

UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA

**FORTALECIMIENTO DEL PROCESO DE REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA  
MATEMÁTICA EN LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA QUE  
INVOLUCRAN SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2X2, POR MEDIO DE  
UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA**

**Alexandra Alzate Correa**

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Medellín, Colombia

2018



**FORTALECIMIENTO DEL PROCESO DE REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA  
MATEMÁTICA EN LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA QUE  
INVOLUCRAN SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2X2, POR MEDIO DE  
UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA**

**Alexandra Alzate Correa**

Trabajo Final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.**

Director:

Diego Esteban Agudelo Suarez  
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias  
Medellín, Colombia  
2018



*A mis padres, mis hermanos, mis colegas, mis amigos, y en especial a mi director de trabajo de grado de maestría, porque siempre confiaron en mi talento y mis capacidades.*

*“y una vez que termine la tormenta, no recordarás como lo lograste, como sobreviviste. Ni siquiera estarás seguro de si la tormenta ha terminado realmente. Pero una cosa es segura. Cuando salgas de esa tormenta, no serás la misma persona que entró en ella. De eso se trata esta tormenta”*

*Haruki Murakami*



## **Agradecimientos**

A mis padres, Orfa Nidia Correa y Francisco Javier Alzate, por su apoyo constante y sus palabras de aliento, los valores inculcados y por siempre confiar en que puedo salir adelante sin importar las circunstancias.

A mis hermanos y sobrinos, por confiar en mis capacidades y por tener siempre las palabras precisas para darme ánimos.

A mi asesor Diego Esteban Agudelo Suarez, por su compromiso, profesionalismo, paciencia y palabras de aliento en cada una de las reuniones. Espero contar siempre con su apoyo y su amistad.

A la docente Elda Yaneth Yepes, por siempre confiar en mis capacidades y por su apoyo constante en el proceso de elaboración de la propuesta.

A la Universidad Nacional de Colombia, por lograr desde su maestría que amara más mi profesión como docente y así convertirme en una mejor profesional.

A las personas que hacen parte de la Institución Educativa Manuel Uribe Ángel, por permitir que realizara la propuesta de intervención proporcionando los espacios y los tiempos necesarios para ello.

Principalmente a Dios, por su amor infinito, porque siempre me da lo que necesito y no lo que quiero, así sea doloroso.





## Resumen

En esta propuesta se presenta el diseño de una estrategia didáctica basada en la aplicación del videojuego “Erudito” que busca, por medio de sus actividades, el fortalecimiento de la representación simbólica matemática en la interpretación de situaciones problema que involucran sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ . La intervención se desarrolla con los estudiantes del grado 9<sup>o</sup>1 de la Institución Educativa Manuel Uribe Ángel, ubicada en el municipio de Medellín; a los que se les aplica una prueba diagnóstica que busca identificar las principales dificultades en el desarrollo de la competencia comunicativa, para luego realizar el diseño, aplicación y verificación de la intervención, por medio de una post-prueba. Los análisis se realizaron teniendo en cuenta teorías como el aprendizaje significativo, las representaciones semióticas, el pensamiento variacional, los niveles de algebrización y la enseñanza de los sistemas de ecuaciones. Finalmente se presentan conclusiones y algunas recomendaciones que surgen del análisis de la intervención.

**Palabras clave:** simbolización, videojuego, ecuaciones, competencia comunicativa, solución de problemas, aprendizaje significativo, pensamiento variacional, TIC.

## Abstract

This proposal presents the design of an educational strategy based on the implementation of the “Erudito” video game that seeks, through its activities, the strengthening of the symbolic mathematical representation in the interpretation of problem situations that involve 2x2 systems of linear equations. The intervention takes place at Manuel Uribe Ángel Educational Institution, located in the municipality of Medellín, with the 9<sup>o</sup>1 grade students; to whom a diagnostic test was applied in order to identify the main difficulties in the development of the communicative competence, to carry out then the design, implementation and verification of the intervention, by means of a post-test. The analyses were carried out bearing in mind theories such as meaningful learning, semiotic representations, variational thinking, algebrization levels and the teaching of systems of equations. Finally, the conclusions and some recommendations that emerge from the analysis of the intervention are presented.

**Keywords:** symbolization, videogame, equations, communicative competence, problem solving, meaningful learning, variational thinking, TIC.

# Contenido

	Pág.
<b>Agradecimientos.....</b>	<b>VII</b>
<b>Resumen .....</b>	<b>IX</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>X</b>
<b>Lista de figuras .....</b>	<b>XIII</b>
<b>Lista de tablas.....</b>	<b>XIV</b>
<b>Introducción.....</b>	<b>1</b>
<b>1. Capítulo: Diseño teórico .....</b>	<b>3</b>
1.1 Planteamiento del problema. ....	3
1.1.1 Descripción del Problema. ....	3
1.1.2 Formulación de la Pregunta.....	5
1.2 Justificación .....	6
1.3 Objetivos.....	9
1.3.1 General.....	9
1.3.2 Específicos: .....	9
1.4 Capítulo: Marco referencial.....	11
1.4.1 Referente de antecedentes.....	11
1.4.2 Referente Teórico.....	14
➤ Aprendizaje significativo. ....	14
➤ Tecnologías de información y comunicación. (TIC).....	16
➤ La secuencia didáctica .....	18
➤ El juego .....	20
1.4.3 Referente disciplinar. ....	24
➤ Proceso de simbolización matemática.....	24
➤ Pensamiento variacional y situaciones problemas de SEL 2x2.....	26
1.4.4 Referente Legal.....	29
1.4.5 Marco Espacial.....	31
<b>2. Capítulo: Diseño Metodológico.....</b>	<b>33</b>
2.1 Enfoque y método.....	33
2.2 Instrumentos de recolección de información. ....	36
2.3 Población y muestra. ....	37
2.4 Delimitación y alcance. ....	37
2.5 Cronograma.....	38

<b>3. Capítulo: Trabajo Final: resultados y análisis. ....</b>	<b>41</b>
3.1 Elaboración de la secuencia didáctica en el marco del aprendizaje significativo de Ausubel. ....	41
3.2 Análisis de resultados.....	49
3.2.1 Prueba diagnóstica.....	49
3.2.2 Intervención Juego ERUDITO .....	55
3.2.3 Post-prueba.....	62
3.2.4 Análisis de la estrategia didáctica desde la mediación de las TIC con “Erudito” .....	67
<b>4. Capítulo: Conclusiones y recomendaciones .....</b>	<b>71</b>
4.1 Conclusiones.....	71
4.2 Recomendaciones.....	73
<b>Anexos. ....</b>	<b>75</b>
<b>A. Prueba Diagnóstica .....</b>	<b>75</b>
<b>B. Post-test .....</b>	<b>79</b>
<b>Referencias.....</b>	<b>83</b>

## Lista de figuras

	<b>Pág.</b>
<i>Figura 1:</i> Interfaz del juego "Enigmaventura" con las 4 islas que la conforman.....	42
<i>Figura 2:</i> Número de estudiantes que aciertan la primera parte del diagnóstico. ....	50
<i>Figura 3:</i> Ejemplo de solución, de un estudiante, de la primera parte de la prueba diagnóstica.....	51
<i>Figura 4:</i> Ejemplo de soluciones dadas en segunda parte de la prueba diagnóstica..	52
<i>Figura 5:</i> Respuesta frente al tercer punto de la prueba diagnóstica.....	54
<i>Figura 6:</i> Promedio de aprobación de los acertijos por cada Isla .....	62
<i>Figura 7:</i> solución realizada por una estudiante del grado 9 <sup>o</sup> 1 y que muestra la generalidad del grupo con respecto a la solución de esta pregunta.....	63
<i>Figura 8:</i> Ejemplo de la solución de un estudiante en el que se tiene un nivel de algebrización o tendiente a llegar al nivel 1. ....	64
<i>Figura 9:</i> Solución de una estudiante frente al punto 2 de representación. ....	65
<i>Figura 10:</i> Ejemplo de solución de las situaciones que involucran SEL 2x2.....	66
<i>Figura 11:</i> Ejemplo de solución del punto 4 de la post-prueba .....	66

## Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1: <i>Comparación Resultados saber 2015 – 2016 I.E. Manuel Uribe Ángel</i> .....	5
Tabla 2: <i>Fases del Trabajo Final</i> .....	38
Tabla 3: <i>Cronograma de actividades</i> .....	40
Tabla 4: <i>Materiales de la primera Isla</i> .....	43
Tabla 5: <i>Resumen de herramientas de la Isla "Clue-Land"</i> .....	44
Tabla 6: <i>Resumen de Herramientas de la Isla "Mystery-Land"</i> .....	46
Tabla 7: <i>Herramientas de la Isla "Ecu-land"</i> .....	48
Tabla 8: <i>Resumen de Islas de "Enigmanventura"</i> .....	55
Tabla 9: <i>Resumen de datos para la isla "Clue-land"</i> .....	56
Tabla 10: <i>Resumen de datos para la isla Mystery-land</i> .....	58
Tabla 11: <i>Resumen de datos para la isla Ecu-land</i> .....	60

# Introducción

La revisión anual de los resultados de las pruebas saber permite identificar las principales dificultades que tienen los estudiantes frente a los aprendizajes esperados según las matrices de referencia que plantea el Ministerio de Educación Nacional. En la Institución Educativa Manuel Uribe Ángel, luego de realizar un análisis comparativo de los resultados de dichas pruebas en el grado noveno en los años 2015 y 2016, y mirando con detenimiento la competencia comunicativa y el componente variacional, se determina que los estudiantes presentan un desempeño bajo en el aspecto que corresponde a la identificación de variables de un problema y a la representación algebraica del mismo, a partir de esta identificación se plantea una propuesta que busca diseñar una estrategia didáctica en pro del fortalecimiento del proceso de representación simbólica matemática en la interpretación de situaciones problema en el tema concreto de las ecuaciones lineales con dos variables y dos incógnitas.

Por consiguiente, la propuesta que se plantea en el desarrollo de este trabajo, busca que por medio de una metodología basada en el uso de las TIC, los estudiantes del grado 9º1 de la Institución antes mencionada, logren fortalecer el proceso de la representación simbólica matemática. A partir de esto se realiza la búsqueda de referentes teóricos que sustenten el diseño, aplicación y análisis de la intervención, llegando así a los planteamientos del aprendizaje significativo, las representaciones semióticas, los niveles de algebrización, los videojuegos, las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), la enseñanza de la competencia comunicativa matemática y el pensamiento variacional (desde el contenido específico de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2)

Para dar cumplimiento al objetivo propuesto, se determinan tres instrumentos de intervención. El primero corresponde a una prueba diagnóstica, con la cual se identifican

las principales dificultades de los estudiantes frente al proceso de simbolización matemática en la interpretación de situaciones problema con sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ . El segundo hace referencia a la aplicación del videojuego digital “Enigmaventura” desde la plataforma virtual “Erudito”, con el cual se busca la activación de aprendizajes previos que ayuden al fortalecimiento de la representación simbólica matemática. El tercero se refiere a la post-prueba, que se diseña con la misma estructura de la prueba diagnóstica y que evalúa los mismos elementos, con el objetivo de realizar una comparación y análisis en la que se verifique la consecución del objetivo propuesto.

Para dar cumplimiento a lo anterior, la estructura en la que se encuentra este trabajo final es la siguiente: en el primer capítulo se encuentra el diseño teórico, en el cual se presenta el planteamiento del problema, la pregunta de investigación, la justificación, los objetivos y el marco referencial, en éste último se encuentran los antecedentes de investigación, los referentes teóricos como el aprendizaje significativo, las TIC, la secuencia didáctica y el juego; los referentes disciplinares como la competencia comunicativa, las representaciones semióticas, el pensamiento variacional, los niveles de algebrización y los sistemas de ecuaciones; el referente legal y el marco espacial. En el segundo capítulo se encuentra el diseño metodológico, en el que se plantean las fases de intervención y el cronograma de actividades. En el capítulo tres, se presentan los resultados y el análisis de la información a la luz de los referentes establecidos en el capítulo uno. Y el cuarto capítulo presenta las conclusiones y recomendaciones para terminar luego presentando las referencias teóricas que soportan la propuesta.



# **1. Capítulo: Diseño teórico**

## **1.1 Planteamiento del problema.**

### **1.1.1 Descripción del Problema.**

La enseñanza de las matemáticas en la actualidad se plantea como uno de sus retos el fortalecimiento y adquisición de las competencias básicas que la conforman. Este desafío surge gracias al análisis de las experiencias de los docentes en sus prácticas de aula y del estudio de los resultados en las pruebas estandarizadas aplicadas a los estudiantes del país. A partir de esto, el MEN (2006), plantea que la comunicación, el razonamiento y la solución de problemas son competencias básicas que se deben enseñar, fortalecer y practicar para que los desempeños en dichas pruebas estandarizadas sean sobresalientes. En concordancia el MEN (1998), afirma que el desarrollo de éstas, permite a los estudiantes mejorar su capacidad de comunicar, preguntar e investigar, no solo en matemáticas, sino en otras áreas del saber.

Teniendo en cuenta lo anterior, el MEN busca que cada una de las instituciones del país se enfoque en el desarrollo óptimo de estas competencias, por lo cual envía un análisis detallado de los resultados de las pruebas Saber, indicando los aprendizajes esperados con sus respectivos desempeños. De acuerdo con esto y de manera particular, al realizar el análisis de los resultados de las pruebas saber 2015 y 2016 del grado 9º de la I. E. Manuel Uribe Ángel, se observó que los estudiantes presentan debilidades en el reconocimiento del lenguaje algebraico como una forma de representar procesos inductivos, en la identificación de expresiones algebraicas y numéricas

equivalentes y en la comprensión de diferentes representaciones de una situación problema.

Lo anterior, se comprueba con los desempeños obtenidos por este mismo grado en el desarrollo del currículo de matemáticas planteado desde el PEI de la Institución, ya que se observa que los estudiantes presentan dificultades en la interpretación y escritura de las expresiones algebraicas que permiten la comprensión y solución de situaciones problemas en la matemática. Esto se determina de manera particular con el contenido específico de los Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas (que de ahora en adelante se representarán como SEL 2x2), puesto que al revisar los procesos de solución de situaciones problema los estudiantes muestran dificultad en el proceso que se basa en la interpretación y representación simbólica del problema. Lo anterior posiblemente se debe a la poca comprensión que se tiene de los enunciados, la poca habilidad para interpretarlos y representarlos matemáticamente y por ende la dificultad para comunicar de manera eficaz, diferente y adecuada la situación. Es decir, en el proceso de la comprensión de la situación problema, hay una dificultad basada en la transformación del lenguaje verbal al lenguaje matemático, en otras palabras, en el proceso de representación simbólico matemático.

A continuación se presenta una tabla en la que se observan los resultados obtenidos en el grado 9º en prueba SABER 2015 y 2016 con respecto a los aprendizajes esperados en la competencia matemática comunicativa. Solo se presentan aquellos ítems que hacen parte de los diferentes sistemas de representación de una situación y en particular aquellas que se relacionan estrechamente con el cambio del lenguaje verbal al algebraico.

Tabla 1: *Comparación Resultados saber 2015 – 2016 I.E. Manuel Uribe Ángel.*

	2015	2016
<b>APRENDIZAJES ESPERADOS</b>	El 69% de los estudiantes no usa y relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación.	El 86% de los estudiantes no identifica expresiones numéricas y algebraicas equivalentes
	El 64% de los estudiantes no establece relaciones entre las propiedades de las gráficas y las propiedades de las ecuaciones algebraicas.	El 70% de los estudiantes no identifica características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan.
	El 64% de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representación de procesos inductivos	El 81% de los estudiantes, no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representación de procesos inductivos

Resultados Saber 2015-2016. Obtenidos de la caja de herramientas del día E entregados a las instituciones por el Ministerio de Educación Nacional.

Al realizar el análisis de dichos resultados se observa, además, que del año 2015 al año 2016, hay un aumento del porcentaje de estudiantes que no alcanzan los aprendizajes esperados, por lo cual es fundamental crear una estrategia que permita fortalecer la competencia comunicativa en lo que respecta a la interpretación de los enunciados y el cambio del lenguaje verbal al lenguaje algebraico.

### 1.1.2 Formulación de la Pregunta.

- ¿Qué estrategia didáctica contribuye al fortalecimiento del proceso de la representación simbólica de situaciones problema que involucran sistemas de ecuaciones lineales (SEL) 2x2?

## 1.2 Justificación

Vásquez (2001), afirma que, uno de los retos que la educación actual se plantea corresponde al de la enseñanza basada en el desarrollo de competencias siendo fundamental realizar un cambio en las prácticas educativas, ya que, si bien es cierto que se han venido presentando cambios en la forma de enseñar, todavía hay mucho camino que recorrer para que la enseñanza por competencias se pueda realizar a cabalidad en todas las áreas del saber. En matemáticas, plantear una enseñanza basada en el desarrollo de competencias se ha convertido en un reto emergente, debido a que es primordial que los estudiantes pasen del mero desarrollo algorítmico a la comprensión, análisis y aplicación de procedimientos matemáticos a situaciones concretas.

Con relación al concepto de competencia matemática, Ramírez (2009) la define como “la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de situaciones y contextos intra y extra matemáticos, en los que éstas juegan o podrían jugar un papel” (p. 8). Lograr que un estudiante desarrolle óptimamente las competencias matemáticas planteadas por el MEN (1998) (como son la comunicación, la resolución de problemas, el razonamiento, la modelación), es el reto que cada docente debe lograr en el aula de clase, y así poder despertar, o fortalecer, en los estudiantes la capacidad de entender, representar y analizar el mundo que los rodea. En concordancia, las matrices de referencia (MEN, 2006), exponen la definición de competencia como la capacidad que tiene un estudiante de aplicar los conocimientos, habilidades o destrezas en situaciones concretas, en otras palabras un Saber hacer en contexto y expresa que dicha competencia se va desarrollando poco a poco con las vivencias.

