

# Estrategias de rigidización para vigas esbeltas con perforaciones sujetas a cargas cortantes

Alejandro Jaramillo Rivas

Universidad Nacional de Colombia Facultad de Minas, Departamento de Ingeniería Civil Medellín, Colombia 2019

# Estrategias de rigidización para vigas esbeltas con perforaciones sujetas a cargas cortantes

**Alejandro Jaramillo Rivas** 

Tesis de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de: Magister en Ingeniería-Estructuras

> Director: Ph.D,. Carlos Alberto Graciano Gallego

Línea de Investigación: Estabilidad Estructural – Análisis Numérico Grupo de Investigación: Mecánica Computacional y Análisis de Estructuras

Universidad Nacional de Colombia Facultad de Minas, Departamento de Ingeniería Civil Medellín, Colombia 2019

La mente que se abre a una nueva idea nunca vuelve a su tamaño original.

Albert Einstein

### Agradecimientos

Esta tesis es el resultado del apoyo incondicional de mi mamá y mis tías que siempre me impulsaron y no me dejaron abandonar a mitad del camino.

Al Profesor Carlos Graciano le agradezco la oportunidad que me dió de trabajar con él y especialmente el acompañamiento y las frases de motivación que me brindó desde el inicio de mi carrera hasta la finalización de esta tesis de maestría, realmente ha sido testigo del esfuerzo, logros y fracasos que ha tenido mi carrera como profesional y como estudiante.

Por último, quiero agradecer al ingeniero Nelson Loaiza por ayuda ya que sin ésta el camino para terminar esta maestría hubiera sido mucho más difícil.

### Resumen

Durante la construcción de puentes por voladizos sucesivos las vigas principales del puente se ven sometidas a cargas cortantes, como consecuencia se puede producir una falla por pandeo. En algunas ocasiones las vigas deben ser perforadas con el fin de permitir el paso de tuberías o disminuir el peso, sin embargo, su resistencia última se ve reducida. Una opción para contrarrestar la falla por pandeo es el uso de rigidizadores soldados al alma de la viga. Por lo tanto, esta investigación estudia la influencia de rigidizadores circulares, longitudinales e inclinados sobre la resistencia última de vigas perforadas sujetas a cargas cortantes mediante el uso de modelos numéricos no lineales validados a partir de resultados experimentales disponibles en la literatura. Se realiza un análisis paramétrico para determinar el efecto de diferentes parámetros geométricos de los rigidizadores y diámetros de perforación. Finalmente, los resultados obtenidos demuestran que los rigidizadores considerados en el análisis, además se concluye cuál rigidizador es el óptimo dependiendo de la altura de la viga y el diámetro de la perforación, por último, se presentan unas recomendaciones de diseño con base en los resultados obtenidos.

Palabras clave: vigas esbeltas, perforaciones, rigidizadores circulares, carga última.

### Abstract

During the construction of bridges by successive overhangs the main beams of the bridge are subjected to shear loads, as a result a buckling failure can occur. Occasionally the girders must be perforated to allow the passage of pipes or reduce the weight, however, their ultimate strength is reduced. An option to prevent buckling failure is the use of stiffeners welded to the girder web. Therefore, this research studies the influence of circular, longitudinal and inclined stiffeners on the ultimate strength of perforated beams subject to shear loads by using validated nonlinear numerical models based on experimental results available in the literature. A parametric analysis is performed to determine the effect of different geometric parameters of stiffeners and openings diameters. Finally, the results obtained shows that the stiffeners provide an increase on the ultimate strength of the perforated girders for all the diameters considered in the analysis, in addition it is concluded which stiffener is the optimum depending on the height of the girder and the diameter of the opening, some design recommendations are presented based on the results obtained.

Keywords: girders, openings, circular stiffeners, ultimate shear strength

### Contenido

Resumen	IX
Abstract	XI
Lista de figuras	XV
Lista de tablas	XVII
Lista de símbolos y abreviaturas	XVIII
Introducción	
1 Objetivos v limitaciones	3
1 Objetivos generales	3
1 1 1 Objetivos específicos	3
1.1.2 Alcance	
2 Marga taáriaa	5
2. Marco teorico	
2.1 Definitiones basicas	5
2.1.1 Viga coorda	
2.1.2 Rigidizadores inclinados	
2.1.5 Rigidizadores circulares	0
<ul> <li>2.1.1 Regulated of the contract o</li></ul>	7
2.2.1 Falla a carga cortante	
2.2.2 Pandeo localizado por cargas cortantes	
2.2.3 Mecanismo Vierendeel	
2.3 Normas de diseño	
2.3.1 AISC	
2.3.2 Eurocódigo	
2.4 Antecedentes	
2.4.1 Carga cortante en vigas esbeltas	
2.4.2 Aberturas en elementos estructurales	14
3. Modelo numérico	
3.1 Modelo no lineal por elementos finitos	
3.2 Propiedades del material	
3.3 Geometría	
3.3.1 Viga con rigidizadores inclinados	
3.3.2 Viga con rigidizadores circulares	
3.4 Condiciones de borde	
3.5 Análisis de convergencia	
3.6 Validación del modelo	25

4. Estu	ıdio paramétrico	
4.1	Carga última de vigas esbeltas	
4.1.1	1 Análisis no lineal de vigas con $d/h_w$ menor a 0.5	
4.1.2	2 Análisis no lineal de vigas con $d/h_w$ mayor a 0.5	
4.2	Distribución de esfuerzos de von Mises	
4.3	Desplazamientos fuera del plano	
4.4	Recomendaciones de diseño	
4.5	Verificación analítica	
5. Con	clusiones y recomendaciones	
5.1	Conclusiones	
5.2	Recomendaciones	

# Lista de figuras

Pág.

Figura 2.1: Partes de viga esbelta
Figura 2.2: Rigidizador inclinado
Figura 2.3: Rigidizador circular
Figura 2.4: Esquema de mecanismo de falla por carga cortante
Figura 2.5: Esquema de mecanismos de falla por carga concentrada. Fluencia. (izquierda) Pandeo.
(derecha)[14]
Figura 2.6: Esquema de secciones T formadas por la perforación de las vigas9
Figura 2.7: Mecanismo de falla Vierendeel. a) Falla Vierendeel. b) Rótulas plásticas. c) Longitud
efectiva y flexión Vierendeel.[16]10
Figura 2.8: Descomposición de fuerzas del mecanismo Vierendeel. Lado de momento menor
(izquierda). Lado de momento mayor (derecha) [16]11
Figura 3.1: Comportamiento de material elastoplástico perfecto
Figura 3.2: Nomenclatura de vigas empleadas para el modelo de rigidizadores inclinados19
Figura 3.3: Nomenclatura de vigas empleadas para el modelo de rigidizadores circulares20
Figura 3.4: Condiciones de borde empleadas en los modelos numéricos
Figura 3.5: Análisis de convergencia de la malla para modelo de rigidizadores inclinados23
Figura 3.6: Análisis de convergencia de la malla para modelo de rigidizadores circulares23
Figura 3.7: Malla de elementos finitos empleada para el modelo de rigidizadores inclinados (9964
elementos)
Figura 3.8: Malla de elementos finitos empleada para el modelo de rigidizadores circulares (3475
elementos)
Figura 3.9: Curva carga-desplazamiento para espécimen CP1B
Figura 3.10: Curva carga-desplazamiento para espécimen CP6B
<b>Figura 4.1:</b> Comparación de carga última entre vigas sin rigidizar $P_{u,u}$ y vigas rigidizadas $P_{u,s}$ en
términos del diámetro relativo de la perforación d/hw[31]30
<b>Figura 4.2:</b> Comparación de carga última entre vigas sin rigidizar $P_{u,u}$ y vigas rigidizadas $P_{u,s}$ en
términos de la relación de aspecto del rigidizador $b_{st}/t_{st}$ para distintas relaciones $d/h_w[33]$
Figura 4.3: Distribución de esfuerzos de von Mises para vigas perforadas en carga última (MPa)
$(d/h_w = 0.5 \text{ and } t_{st}/t_w = 7.5) [31] \dots 34$
Figura 4.4: Distribución de esfuerzos de von Mises para vigas perforadas con rigidizadores
circulares en carga última (MPa) [33]35
<b>Figura 4.5:</b> Desplazamiento fuera del plano para vigas perforadas en carga última (MPa) ( $d/h_w$ =
0.5 and $t_{st}/t_w = 7.5$ [31]

Figura 4.6: Desplazamiento fuera del plano para vigas perforadas con rigidizadores circulares en	n
carga última (MPa)	. 38
Figura 4.7: Nomograma de métodos de rigidización óptimos a partir de la perforación relativa	
$d/h_w$ de la viga	. 39

