



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Dispositivo completamente de fibra óptica basado en fibra de cristal fotónico con electrodos integrados e infiltrada selectivamente con cristales líquidos

Yamile Cardona Maya

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Escuela de Física
Medellín, Colombia

2013

Dispositivo completamente de fibra óptica basado en fibra de cristal fotónico con electrodos integrados e infiltrada selectivamente con cristales líquidos

Yamile Cardona Maya

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Ciencias – Física

Director:

Ph.D., Pedro Ignacio Torres Trujillo

Líneas de Investigación:

Dispositivos fotónicos completamente a fibra óptica

Grupo de Investigación:

Grupo de Fotónica & Optoelectrónica

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Escuela de Física
Medellín, Colombia

2013

A mi esposo César y mi familia

Agradecimientos

Gracias a todos los que de muchas maneras apoyaron la realización de esta tesis. A mi familia y esposo. A mi tutor Pedro Torres, y compañeros de laboratorio: Catalina Hurtado, Natalia Múnera, Maria Julia Nieto, Nelson Gómez, el profesor Rodrigo Acuña y Carlos Rodríguez. A mis amigos Marisela Salinas y Alex Lopera.

Gracias a las entidades que apoyaron con sus recursos económicos: a la Universidad Nacional, a Colciencias y a la fundación para la promoción de la investigación y la tecnología.

Resumen

Indudablemente, la transformación del mundo en los últimos años se debe a las tecnologías de la información y la telecomunicación (TIC). Toda la información se transmite a través de redes de comunicaciones basadas, principalmente, en tecnologías fotónicas; y cada vez se hace más necesario buscar nuevas formas de satisfacer las necesidades de capacidad y fiabilidad de la transmisión de la información. Es por esta necesidad que surge la motivación de trabajar en tecnologías completamente a fibra óptica, aptas para ser usadas en distintas aplicaciones en telecomunicaciones. Esta tesis de maestría aborda el diseño de un dispositivo multifuncional completamente a fibra óptica basada en fibras de cristal fotónico con electrodos integrados e infiltrada selectivamente con cristales líquidos (LCPCF). Los resultados muestran que la LCPCF diseñada sirve como acoplador óptico direccional y como filtro óptico, componentes fundamentales en sistemas de comunicaciones por fibra óptica y que ahora se pueden tener en un mismo dispositivo. El punto significativo de la tesis es el desarrollo de una herramienta computacional robusta que acopla la multi-física de la electrostática, la termo/electro-óptica de los cristales líquidos y la fotónica de la propagación de la luz en guías de onda dieléctricas anisotrópicas.

Palabras clave: Fibra de cristal fotónico, Cristal líquido, Multifuncionalidad

Abstract

Undoubtedly, the transformation of the world in recent years is due to information technology and telecommunications. All information is transmitted through communication networks based primarily on photonic technologies ; and it is becoming more necessary to find new ways to meet the needs of capacity and reliability of the transmission of information. It is for this need that arises motivation to work in a completely fiber optic technologies, suitable to be used in different applications in telecommunications. This master thesis deals with the design of an all-fiber Multifunctional Device Based On Selectively Liquid-Crystal-Infiltrated Photonic Crystal Fiber. The results show that the design serves as a directional optical coupler optical filter, fundamental device in communication systems and fiber optic components, and now they can be in one device. The significant point of the thesis is to develop a robust computational tool that couples the multiphysics of electrostatic, thermo / electro - optics and liquid crystals photonics propagation of light in anisotropic dielectric waveguides.

Keywords: Photonic Crystal Fiber, Liquid Crystal, Multifunctionality.

Contenido

	Pág.
Resumen.....	IX
Lista de figuras	XIII
Lista de tablas.....	XVII
Lista de Símbolos y abreviaturas.....	XVIII
1. Introducción	1
2. Estado del arte de las fibras de Cristal Fotónico con infiltraciones y fundamentos de los cristales líquidos	11
2.1 Infiltraciones de diferentes materiales en los agujeros de las PCF	11
2.1.1 Fibras de cristal fotónico con electrodos internos	21
2.2 Cristales Líquidos (LC).....	23
2.2.1 Propiedades ópticas y birrefringencia	25
2.2.2 Efecto de la temperatura en los LC	26
2.2.3 Propiedades elásticas.....	29
2.2.4 Propiedades eléctricas y efecto electroóptico.....	30
2.3 <i>Liquid Crystal Photonic Crystal Fiber (LCPCF)</i> - Estado del arte y antecedentes.....	33
3. Fundamento Teórico.....	39
3.1 Teoría electromagnética de la luz	39
3.2 Método de Elementos Finitos FEM	43
3.3 Análisis Supermodal.....	57
3.3.1 Guías de onda de tres núcleos.....	63
3.4 Método de Euler-Lagrange	66
4. Diseño del dispositivo y resultados	71
4.1 Sintonización con temperatura	74
4.1.1 Discretización de la geometría.....	75
4.1.2 Funcionamiento como acoplador óptico direccional	77
4.1.3 Funcionamiento como filtro óptico	81
4.2 Sintonización con Campo eléctrico.....	85
4.2.1 Geometría y discretización.....	89
4.2.2 Campo electrostático y distribución de los vectores directores de los LC	91
4.2.4 Modo de operación como acoplador óptico direccional	99
4.2.5 Modo de operación como filtro óptico	103
4.2.6 Funcionamiento con ambas funcionalidades.....	106

5. Conclusiones y perspectivas	109
Bibliografía	113

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1-1 Fibra óptica convencional	2
Figura 1-2 Fibra de cristal fotónico (PCF)	3
Figura 1-3 Variedad de fibras de cristal fotónico [17].....	4
Figura 1-4 Fotografías SEM. a) PCF con guiado de luz por medio de TIR, b) PCF con guiado de la luz por medio de band gap. NKT Photonics®.	5
Figura 1-5 Esquema del procedimiento de fabricación “ <i>stack and draw</i> ” de fibras de cristal fotónico [20]	6
Figura 1-6 Proceso de fabricación “Stack and draw” en la Universidad de Bath [13].....	7
Figura 1-7 a) Preforma de una PCF con agujeros de diferentes tamaños. OFS® (Optical Fiber Solutions), b) Esquema de una PCF Helicoidal fabricada por [21].....	7
Figura 2-1 a) Estructura e imágenes SEM de una PCF con núcleo hueco [30], b) Procedimiento de infiltración selectiva. [30]	12
Figura 2-2 PCF con el núcleo tapado con NOA73 [31].....	13
Figura 2-3 Proceso de infiltración selectiva por medio de un grabado de SU-8. [34]	14
Figura 2-4 PCF con los agujeros del primer anillo sin bloquear. [34].....	15
Figura 2-5 a) Curado uno a uno de los agujeros con un haz enfocado de un láser en femtosegundos, b) Ejemplo de una estructura con agujeros bloqueados. [36].....	15
Figura 2-6 a) Infiltración selectiva por medio de una punta adelgazada de borosilicato, un microscopio y un posicionador XYZ, b) Ejemplos de configuraciones logradas por este mecanismo de infiltración [37].	16
Figura 2-7 a) Diagrama esquemático para la infiltración de media estructura, b) Imagen SEM de la PCF sin infiltración, c) Imagen SEM de la PCF con la infiltración, d) Imágenes tomadas con microscopio del perfil de la PCF durante el proceso. [41].....	17
Figura 2-8 Infiltración selectiva para obtener arreglos fotónicos unidimensionales. a) Montaje experimental, b) Imágenes del proceso hasta obtener finalmente el arreglo unidimensional [42].	18
Figura 2-9 Imágenes SEM de la PCF. a) Sin descarga, b) Con una descarga de corriente de 14.5 mA, durante 0.3 s, a un offset de 50 um. [44]	18
Figura 2-10 Infiltración selectiva por medio del bloqueo de los agujeros del revestimiento de la PCF. [45]	19
Figura 2-11 Técnica de infiltración selectiva por pasos. 1) Empalme y “clivaje”, 2) Perforación del agujero, 3) Infiltración.....	19
Figura 2-12 Diagrama esquemático para la infiltración selectiva usando esferas. a) posicionamiento de las microesferas, b) deposición de la capa de polímero y exposición a radiación UV, c) Extracción de las microesferas, d) infiltración por capilaridad. [48]	20

Figura 2-13	a) Fotografía de fibra con macro-huecos [50], b) Fotografía de fibra con macro-huecos infiltrados con material conductor [49].	21
Figura 2-14	a) Proceso de infiltración con aleaciones metálicas, b,c) electrodos insertados por diferentes mecanismos.	22
Figura 2-15	PCF con electrodos internos [59].	23
Figura 2-16	Forma de los LC. Calamíticos, a) estructura química, c) modelo estructural, e) modelo físico. Discóticos, b) estructura química, c) modelo estructural, f) modelo físico.	24
Figura 2-17	Ordenamiento de las moléculas de LC según su fase, a) fase isotrópica, b) fase nemática, c) fase esméctica. Tomado de [67]	25
Figura 2-18	Ondas incidentes ordinaria y extraordinaria en una molécula de LC. [68].	26
Figura 2-19	Diferentes fases en los cristales líquidos al incrementar la temperatura. Tomado de [2]	27
Figura 2-20	Modos de distorsión en cristales líquidos: Extensión, torsión y flexión. Tomado de [71].	30
Figura 2-21	Alineación de las moléculas de LC, a) con $\Delta\epsilon$ positivo, b) con $\Delta\epsilon$ negativo, c) Componentes transversales del campo eléctrico externo	31
Figura 2-22	Dependencia de la anisotropía con la frecuencia. a) <i>phenylbenzoates</i> [72], b) MDA-00-3969 de Merck® del tipo <i>dual-frequency</i> [70]	33
Figura 2-23	Diferentes estructuras de dispositivos fotónicos basados con LC. a) planares, b) Cristales fotónicos, c) guías de onda, d) nanoestructuras plasmónicas.	34
Figura 2-24	a) LCPCF funcionando como una PBG, b) PCF con infiltraciones selectivas de LC.	35
Figura 2-25	Filtro óptico propuesto por Saitoh y colaboradores [96].	36
Figura 3-1	Elemento curvilíneo usado en [114].	44
Figura 3-2	Geometría del problema [115].	45
Figura 3-3	Elemento triangular [115].	46
Figura 3-4	Elementos de borde [115].	51
Figura 3-5	Geometría de una PCF doble núcleo	61
Figura 3-6	Modos par e impar encontrados para la PCF mostrada en la Figura 3-5.	61
Figura 3-7	Longitud de acoplamiento en función de Λ . Tomado de [114].	62
Figura 3-8	Supermodos encontrados en la PCF mostrada en la Figura 3-5. a) Modo par, polarización x , b) Modo impar, polarización x , c) Modo par, polarización y , b) Modo impar, polarización y .	63
Figura 3-9	Supermodos A, B y C que pueden guiarse en guías de onda de tres núcleos monomodo.	64
Figura 3-10	Esquema de una guía de onda óptica de tres núcleos: a) longitud de acoplamiento cuando los tres modos son excitados; b) existe una porción de la potencia que no se acopla al núcleo lateral opuesto.	65
Figura 3-11	Ángulos θ y ϕ que determinan la posición de las moléculas de cristal líquido.	67
Figura 4-1	Esquema inicial del dispositivo.	72
Figura 4-2	Estructura de la PCF diseñada.	73
Figura 4-3	Discretización de la geometría	76
Figura 4-4	LCPCF con infiltraciones en los agujeros 2 y 4 para su funcionamiento como acoplador	77

Figura 4-5	Dispersión de los modos de propagación fundamental en el núcleo central 3 y los agujeros 2 y 4 llenos de LC (extremos) a dos temperaturas diferentes para luz con polarización horizontal.	78
Figura 4-6	Supermodos A, B y C del acoplador óptico direccional a 55°C y a una longitud de onda de 1.435 μm .	79
Figura 4-7	Eficiencia de la transferencia de la potencia óptica entre los dos núcleos de LC a 55°C.	80
Figura 4-8	Longitud de acoplamiento de la polarización horizontal en función de la longitud de onda para una temperatura de 55°C.	80
Figura 4-9	LCPCF con infiltraciones en los agujeros 1 y 5 para su funcionamiento como filtro.	82
Figura 4-10	Cambio del índice de refracción con respecto a la longitud de onda del núcleo sólido (central), y los agujeros de LC (extremos) a tres temperaturas diferentes para el filtro óptico.	83
Figura 4-11	Supermodos A, B y C del acoplador óptico direccional a 30°C y a una longitud de onda de 1.492 μm .	83
Figura 4-12	Eficiencia de la transferencia de la potencia entre los dos núcleos de LC a 30°C.	84
Figura 4-13	Longitud de acoplamiento para el funcionamiento como filtro a tres diferentes temperaturas.	85
Figura 4-14	Esquema del modelamiento computacional.	86
Figura 4-15	Capilar infiltrado con LC entre una diferencia de potencial	88
Figura 4-16	Comparación del método de iteración en [131] con el método usado en esta tesis	89
Figura 4-17	Diseño del dispositivo con infiltraciones de cristal líquido y electrodos integrados	90
Figura 4-18	Discretización de la geometría.	91
Figura 4-19	Distribución del campo eléctrico en toda la estructura. a) \vec{E}_x , b) \vec{E}_y , c) $ \vec{E} $	92
Figura 4-20	Distribución de campo eléctrico en el agujero 1 con LC de la estructura. a) \vec{E}_x , b) \vec{E}_y	93
Figura 4-21	Distribución del ángulo de inclinación θ de las moléculas de LC a diferentes voltajes.	94
Figura 4-22	Distribución del ángulo ϕ de las moléculas de LC para 200 V.	94
Figura 4-23	Ángulo θ para varios valores de voltaje.	95
Figura 4-24	Elementos ϵ_{xx} , ϵ_{yy} y ϵ_{xy} del tensor de permitividad en el agujero 1 a diferentes voltajes	96
Figura 4-25	Índice de refracción efectivo de los agujeros 1 y 5 en función del voltaje para ambas polarizaciones a $\lambda=1550$ nm.	97
Figura 4-26	Estructura con electrodos externos a la fibra.	98
Figura 4-27	Comparación energética según la ubicación de los electrodos.	99
Figura 4-28	LCPCF con infiltraciones en los agujeros 2 y 4 para su funcionamiento como acoplador.	100

Figura 4-29 Dispersión de los modos de propagación fundamental en el núcleo central 3 y los agujeros 2 y 4 llenos de LC (extremos) a dos voltajes diferentes para luz con polarización horizontal. 101

Figura 4-30 Eficiencia de la transferencia de la potencia óptica entre los dos núcleos de LC a 55°C. 102

Figura 4-31 Longitud de acoplamiento de la polarización horizontal en función de la longitud de onda para una temperatura de 55°C..... 103

Figura 4-32 LCPCF con infiltraciones en los agujeros 1 y 5 para su funcionamiento como filtro sintonizable eléctricamente. 104

Figura 4-33 Dispersión del núcleo sólido (central), y los agujeros de LC (extremos) a tres voltajes diferentes para el filtro óptico. 105

Figura 4-34 Eficiencia de la transferencia de la potencia entre los dos núcleos de LC diferentes voltajes. 105

Figura 4-35 Potencia normalizada para ambas funcionalidades, filtro óptico a la izquierda y acoplador óptico direccional a la derecha..... 107

Figura 5-1 Redes de Bragg controladas eléctricamente..... 110

Figura 5-2 PCF con núcleo hueco infiltrado con LC 111

Figura 5-3 Esquema de un demultiplexador 111

Figura 5-4 Guías de onda transversales 112

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 2-1 Índices de refracción ordinarios medidos a diferentes temperaturas del cristal líquido MLC-6884 de Merck®. [67].....	28
Tabla 2-2 Índices de refracción extraordinarios medidos a diferentes temperaturas del cristal líquido MLC-6884 de Merck®. [67].....	29
Tabla 2-3 Referencias del estado del arte y antecedentes de los dispositivos basados en la tecnología LCPCF.....	37
Tabla 4-1 Coeficientes para la Ecuación de Sellmeier del sílice puro.	74
Tabla 4-2 Coeficientes de Cauchy para el MLC-6884 de Merck®.....	75
Tabla 4-3 Parámetros del enmallado.....	76
Tabla 4-4 Propiedades usadas en la simulación de los materiales involucrados en el dispositivo diseñado.	87
Tabla 4-5 Parámetros del enmallado.....	90

Lista de Símbolos y abreviaturas

Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad	Definición
B	Densidad de flujo magnético	T	
c	Velocidad de la luz en el vacío	m/s	3×10^8 m/s
D	Densidad de flujo eléctrico	C/m ²	
d	Diámetro	um	
E	Campo eléctrico	V/m	
H	Campo magnético	A/m	
K	Constante elástica	N	
L_c	Longitud de acoplamiento	m	
n	Índice de refracción	1	
P	Potencia óptica	W	
T	Temperatura	°C	
V	Parámetro V	1	$V = \frac{2\pi\rho}{\lambda} \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2}$

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
β	Constante de propagación	Rad/m	
ε	Permitividad	1	

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
θ	Ángulo de inclinación	°	Figura 3-11
A	Constante de red	m	
λ	Longitud de onda	m	
μ	Permeabilidad		
ρ	Radio del núcleo	m	
φ	Ángulo de inclinación	°	Figura 3-11
ω	Frecuencia angular	rad/s	

Subíndices

Subíndice	Término
A	Correspondient al modo A
B	Correspondient al modo B
C	Correspondient al modo C
<i>c</i>	Crítico
<i>co</i>	Núcleo (<i>Core</i>)
<i>cl</i>	Revestimiento (<i>Cladding</i>)
<i>e</i>	Extraordinario
<i>eff</i>	Efectivo
<i>IN</i>	Entrada
<i>o</i>	Ordinario
<i>OUT</i>	Salida
<i>r</i>	Relativo
<i>t</i>	Transversal

Superíndices

Superíndice Término

n	Exponente, potencia
---	---------------------

Abreviaturas**Abreviatura Término**

<i>IR</i>	Infrarrojo
-----------	------------

<i>LC</i>	Cristal Líquido (<i>Liquid Crystal</i>)
-----------	---

<i>MOF</i>	Fibras Micro-estructuradas (<i>Microstructured Optic Fiber</i>)
------------	---

<i>PBG</i>	<i>Photonic Bandgap</i>
------------	-------------------------

<i>PCF</i>	Fibra de Cristal Fotónico (<i>Photonic Crystal Fiber</i>)
------------	---

<i>TIR</i>	Reflexión Total Interna (<i>Total internal reflection</i>)
------------	--

<i>TIC</i>	Tecnología de la Información y la comunicación
------------	--

<i>UV</i>	Ultravioleta
-----------	--------------

1. Introducción

La precipitada transformación del mundo en los últimos años es atribuida, sin duda alguna, a las tecnologías de la información y la telecomunicación (TIC). Toda la información se transmite a través de redes de comunicaciones basadas, principalmente, en tecnologías fotónicas; y cada vez se hace más necesario buscar nuevas formas de satisfacer las necesidades de capacidad y fiabilidad de la transmisión de la información. Es por esta necesidad que surge la motivación de trabajar en un dispositivo completamente a fibra óptica, sintonizable y multifuncional, apto para ser usado en variadas aplicaciones en telecomunicaciones.

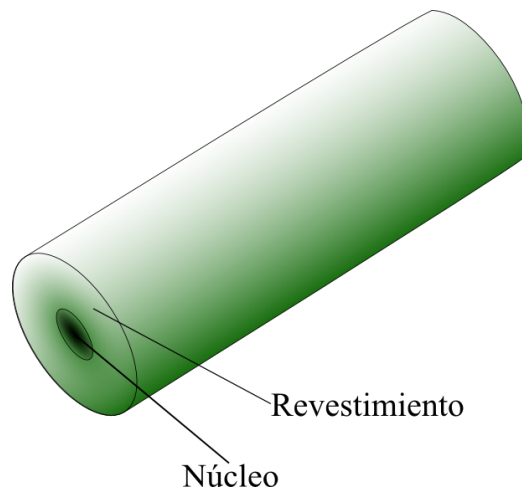
Junto con el desarrollo de dispositivos basados en fibras ópticas convencionales ha crecido el interés en trabajar con las llamadas fibras ópticas especiales que, por sus características, permiten incorporar múltiples funciones [1, 2]. Entre las fibras especiales se destacan las fibras de cristal fotónico (PCF por sus siglas en inglés), también llamadas fibras micro-estructuradas (MOF por sus siglas en inglés) o, simplemente, fibras con micro huecos [3]; las fibras multinúcleos [4, 5] y; las fibras con electrodos internos [6-8]. El interés en trabajar con las PCF para el desarrollo de dispositivos se debe a la posibilidad de incorporar diferentes materiales en los agujeros que van paralelos al núcleo de estas fibras. En la literatura mundial se encuentran reportes de aplicaciones usando las PCF, ya sea introduciendo gases, líquidos o aleaciones metálicas en los agujeros [9].

Los cristales líquidos (LC por sus siglas en inglés), por otro lado, son de gran interés en diferentes áreas por sus incontables usos que van desde dispositivos electrónicos, pantallas, memorias ópticas, debido a su impresionante capacidad de almacenar información y sensores ultrasensibles debido a su capacidad de formar diferentes fases [10]. En esta tesis se combinan ambas tecnologías, fibras especiales y cristales líquidos, estudiando el comportamiento de la luz al infiltrar selectivamente con LC algunos de los agujeros de la micro-estructura de una PCF con electrodos integrados aprovechando las propiedades electro-ópticas y termo-ópticas de los LC.

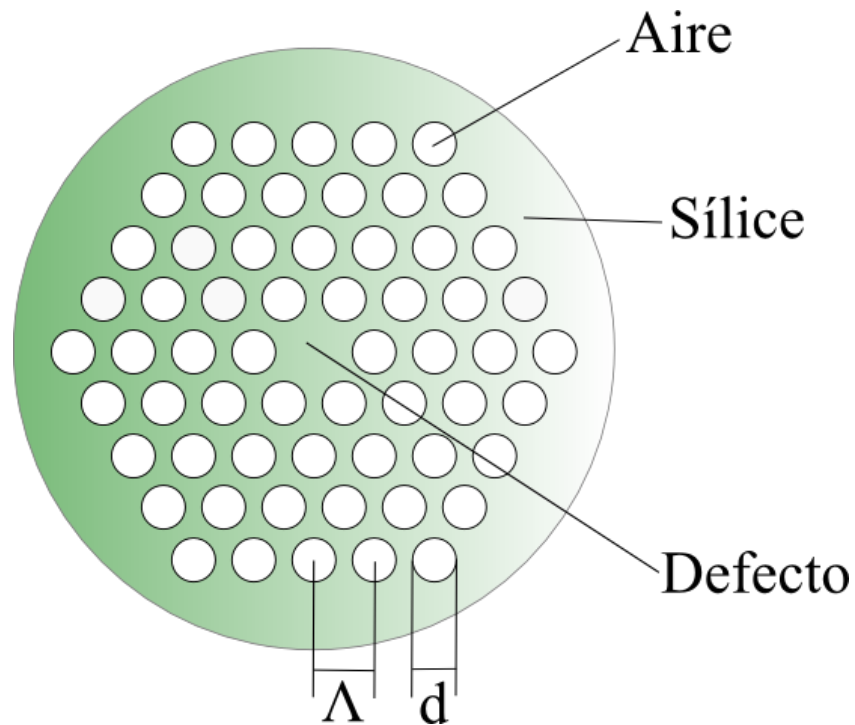
Vale señalar que la fibra óptica ha sido el pilar de las tecnologías de la comunicación y la información desde que fue desarrollada en los años 70. Sus múltiples ventajas sobre los tradicionales cables de cobre la han convertido, rápidamente, en el medio favorito para transmitir información; y han sido esas mismas ventajas las que han llevado a la fibra óptica a servir en otras aplicaciones como sensores y fuentes de luz especiales.

Las fibras ópticas convencionales son fabricadas de sílice pura y están constituidas por un núcleo y un revestimiento, ver Figura 1-1. El núcleo tiene un índice de refracción levemente diferente al del revestimiento debido a un dopaje que tradicionalmente es de Berilio, Germanio o Fósforo [11]. Este dopaje, que en la mayoría de casos aumenta el índice de refracción del núcleo, es necesario para que ocurra el efecto de reflexión total interna (TIR por sus siglas en inglés) y la luz quede confinada en el núcleo de la fibra.

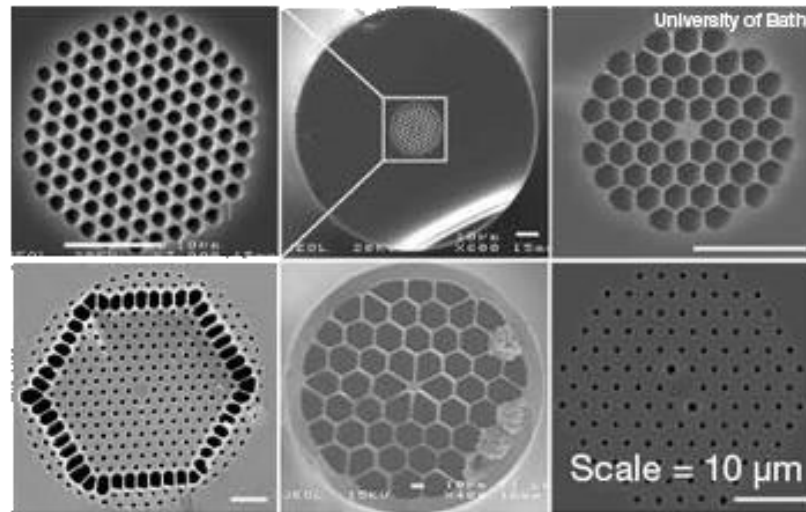
Figura 1-1 Fibra óptica convencional



Una PCF es una fibra con una distribución periódica o cuasi-periódica de agujeros de aire que se extienden a lo largo de toda su longitud. Como se muestra en la Figura 1-2, las propiedades del guiado de la luz en las PCF se caracterizan por la distribución de los agujeros, el diámetro de los agujeros d y el paso entre los agujeros Λ ; además, la existencia de un defecto en la estructura regular permite la localización transversal de la luz, permitiendo el guiado axial de la luz. Después de casi 20 años de este descubrimiento [12], las PCF se utilizan en varias aplicaciones como amplificadores ópticos [13, 14], en transmisión de datos [13], escáneres ópticos, dispositivos láser [13], múltiples sensores [13, 15, 16] y fuentes de luz especiales (láseres y supercontinuos) [14].

Figura 1-2 Fibra de cristal fotónico (PCF)

Una de las principales características de las PCF es que pueden tener geometrías variadas, se pueden fabricar y pos-procesar con diversos materiales, incluyendo sílice puro, vidrios dopados y polímeros; infiltrar sus micro-huecos con líquidos, metales, semiconductores, otros materiales vítreos y diferentes gases [13]. Todas estas posibilidades permiten fabricar y diseñar estructuras fotónicas con propiedades de propagación de la luz definidas de acuerdo con las necesidades (Ver Figura 1-3). Las PCF satisfacen las demandas del mercado global, las cuales se basan, básicamente, en dispositivos relativamente pequeños, bajo peso y bajo consumo de energía. Es tal el auge de las PCF que se pronostica que en poco tiempo las fibras convencionales serán obsoletas [13].

Figura 1-3 Variedad de fibras de cristal fotónico [17].

Existen dos tipos de PCF principales: las que operan por el principio del TIR y las que operan con el efecto de bandas prohibidas fotónicas PBG. Cada uno de estos tipos puede ser dividido en subtipos, los cuales dependen de la estructura y las propiedades.

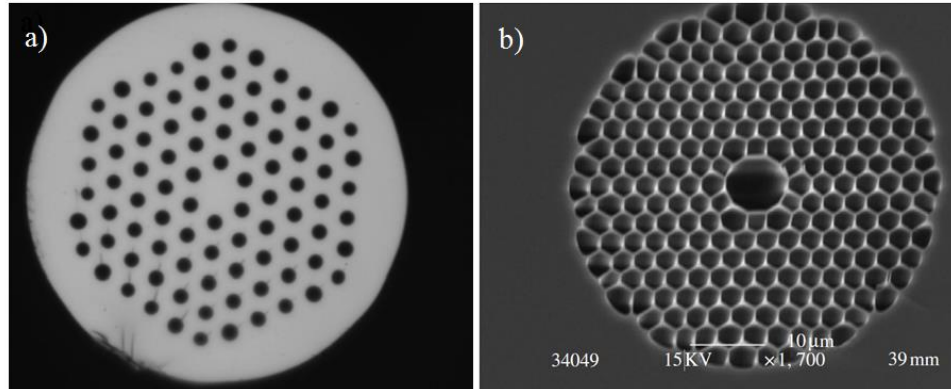
Las PCF que tienen un defecto sólido en su estructura (Ver Figura 1-4a), guían la luz por el principio del TIR, dado que el núcleo, en promedio, tiene un índice de refracción que es mayor al de la estructura agujerada de la fibra. De esta manera, se logra confinar la luz en el núcleo sólido, efecto similar al ocurrido en una fibra óptica convencional.

Las PCF que operan por PBG guían la luz por medio del efecto “*bandgap*”, en el cual la luz se propaga en la región central (defecto) de índice de refracción menor al promedio del revestimiento (Ver Figura 1-4b); así, sólo ciertas longitudes de onda son permitidas en el defecto, por lo que este tipo de fibras sólo pueden guiar modos en ciertas ventanas de transmisión determinadas por el defecto y la red periódica que lo rodea. Una de las ventajas más importantes de las fibras por PBG frente a las fibras por TIR, incluido las fibras convencionales, es que las pérdidas debidas a la dispersión del material se ven disminuidas, por lo que se puede usar en aplicaciones de alta potencia óptica [18, 19].

Existen diferencias importantes entre las PCF y las fibras convencionales. La diferencia más importante radica en que las PCF no requieren de un dopaje para guiar la luz, lo que las hace más resistentes a la temperatura y a algunos compuestos químicos [2]. Otra diferencia destacable es que

el índice de refracción del revestimiento de las PCF es fuertemente dependiente de la longitud de onda, mientras que en las fibras convencionales no ocurre este fenómeno.

Figura 1-4 Fotografías SEM. a) PCF con guiado de luz por medio de TIR, b) PCF con guiado de la luz por medio de band gap. NKT Photonics®.



En una fibra convencional con un núcleo de radio ρ e índices de refracción n_{co} y n_{cl} para el núcleo y el revestimiento, respectivamente, el número de modos guiados está determinado por el parámetro V :

$$V = \frac{2\pi\rho}{\lambda} \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2} \quad (1.1)$$

donde λ es la longitud de onda en el vacío. Si el valor del parámetro V es menor a 2.405, la fibra es monomodo; con ello, a longitudes de onda cortas, las fibras convencionales son multimodo debido a que V aumenta a medida que λ disminuye. Para las PCF, el índice de refracción del revestimiento puede ser entendido como el índice de refracción promedio en el revestimiento ponderado por la distribución de la intensidad de la luz [2]; entonces, a longitudes de onda cortas, el campo se confina más en las regiones de la matriz de sílice y evade los agujeros, por lo que el índice de refracción del revestimiento aumenta. De esta manera, la diferencia entre los índices de refracción del núcleo y el revestimiento decrece a medida que decrece la longitud de onda λ y contrarresta el efecto debido a λ en el denominador de la ecuación (1.1). Esta característica permite la operación monomodo desde longitudes de onda en el ultravioleta (UV), hasta longitudes de onda en el infrarrojo (IR). Entre otras propiedades importantes, vale destacar que las PCF son más resistentes a la flexión y poseen propiedades únicas de dispersión que las fibras convencionales no poseen [2].

Uno de los métodos más comunes para fabricar las PCF es por la técnica “*Stack and draw*” (Ver Figura 1-5 y Figura 1-6), que consiste en apilar una serie de barras sólidas y capilares formando la estructura deseada; esta estructura se introduce en un tubo de sílice pura y se calienta hasta su consolidación para conformar lo que se conoce como “preforma” la cual, inicialmente, tiene un diámetro de aproximadamente 10 mm. Posteriormente, la preforma se calienta a una temperatura cercana a los 2000 °C y se va adelgazando a pasos hasta obtener el diámetro requerido (usualmente 125 μm). Finalmente, se enrolla y se almacena.

Este procedimiento es bastante versátil y facilita la fabricación de geometrías complejas con zonas sólidas, zonas con micro-huecos y zonas sólidas dopadas (Ver Figura 1-7a,b).

Figura 1-5 Esquema del procedimiento de fabricación “*stack and draw*” de fibras de cristal fotónico [20]

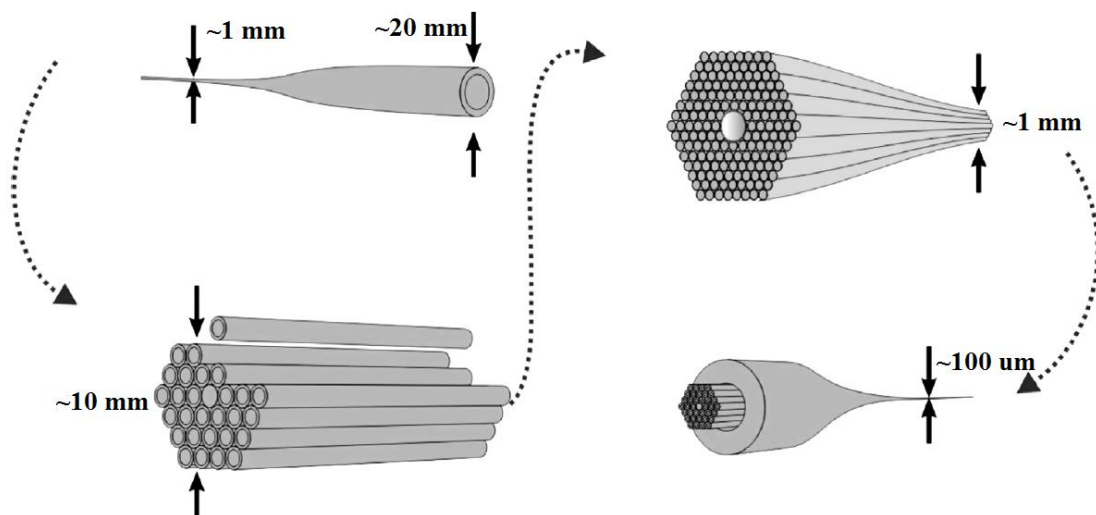


Figura 1-6 Proceso de fabricación “Stack and draw” en la Universidad de Bath [13].

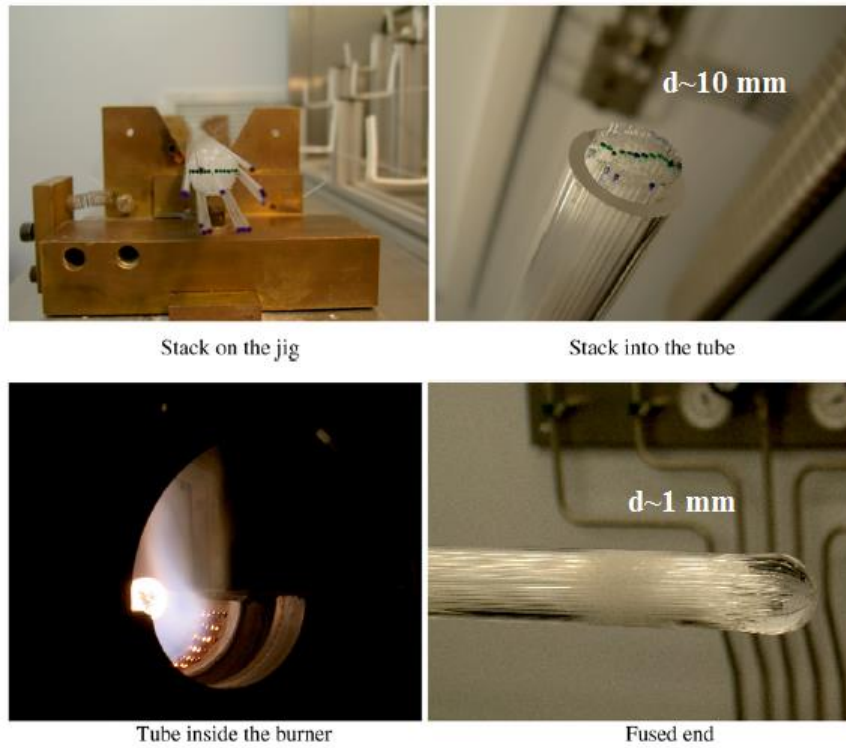
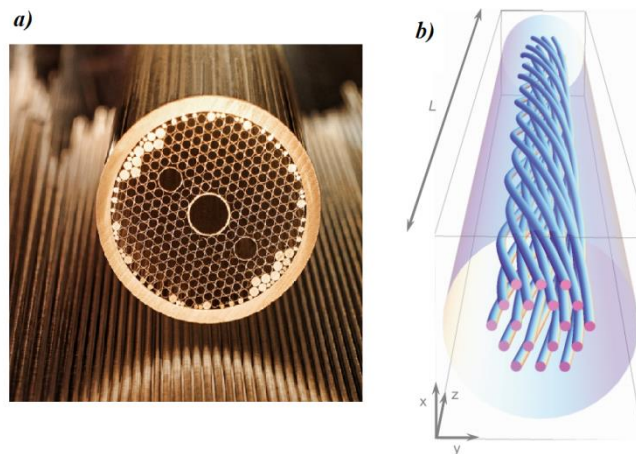


Figura 1-7 a) Preforma de una PCF con agujeros de diferentes tamaños. OFS[®] (Optical Fiber Solutions), b) Esquema de una PCF Helicoidal fabricada por [21].



Esta tesis es una primera apuesta por una mayor integración y funcionalidad en esta tecnología. Se propone un nuevo tipo de PCF con dos electrodos integrados en su estructura, para la cual, adicionalmente, se considera infiltrar selectivamente algunos de los agujeros de esta fibra especial con LC que, por ser un tipo especial de agregación, tienen propiedades de las fases líquida y sólida de la materia, entre otras, su índice de refracción depende de la temperatura y de campos eléctricos externos. Estas características son las que se quieren explorar para desarrollar un dispositivo completamente a fibra óptica.

El dispositivo diseñado en esta tesis no tiene antecedentes a nivel mundial, pues lo que se busca al infiltrar alguno(s) de (los) agujero(s) de la PCF con LC es generar una fibra multi-núcleo de tal manera que la luz puede pasar de un núcleo a otro o, en términos más precisos, la energía de la señal óptica se acopla de una región del guía de onda a otra. El control del acoplamiento será efectivo mientras se controle el comportamiento del LC con temperatura y campo eléctrico. La generación del campo eléctrico se hará por medio de los electrodos de la fibra, que estarán a una diferencia de potencial eléctrico (voltaje) sintonizable. Es claro, entonces, que se está apostando a una mayor integración en esta tecnología: los electrodos están incorporados en la fibra, se incluye el problema de modos acoplados cuando se infiltra selectivamente con LC la micro-estructura de la fibra y se induce el control del dispositivo mediante efecto termo/electro-óptico.

Para ello, fue necesario desarrollar un esquema de análisis que acopla la multi-física de la electroestática, termo/electro-óptica y la fotónica de la propagación de la luz en guías de onda dieléctrica. Por la naturaleza completamente inhomogénea del problema entre manos, se requiere solucionar la ecuación de onda vectorial para poder entender la física que hay detrás de esta fibra óptica activa. Es claro, entonces, que el abordaje no puede ser otro que el numérico, en la que fue fundamental, como se mostrará más adelante, trabajar con versiones avanzadas del método de elementos finitos [22, 23].

