



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**“SECUENCIA DIDÁCTICA PARA REFORZAR CONCEPTOS DE
PROPORCIONALIDAD Y NÚMEROS RACIONALES A PARTIR DE
LA MÚSICA Y LA ELABORACIÓN DE INSTRUMENTOS
MUSICALES”**

LUISA FERNANDA CLAVIJO JIMÉNEZ

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
BOGOTÁ, COLOMBIA

2018

**“SECUENCIA DIDÁCTICA PARA REFORZAR CONCEPTOS DE
PROPORCIONALIDAD Y NÚMEROS RACIONALES A PARTIR DE LA
MÚSICA Y LA ELABORACIÓN DE INSTRUMENTOS MUSICALES”**

LUISA FERNANDA CLAVIJO JIMÉNEZ

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:
MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Director:

Dr. rer.nat. JOHN WILLIAM SANDINO DEL BUSTO

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales

Bogotá, Colombia

2018

:

A mi familia

Este paso que la vida me está ayudando a dar es motivado por ustedes, mi esposo que me apoya y acompaña con sus ideas y a mis hijos Valentina, Martín y María José para dejarles como legado que el único tesoro que nunca se pierde es lo que se aprende.

“La educación es la llave para abrir la puerta dorada de la libertad”.

G. Whashington Carver (1864.1943)

Agradecimientos

No podría comenzar esto sin reconocer con humildad que cada paso que he dado lo he hecho de la mano de DIOS, quien me guía, me ayuda, me motiva a seguir y me recuerda la importancia de la labor para la que me dio la existencia.

“El que no vive para servir, no sirve para vivir”

Madre Teresa de Calcuta

A mi director de trabajo Profesor John William Sandino del Busto, quien asumió la dirección de este trabajo y ha dedicado su tiempo a asesorar la construcción del mismo, a mis compañeros William Barón, María Cristina Robayo, Adriana, docentes de física y música de la IED Domingo Savio, quienes apoyaron desde sus saberes y práctica docente, esta propuesta para que cumpliera sus objetivos.

Por último agradezco a mi familia por darme su tiempo y apoyarme a terminar este proyecto.

Resumen

El presente trabajo propone una secuencia didáctica dirigida a estudiantes de grado octavo de la I.E.D Domingo Savio, en él se realiza un trabajo transversal entre matemáticas, música y física, con el fin de aprovechar las temáticas y habilidades que desarrollan la música y la física para afianzar en ellos los conceptos de proporcionalidad y manejo de números racionales.

La anterior idea surgió a partir del curso de Electromagnetismo y Ondas visto en la maestría en Enseñanza en Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Colombia, en el cual se abordó el tema de acústica y en él, las relaciones pitagóricas de proporcionalidad entre las notas musicales, la longitud de las cuerdas y tubos sonoros.

Para esto se tuvo como fundamento pedagógico el aprendizaje significativo apoyado desde la metodología del aprendizaje por proyectos y que fue evaluado de manera cualitativa y cuantitativa con base en el diseño de tres rúbricas de evaluación que abarcaron lo estándares de aprendizaje propuestos por el Ministerio de Educación Nacional para cada una de las asignaturas, dejando en evidencia la pertinencia y efectividad de este proyecto.

Como resultado se obtuvieron varios avances significativos en el grupo, el primero fue el cambio radical de actitud observado en la clase de matemáticas, en particular en aquellos estudiantes que en ella presentaban más dificultades, el segundo una apropiación de conceptos de las tres disciplinas que sobrepasó las expectativas y por último el compromiso frente al trabajo en grupo de manera autónoma.

Como evidencia de los avances, se realizó una presentación grupal donde los estudiantes interpretaron una pieza musical acompañados con instrumentos de viento y cuerda elaborados por ellos mismos y dieron una explicación donde intervinieron los conceptos

físicos y matemáticos que les permitieron llegar a comprender su funcionamiento y elaborar dichos instrumentos.¹

Palabras clave: Aprendizaje por proyectos, aprendizaje significativo, enseñanza de la proporcionalidad, enseñanza de los números racionales, transversalización.

¹ La evidencia de las presentaciones se conservan en reserva debido a las restricciones de permisos para grabación a menores de edad, sin embargo se alguien las requiere, podrán ser mostradas de manera confidencial por la autora de este trabajo de grado.

Abstract

The present work proposes a didactic sequence directed to eighth degree students of the IED Domingo Savio, where a transversal work is carried out between mathematics, music and physics, in order to take advantage of the themes and skills that music and physics develop to strengthen the concepts of proportionality and management of rational numbers that have not been achieved correctly in this group of students.

The above came up as an idea from the course of electromagnetism and waves seen in the master's degree in teaching in exact and natural sciences of the National University of Colombia, where the topic of acoustics was addressed and in it, the Pythagorean relations of proportionality between the musical notes, the length of the strings and sound pipes.

For this purpose, the significant learning was taken as the pedagogical basis supported by the theory of project based learning and was evaluated qualitatively and quantitatively based on the design of three rubrics of evaluation that encompass the learning standards proposed by the Ministry of National Education for each of the subjects, evidencing the relevance and the effectiveness of this project.

As a result several significant advances were obtained in the group, the first was the drastic change of attitude towards the mathematics class, in particular of the students who presented more difficulties, the second the appropriation of concepts from the three disciplines that exceeded expectations and finally the commitment to group work autonomously.

As evidence of the advances, a group presentation was made where the students interpreted of music piece accompanied by wind instruments and string made by themselves and gave an explanation where the physical and mathematical concepts intervened that allowed them to understand their operation and elaborate said instruments.

Key words: Project learning, meaningful learning, proportionality teaching, rational numbers teaching, transversalization.

Contenido

Pág.

Resumen..... ¡Error! Marcador no definido.

Lista de figuras..... XIII

Lista de tablas.....XVI

Introducción..... 1

1. *Objetivos*..... 6

1.1 Objetivo general..... 6

1.2 Objetivos específicos..... 6

2. *Antecedentes*..... 9

3. *3. Marco teórico*..... 11

3.1 Aspecto histórico..... 11

3.2 Aspecto Disciplinar..... 15

3.2.1 Desde la matemática..... 15

3.2.1.2 Representación decimal de un número racional..... 19

3.2.2 Desde la física..... 26

3.1.2.1 Ondas..... 26

3.1.2.2 Ondas sonoras..... 31

3.1.2.3 El sonido..... 33

3.2.3 Desde la música..... 40

3.1.3.1 Gramática musical..... 40

3.1.3.2 Escalas musicales..... 45

3.1.3.3 Afinaciones..... 47

3.1.3.4 Cualidades del sonido..... 50

3.1.3.5 Instrumentos musicales..... 51

3.2.4 Relación teórica de transversalización..... 53

3.3 Aspecto pedagógico..... 55

3.3.1 Modelo pedagógico de enseñanza..... 56

3.3.2 Metodología de aprendizaje..... 57

3.3.3 Estándares básicos de aprendizaje	58
4. <i>Propuesta de la secuencia didáctica</i>	62
4.1 Descripción de la secuencia didáctica.....	62
4.1.1 Evaluación diagnóstica	63
4.1.2 Cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas	63
4.1.3 Presentación de las notas y escalas musicales.	65
4.1.4 Taller de manejo del pentagrama, figuras musicales, claves y solfeo básico	66
4.1.5 Proporcionalidad directa e inversa. Laboratorio de aplicación.....	67
4.1.6 Taller de construcción de instrumentos y montaje de canciones.	69
4.1.7 Evaluación del proyecto	70
5. <i>Desarrollo de la propuesta y análisis de resultados</i>	72
5.1 Descripción de la población	72
5.2 Evaluación diagnóstica.....	73
5.3 Cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas	77
5.4 Presentación de las notas y escalas musicales.	81
5.5 Taller de manejo del pentagrama, figuras musicales, claves y solfeo básico.....	84
5.6 Proporcionalidad directa e inversa. Laboratorio de aplicación.	89
5.7 Taller de construcción de instrumentos y montaje de canciones.	95
5.8 Evaluación del proyecto	95
<i>Conclusiones</i>	109
<i>Bibliografía</i>	111
<i>Anexos</i>	116
Anexo A: Prueba diagnóstica.....	116
Anexo B: Presentación en power point “Las cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas”	120
Anexo C: Taller “Cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas”	122
Anexo D: Diapositivas “Escalas musicales”	123
Anexo E: Taller “Presentación de las notas y escalas musicales”	124
Anexo F: Taller “Manejo del pentagrama, figuras musicales, claves y solfeo básico”	127
Anexo G : Presentación “Relación de proporcionalidad en las escalas musicales”	129
Anexo H: taller de proporcionalidad en las escalas musicales.....	132
Anexo I: Rúbricas de evaluación.....	138