## Lista de tablas

#### Pág.

Tabla 3.1: Geometría utilizada para la validación de los resultados de Azmi et al. [5]	19
Tabla 3.2: Geometría utilizada para la validación de los resultados de Narayanan & F	Rockey [3]. 20
Tabla 3.3: Condiciones de borde del modelo numérico	21
Tabla 3.4: Comparación entre las cargas obtenidas experimental y numéricamente pa	ıra vigas con
rigidizadores inclinados	25
Tabla 3.5: Comparación entre las cargas obtenidas experimental y numéricamente pa	ıra vigas con
rigidizadores circulares	25
Tabla 4.1: Dimensiones y propiedades de tuberías elegidas (API 5L X42)	
Tabla 4.2: Comparación entre la resistencia última numérica y analítica de vigas con	rigidizadores
circulares e inclinados ( $\chi_w$ =0.563)	40

### Lista de símbolos y abreviaturas

#### Símbolo Término Unidad SI Luz de la viga L m Ancho de la viga $b_f$ m Altura de la viga $h_w$ m Diámetro de la perforación d m Distancia entre rigidizadores transversales m $S_{S}$ Espesor de los rigidizadores m t<sub>st</sub> Espesor del alma de la viga $t_w$ m Espesor de la aleta de la viga m *t*<sub>f</sub> fy Esfuerzo de fluencia del acero MPa EMódulo de Young GPa $P_u$ Carga cortante última kN

#### Símbolos con letras latinas

#### Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI
$\overline{ heta}$	Ángulo de inclinación de los rigidizadores	Grado (°)

#### Subíndices

Subíndice	Término
W	Alma de la viga (web)
f	Aletas de la viga (flange)
S	Rigidizadores de la viga (stiffeners)
<b>Superíndices</b>	

Superíndice	Término
EXP	Experimental
FEM	Finite element method (método de elementos finitos

### Introducción

El campo de la construcción de puentes en acero se ha transformado en los últimos años, ahora es común la construcción de puente en vigas esbeltas de acero y tablero en concreto reforzado; el principal beneficio de esta tipología de puentes es el construir todo el puente en un extremo y luego empujarlo hacia el siguiente apoyo, este método recibe el nombre de empujes sucesivos [1].

La mayoría de los puentes mixtos de acero-concreto emplean el uso de vigas esbeltas, las cuales son paneles de secciones compuestas por placas de espesor delgado, este tipo de vigas se emplea principalmente debido a su gran resistencia a la torsión, a la flexión y al corte, condiciones de carga predominantes en vigas con gran separación entre soportes. Debido a limitaciones espaciales, en algunos casos el alma de la viga debe ser perforada para permitir el paso de tuberías u otro tipo de instalaciones industriales, así como también para facilitar labores de mantenimiento de la estructura. Este tipo de modificación trae como resultado una reducción de la rigidez y resistencia última, principalmente cuando la viga está sujeta a cargas cortantes, esto producto de una reducción en su estabilidad debido a una redistribución de esfuerzos [2]. Una alternativa para evitar este tipo de fallas consiste en colocar rigidizadores cerca de la zona donde se encuentra la perforación, esto con el propósito de incrementar la resistencia al corte de la viga.

A continuación se presentan algunos estudios que han demostrado que es posible evaluar la resistencia última de corte y a flexión de vigas perforadas bajo diferentes solicitaciones y condiciones de carga; a través de modelos numéricos y resultados experimentales. En 1981, Naranyanan & Rockey[3] realizaron unos primeros ensayos experimentales para determinar la resistencia última de vigas esbeltas con perforaciones circulares sujetas a cargas cortantes,

los resultados obtenidos demostraron que existe una reducción lineal de la resistencia última a medida que aumenta el diámetro de la perforación.

Shanmugam et *al.*[4] desarrollaron un estudio numérico para investigar el efecto de diferentes parámetros geométricos tales como la esbeltez del alma de la viga, el tamaño de la aleta y el tamaño de la perforación sobre el comportamiento no lineal y resistencia última de la viga. Las conclusiones derivadas de esta investigación demuestran que los resultados obtenidos para los casos de vigas perforadas con alma de bajo espesor se encuentran influenciados por las imperfecciones geométricas de la viga.

De igual forma, algunos estudios recientes se han enfocado en evaluar la contribución de diferentes tipos de rigidizadores sobre la resistencia última de vigas perforadas, prueba de ello son los estudios realizados por Azmi et *al*.[5] quienes a través de pruebas experimentales y numéricas caracterizaron la contribución de los rigidizadores inclinados sobre carga última, y Hagen et *al*. [6,7] donde se presentaron unas modificaciones al modelo del Eurocódigo [8] con el fin de considerar el efecto de rigidizadores transversales y refuerzos en las perforaciones para aumentar la resistencia última de las vigas sujetas a carga cortante. No obstante, la contribución sobre la resistencia última de vigas perforadas usando diferentes tipos de rigidizadores ha recibido poca atención.

Por lo tanto, el siguiente trabajo de investigación tiene como objetivo realizar un análisis comparativo de la influencia de diferentes tipos de rigidizadores (inclinados, circulares y longitudinales) sobre la contribución de resistencia última de vigas con perforaciones en el alma sujetas a cargas cortantes. Para ello, se desarrolló un modelo de análisis no lineal de elementos finitos, en donde se evaluó por medio de un análisis paramétrico el efecto del tamaño de los rigidizadores y el diámetro de la perforación.

### 1. Objetivos y limitaciones

#### **1.1 Objetivos generales**

Estudiar la influencia de rigidizadores inclinados, longitudinales y circulares sobre la resistencia última de vigas esbeltas con perforaciones en el alma sujetas a cargas cortantes.

#### **1.1.1 Objetivos específicos**

- Desarrollar un modelo numérico para determinar la resistencia última de vigas perforadas sujetas a cargas cortantes.
- Validar los resultados numéricos de carga última utilizando los valores de resistencia última experimentales disponibles en la literatura.
- Evaluar la influencia sobre la carga última de diferentes parámetros geométricos de la viga, de tamaño de perforación y de tipos de rigidizadores.

#### 1.1.2 Alcance

El modelo desarrollado tiene en cuenta la no linealidad que aporta el comportamiento plástico del material, las imperfecciones iniciales y los grandes desplazamientos; sin embargo, se desprecian los efectos por contacto que se producen en la región de aplicación de la carga y la aleta superior de la viga.

Las imperfecciones iniciales del modelo con rigidizadores inclinados se modelan como una función cosenoidal en el alma de la viga con una amplitud máxima determinada por la Ec. (1.1) propuesta en la tabla C.2 del anexo C del Eurocódigo parte 1-5[8].

$$e_{0,w} = \min\left(\frac{L}{200}, \frac{h_w}{200}\right)$$
 (1.1)

Para el modelo con rigidizadores circulares se consideran las imperfecciones iniciales como el primer modo de pandeo[9] normalizado a una amplitud máxima de 1 mm para satisfacer la limitación del Eurocódigo presentada en la Ec. (1.1).

Se debe resaltar que la carga considerada para el análisis es puntal con el fin de estudiar la resistencia a cortante de las vigas esbeltas, en ningún modelo se consideraron momentos flectores debido a que la resistencia a momento de la viga no se ve afectada significativamente por las perforaciones de acuerdo con Narayanan. [10]

### 2. Marco teórico

Este capítulo abarca las definiciones, términos y conceptos utilizados a lo largo de esta investigación. Adicionalmente, se presenta una revisión de la literatura sobre elementos estructurales y los trabajos destacados en el área de estabilidad de vigas esbeltas con perforaciones.

#### 2.1 Definiciones básicas

#### 2.1.1 Viga esbelta

Una viga esbelta es un elemento de acero sometido a flexión con una sección transversal compuesta por placas de espesor delgado, con una relación de esbeltez mayor a una viga extruida en caliente como las usadas en construcciones comunes debido a que éstas por lo general tienen grandes espesores de alma para que su sección transversal sea compacta.

#### 2.1.2 Rigidizadores transversales y longitudinales

Para disminuir las fallas locales de las vigas esbeltas se suelen instalar rigidizadores transversales y longitudinales. Estos rigidizadores transversales permiten transferir las cargas verticales de las aletas al alma de la viga, evitando el pandeo localizado. Los longitudinales se emplean para aumentar la resistencia última de las vigas sometidas a cortante y/o flexión, disminuyendo así su inestabilidad y mejorando el comportamiento plástico y dúctil de la viga.

La división de la viga con rigidizadores hace que la viga se comporte como pequeños paneles que actúan de manera independiente, comúnmente llamados paneles de viga. En la Figura 2.1 se pueden apreciar las partes principales de la viga.



Figura 2.1: Partes de viga esbelta

#### 2.1.3 Rigidizadores inclinados

Estos rigidizadores son una variación de los rigidizadores transversales y consiste en girar éstos un ángulo  $\theta$  entre las perforaciones del alma para aumentar su resistencia a cargas cortantes (Figura 2.2).