Para el desarrollo de esta propuesta, la competencia matemática que tendrá mayor protagonismo es la que se refiere a la comunicación, pues poder fortalecer las habilidades básicas del lenguaje (leer, escribir, representar, hablar en contexto) debe

contribuir a una buena adquisición de conocimientos matemáticos (Ramírez, 2009). Así mismo, interpretar adecuadamente una situación problema y ser capaz de describirla verbalmente y escribirla algebraicamente, permite que los estudiantes comprendan más fácilmente los conceptos inmersos en esta área del saber, vean las ventajas de aplicar matemáticas en el contexto que los circunda, logren tener una mejor lectura e interpretación de las situaciones planteadas en las pruebas estandarizadas y consigan comprender conceptos matemáticos más complejos.

Al respecto, el MEN (1998), identifica a la comunicación como uno de los procesos fundamentales para resolver problemas, pues ésta ayuda a los estudiantes a crear “[...] vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas” (p. 74). Cuando un estudiante identifica que una representación (como lo puede ser una ecuación, una gráfica, una tabla, entre otras) puede describir muchas situaciones distintas, y que hay representaciones más útiles que otras, dependiendo del contexto, es donde comienza la real comprensión de las matemáticas y donde cobra mayor importancia el desarrollo de la competencia comunicativa.

Por otra parte, al revisar los documentos legales planteados por el MEN, como son los Lineamientos Curriculares, los estándares básicos, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), las matrices de referencia del grado 9º; y los documentos obligatorios de la Institución Educativa, como son el PEI y el plan de área de Matemáticas, se decide tomar como contenido específico para la intervención las ecuaciones lineales 2x2, debido a que es una temática fundamental en el grado noveno y que se presta para el fortalecimiento de la competencia comunicativa, ya que al plantear las situaciones problema el estudiante debe realizar la interpretación y simbolización del mismo para poder solucionarlos, y es la entrada directa al álgebra aplicada. Lo anterior se fundamenta en los planteamientos de Galagovsky y Cittidani (2008), quienes expresan que la introducción a los SEL 2x2 ayuda a que los estudiantes den un salto cognitivo desde lo aritmético a lo algebraico, desde lo particular a lo general y en consecuencia lleguen a la identificación de las aplicaciones de la matemática en contexto.

Dado lo anterior, el fortalecimiento de la competencia comunicativa se hace imperativo y para ello es necesario tener en cuenta variables como la metodología y la motivación. Agudelo (2015), expresa que en la enseñanza de la matemática es necesario generar procesos en los que el interés del estudiante sea tan alto que asuma y cumpla los retos matemáticos planteados con propiedad, y plantea que una de las herramientas que más atrae a los estudiantes en el aula de clase es el uso de las TIC. Desde allí es que la propuesta plantea una estrategia, que consiste en el fortalecimiento de la representación simbólica matemática, por medio de una secuencia didáctica que tiene como mediador el juego virtual "Erudito", en el cual los estudiantes podrán interactuar con sus compañeros de clase, realizar acertijos, ver videos explicativos de los temas, ver gráficos y documentos que enseñan poco a poco el cambio que se da del lenguaje verbal al simbólico matemático, interpretar situaciones de ecuaciones lineales 2x2, cumplir las metas propuestas en cada isla del juego y muchas otras actividades.

Con la aplicación de dicha propuesta, se espera que los estudiantes comprendan los planteamientos presentes en una situación, tengan la capacidad de representarlos algebraicamente es decir, traducir del lenguaje natural al lenguaje algebraico, conozcan y se apropien de todas aquellas palabras clave que les permite identificar las operaciones básicas que se deben usar, usen sus conceptos previos para la comprensión de contenidos matemáticos más avanzados, en otras palabras, se espera que se fortalezca la competencia matemática comunicativa y se logre así un aprendizaje significativo.

El impacto que se espera obtener, corresponde al fortalecimiento de la competencia comunicativa en matemáticas, el mejoramiento en el desempeño de las pruebas estandarizadas Saber 9º y 11º, la comprensión de que el uso de las TIC se convierten en una propuesta de enseñanza alternativa, innovadora y contextualizada para mejorar el aprendizaje de conceptos matemáticos como los SEL 2x2 (desde la solución e interpretación de situaciones problema); y entender el juego como una estrategia que permite a los estudiantes tener una mejor actitud frente a la asignatura y por ende una mejor disposición para el aprendizaje.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 General

- Diseñar una estrategia didáctica mediada por las TIC para el fortalecimiento del proceso de la representación simbólica de situaciones problema que involucran SEL 2x2, en el grado 9º de la I. E. Manuel Uribe Ángel.

### 1.3.2 Específicos:

- Diagnosticar el proceso de comunicación matemática en el cambio del lenguaje verbal al simbólico y viceversa, en la interpretación de situaciones problema que involucran SEL 2x2.
- Elaborar una secuencia didáctica mediada por el videojuego digital “Erudito” en el marco de la teoría del aprendizaje significativo para la enseñanza de SEL 2x2.
- Intervenir la práctica docente, aplicando la secuencia didáctica que permita el fortalecimiento de la representación simbólica matemática.
- Evaluar la incidencia de la estrategia didáctica, en los procesos de representación simbólica de situaciones problema de SEL 2x2.





## **1.4 Capítulo: Marco referencial**

### **1.4.1 Referente de antecedentes.**

En la actualidad se han realizado numerosas investigaciones e intervenciones cuyo tema de análisis es la comprensión del concepto matemático: SEL 2x2. En unos se trabaja arduamente en la comprensión de los algoritmos, es decir, se centran en la enseñanza de los métodos que permiten dar respuesta a ejercicios, mientras que en otros, se enfocan en la solución de problemas que involucran estos sistemas. A continuación se hace referencia a los textos más significativos y se hace una pequeña reseña de los mismos.

Flórez (2012), en su propuesta “Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la comprensión, análisis y solución de SEL mediante las nuevas tecnologías: Estudio de caso aplicado en el CLEI 4 de la Institución Educativa la Salle de Campoamor, Medellín-Antioquia”, pretende fortalecer la comprensión de los algoritmos básicos para la solución de ecuaciones 2x2 con ayuda de los juegos virtuales, en particular con el juego Erudito, allí muestra la importancia de crear espacios motivantes para los estudiantes y de la implicación positiva que tienen el uso de las nuevas tecnologías.

Guerra (2012), realiza un trabajo titulado “Propuesta para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales”, en el que se usan actividades que permiten el fortalecimiento de estrategias de solución de ecuaciones lineales 2x2 por medio de matrices. En el transcurso de las actividades realizan el uso de calculadoras Casiofx-9860GDS, las cuales hacen parte de los recursos de la institución y que permiten un mejor acercamiento a la solución de estas situaciones problema. Es de resaltar que este trabajo se hace de manera interdisciplinar, pues en su desarrollo incluye áreas como la química, la física y la economía.

Giraldo (2013), plantea en su propuesta “Aproximación a una experiencia de aprendizaje de resolución de problemas con la aplicación de la solución de ecuaciones” que para solucionar problemas, primero se deben realizar actividades que refuercen el paso del lenguaje natural al simbólico matemático. Para ello se realiza una serie de actividades que se apoyan en los pasos propuestos por Polya en la solución de problemas. Como recomendación, la autora propone que para próximas intervenciones se deben realizar numerosos ejercicios de traducción del lenguaje natural al matemático para obtener mejores desempeños. Cabe anotar que en esta propuesta no se hace uso de las TIC.

Nieto (2013), realiza un trabajo titulado “Unidad de enseñanza potencialmente significativa sobre formulación y solución de ecuaciones lineales con base en situaciones problema para grado noveno: estudio de caso en la institución educativa mariscal robledo de la ciudad de Medellín” el cual se centra en realizar una unidad potencialmente significativa en la que se fortalece el concepto de ecuación lineal, usando actividades como acertijos y adivinanzas. Para validar su eficacia realiza las actividades en un grupo control y en otro experimental, encontrando que en el grupo experimental se logran unos mejores aprendizajes cuando se proponen actividades poco tradicionales. Este autor al finalizar realiza como sugerencia la aplicación de esta estrategia con el uso de las TIC.

Guerra (2013), plantea en su propuesta “Las situaciones problema mediadoras de aprendizajes significativos de la ecuación lineal” una unidad didáctica basada en situaciones problemas que pretende lograr un aprendizaje significativo de la ecuación lineal. Hace especial énfasis en que no se deben enseñar solo los procesos algorítmicos, sino que se deben fortalecer los procesos de representación matemática para obtener mejores resultados en las actividades de solución de problemas.

Figuroa (2013), presenta en su tesis “Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas” como objetivo general, el diseño de una propuesta didáctica que permita fortalecer en los estudiantes del colegio “Weberbauer”, ubicado en Perú, las habilidades propias de la resolución de problemas que involucran ecuaciones lineales con dos incógnitas con el apoyo del software dinámico, GeoGebra. En este se llega a la conclusión de que este software permite ver de manera más clara y dinámica las diferentes representaciones de las ecuaciones lineales. Como recomendación expresan que se deben realizar actividades en las que se enfatice las conversiones del lenguaje verbal al algebraico, para que así se tenga un mejor análisis de los resultados.

Mosquera (2014), en su propuesta “Diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando el método “Flipped Classroom” o aula invertida. Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa Guadalupe del municipio de Medellín” busca que los estudiantes del grado 9º aprendan de manera significativa los sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$ , para ello usa una metodología basada en la propuesta “Aula Invertida” en la que se realizan y presentan videos guías, a los cuales se tiene acceso desde casa, para luego entrar a realizar actividades en las que el docente actúa como un orientador. Al final encuentra que este tipo de actividades permiten el desarrollo más óptimo de esta temática.

Revisando los antecedentes, se observa que una de las preocupaciones que emerge en la enseñanza de los SEL  $2 \times 2$ , hace referencia al desarrollo adecuado de la competencia comunicativa, en lo que respecta a la interpretación de los enunciados y el cambio del lenguaje verbal al simbólico matemático, pues la enseñanza adecuada de ésta puede llevar a los estudiantes a realizar una mejor solución de situaciones que impliquen temáticas más avanzadas y lograr resultados más óptimos en las pruebas estandarizadas. Teniendo en cuenta lo anterior y buscando un elemento diferenciador, se propuso realizar una estrategia que permita fortalecer la competencia comunicativa matemática, teniendo como mediador las TIC desde la implementación del juego digital “Erudito”. La preocupación no se basará en la aplicación de los algoritmos sino en el

paso del lenguaje natural al lenguaje matemático, en la interpretación y comprensión de situaciones problema, es decir, el mejoramiento de la competencia matemática “Comunicación”.

### 1.4.2 Referente Teórico

Para la propuesta de intervención se tendrán en cuenta los planteamientos teóricos del aprendizaje significativo, la implementación de las TIC y del juego como mediadores en el aula de clase de matemáticas

➤ **Aprendizaje significativo.**

El aprendizaje significativo es una teoría cognitiva propuesta por David Ausubel, cuya característica principal se basa, según Díaz y Quiroz (2005), en el uso de conceptos anteriormente asimilados sobre los nuevos que se van a enseñar aclarando poco a poco la estructura cognoscitiva que ya tiene cada estudiante. Esto quiere decir que al integrar los conocimientos previos con los nuevos se logra en el estudiante un aprendizaje que tiene sentido y que usará en contextos diferentes a los presentados en el aula de clase.

Haciendo hincapié en lo anterior, Moreira (1997), expresa que “el aprendizaje significativo es el proceso a través del cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no-literal) con la estructura cognitiva de la persona que aprende” (p. 2). Esto conlleva a que los nuevos conocimientos pueden ser aprendidos en la medida de que los conocimientos previos necesarios hayan sido significativos y sean usados como punto de anclaje para la comprensión de los nuevos.

Teniendo en cuenta lo anterior, Moreira (2000), expresa entonces, que el aprendizaje significativo es progresivo, es decir, para que se dé la adquisición de un nuevo concepto, es necesario haber aprendido significativamente otro conjunto de saberes que dan sentido al nuevo contenido. Lo anterior se confirma con los planteamientos de Maldonado (2008), quién afirma que cuando se logra un aprendizaje significativo hay una retención más duradera de la información, por lo que el nuevo aprendizaje es guardado en la memoria a largo plazo, esto conlleva a una mayor facilidad en la adquisición de nuevos conocimientos con ayuda de los previos, por lo que hay mayor conexión con los saberes aprendidos.

Además de comprender qué es el aprendizaje significativo, es necesario conocer los principios programáticos facilitadores. Estos principios son 4 y parafraseando a Moreira (2000), se expresan a continuación:

- La diferenciación progresiva, la cual expresa que se deben presentar, al comenzar la instrucción, las ideas más generales e inclusivas del contenido y deben ser diferenciadas en cuestión de detalle y especificidad.
- La reconciliación integradora, la cual consiste en identificar, explorar y determinar explícitamente las diferencias, similitudes relevantes en los contenidos que se van a enseñar.
- La organización secuencial, que se da con fines instruccionales, y consiste en organizar de manera secuencial los tópicos a enseñar, en donde se observe organización y coherencia.
- La consolidación, el cual insiste en el dominio de lo que se está estudiando antes de enseñar conocimientos nuevos.

Para la aplicación de esta propuesta, es fundamental tener en cuenta estos principios, pues se pretende usar los sub-sensores que tienen los estudiantes del grado 9º de la Institución Educativa Manuel Uribe Ángel, con respecto a la representación simbólica, para poderlos aplicar a la representación e interpretación de situaciones problemas de SEL 2x2, y para ello es necesario realizar una organización secuencial que permita, al finalizar, una consolidación de este saber.

Por otra parte, para lograr un verdadero aprendizaje significativo, los recursos didácticos empleados deben ser potencialmente significativos, es decir, que éstos tengan sentido lógico para los estudiantes, que sean motivadores, acordes al contexto y que permitan la unión entre lo que ya se sabe con lo que se va a aprender, que permitan la conexión de los contenidos conocidos con los que se van a conocer. Para efectos de esta propuesta, el recurso potencialmente significativo hace referencia al juego “Erudito”, el cual, utiliza una interfaz dinámica y diferente en la que el estudiante interactúa con lo que sabe y con lo que va aprender.

Finalmente, es importante resaltar que dentro de esta teoría de enseñanza se presentan varios tipos de aprendizaje, el que se relaciona más con la pregunta problema y con el objetivo de este trabajo es el aprendizaje significativo representacional, el cual consiste en la comprensión del significado de los símbolos o de lo que ellos representan. En otras palabras, aprender representaciones consiste en asignar a una idea (o una palabra) un símbolo, o viceversa a un objeto concreto o abstracto. En este caso, consiste en dar una representación algebraica a una situación que así lo requiera para luego dotarla de significado.

#### ➤ **Tecnologías de información y comunicación. (TIC)**

Las tecnologías de la información y comunicación (TIC) se han convertido, poco a poco, en una de las herramientas fundamentales para la práctica docente, pues, diversas investigaciones, han mostrado que con ellas se han logrado mejorar procesos de aprendizaje en los estudiantes desde las diferentes áreas del currículo escolar, se han creado espacios dinámicos de enseñanza que permiten la interacción entre el saber, el docente y el estudiante y se ha fortalecido la creación de estrategias didácticas en las que el estudiante es el principal protagonista en la adquisición del conocimiento (MEN, 1999).

Si bien es cierto que las TIC son una herramienta potencial para la educación, es importante también, tener en cuenta que la tecnología, como lo afirma Villareal (2012), no es la solución a los males de la enseñanza, solo es una herramienta que nos ayuda a tener una mejor educación. Esta autora afirma además que el uso de estas tecnologías es fundamental para la realización de actividades como “leer, escribir, comprender textos, analizar gráficos, contar, desarrollar nociones espaciales, resolver problemas, crear modelos entre otros” (P.75). Pero de nada sirve tener las herramientas, si los docentes no las saben usar o aprovechar y si no se crean espacios para la interacción y la creación de estrategias didácticas.

Adicionalmente, el MEN (1999), en su documento “Lineamientos Curriculares: Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas”, expresa frente al uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, los siguientes apartes:

- Los medios computacionales son herramientas que permiten elevar el nivel de competitividad.
- Hacer caso omiso de las TIC en la enseñanza, está generando una barrera entre la vida de los estudiantes y su experiencia en la escuela.
- La introducción de las nuevas tecnologías en la matemática, ha hecho que los cálculos y la elaboración de gráficos sean más fáciles, por lo que han cambiado la naturaleza misma de los problemas en matemáticas.
- Son inagotables las formas de representación de un objeto matemático, por ello entre más sistemas se trabajen mejor se comprenderá el concepto, el uso de la tecnología permite explorar más de estas formas de representación.
- El uso del computador, hace posible que formulas, tablas y gráficos se enlacen rápidamente.

Lo anterior muestra, la importancia de implementar las TIC en el aula de clase de matemáticas, debido a que éstas nos permiten realizar varias representaciones de un mismo suceso para así lograr una mejor comprensión de la situación y de los conceptos involucrados en ellos. Además de esto, permite el desarrollo de las competencias matemáticas básicas de manera progresiva, pues paulatinamente el estudiante va

desarrollando, con el uso de estas herramientas, el pensamiento lógico, el razonamiento y va fortaleciendo la comunicación.