Lista de figuras

Figura 3-1 proporción aurea.....	12
Figura 3-2 Representación gráfica de la proporción aurea.....	12
Figura 3-3 Escalas musicales de diversas culturas, de las cuales algunas son poco armónicas (Sicialmusik, 2016)	13
Figura 3-4 Relación entre los términos cocientes Ohlsson (1998).....	18
Figura 3-5 representación gráfica de un decimal exacto	20
Figura 3-6 Ubicación del número 3.805 en la recta numérica.....	21
Figura 3-7 Ejemplo gráfico de magnitudes directamente correlacionadas.....	22
Figura 3-8 Ejemplo gráfico de magnitudes directamente proporcionales.....	23
Figura 3-9 Ejemplo gráfico de magnitudes inversamente correlacionadas	24
Figura 3-10 Ejemplo gráfico de magnitudes inversamente proporcionales.....	25
Figura 3-11 Clasificación de las ondas.....	27
Figura 3-12 pulso que viaja a la derecha con velocidad $v \rightarrow$ a) en $t=0$ b) después de un tiempo t	28
Figura 3-13 Ondas sinusoidales en $t=0$ y en t	29
Figura 3-14 crestas, valles y longitud de una onda sinusoidal.....	29
Figura 3-15 Amplitud de las ondas.....	30
Figura 3-16 Regiones de compresión y rarefacción en ondas sonoras	32
Figura 3-17 Parámetros del sonido (Camino, 2016).....	35
Figura 3-18 Nodos y antinodos de una onda estacionaria.....	35
Figura 3-19 Diferentes armónicos en una cuerda con extremos fijos (Martinez, s.f.).....	36
Figura 3-20 Procesos de reflexión de la onda en un tubo abierto o cerrado (Calvo, 1999)	38
Figura 3-21 Instrumentos musicales de cuerda y tubo	39
Figura 3-22 Pentagrama. Líneas y espacios	41
Figura 3-23 Estructura de una figura musical.....	41
Figura 3-24 Valor temporal de las figuras musicales y la relación entre ellas.....	42
Figura 3-25 Tiempo y nombre de los silencios	43
Figura 3-26 Claves musicales	43
Figura 3-27 Armadura.....	44

Figura 3-28 Diferencia entre tonos y semitonos diatónicos y cromáticos	45
Figura 3-29 Ejemplo de escalas pentatónicas mayor y menor.....	46
Figura 3-30 Escala cromática	47
Figura 3-31 Relación de afinación pitagórica con potencias de dos y tres.	49
Figura 3-32 Relación de afinación en la escala temperada	50
Figura 3-33 Clasificación técnica de los instrumentos musicales teniendo en cuenta el material que vibra.....	52
Figura 3-34 Relación entre los conceptos teóricos de la música, la física y las matemáticas.....	54
Figura 4-1 Partitura usada en la evaluación del proyecto por grupo.	70
Figura 5-1 Fotografía día de la matemática en la I.E.D. Domingo Savio.....	73
Figura 5-2 Evidencias de la evaluación diagnóstica	76
Figura 5-3 Aplicación physics toolbox suite mostrando los datos tomados en la segunda actividad.....	77
Figura 5-4 Evidencia de trabajo actividad 2	79
Figura 5-5 Taller dos diligenciado por un grupo de estudiantes.....	81
Figura 5-6 Grupos de trabajo hallando frecuencias para el desarrollo del taller.....	82
Figura 5-7 Gráficas realizadas durante el taller por diferentes grupos	83
Figura 5-8 Estudiantes presentado las escalas musicales.....	84
Figura 5-9 Ejercicio de solfeo propuesto en clase	85
Figura 5-10 Grupos trabajando en la elaboración de los pentagramas.....	86
Figura 5-11 Trabajos de elaboración de pentagramas.....	88
Figura 5-12 Grupo ensayando para la interpretación de la pieza musical.....	88
Figura 5-13 Trabajo en el laboratorio de física	90
Figura 5-14 Diagrama de respuestas de la rúbrica de matemáticas	97
Figura 5-15 Diagrama de respuestas de la rúbrica de física.....	100
Figura 5-16 Diagrama de respuestas de la rúbrica de música	103
Figura 5-17 Instrumentos elaborados por los diferentes grupos	106
Figura 5-18 Instrumentos de cuerda elaborados por los estudiantes.....	107
Figura 5-19 Instrumentos de aire construidos por los estudiantes	107
Figura 0-1 Diapositivas actividad 1	121
Figura 0-2 Diapositivas actividad 2.....	124
Figura 0-3 Diapositivas actividad 4	132

Lista de tablas

Pág.

Tabla 1 Resultados evaluación diagnóstica.....	73
Tabla 2 Análisis taller cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas	78
Tabla 3 Análisis de resultados del taller en el laboratorio	91
Tabla 4 Valoraciones cuantitativas del proyecto por grupos	108

Introducción

“Artes, letras, ciencias y filosofía, nacen de la esencia misma de lo humano, del empeño por conocer, crear, transformar y comunicar.” (Bula, 1997)

A través de la historia se han desarrollado un sin número de corrientes y modelos pedagógicos (Gutierrez I. , 2002) que han sido implementados en nuestras instituciones educativas con la esperanza de lograr que los estudiantes desarrollen las competencias necesarias en cada una de las áreas de conocimiento de la manera más adecuada, sin embargo, vemos como una y otra vez, la mayoría de estos estudiantes fracasan frente a estas intenciones, debido a múltiples factores que se evidencian en la apatía colectiva que les produce el ejercicio académico². A partir de lo anterior surge la necesidad de crear estrategias que permitan que los estudiantes busquen hacer parte de una sociedad crítica, analítica, reflexiva y sobre todo, con una juventud interesada en aprender y mejorar sus condiciones de vida.

Las ciencias naturales y las matemáticas son dos áreas del conocimiento que se abordan en la educación básica y media y que aportan cada una desde su perspectiva, cosas importantes para el desarrollo integral de cada estudiante. Las ciencias naturales abordan el análisis de los fenómenos físicos, químicos y biológicos del mundo que nos rodea, indicándose desde los estándares básicos en ciencias, por un lado, que es importante lograr que los estudiantes desarrollen un pensamiento crítico y analítico de cada fenómeno

² Por municipio, de acuerdo a los datos del ICFES, Duitama obtuvo un promedio de 285,9 y fue el mejor municipio de Colombia. También se evidencia que los colegios públicos tienen un nivel más bajo que los privados y que los de calendario A están por debajo de los de calendario B (Dinero, 2017). En las pruebas Pisa, Colombia ocupa el puesto 57 en ciencias y el 61 en matemáticas. (Semana, 2016)

de formas cada vez más especializadas, y por otro, resaltan la importancia de la interdisciplinariedad (Agudelo, 2003).