La metodología desarrollada para alcanzar el objetivo general de estudiar la viabilidad de un dispositivo completamente a fibra óptica basado en fibra de cristal fotónico con electrodos integrados e infiltrada selectivamente con cristales líquidos consistió en cuatro etapas básicas. La primera etapa consistió en estudiar la teoría de la propagación de la luz en las PCF y el modelo físico de los cristales líquidos para establecer, fundamentalmente, cómo es el valor del índice de refracción de estos materiales bajo los efectos tanto del campo eléctrico como térmicos. La

segunda etapa consistió en estudiar la teoría de modos acoplados y filtros ópticos para comprender como se comporta la luz dentro de la fibra microestructurada cuando se encuentre con más de un núcleo (Infiltraciones de LC). La tercera etapa consistió en el desarrollo del esquema de análisis completamente anisótropo con el método de los elementos finitos vectorial, el cual permite acoplar el problema de la electrostática inducida por el voltaje aplicado a los electrodos internos de la PCF, la termo/electro-óptica de los LC infiltrados en los micro-huecos y la fotónica de la propagación de la luz en una fibra multi-núcleo. Por último, y como agregado para futuras investigaciones, se estudiaron posibles mecanismos de infiltración selectiva de los micro-huecos de las PCF como parte del estudio de viabilidad del dispositivo.

En concordancia con esta metodología, esta tesis tiene la siguiente estructura. El capítulo 2 es una revisión sobre la infiltración e incorporación de diferentes materiales en la micro-estructura de las PCF; de esta manera, conocer el estado de arte en esta materia alrededor del mundo permite sopesar el aporte alcanzado en esta tesis. Adicionalmente, en este capítulo se encuentra una introducción a la teoría de los cristales líquidos y su comportamiento frente a cambios de temperatura y campos eléctricos externos.

El capítulo 3 muestra el fundamento teórico que sirvió de base para resolver el problema de la multifísica presentado en esta tesis. Comienza con la teoría electromagnética de la luz y el método de elementos finitos enfocado a solucionar el problema de una guía de onda inhomogénea, tal como lo es la estructura que se propone en esta tesis. Luego de ello, sigue la descripción de la propagación de la luz en guías de onda multi-núcleo por el método de los supermodos, método por el cual se calcula la eficiencia de la potencia óptica transmitida en el dispositivo. Finalmente, se muestra el método de Euler-Lagrange, que es el método elegido para resolver las ecuaciones fundamentales que rige la física de los LC bajo el efecto de un campo eléctrico.

El capítulo 4 muestra el diseño y desempeño de un dispositivo multifuncional completamente a fibra óptica, resultado destacado de esta tesis de maestría. Inicialmente, se muestra la estructura de la PCF diseñada y se señalan los parámetros más relevantes. Luego, como una primera fase, se muestra su funcionamiento como acoplador óptico direccional y como filtro óptico sintonizables, aprovechando la sensibilidad de los LC a la temperatura. Seguidamente, se aplica el método detallado en el capítulo anterior para resolver la multifísica cuando los electrodos internos de la PCF se conectan a una fuente de voltaje con la PCF bajo condiciones ambientales normales ($T \sim 25^\circ\text{C}$); para ello, se muestra, en términos prácticos, la ventaja de tener los electrodos internos

en la matriz de la PCF y se obtienen los resultados de la eficiencia de la potencia transmitida para explicar su funcionamiento como filtro óptico y como acoplador óptico direccional sintonizables. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto la integración alcanzada y dejan en firme el concepto de las fibras ópticas multifuncionales.

Finalmente, el capítulo 5 muestra las conclusiones y las perspectivas de esta tesis de maestría.

2. Estado del arte de las fibras de Cristal Fotónico con infiltraciones y fundamentos de los cristales líquidos

2.1 Infiltraciones de diferentes materiales en los agujeros de las PCF

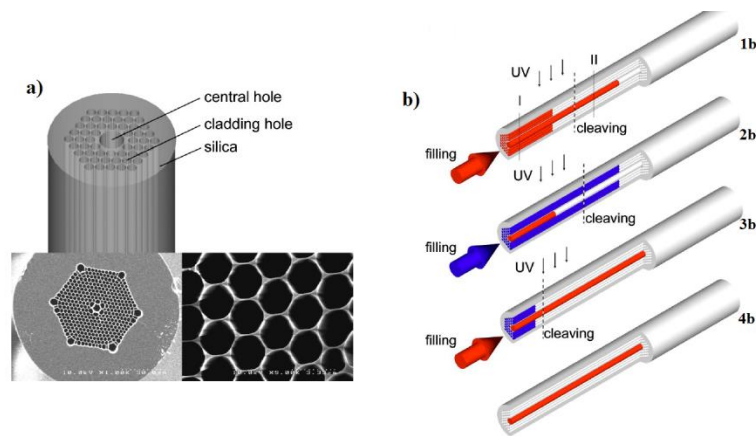
Como se dijo anteriormente, las propiedades de propagación de la luz en las PCF se caracterizan por la geometría y distribución de los micro-huecos, al igual que el tamaño y la separación entre ellos. La variación de tales parámetros ofrece una gran variedad de aplicaciones de interés tanto para la industria de las telecomunicaciones como para la tecnología de los sensores de fibra óptica [3, 9, 14, 24-29]. Sin embargo, la presencia de estos agujeros en la estructura de la fibra ofrece la oportunidad adicional de incorporar diferentes materiales, lo que aumenta aún más la gama de aplicaciones, ya que se puede convertir una estructura pasiva en una estructura completamente activa; es decir, se aprovechan, los agujeros de la estructura en funciones adicionales a las convencionales.

Existen diferentes métodos para la incorporación de materiales en los agujeros de las PCF. En el caso de la infiltración de líquidos se hace por dos métodos: el primero consiste en ejercer presión del líquido hacia los agujeros, con el cual usualmente se usa una cámara presurizada o, de manera más práctica, con una jeringa [30]; el otro método aprovecha la capilaridad, un proceso de los fluidos que depende de su tensión superficial y le confiere la capacidad de subir, o de bajar, por un tubo capilar [31].

Vale decir que aunque muchos autores han logrado variadas características infiltrando completamente la estructura de las PCF [32, 33], otros han optado por infiltrar selectivamente algunos de los agujeros. A continuación se describen los trabajos reportados más significativos para esta tesis.

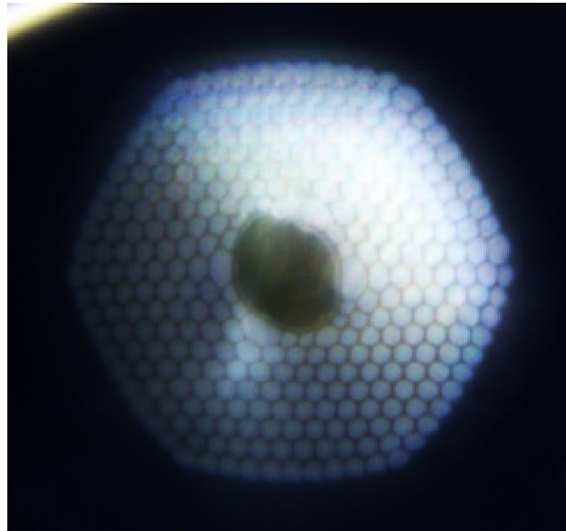
Un primer trabajo a destacar por su simplicidad es el reportado por Huang y colaboradores [30] que muestran un procedimiento para infiltrar selectivamente el núcleo de la fibra que consiste en un agujero de diámetro mayor al de los agujeros de la estructura (Ver Figura 2-1a). Estos autores inyectan con una jeringa un polímero (NOA73) en toda la estructura de la fibra; debido a que el agujero central de la PCF usada tiene un diámetro mayor, se infiltra una longitud mayor de polímero que en los demás agujeros de la estructura [30]. En esta condición, el polímero se cura con radiación UV y se “cliva” la fibra en el punto mostrado en la Figura 2-1 1b. Se repite de nuevo la infiltración, esta vez sabiendo que sólo la estructura del revestimiento será infiltrada, ya que el núcleo está tapado con el polímero curado. Cuando el revestimiento de la PCF es quien está infiltrada con el polímero curado, se cliva la PCF en el punto mostrado en la Figura 2-1 2b, obteniendo una PCF en la que sólo su núcleo está expuesto al exterior (Figura 2-1 3b); en este punto ya se puede infiltrar por medio de una jeringa o por medio de capilaridad el núcleo de la PCF con cualquier líquido (Figura 2-1 4b).

Figura 2-1 a) Estructura e imágenes SEM de una PCF con núcleo hueco [30], b) Procedimiento de infiltración selectiva. [30]



La Figura 2-2 muestra la imagen obtenida por microscopio de una PCF en la que se sigue el procedimiento mostrado [30]. En la figura se ve la PCF clivada por primera vez (Figura 2-1 1b). En este trabajo se obtuvo un modelo para calcular el tiempo necesario para infiltrar los agujeros de la estructura [31].

Figura 2-2 PCF con el núcleo tapado con NOA73 [31].



Por otro lado, Shu-Ming Kuo y colaboradores [34] lograron infiltrar el primer anillo de una PCF con cristal líquido al bloquear con SU-8 (polímero curable con radiación UV) todos los demás agujeros de la estructura. El procedimiento se esquematiza en la Inicialmente, un sustrato de vidrio es cubierto por una capa de SU-8 (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.A**) la cual se expone a radiación UV, excepto en los lugares donde no se quiere curar el SU-8. Para ello, se fabrica una máscara con la misma forma del patrón requerido (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.B**). Los detalles que involucran la fabricación de la máscara son explicados en [35].

En un paso posterior, otro sustrato de vidrio se recubre con una película delgada de Ti que sirve como capa de absorción IR (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.C**), quien se une al sustrato donde está el grabado de SU-8 hexagonal por medio de presión y temperatura. Al separar los dos sustratos preparados, el grabado sin curar queda unido a la película de Ti (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.D**). La PCF es alineada y unida con el grabado de la película de Ti (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.E**) y calentada con radiación IR (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.F**). Debido a este calentamiento localizado, los agujeros que contenían SU-8 son bloqueados. Los agujeros que no fueron expuestos al SU-8 son infiltrados por medio de capilaridad con cristales líquidos (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.G**).

Figura 2-3.

Inicialmente, un sustrato de vidrio es cubierto por una capa de SU-8 (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.A**) la cual se expone a radiación UV, excepto en los lugares donde no se quiere curar el SU-8. Para ello, se fabrica una máscara con la misma forma del patrón requerido (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.B**). Los detalles que involucran la fabricación de la máscara son explicados en [35].

En un paso posterior, otro sustrato de vidrio se recubre con una película delgada de Ti que sirve como capa de absorción IR (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.C**), quien se une al sustrato donde está el grabado de SU-8 hexagonal por medio de presión y temperatura. Al separar los dos sustratos preparados, el grabado sin curar queda unido a la película de Ti (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.D**). La PCF es alineada y unida con el grabado de la película de Ti (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.E**) y calentada con radiación IR (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.F**). Debido a este calentamiento localizado, los agujeros que contenían SU-8 son bloqueados. Los agujeros que no fueron expuestos al SU-8 son infiltrados por medio de capilaridad con cristales líquidos (Ver **¡Error! La autoreferencia al marcador no es válida.G**).

Figura 2-3 Proceso de infiltración selectiva por medio de un grabado de SU-8. [34]

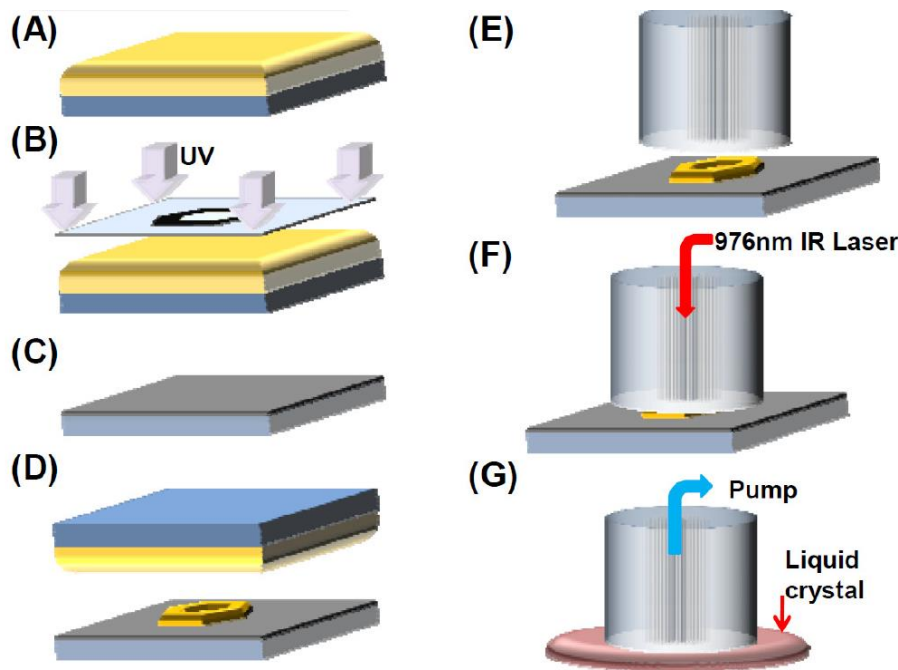
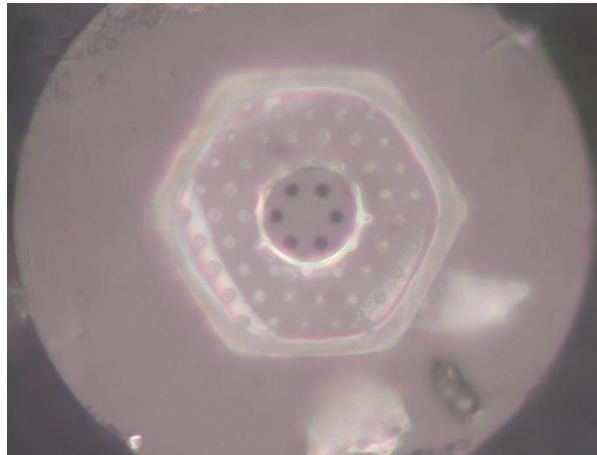
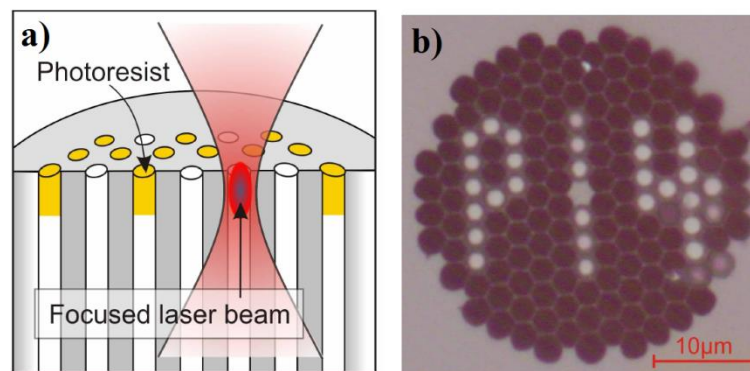


Figura 2-4 PCF con los agujeros del primer anillo sin bloquear. [34]



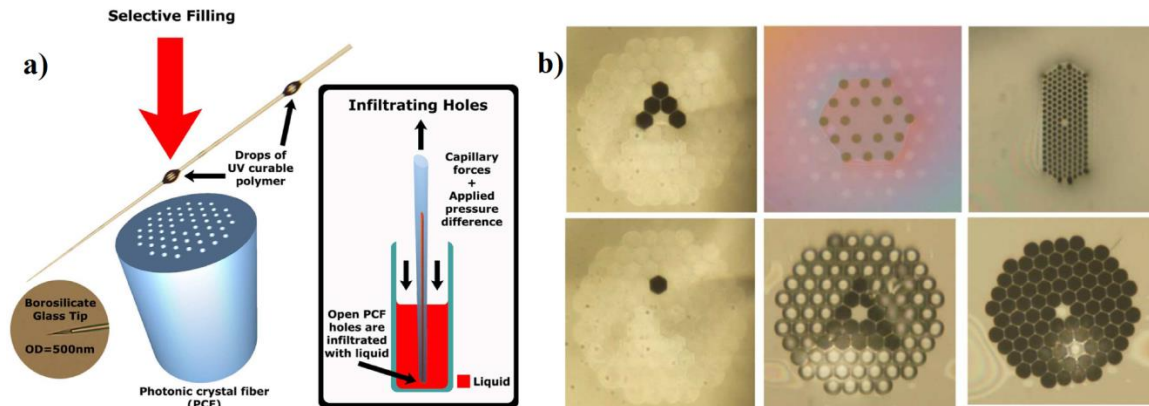
Un método más oneroso, pero pertinente cuando se requiere bloquear pocos agujeros, consiste en cubrir todos los agujeros de la estructura de la PCF con el polímero curable e iluminar uno a uno los agujeros en los que se desea curar el polímero por medio de un láser de Titanio-Zafira (Ver Figura 2-5). Este método requiere que el láser tenga un buen control de la posición [36].

Figura 2-5 a) Curado uno a uno de los agujeros con un haz enfocado de un láser en femtosegundos, b) Ejemplo de una estructura con agujeros bloqueados. [36]



Un procedimiento alternativo usó Kuhlmeier y colaboradores [37]. Por medio de un microscopio, un posicionador XYZ, y una punta de borosilicato adelgazada se fueron colocando gotas de un polímero curable en los agujeros que se deseaba bloquear, para finalmente infiltrar los agujeros sin bloquear con el líquido de interés por medio de capilaridad y/o presión (Ver Figura 2-6a). Con este mecanismo, estos investigadores lograron infiltrar diferentes configuraciones (Ver Figura 2-6b).

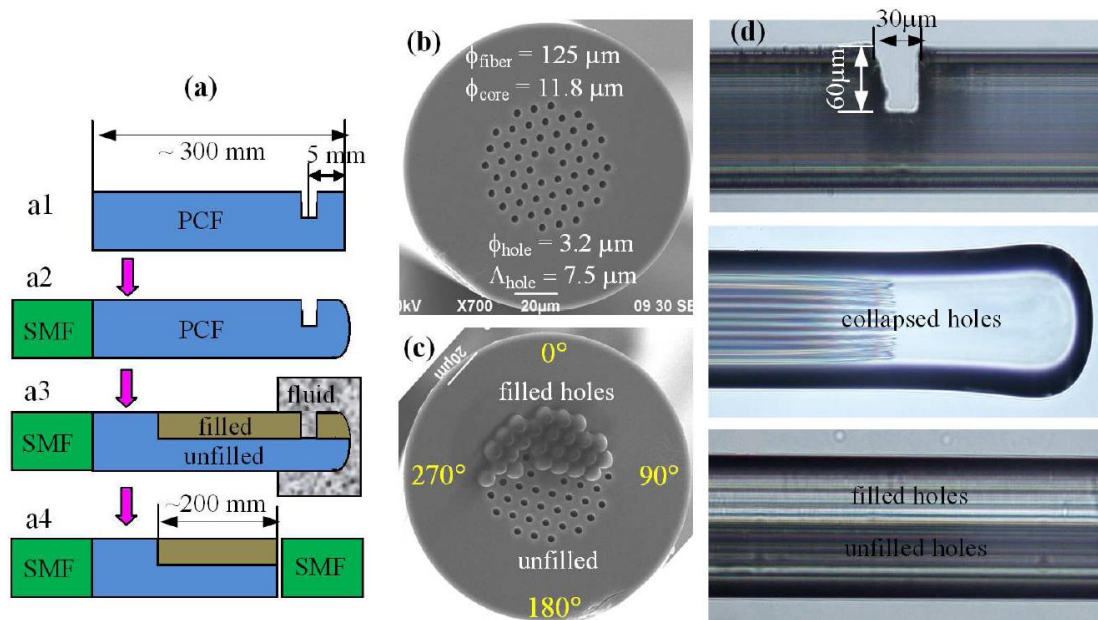
Figura 2-6 a) Infiltración selectiva por medio de una punta adelgazada de borosilicato, un microscopio y un posicionador XYZ, b) Ejemplos de configuraciones logradas por este mecanismo de infiltración [37].



Como en los casos anteriores, otros trabajos [38-40] usan también radiación sobre polímero para bloquear los agujeros que no se quieren infiltrar de líquido. Esta técnica es bastante usada y ha funcionado bien cuando se cuenta con microscopio y un posicionador XYZ de buena resolución submicrométrica.

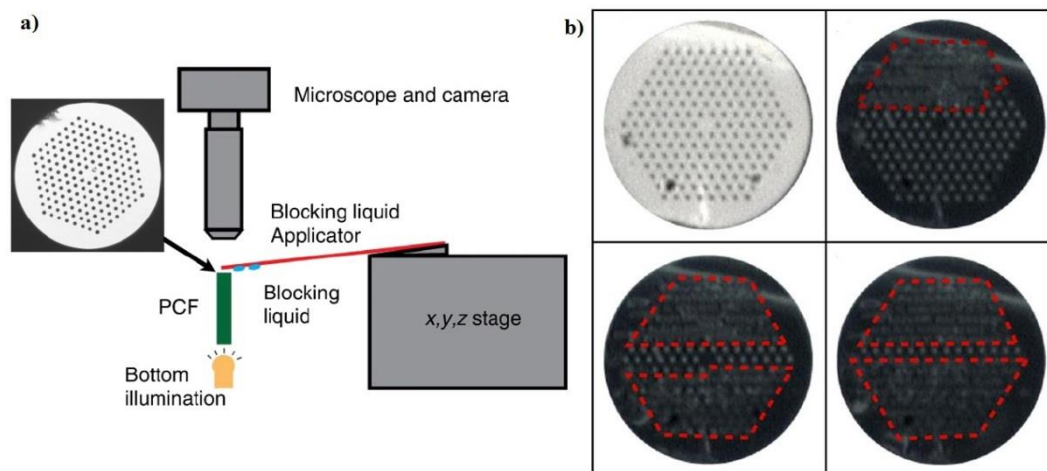
Yiping Wang y colaboradores [41] encontraron que infiltrar la mitad de una PCF mejora las propiedades de flexión de la PCF. El método de la infiltración consiste en abrir una incisión de 30 μm de ancho con una profundidad de 55 μm por un lado de la fibra usando un sistema micro-posicionador, un láser de femtosegundos y un microscopio; la incisión cubre la mitad de los agujeros (Ver Figura 2-7). Luego de colapsar los agujeros al final de la PCF con una empalmadora comercial de fibra óptica, la PCF con la incisión fue sumergida en el líquido de interés (Cargille Labs, $n = 1.480$, thermo-optic coefficient: $-4.15 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}$) e infiltrada por capilaridad.

Figura 2-7 a) Diagrama esquemático para la infiltración de media estructura, b) Imagen SEM de la PCF sin infiltración, c) Imagen SEM de la PCF con la infiltración, d) Imágenes tomadas con microscopio del perfil de la PCF durante el proceso. [41]



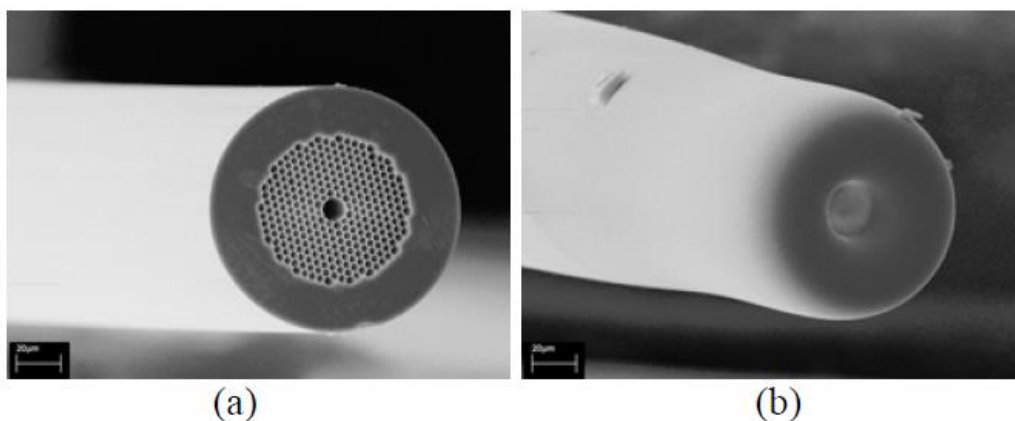
F. H. Bennet y J. Farnell [42] lograron obtener un cristal fotónico unidimensional a partir de una PCF. La idea principal fue bloquear todos los agujeros de la estructura, excepto los de interés, es decir, los agujeros del arreglo unidimensional (Ver Figura 2-8b). Para bloquear los agujeros se usó aceite de ricino y como aplicador se usó una fibra adelgazada controlada por un micro-posicionador XYZ (Ver Figura 2-8a).

Figura 2-8 Infiltración selectiva para obtener arreglos fotónicos unidimensionales. a) Montaje experimental, b) Imágenes del proceso hasta obtener finalmente el arreglo unidimensional [42].



En [43, 44], sus autores usaron un método muy simple para infiltrar el agujero central de una PCF con el uso exclusivo de una empalmadora comercial de fibra óptica. Con el control de las condiciones de operación del empalme —corriente de operación, duración de la descarga eléctrica y el “*offset*” (la distancia entre la PCF y los electrodos de la empalmadora) del empalme— lograron bloquear todos los agujeros de la estructura excepto la del agujero central. Ver Figura 2-9.

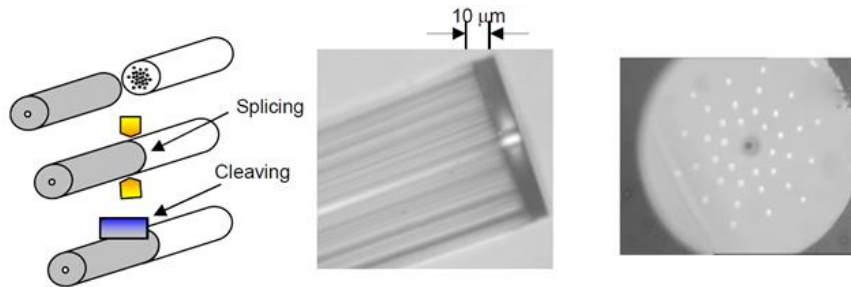
Figura 2-9 Imágenes SEM de la PCF. a) Sin descarga, b) Con una descarga de corriente de 14.5 mA, durante 0.3 s, a un *offset* de 50 μm . [44]



Otro método en el que se usa una empalmadora fue propuesta en [44], pero en este caso el bloqueo de los agujeros se logra por medio del empalme de dos fibras, una de las cuales tiene un agujero en el centro, el cual sirve de canal para la infiltración de líquidos. Note que el revestimiento de la PCF

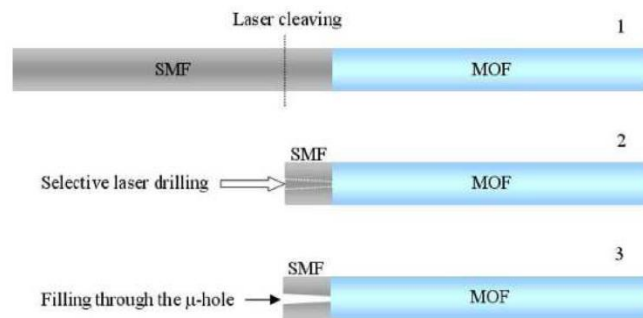
es bloqueada debido al empalme y sólo el agujero del centro está expuesta a la infiltración (Ver Figura 2-10)

Figura 2-10 Infiltración selectiva por medio del bloqueo de los agujeros del revestimiento de la PCF. [45]



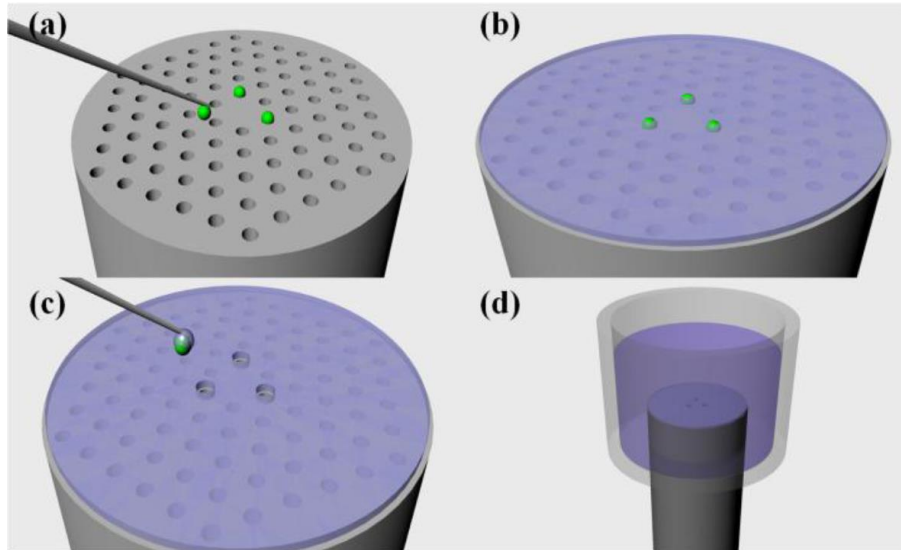
Una técnica similar a la anterior, pero que permite infiltrar cualquier agujero de la estructura, fue logrado por Wang y colaboradores [46, 47]. La técnica consiste en tres pasos básicos: 1) Empalmar una SMF con la PCF y clivar; 2) perforar un agujero en la SMF con un láser de pulsos ultracortos (120 fs con una longitud de onda de 800 nm y una energía de 1 mJ) y; 3) infiltrar el agujero por medio de capilaridad, así, sólo el agujero de la PCF que coincida con el agujero perforado será infiltrado (Ver Figura 2-11).

Figura 2-11 Técnica de infiltración selectiva por pasos. 1) Empalme y “clivaje”, 2) Perforación del agujero, 3) Infiltración.



Otra de las técnicas de infiltración selectiva de interés es la que proponen Li y colaboradores [48] que bloquean los agujeros con microesferas posicionadas con una fibra adelgazada y un adhesivo (Ver Figura 2-12a); luego se deposita el polímero curable sobre la superficie de la PCF (Ver Figura 2-12b), consecuentemente se quitan las microesferas (Ver Figura 2-12c), para finalmente exponer la superficie a radiación UV e infiltrar la estructura (Ver Figura 2-12d).

Figura 2-12 Diagrama esquemático para la infiltración selectiva usando esferas. a) posicionamiento de las microesferas, b) deposición de la capa de polímero y exposición a radiación UV, c) Extracción de las microesferas, d) infiltración por capilaridad. [48]



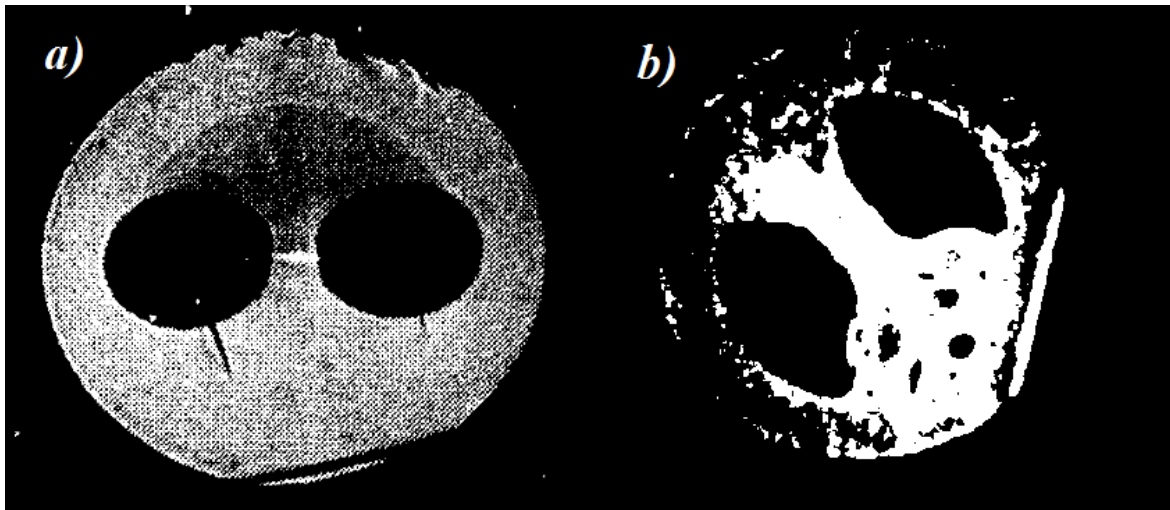
En resumen, los métodos de infiltración descritos pueden catalogarse en tres grupos: 1) Los que buscan infiltrar sólo un agujero que tiene un diámetro mayor a los demás de la estructura de la PCF; 2) los que buscan infiltrar parte de la estructura de la PCF y; 3) los que buscan infiltrar sólo un agujero de la PCF sin importar su tamaño y/o posición. Para los intereses de esta tesis, el grupo 3 es quien más interesa, ya que se quieren desarrollar dispositivos funcionales apenas infiltrando con LC algunos de los agujeros de la estructura de una PCF, por lo que será necesario para estudios futuros tener en cuenta la viabilidad de los diferentes métodos actuales.

Además de la infiltración de diferentes líquidos en algunos de los agujeros de la estructura de las PCF, existen técnicas para la infiltración de metales en los agujeros de algunas fibras, no necesariamente PCF. Una de las características más importantes es que generalmente estos metales se infiltran en agujeros considerablemente más grandes de los agujeros de la estructura de una PCF —llamados de macro-huecos—; mientras los agujeros de una PCF son del orden de $1\ \mu\text{m}$, las fibras con macro-huecos tienen agujeros con diámetros del orden de $20\ \mu\text{m}$. Los detalles de esta tecnología de las fibras con electrodos internos se presentan en la siguiente sección.

2.1.1 Fibras de cristal fotónico con electrodos internos

Las primeras fibras con electrodos internos fueron fabricadas en 1986 [49], pocos meses después de que se reportara la primera fibra con macro-huecos —desarrollada con la intención de usarla como sensor de presión de fluidos [50] (Ver Figura 2-13a)—. Este primer prototipo con electrodos internos, que fue logrado mediante el bombeo de una aleación líquida de Indio y Galio (Ver Figura 2-13b), fue pensado para aplicaciones en sensores y en telecomunicaciones por su capacidad de modular la fase del efecto Kerr [49].

Figura 2-13 a) Fotografía de fibra con macro-huecos [50], b) Fotografía de fibra con macro-huecos infiltrados con material conductor [49].



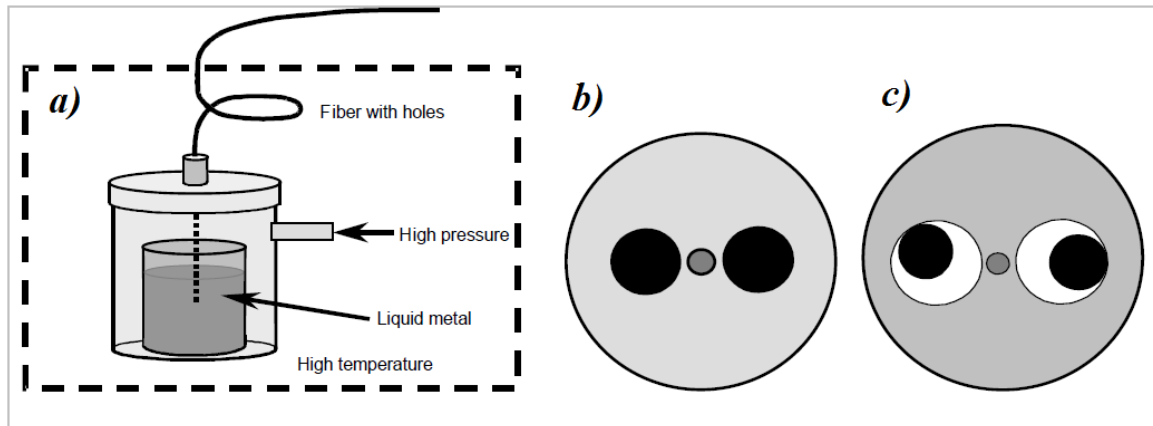
En [51-54], los autores usaron fibras con electrodos internos para diferentes aplicaciones de interés como la medición del efecto Pockels, moduladores electro-ópticos, interruptores, sensores de campo eléctrico, entre otros. Sin embargo, a diferencia del caso mencionado anteriormente, los conductores no son infiltrados en estado líquido, sino que alambres conductores son insertados por los agujeros, con lo cual no se garantiza que el electrodo llene completamente el macro-hueco, generando un espacio de aire entre la sílice de la fibra y el conductor, como muestra la Figura 2-14c.

Entre las desventajas más visibles de este método está, dado que los electrodos deben ser mucho más delgados que los agujeros para lograr su inserción a lo largo de la fibra, que el campo eléctrico no es uniforme a lo largo de la fibra; además, existe una pérdida grande de energía eléctrica debida al salto de aire entre el conductor y la sílice. En algunas aplicaciones [54], este salto de aire es

conveniente, debido a que cuando el conductor está muy cercano a la luz, puede generar grandes pérdidas debido a la interfaz sílice-conductor.

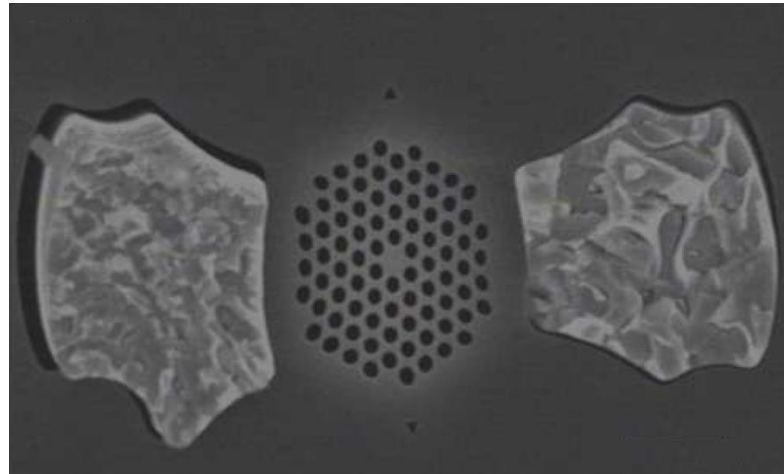
En [55-58] los macro-huecos son infiltrados con la aleación metálica en estado líquido, por lo que se logra que el conductor llene completamente los agujeros de la fibra, como muestra la Figura 2-14b. El procedimiento para la infiltración del conductor en los agujeros se esquematiza en la Figura 2-14a. Inicialmente, la aleación y un extremo de la fibra se encuentran dentro de una celda presurizada, mientras el otro extremo de la fibra está por fuera de la celda a temperatura y presión normales ($T \sim 25^\circ\text{C}$ y $P \sim 1 \text{ atm}$). La celda se calienta en un horno hasta conseguir el punto de fundición de la aleación y se somete a presión. Finalmente, debido a la diferencia de presión de los extremos de la fibra, la aleación metálica fluye por los agujeros de la fibra hacia el exterior, es decir, hacia el extremo de menor presión.

Figura 2-14 a) Proceso de infiltración con aleaciones metálicas, b,c) electrodos insertados por diferentes mecanismos.



Con este mismo mecanismo se ha logrado infiltrar con aleaciones de Bi-Sn y Au-Sn los macro-huecos de PCF [59]. La Figura 2-15 muestra un ejemplo de PCF con electrodos internos que el grupo de investigación viene trabajando para el desarrollo de dispositivos electro-ópticos [60, 61].

Figura 2-15 PCF con electrodos internos [59].

