

JORGE HERNÁN GARCÍA CUARTAS

**FLUJO PERMANENTE  
GRADUALMENTE VARIADO**

**Canales Prismáticos**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
SEDE MANIZALES

I.S.B.N 958-8280-03-6

© 2006 UNIVERSIDAD NACIONAL  
DE COLOMBIA SEDE MANIZALES

**AUTOR:**

**JORGE HERNÁN GARCÍA CUARTAS**

Ingeniero Civil  
Especialista en Ingeniería Financiera  
Especialista en Aprovechamiento Recursos Humanos  
Profesor Asociado  
Universidad Nacional de Colombia  
Sede Manizales

**REVISADO:**

**FERNANDO MEJÍA FERNÁNDEZ**

Ingeniero Civil  
Magister en Recursos Hidráulicos  
Profesor Asociado  
Universidad Nacional de Colombia  
Sede Manizales

**FREDDY LEONARDO FRANCO IDÁRRAGA**

Ingeniero Civil  
Especialista en Informática y Computación  
Magister en Ingeniería Sanitaria y Ambiental  
Instructor Asociado  
Universidad Nacional de Colombia  
Sede Manizales

**IMPRESO**

Centro de Publicaciones  
Universidad Nacional de Colombia  
Sede Manizales

Primera Edición  
Mayo de 2006

*A mi profesor de Hidráulica:  
Jorge Ramírez Giraldo.  
A su calidad humana y profesoral.  
Forjador de inquietudes;  
atalaya de las dificultades por venir;  
adusto guía; severo corrector.*

*A:  
Alain Fermine y  
Alberto Naranjo.  
Forjadores de dos espíritus:  
el trabajo anticipado y  
el estudio continuado.*

*Mi principal ocupación, además de la de sembrar la cebada y el arroz, de secar y colgar las uvas, y de ir a cazar, fue, durante estos cinco años, hacer una canoa más pequeña que la primera, que no me había sido útil. La terminé y cavando un canal profundo de seis pies y una anchura de cuatro, la introduje en la bahía.*

*Robinson Crusoe  
Daniel Defoe*

*Teresa había leído más que ellos, pero nunca será consciente de eso. Lo que diferencia a la persona que ha cursado estudios de un autodidacta no es el nivel de conocimiento, sino cierto grado de vitalidad y confianza en sí mismo.*

*La insoportable levedad del ser  
Milan Kundera*

# CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	11
CAPÍTULO 1	
INTRODUCCIÓN. REPASO DE FUNDAMENTOS .....	15
I) Hipótesis y definiciones .....	15
Flujo permanente (FP) (Steady Flow) .....	15
Flujo uniforme (FU) (Uniform Flow) .....	15
Flujo Permanente Gradualmente Variado (FPGV) (Gradually Varied Steady Flow) .....	16
Sección del canal .....	17
Canal prismático .....	17
Distribución de velocidades en la sección .....	17
Distribución de presiones en la sección .....	19
Energía (E) y energía específica (Ee) .....	20
Fuerzas de rozamiento sobre las paredes .....	22
Solera o fondo del canal .....	22
II) Movimiento uniforme .....	23
Fórmula de Chézy .....	24
Variación del coeficiente de Chézy .....	25
III) Movimiento Permanente Gradualmente Variado .....	26
Hipótesis básicas .....	26
Pérdida de energía ( $\Delta e$ ) .....	28
Número de Froude (NF) .....	28
Condiciones críticas de flujo en un canal abierto .....	30
Métodos de cálculo de las condiciones críticas de flujo en un canal abierto .....	33
Procedimiento de cálculo de las condiciones críticas de flujo en un canal abierto .....	33
IV) Problema fundamental de los flujos gradualmente variados .....	35
Resumen de los métodos clásicos de solución .....	35
Resumen de los métodos clásicos de integración .....	40
CAPÍTULO 2	
INTRODUCCIÓN DE VARIABLES ADIMENSIONALES .....	57
I) Ecuación universal de las conducciones a superficie libre .....	57
II) Característica universal de las conducciones a superficie libre .....	59
III) Diagrama universal de las conducciones a superficie libre .....	60
IV) Ecuaciones paramétricas de la característica universal .....	61
V) Características secundarias .....	63
Curvas con igual Número de Froude (NF) .....	63

### CAPÍTULO 3

#### CURVAS DE REMANSO DEL CANAL IDEAL ..... 65

I) Condiciones de flujo en un canal ideal .....	65
I.1 Condiciones iniciales del flujo .....	65
I.2 Aparición de la sección de control .....	68
II) Generalización del canal ideal .....	72
II.1 Canal prismático con rozamiento nulo, con pendiente constante .....	72
II.2 Canal rectangular con rozamiento nulo, con pendiente negativa (contrapendiente) .....	73
II.3 Canal rectangular con rozamiento nulo, con pendiente positiva .....	76
II.4 Canal sección cualquiera con pendiente positiva, con rozamiento nulo .....	79
III) Aplicación del canal ideal .....	81
III.1 Efecto de un escalón ascendente .....	81
III.2 Lámina de agua a la entrada de un canal .....	84
III.3 Efecto de las pilas de un puente .....	84

#### ANEXO 1

COEFICIENTE DE CORIOLIS ( $\alpha$ ) ALGUNOS ENFOQUES .....	87
1. R. Silber .....	87
2. Ven Te Chow .....	88
3. Eurico Trindade Neves .....	92
4. David Stephenson .....	93
5. Armando Lencastre .....	93
6. Francisco Javier Domínguez .....	94

#### ANEXO 2

##### VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE CHÉZY ( $c$ )

COEFICIENTE DE RESISTENCIA AL FLUJO .....	95
Velocidad media .....	95
Velocidad media según Chézy .....	96
Bazin .....	96
Ganguillet y Kutter .....	98
Manning .....	98
Kutter .....	101

#### ANEXO 3

ESTUDIO GEOMÉTRICO E HIDRÁULICO DE SEIS (6) SECCIONES .....	103
3.1 Sección rectangular .....	105
3.2 Sección trapezoidal .....	109
3.3 Sección circular .....	114
3.4 Sección herradura .....	119
3.5 Sección ovoidal .....	125
3.6 Sección parabólica $Y= 2X^2$ .....	131

ANEXO 4	
ESTUDIO DE CONDICIONES CRÍTICAS .....	137
4.1 Sección rectangular .....	138
4.2 Sección trapezoidal .....	142
4.3 Sección circular .....	146
4.4 Sección herradura .....	150
4.5 Sección ovoidal .....	154
4.6 Sección parabólica .....	158
ANEXO 5	
MÉTODOS CLÁSICOS DE RESOLUCIÓN DE PERFILES DE REMANSO EN MPGV .....	163
5.1 Método de las aproximaciones sucesivas o método estándar .....	164
5.2 Método de la integración gráfica .....	168
5.3 Método del paso directo .....	172
5.4 Método de integración directa .....	175
ANEXO 6	
INTRODUCCIÓN DE VARIABLES ADIMENSIONALES .....	181
6.1 Parámetros de la sección .....	182
6.2 Condiciones de flujo normal ( $H_0$ ) .....	182
6.3 Condiciones de flujo crítico .....	182
6.4 Característica universal .....	183
6.5 Diagrama universal .....	186
6.6 Ecuaciones paramétricas en función del Número de Froude .....	188
ANEXO 7	
CURVAS DE REMANSO – CANAL IDEAL .....	193
7.1 Canal ideal de sección rectangular, no prismático de pendiente nula y sin rozamiento .....	194
7.2 Canal ideal de sección rectangular, prismático de pendiente negativa sin rozamiento .....	203
7.3 Canal ideal de sección rectangular, prismático de pendiente positiva y sin rozamiento .....	207
BIBLIOGRAFÍA .....	213

## INTRODUCCIÓN

El lector que se aventure en este testimonio no encontrará nada nuevo sobre el **fondo** de los conocimientos de la hidráulica, quien lo escribe es sólo un lector, ojalá juicioso, de muy diversos textos de autores reconocidos de la Hidráulica. En la **forma** de enfrentar los procedimientos numéricos sí se encontrarán algunos aportes. Los textos clásicos de la Hidráulica gastan toda su enseñanza en dos aspectos que luego golpean la paciencia de los estudiantes de la materia: el primero de ellos es recalcar las dificultades analíticas para encontrar soluciones explícitas a los problemas planteados, ello es comprensible dada la cantidad, complejidad e interrelación de las variables enfrentadas. Es indudable que este aspecto perdurará y los nuevos desarrollos, producto de la investigación y de las nuevas necesidades del hombre, posiblemente incrementarán la complejidad en el futuro.

El segundo es consecuencia del primero, para obviar esas dificultades se estudian procedimientos de cálculo aproximados, haciendo constante alguna variable, simplificando la sección (rectangular, en la mayoría de casos), o desechando algún miembro en una ecuación analítica previamente desarrollada. Este segundo aspecto responde en gran medida a la falta histórica de herramientas rápidas y precisas (algunos textos de los años sesenta hablan de la regla de cálculo) para la ejecución de los cálculos, cuyos calificativos siempre fueron: extensos, tediosos, difíciles. Unas herramientas que han servido tradicionalmente para salvaguardar esas dificultades son los ábacos y las tablas, de indudable beneficio en las épocas pasadas y de gran aporte a la enseñanza. El advenimiento y popularización del computador (ordenador para quienes viven en Europa) ha hecho saltar en añicos esa inmensa dificultad del cálculo minucioso en los problemas de la Hidráulica y ha convertido en "adorablemente obsoletas" las tablas y los ábacos. Cuando pienso estas cosas tengo presente el Diagrama de Moody y la ecuación de Hazen-Williams, ¡cuánto irrespeto! para con estos ilustres pioneros de conocimientos y procedimientos en los flujos a presión. Sabrán ellos perdonar las necedades de un principiante.

Ante este cambio, la pregunta clave en la actualidad es ¿en qué beneficia el computador al conocimiento de la Hidráulica? La respuesta consta de cuatro partes, tal como se la he transmitido a mis alumnos de Hidráulica y de Hidrología:

1. El computador nos permite estudiar secciones más complejas que las tradicionales secciones rectangulares y trapezoidales (circulares, herraduras, ovoidales, secciones compuestas, etc.).
2. El computador permite que no hagamos tantas simplificaciones en las variables a estudiar (coeficientes de rugosidad variables en la sección a cambio del coeficiente constante; desechar los incrementos de energía cinética, etc.)
3. El computador permite un cálculo rápido y preciso, pero además, y en esto recalco mucho, permite estudiar múltiples variables del problema en tiempos relativamente cortos.
4. Pero eso no es lo más importante ni lo más útil del computador. Lo más importante y lo más útil es que el tiempo que nos ahorramos en el cálculo, tiempo de hecho apreciable, lo podemos invertir en el estudio profundo y sereno de los conceptos teóricos de la Hidráulica. Con ese mayor estudio ganamos posibilidades en la concepción de los problemas y podemos diversificar las opciones de respuesta.

No parece concebible en la actualidad un estudio de la Hidráulica sin una muy fuerte interacción con el computador. Es fascinante la gama de posibilidades que se abre para el conocimiento práctico de un problema. La cantidad, calidad y precisión con las que hoy podemos estudiar la sección más eficiente y compararla con la sección más económica y a su vez comparar todas éstas con la de más posibilidades constructivas. Todo este fascinante panorama sólo es factible con un profundo y sereno conocimiento de las teorías y procedimientos de la Hidráulica y con un amplio dominio de las posibilidades de la máquina de cómputo.

A este aspecto, de las posibilidades en el computador, quisiera hacer una diferenciación que considero de importancia en el futuro de este testimonio. Quisiera diferenciar entre:

1. **Un programa especializado de computador**, sobre uno o múltiples temas de la Hidráulica, y
2. **La hoja de cálculo.**

El *programa especializado*, tanto en Hidráulica como en Hidrología, no se lo recomiendo a mis alumnos. La razón es que el *programa* fue realizado por profesionales conocedores de la Hidráulica y ellos, los alumnos, serán solamente unos operadores cuya única tarea es introducir los datos, algunas veces en forma compleja, cuyo único beneficio es la obtención de los resultados finales. El proceso no lo ejecuta el alumno, el proceso no lo "sufre" él y por tanto su conocimiento no se acrecienta, incluso no permite que surjan inquietudes sobre las premisas presentes y sobre las formulaciones acogidas. Infortunadamente, cuando algunos alumnos han utilizado *Programas especializados*, normalmente en sus trabajos de grado, son desconocedores de las bases teóricas sobre las cuales se ejecuta el programa. El *Programa* ya no es un programa, es una *caja negra*. Le insisto mucho a los alumnos la utilización de *la hoja de cálculo*, existen en el mercado diferentes, de gran potencia en sus herramientas y de amplio panorama en sus posibilidades. Indudablemente que el *programa* tiene mayores capacidades que la *hoja*, no hay discusión. ¿Por qué se recomienda una herramienta menor? Por la sencilla razón de que el alumno tiene que ejecutar "el todo" del desarrollo del problema, con conocimiento de los enunciados y de las formulaciones, con el conocimiento pormenorizado de los resultados intermedios y de los resultados finales, y en el caso de procesos de ensayo y error podrá tomar decisiones del valor que más conviene a su problema. La *hoja* sólo ejecuta operaciones, la *hoja* no posee procesos de Hidráulica. Es el alumno el que hace el trabajo y digiere en forma práctica el desenvolvimiento de sus conocimientos teóricos. Sé, de cierto, que muchos de mis colegas profesores no están de acuerdo con estos pensamientos, lo cual respeto profundamente. El mandato docente lleva a que prime el conocimiento de la base teórica sobre la mecánica, a que prime la fundamentación sobre las revolucionarias herramientas informáticas. La vida profesional dará campo al egresado de utilizar profusamente los *programas especializados*.

El eje central de este trabajo se apoya en el texto *Hidráulica del régimen permanente en canales y ríos*, del profesor, de la facultad de Ciencias de Grenoble, R. Silber (1972) y lo acompañan y complementan: el sapiente y tradicional *Open channel hydraulics*, de Ven Te Chow, y *Manuel D'Hydraulique Générale*", de Armando Lencastre. Sedimento, este último, "mal habido" de mis trabajos en la conducción del río San Francisco, de La Central Hidroeléctrica de Caldas (CHEC).

Alguna vez, año 1971 o 1972, el Dr. Jorge Ramírez Giraldo, nuestro profesor de Hidráulica, nos colocó un trabajo sobre Flujo Permanente Gradualmente Variado (FPGV). Un canal trapezoidal que desaguaba a un tanque con cota de superficie de agua conocida. "*Utilizar manning*", frase inolvidable. La pregunta era la forma y el desarrollo de la curva de remanso. ¡Sencillo y de texto! No existían los computadores... no existían las calculadoras... existía el ábaco, la regla de cálculo, unas maquinillas FACIT con campanitas para avisar que ya habían dado una vuelta y por tanto habían sumado ¡sumado! una cierta cantidad y las sumadoras eléctricas de las tradicionales contadurías. Existía TEJIDOS ÚNICA y un amigo que trabajaba allí, Germán Gallo Cardona. ÚNICA había comprado la última versión de sumadora eléctrica con rodillo de papel y tenía la calculadora de campanitas, infaltable por aquellas épocas. La regla de cálculo (Faber Castell) y la Tabla de Logaritmos (Alfonso Néstor F. S. C. - Colección Bruño) constituían el patrimonio y orgullo del alumno de Ingeniería Civil. Una semana, trabajando de 8 de la noche a las 4 de la mañana, con tinto de la botella del celador y rosca de pandequeso con olor a ruana y serenata de campanitas ¡aún las escucho en su repiquetear!, fue el tiempo de dedicación al "sencillo" trabajo. La calificación no subió al 2.5, pues un diablo logaritmo mandó "al carajo" una pendiente con exponente a la  $4/3$ . Por mucho tiempo he recordado ésta sencilla curva de remanso (M1) como un gran ejemplo de enseñanza y aprendizaje.

El autor.

## CAPÍTULO 1

### INTRODUCCIÓN REPASO DE FUNDAMENTOS

#### I) HIPÓTESIS Y DEFINICIONES



FOTOGRAFÍA 1. FLUJO PERMANENTE (CANAL) Y FLUJO NO PERMANENTE (CRECIENTE DE UN RÍO).  
FUENTE: AUTOR

#### **Flujo Permanente (FP): (Steady Flow)**

Es aquel en el cual los parámetros de interés ( $V$ ,  $Q$ ,  $p$ ,  $\rho$ ) no cambian en el intervalo de tiempo ( $\delta t$ ) considerado. ( $\delta V / \delta t = 0$ ;  $\delta Q / \delta t = 0$ ;  $\delta p / \delta t = 0$ ;  $\delta \rho / \delta t = 0$ ).

#### **Flujo Uniforme (FU): (Uniform Flow).**

Es aquel en el cual los parámetros de interés ( $V$ ,  $Q$ ,  $p$ ,  $\rho$ ) no cambian en el espacio ( $\delta x$ ) considerado. El Flujo Uniforme es un caso particular del Flujo Permanente. ( $\delta V / \delta x = 0$ ;  $\delta Q / \delta x = 0$ ;  $\delta p / \delta x = 0$ ;  $\delta \rho / \delta x = 0$ ).

## Flujo Permanente Gradualmente Variado (FPGV): (Gradually Varied Steady Flow)

Es aquel en el cual la lámina (h) del flujo varía en forma continua, progresiva y lenta ( $\delta h/\delta x \neq 0$ ). Se presenta por cambios graduales en el caudal, o en la sección, o en la pendiente de la solera del canal. Normalmente se considera la variación de un solo parámetro; la variación de dos o más complica la solución del problema.

### Compresibilidad del fluido

Se asume, para efectos de este trabajo, que el flujo de agua es incompresible.

### Flujo a superficie libre

Es aquel en el cual el líquido circula en contacto con la atmósfera.

Para efectos de este trabajo, la solera (fondo, lecho) y las paredes laterales de la conducción se consideran impermeables.

En el tramo ( $\Delta x$ ) del canal en estudio actúan dos fuerzas principales: el peso propio (W) y la fuerza de rozamiento ( $\tau$ ) contra la solera y las paredes producto de la viscosidad ( $\mu$ ) del líquido. La tensión superficial ( $\sigma$ ) que se presenta en la superficie libre se desecha en este trabajo.

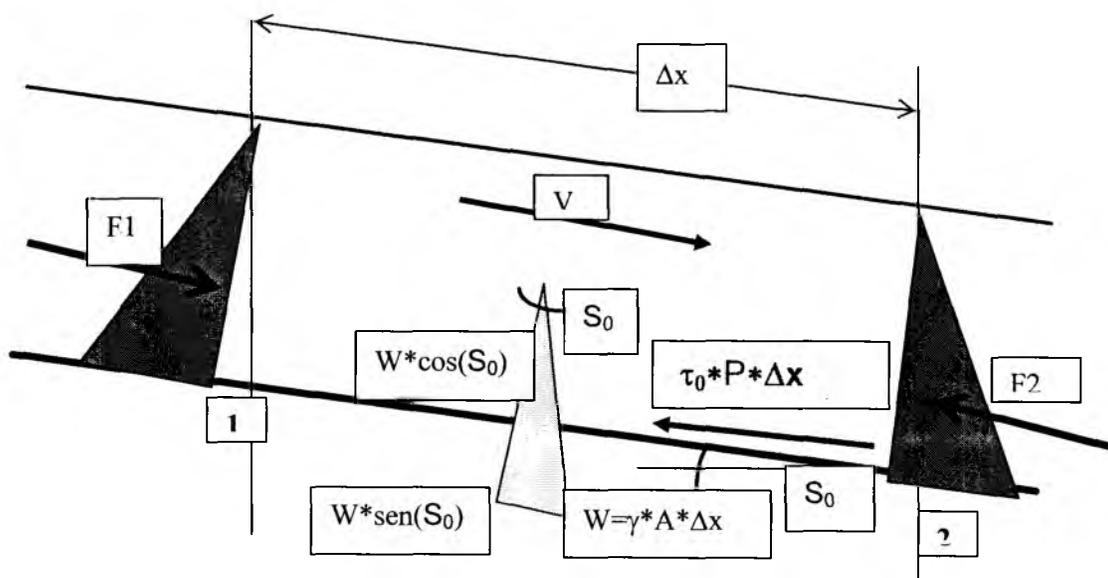


FIGURA 1. FUERZAS QUE ANIMAN EL MOVIMIENTO.

## Sección del canal

Se designa con el nombre de sección de un canal a la sección perpendicular a su eje. Las líneas de corriente son perpendiculares a la sección, por esta razón se puede medir la velocidad.

## Canal prismático

Esto es que el canal tiene alineamiento y sección constante. Las curvas en planta no se tienen en cuenta en este trabajo dado los cambios en la distribución de presiones hidrostáticas que acarrea la fuerza centrífuga.

Cuando el canal no es prismático (cauces naturales), se asimila un tramo corto del cauce natural a un canal prismático. Previendo que la sección varíe muy poco y progresivamente. Los ensanchamientos bruscos, lo mismo que las contracciones bruscas, tienen otras formas de tratamiento que escapan a este trabajo.

**Sección mojada (A):** se designa como sección mojada o área (A) a la porción de sección transversal de un canal limitada por la solera, las paredes y la superficie libre.

**Perímetro mojado (P):** se designa como perímetro mojado (P) a la longitud de contacto entre el líquido y la superficie sólida (solera más paredes). No se tiene en cuenta la superficie libre (T) del líquido.

**La superficie libre (T):** es la superficie de separación entre el líquido (agua) y la atmósfera (aire).

El conocimiento y exacta estimación numérica de estos tres elementos es fundamental en el cálculo hidráulico. De ellos depende: la velocidad (V), el caudal (Q) y el Número de Froude (NF).

Se desprenden tres relaciones fundamentales en el conocimiento y en el cálculo hidráulico.

**Radio hidráulico ( $R_h$ ):** Es la relación que existe entre el área y el perímetro.  $R_h = A/P$ .

**Altura hidráulica ( $D_h$ ):** Es la relación que existe entre el área y la superficie libre (T).  $D_h = A/T$ .

**Velocidad media (V):** es la relación que existe entre el caudal (Q) (constante en este trabajo) y el área (A).  $V = Q / A$ .

## Distribución de velocidades en la sección

El principio de Newton Meyer ( $\tau_o = \mu \delta V / \delta h$ ) enseña que el flujo de un fluido entre dos placas sufre una distorsión en la distribución del esfuerzo cortante ( $\tau_o$ ) (máximo en contacto con la placa sólida y mínimo en líneas de corriente alejadas de la placa) y una distorsión en la distribución de las velocidades (mínima velocidad en contacto con la placa sólida y máxima en líneas de corriente alejadas de la placa) de las distintas líneas de corriente. Esas distorsiones son función directa del tamaño de la aspereza o rugosidad (k) de las paredes del conducto, de la viscosidad cinemática del fluido ( $\nu$ ), el

Número de Reynolds (NR), el cual identifica el tipo de flujo (laminar o turbulento), de la forma geométrica del conducto, entre otras.

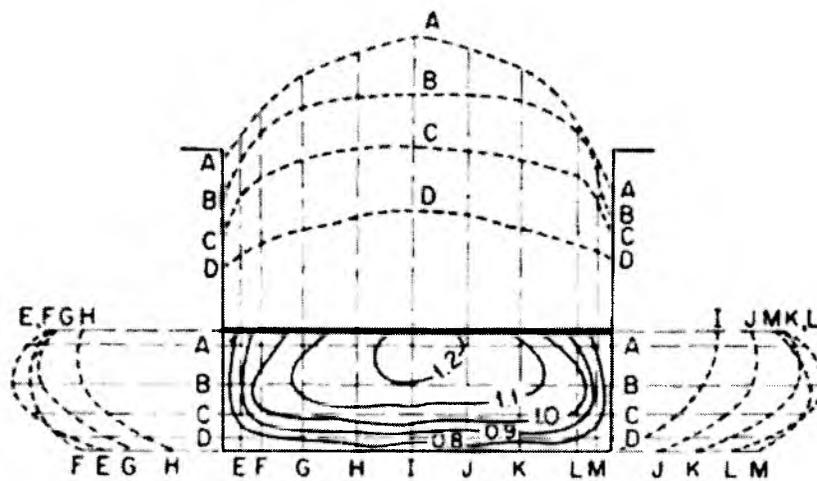


FIGURA 2. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN UNA SECCIÓN  
FUENTE: VEN TE CHOW, OPEN CHANNEL HYDRAULICS.

No es objeto del trabajo el estudio de este fascinante aparte del comportamiento de los líquidos.

La distribución de velocidades dentro del cuerpo líquido toma en consecuencia una forma parabólica en el flujo laminar y una forma parabólica, con el ápice achatado, en el flujo turbulento.

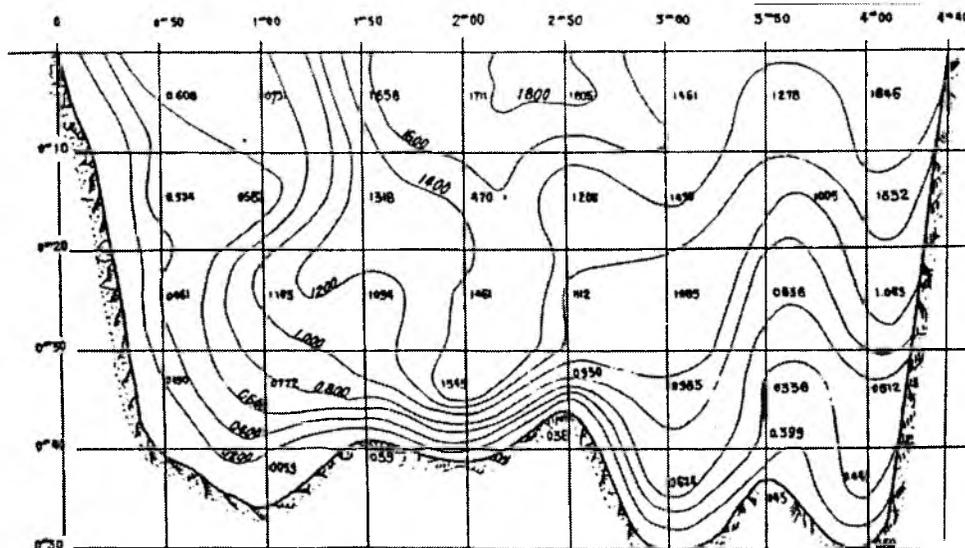


FIGURA 3. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN UN CAUCE NATURAL  
FUENTE: PAOLETTI, ALESSANDRO. LEZIONI DI HIDRAULICA FLUVIALE.

Como consecuencia de ello, el estudio de la distribución de la velocidad en la sección se reduce a la estimación de una velocidad media ( $V$ ), lo cual conlleva un error en la estimación de la energía cinética, en parte subsanado por el coeficiente de Coriolis ( $\alpha$ ). El coeficiente es muy variable y se encuentran diferentes tablas para su estimación. En canales rectangulares puede variar entre 1,03 y 1,36. Normalmente se asume  $\alpha = 1$ , lo cual está dentro del rango de precisión de los trabajos rutinarios. El anexo 1 presenta un análisis detallado del coeficiente de Coriolis.

Al admitir una velocidad media ( $V$ ) constante en la sección se simplifica en forma apreciable el problema y a cambio de estudiar el problema en tres dimensiones ( $x, y, z$ ) se estudia el problema en una dimensión exclusivamente ( $x$ ).

### Distribución de presiones en la sección

Se ha supuesto que las líneas de corriente son paralelas entre sí y que la posición de la superficie con relación al fondo del canal sufre variaciones continuas, progresivas y lentas.

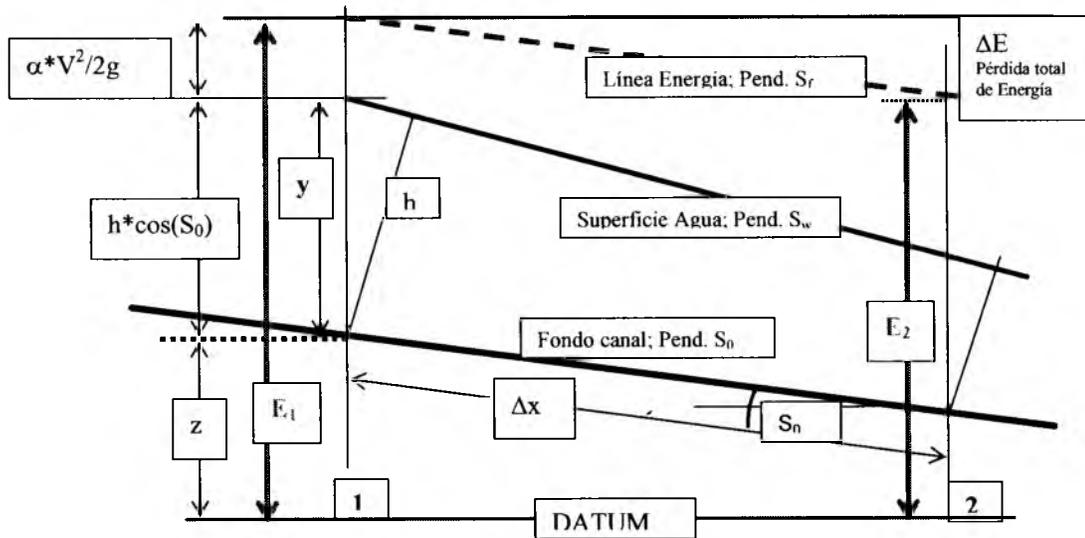


FIGURA 4. ESQUEMA PARA LA DERIVACIÓN DE LAS ECUACIONES DEL MOVIMIENTO PERMANENTE GRADUALMENTE VARIADO.

Además, se asume que la pendiente del fondo del canal es relativamente débil. Esto permite "igualar" la normal ( $h$ ) (la perpendicular al fondo del canal) a la vertical ( $h \cos(S_0)$ ), siendo  $S_0$  la pendiente del fondo del canal.

La presión real sobre el fondo del canal corresponde a la componente vertical ( $h \cos(S_0)$ ), pero en un canal de pendiente débil ( $S_0 < 5^\circ$ ) el error en el que se incurre es despreciable.

$S_0=5.0^\circ$	87.4 ‰	$\cos(S_0)=0.99619$	error = 0.380 %
$S_0=1.0^\circ$	17.4 ‰	$\cos(S_0)=0.99984$	error = 0.015 %
$S_0=0.5^\circ$	8.7 ‰	$\cos(S_0)=0.99996$	error = 0.000 %
$S_0=0.3^\circ$	5.2 ‰	$\cos(S_0)=0.99998$	error = 0.000 %
$S_0=0.1^\circ$	1.7 ‰	$\cos(S_0)=0.99999$	error = 0.000 %
$S_0=0.05^\circ$	0.8 ‰	$\cos(S_0)=0.99999$	error = 0.000 %

Los canales para conducción de aguas usualmente tienen pendientes pequeñas, del orden de 1:1000 (V:H).

### Energía (E) y energía específica (Ee)

Leonard Euler (1707-1783) dedujo las ecuaciones para el movimiento de un fluido ideal al estudiar las fuerzas actuantes (presión en los extremos y peso propio, Figuras 1 y 4) en un tramo diferencial de un tubo de corriente y en la dirección del movimiento. Para un fluido incompresible y considerando sólo una dimensión llegó a la siguiente ecuación:

$$\frac{\delta p}{\rho} + V\delta V + g\delta z = 0 \quad (1.1)$$

Con la cual se llega fácilmente a:

$$\frac{\delta p}{g\rho} + \delta\left(\frac{V^2}{2g}\right) + \delta z = 0 \quad (1.2)$$

Llamada la ecuación de Euler del movimiento en una dimensión. Se requieren tres supuestos para su aplicación:

- El movimiento se hace a lo largo de una línea de corriente.
- El fluido es ideal sin fricción (no viscoso).
- El flujo es permanente.

Daniel Bernoulli (1700-1782) integró ésta ecuación para fluidos incompresibles, con respecto a la cabeza de energía (E),

$$\frac{\delta p}{g\rho} + \delta\left(\frac{V^2}{2g}\right) + \delta z = \text{Cte} \quad (1.3)$$

Convirtiéndose en la expresión universal de la *cabeza total de energía (E) o línea total de carga* relacionando la posición, la presión y la velocidad en cualquier punto del tubo de corriente y, por supuesto, de la conducción en estudio.

$$z + h + \alpha \frac{V^2}{2g} = E = \text{Cte} \quad (1.4)$$

Siendo:

- z            Cabeza de energía potencial. (m).
- h            Cabeza de presión (m), energía dinámica. (m).
- $V^2/2g$     Cabeza de velocidad, energía cinética. (m).

En la deducción se asumió un fluido ideal no viscoso, pero en la práctica los fluidos tienen viscosidad y al moverse generan esfuerzos de cizalladura ( $\tau_0$ ) que dan origen a la distribución parabólica de la velocidad y a las pérdidas hidráulicas ( $\Delta E$ ).

Al considerar el paso de un fluido de una sección 1 a una sección 2 se tiene:

$$E_1 = E_2 + \Delta E \quad (1.5)$$

Se denomina *línea piezométrica o línea de presión o gradiente hidráulico* a la línea que une los extremos de las cabezas de posición (z) y cabeza de presión (h). O sea,

$$E_p = z + h \quad (1.6)$$

Dado que la pendiente del fondo del canal ( $S_0$ ) es débil, podemos despreciar, en ciertos casos, la diferencia de posición ( $\Delta z$ ) entre los puntos considerados. Al anular el término z de la ecuación 1.4 se obtiene:

$$h + \alpha \frac{V^2}{2g} = h + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} = E_e = \text{Cte} \quad (1.7)$$

Denominada energía específica ( $E_e$ ).

Dado que los siguientes desarrollos se refieren casi exclusivamente a la energía específica ( $E_e$ ) y en menos ocasiones a la energía total (E) es importante mantener presente el siguiente razonamiento: Mientras que la energía total (E), que se toma sobre el plano horizontal (DATUM), *decrece* en la dirección del flujo, la energía específica ( $E_e$ ), que se toma con respecto al fondo del canal, puede permanecer *constante* (flujo uniforme) o puede ser *creciente o decreciente*, según las características del flujo, dentro de un régimen variado.

## Fuerzas de rozamiento sobre las paredes

Se considera, a continuación, la presencia de la fuerza de rozamiento que ejerce un líquido sobre las paredes que lo circundan entre dos secciones (1 y 2) separadas una pequeña distancia ( $\Delta x$ ). (Figura 1)

Sobre un pequeño elemento de área ( $\delta A$ ) el líquido en movimiento ejerce una fuerza de rozamiento

$$\tau_0 \delta A \quad (1.8)$$

Siendo  $\tau_0$  el esfuerzo de cizalladura unitario, o tensión tangencial, la cual es función del sitio considerado dentro de la sección. En el cálculo de canales y cauces naturales se simplifica el concepto puesto que sólo se considera el esfuerzo de cizalladura promedio. El diferencial de área ( $\delta A$ ) es el producto del perímetro ( $P$ ) por el diferencial de la longitud ( $\Delta x$ ).

$$\tau_0 P \Delta x \quad (1.9)$$

El esfuerzo de cizalladura unitario puede ser representado por:

$$\tau_0 = \frac{C_f \rho V^2}{2} \quad (1.10)$$

Donde:  $C_f$  es el coeficiente unitario de cizalladura.

El coeficiente  $C_f$  depende del Número de Reynolds (NR), de la rugosidad de las paredes ( $k$ ) y de la forma de la sección.

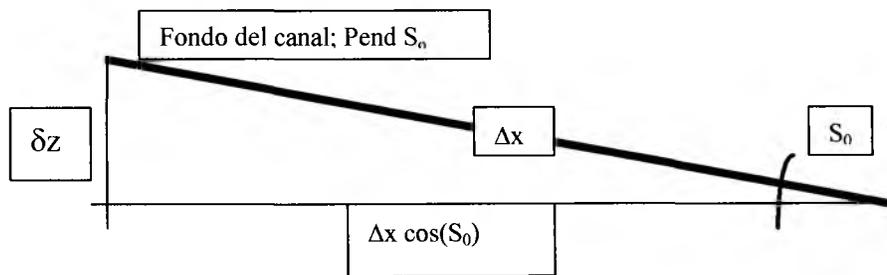
En el *flujo laminar*, Número de Reynolds (NR) bajo, donde la capa laminar supera la altura de las asperezas ( $k$ ), el coeficiente  $C_f$  es independiente de la rugosidad ( $k$ ) pero depende del NR. Por el contrario, tal como ocurre en los problemas prácticos, en el *flujo rugoso*, Número de Reynolds (NR) alto, donde la capa laminar supera la altura de las asperezas ( $k$ ), el coeficiente  $C_f$  es independiente del NR pero depende de la rugosidad ( $k$ ).

No se tiene una forma expresa para determinar el factor de forma de la sección, por tanto no se tendrá en cuenta.

## Solera o fondo del canal

Se considera que la solera tiene una pendiente constante en el diferencial de tramo ( $\Delta x$ ) considerado. (Figuras 1 y 54)

Se ha asumido que el canal, o el cauce, tiene una pendiente débil y se agrega por convención el signo menos (-) que aparece a continuación:



$$\text{Tang}(S_0) = -\frac{\delta z}{\Delta x \cdot \cos(S_0)} \quad (1.11)$$

Pero,  $\cos(S_0) \approx 1.0$  por tanto:

$$\text{Tang}(S_0) = -\frac{\delta z}{\Delta x} = \text{sen}(S_0) \quad (1.12)$$

Para canales a contrapendiente el signo menos desaparece.

Es importante tener presente que en canales de pendiente débil podemos igualar la tangente al seno del ángulo  $S_0$ .

## II) MOVIMIENTO UNIFORME

Un flujo uniforme lo podemos observar en un canal prismático muy largo, en sitios alejados de las perturbaciones de los extremos, con caudal ( $Q$ ) y rugosidad de las paredes ( $k$ ) y solera constantes, por tanto con velocidad promedio ( $V$ ) constante. En éstas condiciones, la pendiente de la solera ( $S_0$ ), de la superficie libre del agua ( $S_w$ ) y de la línea de energía ( $S_f$ ) son paralelas entre sí.

Por tanto, podemos escribir apoyados en la ecuación (1-12)

$$\text{Tang}(S_f) = -\frac{\delta E}{\Delta x} = \text{sen}(S_f) \quad (1.13)$$

$$S_f = -\frac{\delta E}{\Delta x} = S_0 = -\frac{\delta z}{\Delta x} \quad (1.14)$$

El flujo será, en consecuencia, uniforme cuando la pérdidas unitaria de energía ( $\Delta E$ ) por rozamiento sea igual a la pendiente de la solera ( $S_0$ ) del canal.

## Fórmula de Chézy (1775)

Consideremos la masa de líquido confinado entre las secciones 1 y 2 (Figura 1) y entre la solera y la superficie libre. La distancia entre 1 y 2 es un diferencial de longitud ( $\Delta x$ ). Consideremos el equilibrio entre las fuerzas actuantes que son: el peso propio ( $W$ ) y la fuerza de cizalladura:

$$\tau_0 P \Delta x - \gamma A \Delta x \sin(S_0) = 0 \quad (1.15)$$

Siendo la pendiente débil, se puede sustituir el seno por la tangente, por tanto:  $\sin(S_0) = S_0$ ; y como  $\gamma = \rho * g$ , despejando  $\tau_0$

$$\tau_0 = \gamma (A/P) S_0 = \rho * g * R_h * S_0 \quad (1.15a)$$

Igualando 1.10 y 1.15a se obtiene:

$$\tau_0 = \frac{C_f \rho V^2}{2} = \rho g \frac{A}{P} S_0 = \rho g R_h S_0 \quad (1.16)$$

$$V = \sqrt{\frac{2g}{C_f}} * \sqrt{R_h * S_0} \quad (1.17)$$

Haciendo:

$$\phi = \sqrt{\frac{2g}{C_f}} \quad (1.18)$$

Denominado el Coeficiente de Chézy, obtenemos la expresión en su forma tradicional:

$$V = \phi * \sqrt{R_h * S_0} \quad (1.19)$$

Y el caudal  $Q$ :

$$Q^2 = \phi^2 * R_h * S_0 * A^2 \quad (1.20)$$

El coeficiente de Chézy ( $\phi$ ) es dimensional. Tiene por dimensiones  $L^{1/2} T^{-1}$ . En unidades métricas, el coeficiente  $\phi$  toma valores entre 40, para paredes rugosas, y 100, para paredes lisas.

Es importante comparar estas expresiones con la formulación de Darcy-Weisbach de pérdidas hidráulicas ( $\Delta E$ ) en un conducto cerrado.

$$\Delta E = \lambda * \frac{\ell}{D} * \frac{V^2}{2g} = \lambda * \frac{\ell}{4R_h} * \frac{V^2}{2g} \quad (1.21)$$

$$S_f = S_0 = \frac{\Delta E}{\ell} = \lambda * \frac{\ell}{4R_h} * \frac{V^2}{2g} \quad (1.22)$$

Luego:

$$V = \sqrt{\frac{8g}{\lambda} * \sqrt{R_h * S_0}} \quad (1.23)$$

Comparando 1.19 con 1.23, se obtiene:

$$\lambda = 8g / \phi^2 \quad (1.24)$$

$$\lambda = 4 / C_f \quad (1.25)$$

## Variación del Coeficiente de Chézy

El coeficiente de Chézy ( $\phi$ ) se puede expresar en función del coeficiente unitario de cizalladura ( $C_f$ ), ecuación 1.18, o se puede expresar en función del coeficiente de resistencia al flujo en tuberías ( $\lambda$ ), ecuación 1.24. Ambas posibilidades tienen fuertes limitaciones en su aplicación; la primera por la influencia desconocida de la forma de la sección y la segunda por que ha sido desarrollada para una sección circular y el campo de aplicación es excesivamente dependiente de un corto rango dentro del Número de Reynolds (NR)<sup>1</sup>. Utilizando la expresión de velocidad media (V) de Manning, Naudascher muestra que es aplicable para  $4 * 10^4 < NR < 2 * 10^5$ , para relaciones  $k/4R_h$  menores a 400. En algunos casos se han estudiado ambas posibilidades para canales rectangulares de ancho infinito, o considerable, que tiene por radio hidráulico ( $R_h$ ) la altura de la lámina (h), que sería equivalente al radio de la tubería.

El resultado final es que las expresiones usuales no tienen en cuenta el factor de forma y son dependientes de Número de Reynolds (NR) y de la Rugosidad (k).

Para obviar, esta inmensa dificultad analítica, se han propuesto históricamente muchas fórmulas empíricas. Tendremos presente las expresiones de: Bazín (1897), Manning (1890) y Ganguillet y Kutter (1869).

El anexo 2 contiene estas expresiones y los coeficientes normalmente utilizados.

**Caudal específico de un canal:** La fórmula de caudal (Q) en flujo uniforme

$$Q = \phi * \sqrt{R_h S_0} * A = \phi * \sqrt{R_h S_f} * A \quad (1.26)$$

<sup>1</sup> NAUDASCHER, *Eduard Hidráulica de canales. LIMUSA, capítulo 6. 2001.*

Se puede transformar en:

$$Q = K_h S_f^{1/2} \quad (1.27)$$

Donde  $K_h$ , en un canal de sección y rugosidad conocidas, depende solamente de la lámina (h) de agua. A esta magnitud, Bakhmeteff la ha llamado *caudal específico del canal*. En el texto de Chow se designa como *Conveyance*, transporte, y se define como "la capacidad de transporte de la sección del canal".

$$K_h = \zeta * A * R_h^{1/2} \text{ o } K_h = 1/n * A * R_h^{2/3} \quad (1.28)$$

$$K_h = Q / S_f^{1/2} \quad (1.29)$$

En el caso de flujo permanente uniforme se tiene  $S_o = S_w = S_f$ , luego:

$$K_o = Q / S_o^{1/2} \quad (1.29a)$$

En el anexo 3 <sup>2</sup> muestra el desarrollo geométrico, las curvas unitarias para de los elementos geométricos de la sección y la curva de la variación del caudal específico en función de la lámina (h) de agua, para seis secciones geométricas comunes en los estudios de hidráulica: rectangular, trapezoidal, circular, herradura, ovoidal (ovoide normal de punta inferior) y parabólica.

### III) MOVIMIENTO PERMANENTE GRADUALMENTE VARIADO

En la práctica no se encuentran problemas de flujo permanente uniforme (altura de lámina (h) constante), pues éste se puede observar sólo en canales prismáticos muy largos y en tramos apartados de los extremos. En los demás casos, los casos prácticos para el ingeniero, la lámina de agua (h) no es constante, sino que varía en el espacio considerado (x). Este movimiento se denomina variado y puede tener dos formas: gradual o rápido, de acuerdo a las características de variación de la lámina.

#### Hipótesis básicas

El Flujo Permanente Gradualmente Variado (FPGV) es aquel donde los diferentes parámetros varían de forma continua, progresiva y lenta. Esta definición significa dos cosas:

---

<sup>2</sup> Las razones del anexo 3 son: La primera razón es el buen conocimiento del comportamiento del flujo en un canal necesita de un profundo, preciso y sereno conocimiento de la geometría de la sección. La segunda es la enorme dificultad que he notado en mis alumnos, de Hidráulica y de Estructuras Hidráulicas, con el manejo de la geometría de una sección y en el cambio constante de las diversas relaciones. Infortunadamente los textos más consultados se han limitado a la sección rectangular, sencilla de por sí, y a la sección trapezoidal. La sección circular, en muchos casos, la veo resuelta en los textos con la ayuda de tablas y de ábacos. Esta práctica, hoy en día, es "adorablemente obsoleta". La hoja de cálculo obliga a un estudio detallado de la geometría y a una solución razonada del problema.

- Que el flujo es permanente; esto es, que las condiciones hidráulicas permanecen constantes en el intervalo de tiempo ( $\delta t$ ) considerado.
- Que las líneas de corriente son prácticamente paralelas; esto es, que la distribución hidrostática de presiones prevalece sobre la sección del canal.

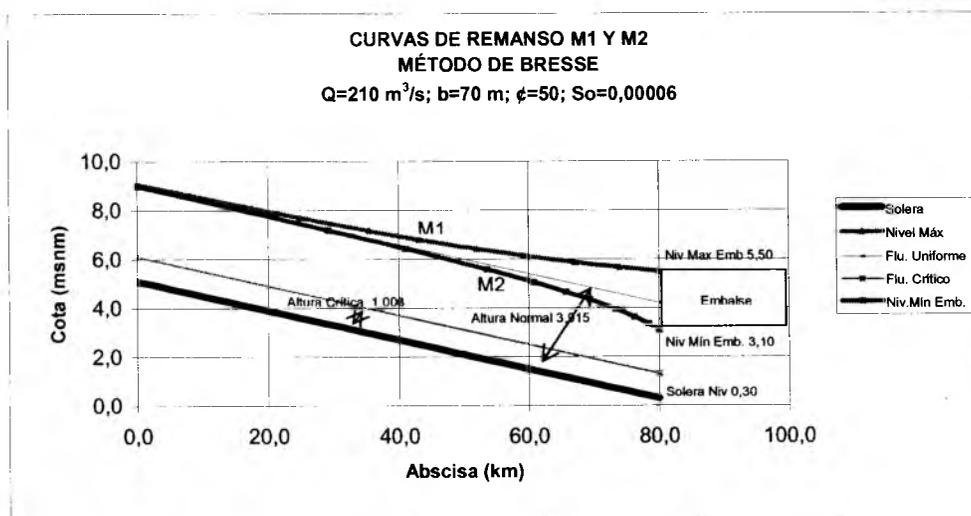


FIGURA 5. MOVIMIENTO GRADUALMENTE VARIADO CONTRA MOVIMIENTO UNIFORME.

El estudio de este aparte, supuestos o hipótesis de trabajo, debe ser profundo y cuidadoso para una concepción real de las imprecisiones de los cálculos finales. ¿Qué es lo que se asume o supone?

El primer supuesto básico de todo el desarrollo: la pérdida de energía es la misma que ocurriría si calculáramos un flujo uniforme.

Es necesaria una perfecta comprensión de este enunciado. Para que él ocurra se estudia un tramo diferencial de canal ( $\Delta x$ ). Ésta es la razón por la cual, los desarrollos matemáticos futuros se harán sobre tramos cortos de canal y el resultado final es una sumatoria de los resultados de los diferentes tramos estudiados.

El segundo supuesto básico de todo el desarrollo: la pendiente ( $S_0$ ) del canal es suave, débil, pequeña. Esto es:

- La tangente ( $S_0$ ) la podemos asimilar al seno ( $S_0$ ).
- La altura de la lámina ( $h$ ) es la misma si tomamos la vertical o la perpendicular al fondo del canal.
- No hay atrapamiento de aire.
- El canal es prismático. Sección y alineamiento constantes.

- La distribución de las velocidades en la sección es constante.
- El coeficiente de rugosidad (n) es independiente de la altura del flujo y constante en el tramo de canal considerado.

### **Causas que propician un flujo gradualmente variado:**

Podríamos enumerar cinco causas principales

1. Una variación en la pendiente del fondo del canal.
2. Un estrechamiento gradual en la sección del canal.
3. Una ampliación gradual en la sección del canal.
4. Una derivación del caudal (Q), manteniendo la sección.
5. Un aumento del caudal (Q), manteniendo la sección.

Las dos últimas causas no son tema del trabajo actual.

### **Pérdida de Energía ( $\Delta E$ )**

La consecuencia física del rozamiento del fluido contra las paredes del canal, es la transformación de una parte de su energía en calor, disminuyendo la energía en el sentido del flujo.

Se supone, para efectos de los siguientes desarrollos matemáticos, que la pérdida de cabeza o energía en el tramo considerado ( $\Delta x$ ) es la misma que para un flujo uniforme.

Según Chézy:

$$S_f = -\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{V^2}{C^2 R_h} = \frac{Q^2}{C^2 R_h A^2} \quad (1.30)$$

Según Manning - Strickler:

$$S_f = -\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{n^2 V^2}{R_h^{4/3}} = \frac{n^2 Q^2}{R_h^{4/3} A^2} \quad (1.31)$$

### **Número de Froude (NF)**

El mecanismo primario para mantener la corriente de un líquido en un canal abierto es la fuerza gravitacional. El parámetro que representa el efecto gravitacional en un canal abierto es el llamado Número Adimensional de Froude (NF).

$$NF = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (1.32)$$

Donde V es la velocidad media de la sección; g es la aceleración de la gravedad y L es un parámetro de longitud representativo.

En el caso de canales abiertos, el parámetro de longitud representativo (L), se hace igual a la altura hidráulica ( $D_h$ ).

La altura hidráulica ( $D_h$ ) es la relación entre el área de la sección y la superficie libre (T).  $D_h = A/T$  representa físicamente la altura promedia de la sección, por tanto:

$$NF = \frac{V}{\sqrt{gD_h}} = \frac{V}{\sqrt{g \frac{A}{T}}} \quad (1.33)$$

La aplicación de esta expresión conlleva las siguientes condiciones:

- El flujo es paralelo o gradualmente variado.
- El canal tiene una pendiente débil.
- El coeficiente de energía, coeficiente de Coriolis ( $\alpha$ ), se asume unitario.

Cuando se considera  $\alpha \neq 1$

$$NF = \frac{V}{\sqrt{\frac{gD_h}{\alpha}}} = \quad (1.33a)$$

Se debe al ingeniero naval británico William Froude (1810-1879), quien, junto a su hijo Robert, desarrolló el concepto de utilizar modelos de barcos en canales y propuso leyes de semejanza con superficie libre (resistencia de barcos, ondas superficiales, régimen de flujo en canales abiertos).

- Su efecto dominante se presenta cuando existe superficie libre.
- Su efecto puede ser despreciado cuando no existe superficie libre.

Los flujos a gravedad pueden ser clasificados según el Número de Froude:

Subcrítico:	$NF < 1$	Baja velocidad; lámina (h) alta.
Crítico:	$NF = 1$	Se estudiarán dos casos: 1) Energía específica ( $E_e$ ) mínima para un caudal (Q) dado. 2) Caudal (Q) máximo para una energía específica ( $E_e$ ) dada.
Supercrítico:	$NF > 1$	Alta velocidad; lámina (h) baja.

## Condiciones críticas de flujo en un canal abierto

La ecuación 1.7 define, para una sección específica, una relación entre  $E_e$ ,  $h$  y  $Q$ , válida para cualquier tipo de flujo.

Se estudian dos casos: el comportamiento del flujo para Caudal ( $Q$ ) constante y el comportamiento del flujo para energía específica ( $E_e$ ) constante:

### Primer caso

Si se asume un caudal constante en la ecuación 1.7, se obtiene una curva de la lámina ( $h$ ) en función de la energía específica.  $h = f(E_e)$

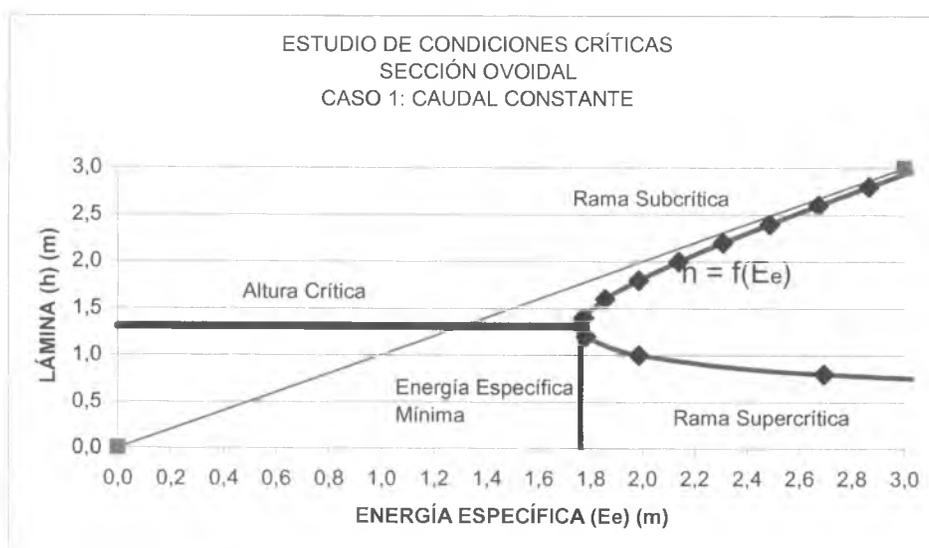


FIGURA 6. CURVA ENERGÍA-LÁMINA PARA CAUDAL CONSTANTE.

Se nota que el brazo superior de la curva (rama subcrítica) es asintótico a una recta de inclinación  $45^\circ$  y que el brazo inferior de la curva (rama supercrítica) es asintótico al eje X.

Se ve que el caudal ( $Q$ ), asumido constante, para una misma energía específica ( $E_e$ ) puede escurrir a dos profundidades ( $h$ ) diferentes. La lámina superior corresponde a un flujo subcrítico (lento, tranquilo, fluvial) y la lámina inferior corresponde a un flujo supercrítico (rápido, torrencial). Éstas profundidades son denominadas *alturas conjugadas*.

El punto de la curva en el extremo izquierdo, punto de energía específica crítica ( $E_{ec}$ ) mínima, es el que corresponde a las condiciones críticas del flujo. La altura a la que escurre el caudal dado es la denominada altura crítica ( $h_c$ ).

## Segundo caso

Si se asume una energía específica ( $E_e$ ) constante en la ecuación 1.7, se obtiene una curva de la lámina ( $h$ ) en función del caudal.  $h = f(Q)$ .

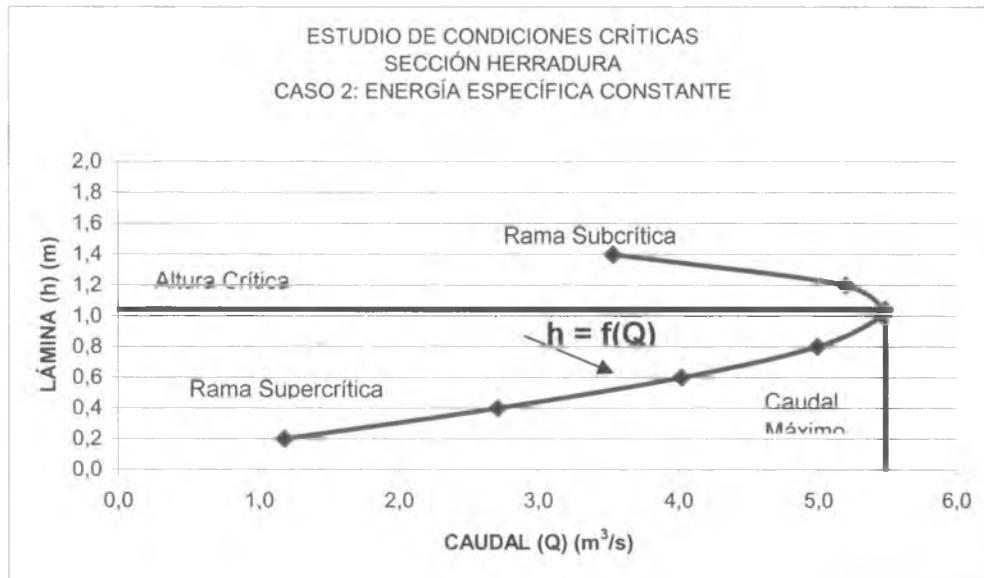


FIGURA 7. CURVA CAUDAL-LÁMINA PARA ENERGÍA ESPECÍFICA CONSTANTE.

Se ve que la energía específica ( $E_e$ ), asumida constante, para un mismo caudal ( $Q$ ) se puede presentar en dos profundidades ( $h$ ) diferentes. La lámina superior corresponde a un flujo subcrítico (lento, tranquilo, fluvial) y la lámina inferior corresponde a un flujo supercrítico (rápido, torrencial). Estas profundidades son denominadas *alturas conjugadas*.

El punto de la curva en el extremo derecho, punto de caudal máximo ( $Q_m$ ), es el que corresponde a las condiciones críticas del flujo. La altura a la que escurre el caudal máximo es la denominada altura crítica ( $h_c$ ).

El análisis de las curvas muestra que en las vecindades de la altura crítica ( $h_c$ ), cualquier pequeña variación de la energía específica o del caudal produce variaciones apreciables en la lámina ( $h$ ) de flujo. Se recomienda no diseñar canales en un rango de  $\pm 10\%$  de la altura crítica ( $h_c$ ), debido al comportamiento inestable del flujo.

En resumen: el régimen crítico corresponde a la energía específica ( $E_e$ ) mínima que permite el escurrimiento de un caudal ( $Q$ ) determinado dentro de una sección, o al caudal máximo ( $Q_m$ ) que, para una energía específica ( $E_e$ ) determinada, escurre en la misma sección.

El régimen crítico ocurre cuando el Número de Froude es igual a la unidad.

$$NF = \frac{V}{\sqrt{\frac{gD_h}{\alpha}}} = \frac{V}{\sqrt{g \frac{A}{\alpha T}}} = 1 \quad (1.34)$$

Luego:

$$V_c = \sqrt{\frac{gD_{hc}}{\alpha}} = \sqrt{g \frac{A_c}{\alpha T_c}} \quad (1.35)$$

El subíndice  $c$  denota el estado crítico del régimen.

$$E_{ec} = h_c + \alpha \frac{V_c^2}{2g} = h_c + \frac{D_{hc}}{2} \quad (1.36)$$

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} = A_c \sqrt{D_{hc}} = A_c * \sqrt{\frac{A_c}{T_c}} \quad (1.37)$$

El segundo miembro, de la ecuación 1.37, es una función de la lámina ( $h$ ), lo cual quiere decir que las condiciones críticas de un flujo son función exclusiva de la geometría de la sección e independientes de la pendiente del canal en estudio.

La pendiente crítica ( $S_{fc}$ ) se calcula con la siguiente expresión:

Según Chézy:

$$S_{fc} = \frac{V_c^2}{\zeta^2 R_{hc}} = \frac{Q^2}{\zeta^2 R_{hc} A_c^2} \quad (1.38)$$

Según Manning - Strickler:

$$S_{fc} = \frac{n^2 V_c^2}{R_{hc}^{4/3}} = \frac{n^2 Q^2}{R_{hc}^{4/3} A_c^2} \quad (1.39)$$

El caudal ( $Q$ ) en las condiciones críticas del flujo es: en el primer caso un caudal dado y constante y en el segundo caso (energía específica dada) el caudal máximo que puede escurrir por la sección en estudio.

## Métodos de cálculo de las condiciones críticas de flujo en un canal abierto

Tradicionalmente se han tenido tres métodos de cálculo:

1. El método analítico que desarrolla expresiones algebraicas despejando la incógnita deseada.
2. El método gráfico. Obteniendo los pares  $h - E_c$ , en el primer caso de estudio y los pares  $h - Q$ , en el segundo caso en estudio.
3. El método de ensayo y error. Se desarrolla por aproximaciones sucesivas.

Con la aparición del computador se han popularizado los programas que desarrollan a mayor velocidad, y menor esfuerzo, el tercer procedimiento enumerado. Algunos textos, de finales de los 70's, de los 80's y principios de los 90's, traen apéndices sobre métodos numéricos, entre los cuales son muy comunes: métodos de solución de ecuaciones algebraicas de variable simple, métodos para integración numérica y métodos de aproximación por interpolación lineal o cuadrática.

Textos más modernos (Mecánica de Fluidos, Streeter, 9ª edición, 2000) recomiendan la utilización de *la hoja de cálculo*. En el caso particular del texto de Streeter se habla en su *Prefacio* de *Excel*, de Microsof.

Mis alumnos de Hidráulica, Hidrología y Estructuras Hidráulicas, han recibido, desde el ya lejano año de 1992, la recomendación de aprender a manejar con mucha propiedad *la hoja de cálculo Excel*.

Tres razones me llevan a esa recomendación diaria a mis alumnos: es una herramienta potente, rápida y precisa. Hay que agregar la inmensa difusión del programa, y su amabilidad en la ejecución. Un solo problema le auguro a mis alumnos: hay que estudiarla y trabajarla muchas horas para conocer de sus bondades. Los cálculos de este trabajo todos están desarrollados en *Excel*. Infortunadamente son pocos los profesores, de la Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, que comparten este pensamiento puesto que prefieren *programas especializados*.

*Excel* trae en sus herramientas un subprograma llamado *Solver*, el cual resuelve un sistema de dos ecuaciones que tienen una variable común. No es otra cosa que un "método de ensayo y error", sólo que lo realiza el computador a una velocidad asombrosa y nos alivia la carga de tantos y tantos cálculos del ensayo y error.

## Procedimiento de cálculo de las condiciones críticas de flujo en un canal abierto

Al hablar de condiciones críticas se debe tener en cuenta que no es sólo la altura crítica ( $h_c$ ). Se debe tener un contexto más amplio para el perfecto conocimiento de las condiciones críticas:

En cada problema de condiciones críticas se darán a conocer los siguientes parámetros:

Parámetros geométricos críticos: altura ( $h_c$ ), área ( $A_c$ ), perímetro ( $P_c$ ) y superficie libre ( $T_c$ ); de estos resultan el radio hidráulico ( $R_{hc}$ ) y la altura hidráulica crítica ( $D_{hc}$ ).

Parámetros hidráulicos críticos: velocidad ( $V_c$ ), caudal ( $Q$ ), energía específica ( $E_{ec}$ ) y Número de Froude (NF) igual a la unidad.

### Primer caso: caudal (Q) constante

1. Una vez que la totalidad de los parámetros geométricos estén en función de la lámina ( $h$ ), se asume una lámina ( $h$ ), "altura semilla", que le servirá a *Excel* para iniciar sus iteraciones.
2. Se calcula  $V = Q/A_c$  y se calcula  $V_c = (g/\alpha * D_{hc})^{1/2}$ . En caso de flujo crítico éstas dos ecuaciones tienen idéntico valor.
3. *Solver* solicita:
  - 3.1. *Celda objetivo*: Se le asigna la celda de la altura semilla definida en el numeral 1.
  - 3.2. *Combinar las celdas*: Se le asigna la celda de la altura semilla definida en 1.
  - 3.3. *Sujeto a las siguientes restricciones*: se agregan las dos restricciones estipuladas en el numeral 2; se toma el signo igual en la casilla central de la ventana *agregar restricción*.  
Nota: se designa la celda, no el valor que aparece en la celda.
4. Resultados de *Solver*: *Solver* ha hallado una solución. Se han satisfecho todas las restricciones y condiciones", es la respuesta esperada, en caso contrario verificar la lógica de las operaciones.
5. Una vez obtenida ésta respuesta, se debe verificar:
  - 5.1.  $NF = 1$
  - 5.2.  $E_{EC} = h_c + \alpha V_c^2 / 2g = h_c + D_{hc} / 2$
  - 5.3.  $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$  (Manning) o  $S_{fc} = V_c^2 / \phi^2 R_{hc}$  (Chézy)
  - 5.4.  $V = 1/n R_{hc}^{2/3} S_{fc}^{1/2} = Q/A_c = (g D_{hc})^{1/2}$
  - 5.5.  $Q/g^{1/2} = A_c * D_{hc}^{1/2}$

### Segundo caso: energía específica ( $E_e$ ) constante

1. Una vez que la totalidad de los parámetros geométricos estén en función de la lámina ( $h$ ), se asume una lámina ( $h$ ), "altura semilla", que le servirá a *Excel* para iniciar sus iteraciones.
2. Se ha dado  $E_e = \text{constante}$  y se calcula  $E_{ec} = h_c + D_{hc} / 2$ . En el caso de flujo crítico éstas dos ecuaciones tienen idéntico valor.
3. *Solver* solicita:
  - 3.1. *Celda objetivo*: Se le asigna la celda de la *altura semilla* definida en el numeral 1.
  - 3.2. *Combinar las celdas*: Se le asigna la celda de la *altura semilla* definida en 1.