Desde los estándares en matemáticas se afirma que esta disciplina por su parte, aporta y complementa los estándares de ciencias con el desarrollo del pensamiento racional (razonamiento lógico, rigor y abstracción), que es esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología, además dichos estándares cumplen también una labor social, aportando, herramientas de análisis para que los estudiantes se formen como ciudadanos críticos y útiles en la vida civil y democrática (Acevedo, 2003).

Sin embargo, existen muchas situaciones en que vemos que los objetivos de aprendizaje no se consiguen y que faltan aún herramientas, para que los estudiantes desarrollen las competencias requeridas. Un caso particular se vive en la Institución educativa departamental Domingo Savio de Guasca Cundinamarca, donde los estudiantes de grado octavo vienen trabajando en el concepto y aplicación de números racionales y proporcionalidad desde grados de escolaridad inferiores, sin embargo, cuando se trabaja con ellos no se ve un nivel de comprensión adecuado en cuanto a operaciones básicas y análisis de situaciones de proporcionalidad abordados desde los estándares básicos y los derechos básicos de aprendizaje. Lo anterior se evidenció en los resultados de las pruebas externas “Martes de prueba”, aplicadas a partir del año 2017 por la firma MILTON OCHOA en la institución educativa, los resultados de las pruebas saber 3, 5 y 9 del año 2016 (MEN, 2016), desde la física surge algo similar cuando se han enfrentado a conceptos abordados como densidad y masa, trabajados desde la temática de fluidos, donde se les pide que utilicen ecuaciones básicas, evidenciando que no comprenden con claridad las relaciones entre las magnitudes y el análisis numérico-variacional de dichas ecuaciones.

Algunos de los factores identificados que han influido en este bajo resultado, son la básica primaria, la poca intensidad horaria que tuvo la asignatura de matemáticas durante los años anteriores (cuatro horas a la semana para matemáticas)³ y la poca motivación que les producen los trabajos académicos (trabajos, tareas y evaluaciones) por estar lejos de sus intereses.

³ Desde el año 2017 se implementó una hora adicional para las asignaturas básicas, la cual fue designada en matemáticas para el trabajo de estadística y geometría que no se había podido abordar hasta ese momento.

Sin embargo, se evidencia que las actividades culturales y artísticas llaman mucho su atención y se ha detectado como una debilidad institucional, la baja intensidad horaria que tienen estas asignaturas (dibujo y música) en la carga académica.⁴

Se podría creer que para la educación académica de un niño o un adolescente, son más importantes asignaturas como matemáticas y ciencias, sin embargo la educación artística en la escuela, refuerza la calidad del aprendizaje, aumenta el entusiasmo y el interés de los alumnos, estimula habilidades cognitivas y permiten al individuo comunicarse (Auca. Projects Educatius, 2005), lo que sin lugar a dudas mejora los niveles de comprensión de asignaturas como matemáticas y ciencias naturales.

A este respecto, los lineamientos en artes aseguran que “preparar a los estudiantes en artes a nivel escolar, tiene consecuencias cognitivas que prepara a los alumnos para la vida, entre otras cosas en el desarrollo de habilidades como el análisis, la reflexión, el juicio crítico y en general, lo que denominamos el pensamiento holístico; justamente lo que determinan los requerimientos del siglo XXI. Ser "educado" en este contexto significa utilizar símbolos, leer imágenes complejas, comunicarse creativamente y pensar en soluciones antes no imaginadas. De hecho, las artes sirven de punto de encuentro, integrador de la historia, las matemáticas y las ciencias naturales” (Coronado, 1997).

Howard Gardner en su teoría de las inteligencias múltiples, asegura por su parte que el ser humano requiere el desarrollo de varios tipos de inteligencias dentro de las que propone la inteligencia musical, corporal–cinestésica, lógico-matemática, lingüística-verbal y no jerarquiza entre ellas a ninguna (Psicología y mente., 2005).

Por lo tanto se muestra la importancia de lograr un adecuado equilibrio entre las ciencias, las artes y la matemática, lo que motiva a proponer y desarrollar proyectos de transversalización del conocimiento a nivel escolar, aprovechando que existen fenómenos que son abordados desde la física, que se pueden analizar desde la matemática y que se experimentan en artes, en especial desde la música, para lograr un aprendizaje

⁴ Dicha asignatura tiene actualmente una hora semanal y aunque se especifica en el PEI como música, se abordan temas generales de artística en particular de dibujo.

significativo⁵. Considerando lo anterior y como norte de este trabajo de grado se planteó la siguiente pregunta de investigación.

¿Qué estrategia didáctica se puede desarrollar para reforzar con los estudiantes de grado octavo de la Institución educativa departamental Domingo Savio, el uso de números racionales y aplicaciones de proporcionalidad, utilizando figuras, escalas y elaboración de instrumentos musicales, teniendo como base fenómenos de sonido estudiados desde la física?

Esta secuencia se estructuró multidisciplinariamente desde la matemática, la física y la música con una revisión y empalme de conceptos, habilidades y objetivos que surgieron como comunes y que fundamentaron de una manera completa el trabajo. Los aportes de maestros de las tres disciplinas también hicieron que los estudiantes comprendieran la relación planteada entre las mismas.

Es importante mencionar que el tiempo que se requirió para poner en práctica esta propuesta es muy extenso, debido a algunas dificultades técnicas como falta de implementos suficientes y las diversas actividades que surgen en cualquier institución educativa, sin embargo el hecho de que para el desarrollo de esta secuencia, varios maestros estuviéramos trabajando en una misma dirección, simplificó el trabajo y aportó al nivel de comprensión de los estudiantes en cuanto a cada temática.

Con base en lo anterior, el presente documento se divide en seis capítulos. El primero muestra los objetivos general y específicos del trabajo, el segundo describe los antecedentes que ha tenido este trabajo y que ayudaron a generar un sustento importante para estructurar la propuesta, el tercero desarrolla el marco teórico desde las tres asignaturas mostrando la relación que estos conceptos tienen con la propuesta y el marco pedagógico utilizado como parámetro de desarrollo en la secuencia didáctica; el cuarto y quinto capítulo describen con detalle las actividades implementadas a lo largo de la

⁵ Teoría de aprendizaje significativo de David Ausubel "El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante("subsunsor") pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras." (Ausubel D. , 1983)

secuencia y los resultados obtenidos en cada una de ellas y para terminar, el último capítulo muestra las conclusiones generales obtenidas a lo largo de la secuencia didáctica.

1. Objetivos

1.1 Objetivo general

Diseñar una secuencia didáctica para reforzar en estudiantes de grado octavo el manejo de números racionales y aplicaciones de proporcionalidad, utilizando figuras, escalas y elaboración de instrumentos musicales teniendo como base fenómenos de sonido estudiados desde la física.

1.2 Objetivos específicos

- Identificar los conceptos previos de los estudiantes respecto a números racionales, razones, proporciones y ecuaciones.
- Seleccionar los conceptos pertinentes de la física, la matemática y la música que fundamenten la secuencia.
- Diseñar las actividades experimentales donde con la elaboración de instrumentos musicales e interpretación de pequeñas melodías, se refuercen conceptos matemáticos como números racionales, proporcionalidad, manejo de ecuaciones y se introduzcan de manera experimental conceptos físicos como características del sonido y resonancia.
- Diseñar actividades teóricas utilizando la lectura de partituras como aplicación abstracta de proporcionalidad.

- Aplicar todas las actividades que conforman la secuencia didáctica con los estudiantes del grado 8 de la institución educativa departamental Domingo Savio de Guasca Cundinamarca.
- Evaluar la secuencia didáctica implementada con instrumentos cuantitativos y cualitativos tanto del material fabricado, como del producto musical final.