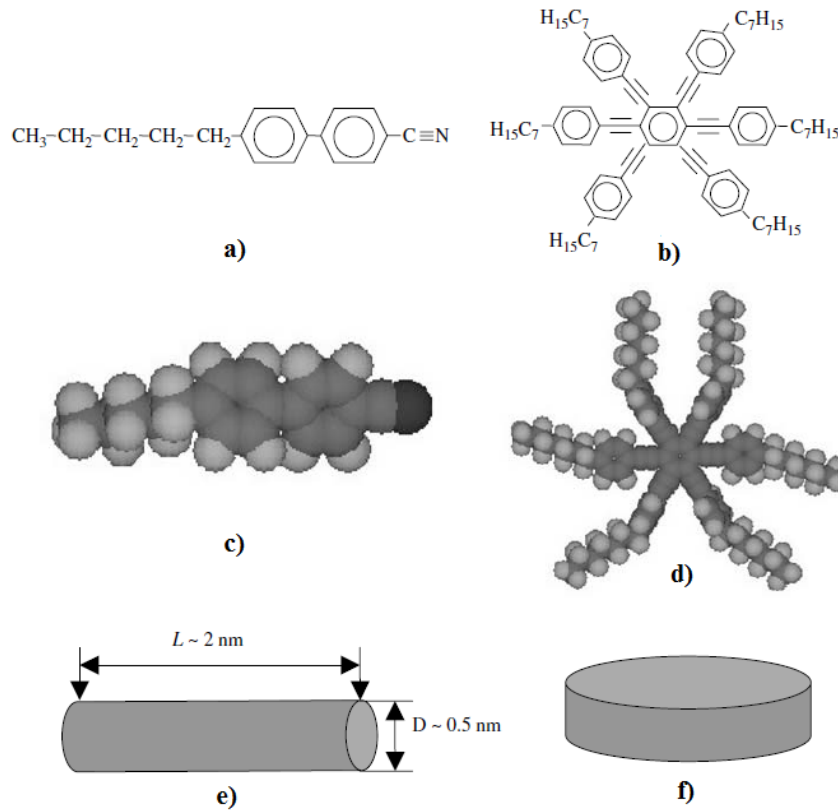


2.2 Cristales Líquidos (LC)

Los cristales líquidos son materiales con propiedades físicas muy interesantes. Poseen altos coeficientes termo-ópticos, electro-ópticos y opto-ópticos [62, 63]. Entre las características más importantes están que pueden fluir como un líquido y al mismo tiempo tener la birrefringencia propia de una estructura cristalina. Los LC se utilizan ampliamente en aplicaciones comerciales como “*displays*”, monitores, teléfonos móviles, televisores de alta definición; y en otras aplicaciones menos comerciales como “*beam steerers*”, lentes de foco sintonizable, polarizadores, filtros sintonizable para el área de telecomunicaciones y como guías de onda no lineales para solitones [64-66].

Las formas más usuales de las moléculas de LC son discos y cilindros, comúnmente llamados discóticos y calamíticos, respectivamente. Las Figura 2-16a,c,e muestran la estructura molecular, modelo estructural y modelo físico, respectivamente, de un LC calamítico usual (5CB). Análogamente, las Figura 2-16b,d,f muestran la estructura y modelos de un LC discótico. Por conveniencia, debido a su estructura, en esta tesis se trabaja con LC calamíticos, con lo cual la electro-óptica, esto es, la alteración del índice de refracción con un campo eléctrico, está representada por la orientación del eje molecular del LC.

Figura 2-16 Forma de los LC. Calamíticos, a) estructura química, c) modelo estructural, e) modelo físico. Discóticos, b) estructura química, c) modelo estructural, f) modelo físico.

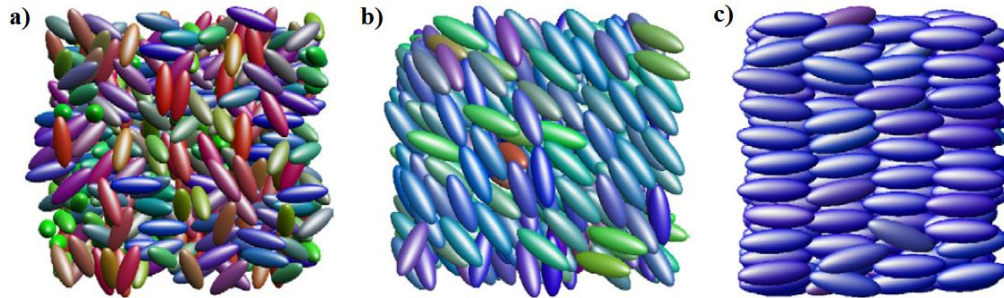


Los LC se pueden encontrar en diferentes fases, las cuales van desde un material sólido cristalino a un líquido completamente isotrópico. En las fases intermedias se encuentra que sus moléculas no están completamente alineadas unas con otras; sin embargo, en promedio están alineadas en una dirección definida, tal dirección se le conoce como vector director \vec{n} .

Las moléculas de LC calamíticas miden algunos nanómetros y, debido a su estructura química y a su posicionamiento espacial, son menos rígidas que las discóticas. Esta flexibilidad permite la presencia de diversas fases que se aprovechan en las distintas aplicaciones con LC. La Figura 2-17 muestra la simulación computacional de tres fases características de los LC [64]. En la fase isotrópica, las moléculas están orientadas de manera aleatoria, tal y como sucede en un líquido (Ver Figura 2-17a); en la fase nemática, las moléculas tienen en promedio una alineación en una dirección, la cual es la de mayor interés en las aplicaciones en las que se quiere aprovechar la capacidad de los cristales líquidos de fluir, pero además de poseer birrefringencia (Ver Figura

2-17b); aumentando el grado del orden de los LC, se obtienen las fases esmécticas, en las cuales las moléculas se distribuyen en planos donde el orden local es nemático (Figura 2-17c).

Figura 2-17 Ordenamiento de las moléculas de LC según su fase, a) fase isotrópica, b) fase nemática, c) fase esméctica. Tomado de [67]

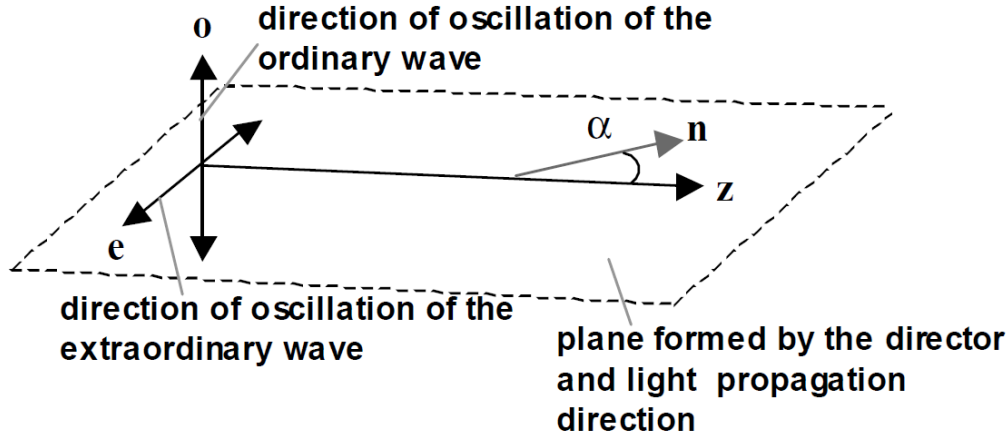


2.2.1 Propiedades ópticas y birrefringencia

Es bien conocido que las ondas ópticas involucran campos eléctricos y magnéticos, y en principio podrían orientar las moléculas de cristal líquido como la haría un campo eléctrico externo. Sin embargo, la intensidad de los campos ópticos es mucho más bajo y su frecuencia mucho más alta que la de los campos externos, por lo que su efecto puede despreciarse [68] como se mostrará más adelante.

Las moléculas de LC poseen anisotropía dieléctrica $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$, siendo ε_{\parallel} y ε_{\perp} las permitividades eléctricas a lo largo y perpendicular al vector director, respectivamente. Como consecuencia, poseen anisotropía óptica o birrefringencia $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$, donde n_{\parallel} y n_{\perp} son los índices de refracción para luz polarizada perpendicular y paralela al vector director, respectivamente.

La onda ordinaria estará sujeta al índice de refracción ordinario n_o , o lo que es igual, al índice perpendicular n_{\perp} y la velocidad de la propagación será c/n_{\perp} , independiente de α (ver Figura 2-18). Por otro lado, la onda extraordinaria estará sujeta al índice n_e (Índice extraordinario para la onda extraordinaria), que variará entre n_{\perp} y n_{\parallel} , dependiente de α .

Figura 2-18 Ondas incidentes ordinaria y extraordinaria en una molécula de LC. [68]

Se ha demostrado experimentalmente que la dispersión de los cristales líquidos se puede expresar por medio de la ecuación extendida de Cauchy [69]:

$$n_e(T) = A_e(T) + \frac{B_e(T)}{\lambda^2} + \frac{C_e(T)}{\lambda^4}, \quad (2.1)$$

$$n_o(T) = A_o(T) + \frac{B_o(T)}{\lambda^2} + \frac{C_o(T)}{\lambda^4}, \quad (2.2)$$

donde A_e, B_e, C_e, A_o, B_o y C_o son los coeficientes de Cauchy, usualmente reportados por el fabricante y/o laboratorios de investigación.

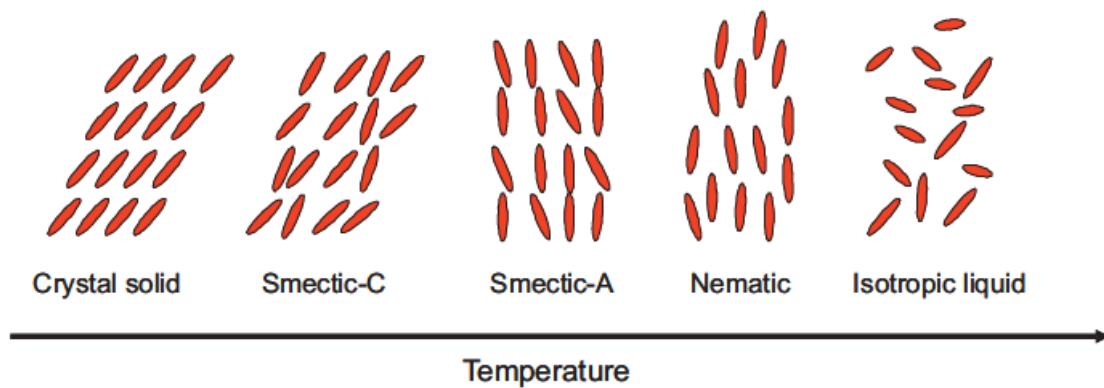
2.2.2 Efecto de la temperatura en los LC

El efecto térmico es importante en los dispositivos basados en LC. Por ejemplo, el índice de refracción de estas moléculas tiene una sensibilidad a la temperatura significativamente mayor en comparación a la de los vidrios con que se fabrican las fibras ópticas, lo cual ha sido explotado para el diseño de dispositivos sintonizables como se mostrará más adelante.

A altas temperaturas, las moléculas de LC tienen un comportamiento isotrópico. A medida que decrece la temperatura, el material pasa a la fase nemática, en la cual las moléculas tienen orden orientacional, pero no orden posicional. Disminuyendo aún más la temperatura, pueden encontrarse las fases esmécticas, que tienen orden orientacional y se comienza a distinguir,

además, un orden posicional (formación de capas); finalmente, a bajas temperaturas, las moléculas de LC forman una fase cristalina (Ver Figura 2-19).

Figura 2-19 Diferentes fases en los cristales líquidos al incrementar la temperatura. Tomado de [2]



Por otro lado, el índice de refracción promedio está dado por [2]:

$$\langle n \rangle = \frac{n_e + 2n_o}{3} \quad (2.3)$$

Así, n_o y n_e se pueden expresar como:

$$n_e = \langle n \rangle + \frac{2}{3} \Delta n \quad (2.4)$$

$$n_o = \langle n \rangle - \frac{1}{3} \Delta n \quad (2.5)$$

La dependencia con la temperatura de los índices de refracción promedio, ordinario y extraordinario pueden escribirse de la siguiente forma [2]:

$$\langle n \rangle = A - BT, \quad (2.6)$$

$$n_o(T) \approx A - BT + \frac{2(\Delta n)_o}{3} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta, \quad (2.7)$$

$$n_e(T) \approx A - BT - \frac{(\Delta n)_o}{3} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta, \quad (2.8)$$

donde A , B y β son constantes del material reportadas por el fabricante y/o laboratorios de investigación, Δn_o es la birrefringencia en el estado cristalino ($T = 0^\circ\text{K}$), y T_c es la temperatura crítica (temperatura a la cual las moléculas de LC pasan de la fase nemática a la fase isotrópica).

A manera de ejemplo, las Tablas 2-1 y 2-2 muestran los índices de refracción ordinarios y extraordinarios reportados en la referencia [70] a diferentes longitudes de onda y a diferentes temperaturas del cristal líquido MLC-6884 fabricado por Merck®.

Tabla 2-1 Índices de refracción ordinarios medidos a diferentes temperaturas del cristal líquido MLC-6884 de Merck®. [70]

T (°C)	486 nm	546 nm	589 nm	633 nm	656 nm
15	*	1.48373	1.48116	1.47896	1.47803
20	*	1.48246	1.48036	1.47723	1.47660
25	*	1.48146	1.47893	1.47593	1.47556
30	*	1.48020	1.47743	1.47486	1.47386
35	*	*	1.47650	1.47373	1.47280
40	*	*	1.47556	1.47263	1.47200
45	*	*	1.47400	1.47123	1.47080
50	*	*	1.47316	1.47026	1.46973
55	*	*	1.47210	1.46933	1.46883

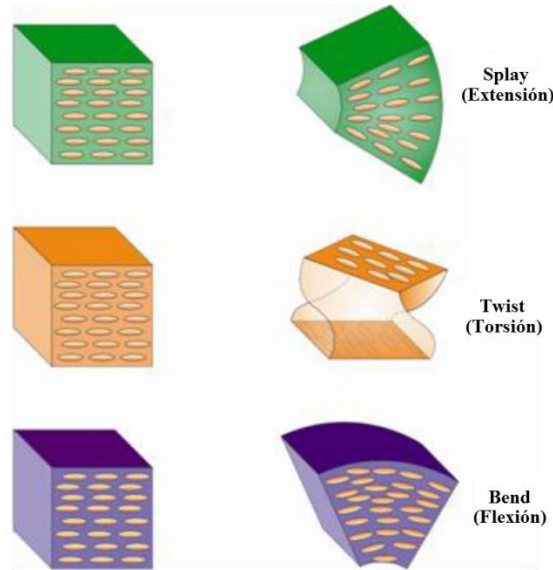
Tabla 2-2 Índices de refracción extraordinarios medidos a diferentes temperaturas del cristal líquido MLC-6884 de Merck®. [70]

T (°C)	486 nm	546 nm	589 nm	633 nm	656 nm
15	1.59353	1.58523	1.58133	1.57760	1.57643
20	1.59030	1.58226	1.57773	1.57446	1.57320
25	1.58660	1.57866	1.57490	1.57116	1.56996
30	1.58293	1.57510	1.57133	1.56733	1.56640
35	1.57930	1.57150	1.56750	1.56383	1.56250
40	1.57513	1.56740	1.56343	1.55970	1.55866
45	1.57056	1.56306	1.55896	1.55550	1.55420
50	1.56590	1.55823	1.55456	1.55106	1.55000
55	1.56033	1.55306	1.54923	1.54570	1.54433

2.2.3 Propiedades elásticas

Las moléculas de LC exhiben un comportamiento elástico, lo que indica que existe una fuerza restauradora que se opone a las deformaciones, tal y como sucede en un cristal. En este caso, el vector director \vec{n} juega un papel análogo a las posiciones atómicas en el cristal: en el estado perturbado puede adoptar diversas formas dependiendo de una combinación de factores, pero, sea cual sea dicha forma, se puede representar como una combinación de tres modos de distorsión [71]: extensión (*splay*), torsión (*twist*) y flexión (*bend*) [62]. La Figura 2-20 muestra la representación de cada uno de estos modos de distorsión.

Figura 2-20 Modos de distorsión en cristales líquidos: Extensión, torsión y flexión. Tomado de [71].



Las constantes de extensión, torsión y flexión están presentes en la expresión para la densidad de energía libre de los LC, o también conocida como la ecuación de Oseen-Frank [62]:

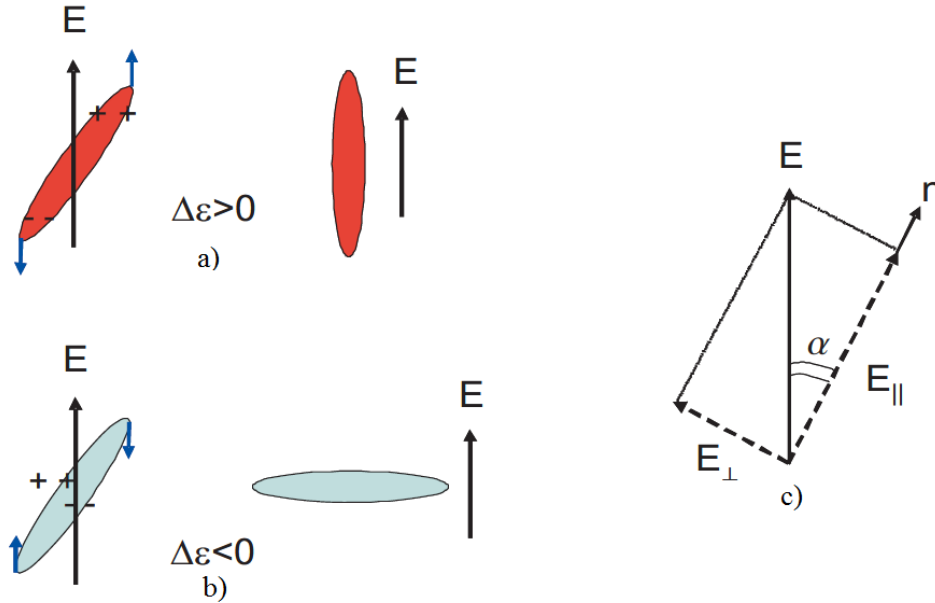
$$F = \frac{K_{11}}{2} (\nabla \cdot \vec{n})^2 + \frac{K_{22}}{2} (\vec{n} \cdot \nabla \times \vec{n})^2 + \frac{K_{33}}{2} (\vec{n} \times \nabla \times \vec{n})^2 \quad (2.9)$$

donde K_{11} , K_{22} , y K_{33} son las constantes elásticas de extensión, torsión y flexión, respectivamente. Esta cantidad es muy importante debido a que la alineación de los cristales líquidos está determinada por su minimización.

2.2.4 Propiedades eléctricas y efecto electroóptico

Las moléculas de cristal líquido responden a campos eléctricos debido a que la constante dieléctrica a lo largo del eje molecular $\epsilon_{||}$ y a lo largo del eje perpendicular ϵ_{\perp} son diferentes. Si $\Delta\epsilon$ es positiva, el dipolo está orientado a lo largo de la molécula como se muestra en la Figura 2-21a. Si $\Delta\epsilon$ es negativo, el momento dipolar está orientado en dirección perpendicular a la molécula como se muestra en la Figura 2-21b.

Figura 2-21 Alineación de las moléculas de LC, a) con $\Delta\varepsilon$ positivo, b) con $\Delta\varepsilon$ negativo, c) Componentes transversales del campo eléctrico externo



Como muestra la Figura 2-21c, el campo eléctrico se puede descomponer en sus componentes paralelo y perpendicular al vector director \vec{n} . Así, el vector de desplazamiento \vec{D} es igual a:

$$\vec{D} = \varepsilon_{||} \vec{E}_{||} + \varepsilon_{\perp} \vec{E}_{\perp} = \Delta\varepsilon \vec{E}_{||} + \varepsilon_{\perp} \vec{E} \quad (2.10)$$

De esta misma Figura se puede observar que $\vec{E}_{||} = (\vec{n} \cdot \vec{E}) \vec{n}$, por lo que:

$$\vec{D} = \varepsilon_{\perp} \vec{E} + \Delta\varepsilon \vec{n} (\vec{n} \cdot \vec{E}) \quad (2.11)$$

Cuando se aplica un campo eléctrico externo, este contribuirá a la densidad de energía libre con el siguiente término:

$$F_E = - \int_0^E \vec{D} \cdot d\vec{E} \quad (2.12)$$

$$F_E = -\frac{1}{2} \varepsilon_{\perp} E^2 - \frac{1}{2} \Delta\varepsilon (\vec{n} \cdot \vec{E})^2 \quad (2.13)$$

Siendo α el ángulo entre \vec{E} y \vec{n} , la contribución se expresa como:

$$F_E = -\frac{1}{2} \varepsilon_{\perp} E^2 - \frac{1}{2} \Delta\varepsilon \bar{E}^2 \cos^2(\alpha) \quad (2.14)$$

La energía eléctrica más baja se logra minimizando la anterior expresión, así:

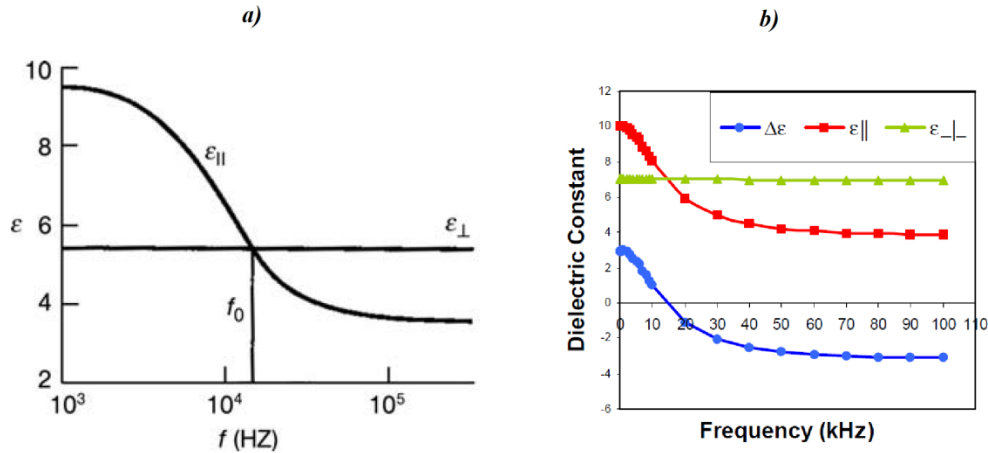
- Si $\Delta\varepsilon > 0$, el mínimo de energía se logra cuando $\alpha = 0$ (el vector director se alinea en la dirección del campo eléctrico externo).
- Si $\Delta\varepsilon < 0$, el mínimo de energía se logra cuando $\alpha = \pi/2$ (el vector director se alinea en la dirección perpendicular a la del campo eléctrico externo).

Además de la dependencia de los cristales líquidos con la intensidad de campo eléctrico, su anisotropía dieléctrica $\Delta\varepsilon$ es fuertemente dependiente de la frecuencia del campo eléctrico. A bajas frecuencias, la anisotropía es casi constante, pero para frecuencias altas, decrece rápidamente. Es por esto que los campos electromagnéticos ópticos producen un efecto despreciable comparado con el causado por campos externos DC, ya que, además de ser menor (~20 veces menor), poseen altas frecuencias.

La Figura 2-22a muestra la dependencia de ε_{\parallel} y ε_{\perp} con la frecuencia de las moléculas de *phenylbenzoates* [72]. La frecuencia f_0 es la frecuencia de transición o “*crossover frequency*”, que es la frecuencia a la cual la anisotropía $\Delta\varepsilon$ cambia de signo. Algunos cristales líquidos poseen la propiedad de no necesitar frecuencias muy altas para la inversión de signo de la anisotropía (frecuencias menores a 20 kHz), a estos cristales líquidos se les conoce como “*dual-frequency liquid crystals*” [73].

La Figura 2-22b muestra la dependencia de ε_{\parallel} , ε_{\perp} y $\Delta\varepsilon$ con la frecuencia del cristal líquido MDA-00-3969 de Merck® del tipo *dual-frequency* [70].

Figura 2-22 Dependencia de la anisotropía con la frecuencia. a) *phenylbenzoates* [72], b) MDA-00-3969 de Merck® del tipo *dual-frequency* [70]

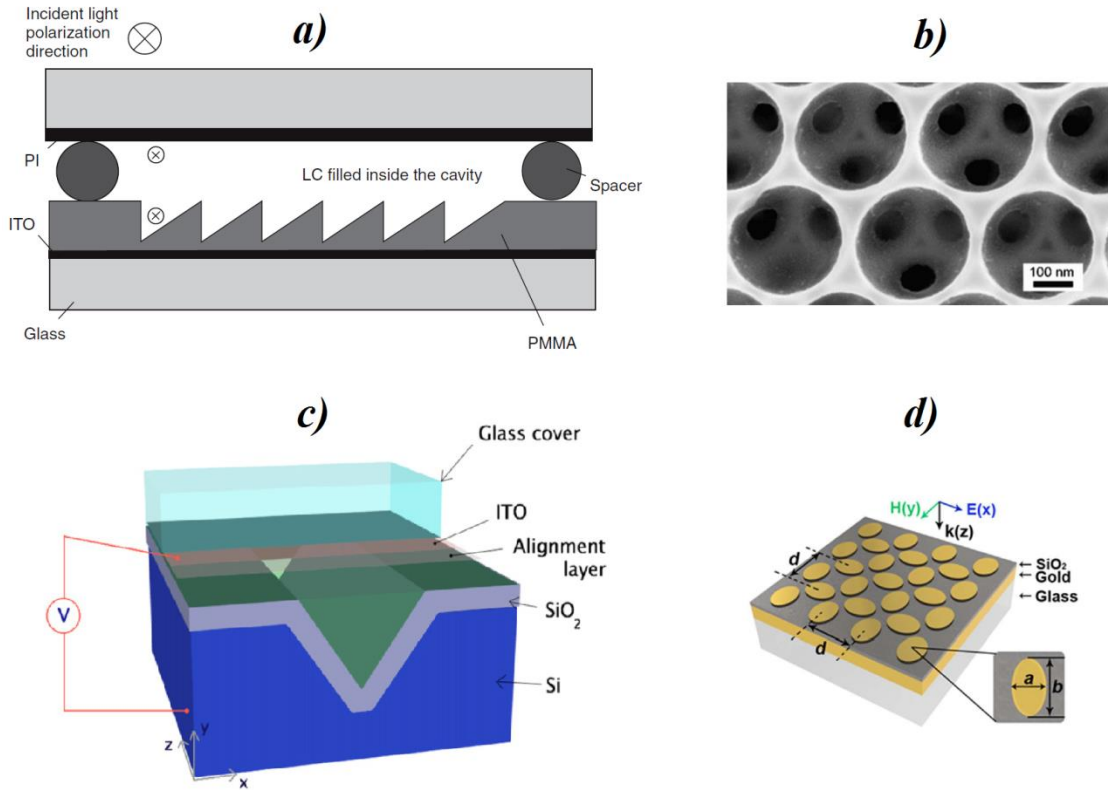


Por otro lado, la orientación de las moléculas de cristal líquido no es perfecta, ya que existen fuerzas recuperadoras que intentan mantener las moléculas en cierta dirección establecida por las constantes elásticas. Cuando aparece el campo eléctrico externo, aparece un torque intentando mover el vector director, pero las fuerzas recuperadoras elásticas mantendrán los directores en su posición. Sin embargo, para cierto campo eléctrico umbral, el torque será mayor que la fuerza recuperadora y los vectores directores comenzarán a alinearse según la dirección del campo. Esta condición umbral es conocida como transiciones de Frederick [2].

2.3 *Liquid Crystal Photonic Crystal Fiber (LCPCF) - Estado del arte y antecedentes*

Como ya se mencionó, la mayoría de los dispositivos basados en LC consisten en celdas planares (Figura 2-23a), útiles en una gran variedad de aplicaciones como *beam steering* [66], filtros [74], *displays* e interruptores [73, 75]. En los últimos años ha crecido el interés por trabajar estructuras fotónicas no planares como cristales fotónicos [76], diferentes guías de onda [77, 78], y nanoestructuras plasmónicas [75, 79] (Figura 2-23 b-d, respectivamente).

Figura 2-23 Diferentes estructuras de dispositivos fotónicos basados con LC. a) planares, b) Cristales fotónicos, c) guías de onda, d) nanoestructuras plasmónicas.



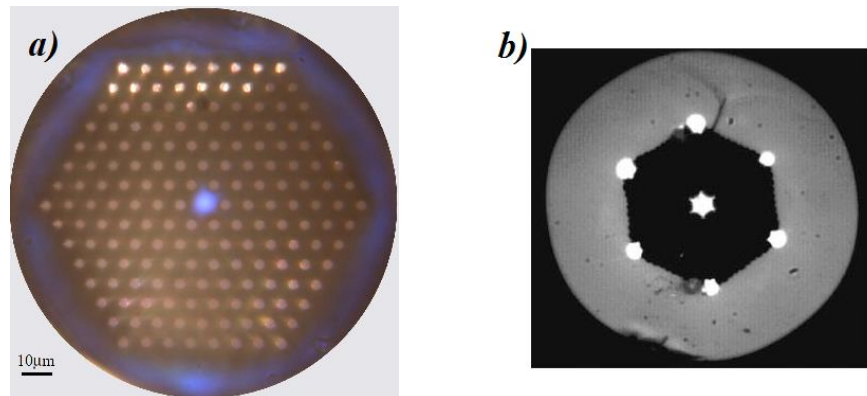
Entre las aplicaciones más interesantes de estas estructuras no planares están los interruptores [77, 78, 80, 81], variedad de sensores [82], microlentes [83], moduladores de estructuras complejas para aplicaciones en óptica no lineal [84], enrutadores [85], microresonadores [86, 87], *beam steering* [88], plasmones [89], entre otros.

Las siglas LCPCF son usadas por algunos autores para referirse a “*Liquid Core Photonic Crystal Fibers*”, algunos otros la usan para referirse a “*Liquid Crystal Photonic Crystal Fibers*”. En esta tesis se usan las siglas LCPCF para referirse al segundo caso, es decir a la tecnología de fibras ópticas que combina las PCF con LC.

El primer trabajo reportado en la literatura en la cual se combina las tecnologías de las PCF con LC data de 2003 [32], en el cual los investigadores llenan completamente la estructura de una PCF de núcleo sólido, logrando convertir la PCF de núcleo sólido en una PCF tipo PBG, lo que indica que el núcleo tiene un índice de refracción menor al promedio del índice de refracción del

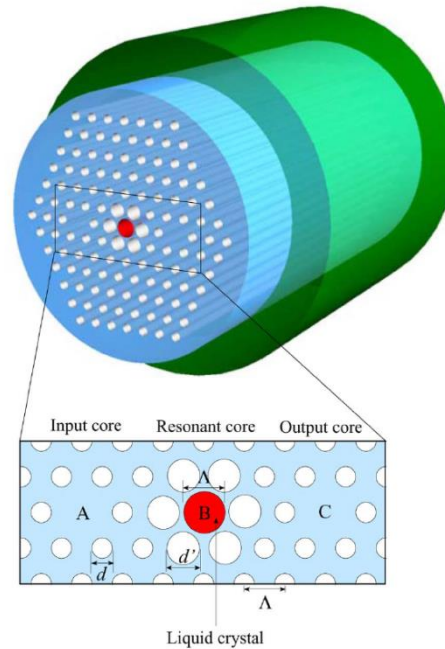
revestimiento (Ver Figura 2-24a). En el 2004 y 2005 se continúa estudiando el efecto PBG por medio de la sintonización de la temperatura [90-92] y se comienza infiltrar sólo uno de los agujeros de la estructura [30]. La Figura 2-24b muestra una PCF en la cual se ha infiltrado de LC los agujeros de la estructura que poseen un diámetro mayor.

Figura 2-24 a) LCPCF funcionando como una PBG, b) PCF con infiltraciones selectivas de LC.



Entre el año 2006 y 2008 se avanza con los dispositivos basados en tecnología LCPCF en aplicaciones sintonizables con temperatura [93, 94] y se comienza a proponer dispositivos sintonizables con campo eléctrico por medio de placas externas a la PCF [95].

En el 2008, Saitoh y colaboradores entienden la importancia de interactuar con los agujeros de la microestructura de manera más individual y selectiva y proponen un filtro óptico basado en el efecto de resonancia [96], ver Figura 2-25. El filtro propuesto consta de una guía de onda de tres núcleos, en el cual el núcleo del centro es infiltrado con un LC.

Figura 2-25 Filtro óptico propuesto por Saitoh y colaboradores [96].

Desde el año 2009 hasta el momento, los dispositivos propuestos en la literatura se fundamentan en la sintonización de la temperatura o del campo eléctrico por medio de placas externas para diferentes aplicaciones como acopladores [97, 98], y controladores o mantenedores de la polarización [99-102], entre otros.

A pesar de existir variados mecanismos para infiltrar selectivamente agujeros de la PCF con LC (Ver Capítulo 2), esta tecnología aún está en su etapa primigenia. En esta tesis se quiere, precisamente, explotar esta área, y usar las infiltraciones selectivas de LC en PCF con electrodos internos (Ver Figura 2-15), y no por fuera a la fibra como hasta el momento se ha reportado en la literatura, y que hace que el dispositivo sea integrado completamente a fibra óptica, facilitando su integración en redes de comunicaciones actuales mediante un simple empalme por fusión con una fibra estándar.

La Tabla 2-3, muestra de manera resumida los reportes de interés publicados a la fecha y su aplicación fundamental en la tecnología de las LCPCF.

Tabla 2-3 Referencias del estado del arte y antecedentes de los dispositivos basados en la tecnología LCPCF.

Sintonización	Aplicación	Referencias	Año
Temperatura	Redes de Bragg	[94]	2008
	Acopladores	[97, 98]	2009
	Birrefringencia	[103]	2007
	Sensores	[93]	2007
	Filtros	[95, 96]	2007,2008
	Polarización	[95]	2007
	Efecto PBG	[32, 90-92]	2003, 2004
Campo eléctrico	Acopladores	[104]	2011
	Sensores	[34, 101, 105, 106]	2007,2011,2012
	Filtros	[95]	2007
	Polarización	[95, 100]	2007,2009
Campo óptico	Transformación de fase	[107]	2008
Sin sintonización	Plasmones	[108]	2012
	Polarización	[101, 109]	2011,2012
	Compensadores de dispersión	[109]	2012
	Disminución de pérdidas	[110]	2010
	Birrefringencia	[111, 112]	2009,2008

3. Fundamento Teórico

Como previamente se discutió, para alcanzar los objetivos de esta tesis, se debe abordar un problema que involucra, por un lado, la teoría electromagnética de la propagación de la luz en guías de onda anisotrópicas y, por el otro lado, acoplar la electrostática inducida por el voltaje aplicado a los electrodos internos de la PCF y la física de los cristales líquidos. Es importante estudiar cada uno de estos tópicos por separado para luego entender cómo se acoplan entre ellos y entender la técnica para resolver la multifísica.

Primero, se comenzará con un resumen sobre la teoría electromagnética de la luz, la cual se empata con la manera de resolver la ecuación de onda por medio del método de elementos finitos, técnica que se usó en esta tesis para resolver la física de la propagación de la luz en guías de onda anisotrópicas. Luego se explica la teoría de supermodos, teoría que se usó como pilar para estudiar las aplicaciones del dispositivo diseñado. Finalmente, se retoma la ecuación de energía libre de Oseen-Frank explicada en el capítulo anterior, y se muestra la técnica usada para su solución en esta tesis.

3.1 Teoría electromagnética de la luz

Las ecuaciones de Maxwell se resumen en las siguientes cuatro expresiones:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (3.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}, \quad (3.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (3.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho, \quad (3.4)$$

donde \vec{J} es la densidad de corriente y está relacionada con la densidad carga libre ρ de la siguiente manera:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (3.5)$$

Los campos eléctrico \vec{E} y magnético \vec{H} están relacionados con la densidad de flujo eléctrico \vec{D} y la densidad de flujo magnético \vec{B} mediante las siguientes relaciones:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad (3.6)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (3.7)$$

donde ε y μ son la permitividad y la permeabilidad del medio, respectivamente, las cuales se definen como:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r, \quad (3.8)$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r, \quad (3.9)$$

donde $\varepsilon_0 \approx 8.854188 \times 10^{-12} F/m$ es la permitividad en el vacío, y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$ es la permeabilidad en el vacío. Para materiales dieléctricos, la permeabilidad relativa es aproximadamente uno ($\mu_r \approx 1$), y la permitividad relativa ε_r es un tensor propio de cada material.

Asumiendo que los campos electromagnéticos oscilan con una frecuencia ω , se pueden representar como las siguientes expresiones fasoriales:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re}\{\vec{E}(\vec{r})\exp(j\omega t)\}, \quad (3.10)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \text{Re}\{\vec{H}(\vec{r})\exp(j\omega t)\}, \quad (3.11)$$

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \text{Re}\{\vec{D}(\vec{r})\exp(j\omega t)\}, \quad (3.12)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \text{Re}\{\vec{B}(\vec{r})\exp(j\omega t)\}. \quad (3.13)$$

Con esta representación, las ecuaciones de Maxwell (3.1)-(3.4) se pueden representar de la siguiente manera:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\vec{B} = -j\omega\mu\vec{H}, \quad (3.14)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\vec{D} = j\omega\varepsilon\vec{E}, \quad (3.15)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0, \quad (3.16)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\varepsilon_r \vec{E}) = 0, \quad (3.17)$$

donde se asume que $\mu_r \approx 1$ y $\rho = 0$.

Aplicando el rotacional a la Ecuación (3.14), se obtiene

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{\nabla} \times \vec{H}. \quad (3.18)$$

Usando la relación vectorial

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}, \quad (3.19)$$

se puede reescribir el lado izquierdo de la Ecuación (3.18) como

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}. \quad (3.20)$$

Por otro lado, la Ecuación (3.17) se puede reescribir como

$$\vec{\nabla} \cdot (\varepsilon_r \vec{E}) = \vec{\nabla} \varepsilon_r \cdot \vec{E} + \varepsilon_r \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (3.21)$$

Y despejando el término $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}$ de la Ecuación (3.21), se obtiene

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\frac{\vec{\nabla} \varepsilon_r \cdot \vec{E}}{\varepsilon_r} \quad (3.22)$$

De esta manera, el lado izquierdo de la Ecuación (3.18) se convierte en:

$$-\vec{\nabla} \left(\frac{\vec{\nabla} \varepsilon_r \cdot \vec{E}}{\varepsilon_r} \right) - \nabla^2 \vec{E} \quad (3.23)$$

Tomando la Ecuación (3.15), se puede obtener el lado derecho de la Ecuación (3.18)

$$k_0^2 \varepsilon_r \vec{E} \quad (3.24)$$

donde k_0 es el número de onda en el vacío.

Finalmente, en un medio con permitividad relativa ε_r , la ecuación de onda vectorial inhomogénea para el campo eléctrico es:

$$\nabla^2 \vec{E} + \vec{\nabla} \left(\frac{\vec{\nabla} \varepsilon_r \cdot \vec{E}}{\varepsilon_r} \right) + k^2 \vec{E} = 0 \quad (3.25)$$

donde $k = k_0 n = k_0 \sqrt{\varepsilon_r}$.