Por otra parte, la novedad en el uso de las TIC, radica en que éstas permiten en palabras de Coll (2008):

“crear entornos que integran los sistemas semióticos conocidos y amplían hasta límites insospechados la capacidad humana para (re)presentar, procesar, transmitir y compartir grandes cantidades de información con cada vez menos limitaciones de espacio y de tiempo, de forma casi instantánea y con un coste económico cada vez menor”. (p. 118)

Además de lo anterior, en el campo de la matemática, la creación de estos ambientes de aprendizaje en donde las TIC son la principal herramienta, ha permitido según Villareal (2012), vivenciar la matemática de una forma más experimental, a través de la cual se realizan conjeturas, se validan procedimientos y se fortalecen competencias. La creación de un currículo en el que uno de los recursos bases sean las TIC, es un reto que poco a poco se ha ido consolidando y que es labor de los docentes, los directivos docentes y el gobierno plantear estrategias que permitan a los estudiantes acercarse de forma más dinámica al saber.

### ➤ **La secuencia didáctica**

Son variadas las estrategias que en la actualidad se usan para la implementación de actividades con miras a mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje en la escuela. Una de las que más ha cobrado importancia corresponde a las “secuencias didácticas”, las cuáles se buscan organizar o estructurar específicamente, con sentido



---

lógico, todos los componentes que hacen parte de un contenido, de una asignatura o de un ciclo escolar, buscando así que se generen procesos sólidos de comprensión y en consecuencia aprendizaje significativo (Díaz, 2013).

Una secuencia didáctica debe contener actividades que permitan a los estudiantes adquirir conocimientos o fortalecer competencias de manera óptima. Para ello es fundamental que el docente tenga el conocimiento adecuado y superior de lo que espera enseñar, para así tener una secuencia lógica, completa y ordenada. Además de ello debe tener en cuenta dos elementos que según Díaz (2013) son fundamentales y que deben ir de la mano en todo el proceso de elaboración e implementación de la mismas, los cuáles son la secuencia de actividades para el aprendizaje, enmarcadas en una planeación dinámica donde se tengan en cuenta todos los factores de intervención (concepto, objetivo, recursos, entre otros); y el proceso de evaluación (el cual debe ser constante).

Finalmente, es fundamental identificar el tipo de actividades que contiene una secuencia didáctica. En primer lugar, se encuentran las actividades de apertura, las cuales deben permitir abrir el clima de aprendizaje, mostrar los objetivos a cumplir y lo que se espera lograr durante toda la intervención. En segundo lugar, se encuentran las actividades de desarrollo, las cuales buscan que el estudiante interactúe con la información nueva que se le proporciona y que use los conceptos previos que posee. En tercer, y último lugar, se encuentran las actividades de cierre, con las cuales se pretende lograr una integración en conjunto de las actividades realizadas y con las cuales se puede identificar si se obtiene o no el aprendizaje esperado.

➤ **El juego**

Es común que los estudiantes vean la matemática como una ciencia monótona y que no es divertida aprenderla. Esto se debe a que muchos de éstos no sienten amor por las matemáticas y a esto se le suma que las prácticas de aula que sus maestros les ofrecen son siempre aburridas y carentes de significado. Ver la matemática como un juego, como un reto y como una actividad divertida, es una labor que el docente debe tratar de buscar e implementar y para ello es necesario la creación de estrategias dinámicas e interesantes para los educandos.

Al respecto, López (2005) citado por Aristizábal, Colorado & Gutiérrez (2016) afirma que en la educación: “se hace necesario buscar vías alternativas para la presentación de los contenidos a partir de situaciones y actividades que representen un sentido significativo para el alumno” (p. 118). De tal manera que estas estrategias deben permitir la realización de conjeturas, el análisis de patrones, el desarrollo de la habilidad mental y la lógica, en nuestro caso particular la matemática.

Teniendo en cuenta lo anterior, uno de los recursos que más ha tomado fuerza en la didáctica de las matemáticas es el juego. Entendido según Patiño (2015) como una actividad recreativa, que permite fortalecer o desarrollar la capacidad de interpretación y análisis de diversas situaciones y a través del cual se puede lograr un aprendizaje significativo, pero solo si éste es entendible, fácil de comprender, agradable, agente socializador, que permita expresar las ideas sin temor a la burla, que acepte las diferencias y que tenga en cuenta el nivel de cognición del estudiante. En concordancia Martín (2015) expone que el juego es una estrategia didáctica que tiene como ventajas la generación de motivación de los estudiantes (porque son situaciones recreativas que requieren el uso de la imaginación y la creatividad), el desarrollo de destrezas de socialización, la capacidad para generar retos, el rompimiento de la rutina de la mera

mecanización, la creación de hábitos positivos frente al trabajo escolar y lo que ello implica.

Aunque son muchas las ventajas que trae consigo la aplicación de la estrategia llamada juego, de nada sirve ésta si no se tiene una buena planificación del mismo, Martín (2015) expresa que:

“Antes de incorporar un juego al aula, hay que tener en cuenta las características que lo definen, así como el modo de proceder del mismo para hacerlo de manera planificada y teniendo en cuenta todos aquellos factores que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumnado” (p. 5)

Por lo cual es fundamental que antes de plantear un juego ante una clase, el docente lo haya explorado de tal manera que haya analizado todas las variables (o al menos la gran mayoría) que en él intervengan, para que no dé pie a dudas y que tenga tan claro su potencial que cuando los estudiantes lo realicen no se vayan a desviar del propósito que con él se quiere lograr.

Además de lo anterior, se tiene presente que para que un juego sea significativo, éste debe cumplir con condiciones específicas. Sánchez y Casas (1998), citados por Martín (2015), afirman entre ellas las siguientes:

- Presentar reglas claras y sencillas y un desarrollo que sea corto
- Ser atractivos en cuanto a presentación y desarrollo
- Estar basados en varios aspectos, no solo en el azar.
- Buscar que sean juegos que los estudiantes conozcan o que se asimilen a los que conocen y que al mismo tiempo puedan ser matematizados.

Adicionalmente, se deben tener en cuenta las etapas de aplicación de un juego, las cuales pueden ser en primera instancia el descubrimiento de cómo participar en el juego y cuáles son las reglas básicas que lo conforman; segundo, “jugar el juego”, donde se

interactúa, se ejercita y se realizan los retos en toda su extensión; y finalmente la socialización, donde los estudiantes comparten su experiencia, sus impresiones y lo que aprendieron. (Tirapegui, 2004)

Dentro de la gama de juegos que se pueden presentar a los estudiantes, se encuentran los “videojuegos”, entendidos como los software que requieren el uso de algún medio electrónico (como celular, computador, tableta, entre otros) para poder jugar con él, y con los cuales se permite la participación e interacción de uno o varios jugadores (Frasca, 2001).

Al respecto, Gross (2009), enuncia que los videojuegos tienen un alto potencial para generar motivación en los estudiantes, para desarrollar habilidades comunicativas, para fortalecer las competencias digitales y para mejorar las relaciones entre pares. En concordancia afirma que “los video juegos no tienen por qué responder a contenidos curriculares concretos, sino que pueden ser utilizados para trabajar competencias digitales y ser la base para múltiples actividades” (Gross, 2009, p. 260). De esta manera, los videojuegos, se convierten así en un instrumento interesante que fortalece los procesos de enseñanza, que permite a los estudiantes tener un aprendizaje dinámico y en el que ellos son los principales protagonistas del proceso educativo.

Teniendo en cuenta lo anterior, un tipo de juego que se vuelve atractivo para los estudiantes corresponde a los juegos MMOG (Juegos Masivos Multijugador), los cuales permiten jugar e interactuar con otros usuarios en tiempo real; son videojuegos que se caracterizan por ser dinámicos y que son abiertos a narraciones creativas donde los jugadores se convierten en los verdaderos protagonistas y en donde existe la posibilidad de comunicación con otros jugadores para colaborar, conjuntamente, en el desarrollo del mismo. (Gross, 2014).

Por otra parte, en lo que respecta a las matemáticas, Martín (2015) afirma que hay tres tipos de juegos que pueden ser aplicados en esta área del saber, teniendo en cuenta la finalidad que de ello se espera obtener. En primer lugar, están los “Pre-instruccionales”, en los cuales el juego es el único vehículo para el aprendizaje, es decir se usan previamente a la comprensión y adquisición de los conocimientos. En segundo lugar, se encuentran los “Co-instruccionales”, en los que el juego no es el único mediador, es decir, éste es un recurso más que se usa para la enseñanza de un contenido. Finalmente se encuentran los “Post-instruccionales”, lo cuáles son usados para reforzar conocimientos que han sido adquiridos con anterioridad.

En consecuencia, el videojuego digital elegido para la implementación de la propuesta es “Erudito”, el cual es un videojuego de tipo Multijugador Masivo en Línea (MMOG, por su sigla en inglés) que permite recrear de manera interactiva el proceso de enseñanza y de aprendizaje de tal forma que desafía a los estudiantes por medio de la solución de acertijos, y que permite que trabajen de forma colaborativa en la solución de los mismos; es un tipo de juego “Post-instruccionales”, debido a que el objetivo principal de la propuesta está basado en el fortalecimiento del proceso de representación simbólica matemática en la interpretación de situaciones problemas que involucran SEL 2x2. Es una herramienta virtual cuya licencia, Creative Commons, admite que sea utilizado de forma gratuita y libre, y es por esto que en la actualidad tiene registrados más de 21.000 usuarios, dentro de los cuales se encuentran más de 1000 docentes. (Datos tomados de la página de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales UNAL).

Para terminar, Miguel de Guzmán (1984), citado por Villabride (2005), afirma que: “posiblemente ningún otro método acercará a una persona más a lo que constituye un quehacer interno de la Matemática como un juego bien escogido” (p. 16). De acuerdo con esto, es de reconocer que no todos los juegos resultan ser útiles para enseñar o fortalecer contenidos matemáticos, por lo cual es necesario identificar, muy bien, cual y qué tipo de juego es el que deseamos usar como recurso didáctico y cuál es su propósito final, pues como lo expresa Muñiz, Alonso y Rodríguez (2014) la aplicación de un buen

juego contribuye a un mejor aprendizaje de los conocimientos (principalmente los matemáticos), y al fortalecimiento del desarrollo de competencias.

### **1.4.3 Referente disciplinar.**

El MEN (1998), en los lineamientos curriculares de matemáticas, expone las competencias básicas que hacen parte fundamental en el proceso de aprendizaje de las Matemáticas. En las prácticas docentes se busca constantemente que el estudiante adquiera estas competencias y que las haga efectivas tanto en el aula de clase como en su cotidianidad. Dentro de la competencia matemática comunicativa se encuentra inmerso el proceso de simbolización matemática, el cual está relacionado con el desarrollo del pensamiento variacional, es por esto que en este aparte se presentan los planteamientos teóricos de estos dos elementos.

#### **➤ Proceso de simbolización matemática.**

Éste hace referencia a aquel proceso que permite que un estudiante pueda interpretar una situación, representarla en forma simbólica, gráfica o tabular y pueda dar significado a una solución encontrada. Jiménez (2014), afirma que cuando un estudiante es capaz de expresar de forma clara, y con ayuda de varias representaciones lo entendido en la solución de un problema, entonces ha conseguido la comprensión de los contenidos matemáticos involucrados en dicha situación.

Dando continuidad a lo anterior, al momento de simbolizar una situación matemática, se pueden usar diferentes representaciones, llamadas por Duval (2006) como “representaciones semióticas”. En este caso, este autor expresa que cuando se habla de representaciones semióticas, se hace referencia a todas aquellas formas en que puede

ser expresada una idea o un objeto matemático, el cual tiene como principal objetivo la comunicación o comprensión del mismo (Duval, 2006). Parafraseando a este mismo autor, se expresa que las matemáticas se realizan necesariamente en contextos de representación y que éstos se eligen dependiendo del objetivo que desde esta área del saber se plantee, teniendo siempre presente que se debe elegir un solo sistema de representación.

Adicionalmente, dentro de las representaciones semióticas se presentan dos tipos de transformaciones que son fundamentales en el desarrollo de la competencia matemática: la conversión y el tratamiento. El primero hace referencia al cambio entre una representación semiótica y otra, por ejemplo, el pasar de la representación gráfica a la expresión algebraica que representa dicha gráfica, o el cambio del lenguaje natural al simbólico en la solución de una situación problema. Y el segundo hace referencia al tratamiento o solución paso a paso, que se da a la expresión matemática planteada luego de la conversión (Duval, 2006). El problema que en la actualidad tiene mayor inferencia para el desarrollo del razonamiento matemático es el que hace referencia al proceso de conversión, puesto que pasar de un sistema de representación a otro y comprenderlo en su totalidad requiere en palabras de Duval (2006) un “proceso cognitivo más complejo”.

Así mismo, Duval (2006) expresa que para transformar una expresión que se encuentra en lenguaje natural a ecuación, es necesario realizar dos operaciones que no se sitúan a un mismo nivel. La primera operación consiste en determinar la incógnita del problema, y la segunda hace referencia al establecimiento de la relación de equivalencia entre las cantidades, el cual tiene un proceso cognitivo de mayor complejidad, para lo cual este autor expresa que desde la enseñanza de las matemáticas se debe hacer mayor hincapié en este proceso.

Desde esta perspectiva, la comunicación se considera la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de matemáticas, puesto que se convierte en uno de los procesos más significativos al momento de resolver un problema, pues allí es donde se

formaliza el pensamiento: “El lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos y por su gran capacidad para transmitir conjeturas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto” (Ramírez, 2009, p. 19)

En consecuencia, desde la competencia de la comunicación matemática, es que cobra mayor importancia el proceso de representación simbólica, pues como afirma el MEN (1998), quién desarrolla esta competencia tiene la capacidad de: en primera instancia enunciar las ideas de cuatro formas distintas (hablando, escribiendo, demostrando y describiendo); en segundo lugar comprender, descifrar y analizar las ideas que se presentan en forma oral, escrita o visual; en tercer lugar, elaborar diferentes representaciones de ideas y relaciones; y en cuarto lugar, realizar conjeturas, formular preguntas, agrupar y evaluar todo tipo de información además de producir y generar argumentos que sean convincentes.

En relación a lo anterior es que cobra especial importancia el fortalecimiento de esta competencia matemática en el desarrollo de esta propuesta, pues lo que se quiere abordar es la dificultad que tienen los estudiantes para interpretar, comunicar y re-escribir en forma simbólica lo que plantea una situación problema.

#### ➤ **Pensamiento variacional y situaciones problemas de SEL 2x2.**

El pensamiento variacional hace referencia a la determinación del cambio en diferentes contextos, así como su representación, descripción y modelamiento. Es uno de los pensamientos más importantes en la matemática, pues permite ver a esta disciplina de una forma más dinámica, en la que se presentan diferentes estrategias, oportunidades e interpretaciones.



El MEN (1998), plantea que desarrollar este pensamiento en la educación básica permite superar la enseñanza de contenidos de forma fragmentada (contenidos sectorizados que no permiten evidenciar sus relaciones entre sí), lo que permite fortalecer el análisis, organización y modelamiento de situaciones tanto de la vida práctica del hombre como de las ciencias en general.

Yepes (2016), afirma que al promover el desarrollo de este pensamiento a través de situaciones problema, se dan variadas oportunidades para la “formulación de hipótesis, la puesta a prueba de las mismas, su generalización y la argumentación para sustentar o refutar una hipótesis o una propuesta de generalización, todo lo cual se relaciona con el pensamiento lógico y el pensamiento científico” (p. 44)

En el desarrollo del pensamiento variacional se hace necesario el trabajo algebraico con los objetos matemáticos. Godino (2012), expresa que

“El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones” (p. 4)

Dentro del estudio del desarrollo del pensamiento variacional o del razonamiento algebraico, Godino (2012) expresa que los estudiantes pasan por niveles de algebrización, los cuales se hacen evidentes en la solución de situaciones problema. Cuando un estudiante se encuentra en el nivel 0 (cero), es porque hay ausencia total del razonamiento algebraico, por lo que solo se habla de un tratamiento numérico de las situaciones. Si un estudiante se encuentra en el nivel 1 (Nivel incipiente de algebrización), quiere decir que es un estudiante que comienza a utilizar las letras como sistemas de representación, pero que aun así usa más el razonamiento aritmético. En el nivel 2 de algebrización (Nivel intermedio), ya el estudiante hace uso de indeterminadas variables, haciendo un empleo del lenguaje simbólico literal para expresar situaciones de

forma más general. En el último nivel del algebrización (Nivel 3: Consolidado), el estudiante genera representaciones simbólico-literales de los objetos matemáticos, opera con ellos y determina relaciones funcionales. Para efectos de este trabajo, se espera que los estudiantes logren fortalecer la competencia comunicativa en el pensamiento variacional, alcanzando así el nivel 2 de algebrización, pues es allí donde radica la esencia de la transformación del lenguaje natural al simbólico matemático.

Por otra parte, se encuentra la enseñanza de los SEL 2x2, el cual, ha sido un reto para los docentes, pues su comprensión y aprehensión no es completamente sencilla, para ello es necesario aplicar una pedagogía constructivista basada en la solución de situaciones problema, que permita al estudiante comprender el significado y la importancia de este contenido matemático (Galagovsky & Cittidani, 2008).

En las clases de matemáticas, regularmente, para este contenido se enseña primero la definición de ecuaciones, luego se hace la introducción a qué son las ecuaciones con dos incógnitas para después mostrar los diferentes métodos de solución que se presentan, seguido a esto se realizan una serie de ejercicios que permiten observar si los algoritmos son bien utilizados y por último se realizan situaciones problema en menor proporción a los ejercicios planteados. Desde esta perspectiva Cuenca (2005) plantea que se debe hacer una distinción entre el conocimiento operacional y el conceptual, ya que son variados los casos en los que el estudiante sabe resolver una ecuación (operacional), pero no reconoce el significado de dicha ecuación en el contexto (conceptual).