2. Antecedentes

Actualmente se pueden encontrar algunos proyectos de interdisciplinariedad entre la música y la matemática, como los mencionados en la página “La Terapia del arte” revista de creatividad y salud (Laterapiadelarte.com, 2018), donde se expone el trabajo de varios grupos y en particular uno conformado con aportes de ocho instituciones de siete países entre las cuales están Inglaterra, España, Eslovaquia, Alemania, Suiza, Rumania y Grecia. Allí se propone un Proyecto Europeo para la enseñanza de la música y las matemáticas de forma integrada durante la educación primaria. El proyecto European Music Portfolio: Sounding ways into mathematics (Carrillo, 2016), propone también el uso integrado de matemáticas y música de las escuelas europeas, sin embargo, se muestra la necesidad existente de publicar material didáctico de trabajo, experiencias y aportes en este sentido. (Laterapiadelarte.com, 2018)

Por otro lado, el trabajo de grado titulado “Música interdisciplinaria con grupos interactivos” (Villanueva, 2015), presentado como trabajo final de grado en la maestría de educación primaria mención de música de la universidad JAUME, aborda la matemática desde la relación de valor entre las figuras musicales, dirigido a estudiantes de grado quinto, trabajando con comunidades de aprendizaje en grupos interactivos, en un juego llamado “figuras y dominó musical” con excelentes resultados.

Como este, hay otros trabajos de transversalización entre música y matemáticas propuestos entre otros por Bejarano García María en su propuesta “Las matemática y el arte: Propuesta de intervención en educación infantil (Bejarano, 2015) y Gutiérrez Cordero Rosario en su artículo de la revista de ciencias humanas ESPACIO Y TIEMPO, titulado la interdisciplinariedad de la música en la etapa de educación primaria (Gutierrez, 2011). Lo interesante de estos aportes es la relación común que tienen con el trabajo en la educación

primaria y sus justificaciones del porque la música debe ser una herramienta fundamental para el trabajo desde las matemática.

Por otro lado en la Universidad Nacional de Colombia se desarrollaron de grado, entre ellos el titulado “ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL ESTUDIO DE LA FRECUENCIA DE LAS ONDAS SONORAS EMITIDAS POR UN INSTRUMENTO TIPICO DE LA MUSICA VALLENATA: LA GUACHARACA” (Mejía Reales, 2016) la cual propuso una transversalización de física y música muy interesante, teniendo como base el concepto de ondas sonoras y el manejo de instrumentos musicales. Otro ejemplo y en relación al manejo de una de las temáticas fundamentales de este trabajo de grado se encuentra el trabajo de grado titulado “LA FRACCION COMO RELACIÓN PARTE-TODO Y COMO COCIENTE. PROPUESTA DIDACTICA PARA EL COLEGIO LOS ALPES IED”, (Ruiz, 2013) en la cual se trabajan los números racionales en su forma más básica.

Algo importante de mencionar, es que la mayoría de trabajos realizados son de transversalización entre música y matemáticas principalmente españoles, dirigidos a estudiantes de educación primaria y que en el país no hay documentados trabajos donde se relacionen directamente las matemáticas, la física y la música, teniendo estas disciplinas muchos aspectos en los cuales se pueden abordar temáticas de manera integrada, haciendo de esta propuesta algo innovador, ya que al realizar la evaluación de aprendizaje de los estudiantes y del proceso hecho con este, se logró un aprendizaje significativo desde las tres asignaturas.

3.3. Marco teórico

3.1 Aspecto histórico

A través de la historia, la relación de la música y las matemáticas, aparece desde épocas antiguas con los chinos, los egipcios y los mesopotámicos, quienes estudiaron los principios matemáticos de la música (Salden, 1907). Sin embargo, hasta la aparición de los pitagóricos estos estudios no se concretaron, época en la que se hicieron las relaciones entre escalas musicales y proporcionalidad numérica. (Platón, 1974)

Desde la época de Platón, la armonía se consideró una rama de la física actualmente conocida como acústica. Incluso en la actualidad, la música se trabaja más desde la acústica que desde la misma composición y se le han aplicado matemáticas de teoría de conjuntos, algebra abstracta, y teoría de números (Reginald, 1987). Algunos otros autores han hecho la relación con la proporción aurea⁶(ver figura 3-1), siendo esta la proporción que aparece al dividir una recta en dos segmentos a y b , con a más largo que b por un punto f , de manera que el segmento mayor a es a b lo que la longitud total de la recta ($a+b$) es a a . Al número f se le conoce como el número de oro ϕ , Phi. Esta proporción y su representación geométrica (Ver figura 3-2) son considerados desde la antigüedad como la máxima expresión de la belleza. (La Tabla Armónica, 2015)

⁶ La proporción Aurea es un número irracional aproximado a 1.61803398874989... que descubrieron los pensadores de la antigüedad al advertir el vínculo existente entre dos segmentos pertenecientes a una misma recta. Aquello que respete la proporción aurea en sus formas es considerado bello (Perez, 2015)

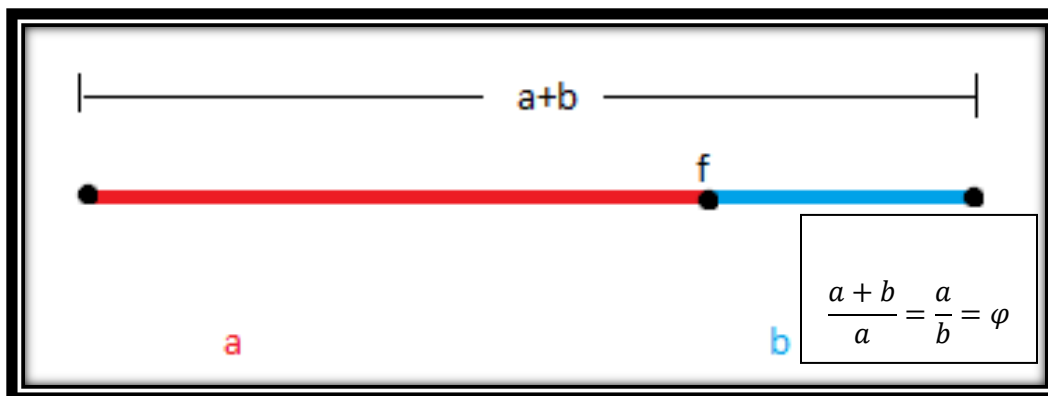
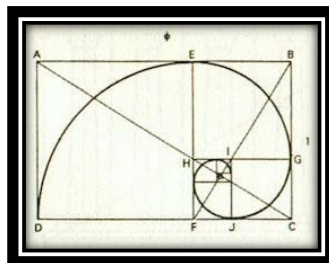


Figura 3-1 proporción aurea

Figura 3-2 Representación gráfica de la proporción aurea⁷

En cuanto a las escalas musicales, estas han sido relacionadas con conceptos matemáticos desde sus orígenes. Los pitagóricos estudiaron la relación de los intervalos que había entre las notas, determinando cuáles de ellos eran armoniosos, concepto que para esa época cualquier disciplina artística debía conseguir.

Del anterior estudio se determinaron los intervalos que dieron origen a las escalas musicales, las cuales tenían como características que el sonido fuera agradable. Unos de estos intervalos fueron los de las octavas, los de las quintas y los de las cuartas. “A base de extraer relaciones de proporción entre las notas se van definiendo todas las escalas y se van construyendo melodías y armonías siempre bajo principios matemáticos” (Sicialmusik, 2016). Por ejemplo, la relación entre la música y las matemáticas a partir de

⁷ Tomado de: <https://definicion.de/proporcion-aurea>

los números de Fibonacci⁸ relacionando la escala musical con la serie de Fibonacci: 1,2,3,5,8,13... considerando que hay 13 notas entre una nota y su octava (incluyéndola), la tercera y quinta nota definen la base de los acordes mayores y la relación entre la octava y la nota tónica es de 2:1. En conclusión “hay 13 tonos entre octava y octava, 8 tonos y 5 semitonos dividido en grupos de tres y dos” (La proporción Aurea., s.f.)