Nótese que cuando el medio tiene una permitividad relativa ε_r homogénea, entonces la ecuación de onda para el campo eléctrico es la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (3.26)$$

Un procedimiento muy similar se debe seguir para obtener la ecuación vectorial de onda inhomogénea para el campo magnético [113], obteniéndose la siguiente ecuación:

$$\nabla^2 \vec{H} + \frac{\vec{\nabla} \varepsilon_r}{\varepsilon_r} \times (\vec{\nabla} \times \vec{H}) + k^2 \vec{H} = 0 \quad (3.27)$$

Igual que en el caso eléctrico, cuando el material tiene una permitividad relativa ε_r constante, entonces la ecuación vectorial de onda se reduce a la ecuación de Helmholtz escalar:

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \quad (3.28)$$

Si la guía de onda es invariante en la dirección z , como es usual en las fibras ópticas, entonces la derivada con respecto a la coordenada z es una constante tal que:

$$\frac{\partial}{\partial z} = -j\beta \quad (3.29)$$

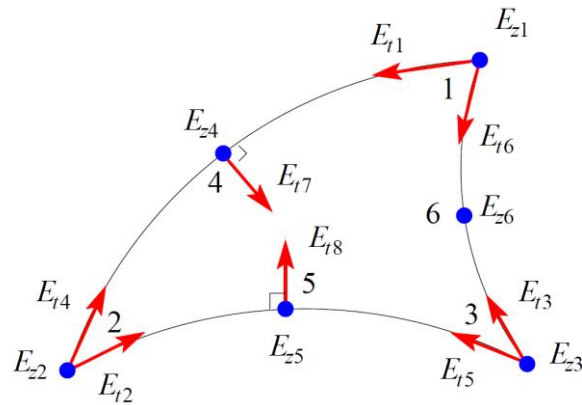
donde β es la constante de propagación en el eje z . La razón entre la constante de propagación en el medio y el número de onda en el vacío se conoce como índice de refracción efectivo:

$$n_{eff} = \frac{\beta}{k_0} \quad (3.30)$$

3.2 Método de Elementos Finitos FEM

El método de elementos finitos soluciona problemas con geometrías complicadas, sustituyendo el problema diferencial en un problema algebraico aproximadamente equivalente. Su característica principal es que divide o discretiza el problema en elementos y trata cada uno por separado; la solución del problema de cada elemento se da en términos de los valores en las esquinas de los elementos o también llamados nodos.

Por facilidad, para la descripción de este método se usarán elementos triangulares de primer orden, pero en el software usado para resolver el problema de esta tesis se usan elementos de segundo orden en atención al tiempo de cómputo por el problema de la multifísica a enfrentar. Vale decir que existen elementos poligonales de mayor orden, e inclusive curvilíneos (Figura 3-1) reportados en la literatura, [114] pero su programación se hace más compleja.

Figura 3-1 Elemento curvilíneo usado en [114].

El método de elementos finitos ha sido de gran utilidad en diferentes disciplinas ingenieriles. Hoy en día, junto con los avances computacionales alcanzados, es un método atractivo en el área del electromagnetismo y la multifísica. Por considerarlo de interés para el lector, en este capítulo se describe el método de elementos finitos aplicado a problemas de electrodinámica de dos dimensiones basado en el documento “Finite Element Method for Eigenvalue Problems in Electromagnetics” de C. J Reddy [115].

Para comenzar, se obtiene la ecuación de onda vectorial en su forma rotacional. Primero, se toma la ecuación (3.18) y se reemplaza el lado derecho por (3.15):

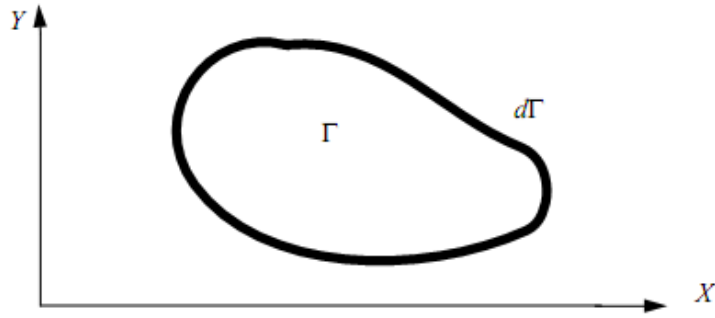
$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} \quad (3.31)$$

Teniendo en cuenta que $\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 = k_0^2$, la Ecuación (3.31) se puede escribir como

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \vec{E} = 0 \quad (3.32)$$

Guías de Onda Homogéneas – Formulación escalar

La geometría del problema se muestra en la Figura 3-2, en la que se muestra una región Γ delimitada por una frontera $d\Gamma$.

Figura 3-2 Geometría del problema [115].

En el caso homogéneo, la ecuación de onda es la ecuación de Helmholtz escalar, y para un campo escalar, Ψ satisface

$$\nabla^2 \Psi + k_0^2 \Psi = 0. \quad (3.33)$$

Si se multiplica esta función de Helmholtz a ambos lados por una función prueba T_s y se integra en todo el espacio Γ se obtiene:

$$\iint_{\Gamma} [T_s (\nabla_t^2 \Psi) + k_0^2 T_s \Psi] ds = 0 \quad (3.34)$$

El primer término de la Ecuación (3.34) puede reemplazarse según (3.35) y usando las identidades (3.36) y (3.37) se logra, finalmente, expresar (3.33) en su forma débil (3.38).

$$\iint_{\Gamma} T_s (\nabla_t^2 \Psi) ds = \iint_{\Gamma} T_s (\nabla_t \cdot \nabla_t \Psi) ds, \quad (3.35)$$

$$\nabla_t [T_s (\nabla_t \Psi)] = \nabla_t T_s \cdot \nabla_t \Psi + T_s (\nabla_t \cdot \nabla_t \Psi), \quad (3.36)$$

$$\iint_{\Gamma} \nabla_t \nabla_t \Psi ds = \int_{d\Gamma} \nabla_t \Psi \cdot \hat{n} dl, \quad (3.37)$$

$$\iint_{\Gamma} (\nabla_t T_s \cdot \nabla_t \Psi) ds - k \iint_{\Gamma} T_s \Psi ds = \int_{d\Gamma} T_s \frac{\partial \Psi}{\partial n} dl \quad (3.38)$$

Aquí, \hat{n} es el vector normal a lo largo de la frontera $d\Gamma$ y la expresión $\partial \Psi / \partial n$ es la derivada normal de Ψ a lo largo de la frontera $d\Gamma$.

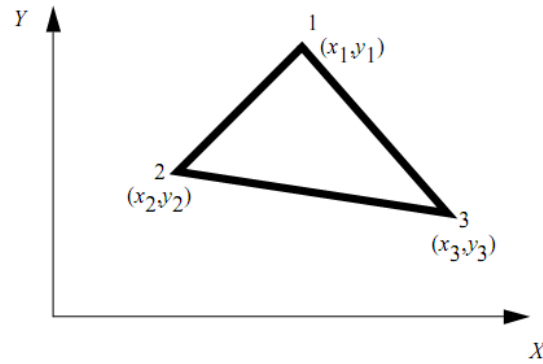
El último término de la Ecuación (3.38) se va a cero cuando se analizan las condiciones de Newmann o Dirichlet. La Ecuación (3.38) resulta en:

$$\iint_{\Gamma} (\nabla_i T_s \cdot \nabla_i \Psi) ds = k_0 \iint_{\Gamma} T_s \Psi ds \quad (3.39)$$

Obtenida la forma débil del problema a resolver, sigue la discretización. Para ello, la región del problema es dividida en elementos triangulares de primer orden (Ver Figura 3-3) —los elementos de segundo orden tienen 6 nodos, los 3 en vértices del elementos triangular y 3 más en los punto medio de las líneas que une los vértices—. En cada elemento triangular se propone una solución Ψ del tipo

$$\Psi = a + bx + cy \quad (3.40)$$

Figura 3-3 Elemento triangular [115].



Con ello, la solución en los vértices 1, 2 y 3 se puede ser expresar como:

$$\Psi_1 = a + bx_1 + cy_1, \quad (3.41)$$

$$\Psi_2 = a + bx_2 + cy_2, \quad (3.42)$$

$$\Psi_3 = a + bx_3 + cy_3, \quad (3.43)$$

Es decir, la función Ψ se puede escribir matricialmente de la siguiente forma:

$$\Psi = \sum_{i=1}^3 \Psi_i \alpha_i(x, y) \quad (3.44)$$

donde

$$\alpha_i(x, y) = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y), \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.45)$$

a_i , b_i , y c_i son respectivamente:

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j, \quad (3.46)$$

$$b_i = y_j - y_k, \quad (3.47)$$

$$c_i = x_k - x_j. \quad (3.48)$$

i, j, k son cíclicos, y la matriz A es:

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

Por otro lado, la función de prueba T_s usualmente se elige de manera que

$$T_s = \alpha_j(x, y). \quad (3.50)$$

La representación de la ecuación (3.44) queda, por lo tanto, para cada uno de los elementos triangulares en:

$$\sum_{i=1}^3 \Psi_i \iint_{\Delta} (\nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j) dx dy = k^2 \sum_{i=1}^3 \Psi_i \iint_{\Delta} \alpha_i \alpha_j dx dy, \quad (3.51)$$

donde Δ representa el elemento triangular. Matricialmente, esta ecuación se puede representar como:

$$[S_{el}] [\Psi] = k^2 [T_{el}] [\Psi], \quad (3.52)$$

donde

$$[S_{el}] = \iint_{\Delta} (\nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j) dx dy = A [\nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j], \quad (3.53)$$

$$[T_{el}] = \iint_{\Delta} \alpha_i \alpha_j dx dy = \frac{A}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.54)$$

Como lo recuerda Reddy, el último término de la ecuación (3.54) es la matriz $[T_{el}]$ hallada por Silvester [116]. Las matrices $[S_{el}]$ y $[T_{el}]$ son evaluadas para cada elemento y luego reunidas sobre toda la región dependiendo del número de modos, y así se obtiene la ecuación global:

$$[S] [\Psi] = k^2 [T] [\Psi]. \quad (3.55)$$

Este resultado está compuesto por matrices $n \times n$, donde n es el número de nodos.

Los modos TE ($\vec{E}_z = 0$) y TM ($\vec{H}_z = 0$) se pueden calcular luego de que la solución del potencial está resuelta para cada nodo, es decir, se tiene resuelto (3.44):

$$\Psi = \sum_{i=1}^3 \Psi_i \alpha_i(x, y) \quad (3.56)$$

Estos potenciales escalares pueden ser diferenciados con respecto a E_x y E_y , obteniéndose las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{1}{2A} \sum_{i=1}^3 \Psi_i b_i \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{1}{2A} \sum_{i=1}^3 \Psi_i c_i \quad (3.58)$$

Para los modos TE, las componentes del campo eléctrico transversal E_x y E_y son obtenidos de

$$E_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (3.59)$$

$$E_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (3.60)$$

Una vez conocido el potencial escalar, los campos eléctricos para el caso de los modos TM son obtenidos de

$$E_x = -Z_o^{TM} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (3.61)$$

$$E_y = -Z_o^{TM} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (3.62)$$

donde Z_o^{TM} es la impedancia de onda característica para el modo TM.

Guías de onda inhomogeneas – formulación vectorial

El método anteriormente descrito a partir de la técnica de Galerkin es válido para cualquier guía de onda hecho de un material completamente homogéneo. La precisión del método depende del número de elementos escogidos para algún caso específico.

Para problemas de guías de onda inhomogéneas, la aproximación del potencial escalar ya no es válido. Desafortunadamente, el método de elementos finitos basados en nodos, cuando es aplicado

a una ecuación de onda vectorial, da como resultado soluciones espurias o físicamente incorrectas, atribuidos, principalmente, a la falta de la aplicación de la condición de divergencia [115].

Afortunadamente, la técnica de asignarle grados de libertad a los bordes de los elementos, y no a los nodos, ha resuelto este problema. Para mostrar la complejidad del problema, en esta sección se describe la formulación del método de elementos finitos usando elementos de borde. El procedimiento que se sigue está basada en la formulación de Lee, Sun y Cendes [117].

En lugar de resolver el problema de la dispersión de inmediato, primero se muestra la solución para el problema de guía de onda homogéneo usando las dos componentes de los campos vectoriales transversales, luego se muestra cómo resolver el problema de guía de onda generalizado usando las tres componentes del campo vectorial para resolver la constante de propagación β .

Solución del problema de la guía de onda homogénea con dos componentes vectoriales transversales del campo

Como en el caso anterior de guías de onda homogéneas, los modos de propagación se separan en modos eléctricos transversales TE y modos magnéticos transversales TM; cada uno de ellos se resuelve separadamente.

Para el caso TE, $\vec{E}_z = 0$, el campo eléctrico vectorial transversal \vec{E}_t satisface la ecuación de onda vectorial (3.32):

$$\nabla_t \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \vec{E}_t \right) - k_0^2 \epsilon_r \vec{E}_t = 0 \quad (3.63)$$

Para el caso TM, $\vec{H}_z = 0$, el campo magnético vectorial transversal \vec{H}_t satisface también la misma ecuación vectorial de onda:

$$\nabla_t \times \left(\frac{1}{\epsilon_r} \nabla_t \times \vec{H}_t \right) - k_0^2 \mu_r \vec{H}_t = 0 \quad (3.64)$$

Se ilustrará el procedimiento para el caso de los modos TE, para los modos TM el procedimiento es exactamente igual excepto las condiciones de frontera que se aplican.

Lo primero es retomar la ecuación (3.32). Se incluye en cada término la función prueba \vec{T}_t por medio del producto punto, y se integra sobre toda la región Γ .

$$\iint_{\Gamma} \left(\vec{T}_t \cdot \nabla_t \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \vec{E}_t \right) - k_0^2 \varepsilon_r \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t \right) ds \quad (3.65)$$

A partir de las identidades vectoriales (3.66) y (3.67) y del teorema de divergencia (3.68) es posible reescribir la ecuación anterior como (3.69):

$$\vec{T}_t \cdot (\nabla_t \times \vec{A}) = (\nabla_t \times \vec{T}_t) \cdot \vec{A} - \nabla_t \cdot (\vec{T}_t \times \vec{A}), \quad (3.66)$$

$$(\vec{T}_t \times \vec{A}) \cdot \hat{n} = -\vec{T}_t \cdot (\hat{n} \times \vec{A}), \quad (3.67)$$

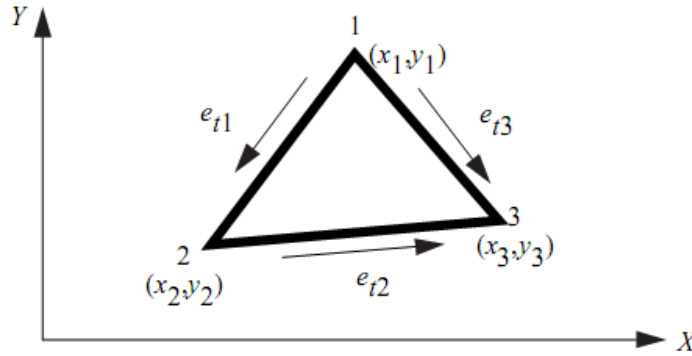
$$\iint_{\Gamma} \nabla_t \cdot (\vec{T}_t \times \vec{A}) ds = \int_{d\Gamma} (\vec{T}_t \times \vec{A}) \cdot \hat{n} dl, \quad (3.68)$$

$$\iint_{\Gamma} \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \vec{T}_t) \cdot (\nabla_t \times \vec{E}_t) ds = k_0^2 \varepsilon_r \iint_{\Gamma} \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t ds - \int_{d\Gamma} \vec{T}_t \cdot \left(\hat{n} \times \frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \vec{E}_t \right) dl \quad (3.69)$$

Debido a las condiciones de frontera, el último término se va a cero [115], por lo tanto la ecuación (3.32) queda de la forma:

$$\iint_{\Gamma} \frac{1}{\mu_r} (\nabla_t \times \vec{T}_t) \cdot (\nabla_t \times \vec{E}_t) ds = k_0^2 \varepsilon_r \iint_{\Gamma} \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t ds \quad (3.70)$$

Los elementos finitos utilizados en la sección anterior son escalares y los valores de los campos escalares en los nodos son inicialmente desconocidos. El método de elementos finitos basados en nodos no es adecuado para representar campos vectoriales en electrodinámica. La más simple aproximación para solucionar este tipo de problemas vectoriales toma como base los elementos el borde, no los nodos.

Figura 3-4 Elementos de borde [115].

Con este tratamiento, los elementos de borde imponen la continuidad de sólo las componentes tangenciales del campo eléctrico y el magnético. Además, la condición de frontera de Dirichlet se puede imponer fácilmente a lo largo del borde de los elementos y las soluciones espurias desaparecen.

Para el elemento de borde mostrado en la Figura 3-4, el campo eléctrico transversal se puede expresar como la superposición de elementos de borde. Los elementos de borde permiten una componente tangencial constante de la función base a lo largo de un borde triangular, tres funciones base sobre cada celda triangular provee la expansión completa:

$$\vec{E}_t = \sum_{m=1}^3 e_{tm} \vec{W}_m \quad (3.71)$$

donde:

$$\vec{W}_m = L_{tm} (\alpha_i \nabla_t \alpha_j - \alpha_j \nabla_t \alpha_i) \quad (3.72)$$

α_i es la función de forma de primer orden asociada a los nodos 1, 2 y 3, definidos por la ecuación (3.45); L_{tm} es la longitud del borde m conectando los nodos i y j , que es, explícitamente, la función base que representa el borde 1, 2 y 3 con coeficientes e_{t1} , e_{t2} y e_{t3} escritas como:

$$\vec{W}_{t1} = L_{t1}(\alpha_1 \nabla_t \alpha_2 - \alpha_2 \nabla_t \alpha_1), \quad (3.73)$$

$$\vec{W}_{t2} = L_{t2}(\alpha_2 \nabla_t \alpha_3 - \alpha_3 \nabla_t \alpha_2), \quad (3.74)$$

$$\vec{W}_{t3} = L_{t3}(\alpha_3 \nabla_t \alpha_1 - \alpha_1 \nabla_t \alpha_3). \quad (3.75)$$

Los tres parámetros desconocidos son e_{tm} . Se puede mostrar [115] que:

$$\hat{t}_m \cdot \vec{E}_t = e_{tm} \text{ (en el borde } m), \quad (3.76)$$

donde \hat{t}_m es un vector unitario del borde m a lo largo de la dirección del borde; por ejemplo, para los nodos 1 y 2 conectando el borde 1:

$$\hat{t}_{t1} = \frac{(x_2 - x_1)\hat{x} + (y_2 - y_1)\hat{y}}{L_{t1}}. \quad (3.77)$$

e_{tm} controla el campo tangencial en el borde m .

$\nabla_t \cdot \vec{W}_{tm} = 0$ se verifica y así se demuestra que se satisface la ecuación de la divergencia

$\nabla_t \cdot \vec{E}_t = 0$ debido a la ecuación (3.71) y, por lo tanto, la solución es libre de soluciones espurias.

Sustituyendo la ecuación (3.71) en la ecuación (3.70), se obtiene que

$$\frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} \sum_{m=1}^3 (\nabla_t \times \vec{W}_m) \cdot (\nabla_t \times \vec{W}_m) e_{tm} ds = k_0^2 \varepsilon_r \iint_{\Delta} \sum_{m=1}^3 (\vec{W}_m \cdot \vec{W}_m) e_{tm} ds \quad n=1,2,3, \quad (3.78)$$

donde Δ indica la integración sobre todo el elemento triangular. Por medio del intercambio entre la integral y la sumatoria, la anterior ecuación se puede escribir como:

$$[S_{el}] [e_t] = k_0^2 [T_{el}] [e_t], \quad (3.79)$$

donde:

$$[S_{el}] = \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} \sum_{m=1}^3 (\nabla_t \times \vec{W}_m) \cdot (\nabla_t \times \vec{W}_m) ds \quad (3.80)$$

$$[T_{el}] = \varepsilon_r \iint_{\Delta} (\vec{W}_m \cdot \vec{W}_m) ds \quad (3.81)$$

Estas matrices de elementos pueden ser ensambladas sobre todos los triángulos en la sección transversal de la guía de onda para obtener la ecuación global de valores propios (3.55):

$$[S][\Psi] = k_0^2 [T][\Psi]$$

Solución del problema de la guía de onda inhomogénea con las tres componentes vectoriales del campo para la determinación de la constante de propagación cuando el número de onda se conoce

El mismo procedimiento es aplicado para \vec{E} y para \vec{H} . En esta sección se mostrará el procedimiento sólo para \vec{E} .

Se parte de la ecuación vectorial (3.32) de guía de onda:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - k_0^2 \varepsilon_r \vec{E} = 0 \quad (3.82)$$

donde

$$\vec{E} = (E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z}) \exp(-j\beta z) \quad (3.83)$$

Haciendo la operación rotacional y separando las componentes longitudinales de las transversales, la ecuación (3.32) se puede dividir en dos como:

$$\nabla_t \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \vec{E}_t \right) - \frac{1}{\mu_r} (j\beta \nabla_t E_z - \beta^2 \vec{E}_t) = k_0^2 \varepsilon_r \vec{E}_t \quad (3.84)$$

$$-\frac{1}{\mu_r} [\nabla_t \cdot (\nabla_t E_z + j\beta \vec{E}_t)] = k_0^2 \varepsilon_r E_z \quad (3.85)$$

donde

$$\vec{E}_t = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} \quad (3.86)$$

Se separan β de k_0^2 , y para obtener matrices con valores reales, se introduce el siguiente ajuste:

$$\vec{E}_t = \frac{\vec{E}_t}{\beta} \quad (3.87)$$

$$E_z = -\frac{E_z}{j} \quad (3.88)$$

Así las ecuaciones (3.84) y (3.85) se pueden escribir como:

$$\nabla_t \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \vec{E}_t \right) + \frac{1}{\mu_r} \left(\beta^2 \nabla_t E_z + \beta^2 \vec{E}_t \right) = k_0^2 \epsilon_r \vec{E}_t \quad (3.89)$$

$$-\frac{1}{\mu_r} \left[\nabla_t \cdot \left(\nabla_t E_z + \vec{E}_t \right) \right] = k_0^2 \epsilon_r E_z \quad (3.90)$$

Para aplicar el método de Galerkin [115], se debe multiplicar la ecuación (3.89) con la función prueba T_t y la ecuación (3.90) con la función prueba T_z e integrar ambas ecuaciones sobre una región Γ . Así:

$$\iint_{\Gamma} \left[\vec{T}_t \cdot \nabla_t \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \vec{E}_t \right) + \frac{\beta^2}{\mu_r} \left(\vec{T}_t \cdot \nabla_t E_z + \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t \right) \right] ds = k_0^2 \epsilon_r \iint_{\Gamma} \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t ds \quad (3.91)$$

$$-\frac{1}{\mu_r} \iint_{\Gamma} T_z \left[\nabla_t \cdot \left(\nabla_t E_z + \vec{E}_t \right) \right] ds = k_0^2 \epsilon_r \iint_{\Gamma} T_z E_z ds \quad (3.92)$$

Con las siguientes identidades vectoriales:

$$\vec{A} \cdot (\nabla_t \times \vec{B}) = (\nabla_t \times \vec{A}) \cdot \vec{B} - \nabla_t \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) \quad (3.93)$$

$$\iint_{\Gamma} \nabla_t \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) ds = \int_{d\Gamma} (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \hat{n} dl = - \int_{d\Gamma} \vec{A} \cdot (\hat{n} \times \vec{B}) dl \quad (3.94)$$

$$\nabla_t \cdot f \vec{A} = \vec{A} \cdot \nabla_t f + f \nabla_t \cdot \vec{A} \quad (3.95)$$

$$\iint_{\Gamma} \nabla_t \cdot \vec{A} ds = \int_{d\Gamma} \vec{A} \cdot \hat{n} dl \quad (3.96)$$

las ecuaciones (3.91) y (3.92) pueden ser escritas en su forma débil así:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Gamma} \left[(\nabla_t \times \vec{T}_t) \cdot (\nabla_t \times \vec{E}_t) + (\beta^2 \vec{T}_t \cdot \nabla E_z + \beta^2 \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t) \right] ds \\ & = k_0^2 \varepsilon_r \iint_{\Gamma} \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t ds - \frac{1}{\mu_r} \int_{d\Gamma} \vec{T}_t \cdot (\hat{n} \times \nabla \times \vec{E}_t) dl \end{aligned} \quad (3.97)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Gamma} (\nabla_t T_z \cdot \nabla_t E_z + \nabla_t T_z \cdot \vec{E}_t) ds \\ & = k_0^2 \varepsilon_r \iint_{\Gamma} T_z E_z ds + \frac{1}{\mu_r} \int_{d\Gamma} \left(T_z \frac{\partial E_z}{\partial n} + T_z \hat{n} \cdot E_t \right) dl \end{aligned} \quad (3.98)$$

El último término de ambas ecuaciones puede ser despreciado debido a que las funciones pruebas son cero en $d\Gamma$ (condiciones de frontera). La ecuación (3.98) es multiplicada por β^2 por motivos de simetría y las ecuaciones (3.97) y (3.98) quedan respectivamente:

$$\frac{1}{\mu_r} \iint_{\Gamma} \left[(\nabla_t \times \vec{T}_t) \cdot (\nabla_t \times \vec{E}_t) + (\beta^2 \vec{T}_t \cdot \nabla E_z + \beta^2 \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t) \right] ds = k_0^2 \varepsilon_r \iint_{\Gamma} \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t ds \quad (3.99)$$

$$\frac{\beta^2}{\mu_r} \iint_{\Gamma} (\nabla_t T_z \cdot \nabla_t E_z + \nabla_t T_z \cdot \vec{E}_t) ds = k_0^2 \varepsilon_r \iint_{\Gamma} T_z E_z ds \quad (3.100)$$

Las ecuaciones son re-arregladas para obtener β cuando el número de onda es conocido. Las ecuaciones (3.99) y (3.100) se pueden reescribir como:

$$\frac{1}{\mu_r} \iint_{\Gamma} (\nabla_t \times \vec{T}_t) \cdot (\nabla_t \times \vec{E}_t) - k_0^2 \varepsilon_r \iint_{\Gamma} \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t ds = -\frac{\beta^2}{\mu_r} \left(\iint_{\Gamma} \vec{T}_t \cdot \nabla E_z ds + \iint_{\Gamma} \vec{T}_t \cdot \vec{E}_t ds \right) \quad (3.101)$$

$$\frac{\beta^2}{\mu_r} \iint_{\Gamma} \nabla_t T_z \cdot \nabla_t E_z ds + \frac{\beta^2}{\mu_r} \iint_{\Gamma} \nabla_t T_z \cdot E_t ds = k_0^2 \beta^2 \varepsilon_r \iint_{\Gamma} T_z E_z ds \quad (3.102)$$

En este caso, para la discretización, la ecuación vectorial de Helmholtz es dividida en dos partes, la primera basada en elementos de borde para la aproximación de los campos transversales y la segunda basada en elementos nodales de primero orden para la aproximación de la componente z de los campos. De la ecuación (3.71):

$$\vec{E}_t = \sum_{m=1}^3 e_{tm} \vec{W}_{tm},$$

donde m indica el borde m -ésimo del triángulo y \vec{W}_{tm} es el elemento de borde para m . La forma de la función prueba \vec{T}_t es elegida similar a la función base mostrada anteriormente, es decir:

$$\vec{T}_t = \vec{W}_{tm}. \quad (3.103)$$

La componente z del campo eléctrico se puede escribir como:

$$\vec{E}_z = \sum_{i=1}^3 e_{zi} \alpha_i, \quad (3.104)$$

donde i indica el nodo del elemento triangular y α_i se obtiene a partir de la ecuación (3.45). En este caso la función de prueba T_z es también elegida de forma que $T_z = \alpha_j$.

Sustituyendo (3.71) y (3.104) en las ecuaciones (3.101) y (3.102) e integrando sobre todo el triángulo se obtiene:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} (\nabla_t \times \vec{W}_m) \cdot (\nabla_t \times \vec{W}_m) e_{tm} ds - k_0^2 \sum_{m=1}^3 \varepsilon_r \iint_{\Delta} (\vec{W}_m \cdot \vec{W}_m) e_{tm} ds \\ & = -\beta^2 \left[\frac{1}{\mu_r} \sum_{m=1}^3 \iint_{\Delta} (\vec{W}_m \cdot \nabla \alpha_j) e_{zj} ds + \frac{1}{\mu_r} \sum_{m=1}^3 \iint_{\Gamma} (\vec{W}_m \cdot \vec{W}_m) e_{tm} ds \right], \end{aligned} \quad (3.105)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\beta^2}{\mu_r} \sum_{i=1}^3 \iint_{\Delta} (\nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j) e_{zi} ds + \frac{\beta^2}{\mu_r} \sum_{i=1}^3 \iint_{\Delta} (\nabla \alpha_i \cdot \vec{W}_m) e_{im} ds \\ & = \beta^2 \sum_{i=1}^3 k_0^2 \varepsilon_r \iint_{\Delta} \alpha_i \alpha_j e_{zi} ds, \end{aligned} \quad (3.106)$$

donde $n = 1,2,3; j = 1,2,3$

Estas dos últimas ecuaciones se pueden escribir matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} S_{el}(tt) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_t \\ e_z \end{bmatrix} = -\beta^2 \begin{bmatrix} T_{el}(tt) & T_{el}(tz) \\ T_{el}(zt) & T_{el}(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_t \\ e_z \end{bmatrix}, \quad (3.107)$$

En donde los elementos de las matrices están dados por:

$$S_{el}(tt) = \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} (\nabla_t \times \vec{W}_{tm}) \cdot (\nabla_t \times \vec{W}_{tm}) ds - k_0^2 \epsilon_r \iint_{\Delta} (\vec{W}_{tm} \cdot \vec{W}_{tm}) ds \quad (3.108)$$

$$T_{el}(tt) = \epsilon_r \iint_{\Delta} (\vec{W}_{tm} \cdot \vec{W}_{tm}) ds \quad (3.109)$$

$$T_{el}(tz) = \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} (\vec{W}_{tm} \cdot \nabla \alpha_j) ds \quad (3.110)$$

$$T_{el}(zt) = \iint_{\Delta} (\nabla \alpha_i \cdot \vec{W}_{tm}) ds \quad (3.111)$$

$$T_{el}(zz) = \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} (\nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j) ds - k_0^2 \epsilon_r \iint_{\Delta} \alpha_i \alpha_j ds \quad (3.112)$$

Si se ensamblan todas las matrices de todos los elementos pueden obtenerse la ecuación de matrices globales:

$$\begin{bmatrix} S_{tt} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_t \\ e_z \end{bmatrix} = -\beta^2 \begin{bmatrix} T_{tt} & T_{zt} \\ T_{zt} & T_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_t \\ e_z \end{bmatrix} \quad (3.113)$$

El software usado para resolver el problema planteado en esta tesis se llama COMSOL MULTIPHYSICS® que ayuda a resolver problemas que involucran problemas físicos acoplados.

3.3 Análisis Supermodal

El mayor interés de esta tesis es el desarrollo de dispositivos fotónicos que puedan usarse en aplicaciones en el área de las telecomunicaciones. El diseño del dispositivo logrado en esta tesis, y que será mostrado en detalle más adelante, requiere estudiar el efecto del acoplamiento de la luz en una estructura que contiene múltiples núcleos. Es por esto que surgió la necesidad de encontrar un método adecuado para estudiar el acoplamiento de la luz en guías de onda de varios núcleos.

Si se tienen dos guías de onda muy cercanas entre sí, y los campos evanescentes de la distribución modal logran tocar la otra guía de onda, entonces ocurre una transferencia de energía entre las dos guías de onda. En una fibra óptica de dos núcleos convencionales (núcleo 1 y núcleo 2) que se encuentran muy cerca entre sí, la transferencia de energía se produce de manera periódica.

De la teoría de modos acoplados (CTM por sus siglas en inglés) [118], se puede mostrar que cuando se ilumina uno de los núcleos, por ejemplo, el núcleo 1 con una unidad de potencia óptica, la potencia en los dos núcleos a una distancia z es de la forma:

$$P_1(z) = 1 - F^2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{(C_{12}C_{21})^{1/2} z}{2F} \right), \quad (3.114)$$

$$P_2(z) = F^2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{(C_{12}C_{21})^{1/2} z}{2F} \right), \quad (3.115)$$

donde

$$F = \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{\sigma^2}{4} \right\}^{1/2}}, \quad (3.116)$$

$$\sigma = \frac{2(\Omega - \beta_1 + \beta_2)}{(C_{12}C_{21})^{1/2}}. \quad (3.117)$$

Los coeficientes de acoplamiento C_{ij} son integrales que involucran la superposición de las distribuciones de los modos en los núcleos 1 y 2 calculadas de forma aislada uno del otro [118]; β_1 y β_2 son las constantes de propagación asociadas a los modos en cada núcleo y Ω la frecuencia angular.

De las expresiones (3.114) y (3.115) es claro que la distancia requerida para que la potencia óptica sea transferida completamente de un núcleo al otro, llamada longitud de acoplamiento, tiene la forma.

$$L_c = \frac{\pi F}{(C_{12}C_{21})^{1/2}}. \quad (3.118)$$

Para fibras con núcleos idénticos, es decir, $\beta_1 = \beta_2$ y $C_{12} = C_{21} = C$, la expresión (3.118) se reduce a $L_c = \pi/2C$.

Un estudio que se basa en el análisis de toda la estructura completa, llamado análisis supermodal, es otra alternativa para estudiar las guías de onda.

Para guías de onda infinitamente largas y uniformes en la dirección de la propagación de la luz, los modos de toda la estructura son llamados supermodos. Cuando más de un supermodo es excitado por la radiación incidente, el campo total a diferentes posiciones longitudinales será el resultado de la suma de los supermodos excitados. Este análisis es diferente del análisis de modos acoplados

anterior, debido a que este no asume que los modos de las guías de onda individuales son sólo perturbados por sus vecinos más cercanos. De esta manera, el análisis supermodal es más preciso que el análisis de modos acoplados cuando la distancia entre los núcleos es muy pequeña [66] o cuando la longitud de onda es comparable con el tamaño de los núcleos [119], como es el caso de las fibras microestructuradas en las cuales usualmente los dos núcleos están muy cercanos entre sí y pueden tener diámetros menores a 1 μm . Por otro lado, la teoría de modos acoplados es válida para guías de onda que no tengan estructuras complejas, como una fibra convencional; para PCF se hace necesario buscar, teóricamente, una fibra convencional equivalente de dos núcleos para que el cálculo sea válido [39, 119].

Cuando los núcleos de la guía de onda son monomodo, el número de supermodos por estado de polarización es igual al número de núcleos que contiene la guía; así, por ejemplo, por una fibra de dos núcleos pueden propagarse dos supermodos, llamados de modos pares, $\vec{E}_x^{par}(x, y)$ y $\vec{E}_y^{par}(x, y)$ y modos impares, $\vec{E}_x^{impar}(x, y)$ y $\vec{E}_y^{impar}(x, y)$. El campo total será la suma de los modos propagados para cada una de las polarizaciones [120]:

$$\vec{E}_x(x, y, z) = a_+ \vec{E}_x^{par}(x, y) e^{i\beta_x^{par} z} + a_- \vec{E}_x^{impar}(x, y) e^{i\beta_x^{impar} z}, \quad (3.119)$$

$$\vec{E}_y(x, y, z) = a_+ \vec{E}_y^{par}(x, y) e^{i\beta_y^{par} z} + a_- \vec{E}_y^{impar}(x, y) e^{i\beta_y^{impar} z}, \quad (3.120)$$

donde las amplitudes a_+ y a_- dan cuanta del peso de cada supermodo de la luz acoplada en la guía de onda óptica y β_i^{par} y β_i^{impar} son las constantes de propagación respectivas.

En general, las constantes de propagación de los supermodos pares e impares para cada polarización son diferentes [120]. La diferencia de fase entre los supermodos pares e impares puede ser obtenida como:

$$\delta_{x,y} = kz(n_{x,y}^{par} - n_{x,y}^{impar}) \quad (3.121)$$

donde $n_{x,y}^{par}$ y $n_{x,y}^{impar}$ son los índices de refracción efectivos de los modos par e impar para cada polarización, respectivamente, y cumplen la siguiente relación con las constantes de propagación:

$$\beta_{x,y}^{par} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{x,y}^{par} \quad (3.122)$$

$$\beta_{x,y}^{impar} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{x,y}^{impar} \quad (3.123)$$

De (3.121) se puede ver que $\delta_{x,y}$ varía con la distancia de propagación. Cuando el valor de la variación de la diferencia de fase sea π , entonces la correspondiente distancia de propagación es la longitud de acoplamiento, que se puede obtener directamente con la relación (3.121):

$$L_c = \frac{\pi}{\beta_i^{par} - \beta_i^{impar}} = \frac{\lambda}{2(n_i^{par} - n_i^{impar})} \quad (3.124)$$

En [121], Nicolas Mothe and Philippe Di Bin compararon varios métodos numéricos para el cálculo de la longitud de acoplamiento de una PCF. Encontraron que con los métodos de supermodos, el CTM y el BPM (*Beam Propagation Method*), se obtienen resultados confiables por encima de otros como el EFM (*Equivalent Fiber Model*). Los valores de los primeros tres métodos difieren sólo en 5% [121]. La ventaja más importante del método de supermodos es que no requiere tanto tiempo de cálculo como el método del BPM.

Saitoh y colaboradores calcularon en [114] la longitud de acoplamiento en función del periodo Λ de una PCF doble núcleo con la estructura mostrada en la Figura 3-5 por medio del BPM. La longitud de onda usada es $\lambda = 1.55 \mu m$, el parámetro $d/\Lambda = 0.5$ y la distancia entre los dos núcleos es $\sqrt{3}\Lambda$. Para comprobar y comparar el análisis supermodal, se ha calculado la L_c con el método de elementos finitos cuando $\Lambda = 2$ para esta fibra. Para ello se calcularon los índices efectivos de los supermodos de propagación para cada una de las polarizaciones (ver

Figura 3-6) y, aplicando (3.124), se calcularon las respectivas longitudes de acoplamiento para cada una de las polarizaciones.

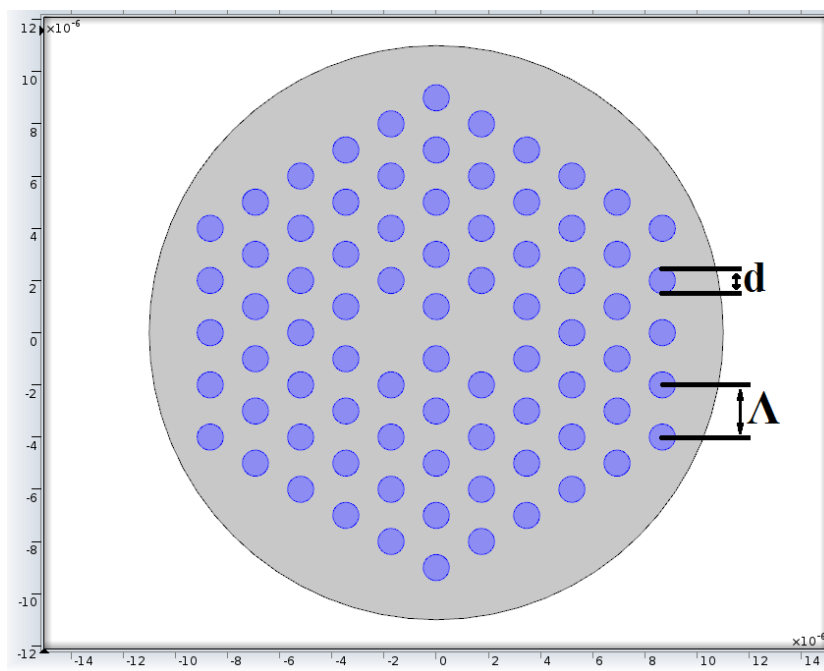
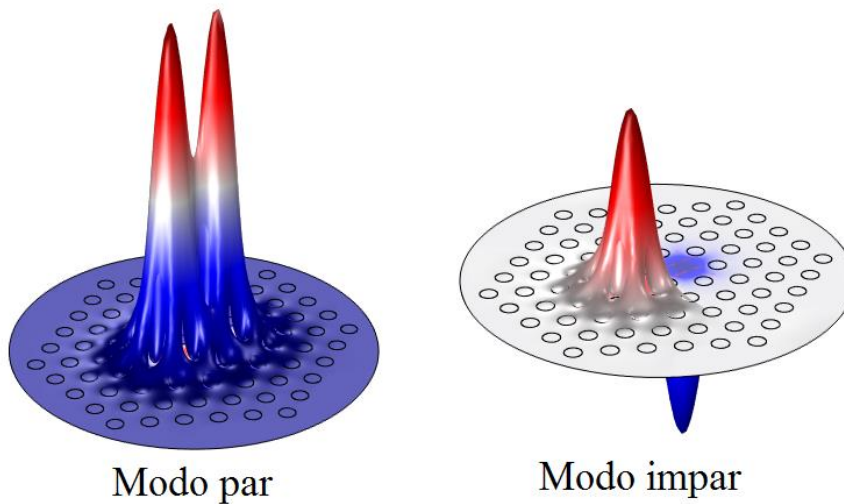
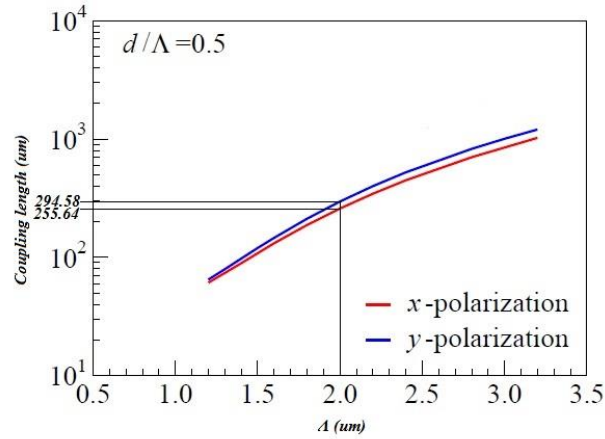
Figura 3-5 Geometría de una PCF doble núcleo**Figura 3-6** Modos par e impar encontrados para la PCF mostrada en la Figura 3-5.