- 3.3. Sujeto a las siguientes restricciones: se agregan las dos restricciones estipuladas en el numeral 2; se toma el signo igual en la casilla central de la ventana *agregar restricción*.  
Nota: se designa la celda, no el valor que aparece en la celda.
4. Resultados de SOLVER: "Solver ha hallado una solución. Se han satisfecho todas las restricciones y condiciones", es la respuesta esperada, en caso contrario verificar la lógica de las operaciones.
5. Verificar:
- 5.0. Calcular  $V_c = (2g*(E_e - h_c))^{1/2}$  y calcular  $Q = V_c * A_c$
- 5.1.  $NF = V_c / (gD_{hc})^{1/2} = 1$
- 5.2.  $E_{ec} = h_c + \alpha V_c^2 / 2g = h_c + D_{hc} / 2$
- 5.3.  $Q/g^{1/2} = A_c * D_{hc}^{1/2}$
- 5.4.  $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$  (Manning) o  $S_{fc} = V_c^2 / \phi^2 R_{hc}$  (Chézy)

El anexo 4 contiene los resultados del estudio de las condiciones críticas, tanto para caudal dado como para energía específica dada, para las seis secciones geométricas estudiadas en el Anexo 3.

#### **IV) PROBLEMA FUNDAMENTAL DE LOS FLUJOS GRADUALMENTE VARIADOS**

##### **Resumen de los métodos clásicos de solución**

El desarrollo de los métodos analíticos del Flujo Permanente Gradualmente Variado provee la solución a dos problemas fundamentales:

1. La determinación de la posición de la superficie libre en diferentes abscisas ( $x_i$ ) del espacio ( $x$ ) en estudio.
2. La determinación de la forma de la superficie en el espacio ( $x$ ) en estudio.

En otras palabras. Dado un canal en el cual se conocen sus características geométricas, la pendiente del fondo ( $S_0$ ), el coeficiente de resistencia al flujo ( $\phi$ ) o la rugosidad de las paredes ( $n$ ) y también se conoce la lámina ( $h$ ) de agua en una sección de abscisa  $x_i$ , se busca determinar el perfil longitudinal de la superficie libre,  $h(x)$ , a lo largo del tramo del canal en estudio.

La energía total ( $E$ ) es variable, descendente de aguas arriba hacia aguas abajo, en el tramo considerado. El objetivo de este estudio es ver la variación de la lámina ( $h$ ) con respecto a la variación del tramo considerado ( $\delta h / \delta x$ ); o viceversa, ver la variación del tramo considerado con respecto a la variación de la lámina ( $\delta x / \delta h$ ).

En el primer caso ( $\delta h/\delta x$ ), se dan las abscisas de los tramos en estudio y se busca la lámina (h) para cada estación.

En el segundo caso ( $\delta x/\delta h$ ) se dan las láminas (h) de cada sección y se busca la longitud del tramo entre las estaciones en estudio.

Ejemplo del primer caso: al estudiar un río generalmente se lleva a cabo un trabajo de campo y se definen las estaciones. Al definir las estaciones se está definiendo el abscisado del tramo del río a estudiar. En este caso el interés radica en encontrar las láminas (h) de flujo para los caudales del estudio.

Ejemplo del segundo caso: al estudiar una alcantarilla que termina en un escalón (cámara de inspección), podemos calcular la altura crítica ( $h_c$ ) y la lámina normal ( $h_o$ ) y con estas láminas extremas se puede, fácilmente, asumir una serie de láminas intermedias. Con esas láminas, ya conocidas, se puede calcular la separación entre las distintas estaciones.

Al desarrollar los métodos se hará referencia a cual de estos casos se alude.

Este acápite de la Hidráulica es, en esencia, el perfecto conocimiento de la energía, y sus componentes, en cada sitio en estudio.

$$z + h + \alpha \frac{V^2}{2g} = E = \text{Cte} \quad (1.4)$$

$$E = z + h + \alpha \frac{V^2}{2g} = z + h + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (1.40)$$

Derivando con respecto al espacio considerado x, se tiene:

$$\frac{\delta E}{\delta x} = \frac{\delta z}{\delta x} + \frac{\delta h}{\delta x} + \alpha \frac{Q^2}{2g} \frac{\delta(\frac{1}{A^2})}{\delta x} \quad (1.41)$$

El elemento buscado en esta ecuación es  $\delta h/\delta x$ , el cual representa la variación de la Lámina ( $\delta h$ ) en un tramo corto del canal ( $\delta x$ ), por tanto:

$$\frac{\delta h}{\delta x} = \left( \frac{\delta E}{\delta x} - \frac{\delta z}{\delta x} \right) - \alpha \frac{Q^2}{2g} \frac{\delta(\frac{1}{A^2})}{\delta x} \quad (1.42)$$

Por definición:  $\delta z/\delta x = -S_o$  (ec 1.12 y 1.14) y

$$\frac{\delta E}{\delta x} = -S_f = -\frac{Q^2}{\phi^2 R_h A^2} \quad (\text{ec 1.14}),$$

Donde  $S_f$  representa la pendiente promedio de la línea de energía.

Se llega, de este modo, a la ecuación fundamental del Flujo Permanente Gradualmente Variado:

$$\delta h = (S_0 - \frac{Q^2}{\phi^2 R_h A^2}) \delta x - \alpha \frac{Q^2}{2g} \delta(\frac{1}{A^2}) \quad (1.43)$$

$$\delta h = (S_0 - S_f) \delta x - \alpha \frac{Q^2}{2g} \delta(\frac{1}{A^2}) \quad (1.43a)$$

Siendo  $S_0$ ,  $\phi$ ,  $R_h$  y  $A$  funciones conocidas para una abscisa  $x_i$  donde se conoce o se asume una Lámina(h) de agua.

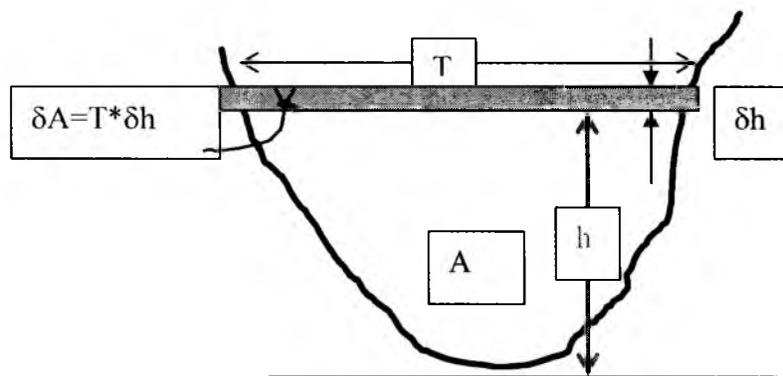
Cuando se trabaja con la velocidad media ( $V$ ) según Manning, la expresión anterior toma la siguiente forma:

$$\delta h = (S_0 - \frac{n^2 Q^2}{R_h^{4/3} A^2}) \delta x - \alpha \frac{Q^2}{2g} \delta(\frac{1}{A^2}) \quad (1.44)$$

Se ha insistido, en apartes anteriores, en la necesidad y beneficio de conocer la geometría de la sección en función de la lámina (h). El desarrollo de la ecuación 1.43 se apoya en ese conocimiento.

La ecuación diferencial de primer orden (ecuación 1.43) permite determinar la función  $h(x)$  para un caudal ( $Q$ ) conocido y para una lámina (h) dada o asumida (se verá en los procedimientos siguientes la importancia que tiene asumir la lámina (h) de flujo para la resolución de los procedimientos iterativos) en una sección de abscisa  $x_i$ .

La ecuación 1.43 se transforma cuando se posee el Área (A) de la sección en función de la lámina (h)



$$\delta[1/A^2] = -2/A^3 \delta A \quad \text{pero} \quad \delta A = T \delta h$$

$$\delta[1/A^2] = -2/A^3 * T * \delta h$$

Por tanto:

$$\delta h = \left( S_0 - \frac{Q^2}{\phi^2 R_h A^2} \right) \delta x + \left( \alpha \frac{Q^2}{2g} \frac{2T}{A^3} \right) \delta h \quad (1.45)$$

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \frac{\left( 1 - \frac{Q^2}{\phi^2 R_h A^2 S_0} \right)}{\left( 1 - \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3} \right)} \quad (1.46)$$

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \frac{\left( 1 - \frac{S_f}{S_0} \right)}{1 - \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3}} \quad (1.46a)$$

El numerador, de la ecuación 1.46, se anula para el caso de Flujo Permanente Uniforme, o sea para  $h = h_0$ , y por consiguiente  $S_0 = S_f$

Utilizando la expresión de velocidad media (V) de Manning, la ecuación 1.46 toma la forma siguiente:

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \frac{\left( 1 - \frac{n^2 Q^2}{R_h^{4/3} A^2 S_0} \right)}{\left( 1 - \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3} \right)} \quad (1.47)$$

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \frac{\left( 1 - \frac{S_f}{S_0} \right)}{\left( 1 - \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3} \right)} \quad (1.47a)$$

Los textos clásicos presentan las ecuaciones 1.46 y 1.47 en función del caudal específico general ( $K_h = Q/S_f^{1/2}$ ) y del caudal específico para flujo uniforme ( $K_o = Q/S_o^{1/2}$ ), (ecuaciones 1.29 y 1.29a) y del factor de sección para flujo crítico ( $Z_c = Q/g^{1/2} = A_c * D_{hc}^{1/2}$ ). También se tiene en cuenta la expresión  $Z = A * D_h^{1/2}$ , cuyo único significado es el valor numérico obtenido.

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \frac{\left(1 - \frac{S_f}{S_0}\right)}{\left(1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^2 D_h}\right)} \quad (1.48)$$

$$S_f/S_0 = (K_0/K_h)^2 \quad \text{y} \quad \alpha Q/(g A^2 D_h) = (Z_c/Z)^2$$

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \frac{1 - \left(\frac{K_0}{K_h}\right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2} \quad (1.49)$$

Esta es otra forma usual de presentación de la Ecuación de Flujo Variado, la cual se utilizará en algunos de los siguientes desarrollos numéricos.

A continuación se presenta una tercera forma usual de la ecuación fundamental del Flujo Permanente Gradualmente Variado.

Retomando un miembro de 1.48:

$$\frac{\alpha Q^2 T}{gA^3} = \frac{\alpha Q^2}{gA^2 D_h} = \left(\frac{\alpha Q^2}{S_0}\right) * \left(\frac{1}{\phi^2 R_h A^2}\right) * \left(\frac{\phi^2 R_h S_0}{gD_h}\right)$$

$$\frac{\alpha Q^2 T}{gA^3} = \left(\frac{K_0}{K_h}\right)^2 * \left(\frac{\phi^2 R_h S_0}{gD_h}\right) = \left(\frac{K_0}{K_h}\right)^2 * \left(\frac{S_0}{S_{fc}}\right)$$

Luego:

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \frac{\left(1 - \left(\frac{K_0}{K_h}\right)^2\right)}{\left(1 - \left(\frac{K_0}{K_h}\right)^2 \left(\frac{S_0}{S_{fc}}\right)\right)} \quad (1.49a)$$

## Resumen de los métodos clásicos de integración

Los métodos expuestos a continuación están desarrollados numéricamente en el anexo 5, para el canal de sección en herradura estudiado en los anexos 3 y 4.

El problema a resolver numéricamente es el siguiente: un canal de sección en herradura de diámetro 2 m, pendiente ( $S_0$ ) del 1.2 ‰, rugosidad ( $n$ ) de 0.014, conduce un caudal ( $Q$ ) de 5.0 m<sup>3</sup>/s. La continuidad del canal se interrumpe por una caída o escalón. Se solicita la curva de remanso ( $h - x$ ) que forma la superficie libre entre la lámina normal ( $h_0$ ) y la altura crítica ( $h_c$ ), presente en el borde del escalón.

### A) Método de aproximaciones sucesivas o método estándar

El método, expuesto a continuación, es una aplicación directa del teorema de Bernoulli. Corresponde al primer caso ( $\delta h/\delta x$ ) (ver inicio del acápite IV), donde se da la abscisa de cada estación y se solicita el cálculo de la Lámina ( $h$ ) para cada estación. El método tiene la gran propiedad de ser aplicable tanto a canales prismáticos como a cauces naturales.

Se realiza el cálculo por pasos a partir de una estación en la cual son conocidas sus características hidráulicas. La distancia ( $\Delta x$ ) entre las dos estaciones próximas es dada y el problema consiste en determinar la lámina ( $h$ ) de flujo en la segunda estación. El procedimiento se lleva a cabo por el método de ensayo y error. En este trabajo se utilizará la herramienta *Solver* de *Excel*.

### PROCEDIMIENTO

- 1.- Se conocen las características geométricas de las secciones 1 y 2, el caudal ( $Q$ ), la pendiente del canal ( $S_0$ ) y la rugosidad de las paredes ( $n$ ). Es recomendable referir la energía de cada sección a un *Datum* horizontal arbitrario (Figura 4).
- 2.- En la sección 1 se conoce su abscisa ( $x_1$ ) y también se conoce la lámina ( $h_1$ ) del flujo, con lo cual podemos calcular todas las características hidráulicas en la sección: velocidad ( $V_1$ ) media, cabeza de velocidad ( $\alpha_1 V_1^2/2g$ ), cabeza piezométrica ( $Ep_1 = z_1 + h_1$ ), energía ( $E_1$ ) total, pendiente de la línea de energía ( $S_{f1}$ ), Número de Froude ( $NF_1$ ) y el caudal específico ( $K_1$ ).
- 3.- En la sección 2 se conoce su abscisa ( $x_2$ ) y no se conoce la lámina ( $h_2$ ) del flujo. Se procede a asumir una lámina ( $h_2$ ) con lo cual se calculan las características hidráulicas en la sección: velocidad ( $V_2$ ), cabeza de velocidad ( $\alpha_2 V_2^2/2g$ ), cabeza piezométrica ( $Ep_2 = z_2 + h_2$ ), la energía ( $E_2$ ) total, pendiente de la línea de energía ( $S_{f2}$ ), Número de Froude ( $NF_2$ ) y el caudal específico ( $K_2$ ).
- 4.- Se calcula la pérdida de energía ( $\Delta E$ ) por fricción en el tramo considerado (Figura 4)

$$\Delta E = \left( \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \right) * (x_2 - x_1) = S_f * \Delta x \quad (1.50)$$

La pérdida de energía por fricción es el producto de la pendiente media de la línea de energía ( $S_f$ ) entre las dos secciones multiplicada por la distancia entre las mismas.

- 5.- Se procede inmediatamente a verificar la lámina ( $h_2$ ) asumida, comparando dos ecuaciones que designan el valor de la energía ( $E_2$ ) total en la sección 2, ambas expresiones deben tener idéntico valor:

$$E_2 = z_2 + h_2 + \alpha V_2^2/2g$$

$$E_2 = E_1 \pm \Delta E$$

Hay que tener especial cuidado con el signo asignado a la pérdida por fricción ( $\pm \Delta E$ ). Si la sección 2 está aguas abajo será negativo; Si la sección 2 está aguas arriba será positivo.

En el anexo 5 se da un ejemplo numérico.

## B) Método de integración gráfica

El método, expuesto a continuación, consiste en integrar la ecuación fundamental o dinámica, ecuación 1.43 ó 1.43a, del Flujo Permanente Gradualmente Variado por un método gráfico. Para efectos de los cálculos numéricos estas ecuaciones se transforman en la ecuación 1.49.

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \frac{1 - \left(\frac{K_0}{K_h}\right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2} \quad (1.49)$$

Corresponde al segundo caso ( $\delta x/\delta h$ ) (ver inicio del acápite IV), donde se dan las láminas ( $h$ ) de cada estación y se solicita el cálculo de las distancias ( $\Delta x$ ) entre las mismas.

La ecuación anterior se puede transformar en:

$$\frac{\delta x}{\delta h} = \left(\frac{1}{S_0}\right) \frac{1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2}{1 - \left(\frac{K_0}{K_h}\right)^2} \quad (1.51)$$

El miembro derecho de la anterior ecuación es función de la lámina ( $h$ ), o sea:

$\delta x / \delta h = f(h)$   $\delta x = f(h) \delta h$  Al integrar se obtiene:

$$\Delta x = (x_2 - x_1) = \int \delta x = \int \frac{\delta x}{\delta h} \delta h \quad (1.52)$$

El límite superior será  $h_2$  y el inferior  $h_1$ .

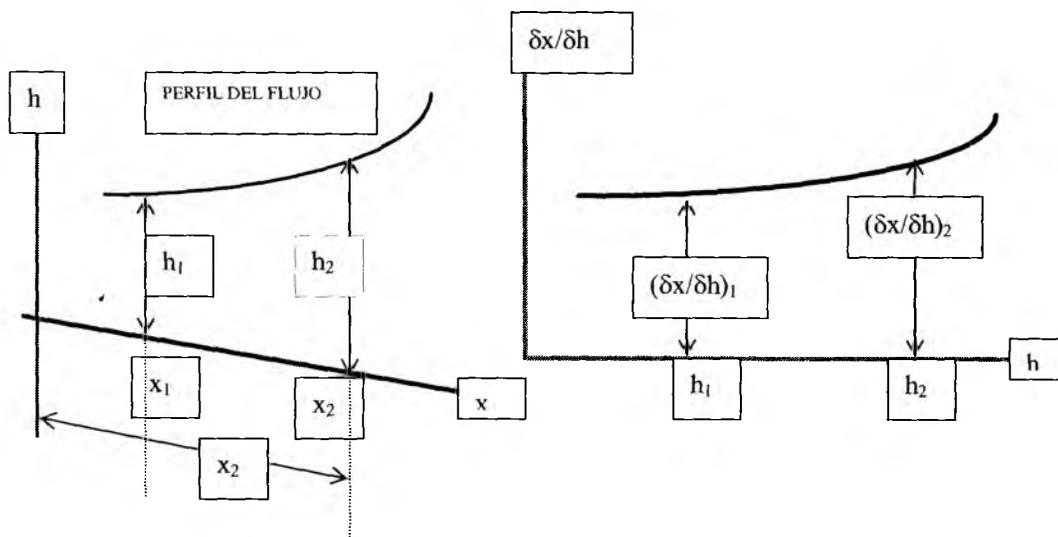


FIGURA 8. PRINCIPIOS DEL MÉTODO DE INTEGRACIÓN GRAFICA.

En este método se tiene el valor de la lámina ( $h$ ) en cada estación y se calcula la distancia entre ellas. Con los diferentes valores de lámina ( $h$ ) y al calcular para cada valor de  $h$  su correspondiente valor  $\delta x / \delta h$  se puede hacer una gráfica que tenga en las ordenadas los valores de  $\delta x / \delta h$  y en las abscisas los valores de  $h$ .

Obtenida la gráfica se puede calcular el área bajo la curva  $\delta x / \delta h = f(h)$ . Esta área es la encerrada entre la curva, el eje de las abscisas y las verticales trazadas desde cada estación ( $h_i$ ). Es claro, de acuerdo a la ecuación 1.52, que la distancia entre las estaciones es igual al área bajo la curva delimitada por las estaciones. Esta área puede ser calculada o medida en la gráfica correspondiente.

$$\Delta x = \Delta A = \left( \frac{\frac{\delta x_2}{\delta h_2} + \frac{\delta x_1}{\delta h_1}}{2} \right) * (h_2 - h_1) \quad (1.53)$$

Este método es de amplia aplicación. Tiene la gran propiedad de ser aplicable tanto a canales prismáticos como a cauces naturales. El método no incluye ninguna hipótesis de simplificación que pueda perjudicar la rigurosidad de los resultados.

El método es bastante preciso, directo y fácil de seguir. Puede, eso sí, volverse laborioso en la aplicación práctica. En el anexo 5 se da un ejemplo numérico que toma las láminas (h) encontradas en el método antecedente.

#### PROCEDIMIENTO:

1. Se conocen las características geométricas de la sección, el caudal (Q), la pendiente del canal ( $S_0$ ) y la rugosidad de las paredes (n).
2. Se tienen las láminas (h) para cada estación o sección a estudiar dentro del tramo de canal del problema. Teniendo h podemos calcular las características hidráulicas en la sección: velocidad ( $V_1$ ) media, cabeza de velocidad ( $\alpha_1 V_1^2/2g$ ), cabeza piezométrica ( $E_{p1} = z_1 + h_1$ ), energía ( $E_1$ ) total, pendiente de la línea de energía ( $S_{f1}$ ), Número de Froude ( $NF_1$ ), la cantidad  $Z = A_h * D_h^{1/2}$  y el caudal específico ( $K_h$ ).
3. Se calcula la Lámina normal ( $h_0$ ) y la altura crítica ( $h_c$ ). Se calcula el factor de sección para flujo crítico  $Z_c = A_c * D_{hc}^{1/2}$  y el caudal específico ( $K_0$ ) para flujo uniforme,  $K_0 = Q/S_0^{1/2}$ .
4. Se calcula la expresión (1.51) para cada una de las láminas asumidas.
5. Se calcula el área entre las distintas estaciones en estudio de acuerdo con la ecuación 1.53
6. Se calcula la distancia entre el origen y una cualquiera de las estaciones en estudio.  $X = \sum \Delta A$

### C) Método del paso directo

El método del paso directo es simple, aplicable a canales prismáticos exclusivamente. Este método, como los anteriores, se desarrolla dividiendo la longitud del canal en tramos cortos de acuerdo a la precisión buscada.

Corresponde al segundo caso ( $\delta x/\delta h$ ) (ver inicio del acápite IV), donde se dan las láminas (h) de cada estación y se solicita el cálculo de las distancias ( $\Delta x$ ) entre las estaciones. Para efectos del ejercicio numérico de ejemplo se toman las mismas Láminas (h) utilizadas en los dos métodos anteriores.

En la figura 4 que ilustra un pequeño tramo de canal de longitud ( $\Delta x$ ), se pueden igualar las energías (E) totales en cada uno de los extremos:

$$S_0 \Delta x + h_1 \cos(S_0) + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = h_2 \cos(S_0) + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + S_f \Delta x \quad (1.54)$$

Asumiendo:  $\alpha_1 = \alpha_2$  y  $\cos(S_0) = 1$

$$\Delta x = \frac{E_{e2} - E_{e1}}{S_0 - S_f} \quad (1.55)$$

Donde  $E_e$  es la energía específica y  $S_f$  es la pendiente promedio de la línea de energía.

## PROCEDIMIENTO

1. Se conocen las características geométricas de la sección, el caudal ( $Q$ ), la pendiente del canal ( $S_0$ ) y la rugosidad de las paredes ( $n$ ).
2. Se asumen las láminas ( $h$ ) para cada estación o sección a estudiar dentro del tramo de canal del problema. Teniendo  $h$  podemos calcular las características hidráulicas en la sección: velocidad ( $V_1$ ) media, cabeza de velocidad ( $\alpha_1 V_1^2/2g$ ), cabeza piezométrica ( $E_{p1} = z_1 + h_1$ ), energía específica ( $E_c$ ), energía ( $E_1$ ) total, pendiente de la línea de energía ( $S_{f1}$ ), Número de Froude ( $NF_1$ ), la cantidad  $Z = A_h * D_h^{1/2}$  y el caudal específico ( $K_h$ ).
3. Se calcula la lámina normal ( $h_0$ ) y la altura crítica ( $h_c$ ). Se calcula el factor de sección para flujo crítico  $Z_c = A_c * D_c^{1/2}$  y el caudal específico ( $K_0$ ) para flujo uniforme,  $K_0 = Q/S_0^{1/2}$ .
4. Se calcula la pendiente promedia ( $S_f$ ) del tramo en estudio.
5. Se calcula la expresión (1.55) para cada una de las láminas asumidas.
6. Se calcula la distancia entre el origen y una cualquiera de las estaciones en estudio.  $X = \sum \Delta x$

**Nota:** terminada la exposición de los tres métodos clásicos, es bueno realizar una comparación de resultados para un mismo problema y para unas mismas Láminas. Del anexo 5 extractamos los resultados de la tabla siguiente. Es importante ver la coincidencia de resultados entre el método de las aproximaciones sucesivas y el método del paso directo. El método de la integración gráfica tiene diferencias apreciables con los dos anteriores en cercanías de la altura normal ( $h_0$ ).

TABLA 1. COMPARACIÓN DE RESULTADOS DE TRES MÉTODOS DE CÁLCULO DEL FLUJO PERMANENTE GRADUALMENTE VARIADO

Lámina		Abscisado		
	h (m)	APROXIMACIONES SUCESIVAS	INTEGRACIÓN GRÁFICA	PASO DIRECTO
h <sub>c</sub>	<b>0,9872</b>	0,0	0,0	0,0
	1,027	1,0	1,1	0,9
	1,073	5,0	5,2	5,1
	1,105	10,0	10,3	10,2
	1,147	20,0	20,4	20,0
	1,202	40,0	41,2	40,3
	1,255	70,0	71,8	70,0
	1,303	110,0	112,3	109,4
	1,353	170,0	173,9	169,3
	1,408	270,0	279,4	270,3
	1,452	400,0	414,9	399,1
	1,501	650,0	702,8	653,5
	h <sub>0</sub>	<b>1,5587</b>	1585,9	

## D) Métodos de la integración directa

La ecuación diferencial del Flujo Permanente Gradualmente Variado (ecuación 1.43 y todas sus variantes) tiene la gran dificultad de no poder ser expresada en función de la lámina (h) para todos los canales; por esta razón su integración directa es prácticamente imposible.

Los investigadores han realizado muchos intentos para lograr tal integración en casos particulares de sección del canal. El texto de Ven Te Chow trae un resumen de los métodos de integración el cual se transcribe (Tabla 2) a continuación.

Comenta el profesor Chow: "Aunque la lista es incompleta, da una idea general del desarrollo de los diferentes métodos". Se debe notar que los primeros métodos fueron desarrollados para canales de sección transversal específica y que las soluciones posteriores, a partir de Bakhmeteff, fueron desarrolladas para canales con cualquier tipo de sección. Los primeros métodos utilizan Chézy y los últimos Manning para la velocidad media (V).

TABLA 2. MÉTODOS DE INTEGRACIÓN EXISTENTES PARA LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL FLUJO PERMANENTE GRADUALMENTE VARIADO. FUENTE: VEN TE CHOW, OPEN CHANNEL HYDRAULICS.

AÑO PUBLICACIÓN	INVESTIGADOR	TIPO DE CANAL	EFFECTO DEL CAMBIO EN LA ENERGÍA CINÉTICA	FÓRMULA VELOCIDAD	EXPONENTES HIDRÁULICOS ASUMIDOS
1848	Dupuit	Rectángulo ancho	Lo ignora	Chézy	N=3;M=3
1860	Bresse	Rectángulo ancho	Lo considera	Chézy	N=3;M=3
1875	Grashoff	Rectángulo ancho	Lo considera	Chézy	N=3;M=3
1880	Ruhlman	Rectángulo ancho	Lo ignora	Chézy	N=3;M=3
1898	Tolkmitt	Parábola ancha	Lo considera	Chézy	N=4;M=4
1900	Masoni	Rectángulo común	Lo considera	Chézy	N=3;M=3
1912 (1932)	Bakhmeteff	Todas secciones	Lo considera por pasos	Chézy	$K^2 ? h^n$
1914	Schaffernak-Ehrenberg	Rectángulo ancho	Lo ignora	$Ch^{0.75}S^{0.5}$ $23.78h^{0.776}S^{0.458}$ $22.11h^{0.58}S^{0.43}$	N=3.5;M=3 N=3.552;M=3 N=3.16;M=3
1921	Baticle	Aproximadamente trapezoidal	Lo ignora	Chézy	$K^2 = z^5 = A^2R$ z variable $\delta h/\delta x$ constante
1928	Kozeni	Rectángulo ancho	Lo considera	$Ch^{0.7}S^{0.5}$	N=3.4;M=3
1930	Schoklisch	Rectángulo ancho	Lo ignora	$CR^mS^p$	N=2+2m; M=3
1938	Mononove	Todas secciones	Lo considera	$CR^mS^{0.5}$	$P \rightarrow h^{cte}$ , $A^2 \rightarrow h^{cte}$
1947	Lee	Todas secciones	Lo considera	Manning	$K^2 \rightarrow h^N$ ; $A^2 \rightarrow h^{cte}$
1950	Von Seggern	Todas secciones	Lo considera	Manning	$K^2 \rightarrow h^N$ ; $Z^2 \rightarrow h^M$
1954	Keifer-Chu	Circular, se puede Extender a otras secciones	Lo considera	Manning	Ninguna

### D.1) Método de Bresse

El método elaborado por uno de los pioneros, el Sr. J. A. Ch. Bresse, cerca al año de 1860, se aplica exclusivamente a un canal rectangular de ancho infinito y utiliza la expresión de velocidad (V) media de Chézy con  $\phi$  constante.

El ancho infinito lleva a una importante simplificación:

$$h = R_h = D_h$$

Por tanto:

$$(K_0/K_h)^2 = (h_0/h)^3$$

Lo que permite escribir la ecuación 1.49a de la siguiente forma:

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \left( \frac{1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^3}{1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^3 \left(\frac{S_0}{S_{fc}}\right)} \right) \quad (1.56)$$

La sección rectangular de ancho infinito y  $\phi$  constante permiten una nueva simplificación:

$$S_{fc} = \frac{V_c^2}{\phi^2 R_{hc}} = \frac{g D_h / \alpha}{\phi^2 R_{hc}} = \frac{g}{\alpha \phi^2} \quad (1.57)$$

Luego:

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \left( \frac{1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^3}{1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^3 \left(\frac{\alpha \phi^2 S_0}{g}\right)} \right) \quad (1.58)$$

Al invertir la expresión anterior se obtiene:

$$\frac{\delta x}{\delta h} = \frac{1}{S_0} \left( \frac{1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^3 \left(\frac{\alpha \phi^2 S_0}{g}\right)}{1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^3} \right) \quad (1.59)$$

Reacomodando los términos, se tiene:

$$\frac{\delta x}{\delta h} = \frac{1}{S_0} \left( 1 + \frac{1 - \left( \frac{\alpha \phi^2 S_0}{g} \right)}{\left( \frac{h_0}{h} \right)^3 - 1} \right) \quad (1.59a)$$

Haciendo un cambio de variable  $\eta = h/h_0$ :

$$\delta x = \frac{1}{S_0} \left( 1 + \frac{1 - \left( \frac{\alpha \phi^2 S_0}{g} \right)}{\eta^3 - 1} \right) h_0 \delta \eta \quad (1.60)$$

Es de anotar que en la anterior expresión diferencial los parámetros:  $S_0$ ,  $h_0$ ,  $\phi$ ,  $g$  son constantes. La integral posterior está compuesta de dos elementos, uno sencillo ( $\int \delta \eta$ ) y otro complejo [ $\int (1/(\eta^3-1)) \delta \eta$ ], llamada esta última la integral de Bresse.

Al desarrollar la integral entre los límites  $X$  y  $X_1$  se tiene:

$$x - x_1 = \frac{h_0}{S_0} \left( (\eta - \eta_1) - \left[ 1 - \left( \frac{\alpha \phi^2 S_0}{g} \right) \right] * [\Omega_\eta - \Omega_{\eta_1}] \right) \quad (1.61)$$

Donde:

$$\Omega_\eta = -\int \frac{\delta \eta}{\eta^3 - 1} = \frac{1}{6} \text{LN} \left( \frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta - 1)^2} \right) + \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ArcoTg} \left( \frac{2\eta + 1}{\sqrt{3}} \right) + \text{Cte} \quad (1.62)$$

El señor Bresse preparó tablas (ver tablas 3 y 4) para los valores de  $\Omega(\eta)$  y obtuvo las formas clásicas de las curvas de remanso (ver figura 9).

Valores de la constante:

Si  $\eta < 1$  Cte = -0,3023

Si  $\eta > 1$  Cte = -0,9069

TABLA 3. MÉTODO DE BRESSE PARA EL CÁLCULO DE CURVAS DE REMANSO

"BRESSE'S BACKWATER FUNCTION"

$$\Omega(\eta) = -\int d\eta/(\eta^3-1)$$

N 3,00

LA CONSTANTE DE INTEGRACIÓN PARA H < 1

-0,302300

$$\Omega(\eta) = -\int \frac{\delta\eta}{\eta^3-1} = \frac{1}{6} \text{LN} \left( \frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta-1)^2} \right) + \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ArcoTg} \left( \frac{2\eta+1}{\sqrt{3}} \right) + \text{Cte.}$$

$\eta=h/h_0$	$\Omega(\eta) = -\int d\eta/(\eta^3-1)$	$\eta=h/h_0$	$\Omega(\eta) = -\int d\eta/(\eta^3-1)$	$\eta=h/h_0$	$\Omega(\eta) = -\int d\eta/(\eta^3-1)$
0,00	0,0000	0,50	0,5168	0,80	0,9505
0,02	0,0200	0,52	0,5399	0,81	0,9714
0,04	0,0400	0,54	0,5634	0,82	0,9932
0,06	0,0600	0,56	0,5874	0,83	1,0160
0,08	0,0800	0,58	0,6120	0,84	1,0399
0,10	0,1000	0,60	0,6371	0,85	1,0651
0,12	0,1201	0,61	0,6500	0,86	1,0918
0,14	0,1401	0,62	0,6630	0,87	1,1202
0,16	0,1602	0,63	0,6762	0,88	1,1505
0,18	0,1803	0,64	0,6897	0,89	1,1831
0,20	0,2004	0,65	0,7033	0,90	1,2184
0,22	0,2206	0,66	0,7173	0,91	1,2571
0,24	0,2408	0,67	0,7314	0,92	1,2999
0,26	0,2612	0,68	0,7459	0,93	1,3479
0,28	0,2816	0,69	0,7606	0,94	1,4028
0,30	0,3021	0,70	0,7757	0,950	1,4670
0,32	0,3227	0,71	0,7910	0,960	1,5448
0,34	0,3434	0,72	0,8068	0,970	1,6442
0,36	0,3643	0,73	0,8230	0,975	1,7066
0,38	0,3854	0,74	0,8396	0,980	1,7827
0,40	0,4066	0,75	0,8566	0,985	1,8803
0,42	0,4281	0,76	0,8742	0,990	2,0171
0,44	0,4499	0,77	0,8923	0,995	2,2498
0,46	0,4719	0,78	0,9110	0,999	2,7877
0,48	0,4942	0,79	0,9304	1,000	#¡DIV/0!

TABLA 4. MÉTODO DE BRESSE PARA EL CÁLCULO DE CURVAS DE REMANSO

"BRESSE'S BACKWATER FUNCTION"

$$\Omega(\eta) = -\int d\eta/(\eta^3-1)$$

N 3,00

LA CONSTANTE DE INTEGRACIÓN PARA H < 1

-0,906900

$$\Omega(\eta) = -\int \frac{\delta\eta}{\eta^3-1} = \frac{1}{6} LN \left( \frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta-1)^2} \right) + \frac{\sqrt{3}}{3} ArcoTg \left( \frac{2\eta+1}{\sqrt{3}} \right) + Cte.$$

$\eta=h/h_0$	$\Omega(\eta) = -\int d\eta/(\eta^3-1)$	$\eta=h/h_0$	$\Omega(\eta) = -\int d\eta/(\eta^3-1)$	$\eta=h/h_0$	$\Omega(\eta) = -\int d\eta/(\eta^3-1)$
1,001	2,1837	1,26	0,4096	2,30	0,0978
1,005	1,6486	1,28	0,3905	2,40	0,0894
1,010	1,4192	1,30	0,3731	2,50	0,0821
1,015	1,2857	1,32	0,3570	2,60	0,0757
1,020	1,1914	1,34	0,3422	2,70	0,0700
1,03	1,0596	1,36	0,3285	2,80	0,0650
1,04	0,9669	1,38	0,3158	2,90	0,0605
1,05	0,8958	1,40	0,3039	3,00	0,0564
1,06	0,8382	1,42	0,2928	3,50	0,0412
1,07	0,7900	1,44	0,2824	4,00	0,0314
1,08	0,7487	1,46	0,2727	4,50	0,0248
1,09	0,7126	1,48	0,2635	5,00	0,0201
1,10	0,6806	1,50	0,2548	6,00	0,0139
1,11	0,6519	1,55	0,2352	7,00	0,0102
1,12	0,6260	1,60	0,2179	8,00	0,0078
1,13	0,6024	1,65	0,2027	9,000	0,0062
1,14	0,5808	1,70	0,1892	10,000	0,0050
1,15	0,5608	1,75	0,1771	20,000	0,0013
1,16	0,5423	1,80	0,1662		
1,17	0,5251	1,85	0,1564		
1,18	0,5090	1,90	0,1474		
1,19	0,4939	1,95	0,1392		
1,20	0,4798	2,00	0,1318		
1,22	0,4538	2,10	0,1186		
1,24	0,4306	2,20	0,1074		

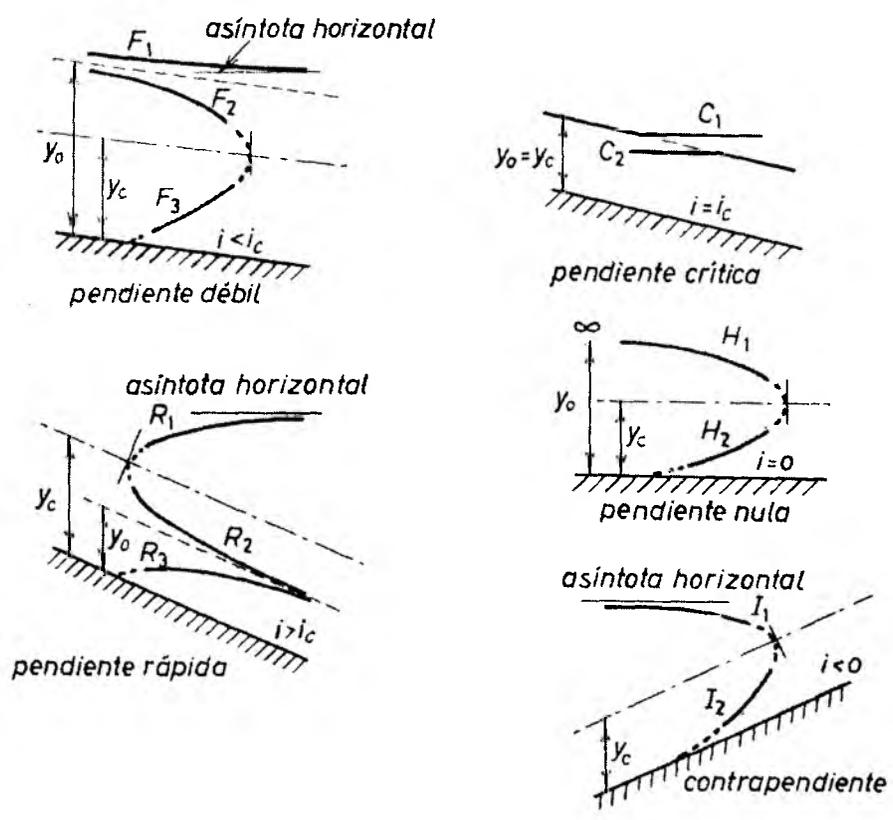


FIGURA 9. CURVAS DE REMANSO DE BESSE.  
 FUENTE: SILBER, R. HIDRÁULICA DEL RÉGIMEN PERMANENTE EN CANALES Y RÍOS.

**Desarrollo de la integral de Bresse**

$$\int \frac{\delta\eta}{\eta^3 - 1} = \int \frac{\delta\eta}{(\eta^2 + \eta + 1) * (\eta - 1)} = \int \frac{(A\eta + B)\delta\eta}{\eta^2 + \eta + 1} + \int \frac{C\delta\eta}{\eta - 1} \quad (1.63)$$

Se resuelve la ecuación<sup>3</sup> igualando las funciones de la primera y la tercera igualdad anterior para cada potencia de  $\eta$ , el resultado es:  $A = -1/3$ ;  $B = -2/3$ ;  $C = 1/3$ .

El paso siguiente es estudiar por separado las dos integrales resultantes y luego sumar sus soluciones.

$$\int \frac{C\delta\eta}{\eta - 1} = \int \frac{1}{3} \frac{\delta\eta}{\eta - 1} = 1/3 * \text{LN}(\eta - 1) + \text{Cte} \quad (1.64)$$

<sup>3</sup> GRANVILLE, SMITH, LONGLEY. Cálculo diferencial e integral. UTEA, pag 357, 1974.

Para efectos posteriores de presentación de la solución final se aplica el artificio de multiplicar por dos (2) y dividir entre dos (2) la ecuación 1.64:

$$\int \frac{C\delta\eta}{\eta-1} = \frac{1}{6} \text{LN}(\eta-1)^2 + \text{Cte.} \quad (1.65)$$

$$\int \frac{(A\eta+B)\delta\eta}{\eta^2+\eta+1} = \int \frac{\left(\frac{-1}{3}\eta + \frac{-2}{3}\right)\delta\eta}{\eta^2+\eta+1} \quad (1.66)$$

$$\int \frac{(A\eta+B)\delta\eta}{\eta^2+\eta+1} = \frac{-1}{3} \int \frac{\left(\left[\eta + \frac{1}{2}\right] + \frac{3}{2}\right)\delta\eta}{\eta^2+\eta+1} \quad (1.67)$$

Nuevamente se tienen dos integrales que se resuelven aparte.

$$\frac{-1}{3} \int \frac{\left(\eta + \frac{1}{2}\right)\delta\eta}{\eta^2+\eta+1} = \frac{-1}{6} \text{LN}(\eta^2+\eta+1) \quad (1.68)$$

La siguiente integral es más compleja y necesita de un cambio de variable:

$$\frac{-1}{3} \int \frac{\frac{3}{2}\delta\eta}{\eta^2+\eta+1} = \frac{-1}{2} \int \frac{\delta\eta}{\left(\eta + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \quad (1.69)$$

Se hace  $(\eta+1/2) = u$  y  $\delta\eta = \delta u$ . Utilizamos el artificio de multiplicar y dividir el denominador por  $\frac{3}{4}$

$$\frac{-1}{2} \int \frac{\delta u}{(u)^2 + \frac{3}{4}} = \frac{-2}{3} \int \frac{\delta u}{\left(\frac{2u}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1} \quad (1.70)$$

Recordar que:

$$\delta(\text{ArcoTg}(t)) / \delta x = (t^2+1) * \delta t / \delta x * \delta x \quad \delta(\text{ArcoCotg}(t)) / \delta x = -(t^2+1) * \delta t / \delta x * \delta x$$

Estas dos derivadas<sup>4</sup> sólo se diferencian en el signo, un detalle muy importante a tener en cuenta en la solución final de la integral inicial.

Solución con el ArcoTangente:

$$\frac{-2}{3} * \int \frac{\delta u}{\left(\frac{2u}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1} = \frac{-\sqrt{3}}{3} \text{ArcoTg}\left(\frac{2u}{\sqrt{3}}\right) \quad (1.71)$$

$$\frac{-2}{3} \int \frac{\delta u}{\left(\frac{2u}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1} = \frac{-\sqrt{3}}{3} \text{ArcoTg}\left(\frac{2\eta+1}{\sqrt{3}}\right) \quad (1.72)$$

La solución final está dada por la suma de las ecuaciones 1.65, 1.68 y 1.72.

$$-\int \frac{\delta \eta}{\eta^3 - 1} = \frac{1}{6} \text{LN}\left(\frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta - 1)^2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ArcoTg}\left(\frac{2\eta+1}{\sqrt{3}}\right) + \text{Cte.} \quad (1.73)$$

Algunos textos utilizan la solución con el ArcoCotangente: su solución, siguiendo un procedimiento similar es:

$$-\int \frac{\delta \eta}{\eta^3 - 1} = \frac{1}{6} \text{LN}\left(\frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta - 1)^2}\right) - \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ArcoCotg}\left(\frac{2\eta+1}{\sqrt{3}}\right) + \text{Cte.} \quad (1.74)$$

Hay que tener muy presente el signo del segundo miembro de la solución.

Otra forma de presentación es:

$$-\int \frac{\delta \eta}{\eta^3 - 1} = \frac{1}{6} \text{LN}\left(\frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta - 1)^2}\right) - \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ArcoTg}\left(\frac{\sqrt{3}}{2\eta+1}\right) + \text{Cte} \quad (1.74 \text{ a})$$

---

<sup>4</sup> H. E. TAYLOR AND T. L. WADE; JOHN WILEY & SON. *University calculus and subsets of the plane*. Pag. 257, 1962.

## D.2) Método de Bakhmeteff

En el estudio de canales normales, el hecho de no tener en cuenta el ancho ni la variación del coeficiente de Chezy ( $\phi$ ) (método de Bresse) conduce a curvas de remanso diferentes a las de los perfiles reales. Algunos investigadores (Mononobe, Bakhmeteff) han propuesto hacer integrable la ecuación diferencial utilizando funciones empíricas para representar las variables que entran en  $K_h = \phi * R_h^{1/2} * A$  o  $K_h = 1/n * R_h^{2/3} * A$ . El método más utilizado es el de Bakhmeteff.

Partiendo de la ecuación diferencial en su forma 1.49a:

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \left( \frac{1 - \left( \frac{K_0}{K_h} \right)^2}{1 - \left( \frac{K_0}{K_h} \right)^2 \left( \frac{S_0}{S_{fc}} \right)} \right) \quad (1.49a)$$

Se propone reemplazar la expresión particular del caudal específico ( $K_0$  y  $K_h$ ) por una expresión general.

Teniendo:

$$Q = V * A = \phi * R_h^x * S_0^y * A = K_h * S_0^y \quad K = V * A = \phi * R_h^x * A$$

Generalizando la expresión se tiene:

$$K = \phi h^N \quad (1.75)$$

Ahora:

$$V^2 = V_c^2 = \phi^2 * R_{hc} * S_{fc} = g / \alpha * D_{hc} \quad \text{de donde:}$$

$$S_{fc} = \frac{g D_{hc}}{\alpha \phi^2 R_h}$$

Luego:

$$\beta = \frac{S_0}{S_{fc}} = S_0 \left( \frac{\alpha \phi^2 R_h}{g D_{hc}} \right) \quad (1.76)$$

La ecuación 1.49a puede ser escrita de esta forma:

$$\frac{\delta h}{\delta x} = S_0 \left( \frac{1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^N}{1 - \left(\frac{h_0}{h}\right)^N - \beta} \right) \quad (1.77)$$

Si se reemplaza  $\eta = h/h_0$ , entonces  $\delta\eta = 1/h_0 * \delta h$

$$h_0 \frac{\delta\eta}{\delta x} = S_0 \left( \frac{\eta^N - 1}{\eta^N - \beta} \right) \quad (1.78)$$

Al despejar el diferencial de x, se obtiene:

$$\delta x = \left( \frac{h_0}{S_0} \right) \left[ 1 + \frac{1-\beta}{\eta^N - 1} \right] \delta\eta \quad (1.79)$$

Al desarrollar la integral entre los límites x y x<sub>1</sub>, tenemos:

$$x - x_1 = \left( \frac{h_0}{S_0} \right) * \left[ (\eta - \eta_1) - (1-\beta) * (\Psi_\eta - \Psi_{\eta_1}) \right] \quad (1.80)$$

Donde:

$$\Psi_\eta = - \int \frac{\delta\eta}{\eta^N - 1} \quad (1.81)$$

El señor Backhmeteff preparó tablas (ver Ven Te Chow apéndice D) para los valores de  $\Psi(\eta)$  para distintos valores de N (2,8; 3,0; 3,2; 3,4...).

Para aplicar el procedimiento se hace necesario calcular la expresión  $\beta(h)$  que se sustituirá por el valor promedio en cada tramo y el valor de N que se tomará como el más próximo a las tablas.

El desarrollo de estas tablas no será objeto de este trabajo.

### **OBSERVACIÓN FINAL**

Como se ha visto con anterioridad, la gama de métodos es amplia, pero dentro de ella sobresalen los dos métodos expuestos: el método de Bresse y el método de Backhmeteff.

Al hacer un pequeño paralelo entre los métodos se puede observar:

Las integrales básicas de los métodos:  $\Omega(\eta)$  y  $\Psi(\eta)$  difieren en el exponente. Bresse tomó sólo el exponente 3 y Backhmeteff lo hace para un rango más amplio de exponentes (2,2 hasta 9,8); es una generalización del método inicial.

Bresse tiene una constante por hipótesis de trabajo (al desarrollar un canal rectangular de ancho infinito) que es  $\phi^2 S_0/g$  y Backhmeteff utiliza como constante la expresión  $\beta = S_0 * [\alpha \phi^2 * R_h / g * D_{hc}]$ , calculándose como el valor medio en el tramo estudiado.

## CAPÍTULO 2

### INTRODUCCIÓN DE VARIABLES ADIMENSIONALES



FOTOGRAFIA 2. FUENTE: AUTOR

El objetivo de este capítulo es llevar el estudio de los flujos gradualmente variados a la obtención de una *ecuación universal* y de un *diagrama universal* por medio de la introducción de dos variables adimensionales.

Este proceso adimensional facilitará el estudio del capítulo posterior. En el capítulo precedente se realizó el estudio del Flujo Gradualmente Variado para condiciones particulares de la conducción. Con el estudio de variables adimensionales se da un paso importante en la comprensión de los procesos del flujo gradual.

#### I) ECUACIÓN UNIVERSAL DE LAS CONDUCCIONES A SUPERFICIE LIBRE

La energía específica ( $E_{ei}$ ) en función del caudal ( $Q$ ) y de la lámina ( $h_i$ ) de agua se expresa como:

$$E_{ei} = h_i + \alpha \frac{V_i^2}{2g} = h_i + \alpha \frac{Q^2}{2gA_i^2} \quad (2.1)$$

Lo cual gráficamente se representa en la figura 2.1.

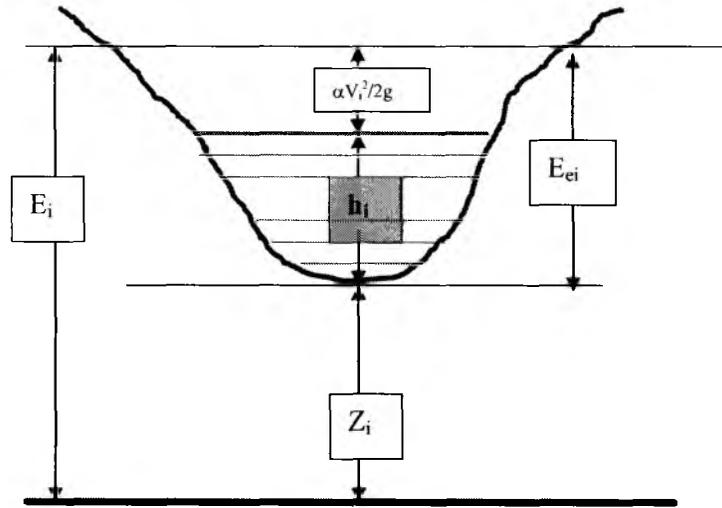


FIGURA 2.1 REPRESENTACIÓN GRAFICA DE LA ENERGÍA TOTAL Y SUS COMPONENTES EN LA SECCIÓN i.

Al despejar el caudal (Q) se obtiene:

$$Q = A_i \sqrt{\frac{2g}{\alpha} (E_{ei} - h_i)} \quad (2.2)$$

Para llevar a cabo el estudio de la *ecuación universal* se introducen las variables adimensionales siguientes, en las cuales la energía específica ( $E_{ei}$ ) de la sección se toma como una unidad de longitud y se aprovecha el concepto de ancho medio ( $T_{mi}$ ).

Se define el ancho medio como  $T_{mi} = A_i/h_i$  para una sección de lámina ( $h_i$ ).

### Profundidad reducida

$$h_i^* = \frac{h_i}{E_{ei}} \quad (2.3)$$

la  $E_{ei}$  hace de este un parámetro adimensional.

### Caudal reducido

$$q_i^* = \frac{Q/T_{mi}}{E_{ei} \sqrt{\frac{2g}{\alpha} E_{ei}}} \quad (2.4)$$

El caudal unitario que fluye por la sección mojada es reducido a un parámetro adimensional dividiéndolo entre el caudal unitario imaginario que fluye en una sección de altura igual a la energía específica.

Si reemplazamos las ecuaciones 2.2 y 2.3 en la ecuación 2.4 se obtiene.

$$q_i^* = h_i^* \sqrt{1 - h_i^*} \quad (2.5)$$

Denominada la *ecuación universal* de las conducciones con Flujo gradualmente variado a superficie libre.

## II) CARACTERÍSTICA UNIVERSAL DE LAS CONDUCCIONES A SUPERFICIE LIBRE

La gráfica de la *ecuación universal* es llamada *característica universal*, se puede interpretar esta gráfica como el lugar geométrico de los puntos de una conducción particular. Hay que tener presente que el desarrollo se hizo sobre una sección rectangular de ancho ( $T_{mi}$ ) promedio.

Esta curva es la curva clásica del comportamiento de una conducción donde la lámina ( $h$ ) es función del caudal ( $Q$ ), ( $h = F(Q)$ ). Fue estudiado este comportamiento en el capítulo 1.

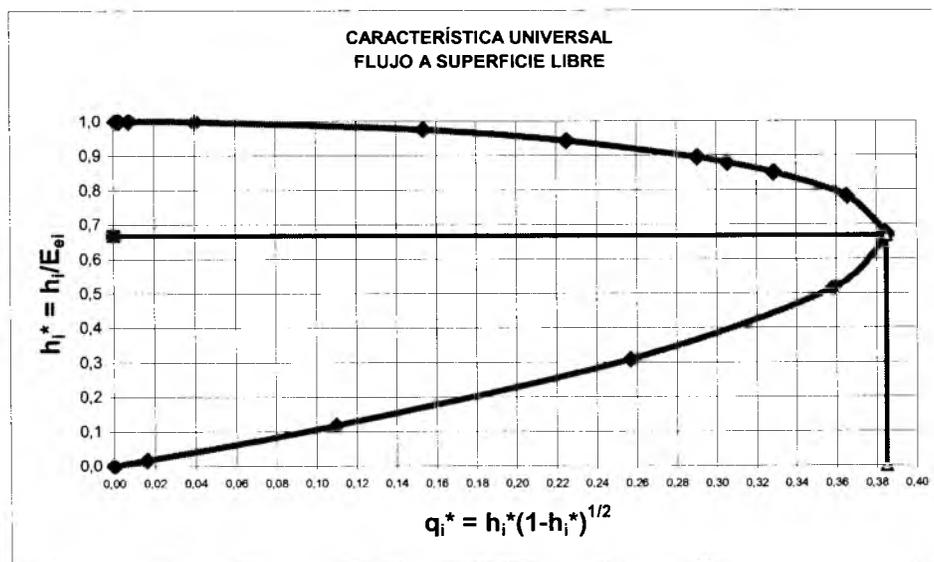


FIGURA 2.2 CARACTERÍSTICA UNIVERSAL Y CONDICIONES DE FLUJO

En el anexo 6 se detalla el procedimiento de cálculo para el caso de un canal de sección rectangular. En capítulos posteriores se hará extensivo a secciones de mayor complejidad geométrica.

Bajo esta forma la curva adquiere características de generalidad y representa, otra forma de interpretación, la evolución del caudal reducido ( $q_i^*$ ) en función de la profundidad reducida ( $h_i^*$ ) de agua. Ambos parámetros están evaluados, "reducidos", por la energía específica ( $E_{ei}$ ), en cada una de las secciones estudiadas, tomada como unidad de longitud, para un canal de *forma, dimensiones y caudal cualesquiera*.

### III) DIAGRAMA UNIVERSAL DE LAS CONDUCCIONES A SUPERFICIE LIBRE

La *característica universal* fue evaluada en cada una de las secciones con respecto a la energía específica ( $E_{ei}$ ) propia de cada sección particular. Universalizar el concepto es evaluar la evolución de la lámina con respecto a una energía específica arbitraria o de referencia ( $E_{er}$ ), de acuerdo a las necesidades del estudio, que puede ser mayor o menor a la energía específica ( $E_{ei}$ ) de la sección particular.

En otras palabras: se van a evaluar los parámetros adimensionales  $h_i^*$  y  $q_i^*$  con respecto a la relación  $[(E_{ei})/(E_{er}) = k]$ . Esto es, valorar el comportamiento de un canal como modelo numérico de una familia de canales con idénticas características físicas.

Por tanto la unidad de medida ahora es  $E_{er}$

$$E_{er}^* = \frac{1}{k} E_{ei} \quad (2.6)$$

Reemplazando en las ecuaciones 2.3 y 2.4 se tiene:

#### Profundidad reducida

$$h_i^* = \frac{h_i}{E_{er}} = \frac{h_i}{\left(\frac{E_{ei}}{k}\right)} \quad (2.7)$$

#### Caudal reducido

$$q_i^* = \frac{\frac{Q}{T_{mi}}}{E_{er} \sqrt{\frac{2g}{\alpha} E_{er}}} = \frac{\frac{Q}{T_{mi}}}{\left(\frac{E_{ei}}{k}\right) \sqrt{\frac{2g}{\alpha} \left(\frac{E_{ei}}{k}\right)}} \quad (2.8)$$

Se estudian las relación  $[(E_{ei})/(E_{er})]$  para valores de  $k = 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4$  y  $0,3$

Se muestra a continuación el *Diagrama universal* para flujos a superficie libre.

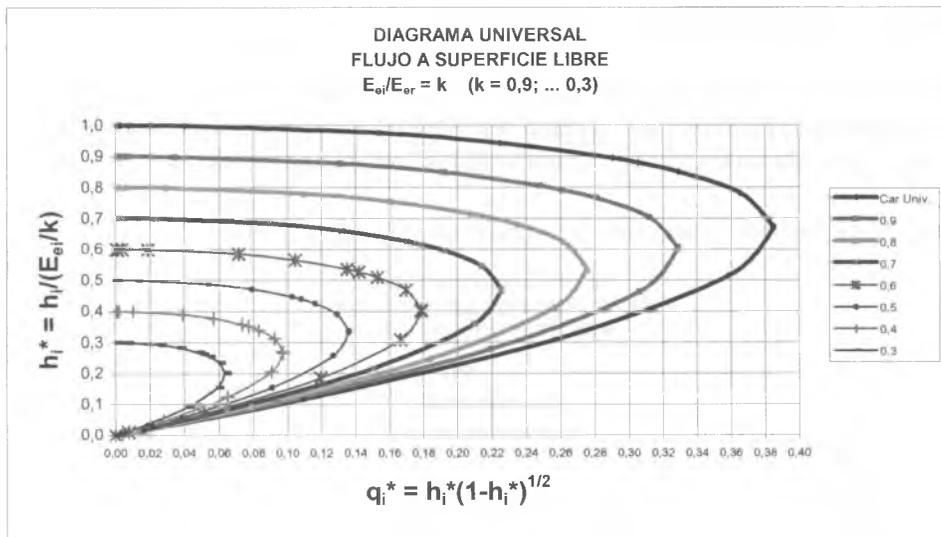


FIGURA 2.3 DIAGRAMA UNIVERSAL.

#### IV) ECUACIONES PARAMÉTRICAS DE LA CARACTERÍSTICA UNIVERSAL

Si se divide la ecuación 2.1 entre la lámina ( $h_i$ ) se obtiene:

$$\frac{E_{ei}}{h_i} = 1 + \alpha \frac{V_1^2}{2gh_i} \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{h_i^*} = 1 + \frac{\alpha}{2} \left( \frac{V_1}{\sqrt{gh_i}} \right)^2 \quad (2.10)$$

$$h_i^* = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{2} \left( \frac{V_1}{\sqrt{gh_i}} \right)^2} \quad (2.11)$$

Como:

$$c = \sqrt{gh_i} \quad (2.12)$$

Donde:

- c "Representa<sup>1</sup> la velocidad de las ondas infinitamente débiles en el punto donde la profundidad es  $h_i$ ".
- c "Representa<sup>2</sup> la velocidad de propagación de ondas superficiales elementales en masas de agua de pequeña profundidad; es decir, la profundidad es pequeña comparada con la longitud de onda. Esta última condición, sin embargo, se satisface en problemas comunes de canales."

El Número de Froude de la sección rectangular de la conducción es:

$$NF_i = \frac{V_i}{c_i} = \frac{V_i}{\sqrt{\frac{gh_i}{\alpha}}} \quad (2.13)$$

Luego:

$$h_i^* = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} NF_i^2} \quad (2.14)$$

Si se sustituye esta expresión en la ecuación 2.5 se obtiene:

$$q_i^* = \frac{NF_i}{\sqrt{2} \left( 1 + \frac{NF_i^2}{2} \right)^{3/2}} \quad (2.15)$$

Estas dos expresiones llamadas *Fórmulas paramétricas de la ecuación universal* permiten calcular la característica universal según el Número de Froude de la sección  $i$  al reemplazar 2.14 en 2.15 se tiene:

$$q_i^* = \frac{NF_i}{\sqrt{2}} (h_i^*)^{3/2} \quad (2.16)$$

Estas ecuaciones muestran que existen dos valores para el valor del Número de Froude (NF) para cada valor del caudal reducido ( $q^*$ ), uno mayor y otro menor que la unidad, o sea que también se tienen dos valores de la profundidad reducida ( $h^*$ ). Es decir, la rama inferior es supercrítica (torrencial) y la rama superior es subcrítica (fluvial).

---

1 SILBER R. *Hidráulica del régimen permanente.*

2 NAUDASCHER Eduard. *Hidraulica de canales.*

La *característica universal* presenta un máximo para un Número de Froude local igual a la unidad.

Para un canal rectangular los valores de la profundidad reducida y el caudal reducido cuando el flujo es crítico, o sea  $NF=1$ , son:

$$h_c^* = \frac{2}{3} \quad \text{y} \quad q_c^* = \frac{2}{3\sqrt{3}} = 0.3849$$

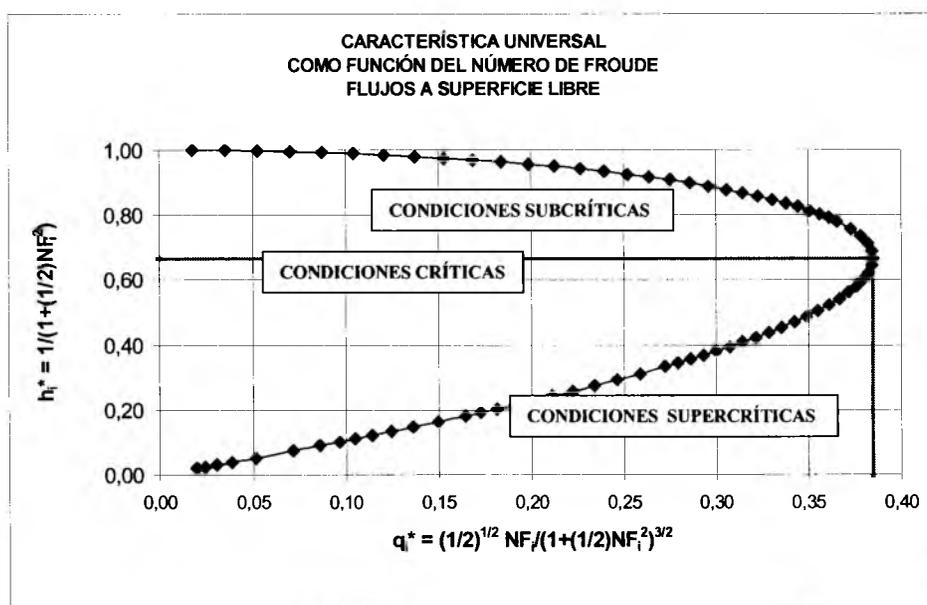


FIGURA 2.4 CARACTERÍSTICA UNIVERSAL COMO FUNCIÓN DEL NÚMERO DE FROUDE (NF).