Desde otras civilizaciones también se hicieron aportes de escalas musicales que no siempre cumplían con el requisito griego de ser sonidos armónicos o agradables, pero que se utilizaban en culturas particulares. Ejemplos de ellas y de los intervalos que las forman se muestran en la figura 3-3

ESCALA	INTERVALO												
	1	b2	2	b3	3	4	b5	5	#5	6	b7	7	8
Árabe	■	■			■	■		■	■			■	■
Armónico menor	■		■	■		■		■	■			■	■
Aumentada	■		■	■		■		■	■			■	■
Bebop dominante	■		■	■		■		■	■			■	■
Bebop mayor	■		■	■		■		■	■			■	■
Blues	■		■	■		■		■	■			■	■
Disminuída	■		■	■		■		■	■			■	■
Dórico (Jazz)	■		■	■		■		■	■			■	■
Enigmática	■	■			■		■		■			■	■
Mayor	■		■	■		■		■	■			■	■
Menor	■		■	■		■		■	■			■	■
Frigio	■	■			■		■		■			■	■
Japonesa	■	■			■		■		■			■	■
Lidio	■		■	■		■		■	■			■	■
Locrio (japonesa e hindú)	■	■			■		■		■			■	■
Magiar (Húngara menor)	■		■	■		■		■	■			■	■
Melódica menor	■		■	■		■		■	■			■	■
Mixolidio (jazz y blues)	■		■	■		■		■	■			■	■
Napolitana	■		■	■		■		■	■			■	■
Napolitana menor	■		■	■		■		■	■			■	■
Pentafónica (blues y rock)	■		■	■		■		■	■			■	■
Pentatónica mayor	■		■	■		■		■	■			■	■
Pentatónica menor	■		■	■		■		■	■			■	■
Whole (tono completo)	■		■	■		■		■	■			■	■

Figura 3-3 Escalas musicales de diversas culturas, de las cuales algunas son poco armónicas (Sicialmusik, 2016)

⁸ La sucesión de Fibonacci, fue descubierta por el matemático italiano Leonardo de Pisa. Dicha sucesión o presenta una secuencia infinita de números en la cual la suma de cualquier par de números consecutivos a excepción de los dos primeros que son dos unos, da como resultado el número siguiente. En esta sucesión si se divide cualquier número por el que lo precede nos da como resultado el número aureo. (Pérez, 2013)

De las anteriores, la escala pentatónica es la más sencilla y la que al día de hoy se usa con mayor frecuencia en educación. Presenta cinco notas con base en una tónica y con proporción entre ellas de 1.5 tonos.

Por otro lado, desde la física se sabe que gran parte del conocimiento sobre movimiento ondulatorio nace a partir de la acústica (Osorio, 2017). En la antigua Grecia, los filósofos tenían la hipótesis de que había una relación entre ondas y sonido y que las vibraciones debían ser las causantes de los sonidos. Por ejemplo, Pitágoras en 550 a.C encontró la relación entre las longitudes de los hilos que producían sonidos armoniosos. En el siglo XVII Galileo Galilei (1564-1642) trabajó sobre la teoría científica de propagación de las ondas y con ayuda de un péndulo descubrió los principios del movimiento armónico simple (M.A.S). En 1660 Robert Boyle probó que el sonido no se propaga en el vacío. Isaac Newton publicó la descripción matemática de la forma en que el sonido viaja y en el siglo XVIII el francés Jean Le Rond d'Alembert escribió la ecuación de la onda. (Salgado, 2016).

Por último, haciendo una relación histórica de la aparición y desarrollo del concepto de proporcionalidad, cronológicamente se conoce que en el siglo II a.C los griegos adaptaron el sistema de almacenamiento de fracciones y proporciones (Salgado, 2016). En el siglo V a.C. descubrieron la proporción de medir el lado y la diagonal de un cuadrado. En el año 600 a.C. Thales de Mileto propone el teorema relativo de la proporcionalidad. En el año 900 los árabes ampliaron el sistema indio de los decimales en razones y proporciones. En el siglo XVII Euler aportó ideas sobre el cálculo y las proporciones. En el siglo XIX Gauss explicó el concepto de número complejo y de proporciones y por último en el siglo XX Azcarate y Deulo abordan la proporcionalidad como modelo de función (Salgado, 2016).

Lo anterior muestra que no se han abordado las tres disciplinas de forma integrada, por lo que se busca trabajarlas en una única propuesta.

Teniendo en cuenta que cada una tiene sus propios conceptos disciplinarios, se trabajarán por separado, para finalmente analizar la transversalización entre ellos, dándole base a este trabajo de grado.

3.2 Aspecto Disciplinar

3.2.1 Desde la matemática

Siendo esta disciplina el eje central del trabajo propuesto, se abordarán conceptos claves que fundamentan la secuencia didáctica, comenzando por la definición de los números racionales y sus diferentes interpretaciones, correlación y proporcionalidad fundamentales para realizar el trabajo de interpretación de partituras y elaboración de instrumentos musicales con base en las relaciones pitagóricas.

3.2.1.1 Números racionales

Se llaman números racionales a los elementos que pertenecen al conjunto de números racionales \mathbb{Q} , siendo este, subconjunto de los números reales \mathbb{R} y una extensión de los números enteros \mathbb{Z} . El conjunto de los racionales es definido como el conjunto de cocientes entre dos números enteros a y b con $a, b \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$.

Para comprender lo anterior, se definirá un conjunto como una “colección de elementos considerada como una sola entidad” (Apostol, 2001). Los conjuntos son denotados en matemáticas con letras mayúsculas y se puede determinar si un elemento pertenece o no a un conjunto. La notación utilizada con frecuencia siendo A el conjunto y “ a ” un elemento de él es $a \in A$ y siendo A un conjunto y b un elemento que no esté en él es $b \notin A$.

Ahora bien, entre dos conjuntos A y B se puede definir la relación de contención, matemáticamente denotada por “ \subseteq ”, (es equivalente a la idea de subconjunto) si todos los elementos que pertenecen a A , están también contenidos o pertenecen a B y se escribe:

$$A \subseteq B$$

Teniendo estas definiciones básicas de la teoría de conjuntos, se definirán los tres conjuntos utilizados en la definición de números racionales,

(reales \mathbb{R} , racionales \mathbb{Q} y enteros \mathbb{Z}), comenzando con el conjunto de los números reales \mathbb{R} , continuando con los enteros y finalizando con racionales.⁹

El conjunto de números reales es un conjunto numérico primitivo que satisface ciertas propiedades tomadas como axiomas y que se organizan en tres grupos: axiomas de cuerpo, axiomas de orden y axioma del extremo superior, continuidad o completitud (Apostol, 2001).

Axiomas de cuerpo:

Estos axiomas se basan en la existencia de dos operaciones llamadas suma y multiplicación tales que siendo x e y dos números reales se puede formar la suma $x + y$ siendo este otro número real, así como la multiplicación de xy ó $x \cdot y$.

Axioma 1: Propiedad conmutativa $x + y = y + x$; $xy = yx$.

Axioma 2: Propiedad asociativa $x + (y + z) = (x + y) + z$; $x(yz) = (xy)z$.

Axioma 3: Propiedad distributiva $x(y + z) = xy + xz$.

Axioma 4: Existencia del elemento neutro. Existen dos números reales denotados por 0 y 1 tales que para cada número real x se cumple que $0 + x = x + 0 = x$; $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$.

Axioma 5: Existencia de negativos. Para cada número real x existe un número real y tal que $x + y = y + x = 0$.

Axioma 6: Existencia del recíproco. Para cada número real $x \neq 0$ existe un número real y tal que $xy = yx = 1$.

Axiomas de orden:

Este grupo de axiomas permite decir entre dos números reales ¿cuál es mayor? y ¿cuál es menor?, es decir que permite ordenarlos.

