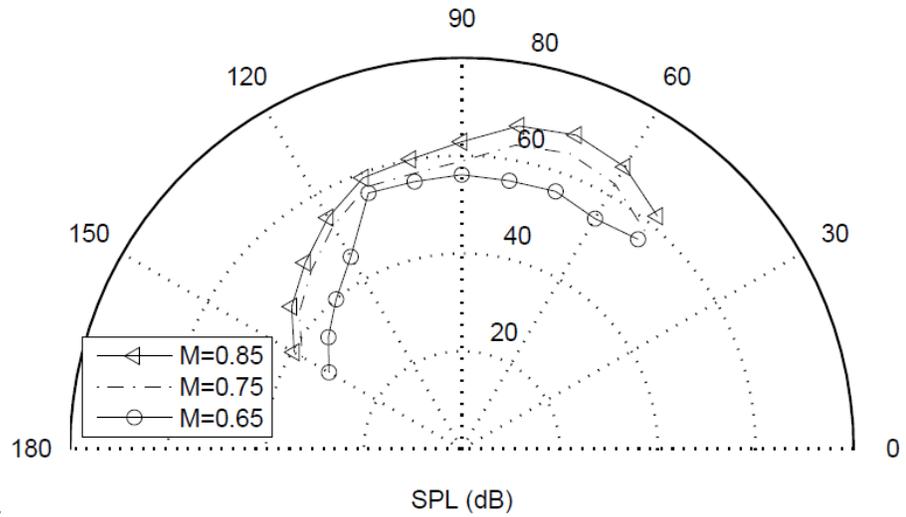
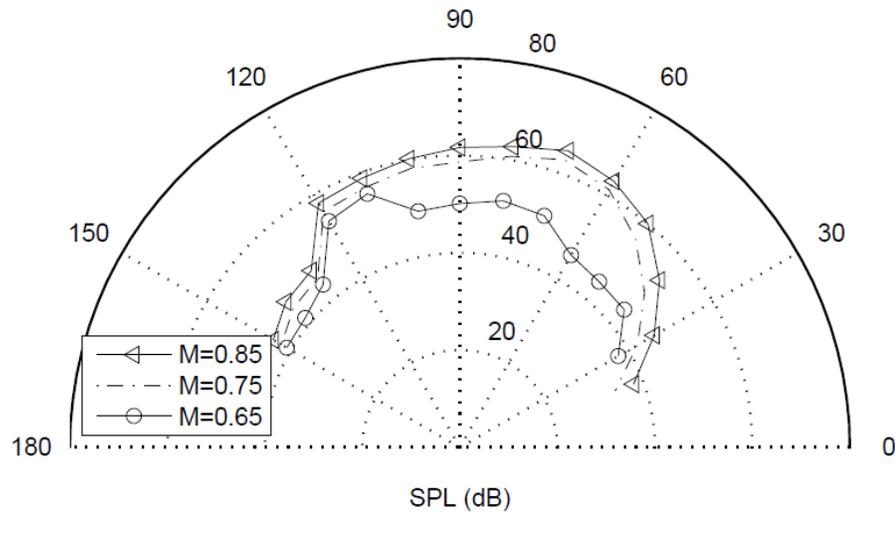
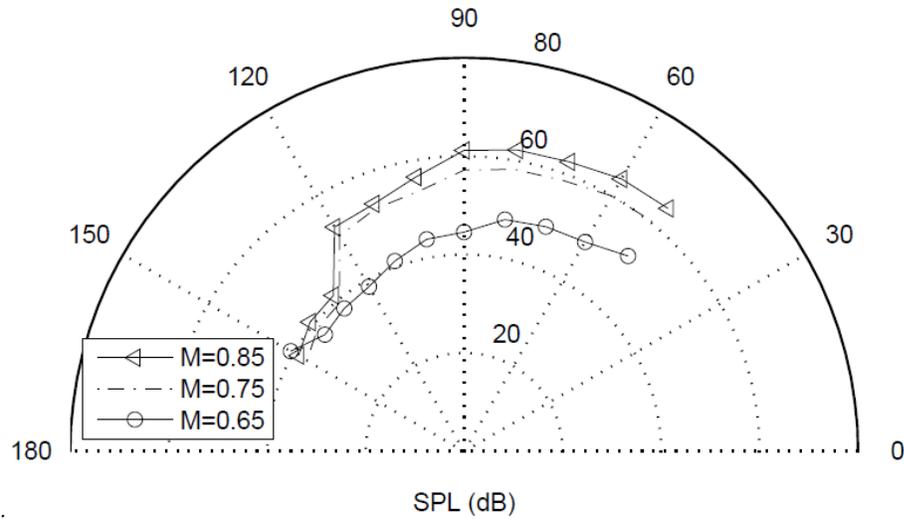