## V) CARACTERÍSTICAS SECUNDARIAS

### Curvas con igual Número de Froude (NF)

Cuando se evalúa el *diagrama universal* en cada una de las curvas estudiadas se tienen las mismas Láminas de flujo ( $h_i$ ) reducidas, en cada curva, por diferentes valores de la energía específica de referencia ( $E_{er}$ ). Esto quiere decir que las características de flujo se mantienen constantes y que sólo se está observando el comportamiento a diferentes escalas.

Con base en esta apreciación se mostrará en una gráfica el lugar geométrico de los puntos con igual Número de Froude (NF).

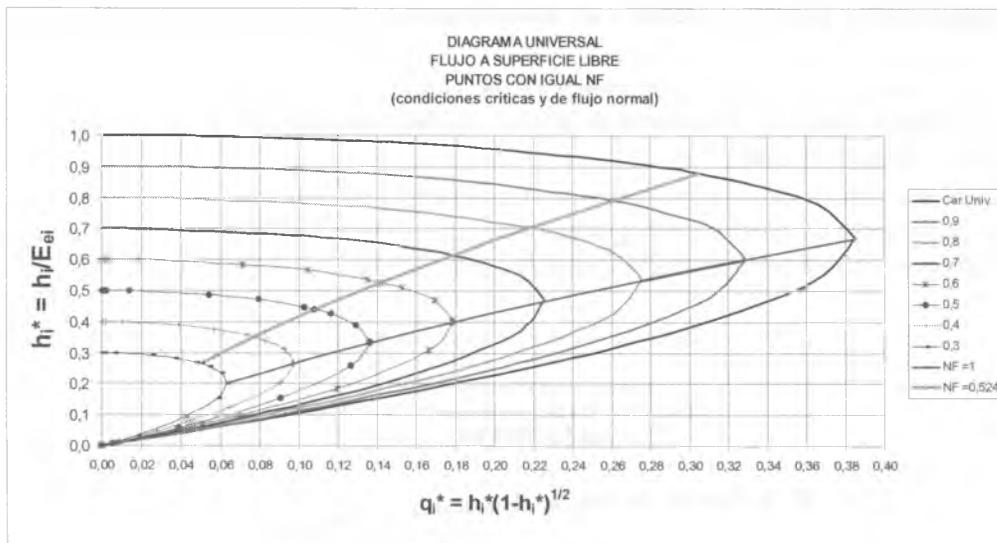


FIGURA 2.5 LUGAR GEOMÉTRICO DE LOS PUNTOS CON IGUAL NF.

Las curvas mostradas responden a la parábola de la ecuación 2.16.

**Nota de aclaración:** se ha trabajado con un número de Froude para una sección rectangular donde el ancho (b) coincide con la superficie libre (T). Más adelante se trabajará con secciones diferentes a la rectangular donde estas dos dimensiones son diferentes.

La relación existente entre ambos números de Froude es la siguiente:

$$NF_{\text{Secc. Rectangular}}: \quad NF_{SR} = \frac{V}{\sqrt{\frac{gh}{\alpha}}} \quad (2.13)$$

$$NF_{\text{secc. cualquiera}}: \quad NF = \frac{V}{\sqrt{\frac{gD_h}{\alpha}}} \quad (2.17)$$

$$D_h = \frac{A}{T} = \frac{hT_m}{T} \quad (2.18)$$

Luego:

$$NF = \sqrt{\frac{T}{T_m}} NF_{SR} \quad (2.19)$$

## CAPÍTULO 3

### CURVAS DE REMANSO DEL CANAL IDEAL

Es conveniente, antes de enfrentar la problemática de los canales reales y de los cursos de agua, estudiar un canal ideal, una concepción teórica del flujo, la cual servirá para poner en claro ciertos comportamientos del flujo, tanto uniforme como variado (gradual o rápido), que luego servirán de apoyo en la comprensión del flujo en canales reales.

Del razonamiento anterior surgen dos preguntas:

1. ¿Cuáles son los comportamientos del flujo presentes en el canal ideal que servirán en los canales reales?
  - a. La sección de control.
  - b. La aparición del resalto hidráulico, así como su evolución en función de los límites superior e inferior (nota: el alcance de este trabajo no contempla este acápite).
2. ¿Qué características tiene un canal ideal?
  - a. Pendiente nula ( $S_0 = 0$ ).
  - b. No posee fricción (rozamiento) en el contacto de la masa líquida y la superficie sólida.

#### I) CONDICIONES DE FLUJO EN UN CANAL IDEAL

##### I.1) Condiciones iniciales del flujo

El canal que servirá para el desarrollo se encuentra esquematizado en la figura 3.1, sus características son:

- La sección transversal de la conducción (canal ideal) es rectangular (por simplificación en el procedimiento analítico).
- La pendiente ( $S_0$ ) de la solera del canal de conducción es nula.
- Las paredes del canal ideal no poseen rozamiento.
- La planta de la conducción tiene ancho variable. Posee un ancho mínimo que se encuentra en la sección (G), llamada la Garganta.

- La sección en planta es convergente entre la entrada (A) y la garganta (G) y divergente entre la garganta (G) y la descarga (D).
- La conducción une dos depósitos (R1 y R2) de grandes dimensiones.
- El nivel del depósito R1 permanecerá invariable.
- El nivel del depósito R2 se hará variar. Esta variación permite estudiar los diferentes comportamientos de la conducción.
- Se toma como *DATUM* el nivel del inicio de la solera de la conducción. Desde allí se miden los niveles de los depósitos y las láminas ( $h_i$ ) de cada una de las secciones.
- El nivel en el depósito R1 es  $h_o$  medido lejos de la influencia de la entrada (A) a la conducción.
- El nivel en el depósito R2 es  $h_D$  medido lejos de la influencia de la descarga (D) de la conducción.

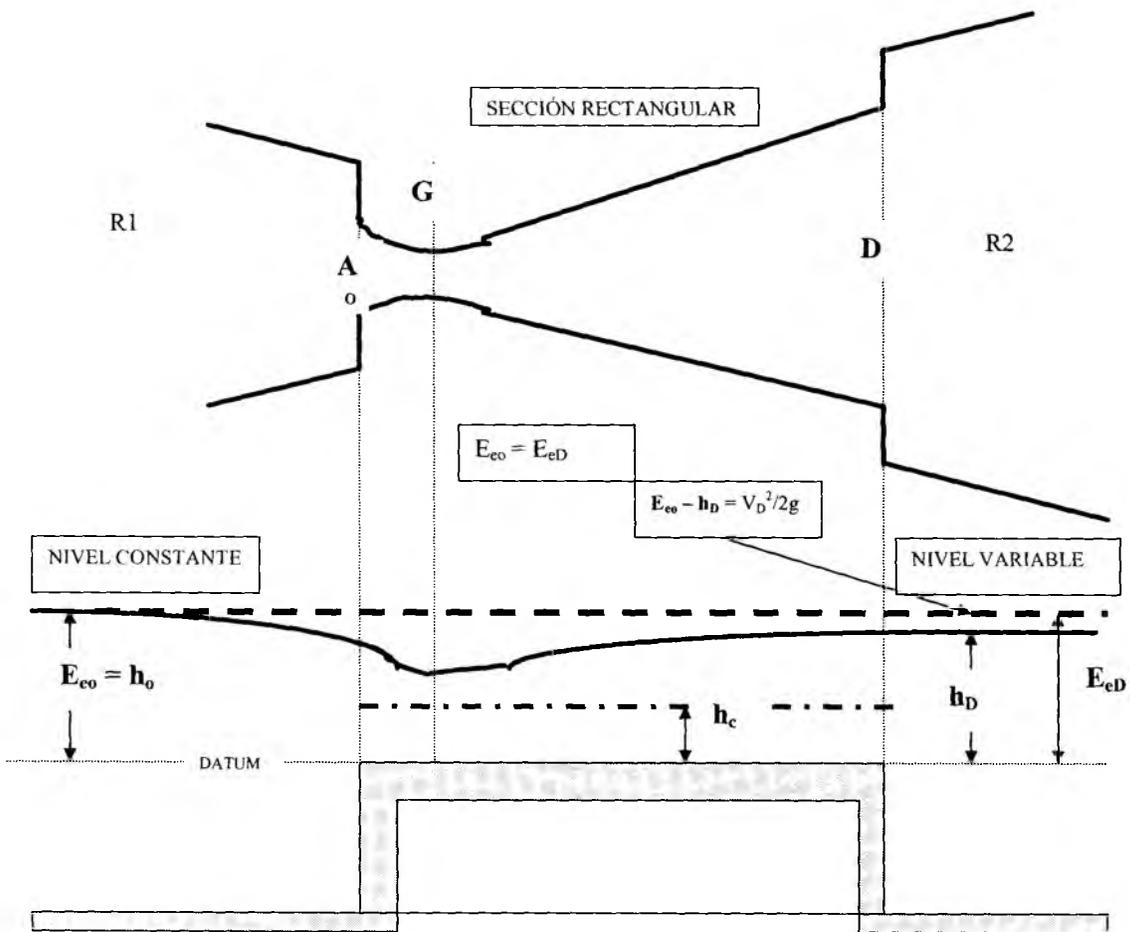


FIGURA 3.1 CANAL DE SECCIÓN TRANSVERSAL RECTANGULAR. CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO

Las características enumeradas anteriormente permiten decir que la energía específica es constante e igual a la lámina ( $h_0$ ) en el depósito R1.

$$E_{e0} = h_0 \quad (3.1)$$

El caudal que circula por la sección es función directa de la lámina ( $h_D$ ) de descarga y tal como se vio en el capítulo 2, el punto representativo de la conducción se mueve sobre la *característica universal*, y el valor de la abscisa para cada punto de la conducción será:

$$q_i^* = \frac{Q/T_{mi}}{E_{e0} \sqrt{2gE_{e0}}} \quad (3.2)$$

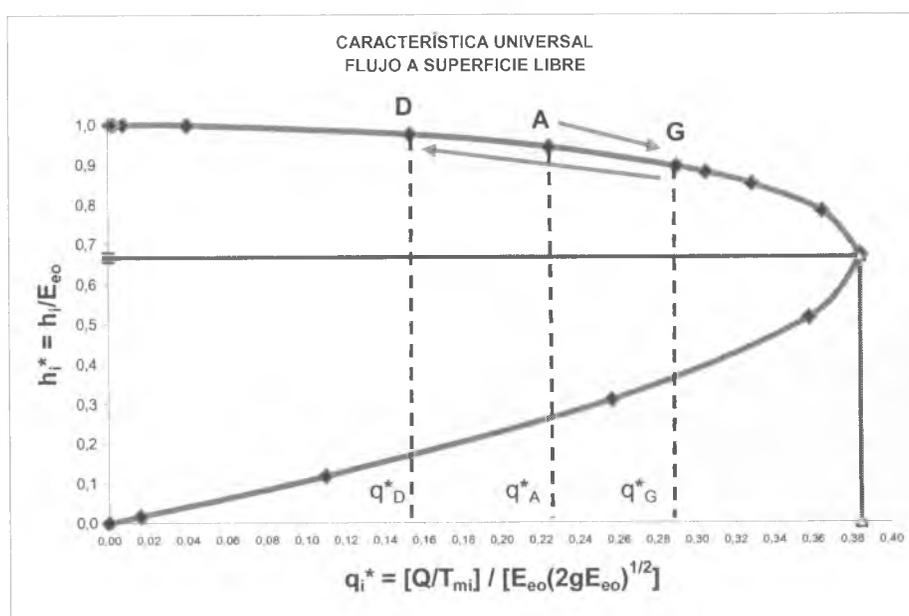


FIGURA 3.2 CARACTERÍSTICA UNIVERSAL Y CONDICIONES DE FLUJO

Es claro que el caudal reducido ( $q_i^*$ ) es inversamente proporcional al ancho ( $T_{mi}$ ) de la sección.

La velocidad en cualquier sección estará determinada por la energía específica ( $E_{e0} = h_0$ ) en el depósito R1 y la altura de la lámina ( $h_i$ ) de agua en la sección.

$$V_i = \sqrt{2g(E_{e0} - h_i)} = \sqrt{2g(h_0 - h_i)} \quad (3.3)$$

Es evidente que cuando la lámina de descarga ( $h_i = h_D$ ) es igual a la lámina del depósito R1 ( $h_0$ ) el flujo permanece estático. Ahora, cuando  $h_D$  se disminuye levemente se produce un movimiento en la masa de agua dentro de la conducción. Ese movimiento produce una disminución de la lámina ( $h_i$ ) en cada una de las secciones. En este caso la altura reducida ( $h_i^*$ ) para cualquier sección será:

$$h_i^* = \frac{h_i}{E_{eo}} = \frac{h_i}{h_o} \quad (3.4)$$

La altura reducida para la sección de descarga al depósito R2 será, en consecuencia:

$$h_D^* = \frac{h_D}{E_{eo}} = \frac{h_D}{h_o} \quad (3.5)$$

A la cual corresponde un caudal reducido  $q_D^*$ , con el cual se puede calcular el caudal (Q) que circula por la conducción.

$$Q = T_{mD} E_{eo} \sqrt{2gE_{eo}} (q_D^*) \quad (3.6)$$

Si se reemplaza la ecuación 3.6 en la ecuación 3.2 se obtiene la expresión del caudal reducido para cualquier sección en función del caudal reducido de la sección de entrega al depósito R2.

$$q_i^* = (q_D^*) \frac{T_{mD}}{T_{mi}} \quad (3.7)$$

El punto representativo recorre la característica universal (gráfica 3.2) desde la abscisa 0 (punto A) hasta la  $q_G^*$  (punto G) y se regresa en sentido inverso hasta  $q_D^*$  (punto D). La lámina de agua disminuye en el tramo convergente inicial, pasa por un valor mínimo en la sección más estrecha (garganta) donde la energía cinética ( $V_g^2/2g$ ) es máxima, y crece en el tramo divergente hasta igualar la altura ( $h_D$ ) en el depósito R2.

La velocidad en la sección D es:

$$V_D = \sqrt{2g(E_{eo} - h_D)} = \frac{Q}{T_{mD} h_D} \quad (3.8)$$

La energía cinética proporcionada por esta velocidad se disipa mediante la formación de torbellinos en el depósito R2.

## 1.2) Aparición de la sección de control

Al observar la figura 3.2 se nota que el punto G (garganta de la sección) es el punto más a la derecha de la gráfica. Recordemos que se habló en el acápite anterior de leves disminuciones de la altura de descarga de la sección D en el depósito R2.

Ahora bien, si continuamos descendiendo el nivel del depósito R2 el punto G se aproxima al ápice de la curva (figura 3.3). Una vez el punto G alcanza el extremo derecho de la curva se producen condiciones muy especiales en la conducción y el flujo que se explican a continuación.

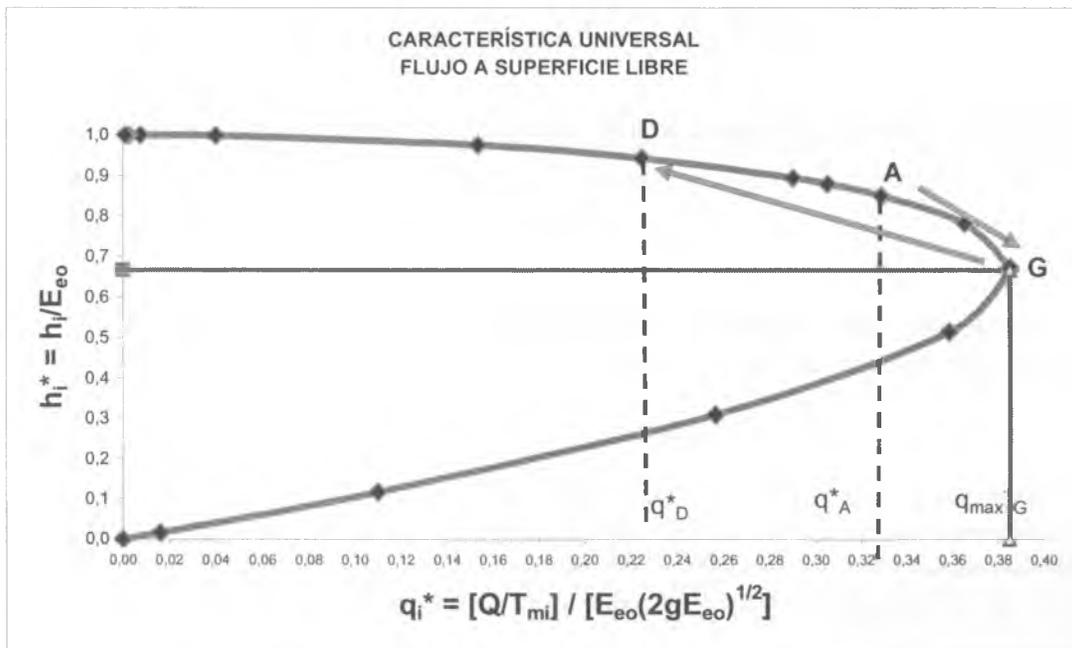


FIGURA 3.3 CARACTERÍSTICA UNIVERSAL Y SECCIÓN DE CONTROL

- La conducción posee una energía específica constante ( $E_{eo} = h_0$ )
- En el Capítulo 1 se estudiaron las condiciones críticas de flujo en un canal abierto en dos casos diferentes:
  - o Caso 1: caudal constante.
  - o Caso 2: energía específica (Ee) constante: allí se llegó a esta conclusión: *El punto de la curva en el extremo derecho, punto de caudal máximo ( $Q_m$ ), es el que corresponde a las condiciones críticas del flujo. La altura a la que escurre el caudal máximo se denomina altura crítica ( $h_c$ )*
- La conducción actual de estudio (canal ideal) es de sección rectangular no prismática. El ancho  $T_{mi}$  es variable (convergente - divergente).
- Surge la pregunta: ¿El caudal máximo encontrado a qué sección pertenece, dado que las secciones son de diferente ancho? En un determinado momento estático del estudio circula un solo caudal ( $Q$ ) por la conducción y ese caudal es el máximo o caudal crítico para una sección determinada. ¿Qué sección?
- El caudal es función del área y la velocidad, ambos parámetros son función de la lámina ( $h_j$ ) y el área es función del ancho ( $T_{mi}$ ). Se utiliza un procedimiento analítico para encontrar la respuesta al interrogante.

$$Q = T_{mi} h_i \sqrt{2g(h_o - h_i)} \quad (3.9)$$

$$\frac{\delta Q}{\delta h_i} = \sqrt{2g(h_o - h_i)} + T_{mi} h_i \left( \frac{-2g}{2\sqrt{2g(h_o - h_i)}} \right) = 0 \quad (3.10)$$

Las condiciones encontradas pertenecen al caudal máximo de la sección, caudal crítico. El subíndice "c" así lo denota.

$$h_{ic} = \frac{2}{3} h_o \quad (3.11)$$

Lo cual significa que la altura crítica, para cualquier sección i, tiene un valor de dos tercios de la energía específica máxima en el depósito R1.

Si se reemplaza 3.11 en 3.9, se encuentra:

$$Q_{\max} = T_{mi} \left( \frac{2h_o}{3} \sqrt{\frac{2gh_o}{3}} \right) \quad (3.12)$$

Ahora se tiene el caudal máximo como función exclusiva del ancho ( $T_{mi}$ ) de la sección particular. Anchos mayores en las secciones darán caudales máximos mayores. Anchos menores en las secciones darán caudales máximos menores.

En conclusión: el caudal máximo ( $Q_{\max}$ ) estará "controlado" por la sección de mínimo ancho ( $T_{mi}$ ). Esta sección es la garganta (G), o sea el ancho ( $T_{mG}$ ).

El caudal máximo en la garganta proporciona su respectivo caudal reducido

$$q_{G \max}^* = \frac{Q_{\max} / T_{mG}}{E_{co} \sqrt{2gE_{co}}} = \frac{Q_{\max} / T_{mG}}{h_o \sqrt{2gh_o}} \quad (3.13)$$

y su altura reducida:

$$h_{cG} = \frac{2}{3} h_o \quad (3.14)$$

Como la sección de la garganta es la que impone las condiciones de máximo caudal, entonces es conveniente encontrar la expresión del caudal reducido para cualquier sección en función de  $q_{G \max}^*$ :

$$q_i^* = \frac{T_{mG}}{T_{mi}} q_{G \max}^* \quad (3.15)$$

La aparición de la sección de control lleva al análisis de las dos ramas de la curva: la rama superior o subcrítica (fluvial) y la rama inferior o supercrítica (torrencial).

- La parte convergente (A-G) de la conducción sólo operará en condiciones subcríticas, puesto que parte de condiciones subcríticas en el depósito R1 y recorre toda la rama fluvial hasta el punto crítico en la garganta. La superficie de agua, en cualquier caso, es independiente de las condiciones de entrega ( $h_D$ ) al depósito R2.
- La sección divergente (G-D), de descarga de la conducción, estará sujeta a la condición de caudal máximo impuesto por la garganta y al nivel impuesto por el depósito R2.

La evolución del punto D en la curva característica universal tiene tres etapas que dependen de diferentes elementos de la conducción.

1. El punto D recorre la gráfica 3.4 desde la ordenada ( $h_D^* = 1$ ) hasta el punto D' de ordenada ( $h'_D^*$ ) a medida que disminuye el nivel del agua en el depósito R2. Al llegar a este último nivel en R2 se produce el caudal máximo en la sección de control G. En este proceso evolutivo de las condiciones, el caudal que circula va en aumento hasta encontrar el máximo.

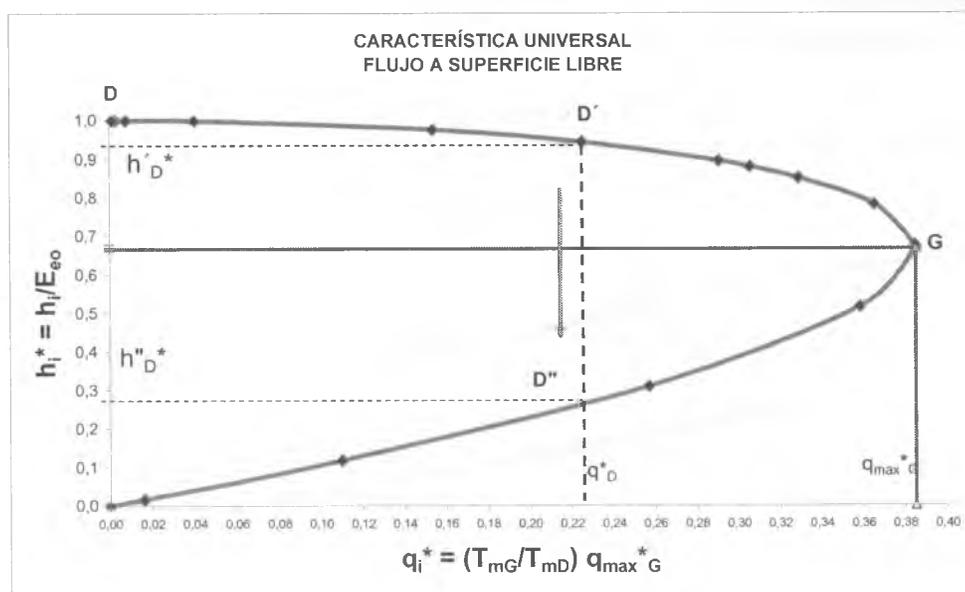


FIGURA 3.4 CARACTERÍSTICA UNIVERSAL Y CONDICIONES DE FLUJO EN LA SECCIÓN DIVERGENTE DE (G-D) DE LA CONDUCCIÓN.

- Una nueva disminución en el nivel del depósito R2 no producirá incremento en el caudal y la evolución del punto D' se hará sobre la vertical (línea punteada en la gráfica) hasta encontrar el punto D'' sobre la curva característica universal. Este punto D'' se encuentra sobre la rama supercrítica. El flujo en este campo de la evolución será supercrítico en la conducción divergente.

NOTA 1: en ambos casos el nivel del agua en la sección de descarga (D) es igual al nivel impuesto por el depósito R2.

NOTA 2: la energía cinética se disipa en la producción de torbellinos al interior de R2.

NOTA 3: la circulación no presenta discontinuidad alguna.

NOTA 4: el "achataamiento" que sufre la característica universal es proporcional a la diferencia entre el ancho de la sección de descarga (D) y la sección de la garganta (G). Cuando ambos anchos son iguales no hay "achataamiento" y estamos en presencia de un canal prismático. En este último caso el control no estará al interior de la conducción sino en alguno de sus dos extremos.

- ¿Qué ocurre cuando el nivel del depósito R2 es inferior a la altura de flujo en D igual a  $h_D$ ? Se produce un resalto hidráulico. Un flujo permanente variado rápido. Infortunadamente este tema escapa al alcance de este trabajo.

## II) GENERALIZACIÓN DEL CANAL IDEAL

### II.1) Canal prismático con rozamiento nulo, con pendiente constante

Al estudio anterior sobre el canal ideal le adicionamos el concepto de pendiente en la solera del canal ( $S_0$ ). Es un primer acercamiento al canal real.

La energía específica ( $E_{e0} = h_0$ ) en el depósito R1 permanecerá constante y la energía específica ( $E_{ei}$ ) de cada punto del canal se verá afectada por la pendiente de la solera.

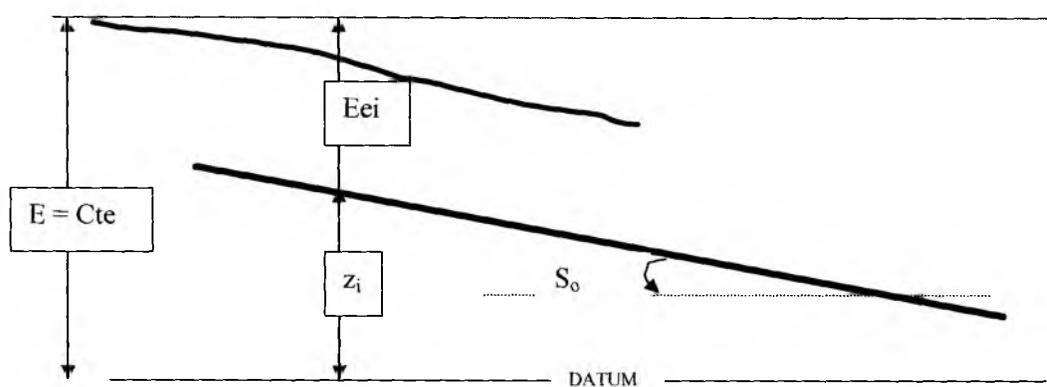


FIGURA 3.5 CANAL PRISMÁTICO CON PENDIENTE.

Al suponer nulo el rozamiento, la línea de carga total permanece constante y horizontal.

$$E_{ei} = E - z_i \quad (3.16)$$

Al derivar la expresión anterior con respecto al espacio (x), se obtiene:

$$\frac{\delta E_{ei}}{\delta x} = -\frac{\delta z_i}{\delta x} = S_o \quad (3.17)$$

Lo cual muestra que la variación de la energía específica ( $E_{ei}$ ) de cualquier punto del canal variará linealmente en función de la distancia (x). Si se considera la energía específica ( $E_{eo}$ ) del depósito R1, por tanto:

$$E_{ei} = E_{eo} \pm S_o x_i = h_o \pm S_o x \quad (3.18)$$

## II.2) Canal rectangular con rozamiento nulo, con pendiente negativa (contrapendiente)

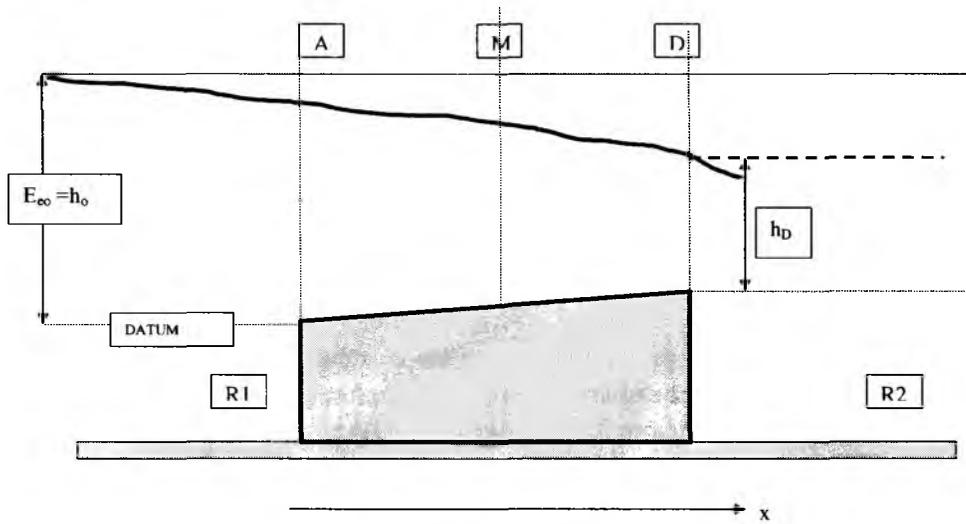


FIGURA 3.6 CANAL PRISMÁTICO CON PENDIENTE NEGATIVA

Se estudiará un canal prismático de sección rectangular, de ancho (T) y pendiente negativa ( $-S_o$ ) de la solera, el cual tiene dos depósitos de gran tamaño (R1 y R2).

- Canal rectangular prismático.
- Pendiente negativa.

- Sin rozamiento.
- Nivel en R1 constante ( $E_{e0} = h_0$ ), medido en una sección lejana del la entrada A. Se toma como energía específica de referencia.
- Se estudian los diferentes comportamientos de la conducción con referencia a la variación del nivel en el depósito R2.

La energía específica variará de acuerdo a la ec 3.18

$$E_{ei} = E_{e0} - S_0 x_i = h_0 - S_0 x_i \quad (3.18a)$$

Para una pequeña disminución de la lámina de descarga ( $h_D$ ) se presentará un pequeño caudal

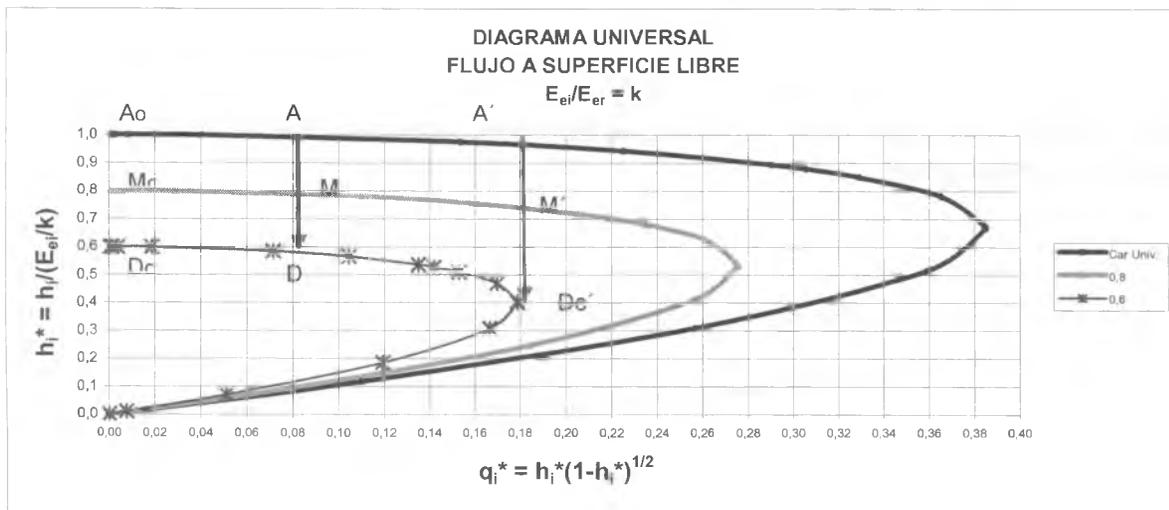


FIGURA 3.7 COMPORTAMIENTO DEL CANAL PRISMÁTICO CON PENDIENTE NEGATIVA.

El punto A, representativo de la sección de entrada al canal, se mueve en su característica principal ( $A_0 - A - A'$ ) con caudal reducido (abscisa):

$$q^* = \frac{Q/\Gamma}{E_{e0}\sqrt{2gE_{e0}}} = \frac{q}{h_0\sqrt{2gh_0}} \quad (3.19)$$

Cualquier otro punto representativo de una sección (i) de abscisa  $x_i$  se encuentra sobre una característica secundaria.

$$\frac{E_{ei}}{E_{e0}} = \frac{E_{e0} - S_0 x}{E_{e0}} = 1 - S_0 \frac{x}{E_{e0}} = 1 - S_0 \frac{x}{h_0} \quad (3.20)$$

El punto M hace su recorrido ( $M_0 - M - M'$ )

El punto D, representativo de la Descarga al depósito R2, hace el tránsito ( $D_0 - D - D_c'$ ).

En el momento inicial cuando la disminución de la lámina  $h_D$  es cero, *la curva de utilización del canal* es el segmento vertical  $A_0M_0D_0$ , la superficie del agua es una horizontal.

Cuando  $h_D$  disminuye se pone en movimiento el líquido dentro del canal.

En un momento determinado, con una leve disminución del nivel en R2, la superficie describe la vertical AMD, *curva de utilización del canal* para el caudal Q o q,

A medida que el nivel del depósito R2 disminuye, el punto D se desplaza hacia la derecha sobre su propia característica hasta encontrar el ápice de la parábola. El caudal se incrementará paulatinamente hasta encontrar su valor máximo en el punto D'.

Durante todo este trayecto el flujo dentro del canal ha permanecido en la rama superior de las características, es decir, subcrítico.

### II.2.1) Aparición de la sección de control

Cuando D alcanza el punto D' la altura reducida  $h_D^*$  habrá alcanzado su valor crítico  $h_{cD}^*$  y el caudal reducido habrá alcanzado su valor máximo  $q_{max}^*$ .

$$q_{max}^* = \frac{Q_{max}}{T} = E_{eo} \sqrt{2gE_{eo}} (q'_{max D}) \quad (3.21)$$

La sección de descarga desempeña ahora la función de controlar el flujo, tal como lo hizo la garganta en el caso anterior. La profundidad  $h_D$  ha alcanzado su valor límite o altura crítica para la altura reducida  $E_{eD}/E_{eo}$ . A partir de este momento se configura un comportamiento permanente en el flujo entre la entrada (A) y la descarga (D) del canal, esto quiere decir que si el nivel del depósito R2 disminuye la superficie del agua no tendrá ninguna modificación.

En consecuencia, se llega al principio de que las condiciones del flujo dentro de la conducción ya no dependen de las condiciones de aguas abajo.

Si sigue disminuyendo el nivel en R2 el flujo continuará inmodificable dentro de la conducción, pero en la entrega al depósito R2 se presentará una caída brusca en el perfil de la superficie del agua.

Si se sube el nivel entonces aparecerá un resalto hidráulico.

### II.3) Canal rectangular con rozamiento nulo, con pendiente positiva

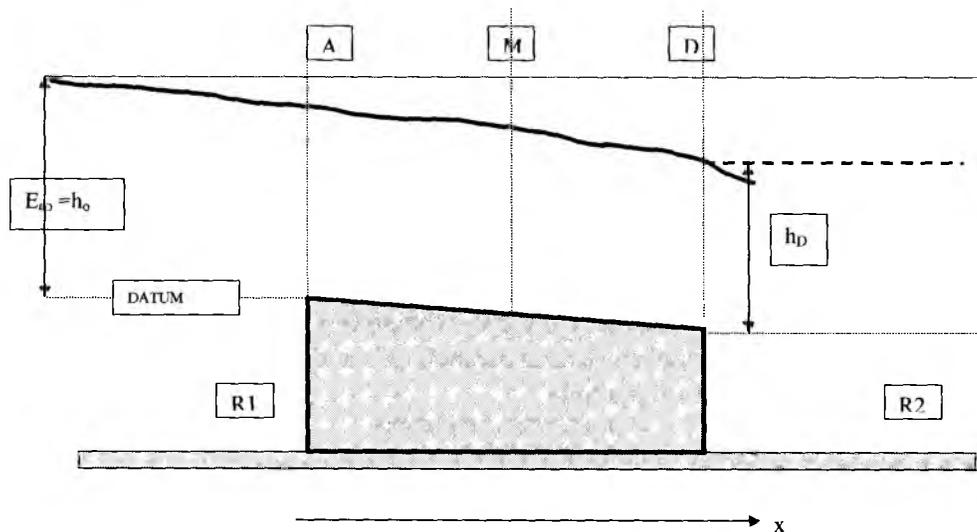


FIGURA 3.8 CANAL PRISMÁTICO CON PENDIENTE POSITIVA.

Estudiaremos un canal prismático de sección rectangular, de ancho ( $T$ ) y pendiente positiva ( $S_o$ ) de la solera, el cual une dos depósitos de gran tamaño ( $R1$  y  $R2$ ).

- Canal rectangular prismático
- Pendiente positiva
- Sin rozamiento
- Nivel en  $R1$  constante ( $E_{eo} = h_o$ ), medido en una sección lejana de la entrada  $A$ . Se toma como energía específica de referencia.
- Se estudian los diferentes comportamientos de la conducción con referencia a la variación del nivel en el depósito  $R2$ .

La energía específica variará de acuerdo con la ecuación 3.18

$$E_{ei} = E_{eo} + S_o x_i = h_o + S_o x_i \quad (3.18b)$$

Para una pequeña disminución de la lámina de descarga ( $h_D$ ) se presentará un pequeño caudal.

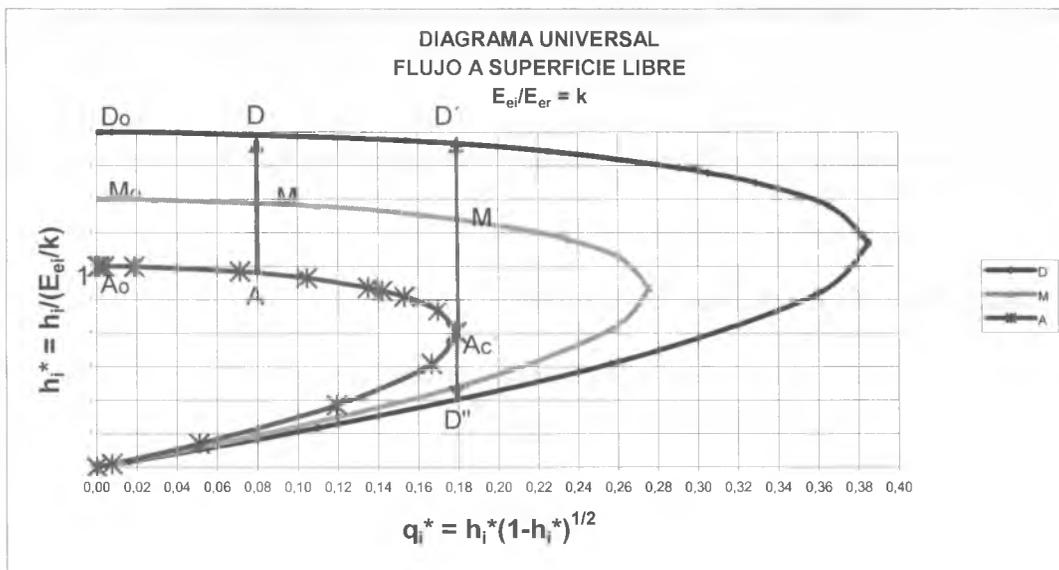


FIGURA 3.9 COMPORTAMIENTO DEL CANAL PRISMÁTICO CON PENDIENTE NEGATIVA.

El punto A, representativo de la sección de entrada al canal, se mueve en su característica secundaria ( $A_0 - A - A'$ ) con caudal reducido (abscisa).

$$q^* = \frac{Q/T}{E_{eo} \sqrt{2gE_{eo}}} = \frac{q}{h_o \sqrt{2gh_o}} \quad (3.19)$$

Cualquier otro punto representativo de una sección (i) de abscisa  $x_i$  se encuentra sobre una característica secundaria.

$$\frac{E_{ei}}{E_{eo}} = \frac{E_{eo} + S_o x}{E_{eo}} = 1 + S_o \frac{x}{E_{eo}} = 1 + S_o \frac{x}{h_o} \quad (3.21)$$

El punto M hace su recorrido ( $M_0 - M - M'$ )

El punto D, representativo de la descarga al depósito R2, y hace el tránsito ( $D_0 - D - Dc'$ )

En el momento inicial cuando la disminución de la lámina  $h_D$  es cero, la *curva de utilización del canal* es el segmento vertical  $A_0 M_0 D_0$ , la superficie del agua es una horizontal.

Cuando  $h_D$  disminuye se pone en movimiento el líquido dentro del canal

En un momento determinado, con una leve disminución del nivel en R2, la superficie describe la vertical AMD, curva de utilización del canal para el caudal Q o  $q_i$ ,

A medida que el nivel del depósito R2 disminuye, el punto A se desplaza hacia la derecha sobre su propia característica hasta encontrar el ápice de la parábola. El caudal se incrementará paulatinamente hasta encontrar su valor máximo en el punto A'.

Durante todo este trayecto el flujo dentro del canal ha permanecido en la rama superior de las características, es decir, subcrítico.

### II.3.1) Aparición de la sección de control

Cuando A alcanza el punto A' la altura reducida  $h_A^*$  habrá alcanzado su valor crítico  $h_{cA}^*$  y el caudal reducido habrá alcanzado su valor máximo  $q_{\max}^*$ .

$$q_{\max}^* = \frac{Q_{\max}}{T} = E_{co} \sqrt{2gE_{co}} (q'_{\max A}) \quad (3.22)$$

La sección de entrada (A) desempeña ahora la función de controlar el flujo, tal como lo hizo primero la Garganta y luego la descarga en los casos anteriores. La profundidad  $h_A$  ha alcanzado su valor límite o altura crítica para la altura reducida  $E_{cA}/E_{co}$ . A partir de este momento se configura un comportamiento permanente en el flujo entre el depósito R1 y la Entrada (A) al canal, esto quiere decir que si el nivel del depósito R2 disminuye la superficie del agua no tendrá ninguna modificación.

A cada Abcisa  $x_i$  del canal, al observar su característica secundaria (curva M) le corresponden dos valores de lámina, uno subcrítico y otro supercrítico (rama superior e inferior, respectivamente). En particular la sección de descarga tiene los puntos D' y D'' que se establecen como los límites superior e inferior de la sección de descarga

Cuando el nivel del depósito R2 alcanza la altura D' la circulación es subcrítica en todo el cuerpo de la conducción. Nota: sólo en la sección A la  $h_A$  es crítica.

Cuando la profundidad en R2 es D'' se alcanza una circulación supercrítica en toda la conducción.

En ambos casos, el agua pasa por la sección de salida con una profundidad igual al nivel del depósito R2, disipándose la energía cinética en la formación de remolinos y con la característica de que el flujo no presenta discontinuidad alguna

### II.3.2) Flujo mas allá de la aparición de la sección de control

Cuando la profundidad de agua en R2 es inferior al límite D'' la circulación será supercrítica en todo el cuerpo de la conducción y presentará una caída en las vecindades del depósito.

Si se sube el nivel entonces aparecerá un resalto hidráulico dentro del cuerpo de la conducción.

## II.4) Canal sección cualquiera con pendiente positiva, con rozamiento nulo

Un paso adelante en la generalización del canal ideal es considerar una sección cualquiera, dejando atrás la sección rectangular sencilla aunque de gran valor en su aporte al desarrollo teórico.

El ancho medio  $T_{mi}$  de una sección cualquiera (i) está dado por la expresión:

$$T_{mi} = \frac{A_i}{h_i} \quad (3.23)$$

La energía específica ( $E_{ei}$ ) de la sección i es:

$$E_{ei} = E_{eo} + S_o x_i = h_o + S_o x_i \quad (3-18b)$$

Para una determina lámina de descarga ( $h_D$ ), el punto representativo de la sección D se encuentra sobre la característica secundaria (ver figura 3.10):

$$\frac{E_{eL}}{E_{eo}} = \frac{E_{eL} + S_o L}{E_{eo}} = 1 + S_o \frac{L}{E_{eo}} = 1 + S_o \frac{L}{h_o} \quad (3.23)$$

Le corresponde un valor de abscisa:

$$q_L^* = \frac{Q_L}{T_L} = E_{eo} \sqrt{2gE_{eo}} h_L (q_L^*) \quad (3.24)$$

La curva de utilización ya no será una línea recta vertical, como en la sección rectangular, sino que será una curva.

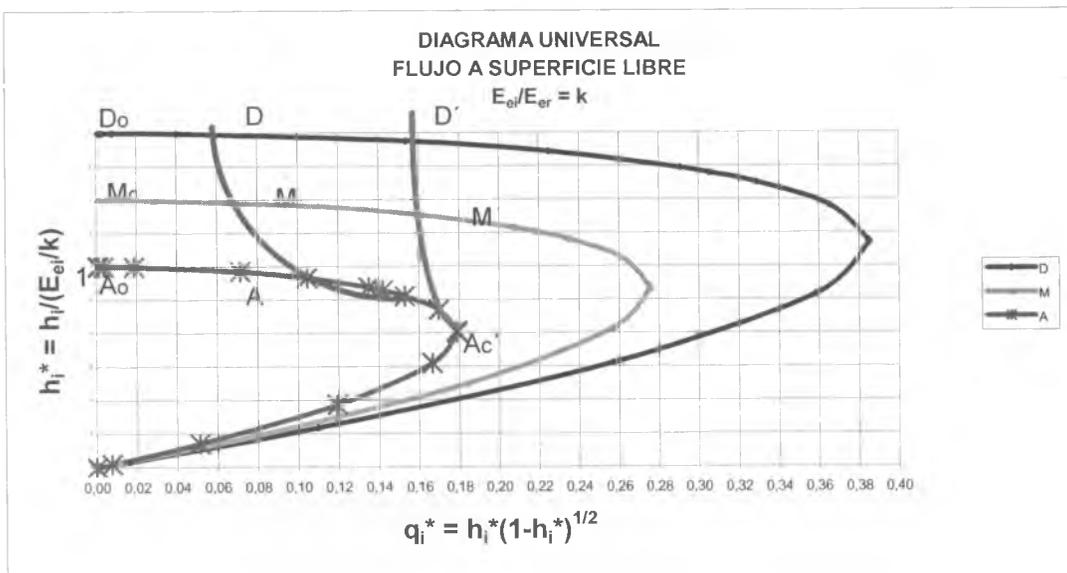


FIGURA 3.10 COMPORTAMIENTO DE UN CANAL CUALQUIERA CON PENDIENTE POSITIVA.

Las características de altura reducida y caudal reducido para cada sección (i) de la conducción serán

$$h_i^* = \frac{h_i}{E_{co}} \quad q_i^* = q_D \frac{T_D}{T_i}$$

Con las cuales se obtiene la línea curva de color rojo que se muestra esquemáticamente en la figura 3.10. Esta curva corta las curvas características de cada sección en dos puntos y en principio sólo estamos interesados en el corte de la rama superior correspondiente a pequeños descensos en la altura de la Descarga. Al aumentar el desnivel del depósito R2 el trazo rojo se desplaza hacia la derecha. Llegará un momento en que el trazo rojo se coloque tangente a la curva característica A (trazo rosado) encontrando las características críticas en la sección de entrada a la conducción.

El Número de Froude de la sección cualquiera (i) se calcula de acuerdo a la expresión:

$$NF_i = \frac{V_i}{\sqrt{gD_{hi}}} = \frac{V_i}{\sqrt{g \frac{A_i}{h_i}}}$$

El caudal habrá alcanzado su valor máximo.

$$q_{max}^* = \frac{Q_{max}}{T_A} = E_{co} \sqrt{2gE_{co}} (q_{cA}^*) \quad (3.25)$$

Es evidente que en este caso también la sección de entrada (A) a la conducción ejerce su función de control.

Cuando la lámina de descarga ( $h_D$ ) es menor que el límite inferior del caso anterior el flujo es supercrítico en la conducción.

Nota: de los estudios anteriores se puede concluir y tener presente para futuros análisis:

- Para un canal prismático sin rozamiento
  - Si la pendiente es negativa el control se encuentra en la sección de salida (D)
  - Si la pendiente es positiva el control se encuentra en la sección de entrada (N)
- La energía específica es decreciente en el canal de pendiente negativa y es creciente en el canal de pendiente positiva, luego:
  - El control se encuentra en la sección de mínima energía específica

Esta regla general será demostrada más adelante para canales prismáticos con rozamiento.

### III) APLICACIÓN DEL CANAL IDEAL

El estudio detallado del canal ideal nos ha enseñado ciertos comportamientos especiales (sección de control y aparición del resalto hidráulico) que luego encontraremos en un canal real. Pero estos desarrollos pueden ser aplicados con acierto en un tramo corto de canal donde sean despreciables las pérdidas por fricción y la pendiente.

#### III.1) Efecto de un escalón ascendente

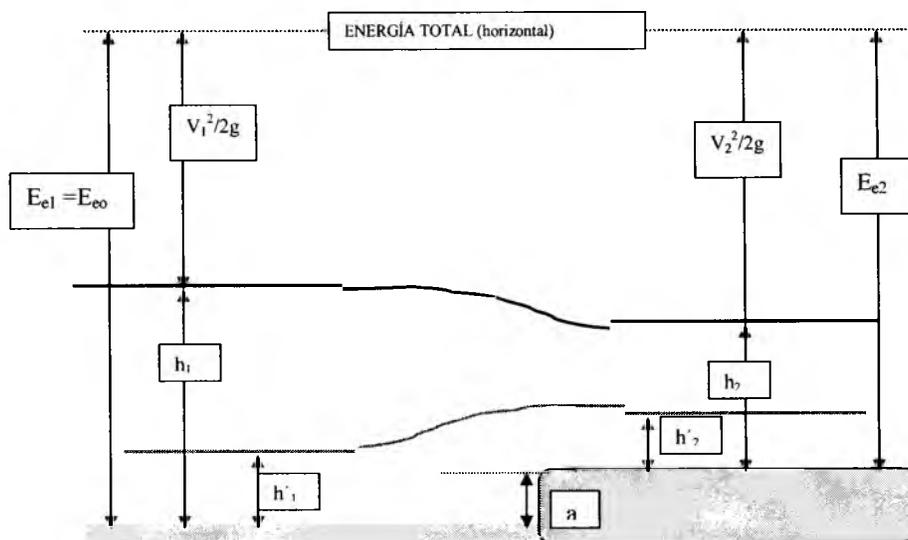


FIGURA 3.11 ESCALÓN ASCENDENTE EN UN CANAL RECTANGULAR DE PENDIENTE HORIZONTAL

Se estudia, en este acápite, un canal rectangular, de pendiente mínima, que posea un escalón o elevación brusca de la solera.

Se conocen tres parámetros:

- El caudal ( $Q$ )
- El ancho del canal rectangular ( $T$ )
- La lámina ( $h_1$ ) antes del escalón

El caudal unitario será  $q = Q/T$

La energía específica ( $E_{e0}$ ) que nos servirá de referencia será la de la sección de aguas arriba.

$$E_{e1} = E_{eo} = h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = h_1 + \frac{Q^2}{2gA^2} = h_1 + \frac{q^2}{2gh_1^2} \quad (3.26)$$

Si la altura del escalón es  $a$ , la energía específica ( $E_{e2}$ ) de aguas abajo será en consecuencia:

$$E_{e2} = E_{e1} - a \quad (3.27)$$

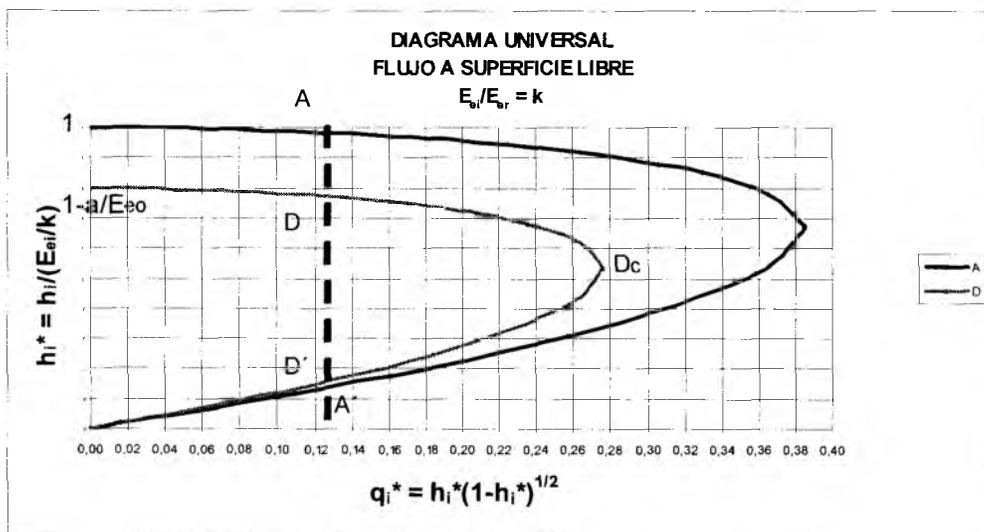


FIGURA 3.12 COMPORTAMIENTO EN UN ESCALÓN.

El punto (nótese que es un solo punto, A) representativo del tramo de la conducción de aguas arriba (fig 3.12) está situado sobre la característica principal, con ordenada:

$$h_1^* = \frac{h_1}{E_{e1}} = \frac{h_1}{E_{eo}} \quad (3.28)$$

Y abscisa:

$$q^* = \frac{Q/T}{E_{eo} \sqrt{2gE_{eo}}} = \frac{q}{E_{eo} \sqrt{2gE_{eo}}} \quad (3.29)$$

Si el ancho continúa constante en el escalón, el punto (nótese que es un solo punto, D) representativo de la conducción aguas abajo estará situado sobre la vertical con igual valor del caudal reducido ( $q^*$ ) y sobre la característica secundaria.

$$\frac{E_{e2}}{E_{eo}} = 1 - \frac{a}{E_{eo}} \quad (3.30)$$

Si el régimen de la conducción antes del escalón es subcrítico, su punto representativo está en A (figura 3.12). La vertical cortará en dos puntos la característica secundaria: uno situado en D, régimen subcrítico, y otro en D', régimen supercrítico. Este último es imposible de alcanzar. La línea de agua antes y después del escalón estará representada por la vertical AD'. Al aumentar la energía específica inicial ( $E_{eo}$ ) el punto se moverá hasta el ápice de la curva secundaria produciendo condiciones críticas en la conducción de aguas abajo.

Si el régimen de aguas arriba es supercrítico el punto representativo será A' y el punto representativo de la conducción de aguas abajo será D', en este caso el punto D quedará excluido.

Nota 1: en la precedente deducción no se ha tenido en cuenta la pérdida hidráulica ( $\Delta E_{escalón}$ ), podemos fácilmente involucrarla.

$$\Delta E_{escalón} = K \frac{V_1^2}{2g} = K \frac{Q^2}{2gA_1^2} = K \frac{q^2}{2gh_1^2} \quad (3.31)$$

La Energía Específica ( $E_{e2}$ ) en el tramo de aguas abajo será:

$$E_{e2} = E_{eo} - a - K \frac{q^2}{2gh_1^2} \quad (3.32)$$

luego

$$\frac{E_{e2}}{E_{eo}} = 1 - \frac{a}{E_{eo}} - K \frac{q^2}{2gh_1^2 E_{eo}} \quad (3.33)$$

Nota 2: Si el caudal (Q) aumenta vemos que los puntos A y A' se desplazan hacia la derecha hasta que el punto D (aguas abajo) encuentra su valor crítico. A partir de ese momento el escalón desempeña la función de sección de control, y para una carga dada, el escalón limita el caudal del canal al valor  $q_{cD}$ \*

Nota 3: Si el régimen de la conducción aguas arriba es supercrítico, pueden presentarse condiciones subcríticas en la conducción de aguas abajo.

Nota 4: El estudio para una conducción de sección prismática cualquiera se logra simplemente cambiando en las expresiones el ancho (T) por el ancho promedio de la sección ( $T_m$ ). La curva de utilización cambiará de ser una recta perpendicular a una curva inclinada, como se ha visto anteriormente.

### III.2) Lámina de agua a la entrada de un canal

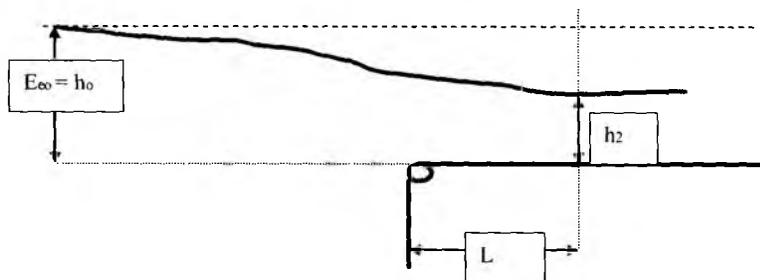


FIGURA 3.13 COMPORTAMIENTO EN LA ENTRADA A UN CANAL.

Supuestos:

- Depósito de entrada de dimensiones apreciables.
- Caudal condicionado por los límites.
- Inicialmente se desprecian las pérdidas hidráulicas.
- La energía específica ( $E_{eo}$ ) en el depósito de entrada se mide a partir de la solera del canal. Se toma como energía de referencia.

Para un punto situado a una distancia  $L$  del borde de entrada se tiene que el caudal reducido será:

$$q_L^* = \frac{Q/T_L}{E_{eo} \sqrt{2gE_{eo}}} \quad (3.34)$$

La energía específica, al considerar la pérdida hidráulica, será:

$$E_{eL} = E_{eo} - \Delta E \quad (3.35)$$

### III.3) Efecto de las pilas de un puente

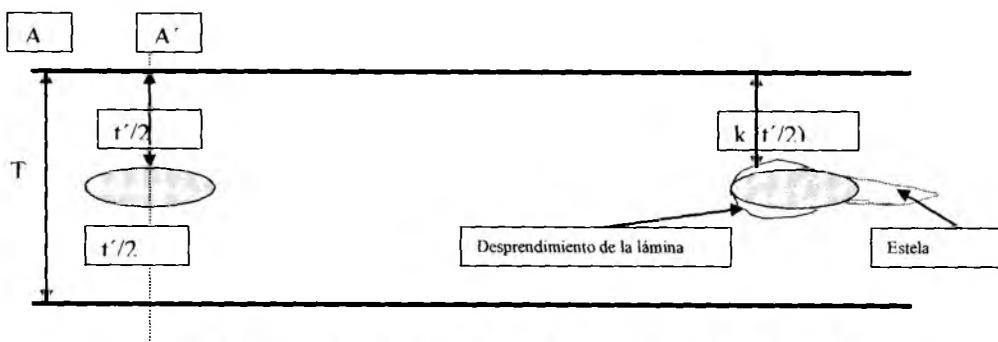


FIGURA 3.14 COMPORTAMIENTO ANTE LA OBSTRUCCIÓN DE UNA PILA.

En un canal rectangular, para simplificar la explicación, obstruido por una pila que reduce su ancho de T a t' y con un caudal conocido.

Si se desprecian las pérdidas hidráulicas, el punto representativo pasará de A a A' en régimen subcrítico y de B a B' en régimen supercrítico. Dichos puntos están definidos por las abscisas:

$$q^* = \frac{Q/T}{E_{eo} \sqrt{2gE_{eo}}} \quad (3.36)$$

$$q'^* = \frac{Q/t'}{E_{eo} \sqrt{2gE_{eo}}} \quad (3.37)$$

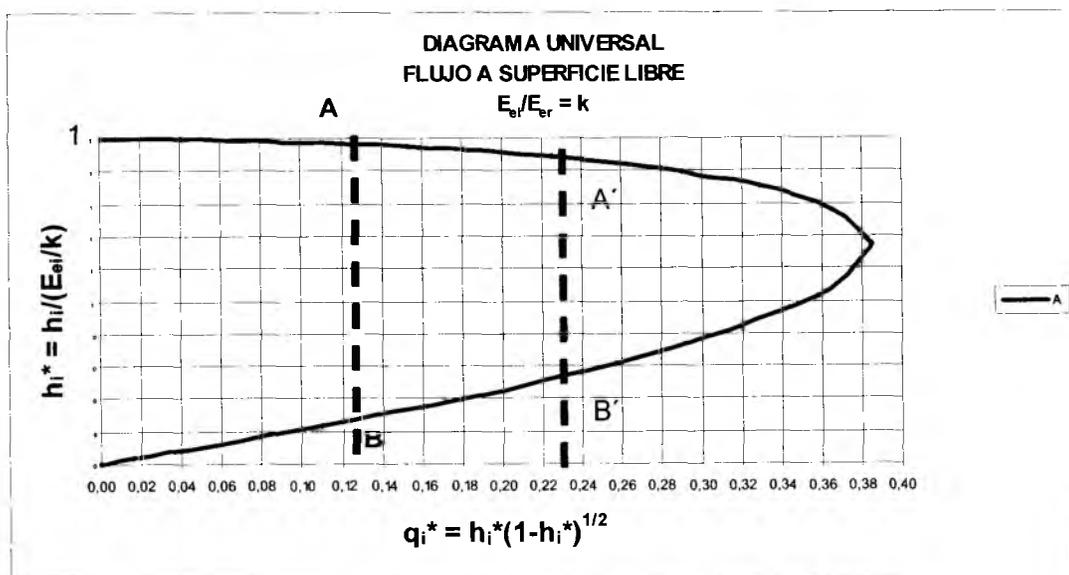


FIGURA 3.15 COMPORTAMIENTO ANTE LA OBSTRUCCIÓN DE UNA PILA.

El punto representativo regresará, sobre la característica, de A' a A o de B' a B pasadas las pilas del puente.

Se ve claramente que, en régimen subcrítico, las pilas del puente provocan un descenso en la superficie libre, mientras que el régimen supercrítico, se causa un ascenso en la superficie libre.

Tres aspectos a notar en el comportamiento:

- La conducción está caracterizada por una pérdida de energía que se hace notar especialmente en la entrada a las pila.
- La sección contraída (t) debe ser corregida por la presencia de una contracción en las líneas de corriente. Apareciendo un coeficiente  $k$  de contracción.
- La zona de salida de la pila se prolonga más allá de su cuerpo físico por la presencia de una estela.

Si aumentamos el caudal el punto  $A'$  llegará a sus condiciones críticas, desempeñando sus función de sección de control. Es en este caso cuando obtenemos el comportamiento de "canal ideal" con el que se inició este capítulo.

Se puede presentar en la sección de aguas abajo un resalto hidráulico

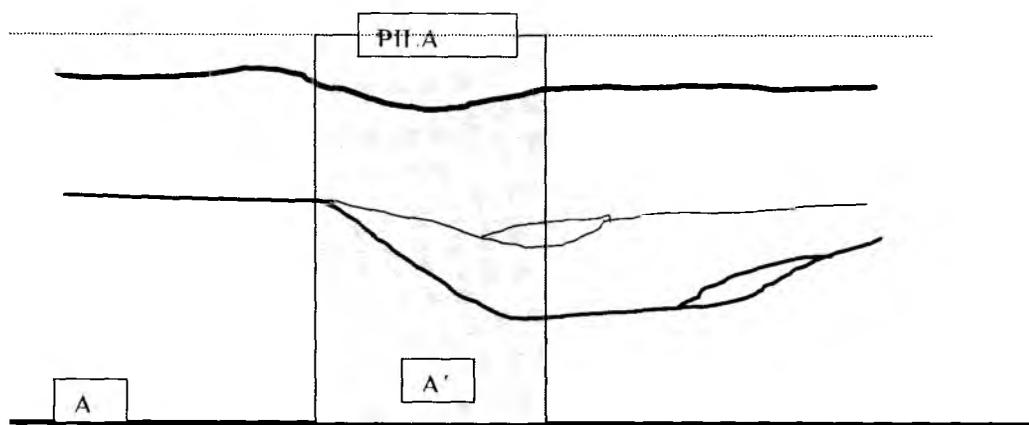


FIGURA 3.16 COMPORTAMIENTO ANTE LA OBSTRUCCIÓN DE UNA PILA

## ANEXO 1

### COEFICIENTE DE CORIOLIS ( $\alpha$ ) ALGUNOS ENFOQUES

1. R. Silber
2. Ven Te Chow
3. Eurico Trindade Neves
4. David Stephenson
5. Armando Lencastre
6. Francisco Javier Domínguez

#### OBJETO

Se reúnen diversos enfoques sobre el coeficiente de energía ( $\alpha$ ) o coeficiente de Coriolis, llamado así en honor a G. Coriolis. La comprensión y el entendimiento de este concepto es básica en la formación de la Hidráulica.

Comprender que la velocidad en una sección de un canal no es uniforme, lleva a la comprensión del error de cálculo en que se incurre cuando se toma la velocidad media ( $V$ ). La influencia de la variación en la distribución de la velocidad, dentro de la sección, debe ser considerada en los cálculos más finos de la Hidráulica.