Axioma 7: Si x e y pertenecen a \mathbb{R}^+ lo mismo ocurre a $x + y$ y xy .

Axioma 8: Para todo real $x \neq 0$, o $x \in \mathbb{R}^+$ o $-x \in \mathbb{R}^+$ pero no ambos.

⁹ Las siguientes definiciones son adaptadas o tomadas textuales, debido a su rigor, de (Apostol, 2001).

Axioma 9: $0 \notin \mathbb{R}^+$.

Ahora se definirán las relaciones de orden " $<$ " menor que", " $>$ " mayor que", " \leq " menor igual que" y " \geq " mayor igual que, siendo x e y números reales como:

1. $x < y$ quiere decir que $y - x$ es positivo
2. $y > x$ significa que $x < y$
3. $x \leq y$ significa que $x < y$ o $x = y$
4. $x \geq y$ significa que $x \leq y$

De tal manera si $x > 0$ se dice que x es positivo, pero si $x < 0$ se dice x que es negativo.

Axioma del extremo superior o completitud:

Se definirá el concepto de extremo superior al número $B \in S$, siendo S un conjunto, si cumple que B sea una cota superior de S y ningún número menor que B es cota superior de S . De igual manera a B se llama supremo de S .

Axioma 10: Todo conjunto no vacío S de números reales acotado superiormente, posee extremo superior; esto es existe un número real B tal que B es supremo de S

Ahora bien, dentro del conjunto de los números reales existen dos subconjuntos que tienen propiedades que otros no tienen. El primero es el conjunto de los *números enteros* \mathbb{Z} , el cual es formado por los enteros positivos \mathbb{Z}^+ , el cero y los enteros negativos \mathbb{Z}^- . Los enteros positivos son un conjunto inductivo, definido como cualquier conjunto en el que el 1 pertenece al conjunto y para todo x que pertenece al conjunto, el número $x + 1$ también pertenece al conjunto, de tal manera que un número real se llama entero positivo si pertenece a todo conjunto inductivo.

Los opuestos a los enteros positivos se llaman enteros negativos y la unión de estos dos conjuntos y el cero forman el conjunto de los números enteros \mathbb{Z} .

Por último se retoma la definición de los números racionales \mathbb{Q} como el cociente a/b siendo $b \neq 0$. Y $a, b \in \mathbb{Z}$.

Este conjunto \mathbb{Q} contiene a los números enteros y se dice que es un cuerpo ordenado por cumplir los axiomas de cuerpo y los de orden.

Por otro lado, algunos estudios realizados por autores como Behr (1983) y Kieren (1988), que se especializaron en el análisis semántico de las fracciones, se ha encontrado que la relación entre los racionales y las fracciones aparece en los conceptos de cociente, razón, proporción, operador y una versión de la relación parte todo (Godino, 2007).

Otros autores relacionan los números fraccionarios con la interpretación de los problemas y han propuesto una estructura global, por ejemplo Ohlsson (1988), relaciona el símbolo x/y al par ordenado $\langle x, y \rangle \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ relacionándolos a cuatro teorías matemáticas que son: la función como cociente, un número racional, un vector binario y un tipo particular de función compuesta (Godino, 2007), (ver figura 3-4) donde se relacionan las definiciones teóricas y las aplicaciones.

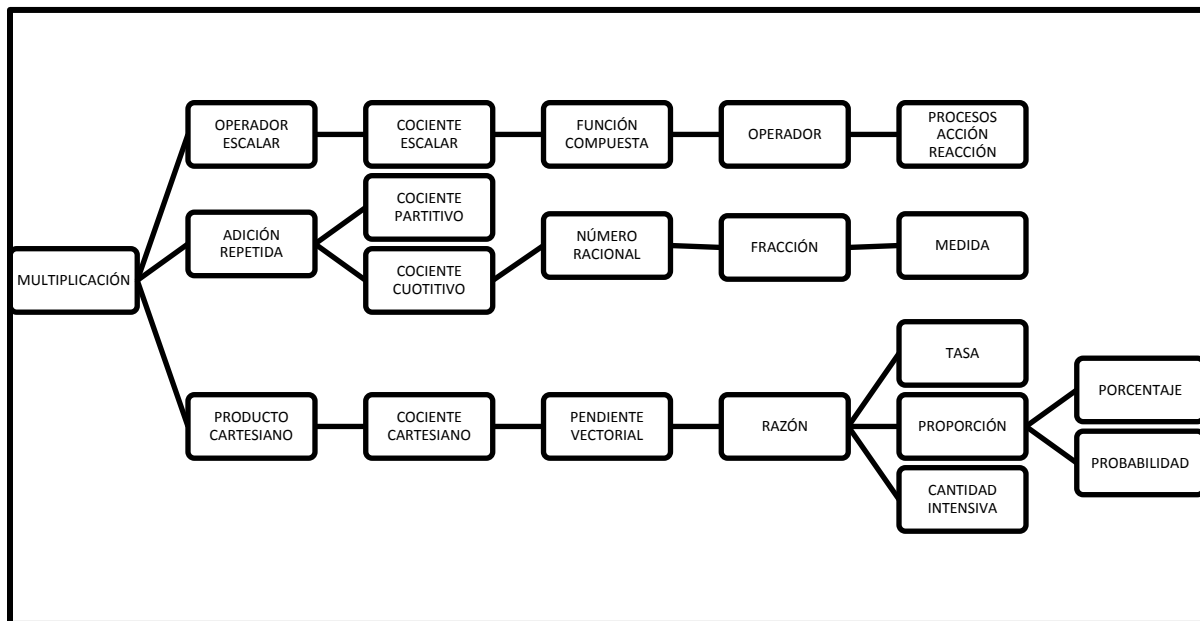


Figura 3-4 Relación entre los términos cocientes Ohlsson (1998)¹⁰

La relación existente entre estos significados y sus aplicaciones las aborda como sigue: “Según Ohlsson, las cuatro teorías referidas a los números racionales (la función cociente; un número racional; un vector binario; un tipo particular de función compuesta) tienen diferentes aplicaciones. Los términos “cociente”, tales como “fracción”, “proporción”, “razón”, etc., refieren a esas aplicaciones. Para explicar lo que significa un término como

¹⁰ Adaptado de : http://www.ugr.es/~jgodino/eos/sentido_numerico.pdf

“fracción” es necesario (a) identificar el constructo matemático subyacente y la teoría en que está inmerso, y (b) especificar cómo se aplica, o sea, especificar la clase de situaciones a la que se aplica y la correspondiente relación entre el constructo y la clase de situación” (Godino, 2007).

El número racional visto en su forma más básica como una fracción, toma diferentes significados según el contexto donde se usa. La primera es cuando se usa para dividir un todo discreto o continuo en varias partes iguales “la fracción y la relación parte todo”; el segundo es la idea de $\frac{a}{b}$ como el cociente entre dos números: a unidades en b partes iguales “la fracción como cociente”; la fracción usada para determinar la relación entre dos cantidades de la misma magnitud $a:b$ y la fracción $\frac{a}{b}$ vista como una función que actúa sobre una magnitud o cantidad, multiplicándola por a y dividiéndola por b . (Briales, 2001).

Teniendo en cuenta lo anterior, es importante mencionar que en el desarrollo de esta secuencia didáctica se abordan y trabajan los números racionales desde varias de estas interpretaciones, principalmente como operador, como razón y como cociente.