Figura 3-7 Longitud de acoplamiento en función de Λ . Tomado de [114].

Cuando $\Lambda = 2$, la Figura 3-7 indica que la longitud de acoplamiento es 255.64 um y 294.58 um para las polarizaciones x y y respectivamente.

La Figura 3-8 muestra los supermodos pares e impares encontrados para cada una de las polarizaciones x y y . Los vectores indican la dirección del campo eléctrico y los colores y su intensidad indican la intensidad de campo eléctrico.

Para cada una de las polarizaciones se encontraron los índices de refracción efectivos, los resultados fueron:

$$n_x^{par} = 1.416163 \quad (3.125)$$

$$n_x^{impar} = 1.419156 \quad (3.126)$$

$$n_y^{par} = 1.416366 \quad (3.127)$$

$$n_y^{impar} = 1.418976 \quad (3.128)$$

Por lo tanto, las longitudes de acoplamiento para cada una de las polarizaciones son:

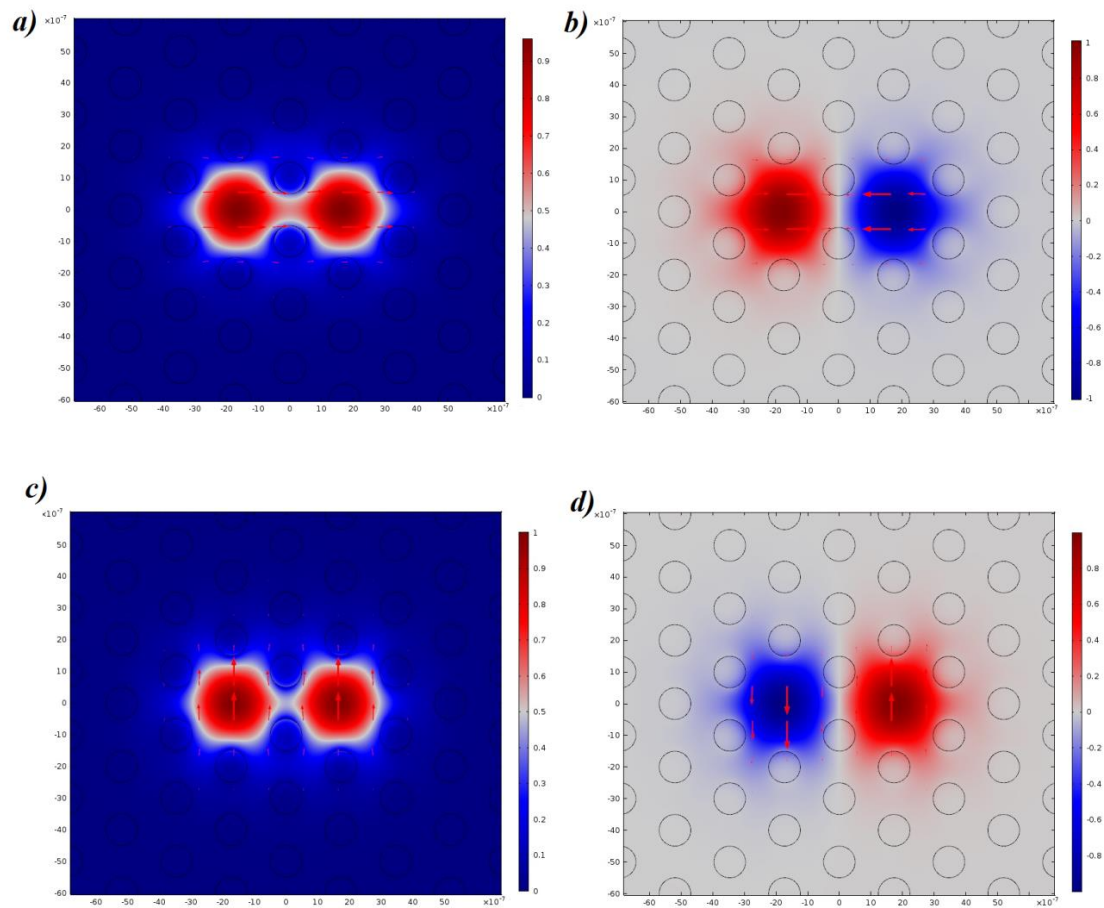
$$L_c^x = 258.94 \text{ um} \quad (3.129)$$

$$L_c^y = 296.93 \text{ um} \quad (3.130)$$

Los resultados obtenidos por medio del análisis supermodal difieren con respecto al BPM usado por Saitoh sólo en 1.3% y 0.8% para las polarizaciones x y y , respectivamente. Como se puede

ver, el procedimiento implementado en el software COMSOL para analizar acoplamiento en fibras PCF es altamente confiable.

Figura 3-8 Supermodos encontrados en la PCF mostrada en la Figura 3-5. a) Modo par, polarización x , b) Modo impar, polarización x , c) Modo par, polarización y , b) Modo impar, polarización y .



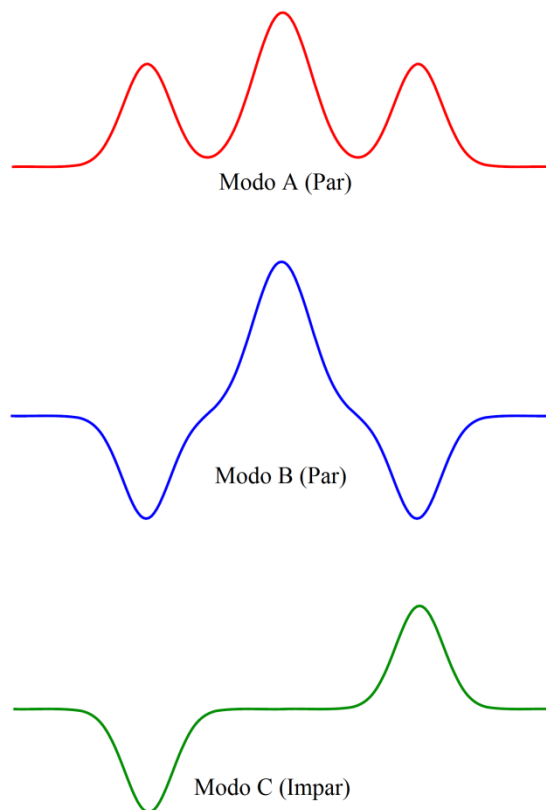
3.3.1 Guías de onda de tres núcleos

Es claro que las constantes de acoplamiento de una guía de onda de dos núcleos son dependientes de la distancia entre los núcleos; entre más lejanos entre sí, es más difícil o imposible la transferencia de la potencia óptica. Sin embargo, por medio del efecto de tunelamiento resonante es posible la transferencia de energía entre dos núcleos sin importar que tan lejanos se encuentren entre sí.

El efecto de tunelamiento resonante se basa en la inclusión de un tercer núcleo que sirva de puente o resonador, y permita la transferencia de energía entre los núcleos más lejanos. La manera de estudiar este fenómeno es por medio del estudio de una guía de onda de tres núcleos.

Cuando las guías de onda tienen tres núcleos monomodo, pueden propagarse tres supermodos, dos pares, llamados Modo A y Modo B, y uno impar, llamado Modo C, como se esquematiza en la Figura 3-9. Es importante mencionar que si la potencia óptica entra por uno de los núcleos laterales se logran excitar los tres modos; pero si la potencia óptica entra por el núcleo central sólo se excitarán los Modos A y B.

Figura 3-9 Supermodos A, B y C que pueden guiarse en guías de onda de tres núcleos monomodo.



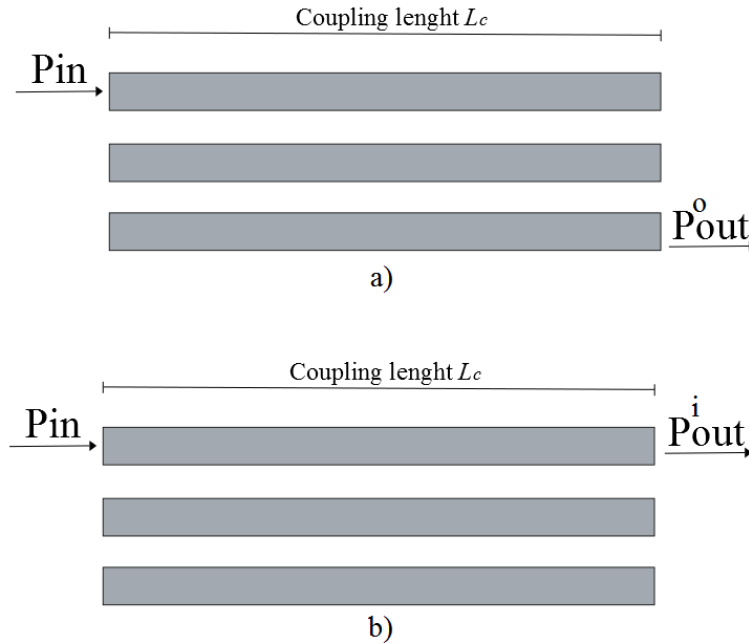
Cuando los tres modos son excitados, la longitud de acoplamiento se define como la longitud necesaria para que la potencia óptica de entrada P_{IN} pase desde uno de los núcleos laterales al

núcleo lateral opuesto como muestra la Figura 3-10a gracias al efecto de tunelamiento resonante. La expresión para calcular la longitud de acoplamiento es [122]:

$$L_c = \frac{\pi}{\beta_A - \beta_C} \quad (3.131)$$

donde β_A y β_C son las constantes de acoplamiento de los Modos A y C respectivamente. La eficiencia de esta transferencia depende de diferentes factores como las características de cada núcleo y la forma de la potencia a la entrada y a la salida [123]; es por esto que, generalmente, $P_{IN} \neq P_{OUT}^o$, y habrá cierta potencia P_{OUT}^i que no se acopla (Figura 3-10b).

Figura 3-10 Esquema de una guía de onda óptica de tres núcleos: a) longitud de acoplamiento cuando los tres modos son excitados; b) existe una porción de la potencia que no se acopla al núcleo lateral opuesto.



Se puede mostrar [123, 124] que la razón de la transferencia de la potencia P_{OUT} / P_{IN} en toda la estructura de la Figura 3-10 viene dada por:

$$\frac{P_{OUT}}{P_{IN}} = \frac{M_A^2 + M_B^2 + M_C^2 + 2M_A M_B \cos(\beta_A - \beta_B)Z + M_A M_C \cos(\beta_A - \beta_C)Z + M_B M_C \cos(\beta_C - \beta_B)Z}{M_A^2 + M_B^2 + M_C^2 + 2M_A M_B \cos(\beta_A - \beta_B)Z + M_A M_C \cos(\beta_A - \beta_C)Z + M_B M_C \cos(\beta_C - \beta_B)Z}, \quad (3.132)$$

donde P_{OUT} puede ser P_{OUT}^o o P_{OUT}^i , $\beta_A, \beta_B, \beta_C$ son las constantes de propagación para los supermodos A, B y C, respectivamente, y

$$M_j = \int_{-\infty}^{\infty} E_j(x)E_{IN}(x)dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} E_j(x)E_{OUT}(x)dx, \quad (3.133)$$

con $j = A, B, C$. $E_j(x)$, $E_{IN}(x)$ y $E_{OUT}(x)$ son las formas de los campos normalizados del modo j , del campo a la entrada, y del campo a la salida, respectivamente.

3.4 Método de Euler-Lagrange

Es bien conocido que si se quiere conocer el valor de x que minimiza o maximiza una función $f(x)$, es suficiente con resolver la ecuación

$$\frac{df(x)}{dx} = 0 \quad (3.134)$$

Para el caso en el que se quiere encontrar una función $f(x)$ que minimice una integral, se debe resolver una ecuación diferencial, tal que la solución es una función que hace que la integral tome su valor mínimo.

En el caso de esta tesis, se quiere resolver la ecuación de Oseen-Frank (2.9), adicionándole el término de la energía eléctrica, es decir:

$$F = \frac{K_{11}}{2} (\nabla \cdot \vec{n})^2 + \frac{K_{22}}{2} (\vec{n} \cdot \nabla \times \vec{n})^2 + \frac{K_{33}}{2} (\vec{n} \times \nabla \times \vec{n})^2 - \frac{1}{2} \varepsilon_{\perp} E^2 - \frac{1}{2} \Delta \varepsilon (\vec{n} \cdot \vec{E})^2 \quad (3.135)$$

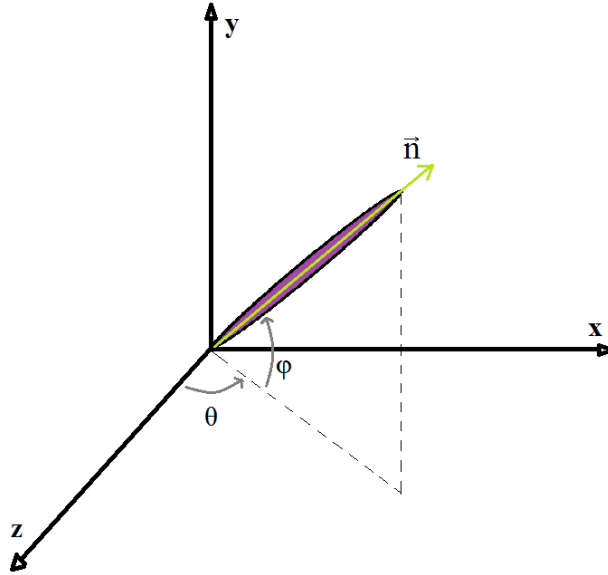
donde, como se recordará, \vec{n} es el vector director, es decir, el vector unitario que indica la dirección de la molécula de LC. \vec{n}_x, \vec{n}_y y \vec{n}_z son las proyecciones de \vec{n} en el eje coordenado mostrado en la Figura 3-11:

$$\vec{n} = \vec{n}_x(x, y, z)\hat{i} + \vec{n}_y(x, y, z)\hat{j} + \vec{n}_z(x, y, z)\hat{k} \quad (3.136)$$

Note que el problema a resolver es un problema en tres dimensiones; sin embargo, para comodidad numérica, se representa el mismo problema en dos dimensiones con dos ángulos θ y ϕ como se esquematiza en la Figura 3-11. Así:

$$\vec{n} = \vec{n}_x(\theta, \phi)\hat{i} + \vec{n}_y(\theta, \phi)\hat{j} + \vec{n}_z(\theta, \phi)\hat{k} \quad (3.137)$$

Figura 3-11 Ángulos θ y ϕ que determinan la posición de las moléculas de cristal líquido



Para obtener la ecuación diferencial que se debe resolver para minimizar la energía de F en (3.135), se comienza, inicialmente, con un ejemplo sencillo para obtener la ecuación de Euler-Lagrange que busca minimizar una integral S .

Desde la mecánica clásica es conocida esta técnica y en la literatura mundial se pueden encontrar muchos textos que abordan su formulación [66, 67, 73, 125]. Considere una función $L(q(t), q'(t), t)$, y suponga que se quiere encontrar una función $q(t)$ tal que la expresión (3.138) sea mínima.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, q', t) dt \quad (3.138)$$

Se asume que la función que minimiza S es una trayectoria que va desde $q_1(t_1)$ hasta $q_2(t_2)$ de la forma

$$q(t) + \delta q(t), \quad (3.139)$$

donde $\delta q(t)$ es una función arbitraria. En las fronteras, la desviación desaparece, es decir: $\delta q(t_1) = \delta q(t_2) = 0$. Además, se sabe que la derivada en el tiempo cumple que

$$\frac{d}{dt}[q(t) + \delta q(t)] = q' + \delta q' \quad (3.140)$$

Ahora, consideremos un pequeño cambio en S cuando se mueve de una trayectoria mínima a otra, muy cercana:

$$\Delta S = \int_{t_1}^{t_2} L(q + \delta q, q' + \delta q', t) dt - \int_{t_1}^{t_2} L(q, q', t) dt \quad (3.141)$$

Así, se ha hecho la suposición de que $\delta q(t)$ es pequeño, y se pueden despreciar los términos $(\delta q)^2$ y de potencias más altas.

Usando el hecho de que

$$\Delta f = f(q + \delta q) - f(q) \approx \frac{df}{dq} \delta q \quad (3.142)$$

entonces, la ecuación (3.141) se puede aproximar a:

$$\Delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial q} \delta q + \frac{\partial L}{\partial q'} \delta q' \right) dt \quad (3.143)$$

Ahora, es necesario que $\Delta S = 0$ para alguna función $\delta x(t)$. Así, es necesario que:

$$\frac{\partial L}{\partial q} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial q'} \right) \quad (3.144)$$

La cual es la ecuación de Euler-Lagrange.

Generalizando este procedimiento, la ecuación de Euler-Lagrange se puede expresar de diferentes maneras según funciones y variables se tengan.

- Si se tienen varias funciones de una sola variable:

Si el problema involucra varias funciones $(q_1, q_2, q_3, q_4, \dots, q_n)$ de una sola variable (x) , la integral S a minimizar en una región Ω y la respectiva ecuación de Euler-Lagrange son:

$$S = \int_{\Omega} L(q_1, q_2, \dots, q_n, q'_1, q'_2, \dots, q'_n, x) dx \quad (3.145)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial L}{\partial q'_i} \right) = 0 \quad (3.146)$$

donde $q'_i = \frac{dq_i}{dx}$.

- Si se tiene una sola función de una sola variables:

Si el problema involucra una sola función (q), de varias variables ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$), la integral S a minimizar en una región Ω y la respectiva ecuación de Euler-Lagrange son:

$$S = \int_{\Omega} L(q, q'_{x_1}, q'_{x_2}, q'_{x_3}, \dots, q'_{x_n}, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) dx \quad (3.147)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial L}{\partial q'_{x_i}} \right) = 0 \quad (3.148)$$

donde $q'_{x_i} = \frac{dq}{dx_i}$.

- Si se tienen varias funciones de varias variables:

Si el problema involucra varias funciones ($q_1, q_2, q_3, q_4, \dots, q_n$), de varias variables ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$), la integral S a minimizar en una región Ω , y el respectivo sistema de ecuaciones a resolver de Euler-Lagrange, son:

$$S = \int_{\Omega} L(q_1, q_2, q_3, \dots, q_m, q'_{1,1}, q'_{1,2}, \dots, q'_{1,n}, q'_{m,1}, q'_{m,2}, \dots, q'_{m,n}, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) dx \quad (3.149)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial q_1} - \sum_{i=1}^n \frac{d}{dx_i} \left(\frac{\partial L}{\partial q'_{1,i}} \right) &= 0, \\ \frac{\partial L}{\partial q_2} - \sum_{i=1}^n \frac{d}{dx_i} \left(\frac{\partial L}{\partial q'_{2,i}} \right) &= 0, \\ &\vdots \\ \frac{\partial L}{\partial q_j} - \sum_{i=1}^n \frac{d}{dx_i} \left(\frac{\partial L}{\partial q'_{j,i}} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (3.150)$$

$q'_{j,i} = \frac{\partial q_j}{\partial x_i}$.

Para el caso de interés, en el que se quiere minimizar la energía libre de los LC en la ecuación(3.135), se tiene un problema de dos funciones θ y ϕ , con dos variables x y y (Suponiendo el problema invariante en z). De esta manera, el sistema de ecuaciones de Euler-Lagrange a resolver es:

$$F_T = \int_{\Omega} F \left(\theta, \phi, \frac{\partial \theta}{\partial x}, \frac{\partial \theta}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, x, y \right) dx \quad (3.151)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial \frac{\partial \theta}{\partial x}} \right) - \frac{d}{dy} \left(\frac{\partial F}{\partial \frac{\partial \theta}{\partial y}} \right) = 0 \quad (3.152)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \phi} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial \frac{\partial \phi}{\partial x}} \right) - \frac{d}{dy} \left(\frac{\partial F}{\partial \frac{\partial \phi}{\partial y}} \right) = 0$$

4. Diseño del dispositivo y resultados

La investigación del acoplamiento entre guías de onda es importante para muchos dispositivos basados en acopladores direccionales, tales como interruptores ópticos, moduladores, divisores de potencia, filtros, conversores de polarización, conversores modales, divisores de haz de ondas guiadas y multiplexores [126-128]. Por otro lado, la posibilidad de sintonizar la condición de operación de los dispositivos los hace más atractivos ya que aumenta su funcionalidad en diferentes aplicaciones en el área de la investigación y de la ingeniería.

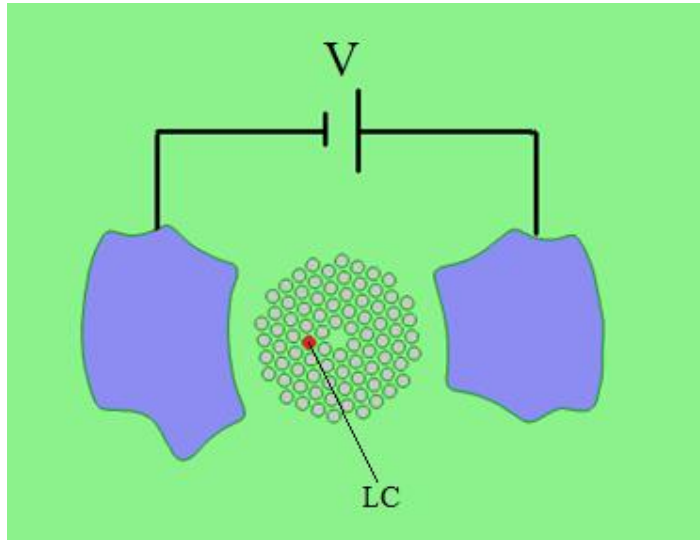
Inicialmente, nuestro mayor interés en esta tesis era el diseño de un acoplador direccional sintonizable por medio de campo eléctrico; el dispositivo debía ser completamente a fibra óptica, por lo que los electrodos que controlaban la electro-óptica de los LC estaban insertados en la misma PCF, lo que hacía que el dispositivo fuera aún más integrado. Este tipo de dispositivos, con infiltraciones selectivas y electrodos integrados aún no ha sido reportado en la literatura.

En esta tesis se ha logrado, además de tener la operación de un acoplador direccional sintonizable, la operación de un filtro óptico sintonizable en el mismo dispositivo. Ambos modos de operación se pueden usar simultáneamente dado que, como se mostrará más adelante, el rango de operación espectral de los dos dispositivos no coinciden y, por ende, no se tiene interferencia entre los dos modos de operación. Este hecho lleva a hablar por primera vez en el mundo del concepto de multifuncionalidad, es decir, la integración de múltiples funcionalidades en una sola fibra.

El grupo de investigación de Fotónica y Optoelectrónica de la Universidad Nacional de Colombia ha estado trabajando teórica y experimentalmente con una PCF que tiene electrodos integrados para inducir birrefringencia por medio de temperatura, ver Figura 2-15 [60, 61]. Como una primera aproximación al objetivo general de esta tesis, se estudió el efecto de la infiltración en uno de los agujeros con LC de la misma PCF, como muestra la Figura 4-1. El estudio mostró que infiltrando solo un agujero de esta estructura, se obtiene un acoplador direccional de dos núcleos con muy baja

eficiencia en el espectro de interés (300 nm - 1600 nm), esto es debido a la gran diferencia que existe entre las constantes de acoplamiento del agujero con LC y del núcleo sólido.

Figura 4-1 Esquema inicial del dispositivo.



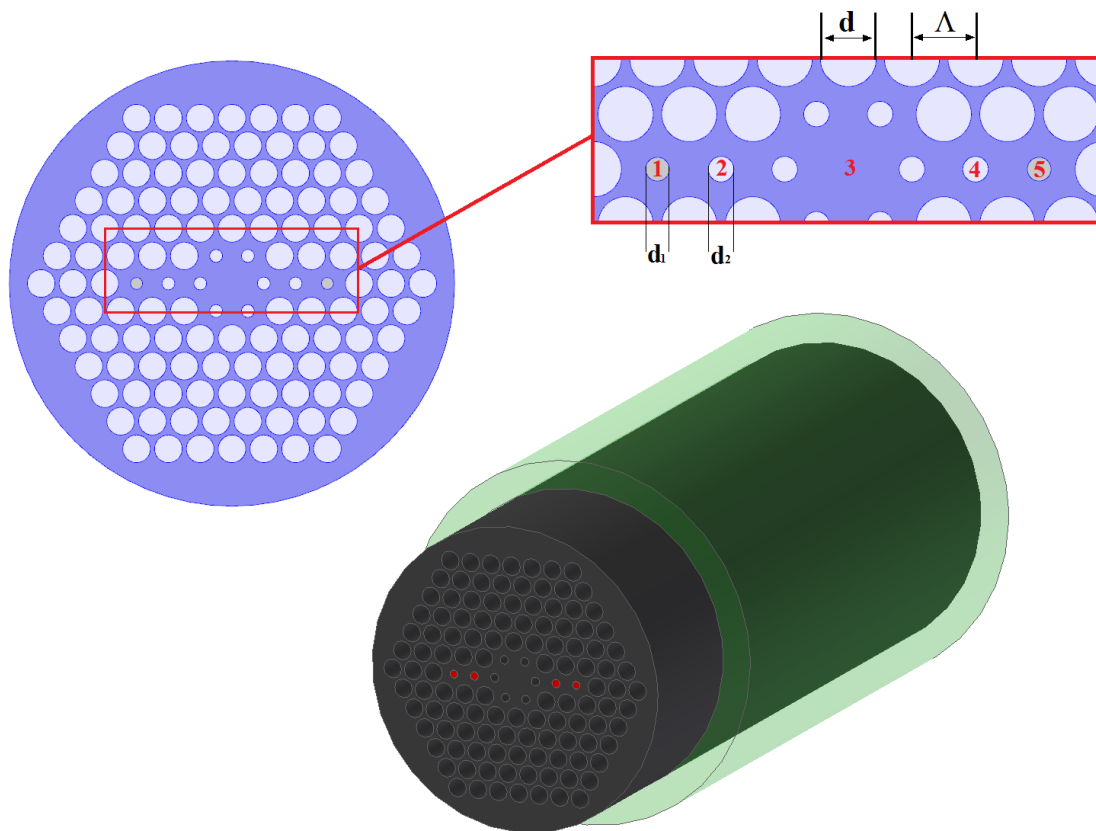
Por otro lado, en el transcurso de la elaboración de esta tesis, nos interesamos en los acopladores de tres núcleos como una primera visión a los circuitos transversales [1, 129, 130], área que se quiere estudiar en el grupo de investigación en el futuro.

Estos resultados, y los nuevos intereses, obligaron al diseño de una nueva estructura que cumpliera, por un lado, con el requerimiento de la similitud de los diferentes núcleos en el espectro de interés y, por el otro lado, en que existieran más de dos núcleos en el diseño.

El diseño de la sección transversal de la PCF se ilustra en la Figura 4-2. Los micro-huecos están dispuestos en una estructura con simetría triangular fabricada de sílice pura, donde la constante de red $\Lambda=3.0 \mu\text{m}$ es uniforme sobre la sección transversal de la fibra y el diámetro de los micro-huecos es $d=2.6 \mu\text{m}$. Los micro-huecos del anillo más interno, al igual que la pareja de micro-huecos etiquetada como 2 y 4, tienen un diámetro $d_2 = d_4 = 1.2\mu\text{m}$. Por otro lado, la pareja de micro-huecos etiquetada como 1 y 2 tiene un diámetro $d_1 = d_5 = 1.12\mu\text{m}$.

Esta estructura novedosa es una guía de onda de cinco núcleos: un núcleo central de sílice pura y cuatro núcleo laterales de LC, en la que cada modo de operación —acoplador direccional o filtro sintonizable— se puede estudiar como un guía de onda de tres núcleos tal y como se mostró en la Sección 3.3.1. Aquí, el núcleo sólido hace las veces de resonador, o puente para que la luz pueda transferirse desde uno de los núcleos laterales al otro ubicado en el extremo opuesto. Como se mostrará más adelante, con la infiltración de los agujeros 1 y 5 se tiene el modo de operación como filtro, y la infiltración de los agujeros 2 y 4 para el modo de operación como acoplador óptico.

Figura 4-2 Estructura de la PCF diseñada.



4.1 Sintonización con temperatura

Como ya se señaló en el capítulo anterior, para analizar los modos de propagación de la LCPCF se utiliza el método de elementos finitos vectorial completamente anisótropo para solucionar la ecuación de onda vectorial para el campo eléctrico (3.32):

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \vec{E} = 0$$

El índice de refracción tanto de la sílice pura como del cristal líquido propuesto para este diseño, MLC-6884 de Merck®, dependen de la longitud de onda. El índice de refracción de la sílice pura se puede evaluar de la ecuación de Sellmeier [18]

$$n^2(\lambda) = 1 - \sum_{j=1}^3 \frac{B_j \lambda^2}{C_j - \lambda^2}, \quad (4.1)$$

donde los coeficientes B_j y C_j se muestran en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1 Coeficientes para la Ecuación de Sellmeier de la sílice pura.

B_1	0.6961663	C_1	0.0046791482 μm^2
B_2	0.4079426	C_2	0.01351206307 μm^2
B_3	0.8974794	C_3	97.93400253792 μm^2

Por otro lado, el índice de refracción del LC tiene una sensibilidad a la temperatura significativamente mayor en comparación con la del vidrio de sílice pura. El LC propuesto en el diseño del dispositivo es un material anisótropo que, si bien se caracteriza por sus índices de refracción ordinario (n_o) y extraordinario (n_e), el efecto de la temperatura se puede expresar sobre el índice de refracción promedio (2.3):

$$\langle n \rangle = \frac{n_e(T) + 2n_o(T)}{3},$$

donde n_o y n_e se pueden evaluar con el modelo de Cauchy extendido (2.1) y (2.2):

$$n_e(T) = A_e(T) + \frac{B_e(T)}{\lambda^2} + \frac{C_e(T)}{\lambda^4}, \quad (4.2)$$

$$n_o(T) = A_o(T) + \frac{B_o(T)}{\lambda^2} + \frac{C_o(T)}{\lambda^4}. \quad (4.3)$$

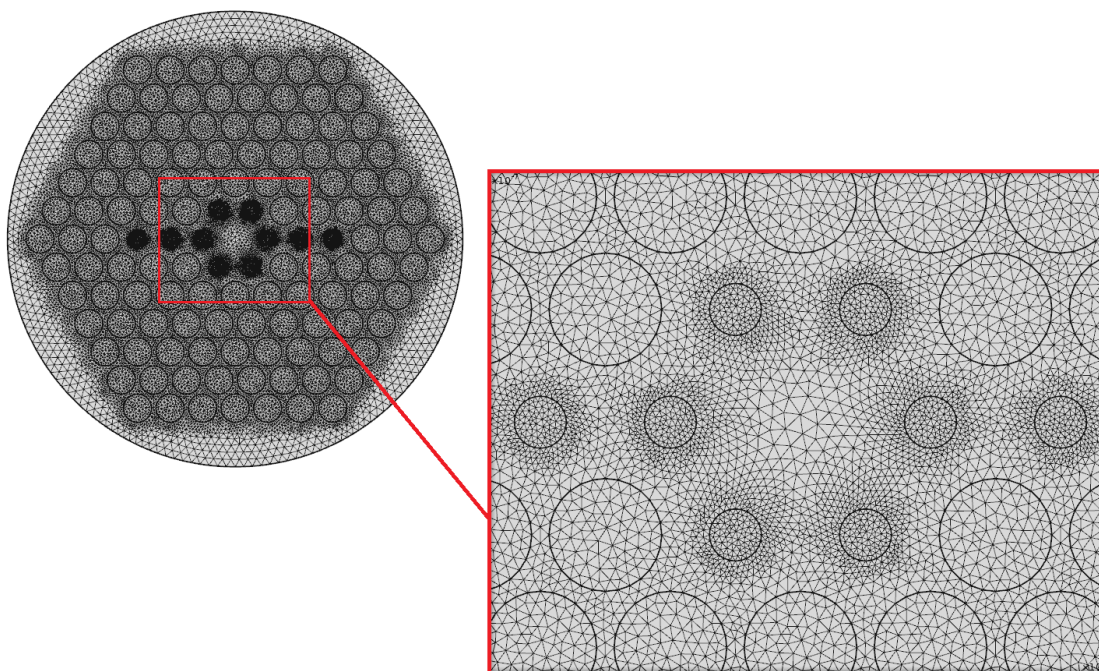
A partir de los datos proporcionados por [2], se extrajeron los coeficientes de Cauchy para el LC escogido (Ver Tabla 4-2).

Tabla 4-2 Coeficientes de Cauchy para el MLC-6884 de Merck®

<i>Temperatura</i>	<i>Ae</i>	<i>Be</i>	<i>Ce</i>	<i>Ao</i>	<i>Bo</i>	<i>Co</i>
15°C	1.5419827	0.0182786	-0.0016056	1.4627410	0.0072009	-0.0002814
30°C	1.5440514	0.0095350	-0.0000831	1.4556360	0.0090138	-0.0005041
45°C	1.5322021	0.0097304	-0.0001583	1.4534539	0.0070892	-0.0000134

4.1.1 Discretización de la geometría

La simulación se realizó con elementos triangulares de segundo orden. El enmallado o discretización de la geometría completa se muestra en la Figura 4-3. Note que el enmallado es más fino en el área de mayor interés y grueso en las partes lejanas de este, lo que hace un balance adecuado para obtener resultados precisos y rápidos. La Tabla 4-3 muestra los parámetros definidos en el enmallado para ambas regiones, las cercanas y las lejanas al área de mayor interés.

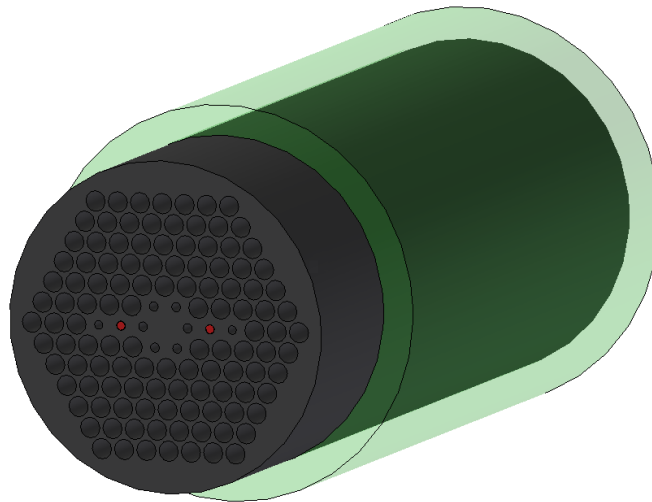
Figura 4-3 Discretización de la geometría**Tabla 4-3** Parámetros del enmallado

Parámetro	Descripción	Cerca al área de mayor interés	Lejos al área de mayor interés
Tamaño máximo del elemento	Es el tamaño máximo que tendrá un elemento en el enmallado	4.2E-7 m	8.4E-7 m
Tamaño mínimo del elemento	Es el tamaño mínimo que tendrá un elemento en el enmallado	8.4E-10 m	3.15E-9 m
Máxima tasa de crecimiento del tamaño del elemento	Determina qué tan rápido crecen los elementos. El valor de 1 no obtiene crecimiento.	1.1	1.2
Resolución de la curvatura	Determina el número de elementos en las fronteras curvas. Valores pequeños obtienen enmallados finos.	0.2	0.25
Resolución en las regiones estrechas	Determina el número de elementos en las regiones muy estrechas. Valores pequeños obtienen enmallados finos.	1	1

4.1.2 Funcionamiento como acoplador óptico direccional

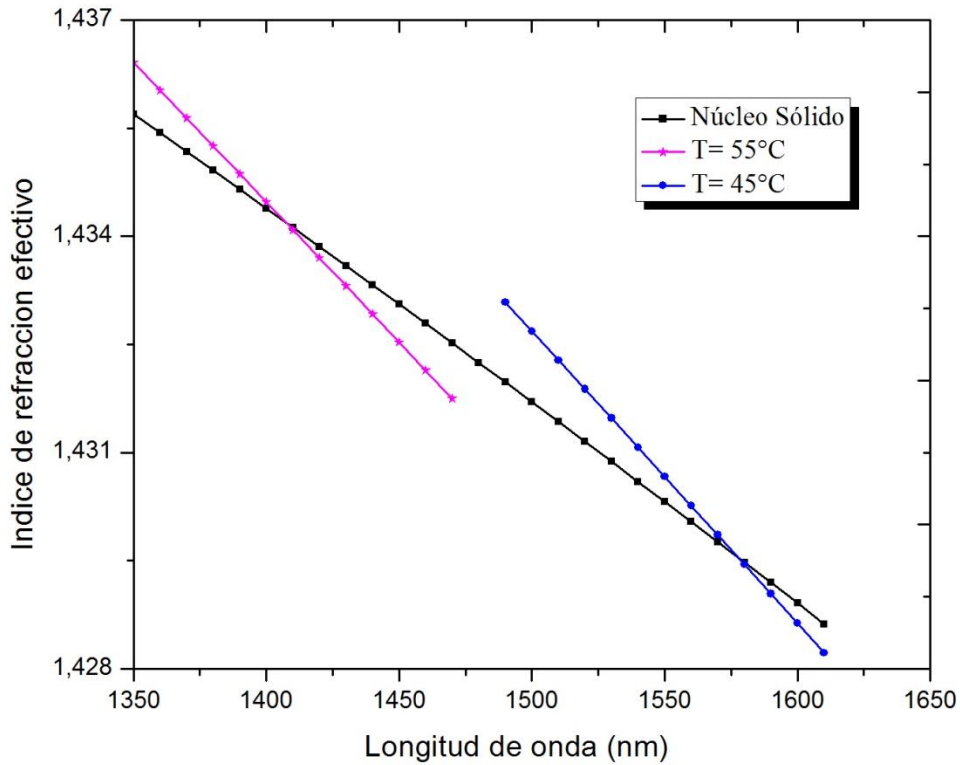
Para estudiar la viabilidad del dispositivo como acoplador óptico direccional y sintonizable por efecto térmico, se simuló el diseño mostrado en la Figura 4-4. En este modo de operación, los agujeros etiquetados como 2 y 4 se infiltran con LC.