Como se puede observar, se dedica mucho tiempo a la enseñanza como tal de los algoritmos y se deja relegado a un último paso la solución de situaciones problemas. En la actualidad se busca que este aprendizaje sea significado y que sea un punto de anclaje a temas siguientes (por ejemplo funciones) para ello es necesario cambiar las prácticas de aula y presentar propuestas encaminadas a la comprensión de este tema en contexto, para que así adquiera significado y sea comprendido.

En la enseñanza de las ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , es fundamental identificar la noción y comprensión que tienen los estudiantes de las representaciones algebraicas de expresiones verbales, es decir, si los estudiantes entienden el significado de qué expresa una letra y si la miran como variables (valor que expresa varias cantidades, es decir que varía) o como incógnitas (expresiones para representar valores específicos que no se conocen). Cuenca (2005), afirma que cuando una letra está representada en una función ésta es considerada como variable, mientras que, si se pregunta por algo específico de ella, entonces se convierte en una incógnita; el tipo de representación que se tendrá en cuenta a la luz de los planteamientos de este trabajo, es el de incógnita, ya que las situaciones planteadas estarán enfocadas a la representación de expresiones que buscan hallar un valor específico de la variable. Sin embargo, es de aclarar que para la comprensión del concepto de incógnita, se debe pasar por el concepto de variable, por lo cual se tendrán en cuenta ejercicios en los que las letras serán consideradas como variables.

#### 1.4.4 Referente Legal

Desde **la Constitución Política de Colombia de 1991**, se expresa que la educación es un derecho fundamental de cada persona en la que se busca acceder al conocimiento, la ciencia, la técnica y los demás estamentos de la cultura, por lo que el área de matemáticas no es ajena al cumplimiento de este. Además de ello expresa que los responsables de educación de los colombianos son el estado, la sociedad y la familia y ésta será obligatoria desde los 5 años hasta los 15 años, comprendiendo mínimamente un año de preescolar y nueve de básica. El estado debe velar porque la educación sea de calidad y en la que se garantice el acceso y la permanencia de los estudiantes. (Artículo 67). Por otro lado, plantea que la educación será impartida por personas con idoneidad ética y pedagógica por lo cual el estado debe garantizar la profesionalización y dignificación de la actividad docente. Además, expresa que los padres de familia tendrán derecho a elegir el tipo de educación que quieren para sus hijos. (Artículo 68)

Por su parte, la **Ley General de Educación**, expresa en el artículo 5 que uno de los fines de la educación consiste en fomentar en las aulas de clase la investigación y la creación artística en sus diferentes manifestaciones, desarrollar la capacidad crítica, reflexiva y analítica de los estudiantes que permita el avance en el campo científico y tecnológico en miras a la solución de problemas, al progreso social y económico del país. Por otro lado, plantea, en su artículo 21, que “el desarrollo de los conocimientos matemáticos son necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos”. A su vez el artículo 22, habla de “El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana”

Otra fuente importante para tener en cuenta son **los lineamientos curriculares de matemáticas**, en ellos se presentan los principios didácticos del área de matemáticas, así como la relación entre las competencias y los componentes fundamentales del área, ya que en ellos se apoya y guía la labor del educador. Los lineamientos proponen abordar el estudio del pensamiento variacional desde la educación básica, pues es allí donde se asimilan los aspectos fundamentales que serán base para el aprendizaje de conceptos más complejos. Además, enfatiza que la enseñanza de contenidos matemáticos no debe ser fragmentada, sino que debe permitir vincular dichos conocimientos para luego analizarlos, organizarlos y modelarlos matemáticamente. Cabe anotar que es el “pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos” los que direccionan esta investigación ya que se pretende aquí que los estudiantes sean competentes en el uso de las ecuaciones lineales y a la vez competentes en el ámbito educacional, donde el papel del maestro sea el enlace con los estudiantes cumpliendo de manera eficaz los objetivos propuestos por la educación colombiana.

**Los estándares básicos de competencias**, presentan las orientaciones pertinentes para la construcción del currículo en matemáticas y los objetivos matemáticos a cumplir por niveles y por pensamientos, desde allí se expresa que la enseñanza de las matemáticas debe ser contextualizada, para que así se pueda lograr un aprendizaje significativo en el estudiante.

Finalmente, se encuentran los **derechos básicos de aprendizaje** (DBA) y las **matrices de referencia**. El primero presenta el conjunto de saberes esenciales de matemáticas que cada estudiante debe adquirir en cada etapa de aprendizaje y en cada nivel educativo, y el segundo presenta los aprendizajes que se evalúan en las pruebas Saber mostrando las evidencias de lo que debería hacer y demostrar cada estudiante. Ambos documentos se sustentan en los estándares básicos de matemáticas y los lineamientos curriculares. De ahí se observa que desde el pensamiento variacional en el grado 9º un estudiante debe conocer las propiedades y las representaciones gráficas de las familias de funciones lineales, esto se articula a su uso en solución de situaciones problema con SEL 2x2.

### 1.4.5 Marco Espacial

La Institución Educativa Manuel Uribe ángel, ubicada en el barrio Andalucía la Francia del municipio de Medellín y perteneciente al núcleo educativo 915, cuenta con dos sedes, una de ellas es La Gerardo David y la principal donde se planteó la intervención de dicho proyecto. Es una institución de carácter público y de modalidad mixta. Su formación es académica con un carácter social articulado, y va desde el preescolar hasta la media.

Los estudiantes de esta Institución pertenecen a los estratos 1, 2 y 3, éstos, en su mayoría, provienen de familias de escasos recursos y donde el núcleo familiar está conformado por abuelos, tíos, o madres solteras, que en su mayoría no han terminado sus estudios. En general, los educandos, muestran desinterés por aprender matemáticas

y gracias al sistema de evaluación presente en la institución, que expresa que un estudiante puede ser promovido con un área pendiente, optan por obtener desempeños bajos en esta asignatura y esto conlleva a poca responsabilidad y bajo rendimiento académico de la institución.

En el PEI, la Institución Educativa, ha propuesto como modelo pedagógico una experiencia de educación problematizadora con énfasis en los derechos humanos. El presupuesto se ha dado desde la normatividad, que intenta cotidianamente que la experiencia particular de cada estudiante aflore, se exprese y a partir de ella surja el proceso de educación con sentido. Al proceso académico se anudan los ritmos que cada estudiante tiene desde sus condiciones socioeconómicas y culturales convirtiéndose en una verdadera formación integral.

La institución educativa da especial énfasis al área de matemáticas, por lo que cuenta con 6 horas semanales dentro del plan de estudios, de tal manera que se puedan abordar todos los pensamientos durante todo el año lectivo.

## **2. Capítulo: Diseño Metodológico**

### **2.1 Enfoque y método.**

El modelo que se tendrá en cuenta para el desarrollo de la propuesta es el que hace referencia a la investigación-Acción Educativa; el cual se basa, como lo afirma Bausela (2004), en el análisis de experiencias del aula que permiten entender y hacer una reflexión concreta sobre el oficio docente, para así mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Al respecto, Kemmis McTaggart (1998) citado por Bausela (2002), el proceso de investigación- acción se cumple en cuatro fases. En primera instancia, se debe realizar un diagnóstico de la situación que se va a observar o de la problemática que se va a estudiar. En segundo lugar, se debe establecer un plan de acción, el cual debe estar en la búsqueda del mejoramiento de lo que está sucediendo. En tercer lugar, se busca poner en práctica el plan de acción, y desde allí realizar la observación de lo que ocurre, para luego llegar a la cuarta fase que hace referencia a la reflexión de lo observado, la realización de las conclusiones y el planteamiento de sugerencias.

Ahora bien, la importancia del enfoque, Investigación – Acción, en la educación, radica en que se desarrolla en aras del mejoramiento de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, buscando así una transformación en el aula en la que el docente se vuelva reflexivo de su quehacer y busque comprender y transformar la enseñanza a través del trabajo colaborativo en un contexto de intercambio.

Con el fin de dar cumplimiento a los objetivos planteados en este trabajo, es que se implementará el método cualitativo que se relaciona en el enfoque crítico – Social, el cual expone que el docente es un observador activo y participativo de su práctica docente, y que le permite realizar la reflexión en torno a lo observado.

Para esto se plantean 4 momentos:

El primero, corresponde al diagnóstico, en el cual se hará una caracterización de la muestra, tomada de la Institución Educativa Manuel Uribe Ángel, por medio de la aplicación de una prueba en la que los estudiantes deben aplicar lo que saben sobre el proceso de representación simbólica de situaciones matemáticas. La prueba estará dividida en tres partes, la primera se enfocará en el proceso de conversión del sistema de representación verbal al simbólico matemático; la segunda en la conversión del sistema de representación simbólico matemático al verbal y la tercera parte en la conversión al sistema de representación simbólica de situaciones problema que requieren el uso de las ecuaciones.

El segundo momento, hace referencia a la identificación de las acciones y actividades posibles que se pueden aplicar a partir del diagnóstico, para ello es necesario realizar un recorrido desde lo bibliográfico que de soporte teórico a la propuesta. En este mismo momento, se realizará el diseño de la secuencia didáctica en la que el principal recurso es el videojuego “Erudito”, teniendo en cuenta los planteamientos del aprendizaje significativo y el desarrollo de la competencia comunicativa en la solución de SEL 2x2. En la secuencia didáctica se plantean cuatro etapas:

- a) En el cual se realiza una breve introducción de la intervención y de lo que se espera lograr, la asignación de roles, enfocada a la entrega de los equipos



(portátiles) para jugar; y la primera aproximación al juego como tal creando el avatar y visitando la isla de “Rutecamupodis”

- b)** Realización y puesta en común de la isla llamada “Clue-land”. En la cual hallarán 6 materiales (entre videos, libros en los que se proponen actividades para realizar en el cuaderno e imágenes relacionadas con los conjuntos numéricos y las operaciones básicas) y 18 acertijos enfocados en la simbolización aritmética.
- c)** Desarrollo y socialización de la isla “Mystery - Land”, llamada así debido a que es la parte en la que los estudiantes identifican las letras como incógnitas que nos permiten representar valores desconocidos. Esta isla cuenta con seis recursos, entre los cuales se encuentran vídeos y libros en los que se proponen otra serie de actividades enfocadas en el fortalecimiento de la representación simbólica de SEL 2x2. Adicionalmente, se encuentran un total de 15 acertijos.
- d)** Desarrollo y socialización de la isla “Ecu-land”, llamada de esta manera porque en esta isla se pretende recordar lo que es una ecuación, una ecuación lineal con una incógnita, una ecuación lineal con dos incógnitas y los pasos para representar ecuaciones. Adicional a esto, se encuentra un conjunto variado de situaciones problemas en los que se busca únicamente la elaboración de las ecuaciones que representan el contexto del problema. Esta es la isla principal del proceso pues allí se dará cuenta de si lo hecho en la primera y segunda isla es efectivo. En esta isla se cuenta con seis materiales y 22 acertijos.

El tercer momento, corresponde a la intervención, en ésta los estudiantes realizarán los retos propuestos en el juego “Erudito”, el cual mostrará al docente el porcentaje de aciertos, el porcentaje de No aciertos, el número promedio de intentos para cada acertijo, la cantidad y porcentaje de estudiantes que aprueban cada una de las islas y el porcentaje de aprobación del juego total.

En el cuarto momento, se realizará una evaluación (post-prueba) que busca identificar si el objetivo general de la propuesta se cumple, y determinar así el avance de los estudiantes frente al proceso de simbolización matemática, para esta prueba se tendrán en cuenta los mismos tres elementos evaluados en la prueba diagnóstica, es decir, el proceso de conversión del sistema de representación verbal al simbólico matemático, la

conversión del sistema de representación simbólico matemático al verbal y la representación simbólica de situaciones problema que requieren del uso de SEL 2x2. En este último momento se realiza el análisis de la intervención, se realizan las conclusiones y las recomendaciones pertinentes.

## 2.2 Instrumentos de recolección de información.

Dentro de los instrumentos de recolección y análisis, se tendrán como fuentes primarias los siguientes:

- **Prueba Diagnóstica**, la cual estará enfocada en determinar las fortalezas, debilidades y aprendizajes que tienen los estudiantes frente a la transformación del lenguaje verbal al matemático y viceversa. Para ello la prueba estará dividida en tres partes, la primera buscará saber, en forma general, si los estudiantes al ver un enunciado matemático, logran transformarlo o escribirlo en símbolos; en la segunda parte, se presentarán expresiones algebraicas, en las que deberán escribir el enunciado verbal que las puede representar; finalmente se darán enunciados verbales de situaciones concretas en la que los estudiantes habrán de realizar las representaciones algebraicas correspondientes. El análisis del diagnóstico se hará teniendo en cuenta los aportes presentes en el marco teórico.
- **Juego Erudito**, el cual, desde su plataforma virtual, presenta los resultados obtenidos por cada uno de los estudiantes que participan en él, allí se vislumbran la cantidad de acertijos realizados y el número de intentos de cada uno, el tiempo de ejecución, la cantidad de materiales que el estudiante adquirió, la cantidad de islas que aprueba, el porcentaje de aprobación de cada una de las islas y si el curso es aprobado completamente. Con esta información, se pretende identificar poco a poco los avances o dificultades que presentan los estudiantes frente a la representación simbólica matemática.

- **Post-prueba**, la cual contará con 3 partes, las cuales tienen la misma estructura de la prueba diagnóstica, esto con el objetivo de comparar lo obtenido en ambos test, por medio de un análisis cuantitativo general con respecto al porcentaje de estudiantes que responden adecuadamente las actividades propuestas.

Como fuentes secundarias se tendrán en cuenta el plan de estudios del grado noveno presente en el PEI de Institución Educativa, los libros de texto del grado, páginas web, bibliotecas virtuales, referentes teóricos. Al finalizar se van a presentar los resultados de tal manera que den cuenta del cumplimiento o no del objetivo general, buscando al mismo tiempo evaluar el impacto que se generó y sus implicaciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

## 2.3 Población y muestra.

El proyecto se realiza en la sede principal de la Institución Educativa Manuel Uribe Ángel, ubicada en el municipio de Medellín, en el barrio Andalucía. Tiene una población de 1500 estudiantes aproximadamente, desde los grados preescolar hasta el grado once. La muestra que se determinó, corresponde al grado 9º1, con un total de 40 estudiantes con edades entre los 14 y 18 años.

## 2.4 Delimitación y alcance.

Se espera que la propuesta de intervención fortalezca el proceso de representación simbólica matemática, en lo referente a la interpretación de situaciones problemas de SEL 2x2, de tal manera que pueda ser usada de forma correcta en la comprensión de otras situaciones matemáticas en las que juega un papel importante este aspecto de la competencia matemática comunicativa. Además de ello, se espera que el videojuego desarrollado pueda servir de insumo para otros docentes de matemáticas en otras

instituciones educativas para la enseñanza de este concepto, ayudando así a tener mediadores diferentes y motivadores para el aprendizaje de esta área del saber.

## 2.5 Cronograma.

Este aparte presenta dos tipos de información. En primer lugar, muestra la metodología a seguir discriminada en fases y en actividades, para la ejecución del trabajo final de la maestría (ver tabla 2). Y en segundo lugar presenta el cronograma de actividades para dar cumplimiento a las fases de intervención (ver tabla 3).

Tabla 2: *Fases del Trabajo Final*

<b>Fase</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Actividades</b>
<b>Fase 1: Caracterización</b>	Diagnosticar el proceso de comunicación matemática en el cambio del lenguaje verbal al simbólico y viceversa, en la interpretación de situaciones problema que involucran SEL 2x2.	1.1. Revisión bibliográfica sobre aprendizaje significativo, aprendizaje basado en juegos y SEL 2x2. 1.2. Revisión bibliográfica de los documentos del MEN, enfocados a los estándares en la enseñanza de los SEL 2x2 en el grado 9º 1.3. Diseñar y aplicar el diagnóstico el cuál será una prueba escrita en la que evaluarán tres aspectos fundamentales; el primero, en cambio del lenguaje verbal al simbólico matemático; el segundo el cambio del lenguaje matemático a uno verbal, y el tercero la

	<p>Elaborar una secuencia didáctica mediada por el videojuego digital “Erudito” en el marco de la teoría del aprendizaje significativo para la enseñanza de SEL 2x2.</p>	<p>representación simbólica de situaciones problema</p> <p>2.1. Revisión bibliográfica sobre el juego “Erudito” y su potencial para la enseñanza.</p> <p>2.2. Organización de la estrategia atendiendo a los planteamientos propuestos en el aprendizaje significativo, a los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, las características de una secuencia didáctica y la simbolización matemáticas.</p> <p>2.3. Construcción de la secuencia didáctica, en la que se verá reflejada cada una de las islas construidas en el videojuego “Erudito” para el fortalecimiento de la simbolización matemática en la solución de situaciones problema de ecuaciones lineales 2x2.</p>
<p><b>Fase 2: Diseño</b></p>		
<p><b>Fase 3: Intervención en el aula</b></p>	<p>Intervenir la práctica docente, aplicando la secuencia didáctica que permita el fortalecimiento de la representación simbólica matemática.</p>	<p>3.1. Implementación de la secuencia didáctica en la que el videojuego online “Erudito” se tiene como estrategia para fortalecer el proceso de representación simbólica de las situaciones problemas de SEL 2x2.</p>
<p><b>Fase 4: Evaluación Conclusiones y</b></p>	<p>Evaluar la incidencia de la estrategia didáctica, en los procesos de</p>	<p>1. Evaluar los resultados obtenidos por los estudiantes durante la implementación de la estrategia</p>

- recomendaciones.** representación simbólica didáctica.  
de situaciones problema .2. Contrastar los resultados de la prueba diagnóstica con los de la prueba final y los resultados del juego para identificar si la competencia si se fortaleció.  
de SEL 2x2.  
.3. Realizar conclusiones y recomendaciones de lo observado y evaluado durante el desarrollo de la intervención.