#### 1. R. SILBER

La carga de la sección será:

$$E = z + h + \alpha \frac{V^2}{2g} = Cte \quad (\text{anexo 1-1})$$

Siendo  $\alpha$  un coeficiente, muy próximo a la unidad en los casos usuales, que caracteriza el reparto de las velocidades en la sección. Igual a 1.05 para paredes lisas, puede alcanzar en los ríos valores de 1.10 e incluso de 1.20 en casos excepcionales.

## 2. VEN TE CHOW

### Distribución de la velocidad en la sección de un canal

Debido a la presencia de la superficie libre y a la fricción a lo largo de las paredes del canal, las velocidades en la sección de un canal no son distribuidas en forma uniforme. La velocidad máxima, medida en un canal, generalmente ocurre por debajo de la superficie libre a una distancia entre el 5% y el 25% de la altura de la lámina de agua; la profundidad es máxima en las proximidades a las orillas. En la figura 1 muestra el patrón de la distribución de la velocidad en distintas secciones tanto verticales como horizontales en un canal de sección rectangular y las curvas de igual velocidad en la misma sección.

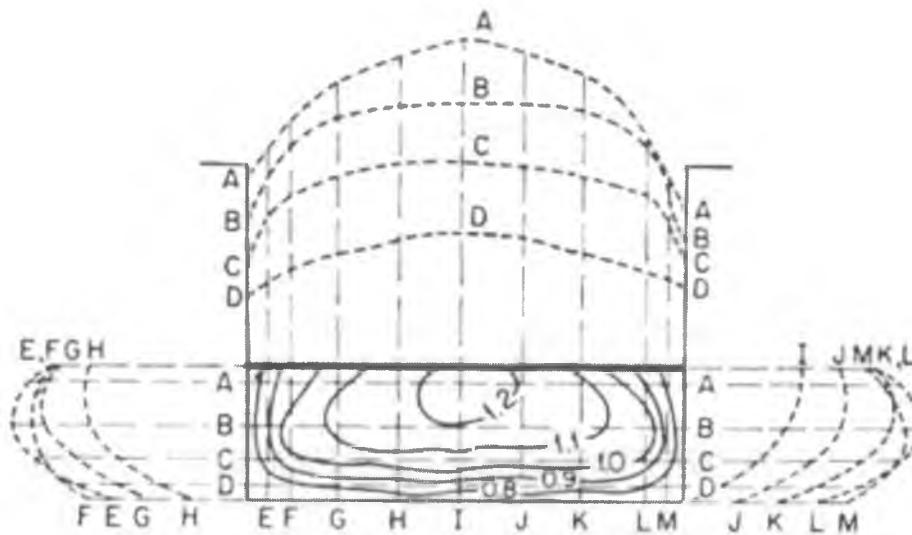


FIGURA A 1.1 DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN UNA SECCIÓN PRISMÁTICA RECTANGULAR  
FUENTE: VEN TE CHOW, OPEN CHANNEL HYDRAULICS

La distribución de las velocidades en un cauce natural es mucho más errática, lo cual conduce a errores de mayor importancia en el aforo de caudales

La figura 2 muestra el patrón de la distribución de la velocidad en una sección vertical en un cauce natural y las curvas de igual velocidad en la misma sección.

RIVIERE La GARONNE  
 Station de jaugeage de plan d'arem  
 COURBES D'EGALES VITESSES

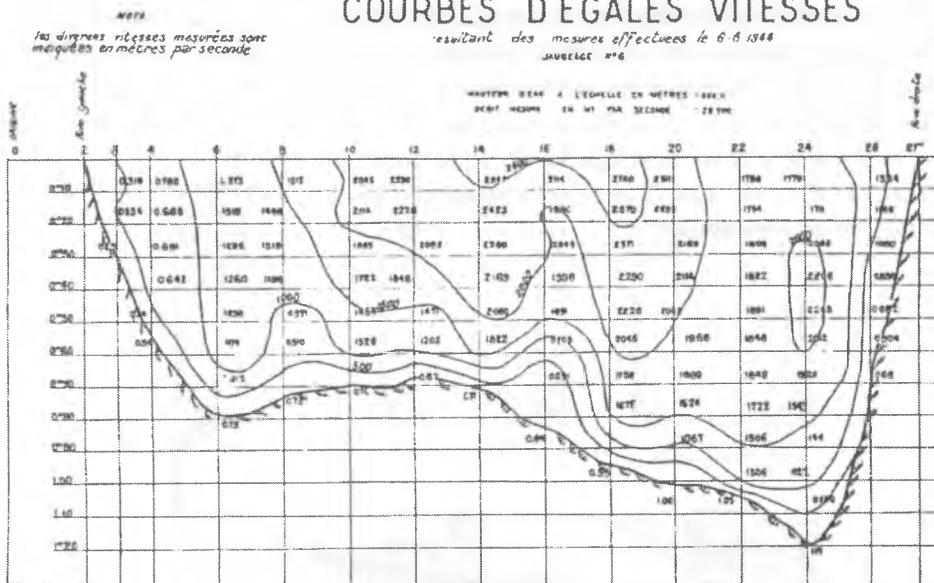
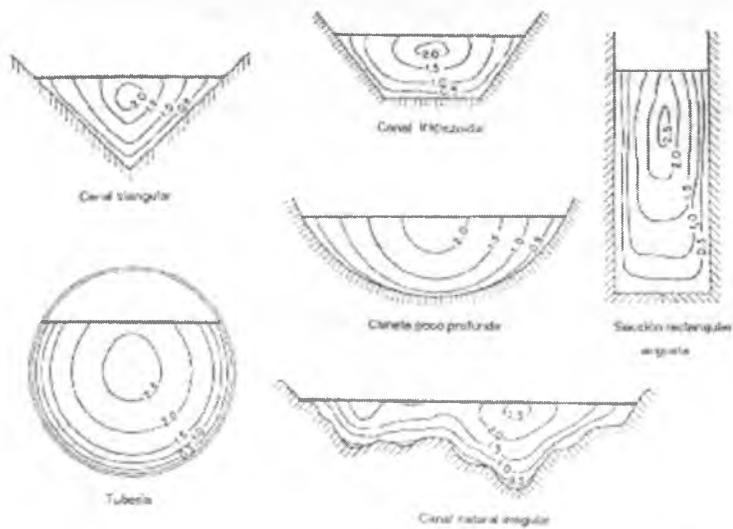


FIGURA A 1.2. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN UNA SECCIÓN DE CAUCE NATURAL  
 FUENTE: PAOLETTI, ALESSANDRO. LEZIONI DI IDRÁULICA FLUVIALES

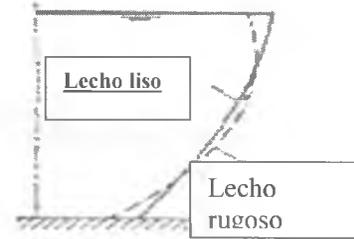
El patrón general para la distribución de velocidades en distintos canales se ilustra en la figura 3



Curvas comunes de igual velocidad en diferentes secciones de canal.

FIGURA A 1.3. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN UNA SECCIÓN PRISMÁTICA RECTANGULAR  
 FUENTE: VEN TE CHOW. OPEN CHANNEL HYDRAULICS.

La distribución de la velocidad en la sección de un canal depende de otros factores, la forma particular de su sección, la rugosidad del canal, la presencia de curvas. En una corriente ancha, rápida y poco profunda o en un canal liso, la velocidad máxima puede encontrarse a menudo en la superficie. La rugosidad del canal causa el incremento de la curvatura vertical de la distribución de velocidades. En una curva la velocidad se incrementa sobre el lado convexo, debido a la acción centrífuga del flujo. Contrario a la creencia normal, el viento de superficie tiene un muy poco efecto sobre la distribución de velocidades.



*Efecto de la rugosidad en la distribución de velocidades en un canal abierto.*



FIGURA A 1.4. ENSAYOS DE CAMPO REALIZADOS POR LEONARDO DA VINCI PARA MEDIR LA VELOCIDAD DEL AGUA EN UN CANAL. FUENTE: VEN TE CHOW ET AL. HIDROLOGÍA APLICADA

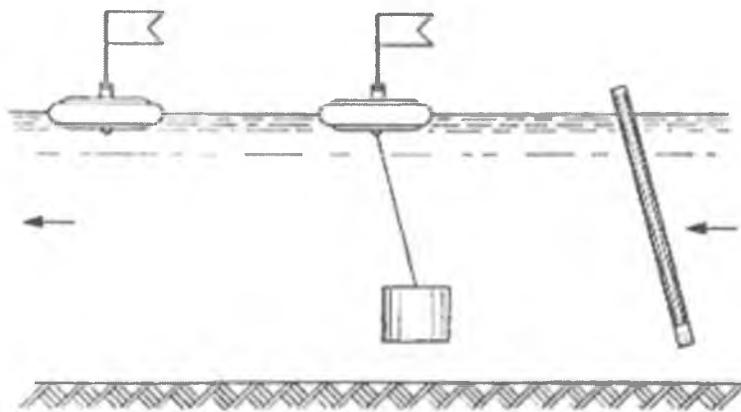


FIGURA A 1.5. ENSAYOS DE CAMPO REALIZADOS PARA MEDIR LA VELOCIDAD DEL AGUA EN UN CANAL. FUENTE: ELIZABETH M. SHAW. HYDROLOGY IN PRACTICE.

Se ha visto, tras cuidadosas investigaciones de laboratorio, que el flujo en un canal prismático recto es en efecto tridimensional, manifestando un movimiento en espiral, aunque la componente de velocidad en la sección transversal del canal es generalmente pequeña e insignificante comparada con la componente longitudinal. Shukry ha encontrado, en cortos canales de laboratorio, una pequeña perturbación a la entrada, lo que es generalmente inevitable, es suficiente para causar una zona de niveles altos en uno de los lados, este levantamiento se debe a un movimiento en espiral (Figura 6).

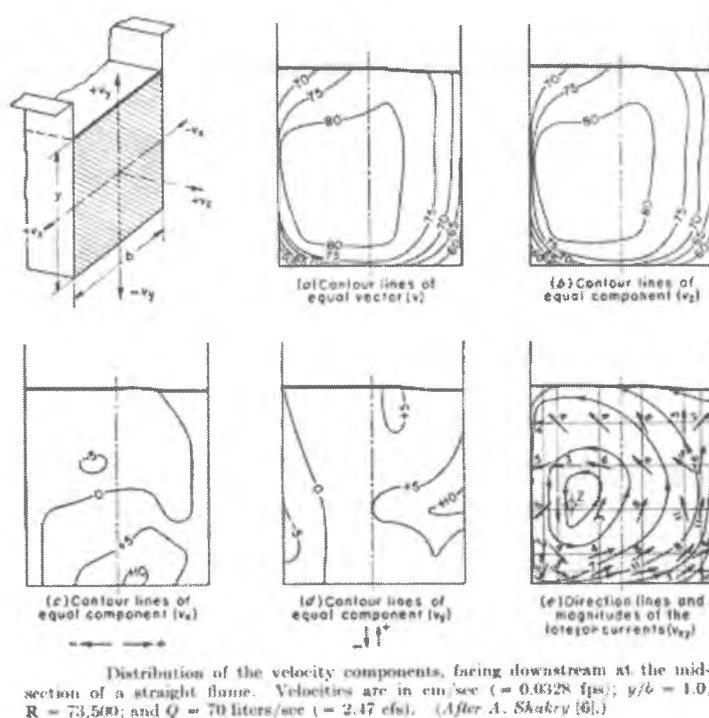


FIGURA A 1.6. DISTRIBUCIÓN DE LOS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD EN UNA SECCIÓN PRISMÁTICA RECTANGULAR FUENTE: VEN TE CHOW, OPEN CHANNEL HYDRAULICS

En un largo tramo uniforme lejano de la entrada, un doble movimiento en espiral ocurrirá para permitir el equilibrio de los esfuerzos de corte en ambos lados del canal. El patrón incluirá una espiral a cada lado del eje central, donde el nivel del agua es mayor. En la práctica, ignorar el movimiento en espiral dentro de un canal prismático no es grave. A cambio, el flujo espiral en un canal en curva es un fenómeno de importancia que debe tenerse en cuenta en el diseño.

### Canal abierto ancho

Las observaciones realizadas en canales abiertos muy anchos muestran que la distribución de velocidades en la región central de la sección es esencialmente la misma que la que ocurre en un canal rectangular de ancho infinito. En otras palabras, bajo estas condiciones, las orillas del canal prácticamente no tienen influencia en la distribución de velocidades en la región central, y el flujo en esa región puede

ser mirado como un flujo en dos dimensiones dentro del análisis hidráulico. Cuidadosos experimentos mostraron, posteriormente, que esta región central existe en canales rectangulares solamente cuando el ancho es mayor a 5 o 10 veces la lámina de flujo, dependiendo de la rugosidad de la superficie. Así, un canal abierto ancho puede ser definido con seguridad como un canal rectangular cuyo ancho es mayor de 10 veces la altura de flujo. Para propósitos experimentales o analíticos, el flujo en la región central de un canal abierto ancho puede ser considerado similar al del flujo de un canal rectangular de ancho infinito.

### Coefficientes para la distribución de velocidades:

Algunos resultados experimentales indican que el valor de  $\alpha$  pueden variar entre 1,03 y 1,36 para canales prismáticos rectos.

El coeficiente  $\beta$ , de la tabla siguiente, es el coeficiente de cantidad de movimiento o coeficiente de Boussinesq, en honor a J. Boussinesq.

Para efectos prácticos, Kolupaila ha propuesto los valores que se muestran a continuación.

TIPO DE CANAL	Valores de $\alpha$			Valores de $\beta$		
	Min.	Prom.	Máx.	Min.	Prom.	Máx.
Canales regulares, vertederos	1,10	1,15	1,20	1,03	1,05	1,07
Cauces naturales y torrentes	1,15	1,30	1,50	1,05	1,10	1,17
Ríos bajo cobertura de hielo	1,20	1,50	2,00	1,07	1,17	1,33
Valles de río, zonas de inundación	1,50	1,75	2,00	1,17	1,25	1,33

### 3. EURICO TRINDADE NEVES

La energía cinética ( $E_{cin}$ ) real está dada por:

$$E_{cin} = \alpha \frac{V^2}{2g} = \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (\text{anexo 1-2})$$

Los valores de los coeficientes de energía ( $\alpha$ ) y cantidad de movimiento ( $\beta$ ), llamado este último coeficiente de Boussinesq, dependen exclusivamente de la ley de distribución de velocidades en la sección.

Para una distribución parabólica de velocidades, siendo  $V_f$  la velocidad del fondo del canal, y  $V_s$  la velocidad en superficie, se tiene:

$V_f / V_s$	1/1	1/1.5	1/2	1/5	0/2V
$\alpha$	1,00	1,04	1,09	1,31	2,00

De acuerdo con las experiencias de Darcy y Bazin:

Canales rectangulares, con paredes de madera	$\alpha$	=	1,052
Canales trapezoidales, con paredes de madera	$\alpha$	=	1,048
Canales trapezoidales, con paredes de mampostería	$\alpha$	=	1,071
Canales semicirculares, revestidos en concreto	$\alpha$	=	1,025
Canales trapezoidales, revestidos mampostería	$\alpha$	=	1,089
Canales trapezoidales, en tierra	$\alpha$	=	1,100

#### 4. DAVID STEPHENSON

La energía específica ( $E_e$ ) se expresa en función del coeficiente de Coriolis en la siguiente forma

$$E_e = h + \alpha \frac{V^2}{2g} = h + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (\text{anexo 1-3})$$

$\alpha$  es el término que permite suponer una distribución uniforme de velocidades. Es del orden de 1.03 a 1.36 para canales rectangulares pero no ha sido establecido para enrocados. Asumir  $\alpha = 1$  está dentro de un rango seguro dentro de lo que se puede esperar.

#### 5. ARMANDO LENCASTRE

Canales rectangulares	$\alpha$	= 1,01 a 1,10
Cauces naturales de agua	$\alpha$	= 1,20 a 1,50

(Fabre a medida  $\alpha = 1.74$  en el canal de alimentación de una turbina Kaplan)

Según Bazin, se tienen los siguientes valores ( $\phi$  es el coeficiente de la fórmula de Chézy)

Sección infinitamente larga	$\alpha$	= $1 + 150/\phi^2$
Sección rectangular muy larga	$\alpha$	= $1 + 210/\phi^2$
Sección semicircular	$\alpha$	= $1 + 240/\phi^2$

A modo de información, se indican los valores siguientes:

Canales en forma de herradura	$\alpha = 1,07$
Canal rectangular con obstáculos	$\alpha = 1,41$
Riberas planas antes de una curva	$\alpha = 1,35$

El valor del coeficiente de cantidad de movimiento ( $\beta$ ) está entre 1.0 y 1.2

Se puede utilizar una relación aproximada:

$$\alpha = 1 + 3 * (\beta - 1) \quad \text{o} \quad \beta = 1 + (\alpha - 1)/3$$

## 6. FRANCISCO JAVIER DOMÍNGUEZ

Algunos hidraulicistas asignan a  $\alpha = 1 + 3\eta$  un valor único tal como 10/9; este valor no es real. En movimiento uniforme turbulento ha dado Bazin relaciones experimentales que deben tomarse en esos casos; **en Movimiento Gradualmente Variado, demostraremos que puede prescindirse de  $\alpha$**  y en las singularidades debe aceptarse de acuerdo con las circunstancias del fenómeno en estudio. Más vale tomar en todo caso  $\alpha = 1$ , como lo hacen muchos autores, que apartarse de la unidad en distinto sentido que el exigido por la teoría y la experiencia.

Nota:  $\eta$  depende de las diferencias relativas de velocidad y no de los valores absolutos en la sección.

## ANEXO 2

### VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE CHÉZY ( $\phi$ ) COEFICIENTE DE RESISTENCIA AL FLUJO.

- Bazin
- Manning
- Ganguillet y Kutter
- Kutter

#### OBJETO

Se reúnen diversos enfoques sobre el coeficiente de resistencia al flujo ( $\phi$ ) o Coeficiente de Chézy. Unos enfoques más complejos que otros, en común tienen coeficientes empíricos producto de la experimentación de los investigadores.

Se vio en el ANEXO 1 la importancia del concepto del coeficiente de Coriolis ( $\alpha$ ). En este ANEXO 2 se estudiará la expresión de velocidad media ( $V$ ) de Chézy. El ingeniero francés Antoine Chézy<sup>1</sup> fue quizás el primero en establecer una relación entre los elementos que intervienen en un Flujo Permanente Uniforme (1775) definiendo las condiciones del escurrimiento,

#### VELOCIDAD MEDIA

$$V = \phi R_h^x S_f^y \quad (\text{anexo 2-1})$$

Donde:	V	Velocidad media	(m/s)
	$\phi$	Coeficiente de resistencia al flujo	(m <sup>1/x</sup> /s)
	R <sub>h</sub>	Radio Hidráulico	(m)
	S <sub>f</sub>	Pendiente Línea de Energía	

<sup>1</sup> El origen de esta famosa fórmula no es mencionada en muchos textos de hidráulica. De hecho, se ha investigado profusamente su origen. En 1876, el ingeniero alemán Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen menciona en su trabajo que Gaspard de Prony declaró que Chézy había hecho su formulación en 1775, con ocasión de su informe sobre el canal de l' Yvette en compañía con Jean-Rodolphe Perronet. "Pero", dice Hagen, "he buscado en vano más información al respecto". En 1897, el ingeniero americano Clemens Herschel a través de una consultoría a un amigo en París rastreando el informe original sobre el Canal de l' Yvette, transcribe la porción relativa a la fórmula, y lo publica en "On the origin of the Chézy formula", Journal, AES, vol 18, pp 363-368. El informe de Chézy revela que la fórmula fue desarrollada y verificada en un canal de tierra, el canal Courpalet, y en el río Sena a finales de 1769. Fuente: Ven Te Chow, Open Channel Hydraulics.

El Coeficiente de Resistencia al Flujo ( $\phi$ ) es función de múltiples variables y su estimación se realiza con observaciones de laboratorio y campo

$$\phi = f(V, R_h, n, v, \dots)$$

Las formulaciones más conocidas y utilizadas en nuestro medio son:

$$\text{CHÉZY (1775)} \quad V = \phi (R_h S_f)^{1/2} \quad (\text{anexo 2-2})$$

$$\text{MANNING (1890)} \quad V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_f^{1/2} \quad (\text{anexo 2-3})$$

## VELOCIDAD MEDIA SEGÚN CHÉZY

$$V = \phi (R_h S_f)^{1/2}$$

Donde:	V	Velocidad media	(m/s)
	$\phi$	Coeficiente de Resistencia al flujo	(m <sup>1/2</sup> /s)
	R <sub>h</sub>	Radio Hidráulico	(m)
	S <sub>f</sub>	Pendiente Línea de Energía	

La estimación de el coeficiente de resistencia al flujo ( $\phi$ ) se puede realizar utilizando alguna de las siguientes expresiones:

- Bazin
- Ganguillet y Kutter
- Manning
- Kutter

## BAZIN <sup>2</sup>

$$\phi = \frac{87 R_h^{1/2}}{\gamma + R_h^{1/2}} \quad (\text{anexo N° 2-4})$$

---

<sup>2</sup> LENCASTRE, A. *Manuel D'Hydraulique Généralé; además de SILBER R. Hidráulica...*

<b>CARACTERÍSTICAS DEL CANAL</b>	<b>(Bazin) <math>\gamma</math></b>	<b>(Manning) <math>\eta</math></b>
Latón liso		0,007 a 0,009
Fundición		0,013 a 0,017
Acero		0,017 a 0,020
Ladrillo	<b>0,16</b>	0,012 a 0,020
Canales en madera cepillada, con la dimensión más larga de la tabla en el sentido del flujo; paredes metálicas sin remaches ni desgarraduras en las juntas. La planta del canal deberá tener trazos rectos importantes y curvas de amplio radio; el agua deberá ser clara	<b>0,06</b>	0,010 a 0,014
Canales en madera sin cepillar, con juntas irregulares	<b>0,16</b>	0,011 a 0,015
Canal en concreto liso (la planta del canal deberá tener trazos rectos importantes y curvas de amplio radio; el agua deberá ser clara)	<b>0,06</b>	0,011 a 0,013
Canal en concreto, revitado, no completamente liso, con desgarraduras poco importantes en las juntas. Canales en mampostería de piedra tallada	<b>0,16</b>	0,013 a 0,016
Canal en concreto, parcialmente revitado, con juntas salientes, aguas poco claras con vegetación y musgo. Canal revestido en piedras sin pulir (sillares)	<b>0,46</b>	0,020 a 0,030
Canal en tierra, sección muy regular, eventualmente recubierto en piedra, sin vegetación y curvas amplias; canal en mampostería irregular, con el fondo liso por efecto del depósito de sedimentos	<b>0,85</b>	0,020 a 0,030
Canal en tierra de sección regular, vegetación poco alta en el fondo vegetación corta sobre los taludes. Cursos de agua natural, sin vegetación ni grandes depósitos de sedimentos. Gravas	<b>1,30</b>	0,022 a 0,035
Canal en tierra mal mantenido, con vegetación en el fondo y los taludes. Canales en tierra, excavados con máquinas, mal mantenidos	<b>1,75</b>	0,025 a 0,040

## GANGUILLET Y KUTTER

La expresión obtenida por Chézy tiene una gran importancia histórica en el desarrollo de la hidráulica, ya que de ella se derivan las fórmulas modernas para la estimación de la descarga en flujo uniforme. Sin embargo, el Sr. Chézy dejó pendiente el método de estimación del coeficiente de resistencia al flujo ( $\phi$ ). Él estimó que éste se encontraba entre los valores de 30 a 50 ( $m^{1/2}/s$ ). Un siglo más tarde (1869), los investigadores suizos Emile Oscar Ganguillet (1818-1914) y Wilhelm Ruldoph Kutter (1818-1888) obtuvieron la siguiente expresión:

$$\phi = \frac{\frac{1}{n} + 23 + \frac{0.00155}{S_f}}{1 + \frac{n}{R_h^{1/2}} \left( 23 + \frac{0.00155}{S_f} \right)} \quad (\text{anexo 2-5})$$

Sistema métrico  $n = \text{rugosidad } (s/m^{1/2})$

Se comprueba numéricamente que:

1. La influencia de la pendiente ( $S_f$ ) es casi despreciable en pendientes débiles.
2. La influencia del radio hidráulico ( $R_h$ ) es bien importante.
3. Es más marcada la influencia del incremento del radio hidráulico ( $R_h$ ), cuanto mayor sea la rugosidad ( $n$ ).

## MANNING

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_f^{1/2}$$

Donde:

V	Velocidad media	(m/s)
n	Coefficiente de rugosidad	( $s/m^{1/3}$ )
$R_h$	Radio hidráulico	(m)
$S_f$	Pendiente línea de energía	

La expresión del coeficiente de resistencia al flujo ( $\phi$ ) de Ganguillet y Kutter quedó muy simplificada cuando el ingeniero irlandés Robert Manning, en 1890, observó que:

$$\phi = \frac{R_h^{1/6}}{n} \quad (\text{anexo 2-6})$$

Lo cual permite escribir la expresión de Chézy en la forma dada.

La resolución, tanto de la fórmula de Manning como la de Ganguillet y Kutter, enfrenta una gran dificultad al estimar el valor de coeficiente de rugosidad ( $n$ ). No existe un método exacto de selección del valor de  $n$ , en esta estimación están presentes grandes aspectos subjetivos; para ingenieros veteranos ello significa un juicioso estudio apoyado en su experiencia; para ingenieros novatos, no es más que un juego de azar y fácilmente se encuentran apreciables diferencias entre grupos diferentes.

La expresión de Manning también es atribuida a Strickler y en algunos textos se designa como Manning-Strickler.

Strickler<sup>3</sup> evaluó el coeficiente  $n$  en términos de la rugosidad absoluta ( $k$ ). La relación adimensional es:

$$n = \frac{0.13k^{1/6}}{g^{1/2}} \quad (\text{anexo 2-7})$$

Es evidente que el coeficiente de rugosidad ( $n$ ) es solamente función directa de la rugosidad absoluta ( $k$ ), teniendo la gravedad constante. La ecuación Manning-Strickler es más directa en su aplicación que la ecuación de Darcy-Weisbach donde el factor de fricción ( $\lambda$ ) es función de la rugosidad absoluta ( $k$ ) y del radio hidráulico ( $R_h$ ). Sustituyendo el valor de  $n$ , se tiene:

$$V = 7.7 \left( \frac{R_h}{k} \right)^{1/6} (gR_h S_f)^{1/2} \quad (\text{anexo 2-7})$$

Una presentación poco conocida. Sin embargo, se puede comparar con la ecuación de Darcy-Wiesbach:

$$V = \left( \frac{8}{\lambda} \right)^{1/2} (gR_h S_f)^{1/2} \quad (\text{anexo 2-8})$$

Esta última ecuación fue derivada originalmente para flujo en tuberías, pero su forma simple y la abundancia de investigaciones la han llevado recientemente a ser aceptada en los flujos en canales abiertos.

La estimación de el coeficiente de rugosidad ( $n$ ) se realiza siguiendo detenidamente la tabla de valores dada a continuación

---

<sup>3</sup> STEPHENSON, David. *Rockfill in Hydraulic Engineering*.

## COEFICIENTES DE RUGOSIDAD DE MANNING

**n = 0,012**

Canal revestido en losas de concreto con juntas limpias y lisas y superficie muy lisa, base terminada con lechada de cemento y alisada con llana.

**n = 0,014**

Canal de concreto vaciado tras de una malla de acero y con formaleta muy lisa.

**n = 0,016**

Pequeños canales revestidos de concreto, rectos y uniformes, fondo con algunas combas, los taludes y el fondo cubiertos con depósitos ásperos, los cuales incrementan el valor de n.

**n = 0,018**

Canal recubierto con concreto lanzado (*shot-concrete*) sin ningún alisamiento. Superficie cubierta de finas algas y fondo con dunas de arena fluctuantes.

**n = 0,018**

Canales excavados en arcilla, con depósitos de arena limpia en el centro y lodos en los taludes.

**n = 0,020**

Canal excavado en lava y recubierto de concreto, limpio, muy rugoso y profundo.

**n = 0,020**

Canales de riego, rectos, excavados en arenas duras y compactas.

**n = 0,022**

Emplastos de cemento aplicados en superficies de tierra lisas. Con malezas en algunos sitios y arena suelta en el fondo.

**n = 0,024**

Canal excavado en arcillas arenosas, fondo duro y con combas.

### Algunos valores y criterios para la escogencia del coeficiente de rugosidad de Mannig

CAUCES NATURALES	n
Ríos en tierra, rectos, buenas condiciones, algunas hierbas	0,030
Ríos sinuosos, con bancos de arena, hierba, bajos	0,035 0,040
Ríos de montaña, lecho rocoso, sección variable, vegetación	0,040 0,050
Ríos con mucha maleza, arbustos, sinuosos	0,075 0,150
CANALES EXCAVADOS	n
Tierra, acabado fino, en buenas condiciones	0,020
Tierra, con algunas piedras y hierbas	0,030

Para canales de sección uniforme con superficie cubierta de arena y gravas:

$$n = 0.0417 D_{50}^{1/6} \quad (\text{sistema métrico})$$

Donde  $D_{50}$  es el diámetro del 50% que pasa en peso;  $D_{50}$  en metros.

#### **KUTTER <sup>4</sup>**

$$\phi = \frac{100R_h^{1/2}}{\eta + R_h^{1/2}} \quad (\text{anexo 2-9})$$

<b>CARACTERÍSTICAS DEL CANAL</b>	<b>(Kutter) <math>\eta</math></b>
Paredes en concreto bien lisas, sección semicircular.	<b>0,12</b>
Paredes en concreto bien lisas, sección rectangular.	<b>0,15</b>
Paredes en madera cepillada, sección rectangular.	<b>0,20</b>
Paredes en madera no cepillada, sección trapezoidal o rectangular; mampostería bastante regular con piedra tallada.	<b>0,25</b>
Paredes en mampostería ordinaria, construcción cuidadosa.	<b>0,35</b>
Paredes recubiertas en piedras ordinarias.	<b>0,55</b>
Paredes en mampostería ordinaria, fondo cenagoso.	<b>0,75</b>
Paredes en mampostería ordinaria, abandonado.	<b>1,00</b>
Pequeños canales excavados en roca; canales en tierra. Sección regular, sin vegetación.	<b>1,25 a 1,50</b>
Canales en tierra, mal mantenido con vegetación; cursos de agua natural, con lecho en tierra.	<b>1,75 a 2,00</b>
Canales completamente en tierra, abandonados; cursos de agua natural, con lecho en guijarros.	<b>2,50</b>

<sup>4</sup> LENCATRE, Armando. *Manuel D'Hydraulique Générale*

## ANEXO 3

### ESTUDIO GEOMÉTRICO E HIDRÁULICO DE SEIS (6) SECCIONES

- Rectangular
- Trapezoidal
- Circular
- Herradura de patas curvas
- Ovoide normal de punta inferior
- Parabólica

#### OBJETO

El objeto de este estudio se concentra en el desarrollo geométrico e hidráulico de seis (6) secciones prismáticas de uso común en los desarrollos hidráulicos. Se estudiarán en detalle los siguientes aspectos para cada una de las secciones:

1. Parámetros de la sección
2. Desarrollo geométrico.
3. Curvas unitarias de parámetros geométricos.
4. Parámetros hidráulicos.
5. Curvas unitarias de parámetros hidráulicos.
6. Curvas de: Número de Froude; Coef. de Chézy; Caudal Específico; Caudal, contra la relación  $h/H$  o  $h/D$ , según el caso.

*Sirva este texto de tributo de admiración al  
Profesor Francisco Javier Domínguez S.  
Las enseñanzas de su obra, "Hidráulica",  
han allanado el duro camino del conocimiento incipiente.  
Editorial Universitaria  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Universidad de Chile-1978*

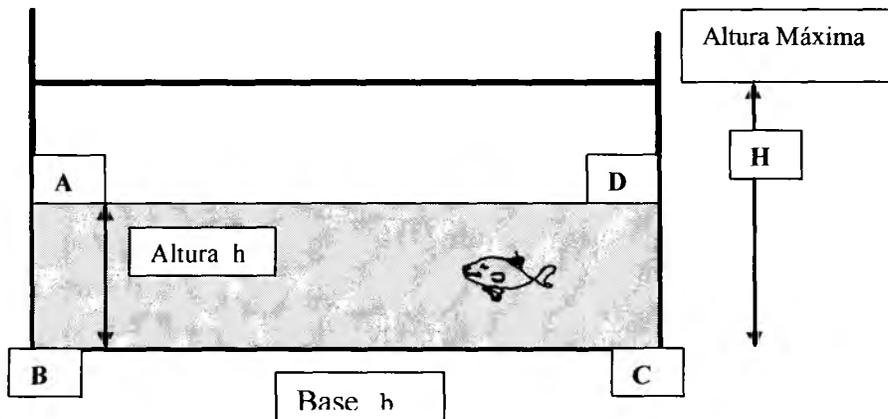
**Expresiones Utilizadas:**

Altura de lámina	(h)
Área de la sección	(A)
Perímetro mojado	(P)
Superficie libre	(T)
Flujo permanente uniforme	$S_o = S_w = S_f$
Radio hidráulico	$R_h = A/P$
Altura hidráulica	$D_h = A/T$
Velocidad media Chézy	$V = \epsilon (R_h S_f)^{1/2}$
Velocidad media Manning	$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_f^{1/2}$
Coefficiente de Chézy	$\epsilon = \frac{1}{n} R_h^{1/6}$
Caudal	$Q = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_f^{1/2} A$
Caudal	$Q = K_h S_f^{1/2}$
Caudal específico	$K_h = \frac{1}{n} R_h^{2/3} A$
Energía cinética	$\alpha \frac{V^2}{2g}$
Energía específica	$h + \alpha \frac{V^2}{2g}$
Número de Froude	$NF = \frac{V}{\left(g D_h / \alpha\right)^{1/2}}$

**Condiciones Críticas NF = 1**

Velocidad	$V_c = \frac{Q}{A_c} = (g D_{hc})^{1/2} = \frac{1}{n} R_{hc}^{2/3} S_{fc}^{1/2}$
Energía específica	$E_{ec} = h_c + \alpha \frac{V_c^2}{2g} = \frac{D_{hc}}{2}$
Pendiente	$S_{fc} = \frac{n^2 V_c^2}{R_{hc}^{4/3}}$

### 3.1 SECCIÓN RECTANGULAR



#### 3.1.1 Parámetros de la sección

Base (b) (m)	Altura Max. (H) (m)	Pendiente $S_o=S_w=S_f$ (‰)	Coef Rug (n) ( $m^{-1/3} s$ )	Coef. Coriolis ( $\alpha$ )	Gravedad (g) ( $m^2/s$ )
2,500	1,500	1,2	0,014	1,00	9,81

#### 3.1.2 Geometría

Área (A)  $A = BC * AB$   
 $A = b * h$

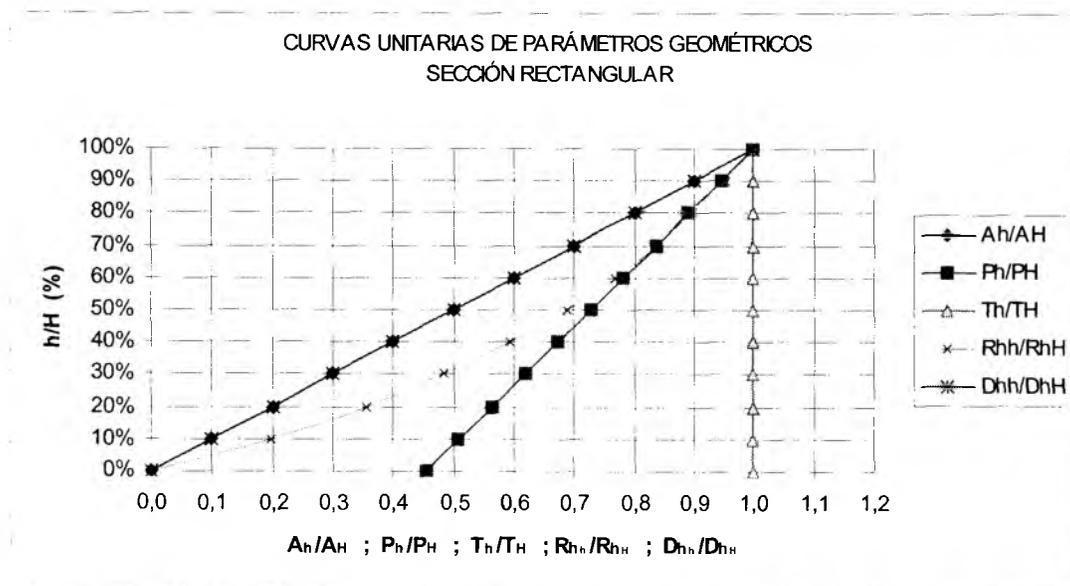
Perímetro (P)  $P = BC + 2*AB$   
 $P = b + 2h$

Superficie libre (T)  $T = AD$   
 $T = b$

A continuación se detallan los parámetros geométricos para cada décimo de altura máxima (H).

h / H	h	A	P	T	R <sub>h</sub>	D <sub>h</sub>
	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m)	(m)
0%	0,000	0,000	2,500	2,500	0,000	0,000
10%	0,150	0,375	2,800	2,500	0,134	0,150
20%	0,300	0,750	3,100	2,500	0,242	0,300
30%	0,450	1,125	3,400	2,500	0,331	0,450
40%	0,600	1,500	3,700	2,500	0,405	0,600
50%	0,750	1,875	4,000	2,500	0,469	0,750
60%	0,900	2,250	4,300	2,500	0,523	0,900
70%	1,050	2,625	4,600	2,500	0,571	1,050
80%	1,200	3,000	4,900	2,500	0,612	1,200
90%	1,350	3,375	5,200	2,500	0,649	1,350
100%	1,500	3,750	5,500	2,500	0,682	1,500

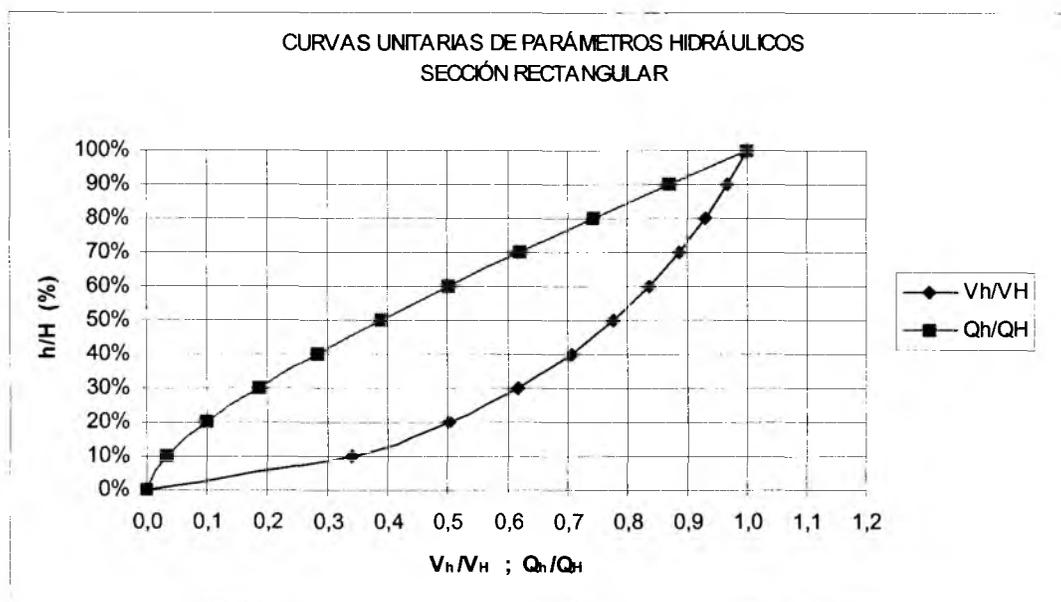
### 3.1.3 Curvas unitarias de parámetros geométricos



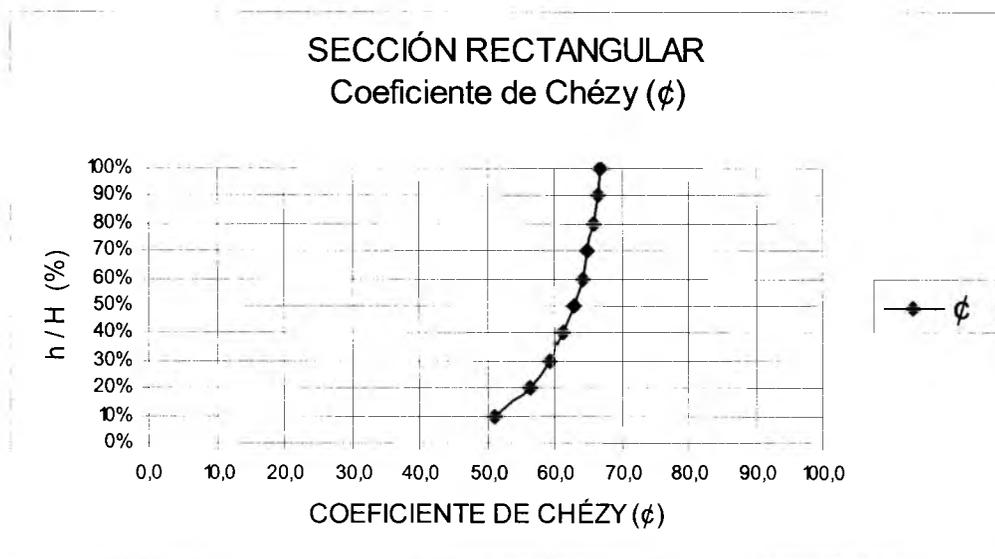
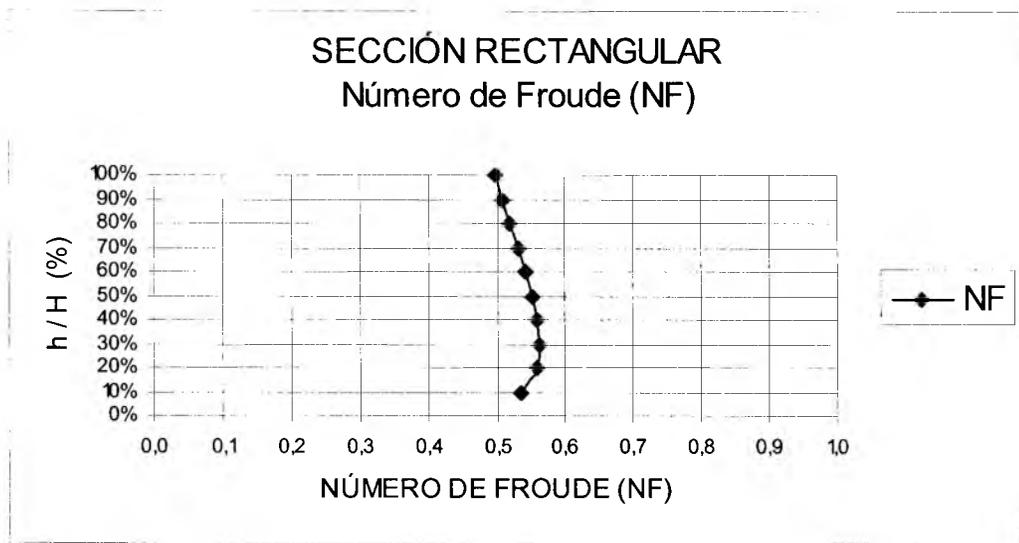
### 3.1.4 Hidráulica

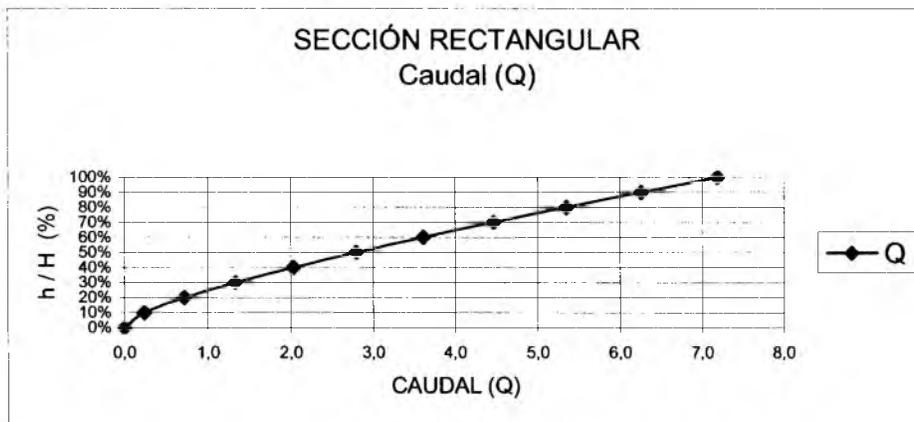
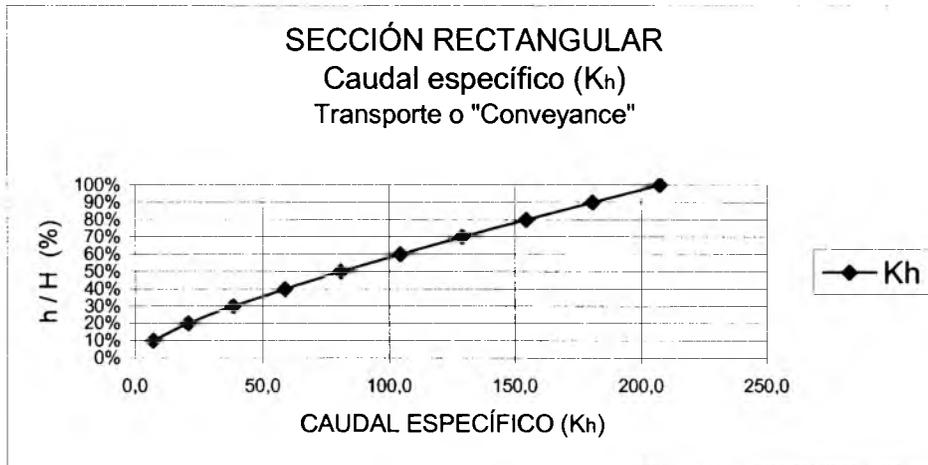
$h / H$	$h$	$V$	$Q$	$\alpha V^2/2g$	Energía Esp	NF	$\epsilon$	$K_h$
	(m)	(m/s)	(m <sup>3</sup> /s)	(m)	(m)		(m <sup>1/2</sup> s <sup>-1</sup> )	(m <sup>3</sup> /s)
0%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000			
10%	0,150	0,648	0,243	0,021	0,171	0,534	51,1	7,0
20%	0,300	0,961	0,721	0,047	0,347	0,560	56,4	20,8
30%	0,450	1,184	1,332	0,071	0,521	0,563	59,4	38,4
40%	0,600	1,355	2,033	0,094	0,694	0,559	61,4	58,7
50%	0,750	1,493	2,800	0,114	0,864	0,550	63,0	80,8
60%	0,900	1,607	3,615	0,132	1,032	0,541	64,1	104,4
70%	1,050	1,702	4,469	0,148	1,198	0,530	65,1	129,0
80%	1,200	1,784	5,352	0,162	1,362	0,520	65,8	154,5
90%	1,350	1,855	6,260	0,175	1,525	0,510	66,5	180,7
100%	1,500	1,917	7,188	0,187	1,687	0,500	67,0	207,5

### 3.1.5 Curvas unitarias de parámetros hidráulicos

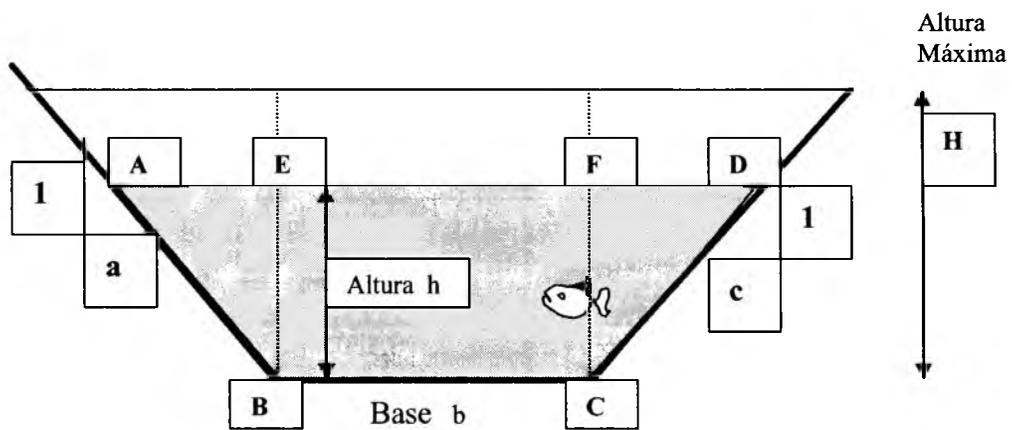


**3.1.6 Curvas de: Número de Froude (NF), coeficiente de Chézy ( $\phi$ ), caudal específico ( $K_h$ ) y caudal (Q), contra la relación h/H.**





### 3.2 SECCIÓN TRAPEZOIDAL



### 3.2.1 Parámetros de la sección

Base	Altura Max.	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	Talud Der	Talud Iz
(b)	(H)	So=Sw=Sf	(n)	Coriolis	(g)	V:H 1/a	V:H 1/c
(m)	(m)	(‰)	(m <sup>-1/3</sup> s)	(α)	(m <sup>2</sup> /s)	a	c
1,200	1,500	1,2	0,014	1,00	9,81	0,80	1,00

### 3.2.2 Geometría

Área (A)  $A = \frac{1}{2} * AE * BE + BC * CF + \frac{1}{2} * FD * CF$

$$A = \frac{1}{2} * a * h^2 + b * h + \frac{1}{2} * c * h^2$$

Perímetro (P)  $P = BE * (1+a^2)^{1/2} + BC + CF * (1+c^2)^{1/2}$

$$P = h * (1+a^2)^{1/2} + b + h * (1+c^2)^{1/2}$$

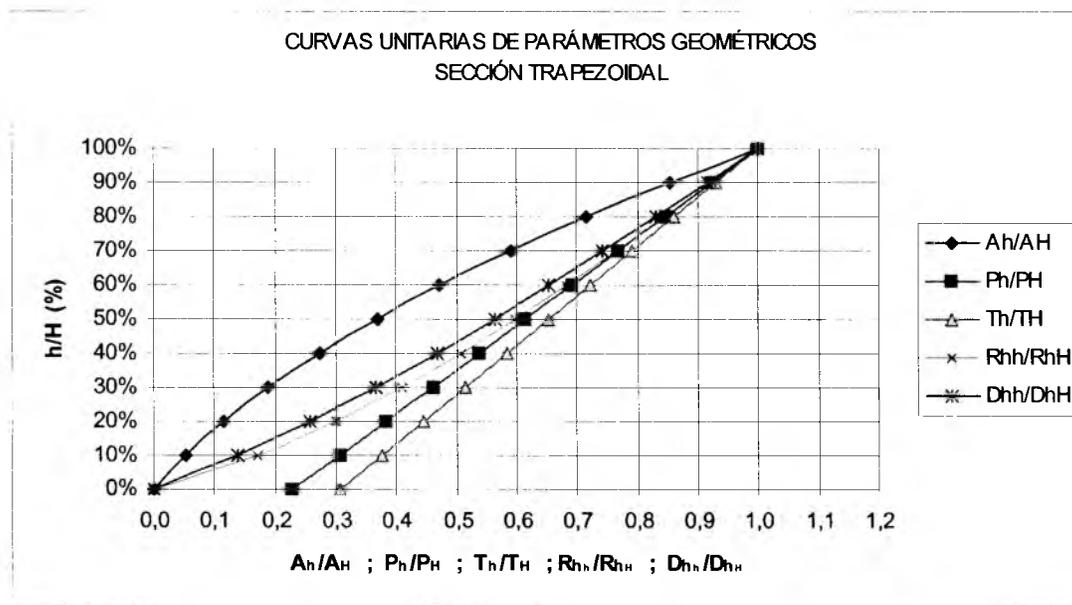
Superficie libre (T)  $T = a * BE + BC + c * CF$

$$T = a * h + b + c * h$$

A continuación se detallan los parámetros geométricos para cada décimo de altura máxima (H).

h / H	h	A	P	T	R <sub>h</sub>	D <sub>h</sub>
	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m)	(m)
0%	0,000	0,000	1,200	1,200	0,000	0,000
10%	0,150	0,200	1,604	1,470	0,125	0,136
20%	0,300	0,441	2,008	1,740	0,220	0,253
30%	0,450	0,722	2,413	2,010	0,299	0,359
40%	0,600	1,044	2,817	2,280	0,371	0,458
50%	0,750	1,406	3,221	2,550	0,437	0,551
60%	0,900	1,809	3,625	2,820	0,499	0,641
70%	1,050	2,252	4,030	3,090	0,559	0,729
80%	1,200	2,736	4,434	3,360	0,617	0,814
90%	1,350	3,260	4,838	3,630	0,674	0,898
100%	1,500	3,825	5,242	3,900	0,730	0,981

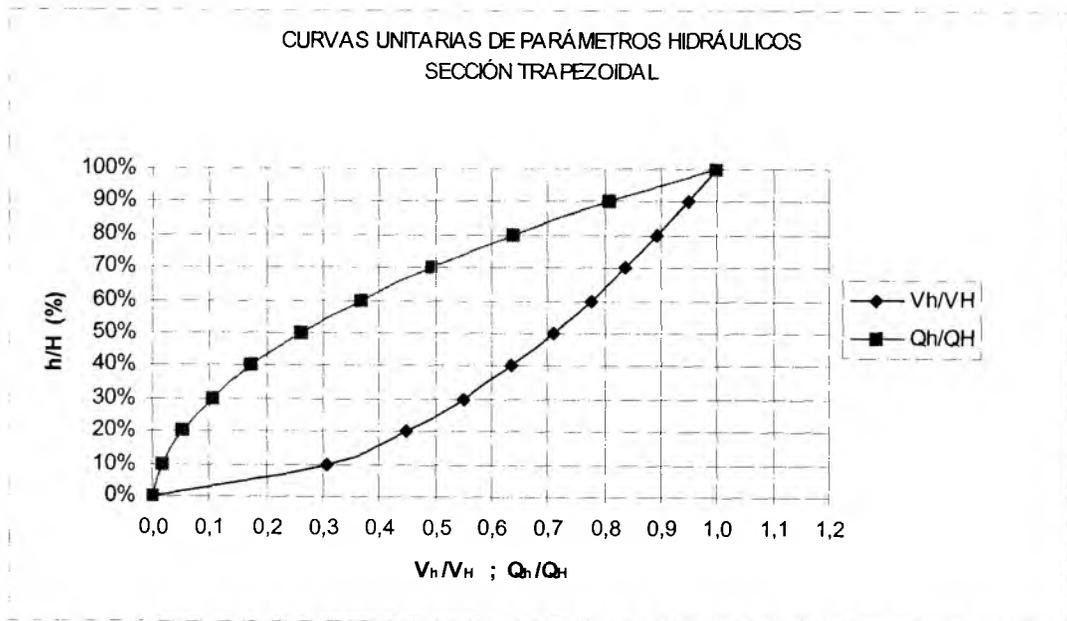
### 3.2.3 Curvas unitarias de parámetros geométricos



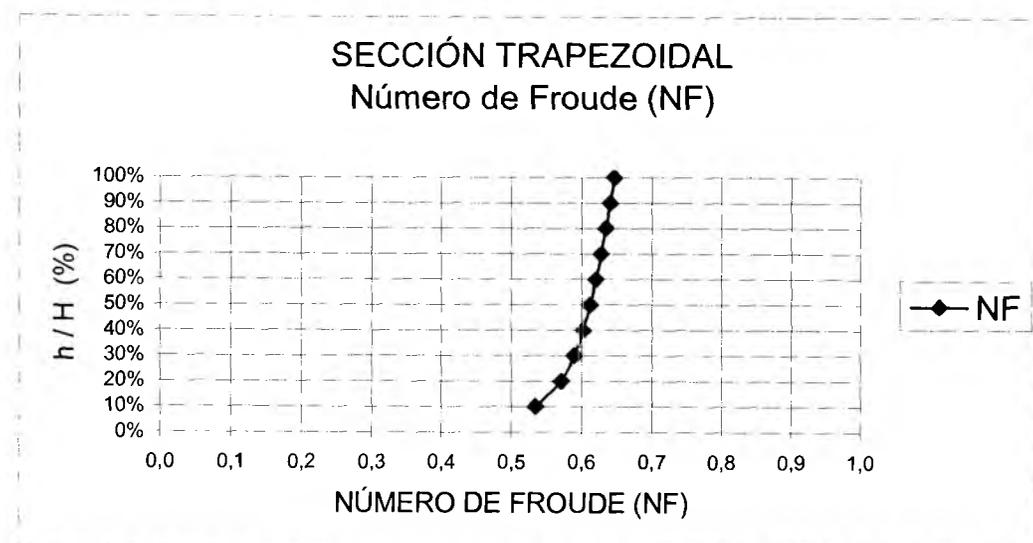
### 3.2.4 Hidráulica

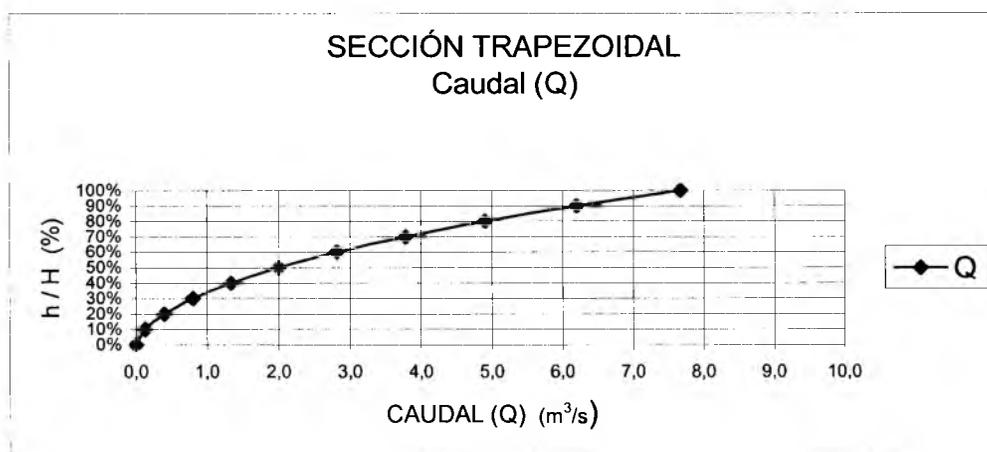
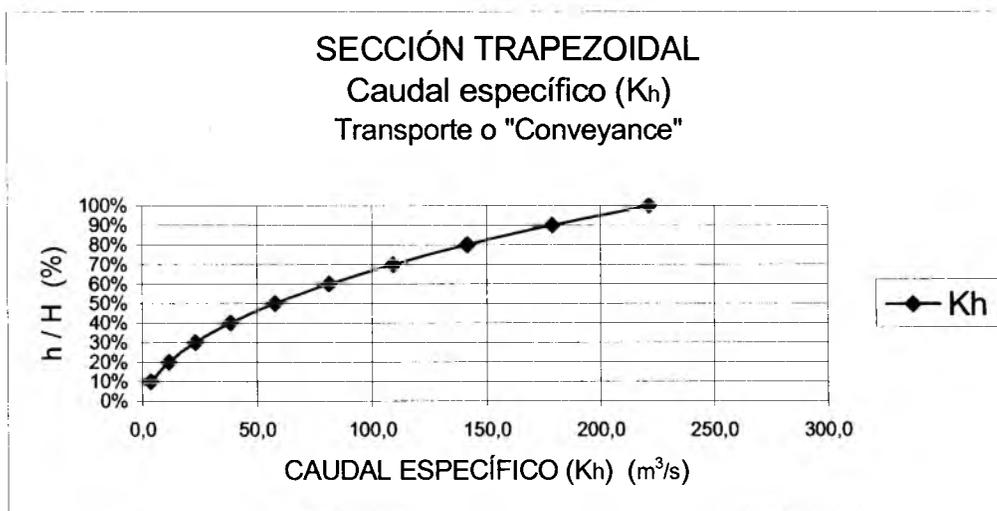
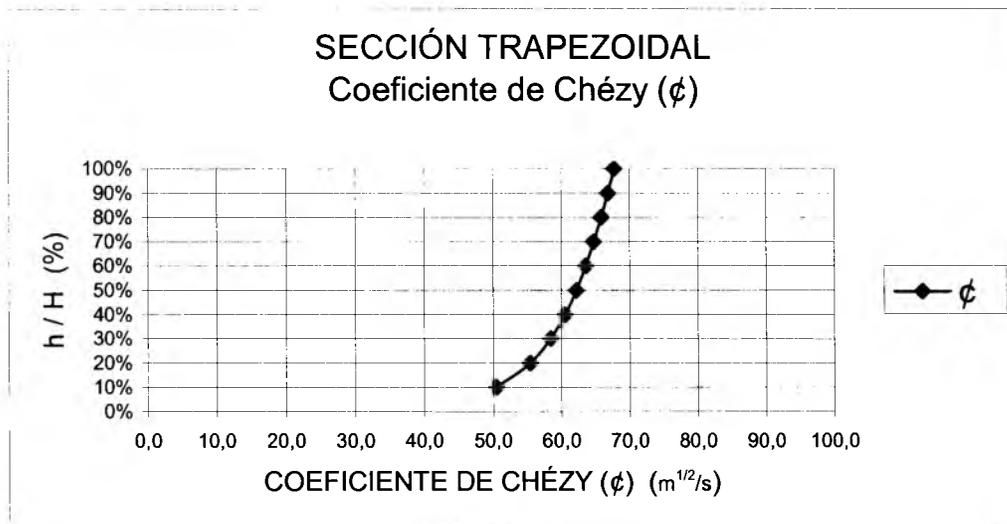
$h / H$	$h$	$V$	$Q$	$\alpha V^2/2g$	Energía Esp	NF	$\epsilon$	$K_h$
	(m)	(m/s)	(m <sup>3</sup> /s)	(m)	(m)		(m <sup>1/2</sup> s <sup>-1</sup> )	(m <sup>3</sup> /s)
0%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000			
10%	0,150	0,618	0,124	0,019	0,169	0,535	50,5	3,6
20%	0,300	0,901	0,397	0,041	0,341	0,571	55,5	11,5
30%	0,450	1,107	0,800	0,062	0,512	0,590	58,4	23,1
40%	0,600	1,277	1,333	0,083	0,683	0,602	60,5	38,5
50%	0,750	1,424	2,002	0,103	0,853	0,612	62,2	57,8
60%	0,900	1,557	2,816	0,124	1,024	0,621	63,6	81,3
70%	1,050	1,679	3,781	0,144	1,194	0,628	64,8	109,2
80%	1,200	1,793	4,907	0,164	1,364	0,635	65,9	141,6
90%	1,350	1,902	6,201	0,184	1,534	0,641	66,9	179,0
100%	1,500	2,005	7,671	0,205	1,705	0,647	67,8	221,4

### 3.2.5 Curvas unitarias de parámetros hidráulicos



### 3.2.6 Curvas de: Número de Froude (NF), coeficiente de Chézy ( $\epsilon$ ), caudal específico ( $K_h$ ) y caudal(Q), contra la relación $h/H$ .