Figura 4-29: Niveles de presión sonora en función del número Mach. $St = 1.5$



Niveles de presión sonora en función del número Mach. $St = 1.5$ (Continuación)



(b) $r = 50D_j$

De las últimas tres Figuras se puede afirmar que la intensidad del ruido se incrementa con el aumento del número Mach, independientemente de la frecuencia y la posición del oyente. Dentro de los trabajos referenciados no se encontró evidencia que ratifique esta idea.

5. Conclusiones

En el presente trabajo se planteó como objetivo principal caracterizar el rendimiento aerodinámico y la respuesta acústica del chorro a través de un ducto convergente en condiciones de flujo subsónico compresible.

Para el caso de validación $M_j = 0.75$, fue posible capturar una gran cantidad de características del chorro estudiado. Sin embargo, se observó que el modelo empleado no tuvo la capacidad de captar la longitud del núcleo potencial, la predicción está por encima del valor experimental. Se evidenció que la velocidad axial se redujo con una pendiente mayor que en el caso del experimento y sólo existe la tendencia de igualar el comportamiento de los datos experimentales a partir de la coordenada $x/D_j = 10$. En cualquier manera es importante resaltar que los errores del caso de validación se comportaron en una manera más consistente. En el caso de los perfiles de velocidad axial, la máxima diferencia entre las predicciones y los datos experimentales fue de 50% y 65% en el punto de inflexión superior para $x/D_j = 1$ y $x/D_j = 5$ respectivamente, pero en forma positiva los demás puntos comparados con los datos experimentales presentaron una diferencia menor al 3%.

De la misma forma como expresan otros autores [6], en este trabajo se lograron captar las tendencias de los niveles de presión sonora en el campo lejano. En el caso $M_j = 0.75$ para la distancia $r = 30D_j$ se observó la misma tendencia entre los ángulos 60° y 120° . En el caso de $r = 50D_j$ se evidenció que los valores de SPL presentaron la tendencia de los datos experimentales entre los ángulos de 50° y 110° . Lo anterior para número de Strouhal igual a 0.5. La precisión de los resultados numéricos puede aumentar haciendo un estudio de las dimensiones adecuadas de la superficie de FW-H, de tal forma que esta encierre todas las fuentes de emisión de ruido presentes en el chorro.

Las diferencias en la longitud del núcleo potencial y el decaimiento de la velocidad axial para los tres casos de estudio fueron imperceptibles luego del análisis. Esto indica que los resultados poseen una desviación de entre 20% y 30% con respecto a la curva experimental reportada por Vlasenko et al. [9].

Los niveles de presión sonora para la posición $r = 30D_j$ y $St = 0.5$ tienden a disminuir levemente con el Mach en ángulos inferiores a 70° y a aumentar para ángulos mayores que 110° . En trabajos futuros se recomienda aumentar el refinamiento de la malla computacional en la dirección axial y radial con el fin de encontrar una tendencia clara de la variación de los SPL con el Mach. Además, se puede proponer un estudio de la influencia del tamaño de la superficie de FW-H sobre el número Mach y los niveles de presión sonora.

Se observó que para números de Strouhal mayores a 0.5 no existe correlación entre el número de Mach y el SPL, lo cual comprueba parcialmente los resultados de otros autores [24] que reportan el intervalo $0.5 < St < 1.5$ como el de mayor coincidencia entre datos experimentales y soluciones numéricas de los niveles de presión sonora. La anterior afirmación se considera válida para los dos arcos de radio $r = 30D_j$ y $r = 50D_j$ sobre los cuales se ubicaron los receptores.

A diferencia de las predicciones del fenómeno aerodinámico, que en general presentó desviaciones con respecto a datos experimentales inferiores al 3%, el fenómeno acústico presentó mayor complejidad porque estas desviaciones alcanzaron en la mayoría de los casos el 20%. Lo anterior indica que para una adecuada caracterización acústica del fenómeno estudiado en este trabajo, se recomiendan modelos más robustos como el LES que a su vez requiere mayor capacidad computacional.