Fases desarrolladas teniendo en cuenta los objetivos específicos del proyecto.

Tabla 3: *Cronograma de actividades*

Actividades	Semanas														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<b>Actividad 1.1.</b>	x	x	x	x											
<b>Actividad 1.2.</b>	x	x	x	x											
<b>Actividad 1.3.</b>				x	x	x	x								
<b>Actividad 2.1.</b>					x	x	x	x							
<b>Actividad 2.2.</b>							x	x	x	x					
<b>Actividad 2.3.</b>							x	x	x	x	x				
<b>Actividad 3.1.</b>											x	x	x	x	
<b>Actividad 4.1.</b>													x	x	x
<b>Actividad 4.2.</b>													x	x	x
<b>Actividad 4.3.</b>													x	x	x

Actividades programadas para el diseño, aplicación y análisis de la propuesta de intervención.

## **3. Capítulo: Trabajo Final: resultados y análisis.**

### **3.1 Elaboración de la secuencia didáctica en el marco del aprendizaje significativo de Ausubel.**

La secuencia didáctica se crea teniendo en cuenta los principios programáticos del aprendizaje significativo (diferenciación progresiva, reconciliación integradora, organización secuencial y consolidación), de esta manera el estudiante identifica cada uno de los conceptos por separado, reconoce que todos están conectados entre sí y que están organizados de manera secuencial, para ya al final usar todo lo aprendido y lograr así simbolizar diversas situaciones problema con SEL 2x2. El videojuego digital en “Erudito” se encuentra bajo el nombre “Enigmaventura” y se describe de la siguiente manera:

“En esta increíble aventura vas a poder interactuar con tus compañeros, realizar retos y aprender un poco más del maravilloso mundo de la representación simbólica matemática. Podrás fortalecer tu habilidad para comprender enunciados matemáticos y de otras ciencias, para luego expresarlos por medio de símbolos. Disfruta de este espacio y colabora con tus compañeros para lograr tus metas. Resolver todos los retos te dará la posibilidad de obtener "Erus" (monedas) y comprar accesorios. Aquel viajero que obtenga más accesorios y cumpla con la totalidad de los acertijos, obtendrá una espectacular recompensa. ¡Así que atrévete a ser el mejor en Enigmaventura!”

Esta explicación permite que los estudiantes conozcan de qué se trata el juego y cuál es el objetivo principal y se genere un aspecto motivacional para la culminación del mismo.

“Enigmaventura”, está dividido en cuatro islas (ver figura 1), una de las cuáles es introductoria, las tres siguientes desarrollan aspectos fundamentales de la simbolización matemática, cada una de las islas tomó un tiempo de juego de aproximadamente tres horas de clase, de las cuáles dos se dedican a realizar el juego, y una a la socialización de las actividades propuestas en la isla. El desarrollo de las tareas propuestas en el juego, permitirán poco a poco a los estudiantes llegar a la representación de situaciones problemas con SEL 2x2. A continuación se presenta una descripción detallada de cada una de las islas.



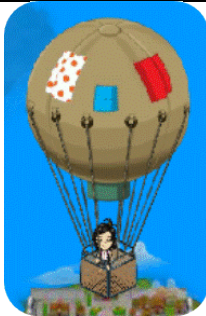


Figura 1: Interfaz del juego “Enigmaventura” con las 4 islas que la conforman.

- ❖ **“RUTECAMUPODIS”**: es la isla introductoria, en ella los estudiantes, por medio de la interacción con los “sabios” (personajes del juego) podrán conocer de qué se trata la aventura y comenzar a adquirir los accesorios principales para moverse



en cada una de las islas y para transportarse entre ellas. En la siguiente tabla se muestran los accesorios que se deben adquirir en esta primera isla, con éstos el jugador puede continuar su aventura y comenzar a resolver acertijos.

Tabla 4: *Materiales de la primera Isla*

ACCESORIO	DESCRIPCIÓN	IMAGEN
<b>GLOBO</b>	Permite desplazarse entre cada una de las islas.	
<b>RADAR</b>	Permite visualizar la geografía de una región, así como hacer seguimiento de los contactos y los grupos.	
<b>LIBRO GUÍA.</b>	Es un breve manual que explica todo lo que un aventurero debe saber.	

Materias que se adquieren en la visita de la primera isla del juego “Enigmaventura” en la plataforma “Erudito”

- ❖ **“CLUE-LAND”**: esta isla tiene como objetivo identificar las principales palabras claves que permiten determinar si una situación problema planteada desde la aritmética se resuelve con sumas, restas, multiplicaciones divisiones, potencias o raíces. Las actividades están enfocadas en la representación simbólica y en ninguno de los acertijos se pide la solución aritmética de las situaciones. En la

siguiente tabla se muestran la cantidad de conceptos que tiene la isla, los materiales que se pueden adquirir, la cantidad de acertijos y la clase de acertijos que cada concepto posee.

Tabla 5: Resumen de herramientas de la Isla "Clue-Land"

Conceptos de la isla	Descripción del concepto	Número y tipo de materiales	Número y tipo de acertijos
<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Naturales y enteros para qué?</li> </ul>	Se explican las razones por las cuales se crean los conjuntos de los Naturales y los enteros en qué contextos son utilizados.	Dos materiales. <ul style="list-style-type: none"> <li>Video</li> <li>Libro</li> </ul>	4 acertijos: Dos de falso o verdadero y dos de emparejamiento.
<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Racionales? ¡Qué locura!</li> </ul>	Se explican las razones por las cuales se crean los números Racionales y en qué contextos son utilizados.	Dos materiales. <ul style="list-style-type: none"> <li>Video</li> <li>Libro</li> </ul>	5 acertijos: Dos de falso o verdadero. Uno de texto libre, uno de emparejamiento y uno de selección múltiple con una respuesta.

<ul style="list-style-type: none"> <li>Sumando y restando voy representando</li> </ul>	<p>¿Pero, entonces qué debo hacer una suma o una resta? en este concepto se conocen algunas palabras y situaciones "clue" que te permitirán saber qué operación aplicar.</p>	<p>Un material:</p>	<p>4 acertijos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Libro. Uno de falso y verdadero, uno de texto asistido y dos de selección múltiple con múltiple respuesta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>¡Por, división, potencia y raíz! ¿Y eso con qué se come?</li> </ul>	<p>Los materiales que obtendrás en esta parte de la isla te servirán para reconocer esas "Clue" que nos sirven para saber cuál operación, de las que hacen parte del título, debemos aplicar y en qué situaciones.</p>	<p>Un material:</p>	<p>5 acertijos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Libro. Dos de selección múltiple con única respuesta. Dos de emparejamiento y uno de falso y verdadero.</li> </ul>

---

Datos obtenidos del Juego "Enigmaventura" en la plataforma "Erudito".

- ❖ **"MISTERY-LAND"**: la isla tiene como objetivo principal fortalecer los aprendizajes logrados en la isla "Clue-land", llevándolos al mundo del álgebra. En esta oportunidad el estudiante conocerá el concepto de variable e incógnita, que son clave para la comprensión de las ecuaciones. Las actividades se enfocan, nuevamente en la parte de la representación simbólica. En la siguiente tabla se

muestran los conceptos que allí se trabajan, los materiales que se pueden adquirir, la cantidad y clase de acertijos que cada concepto posee.

Tabla 6: *Resumen de Herramientas de la Isla "Mystery-Land"*

Conceptos de la isla	Descripción del concepto	Número y tipo de materiales	Número y tipo de acertijos
<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Álgebra?</li> </ul>	<p>Con este concepto se pretende que los estudiantes comprendan la importancia del Algebra y sus aplicaciones. Además de algunas de sus representaciones básicas.</p>	<p>Dos materiales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Video</li> <li>Libro</li> </ul>	<p>5 acertijos:</p> <p>Dos de selección múltiple con múltiple respuesta, uno de selección múltiple con única respuesta uno de agrupamiento y uno de falso y verdadero.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Sumando y restando los misterios voy simbolizando</li> </ul>	<p>En esta parte se presentan situaciones que requieren representaciones simbólicas a partir de la suma y la resta. Además de ello se pretende fortalecer el</p>	<p>Dos materiales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Video</li> <li>Libro</li> </ul>	<p>5 acertijos:</p> <p>Dos de emparejamiento y tres de selección múltiple con única respuesta.</p>

proceso contrario, es decir, que a partir de las representaciones los estudiantes creen los enunciados

- Operaciones básicas en acción para su representación!!
- En esta parte de la isla los estudiantes podrán simbolizar todas aquellas situaciones que involucran todas las operaciones básicas y las incógnitas. Se hace énfasis en las palabras clave que se trabajan en la primera isla.
- Dos materiales. 5 acertijos:
- Video
  - Libro
- Dos de falso o verdadero, uno de selección múltiple con única respuesta, una de texto asistido y una de emparejamiento.

---

Datos obtenidos del Juego “Enigmaventura” en la plataforma “Erudito”.

- ❖ **“ECUA-LAND”**: en esta isla se presentan las ecuaciones como uno de los usos más comunes del álgebra, en las que se puede entrar al mundo de las aplicaciones en contexto de las matemáticas. En esta parte de la isla se pretende recordar el concepto de ecuación y la forma o pasos necesarios para interpretar y simbolizar situaciones con ecuaciones. Se hace especial énfasis en las situaciones problema que involucran SEL 2x2, ya que este es el contenido principal del presente trabajo. En la siguiente tabla se muestran los conceptos que

allí se trabajan, los materiales que se pueden adquirir, la cantidad de acertijos y la clase de acertijos que cada concepto posee

Tabla 7: *Herramientas de la Isla "Ecu-land"*

<b>Conceptos de la isla</b>	<b>Descripción del concepto</b>	<b>Número y tipo de materiales</b>	<b>Número y tipo de acertijos</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecu-ecu-ecuaciones!!!</li> </ul>	<p>En esta parte los estudiantes identifican el concepto de ecuación y algunas situaciones que se pueden representar con ellas.</p>	<p>Un material:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vídeo.</li> </ul>	<p>4 acertijos:</p> <p>Dos de falso o verdadero, uno de agrupamiento y uno de selección múltiple con múltiple respuesta</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuaciones lineales de una sola incógnita.</li> </ul>	<p>En esta parte de la isla se presentan varios retos relacionados con la traducción al lenguaje matemático de situaciones problema con ecuaciones lineales pero con una sola incógnita.</p>	<p>Un material:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Libro.</li> </ul>	<p>8 acertijos, todos son de selección múltiple con única respuesta.</p>

- |   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuaciones lineales con dos incógnitas.</li> </ul> | <p>Es la última parte del juego. En ella los estudiantes realizan actividades relacionadas con la representación simbólica de las situaciones que involucran SEL 2x2, aplicando los conceptos previamente asimilados en las islas anteriores.</p> | <p>Cuatro materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 3 vídeos</li> <li>• Un Libro.</li> </ul> | <p>10 acertijos:</p> <p>Siete de selección múltiple con múltiple respuesta y 3 de falso o verdadero.</p> |
|---|---|---|--|

---

Datos obtenidos del Juego “Enigmaventura” en la plataforma “Erudito”.

## 3.2 Análisis de resultados.

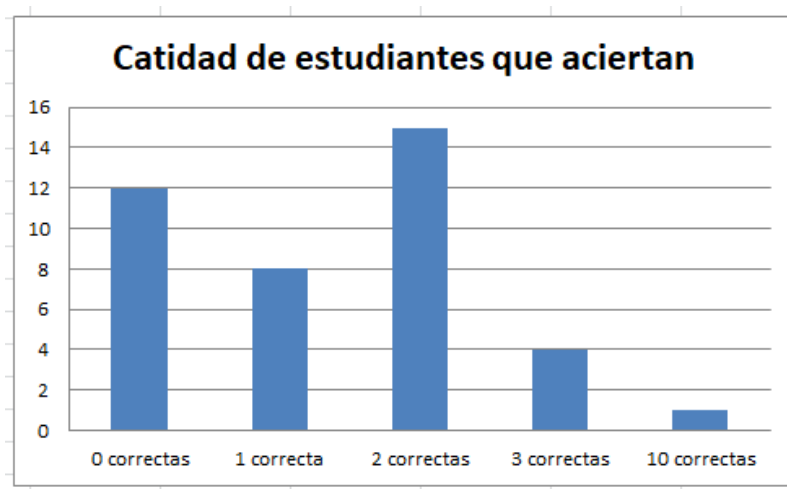
El desarrollo de la propuesta se basa en la intervención desde tres fuentes primarias de recolección de información. A continuación, se presentarán cada una de ellas, la forma en que se abordaron, los resultados que arrojan y su análisis desde los referentes teóricos.

### 3.2.1 Prueba diagnóstica

La prueba aplicada a los 40 estudiantes del grado 9<sup>o</sup>1 de la Institución Educativa Manuel Uribe Ángel, se elaboró teniendo en cuenta tres aspectos que se desean evaluar desde el desarrollo del proceso de simbolización matemática. El primero hace referencia a la conversión del sistema de representación del lenguaje natural al sistema de representación simbólico matemático; el segundo se basa en el proceso de conversión del lenguaje simbólico al lenguaje natural; y el tercero a la transformación de situaciones problema que involucran ecuaciones al sistema de representación simbólico matemático. A continuación, se presenta el análisis realizado para cada uno de estos tres aspectos.

- **Conversión del sistema de representación del lenguaje natural al sistema de representación simbólico matemático:**

En esta parte del diagnóstico se realizan 11 enunciados. Los resultados que se obtienen con respecto a la cantidad de preguntas correctas se observan en la figura 2.



*Figura 2:* Número de estudiantes que aciertan la primera parte del diagnóstico.

De los 40 estudiantes solo uno alcanza a resolver adecuadamente la primera parte, y esto se debe a que dicho alumno siente agrado, fascinación y motivación para aprender matemáticas. El resto de los educandos no contestan apropiadamente, esto puede deberse a poca claridad y destreza que poseen frente a los sub-sensores necesarios para la realización de la tarea pedida. En esta parte de la prueba diagnóstica, se observa que los estudiantes no tienen una noción del concepto de variable o incógnita bien definida, y esto conlleva a que den respuestas únicamente desde lo aritmético.

Teniendo en cuenta lo anterior, se observa que la mayoría de los estudiantes se quedan en una etapa de algebrización del nivel cero, en la que se evidencia que éstos no



hacen uso de las variables para representar las expresiones dadas, sino que se quedan en la mera expresión aritmética. En enunciados como “escriba usando expresiones algebraicas un número cualquiera”, la mayoría de los estudiantes escriben como respuesta un número Natural cualquiera (2, 8, etc), mostrando así que no hay una comprensión total que lo que se está pidiendo y del proceso de simbolización matemática de expresiones verbales. En la figura 3 se muestra la respuesta dada por uno de los estudiantes frente a los enunciados del primer punto, mostrando así el nivel de algebrización que posee (nivel 0).

Lenguaje verbal	Expresión algebraica.
a) Un número	2
b) El doble de un número	4
c) Las dos terceras partes de un número aumentado en cuatro	12
d) El doble de un número menos su cuarta parte	6
e) La cuarta parte de un número más su siguiente	16
f) Un número impar	7
g) Un múltiplo de 7	3
h) Dos números enteros consecutivos	24
i) El cuadrado de la suma de dos números	
j) La diferencia entre dos números	
k) El cociente entre dos números diferentes	

Figura 3: Ejemplo de solución, de un estudiante, de la primera parte de la prueba diagnóstica.