Figura 2.2: Rigidizador inclinado

#### 2.1.4 Rigidizadores circulares

Son anillos instalados en la parte interna de las perforaciones de la viga, están fabricados de tramos de perfiles tubulares circulares y son soldados al alma con soldadura tipo filete para facilitar su instalación. En la Figura 2.3 se puede ver que el rigidizador está a ambos lados del alma formando así una sección simétrica.



Figura 2.3: Rigidizador circular

#### 2.2 Mecanismos de falla

Una viga en su condición de servicio está sometida a momentos flectores y cargas cortantes, la principal función del alma es soportar las cargas cortantes y conectar las aletas para que juntas soporten el momento flector, como resultado de esto se espera que la altura del alma  $(h_w)$  sea la mayor posible, sin embargo las aletas se ven sometidas a cargas axiales y su espesor tiene a ser mayor que el del alma para evitar el pandeo localizado en éstas.[11]

Para evitar cualquier comportamiento inesperado se debe hacer el análisis de los diferentes mecanismos de falla que se pueden generar en las vigas como consecuencia de la inestabilidad geométrica debido a la esbeltez de los elementos y las perforaciones. En el caso de este trabajo los mecanismos de falla son: falla a carga cortante, pandeo localizado por cargas concentradas y mecanismo Vierendeel.

#### 2.2.1 Falla a carga cortante

La resistencia a cortante de una viga con rigidizadores transversales depende principalmente de su relación  $h_w/t_w$  y a la separación de los rigidizadores, normalmente éstos se instalan en lugares donde se va a aplicar carga o donde están los apoyos.

El mecanismo de falla de una viga esbelta bajo cargas cortantes se debe a la orientación de los esfuerzos principales, éstos se alinean de manera diagonal respecto al eje de la viga generando esfuerzos de tensión y compresión; ambos esfuerzos combinados generan un mecanismo de pandeo localizado en el alma de la viga, esto produce una deformación fuera del plano o abolladura. Cuando se genera la abolladura el alma pierde la capacidad de soportar compresión y la tensión en la banda diagonal aumenta hasta que el material alcanza su límite de fluencia como se ve en la Figura 2.4.



Figura 2.4: Esquema de mecanismo de falla por carga cortante

#### 2.2.2 Pandeo localizado por cargas cortantes

Las cargas cortantes sobre la aleta superior también pueden generar mecanismos de falla como fluencia del alma y pandeo (local o global) debido a la inestabilidad del alma como se puede apreciar en la Figura 2.5. A partir de resultados experimentales de Roberts [12] y Gozzi [13] se demostró que el mecanismo de falla depende principalmente de la sección transversal de la viga. Las vigas con relaciones de  $t_f/t_w$  altas tienden a fallar por pandeo global o localizado; por otro lado las vigas con relaciones  $t_f/t_w$  bajas presentan falla por

fluencia al superarse el límite elástico del acero en la zona sometida a compresión; además la resistencia se ve ve afectada por la longitud de aplicación de la carga  $s_s$ .



Figura 2.5: Esquema de mecanismos de falla por carga concentrada. Fluencia. (izquierda) Pandeo. (derecha)[14]

#### 2.2.3 Mecanismo Vierendeel

Al realizar perforaciones en el alma de una viga se generan dos secciones en T en la parte superior e inferior de la misma, conformadas por la porción restante del alma y la aleta de la viga como se pueden puede ver en la Figura 2.6.



Figura 2.6: Esquema de secciones T formadas por la perforación de las vigas

De acuerdo a Tsavdaridis & D'Mello[15] el mecanismo Vierendeel consiste en la formación de rótulas plásticas en el alma junto a las esquinas de la perforación ocasionando una deformación de la sección en T como se muestra en la Figura 2.7a.

Cuando una viga perforada es sometida a esfuerzos de cortante, las secciones en T encima y debajo de la perforación deben soportar la carga cortante, el momento principal y el secundario. El momento principal es el momento flector al que se somete la viga debido a la carga transversal aplicada; el momento secundario o momento Vierendeel es el resultante de trasladar las fuerzas internas a las secciones T como se muestra en la Figura 2.8. y las Ec (2.1, 2.3).



Figura 2.7: Mecanismo de falla Vierendeel. a) Falla Vierendeel. b) Rótulas plásticas. c) Longitud efectiva y flexión Vierendeel.[16]



Figura 2.8: Descomposición de fuerzas del mecanismo Vierendeel. Lado de momento menor (izquierda). Lado de momento mayor (derecha) [16]

$$V_{sd,\theta} = \left(\frac{V_{sd}}{2}\right)\cos(\theta) \pm (N_{sd})\,sen(\theta) \tag{2.1}$$

$$N_{sd,\theta} = (N_{sd})\cos(\theta) \pm \left(\frac{V_{sd}}{2}\right)sen(\theta)$$
(2.2)

$$M_{\nu d,\theta} = \left(\frac{V_{sd}}{2}\right) \left(\frac{h_w}{2} - \bar{y}_{\theta} \cos(\theta)\right) \tan(\theta) \pm (N_{sd})(\bar{y}_{\theta} \cos(\theta) - \bar{y})$$
(2.3)

En estas ecuaciones anteriores el signo más o menos depende del lado que se esté calculando, si está al lado izquierdo del centro de la perforación es el lado de momento menor y si está a la derecha es el lado de momento mayor, la diferencia de magnitud en estos dos momentos y cortantes produce la deformación que se muestra en la Figura 2.7c.

#### 2.3 Normas de diseño

Actualmente existen dos grandes corrientes de diseño de estructuras en acero, representadas por *American Institute of Steel Construction* y *Comité Européen de Normalisation*, cada uno de estos entes tiene su propia metodología y códigos de diseño. La metodología AISC tiende a soluciones directas y ecuaciones simplificadas; mientras que el Eurocódigo plantea limitaciones y recomendaciones y depende del criterio del ingeniero aplicarlas correctamente.

En el caso del Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente Título F (estructuras metálicas)[17] las vigas esbeltas con perforaciones en el alma no están

contempladas, por lo tanto es necesario recurrir a las dos normas mencionadas anteriormente.

#### 2.3.1 AISC

La AISC tiene una guía de diseño para vigas con perforaciones llamada *Steel and Composite Beams with Web Openings*[18], dentro de las limitaciones establecidas se encuentra que las vigas deben ser compactas, es decir, deben satisfacer las ecuaciones que se presentan a continuación:

$$\frac{b_f}{2t_f} \le \frac{65}{\sqrt{f_{yf}}} \tag{2.4}$$

$$\frac{h_w - 2t_f}{t_w} \le \frac{250}{\sqrt{f_{yw}}} \tag{2.5}$$

Las geometrías consideradas para los modelos numéricos de este trabajo no cumplen con ambas restricciones, por lo tanto, esta guía no puede ser aplicada en esta investigación ya que las secciones no son compactas. Adicionalmente el material también se ve limitado a un máximo 65 ksi (448 MPa) para el  $f_y$ , aunque en el caso de esta investigación este límite no es superado.

Otra limitación de la AISC es que no tiene en cuenta el aporte de rigidizadores en la estimación de la resistencia a cortante de la viga con perforaciones.

#### 2.3.2 Eurocódigo

Para el diseño de vigas con perforaciones en el alma el Eurocódigo solía tener el ENV 1993 Anexo N [19]; con provisiones para vigas con perforaciones relativas  $d/h_w$  hasta de 0.75 y relaciones de aspecto  $L/h_w$  entre 1.0 y 3.0, sin embargo este anexo fue retirado debido a que el método de campo de tensiones fue eliminado de la parte 1-5 del Eurocódigo[8] dejando un vacío de diseño para éstas vigas.

#### 2.4 Antecedentes

#### 2.4.1 Carga cortante en vigas esbeltas

En el año 1966 D'Apice et *al*.[20] realizaron ensayos experimentales en vigas rigidizadas de forma longitudinal, una serie fue fallada bajo carga cortante y determinó que los rigidizadores longitudinales aumentan entre un 6% y un 38% la resistencia a corte con respecto a una viga esbelta no rigidizada; adicionalmente las deflexiones fuera del plano se ven reducidas en el alma de los paneles, debido a que el campo se tensiones se genera por separado para cada subpanel y la resistencia última sólo se obtiene después de que el mismo se forma. Por último, se concluyó que la teoría de vigas clásica y la teoría de pandeo no pueden estimar con precisión la resistencia de vigas rigidizadas longitudinalmente de manera analítica.

Posteriormente Cooper [21] presentó un reporte comparativo entre resultados de corte y flexión obtenidos analíticamente e investigaciones experimentales de vigas rigidizadas longitudinalmente. Con la suposición de que la resistencia última de la viga es la suma de la resistencia última de los subpaneles, Cooper halló la posición del rigidizador óptima para aumentar la capacidad de la viga considerando la esbeltez y la relación entre alto y largo de la viga (relación de aspecto).