### 3.3 SECCIÓN CIRCULAR

#### 3.3.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad
(D)	So=Sw=Sf	(n)	Coriolis	(g)
(m)	(‰)	(m <sup>-1/3</sup> s)	(α)	(m <sup>2</sup> /s)
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81

#### 3.3.2 Geometría

Ángulo (β)

$$\beta = \text{JOL} \quad 0 \leq \beta \leq \pi$$

$$\beta = A \cos \left( \frac{\frac{D}{2} - h}{\frac{D}{2}} \right) \text{ (Radianes)}$$

Área (A)

$$A = 2 * (\text{Sector JOB} - \text{Triángulo JOL})$$

$$A = \frac{\beta}{4} D^2 - \frac{1}{8} \text{seno}(2\beta) D^2$$

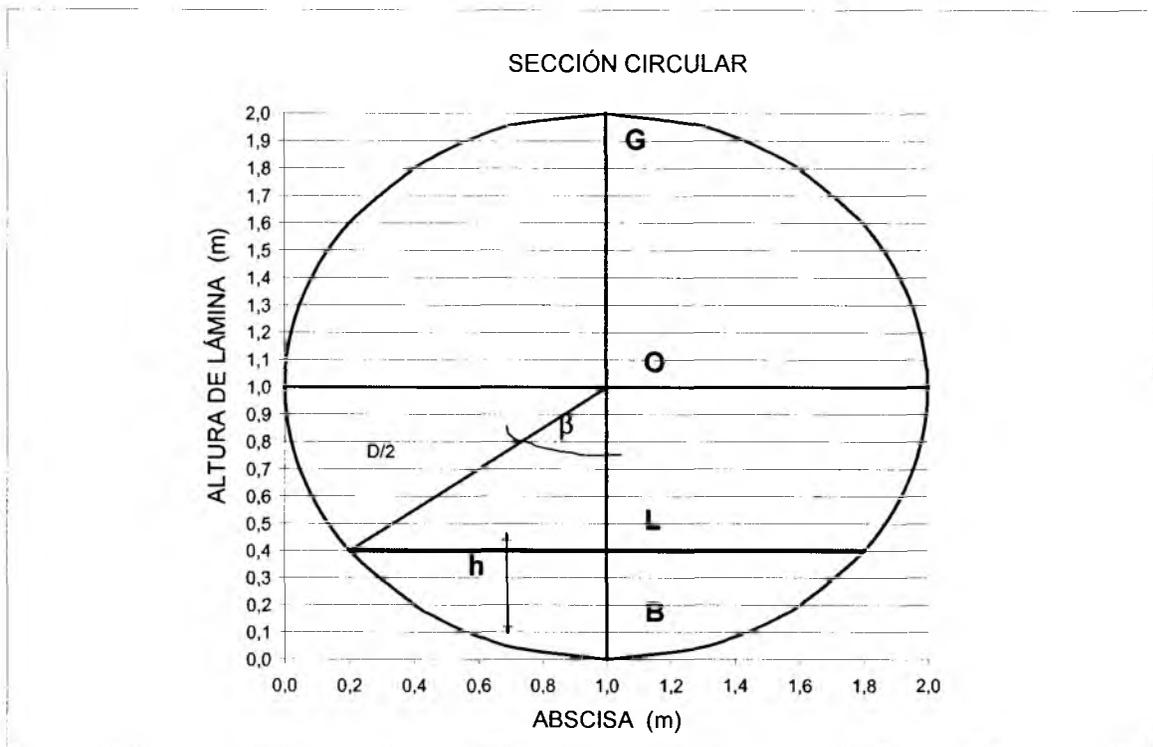
Perímetro (P)

$$P = 2 * \text{Arco JB}$$

$$P = \beta * D$$

Superficie libre (T) T = 2 \* semi cuerda JL

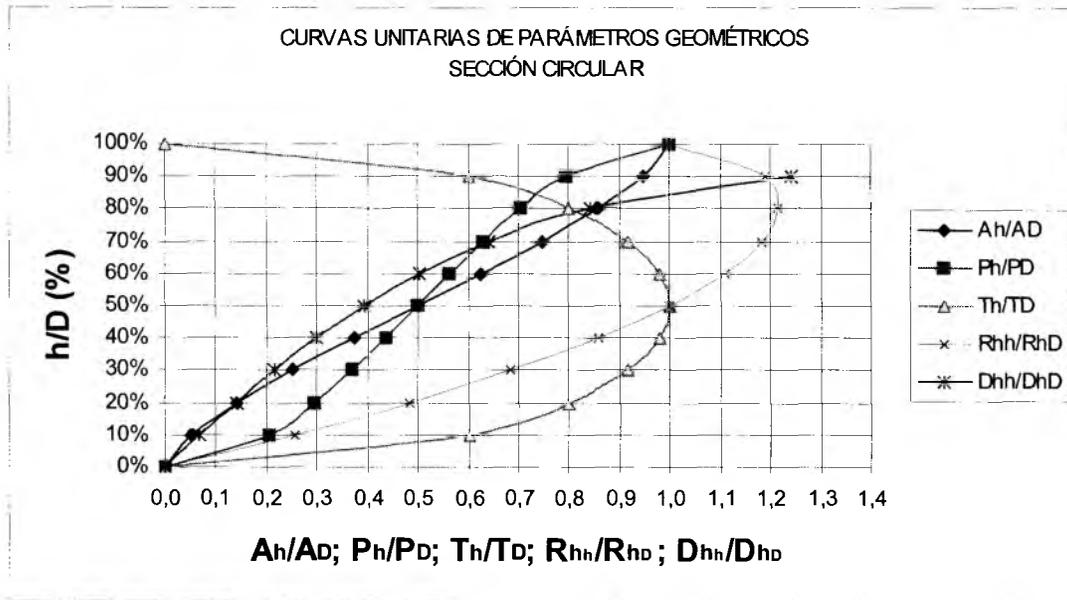
$$T = D * \text{Seno}(\beta)$$



A continuación se detallan los parámetros geométricos para cada décimo de diámetro (D).

<b>h / H</b>	<b>h</b>	<b>A</b>	<b>P</b>	<b>T</b>	<b>Rh</b>	<b>Dh</b>	<b>β</b>
	<b>(m)</b>	<b>(m<sup>2</sup>)</b>	<b>(m)</b>	<b>(m)</b>	<b>(m)</b>	<b>(m)</b>	<b>(Radianes)</b>
0%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10%	0,200	0,164	1,287	1,200	0,127	0,136	0,644
20%	0,400	0,447	1,855	1,600	0,241	0,280	0,927
30%	0,600	0,793	2,319	1,833	0,342	0,432	1,159
40%	0,800	1,173	2,739	1,960	0,428	0,599	1,369
50%	1,000	1,571	3,142	2,000	0,500	0,785	1,571
60%	1,200	1,968	3,544	1,960	0,555	1,004	1,772
70%	1,400	2,349	3,965	1,833	0,592	1,281	1,982
80%	1,600	2,694	4,429	1,600	0,608	1,684	2,214
90%	1,800	2,978	4,996	1,200	0,596	2,482	2,498
100%	2,000	3,142	6,283	0,000	0,500		3,142

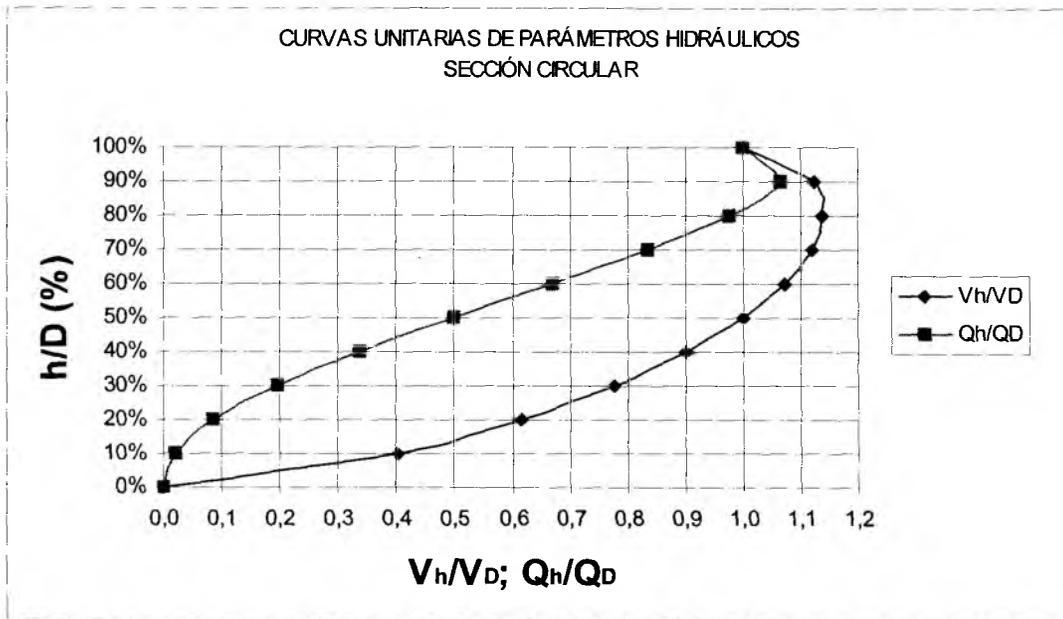
### 3.3.3 Curvas unitarias de parámetros geométricos



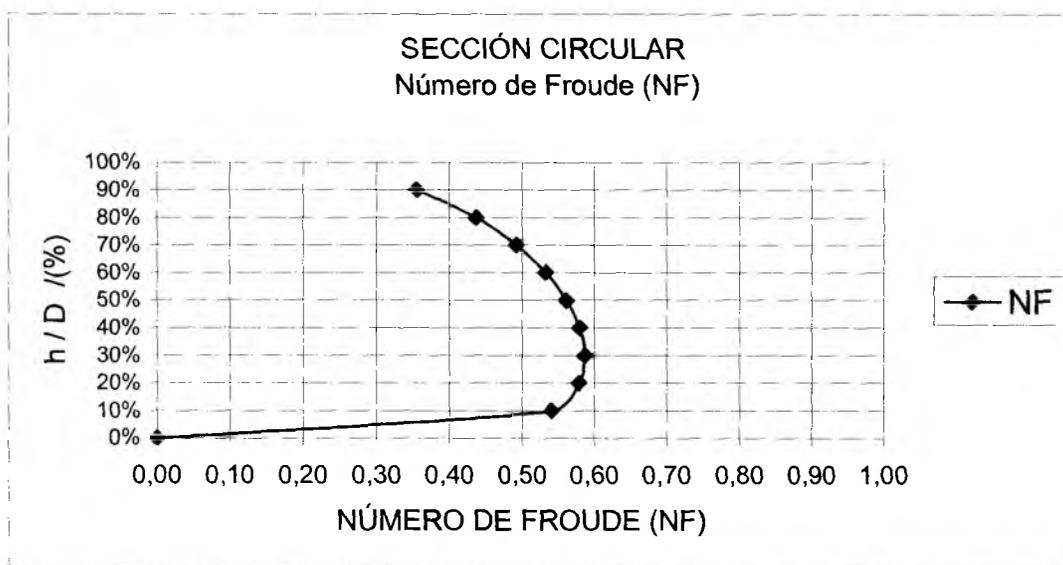
### 3.3.4 Hidráulica

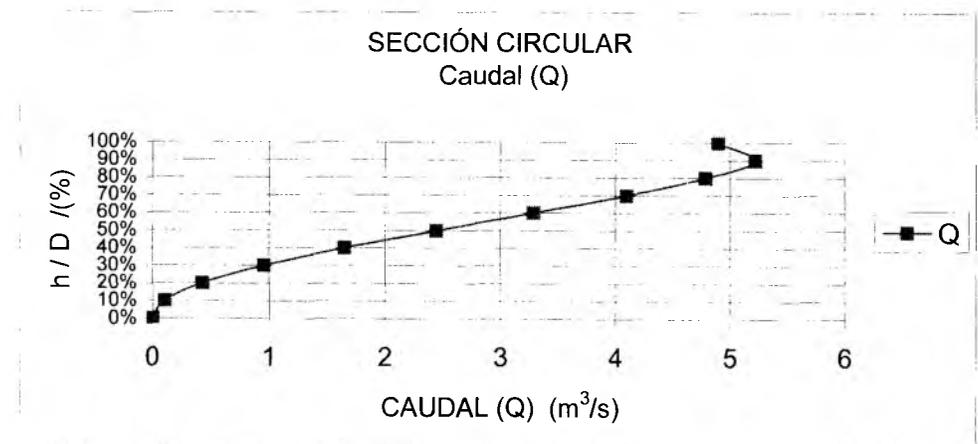
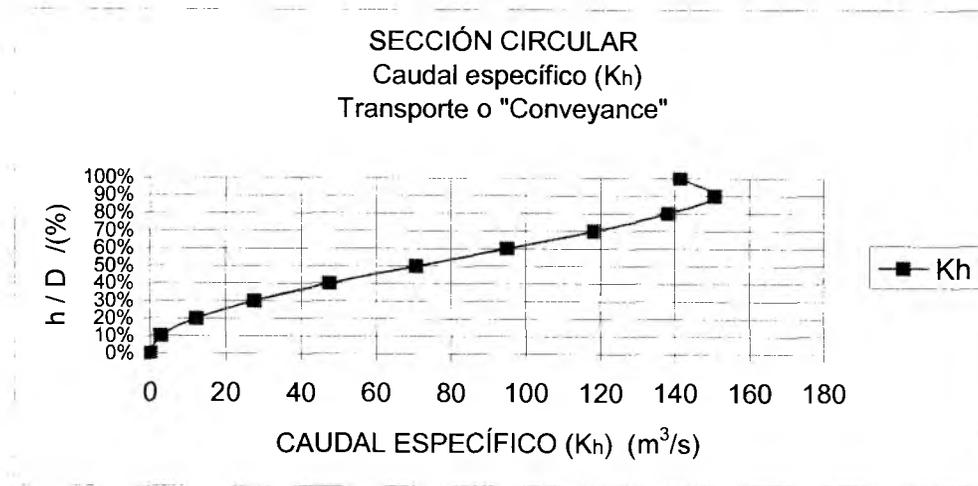
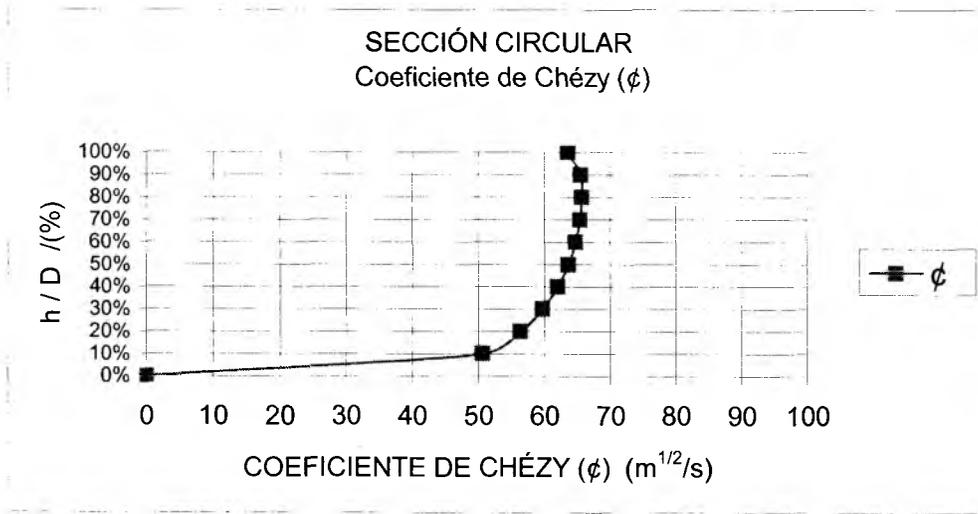
<b>h / D</b>	<b>h</b>	<b>V</b>	<b>Q</b>	$\alpha V^2/2g$	<b>Energía Esp</b>	<b>NF</b>	$\epsilon$	<b>Kh</b>
	<b>(m)</b>	<b>(m/s)</b>	<b>(m<sup>3</sup>/s)</b>	<b>(m)</b>	<b>(m)</b>		<b>(m<sup>1/2</sup> s<sup>-1</sup>)</b>	<b>(m<sup>3</sup>/s)</b>
0%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0	0,0
10%	0,200	0,625	0,102	0,020	0,220	0,541	50,6	3,0
20%	0,400	0,959	0,429	0,047	0,447	0,579	56,4	12,4
30%	0,600	1,210	0,959	0,075	0,675	0,587	59,7	27,7
40%	0,800	1,406	1,650	0,101	0,901	0,580	62,0	47,6
50%	1,000	1,559	2,448	0,124	1,124	0,562	63,6	70,7
60%	1,200	1,672	3,290	0,142	1,342	0,533	64,8	95,0
70%	1,400	1,745	4,100	0,155	1,555	0,492	65,5	118,4
80%	1,600	1,777	4,787	0,161	1,761	0,437	65,8	138,2
90%	1,800	1,753	5,219	0,157	1,957	0,355	65,5	150,7
100%	2,000	1,559	4,897	0,124	2,124		63,6	141,4

### 3.3.5 Curvas unitarias de parámetros hidráulicos



### 3.3.6 Curvas de: Número de Froude (NF), coeficiente de Chézy ( $\epsilon$ ), caudal específico ( $K_h$ ) y caudal (Q), contra la relación h/H.





### 3.4 SECCIÓN HERRADURA

#### 3.4.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	$\gamma$	SEMI CUERDA	FLECHA
(D)	So=Sw=Sf	(n)	Coriolis	(g)		BI = BK	KC
(m)	(‰)	(m <sup>-1/3</sup> s)	( $\alpha$ )	(m <sup>2</sup> /s)	(Radianes)	(m)	(m)
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	0,4240	0,8229	0,1771

#### 3.4.2 Geometría

Ángulo ( $\gamma$ )  $\gamma = BGC = BFA$   
 Triángulo BGH  $\text{Ángulo GBH} = \text{Aseno}(2^{1/2}/4) = 0.361367123 \text{ Rad.}$   
 $\text{Ángulo BGC} = \pi/4 - \text{Ángulo GBH} = 0.424031039 \text{ Rad.}$

Semi Cuerda  $BK = BK = D * \text{seno}(\gamma)$   
 Flecha KC  $KC = D * (1 - \text{cos}(\gamma))$

Ángulo ( $\delta$ )  $\delta = AFJ \quad 0 \leq \delta \leq \gamma$   
 $\delta = \text{Aseno}((D/2-h)/D) \quad (\text{Radianes})$

Ángulo ( $\beta$ )  $\beta = AOU \quad 0 \leq \beta \leq \pi/2$   
 $\beta = \text{Aseno}((h-D/2)/(D/2)) \quad (\text{Radianes})$

Área (A) Cuerpo inferior de la sección  $h \leq D/2$   
 $A = 2 * (BKCB + BKLPB + BPJB)$

$$BKCB = \pi/4 * (2D)^2 * \gamma/2\pi - 1/2 * BK * (D-KC)$$

$$BKLPB = BK * (h-KC)$$

$$BPJB = \text{Segmento BIAB} - \text{Segmento AJQA} - JP * PI$$

$$\text{Segmento BIAB} = \pi/4 * (2D)^2 * \gamma/2\pi - 1/4 D^2 * \text{Seno}(2\gamma)$$

$$\text{Segmento AJQA} = \pi/4 * (2D)^2 * \delta/2\pi - 1/4 D^2 * \text{Seno}(2\delta)$$

$$JP * PI = D * (\text{Cos}(\delta) - \text{Cos}(\gamma)) * (D/2 - h)$$

Cuerpo superior de la sección  $D/2 \leq h \leq D$

$$A = A_h = D/2 + 1/4 * \beta * D^2 + 1/8 * D^2 * \text{seno}(2\beta)$$

Perímetro (P)

Cuerpo inferior de la sección  $h \leq D/2$

$$P = 2 * (CB + BJ)$$

$$P = 2 * (\pi * (2D) * \gamma/2\pi + \pi * (2D) * (\gamma - \delta/2\pi))$$

Cuerpo superior de la sección  $D/2 \leq h \leq D$

$$P = P_h = D/2 + \beta * D$$

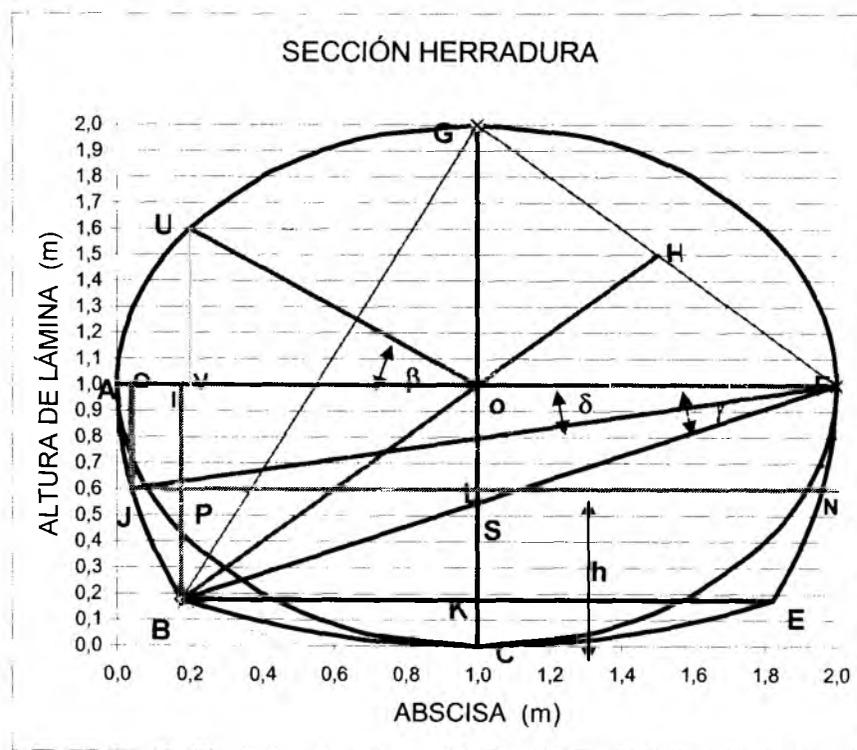
Superficie Libre (T)

Cuerpo inferior de la sección  $h \leq D/2$

$$T = 2 * (D \cos(\delta) - D/2)$$

Cuerpo superior de la sección  $D/2 \leq h \leq D$

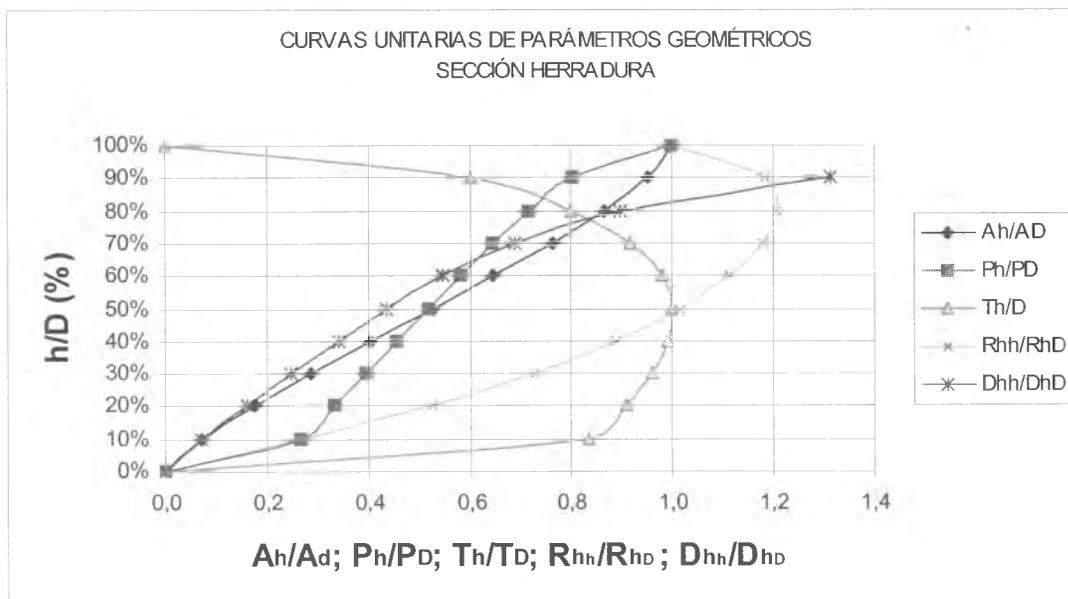
$$T = D * \cos(\beta)$$



A continuación se detallan los parámetros geométricos para cada décimo de diámetro (D).

$h / D$	$h$	$A$	$P$	$T$	$R_h$	$D_h$	$\delta$	
	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Radianes)	
0%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
10%	0,200	0,234	1,746	1,666	0,134	0,140	0,4115	
20%	0,400	0,583	2,173	1,816	0,268	0,321	0,3047	
30%	0,600	0,957	2,587	1,919	0,370	0,499	0,2014	
40%	0,800	1,348	2,992	1,980	0,451	0,681	0,1002	$\beta$
50%	1,000	1,746	3,392	2,000	0,515	0,873	0,0000	(radianes)
60%	1,200	2,144	3,795	1,960	0,565	1,094		0,2014
70%	1,400	2,525	4,215	1,833	0,599	1,377		0,4115
80%	1,600	2,870	4,679	1,600	0,613	1,794		0,6435
90%	1,800	3,154	5,247	1,200	0,601	2,628		0,9273
100%	2,000	3,317	6,534	0,000	0,508			1,5708

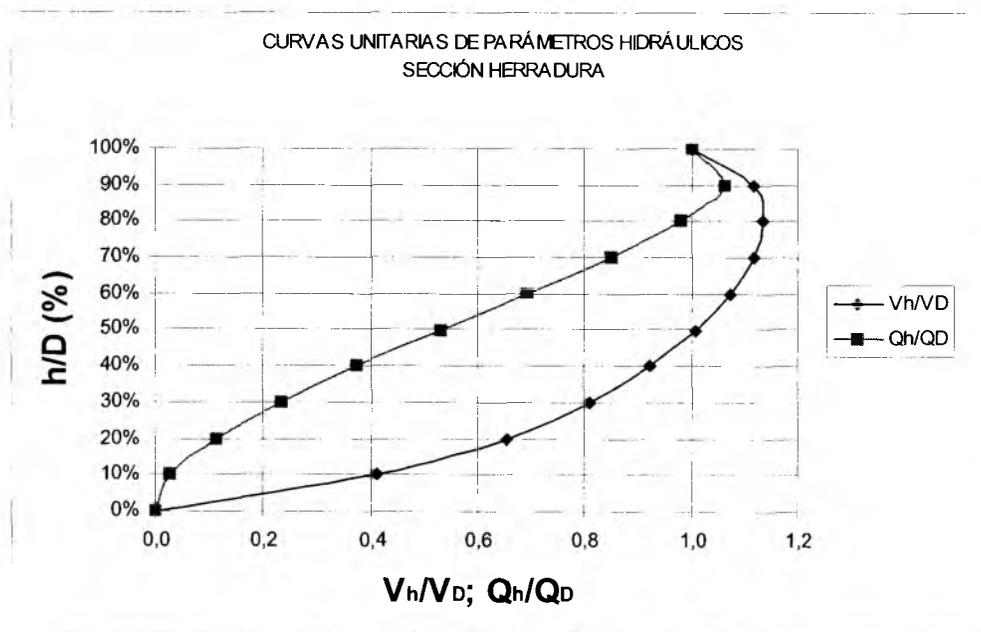
### 3.4.3 Curvas unitarias de parámetros geométricos



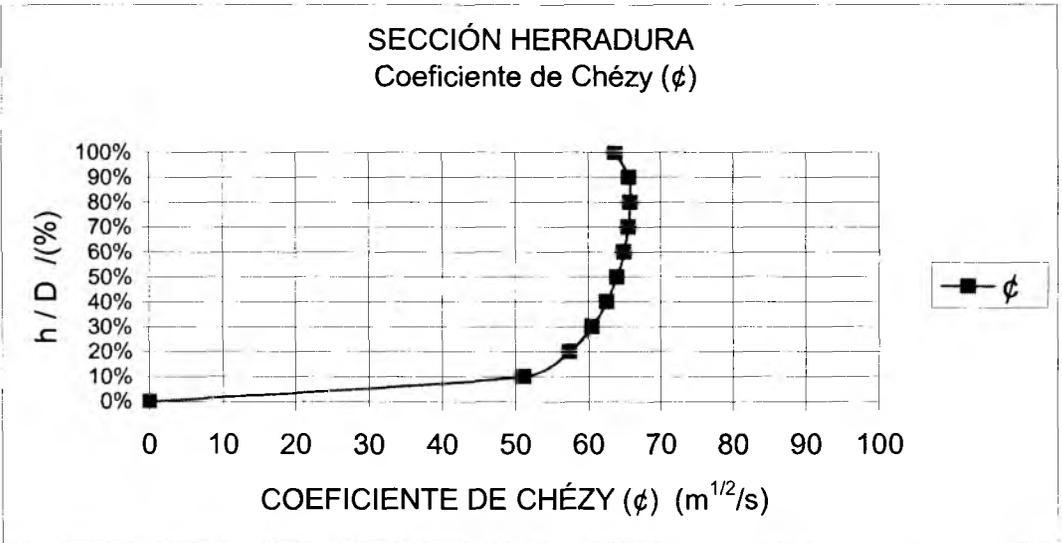
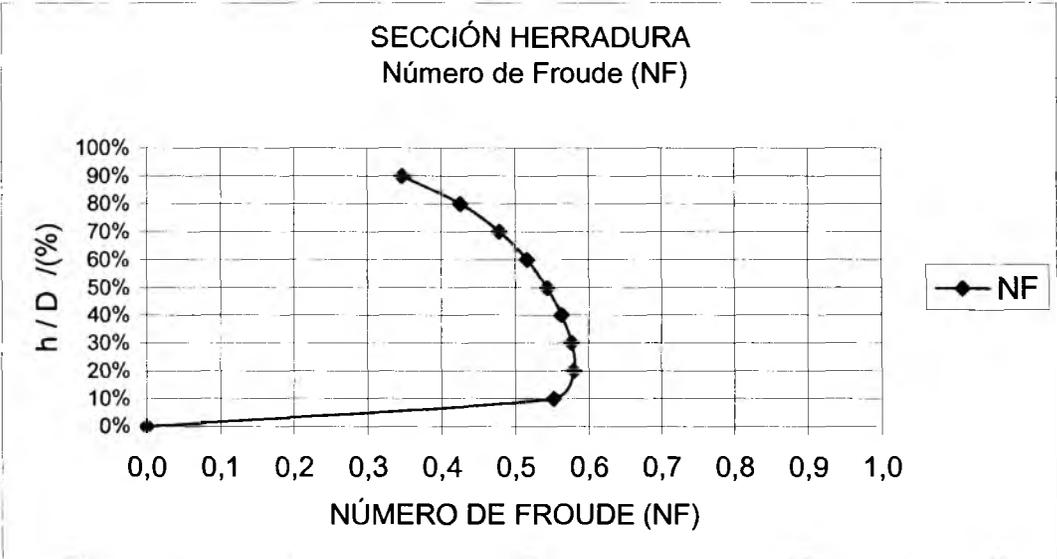
### 3.4.4 Hidráulica

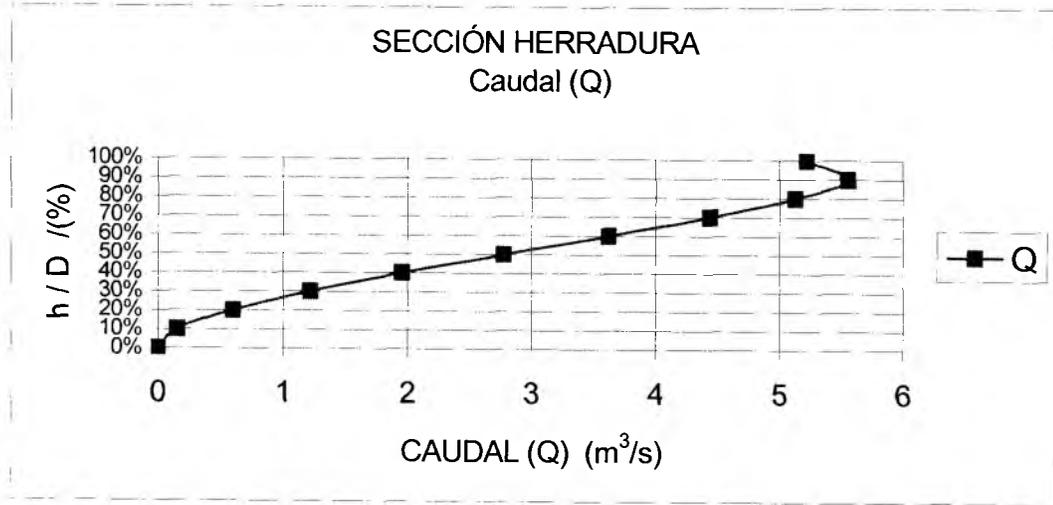
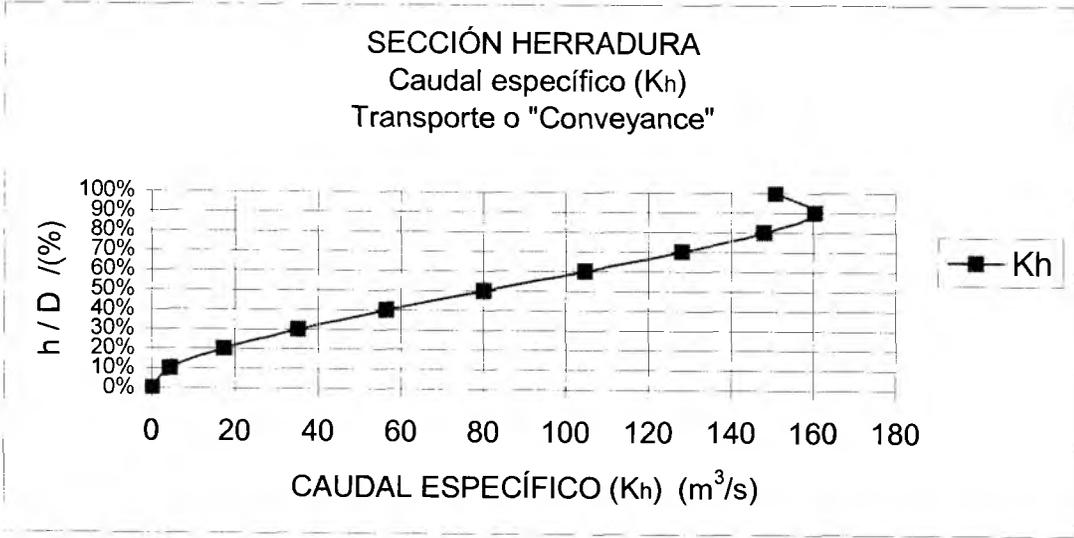
$h/D$	$h$ (m)	$V$ (m/s)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$\alpha V^2/2g$ (m)	Energía Esp (m)	NF	$\epsilon$ (m <sup>1/2</sup> s <sup>-1</sup> )	$K_h$ (m <sup>3</sup> /s)
0%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0	0,0	0,0
10%	0,200	0,648	0,152	0,021	0,221	0,552	51,1	4,4
20%	0,400	1,029	0,600	0,054	0,454	0,580	57,4	17,3
30%	0,600	1,275	1,221	0,083	0,683	0,577	60,5	35,2
40%	0,800	1,454	1,960	0,108	0,908	0,563	62,5	56,6
50%	1,000	1,589	2,776	0,129	1,129	0,543	63,9	80,1
60%	1,200	1,691	3,625	0,146	1,346	0,516	64,9	104,6
70%	1,400	1,758	4,439	0,158	1,558	0,478	65,6	128,1
80%	1,600	1,786	5,126	0,163	1,763	0,426	65,8	148,0
90%	1,800	1,762	5,558	0,158	1,958	0,347	65,6	160,4
100%	2,000	1,575	5,224	0,126	2,126		63,8	150,8

### 3.4.5 Curvas unitarias de parámetros hidráulicos



**3.4.6 Curvas de: Número de Froude (NF), coeficiente de Chézy ( $\phi$ ), caudal específico ( $K_h$ ) y caudal (Q), contra la relación h/H.**





### 3.5 SECCIÓN OVOIDAL

#### 3.5.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef.	Gravedad	$\gamma$	SEMI CUERDA	FLECHA
(D)	So=Sw=Sf	(n)	Coriolis	(g)		CG	GE
(m)	(‰)	(m <sup>-1/3</sup> s)	( $\alpha$ )	(m <sup>2</sup> /s)	(radianes)	(m)	(m)
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	0,643501	0,4000	0,2000

#### 3.5.2 Geometría

Ángulo ( $\gamma$ )  $\gamma = \text{AMC}$   
 Triángulo OFM  $\text{Ángulo OMF} = \text{Atan}((3/4D)/D) = 0.643501108 \text{ Rad.}$

Semi cuerda CG  $\text{BK} = D/4 * \cos(\gamma)$   
 Flecha GE  $\text{KC} = D/4 * (1 - \text{seno}(\gamma))$

Ángulo ( $\delta$ )  $\delta = \text{AMJ} \quad 0 \leq \delta \leq \gamma$   
 $\delta = \text{Aseno}((D-h)/(3/2D)) \text{ (Radianes)}$

Ángulo ( $\beta$ )  $\beta = \text{AOU} \quad 0 \leq \beta \leq \pi/2$   
 $\beta = \text{Aseno}((h-D)/(D/2)) \text{ (Radianes)}$

Área (A) Cuerpo inferior de la sección  $h = D$   
 $A = 2 * (\text{Segmento CEGC} + \Delta\text{CGFC} + \text{CFKJC})$

$$\text{SegmentoCEGC} = \pi/4 * (D/2)^2 * (\pi/2 - \gamma) / 2\pi - 1/32 * \text{seno}(2\gamma) * D^2$$

$$\text{CGFC} = 1/32 * \text{seno}(2\gamma) * D^2$$

$$\text{CFKJ} = \text{Sector JMCJ} - \Delta\text{KLFK} - \Delta\text{JNMJ} + \Delta\text{LNML}$$

$$\text{Sector JMCJ} = \pi/4 * (3D)^2 * (\gamma - \delta) / 2\pi$$

$$\Delta\text{KLFK} = \frac{1}{2} (h - D/4)^2 / \text{Tang}(\gamma)$$

$$\Delta\text{JNMJ} = \frac{1}{2} * (3D/2)^2 * \text{seno}(2\delta)$$

$$\Delta\text{LNML} = (D - h)^2 / \text{Tang}(\gamma)$$

Cuerpo superior de la sección  $D \leq h \leq 3/2 D$

$$A = A_h = D + \frac{1}{4} * \beta * D^2 + \frac{1}{8} * D^2 * \text{seno}(2\beta)$$

Perímetro (P)

Cuerpo inferior de la sección  $h \leq D/2$

$$P = 2 * (EC + CJ)$$

$$P = 2 * (\pi * (D/2) * (\pi/2 - \gamma) / 2\pi + \pi * (3D) * (\gamma - \delta) / 2\pi)$$

Cuerpo superior de la sección  $D \leq h \leq 3/2D$

$$P = P_{h=D} + \beta * D$$

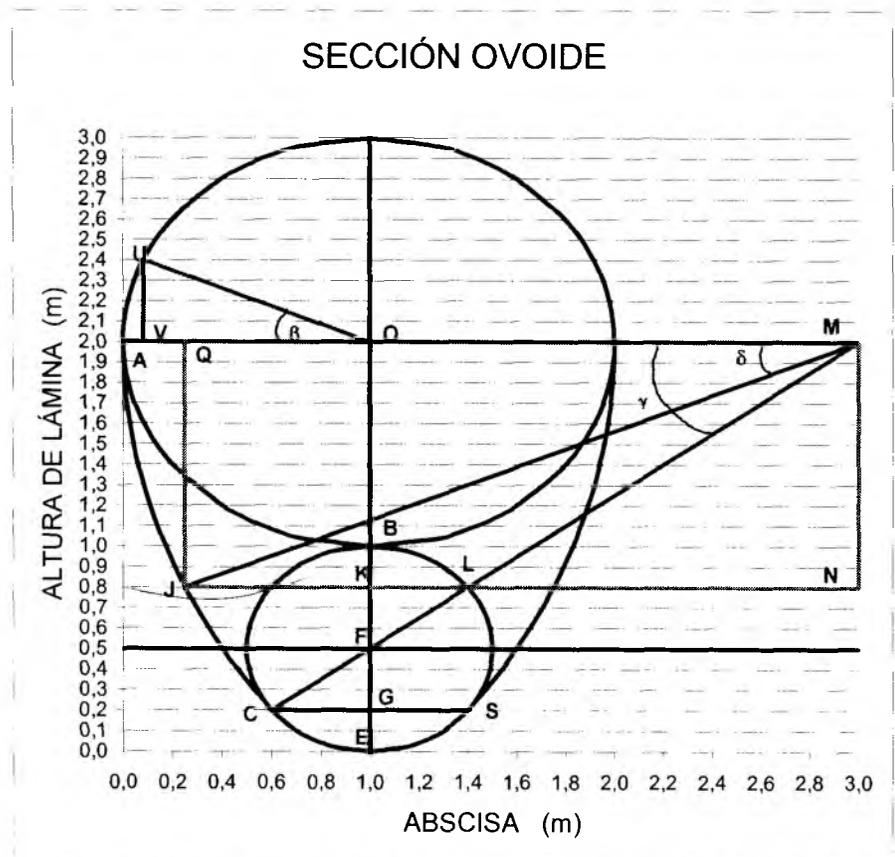
Superficie libre (T)

Cuerpo inferior de la sección  $h \leq D$

$$T = 2 * (3/2D * \cos(\delta) - D)$$

Cuerpo superior de la sección  $D \leq h \leq 3/2D$

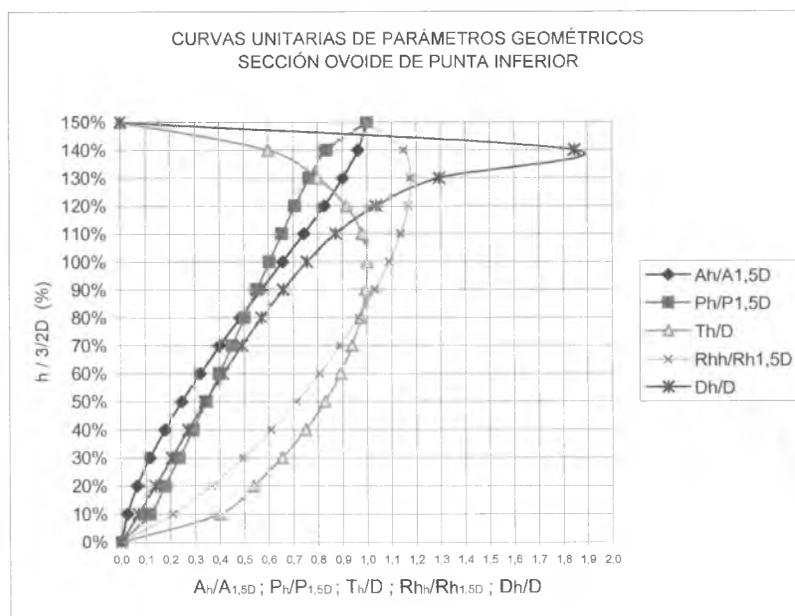
$$T = D * \cos(\beta)$$



A continuación se detallan los parámetros geométricos para cada décimo de la altura total ( $H = 3/2 * D$ ):

$h / D$	$h$	$A$	$P$	$T$	$R_h$	$D_h$	$\delta$	$\beta$
0%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
10%	0,200	0,112	0,927	0,800	0,121	0,140	0,6435	
20%	0,400	0,300	1,413	1,075	0,212	0,279	0,5625	
30%	0,600	0,539	1,875	1,307	0,287	0,413	0,4855	
40%	0,800	0,820	2,319	1,499	0,354	0,547	0,4115	
50%	1,000	1,136	2,749	1,657	0,413	0,686	0,3398	
60%	1,200	1,481	3,169	1,783	0,467	0,831	0,2699	
70%	1,400	1,847	3,580	1,879	0,516	0,983	0,2014	
80%	1,600	2,230	3,986	1,946	0,560	1,146	0,1337	
90%	1,800	2,624	4,388	1,987	0,598	1,321	0,0667	$\beta$
100%	2,000	3,023	4,788	2,000	0,631	1,512	0,0000	(radianes)
110%	2,200	3,421	5,191	1,960	0,659	1,746		0,2014
120%	2,400	3,801	5,611	1,833	0,677	2,074		0,4115
130%	2,600	4,147	6,075	1,600	0,683	2,592		0,6435
140%	2,800	4,431	6,643	1,200	0,667	3,692		0,9273
150%	3,000	4,594	7,930	0,000	0,579			1,5708

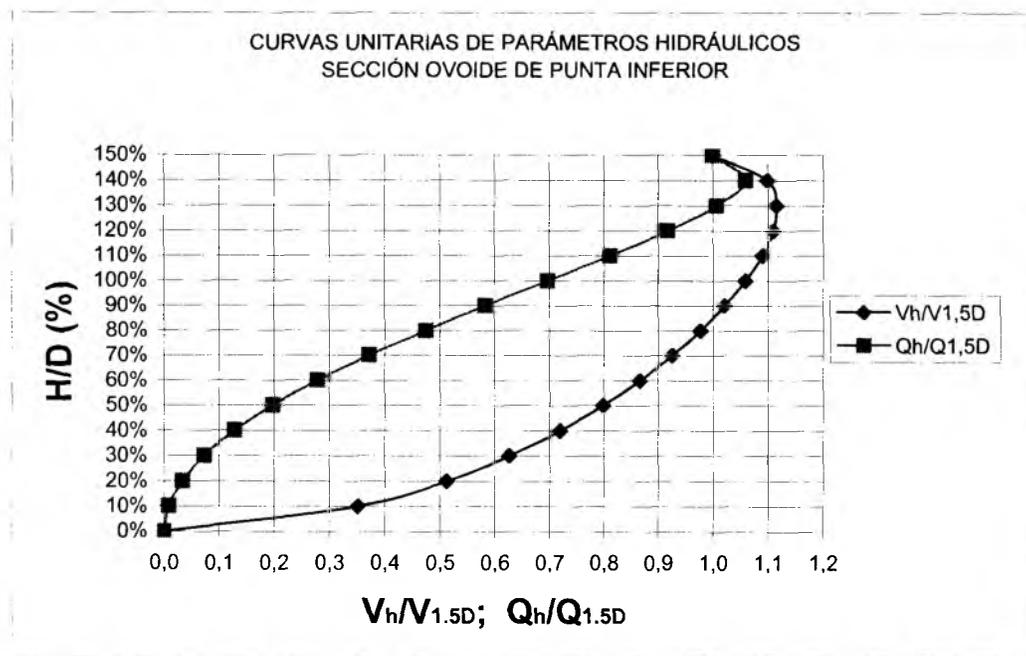
### 3.5.3 Curvas unitarias de parámetros geométricos



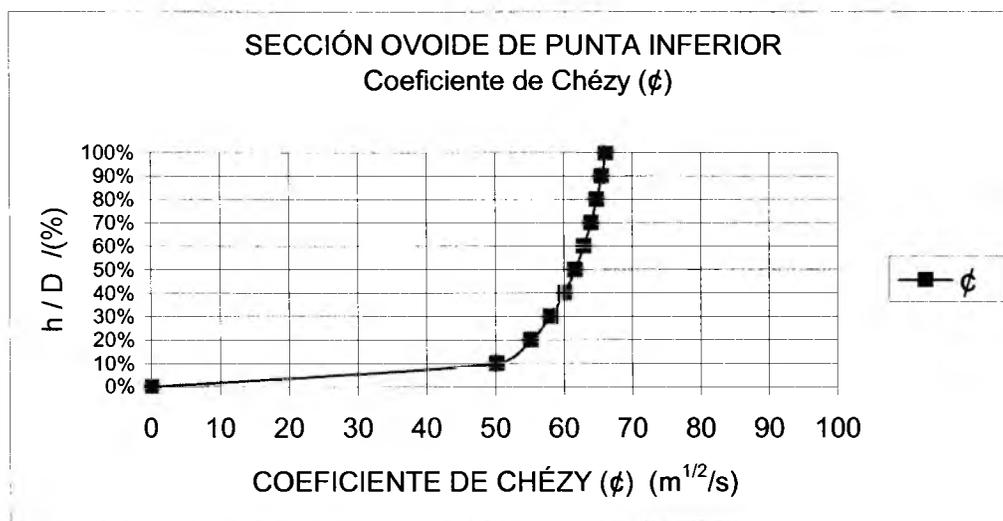
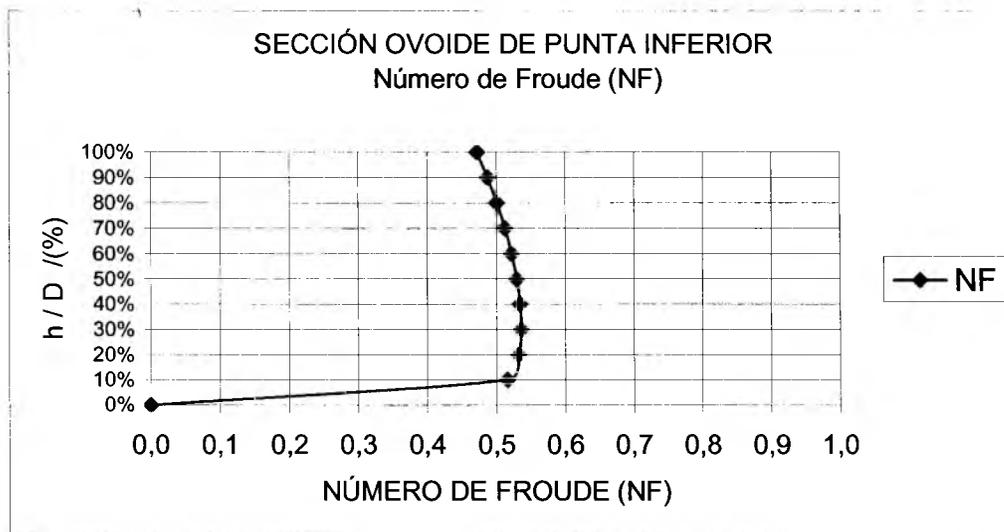
### 3.5.4 Hidráulica

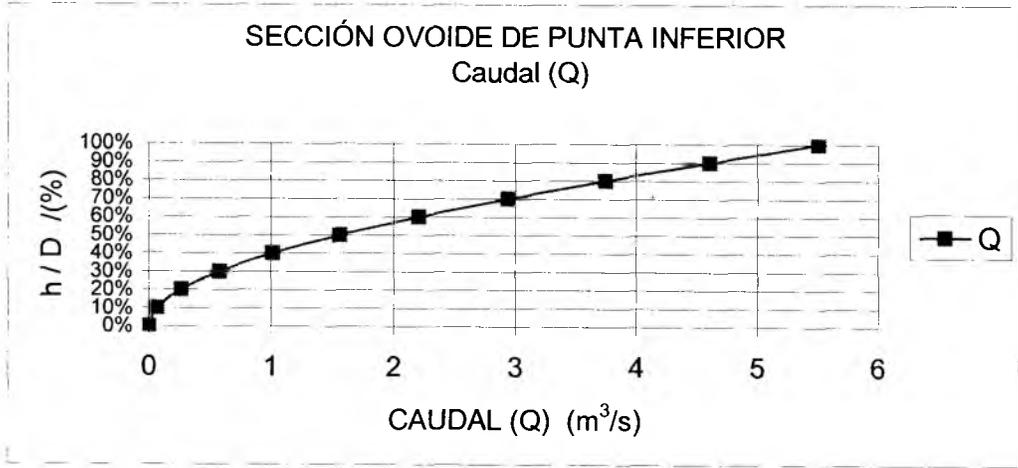
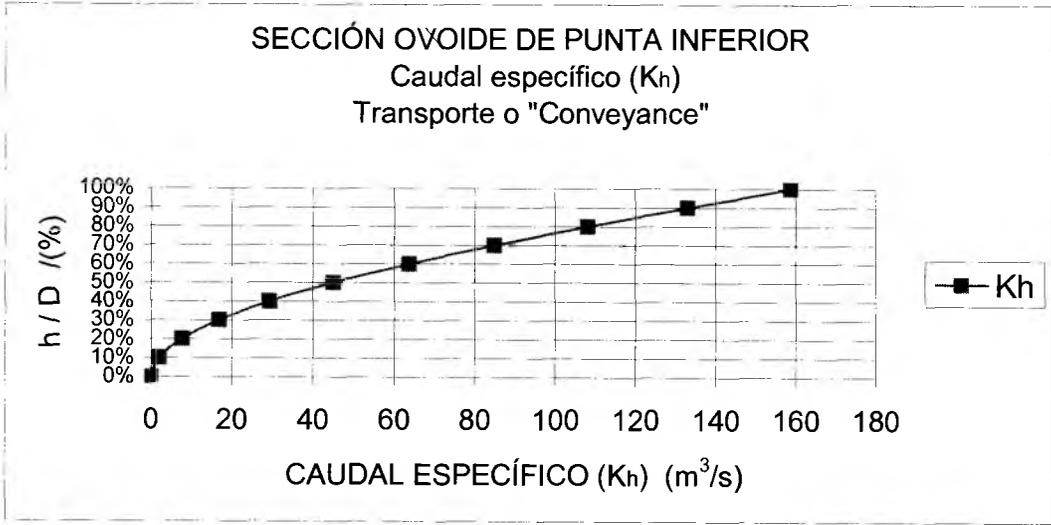
h / D	h	V	Q	$\alpha V^2/2g$	Energía Esp	NF	$\epsilon$	$K_h$
0%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0	0,0	0,0
10%	0,200	0,604	0,068	0,019	0,219	0,516	50,2	1,9
20%	0,400	0,881	0,264	0,040	0,440	0,532	55,2	7,6
30%	0,600	1,078	0,581	0,059	0,659	0,536	58,0	16,8
40%	0,800	1,237	1,015	0,078	0,878	0,534	60,1	29,3
50%	1,000	1,373	1,560	0,096	1,096	0,529	61,6	45,0
60%	1,200	1,490	2,207	0,113	1,313	0,522	62,9	63,7
70%	1,400	1,592	2,941	0,129	1,529	0,513	64,0	84,9
80%	1,600	1,680	3,748	0,144	1,744	0,501	64,8	108,2
90%	1,800	1,756	4,609	0,157	1,957	0,488	65,6	133,1
100%	2,000	1,821	5,506	0,169	2,169	0,473	66,2	158,9
110%	2,200	1,874	6,409	0,179	2,379	0,453	66,6	185,0
120%	2,400	1,909	7,256	0,186	2,586	0,423	66,9	209,4
130%	2,600	1,918	7,954	0,188	2,788	0,380	67,0	229,6
140%	2,800	1,889	8,369	0,182	2,982	0,314	66,8	241,6
150%	3,000	1,720	7,900	0,151	3,151		65,2	228,1

### 3.5.5 Curvas unitarias de parámetros hidráulicos



**3.5.6 Curvas de: Número de Froude (NF), coeficiente de Chézy ( $\phi$ ), caudal específico ( $K_h$ ) y caudal (Q), contra la relación h/H.**





### 3.6 SECCIÓN PARABÓLICA $Y = 2 X^2$

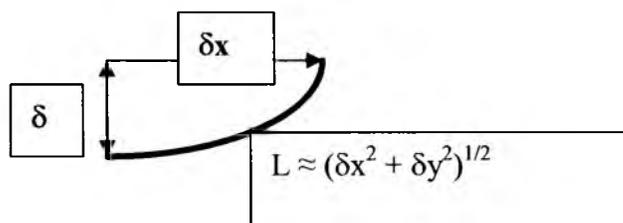
#### 3.6.1 Parámetros de la sección

Cuerda	Altura				
Superior	Máxima	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad
T	(H)	So=Sw=Sf	(n)	Coriolis	(g)
(m)	(m)	(‰)	(m <sup>-1/3</sup> s)	(α)	(m <sup>2</sup> /s)
2,000	2,000	1,2	0,014	1,00	9,81

#### 3.6.2 Geometría

Área (A)  $A = 2/3 * T * h$

Perímetro (P)



$$L = \int \{1 + (\delta y / \delta x)^2\}^{1/2} * \delta x$$

Los límites de esta integral serán: inferior  $x = 0$  y el superior  $x = T/2$  para la rama derecha de la parábola.

$$K * y = X^2 \quad \delta y / \delta x = (2/k) * x$$

$$L = \int \{1 + (2/k * x)^2\}^{1/2} * \delta x$$

Setiene:  $u = 2/k * x \quad \delta u = 2/k \delta x$

$$L = 1/2 k * \int (1 + u^2)^{1/2} * \delta u$$

1 THOMAS, George B. Cálculo infinitesimal y geometría analítica. Jr. Pag 223. Taylor and Wade. University calculus. Pag 359.

La solución de la integral es: <sup>2</sup>

$$\int (1 + u^2)^{1/2} * \delta u = \frac{1}{2} u * (u^2+1)^{1/2} + \frac{1}{2} \text{LN}\{u + (u^2+1)^{1/2}\}$$

Volviendo a la variable x:

$$L = \frac{1}{2} k \left[ \frac{1}{2} (2/k)*x \right] * \{(2x/k)^2+1\}^{1/2} + \frac{1}{2} \text{LN} \{2x/k + \{(2x/k)^2+1\}^{1/2}\}$$

Los límites serán: inferior x = 0 y el superior x = T/2:

$$L = \frac{1}{2} x * \{(2x/k)^2+1\}^{1/2} + \frac{1}{4} k * \text{LN} \{2x/k + \{(2x/k)^2+1\}^{1/2}\}$$

Aplicando los límites, tenemos para la rama derecha de la parábola.

$$L = \frac{1}{4} T * \{(T/k)^2+1\}^{1/2} + \frac{1}{4} k * \text{LN} \{T/k + \{(T/k)^2+1\}^{1/2}\}$$

K = T<sup>2</sup>/4h reemplazando:

$$L = \frac{1}{4} T * \{(4h/T)^2+1\}^{1/2} + (1/16)*(T^2/h) * \text{LN} \{4h/T + \{(4h/T)^2+1\}^{1/2}\}$$

El perímetro es el doble de la rama derecha de la parábola, entonces:

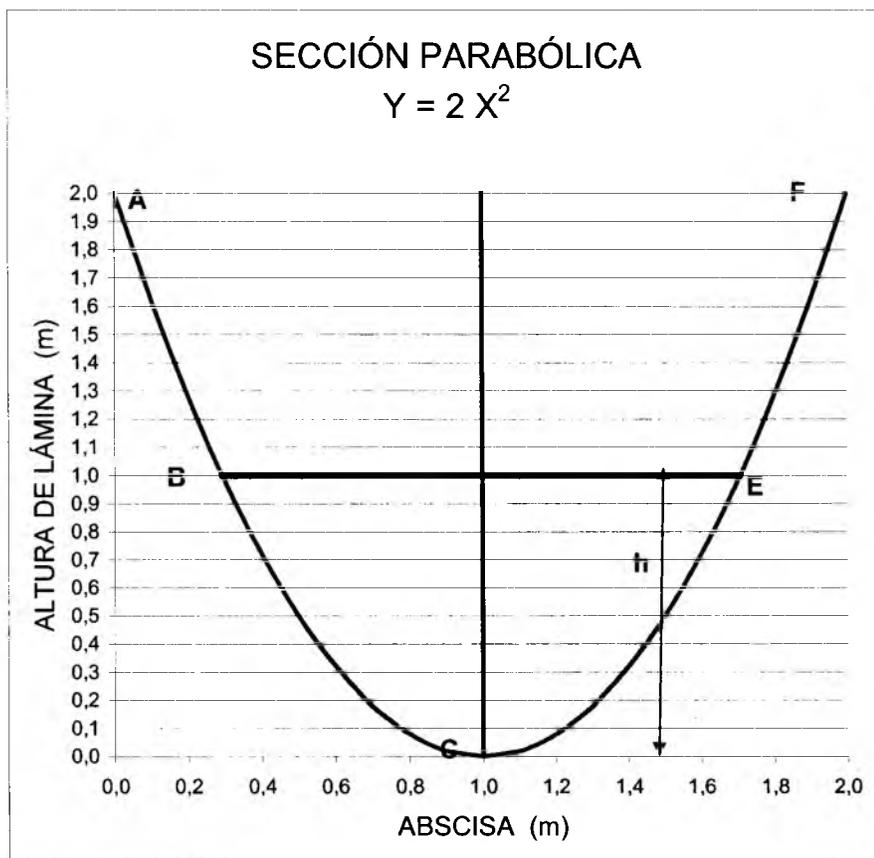
$$P = 2*L = \frac{1}{2} * T * [\{(4h/T)^2+1\}^{1/2} + (T/4h) * \text{LN} \{4h/T + \{(4h/T)^2+1\}^{1/2}\}] \quad 3$$

Superficie libre (T)  $T = 2 * (h/2)^{1/2}$

---

<sup>2</sup> H. E. Taylor and T. L. Wade. University calculus and subsets of the plane. Pag 319

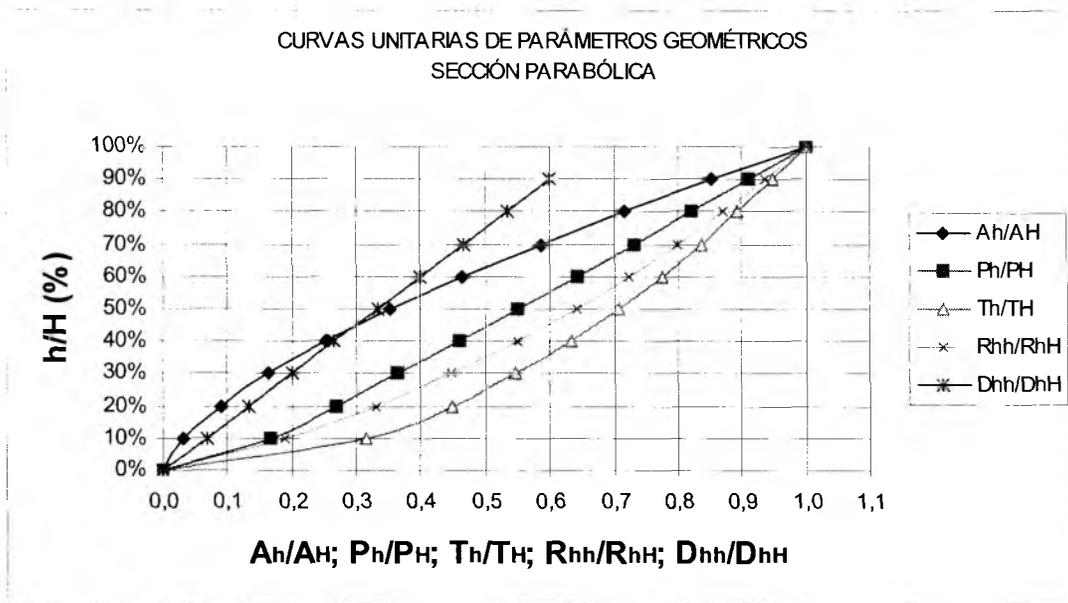
<sup>3</sup> Ven Te Chow. Open channel hydraulics. Pag 21



A continuación se detallan los parámetros geométricos para cada décimo de la altura total.