Los experimentos de ruido en chorro se llevan a cabo a números de Reynolds altos, lo cual crea una capa límite y una capa de esfuerzos justo a la salida de la tobera completamente turbulentos. De acuerdo a las mediciones de la intensidad de la turbulencia a la salida del ducto, en este trabajo se asume que tanto la capa límite como la capa de esfuerzos se encuentran en una zona de transición. La anterior suposición explicaría en cierto modo la dificultad que tuvo el modelo computacional de captar el espectro de ruido en el rango de frecuencias altas para todos los oyentes.

Un tema que requiere mayores esfuerzos de investigación es la caracterización acústica del chorro a bajas frecuencias. En los trabajos de Uzun et al. [23] se describe que ni la ampliación del dominio computacional ni el aumento del tiempo de muestreo de las señales acústicas permitió captar el espectro de ruido a bajas frecuencias. La longitud del dominio computacional del presente trabajo es considerablemente mayor al de otros autores y tampoco fue posible capturar el fenómeno acústico a bajas frecuencias, por lo tanto se comparte parcialmente la afirmación de Uzun [23].

En la mayoría de estudios de flujos a través de ductos convergentes se realiza la simulación con una malla tridimensional, sin asumir ningún tipo de simetría. Con los resultados del presente trabajo, se pudo demostrar que para el caso de la caracterización aerodinámica de un ducto, usando una malla computacional con una extensión tangencial de 150° , los perfiles de velocidad axial a lo largo de la línea central del ducto y en distintas posiciones axiales presentan un comportamiento similar al obtenido con una malla rotada 180° . En cuanto a la respuesta acústica, se puede decir que empleando la malla del presente trabajo sólo se pudieron captar las tendencias de los niveles de presión sonora en el campo lejano, este resultado parece indicar que el fenómeno acústico es altamente dependiente de las características de la malla computacional.

5.1 Recomendaciones para trabajos futuros

Las simulaciones del presente trabajo se desarrollaron con una máquina de bajas prestaciones computacionales. Por tal razón, en caso de que sea posible realizar futuras simulaciones en ductos convergentes con el objetivo de predecir sus parámetros acústicos, es recomendable que se usen metodologías LES o DES con el fin de verificar que las desviaciones del presente trabajo desaparezcan al solucionar los vórtices de pequeñas escalas.

En vista de que las frecuencias de ruido altas afectan la audición del ser humano [25], es importante verificar cual es la verdadera relación entre el refinamiento de la malla computacional en la dirección axial y radial, con los rangos del número de Strouhal a los cuales el modelo numérico será capaz de captar los niveles de intensidad de ruido experimentales. La longitud total del dominio parece afectar de igual forma los espectros

de ruido. El estudio de este efecto contribuirá a la discusión entre los investigadores de ruido en chorros, los cuales reportan algunos efectos que puede tener la malla computacional sobre el rango de frecuencias bajas y altas, sin que expongan una idea generalizada de este fenómeno.

El tipo de frontera que se configure a la entrada del ducto, en lo posible debe garantizar un alto porcentaje de similaridad con las condiciones de capa límite turbulenta que se presentan en la entrada de un ducto real. Para cumplir con este objetivo, en [23] recomiendan usar técnicas que permitan reciclar la velocidad promedio y sus fluctuaciones en un plano ubicado a una distancia específica desde la entrada de la tobera, para luego usarlas como condiciones de frontera en la entrada del dominio. Uzun et al. [23] experimentó tres de estas técnicas. Una fue propuesta por Lund en 1998, otra considerada de menor complejidad fue desarrollada por Spalart en 2006 y la tercera es una combinación de las dos anteriores. La última técnica fue desarrollada por Uzun et al. [23], quien al implementarla en sus simulaciones encontró que los perfiles de velocidad promedio e intensidad de la turbulencia correspondían a los perfiles de estas variables en una capa límite totalmente turbulenta.