Adicional a ello, durante el desarrollo de la prueba se observa que los estudiantes no identifican palabras clave que le permitan establecer las relaciones entre las variables (doble, triple, la cuarta parte, entre otros), es decir no logran vincularlas a un lenguaje matemático, por lo cual no hacen uso de éste y optan por dejar la prueba sin responder

- **Conversión del sistema de representación simbólico matemático al sistema de representación del lenguaje natural** Esta parte de la prueba tiene un total de 11 preguntas. En ellas se busca que los estudiantes transformen expresiones algebraicas a lenguaje verbal. Como resultado se tiene que 11 estudiantes de 40 no responden el punto o lo abandonan, 7 de ellos realizan la representación

afirmando que las variables representan números o valores desconocidos, mostrando así un nivel de algebrización 1, pues identifican de manera intuitiva el significado de variable; 3 de los estudiantes buscan realizar procedimientos aritméticos inventando valores específicos para las variables y el resto escribe de forma literal las expresiones algebraicas, es decir leen las variables como si leyeran un texto, por lo que no se evidencia una comprensión de las letras como variables o como incógnitas, mostrando así dificultad en la conversión de un sistema de representación semiótico a otro de forma adecuada y mostrando el poco desarrollo del pensamiento variacional que se tiene. En la figura 4 se muestran algunas de las respuestas dadas por los estudiantes, dando cuenta así de las dificultades en el proceso de conversión que tienen en general en el grupo.

c) $3x+2$	Tres equis más dos
d) $3x+4y-6$	Tres equis más cuatro y menos seis
e) $2x - 1/5 x$	dos equis menos un quinto equis
f) $x+y=25$	equis x y e igual a veinticinco
g) $2x/5 = 15$	dos equis sobre cinco igual a quince
h) $X^2$	equis al cuadrado
i) $(x+y)^3$	equis más y e elevado a la tres
j) $3(2x-3y)=4$	tres equis menos tres y e se multiplica por tres es igual a cuatro
k) $\sqrt{(x-3y)}$	raíz de equis menos tres y e

Respuestas en las que se evidencia lectura literal de las situaciones.

c) $3x+2$	$3(11) + 2$
d) $3x+4y-6$	$3(5) + 4(3) = 6$
e) $2x - 1/5 x$	$2(5) - 1/5 (5)$
f) $x+y=25$	$5 + 3 = 25$
g) $2x/5 = 15$	$2(5) / 5 = 25$
h) $X^2$	$5^2$
i) $(x+y)^3$	$(5+3)^3$
j) $3(2x-3y)=4$	$3(2(5) - 3(3)) = 4$
k) $\sqrt{(x-3y)}$	$\sqrt{(5-3(3))}$

Respuestas en las que se buscan valores específicos para dar solución a las situaciones

c) $3x+2$	el triple de un número más dos
d) $3x+4y-6$	el triple de un número más el cuadrado de un número igualado a 6
e) $2x - 1/5 x$	el doble de un número $x - 1/5$ de este
f) $x+y=25$	la suma de 2 números igualada 25
g) $2x/5 = 15$	el doble de un número dividido 5 igualado a 15
h) $X^2$	un número $x$ elevado a la 2
i) $(x+y)^3$	la suma de 2 números elevado a la 3
j) $3(2x-3y)=4$	el triple de la diferencia de 2 números igualado a 4
k) $\sqrt{(x-3y)}$	la raíz de la diferencia de 2 números

Respuestas que dan cuenta de un nivel básico de algebrización

Figura 4: Ejemplo de soluciones dadas en segunda parte de la prueba diagnóstica.

El análisis de esta parte de la prueba diagnóstica, lleva a pensar en la creación de actividades que permita a los estudiantes una mejor comprensión del concepto de variable, de tal manera que cuando se vean expresiones algebraicas, las letras no se lean de manera literal y se entienda que son valores desconocidos que dependiendo de la situación pueden tomar un valor o infinitos.

- **Conversión de situaciones concretas expresadas en lenguaje natural al lenguaje simbólico.**

En esta parte se pretende que los estudiantes realicen la conversión de situaciones problema que involucran ecuaciones a la forma simbólica matemática. Frente a esta parte de la prueba, 19 estudiantes de 40 no la contestan o deciden realizar menos de la mitad de la prueba, esto se debe a que los estudiantes, como ellos mismos afirman, no tienen los conocimientos básicos para poder realizar lo estipulado en ella, y que por ende prefieren dejarla sin contestar antes que escribir errores.

Los estudiantes que deciden resolverla (21 en total) cumplen, en su mayoría, con uno de los requisitos para el proceso de conversión que se refiere a establecer las relaciones entre las variables, sin embargo no determinan qué representa cada una de las letras.

Paradójicamente en este aparte se tienen mejores desempeños que en el primer punto de la prueba diagnóstica, por lo que se puede verificar que una enseñanza desde el contexto tiene mayor sentido que una enseñanza en la que no se tienen en cuenta realidades circundantes de los estudiantes (ver figura 5). En otras palabras, cuando se pide realizar la representación de expresiones que se encuentran en lenguaje natural y que están aisladas del contexto los estudiantes alcanzan un nivel de algebrización cero (netamente aritmético), mientras que al pedirles que representen situaciones matemáticas concretas, se llega a observar un nivel de algebrización 1, en el que se hacen presente las primeras nociones del uso del álgebra.

3. Lee cada uno de los siguientes enunciados y realiza una representación simbólica de los mismos.	
a) Un hijo tiene 22 años menos que su padre.	$h = P - 22$
b) Repartir una caja de manzanas entre seis personas.	$C = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$
c) Antonio tiene 20 euros más que Juan.	$A = J + 20$
d) La edad de Juan es ocho veces la de Rafael.	$J = R + 8$
e) Considerando un rebaño de "x" ovejas: ✓ Número de patas del rebaño, ✓ Número de patas si se mueren 6 ovejas. ✓ Número de ovejas después de nacer 18 corderillos.	$P$ $P = 6$ $O + 18C$
f) Considerando que Ana tiene "x" euros: ✓ Enrique tiene 100 euros más que Ana ✓ Susana tiene el doble de Enrique. ✓ Charo tiene 400 euros menos que Susana	$E = A + 100$ $S = E$ $C = S - 400$
g) El peso de un recipiente que contiene tres bolsas de lentejas es 7kg	$1b + 2b + 3b = 7kg$
h) Tres cajas de clavos y 4 cajas de tornillos valen 4500	$3C + 4T = 4500$
i) La diferencia entre las edades de Juan y María es 46	$J/M = 46$
j) El doble del dinero de Yaneth más el triple de Alexandra equivale a 23'000.000	$2Y + 3A = 23'000.000$
k) La mitad de las monedas que tiene Isabela es el doble de los billetes que posee.	$1M + 2b$

Figura 5: Respuesta frente al tercer punto de la prueba diagnóstica.

Dado el análisis anterior, en el que se presentan las observaciones más significativas con respecto a los aspectos evaluados en la prueba diagnóstica, se concluye que los estudiantes del grado 9º1 tienen debilidades en el proceso de conversión de un sistema de representación en lenguaje verbal a un sistema de representación simbólico matemático, en la comprensión del concepto de variable y su aplicación en situaciones matemáticas y en la conversión del sistema de representación simbólico al sistema de representación verbal. Muestran además que un porcentaje alto de los estudiantes se encuentra en un nivel de algebrización cero, en el que se opera netamente con números (Godino, 2012). Por otra parte, se observa que los estudiantes de dicho grado tienen un poco de habilidad en el proceso de conversión de un sistema de representación a otro cuando se plantean situaciones reales desde el contexto llegando así a ubicarlos en un nivel de algebrización 1 (Godino, 2012).

### 3.2.2 Intervención Juego ERUDITO

Luego de realizar el análisis de los resultados de la prueba diagnóstica, se realiza el diseño del juego “Enigmaventura” en la plataforma que ofrece Erudito. Para ello se tienen en cuenta los principios básicos del aprendizaje significativo, la creación de una secuencia didáctica y el objetivo de la propuesta de intervención. Además de esto el juego, como herramienta metodológica de la didáctica de las matemáticas, permitió que los estudiantes asumieran de manera responsable y autónoma su proceso de aprendizaje con respecto a la representación simbólica matemática. El desarrollo de la secuencia se realizó mostrando los conceptos básicos y necesarios para ir avanzando de isla en isla, y de manera progresiva en su nivel de complejidad y profundización.

Con respecto al diseño metodológico se contempla el desarrollo del videojuego a partir de cuatro islas, tres de las cuales se enfocan en el proceso de conversión de sistemas de representación semióticos desde Duval (2006), en el desarrollo de los niveles del algebrización desde Godino (2012), los principios del aprendizaje significativo y de las secuencias didácticas.

En la tabla 8, se presenta un resumen de las islas creadas en el Videojuego “ERUDITO” y el porcentaje de aprobación (número de estudiantes que terminan completa y satisfactoriamente las actividades propuestas en cada isla) en cada una de ellas, teniendo claro que para aprobar se debía completar el 80% de las actividades.

Tabla 8: *Resumen de Islas de "Enigmanventura"*

<b>Nombre</b>	<b>Estudiantes que han aprobado (de 40 matriculados)</b>	<b>Conceptos</b>	<b>Acertijos</b>	<b>Materiales</b>
Clue-land	37 (92,5%)	4 en total	18	6

Mistery-land	33 (82,5%)	3 en total	15	6
Ecu-land	17 (42,5%)	3 en total	22	6

Porcentaje de aprobación, cantidad de materiales, acertijos y materiales de las islas del juego "Enigmanventura".

A continuación, se presenta el análisis de cada una de las islas para determinar así la incidencia de la estrategia en el porcentaje de aprobación:

- Isla Clue-Land:** tiene un porcentaje de aprobación del 92,5%, no la completan en su totalidad debido a que no aprueban el 80% de cada concepto, sin embargo todos los estudiantes realizan las actividades y adquieren los materiales que hacen parte de la isla. Se observa compromiso en la lectura de los materiales que son libros y en la revisión de los videos que hacen parte de los conceptos. Es la isla que todos los estudiantes recorrieron y cuyas actividades giraron en torno a la activación de los conocimientos previos con respecto a las palabras clave que se usan para representar situaciones aritméticas con sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.

Se realizan 18 acertijos agrupados en 4 conceptos. En la siguiente tabla se muestra el promedio de intentos y el porcentaje de aprobación de los estudiantes frente a la realización de los acertijos.

Tabla 9: Resumen de datos para la isla "Clue-land"

Concepto	Número de acertijos	Promedio de intentos para resolverlos	Porcentaje promedio de aprobación los acertijos
¿Naturales y enteros para qué?	4	3,7	98%
¿Racionales?	5	4	94,7%
¡Qué locura!			
Sumando y	4	3,3	97,5

---

restando voy			
representado			
¡Por, división,	5	3,5	90,1%
potencia y raíz!			
¿Y eso con qué			
se come?			

---

Promedio de aprobación de los acertijos de la isla Clue-land. Datos proporcionados por la plataforma del juego "Erudito"

Dado el porcentaje promedio de aprobación de los acertijos, que corresponde a 95,075%, y al desarrollo de las actividades propuestas durante las sesiones programadas, se observa que los estudiantes asimilan adecuadamente los conceptos desarrollados en la isla, mostrando así que el nivel de algebrización cero (Godino, 2012) está bien asimilado.

Durante el desarrollo de las actividades de la isla número uno, los estudiantes mostraron habilidad en:

- El reconocimiento de la necesidad de la creación de los conjuntos numéricos y de sus principales aplicaciones en el contexto.
- La identificación de aquellas palabras clave que permiten reconocer la operación básica requerida para resolver una situación problema aritmética.
- La representación simbólica de situaciones aritméticas a partir de situaciones verbales.
- La solución de los acertijos que presenta el juego en todas sus modalidades.

En esta primera isla, los estudiantes trabajan de manera colaborativa y las dudas se discuten de manera interna por el chat que proporciona el videojuego. Las inquietudes que no se resolvían por este medio se socializaban con la intervención del docente. Al finalizar se realiza la evaluación de la actividad, por medio de un dialogo directo con los estudiantes, llegando a la conclusión de que el trabajo fue productivo cumpliéndose así el objetivo de la isla.

- **Isla Mystery-land:** tiene un porcentaje de aprobación del 82,5%, el cual es menor con respecto a la isla uno, debido a que muchos de los estudiantes olvidan la realización de algún acertijo, no obtienen todos los materiales requeridos para alcanzar un porcentaje de aprobación mayor al 80% y por el aumento del grado de dificultad en las actividades. En su desarrollo se hace necesario la intervención constante del docente para solucionar las dudas y para realizar explicaciones esporádicas de los conceptos que allí se presentan. Además, se observa que los estudiantes no estaban realizando en el cuaderno los ejercicios propuestos en los materiales, por lo cual se decide llevarlos de manera impresa, es así como se logra identificar que los estudiantes asimilaban de manera adecuada los subsunores propuestos en la isla número uno y que se aproximan adecuadamente a un nivel de algebrización 1.

Se realizan 15 acertijos agrupados en tres conceptos. En la siguiente tabla se muestra el promedio de intentos y porcentaje de aprobación de los estudiantes frente a la realización de los acertijos.

Tabla 10: *Resumen de datos para la isla Mystery-land*

Concepto	Número de acertijos	Promedio de intentos para resolverlos	Porcentaje promedio de aprobación de los acertijos
¿Algebra?	5	5,34	87%
Sumando y restando los misterios voy simbolizando	5	2,7	92%
Operaciones básicas en acción para su	5	2,24	85,5%



---

### representación

---

Promedio de aprobación de los acertijos de la isla Mystery-land. Datos proporcionados por la plataforma del juego "Erudito"

Dado el porcentaje promedio de aprobación de los acertijos, que corresponde a 88,17%, y al desarrollo de las actividades propuestas durante las sesiones programadas, se observa que el nivel uno de algebrización se logra, y que el proceso de conversión de un sistema de representación verbal a un sistema de representación simbólico se comprende en los niveles básicos. Los estudiantes ya identifican las letras como variables y reconocen que cada una de ellas representa un valor o valores desconocidos.

De manera general, en el desarrollo de esta isla, los estudiantes mostraron habilidad en:

- El reconocimiento de la necesidad de la creación del álgebra para los procesos de generalización de las matemáticas.
- La utilización de las palabras clave de la isla "Clue-land" en situaciones diferentes a las aritméticas.
- Conversión del sistema de representación verbal al sistema de representación simbólico matemático en un nivel de algebrización uno

Con respecto a los acertijos, los estudiantes admitieron que los más complejos eran aquellos en los que se debe hacer agrupamiento, más por su ejecución desde el videojuego que por la solución de la situación planteada.

Al finalizar, se realiza la evaluación de la actividad, por medio de un dialogo directo con los estudiantes, en ella los educandos admiten que los recursos y sus ejercicios planteados fueron claros y sencillos y que el aumento de la complejidad les ha motivado a querer terminar el juego, tanto así que piden que quede habilitado para terminar la isla en casa.

- **Isla Ecu-land**

Tiene un porcentaje de aprobación del 42,5%, muy bajo con respecto a las dos islas anteriores. En la ejecución del juego se observa que los estudiantes realizan en forma adecuada los ejercicios propuestos en los materiales tipo libro. Se realizan explicaciones en forma general para solucionar las dudas y para fortalecer el proceso que se plantea en los recursos para la interpretación y simbolización de las situaciones problema que se plantean. En la socialización de los ejercicios se hace énfasis en el nombramiento de las variables para de esta manera identificar su significado en todo el proceso de solución de la situación. La isla no la aprueban en su totalidad debido a que no completan todos los acertijos, por lo cual no obtienen un porcentaje de aprobación en cada concepto mayor al 80%.

En esta isla se realizan se realizan 22 acertijos agrupados en tres conceptos. En la siguiente tabla se muestra el promedio de intentos y porcentaje de aprobación de los estudiantes frente a la realización de los acertijos.

Tabla 11: *Resumen de datos para la isla Ecu-land*

<b>Concepto</b>	<b>Número de acertijos</b>	<b>Promedio de intentos para resolverlos</b>	<b>Porcentaje promedio de aprobación de los acertijos.</b>
Ecu-ecu-ecuaciones!!!	4	5,6	87,5%
Ecuaciones lineales con una solo incógnita	8	2,9	77,5%
Ecuaciones lineales con dos incógnitas	10	2,57	68,25%

Promedio de aprobación de los acertijos de la isla Ecu-land. Datos proporcionados por la plataforma del juego "Erudito"

Dado el porcentaje promedio de aprobación de los acertijos, que corresponde a 77,75%, y al desarrollo de las actividades propuestas durante las sesiones programadas, se observa que los estudiantes han avanzado en los niveles de algebrización, llegando a superar el nivel cero y el uno, y logrando en general alcanzar el nivel dos, en el cual los estudiantes usan las variables como formas para representar las situaciones matemáticas.

De manera general, en el desarrollo de esta isla, los estudiantes mostraron habilidad en:

- El reconocimiento de la necesidad del nombramiento de las variables para la conversión de un sistema de representación a otro.
- La utilización de las palabras clave de la isla “Clue-land” en situaciones que requieren el uso de las ecuaciones lineales.
- La apropiación de los conceptos de la isla “Mistery-land”, para la representación matemática de situaciones problema.
- Conversión del sistema de representación verbal al sistema de representación simbólico matemático en un nivel de algebrización dos, en la mayoría de los estudiantes.
- Conversión del sistema de representación simbólico matemático al sistema de representación verbal.

Con respecto a los acertijos, los estudiantes admiten que el nivel de complejidad aumentó, pues debían leer cuidadosamente cada situación para no incurrir en errores al momento de simbolizar. Además de ello afirman que la verificación de los ejercicios por medio del trabajo colaborativo, les ayudó a comprender mejor los enunciados y a realizar correctamente los ejercicios.

Finalmente, teniendo en cuenta los análisis anteriores, en los que se presentan las observaciones más significativas con respecto a la intervención en cada isla, se puede concluir que los estudiantes, gracias a las actividades planteadas, pasan de un nivel de

algebrización cero a un nivel de algebrización dos (Godino, 2012), en los que se identifica una mejor comprensión de los enunciados y por ende un fortalecimiento del proceso de conversión de un sistema de representación semiótico a otro (Duval, 2006). Es de aclarar que lo anterior no se ve afectado por la disminución en el promedio de aprobación de los acertijos en el paso de una isla a otra (ver Figura 6), por lo cual se evidencia un trabajo adecuado por parte de los estudiantes en los que se hace uso de los conocimientos previos para la solución de las situaciones planteadas (aprendizaje significativo)

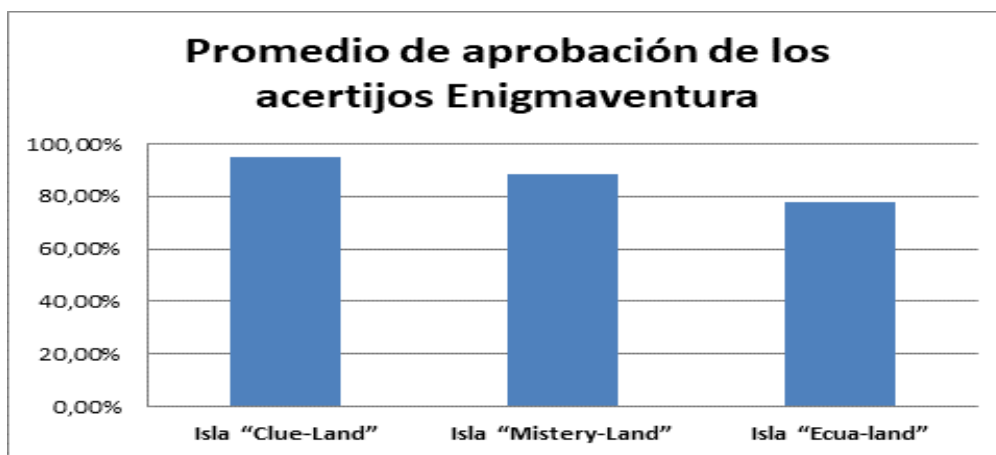


Figura 6: Promedio de aprobación de los acertijos por cada Isla

### 3.2.3 Post-prueba.

La post-prueba se aplicó luego de dar por terminada la intervención con el videojuego ERUDITO. En ella los estudiantes contestan un conjunto de situaciones divididas en cuatro secciones, y las cuáles están en concordancia con la prueba diagnóstica y con las actividades propuestas en la secuencia didáctica. A continuación, se realiza el análisis de las cuatro etapas de la post-prueba.