Horne & Grayson [22] siguieron con la suposición de que si una viga está compuesta por subpaneles su resistencia es la del panel que alcance el mayor valor, para verificar esto utilizaron elementos sujetos a carga cortante con un amplio rango de aspecto y esbeltez, concluyendo que hay un ligero aumento de resistencia al corte del subpanel si este se aumenta y el vecino se reduce.

Años más tarde Lee & Yoo [11] investigaron el comportamiento no lineal de vigas con rigidizadores transversales sujetas a carga cortante, considerando las imperfecciones geométricas iniciales. Realizaron un estudio paramétrico para plantear ecuaciones de resistencia última y diseño de elementos, validado con resultados experimentales existentes.

En 1999 Lee & Yoo [23] elaboraron un modelo por elementos finitos validado con resultados experimentales que incluía sus fórmulas propuestas anteriormente [11] y determinaron que la unión entre alma y aleta se asemeja a un empotramiento para efectos de cálculo; concluyendo que las aletas no influyen en la resistencia post pandeo de la viga.

#### 2.4.2 Aberturas en elementos estructurales

Aunque las vigas esbeltas con perforaciones no han sido ampliamente estudiadas como las vigas sin perforaciones, unos de los primeros autores en proponer una ecuación para predecir la resistencia a cortante fueron Cooper & Roychosdhury [24], estos autores trabajaron en la teoría del campo de tensiones de vigas con perforaciones considerando diferentes posiciones y formas, comparando los resultados obtenidos con resultados experimentales para concluir que la solución analítica subestima significativamente la capacidad real de las vigas.

El-Sawy & Nazmy [25] desarrollaron un modelo por elementos finitos con el fin de estudiar el pandeo elástico de placas con perforaciones sometidas a compresión en dirección longitudinal y considerando varias relaciones de aspecto  $L/h_w$  entre 1 y 4. El modelo consideraba perforaciones circulares y cuadradas con esquinas redondeadas, además las perforaciones se ubicaban en diferentes zonas de la placa. Como conclusión del análisis encontraron que es mejor no ubicar las perforaciones en zonas críticas como las cercanas a los extremos de los paneles si no en el centro del mismo para generar un menor impacto en la estabilidad; adicionalmente recomendaron el uso de perforaciones rectangulares espaciadas en vez de una sola perforación circular.

La carga última y la falla de vigas esbeltas con perforaciones fue estudiado por Shanmugan et *al.* [4] mediante un modelo paramétrico por elementos finitos, las vigas estaban sometidas a cargas cortantes y sus almas tenían perforaciones circulares y rectangulares centradas en cada subpanel. Para validar el modelo los autores utilizaron los resultados de Narayanan & Rockey [3] y variaron parámetros como relación de esbeltez, rigidez de la aleta y tamaño de la perforación. Su principal conclusión fue que la resistencia y comportamiento de las vigas con perforaciones dependen principalmente de la imperfección geométrica inicial. Posteriormente Lian & Shanmugan [26] hicieron un estudio de seis vigas curvas (horizontalmente) con perforaciones en el alma. El estudio permitió concluir que la resistencia última a cortante disminuye cuando se aumenta el diámetro de la perforación, además el mecanismo de falla es similar al de las vigas esbeltas sin perforaciones, aunque las rótulas plásticas cambian de posición.

En 2009 Hagen et *al.* [6,7] propusieron una formulación analítica para diseñar vigas con perforaciones en el alma a partir de resultados experimentales; el método se basa en tomar las ecuaciones del Eurocódigo [8] y modificarlas dependiendo de los parámetros geométricos de la viga como la esbeltez, el diámetro de la perforación, la forma de la perforación y la ubicación de la misma.

Adicionalmente Maiorana et *al.* [9] elaboraron un modelo para representar el comportamiento de vigas con imperfecciones iniciales sometidas a cargas cortantes con y sin perforaciones en el alma. Los resultados demostraron que la carga última se ve afectada en un 5% por cada 1% de variación en la imperfección inicial.

Loughlan & Hussain[27] estudiaron el comportamiento post pandeo de paneles con perforaciones circulares reforzados con anillos de acero perpendiculares a la placa, demostrando que este método de rigidización si modifica el campo de tensiones aumentando así la resistencia última a cortante de la placa.

### 3. Modelo numérico

En este capítulo se presentan las consideraciones e hipótesis utilizadas para la elaboración del modelo de elementos finitos como: el modelo constitutivo del material utilizado, la geometría, condiciones de borde, entre otros. Posteriormente se presenta la validación del modelo a partir de datos experimentales.

#### 3.1 Modelo no lineal por elementos finitos

Un análisis no lineal puede contemplar varios fenómenos que interactúan unos con otros, incluso algunos pueden ser muy complejos de formular matemáticamente y es por ello que la simulación numérica toma fuerza en este campo; un modelo no lineal puede contemplar fluencia en los materiales, pandeo local, agrietamientos e incluso contacto entre elementos.

En el caso de esta investigación se debe considerar la no linealidad de la geometría pues a medida que se deforma la estructura el desplazamiento es tan grande que se hace necesario recalcular la matriz de rigidez de la geometría y su equilibrio estático para cada etapa de carga.[28]

Todos los modelos numéricos en esta investigación se realizaron con el software ANSYS[29] el cual está basado en el método de los elementos finitos para realizar las simulaciones, adicionalmente posee herramientas de programación que permiten elegir los métodos numéricos deseados y parametrizar las diferentes variables consideradas en el análisis.

Los componentes de las vigas armadas en I (aletas, alma y rigidizadores) fueron modelados como superficies planas, divididas en elementos tipo SHELL181 de la librería de elementos de ANSYS[29]; estos elementos bidimensionales de 3 y 4 nodos con 6 grados de libertad

por nodo (desplazamiento y giro en cada eje), ideales para análisis no lineal ya que permiten considerar grandes deformaciones y el cambio de espesor en el elemento al deformarse.

Para la validación del modelo se generaron dos geometrías: a) para vigas perforadas con rigidizadores inclinados se utilizó el trabajo de Azmi et *al.* [5] y b) para vigas con perforaciones con rigidizadores circulares se trabajó con los resultados de Narayanan & Rockey [3]. Se escogieron estos resultados experimentales para validar los modelos numéricos debido a que las vigas ensayadas son esbeltas y de alma delgada (2 mm), además poseen rigidizadores (inclinados) que no es algo común en la literatura disponible.

#### 3.2 Propiedades del material

El material utilizado tiene un comportamiento elastoplástico perfecto en tracción y compresión, esta es una simplificación común en modelos de este tipo ya que se conoce que el esfuerzo límite elástico y el esfuerzo de fluencia se encuentran muy próximos en magnitud, despreciando así el endurecimiento por deformación como se ve en la Figura 3.1.



Figura 3.1: Comportamiento de material elastoplástico perfecto

#### 3.3 Geometría

Las dimensiones de las vigas seleccionadas para la validación se presentan a continuación, se debe destacar que el nombre de algunas variables fue modificado para mantener una uniformidad con el Eurocódigo[8] y entre los modelos de este trabajo.

#### 3.3.1 Viga con rigidizadores inclinados

Con el fin de facilitar la interpretación de los resultados en la Figura 3.2 se presenta la nomenclatura utilizada en el modelo de viga con rigidizadores inclinados, en ésta se puede apreciar el vértice donde se mide el ángulo  $\theta$ , la distribución de las perforaciones, las condiciones de apoyo consideradas, entre otros.



Figura 3.2: Nomenclatura de vigas empleadas para el modelo de rigidizadores inclinados

Cada espécimen de la Tabla 3.1 se modela con un acero con las siguientes características: módulo de Young  $E_w$ =209.8 GPa, coeficiente de Poisson v=0.3, esfuerzo de fluencia del alma  $f_{yw}$ =304.9 MPa y esfuerzo de fluencia para las aletas y rigidizadores  $f_{yf}$ =295.1 MPa.

Tabla 3.1: Geometría utilizada para la validación de los resultados de Azmi et al. [5]

Nombre del Espécimen	L (mm)	$h_w$ (mm)	t <sub>w</sub> (mm)	d (mm)	d/h <sub>w</sub>	θ (°)	b <sub>f</sub> (mm)	<i>t<sub>f</sub></i> (mm)	s <sub>s</sub> (mm)	t <sub>s</sub> (mm)
PG-90-Cr100	2410	500	2	100	0.20	90	100	10	100	10
PG-90-Cr200	2410	500	2	200	0.40	90	100	10	100	10
PG-75-Cr150	2410	500	2	150	0.30	75	100	10	100	10
PG-75-Cr250	2410	500	2	250	0.50	75	100	10	100	10
PG-60-Cr100	2410	500	2	100	0.20	60	100	10	100	10
PG-60-Cr200	2410	500	2	200	0.40	60	100	10	100	10
PG-45-Cr150	2410	500	2	150	0.30	45	100	10	100	10
PG-45-Cr250	2410	500	2	250	0.50	45	100	10	100	10
PG-30-Cr150	2410	500	2	150	0.30	30	100	10	100	10
PG-30-Cr250	2410	500	2	250	0.50	30	100	10	100	10

En este caso el nombre del espécimen permite identificar algunos parámetros de la geometría: el primer número entre 30 y 90 representa el ángulo de inclinación de los rigidizadores (en grados) y el segundo número entre 100 y 250 es el diámetro de la perforación en milímetros.