<b>h / H</b>	<b>h</b>	<b>A</b>	<b>P</b>	<b>T</b>	<b>R<sub>h</sub></b>	<b>D<sub>h</sub></b>
	<b>(m)</b>	<b>(m<sup>2</sup>)</b>	<b>(m)</b>	<b>(m)</b>	<b>(m)</b>	<b>(m)</b>
0%	0,000	0,000		0,000	0,000	0,000
10%	0,200	0,084	0,774	0,632	0,109	0,133
20%	0,400	0,239	1,253	0,894	0,190	0,267
30%	0,600	0,438	1,701	1,095	0,258	0,400
40%	0,800	0,675	2,135	1,265	0,316	0,533
50%	1,000	0,943	2,562	1,414	0,368	0,667
60%	1,200	1,239	2,984	1,549	0,415	0,800
70%	1,400	1,562	3,403	1,673	0,459	0,933
80%	1,600	1,908	3,819	1,789	0,500	1,067
90%	1,800	2,277	4,234	1,897	0,538	1,200
100%	2,000	2,667	4,647	2,000	0,574	1,333

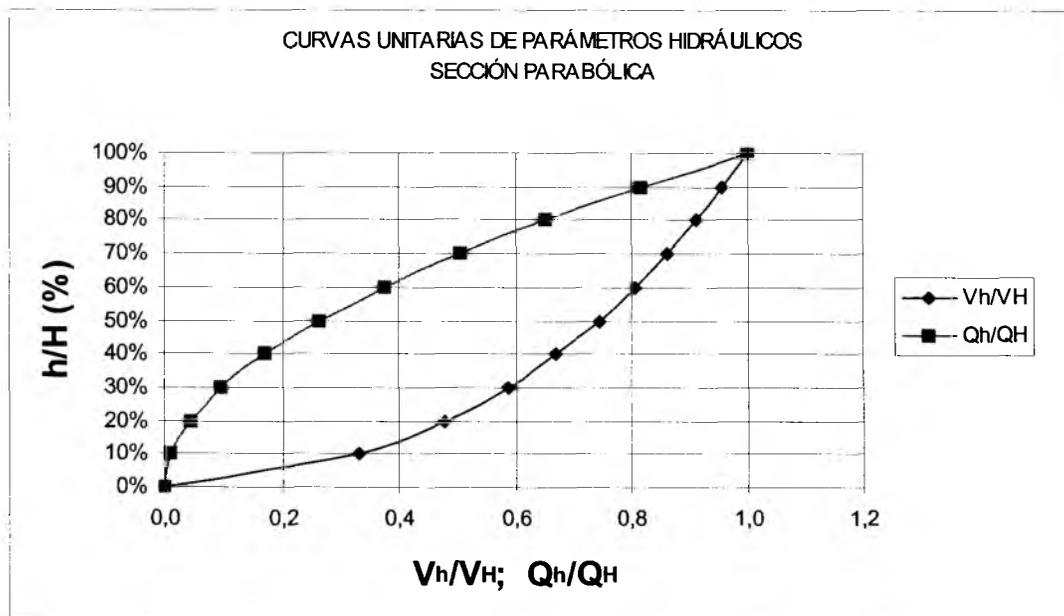
### 3.6.3 Curvas unitarias de parámetros geométricos



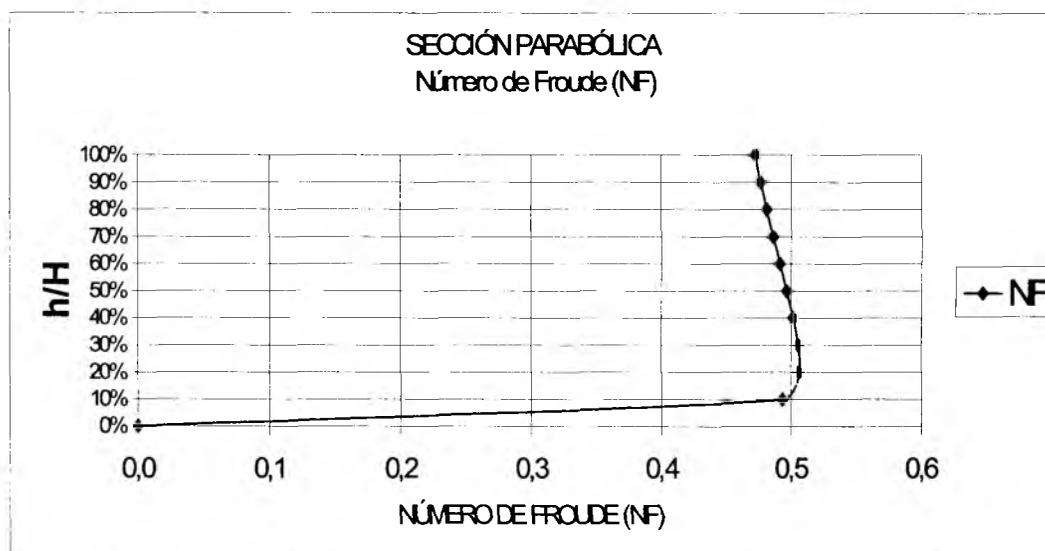
### 3.6.4 Hidráulica

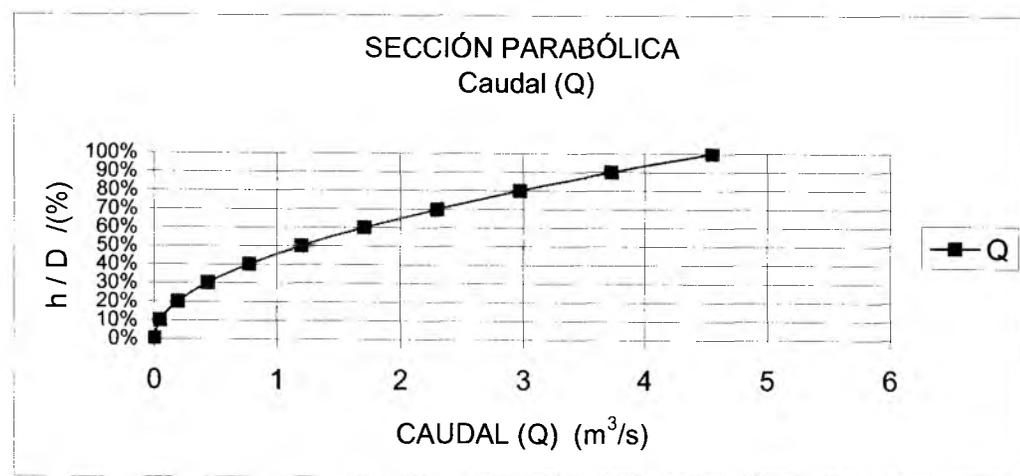
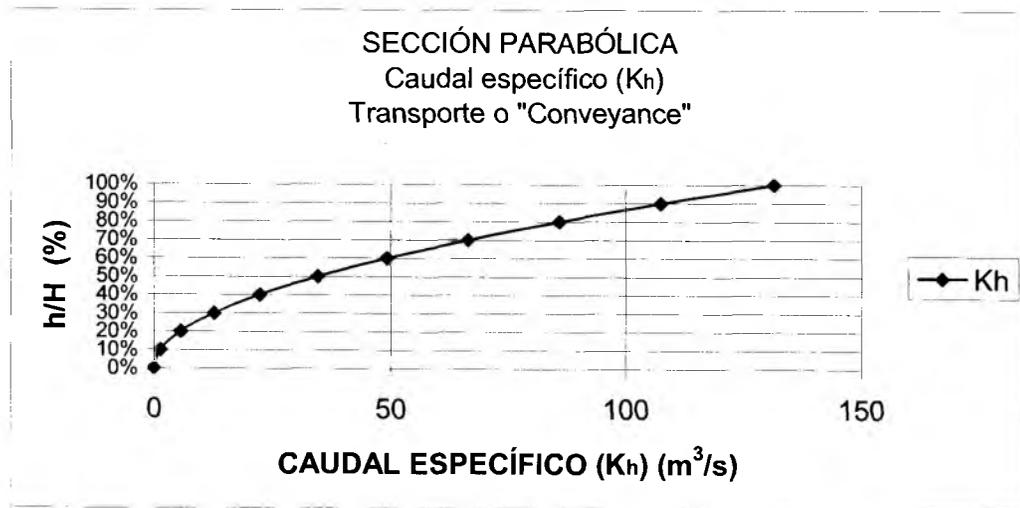
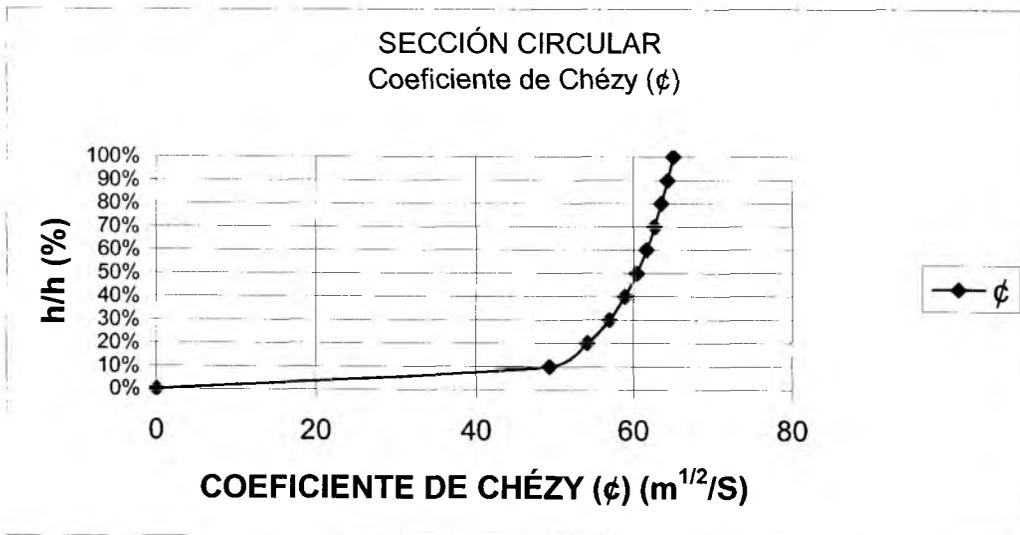
$h / D$	$h$	$V$	$Q$	$\alpha V^2/2g$	Energía Esp	NF	$\epsilon$	$Kh$
	(m)	(m/s)	(m <sup>3</sup> /s)	(m)	(m)		(m <sup>1/2</sup> s <sup>-1</sup> )	(m <sup>3</sup> /s)
0%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0	0,0	0,0
10%	0,200	0,564	0,048	0,016	0,216	0,493	49,4	1,4
20%	0,400	0,819	0,195	0,034	0,434	0,506	54,2	5,6
30%	0,600	1,002	0,439	0,051	0,651	0,506	57,0	12,7
40%	0,800	1,148	0,774	0,067	0,867	0,502	58,9	22,4
50%	1,000	1,271	1,198	0,082	1,082	0,497	60,5	34,6
60%	1,200	1,377	1,707	0,097	1,297	0,492	61,7	49,3
70%	1,400	1,472	2,299	0,110	1,510	0,487	62,7	66,4
80%	1,600	1,558	2,973	0,124	1,724	0,482	63,6	85,8
90%	1,800	1,636	3,726	0,136	1,936	0,477	64,4	107,5
100%	2,000	1,709	4,557	0,149	2,149	0,472	65,1	131,5

### 3.6.5 Curvas unitarias de parámetros hidráulicos



### 3.6.6 Curvas de: Número de Froude (NF), coeficiente de Chézy ( $\zeta$ ), caudal específico ( $K_h$ ) y caudal ( $Q$ ), contra la relación $h/H$ .





## ANEXO 4

### ESTUDIO DE CONDICIONES CRÍTICAS

- 1) CAUDAL CONSTANTE
- 2) ENERGÍA ESPECÍFICA CONSTANTE PARA SEIS (6) SECCIONES

- Rectangular.
- Trapezoidal.
- Circular.
- Herradura de patas curvas.
- Ovoide normal de punta inferior.
- Parabólica.

#### OBJETO

El objeto es el estudio de las condiciones críticas de flujo en seis (6) secciones prismáticas de uso común en los desarrollos hidráulicos. Se estudiarán, para cada sección, dos casos específicos: el primero con caudal constante y el segundo con energía específica constante. En cada caso se darán a conocer los siguientes aspectos:

1. Parámetros de la sección.
2. Parámetros críticos para caudal constante.
3. Tabla de valores  $h - E_e$
4. Curva lámina ( $h$ ) - Energía específica ( $E_e$ ).
5. Parámetros críticos para energía específica constante.
6. Tabla de valores  $h - Q$ .
7. Curva Lámina ( $h$ ) - Caudal ( $Q$ ).

*Sirva este texto de tributo de admiración al Profesor Armando Lencastre. Las sabidurías de su obra "Manuel D'Hydraulique Générale", han permitido caminar las enseñanzas sobre vertederos de cresta aguda, sobre condiciones críticas de flujo y sobre curvas de remanso en forma comprensible.*

*Éditions Eyrolles  
Laboratorio Nacional de Engenharia Civil  
Lisboa-1973 - Paris 5ª Ed.*

## 4.1 SECCIÓN RECTANGULAR

### 4.1.1 Caso 1: Caudal (Q) constante

#### 4.1.1.1 Parámetros de la sección

Base	Altura Max.	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	Caudal
(b)	(H)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)	(Q)
(m)	(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	( $m^3/s$ )
2,500	1,500	1,2	0,014	1,00	9,81	5.000

#### 4.1.1.2 Parámetros críticos

1.- Se asume la altura semilla (h) y se calcula la geometría.

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta.

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)
49,4%	<b>0,7415</b>	1,854	3,983	2,500	0,465	0,742

2.- Sujeto a las siguientes restricciones:

$$V=Q/A \quad 2,697 \quad \text{igual a} \quad V=(gD_h)^{1/2} \quad 2,697$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

5.1  $NF = V/(gD_{hc}/\alpha)^{1/2}$  1,000

5.2  $E_{ec} = h_c + \alpha V^2/2g$  1,112 igual  $E_{ec} = h_c + D_{hc}/2$  1,112

5.3 Calcular  $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$  (Manning) 0,003953

5.4  $V = 1/n R_{hc}^{2/3} S_{fc}^{1/2}$  2,697 igual  $Q/A_c$  2,697

5.5  $Q/g^{1/2}$  1,5964 igual  $A*D_{hc}^{1/2}$  1,5964

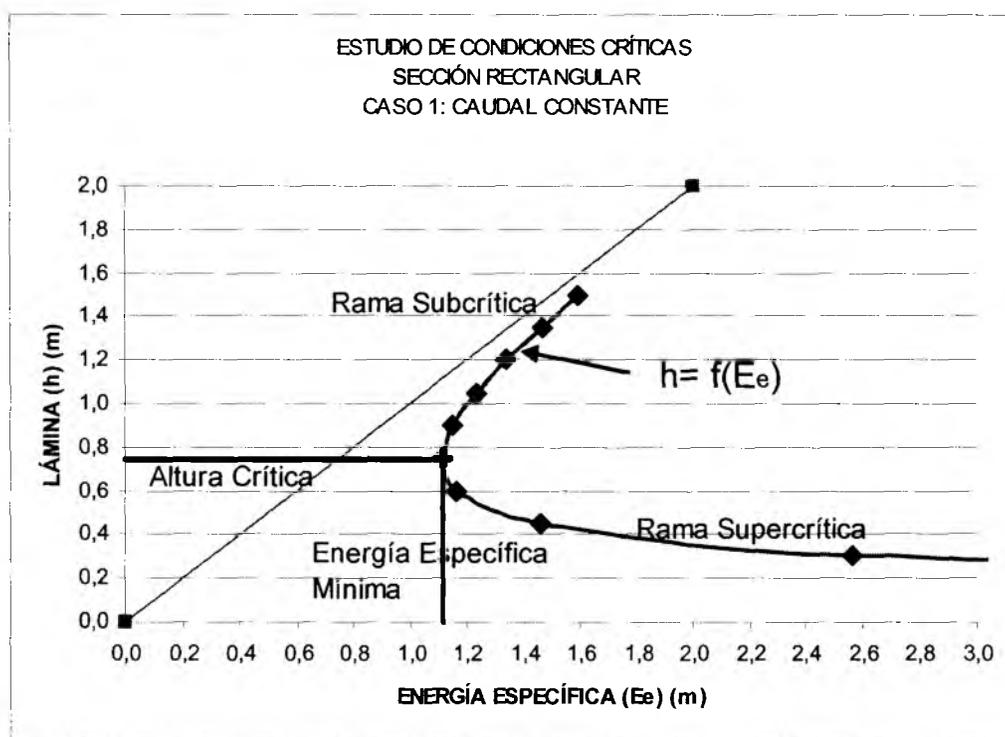
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} \quad 62,9 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} \quad 79,5$$

#### 4.1.1.3 Tabla de valores h - E<sub>e</sub>

h / H	h (m)	V (m/s)	S <sub>f</sub>	S <sub>f</sub> (‰)	$\alpha V^2/2g$ (m)	Energía Esp (m)	NF
0%	0,000						
10%	0,150	13,333	0,508514	508,514	9,061	9,211	10,992
20%	0,300	6,667	0,057784	57,784	2,265	2,565	3,886
30%	0,450	4,444	0,016917	16,917	1,007	1,457	2,115
40%	0,600	3,333	0,007258	7,258	0,566	1,166	1,374
<b>49,4%</b>	<b>0,742</b>	<b>2,697</b>	<b>0,003953</b>	<b>3,953</b>	<b>0,371</b>	<b>1,112</b>	<b>1,000</b>
50%	0,750	2,667	0,003828	3,828	0,362	1,112	0,983
60%	0,900	2,222	0,002296	2,296	0,252	1,152	0,748
70%	1,050	1,905	0,001502	1,502	0,185	1,235	0,593
80%	1,200	1,667	0,001047	1,047	0,142	1,342	0,486
90%	1,350	1,481	0,000766	0,766	0,112	1,462	0,407
100%	1,500	1,333	0,000581	0,581	0,091	1,591	0,348

#### 4.1.1.4 Curva h - E<sub>e</sub>



## 4.1.2 Caso 2: Energía específica (Ee) Constante

### 4.1.2.1 Parámetros de la sección

Base	Altura Max.	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	Energía Esp.
(b)	(H)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)	( $E_c$ )
(m)	(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	(m)
2,500	1,500	1,2	0,014	1,00	9,81	1,500

### 4.1.2.2 Parámetros críticos

1.- Se asume la altura semilla (h) y se calcula que la geometría

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta

hc / H	hc	A <sub>c</sub>	P <sub>c</sub>	T <sub>c</sub>	R <sub>hc</sub>	D <sub>hc</sub>
	(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m)	(m)
66,7%	<b>1,0000</b>	2,500	4,500	2,500	0,556	1,000

2.- Sujeto a las siguientes restricciones:

$$E_e \quad 1,500 \quad \text{igual a} \quad E_{ec}=h_c+D_{hc}/2 \quad 1,500$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

5.0 Calcular  $V_c=(2g*(E_c-h_c))^{1/2}$  3,132

Calcular  $Q=V_c*A_c$  7,830

5.1  $NF = V_c/(gD_{hc}/\alpha)^{1/2}$  1,000

5.2  $E_{ec} = h_c + \alpha V_c^2/2g$  1,500 igual  $E_{ec} = h_c + D_{hc}/2$  1,500

5.3  $Q/g^{1/2}$  2,5000 igual  $A*D_{hc}^{1/2}$  2,5000

5.4 Calcular  $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$  (Manning) 0,004210

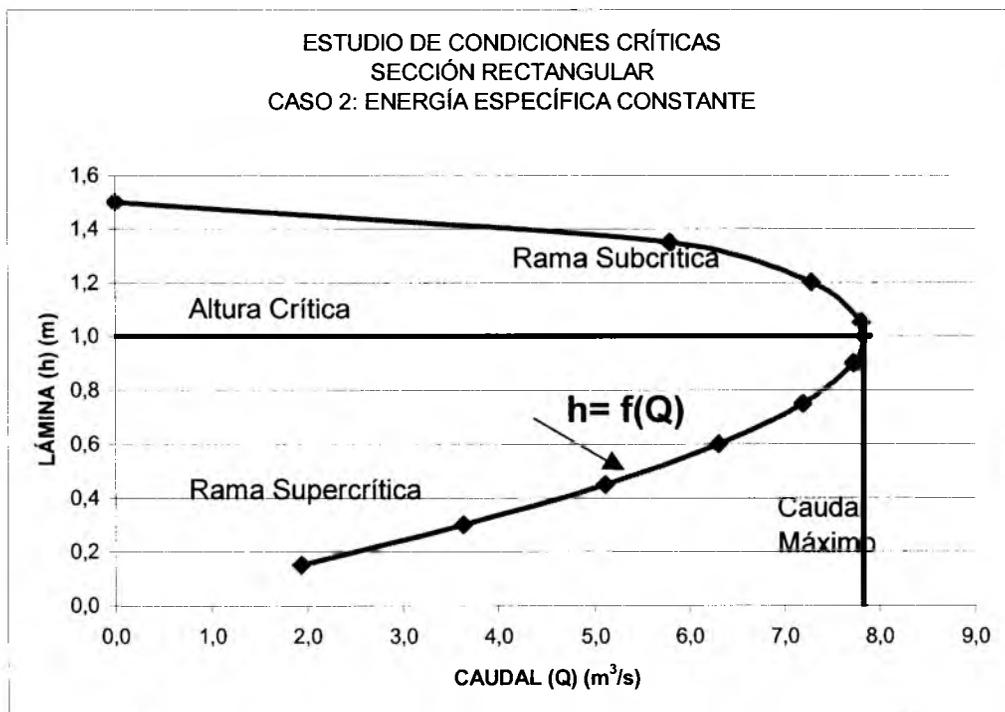
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} \quad 64,8 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} \quad 120,7$$

#### 4.1.2.3 Tabla de valores h - Q.

<b>h / H</b>	<b>h</b>	<b>V</b>	<b>Q</b>	<b>S<sub>f</sub></b>	<b><math>\alpha V^2/2g</math></b>	<b>Energía Esp</b>	<b>NF</b>
	(m)	(m/s)	(m <sup>3</sup> /s)		(m)	(m)	
0%	0,000						
10%	0,150	5,147	1,930	0,075763	1,350	1,500	4,243
20%	0,300	4,852	3,639	0,030610	1,200	1,500	2,828
30%	0,450	4,539	5,106	0,017643	1,050	1,500	2,160
40%	0,600	4,202	6,303	0,011535	0,900	1,500	1,732
50%	0,750	3,836	7,193	0,007921	0,750	1,500	1,414
60%	0,900	3,431	7,720	0,005472	0,600	1,500	1,155
<b>66,7%</b>	<b>1,000</b>	<b>3,132</b>	<b>7,830</b>	<b>0,004210</b>	<b>0,500</b>	<b>1,500</b>	<b>1,000</b>
70%	1,050	2,971	7,800	0,003656	0,450	1,500	0,926
80%	1,200	2,426	7,278	0,002219	0,300	1,500	0,707
90%	1,350	1,716	5,790	0,001026	0,150	1,500	0,471
100%	1,500	0,000	0,000	0,000000	0,000	1,500	0,000

#### 4.1.2.4 Curva h - Q



## 4.2 SECCIÓN TRAPEZOIDAL

### 4.2.1 Caso 1: Caudal (Q) constante

#### 4.2.1.1 Parámetros de la sección

Base	Altura Max.	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	Talud Der	Talud Iz	Caudal
(b)	(H)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)	V:H 1/a	V:H 1/c	(Q)
(m)	(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	a	c	( $m^3/s$ )
1,200	1,500	1,2	0,014	1,00	9,81	0,80	1,00	5,000

#### 4.2.1.2 Parámetros críticos

##### ESTUDIO DE CONDICIONES CRÍTICAS DE FLUJO

##### Caso 1: CAUDAL (Q) CONSTANTE

Q = 5,000

1. Se asume la altura semilla (h) y se calcula la geometría

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)
63%	<b>0,9491</b>	1,950	3,758	2,908	0,519	0,670

2. Sujeto a las siguientes restricciones:

$$V=Q/A \quad 2,564 \quad \text{igual a} \quad V=(gD_h)^{1/2} \quad 2,564$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

$$5.1 \quad NF = V/(gD_{hc}/\alpha)^{1/2} \quad 1,000$$

$$5.2 \quad E_{ec} = h_c + \alpha V^2/2g \quad 1,284 \quad \text{igual} \quad E_{ec} = h_c + D_{hc}/2$$

$$5.3 \quad \text{Calcular } S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3} \text{ (Manning)} \quad 0,003092$$

$$5.4 \quad V = 1/n R_{hc}^{2/3} S_{fc}^{1/2} \quad 2,564 \quad \text{igual} \quad Q/A_c \quad 2,564$$

$$5.5 \quad Q/g^{1/2} \quad 1,5964 \quad \text{igual} \quad A \cdot D_{hc}^{1/2} \quad 1,5964$$

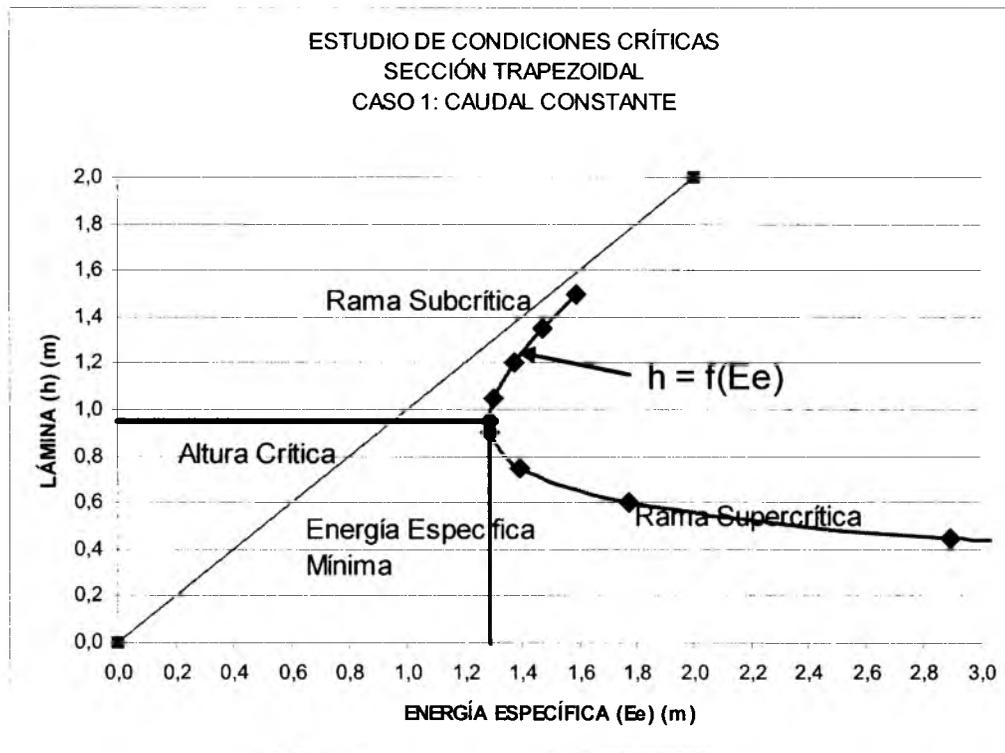
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} \quad 64,0 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2}$$

#### 4.2.1.3 Tabla de valores h-E<sub>e</sub>.

h / H	h (m)	V (m/s)	S <sub>r</sub>	S <sub>r</sub> (‰)	$\alpha V^2/2g$ (m)	Energía Esp (m)	NF
0%	0,000						
10%	0,150	24,969	1,958732	1958,732	31,776	31,926	21,599
20%	0,300	11,338	0,190202	190,202	6,552	6,852	7,190
30%	0,450	6,923	0,046907	46,907	2,443	2,893	3,687
40%	0,600	4,789	0,016887	16,887	1,169	1,769	2,260
50%	0,750	3,556	0,007482	7,482	0,644	1,394	1,529
60%	0,900	2,764	0,003783	3,783	0,389	1,289	1,102
<b>63%</b>	<b>0,949</b>	<b>2,564</b>	<b>0,003092</b>	<b>3,092</b>	<b>0,335</b>	<b>1,284</b>	<b>1,000</b>
70%	1,050	2,220	0,002098	2,098	0,251	1,301	0,830
80%	1,200	1,827	0,001246	1,246	0,170	1,370	0,647
90%	1,350	1,534	0,000780	0,780	0,120	1,470	0,517
100%	1,500	1,307	0,000510	0,510	0,087	1,587	0,421

#### 4.2.1.4 Curva h-E<sub>e</sub>.



## 4.2.2 Caso 2: Energía específica ( $E_e$ ) constante

### 4.2.2.1 Parámetros de la sección

Base	Altura Max.	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	Talud Der	Talud Iz	Caudal
(b)	(H)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)	V:H 1/a	V:H 1/c	(Q)
(m)	(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	a	c	( $m^3/s$ )
1,200	1,500	1,2	0,014	1,00	9,81	0,80	1,00	5,000

### 4.2.2.2 Parámetros críticos

ESTUDIO DE CONDICIONES CRÍTICAS DE FLUJO

**Caso 2: ENERGÍA ESPECÍFICA ( $E_e$ ) CONSTANTE**

$E_e = 1,500$  (m)

1. Se asume la altura semilla (h) y se calcula la geometría

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)
74%	<b>1,1165</b>	2,462	4,209	3,210	0,585	0,767

2. Sujeto a las siguientes restricciones:

$$E_e = 1,500 \quad \text{igual a} \quad E_{cc} = h_c + D_{hc}/2 = 1,500$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

5.0 Calcular  $V_c = (2g*(E_e - h_c))^{1/2}$  2,743

Calcular  $Q = V_c * A_c$  6,753

5.1  $NF = V_c / (gD_{hc}/\alpha)^{1/2}$  1,000

5.2  $E_{cc} = h_c + \alpha V_c^2 / 2g$  1,500 igual  $E_{cc} = h_c + D_{hc}/2$  1,500

5.3  $Q/g^{1/2}$  2,1559 igual  $A * D_{hc}^{1/2}$  2,1559

5.4 Calcular  $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$  (Manning) 0,003015

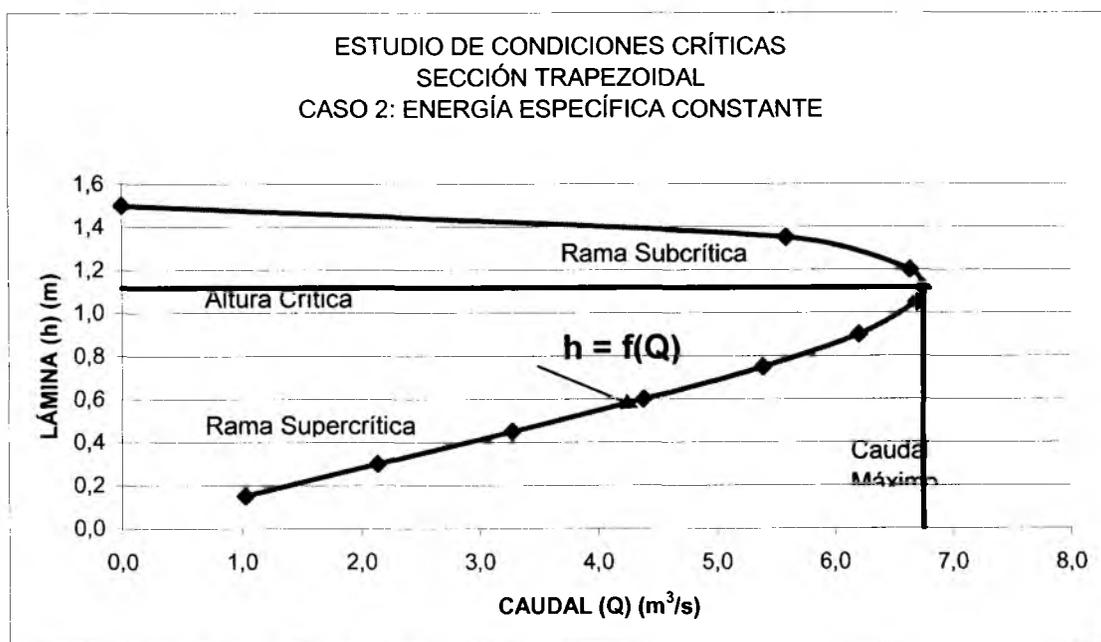
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} = 65,3 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} = 123,0$$

#### 4.2.2.3 Tabla de valores h-Q.

<b>h / H</b>	<b>h</b>	<b>V</b>	<b>Q</b>	<b>S<sub>f</sub></b>	<b><math>\alpha V^2/2g</math></b>	<b>Energía Esp</b>	<b>NF</b>
	(m)	(m/s)	(m <sup>3</sup> /s)		(m)	(m)	
0%	0,000						
10%	0,150	5,147	1,031	0,083217	1,350	1,500	4,452
20%	0,300	4,852	2,140	0,034836	1,200	1,500	3,077
30%	0,450	4,539	3,278	0,020163	1,050	1,500	2,417
40%	0,600	4,202	4,387	0,013000	0,900	1,500	1,983
50%	0,750	3,836	5,394	0,008709	0,750	1,500	1,649
60%	0,900	3,431	6,207	0,005830	0,600	1,500	1,368
70%	1,050	2,971	6,692	0,003759	0,450	1,500	1,111
<b>74,4%</b>	<b>1,117</b>	<b>2,743</b>	<b>6,753</b>	<b>0,003015</b>	<b>0,383</b>	<b>1,500</b>	<b>1,000</b>
80%	1,200	2,426	6,638	0,002196	0,300	1,500	0,858
90%	1,350	1,716	5,593	0,000976	0,150	1,500	0,578
100%	1,500	0,000	0,000	0,000000	0,000	1,500	0,000

#### 4.2.2.4 Curva h-Q.



### 4.3 SECCIÓN CIRCULAR

#### 4.3.1 Caso 1: Caudal (Q) constante

##### 4.3.1.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	Caudal
(D)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)	(Q)
(m)	(%)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	( $m^3/s$ )
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	5,000

##### 4.3.1.2 Parámetros críticos

###### ESTUDIO DE CONDICIONES CRÍTICAS DE FLUJO

###### Caso 1: CAUDAL (Q) CONSTANTE

$$Q = 5,000 \text{ (m}^3/\text{s)}$$

1. Se asume la altura semilla (h) y se calcula la geometría

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$	$\beta$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Rad)
54%	<b>1,0743</b>	1,719	3,290	1,994	0,523	0,862	1,645

2. Sujeto a las siguientes restricciones:

$$V=Q/A \quad 2,908 \quad \text{igual a} \quad V=(gD_h)^{1/2} \quad 2,908$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

5.1	$NF = V/(gD_{hc}/\alpha)^{1/2}$	1,000				
5.2	$E_{ec} = h_c + \alpha V^2/2g$	1,505	igual	$E_{ec} = h_c + D_{hc}/2$	1,505	
5.3	Calcular $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$ (Manning)			0,003938		
5.4	$V = 1/n R_{hc}^{2/3} S_{fc}^{1/2}$	2,908	igual	$Q/A_c$	2,908	
5.5	$Q/g^{1/2}$	1,5964	igual	$A \cdot D_{hc}^{1/2}$	1,5964	

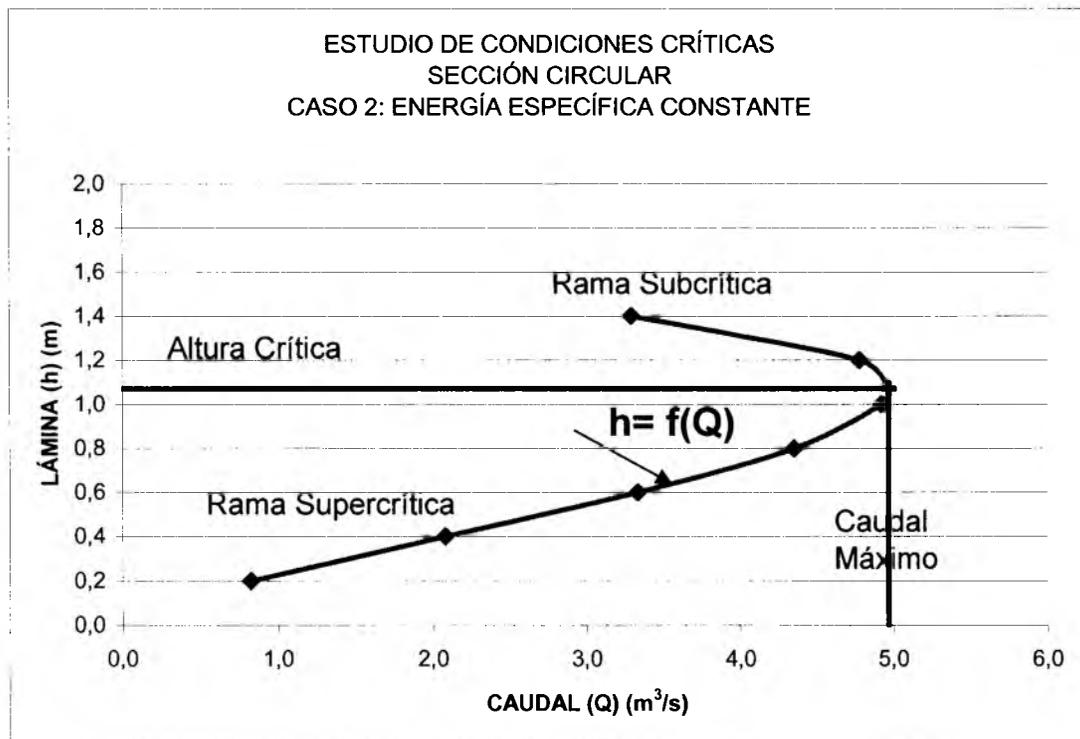
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} \quad 64,1 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} \quad 79,7$$

#### 4.3.1.3 Tabla de valores h-E<sub>e</sub>

h / H	h	V	S <sub>f</sub>	S <sub>f</sub>	$\alpha V^2/2g$	Energía Esp	NF
	(m)	(m/s)		(‰)	(m)	(m)	
0%	0,000						
10%	0,200	30,581	2,870116	2870,116	47,665	47,865	26,451
20%	0,400	11,178	0,163135	163,135	6,369	6,769	6,750
30%	0,600	6,308	0,032622	32,622	2,028	2,628	3,063
40%	0,800	4,261	0,011016	11,016	0,925	1,725	1,758
50%	1,000	3,183	0,005004	5,004	0,516	1,516	1,147
<b>54%</b>	<b>1,074</b>	<b>2,908</b>	<b>0,003938</b>	<b>3,938</b>	<b>0,431</b>	<b>1,505</b>	<b>1,000</b>
60%	1,200	2,541	0,002772	2,772	0,329	1,529	0,809
70%	1,400	2,129	0,001785	1,785	0,231	1,631	0,600
80%	1,600	1,856	0,001309	1,309	0,176	1,776	0,457
90%	1,800	1,679	0,001101	1,101	0,144	1,944	0,340
100%	2,000	1,592	0,001251	1,251	0,129	2,129	0,000

#### 4.3.1.4 Curva h-E<sub>e</sub>.



### 4.3.2 Caso 2: energía específica ( $E_e$ ) constante

#### 4.3.2.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	Energía Esp.
(D)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)	( $E_e$ )
(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	(m)
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	1,500

#### 4.3.2.2 Parámetros críticos

##### ESTUDIO DE CONDICIONES CRÍTICAS DE FLUJO

##### Caso 2: ENERGÍA ESPECÍFICA ( $E_e$ ) CONSTANTE

$E_e = 1,500$  (m)

1. Se asume la altura semilla (h) y se calcula la geometría.

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta.

$h_c/H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$	$\beta$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Rad)
54%	<b>1,0708</b>	1,712	3,283	1,995	0,522	0,858	1,642

2. Sujeto a las siguientes restricciones:

$$E_e = 1,500 \quad \text{igual a} \quad E_{ec} = h_c + D_{hc}/2 = 1,500$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

5.0 Calcular  $V_c = (2g*(E_e - h_c))^{1/2}$       2,902

Calcular  $Q = V_c * A_c$       4,969

5.1  $NF = V_c / (gD_{hc}/\alpha)^{1/2}$       1,000

5.2  $E_{ec} = h_c + \alpha V_c^2 / 2g$       1,500      igual       $E_{ec} = h_c + D_{hc}/2$       1,500

5.3  $Q/g^{1/2}$       1,5864      igual       $A * D_{hc}^{1/2}$       1,5864

5.4 Calcular  $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$  (Manning)      0,003931

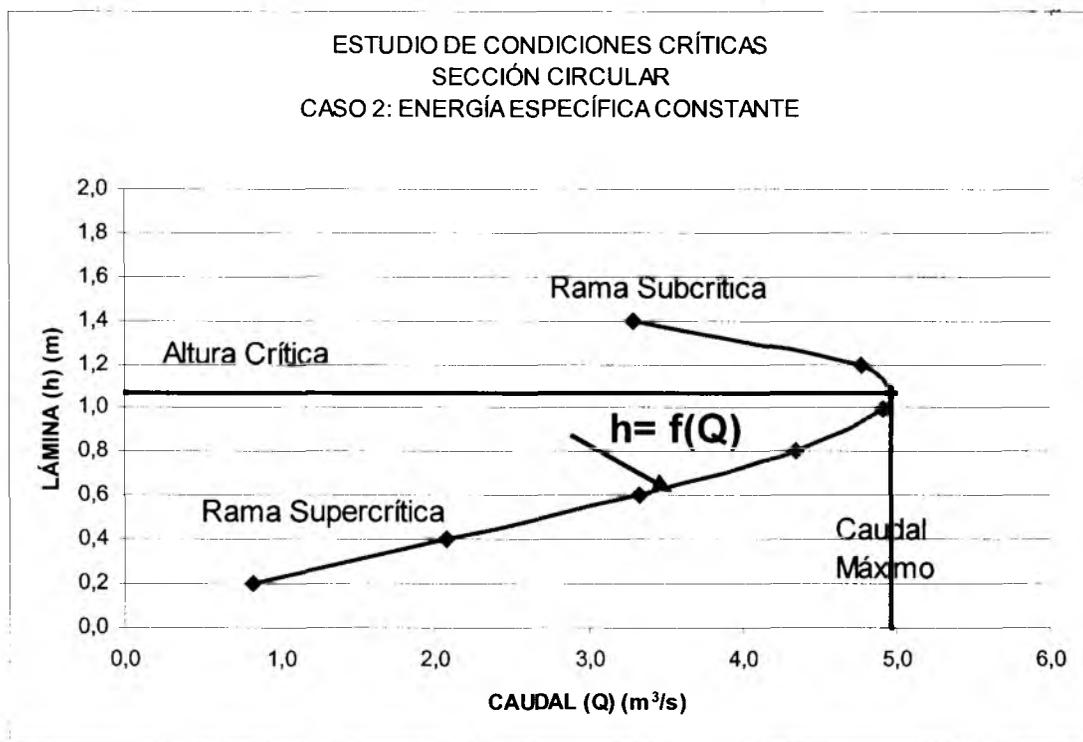
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} = 64,1 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} = 79,2$$

#### 4.3.2.3 Tabla de valores h - Q.

$h/H$	$h$	$V$	$Q$	$S_f$	$\alpha V^2/2g$	Energía Esp	NF
	(m)	(m/s)	(m <sup>3</sup> /s)		(m)	(m)	
0%	0,000						
10%	0,200	5,050	0,826	0,078279	1,300	1,500	4,368
20%	0,400	4,646	2,078	0,028176	1,100	1,500	2,805
30%	0,600	4,202	3,331	0,014478	0,900	1,500	2,040
40%	0,800	3,706	4,349	0,008334	0,700	1,500	1,529
50%	1,000	3,132	4,920	0,004845	0,500	1,500	1,128
<b>53,5%</b>	<b>1,071</b>	<b>2,902</b>	<b>4,969</b>	<b>0,003931</b>	<b>0,429</b>	<b>1,500</b>	<b>1,000</b>
60%	1,200	2,426	4,775	0,002528	0,300	1,500	0,773
70%	1,400	1,401	3,290	0,000773	0,100	1,500	0,395
80%	1,600						
90%	1,800						
100%	2,000						

#### 4.3.2.4 Curva h - Q.



## 4.4 SECCIÓN HERRADURA

### 4.4.1 Caso 1: Caudal (Q) constante

#### 4.4.1.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	$\gamma$	Semi cuerda	Flecha	Caudal
(D)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)		BI = BK	KC	(Q)
(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	(Rad)	(m)	(m)	( $m^3/s$ )
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	0,4240	0,8229	0,1771	5,000

#### 4.4.1.2 Parámetros críticos

##### CONDICIONES CRÍTICAS

Si  $h_c$  menor que  $D/2$

$$h_c < D/2$$

$$Q = 5,000 \text{ (m}^3/\text{s)}$$

1. Se asume la altura semilla (h) y se calcula la geometría

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$	$\delta$	$\beta$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Rad)	(Rad)
49,4%	<b>0,9872</b>	1,721	3,367	2,000	0,511	0,860	0,0064	

2. Sujeto a las siguientes restricciones:

$$V=Q/A \quad 2,905 \quad \text{igual a} \quad V=(gD_h)^{1/2} \quad 2,905$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

$$5.1 \quad NF = V/(gD_{hc}/\alpha)^{1/2} \quad 1,000$$

$$5.2 \quad E_{cc} = h_c + \alpha V^2/2g \quad 1,417 \quad \text{igual} \quad E_{cc} = h_c + D_{hc}/2 \quad 1,417$$

$$5.3 \quad \text{Calcular } S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3} \text{ (Manning)} \quad 0,004048$$

$$5.4 \quad V = 1/n R_{hc}^{2/3} S_{fc}^{1/2} \quad 2,905 \quad \text{igual} \quad Q/A_c \quad 2,905$$

$$5.5 \quad Q/g^{1/2} \quad 1,5964 \quad \text{igual} \quad A * D_{hc}^{1/2} \quad 1,5964$$

Luego se calcula:

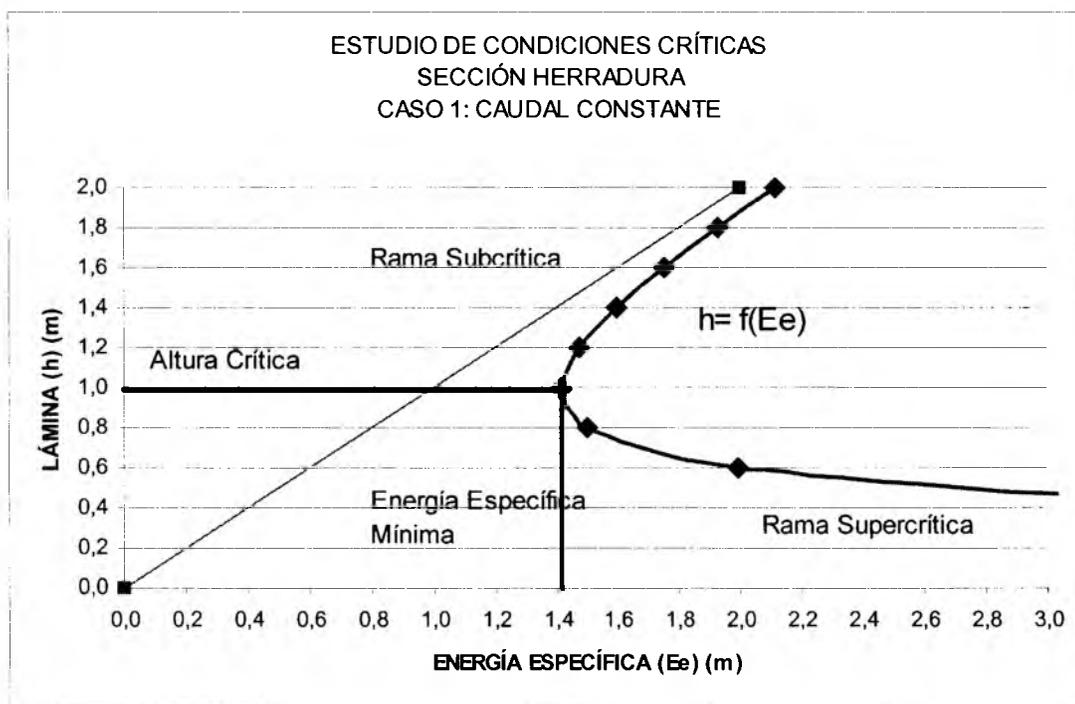
$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} \quad 63,9$$

$$K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} \quad 78,6$$

#### 4.4.1.3 Tabla de valores h-E<sub>e</sub>

h / H	h	V	S <sub>f</sub>	S <sub>f</sub>	$\alpha V^2/2g$	Energía Esp	NF
	(m)	(m/s)		(‰)	(m)	(m)	
0%	0,000						
10%	0,200	21,367	1,305	1304,855	23,270	23,470	18,203
20%	0,400	8,576	0,083	83,338	3,749	4,149	4,832
30%	0,600	5,223	0,020	20,129	1,391	1,991	2,361
40%	0,800	3,710	0,008	7,809	0,701	1,501	1,436
<b>49,4%</b>	<b>0,987</b>	<b>2,905</b>	<b>0,004</b>	<b>4,048</b>	<b>0,430</b>	<b>1,417</b>	<b>1,000</b>
50%	1,000	2,863	0,004	3,893	0,418	1,418	0,978
60%	1,200	2,332	0,002	2,283	0,277	1,477	0,712
70%	1,400	1,980	0,002	1,523	0,200	1,600	0,539
80%	1,600	1,742	0,001	1,142	0,155	1,755	0,415
90%	1,800	1,585	0,001	0,971	0,128	1,928	0,312
100%	2,000	1,507	0,001	1,099	0,116	2,116	

#### 4.4.1.4 Curva h-E<sub>e</sub>



#### 4.4.2 Caso 2: energía ( $E_e$ ) constante

##### 4.4.2.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	$\gamma$	SEMI CUERDA	FLECHA	Energía Esp.
(D)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)		BI = BK	KC	(Ee)
(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	(Rad)	(m)	(m)	(m)
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	0,4240	0,8229	0,1771	1,500

##### 4.4.2.2 Parámetros críticos

###### ESTUDIO DE CONDICIONES CRÍTICAS

###### Caso 2: ENERGÍA ESPECÍFICA ( $E_e$ )

###### CONSTANTE

$$E_e = 1,500 \text{ (m)}$$

1. Se asume la altura semilla (h) y se calcula la geometría.

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$	$\delta$	$\beta$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Rad)	(Rad)
52,1%	1,0420	1,830	3,476	1,998	0,527	0,916		0,042

2. Sujeto a las siguientes restricciones:

$$E_e = 1,500 \text{ igual a } E_{ec} = h_c + D_{hc}/2 = 1,500$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

5.0 Calcular  $V_c = (2g \cdot (E_e - h_c))^{1/2}$  2,998

Calcular  $Q = V_c \cdot A_c$  5,487

5.1  $NF = V_c / (g D_{hc} / \alpha)^{1/2}$  1,000

5.2  $E_{ec} = h_c + \alpha V_c^2 / 2g$  1,500 igual  $E_{ec} = h_c + D_{hc}/2$  1,500

5.3  $Q/g^{1/2}$  1,7519 igual  $A \cdot D_h^{1/2}$  1,7519

5.4 Calcular  $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$  (Manning) 0,004142

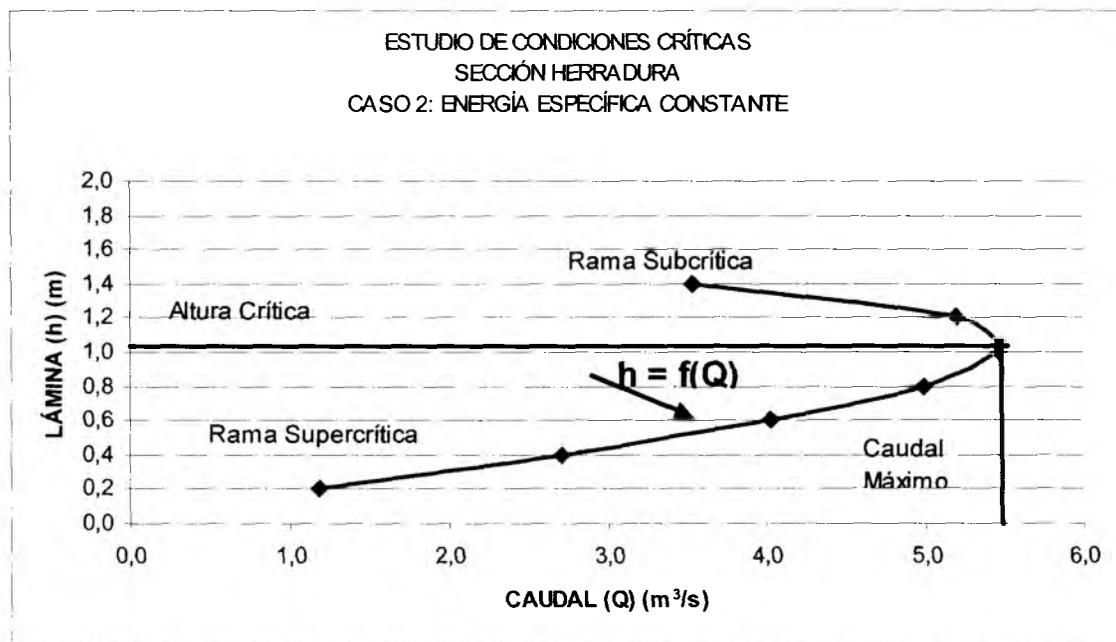
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n \cdot R_{hc}^{1/6} = 64,2 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} = 85,3$$

#### 4.4.2.3 Tabla de valores h-Q.

h / H	h	V	Q	Sf	$\alpha V^2/2g$	Energía Esp	NF
	(m)	(m/s)	(m <sup>3</sup> /s)		(m)	(m)	
0%	0,000						
10%	0,200	5,050	1,182	0,072898	1,300	1,500	4,302
20%	0,400	4,646	2,708	0,024453	1,100	1,500	2,618
30%	0,600	4,202	4,022	0,013028	0,900	1,500	1,900
40%	0,800	3,706	4,995	0,007794	0,700	1,500	1,434
50%	1,000	3,132	5,470	0,004660	0,500	1,500	1,070
<b>52%</b>	<b>104%</b>	<b>2,998</b>	<b>5,487</b>	<b>0,004142</b>	<b>0,458</b>	<b>1,500</b>	<b>1,000</b>
60%	1,200	2,426	5,201	0,002470	0,300	1,500	0,741
70%	1,400	1,401	3,536	0,000762	0,100	1,500	0,381
80%	1,600						
90%	1,800						
100%	2,000						

#### 4.4.2.4 Curva h-Q.



## 4.5 SECCIÓN OVOIDAL

### 4.5.1 Caso 1: caudal (Q) constante

#### 4.5.1.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	$\gamma$	Semi cuerda	Flecha	Caudal
(D)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)		CG	GE	(Q)
(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	(rad)	(m)	(m)	( $m^3/s$ )
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	0,643501	0,4000	0,2000	5,000

#### 4.5.1.2 Parámetros críticos

##### CONDICIONES CRÍTICAS

Si  $h_c$  menor que D

$$h_c < D$$

$$Q = 5,000 \quad (m^3/s)$$

1. Se asume la altura semilla (h) y se calcula la geometría.

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$	$\delta$	$\beta$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Rad)	(Ra)
65,3%	1,3061	1,673	3,388	1,837	0,494	0,911	0,2334	

2. Sujeto a las siguientes restricciones:

$$V=Q/A \quad 2,989 \quad \text{igual a} \quad V=(gD_h)^{1/2} \quad 2,989$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

$$5.1 \quad NF = V/(gD_{hc}/\alpha)^{1/2} \quad 1,000$$

$$5.2 \quad E_{ec} = h_c + \alpha V^2/2g \quad 1,761 \quad \text{igual} \quad E_{ec} = h_c + D_{hc}/2 \quad 1,761$$

$$5.3 \quad \text{Calcular } S_{fc} = n^2 Vc^2 / R_{hc}^{4/3} \quad (\text{Manning}) \quad 0,004485$$

$$5.4 \quad V = 1/n R_{hc}^{2/3} S_{fc}^{1/2} \quad 2,989 \quad \text{igual} \quad Q/A_c \quad 2,989$$

$$5.5 \quad Q/g^{1/2} \quad 1,5964 \quad \text{igual} \quad A * D_{hc}^{1/2} \quad 1,5964$$

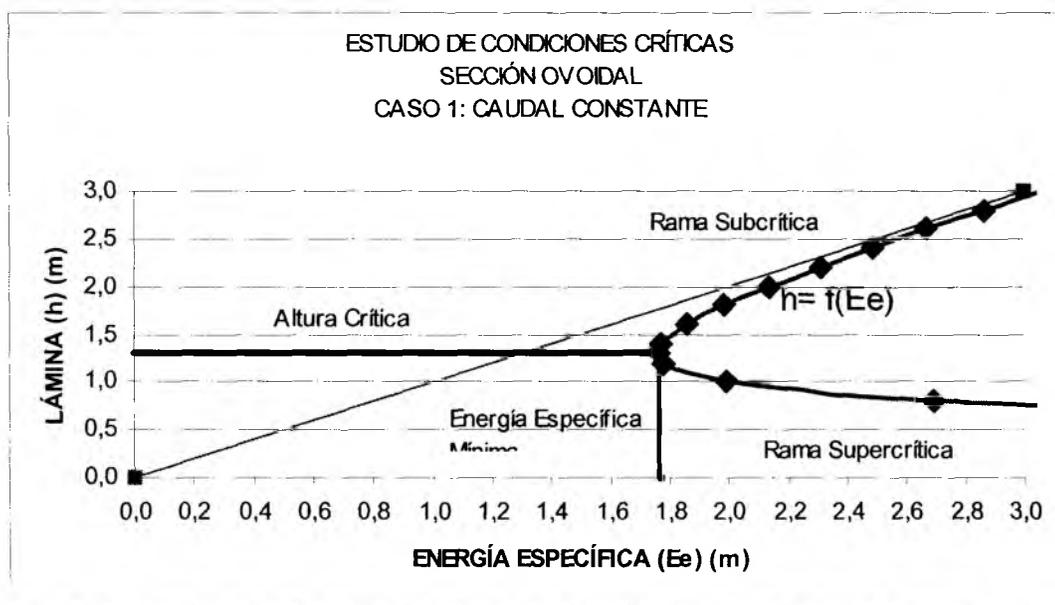
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} \quad 63,5 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} \quad 74,7$$

#### 4.5.1.3 Tabla de valores h-E<sub>e</sub>

h / H	h	V	S <sub>r</sub>	S <sub>f</sub>	$\alpha V^2/2g$	Energía Esp	NF
	(m)	(m/s)		(‰)	(m)	(m)	
0%	0,000						
10%	0,200	44,713	6,577172	6577,172	101,900	102,100	38,184
20%	0,400	16,657	0,429106	429,106	14,143	14,543	10,067
30%	0,600	9,275	0,088884	88,884	4,385	4,985	4,611
40%	0,800	6,095	0,029121	29,121	1,894	2,694	2,631
50%	1,000	4,399	0,012324	12,324	0,987	1,987	1,696
60%	1,200	3,376	0,006161	6,161	0,581	1,781	1,183
<b>65,3%</b>	<b>1,3061</b>	<b>2,989</b>	<b>0,004485</b>	<b>4,485</b>	<b>0,455</b>	<b>1,761</b>	<b>1,000</b>
70%	1,400	2,706	0,003468	3,468	0,373	1,773	0,871
80%	1,600	2,241	0,002136	2,136	0,256	1,856	0,669
90%	1,800	1,905	0,001412	1,412	0,185	1,985	0,529
100%	2,000	1,653	0,000990	0,990	0,139	2,139	0,429
110%	2,200	1,461	0,000730	0,730	0,109	2,309	0,353
120%	2,400	1,315	0,000570	0,570	0,088	2,488	0,292
130%	2,600	1,205	0,000474	0,474	0,074	2,674	0,239
140%	2,800	1,128	0,000428	0,428	0,065	2,865	0,188
150%	3,000	1,088	0,000481	0,481	0,060	3,060	

#### 4.5.1.4 Curva h-E<sub>e</sub>



## 4.5.2 Caso 2: energía específica (Ee) constante

### 4.5.2.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	$\gamma$	SEMI CUERDA	FLECHA	Ener. Esp.
(D)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)		CG	GE	(Ee)
(m)	(%)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	(Rad)	(m)	(m)	(m)
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	0,643501	0,4000	0,2000	1,500

### 4.5.2.2 Paramétros críticos

#### ESTUDIO DE CONDICIONES CRÍTICAS

**Caso 2: ENERGÍA ESPECÍFICA (Ee) CONSTANTE**  $E_e = 1,500$  (m)

1. Se asume la altura semilla (h) y se calcula la geometría.

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta.

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$	$\delta$	$\beta$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Rad)	(Rad)
55,8%	<b>1,1156</b>	1,332	2,993	1,733	0,445	0,769	0,2992	

2. Sujeto a las siguientes restricciones:

$$E_e = 1,500 \quad \text{igual a} \quad E_{cc} = h_c + D_{hc}/2 = 1,500$$

3.- Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

5.0 Calcular  $V_c = (2g*(E_c - h_c))^{1/2}$       2,746

Calcular  $Q = V_c * A_c$       3,659

5.1  $NF = V_c / (gD_{hc}/\alpha)^{1/2}$       1,000

5.2  $E_{cc} = h_c + \alpha V_c^2 / 2g$       1,500      igual       $E_{cc} = h_c + D_{hc}/2$       1,500

5.3  $Q/g^{1/2}$       1,1683      igual       $A_c * D_{hc}^{1/2}$       1,1683

5.4 Calcular  $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$  (Manning)      0,004348

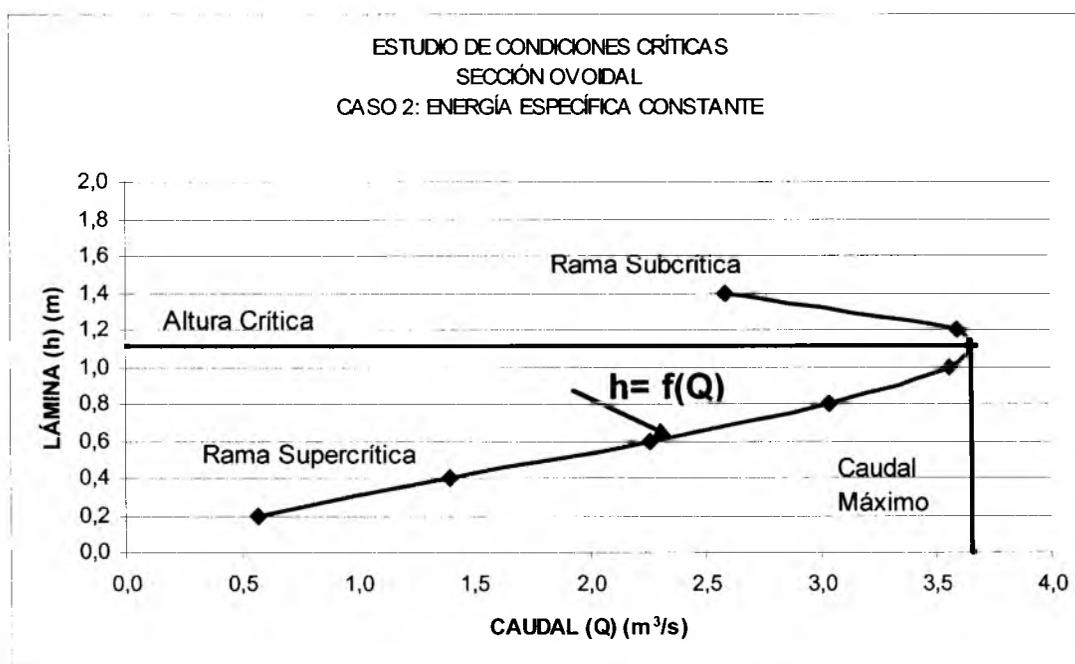
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} = 62,4 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} = 55,5$$

### 4.5.2.3 Tabla de valores h-Q.

h / H	h	V	Q	S <sub>r</sub>	$\alpha V^2/2g$	Energía Esp	NF
	(m)	(m/s)	(m <sup>3</sup> /s)		(m)	(m)	
0%	0,000						
10%	0,200	5,050	0,565	0,083909	1,300	1,500	4,313
20%	0,400	4,646	1,394	0,033376	1,100	1,500	2,808
30%	0,600	4,202	2,265	0,018243	0,900	1,500	2,089
40%	0,800	3,706	3,040	0,010763	0,700	1,500	1,600
50%	1,000	3,132	3,559	0,006245	0,500	1,500	1,207
<b>56%</b>	<b>1,1156</b>	<b>2,746</b>	<b>3,659</b>	<b>0,004348</b>	<b>0,384</b>	<b>1,500</b>	<b>1,000</b>
60%	1,200	2,426	3,593	0,003181	0,300	1,500	0,850
70%	1,400	1,401	2,588	0,000929	0,100	1,500	0,451
80%	1,600						
90%	1,800						
100%	2,000						

### 4.5.2.4 Curva h-Q.



## 4.6 SECCIÓN PARABÓLICA

### 4.6.1 Caso 1: caudal (Q) constante

#### 4.6.1.1 Parámetros de la sección

Cuerda	Altura					
Superior	Máxima	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	Caudal
T	(D)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)	(Q)
(m)	(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	( $m^3/s$ )
2,000	2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	5,000

#### 4.6.1.2 Parámetros críticos

ESTUDIO DE CONDICIONES CRÍTICAS DE FLUJO

**Caso 1: CAUDAL (Q) CONSTANTE**

$Q = 5,000 \text{ (m}^3/\text{s)}$

1. Se asume la altura semilla (h) y se calcula la geometría.

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta.