- Conversión del sistema de representación del lenguaje natural al sistema de representación simbólico matemático:** para esta parte los estudiantes en general realizan la representación adecuada de los enunciados. Se observa una mejor comprensión con respecto al proceso de conversión del sistema de representación verbal al sistema de representación simbólico matemático. Como resultados se tiene que, el 100% de los estudiantes responden este primer punto, de los cuales el 81,01% realizan una correcta representación de los enunciados, mostrando así un avance en el proceso de conversión presente desde las representaciones semióticas. Adicional se ve un avance en los niveles de algebrización, pues se logra identificar que estos estudiantes ya se encuentran en un nivel 1, desarrollado completamente, ya que relacionan la parte aritmética con las expresiones literales de manera adecuada. Lo anterior se puede verificar en la figura 7.

1. Representa en lenguaje matemático cada una de las siguientes expresiones.	
a) Un número	$x$
b) Las dos terceras partes de un número aumentado en cuatro	$\frac{2}{3}x + 4$
c) El cuadrado de la suma de dos números	$x + y^2$
d) La diferencia entre dos números	$x - y$
e) La mitad de un número aumentado las tres cuartas partes de otro	$\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y$
f) El cociente entre el doble de un número y cuádruple de otro.	$\frac{2x}{4y}$

Figura 7: solución realizada por una estudiante del grado 9<sup>o</sup>1 y que muestra la generalidad del grupo con respecto a la solución de esta pregunta

Además de esto se obtiene que el 18,9% de los estudiantes, se encuentran aún en un nivel de algebrización 0, tendientes a llegar a completar el nivel de algebrización 1, puesto que al representar las situaciones olvidan escribir las letras que representan las incógnitas y solo escriben las expresiones numéricas que hacen parte del enunciado, además de esto presentan dificultades en el proceso de conversión, ya que confunden expresiones que representan la multiplicación y las escriben en forma de división (Ver figura 8).

1. Representa en lenguaje matemático cada una de las siguientes expresiones.	
a) Un número	$x$
b) Las dos terceras partes de un número aumentado en cuatro	$\frac{2}{3} + 4$
c) El cuadrado de la suma de dos números	$(j+l)^2$
d) La diferencia entre dos números	$m - n$
e) La mitad de un número aumentado las tres cuartas partes de otro	$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$
f) El cociente entre el doble de un número y cuádruple de otro.	$\frac{1}{2} \times \div 4 \cdot v$

Figura 8: Ejemplo de la solución de un estudiante en el que se tiene un nivel de algebrización o tendiente a llegar al nivel 1.

Adicional a ello, se observa que los sub-sensores que se activan en la isla Clue-Land, del video juego “ERUDITO”, han sido asimilados de manera significativa, ya que los usan constantemente para poder comprender los enunciados y poderlos representar adecuadamente.

- Conversión del sistema de representación simbólico matemático al sistema de representación del lenguaje natural:** para esta parte de la prueba, el 100% de los estudiantes realizan la solución en forma adecuada, debido a que tienen en cuenta que las letras representan variables. No se presentan lecturas de manera textual de los enunciados, sino que hay una relación completa entre las variables y las operaciones. Se nota además que los estudiantes emplean más palabras clave para la representación de las mismas (el cociente, el producto, el doble, la mitad, entre otros), mostrando así que los pre-conceptos que se desarrollan en el juego son bien usados en el desarrollo posterior de la intervención. Se observa la correcta comprensión de expresiones que hacen referencia a la igualdad y la equivalencia.

Es importante resaltar que, aunque se ve el empleo de expresiones como “un número disminuido en otro”, esto no quiere decir que los estudiantes conocen a cabalidad lo que este objeto matemático significa, sino que hacen buen uso del lenguaje natural para

describirlo. En general, cuando se analiza el trabajo de los estudiantes y las preguntas que formulan, se observa que comprenden que las expresiones tienen el valor de un número, pero que no se conoce cuál es. (Ver figura 9)

2. De acuerdo con las siguientes expresiones algebraicas, escribir un enunciado que las represente	
a) $2(x-y)$	el doble de la diferencia de dos números
b) $X^2$	el cuadrado de un número
c) $2x - 1/5x$	el doble de un número disminuido la quinta parte del mismo
d) $3x+4y=6$	el triple de un número aumentado en su cuadruplo de otro es igual a seis
e) $(x+y)^3=125$	la suma de dos números al cubo equivale a ciento veinticinco
f) $\sqrt{x-3y} = 2x$	la raíz de la diferencia de un número y el triple de otro equivale al doble del primer número

Figura 9: Solución de una estudiante frente al punto 2 de representación.

- Conversión de situaciones concretas expresadas en lenguaje natural al lenguaje simbólico:** en esta parte de la prueba se realizan dos puntos. El primero enfatiza en las actividades que se presentan en la prueba diagnóstica y en la segunda parte se hace hincapié en la representación simbólica de situaciones que involucran SEL 2x2. En esta se tiene que el 91,89% de los estudiantes realizan la actividad de manera completa y correcta, logrando así alcanzar un nivel de algebrización 2, ya que establecen las relaciones entre las variables y representan los enunciados adecuadamente, lo que indica que logran adquirir un proceso de conversión adecuado entre representaciones semióticas como las verbales y las del lenguaje simbólico matemático. El 8,1% no la terminan por cuestiones de tiempo. En la Figura 10 se muestra un ejemplo que evidencia el nivel de algebrización alcanzado por los estudiantes que culminan la prueba.

d) La edad de Juan es ocho veces la de Rafael.	$J = 8R$ $J = \text{edad Juan}$ $R = \text{edad Rafael}$
e) Considerando un rebaño de "x" ovejas: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Número de patas del rebaño.</li> <li>✓ Número de patas si se mueren 6 ovejas.</li> <li>✓ Número de ovejas después de nacer 18 corderillos.</li> </ul>	$4x$ $4x - 24$ $x + 18$ <span style="float: right;">X = número de ovejas</span>
f) Considerando que Ana tiene "x" euros: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Enrique tiene 100 euros más que Ana</li> <li>✓ Susana tiene el doble de Enrique.</li> <li>✓ Charo tiene 400 euros menos que Susana</li> </ul>	$x + 100$ $2(x + 100)$ $2(x + 100) - 400$ <span style="float: right;">X = número de euros</span>
g) El doble del dinero de Yaneth más el triple de Alexandra equivale a 23'000.000	$2y + 3A = 23'000.000$
h) La mitad de las monedas que tiene Isabela es el doble de los billetes que posee.	$\frac{I}{2} = 2b$
4. Lee cada uno de los problemas y escribe el sistema de ecuaciones que permita realizar su solución.	
a) Hemos comprado 3 canicas de cristal y 2 de acero por 1,45€ y, ayer, 2 de cristal y 5 de acero por 1,7€. Determinar el precio de una canica de cristal y de una de acero.	$3C + 2A = 1,45$ $C = \text{\$ canicas Cristal}$ $2C + 5A = 1,7$ $A = \text{\$ canicas Acero}$

Figura 10: Ejemplo de solución de las situaciones que involucran SEL 2x2

Adicionalmente, los estudiantes cumplen con los niveles de conversión propuestos por Duval (2006), en los que en primera instancia se deben definir las variables que intervienen en las situaciones para luego representarlas según el contexto que planteen. En la figura 11 se puede observar el fortalecimiento del proceso de conversión desde las representaciones semióóticas y el alcance del nivel dos de algebrización por los estudiantes del grado 9<sup>o</sup>1.

4. Lee cada uno de los problemas y escribe el sistema de ecuaciones que permita realizar su solución.	
a) Hemos comprado 3 canicas de cristal y 2 de acero por 1,45€ y, ayer, 2 de cristal y 5 de acero por 1,7€. Determinar el precio de una canica de cristal y de una de acero.	$3C + 2A = 1,45$ $C = \text{\$ C. CRISTAL}$ $2C + 5A = 1,7$ $A = \text{\$ C. ACERO}$
b) Se tienen \$120.00 en 33 billetes de a \$5 y de a \$2. ¿Cuántos billetes son de \$5 y cuántos de \$2?	$x + y = 33$ $5x + 2y = 120$
c) Juan pagó \$50 por 3 cajas de taquetes y 5 cajas de clavos. Pedro compró 5 cajas de taquetes y 7 de clavos y tuvo que pagar \$74. ¿Cuál es el precio de cada caja de taquetes y de cada caja de clavos?	$3T + 5C = 50$ $T = \text{TAQUETES}$ $5T + 7C = 74$ $C = \text{CLAVOS}$
d) Enriqueta es costurera y quiere aprovechar una oferta de botones. El paquete de botones blancos cuesta \$15 y el de botones negros \$10. Si con \$180.00 compró en total 14 paquetes, ¿cuánto gastó en botones blancos?	$B + N = 14$ $B = \text{N. P. BLANCOS}$ $15B + 10N = 180$ $N = \text{N. P. NEGROS}$
e) Con dos camiones cuyas capacidades de carga son respectivamente de 3 y 4 toneladas, se hicieron en total 23 viajes para transportar 80 toneladas de madera. ¿Cuántos viajes realizó cada camión?	$3C + 4P = 80$ $C = \text{VIAJES N}^{\circ} 1$ $C + P = 23$ $P = \text{VIAJES N}^{\circ} 2$
f) El costo de las entradas a una función de títeres es de \$30 para los adultos y \$20 para los niños. Si el sábado pasado asistieron 248 personas y se recaudaron \$5930, ¿cuántos adultos y cuántos niños asistieron a la función el sábado?	$3A + 2N = 248$ $A = \text{ADULTOS}$ $A + 298 = 5930$ $N = \text{NIÑOS}$

Figura 11: Ejemplo de solución del punto 4 de la post-prueba



Dado el análisis anterior, en el que se presentan las observaciones más significativas con respecto a los aspectos evaluados en la post-prueba, se determina que el 91,89% de los estudiantes del grado 9º1, luego de la intervención de la secuencia didáctica, han fortalecido los procesos de representación simbólica matemática en el marco de las representaciones semióticas. Se observa adicionalmente, que se logra un proceso de aprendizaje significativo en el que se evidencia el uso de sub-sensores proporcionados en la secuencia didáctica por medio del videojuego digital “Erudito” para realizar de manera adecuada las representaciones pedidas. Finalmente, se identifica a la luz del análisis que los estudiantes pasan de estar en un nivel de algebrización cero (representación de situaciones desde lo aritmético) a un nivel de algebrización dos (uso de las variables en contexto y reconocimiento de su significado).

### **3.2.4 Análisis de la estrategia didáctica desde la mediación de las TIC con “Erudito”**

La intervención realizada con el video juego digital “Enigmaventura” desde la plataforma “Erudito”, permitió identificar aspectos que, desde la metodología aplicada en las matemáticas, dan pie para confirmar los planteamientos del MEN (1999) frente al uso de las TIC en el aula de clase de matemáticas. A continuación, se presentan las principales reflexiones hechas en el momento de la intervención teniendo como base la motivación de los estudiantes (impacto e interés), el uso del recurso tecnológico (operatividad, conectividad) y los tiempos dedicados en su aplicación. Es importante aclarar, que al finalizar cada una de las sesiones se realiza la evaluación de la actividad a manera de conversatorio y se enfatiza en la percepción de los estudiantes frente al desarrollo del videojuego.

Con respecto a los elementos gráficos del videojuego digital en “Erudito”, los estudiantes en general expresan que los diseños de los avatares, de los personajes, de los espacios y de las islas son dinámicos, divertidos, diferentes y llamativos, por lo cual desarrollan las actividades con mayor interés. Además, expresan que la posibilidad de

chatear entre los personajes para ayudarse mutuamente en la solución de los acertijos hace que tengan una mayor seguridad en el uso de la plataforma y en la comprensión de los contenidos que se desean fortalecer. Desde allí se comprueba que la aplicación del este tipo de videojuegos permite una mayor interacción entre pares para la consecución de un fin común, el fortalecimiento en la comprensión de contenidos (en este caso particular matemáticos), el desarrollo del pensamiento lógico y el acercamiento a un aprendizaje significativo.

Además, se observa que el tiempo promedio logueado, es decir, el tiempo de navegación en el videojuego, es de 9.3 horas (valor que se obtiene del portal del Erudito). Este dato concierne al cálculo de la unión del tiempo dedicado tanto en clase como en casa, del cual se tiene que aproximadamente se dedican 6 horas de clase en la ejecución del videojuego en la Institución Educativa y que el resto del tiempo lo usan los estudiantes en la solución del juego desde cada uno de sus hogares. Lo anterior, permite identificar que los educandos muestran interés y motivación en la metodología aplicada, por lo cual se comprueban los planteamientos del MEN (1999), en los que expresa que la aplicación de las TIC en el currículo de matemáticas hace que los estudiantes se acerquen de forma dinámica a esta área del saber, que dejen a un lado los prejuicios y reconozcan que el aprendizaje de las matemáticas puede ser algo divertido y aplicativo.

Por otra parte, se tiene la operatividad y la conexión a Internet. Desde la operatividad los estudiantes expresan que el juego es sencillo de controlar, que los acertijos son, en general, fáciles de comprender y de aplicar y solo se observa dificultad en la solución del acertijo que tiene que ver con agrupamiento de expresiones algebraicas en la isla "Mystery-Land". La dificultad radica en que, si se genera una equivocación en el intermedio, o al finalizar el reto, éste queda de inmediato como no alcanzado, por lo cual deben realizar nuevamente el acertijo, esto conlleva a que los estudiantes dediquen un tiempo adicional en este aparte y se genera por lo tanto un atraso en el juego, en consecuencia queda como compromiso el terminarlo en casa. Desde la conexión a Internet se observa que al realizarla por WIFI no se genera una operatividad eficiente, ya

que son 40 portátiles al tiempo usando la red institucional, por lo tanto se hace la recomendación que este tipo de actividades se realice en la medida de lo posible utilizando una red de Internet que sea alámbrica.

Para terminar, dadas las observaciones descritas anteriormente, se determina que el uso de las TIC en el aula de clase, contribuyen al mejoramiento de las prácticas de aula, a la interacción docente alumno, en el desarrollo de habilidades lógicas, en el mejoramiento de las habilidades comunicativas y, en consecuencia, éstas se convierten en recursos potencialmente significativos para la enseñanza.



## 4. Capítulo: Conclusiones y recomendaciones

### 4.1 Conclusiones

Al término del diseño, implementación y análisis de la estrategia didáctica propuesta, se concluye lo siguiente:

- El desarrollo de la prueba diagnóstica, basada en los procesos de conversión de un sistema de representación verbal a un sistema de representación simbólica matemática y viceversa, muestra que los estudiantes del grado 9<sup>o</sup>1 tienen debilidades en dichos procesos ubicándose así en un nivel de algebrización cero (Godino, 2012), en el que no identifican las relaciones entre las variables, no establecen contextos propicios para expresiones algebraicas dadas, realizan representaciones únicamente desde lo aritmético y no usan los sub-sensores pertinentes para completar las actividades.
- Para el diseño de la secuencia didáctica, fue fundamental tener en cuenta los planteamientos presentes en el marco referencial, ya que son ellos los insumos que sustentan el orden, la pertinencia de los contenidos y las condiciones que se van a tener en cuenta para lograr el fortalecimiento del proceso de representación simbólica matemática. Desde el aprendizaje significativo se tuvieron en cuenta los principios identificando, al mismo tiempo, los sub-sensores necesarios para lograr una mejor asimilación de los contenidos. El diseño tuvo en cuenta además los niveles de algebrización planteados por Godino (2012), por lo cual se crean los ejercicios de tal manera que adquieran de a poco cada uno de los niveles y en forma secuencial. Finalmente, se hace necesario tener en cuenta los procesos de conversión de un sistema de representación semiótico a otro para que de esta manera los estudiantes fortalezcan la simbolización matemática

- La intervención del video juego permite evidenciar que la creación de estrategias en las que se usan las TIC, generan mayor motivación en los estudiantes, esto se puede evidenciar en el tiempo que se dedicó a la realización de las actividades (correspondiente a un tiempo estimado de dos horas por 5 sesiones de clase y a dos horas dedicadas por cada estudiante extra clase) y a comentarios realizados por algunos de ellos, en los que expresan que el videojuego es interesante, dinámico, creativo y que tiene múltiples opciones que permiten lograr los acertijos y los objetivos propuestos. Lo anterior se puede comprobar con el porcentaje de aprobación de cada una de las islas mostradas en el capítulo III correspondiente al análisis de la intervención.
- Observando los resultados obtenidos en la post-prueba, se tiene que el entorno virtual de la experiencia con el juego permite el fortalecimiento del proceso de representación simbólica matemática, abriendo la oportunidad de mejorar los procesos de comprensión de enunciados de situaciones concretas a partir de la interacción con los otros, con los recursos que allí se presentan y con los acertijos que se plantean.
- Desde el aprendizaje significativo, a partir planteamiento de Ausubel, se determina que la competencia se logra fortalecer debido a que desde la aplicación de la isla Clue-land del videojuego hay una activación de sub-sensores que hacen parte de la comprensión del proceso de conversión de un enunciado a una expresión algebraica, además porque se cumplen los procesos de la diferenciación progresiva, la reconciliación integradora, la organización secuencial (presente también en la teoría de las secuencias didácticas) y la consolidación que se presenta en la aplicación de la post-prueba.
- Observando lo referente a la competencia comunicativa desde las representaciones semióticas, la aplicación del video juego permite un avance en

el proceso de conversión entre diferentes sistemas de representación, logrando así que los estudiantes pasen de un nivel básico aritmético, a un nivel en el que se usan adecuadamente los procesos de representación de ecuaciones (determinación de la variable y escritura de la expresión algebraica), además de ello y en concordancia se observa cómo la mayoría de los estudiantes avanzan de un nivel de algebrización cero (0) a un nivel de algebrización (2).