#### 3.3.2 Viga con rigidizadores circulares

Para el segundo modelo de vigas con rigidizadores circulares se presenta la nomenclatura empleada en la Figura 3.3.



**Figura 3.3:** Nomenclatura de vigas empleadas para el modelo de rigidizadores circulares Cada espécimen de la Tabla 3.2 se modela con un acero con las siguientes características: módulo de Young  $E_w$ =205 GPa, coeficiente de Poisson v=0.3, esfuerzo de fluencia del alma y las aletas  $f_{vw}$ =270 MPa.

Tabla 3.2: Geometría utilizada para la validación de los resultados de Nara	yanan & Rocke	y [3].
---	---------------	--------

Nombre del Espécimen	L (mm)	$h_w$ (mm)	t <sub>w</sub> (mm)	d (mm)	d/h <sub>w</sub>	<i>b</i> <sub>f</sub> (mm)	<i>t<sub>f</sub></i> (mm)	s <sub>s</sub> (mm)	ts (mm)
CP1A	1700	500	2	0	0.00	100	12	60	12
CP1B	1700	500	2	50	0.10	100	12	60	12
CP2A	1700	500	2	100	0.20	100	12	60	12
CP2B	1700	500	2	125	0.25	100	12	60	12
CP3A	1700	500	2	150	0.30	100	12	60	12
CP3B	1700	500	2	175	0.35	100	12	60	12
CP4A	1700	500	2	200	0.40	100	12	60	12

Nombre del Espécimen	L (mm)	$h_w$ (mm)	t <sub>w</sub> (mm)	d (mm)	d/h <sub>w</sub>	<i>b</i> <sub>f</sub> (mm)	<i>t<sub>f</sub></i> (mm)	ss (mm)	ts (mm)
CP4B	1700	500	2	250	0.50	100	12	60	12
CP5A	1700	500	2	275	0.55	100	12	60	12
CP5B	1700	500	2	300	0.60	100	12	60	12
CP6A	1700	500	2	350	0.70	100	12	60	12
CP6B	1700	500	2	400	0.80	100	12	60	12

#### 3.4 Condiciones de borde

En relación a las condiciones de borde los resultados experimentales reportaron las vigas como simplemente apoyadas, conforme a esto en el modelo numérico se permitieron solamente los desplazamientos longitudinales y las rotaciones de los apoyos se restringieron tanto en el eje *x* como el eje *y* ( $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ). Las restricciones fueron aplicadas por medio de nodos maestros, estos se encuentran justo en la intersección entre el rigidizador, la aleta inferior y el alma; los nodos esclavos son aquellos en la misma línea en dirección y. En la Tabla 3.3 se resumen las condiciones de borde utilizadas en todos los modelos.

Tabla 3.3: Condiciones de borde del modelo numérico.

Condición de Borde	$u_x$	$u_y$	$u_z$	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$
Apoyo 1	Libre	0	0	0	0	Libre
Apoyo 2	Libre	0	0	0	0	Libre
Carga en L/2	Libre	Libre	0	0	0	0

La carga se aplicó directamente sobre la aleta superior del mismo modo que se realizó en los experimentos, para el modelo numérico se tomaron los nodos entre los rigidizadores transversales y se les aplicó una carga puntal para garantizar una carga distribuida.



Figura 3.4: Condiciones de borde empleadas en los modelos numéricos

#### 3.5 Análisis de convergencia

Para verificar que los resultados obtenidos por el modelo numérico sean independientes de la malla se realizó un análisis de convergencia, el cual consiste en variar la cantidad de elementos y observar su influencia sobre los resultados. En este caso, la variable estudiada fue el esfuerzo máximo de von Mises. Las Figura 3.5 y la Figura 3.6 presentan los resultados obtenidos, para el caso de vigas perforadas con rigidizadores inclinados (PG-45-Cr150, ver Tabla 3.1) y vigas perforadas con rigidizadores circulares (CP3A, ver Tabla 3.2), respectivamente.



Figura 3.5: Análisis de convergencia de la malla para modelo de rigidizadores inclinados



**Figura 3.6:** Análisis de convergencia de la malla para modelo de rigidizadores circulares Como se puede apreciar en la Figura 3.5 el esfuerzo equivalente de von Mises máximo no varía apreciablemente a partir de los 7500 elementos de malla, por lo tanto el número de elementos que se eligieron para el modelo fueron aproximadamente 10.000, de manera que el modelo no consuma más recurso computacional del necesario.

Un análisis similar se realizó con el modelo de rigidizadores circulares, en la Figura 3.6 se puede ver que no hay mayor variación después de 1500 elemento de malla, por lo tanto con los 3500 que se tomaron en promedio es suficiente para continuar con los análisis. Es necesario aclarar que un número elevado de elementos no garantiza una mayor precisión en los resultados, en el caso de los shells por ejemplo si éstos son muy pequeños y sus lados son menores que el espesor se pueden obtener datos erróneos a causa de la relación de

aspecto distorsionada ya que la teoría fundamental de los shells es que son elementos delgados, es decir, su espesor es mucho menor que sus otras dimensiones.[30]



Figura 3.7: Malla de elementos finitos empleada para el modelo de rigidizadores inclinados (9964 elementos)

En la Figura 3.7 se puede ver la malla definitiva del modelo de vigas con rigidizadores inclinados, se debe aclarar que esta malla se consideró simétrica y por lo tanto solo se modela la mitad de la viga aunque el módulo de post proceso de ANSYS permite mostrar el modelo completo, un modelo completo tendría el doble de elementos.



Figura 3.8: Malla de elementos finitos empleada para el modelo de rigidizadores circulares (3475 elementos)

En la Figura 3.8 se puede ver la malla definitiva del modelo de vigas con rigidizadores circulares elegido para realizar el modelo paramétrico, se debe destacar que la transición entre elementos se considera una unión perfecta entre los elementos de la malla y no se tiene en cuenta el efecto de imperfecciones en la soldadura ni esfuerzos residuales causados por el proceso de fabricación.

#### 3.6 Validación del modelo

Para la validación de los dos modelos se utilizan los resultados experimentales de Azmi et *al.* [5] y Narayanan & Rockey [3]. En la Tabla 3.4 y Tabla 3.5 se presentan los resultados obtenidos en el modelo numérico y su respectiva diferencia respecto a los resultados experimentales.

 Tabla 3.4: Comparación entre las cargas obtenidas experimental y numéricamente para vigas con rigidizadores inclinados

Nombre del	$P_u^{EXP}[5]$	$P_u^{FEM}$	Δ
Espécimen	(kN)	(kN)	(%)
PG-90-Cr100	187.7	190.6	1.5
PG-90-Cr200	126.4	137.7	8.2
PG-75-Cr150	169.5	176.8	4.1
PG-75-Cr250	124.4	115.8	7.4
PG-60-Cr100	226.2	214.0	5.7
PG-60-Cr200	157.5	160.0	1.6
PG-45-Cr150	221.7	219.8	0.9
PG-45-Cr250	180.3	155.5	15.9
PG-30-Cr150	304.4	268.5	13.4
PG-30-Cr250	238.7	219.6	8.7

 Tabla 3.5: Comparación entre las cargas obtenidas experimental y numéricamente para vigas con rigidizadores circulares

Nombre del Espécimen	$\frac{P_u^{EXP}[3]}{(kN)}$	$P_u^{FEM}$ (kN)	Δ (%)
CP1A	176.0	166.5	5.7
CP1B	168.0	162.0	3.7
CP2A	160.0	146.2	9.5
CP2B	142.0	137.0	3.6
CP3A	125.0	128.8	3.0
CP3B	115.0	120.3	4.4

cortantes

Nombre del	$P_u^{EXP}[3]$	$P_u^{FEM}$	$\Delta$
Espécimen	(kN)	(kN)	(%)
CP4A	105.0	108.6	3.3
CP4B	86.0	89.1	3.5
CP5A	79.0	84.0	5.9
CP5B	65.0	69.2	6.1
CP6A	54.5	51.4	6.1
CP6B	33.5	36.3	7.8

Se puede observar que para ambos modelos la diferencia entre los resultados numéricos y los experimentales es menor al 10% lo cual es aceptable para este tipo de análisis, aunque no se puede ignorar que los especímenes PG-45-Cr250 y PG-30-Cr150 sobrepasan este límite. Esta diferencia se puede atribuir a esfuerzos residuales causados durante la fabricación de la viga o imperfecciones iniciales ya que una pequeña variación en estos 2 mm de espesor del alma de la viga puede representar una diferencia en el resultado experimental.