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)
72,0%	<b>1,4401</b>	1,629	3,487	1,697	0,467	0,960

2. Sujeto a las siguientes restricciones:

$$V=Q/A \quad 3,069 \quad \text{igual a} \quad V=(gD_h)^{1/2} \quad 3,069$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

- 5.1  $NF = V/(gD_{hc}/\alpha)^{1/2}$  1,000
- 5.2  $E_{cc} = h_c + \alpha V^2/2g$  1,920 igual  $E_{cc} = h_c + D_{hc}/2$  1,920
- 5.3 Calcular  $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$  (Manning) 0.005090
- 5.4  $V = 1/n R_{hc}^{2/3} S_{fc}^{1/2}$  3,069 igual  $Q/A_c$  3,069
- 5.5  $Q/g^{1/2}$  1,5964 igual  $A*D_{hc}^{1/2}$  1,5964

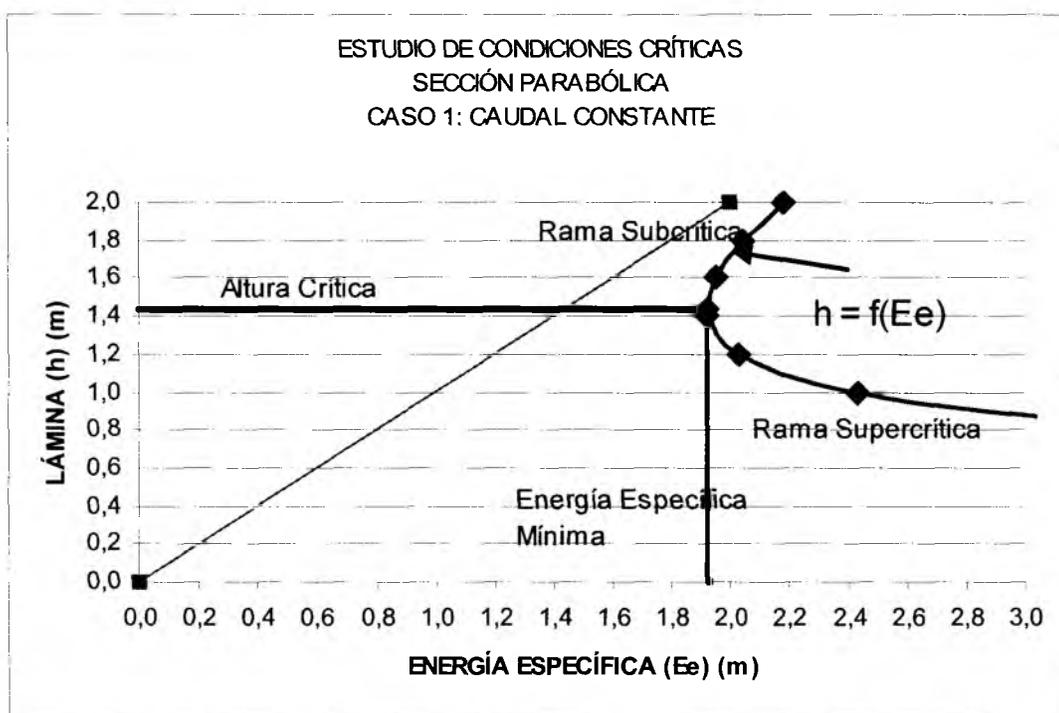
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} \quad 62,9 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} \quad 70,1$$

#### 4.6.1.3 Tabla de valores h-E<sub>e</sub>

h / H	h (m)	V (m/s)	S <sub>f</sub>	S <sub>f</sub> (‰)	$\alpha V^2/2g$ (m)	Energía Esp (m)	NF
0%	0,000						
10%	0,200	59,293	13,244789	13244,789	179,186	179,386	51,844
20%	0,400	20,963	0,786403	786,403	22,398	22,798	12,961
30%	0,600	11,411	0,155651	155,651	6,637	7,237	5,760
40%	0,800	7,412	0,050027	50,027	2,800	3,600	3,240
50%	1,000	5,303	0,020904	20,904	1,433	2,433	2,074
60%	1,200	4,034	0,010295	10,295	0,830	2,030	1,440
70%	1,400	3,202	0,005675	5,675	0,522	1,922	1,058
72%	<b>1,440</b>	<b>3,069</b>	<b>0,005090</b>	<b>5,090</b>	<b>0,480</b>	<b>1,920</b>	<b>1,000</b>
80%	1,600	2,620	0,003395	3,395	0,350	1,950	0,810
90%	1,800	2,196	0,002161	2,161	0,246	2,046	0,640
100%	2,000	1,875	0,001445	1,445	0,179	2,179	0,518

#### 4.6.1.4 Curva h-E<sub>e</sub>



## Caso 2: energía específica ( $E_e$ ) constante

### 4.6.2.1 Parámetros de la sección

Cuerda Superior	Altura Máxima	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	Energía Esp.
T	(D)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)	( $E_e$ )
(m)	(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	(m)
2,000	2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	1,500

### 4.6.2.2 Parámetros críticos

#### ESTUDIO DE CONDICIONES CRÍTICAS DE FLUJO

##### Caso 2: ENERGÍA ESPECÍFICA ( $E_e$ ) CONSTANTE

$E_e = 1,500$  (m)

1. Se asume la altura semilla ( $h$ ) y se calcula la geometría

SOLVER iterará este valor hasta encontrar la respuesta

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$	$\beta$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Rad)
56,2%	1,1250	1,125	2,826	1,500	0,398	0,750	

2. Sujeto a las siguientes restricciones:

$$E_e = 1,500 \quad \text{igual a} \quad E_{ec} = h_c + D_h/2 = 1,500$$

3. Activar SOLVER

4. "SOLVER ha obtenido una solución.

Se han cumplido todas las restricciones"

5. Verificar

5.0 Calcular  $V_c = (2g*(E_e - h_c))^{1/2}$  2,712

Calcular  $Q = V_c * A_c$  3,052

5.1  $NF = V_c / (gD_{hc}/\alpha)^{1/2}$  1,000

5.2  $E_{ec} = h_c + \alpha V_c^2 / 2g$  1,500 igual  $E_{ec} = h_c + D_{hc}/2$  1,500

5.3  $Q/g^{1/2}$  0,9743 igual  $A * D_h^{1/2}$  0,9743

5.4 Calcular  $S_{fc} = n^2 V_c^2 / R_{hc}^{4/3}$  (Manning) 0,004925

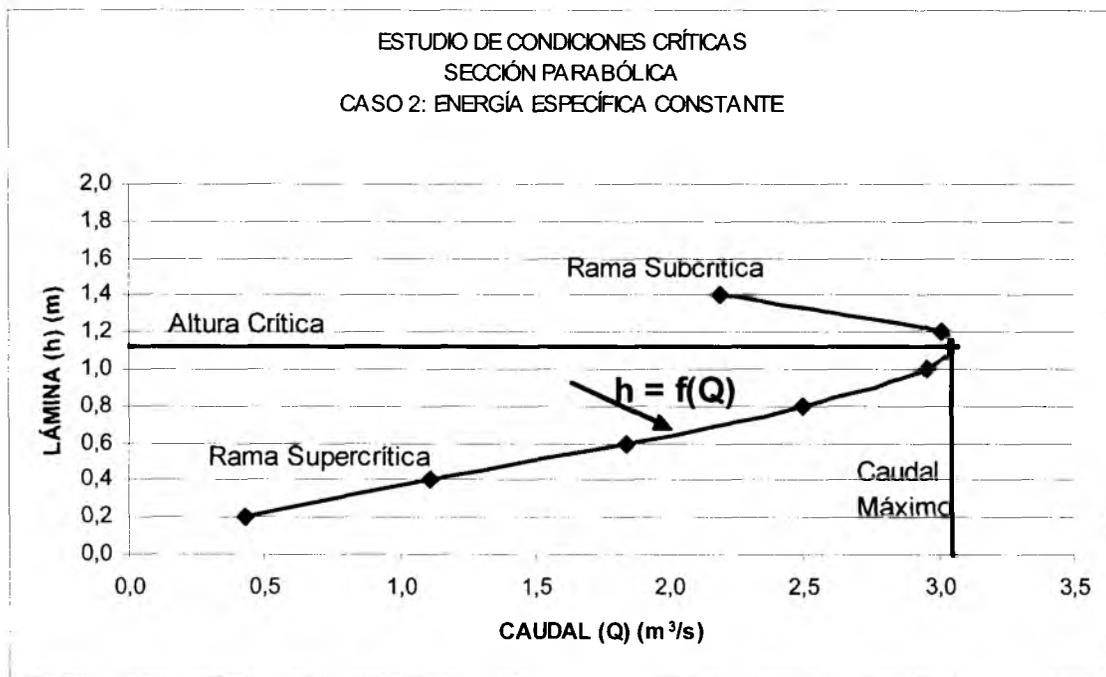
Luego se calcula:

$$\phi = 1/n * R_{hc}^{1/6} = 61,3 \quad K_{hc} = Q / S_{fc}^{1/2} = 43,5$$

#### 4.6.2.3 Tabla de valores h-Q.

$h/H$	$h$ (m)	$V$ (m/s)	$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	$S_f$	$\alpha V^2/2g$ (m)	Energía Esp (m)	NF
0%	0,000						
10%	0,200	5,050	0,426	0,096091	1,300	1,500	4,416
20%	0,400	4,646	1,108	0,038621	1,100	1,500	2,872
30%	0,600	4,202	1,841	0,021108	0,900	1,500	2,121
40%	0,800	3,706	2,500	0,012508	0,700	1,500	1,620
50%	1,000	3,132	2,953	0,007291	0,500	1,500	1,225
<b>56,2%</b>	<b>1,125</b>	<b>2,712</b>	<b>3,052</b>	<b>0,004925</b>	<b>0,375</b>	<b>1,500</b>	<b>1,000</b>
60%	1,200	2,426	3,007	0,003723	0,300	1,500	0,866
70%	1,400	1,401	2,188	0,001086	0,100	1,500	0,463
80%	1,600						
90%	1,800						
100%	2,000						

#### 4.6.2.4 Curva h-Q.



## ANEXO 5

### MÉTODOS CLÁSICOS DE RESOLUCIÓN DE PERFILES DE REMANSO EN MPGV.

Sección en herradura. Perfil: entre altura crítica ( $h_c$ ) y lámina normal ( $h_o$ )

#### MÉTODOS

1. Aproximaciones sucesivas o estándar.
2. Integración gráfica.
3. Paso directo
4. Integración directa.
5. Bresse.

#### OBJETO

El objeto es el estudio de los métodos analíticos para el cálculo de las curvas de remanso en un Flujo Permanente Gradualmente Variado, tanto para canales prismáticos como para cursos de río. Se estudiará en el siguiente orden cada problema.

1. Método
2. Problema
3. Procedimiento
4. Cálculo de la lámina normal y de la altura crítica.
5. Cálculo numérico de la curva de remanso

*Sirva este texto de tributo de admiración al Profesor Ven Te Chow. Su obra "Open channel hydraulics", ha permitido caminar las enseñanzas sobre los canales abiertos por un camino sembrado de sosiego y escampado de la incertidumbre. Guía por excelencia. McGraw-Hill civil engineering series. Tokio-1959.*

## 5.1 MÉTODO DE APROXIMACIONES SUCESIVAS O MÉTODO ESTÁNDAR

### 5.1.1 Método

El método, expuesto a continuación, es una aplicación directa del teorema de Bernoulli. Corresponde al primer caso, donde se da la abscisa ( $x_1$ ) de cada estación y se solicita el cálculo de la lámina ( $h$ ) para cada estación. Este método tiene la gran propiedad de ser aplicable tanto a canales prismáticos como a cauces naturales.

El cálculo se realiza por pasos a partir de una estación en la cual son conocidas sus características hidráulicas. En este caso, la distancia ( $\Delta x$ ) entre las dos estaciones es dada y el problema consiste en determinar la lámina ( $h$ ) de flujo en la segunda estación. Este procedimiento se ha llevado a cabo, tradicionalmente, por el método de ensayo y error. En este trabajo se utiliza la herramienta *Solver* de *Excel*.

### 5.1.2 Problema

Un canal de sección en herradura, diámetro 2 m, pendiente ( $S_0$ ) del 1.2 ‰, rugosidad ( $n$ ) de 0.014, conduce un caudal ( $Q$ ) de 5.0 m<sup>3</sup>/s. La continuidad del canal se interrumpe por una caída o escalón. Se solicita la curva de remanso ( $h - x$ ) que forma la superficie libre entre la lámina normal ( $h_0$ ) y la altura crítica ( $h_c$ ), presente en el borde del escalón.

### 5.1.3 Procedimiento

5.1.3.1 Se conocen las características geométricas de la sección, el caudal ( $Q$ ), la Pendiente del canal ( $S_0$ ) y la rugosidad de las paredes ( $n$ ). Es recomendable referir la energía de cada sección a un *Datum* horizontal.

5.1.3.2 En la sección 1 se conoce su abscisa ( $x_1$ ) y también se conoce la lámina ( $h_1$ ) del flujo, con lo cual podemos calcular todas las características hidráulicas en la sección: velocidad ( $V_1$ ) media, cabeza de velocidad ( $\alpha_1 V_1^2/2g$ ), cabeza piezométrica ( $Ep_1 = z_1 + h_1$ ), energía ( $E_1$ ) total, pendiente de la línea de energía ( $S_{f1}$ ), Número de Froude ( $N_{F1}$ ) y el caudal específico ( $K_{h1}$ ).

5.1.3.3 En la sección 2 se conoce su abscisa ( $x_2$ ) y no se conoce la lámina ( $h_2$ ) del flujo. Se procede a asumir una lámina ( $h_2$ ) con lo cual podemos calcular todas las características hidráulicas en la sección: velocidad ( $V_2$ ) media, cabeza de velocidad ( $\alpha_2 V_2^2/2g$ ), cabeza piezométrica ( $Ep_2 = z_2 + h_2$ ), energía ( $E_2$ ) total, pendiente de la línea de energía ( $S_{f2}$ ), Número de Froude ( $N_{F2}$ ) y el caudal específico ( $K_{h2}$ ).

5.1.3.4 Se calcula la pérdida de energía ( $\Delta E$ ) por fricción en el tramo considerado:

$$\Delta E = (S_{f1} + S_{f2})/2 * (x_2 - x_1) = S_f * \Delta x$$

$\Delta E = S_f * \Delta x$  La pérdida de energía por fricción es el producto de la pendiente media de la línea de energía ( $S_f$ ) entre las dos secciones multiplicada por la distancia entre las dos secciones.

5.1.3.5 Se procede inmediatamente a verificar la lámina ( $h_2$ ) asumida, comparando las dos ecuaciones que designan el valor de la energía ( $E_2$ ) total en la sección 2, ambas expresiones deben tener idéntico valor:

$$E_2 = z_2 + h_2 + \alpha_2 V_2^2 / 2g$$
$$E_2 = E_1 \pm \Delta E$$

Dado que asumimos la lámina ( $h_2$ ) se presentará alguna diferencia entre ambos valores, lo cual se corrige con las distintas iteraciones realizadas por *Solver* de *Excel*.

Hay que tener especial cuidado con el signo asignado a la Pérdida por fricción ( $\pm \Delta E$ ). Si la sección 2 está aguas abajo será negativo; Si la sección 2 está aguas arriba será positivo.

5.1.3.6 Las dos ecuaciones anteriores se encuentran en función de la Lámina ( $h$ ), lo cual permite la utilización eficiente de *Solver* de *Excel*.

5.1.3.7 Ejecución de *Solver* de *Excel*.

**Celda objetivo:** se le asigna la celda donde se asumió  $h_2$ , actuará de esta forma como valor semilla.

**Combinando las celdas:** se le asigna la celda donde se asumió  $h_2$ .

Agregar restricciones: se asignan las celdas donde se han calculado las dos ecuaciones de  $E_2$ . Las dos restricciones se deben unir con el signo intermedio igual (=).

5.1.3.8 Se repite el procedimiento para el tramo siguiente.

#### 5.1.4 Cálculo de la lámina normal ( $h_o$ ) y la altura crítica ( $h_c$ )

La lámina normal ( $h_o$ ), es la lámina para Flujo Permanente Uniforme. Su cálculo se realiza igualando las dos ecuaciones de Velocidad ( $V$ ) media en la sección.

$$V = Q/A \quad \text{y} \quad V = 1/n R_h^{2/3} * S_o^{1/2}$$

Dado que ambas expresiones están en función de  $h$ , SOLVER resuelve el problema sí y sólo sí inicialmente se da una lámina ( $h$ ) semilla.

La altura crítica ( $h_c$ ) se ha calculado en el Anexo 4.

## 5.1.5 Cálculo numérico

### 5.1.5.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	$\gamma$	Semi Cuerda	Flecha	Caudal
(D)	So	(n)	Coriolis	(g)		BI = BK	KC	(Q)
(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	(Rad)	(m)	(m)	( $m^3/s$ )
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	0,4240	0,8229	0,1771	5,000

### 5.1.5.2 Lámina normal ( $h_o$ ) y altura crítica ( $h_c$ )

La  $h_c$  fue calculada en el anexo 4  $h_c = 0.9872$  m

Características del flujo a lámina normal ( $h_o$ )

#### Geometría

$h_o / H$	$h_o$	$A_o$	$P_o$	$T_o$	$R_{ho}$	$D_{ho}$	$\delta_o$	$\beta_o$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Radianes)	(Radianes)
77,9%	1,5587	2,803	4,578	1,659	0,612	1,690		0,5928

#### Hidráulica

$h_o / D$	$h_o$	$V_o$	$\alpha V_o^2 / 2g$	$E_{eo}$	$NF_o$	$\phi_o$	$K_o$
	(m)	(m/s)	(m)	(m)		( $m^{1/3} s^{-1}$ )	( $m^3/s$ )
78%	1,5587	1,784	0,162	1,721	0,438	65,8	144,3
		1,784					

### 5.1.5.3 Cálculo del perfil

Se calcula el perfil entre la altura crítica ( $h_c$ ) y la lámina normal ( $h_o$ ). Para efectos del ejercicio se ha asignado la cota 100.0 a la solera del canal en el sitio del escalón.

Se presentan a continuación las tablas correspondientes a la geometría y al cálculo del perfil. Luego se presenta la gráfica de la curva de remanso.

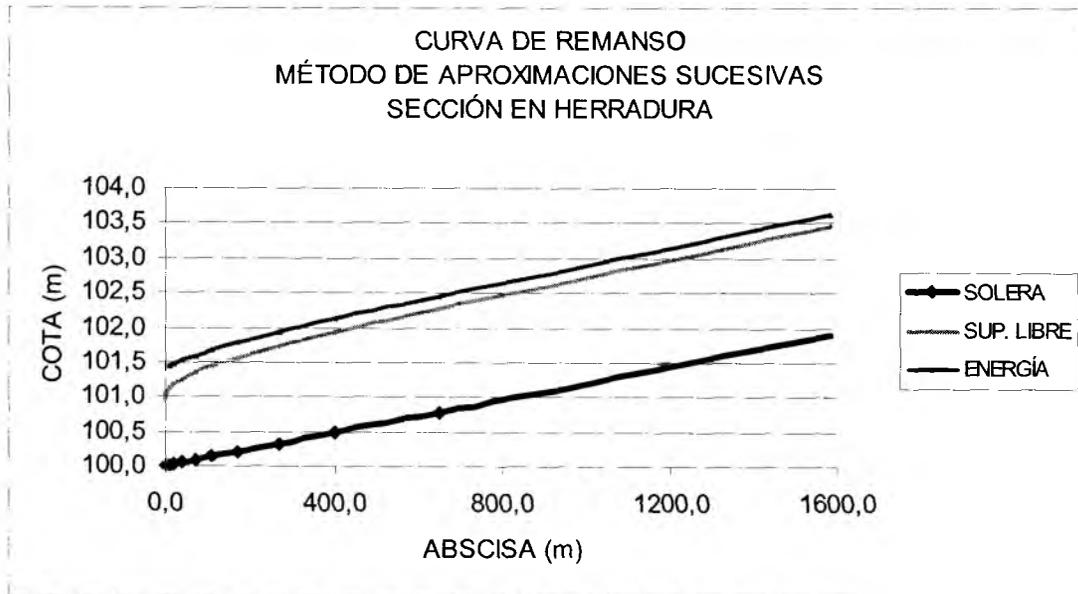
## Geometría

Sección (Abscisa)	h (m)	A (m <sup>2</sup> )	P (m)	T (m)	R <sub>b</sub> (m)	D <sub>b</sub> (m)	δ (Rad)	β (Rad)
<b>0,0</b>	<b>0,9872</b>	<b>1,721</b>	<b>3,367</b>	<b>2,000</b>	<b>0,511</b>	<b>0,860</b>	<b>0,0064</b>	
1,0	<b>1,027</b>	1,801	3,447	1,999	0,522	0,901		0,0271
5,0	<b>1,073</b>	1,892	3,538	1,995	0,535	0,948		0,0729
10,0	<b>1,105</b>	1,955	3,602	1,989	0,543	0,983		0,1048
20,0	<b>1,147</b>	2,039	3,687	1,978	0,553	1,031		0,1475
40,0	<b>1,202</b>	2,1469	3,7982	1,9589	0,565	1,0960		0,2030
70,0	<b>1,255</b>	2,2507	3,9077	1,9339	0,576	1,1638		0,2577
110,0	<b>1,303</b>	2,3437	4,0086	1,9058	0,585	1,2298		0,3082
170,0	<b>1,353</b>	2,4383	4,1146	1,8710	0,593	1,3032		0,3612
270,0	<b>1,408</b>	2,5392	4,2327	1,8260	0,600	1,3906		0,4202
400,0	<b>1,452</b>	2,6192	4,3309	1,7838	0,605	1,4684		0,4693
650,0	<b>1,501</b>	2,7042	4,4409	1,7313	0,609	1,5619		0,5243
1585,880	<b>1,5587</b>	2,8026	4,5778	1,6588	0,612	1,6895		0,5928

## Cálculo del perfil de flujo

Sección (Abscisa)	h (m)	V (m/s)	z (m)	$\alpha V^2/2g$ (m)	S <sub>f</sub> (m)	ΔE (m)	E = z+h+ $\alpha V^2/2g$ (m)	E <sub>2</sub> = E <sub>1</sub> +ΔE (m)	NF
<b>0,0</b>	<b>0,987</b>	<b>2,905</b>	<b>100,000</b>	<b>0,430</b>	<b>0,004048</b>		<b>101,417</b>		<b>1,000</b>
1,0	1,027	2,777	100,001	0,393	0,003591	0,004	<b>101,421</b>	<b>101,421</b>	0,934
5,0	1,073	2,643	100,006	0,356	0,003154	0,013	<b>101,435</b>	<b>101,435</b>	0,866
10,0	1,105	2,557	100,012	0,333	0,002894	0,015	<b>101,450</b>	<b>101,450</b>	0,823
20,0	1,147	2,452	100,024	0,306	0,002595	0,027	<b>101,477</b>	<b>101,477</b>	0,771
40,0	1,202	2,329	100,048	0,276	0,002275	0,049	<b>101,526</b>	<b>101,526</b>	0,710
70,0	1,255	2,222	100,084	0,252	0,002019	0,064	<b>101,590</b>	<b>101,590</b>	0,657
110,0	1,303	2,133	100,132	0,232	0,001825	0,077	<b>101,667</b>	<b>101,667</b>	0,614
170,0	1,353	2,051	100,204	0,214	0,001656	0,104	<b>101,772</b>	<b>101,772</b>	0,574
270,0	1,408	1,969	100,324	0,198	0,001502	0,158	<b>101,930</b>	<b>101,930</b>	0,533
400,0	1,452	1,909	100,480	0,186	0,001397	0,188	<b>102,118</b>	<b>102,118</b>	0,503
650,0	1,501	1,849	100,780	0,174	0,001298	0,337	<b>102,455</b>	<b>102,455</b>	0,472
1585,9	1,5587	1,784	101,903	0,162	0,001200	1,169	<b>103,624</b>	<b>103,624</b>	0,438

## Gráfica



## 5.2 MÉTODO DE INTEGRACIÓN GRÁFICA

### 5.2.1 Método

El método consiste en integrar la ecuación fundamental o dinámica, ecuación 1.43 o 1.43a, del Flujo Permanente Gradualmente Variado por un método gráfico.

Ver el método en detalle en el capítulo 1.

### 5.2.2 Problema

Un canal de sección en herradura, diámetro 2 m, pendiente ( $S_0$ ) del 1.2 ‰, rugosidad ( $n$ ) de 0.014, conduce un caudal ( $Q$ ) de  $5.0 \text{ m}^3/\text{s}$ . La continuidad del canal se interrumpe por una caída o escalón. Se solicita la curva de remanso ( $h - x$ ) que forma la superficie libre entre la lámina normal ( $h_0$ ) y la altura crítica ( $h_c$ ), presente en el borde del escalón. Se asumen las láminas encontradas en el método de la aproximaciones sucesivas o método estándar.

### 5.2.3 Procedimiento

5.2.3.1 Se conocen las características geométricas de la sección, el caudal ( $Q$ ), la pendiente del canal ( $S_0$ ) y la rugosidad de las paredes ( $n$ ).

5.2.3.2 Se asume la lámina (h) para cada estación, o sección a estudiar, dentro del tramo de canal del problema (en este caso entre  $h_0$  y  $h_c$ ). Teniendo h se puede calcular las características hidráulicas en todas las secciones: velocidad (V) media, cabeza de velocidad ( $\alpha V^2/2g$ ), cabeza piezométrica ( $E_p = z + h$ ), energía (E) total, pendiente de la línea de energía ( $S_f$ ), Número de Froude (NF), la cantidad  $Z = A * D_h^{1/2}$  y el caudal específico ( $K_h = 1/n * A * R_h^{2/3}$ ). 1

5.2.3.3 Se calcula la lámina normal ( $h_0$ ) y la altura crítica ( $h_c$ ). Se calcula el factor de sección para flujo crítico  $Z_c = A_c * D_{hc}^{1/2}$  y el caudal específico ( $K_0$ ) para flujo uniforme,  $K_0 = Q/S_0^{1/2}$ .

5.2.3.4 Se calcula la expresión (1.51) para cada una de las láminas asumidas.

$$\frac{\delta x}{\delta h} = \left( \frac{1}{S_0} \right) \frac{1 - \left( \frac{Z_c}{Z} \right)^2}{1 - \left( \frac{K_0}{K_h} \right)^2} \quad (1.51)$$

5.2.3.5 Se calcula el área entre las distintas estaciones en estudio de acuerdo con la ecuación 1.53.

$$\Delta x = \Delta A = \left( \frac{\frac{\delta x_2}{\delta h_2} + \frac{\delta x_1}{\delta h_1}}{2} \right) * (h_2 - h_1) \quad (1.53)$$

5.2.3.6 Se calcula la distancia entre el origen y una cualquiera de las estaciones en estudio.  $X = \sum(\Delta A)$

## 5.2.4 Cálculo de la lámina normal ( $h_0$ ) y la altura crítica ( $h_c$ )

La Lámina normal ( $h_0$ ), es la lámina para flujo permanente uniforme. Su cálculo se realiza igualando las dos ecuaciones de velocidad (V) media en la sección.

$$V = Q/A \quad \text{y} \quad V = 1/n R_h^{2/3} * S_0^{1/2}$$

Dado que ambas expresiones están en función de h, SOLVER resuelve el problema si inicialmente se da una lámina (h) semilla.

La altura crítica ( $h_c$ ) se ha calculado en el anexo 4.

## 5.2.5 Cálculo numérico

### 5.2.5.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	$\gamma$	SEMI CUERDA	FLECHA	Caudal
(D)	So	(n)	Coriolis	(g)		BI = BK	KC	(Q)
(m)	(%)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	(Radianes)	(m)	(m)	( $m^3/s$ )
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	0,4240	0,8229	0,1771	<b>5,000</b>

### 5.2.5.2 Lámina normal ( $h_o$ ) y altura crítica ( $h_c$ )

La  $h_c$  fue calculada en el anexo 4  $h_c = 0.9872$  m.

La  $h_o$  fue calculada en el 5.1.5.2  $h_o = 1.5587$  m.

### 5.2.5.3 Cálculo del perfil

Se presentan a continuación las tablas correspondientes a la geometría y al cálculo del perfil. Luego se presenta la gráfica de la curva de remanso.

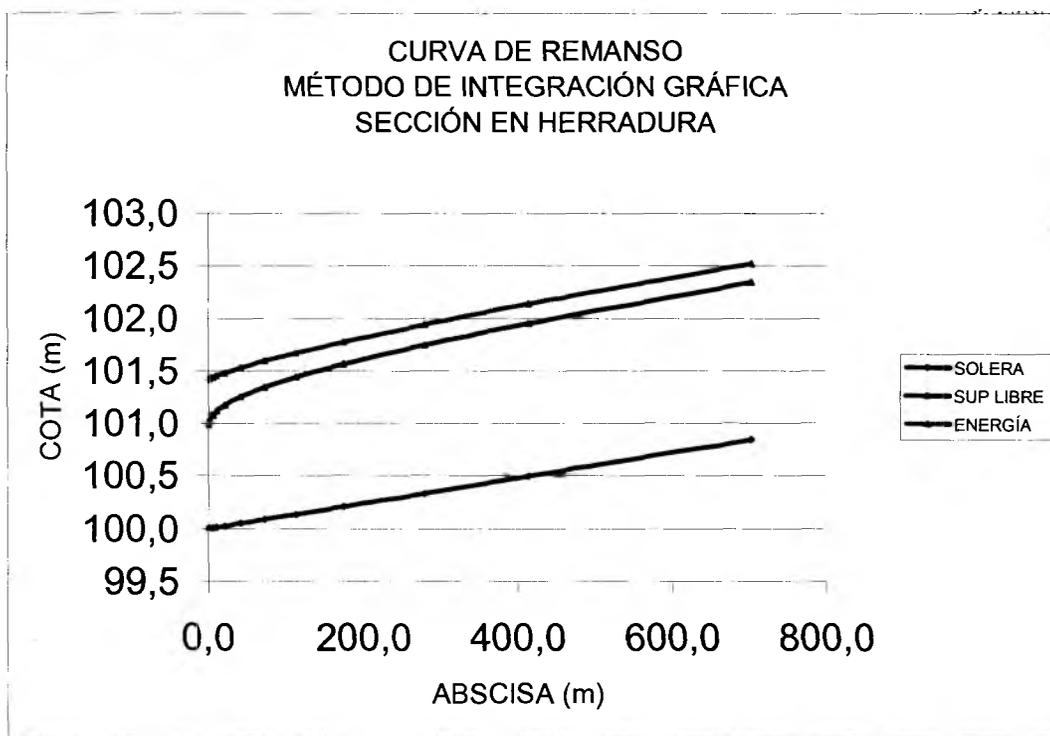
#### Geometría

h	A	P	T	$R_h$	$D_h$	$\delta$	$\beta$
(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Radianes)	(Radianes)
<b>0,9872</b>	<b>1,721</b>	<b>3,367</b>	<b>2,000</b>	<b>0,511</b>	<b>0,860</b>	<b>0,0064</b>	
<b>1,027</b>	1,801	3,447	1,999	0,522	0,901		0,0271
<b>1,073</b>	1,892	3,538	1,995	0,535	0,948		0,0729
<b>1,105</b>	1,955	3,602	1,989	0,543	0,983		0,1048
<b>1,147</b>	2,039	3,687	1,978	0,553	1,031		0,1475
<b>1,202</b>	2,1469	3,7982	1,9589	0,565	1,0960		0,2030
<b>1,255</b>	2,2507	3,9077	1,9339	0,576	1,1638		0,2577
<b>1,303</b>	2,3437	4,0086	1,9058	0,585	1,2298		0,3082
<b>1,353</b>	2,4383	4,1146	1,8710	0,593	1,3032		0,3612
<b>1,408</b>	2,5392	4,2327	1,8260	0,600	1,3906		0,4202
<b>1,452</b>	2,6192	4,3309	1,7838	0,605	1,4684		0,4693
<b>1,501</b>	2,7042	4,4409	1,7313	0,609	1,5619		0,5243
<b>1,5587</b>	2,8026	4,5778	1,6588	0,612	1,6895		0,5928

### Cálculo del perfil de flujo

h	$K_h$	Z	$-\delta x / \delta h$	$\Delta A$	x	z	Piezométrica	Energía
(m)	( $m^3/s$ )	( $m^{3/2}$ )		( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)
<b>0,9872</b>	78,584	1,596	-0,015		0,0	100,000	100,987	101,417
1,027	83,424	1,709	53,127	1,057	1,1	100,001	101,028	101,421
1,073	89,059	1,843	128,019	4,166	5,2	100,006	101,079	101,435
1,105	92,992	1,940	190,898	5,103	10,3	100,012	101,117	101,450
1,147	98,155	2,071	290,836	10,116	20,4	100,025	101,172	101,478
1,202	104,887	2,249	462,616	20,720	41,2	100,049	101,251	101,528
1,255	111,302	2,428	694,169	30,655	71,8	100,086	101,341	101,593
1,303	117,015	2,598	994,551	40,529	112,3	100,135	101,438	101,670
1,353	122,828	2,782	1467,442	61,550	173,9	100,209	101,562	101,776
1,408	129,013	2,994	2370,033	105,531	279,4	100,335	101,743	101,941
1,452	133,763	3,173	3786,756	135,449	414,9	100,498	101,950	102,136
1,501	138,805	3,381	7964,588	287,908	702,8	100,843	102,344	102,519
<b>1,5587</b>	<b>144,340</b>	<b>3,643</b>						

### Gráfica



## 5.3 MÉTODO DEL PASO DIRECTO

### 5.3.1 Método

El método del paso directo es un método simple aplicable a canales prismáticos exclusivamente. Este método, como los anteriores, se desarrolla dividiendo la longitud del canal en tramos cortos de acuerdo a la precisión buscada.

Corresponde al segundo caso, donde se dan las láminas (h) de cada estación y se solicita el cálculo de las distancias ( $\Delta x$ ) entre las estaciones. Para efectos del ejercicio numérico de ejemplo se toman las mismas láminas (h) utilizadas en los dos métodos anteriores.

La distancia ( $\Delta x$ ) entre las estaciones contiguas se obtiene al desarrollar la ecuación 1.55.

$$\Delta x = \frac{E_{e2} - E_{e1}}{S_0 - S_f} \quad (1.55)$$

Donde  $E_e$  es la energía específica y  $S_f$  es la pendiente promedia de la línea de energía.

La longitud total del perfil se obtiene con la sumatoria de los incrementos de longitud ( $\Delta x$ ) estudiados en el tramo.

### 5.3.2 Problema

Un canal de sección en herradura, diámetro 2 m, pendiente ( $S_0$ ) del 1.2 ‰, rugosidad (n) de 0.014, conduce un caudal (Q) de 5.0 m<sup>3</sup>/s. La continuidad del canal se interrumpe por una caída o escalón. Se solicita la curva de remanso (h - x) que forma la superficie libre entre la lámina normal ( $h_0$ ) y la altura crítica ( $h_c$ ), presente en el borde del escalón. Se asumen las láminas encontradas en el método de las diferencias finitas o método estándar.

### 5.3.3 Procedimiento

5.3.3.1 Se conocen las características geométricas de la sección, el caudal (Q), la pendiente del canal ( $S_0$ ) y la rugosidad de las paredes (n).

5.3.3.2 Se asume la lámina (h) para cada estación o sección a estudiar dentro del tramo de canal del problema. Teniendo h podemos calcular todas las características hidráulicas en la sección: velocidad (V) media, cabeza de velocidad ( $\alpha V^2/2g$ ), cabeza piezométrica ( $E_p = z + h$ ), energía (E) total, pendiente de la línea de energía ( $S_f$ ), Número de Froude (NF), la cantidad  $Z = A_h * D_h^{1/2}$  y el caudal específico ( $K_h = 1/n * A * R_h^{2/3}$ ).

5.3.3.3 Se calcula la lámina normal ( $h_0$ ) y la altura crítica ( $h_c$ ). Se calcula el factor de sección para flujo crítico  $Z_c = A_c * D_c^{1/2}$  y el caudal específico ( $K_0$ ) para flujo uniforme,  $K_0 = Q/S_0^{1/2}$ .

5.3.3.4 Se calcula la pendiente promedia ( $S_f$ ) del tramo en estudio.

5.3.3.5 Se calcula la expresión (1.55) para cada una de las láminas asumidas.

5.3.3.6 Se calcula la distancia entre el origen y una cualquiera de las estaciones en estudio.

### 5.3.4 Cálculo de la lámina normal ( $h_0$ ) y la altura crítica ( $h_c$ )

La lámina normal ( $h_0$ ), es la lámina para Flujo Permanente Uniforme. Su cálculo se realiza igualando las dos ecuaciones de velocidad ( $V$ ) media en la sección.

$$V = Q/A \quad \text{y} \quad V = 1/n R_h^{2/3} * S_0^{1/2}$$

Dado que ambas expresiones están en función de  $h$ , *Solver* resuelve el problema si inicialmente se da una Lámina ( $h$ ) semilla.

La altura crítica ( $h_c$ ) se ha calculado en el Anexo 4.

### 5.3.5 Cálculo numérico

#### 5.3.5.1 Parámetros de la sección

Diámetro	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	$\gamma$	Semi Cuerda	Flecha	Caudal
(D)	$S_0$	(n)	Coriolis	(g)		BI = BK	KC	(Q)
(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	(Radianes)	(m)	(m)	( $m^3/s$ )
2,000	1,2	0,014	1,00	9,81	0,4240	0,8229	0,1771	5,000

#### 5.2.5.2 Lámina normal ( $h_0$ ) y altura crítica ( $h_c$ )

La  $h_c$  fue calculada en el anexo 4  $h_c = 0.9872$  m.

La  $h_0$  fue calculada en el 5.1.5.2  $h_0 = 1.5587$  m.

### 5.3.5.3 Cálculo del perfil

Se presentan a continuación las tablas correspondientes a la geometría y al cálculo del perfil. Luego se presenta la gráfica de la curva de remanso.

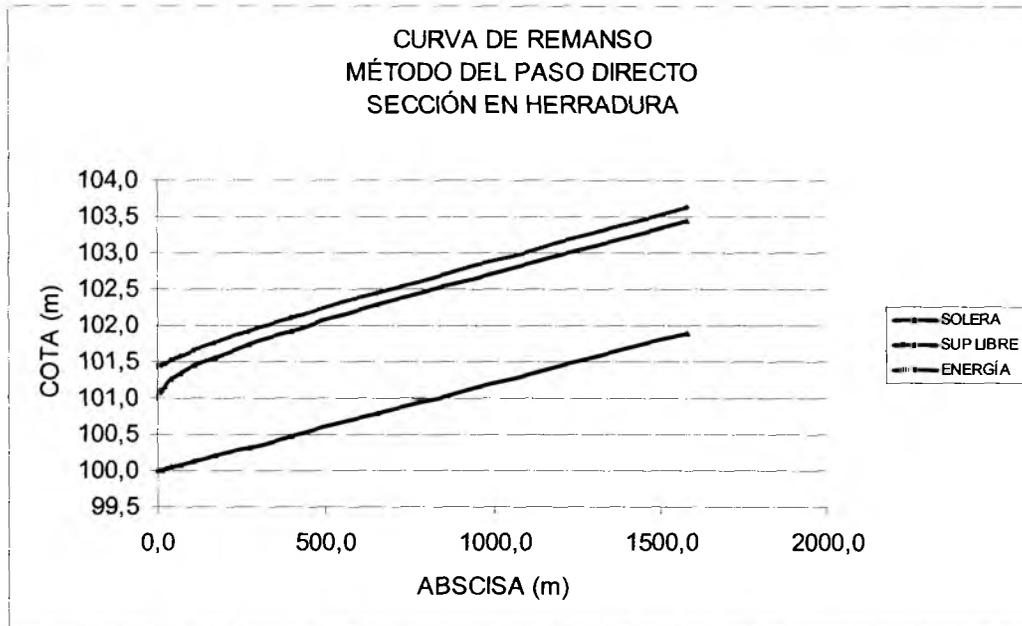
#### Geometría

h	A	P	T	R <sub>h</sub>	D <sub>h</sub>	δ	β
(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m)	(m)	(Rad)	(Radianes)
<b>0,9872</b>	<b>1,721</b>	<b>3,367</b>	<b>2,000</b>	<b>0,511</b>	<b>0,860</b>	<b>0,0064</b>	
1,027	1,801	3,447	1,999	0,522	0,901		0,0271
1,073	1,892	3,538	1,995	0,535	0,948		0,0729
1,105	1,955	3,602	1,989	0,543	0,983		0,1048
1,147	2,039	3,687	1,978	0,553	1,031		0,1475
1,202	2,1469	3,7982	1,9589	0,565	1,0960		0,2030
1,255	2,2507	3,9077	1,9339	0,576	1,1638		0,2577
1,303	2,3437	4,0086	1,9058	0,585	1,2298		0,3082
1,353	2,4383	4,1146	1,8710	0,593	1,3032		0,3612
1,408	2,5392	4,2327	1,8260	0,600	1,3906		0,4202
1,452	2,6192	4,3309	1,7838	0,605	1,4684		0,4693
1,501	2,7042	4,4409	1,7313	0,609	1,5619		0,5243
1,5587	2,8026	4,5778	1,6588	0,612	1,6895		0,5928

#### Cálculo del perfil de flujo

h	V	$\alpha V^2/2g$	S <sub>f</sub>	S <sub>f</sub>	E <sub>c</sub>	Δx	X	NF
(m)	(m/s)	(m)	(m)	(promedio)	(m)	(m)	(m)	
<b>0,9872</b>	<b>2,905</b>	<b>0,430</b>	<b>0,004048</b>		<b>1,417</b>		0,000	<b>1,000</b>
1,027	2,777	0,393	0,003591	0,003819	1,420	0,949	0,949	0,934
1,073	2,643	0,356	0,003154	0,003372	1,429	4,163	5,112	0,866
1,105	2,557	0,333	0,002894	0,003024	1,438	5,092	10,204	0,823
1,147	2,452	0,306	0,002595	0,002745	1,453	9,790	19,994	0,771
1,202	2,329	0,276	0,002275	0,002435	1,478	20,295	40,289	0,710
1,255	2,222	0,252	0,002019	0,002147	1,507	29,678	69,967	0,657
1,303	2,133	0,232	0,001825	0,001922	1,535	39,404	109,371	0,614
1,353	2,051	0,214	0,001656	0,001740	1,567	59,888	169,259	0,574
1,408	1,969	0,198	0,001502	0,001579	1,606	101,043	270,301	0,533
1,452	1,909	0,186	0,001397	0,001449	1,638	128,812	399,113	0,503
1,501	1,849	0,174	0,001298	0,001347	1,675	254,394	653,507	0,472
1,5587	1,784	0,162	0,001200	0,001249	1,721	929,382	1582,889	0,438

## Gráfica



## 5.4 MÉTODO DE INTEGRACIÓN DIRECTA

### 5.4.1 Método de Bresse

#### 5.4.1.1 Método

El método del Sr. Bresse es aplicable exclusivamente a canales de sección rectangular donde la relación de ancho ( $b$ ) a lámina ( $h$ ) tiende a infinito. Por ello el radio hidráulico ( $R_h$ ) es semejante a la altura hidráulica ( $D_h$ ) y a su vez es semejante a la lámina ( $h$ ).

Se debe conocer las siguiente información: caudal ( $Q$ ); coeficiente de resistencia al flujo ( $\phi$ ); pendiente del canal ( $S_0$ ), y las condiciones bien de inicio o de entrega del canal.

La solución del problema se hace por pasos desarrollando las dos siguientes ecuaciones.

La distancia entre dos estaciones es:

$$x - x_1 = \frac{h_0}{S_0} \left( (\eta - \eta_1) - \left[ 1 - \left( \frac{\alpha \phi^2 S_0}{g} \right) \right] * [\Omega_\eta - \Omega_{\eta_1}] \right) \quad (1.61)$$

Donde:

$$\Omega_{\eta} = -\int \frac{\delta\eta}{\eta^3 - 1} = \frac{1}{6} \text{LN} \left( \frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta - 1)^2} \right) + \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ArcoTg} \left( \frac{2\eta + 1}{\sqrt{3}} \right) + \text{Cte.} \quad (1.62)$$

Antes de iniciar el proceso se deben tener las condiciones de flujo normal ( $h_0$ ) y de flujo crítico ( $h_c$ )

#### 5.4.1.2 Problema<sup>1</sup>

Se propone la construcción de un colector, sección rectangular, de aguas lluvias para descargarlas a un embalse.

Se sabe que el embalse tiene una variación amplia de niveles de operación.

Se requiere estudiar el efecto de esas variaciones de nivel en el funcionamiento de la descarga del colector.

En otras palabras, el problema consiste en el estudio de las curvas de remanso tanto para el nivel máximo como para el nivel mínimo del embalse. Estas curvas formarán la envolvente de las curvas de funcionamiento del colector.

La información disponible es la siguiente:

Nivel máximo del embalse	5,500	msnm
Nivel mínimo del embalse	3,100	msnm
Cota solera en la entrega	0,300	msnm
Longitud horizontal	80	km.
Ancho	70	m
Pendiente:	6	cm/km
Pendiente	0,000006	
Pendiente	0,060	(‰)
Caudal	210	m <sup>3</sup> /s
Coef. De Chézy ( $\phi$ )	50	m <sup>1/2</sup> /s
Coef. De Coriolis ( $\alpha$ )	1,1	

<sup>1</sup> LELIAVSKY, SERGE; CHAPMAN & HALL. *Irrigation and Hydraulic design (Vol 1, pag 409)*. Londres, 1955.

### 5.4.1.3 Procedimiento

#### Flujo Permanente Uniforme. Lámina normal ( $h_o$ )

##### Geometría

$h_o$ (m)	$A_o$ (m <sup>2</sup> )	$P_o$ (m)	$T_o$ (m)	$R_{ho}$ (m)	$D_{ho}$ (m)
3,915	274,041	77,830	70,000	3,915	3,915

Nota: Dado que  $b \gg h$  se toma el  $R_h = h$

##### Hidráulica

$h_o$ (m)	$V_o$ (m/s)	$\alpha V_o^2/2g$ (m)	$E_{eo}$ (m)	$NF_o$	$\phi_o$ (m <sup>1/2</sup> s <sup>-1</sup> )	$K_o$ (m <sup>3</sup> /s)
3,915	0,766	0,033	3,948	0,130	50,000	27110,9
	0,766					

Nota:  $V = Q/A = \phi(R_h * S_o)^{1/2}$

#### Flujo crítico. Altura crítica ( $h_c$ )

##### Geometría

$h_c$ (m)	$A_c$ (m <sup>2</sup> )	$P_c$ (m)	$T_c$ (m)	$R_{hc}$ (m)	$D_{hc}$ (m)
1,003	70,213	72,006	70,000	1,003	1,003

Nota: Dado que  $b \gg h_c$  se toma el  $R_{hc} = h_c$

##### Hidráulica

$h_c$ (m)	$V_c$ (m/s)	$\alpha V_c^2/2g$ (m)	$E_{ec}$ (m)	$NF_c$	$\phi$ (m <sup>1/2</sup> s <sup>-1</sup> )	$K_c$ (m <sup>3</sup> /s)	$S_{fc}$
1,003	2,991	0,502	1,505	1,000	50,000	3516,0	0,003567
	2,991		1,505				
	2,991						

Nota:  $V_c = Q/A_c = (9,81 * D_{hc} / \alpha)^{1/2} = \phi(R_{hc} * S_{fc})^{1/2}$

Nota:  $E_{ec} = h_c + V_c^2/2g = h_c + D_{hc}/2$

### **Tipo de curva de remanso**

El nivel de descarga del colector dentro del embalse en Flujo Permanente Uniforme es la cota de la solera en la descarga más la lámina normal:

$$\text{Niv. Desc.} = \text{Cota solera} + h_0 = 0.0300 + 3.915 = 4.215 \text{ msnm}$$

Luego:

- El nivel de descarga es menor que el nivel máximo del embalse  $4.215 < 5.500$
- El nivel de descarga es mayor que el nivel mínimo del embalse  $4.215 > 3.100$

La Lámina normal ( $h_0$ ) es mayor que la altura crítica ( $h_c$ ). Esto indica la pendiente crítica ( $S_{fc}$ ) es mayor que la pendiente normal ( $S_f = S_0$ ), por tanto se tiene un flujo a pendiente suave (Mild). Se deduce de esto que:

- La curva en el caso de nivel máximo se realizará sobre la altura normal ( $h_0$ ), dando lugar a una curva tipo M1.
- La curva en el caso de nivel mínimo se deprime bajo la altura normal ( $h_0$ ), dando lugar a una curva tipo M2.

### **Lámina para el estudio**

- Lámina en la entrega del colector al embalse para nivel máximo  
Niv. Max. menos cota solera =  $5.500 - 0.300 = 4.900 \text{ m}$
- Lámina en la entrega del colector al embalse para nivel mínimo  
Niv. Min. menos cota solera =  $3.100 - 0.300 = 2.800 \text{ m}$
- La lámina al inicio del colector será la lámina normal ( $h_0$ ) (3.915 m)
- Dado que se conocen las alturas extremas, entre las que se configurarán la curvas de remanso, procedemos a asumir unas láminas intermedias para realizar el cálculo por tramos.
- Láminas para nivel máximo: 5.200; 5.000; 4.800; 4.600; 4.450; 4.300; 4.200; 4.100; 4.050; 4.000; 3.950; 3.915.
- Láminas para nivel mínimo: 2.800; 2.950; 3.100; 3.250; 3.400; 3.500; 3.600; 3.700; 3.800; 3.900; 3.915.

## Curva de Remanso

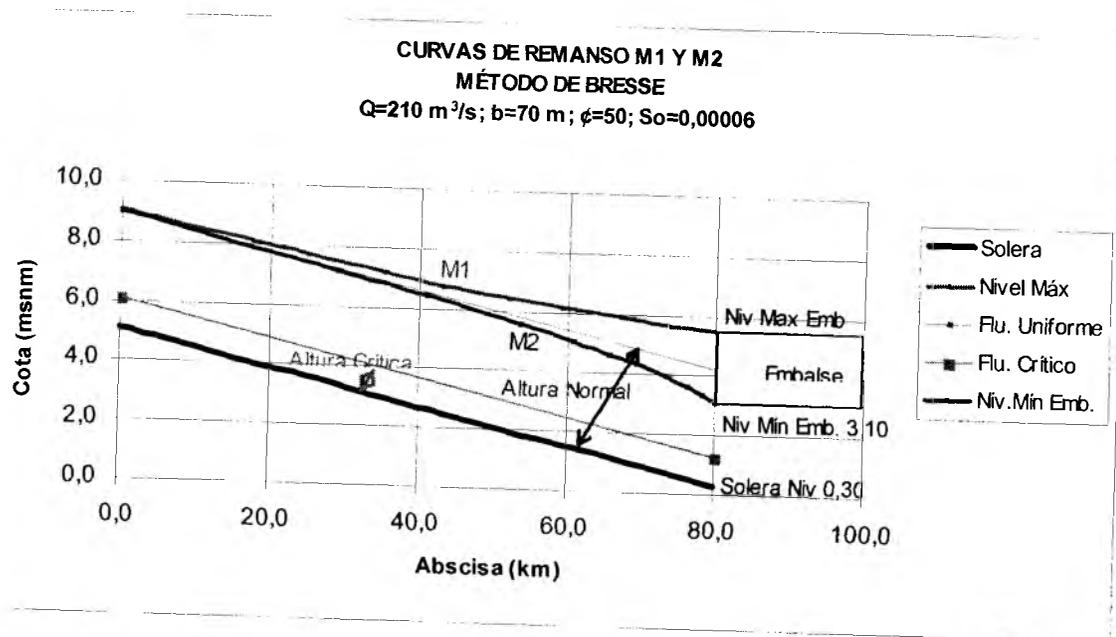
### Curva de remanso para nivel máximo

h	$\eta = h/h_0$	$\Omega_\eta$	$\Delta x$	x	Abscisado a partir del inicio del Colector
(m)			(km)	(km)	
<b>5,200</b>	1,3283	0,3508	0,00	0,00	<b>80,00</b>
5,000	1,2772	0,3931	6,09	6,09	73,91
4,800	1,2261	0,4465	6,82	12,91	67,09
4,600	1,1750	0,5169	7,93	20,84	59,16
4,450	1,1367	0,5877	7,12	27,96	52,04
4,300	1,0984	0,6855	8,88	36,84	43,16
4,200	1,0728	0,7777	7,68	44,51	35,49
4,100	1,0473	0,9135	10,52	55,04	24,96
4,050	1,0345	1,0143	7,41	62,44	17,56
4,000	1,0217	1,1641	10,61	73,05	6,95
3,950	1,0090	1,4549	19,80	92,85	-12,85
<b>3,915</b>	1,0000				

### Curva de remanso para nivel mínimo

h	$\eta = h/h_0$	$\Omega_\eta$	$\Delta x$	x	Abscisado a partir del inicio del Colector
(m)			(km)	(km)	
<b>2,800</b>	0,7152	0,7992	0,00	0,00	<b>80,00</b>
2,950	0,7535	0,8628	1,64	1,64	78,36
3,100	0,7919	0,9340	2,15	3,79	76,21
3,250	0,8302	1,0164	2,87	6,66	73,34
3,400	0,8685	1,1158	3,98	10,65	69,35
3,500	0,8940	1,1970	3,63	14,28	65,72
3,600	0,9196	1,2980	4,92	19,20	60,80
3,700	0,9451	1,4343	7,22	26,42	53,58
3,800	0,9707	1,6518	12,52	38,94	41,06
3,850	0,9834	1,8466	11,87	50,81	29,19
3,900	0,9962	2,3419	31,48	82,29	-2,29
<b>3,915</b>	1,0000				

Gráfica



## ANEXO 6

### INTRODUCCIÓN DE VARIABLES ADIMENSIONALES

- Canal de sección rectangular a superficie libre.
- Ecuación universal.
- Característica universal.
- Diagrama universal.
- Ecuaciones paramétricas.
- Característica secundarias.

#### OBJETO

El objeto de este capítulo es llevar el estudio de los flujos gradualmente variados a la obtención de una ecuación universal y de un diagrama universal por medio de la introducción de dos variables adimensionales.

1. Ecuación universal.
2. Característica universal.
3. Diagrama universal.
4. Ecuaciones paramétricas.

*Sirva este texto de tributo de admiración al Profesor Humberto Gardea Villegas.  
Su obra "Hidráulica de Canales", me ha facilitado una visión especial  
sobre el comportamiento de los flujos variados.  
Me proporcionó la oportunidad de aplicar el EXCEL a la complejidad de sus ejercicios.  
Tuve la feliz oportunidad de ser su alumno  
en charlas sobre "alcantarillas", dictadas en su estadía en nuestra Sede, 1998.*

UNAM, Facultad de Ingeniería.  
México-1995 2ª Ed.

## 6 . SECCIÓN RECTANGULAR

### 6.1 PARÁMETROS DE LA SECCIÓN

Base	Altura Max.	Pendiente	Coef Rug	Coef,	Gravedad	Caudal
(b)	(H)	$S_o=S_w=S_f$	(n)	Coriolis	(g)	(Q)
(m)	(m)	(‰)	( $m^{-1/3} s$ )	( $\alpha$ )	( $m/s^2$ )	( $m^3/s$ )
2,500	1,500	1,2	0,014	1,00	9,81	5.000

### 6.2 CONDICIONES DE FLUJO NORMAL ( $H_o$ ).

#### Geometría

$h_o / H$	$h_o$	$A_o$	$P_o$	$T_o$	$R_{ho}$	$D_{ho}$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)
0,760	1,1407	2,852	4,781	2,500	0,596	1,141

#### Hidráulica

$h_o / H$	$h_o$	$V_o$	Q	$\alpha V_o^2/2g$	$E_{co}$	NF	$\phi$	$K_h$
	(m)	(m/s)	( $m^3/s$ )	(m)	(m)		( $m^{1/2} s^{-1}$ )	( $m^3/s$ )
0,760	1,1407	1,7532	5,000	0,157	1,297	0,524	65,534	144,338
		1,7532						

$$V_o = 1/\eta R_h^{2/3} S_o^{1/2} = Q/A$$

### 6.3 CONDICIONES DE FLUJO CRÍTICO

#### Geometría

$h_c / H$	$h_c$	$A_c$	$P_c$	$T_c$	$R_{hc}$	$D_{hc}$
	(m)	( $m^2$ )	(m)	(m)	(m)	(m)
<b>0,494</b>	0,7415	<b>1,854</b>	<b>3,983</b>	<b>2,500</b>	<b>0,465</b>	<b>0,742</b>

## Hidráulica

$h_c / H$	$h_c$	$V_c$	$S_{fc}$	$\alpha V_c^2 / 2g$	$E_{ec}$	$NF_c$	$\phi$	$Kh$
	(m)	(m/s)		(m)	(m)		( $m^{1/2} s^{-1}$ )	( $m^3/s$ )
<b>0,494</b>	0,7415	2,6971	0,003953	0,371	1,1123	1,000	114,125	144,3
		2,6971			1,1123			
		2,6971						

$$V = Q/A = (g \cdot D_{hc} / \alpha)^{1/2} = 1/n \cdot R_{hc}^{2/3} S_{fc}^{1/2}$$

$$E_{ec} = h_c + \alpha V^2 / 2g = h_c + D_{hc} / 2$$

### 6..4 CARACTERÍSTICA UNIVERSAL

Se estudia la sección con alturas superiores a la lámina normal ( $h_0$ ) con el objeto de cerrar la rama superior de la curva obtenida.