Figura 4-4 LCPCF con infiltraciones en los agujeros 2 y 4 para su funcionamiento como acoplador



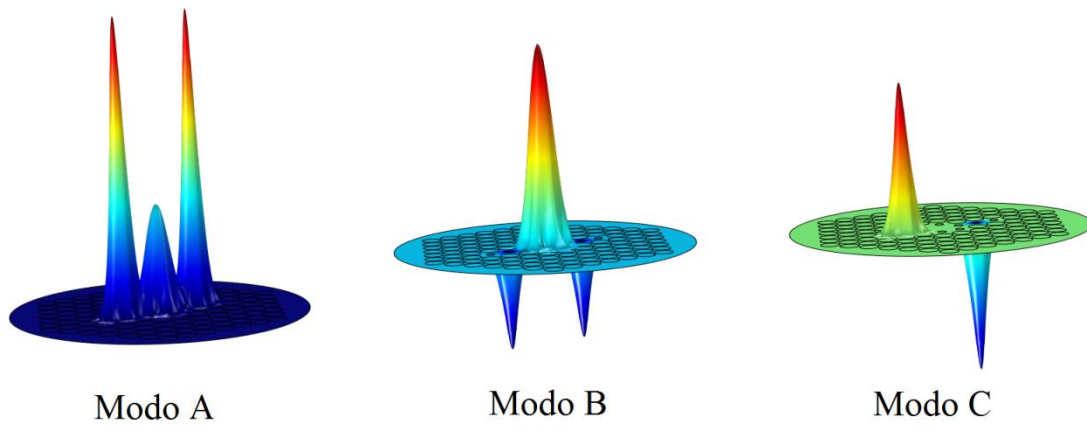
Las curvas de dispersión de los modos de propagación fundamentales con polarización horizontal de los núcleos infiltrados de LC y del núcleo sólido 3 para dos temperaturas diferentes se muestran en la Figura 4-5. Los puntos de cruce de estas curvas corresponden a las longitudes de onda en que los tres núcleos tienen el mismo índice de refracción efectivo, lo cual indica que se alcanza la condición de ajuste de fase y será a esas longitudes de onda cuando la transferencia de luz del núcleo 2 al 4 es más eficiente. Los resultados en la Figura 4-5 indican que a $T=45^{\circ}\text{C}$ el pico de acoplamiento será en $\lambda=1406\text{ nm}$ y para $T=55^{\circ}\text{C}$ el pico será en $\lambda=1585\text{ nm}$.

Figura 4-5 Dispersión de los modos de propagación fundamental en el núcleo central 3 y los agujeros 2 y 4 llenos de LC (extremos) a dos temperaturas diferentes para luz con polarización horizontal.



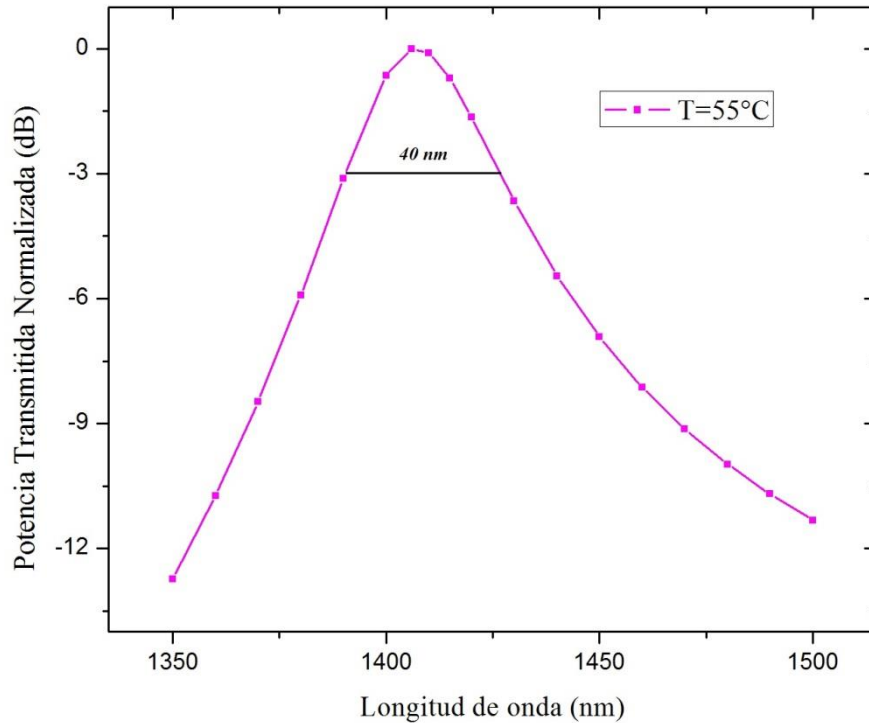
Para estimar la eficiencia de la transferencia de energía se usan las expresiones (3.132) y (3.133) generalizadas a dos dimensiones. Los campos $E_j(x, y)$ para cada uno de los supermodos $j = A, B, C$ fueron obtenidos por medio del software computacional de elementos finitos COMSOL Multiphysics®, ver Figura 4-6. Las constantes M_A , M_B y M_C fueron calculadas resolviendo la integral de solapamiento (3.133) para cada uno de los supermodos A, B y C con polarización horizontal por medio de MATLAB®.

Figura 4-6 Supermodos A, B y C del acoplador óptico direccional a 55°C y a una longitud de onda de 1.435 μm .



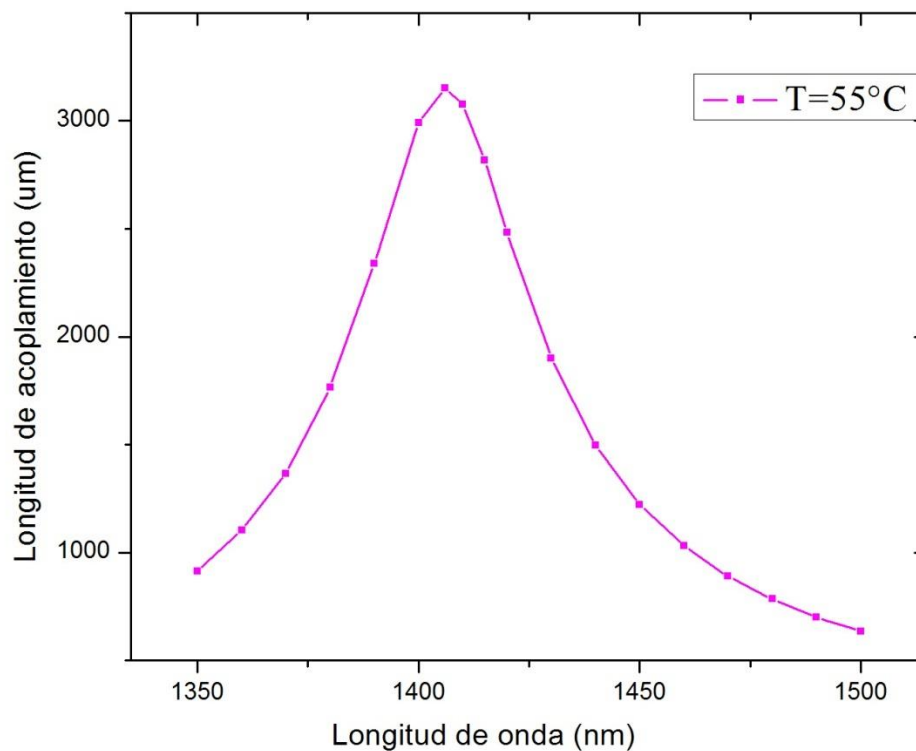
La eficiencia de la transferencia de potencia en el rango entre 1350 nm y 1500 nm se muestra en la Figura 4-7, en donde se puede ver que el ancho de banda a -3dB es de 40 nm. La longitud de onda en el cual existe la mayor transferencia de potencia es en $\lambda=1406$ nm, como se pudo evidenciar de la curva de dispersión (Figura 4-5).

Figura 4-7 Eficiencia de la transferencia de la potencia óptica entre los dos núcleos de LC a 55°C.



La Figura 4-8 muestra la longitud de acoplamiento de la polarización horizontal para un rango de longitudes de onda entre 1350 nm a 1500 nm a una temperatura de 55°C. Los datos se calcularon por medio de la expresión (3.131). El valor máximo de acoplamiento ocurre cuando $\lambda=1406$ nm, es decir, cuando los tres núcleos están en fase y la eficiencia de la transferencia de potencia es máxima. El dispositivo ideal sería, por lo tanto, de un poco más de 3 mm de longitud.

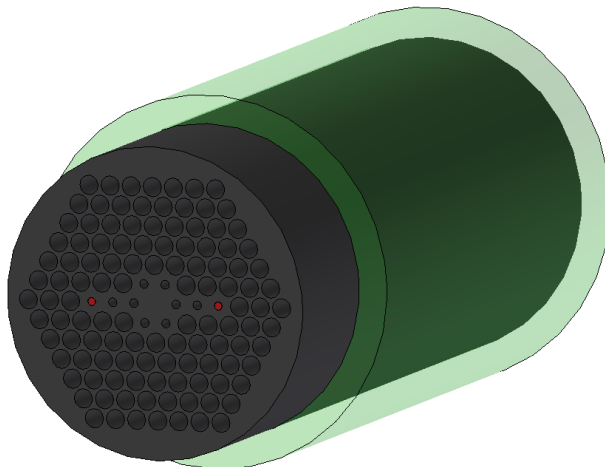
Figura 4-8 Longitud de acoplamiento de la polarización horizontal en función de la longitud de onda para una temperatura de 55°C



4.1.3 Funcionamiento como filtro óptico

Para estudiar la viabilidad del dispositivo como filtro óptico sintonizable por medio de temperatura, se simuló el diseño mostrado en la Figura 4-9. Para este modo de operación se infiltran con LC los agujeros etiquetados como 1 y 5. Al igual que en el caso anterior, las constantes M_j se calcularon resolviendo la integral de solapamiento (3.133) para cada uno de los supermodos A, B y C. Como se recordará, los supermodos A, B y C se calculan por medio del software computacional de elementos finitos COMSOL Multiphysics®.

Figura 4-9 LCPCF con infiltraciones en los agujeros 1 y 5 para su funcionamiento como filtro.



Las curvas de dispersión para luz con polarización horizontal de los modos de propagación fundamentales de los núcleos 1 y 5 de LC y del núcleo sólido central 3 a tres temperaturas diferentes se muestra en la Figura 4-10. Al igual que en el caso anterior, los puntos de cruce de estas curvas corresponden a las longitudes de onda en que los tres núcleos tienen el mismo índice de refracción efectivo que, como ya se sabe, indica que se alcanza la condición de ajuste de fase y será a esas longitudes de onda cuando la transferencia de luz del núcleo 1 al 5 es más eficiente. Los resultados en la Figura 4-10 indican que a $T=15^{\circ}\text{C}$ el pico de mayor acoplamiento será en $\lambda=1376$ nm, para $T=30^{\circ}\text{C}$ el pico será en $\lambda=1492$ nm y para $T=15^{\circ}\text{C}$ el pico será en $\lambda=1579$ nm.

La Figura 4-11 muestra los tres supermodos con polarización horizontal encontrados a una longitud de onda 1.492 μm y a una temperatura de 30°C . Estos tres supermodos son calculados para diferentes longitudes de onda y usados para calcular la eficiencia de la transferencia de potencia entre los núcleos.

Figura 4-10 Cambio del índice de refracción con respecto a la longitud de onda del núcleo sólido (central), y los agujeros de LC (extremos) a tres temperaturas diferentes para el filtro óptico.

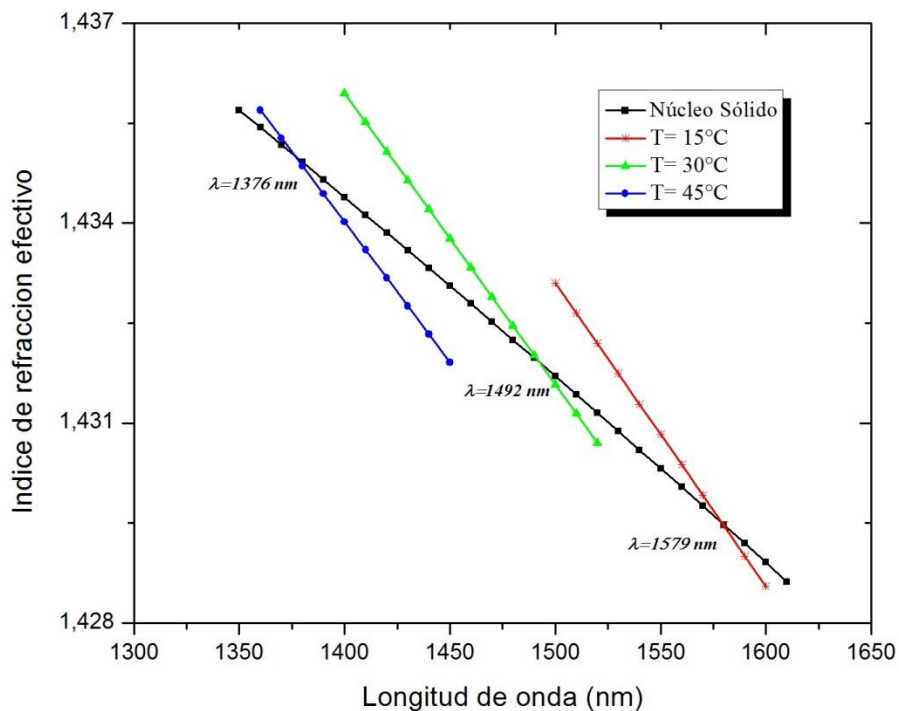
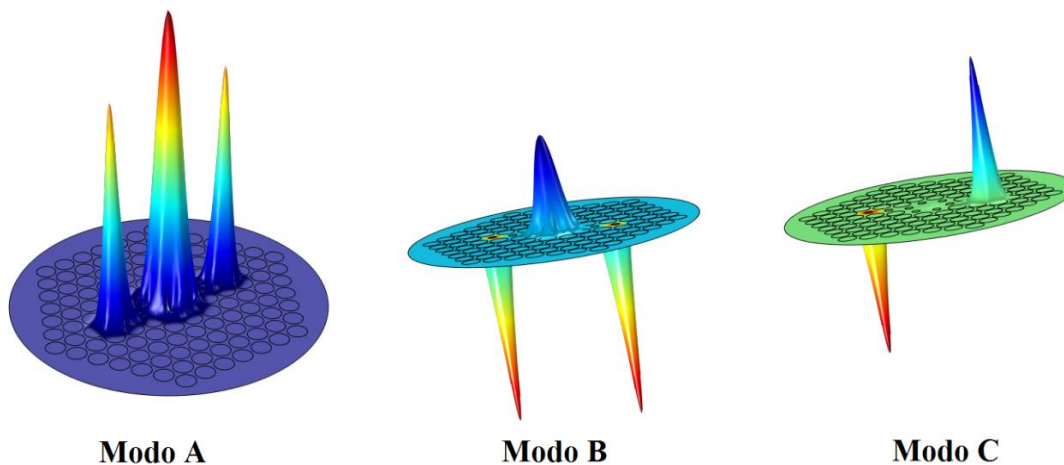


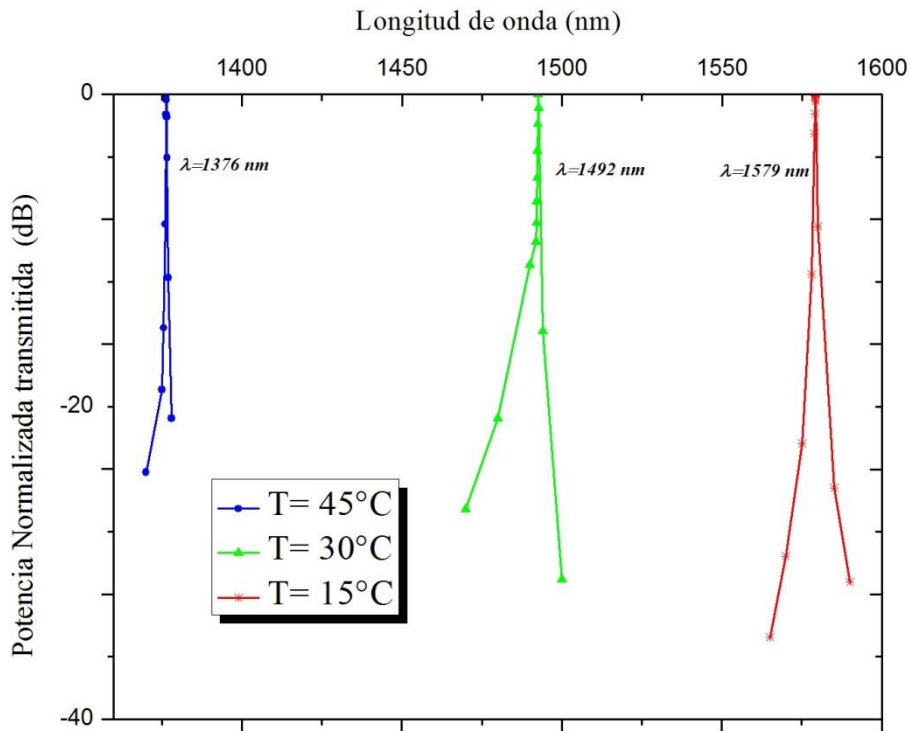
Figura 4-11 Supermodos A, B y C del acoplador óptico direccional a 30°C y a una longitud de onda de 1.492 μm .



La eficiencia de la transferencia de potencia para diferentes longitudes de onda a las mismas temperaturas analizadas en la curvas de dispersión (Figura 4-10) se muestra en la Figura 4-12.

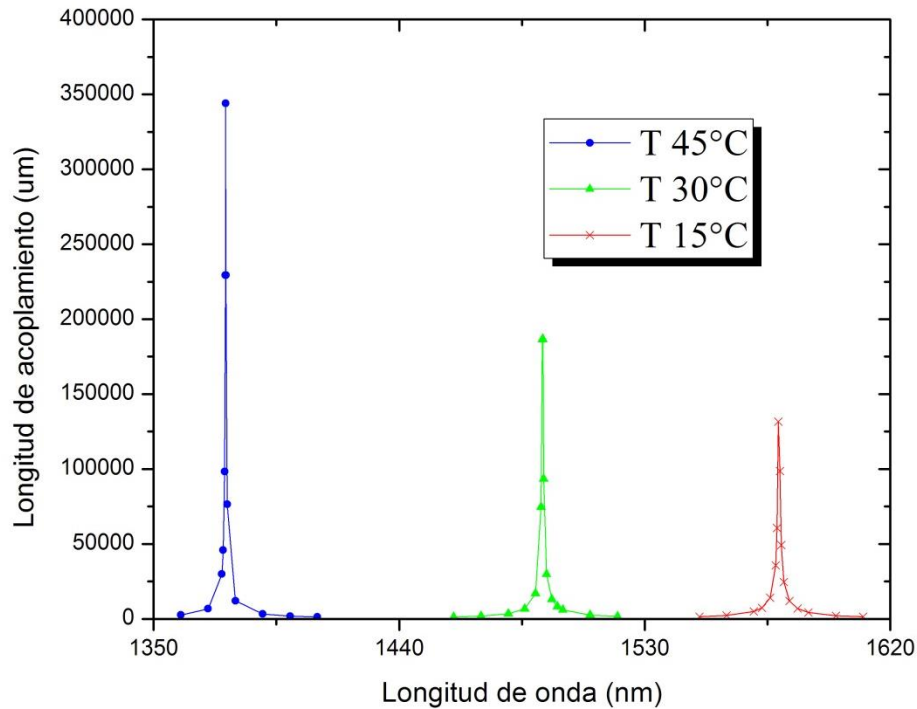
Como se puede ver, el ancho de banda a -3dB es menor a 1 nm en los tres casos. A diferencia de los resultados obtenidos para el modo de operación como acoplador óptico, ahora el ancho de banda es muy estrecho, aún más que en algunas referencias encontradas [96, 122]. En la industria (Newport® y DiCon® como ejemplos) se encuentran filtros a fibra óptica de última generación con anchos de bandas similares; sin embargo, el rango de sintonización abarca sólo 30 nm, mientras que los resultados mostrados en la Figura 4-12 muestran que hay una sintonización de 200 nm con un rango de tan sólo 30°C.

Figura 4-12 Eficiencia de la transferencia de la potencia entre los dos núcleos de LC a 30°C.



La Figura 4-13 muestra las longitudes de acoplamiento para cada una de las tres temperaturas estudiadas. Note que a medida que aumenta la longitud de onda, la longitud de acoplamiento en el cual ocurre la mayor transferencia de potencia disminuye, hecho de esperar debido a que las longitudes cortas “ven” los núcleos más distanciados que las longitudes largas y requieren más distancia para transferirse desde uno de los núcleos hacia el otro.

Figura 4-13 Longitud de acoplamiento para el funcionamiento como filtro a tres diferentes temperaturas.



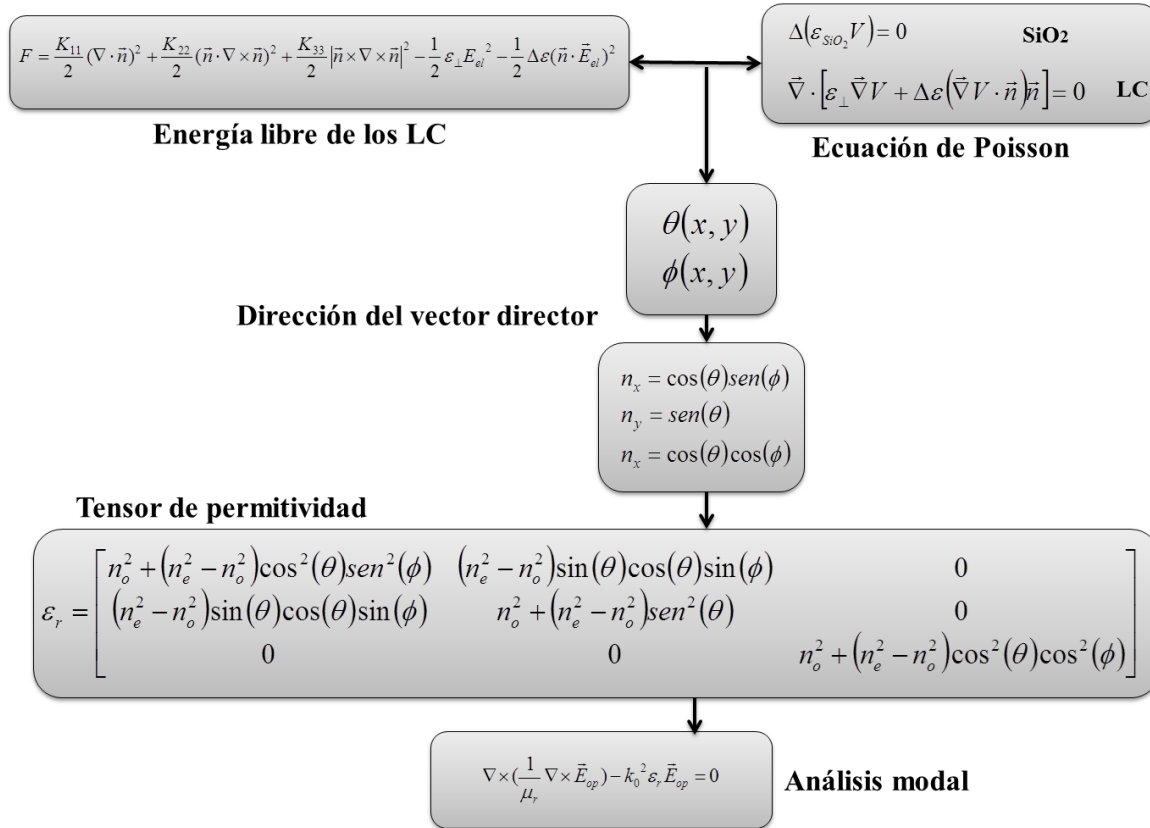
4.2 Sintonización con Campo eléctrico

El estudio de la viabilidad del dispositivo diseñado, ahora sintonizado con campo eléctrico es algo más complicado que el estudio mostrado en la sección anterior, en la cual se realiza la sintonización por medio de temperatura. Este estudio involucra no sólo la ecuación de onda vectorial para conocer los modos de propagación (3.32), sino que también involucra la ecuación de Poisson, y la ecuación de energía libre de los LC que rige la distribución del director en los cristales líquidos (3.135).

La Figura 4-14 muestra el esquema de cálculo. Como se puede ver, el primer paso es resolver el problema acoplado de la electrostática —solución de la ecuación de Poisson de acuerdo a las propiedades dieléctricas de los materiales presentes y las condiciones de frontera definidas por la geometría de los electrodos— con el proceso de minimización de la energía libre de los LC. Para ello, como se recordará, se hace uso del método de Euler Lagrange implementado desde método de elementos finitos que se usa en esta tesis.

Los datos de salida resultantes del proceso anterior son la distribución espacial sobre la sección transversal de la PCF de los ángulos de inclinación, $\theta(x,y)$, y torsión, $\phi(x,y)$, de los LC (ver Figura 3-11) o, equivalentemente, la orientación de los vectores $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$. Una vez que se calcula la distribución de vectores \vec{n} , se puede obtener la distribución espacial del tensor de permitividad relativa ϵ_r de la ecuación de onda vectorial para realizar el análisis modal.

Figura 4-14 Esquema del modelamiento computacional.



El campo eléctrico y el campo electrostático son diferenciados como \vec{E}_{op} y \vec{E}_{el} respectivamente.

Por otro lado, el dispositivo multifuncional basado en PCF con electrodos e infiltrada selectivamente con LC, se diseñó con un cristal líquido referencia MLC-6884 de Merck®; sin embargo, en teoría, cualquier cristal líquido podría ser usado en el dispositivo, obteniendo resultados similares pero en rangos espectrales diferentes.

Muchas empresas fabrican y comercializan cristales líquidos, y existen cientos de estos con propiedades diferentes. Cuando un comprador requiere un cristal líquido no lo pide por su referencia, sino por las propiedades que requiere. Los siguientes links son algunos de las empresas que comercializan cristales líquidos:

<http://www.thomasnet.com/products/liquid-crystals-21142708-1.html>

http://www.mercury-ltd.co.il/Production_Products_list.asp?CatID=35&photo=True&parentID=31

<http://www.merck-performance-materials.com/en/display/licristal/licristal.html>

<http://www.rtpcompany.com/products/>

http://www.presschem.com/liquid-crystals.asp?sub_id=4

<http://www.lcs-lcd.com/index.php>

La Tabla 4-4 muestra las propiedades eléctricas y ópticas de cada uno de los materiales usados en la simulación.

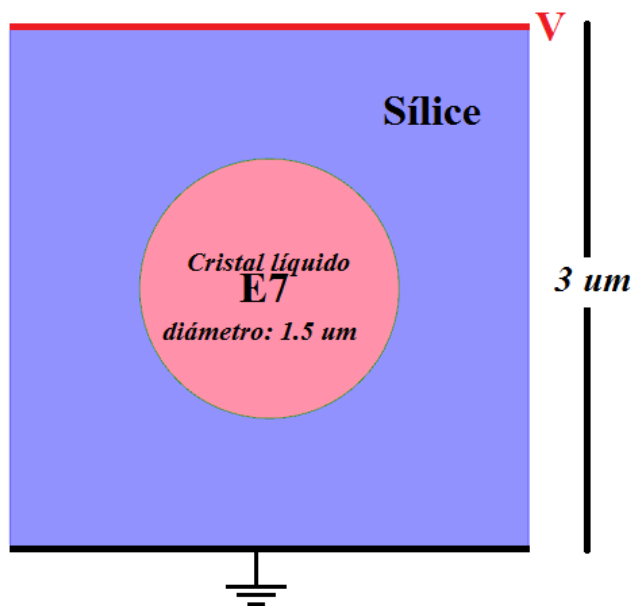
Tabla 4-4 Propiedades usadas en la simulación de los materiales involucrados en el dispositivo diseñado. El índice de refracción para el LC corresponde a una temperatura de 25°C.

Material	Permitividad estática	Índice de refracción	Constantes elásticas
Sílice	$\epsilon_r = 4.5$	$n^2(\lambda) = 1 - \sum_{j=1}^3 \frac{B_j \lambda^2}{C_j - \lambda^2}$	
Aire	$\epsilon_r = 1$	$n = 1$	
Cristal líquido	$\epsilon_{\parallel} = 9.0$ $\epsilon_{\perp} = 4.0$	$n_e = 1.5775$ $n_o = 1.4805$	$K_{11} = 13.3 pN$ $K_{33} = 14.8 pN$

El primer paso, como es natural, es validar el esquema de cálculo anteriormente descrito. Para ello, se simuló las propiedades de la guía de onda óptica de un tubo capilar infiltrado con LC, referencia E7, sujeto a un campo electrostático inducido por un par de placas paralelas, ver Figura 4-15. Esta estructura ya había sido estudiada por Lægsgaard, minimizando la energía libre de los LC a través de un procedimiento de iteración y calculando los modos de propagación del guía de onda

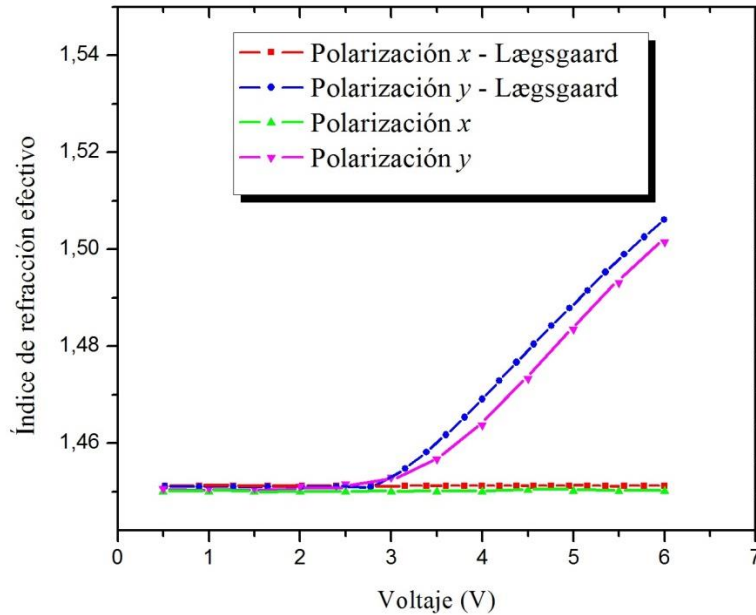
mediante una expansión de ondas planas del campo electromagnético de la luz [131] cuando las moléculas de LC tienen un anclaje paralelo a las superficies.

Figura 4-15 Capilar infiltrado con LC entre una diferencia de potencial



La Figura 4-16 muestra el índice de refracción efectivo para diferentes voltajes obtenidos por Lægsgaard y los obtenidos en esta tesis para la misma configuración. Por la ubicación de los electrodos, la polarización x no sufre cambio alguno por la aplicación del voltaje, mientras para la polarización y el índice de refracción efectivo aumenta con el voltaje aplicado.

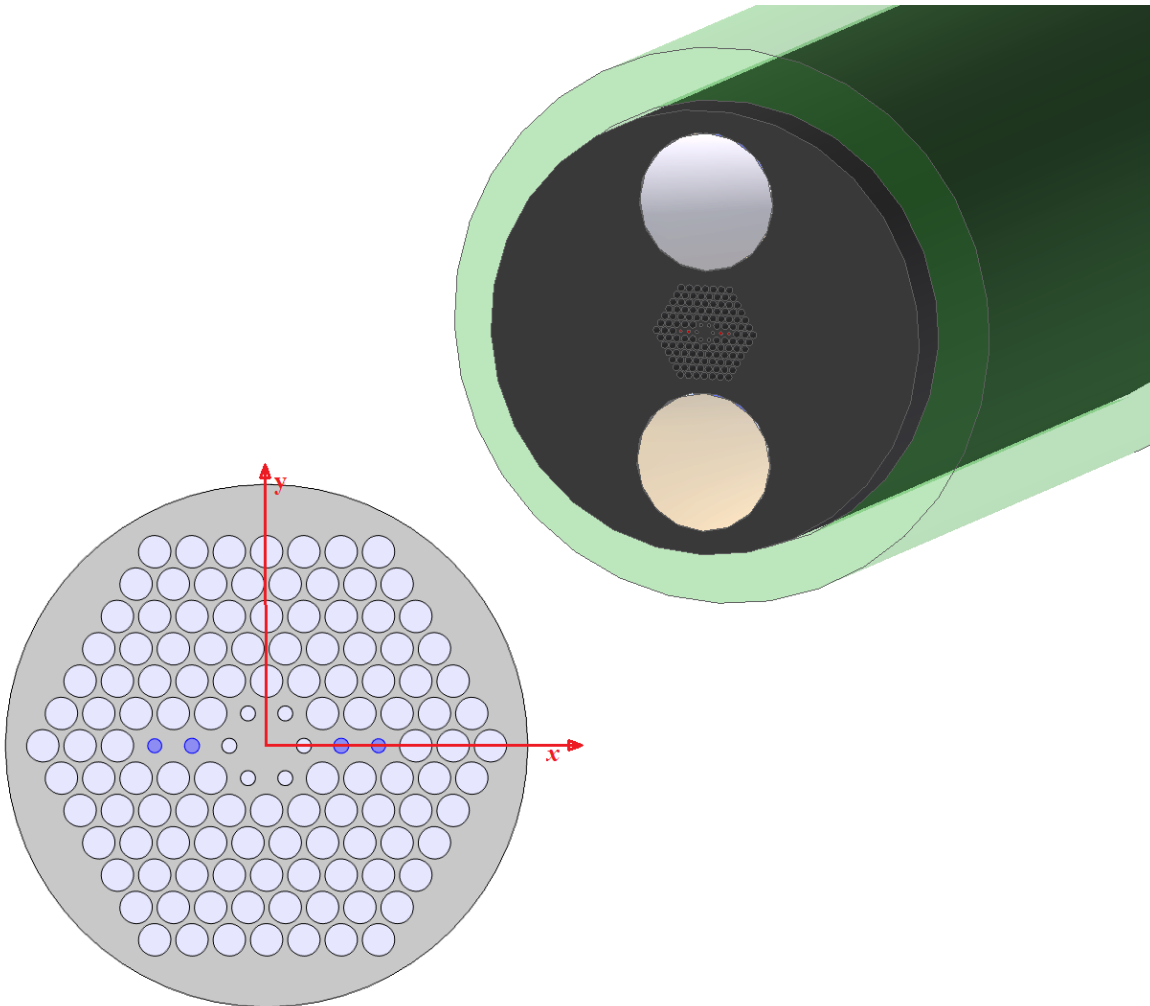
Los valores obtenidos por Lægsgaard mediante el método de iteración y los obtenidos mediante el procedimiento de modelamiento expresado en la Figura 4-14 implementado y usado en esta tesis difieren sólo en 0.3%, lo que nos da la confianza para simular nuestro problema de interés bajo este mismo procedimiento de modelamiento computacional.

Figura 4-16 Comparación del método de iteración en [131] con el método usado en esta tesis

4.2.1 Geometría y discretización

La geometría analizada se muestra en la Figura 4-17. Note que a la estructura de la sección anterior se le ha adicionado un par de electrodos circulares con un diámetro de 50 μm , de esta manera se le está apostando a una mayor integración en esta tecnología: los electrodos están incorporados en la fibra, se incluye el problema de modos acoplados cuando se infiltra selectivamente con LC la micro-estructura de la fibra y se induce el control del dispositivo mediante efecto electro-óptico. Vale decir que con este diseño se cumple uno de requisitos más importantes para un dispositivo sintonizable complementa a fibra óptica: su fácil integración a fibras convencionales usadas en interconexiones ópticas.

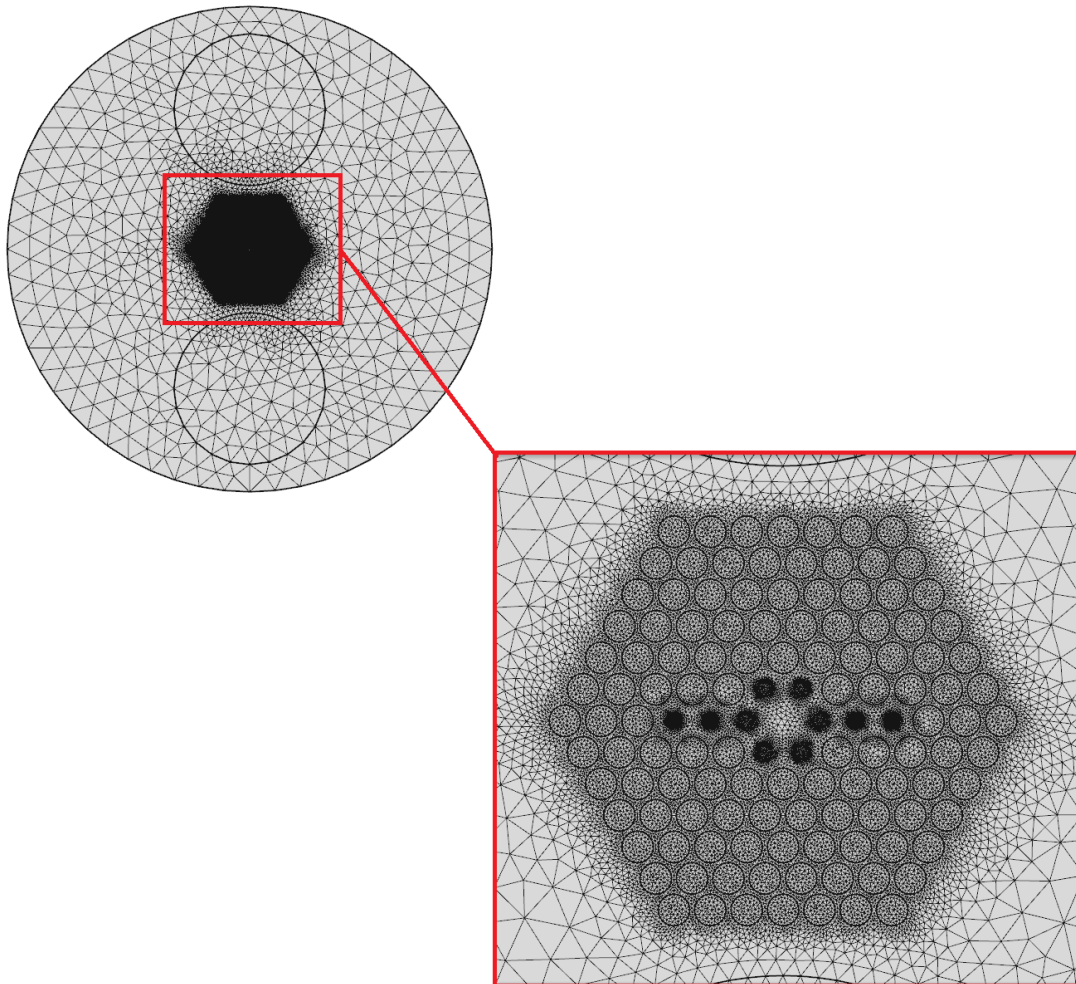
Nuevamente, el análisis del dispositivo se realizó con elementos triangulares de segundo orden en el FEM. El enmallado o discretización de la geometría completa se muestra en la Figura 4-18, en la cual las áreas de mayor interés tienen un enmallado más fino. La Tabla 4-5 muestra los parámetros del enmallado.

Figura 4-17 Diseño del dispositivo con infiltraciones de cristal líquido y electrodos integrados**Tabla 4-5** Parámetros del enmallado

Parámetro	Descripción	Cerca al área de mayor interés	Lejos al área de mayor interés
Tamaño máximo del elemento	Es el tamaño máximo que tendrá un elemento en el enmallado	1.6E-6 m	8.48E-6 m
Tamaño mínimo del elemento	Es el tamaño mínimo que tendrá un elemento en el enmallado	3.2E-9 m	4.8E-8 m
Máxima tasa de crecimiento del tamaño del elemento	Determina qué tan rápido crecen los elementos. El valor de 1 no obtiene crecimiento.	1.1	1.3
Resolución de la curvatura	Determina el número de elementos en las fronteras curvas. Valores pequeños obtienen enmallados	0.2	0.3

	finos.		
Resolución en las regiones estrechas	Determina el número de elementos en las regiones muy estrechas. Valores pequeños obtienen enmallados finos.	1	1

Figura 4-18 Discretización de la geometría



4.2.2 Campo electrostático y distribución de los vectores directores de los LC

Las **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**a,b,c muestran la distribución del campo eléctrico \vec{E}_x , \vec{E}_y , y $|\vec{E}|$, respectivamente, mientras que la Figura 4-20 muestra la distribución del campo \vec{E}_x , \vec{E}_y en una de las dos infiltraciones de LC. Note que debido a la posición de los

electrodos, \vec{E}_x en la infiltración es considerablemente menor a \vec{E}_y , por lo que se tendrá el mayor efecto en esta dirección, considerando que las moléculas de LC se alinearán en la misma dirección del campo eléctrico.