3.2.1.2 Representación decimal de un número racional

La representación numérica de los fraccionarios se debe a una larga cadena de aportes históricos. Los babilonios usaban las fracciones únicamente con denominadores 60, los griegos marcaban con un acento el numerador y con dos el denominador, la forma fraccionaria de poner un número encima del otro es de los hindúes, aunque la raya horizontal que le ponemos actualmente no la inventaron ellos sino los árabes, a quienes también debemos el uso de las fracciones decimales en el siglo XIII. Para el siglo XV, el astrónomo y matemático Al Kasi las usó para hacer estimaciones. La aparición del punto y la coma para separar la parte entera de la fraccionaria, se volvió usual en 1579 y a principios del siglo XVII el uso de la representación decimal se consolidó en Europa.

Inicialmente Simón Stevin (1548-1620) escribía los décimos, centésimos, milésimos etc, colocando los números 1, 2, 3 respectivamente encerrados en un círculo después de la cantidad y la parte entera llevaba un cero entre un círculo después del número cumpliendo el papel de la coma o el punto decimal actual (Bautista B. M., 2007).

Toda fracción cuyo denominador sea una potencia de diez es denominada fracción decimal, y todo número racional se puede expresar como un número decimal. Lo anterior se consigue al dividir el numerador entre el denominador llegando hasta la escritura decimal finita o periódica.

De una manera más teórica se dice que los números racionales se pueden representar de la forma $r = \frac{a}{10^n}$ con $a \in \mathbb{Z}$ y $n \in \mathbb{N}$. De otra forma se puede ver que $r = a_0 + \frac{a_1}{10} + \frac{a_2}{10^2} + \dots + \frac{a_n}{10^n}$, $a_0 \in \mathbb{Z}^+$ y $0 \leq a_i \leq 9$ y se escribe en la forma más breve $r = a_0.a_1a_2 \dots a_n$ y se dice que es la representación finita de r (Apostol, 2001).

Una manera gráfica de comprender los números decimales es pensar en divisiones de 10, 10^2 , $10^3 \dots$ partes iguales de unidades, de tal manera que el número $r = a_0 + \frac{a_1}{10} + \frac{a_2}{10^2} + \dots + \frac{a_n}{10^n}$ tendría a_0 unidades completas a_1 partes de una unidad dividida en 10 partes iguales, a_2 partes de una unidad dividida en 100 partes iguales... y a_n partes de una unidad dividida en 10^n partes iguales.

Por ejemplo el número 1.35 que es un decimal exacto, en el cual $a_0 = 1$, $a_1 = 3$ y $a_2 = 5$ se podría representar gráficamente como lo muestra la figura 3-5

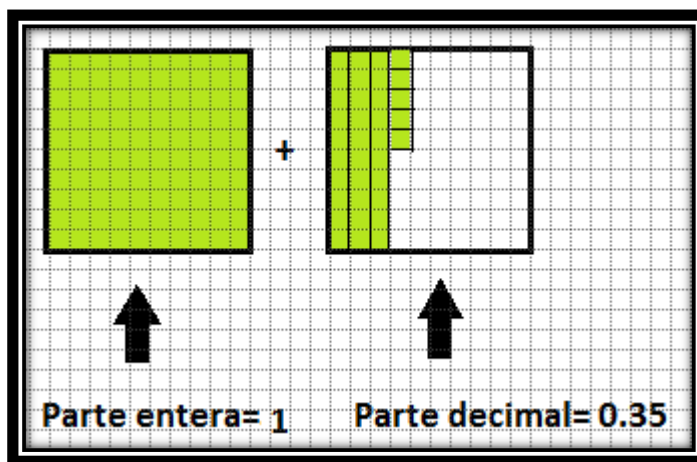


Figura 3-5 representación gráfica de un decimal exacto

Por otro lado la ubicación de los números decimales en la recta numérica se hace ubicando primero, la parte entera del número decimal; la unidad siguiente se debe dividir en diez

partes iguales buscando ubicar las décimas, es decir el valor de $\frac{a_1}{10}$, después se debe coger la siguiente décima y dividirla en diez pedazos iguales para ubicar en ella las centésimas, es decir el valor de $\frac{a_2}{10^2}$. Así sucesivamente hasta completar la ubicación del número. Esta cantidad de particiones se hace difícil en una sola recta cuando los números tienen varias cifras decimales, por lo que se divide con frecuencia la representación en varios segmentos de la recta, haciendo un acercamiento a las divisiones requeridas. Por ejemplo la ubicación del número 3.805 se muestra en la figura 3.6

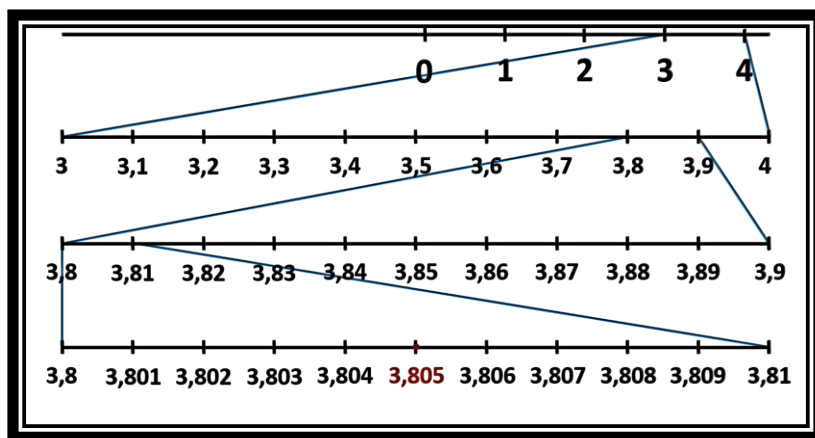


Figura 3-6 Ubicación del número 3.805 en la recta numérica¹¹

En esta representación se toma el segmento entre 3 y 4 y se divide en 10 partes iguales, posterior a esto se toma el segmento que va de 3.8 a 3.81 y se realiza el mismo procedimiento, hasta conseguir la ubicación exacta del número.

Actualmente el uso de los números decimales es muy amplio y su importancia radica en que permiten expresar cantidades con mucha precisión.

¹¹ Ilustración tomada de <https://solucionesproblemas.com/1-bachillerato/representacion-numeros-racionales-recta-real-ejercicio-f06e3>

3.2.1.3 Correlación y proporcionalidad

Por otro lado y relacionando el concepto de número racional con sus aplicaciones se encuentra la noción de proporcionalidad, la cual cobra sentido en un contexto apropiado donde necesariamente deben intervenir las magnitudes, definidas como cualquier propiedad que puede variar y que se puede medir numéricamente. (Escalonilla, s.f.)

Cuando el comportamiento de dos magnitudes se caracteriza por el aumento de una de ellas a la vez que aumenta la otra, o cuando disminuye una la otra lo hace también, se dice que dichas magnitudes están directamente relacionadas pero si además de eso la razón existente entre las parejas de valores es la misma, se llaman directamente proporcionales.

La correlación directa es una función ya que a cada uno de los valores de una magnitud le corresponde un único valor de la otra magnitud. (Ver figura3-7)

La proporcionalidad directa es una función donde la razón entre las magnitudes es constante y en su representación gráfica las parejas de valor de las dos magnitudes se encuentran sobre una línea recta que pasa por el origen tal como se muestra en la figura 3.8. (Rojas, 2012)

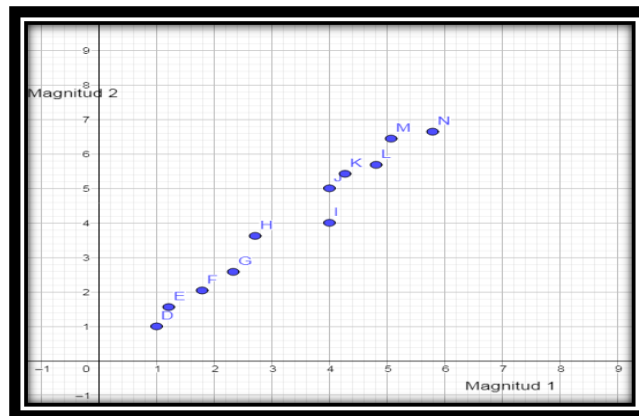


Figura 3-7 Ejemplo gráfico de magnitudes directamente correlacionadas¹²

¹² Gráfica elaborada por la autora de la secuencia didáctica.