Como última verificación para validar el modelo se revisan las curvas carga versus desplazamiento de los ensayos experimentales de Narayanan & Rockey [3], esto con el propósito de comprobar si efectivamente el modelo puede capturar el comportamiento plástico de la viga y si se alcanza la carga última con la misma deformación que los resultados experimentales.



Figura 3.9: Curva carga-desplazamiento para espécimen CP1B



Figura 3.10: Curva carga-desplazamiento para espécimen CP6B

En la Figura 3.9 se puede observar un comportamiento casi idéntico entre el modelo numérico y los resultados experimentales, la carga máxima y la deformación vertical varían un poco pero el comportamiento plástico post pandeo es el esperado. Cabe resaltar que la curva del modelo numérico es más suave gracias a la cantidad de puntos que puede registrar el software automáticamente en comparación con las lecturas manuales del ensayo experimental que disminuyen la precisión de las mediciones.

Para el segundo espécimen se puede ver en la Figura 3.10 que el comportamiento se asemeja al experimental sin embargo la curva numérica presenta un valor de carga más alto de carga última, el cual tiene una diferencia de aproximadamente 9% respecto al valor experimental,

consecuente con los resultados reportados en la Tabla 3.5, por lo tanto se considera que el modelo numérico si representa la realidad y captura el comportamiento de las vigas investigadas.

### 4. Estudio paramétrico

Una vez que se tienen los modelos validados es posible agregar otros rigidizadores con el fin de estudiar su aporte a la resistencia última de las vigas, en este caso se consideran rigidizadores longitudinales y circulares. Con el propósito de estudiar la influencia sobre la resistencia última de cada tipo de rigidizador se realiza un análisis paramétrico variando distintas propiedades geométricas como el diámetro relativo de la perforación  $d/h_w$ , el espesor relativo de los rigidizadores  $t_{st}/t_w$  y su relación de aspecto  $b_{st}/t_{st}$ .

Primero, se realiza un análisis lineal de pandeo para encontrar la deformación del primer modo o aplicar la deformación cosenoidal mencionada en la sección 1.1.2 de esta investigación, posteriormente se procede a realizar un análisis no lineal para cada uno de los puntos de diseño y se guardan los resultados para su posterior análisis.

#### 4.1 Carga última de vigas esbeltas

#### 4.1.1 Análisis no lineal de vigas con $d/h_w$ menor a 0.5

Al realizarse las respectivas simulaciones para cada geometría con el modelo paramétrico se presenta un cambio en los valores de carga última, diferentes para cada rigidizador y para cada diámetro relativo.



c)  $t_{st}/t_w = 10.0$ 

**Figura 4.1:** Comparación de carga última entre vigas sin rigidizar  $P_{u,u}$  y vigas rigidizadas  $P_{u,s}$  en términos del diámetro relativo de la perforación  $d/h_w$ [31]

Como se puede apreciar en la Figura 4.1 todos los rigidizadores tienden a aumentar la carga última de las vigas, en el caso de los rigidizadores inclinados el que aporta un mayor aumento es el de  $\theta$ =60° con un aumento promedio de 50% para cualquier diámetro relativo de la perforación, este comportamiento es similar al que presenta el rigidizador con  $\theta$ =90°. La diferencia entre ambos rigidizadores inclinados es de aproximadamente 15% sobre la carga última pero como el rigidizador de 60° es 15% más largo; la Ec. (4.1) comprueba que se requiere más acero para su fabricación haciendo la viga más pesada y por lo tanto más costosa.

$$L_{r_{60}^{\circ}} = \frac{h_W}{sen(\theta)} \to L_{r_{60}^{\circ}} = 577mm > L_{r_{90}^{\circ}}$$
(4.1)

Por el contrario, para lo rigidizadores circulares y longitudinales el aporte a la resistencia última si depende del diámetro de la perforación; los longitudinales tienen un incremento significativo a partir de  $d/h_w$ =0.3 y un valor máximo de 10%. A su vez, los rigidizadores circulares tienen una contribución de 1% para  $d/h_w$ =0.1 y de 72% para  $d/h_w$ =0.5; sobrepasando a cualquier rigidizador a partir de  $d/h_w$ =0.42.

Con los resultados obtenidos se puede concluir parcialmente que el rigidizador circular aumenta la resistencia última de vigas con grandes perforaciones, sin embargo, fabricar estos anillos de acero no es un trabajo sencillo y requiere equipos especializados como roladoras y soldadura de penetración completa para cerrar el anillo. Por ello que en la siguiente sección se procede a realizar el análisis de los rigidizadores circulares fabricados a partir de tubería petrolera estándar, con el fin de facilitar su fabricación.

#### 4.1.2 Análisis no lineal de vigas con $d/h_w$ mayor a 0.5

Para el segundo modelo numérico se toman los diámetros comerciales de tubería API5L X42[32], el espesor de la tubería es el espesor del rigidizador y su diámetro externo es el diámetro de la perforación. Las propiedades de acero de las tuberías son: módulo de Young  $E_w$ =205 GPa, coeficiente de Poisson v=0.3, esfuerzo de fluencia  $f_{ys}$ =290 MPa.

A continuación, se presentan las dimensiones de las 3 tuberías seleccionadas para el análisis paramétrico.

_				
	Tamaño	d	$t_{st}$	$f_y$
_	nominal	(mm)	(mm)	(MPa)
	3 1/2"	101.6	5.7	290
	12" DN300	323.8	9.5	290
	16" DN400	406.4	9.5	290

Tabla 4.1: Dimensiones y propiedades de tuberías elegidas (API 5L X42)

Se debe destacar que las dimensiones de los rigidizadores se limitan a  $b_{st} \leq b_f/2$  para evitar un rigidizador mayor al ancho de la viga y  $b_{st}/t_{st} \leq 15$  para evitar que el rigidizador pueda presentar problemas de pandeo local.



c)  $d/h_w = 0.81$ 

**Figura 4.2:** Comparación de carga última entre vigas sin rigidizar  $P_{u,u}$  y vigas rigidizadas  $P_{u,s}$  en términos de la relación de aspecto del rigidizador  $b_{st}/t_{st}$  para distintas relaciones  $d/h_w$ [33]

El primer punto para destacar del análisis anterior es que el comportamiento del rigidizador circular sigue siendo el mismo en ambos modelos para una relación de  $d/h_w=0.2$ , el aporte del rigidizador es aproximadamente 5% como se encontró en el primer análisis, sin presentar variaciones significativas entre las diferentes relaciones de  $t_{st}/t_w$ . Este resultado permite concluir que el comportamiento del panel de viga es uniforme y los dos modelos pueden ser utilizados gracias a sus resultados similares.

De la Figura 4.2 se puede concluir que para perforaciones relativas  $d/h_w$  menores a 0.65 el ancho del rigidizador ( $b_{st}$ ) no genera grandes contribuciones a la resistencia última a corte

de la viga mientras que para perforaciones relativas mayores el aporte si es significativo con un aumento de casi 50% de resistencia entre una relación de aspecto  $b_{st}/t_{st}=1$  y  $b_{st}/t_{st}=5$ .

#### 4.2 Distribución de esfuerzos de von Mises

La distribución de esfuerzos en una viga sin perforaciones es una diagonal uniforme, esta banda de tensiones fue propuesta por Wagner[34] para explicar que las placas delgadas bajo carga cortante tienen un comportamiento y resistencia post pandeo estable.

El campo de tensiones se ve modificado cuando se le genera la perforación a la viga no obstante el rigidizador cambia la distribución de esfuerzos dividiéndolo en dos, de tal forma que la capacidad a corte de la viga aumenta ya que las fuerzas de tensión y compresión que lo componen se ven reducidas.

En la Figura 4.3 se puede apreciar que los rigidizadores verticales y los inclinados a 60° cortan el campo de tensiones y generan dos pequeñas bandas, una en cada panel de viga; mientras que el rigidizador circular redirige los esfuerzos alrededor de la perforación. Por último, el rigidizador longitudinal no alcanza a restringir el pandeo del alma y la banda tensiones se desarrolla por completo provocando la falla por pandeo localizado.





 $(d/h_w = 0.5 \text{ and } t_{st}/t_w = 7.5)$  [31]

Para perforaciones relativas mayores se presenta un comportamiento distinto al anterior, las perforaciones relativas  $d/h_w$  mayores a 0.5 cambian el campo de tensiones y evitan que se desarrolle la banda típica, en cambio se generan las rótulas plásticas que describe el mecanismo de falla Vierendeel como se puede ver en la Figura 4.4c y éste termina controlando el comportamiento de la viga.