- Teniendo en cuenta los referentes relacionados con el juego, se establece que la aplicación de un juego que sea correcto para la comprensión o fortalecimiento de un concepto matemático es fundamental, la elección del video juego “ERUDITO” en este caso fue adecuado, ya que la realización de los acertijos, la creación del avatar y los materiales proporcionados a los estudiantes lograron potenciar en ellos el desarrollo de la competencia comunicativa. El Video juego resultó ser motivante, ya que muchos de los estudiantes realizaban las actividades en casa y practicaban los ejercicios de los recursos (libros) para poder llegar a clase a participar activamente de la socialización y para poder realizar los acertijos en el menor número de intentos.
- Se logra diseñar una estrategia que, dado el análisis de resultados, permite evidenciar que ésta contribuye al fortalecimiento del proceso de representación simbólica matemática en el contenido específico de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2.

## 4.2 Recomendaciones

- Realizar las actividades del videojuego con una conexión diferente al WI-FI, ya que se presentaron constantes quejas con respecto a la velocidad del juego y a la interacción con los acertijos.

- Crear un número mayor de islas que articule el proceso de representación simbólica matemática con el proceso de solución y validación de las situaciones problema.
- Tener en cuenta los procesos de algebrización planteados por Godino (2012) y crear actividades que logren en los estudiantes alcanzar el último nivel descrito por este autor (Nivel 3)



## Anexos.

### A. Prueba Diagnóstica

<p><b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA MANUEL URIBE ÀNGEL</b></p>  <p>Resolución 16727 de Diciembre 20 de 2010</p>	 <p><b>UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOM</b></p>	<p><b>GRADO: Noveno</b> <b>Fecha: ___/10/2017</b> <b>Tiempo estimado: una hora de clase</b></p>
<p><b>Maestría en Enseñanza de las ciencias exactas y naturales.</b></p>	<p><b>Prueba diagnóstica</b></p>	<p><b>DOCENTE: Alexandra Alzate C.</b></p>

**OBJETIVO:**

Determinar las fortalezas y debilidades que tienen los estudiantes frente a la transformación del lenguaje verbal al simbólico matemático y viceversa.

1. Representa en lenguaje algebraico (utilizando números y letras) cada una de las siguientes expresiones.

Lenguaje verbal	Expresión algebraica.
-----------------	-----------------------

<b>a)</b> Un número	
<b>b)</b> El doble de un número	
<b>c)</b> Las dos terceras partes de un número aumentado en cuatro	
<b>d)</b> El doble de un número menos su cuarta parte	
<b>e)</b> La cuarta parte de un número más su siguiente	
<b>f)</b> Un número impar	
<b>g)</b> Un múltiplo de 7	
<b>h)</b> Dos números enteros consecutivos	
<b>i)</b> El cuadrado de la suma de dos números	
<b>j)</b> La diferencia entre dos números	
<b>k)</b> El cociente entre dos números diferentes	

2. De acuerdo con las siguientes expresiones algebraicas, escribir un enunciado que las represente

Expresión algebraica	Lenguaje verbal
a) $x \cdot y$	
b) $2(x-y)$	
c) $3x+2$	
d) $3x+4y=6$	
e) $2x - 1/5 x$	
f) $x+y=25$	
g) $2x/5 = 15$	
h) $X^2$	
i) $(x+y)^3$	
j) $3(2x-3y)=4$	



k) $\sqrt{(x - 3y)}$	
----------------------	--

3. Lee cada uno de los siguientes enunciados y realiza una representación simbólica de los mismos.

a) Un hijo tiene 22 años menos que su padre.	
b) Repartir una caja de manzanas entre seis personas.	
c) Antonio tiene 20 euros más que Juan.	
d) La edad de Juan es ocho veces la de Rafael.	
e) Considerando un rebaño de "x" ovejas: ✓ Número de patas del rebaño. ✓ Número de patas si se mueren 6 ovejas. ✓ Número de ovejas después de nacer 18 corderillos.	_____ _____ _____
f) Considerando que Ana tiene "x" euros: ✓ Enrique tiene 100 euros más que Ana ✓ Susana tiene el doble de Enrique. ✓ Charo tiene 400 euros menos que Susana	_____ _____ _____
g) El peso de un recipiente que contiene tres bolsas de lentejas es 7kg	
h) Tres cajas de clavos y 4 cajas de tornillos valen 4500	
i) La diferencia entre las edades de Juan y María es 46	
j) El doble del dinero de Yaneth más el triple de Alexandra equivale a 23`000.000	
k) La mitad de las monedas que tiene Isabela es el doble de los billetes que posee.	



## B. Post-test

<p><b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA</b>  <b>MANUEL URIBE ÀNGEL</b>          Resolución 16727 de Diciembre          20 de 2010</p> 	 <p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA</p>	<p><b>GRADO: Noveno</b>  <b>Fecha: 13/11/2017</b>  <b>Tiempo estimado: dos horas de clase</b></p>
<p><b>Maestría en Enseñanza de las ciencias exactas y naturales.</b></p>	<p><b>Prueba final (post-test)</b></p>	<p><b>DOCENTE:</b>  <b>Alexandra Alzate C.</b></p>

### OBJETIVO:

Identificar fortalezas y debilidades frente a la transformación del lenguaje verbal al simbólico matemático y viceversa, luego de aplicar la estrategia didáctica basada en una secuencia creada con el juego “Erudito”

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**4.** Representa en lenguaje matemático cada una de las siguientes expresiones.

l) Un número	
m) Las dos terceras partes de un número aumentado en cuatro	
n) El cuadrado de la suma de dos números	
o) La diferencia entre dos números	
p) La mitad de un numero aumentado las tres cuartas partes de otro	
q) El cociente entre el doble de un número y cuádruple de otro.	

5. De acuerdo con las siguientes expresiones algebraicas, escribir un enunciado que las represente

l) $2(x-y)$	
m) $X^2$	
n) $2x - 1/5 x$	
o) $3x+4y=6$	
p) $(x+y)^3=125$	
q) $\sqrt{(x-3y)} = 2x$	

6. Lee cada uno de los siguientes enunciados y realiza una representación simbólica de los mismos.

<b>l)</b> Un hijo tiene 22 años menos que su padre.	
<b>m)</b> Repartir una caja de manzanas entre seis personas.	
<b>n)</b> Antonio tiene 20 euros más que Juan.	
<b>o)</b> La edad de Juan es ocho veces la de Rafael.	
<b>p)</b> Considerando un rebaño de "x" ovejas: ✓ Número de patas del rebaño. ✓ Número de patas si se mueren 6 ovejas. ✓ Número de ovejas después de nacer 18 corderillos.	 <hr/> <hr/> <hr/>
<b>q)</b> Considerando que Ana tiene "x" euros: ✓ Enrique tiene 100 euros más que Ana ✓ Susana tiene el doble de Enrique. ✓ Charo tiene 400 euros menos que Susana	 <hr/> <hr/> <hr/>
<b>r)</b> El doble del dinero de Yaneth más el triple de Alexandra equivale a 23`000.000	
<b>s)</b> La mitad de las monedas que tiene Isabela es el doble de los billetes que posee.	

7. Lee cada uno de los problemas y escribe el sistema de ecuaciones que permita realizar su solución.

<p><b>a)</b> Hemos comprado 3 canicas de cristal y 2 de acero por 1,45€ y, ayer, 2 de cristal y 5 de acero por 1,7€. Determinar el precio de una canica de cristal y de una de acero.</p>	
<p><b>b)</b> Se tienen \$120.00 en 33 billetes de a \$5 y de a \$2. ¿Cuántos billetes son de \$5 y cuántos de \$2?</p>	
<p><b>c)</b> Juan pagó \$50 por 3 cajas de taquetes y 5 cajas de clavos. Pedro compró 5 cajas de taquetes y 7 de clavos y tuvo que pagar \$74. ¿Cuál es el precio de cada caja de taquetes y de cada caja de clavos?</p>	
<p><b>d)</b> Enriqueta es costurera y quiere aprovechar una oferta de botones. El paquete de botones blancos cuesta \$15 y el de botones negros \$10. Si con \$180.00 compró en total 14 paquetes, ¿cuánto gastó en botones blancos?</p>	
<p><b>e)</b> Con dos camiones cuyas capacidades de carga son respectivamente de 3 y 4 toneladas, se hicieron en total 23 viajes para transportar 80 toneladas de madera. ¿Cuántos viajes realizó cada camión?</p>	
<p><b>f)</b> El costo de las entradas a una función de títeres es de \$30 para los adultos y \$20 para los niños. Si el sábado pasado asistieron 248 personas y se recaudaron \$5930, ¿cuántos adultos y cuántos niños asistieron a la función el sábado?</p>	





## Referencias

- Agudelo, D. (2015). *La modelación matemática a través de las TIC para la enseñanza de la solución de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas en el grado noveno, un estudio de caso*. (Tesis de Maestría) Universidad Nacional: Medellín, Colombia.
- Aristizábal, Z. H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12(1), 117-125.
- Bausela Herrera, E. (2002). *La docencia a través de la investigación-acción*. Recuperado el 2017, de Revista Iberoamericana de Educación: [https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/45393698/Bausela-4.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1516243153&Signature=Wtxco2CGtsdnLFnNAVPGV2PcDDY%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DLA\\_DOCENCIA\\_A\\_TRAVES\\_DE\\_LA\\_INVESTIGA](https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/45393698/Bausela-4.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1516243153&Signature=Wtxco2CGtsdnLFnNAVPGV2PcDDY%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DLA_DOCENCIA_A_TRAVES_DE_LA_INVESTIGA)
- Coll, C. (2008). Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades. *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza*, 72, 17-40.
- (1991). *Constitución Política de Colombia*. Bogotá: Legis.
- Díaz Barriga, Á. (2013). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica*. Recuperado el 2017, de <http://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci>
- Díaz Monsalve, A. E., & Quiroz Posada, R. E. (2005). *Educación, instrucción y desarrollo*. Medellín: Imprenta Universidad de Antioquia.

- Domínguez Cuenca, Á. (2005). *Comprensión de la noción de variable algebraica por estudiantes universitarios*. Recuperado el 2017, de [https://www.researchgate.net/profile/Angeles\\_Dominguez/publication/238682514\\_COMPRENSION\\_DE\\_LA\\_NOCION\\_DE\\_VARIABLE\\_ALGEBRAICA\\_POR\\_ESTUDIANTES\\_UNIVERSITARIOS/links/544836ae0cf22b3c14e30a9b/COMPRESION-DE-LA-NOCION-DE-VARIABLE-ALGEBRAICA-POR-ESTUDIANTES-UNIV](https://www.researchgate.net/profile/Angeles_Dominguez/publication/238682514_COMPRENSION_DE_LA_NOCION_DE_VARIABLE_ALGEBRAICA_POR_ESTUDIANTES_UNIVERSITARIOS/links/544836ae0cf22b3c14e30a9b/COMPRESION-DE-LA-NOCION-DE-VARIABLE-ALGEBRAICA-POR-ESTUDIANTES-UNIV)
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación Matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta des RSME*, 143-168.
- Figueroa Vera, R. E. (2013). *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas*. (Tesis de Maestría) Pontificia Universidad Católica del Perú: Lima, Perú.
- Florez, W. (2012). *Diseño e implementación de una estrategia para la comprensión, análisis y solución de sistemas de ecuaciones lineales mediante las nuevas tecnologías: estudio de caso aplicado en el CLEI 4 de la I. E. Campoamor*. (Tesis de Maestría) Universidad Nacional: Medellín, Colombia.
- Frasca, G. (2001). *Videogames of the Oppressed: videogames as a Means for Critical Thinking and Debate*. Georgia: Institute of Technology.
- Galagovsky, L., & Cittidani, P. (2008). Enseñanza de las ecuaciones lineales en contexto. *Enseñanza de las ciencias*, 359-374.
- Giraldo, B. (2013). *Aproximación a una experiencia de aprendizaje de resolución de problemas con la aplicación de la solución de ecuaciones*. (Tesis de Maestría) Universidad Nacional: Medellín, Colombia.
- Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2012). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros.

- Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 32(1), 199-219.
- Gros Salvat, B. (2009). Certezas e interrogantes acerca del uso de los videojuegos para el aprendizaje. *Revista Internacional de Comunicación Audiovisual , Publicidad y Literatura*, 1(7), 251-264.
- Gros Salvat, B. (2014). Análisis de las prestaciones de los juegos digitales para la docencia universitaria. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado*, 28(1).
- Guerra, A. (2012). *Propuesta para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales*. (Tesis de Maestría) Universidad Nacional: Bogotá, Colombia.
- Guerra, F. (2013). *Las situaciones problema mediadoras de aprendizajes significativos de la ecuación lineal*. (Tesis de Maestría) Universidad Nacional: Medellín, Colombia.
- Jiménez, M., Jimenez, M., & Jimenez, M. (2014). Estrategia Didáctica para desarrollar la competencia "Comunicativa y Representación" en matemáticas. *Escenarios*, 17-33.
- Martín Vilchez, C. (2015). *El juego como recurso didáctico en el aula de matemáticas*. Recuperado el 2017, de [http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/40502/1/MARTIN\\_VILCHEZ\\_CECILIA.pdf](http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/40502/1/MARTIN_VILCHEZ_CECILIA.pdf)
- MEN. (1994). *Ley General de educación*. Recuperado el 2017, de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculadres de Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Editorial Delfin Ltda.
- MEN. (1999). *Nuevas tecnologías y currículo de Matemáticas*. Bogotá: Cooperativa editorial Magisterio.

- MEN. (2006). *Estándares básicos de Competencias en Matemáticas*. Recuperado el 2017, de Ministerio de Educación Nacional: <http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles->
- MEN. (2006). *Matrices de referencia*. Recuperado el 2017, de [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712\\_matriz\\_m.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf)
- MEN. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Recuperado el 2017, de [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446\\_genera\\_dba.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf)
- Moreira, M. A. (1997). Aprendizaje significativo: un concepto subyacente. *Actas del Encuentro Internacional sobre* (págs. 19-44). España: Burgos.
- Moreira, M. A. (2000). Aprendizaje significativo crítico. *III Encuentro Internacional sobre*, (págs. 33-45). Lisboa.
- Mosquera, W. (2014). *Diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando el método "Flipped Classroom" o aula invertida. Estudio de caso en el grado noveno de la I. E. Guadalupe del municipio de Medellín*. (Tesis de Maestría) Universidad Nacional: Medellín, Colombia.
- Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 39, 19-33.
- Nieto, O. (2013). *Unidad de enseñanza potencialmente significativa sobre formulación y solución de ecuaciones lineales con base en situaciones problema para grado noveno: estudio de caso en la institución educativa mariscal robleado de la ciudad de Medellín*. (Tesis de Maestría) Universidad Nacional: Medellín, Colombia.

- 
- Patiño Porras, O. Y. (2015). *El juego un recurso educativo en el aprendizaje de las matemáticas*. Recuperado el 2017, de [http://virtual.uptc.edu.co/memorias/index.php/mate\\_estadistica/mate\\_estadistica/paper/viewFile/816/807](http://virtual.uptc.edu.co/memorias/index.php/mate_estadistica/mate_estadistica/paper/viewFile/816/807)
- Ramírez, A. (2009). *La competencia de comunicación en el desarrollo de competencias matemáticas en secundaria*. (Tesis de Maestría): Barcelona.
- Tirapegui de Cerviño, C. (2004). *Juego y matemática escolar*. Recuperado el 2017, de <http://funes.uniandes.edu.co/6371/1/TirapeguiJuegoAlme2004.pdf>
- Vásquez, Y. (2001). Educación basada en competencias. *Educación: revista de educación nueva época*, 16, 1-29.
- Villabrille, B. (2005). El juego en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Premisa*, 7(24), 16-22.
- Villarreal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Innovación y Experiencias*, 73-94.
- Yepez, E. Y. (2016). *Estrategias didácticas basadas en la wiki, para el fortalecimiento de competencias en matemáticas de los estudiantes del grado décimo de la I.E. Manuel Uribe Ángel de Medellín*. (Tesis de Maestría) Universidad de Santander: Medellín, Colombia.