#### Profundidad reducida

$$h_i^* = \frac{h_i}{E_{ei}} \quad (2.3)$$

#### Caudal reducido

$$q_i^* = \frac{Q / T_{mi}}{E_{ei} \sqrt{\frac{2g}{\alpha} E_{ei}}} \quad (2.4)$$

## Geometría

h	A	P	T	R <sub>h</sub>	D <sub>h</sub>
(m)	(m <sup>2</sup> )	(m)	(m)	(m)	(m)
0,000	0,000	2,500	2,500	0,000	0,000
0,150	0,375	2,800	2,500	0,134	0,150
0,300	0,750	3,100	2,500	0,242	0,300
0,450	1,125	3,400	2,500	0,331	0,450
0,600	1,500	3,700	2,500	0,405	0,600
<b>0,7415</b>	<b>1,854</b>	<b>3,983</b>	<b>2,500</b>	<b>0,465</b>	<b>0,742</b>
0,750	1,875	4,000	2,500	0,469	0,750
0,900	2,250	4,300	2,500	0,523	0,900
1,050	2,625	4,600	2,500	0,571	1,050
<b>1,1407</b>	<b>2,852</b>	<b>4,781</b>	<b>2,500</b>	<b>0,596</b>	<b>1,141</b>
1,200	3,000	4,900	2,500	0,612	1,200
1,500	3,750	5,500	2,500	0,682	1,500
2,000	5,000	6,500	2,500	0,769	2,000
5,000	12,500	12,500	2,500	1,000	5,000
15,000	37,500	32,500	2,500	1,154	15,000
30,000	75,000	62,500	2,500	1,200	30,000
50,000	125,000	102,500	2,500	1,220	50,000

## Hidráulica

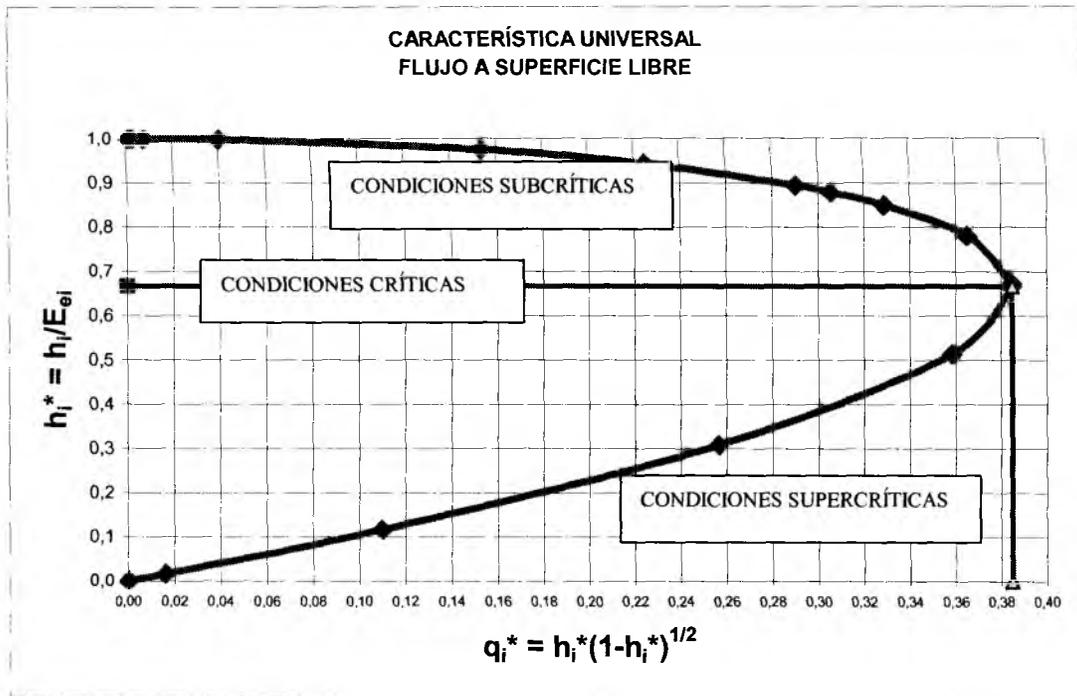
h	V	$\alpha V^2/2g$	E <sub>e</sub>	NF	$\phi$	K <sub>h</sub>
(m)	(m/s)	(m)	(m)		(m <sup>1/2</sup> s <sup>-1</sup> )	(m <sup>3</sup> /s)
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,150	13,333	9,061	9,211	10,992	1051,748	144,338
0,300	6,667	2,265	2,565	3,886	391,263	144,338
0,450	4,444	1,007	1,457	2,115	223,044	144,338
0,600	3,333	0,566	1,166	1,374	151,127	144,338
<b>0,742</b>	<b>2,6971</b>	<b>0,371</b>	<b>1,112</b>	<b>1,000</b>	<b>114,125</b>	<b>144,338</b>
0,750	2,667	0,362	1,112	0,983	112,437	144,338

h	V	$\alpha V^2/2g$	$E_e$	NF	$\phi$	$K_h$
0,900	2,222	0,252	1,152	0,748	88,683	144,338
1,050	1,905	0,185	1,235	0,593	72,789	144,338
<b>1,141</b>	<b>1,7532</b>	<b>0,157</b>	<b>1,297</b>	<b>0,524</b>	<b>65,534</b>	<b>144,338</b>
1,200	1,667	0,142	1,342	0,486	61,489	144,338
1,500	1,333	0,091	1,591	0,348	46,614	144,338
2,000	1,000	0,051	2,051	0,226	32,914	144,338
5,000	0,400	0,008	5,008	0,057	11,547	144,338
15,000	0,133	0,001	15,001	0,011	3,583	144,338
30,000	0,067	0,000	30,000	0,004	1,757	144,338
50,000	0,040	0,000	50,000	0,002	1,046	144,338

### Parámetros adimensionales

$h_i^* = h_i/E_{ei}$	$q_i^*$	NFi
0,000	0,000	0,000
0,016	0,016	10,992
0,117	0,110	3,886
0,309	0,257	2,115
0,514	0,358	1,374
<b>0,6667</b>	<b>0,3849</b>	<b>1,000</b>
0,674	0,385	0,983
0,781	0,365	0,748
0,850	0,329	0,593
<b>0,8792</b>	<b>0,3055</b>	<b>0,524</b>
0,894	0,291	0,486
0,943	0,225	0,348
0,975	0,154	0,226
0,998	0,040	0,057
1,000	0,008	0,011
1,000	0,003	0,004
1,000	0,001	0,002

## Gráfica



## 6.5 DIAGRAMA UNIVERSAL

La unidad de medida ahora es  $E_{er}$

$$E_{er}^* = \frac{1}{k} E_{ei} \quad (2.6)$$

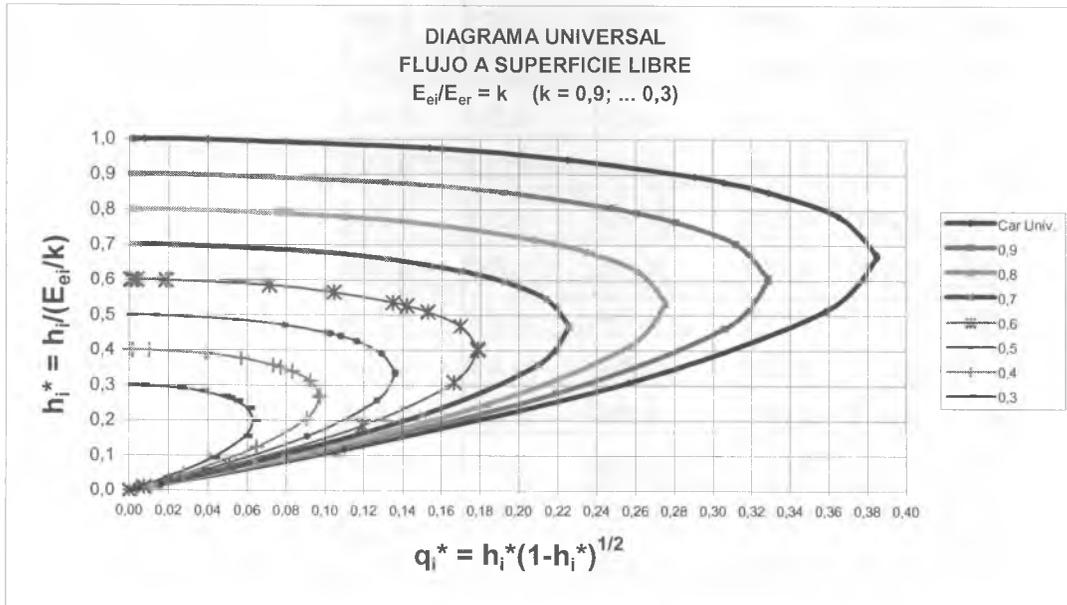
Las tablas que sirven para la gráfica son las siguientes:

$E_{ei}/E_{er} = 0,90$			$E_{ei}/E_{er} = 0,80$			$E_{ei}/E_{er} = 0,70$		
$h_i^*$	$q_i^*$	$NF_i$	$h_i^*$	$q_i^*$	$NF_i$	$h_i^*$	$q_i^*$	$NF_i$
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,015	0,014	10,992	0,013	0,012	10,992	0,011	0,009	10,992
0,105	0,094	3,886	0,094	0,079	3,886	0,082	0,064	3,886
0,278	0,219	2,115	0,247	0,184	2,115	0,216	0,150	2,115
0,463	0,306	1,374	0,412	0,257	1,374	0,360	0,210	1,374

$E_{ei}/E_{er} = 0,90$			$E_{ei}/E_{er} = 0,80$			$E_{ei}/E_{er} = 0,70$		
<b>0,600</b>	<b>0,329</b>	<b>1,000</b>	<b>0,533</b>	<b>0,275</b>	<b>1,000</b>	<b>0,467</b>	<b>0,225</b>	<b>1,000</b>
0,607	0,329	0,983	0,539	0,275	0,983	0,472	0,225	0,983
0,703	0,312	0,748	0,625	0,261	0,748	0,547	0,214	0,748
0,765	0,281	0,593	0,680	0,235	0,593	0,595	0,193	0,593
<b>0,791</b>	<b>0,261</b>	<b>0,524</b>	<b>0,703</b>	<b>0,219</b>	<b>0,524</b>	<b>0,615</b>	<b>0,179</b>	<b>0,524</b>
0,805	0,248	0,486	0,716	0,208	0,486	0,626	0,170	0,486
0,849	0,192	0,348	0,754	0,161	0,348	0,660	0,132	0,348
0,878	0,131	0,226	0,780	0,110	0,226	0,683	0,090	0,226
0,899	0,034	0,057	0,799	0,029	0,057	0,699	0,024	0,057
0,900	0,007	0,011	0,800	0,006	0,011	0,700	0,005	0,011
0,900	0,002	0,004	0,800	0,002	0,004	0,700	0,002	0,004
0,900	0,001	0,002	0,800	0,001	0,002	0,700	0,001	0,002

$E_{ei}/E_{er} = 0,60$			$E_{ei}/E_{er} = 0,50$			$E_{ei}/E_{er} = 0,40$		
$h_i^*$	$q_i^*$	$NF_i$	$h_i^*$	$q_i^*$	$NF_i$	$h_i^*$	$q_i^*$	$NF_i$
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,010	0,008	10,992	0,008	0,006	10,992	0,007	0,004	10,992
0,070	0,051	3,886	0,058	0,039	3,886	0,047	0,028	3,886
0,185	0,119	2,115	0,154	0,091	2,115	0,124	0,065	2,115
0,309	0,167	1,374	0,257	0,127	1,374	0,206	0,091	1,374
<b>0,400</b>	<b>0,179</b>	<b>1,000</b>	<b>0,333</b>	<b>0,136</b>	<b>1,000</b>	<b>0,267</b>	<b>0,097</b>	<b>1,000</b>
0,405	0,179	0,983	0,337	0,136	0,983	0,270	0,097	0,983
0,469	0,170	0,748	0,391	0,129	0,748	0,313	0,092	0,748
0,510	0,153	0,593	0,425	0,116	0,593	0,340	0,083	0,593
<b>0,528</b>	<b>0,142</b>	<b>0,524</b>	<b>0,440</b>	<b>0,108</b>	<b>0,524</b>	<b>0,352</b>	<b>0,077</b>	<b>0,524</b>
0,537	0,135	0,486	0,447	0,103	0,486	0,358	0,074	0,486
0,566	0,105	0,348	0,472	0,080	0,348	0,377	0,057	0,348
0,585	0,071	0,226	0,488	0,054	0,226	0,390	0,039	0,226
0,599	0,019	0,057	0,499	0,014	0,057	0,399	0,010	0,057
0,600	0,004	0,011	0,500	0,003	0,011	0,400	0,002	0,011
0,600	0,001	0,004	0,500	0,001	0,004	0,400	0,001	0,004
0,600	0,001	0,002	0,500	0,000	0,002	0,400	0,000	0,002

## Gráfica



## 6.6 ECUACIONES PARAMÉTRICAS EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE FROUDE

$$h_i^* = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} NF_i^2} \quad (2.14)$$

$$q_i^* = \frac{NF_i}{\sqrt{2} \left(1 + \frac{NF_i^2}{2}\right)^{3/2}} \quad (2.15)$$

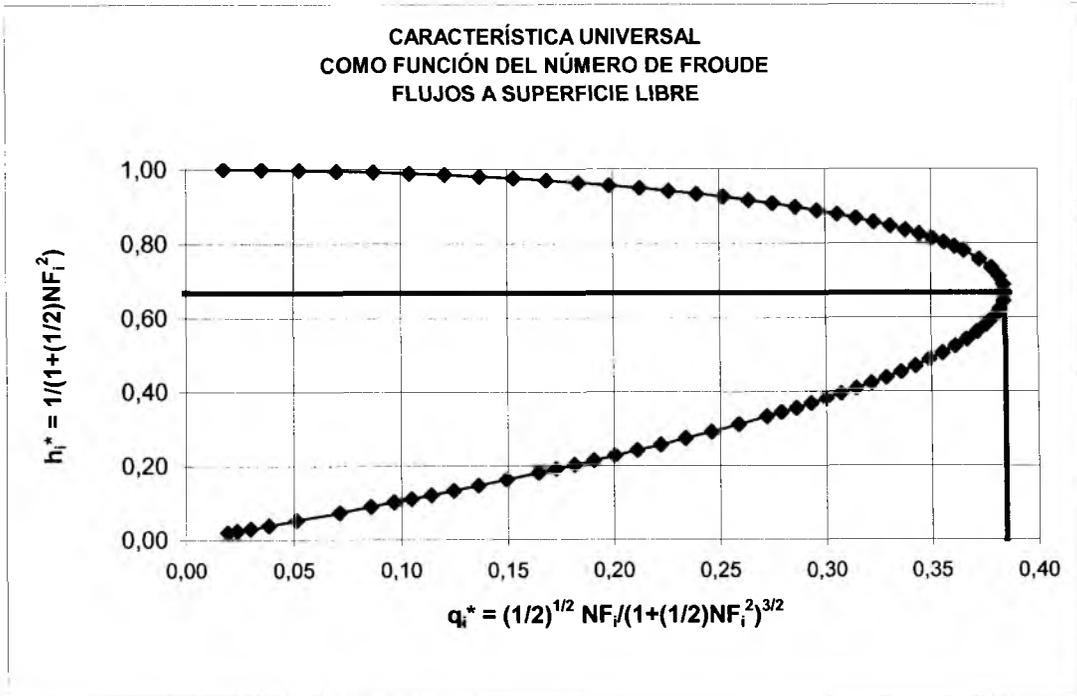
Estas dos expresiones, llamadas "*fórmulas paramétricas de la ecuación universal*" permiten calcular la *característica universal* según el Número de Froude de la sección  $i$ . Al reemplazar 2.14 en 2.15 tenemos:

$$q_i^* = \frac{NF_i}{\sqrt{2}} (h_i^*)^{3/2} \quad (2.16)$$

$NF_i = V_i/c = V_i/(gh_i)^{1/2}$	$h_i^* = 1/(1+(1/2)NF_i^2)$	$q_i^* = (1/2)^{1/2} NF_i/(1+(1/2)NF_i^2)^{3/2}$
0,0250	0,99969	0,01767
0,0500	0,99875	0,03529
0,0750	0,99720	0,05281
0,1000	0,99502	0,07018
0,1250	0,99225	0,08736
0,1500	0,9889	0,10430
0,1750	0,9849	0,12095
0,2000	0,9804	0,1373
0,2250	0,9753	0,1532
0,2500	0,9697	0,1688
0,2750	0,9636	0,1839
0,3000	0,9569	0,1986
0,3250	0,9498	0,2127
0,3500	0,9423	0,2264
0,3750	0,9343	0,2395
0,4000	0,9259	0,2520
0,4250	0,9172	0,2640
0,4500	0,9081	0,2753
0,4750	0,8986	0,2861
0,5000	0,8889	0,2963
0,5250	0,8789	0,3059
0,5500	0,8686	0,3148
0,5750	0,8581	0,3232
0,6000	0,8475	0,3310
0,6250	0,8366	0,3382
0,6500	0,8256	0,3448
0,6750	0,8145	0,3508
0,7000	0,8032	0,3563
0,7250	0,7919	0,3613
0,7500	0,7805	0,3657
0,8000	0,7576	0,3730
0,8500	0,7346	0,3784
0,9000	0,7117	0,3821
0,9500	0,6891	0,3842
<b>1,0000</b>	<b>0,6667</b>	<b>0,3849</b>
1,0500	0,6446	0,3843
1,1000	0,6231	0,3825
1,1500	0,6020	0,3798
1,2000	0,5814	0,3762
1,2500	0,5614	0,3718
1,3000	0,5420	0,3668
1,3500	0,5232	0,3613
1,4000	0,5051	0,3553

$NF_i = V_i/c = V_i/(gh_i)^{1/2}$	$h_i^* = 1/(1+(1/2)NF_i^2)$	$q_i^* = (1/2)^{1/2} NF_i/(1+(1/2)NF_i^2)^{3/2}$
1,4500	0,4875	0,3490
1,5000	0,4706	0,3424
1,5500	0,4543	0,3356
1,6000	0,4386	0,3286
1,6500	0,4235	0,3216
1,7000	0,4090	0,3144
1,7500	0,3951	0,3073
1,8000	0,3817	0,3001
1,8500	0,3688	0,2930
1,9000	0,3565	0,2860
1,9500	0,3447	0,2790
2,0000	0,3333	0,2722
2,1000	0,3120	0,2588
2,2000	0,2924	0,2460
2,3000	0,2743	0,2337
2,4000	0,2577	0,2220
2,5000	0,2424	0,2110
2,6000	0,2283	0,2006
2,7000	0,2153	0,1907
2,8000	0,2033	0,1814
2,9000	0,1921	0,1727
3,0000	0,1818	0,1645
3,2000	0,1634	0,1495
3,4000	0,1475	0,1362
3,6000	0,1337	0,1244
3,8000	0,1217	0,1140
4,0000	0,1111	0,1048
4,2000	0,1018	0,0965
4,5000	0,0899	0,0858
5,0000	0,0741	0,0713
6,0000	0,0526	0,05123
7,0000	0,0392	0,03844
8,0000	0,0303	0,02984
9,0000	0,0241	0,02380
10,0000	0,0196	0,01941

## Gráfica



## ANEXO 7

### CURVAS DE REMANSO CANAL IDEAL

- Canal ideal de sección rectangular, no prismático, de pendiente nula y sin rozamiento.
- Canal de sección rectangular, prismático, de pendiente negativa y sin rozamiento.
- Canal de sección rectangular, prismático, de pendiente positiva y sin rozamiento.

#### OBJETO

El objeto de este capítulo es estudiar las diferentes curvas de remanso para canales ideales de pendiente cero, pendiente negativa (contrapendiente) y pendiente positiva. El estudio tiene en cuenta el nivel constante en el depósito de entrada y niveles variables en el depósito de descarga

- 1. Canal ideal, rectangular, pendiente cero, no prismático, sin rozamiento**
  - a. Leve descenso en el depósito de descarga
  - b. Condiciones críticas en la garganta (sección de control)
  - c. Altura conjugada en la descarga
  
- 2. Canal ideal, rectangular, pendiente negativa, prismático, sin rozamiento**
  - a. Leve descenso en el depósito de descarga
  - b. Condiciones críticas en la descarga (sección de control)
  
- 3. Canal ideal, rectangular, pendiente positiva, prismático, sin rozamiento**
  - a. Leve descenso en el depósito de descarga
  - b. Condiciones críticas en la entrada (sección de control)
  - c. Altura conjugada en la descarga

## 7.1 CANAL IDEAL DE SECCIÓN RECTANGULAR, NO PRISMÁTICO, DE PENDIENTE NULA Y SIN ROZAMIENTO

### 7.1.1 Sección y características

El canal que servirá para el desarrollo se encuentra esquematizado en la figura 7.1, sus características son:

- La sección transversal de la conducción (canal ideal) es rectangular (por simplificación en el procedimiento analítico).
- La pendiente ( $S_0$ ) de la solera del canal de conducción es nula.
- Las paredes del canal ideal no poseen rozamiento.
- La planta de la conducción tiene ancho variable. Posee un ancho mínimo que se encuentra en la sección (G), llamada "garganta".
- La sección en planta es convergente entre la entrada (A) y la garganta (G) y divergente entre la garganta (G) y la descarga (D).
- La conducción une dos depósitos (R1 y R2) de grandes dimensiones.
- El nivel del depósito R1 permanecerá invariable.
- El nivel del depósito R2 se hará variar. Esta variación permite estudiar los diferentes comportamientos de la conducción.
- Se toma como *datum* el nivel del inicio de la solera de la conducción. Desde allí se miden los niveles de los depósitos y las láminas ( $h_i$ ) de cada una de las secciones.
- El nivel en el depósito R1 es  $h_0$  medido lejos de la influencia de la entrada (A) a la conducción.
- El nivel en el depósito R2 es  $h_D$  medido lejos de la influencia de la descarga (D) de la conducción.

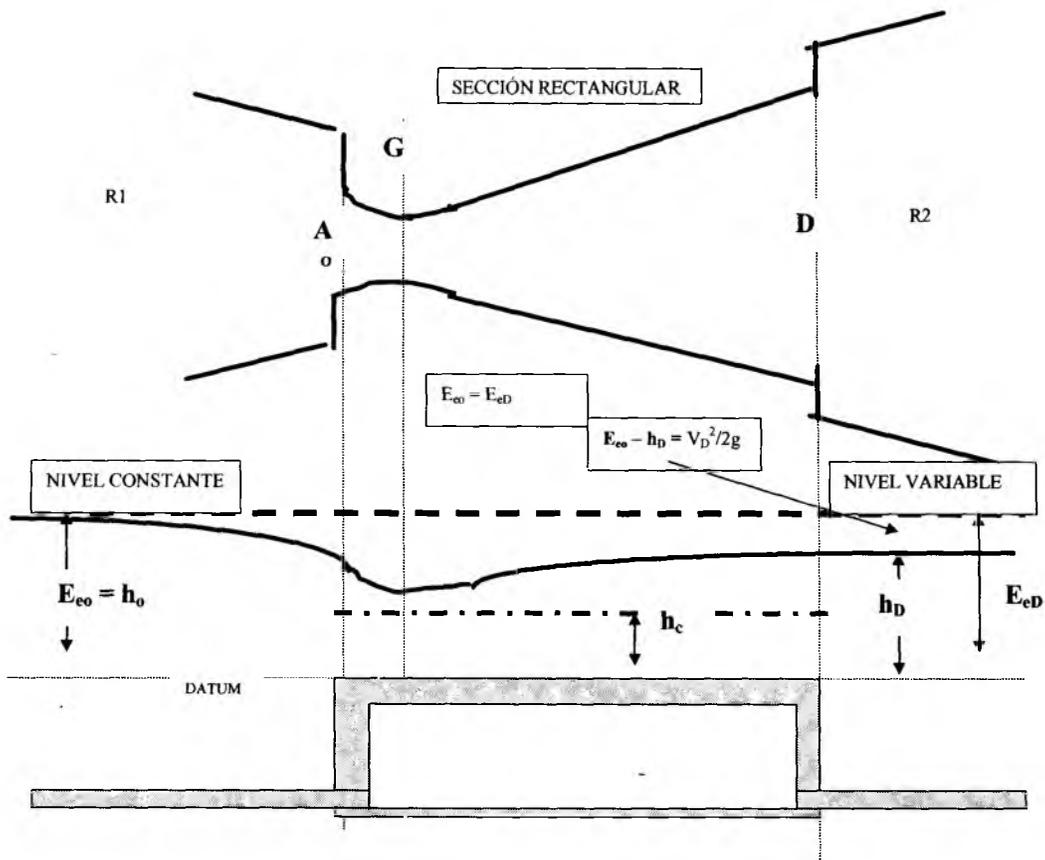


FIGURA 7.1 CANAL IDEAL DE SECCIÓN TRANSVERSAL RECTANGULAR. CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO

La sección convergente (A-G) tiene una curva elíptica que responde a la ecuación:

$$\left(\frac{x}{1}\right)^2 + \left(\frac{y}{0.67}\right)^2 = 1$$

La sección divergente se inicia con una curva circular de  $R=1$  m, una semicuerda de 0.20 m y un ángulo al centro de 0,20136 radianes. La sección divergente continúa con una línea recta tangente con un ángulo igual al expresado anteriormente.

El ancho de la garganta es de 1,30 m.

El nivel constante dentro del depósito R1 es de 1,500 m, o sea, la energía específica de referencia.

El desarrollo geométrico de la sección es el siguiente:

Garganta	1,300	m
$\alpha$	0,20136	

ABSCISA (m)	RAMA IZQUIERDA ANCHO (m)	RAMA DERECHA ANCHO (m)	ANCHO TOTAL CANAL (m)
0,00	1,320	-1,320	2,640
0,20	0,918	-0,918	1,836
0,40	0,784	-0,784	1,568
0,60	0,706	-0,706	1,412
0,80	0,664	-0,664	1,327
1,00	0,650	-0,650	1,300
1,20	0,670	-0,670	1,340
1,40	0,711	-0,711	1,422
1,60	0,752	-0,752	1,504
1,80	0,793	-0,793	1,585
2,00	0,834	-0,834	1,667
2,20	0,874	-0,874	1,749
2,40	0,915	-0,915	1,830
2,60	0,956	-0,956	1,912
2,80	0,997	-0,997	1,994
3,00	1,038	-1,038	2,075
3,20	1,078	-1,078	2,157
3,40	1,119	-1,119	2,239
3,60	1,160	-1,160	2,320
3,80	1,201	-1,201	2,402
4,00	1,242	-1,242	2,484
4,20	1,283	-1,283	2,565
4,40	1,323	-1,323	2,647
4,60	1,364	-1,364	2,728
4,80	1,405	-1,405	2,810
5,00	1,446	-1,446	2,892

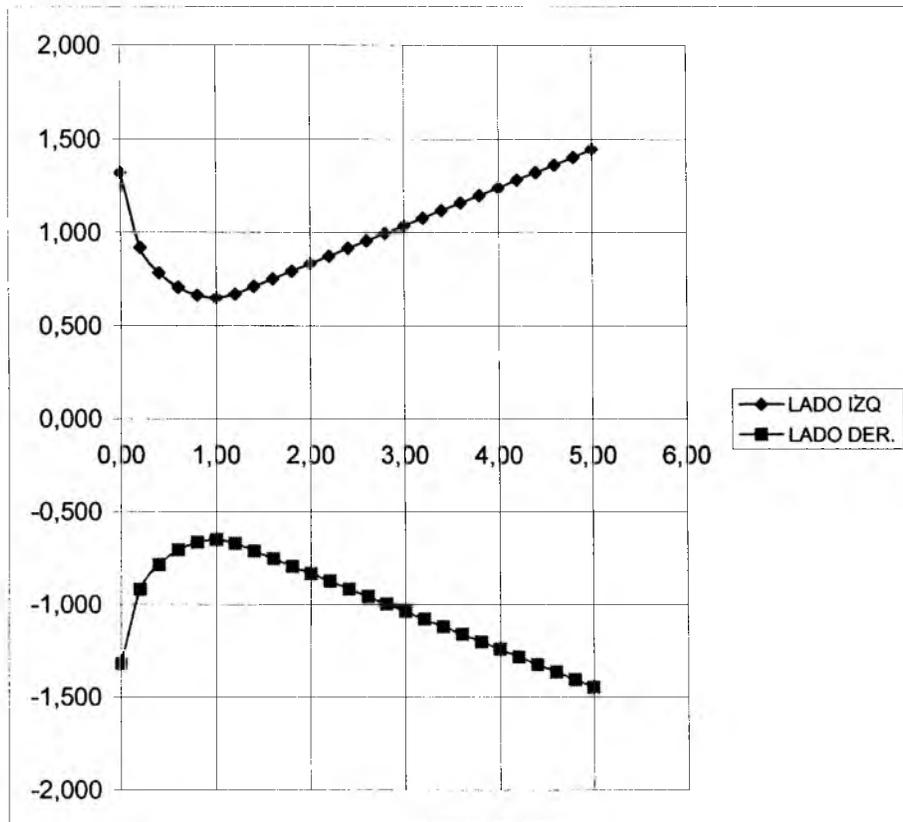


FIGURA 7.2 CANAL IDEAL DE SECCIÓN TRANSVERSAL RECTANGULAR. SECCIÓN GEOMÉTRICA

### 7.1.2 Curva de remanso para un leve descenso del nivel del depósito R2

La energía específica ( $E_{e0} = h_0 = 1,500$  m) de referencia será constante para todo el desarrollo del estudio del canal ideal.

El ancho de la sección de descarga (D) es de 2,892 m.

El descenso estudiado para el desarrollo de la curva 1 es de 2,0 cm ( $h_D = 1,480$  m).

El Área de la sección de descarga (D) es de 4,280 m<sup>2</sup>

La velocidad en la sección de descarga (D) es de 0,626 m/s

$$V = \sqrt{2g(E_{e0} - h)} = \sqrt{ag(h_0 - h)}$$

El caudal será de 2,681 m<sup>3</sup>/s.

El comportamiento dentro del cuerpo de la conducción se muestra en la curva 1 de las gráficas 7.3 y 7.4 y en la siguiente tabla.

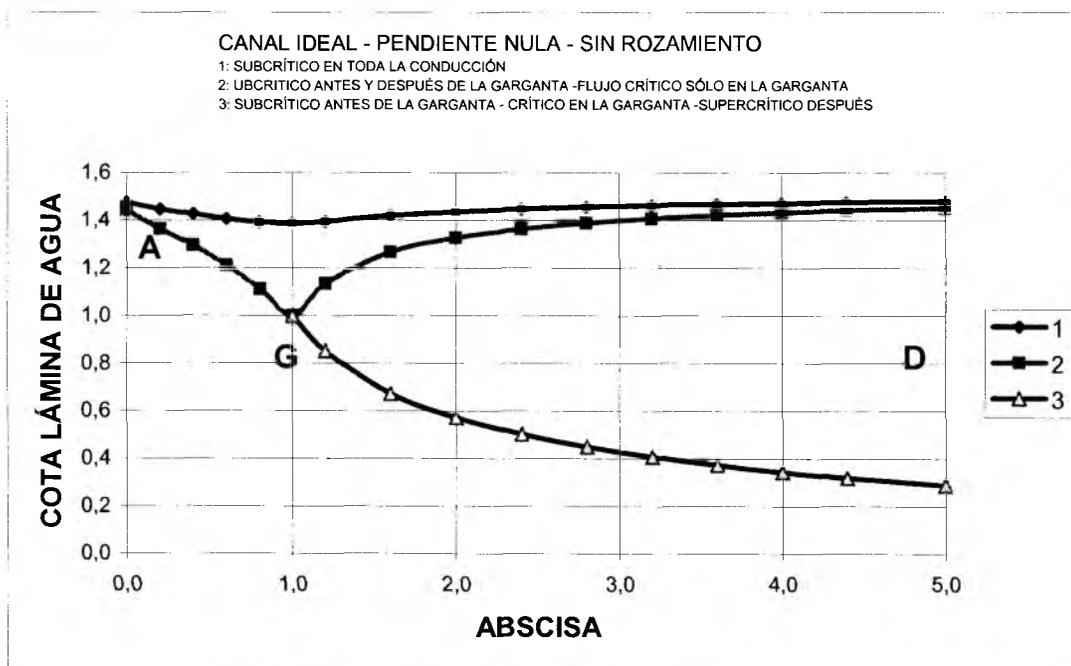


FIGURA 7.3 CANAL IDEAL DE SECCIÓN TRANSVERSAL RECTANGULAR. CURVAS DE REMANSO DE ACUERDO AL DESCENSO DEL NIVEL DE DEPÓSITO R2

PUNTO	ABSCISA (m)	Ancho Canal		$h_i$ (m)	$V_i$ (m/s)	$V_i^2/2g$ (m)	Ee (m)	NF
		Ti (m)						
A	0,00	2,640		1,476	0,688	0,024	1,500	0,18
	0,20	1,836		1,448	1,008	0,052	1,500	0,27
	0,40	1,568		1,427	1,198	0,073	1,500	0,32
	0,60	1,412		1,407	1,349	0,093	1,500	0,36
	0,80	1,327		1,393	1,450	0,107	1,500	0,39
	G	1,00	1,300		1,387	1,486	0,113	1,500
	1,20	1,340		1,395	1,433	0,105	1,500	0,39
	1,60	1,504		1,420	1,256	0,080	1,500	0,34
	2,00	1,667		1,436	1,120	0,064	1,500	0,30
	2,40	1,830		1,448	1,012	0,052	1,500	0,27
	2,80	1,994		1,457	0,923	0,043	1,500	0,24
	3,20	2,157		1,463	0,849	0,037	1,500	0,22
	3,60	2,320		1,468	0,787	0,032	1,500	0,21
	4,00	2,484		1,473	0,733	0,027	1,500	0,19
	4,40	2,647		1,476	0,686	0,024	1,500	0,18
	D	5,00	2,892		1,480	0,626	0,020	1,500

El procedimiento para el cálculo de la lámina de agua en cada sección es el siguiente: asumo la altura ( $h_i$ ) en la sección de estudio. Con  $h_i$  y  $b_i$  (previamente calculado en la sección) obtengo el área y al tener el caudal de flujo puedo calcular la velocidad ( $V_i$ ) de la sección. Luego calculo la energía cinética. La altura más la energía cinética tienen que ser iguales a la energía específica de referencia. SOLVER resuelve adecuadamente esta problema con celda objetivo la altura asumida y con la restricción dicha.

La curva 1 de la figura 7.3 tiene un comportamiento subcrítico en todo su desarrollo: entre el depósito R1 y la entrada a la conducción (A); en la sección convergente de la conducción (A-G); y en la sección divergente (G-D). La descarga en el depósito R2 se realiza al mismo nivel con solución de continuidad. La energía cinética se disipa mediante la formación de torbellinos en el depósito R2.

Se nota un leve descenso de la Lámina entre R1 y G dado que la sección en la garganta es la más estrecha y el mismo caudal tendrá necesidad de una mayor energía específica para fluir por esa sección. Luego se presenta un incremento suave en la Lámina entre la garganta y la descarga en el depósito R2.

La siguiente gráfica 7.4 muestra el comportamiento de la conducción vista a través de los parámetros reducidos.

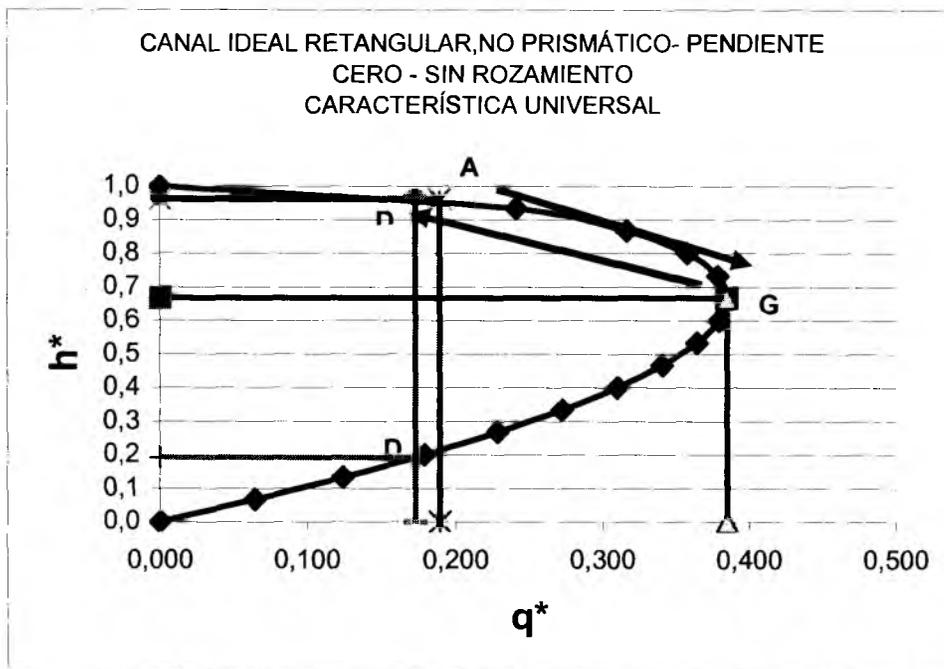


FIGURA 7.4. CANAL IDEAL DE SECCIÓN TRANSVERSAL RECTANGULAR, NO PRISMÁTICO. COMPORTAMIENTO DE LA CONDUCCIÓN ANTE EL DESCENSO DEL NIVEL EN EL DEPÓSITO R2

### 7.1.3 Curva de remanso para las condiciones críticas en la garganta (Sección de control)

La energía específica ( $E_{e0} = h_0 = 1.500$  m) de referencia es constante.

El ancho de la sección de la garganta (G) es de 1.300 m

La altura crítica de una sección rectangular corresponde a 2/3 de la energía específica ( $h_{cG} = 1.000$  m).

El área de la sección de garganta (G) es de 1.300 m<sup>2</sup>

La velocidad crítica en la sección de garganta (G) es de 3.130 m/s.

El caudal será de 4.072 m<sup>3</sup>/s.

El comportamiento dentro del cuerpo de la conducción se muestra en la curva 2 de las gráficas 7.3 y 7.4 y en la tabla siguiente.

PUNTO	ABSCISA (m)	Ancho Canal		$h_i$ (m)	$V_i$ (m/s)	$V_i^2/2g$ (m)	$E_c$ (m)	NF
		$T_i$ (m)						
A	0,00	2,640		1,442	1,070	0,058	1,500	0,28
	0,20	1,836		1,366	1,624	0,134	1,500	0,44
	0,40	1,568		1,295	2,005	0,205	1,500	0,56
	0,60	1,412		1,211	2,382	0,289	1,500	0,69
	0,80	1,327		1,112	2,759	0,388	1,500	0,84
G	1,00	1,300		1,001	3,130	0,499	1,500	1,00
	1,20	1,340		1,135	2,677	0,365	1,500	0,80
	1,60	1,504		1,267	2,137	0,233	1,500	0,61
	2,00	1,667		1,327	1,840	0,173	1,500	0,51
	2,40	1,830		1,365	1,630	0,135	1,500	0,45
	2,80	1,994		1,390	1,469	0,110	1,500	0,40
	3,20	2,157		1,408	1,340	0,092	1,500	0,36
	3,60	2,320		1,422	1,234	0,078	1,500	0,33
	4,00	2,484		1,433	1,144	0,067	1,500	0,31
D	4,40	2,647		1,442	1,067	0,058	1,500	0,28
	5,00	2,892		1,452	0,970	0,048	1,500	0,26

El procedimiento para el cálculo de la lámina de agua en cada sección es el siguiente: Asumo la altura ( $h_i$ ) en la sección de estudio. Con  $h_i$  y  $b_i$  (previamente calculado en la sección) obtengo el área y al tener el caudal de flujo puedo calcular la velocidad ( $V_i$ ) de la sección. Luego calculo la energía cinética. La altura más la energía cinética tienen que ser iguales a la energía específica de referencia. *Solver* resuelve adecuadamente esta problema con celda objetivo la altura asumida y con la restricción dicha.

La curva 2 de la figura 7.3 tiene un comportamiento subcrítico en todo su desarrollo, con la excepción única del punto de la garganta donde las condiciones son críticas: entre el depósito R1 y la entrada a la conducción (A); en la sección convergente de la conducción (A-G); y en la sección divergente (G-D). La descarga en el depósito R2 se realiza al mismo nivel con solución de continuidad. La energía cinética se disipa mediante la formación de torbellinos en el depósito R2.

Se nota un importante descenso de la lámina entre R1 y G dado que la sección en la garganta es la más estrecha y el mismo caudal tendrá necesidad de una mayor energía específica para fluir por esa sección. Luego se presenta un incremento importante en la lámina entre la garganta y la descarga en el depósito R2

#### **7.1.4 Curva de remanso para un fuerte descenso del nivel de depósito R2 (Altura conjugada)**

La energía específica ( $E_{e0} = h_0 = 1,500$  m) de referencia es constante.

El ancho de la sección de descarga (D) es de 2,892 m

El caudal estará controlado por la sección de la garganta.  $Q = 4,072$  m<sup>3</sup>/s

Se llega a la altura conjugada luego de asumir un valor mínimo para la lámina de la descarga ( $h_D$ ) e igualar la energía específica con la energía de referencia. El proceso se lleva a cabo con *Solver*. La lámina encontrada es de 0,289 m.

El Área de la sección de descarga (D) es de 0,836 m<sup>2</sup>

La velocidad en la sección de descarga (D) es de 4,875 m/s

El comportamiento dentro del cuerpo de la conducción se muestra en la curva 3 de las gráficas 7.3 y 7.4 y en la tabla siguiente.

PUNTO	ABSCISA (m)	Ancho Canal	$h_i$ (m)	$V_i$ (m/s)	$V_i^2/2g$ (m)	$E_c$ (m)	NF
		$T_i$ (m)					
G	1,00	1,300	1,001	3,130	0,499	1,500	1,00
	1,20	1,340	0,852	3,566	0,648	1,500	1,23
	1,60	1,504	0,672	4,031	0,828	1,500	1,57
	2,00	1,667	0,573	4,266	0,927	1,500	1,80
	2,40	1,830	0,503	4,423	0,997	1,500	1,99
	2,80	1,994	0,450	4,539	1,050	1,500	2,16
	3,20	2,157	0,408	4,629	1,092	1,500	2,31
	3,60	2,320	0,373	4,702	1,127	1,500	2,46
	4,00	2,484	0,344	4,762	1,156	1,500	2,59
	4,40	2,647	0,320	4,812	1,180	1,500	2,72
D	5,00	2,892	0,289	4,875	1,211	1,500	2,90

El procedimiento para el cálculo de la lámina de agua en cada sección es el siguiente: asumo la Altura ( $h_i$ ) en la sección de estudio. Con  $h_i$  y  $b_i$  (previamente calculado en la sección) obtengo el área y al tener el caudal de flujo puedo calcular la velocidad ( $V_i$ ) de la sección. Luego calculo la energía cinética. La altura más la energía cinética tienen que ser iguales a la energía específica de referencia. SOLVER resuelve adecuadamente esta problema con celda objetivo la altura asumida y con la restricción dicha..

La siguiente gráfica (7.4) muestra el comportamiento de la conducción vista a través de los parámetros reducidos

La curva 3 de la figura 7.3 tiene un comportamiento subcrítico entre el depósito R1 y la garganta de la conducción (G); en la garganta las condiciones son críticas; en la sección divergente (G-D) el comportamiento supercrítico. La descarga en el depósito R2 se realiza al mismo nivel con solución de continuidad. La energía cinética se disipa mediante la formación de torbellinos en el depósito R2.

Entre las alturas conjugadas de la descarga se producen resaltos hidráulicos dentro de la sección divergente de la conducción, el tema de los resaltos no corresponde al objetivo de este estudio.

## **7.2 CANAL IDEAL DE SECCIÓN RECTANGULAR, PRISMÁTICO, DE PENDIENTE NEGATIVA, SIN ROZAMIENTO**

### **7.2.1 Sección y características**

El canal que servirá para el desarrollo tiene las siguientes características:

- La sección transversal de la conducción (canal ideal) es rectangular (por simplificación en el procedimiento analítico).
- La pendiente ( $S_0$ ) de la solera del canal de conducción es negativa (-0.075).
- Las paredes del canal ideal no poseen rozamiento.
- La planta de la conducción tiene ancho constante (2.500 m).
- La conducción une dos depósitos (R1 y R2) de grandes dimensiones.
- El nivel del depósito R1 permanecerá invariable.
- El nivel del depósito R2 se hará variar. Esta variación permite estudiar los diferentes comportamientos de la conducción.
- Se toma como DATUM el nivel del inicio (A) de la solera de la conducción. Desde allí se miden los niveles de los depósitos y las láminas ( $h_i$ ) de cada una de las secciones.
- El nivel en el depósito R1 es  $h_0$  medido lejos de la influencia de la entrada (A) a la conducción.
- El nivel en el depósito R2 es  $h_D$  medido lejos de la influencia de la descarga (D) de la conducción.

### **7.2.2 Curva de remanso para un leve descenso del nivel del depósito R2**

La energía específica ( $E_{e0} = h_0 = 1.500$  m) de referencia será constante para todo el desarrollo del estudio del canal ideal.

El ancho de la sección es de 2.500 m

La contrapendiente o pendiente negativa ocasiona una pérdida en la energía específica de  $z = -0.075 \cdot x$

El descenso estudiado para el desarrollo de la curva 1 de la figura 7,5 es de 10,0 cm ( $h_D = 1,025$  m).

El Área de la sección de descarga (D) es de 2,562 m<sup>2</sup>

La velocidad en la sección de descarga (D) es de 1,400 m/s

El caudal será de 3.589 m<sup>3</sup>/s.

El comportamiento dentro del cuerpo de la conducción se muestra en la curva 1 de las gráficas 7.5 y 7.6 y en la siguiente tabla.

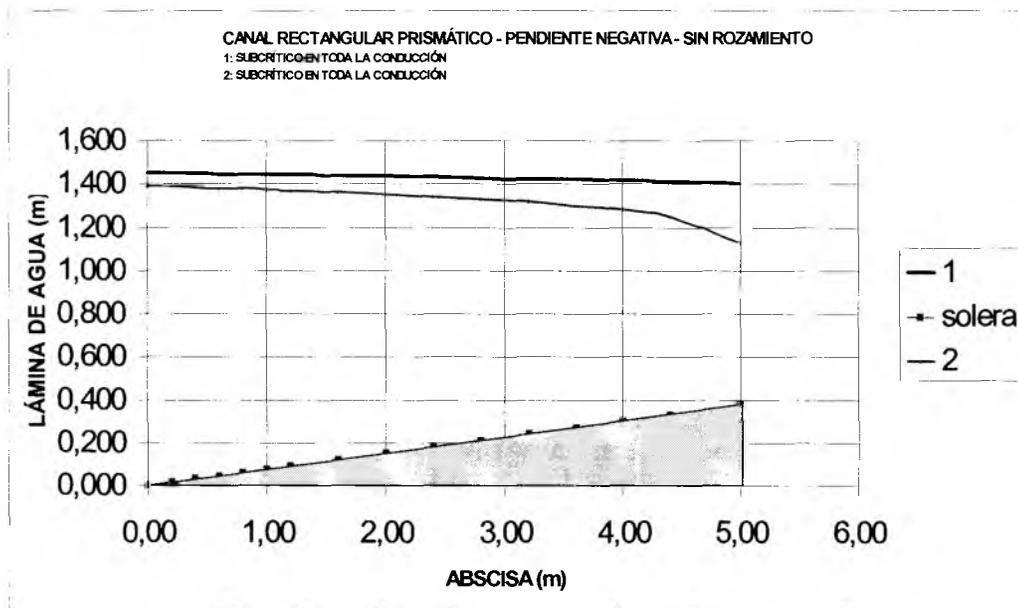


FIGURA 7.5 CANAL IDEAL DE SECCIÓN RECTANGULAR, PRISMÁTICO, PENDIENTE NEGATIVA. CURVAS DE REMANSO DE ACUERDO AL DESCENSO DEL NIVEL DEL DEPÓSITO R2

PUNTO	ABSCISA (m)	Cota Solera (z) (m)	$E_e = h_o - z$ (m)	$h_i$ (m)	$V_i$ (m/s)	$V_i^2/2g$ (m)	NF	$z + h$
A	0,00	0,000	1,500	1,450	0,990	0,050	0,26	1,450
	0,20	0,0150	1,485	1,434	1,001	0,051	0,27	1,449
	0,40	0,0300	1,470	1,418	1,013	0,052	0,27	1,448
	0,60	0,0450	1,455	1,402	1,024	0,053	0,28	1,447
	0,80	0,0600	1,440	1,385	1,036	0,055	0,28	1,445
M	1,00	0,0750	1,425	1,369	1,049	0,056	0,29	1,444
	1,20	0,0900	1,410	1,353	1,061	0,057	0,29	1,443
	1,60	0,1200	1,380	1,320	1,088	0,060	0,30	1,440
	2,00	0,1500	1,350	1,287	1,116	0,063	0,31	1,437
	2,40	0,1800	1,320	1,253	1,146	0,067	0,33	1,433

	2,80	0,2100	1,290	1,219	1,177	0,071	0,34	1,429
	3,20	0,2400	1,260	1,185	1,211	0,075	0,36	1,425
	3,60	0,2700	1,230	1,151	1,248	0,079	0,37	1,421
	4,00	0,3000	1,200	1,116	1,287	0,084	0,39	1,416
	4,40	0,3300	1,170	1,080	1,329	0,090	0,41	1,410
D	5,00	0,3750	1,125	1,025	1,401	0,100	0,44	1,400

El procedimiento para el cálculo de la lámina de agua en cada sección es el siguiente: asumo la altura ( $h_i$ ) en la sección de estudio. Con  $h_i$  y  $b_i$  obtengo el área y al tener el caudal de flujo puedo calcular la velocidad ( $V_i$ ) de la sección. Luego calculo la energía cinética. La altura más la energía cinética menos  $z$  tiene que ser igual a la energía específica de referencia. *Solver* resuelve adecuadamente esta problema con celda objetivo la altura asumida y con la restricción dicha..

La curva 1 de la figura 7.5 tiene un comportamiento subcrítico en todo su desarrollo. La descarga en el depósito R2 se realiza al mismo nivel con solución de continuidad. La energía cinética se disipa mediante la formación de torbellinos en el depósito R2.

La siguiente gráfica (7.6) muestra el comportamiento de la conducción vista a través de los parámetros reducidos:

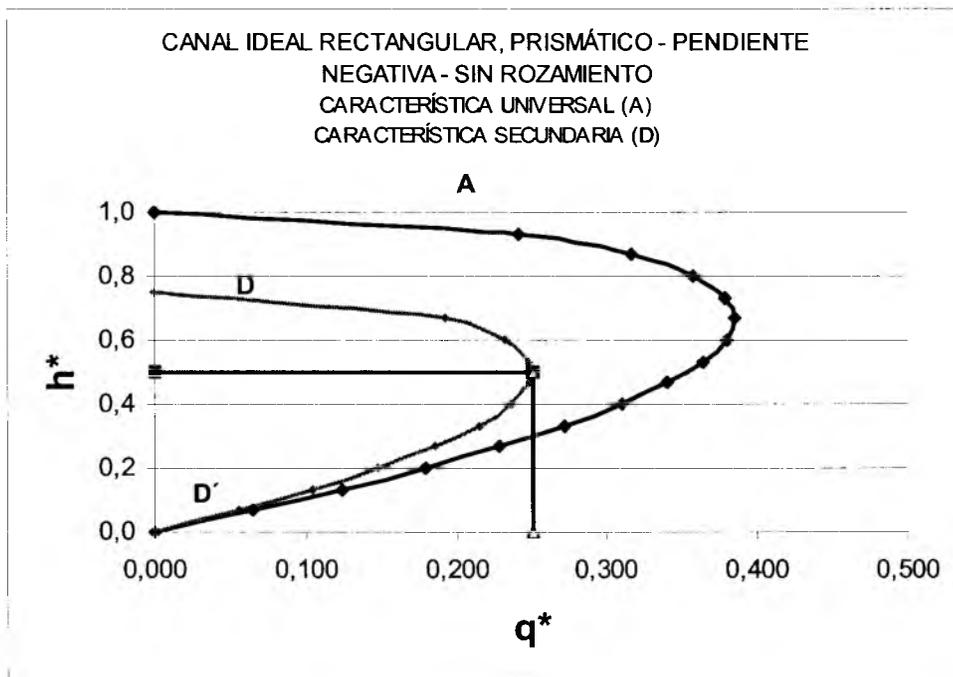


FIGURA 7.6 CANAL IDEAL RECTANGULAR, PRISMÁTICO, PENDIENTE NEGATIVA. COMPORTAMIENTO DE LA CONDUCCIÓN ANTE EL DESCENSO DEL NIVEL EN EL DEPÓSITO R2

### 7.2.3 Curva de remanso para las condiciones críticas en la descarga (sección de control)

La energía específica ( $E_{e0} = h_0 = 1,500$  m) de referencia es constante.

El ancho de la sección es de 2,500 m

La altura crítica de una sección rectangular corresponde a 2/3 de la energía específica ( $h_{cd} = 2/3*(h_0 - z) = 2/3*1,125$  m = 0,75 m).

El Área de la sección de descarga (D) es de 1,875 m<sup>2</sup>

La velocidad crítica en la sección de descarga (D) es de 2,712 m/s

El caudal será de 5,086 m<sup>3</sup>/s

El comportamiento dentro del cuerpo de la conducción se muestra en la curva 2 de las gráficas 7.5 y 7.6 y en la siguiente tabla.

PUNTO	ABSCISA	Cota Solera (z)	$E_e = h_0 - z$	hi	Vi	$V_i^2/2g$	NF	z + h
	(m)	(m)	(m)	(m)	(m/s)	(m)		
A	0,00	0,000	1,500	1,391	1,463	0,109	0,40	1,391
	0,20	0,0150	1,485	1,373	1,482	0,112	0,40	1,388
	0,40	0,0300	1,470	1,355	1,501	0,115	0,41	1,385
	0,60	0,0450	1,455	1,337	1,522	0,118	0,42	1,382
	0,80	0,0600	1,440	1,319	1,543	0,121	0,43	1,379
M	1,00	0,0750	1,425	1,300	1,565	0,125	0,44	1,375
	1,20	0,0900	1,410	1,282	1,587	0,128	0,45	1,372
	1,60	0,1200	1,380	1,244	1,636	0,136	0,47	1,364
	2,00	0,1500	1,350	1,205	1,689	0,145	0,49	1,355
	2,40	0,1800	1,320	1,164	1,747	0,156	0,52	1,344
	2,80	0,2100	1,290	1,123	1,812	0,167	0,55	1,333
	3,20	0,2400	1,260	1,079	1,886	0,181	0,58	1,319
	3,60	0,2700	1,230	1,032	1,971	0,198	0,62	1,302
	4,00	0,3000	1,200	0,981	2,074	0,219	0,67	1,281
	4,40	0,3300	1,170	0,922	2,207	0,248	0,73	1,252
D	5,00	0,3750	1,125	0,750	2,712	0,375	1,00	1,125

El procedimiento para el cálculo de la Lámina de agua en cada sección es el siguiente: asumo la altura ( $h_i$ ) en la sección de estudio. Con  $h_i$  y  $b_i$  obtengo el área y al tener el caudal de flujo puedo calcular la velocidad ( $V_i$ ) de la sección. Luego calculo la energía cinética. La altura más la energía cinética menos  $z$  tiene que ser igual a la energía específica de referencia. *Solver* resuelve adecuadamente esta problema con celda Objetivo la altura asumida y con la restricción dicha..

La curva 2 de la figura 7.5 tiene un comportamiento subcrítico en todo su desarrollo. La escarga en el depósito R2 se realiza al mismo nivel con solución de continuidad. La energía cinética se disipa mediante la formación de torbellinos en el depósito R2.

### **7.3 CANAL IDEAL DE SECCIÓN RECTANGULAR, PRISMÁTICO, DE PENDIENTE POSITIVA Y SIN ROZAMIENTO**

#### **7.3.1 Sección y características**

El canal que servirá para el desarrollo tiene las siguientes características:

- La sección transversal de la conducción (canal ideal) es rectangular (por simplificación en el procedimiento analítico).
- La pendiente ( $S_0$ ) de la solera del canal de conducción es positiva (+0.075).
- Las paredes del canal ideal no poseen rozamiento.
- La planta de la conducción tiene ancho constante (2.500 m).
- La conducción une dos depósitos (R1 y R2) de grandes dimensiones.
- El nivel del depósito R1 permanecerá invariable.
- El nivel del depósito R2 se hará variar. Esta variación permite estudiar los diferentes comportamientos de la conducción.
- Se toma como DATUM el nivel del inicio (A) de la solera de la conducción. Desde allí se miden los niveles de los depósitos y las láminas ( $h_i$ ) de cada una de las secciones.
- El nivel en el depósito R1 es  $h_0$  medido lejos de la influencia de la entrada (A) a la conducción.
- El nivel en el depósito R2 es  $h_D$  medido lejos de la influencia de la descarga (D) de la conducción.

#### **7.3.2 Curva de remanso para un leve descenso del nivel de depósito R2**

La energía específica ( $E_{co} = h_0 = 1,500$  m) de referencia será constante.

El ancho de la sección es de 2,500 m

La pendiente negativa ocasiona un incremento en la energía específica de  $z = + 0,075*x$

El descenso estudiado para el desarrollo de la curva 1 de la figura 7.7 es de 10.0 cm ( $h_D = 1.775$  m).

El área de la sección de descarga (D) es de  $4.437 \text{ m}^2$ .

La velocidad en la sección de descarga (D) es de  $1.400 \text{ m/s}$ .

El caudal será de  $6.216 \text{ m}^3/\text{s}$

El comportamiento dentro del cuerpo de la conducción se muestra en la curva 1 de las gráficas 7.7 y 7.8 y en la siguiente tabla.

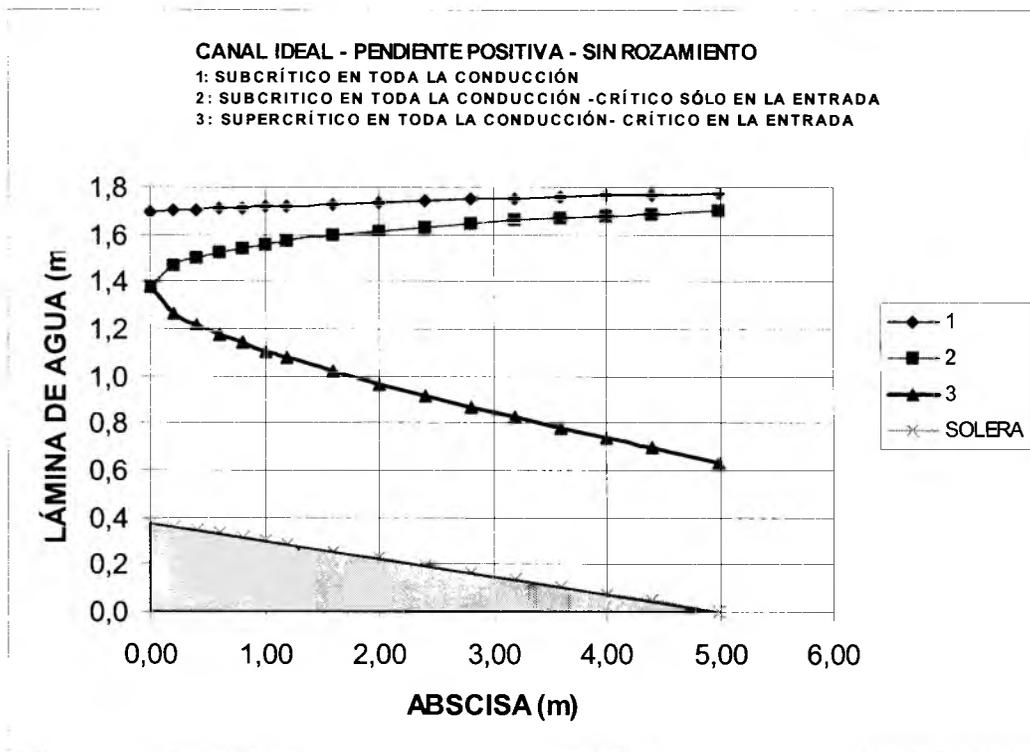


FIGURA 7.7 CANAL IDEAL DE SECCIÓN RECTANGULAR, PRISMÁTICO, PENDIENTE POSITIVA. CURVAS DE REMANSO DE ACUERDO AL DESCENSO DEL NIVEL DEL DEPÓSITO R2

PUNTO	ABSCISA (m)	Cota		$E_e = h_o - z$ (m)	$h_i$ (m)	$V_i$ (m/s)	$V_i^2/2g$ (m)	NF	$-z + h$
		Solera (z) (m)							
A	0,00	0,000		1,500	1,319	1,885	0,181	0,52	1,319
	0,20	-0,0150		1,515	1,339	1,856	0,176	0,51	1,354
	0,40	-0,0300		1,530	1,360	1,829	0,170	0,50	1,390
	0,60	-0,0450		1,545	1,379	1,802	0,166	0,49	1,424
	0,80	-0,0600		1,560	1,399	1,777	0,161	0,48	1,459

M	1,00	-0,0750	1,575	1,418	1,753	0,157	0,47	1,493
	1,20	-0,0900	1,590	1,438	1,730	0,152	0,46	1,528
	1,60	-0,1200	1,620	1,475	1,685	0,145	0,44	1,595
	2,00	-0,1500	1,650	1,512	1,644	0,138	0,43	1,662
	2,40	-0,1800	1,680	1,549	1,605	0,131	0,41	1,729
	2,80	-0,2100	1,710	1,585	1,569	0,125	0,40	1,795
	3,20	-0,2400	1,740	1,620	1,535	0,120	0,39	1,860
	3,60	-0,2700	1,770	1,655	1,502	0,115	0,37	1,925
	4,00	-0,3000	1,800	1,690	1,471	0,110	0,36	1,990
	4,40	-0,3300	1,830	1,724	1,442	0,106	0,35	2,054
D	5,00	-0,3750	1,875	1,775	1,401	0,100	0,34	2,150

El procedimiento para el cálculo de la lámina de agua en cada sección es el siguiente: asumo la altura ( $h_i$ ) en la sección de estudio. Con  $h_i$  y  $b_i$  obtengo el área y al tener el caudal de flujo puedo calcular la velocidad ( $V_i$ ) de la sección. Luego calculo la energía cinética. La altura más la energía cinética tiene que ser igual a la energía específica de referencia más  $z$ . *Solver* resuelve adecuadamente esta problema con celda objetivo la altura asumida y con la restricción dicha..

La curva 1 de la figura 7.7 tiene un comportamiento subcrítico en todo su desarrollo. La descarga en el depósito R2 se realiza al mismo nivel con solución de continuidad. La energía cinética se disipa mediante la formación de torbellinos en el depósito R2.

La siguiente gráfica (7.8) muestra el comportamiento de la conducción vista a través de los parámetros reducidos:

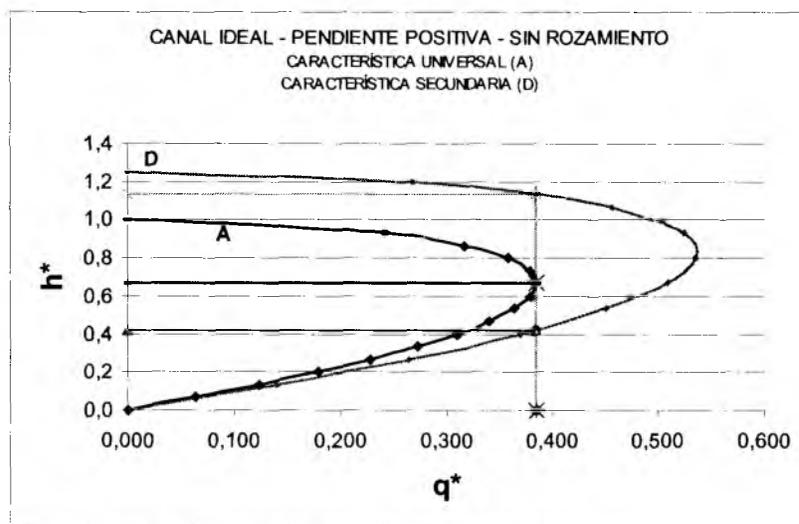


FIGURA 7.8 CANAL IDEAL RECTANGULAR, PRISMÁTICO, PENDIENTE POSITIVA. COMPORTAMIENTO DE LA CONDUCCIÓN ANTE EL DESCENSO DEL NIVEL EN EL DEPÓSITO R2

### 7.3.3 Curva de remanso para las condiciones críticas en la entrada (sección de control)

La energía específica ( $E_{e0} = h_0 = 1.500 \text{ m}$ ) de referencia es constante.

El ancho de la sección es de 2,500 m.

La altura crítica de una sección rectangular corresponde a 2/3 de la energía específica ( $h_{cA} = 2/3*(h_0 + z) = 2/3*1,500 \text{ m} = 1,000 \text{ m}$ ).

El área de la sección de entrada (A) es de 2,500 m<sup>2</sup>

La velocidad crítica en la sección de entrada (A) es de 3,132 m/s

El caudal será de 7,830 m<sup>3</sup>/s

El comportamiento dentro del cuerpo de la conducción se muestra en la curva 2 de las gráficas 7.7 y 7.8 y en la siguiente tabla.

PUNTO	ABSCISA (m)	Cota Solera (z) (m)	$E_e = h_0 - z$ (m)	$h_i$ (m)	$V_i$ (m/s)	$V_i^2/2g$ (m)	NF	$z + h$
A	0,00	0,000	1,500	1,000	3,132	0,500	1,00	1,000
	0,20	-0,0150	1,515	1,107	2,829	0,408	0,86	1,092
	0,40	-0,0300	1,530	1,156	2,710	0,374	0,81	1,126
	0,60	-0,0450	1,545	1,195	2,622	0,350	0,77	1,150
	0,80	-0,0600	1,560	1,229	2,549	0,331	0,73	1,169
M	1,00	-0,0750	1,575	1,260	2,486	0,315	0,71	1,185
	1,20	-0,0900	1,590	1,289	2,430	0,301	0,68	1,199
	1,60	-0,1200	1,620	1,343	2,333	0,277	0,64	1,223
	2,00	-0,1500	1,650	1,392	2,250	0,258	0,61	1,242
	2,40	-0,1800	1,680	1,438	2,178	0,242	0,58	1,258
	2,80	-0,2100	1,710	1,482	2,113	0,227	0,55	1,272
	3,20	-0,2400	1,740	1,525	2,054	0,215	0,53	1,285
	3,60	-0,2700	1,770	1,566	2,000	0,204	0,51	1,296
	4,00	-0,3000	1,800	1,606	1,950	0,194	0,49	1,306
	4,40	-0,3300	1,830	1,645	1,904	0,185	0,47	1,315
D	5,00	-0,3750	1,875	1,702	1,840	0,173	0,45	1,327

El procedimiento para el cálculo de la lámina de agua en cada sección es el siguiente: asumo la altura ( $h_i$ ) en la sección de estudio. Con  $h_i$  y  $b_i$  obtengo el área y al tener el caudal de flujo puedo calcular la velocidad ( $V_i$ ) de la sección. Luego calculo la energía cinética. La altura más la energía cinética tiene que ser igual a la energía específica de referencia más  $z$ . *Solver* resuelve adecuadamente esta problema con celda Objetivo la altura asumida y con la restricción dicha..

La curva 2 de la figura 7.7 tiene un comportamiento subcrítico en todo su desarrollo. Se presentan condiciones críticas en la sección de Entrada (sección de control). La Descarga en el depósito R2 se realiza al mismo nivel con solución de continuidad. La energía cinética se disipa mediante la formación de torbellinos en el depósito R2.

### 7.3.4 Curva de remanso para las condiciones críticas en la entrada (sección de control) altura conjugada en la descarga

La energía específica ( $E_{e0} = h_0 = 1.500$  m) de referencia es constante.

El ancho de la sección es de 2.500 m

El caudal será de 7.830 m<sup>3</sup>/s

La altura conjugada en la descarga es de  $h'_D = 0.635$  m.

El Área de la sección de descarga (D) es de 1.5875 m<sup>2</sup>

La velocidad en la sección de descarga (D) es de 4.932 m/s

El comportamiento dentro del cuerpo de la conducción se muestra en la curva 2 de las gráficas 7.7 y 7.8 y en la siguiente tabla.

	Cota							
PUNTO	ABSCISA	Solera (z)	$E_e = h_0 - z$	$h_i$	$V_i$	$V_i^2/2g$	NF	$z + h$
	(m)	(m)	(m)	(m)	(m/s)	(m)		
A	0,00	0,000	1,500	1,000	3,132	0,500	1,00	1,000
	0,20	-0,0150	1,515	0,906	3,456	0,609	1,16	0,891
	0,40	-0,0300	1,530	0,871	3,595	0,659	1,23	0,841
	0,60	-0,0450	1,545	0,845	3,705	0,700	1,29	0,800
	0,80	-0,0600	1,560	0,825	3,799	0,735	1,34	0,765
M	1,00	-0,0750	1,575	0,807	3,882	0,768	1,38	0,732
	1,20	-0,0900	1,590	0,791	3,959	0,799	1,42	0,701
	1,60	-0,1200	1,620	0,764	4,097	0,856	1,50	0,644
	2,00	-0,1500	1,650	0,742	4,221	0,908	1,56	0,592

	2,40	-0,1800	1,680	0,723	4,334	0,957	1,63	0,543
	2,80	-0,2100	1,710	0,706	4,439	1,004	1,69	0,496
	3,20	-0,2400	1,740	0,690	4,539	1,050	1,74	0,450
	3,60	-0,2700	1,770	0,676	4,633	1,094	1,80	0,406
	4,00	-0,3000	1,800	0,663	4,723	1,137	1,85	0,363
	4,40	-0,3300	1,830	0,651	4,809	1,179	1,90	0,321
D	5,00	-0,3750	1,875	0,635	4,932	1,240	1,98	0,260

El procedimiento para el cálculo de la lámina de agua en cada sección es el siguiente: asumo la altura ( $h_i$ ) en la sección de estudio. Con  $h_i$  y  $b_i$  obtengo el área y al tener el caudal de flujo puedo calcular la velocidad ( $V_i$ ) de la sección. Luego calculo la energía cinética. La altura más la energía cinética tiene que ser igual a la energía específica de referencia más  $z$ . *Solver* resuelve adecuadamente esta problema con celda objetivo la altura asumida y con la restricción dicha.

La curva 3 de la figura 7.7 tiene un comportamiento supercrítico en todo su desarrollo. Se presentan condiciones críticas en la sección de Entrada (sección de control). La descarga en el depósito R2 se realiza al mismo nivel con solución de continuidad. La energía cinética se disipa mediante la formación de torbellinos en el depósito R2.

## BIBLIOGRAFÍA

- ADDISON, Herbert. *Tratado de hidráulica aplicada*. 3a Ed. Barcelona:1959
- BRATER F. Ernest; WILLIAMS KING, Horace. *Handbook of Hydraulics*. 6a Ed. Nueva York:1976
- CHADWICK, Andrew; MORFETT, John. *Hydraulics in civil environmental engineering*. 3a Ed. Londres: 1998.
- DOMINGUEZ S., Francisco Javier. *Hidráulica*. 5a Ed. Editorial Universitaria. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile. Santiago de Chile: 1978.
- GARDEA VILLEGAS, Humberto. *Hidráulica de Canales*. 2a Ed. México, D.F.: 1995.
- GRANVILLE, et al. *Cálculo diferencial e integral*. 1a Ed. México, D. F.: 1974.
- HALL; KNIGHT. *Álgebra superior*. 1a Ed. México, D. F.; 1967.
- LELIAVskY, Serge. *Irrigation and Hydraulic Design*. Champan and Hall Ltda. London: 1955
- LENCASTRE A., *Manuel d'hydraulique générale*. 5a Ed. Paris: 1973.
- NAUDASCHER. *Hidráulica de canales*. 2a Ed. Editorial Limusa. México, D. F.: 2001.
- PAOLETTI, Alessandro. *Lezioni di idraulica fluviale*.
- POTTER. Merle C., WIGGERT, David C. *Mecánica de fluidos*. 9a Ed. Bogotá: 2000.
- ROUSE, Hunter. *Engineering hydraulics*. 1949.
- SILBER. *Hidráulica del régimen permanente en canales y ríos*. 1a Ed. Madrid: 1972.
- S. K. Al Naib. *Fluid Mechanics Hydraulics and environmental engineering*. 1a Ed. University of East London. Londres: 1997.
- STREETER, Víctor L., et al. *Mecánica de fluidos*. 9a Ed. Bogotá: 2000.
- S. K. Al Naib. *Applied Hydraulics hydrology and environmental engineering*. 1a Ed. Londres. 1997.
- SHAW, M. Elizabeth. *Hydrology in Practice*. 3a Ed. Londres: 1994.

TRINDADE NEVES, Eurico. *Curso de Hidráulica*. 9a Ed. Sao Pablo: 1960

TAYLOR, H. E.; WADE, T.L *University calculus and subsetd of the plane*. 1a Ed. Nueva York: 1962.

VEN THE CHOW. *International student edition*. 1a Ed. Tokio: 1959.

VERGARA S., Miguel A. *Técnicas de modelación en hidráulica*. 1a Ed. México, D. F. 1993.

WHITE, M. Frank. *Mecánica de fluidos*. 1a Ed. México, D.F.: 1994.

WYLIE, C. R. *Matemáticas superiores para ingeniería*. 3a Ed. México, D. F.: 1969.