Figura 4-19 Distribución del campo eléctrico en toda la estructura. a) \vec{E}_x , b) \vec{E}_y , c) $|\vec{E}|$

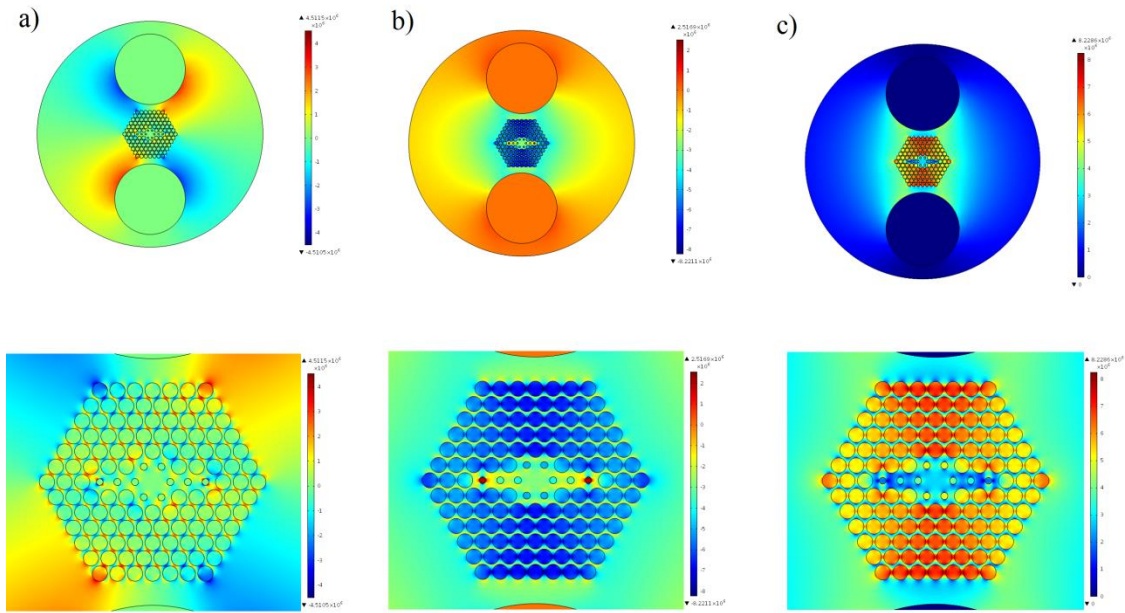
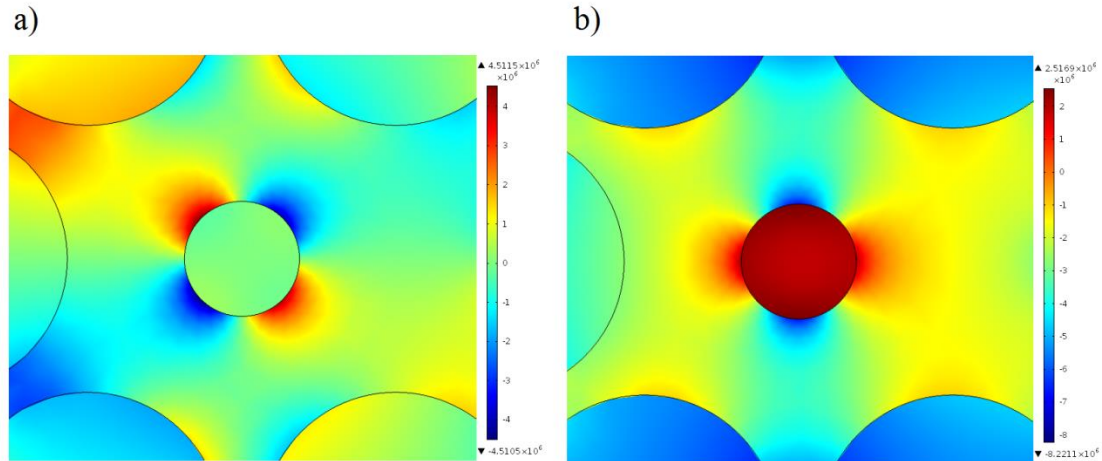


Figura 4-20 Distribución de campo eléctrico en el agujero 1 con LC de la estructura. a) \vec{E}_x , b) \vec{E}_y



Como se dijo anteriormente, se está considerando un LC que se alinea con la superficie paralelamente, es decir $\theta = 0^\circ$ y $\phi = 0^\circ$ en las fronteras del agujero. Por convergencia numérica, y para obtener soluciones no espurias, se trabaja considerando $\theta = 4^\circ$ y $\phi = 0.1^\circ$ en las fronteras. Esta aproximación es usual en la literatura [77].

La Figura 4-21, muestra la distribución del ángulo de inclinación θ de las moléculas de LC en el agujero denotado como 1 a diferentes voltajes. Mientras que para voltajes de 0 V y 50 V no hay un cambio considerable en la distribución, puede notarse que a 200 V tiende a achatarse y los valores del ángulo de inclinación tienden a aumentar. La distribución del ángulo de torsión ϕ para 200 V se muestra en la Figura 4-22; al igual que en reportes anteriores, este es considerablemente menor al ángulo de inclinación θ y su efecto sobre la distribución de los LC es muy pequeño [77].

Figura 4-21 Distribución del ángulo de inclinación θ de las moléculas de LC a diferentes voltajes.

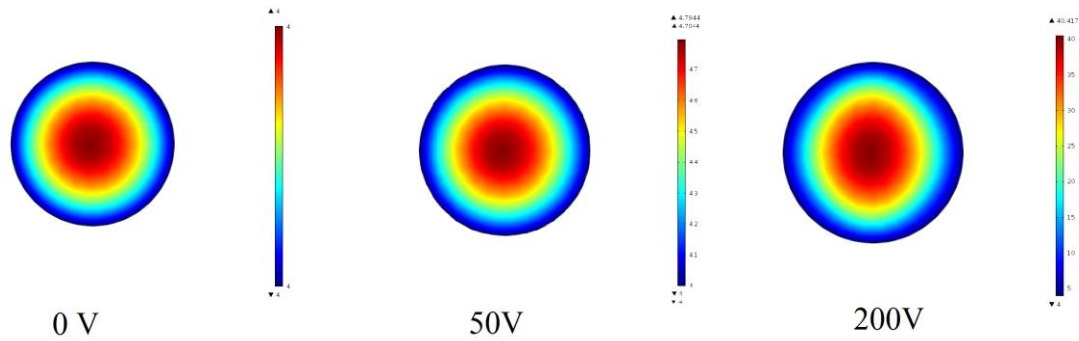
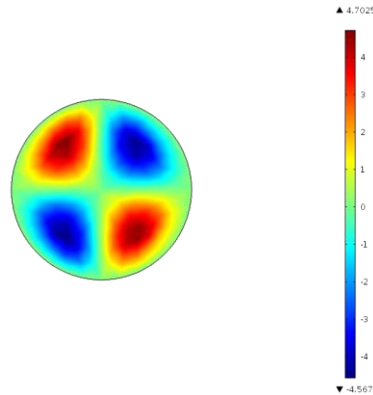
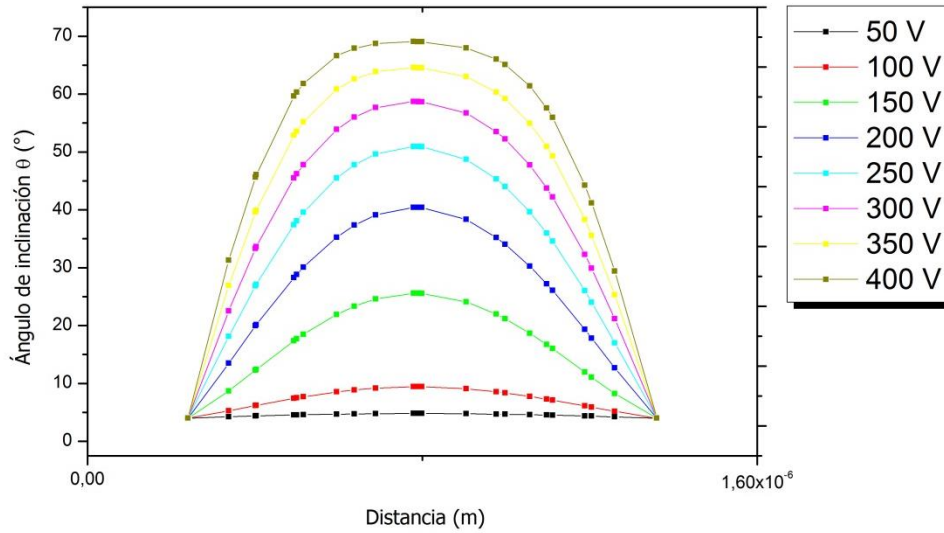


Figura 4-22 Distribución del ángulo ϕ de las moléculas de LC para 200 V.



La Figura 4-23 muestra el cambio del ángulo θ a medida que aumenta el voltaje a lo largo del eje y del agujero con LC denotado como 1 en la estructura. Note que el ángulo θ se hace cada vez más importante a medida que se aumenta el voltaje.

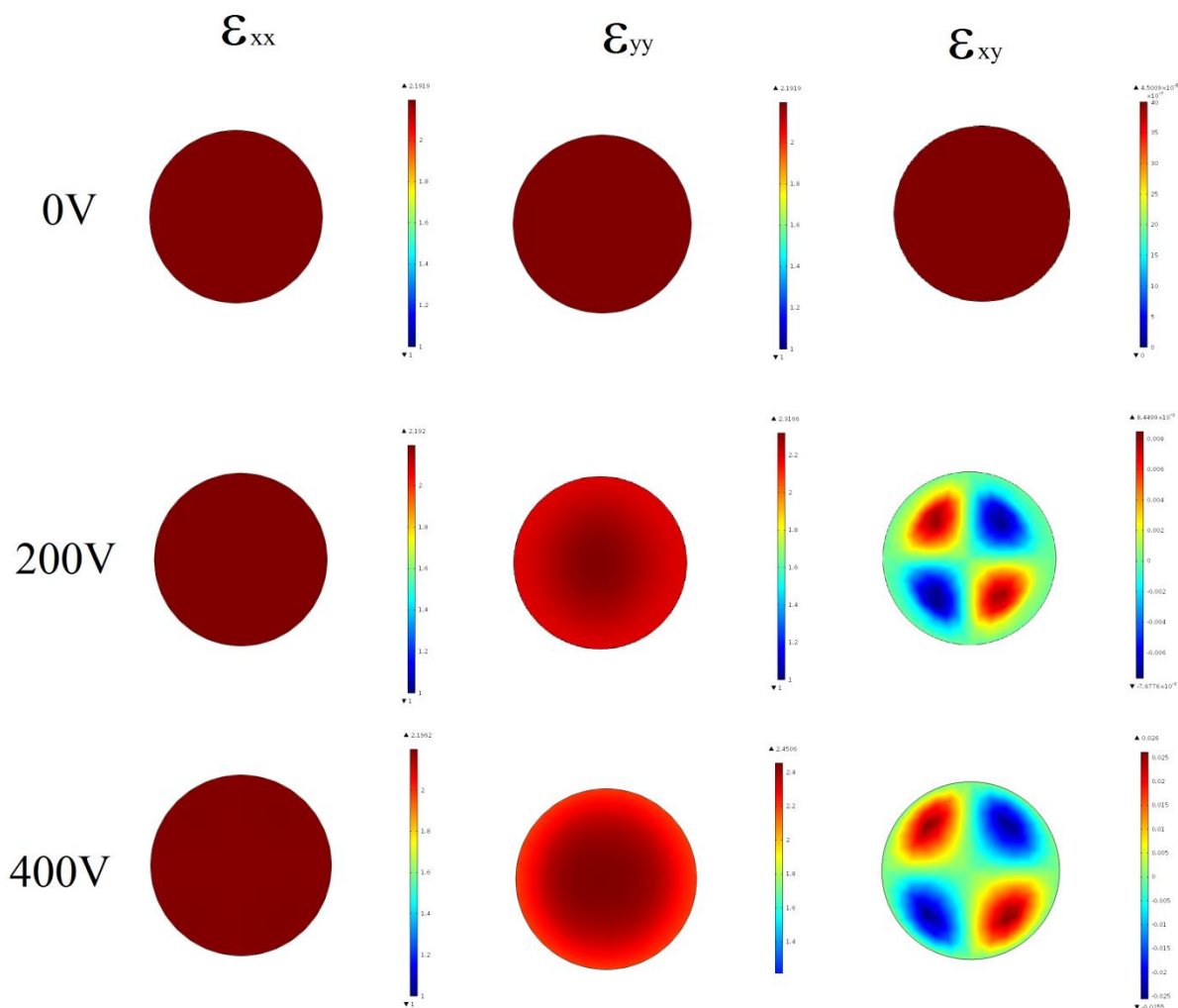
Figura 4-23 Ángulo θ para varios valores de voltaje.



Con la distribución de los ángulos θ y φ sobre la sección de la PCF, se puede obtener la distribución del índice de refracción y el tensor de permitividad para analizar los modos de propagación de la estructura. Como un ejemplo de ello, en la Figura 4-24 se muestra la distribución de los elementos ϵ_{xx} , ϵ_{yy} y ϵ_{xy} , ver (4.4). Puede notarse que el efecto del campo eléctrico sobre el eje x es despreciable con respecto al efecto sobre el eje y . Para el elemento ϵ_{xy} , los valores máximos están alrededor de 0.02 para $V = 400$ V, y alrededor de $\pm 4 \times 10^{-5}$ para $V = 0$ V. Para efectos físicos podría decirse que los elementos ϵ_{xy} a $V=0V$ es igual a 0.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

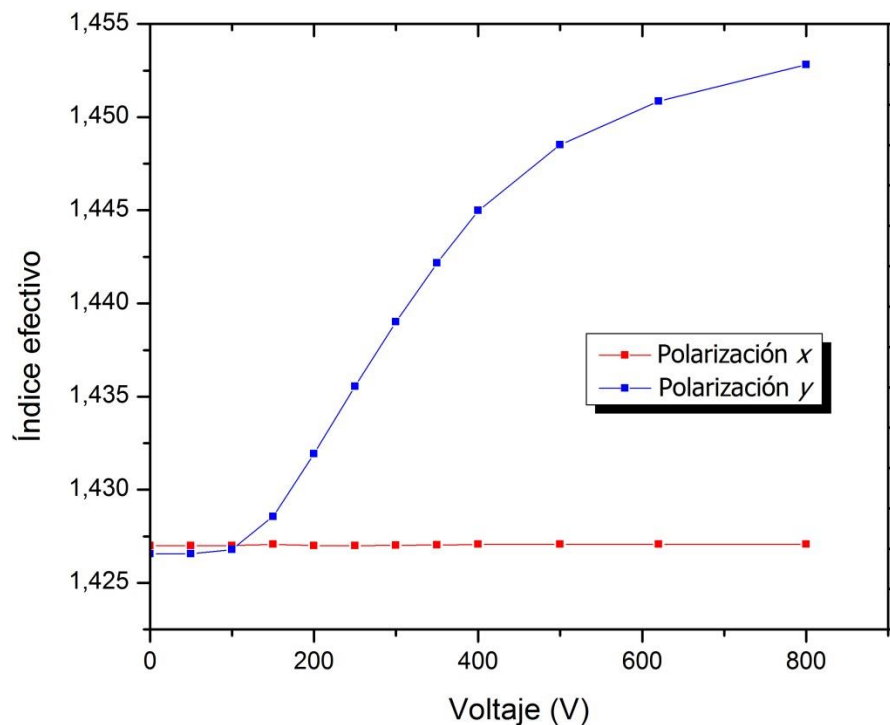
Figura 4-24 Elementos ϵ_{xx} , ϵ_{yy} y ϵ_{xy} del tensor de permitividad en el agujero 1 a diferentes voltajes



4.2.3 Modos de propagación

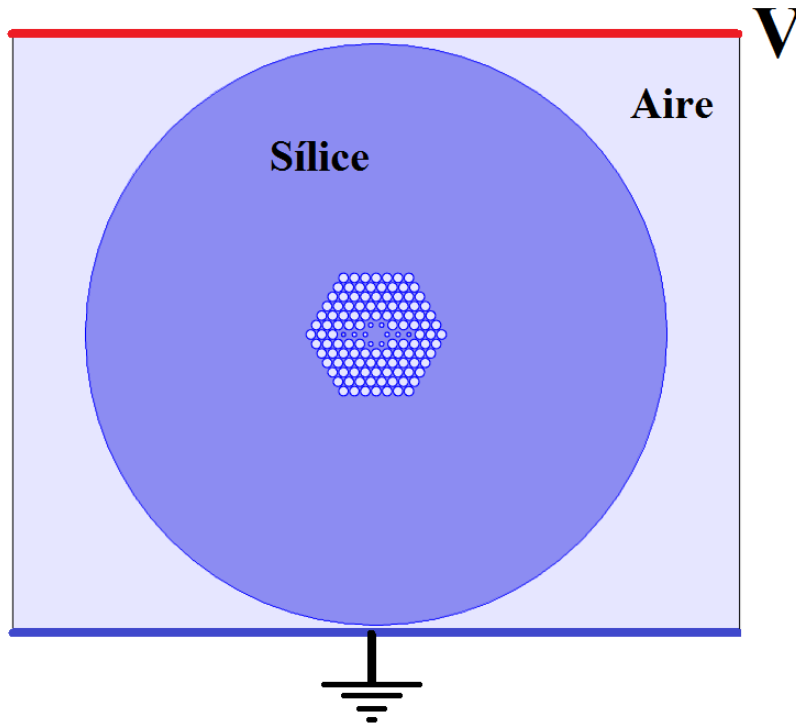
Luego de obtener las distribuciones de los índices de refracción, sigue el cálculo de los modos de propagación de la luz, además de sus índices de refracción efectivos por medio de la solución de la ecuación vectorial (3.32). La Figura 4-25 muestra cómo cambia el índice de refracción efectivo para ambas polarizaciones a medida que aumenta el voltaje para los agujeros 1 y 5 infiltrados con LC; la polarización x no sufre efecto alguno debido a la aplicación del campo eléctrico, mientras que la polarización y aumenta a medida que sube el voltaje a partir del voltaje umbral, que es alrededor de 100 V (transición de Frederick).

Figura 4-25 Índice de refracción efectivo de los agujeros 1 y 5 en función del voltaje para ambas polarizaciones a $\lambda=1550$ nm.

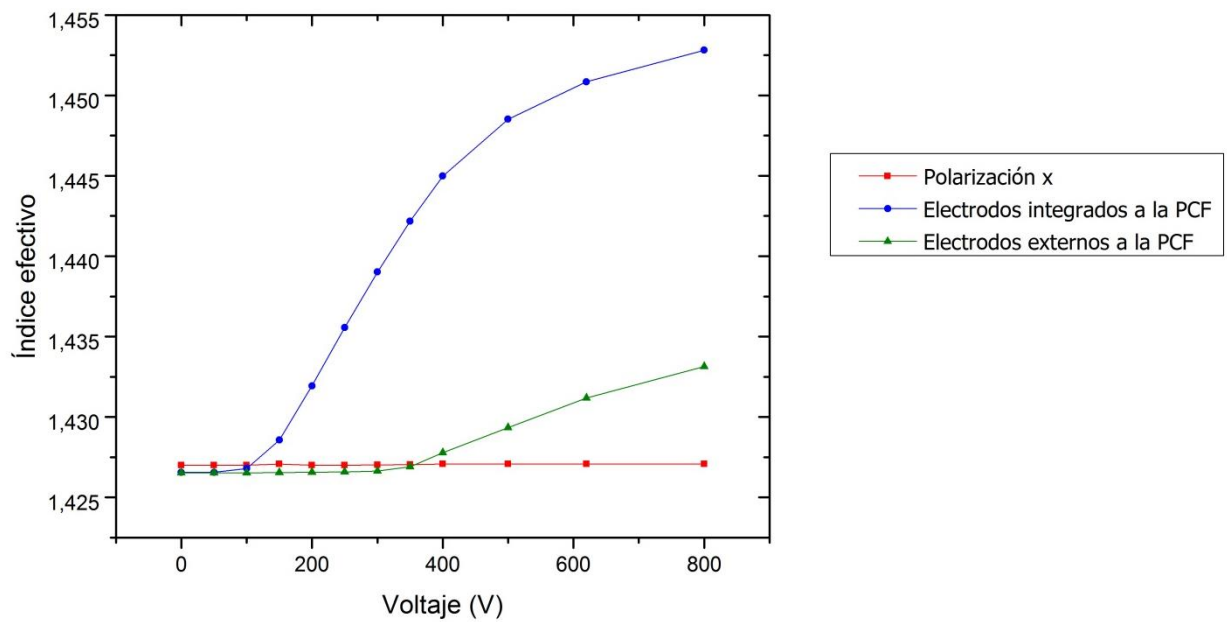


Note, además, que el crecimiento es lineal para voltajes bajos, pero tiende a estabilizarse para voltajes altos, comenzando a saturar a partir de 800 V.

Como se recordará, el dispositivo propuesto en esta tesis tiene los electrodos integrados. Para comprobar el beneficio energético, se ha calculado el cambio del índice de refracción efectivo para luz con polarización y de la misma configuración mostrada anteriormente, pero con los electrodos externos a la PCF, como se muestra en la Figura 4-26. El revestimiento de la PCF tiene un diámetro de $160 \mu\text{m}$, las placas externas están distanciadas $165 \mu\text{m}$ entre sí y el medio entre las placas es aire.

Figura 4-26 Estructura con electrodos externos a la fibra

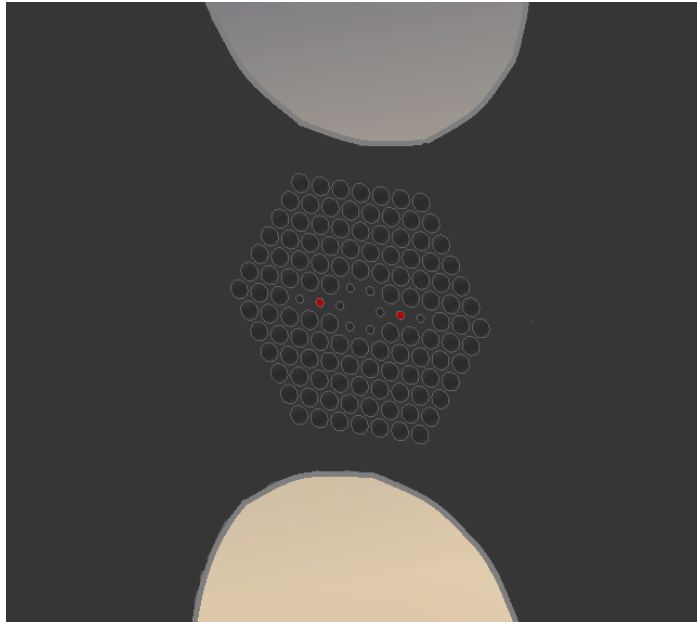
La Figura 4-27 muestra el cambio del índice de refracción efectivo con el voltaje para ambos casos. Puede notarse que el voltaje necesario para comenzar a cambiar el índice de refracción cuando los electrodos son externos a la PCF es más de tres veces el voltaje requerido cuando los electrodos están integrados a la matriz vítrea de la PCF. Esto hace nuestra propuesta de integrar los electrodos a la PCF muy acertada.

Figura 4-27 Comparación energética según la ubicación de los electrodos

4.2.4 Modo de operación como acoplador óptico direccional

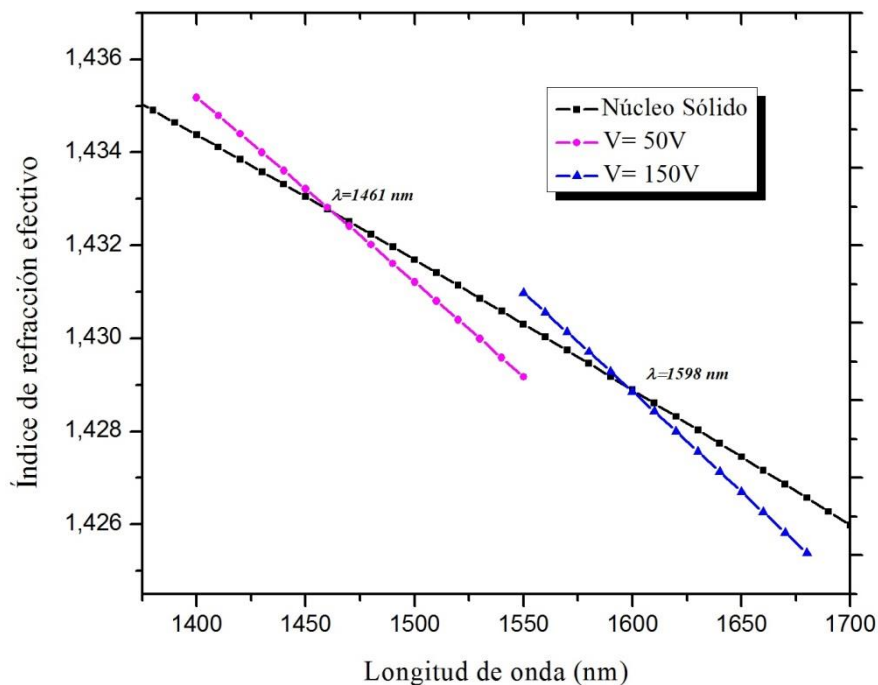
Para estudiar la viabilidad del dispositivo como acoplador óptico direccional sintonizable por efecto electro-óptico, se simuló el diseño mostrado en la Figura 4-28. En el diseño, los agujeros etiquetados como 2 y 4 se infiltran con LC.

Figura 4-28 LCPCF con infiltraciones en los agujeros 2 y 4 para su funcionamiento como acoplador.

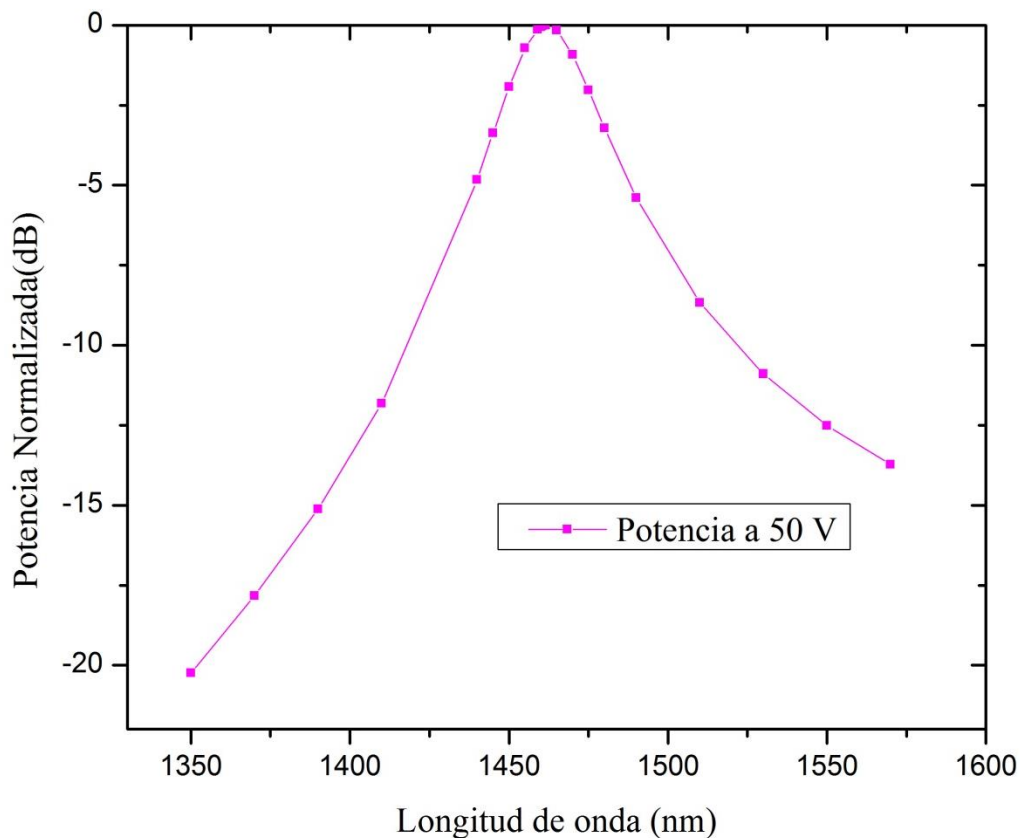


Las curvas de dispersión de los modos de propagación fundamentales con polarización horizontal de los núcleos infiltrados de LC y del núcleo sólido 3 para dos voltajes diferentes se muestran en la Figura 4-29. Como se recordará, los puntos de cruce de estas curvas corresponden a la condición de ajuste de fase y será a esas longitudes de onda cuando la transferencia de luz del núcleo 2 al 4 es más eficiente. Los resultados en la Figura 4-29 indican que a $V=50V$ el pico de acoplamiento será en $\lambda=1461$ nm y para $V=150V$ el pico será en $\lambda=1598$ nm.

Figura 4-29 Dispersión de los modos de propagación fundamental en el núcleo central 3 y los agujeros 2 y 4 llenos de LC (extremos) a dos voltajes diferentes para luz con polarización horizontal.



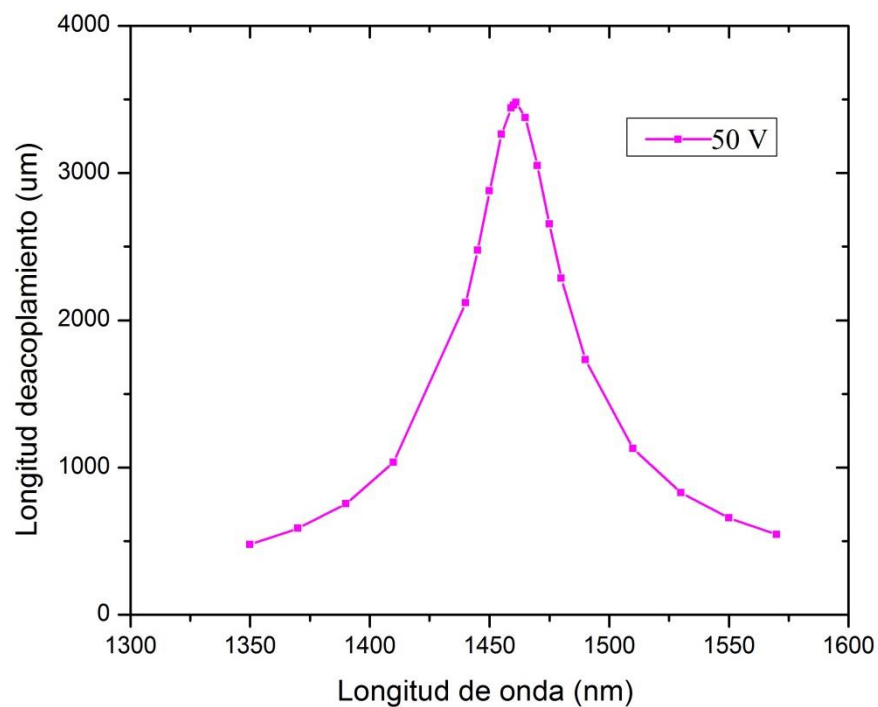
Al igual que en el caso de sintonización con temperatura, para estimar la eficiencia de la transferencia de energía se usan las expresiones (3.132) y (3.133) generalizadas a dos dimensiones. La eficiencia de la transferencia de potencia para $V=50 \text{ V}$ se muestra en la Figura 4-30, el ancho de banda a -3dB es mayor a 30 nm. El valor en el cual la eficiencia de la transferencia de potencia es máxima ocurre cuando $\lambda=1461 \text{ nm}$.

Figura 4-30 Eficiencia de la transferencia de la potencia óptica entre los dos núcleos de LC a 55°C.

La Figura 4-31 muestra la longitud de acoplamiento para luz con polarización horizontal para un rango de longitudes de onda entre 1350 nm a 1600 nm a un voltaje de 50V. Los datos se calcularon por medio de la expresión (3.131), la cual requiere conocer las constantes de acoplamiento de los supermodos A y C.

El valor máximo de acoplamiento ocurre cuando $\lambda=1461$ nm, es decir, cuando los tres núcleos están en fase. El dispositivo ideal sería, por lo tanto, de alrededor de 3.5 mm de longitud.

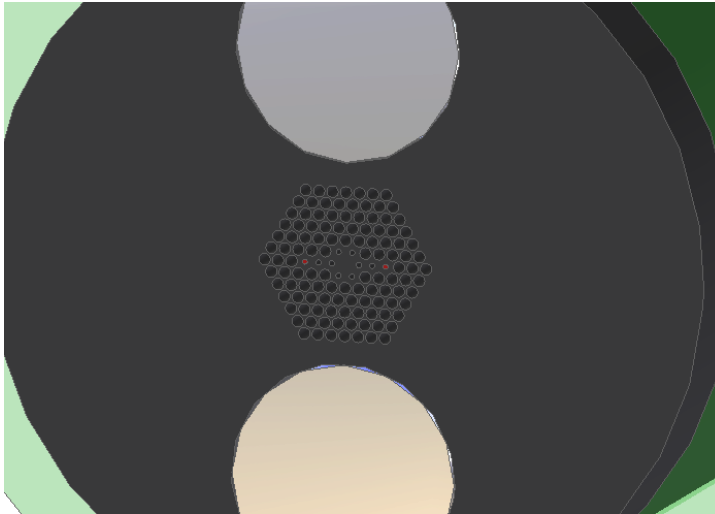
Figura 4-31 Longitud de acoplamiento de la polarización horizontal en función de la longitud de onda para una temperatura de 55°C



4.2.5 Modo de operación como filtro óptico

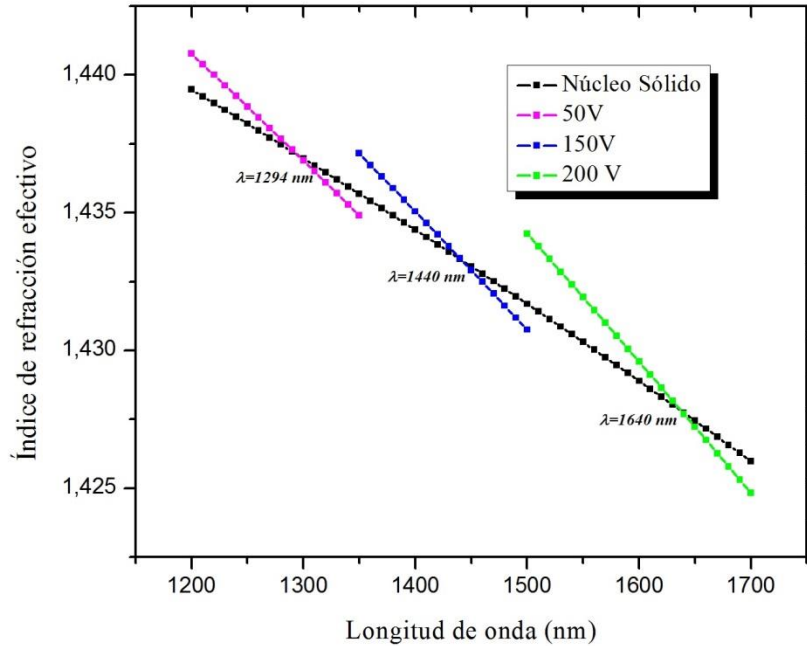
Para estudiar la viabilidad del dispositivo como filtro óptico sintonizable eléctricamente, se simuló el diseño mostrado en la Figura 4-32. En este caso, como ya estaba definido, los agujeros 1 y 5 son los que se infiltran con LC. Al igual que en los casos anteriores, las constantes M_j fueron calculadas resolviendo la integral de solapamiento (3.133) para cada uno de los supermodos A, B y C.

Figura 4-32 LCPCF con infiltraciones en los agujeros 1 y 5 para su funcionamiento como filtro sintonizable eléctricamente.



Las curvas de dispersión para luz con polarización horizontal de los modos de propagación fundamentales de los núcleos 1 y 5 de LC y del núcleo sólido central 3 a tres voltajes diferentes se muestra en la Figura 4-33. Se observa que a $V=50V$ el pico de mayor acoplamiento será en $\lambda=1294$ nm, para $V=150V$ el pico será en $\lambda=1445$ nm y para $V=200V$ el pico será en $\lambda=1640$ nm.

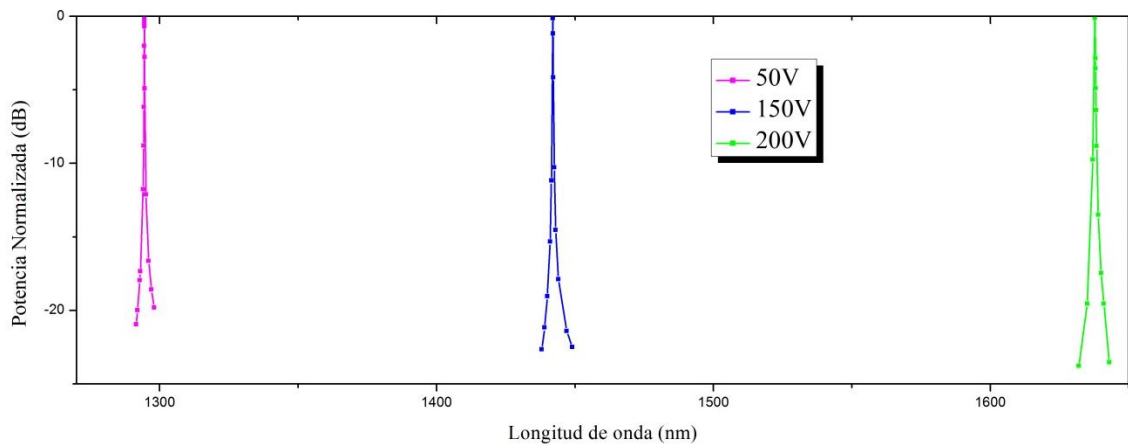
Figura 4-33 Dispersión del núcleo sólido (central), y los agujeros de LC (extremos) a tres voltajes diferentes para el filtro óptico.



La eficiencia de la transferencia de potencia para diferentes longitudes de onda en los mismos voltajes analizados en la curvas de dispersión se muestra en la

Figura 4-34. Como se proyectó, el ancho de banda a -3dB es menor a 1 nm en los tres casos, mucho menor al modo de operación como acoplador direccional.

Figura 4-34 Eficiencia de la transferencia de la potencia entre los dos núcleos de LC diferentes voltajes.