Figura 4.4: Distribución de esfuerzos de von Mises para vigas perforadas con rigidizadores circulares en carga última (MPa) [33]

Se puede apreciar que en  $d/h_w$ =0.65 hay una transición entre el mecanismo de falla por pandeo localizado y el mecanismo Vierendeel, esto respalda los resultados numéricos y permite concluir que para perforaciones relativa pequeñas el método de rigidización óptimo debe ser el que reduzca el campo de tensiones o evite el pandeo localizado del alma restringiendo las abolladuras en la misma, por esto los rigidizadores inclinados tienen una mayor contribución en la resistencia última. Por el contrario, para perforaciones relativas  $d/h_w$  mayores a 0.45 el mecanismo Vierendeel es el predominante, por lo tanto los rigidizadores circulares son una mejor opción porque convierten las secciones en T en secciones en I con una capacidad a compresión mayor.

#### 4.3 Desplazamientos fuera del plano

Otra variable importante por destacar es el desplazamiento fuera del plano del alma de la viga, la Figura 4.5 muestra la distribución de desplazamientos fuera del plano para cada tipo de rigidizador. Se puede observar que los rigidizadores inclinados controlan las deflexiones en las regiones donde se encuentran instalados, sin embargo, cerca de las perforaciones se generan altos desplazamientos producto de los esfuerzos de tensión, siendo estos valores de 8.5  $t_w$  (17 mm) y 12.2  $t_w$  (24.4 mm) para los rigidizadores de  $\theta$ = 60° y 90° respectivamente, ver Figura 4.5a y b. Semejante a lo ocurrido en la distribución de esfuerzos, en las vigas con rigidizadores circulares el máximo desplazamiento se encuentra presente en una zona distinta a la periferia de las perforaciones (ver Figura 4.5c), con un valor de 6.75  $t_w$  (13.5 mm). Para el caso de la viga con rigidizador longitudinal, la deflexión lateral se distribuye tanto en la zona de la periferia como en la zona intermedia de las perforaciones, siendo este el tipo de rigidizador que genera mayores desplazamientos laterales cercanos a 16.5  $t_w$  (33 mm).





0.5 and  $t_{st}/t_w = 7.5$  [31]

Es importante destacar que los desplazamientos fuera del plano están correlacionados con el mecanismo de falla que se aprecia en la distribución de esfuerzos de von Mises, en aquellos puntos donde se presentan concentraciones de esfuerzos y el material alcanza su límite de fluencia se producen los mayores desplazamientos fuera del plano.



cortantes



Figura 4.6: Desplazamiento fuera del plano para vigas perforadas con rigidizadores circulares en carga última (MPa)

En el modelo numérico de perforaciones relativas  $d/h_w$  mayores a 0.65 el comportamiento es diferente, los mayores desplazamientos fuera del plano no se producen en aquellos puntos donde el material alcanza su estado de fluencia; como el mecanismo de falla dominante es el mecanismo Vierendeel el alma de la viga no se pandea localmente y el desplazamiento fuera del plano es despreciable respecto al desplazamiento vertical en el centro de la viga.

#### 4.4 Recomendaciones de diseño

Con el fin de facilitar la elección del método de rigidización se presenta el siguiente nomograma en la cual a partir de la perforación relativa se puede determinar el mejor método

de rigidización para cada caso. El cálculo de la resistencia última  $P_{u,u}$  se puede calcular a partir del método propuesto por Hagen et *al*.[6,7] de acuerdo a la sección 4.5 de esta investigación.



**Figura 4.7:** Nomograma de métodos de rigidización óptimos a partir de la perforación relativa  $d/h_w$  de la viga

Los rigidizadores considerados en esta investigación no generan un aumento infinito en la resistencia última de la viga, por lo tanto, cada región delimita el alcance de cada tipo de rigidizador dependiendo de la perforación relativa de la viga. La zona en blanco de la gráfica representa aquellos aumentos de resistencia que no se pueden alcanzar con estos métodos de rigidización.

#### 4.5 Verificación analítica

Para comparar los resultados obtenidos con el nomograma de la Figura 4.7 frente a los resultados analíticos se realiza el cálculo de los diferentes especímenes de los ensayos de Narayanan & Rockey [3] de acuerdo con la teoría de Hagen et *al.*[6,7].

Para determinar la resistencia última de una viga sometida a cortante con perforaciones en el alma Hagen et *al*. [6,7] proponen una modificación a la ecuación de resistencia a cortante de vigas con y sin rigidizadores del Eurocógido[8] Ec. (4.2 y 4.3) teniendo en cuenta solo el aporte del alma a la resistencia, debido a la restricción del Eurocódigo que limita el aporte

de las aletas a la resistencia a cortante; sólo se podrá considerar una pequeña contribución de las aletas siempre y cuando éstas no estén sometidas a su máxima capacidad para soportar el momento flector de la viga.

$$V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd} \rightarrow V_{bf,Rd} = 0 \ kN \tag{4.2}$$

$$V_{bw,Rd} = \chi_w \, \frac{f_{yw}}{\sqrt{3}\gamma_{M1}} \, h_w \, t_w \tag{4.3}$$

La modificación a las ecuaciones anteriores consiste en incluir un factor para considerar la perforación relativa en el panel de viga con el fin de ajustar el área efectiva a cortante. Un segundo factor  $C_2$  considera los efectos secundarios de la perforación y depende de la forma de ésta, su ubicación, cantidad de refuerzos, etc. Con los factores mencionados la Ec (4.3) se transforma en la Ec (4.4).

$$V_{bw_{mod}} = \left(1 - \frac{d}{h_w}\right) \chi_w C_2 \frac{f_{dw}}{\sqrt{3}} h_w t_w$$
(4.4)

**Tabla 4.2:** Comparación entre la resistencia última numérica y analítica de vigas con rigidizadores circulares e inclinados ( $\chi_w$ =0.563)

Nombre del Espécimen	$C_2$	d/hw	$P_{u,u}^{FEM}$ (kN)	$P_{u,s}^{FEM}$ (kN)	P <sub>u,u</sub> <sup>Hagen</sup> (kN)	P <sub>u,s</sub> <sup>Hagen</sup> (kN)	$P_{u,s}^{FEM}/P_{u,u}^{FEM}$	$P_{u,s}^{Hagen}/P_{u,u}^{Hagen}$	Δ (%)
CP1A	1.000	0.00	166.5	166.5	87.7	87.7	1.0	1.0	0.0
CP1B	1.078	0.10	162.0	244.1	79.0	85.1	1.5	1.1	39.8
CP2A	1.175	0.20	146.2	206.9	70.2	82.5	1.4	1.2	20.4
CP2B	1.233	0.25	137.0	193.9	65.8	81.2	1.4	1.2	14.8
CP3A	1.300	0.30	128.8	190.7	61.4	79.8	1.5	1.3	13.9
CP3B	1.377	0.35	120.3	171.9	57.0	78.5	1.4	1.4	3.8
CP4A	1.467	0.40	108.6	160.8	52.6	77.2	1.5	1.5	0.9
CP4B	1.544	0.50	89.1	150.6	43.9	67.7	1.7	1.5	9.5
CP5A	1.544	0.55	84.0	156.3	39.5	60.9	1.9	1.5	20.5
CP5B	1.544	0.60	69.2	142.4	35.1	54.2	2.1	1.5	33.3
CP6A	1.544	0.70	51.4	127.6	26.3	40.6	2.5	1.5	60.8
CP6B	1.544	0.80	36.3	103.8	17.5	27.3	2.9	1.6	83.8

Como se puede apreciar en la Tabla 4.2 los resultados obtenidos a partir del método analítico de Hagen et *al*.[6,7] para carga última varían de los resultados numéricos obtenidos en esta investigación, esto se debe a que la resistencia se calcula a partir de la Ec (4.4) derivada del Eurocódigo, el cual es conservador en sus resultados.

También se puede ver que el nomograma propone aumentos en la resistencia última mayores que el método analítico de Hagen para rigidizadores circulares ya que perforaciones relativas  $d/h_w \leq 0.5$  presentan un mayor aumento de resistencia con rigidizadores inclinados por ser estos los que impiden que se genere el mecanismo de falla dominante de pandeo localizado del alma. Sin embargo, los resultados de Hagen et *al*.[6,7] concuerdan con la curva para rigidizadores circulares de la Figura 4.1, por lo tanto, los resultados de esta investigación tienen una segunda validación (experimental y analítica).

Adicionalmente para perforaciones mayores el método propuesto en esta investigación presenta mayores incrementos de resistencia última a cargas cortantes, con la aclaración de que Hagen et *al*.[6,7] no realizaron ensayos para estas perforaciones relativas mayores a 0.5, justamente en ésta se tiene la menor diferencia entre ambos métodos.

### **5.** Conclusiones y recomendaciones

#### 5.1 Conclusiones

Los modelos numéricos propuestos son capaces de determinar la resistencia última de vigas con perforaciones y rigidizadores sujetas a cargas cortantes recreando su comportamiento plástico post pandeo con una diferencia porcentual menor al 10%.

La solución de rigidización óptima no es la misma para todos los casos, dependiendo de la configuración geométrica de la viga y su perforación relativa el aporte de cada rigidizador varía, siendo el inclinado a 60° el que brinda el mayor aporte para relaciones  $d/h_w$  menores a 0.45 y el circular para relaciones mayores.