6. Bibliografía

- [1] M. J. T. Smith, *Aircraft Noise*, First. Cambridge University Press, 1989.
- [2] N. Andersson, L. E. Eriksson, and L. Davidson, "Investigation of an isothermal Mach 0.75 jet and its radiated sound using large-eddy simulation and Kirchhoff surface integration," *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 26, no. 3, pp. 393–410, 2005.
- [3] M. Billson, L.-E. Eriksson, and L. Davidson, "Acoustic Source Terms for the Linear Euler Equations on Conservative Form," in *8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference & Exhibit*, 2002.
- [4] D. Eschricht, B. Greschner, F. Thiele, and M. C. Jacob, "Numerical simulation of jet mixing noise associated with engine exhausts," *Notes Numer. Fluid Mech. Multidiscip. Des.*, vol. 104, pp. 121–146, 2009.
- [5] P. G. Tucker, "Novel MILES computations for jet flows and noise," *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 25, no. 4, pp. 625–635, 2004.
- [6] P. S. Tide and V. Babu, "Numerical predictions of noise due to subsonic jets from nozzles with and without chevrons," *Appl. Acoust.*, vol. 70, no. 2, pp. 321–332, 2009.
- [7] H. Xia, P. G. Tucker, and S. Eastwood, "Large-eddy simulations of chevron jet flows with noise predictions," *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 30, no. 6, pp. 1067–1079, 2009.
- [8] S. Eastwood, H. Xia, and P. G. Tucker, "Large-Eddy Simulation of Complex Geometry Jets," *J. Propuls. Power*, vol. 28, no. 2, pp. 235–245, Mar. 2012.
- [9] V. Vlasenko, S. Bosniakov, S. Mikhailov, A. Morozov, and A. Troshin, "Computational approach for investigation of thrust and acoustic

- performances of present-day nozzles,” *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 46, no. 4, pp. 141–197, 2010.
- [10] N. J. Georgiadis and J. R. DeBonis, “Navier-Stokes analysis methods for turbulent jet flows with application to aircraft exhaust nozzles,” *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 42, no. 5–6, pp. 377–418, 2007.
- [11] C. K. W. Tam, *Computational Aeroacoustics: a Wave Number Approach*, First., vol. 1. New York: Cambridge University Press, 2012.
- [12] G. Rahier, J. Prieur, F. Vuillot, N. Lupoglazoff, and A. Biancherin, “Investigation of integral surface formulations for acoustic post-processing of unsteady aerodynamic jet simulations,” *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 8, no. 6, pp. 453–467, 2004.
- [13] K. S. Brentner and F. Farassat, “Modeling aerodynamically generated sound of helicopter rotors,” *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 39, no. 2–3, pp. 83–120, 2003.
- [14] J. Williams, D. H.-P. T. R. Soc, and undefined 1969, “Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion,” *rsta.royalsocietypublishing.org*.
- [15] J. H. Ferziger and M. Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Third, Rev. Berlin: Springer, 2002.
- [16] H. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: the Finite Volume Method*, Second. 2007.
- [17] K. Prashant and V. Babu, “Numerical Predictions of Noise from Subsonic Jets,” in *36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, 2006.
- [18] A. UZUN and M. Y. HUSSAINI, “Prediction of Noise Generated By a Round Nozzle Jet Flow Using Computational Aeroacoustics,” *J. Comput. Acoust.*, vol. 19, no. 3, pp. 291–316, 2011.
- [19] N. Andersson, L.-E. Eriksson, and L. Davidson, “A Study of Mach 0.75 Jets and Their Radiated Sound Using Large-Eddy Simulation,” *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf.*, pp. 1–24, 2004.
- [20] C. R. Ilário Da Silva, “Development of a novel RANS-based method for the computational aeroacoustics of high speed jets,” Universidade de Sao Paulo Escola Politécnica, 2011.

-
- [21] S. B. Pope, “An explanation of the turbulent round-jet/plane-jet anomaly,” *AIAA J.*, vol. 16, no. 3, pp. 279–281, Mar. 1978.
- [22] Nallasamy and N., “Survey of Turbulence Models for the Computation of Turbulent Jet Flow and Noise,” Mar. 1999.
- [23] A. Uzun and M. Y. Hussaini, “Some issues in large-eddy simulations for chevron nozzle jet flows,” *J. Propuls. Power*, vol. 28, no. 2, pp. 235–245, 2012.
- [24] D. Eschricht, J. Yan, U. Michel, and F. Thiele, “Prediction of Jet Noise from a Coplanar Nozzle,” in *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2008.
- [25] S. Narayanan, T. J. Barber, and D. R. Polak, “High Subsonic Jet Experiments: Turbulence and Noise Generation Studies,” *AIAA J.*, vol. 40, no. 3, pp. 430–437, Mar. 2002.