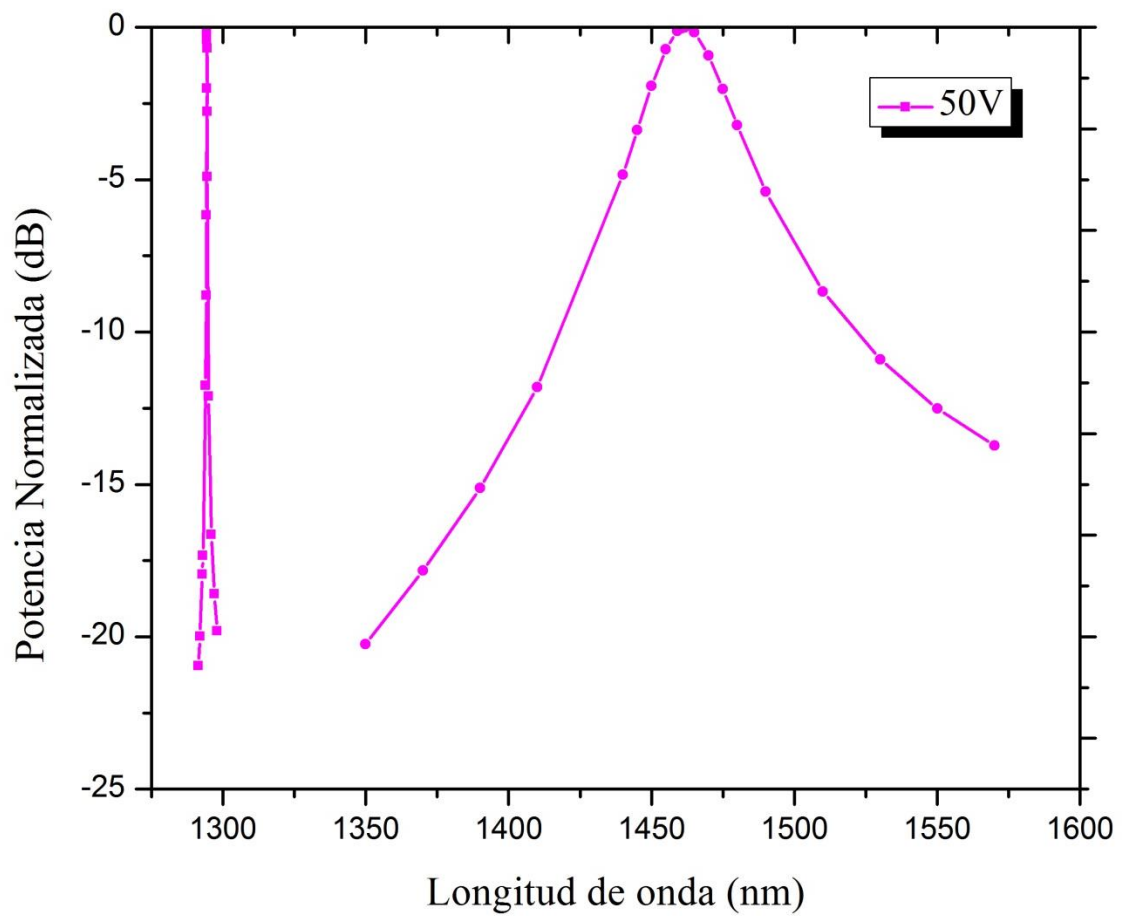


4.2.6 Funcionamiento con ambas funcionalidades

Como se explicó en la Figura 4-2, cada par de agujeros infiltrados con LC tienen tamaños ligeramente diferentes, esta propiedad geométrica repercute en la curva de dispersión, ya que según el tamaño de la guía de onda aumenta o disminuye los valores de los índices efectivos. La Figura 4-35 muestra la eficiencia de la transferencia de potencia para cada modo de operación a 50V. Note que las curvas están en regiones espectrales diferentes, por lo que se pueden operar simultáneamente sin que haya interferencia entre ellas.

Este resultado convierte nuestro diseño en un dispositivo multifuncional, ya que se tienen dos funcionalidades diferentes en una misma PCF. Propiedad que aún no se ha encontrado reportes en la literatura.

Figura 4-35 Potencia normalizada para ambas funcionalidades, filtro óptico a la izquierda y acoplador óptico direccional a la derecha



5. Conclusiones y perspectivas

Las PCF con electrodos integrados e infiltraciones con LC son una tecnología que promete grandes avances tecnológicos a corto plazo, y junto con el desarrollo de dispositivos cada vez más integrados y funcionales, ofrece satisfacer las necesidades cada vez más exigentes en el área de las tecnologías de la información y la comunicación.

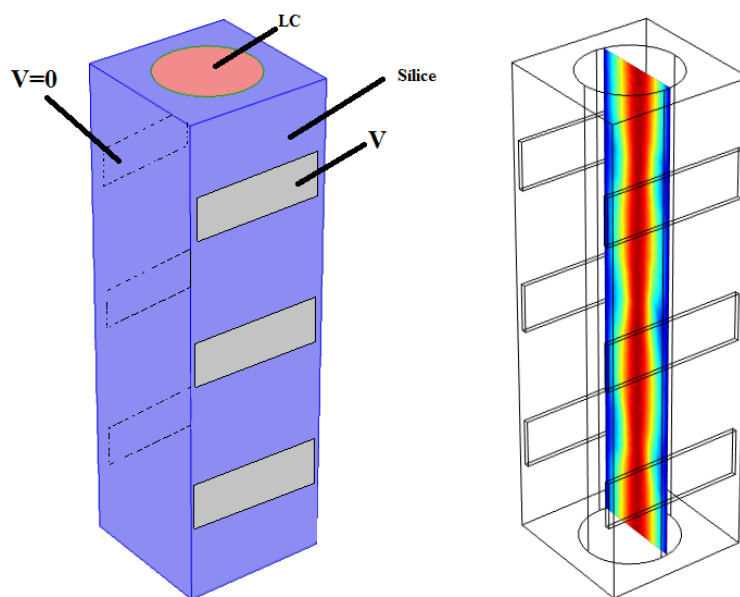
En esta tesis de maestría se diseñó un dispositivo completamente a fibra óptica con electrodos integrados e infiltraciones selectivas de LC, multifuncional, sintonizable y apto para aplicaciones en el área de las telecomunicaciones. Además, junto con su desarrollo, se inició una nueva línea de investigación en el grupo de Fotónica & Optoelectrónica de la Universidad Nacional, al implementar un procedimiento computacional capaz de solucionar problemas multifísicos, involucrando la física de los LC y la propagación de la luz. Para ello, fue necesario profundizar en la técnica de elementos finitos a la hora de implementar la herramienta computacional para acoplar el problema de la electrostática con la termo/electro-óptica y de fotónica de la propagación de la luz en guía de onda.

Los dos dispositivos en los cuales se centraron los objetivos de esta tesis son el filtro óptico y el acoplador óptico, elementos fundamentales en el área de los circuitos ópticos para la industria de las telecomunicaciones por fibra óptica. El diseño de la geometría de la PCF es una estructura compleja, en el cual el diámetro de los agujeros infiltrados para el caso del filtro óptico, difiere del diámetro de los agujeros infiltrados para el acoplador óptico, lográndose, de esta manera, que sus rangos de operación no coincidan y no ocurra interferencia entre los dos modos de operación. Mientras que en el caso del filtro óptico se logró un ancho de banda a 3dB menor a 1 nm, en el modo de operación como acoplador direccional se logra un ancho de banda 3 dB de más de 50 nm. En el rango de interés, la temperatura puede sintonizarse entre 15°C y 50°C, mientras que los valores de voltaje máximos necesarios llegan hasta 200V.

Los resultados de esta tesis proponen por primera vez en el mundo la condición de multifuncionalidad en las LCPCF, es decir, varias funciones en una misma fibra. Además, es la primera propuesta encontrada en la literatura que involucra la infiltración de cristales líquidos para ser manipulados bajo el efecto de electrodos que están integrados a la PCF, lo que disminuye el tamaño y mejora, como se mostró, la eficiencia energética.

El desarrollo de esta tesis trajo consigo una serie de avances importantes para el desarrollo de nuevos diseños y aplicaciones en la tecnología de LCPCF, y se quiere seguir trabajando con miras a establecer una línea de investigación fortalecida con impacto mundial. Algunas ideas que surgieron a partir del desarrollo de esta tesis, y que se quieren explorar es, por ejemplo, el diseño de redes de difracción en fibra óptica sintonizables, en la cual el cambio de índice de refracción es generado por placas que se encuentran ubicadas periódicamente y que son controladas eléctricamente. La Figura 5-1 muestra cómo cambiaría la componente del vector director a lo largo de un capilar infiltrado con LC.

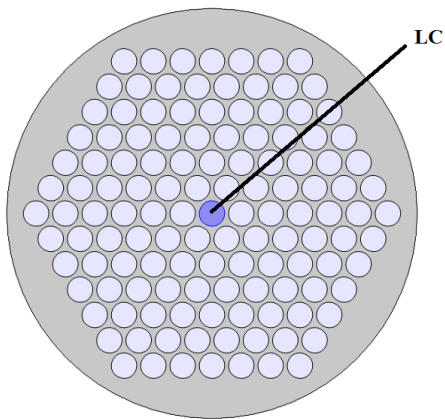
Figura 5-1 Redes de Bragg controladas eléctricamente.



La Figura 5-2, por ejemplo, es una PCF con núcleo hueco, en la cual el núcleo ha sido infiltrado con LC. Ésta sencilla PCF puede generar varias aplicaciones en la óptica no lineal como el efecto

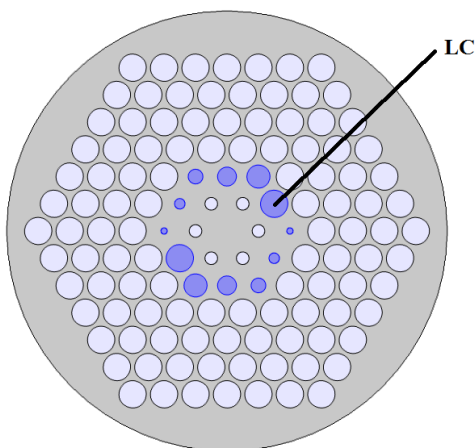
de autoenfoco y/o la sintonización de la dispersión bajo los efectos de temperatura y/o campo eléctrico.

Figura 5-2 PCF con núcleo hueco infiltrado con LC

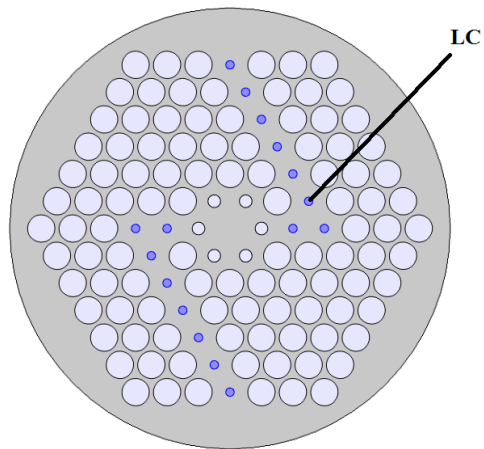


La Figura 5-3 muestra el esquema de lo que podría ser un demultiplexador. Consistiría en seis pares de filtros con agujeros de tamaños diferentes, por lo cual filtrarían la luz, como se mostró anteriormente, en rangos del espectro diferentes, tal y como sucede en un demultiplexador.

Figura 5-3 Esquema de un demultiplexador



La Figura 5-4 muestra el esquema de lo que podrían ser una guía de onda transversal, o circuito transversal. Funciona con el mismo principio de tunelamiento resonante usado en esta tesis, pero ya no se aprovecharía la condición de fase para acoplar la luz entre dos núcleos, sino para transportar la luz desde un núcleo a otro que se encuentra muy lejano.

Figura 5-4 Guías de onda transversales

En fin, es un sinnúmero de aplicaciones por explorar, y que se comenzarán seguramente a trabajar a partir de los resultados logrados en esta tesis.

Bibliografía

- [1] M. Skorobogatiy, K. Saitoh, and M. Koshiba, "Transverse lightwave circuits in microstructured optical fibers: resonator arrays," *Opt. Express*, vol. 14, pp. 1439-1450, 2006.
- [2] L. Scolari, A. O. Bjarklev, L. Eskildsen, and T. T. Alkeskjold, "Liquid crystals in photonic crystal fibers: fabrication, characterization and devices," Ph. D. dissertation, Dept. Photonics Eng., Technical Univ. Denmark, Lyngby, Denmark, 2009.
- [3] A. Bjarklev, J. Broeng, and A. S. Bjarklev, *Photonic crystal fibres*: Springer, 2003.
- [4] Z. Wang, T. Taru, T. Birks, J. Knight, Y. Liu, and J. Du, "Coupling in dual-core photonic bandgap fibers: theory and experiment," *Optics Express*, vol. 15, pp. 4795-4803, 2007.
- [5] S. K. Varshney, N. J. Florous, K. Saitoh, and M. Koshiba, "The impact of elliptical deformations for optimizing the performance of dual-core fluorine-doped photonic crystal fiber couplers," *Optics express*, vol. 14, pp. 1982-1995, 2006.
- [6] B. H. Kim, S. Moon, U. C. Paek, and W. T. Han, "All fiber polarimetric modulation using an electro-optic fiber with internal Pb-Sn electrodes," *Opt. Express*, vol. 14, pp. 11234-11241, 2006.
- [7] M. FOKINE, L. E. NILSSON, Å. CLAESSION, W. MARGULIS, L. KJELLBERG, H. ARSALANE, *et al.*, "METHOD AND DEVICE FOR CONTROLLING THE REFRACTIVE INDEX IN AN OPTICAL FIBER," ed: WO Patent WO/2003/005,081, 2003.
- [8] M. FOKINE, L. E. NILSSON, Å. CLAESSION, W. MARGULIS, L. KJELLBERG, H. ARSALANE, *et al.*, "METHOD AND DEVICE FOR TUNING BRAGG GRATINGS," ed: WO Patent WO/2003/005,082, 2003.
- [9] R. E. Kristiansen, K. P. Hansen, J. Broeng, P. M. W. Skovgaard, M. D. Nielsen, A. Petersson, *et al.*, "Microstructured fibers and their applications," *Proceedings of the 4th Reunion Espanola of Optoelectronics (OPTOEL)*, CI-5, pp. 37-49, 2005.
- [10] J. Moreno-Razo, E. Sambriski, N. Abbott, J. Hernandez-Ortiz, and J. de Pablo, "Liquid-crystal-mediated self-assembly at nanodroplet interfaces," *Nature*, vol. 485, pp. 86-89, 2012.
- [11] C. DeCusatis, *Handbook of fiber optic data communication: a practical guide to optical networking*: Academic Press, 2013.
- [12] J. Knight, T. Birks, P. S. J. Russell, and D. Atkin, "All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding," *Optics letters*, vol. 21, pp. 1547-1549, 1996.
- [13] S. A. Cerqueira Jr, "Recent progress and novel applications of photonic crystal fibers," *Reports on Progress in Physics*, vol. 73, p. 024401, 2010.

-
- [14] A. Méndez and T. F. Morse, *Specialty optical fibers handbook*: Academic Press, 2006.
- [15] T. G. Euser, J. Chen, M. Scharrer, P. S. J. Russell, N. J. Farrer, and P. Sadler, "Quantitative broadband chemical sensing in air-suspended solid-core fibers," *Journal of Applied Physics*, vol. 103, pp. 103108-103108-7, 2008.
- [16] M. Skorobogatiy, "Microstructured and photonic bandgap fibers for applications in the resonant bio-and chemical sensors," *Journal of Sensors*, vol. 2009, 2009.
- [17] W. Wadsworth, J. Knight, and T. Birks, "State-of-the-Art Photonic Crystal Fiber," *Optics and Photonics News*, vol. 23, pp. 24-31, 2012.
- [18] J. Shephard, J. Jones, D. Hand, G. Bouwmans, J. Knight, P. Russell, *et al.*, "High energy nanosecond laser pulses delivered single-mode through hollow-core PBG fibers," *Optics Express*, vol. 12, pp. 717-723, 2004.
- [19] I. Aggarwal, J. Sanghera, D. Gibson, F. Kung, L. Busse, L. Shaw, *et al.*, "IR Photonic Bandgap Fibers for Missile Defense," DTIC Document 2007.
- [20] F. Benabid, "Hollow-core photonic bandgap fibre: new light guidance for new science and technology," *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 364, pp. 3439-3462, 2006.
- [21] G. Wong, M. Kang, H. Lee, F. Biancalana, C. Conti, T. Weiss, *et al.*, "Excitation of orbital angular momentum resonances in helically twisted photonic crystal fiber," *Science*, vol. 337, pp. 446-449, 2012.
- [22] S. Makino, Y. Ishizaka, Y. Kawaguchi, K. Saitoh, and M. Koshiba, "Proposal of Coupled Ring Resonator Based on One-Dimensional Photonic Crystal Nanocavity," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 31, pp. 2565-2569, 2013.
- [23] M. Koshiba and Y. Tsuji, "Curvilinear hybrid edge/nodal elements with triangular shape for guided-wave problems," *Lightwave Technology, Journal of*, vol. 18, pp. 737-743, 2000.
- [24] B. Eggleton, C. Kerbage, P. Westbrook, R. Windeler, and A. Hale, "Microstructured optical fiber devices," *Optics Express*, vol. 9, pp. 698-713, 2001.
- [25] J. Knight, "Photonic crystal fibers and fiber lasers," *JOSA B*, vol. 24, pp. 1661-1668, 2007.
- [26] P. S. J. Russell, "Photonic-crystal fibers," *Journal of lightwave technology*, vol. 24, pp. 4729-4749, 2006.
- [27] T. M. Monro, D. Richardson, N. Broderick, and P. Bennett, "Holey optical fibers: An efficient modal model," *Lightwave Technology, Journal of*, vol. 17, pp. 1093-1102, 1999.
- [28] T. M. Monro, W. Belardi, K. Furusawa, J. C. Baggett, N. Broderick, and D. J. Richardson, "Sensing with microstructured optical fibres," *Measurement Science and Technology*, vol. 12, p. 854, 2001.
- [29] T. Birks, J. Knight, and P. S. J. Russell, "Endlessly single-mode photonic crystal fiber," *Optics letters*, vol. 22, pp. 961-963, 1997.
- [30] Y. Huang, Y. Xu, and A. Yariv, "Fabrication of functional microstructured optical fibers through a selective-filling technique," *Applied Physics Letters*, vol. 85, pp. 5182-5184, 2004.

- [31] K. Nielsen, D. Noordegraaf, T. Sørensen, A. Bjarklev, and T. P. Hansen, "Selective filling of photonic crystal fibres," *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, vol. 7, p. L13, 2005.
- [32] T. Larsen, A. Bjarklev, D. Hermann, and J. Broeng, "Optical devices based on liquid crystal photonic bandgap fibres," *Optics Express*, vol. 11, pp. 2589-2596, 2003.
- [33] F. Benabid, J. Knight, G. Antonopoulos, and P. S. J. Russell, "Stimulated Raman scattering in hydrogen-filled hollow-core photonic crystal fiber," *Science*, vol. 298, pp. 399-402, 2002.
- [34] S.-M. Kuo, Y.-W. Huang, S.-M. Yeh, W.-H. Cheng, and C.-H. Lin, "Liquid crystal modified photonic crystal fiber (LC-PCF) fabricated with an un-cured SU-8 photoresist sealing technique for electrical flux measurement," *Optics Express*, vol. 19, pp. 18372-18379, 2011.
- [35] S.-M. Kuo and C.-H. Lin, "The fabrication of non-spherical microlens arrays utilizing a novel SU-8 stamping method," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 18, p. 125012, 2008.
- [36] M. Vieweg, T. Gissibl, S. Pricking, B. Kuhlmeiy, D. Wu, B. Eggleton, *et al.*, "Ultrafast nonlinear optofluidics in selectively liquid-filled photonic crystal fibers," *Optics express*, vol. 18, pp. 25232-25240, 2010.
- [37] B. T. Kuhlmeiy, B. J. Eggleton, and D. K. Wu, "Fluid-filled solid-core photonic bandgap fibers," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 27, pp. 1617-1630, 2009.
- [38] D. K. Wu, B. T. Kuhlmeiy, and B. J. Eggleton, "Ultrasensitive photonic crystal fiber refractive index sensor," *Optics letters*, vol. 34, pp. 322-324, 2009.
- [39] C. Kerbage and B. Eggleton, "Numerical analysis and experimental design of tunable birefringence in microstructured optical fiber," *Optics express*, vol. 10, pp. 246-255, 2002.
- [40] C. Kerbage, P. Steinvurzel, P. Reyes, P. Westbrook, R. Windeler, and A. Hale, "Highly tunable birefringent microstructured optical fiber," *Optics letters*, vol. 27, pp. 842-844, 2002.
- [41] Y. Wang, X. Tan, W. Jin, S. Liu, D. Ying, and Y. L. Hoo, "Improved bending property of half-filled photonic crystal fiber," *Optics express*, vol. 18, pp. 12197-12202, 2010.
- [42] F. Bennet and J. Farnell, "Waveguide arrays in selectively infiltrated photonic crystal fibres," *Optics Communications*, vol. 283, pp. 4069-4073, 2010.
- [43] S. Yiou, P. Delaye, A. Rouvie, J. Chinaud, R. Frey, G. Roosen, *et al.*, "Stimulated Raman scattering in an ethanol core microstructured optical fiber," *Optics express*, vol. 13, pp. 4786-4791, 2005.
- [44] L. Xiao, W. Jin, S. Demokan, H.-l. Ho, Y. L. Hoo, and C.-l. Zhao, "Fabrication of selective injection microstructured optical fibers with a conventional fusion splicer," *Optics express*, vol. 13, pp. 9014-9022, 2005.
- [45] C. Martelli, J. Canning, K. Lyytikainen, and N. Groothoff, "Water-core Fresnel fiber," *Opt. Express*, vol. 13, pp. 3890-3895, 2005.

-
- [46] Y. Wang, M. Yang, D. Wang, and C. Liao, "Selectively infiltrated photonic crystal fiber with ultrahigh temperature sensitivity," *Photonics Technology Letters, IEEE*, vol. 23, pp. 1520-1522, 2011.
- [47] Y. Wang, C. Liao, and D. Wang, "Femtosecond laser-assisted selective infiltration of microstructured optical fibers," *Optics express*, vol. 18, pp. 18056-18060, 2010.
- [48] H. Li, D. Ma, C. Yang, Y. Xu, and Z. Liu, "Incorporating conductive materials into a photonic crystal fiber: toward optoelectronic applications," *Optics express*, vol. 20, pp. 24342-24347, 2012.
- [49] L. Li, R. D. Birch, and D. N. Payne, "An all-fibre electro-optic Kerr modulator," 1986.
- [50] H. Xie, K. Okamoto, P. Dabkiewicz, and R. Ulrich, "Side-hole fiber for fiber-optic pressure sensing," *Optics letters*, vol. 11, pp. 333-335, 1986.
- [51] G. Wu, Y. Zhang, and Z. Wang, "Propagation characteristics of twin-hole poling optical fibers," *Optical Engineering*, vol. 46, pp. 095002-095002-5, 2007.
- [52] P. Kazansky, P. S. J. Russell, L. Dong, and C. Pannell, "Pockels effect in thermally poled silica optical fibres," *Electronics Letters*, vol. 31, pp. 62-63, 1995.
- [53] T. Fujiwara, D. Wong, Y. Zhao, S. Fleming, S. Poole, and M. Sceats, "Electro-optic modulation in germanosilicate fibre with UV-excited poling," *Electronics Letters*, vol. 31, pp. 573-575, 1995.
- [54] N. Myrén, "Poled fiber devices," 2005.
- [55] H. Knappe and W. Margulis, "All-fiber polarization switch," *Optics letters*, vol. 32, pp. 614-616, 2007.
- [56] G. Chesini, V. A. Serrão, M. A. Franco, and C. Cordeiro, "Analysis and optimization of an all-fiber device based on photonic crystal fiber with integrated electrodes," *Optics express*, vol. 18, pp. 2842-2848, 2010.
- [57] G. Chesini, C. Cordeiro, C. J. de Matos, M. Fokine, I. Carvalho, and J. C. Knight, "All-fiber devices based on photonic crystal fibers with integrated electrodes," *Optics express*, vol. 17, pp. 1660-1665, 2009.
- [58] B. H. Kim, S. Moon, U.-C. Paek, and W.-T. Han, "All fiber polarimetric modulation using an electro-optic fiber with internal Pb-Sn electrodes," *Optics express*, vol. 14, pp. 11234-11241, 2006.
- [59] G. Chesini, C. Cordeiro, C. J. S. de Matos, M. Fokine, I. Carvalho, and J. C. Knight, "All-fiber devices based on photonic crystal fibers with integrated electrodes," *Optics express*, vol. 17, pp. 1660-1665, 2009.
- [60] E. Reyes-Vera, E. Gonzalez-Valencia, J. Botero-Cadavid, P. Torres, G. Chesini, and C. Cordeiro, "Induced birefringence analysis in an all-fiber device based on photonic crystal fiber with integrated electrodes," in *Latin America Optics and Photonics Conference*, 2010, p. ThF2.
- [61] E. Reyes-Vera, E. González-Valencia, and P. Torres, "Understanding the birefringence effects in an all-fiber device based on photonic crystal fibers with integrated electrodes," *Photonics Letters of Poland*, vol. 2, pp. pp. 168-170, 2010.
- [62] P. De Gennes and J. Prost, "The Physics of Liquid Crystals. 1993," ed: Clarendon Press, Oxford.

- [63] V. G. Chigrinov, *Liquid crystal devices: physics and applications*: Artech House Publishers, 1999.
- [64] A. Piccardi, G. Assanto, L. Lucchetti, and F. Simoni, "All-optical steering of soliton waveguides in dye-doped liquid crystals," *Applied Physics Letters*, vol. 93, pp. 171104-171104-3, 2008.
- [65] A. Fratalocchi, G. Assanto, K. A. Brzdakiewicz, and M. A. Karpierz, "Discrete propagation and spatial solitons in nematic liquid crystals," *Optics letters*, vol. 29, pp. 1530-1532, 2004.
- [66] S.-T. Wu and D.-K. Yang, *Fundamentals of liquid crystal devices*: John Wiley & Sons, 2006.
- [67] C. Care and D. Cleaver, "Computer simulation of liquid crystals," *Reports on progress in physics*, vol. 68, p. 2665, 2005.
- [68] D. J. Cristaldi, S. Pennisi, and F. Pulvirenti, *Liquid crystal display drivers*: Springer, 2008.
- [69] J. Li and S.-T. Wu, "Extended Cauchy equations for the refractive indices of liquid crystals," *Journal of applied physics*, vol. 95, pp. 896-901, 2004.
- [70] L. Scolari, T. Alkeskjold, J. Riishede, A. Bjarklev, D. Hermann, A. Anawati, *et al.*, "Continuously tunable devices based on electrical control of dual-frequency liquid crystal filled photonic bandgap fibers," *Optics Express*, vol. 13, pp. 7483-7496, 2005.
- [71] C. Carrasco Vela, "Diseño y fabricación de dispositivos basados en cristal líquido polimérico," *Telecomunicacion*, 2012.
- [72] T. J. White, "Liquid Crystals: Viscous and Elastic Properties," ed: Wiley Online Library, 2010.
- [73] I.-C. Khoo, *Liquid crystals* vol. 64: John Wiley & Sons, 2007.
- [74] V. Urruchi, C. Marcos, J. Torrecilla, J. Sánchez-Pena, and K. Garbat, "Note: Tunable notch filter based on liquid crystal technology for microwave applications," *Review of Scientific Instruments*, vol. 84, p. 026102, 2013.
- [75] I. C. Khoo, "Nonlinear optics, active plasmonics and metamaterials with liquid crystals," *Progress in Quantum Electronics*, 2014.
- [76] E. Graugnard, J. King, S. Jain, C. Summers, Y. Zhang-Williams, and I. Khoo, "Electric-field tuning of the Bragg peak in large-pore Ti O 2 inverse shell opals," *Physical Review B*, vol. 72, p. 233105, 2005.
- [77] B. Bellini and R. Beccherelli, "Modelling, design and analysis of liquid crystal waveguides in preferentially etched silicon grooves," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 42, p. 045111, 2009.
- [78] D. Donisi, B. Bellini, R. Beccherelli, R. Asquini, G. Gilardi, M. Trotta, *et al.*, "A switchable liquid-crystal optical channel waveguide on silicon," *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, vol. 46, pp. 762-768, 2010.
- [79] I. Khoo, "Extreme nonlinear optics of nematic liquid crystals [Invited]," *JOSA B*, vol. 28, pp. A45-A55, 2011.
- [80] Y. Hayama, T. Nonaka, A. Kato, K. Nakatsuhara, and T. Nakagami, "Switching operation using 220nm thickness Si waveguides with ferroelectric liquid crystal," in *OptoElectronics and Communications Conference held jointly with 2013*

- International Conference on Photonics in Switching (OECC/PS), 2013 18th*, 2013, pp. 1-2.
- [81] P. Jägemalm, L. Komitov, and G. Barbero, "An electro-optic device based on field-controlled anchoring of a nematic liquid crystal," *Applied physics letters*, vol. 73, pp. 1616-1618, 1998.
- [82] Y. Han, Z. Chen, D. Cao, J. Yu, H. Li, X. He, *et al.*, "Side-polished fiber as a sensor for the determination of nematic liquid crystal orientation," *Sensors and Actuators B: Chemical*, vol. 196, pp. 663-669, 2014.
- [83] J. Algorri Genaro, V. Urruchi del Pozo, N. Bennis, and J. M. Sanchez-Pena, "Using an Analytical Model to Design Liquid Crystal Microlenses," 2014.
- [84] M. Boguslawski, P. Rose, F. Diebel, S. Brake, and C. Denz, "Nonlinear complex photonic structures," in *Transparent Optical Networks (ICTON), 2013 15th International Conference on*, 2013, pp. 1-4.
- [85] N. F. Areed and S. S. Obayya, "Novel All-Optical Liquid Photonic Crystal Router," 2013.
- [86] J. N. Ptasinski, W. Kim, L. Pang, I.-C. Khoo, and Y. Fainman, "Optical tuning of nematic liquid crystal claddings for chip scale photonic circuits," in *Avionics, Fiber-Optics and Photonics Conference (AVFOP), 2013 IEEE*, 2013, pp. 63-64.
- [87] J. Vollbrecht, O. Kasdorf, V. Quiring, H. Suche, H. Bock, and H.-S. Kitzerow, "Microresonator-enhanced electroluminescence of an organic light emitting diode based on a columnar liquid crystal," *Applied Physics Letters*, vol. 103, p. 043303, 2013.
- [88] B. Bahari and J. Rashed-Mohassel, "Beam steering with graded index photonic crystal lens and liquid crystal," *IET Optoelectronics*, vol. 8, pp. 11-17, 2014.
- [89] D. C. Zografopoulos, R. Beccherelli, A. C. Tasolamprou, and E. E. Kriezis, "Liquid-crystal tunable waveguides for integrated plasmonic components," *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications*, vol. 11, pp. 73-84, 2013.
- [90] T. T. Alkeskjold, J. Lægsgaard, A. Bjarklev, D. S. Hermann, A. Anawati, J. Broeng, *et al.*, "All-optical modulation in dye-doped nematic liquid crystal photonic bandgap fibers," *Opt. Express*, vol. 12, pp. 5857-5871, 2004.
- [91] T. Wolinski, P. Lesiak, K. Szaniawska, K. Bondarczuk, R. Dabrowski, E. Nowinowski-Kruszelnicki, *et al.*, "Propagation effects in photonic liquid crystal fibers," in *Transparent Optical Networks, 2004. Proceedings of 2004 6th International Conference on*, 2004, pp. 115-116.
- [92] T. Wolinski, K. Szaniawska, K. Bondarczuk, P. Lesiak, A. Domanski, R. Dabrowski, *et al.*, "Propagation properties of photonic crystal fibers filled with nematic liquid crystals," *Optoelectronics Review*, vol. 13, p. 177, 2005.
- [93] A. Czapla, T. Wolinski, S. Ertman, K. Nowecka, M. Tefelska, P. Lesiak, *et al.*, "Sensing applications of photonic crystal fibers infiltrated with liquid crystals," in *Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings, 2007. IMTC 2007. IEEE*, 2007, pp. 1-5.

- [94] A. Czaplá, W. Bock, T. Wolinski, and P. Mikulic, "Towards spectral tuning of long-period fiber gratings using liquid crystals," in *Electrical and Computer Engineering, 2008. CCECE 2008. Canadian Conference on*, 2008, pp. 001015-001018.
- [95] T. T. Alkeskjold, L. Scolari, D. Noordegraaf, J. Lægsgaard, J. Weirich, L. Wei, *et al.*, "Integrating liquid crystal based optical devices in photonic crystal fibers," *Optical and Quantum Electronics*, vol. 39, pp. 1009-1019, 2007.
- [96] K. Saitoh, N. J. Florous, S. K. Varshney, and M. Koshiba, "Tunable photonic crystal fiber couplers with a thermo-responsive liquid crystal resonator," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 26, pp. 663-669, 2008.
- [97] D. J. J. Hu, P. Shum, C. Lu, X. Sun, G. Ren, X. Yu, *et al.*, "Design and analysis of thermally tunable liquid crystal filled hybrid photonic crystal fiber coupler," *Optics Communications*, vol. 282, pp. 2343-2347, 2009.
- [98] D. J. J. Hu, P. Shum, C. Lu, X. Sun, G. Ren, X. Yu, *et al.*, "Hybrid photonic crystal fiber coupler infiltrated with liquid crystals," in *2009 IEEE/LEOS Winter Topicals Meeting Series*, 2009, pp. 66-67.
- [99] M. F. O. Hameed and S. S. Obayya, "Analysis of polarization rotator based on nematic liquid crystal photonic crystal fiber," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 28, pp. 806-815, 2010.
- [100] L. Wei, T. T. Alkeskjold, and A. Bjarklev, "Compact electrically controlled broadband liquid crystal photonic bandgap fiber polarizer," in *Optical Communication, 2009. ECOC'09. 35th European Conference on*, 2009, pp. 1-2.
- [101] S. Mathews, G. Farrell, and Y. Semenova, "Directional electric field sensitivity of a liquid crystal infiltrated photonic crystal fiber," *Photonics Technology Letters, IEEE*, vol. 23, pp. 408-410, 2011.
- [102] A. K. Ptilakis, D. C. Zografopoulos, and E. E. Kriezis, "In-line polarization controller based on liquid-crystal photonic crystal fibers," *Lightwave Technology, Journal of*, vol. 29, pp. 2560-2569, 2011.
- [103] S. Ertman, A. Czaplá, K. Nowecka, P. Lesiak, A. Domanski, T. Wolinski, *et al.*, "Tunable highly-birefringent photonic liquid crystal fibers," in *Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings, 2007. IMTC 2007. IEEE*, 2007, pp. 1-6.
- [104] M. F. O. Hameed and S. S. Obayya, "Coupling characteristics of dual liquid crystal core soft glass photonic crystal fiber," *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, vol. 47, pp. 1283-1290, 2011.
- [105] S. Mathews, G. Farrell, and Y. Semenova, "Experimental Study on the Frequency Dependence of the Liquid Crystal Infiltrated Photonic Crystal Fibers," *Sensors Journal, IEEE*, vol. 12, pp. 1018-1024, 2012.
- [106] T. Wolinski, S. Ertman, A. Czaplá, A. Domanski, J. Wojcik, R. Dabrowski, *et al.*, "Photonic liquid crystal fiber as a sensing element for electric field measurement," in *Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings, 2007. IMTC 2007. IEEE*, 2007, pp. 1-4.
- [107] V. K. Hsiao and C.-Y. Ko, "Light-controllable photoresponsive liquid-crystal photonic crystal fiber," *Optics express*, vol. 16, pp. 12670-12676, 2008.

-
- [108] K. A. Rutkowska, U. A. Laudyn, and P. S. Jung, "Discrete light propagation in photonic liquid crystal fibers," in *Photonics Global Conference (PGC), 2012*, 2012, pp. 1-5.
- [109] M. Islam and M. S. Alam, "A liquid crystal infiltrated single polarization spiral photonic crystal fiber with large negative flat dispersion," in *Electrical & Computer Engineering (ICECE), 2012 7th International Conference on*, 2012, pp. 522-525.
- [110] J.-h. Liou, J.-h. Liu, C.-l. Chiang, T.-h. Chang, and C.-p. Yu, "Tunable liquid-crystal photonic crystal fibers with outer air-hole layers," *OECC 2010 Technical Digest*, pp. 786-787, 2010.
- [111] M. F. O. Hameed, S. S. Obayya, K. Al-Begain, M. I. Abo el Maaty, and A. M. Nasr, "Modal properties of an index guiding nematic liquid crystal based photonic crystal fiber," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 27, pp. 4754-4762, 2009.
- [112] G. Ren, P. Shum, J. Hu, X. Yu, and Y. Gong, "Study of polarization-dependent bandgap formation in liquid crystal filled photonic crystal fibers," *Photonics Technology Letters, IEEE*, vol. 20, pp. 602-604, 2008.
- [113] K. Kawano and T. Kitoh, *Introduction to optical waveguide analysis: Solving Maxwell's Equations and the Schrödinger Equation*. New York: Wiley-Interscience 2001.
- [114] K. Saitoh, Y. Sato, and M. Koshiba, "Coupling characteristics of dual-core photonic crystal fiber couplers," *Optics Express*, vol. 11, pp. 3188-3195, 2003.
- [115] C. J. Reddy, M. D. Deshpande, C. R. Cockrell, and F. B. Beck, "Finite Element Method for Eigenvalue Problems in Electromagnetics," *NASA Technical Paper 3485*, p. 38, 1994.
- [116] P. Silvester, "Construction of triangular finite element universal matrices," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 12, pp. 237-244, 1978.
- [117] J.-F. Lee, D.-K. Sun, and Z. J. Cendes, "Full-wave analysis of dielectric waveguides using tangential vector finite elements," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 39, pp. 1262-1271, 1991.
- [118] A. W. Snyder and J. Love, *Optical waveguide theory* vol. 190: Springer, 1983.
- [119] X. Yu, M. Liu, Y. Chung, M. Yan, and P. Shum, "Coupling coefficient of two-core microstructured optical fiber," *Optics communications*, vol. 260, pp. 164-169, 2006.
- [120] J. Li, K. Duan, Y. Wang, X. Cao, Y. Guo, and X. Lin, "Design of a single-polarization single-mode photonic crystal fiber double-core coupler," *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, vol. 120, pp. 490-496, 2009.
- [121] P. Di Bin and N. Mothe, "Numerical analysis of directional coupling in dual-core microstructured optical fibers," *Optics express*, vol. 17, pp. 15778-15789, 2009.
- [122] K. Saitoh, N. J. Florous, and M. Koshiba, "Design of narrow band-pass filters based on the resonant-tunneling phenomenon in multi-core photonic crystal fibers," *Optics Express*, vol. 13, pp. 10327-10335, 2005.

- [123] J. Donnelly, H. Haus, and N. Whitaker, "Symmetric three-guide optical coupler with nonidentical center and outside guides," *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, vol. 23, pp. 401-406, 1987.
- [124] J. Donnelly, "Limitations on power-transfer efficiency in three-guide optical couplers," *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, vol. 22, pp. 610-616, 1986.
- [125] R. Ortega, *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*: Springer, 1998.
- [126] J.-M. Liu, *Photonic devices*: Cambridge University Press, 2005.
- [127] R. Balat, M. Hameed, S. Obayya, M. A. el Maaty, M. Abo-Elkhier, and H. El-Mikati, "Design and Characteristics of Directional Coupler Based Filters."
- [128] T. WONGCHAROEN, B. RAHMAN, and K. CRATTAN, "CHARACTERIZATION OF ELECTRO-OPTIC DIRECTIONAL COUPLER BASED DEVICES," *J. Sci. Soc. Thailand*, vol. 22, pp. 43-52, 1996.
- [129] M. Skorobogatiy, K. Saitoh, and M. Koshiba, "Transverse lightwave circuits in microstructured optical fibers: waveguides," *Opt. Express*, vol. 13, p. 7506, 2005.
- [130] M. Skorobogatiy, K. Saitoh, and M. Koshiba, "Transverse lightwave circuits in MOFs: waveguides and resonator arrays," in *Quantum Electronics and Laser Science Conference*, 2006.
- [131] J. Lægsgaard, "Modeling of a biased liquid-crystal capillary waveguide," *JOSA B*, vol. 23, pp. 1843-1851, 2006.