Los rigidizadores longitudinales no contribuyen a la resistencia última de las vigas con perforaciones ya que no evitan que se presenten los mecanismos de falla dominantes (pandeo localizado y Vierendeel).

Se puede observar que los parámetros geométricos de los rigidizadores  $b_{st}$  y  $t_{st}$  no afectan significativamente el desempeño de éstos, es mayor la contribución de las propiedades geométricas de la viga como su altura  $h_w$  o su diámetro de perforación *d*.

Esta investigación presenta una guía para determinar el mejor método de rigidización dependiendo de la perforación relativa de la viga, sin embargo, no exime al diseñador de elaborar un modelo numérico propio y/o realizar una verificación analítica aproximada para verificar los resultados obtenidos.

### 5.2 Recomendaciones

Para futuros trabajos de investigación se puede hacer uso de estos modelos numéricos con el fin de ampliar el conocimiento que se tiene sobre vigas esbeltas con perforaciones en el alma y sus rigidizadores, especialmente su comportamiento como parte de un sistema estructural, donde están sometidas a fuerzas cortantes, momento flector y cargas axiales.

Aunque los resultados experimentales y numéricos fueron similares, las resistencias obtenidas a partir de métodos analíticos son menores, es decir, estos métodos tienden a despreciar una parte de la resistencia y se inclinan por el diseño conservador. Será responsabilidad del diseñador elegir la metodología de diseño y los respectivos factores de seguridad para garantizar el correcto funcionamiento del elemento estructural.

Se puede investigar más en la generación de fórmulas y parámetros de diseño para vigas esbeltas con perforaciones con el fin de incluirlas en futuras versiones del Eurocódigo, AISC y NSR-10 ya que su uso tiende a incrementar con el fin de reducir el peso de las estructuras de acero.

### Bibliografía

- H.G. Dauner, D. Stucki, G. Decorges, Web buckling strength for the launching of a box girder with a 130 m main span, Stahlbau. 69 (2000) 775-780.
   doi:10.1002/stab.200002860.
- [2] C. Pellegrino, E. Maiorana, C. Modena, Linear and non-linear behaviour of steel plates with circular and rectangular holes under shear loading, Thin-Walled Struct. 47 (2009) 607-616. doi:10.1016/j.tws.2008.11.001.
- [3] R. Narayanan, K.C. Rockey, Ultimate load capacity of plate girders with webs containing circular cut-outs, ICE Proc. 71 (1981) 845-862.
   doi:10.1680/iicep.1981.1822.
- [4] N.E. Shanmugam, V.T. Lian, V. Thevendran, Finite element modelling of plate girders with web openings, Thin-Walled Struct. 40 (2002) 443-464.
   doi:10.1016/S0263-8231(02)00008-3.
- [5] M.R. Azmi, M.Y.M. Yatim, A. Esa, W.H.W. Badaruzzaman, Experimental studies on perforated plate girders with inclined stiffeners, Thin-Walled Struct. 117 (2017) 247-256. doi:10.1016/j.tws.2017.04.021.
- [6] N.C. Hagen, P.K. Larsen, A. Aalberg, Shear capacity of steel plate girders with large web openings, Part I: Modeling and simulations, J. Constr. Steel Res. 65 (2009) 142-150. doi:10.1016/j.jcsr.2008.03.014.
- [7] N.C. Hagen, P.K. Larsen, A. Aalberg, Shear capacity of steel plate girders with large web openings, Part II: Design guidelines, J. Constr. Steel Res. 65 (2009) 142-150. doi:10.1016/j.jcsr.2008.03.014.
- [8] EN 1993-1-5: Eurocode 3 Design of steel structures Part 1-5: General rules Plated structural elements, 5 (2006).
- [9] E. Maiorana, C. Pellegrino, C. Modena, Imperfections in steel girder webs with and without perforations under patch loading, J. Constr. Steel Res. 65 (2009) 1121-

1129. doi:10.1016/j.jcsr.2008.10.007.

- [10] Narayanan Rangachari, Steel Beams with web openings, Inst. Steel Dev. Growth.(1998) 1-17. http://www.steel-insdag.org/TeachingMaterial/chapter28.pdf.
- [11] S.C. Lee, C.H. Yoo, Strength of Plate Girder Web Panels under Pure Shear, J.
   Struct. Eng. 124 (1998) 184-194. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1998)124:2(184).
- [12] T.M. Roberts, Slender plate girders subjected to edge loading, (1981) 805-819.
- [13] J. Gozzi, Patch Loading Resistance of Plated Girders -Ultimate and serviceability limit state, Lulea University of Technology, 2007.
- [14] R. Chacón, M. Bock, E. Real, Hybrid steel plate girders subjected to patch loading, Part 1: Numerical study, J. Constr. Steel Res. 67 (2011) 1310-1324. doi:10.1016/j.jcsr.2011.03.013.
- [15] K.D. Tsavdaridis, C. D'Mello, Vierendeel Bending Study of Perforated Steel Beams with Various Novel Web Opening Shapes through Nonlinear Finite-Element Analyses, J. Struct. Eng. 138 (2012) 1214-1230. doi:10.1061/(asce)st.1943-541x.0000562.
- P. Panedpojaman, T. Thepchatri, S. Limkatanyu, Novel simplified equations for Vierendeel design of beams with (elongated) circular openings, J. Constr. Steel Res. 112 (2015) 10-21. doi:10.1016/j.jcsr.2015.04.007.
- [17] Comisión Asesora Permanente para el Regimen de Construcciones Sismo Resistentes, NSR 10 Título F - Estructuras Metálicas, D. Of. N°47.663 del 26 marzo. (2010) 584.
- [18] D. Darwin, AISC Steel Design Guide 02 Steel and Composite Beams with Web Openings, Chicago Am. Inst. Steel Contruction. (2003).
- [19] ENV 1993-1-1:1992/A2:1998. Annex N [Informative]. Openings in webs, (s. f.).
- [20] M.. D'Apice, D.. Fielding, P.. Cooper, Static Tests on Longitudinally Stiffened Plate Girders, Weld. Res. Counc. Bull. 117 (1966).
- [21] P.. Cooper, Strength of longitudinally stiffened plate girders, J. Struct. Div. ASCE. (1967).
- [22] M.. Horne, W.. Grayson, The Ultimate Load Behaviour of Longitudinally Stiffened Web Panels Subjected to Shear Stress, Proc. Inst. Civ. Eng. 75 (1983) 175-203.

doi:10.1680/iicep.1983.1500.

- [23] S.C. Lee, C.H. Yoo, Experimental Study on Ultimate Shear Strength of Web Panels, J. Struct. Eng. (1999) 838-846.
- [24] P. Cooper, J. Roychowdhury, Shear strength of plate girders with web openings, 116 (1990) 2042-2048. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1990)116:7(2042).
- [25] K.M. El-Sawy, A.S. Nazmy, Effect of aspect ratio on the elastic buckling of uniaxially loaded plates with eccentric holes, Thin-Walled Struct. 39 (2001) 983-998. doi:10.1016/S0263-8231(01)00040-4.
- [26] V.T. Lian, N.E. Shanmugam, Openings in horizontally curved plate girder webs, Thin-Walled Struct. 41 (2003) 245-269. doi:10.1016/S0263-8231(02)00090-3.
- [27] J. Loughlan, N. Hussain, The post-buckled failure of steel thin plate shear webs with stiffened centrally located cut-outs, Thin-Walled Struct. 128 (2018) 80-91. doi:10.1016/j.tws.2017.07.015.
- [28] R.D. Cook, D.S. Malkus, M.E. Plesha, R.J. Witt, Concepts and Applications of Finite Element Analysis, John Wiley & Sons, Inc, 2002.
- [29] I. © ANSYS, ANSYS Inc. PDF Documentation for Release 15.0, © ANSYS, Inc.
   (2014) http://www.ansys.com/es\_es. http://148.204.81.206/Ansys/readme.html.
- [30] D. Beg, U. Kuhlmann, L. Davaine, B. Braun, Design of Plated Structures, European Convention for Constructional Steelwork, 2010.
- [31] N. Loaiza, A. Jaramillo, C. Graciano, E. Casanova, Evaluación paramétrica de vigas perforadas con rigidizadores sujetas a cargas cortantes, XI Congr. Colomb. MÉTODOS NUMÉRICOS. (2017) 1-6.
- [32] J. E.Bringas, Handbook of comparitative world steel standards, ASTM International, 2002. doi:10.1002/maco.19970480611.
- [33] A. Jaramillo, N. Loaiza, C. Graciano, Stiffening strategies for perforated plate girders under shear loading, SEVENTH Int. Conf. Struct. Eng. Mech. Comput. (2019).
- [34] H. Wagner, Flat sheet metal girders with very thin metal webs, Naca Tech. Memo.604 (1931).