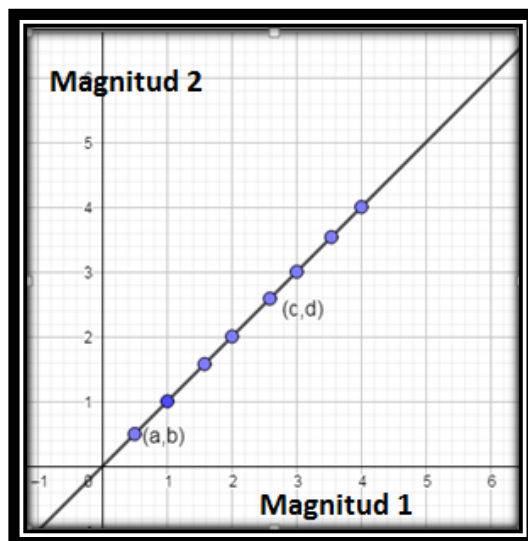


Figura 3-8 Ejemplo gráfico de magnitudes directamente proporcionales¹³

Características de la proporcionalidad directa es que la segunda componente de cada pareja ordenada es el producto de la primera por un mismo valor llamado constante de proporcionalidad. De esta forma las parejas (a,b) y (c,d) son valores relacionados de dos magnitudes y existe un número fijo y constante m tal que

$$a \cdot m = b \text{ y } c \cdot m = d; a, b \in \mathbb{R}$$

De lo anterior se puede ver que en la proporción directa se cumple que:

$$\frac{c}{a} = \frac{d}{b} \in \mathbb{R} \text{ y } a, b \neq 0$$

Por otro lado se podría dar una correlación inversa, caracterizada por disminuir una magnitud cuando la otra está aumentando sin necesidad de tener una constante de variación asignando a cada valor de la primera magnitud un único valor de la segunda magnitud. (Ver figura 3-9)

¹³ Gráfica elaborada por la autora de la secuencia didáctica

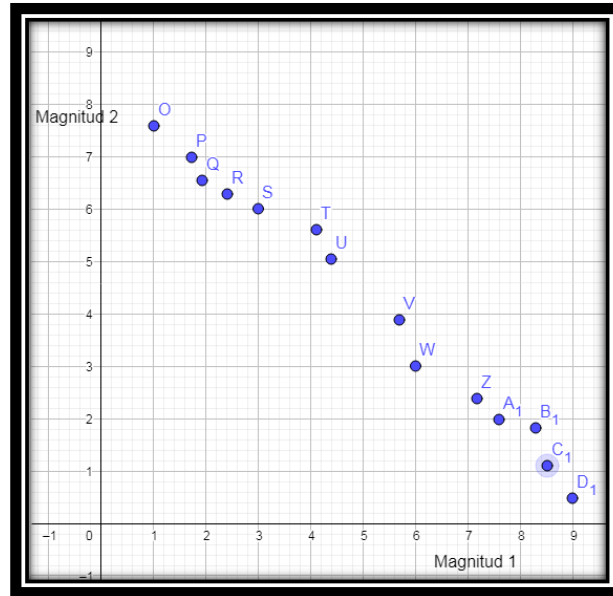


Figura 3-9 Ejemplo gráfico de magnitudes inversamente correlacionadas¹⁴

Del mismo modo si dos magnitudes son inversamente correlacionadas y el producto de cada par de valores de las magnitudes que se relacionan es constante, se dice que las magnitudes son inversamente proporcionales. El producto entre cada par de magnitudes se llama constante de proporcionalidad inversa. (Ver figura 3-10)

¹⁴ Gráfica elaborada por la autora de la secuencia didáctica

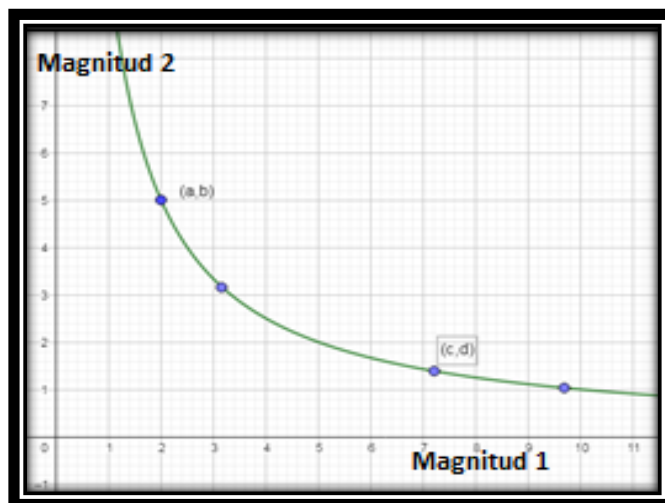


Figura 3-10 Ejemplo gráfico de magnitudes inversamente proporcionales¹⁵

Esta relación de proporcionalidad se verifica si las parejas (a,b) y (c,d) son valores relacionados de dos magnitudes y existe un número fijo y constante m tal que:

$$a \cdot b = m \quad \text{ó} \quad a = \frac{m}{b} \quad \text{y} \quad c \cdot d = m \quad \text{ó} \quad c = \frac{m}{d}$$

El manejo del concepto de proporcionalidad y sus representaciones gráficas, fueron uno de los aspectos más abordados durante la secuencia y aunque al principio únicamente se realizaron gráficas con los datos obtenidos en las prácticas, se llegó al punto de realizar un análisis de estas relaciones, evidenciando a partir de las gráficas obtenidas, algunos errores cometidos en la toma de datos. La comprensión de estas relaciones de proporcionalidad se hizo más evidente al momento de construir los instrumentos musicales, ya que la ubicación de los agujeros o la longitud de las cuerdas se relacionaban proporcionalmente con la frecuencia obtenida.

¹⁵ Gráfica elaborada por la autora de la secuencia didáctica

3.2.2 Desde la física

Debido a que la finalidad del proyecto es que los estudiantes elaboren sus propios instrumentos musicales dando cuenta de las características de cada uno, se abordará en esta sección conceptos sobre movimiento ondulatorio y en particular sobre acústica.

3.1.2.1 Ondas

Existen dos maneras de transportar energía entre dos puntos, una es transfiriendo materia y la otra usando movimientos ondulatorios, en los cuales no se transfiere materia sino solamente energía. Para que esto último suceda, es necesario producir una perturbación en alguna de las propiedades físicas del espacio como por ejemplo la densidad, la presión, el campo magnético o el campo eléctrico y se puede producir en el vacío o en el algún espacio que contenga material sólido, líquido o gaseoso. A dicha perturbación se denomina **onda**. (Serway R. A., 2009)

Las ondas se clasifican según en dos tipos diferentes de ondas: las *ondas mecánicas*, las cuales requieren un medio material para propagarse y las *ondas electromagnéticas*, que a diferencia de las anteriores no necesitan de un medio para propagarse. Ejemplos de ondas mecánicas son las ondas de agua y las ondas de sonido y ejemplos de ondas electromagnéticas son las ondas de radio, los rayos X o las ondas de luz.

Por su parte, las ondas mecánicas se clasifican según la manera en que se desplazan como *ondas longitudinales*, *ondas transversales* u *ondas de superficie*. Las ondas longitudinales hacen que las partículas del medio se muevan de forma paralela a la dirección de la onda, las ondas transversales hacen que las partículas vibren de forma perpendicular a la dirección en la que se propaga y las ondas de superficie que tienen características de los anteriores, permiten que las partículas se muevan tanto paralela como perpendicularmente a la dirección en que se desplazan (ver figura3-11). (Murphy, 1989)

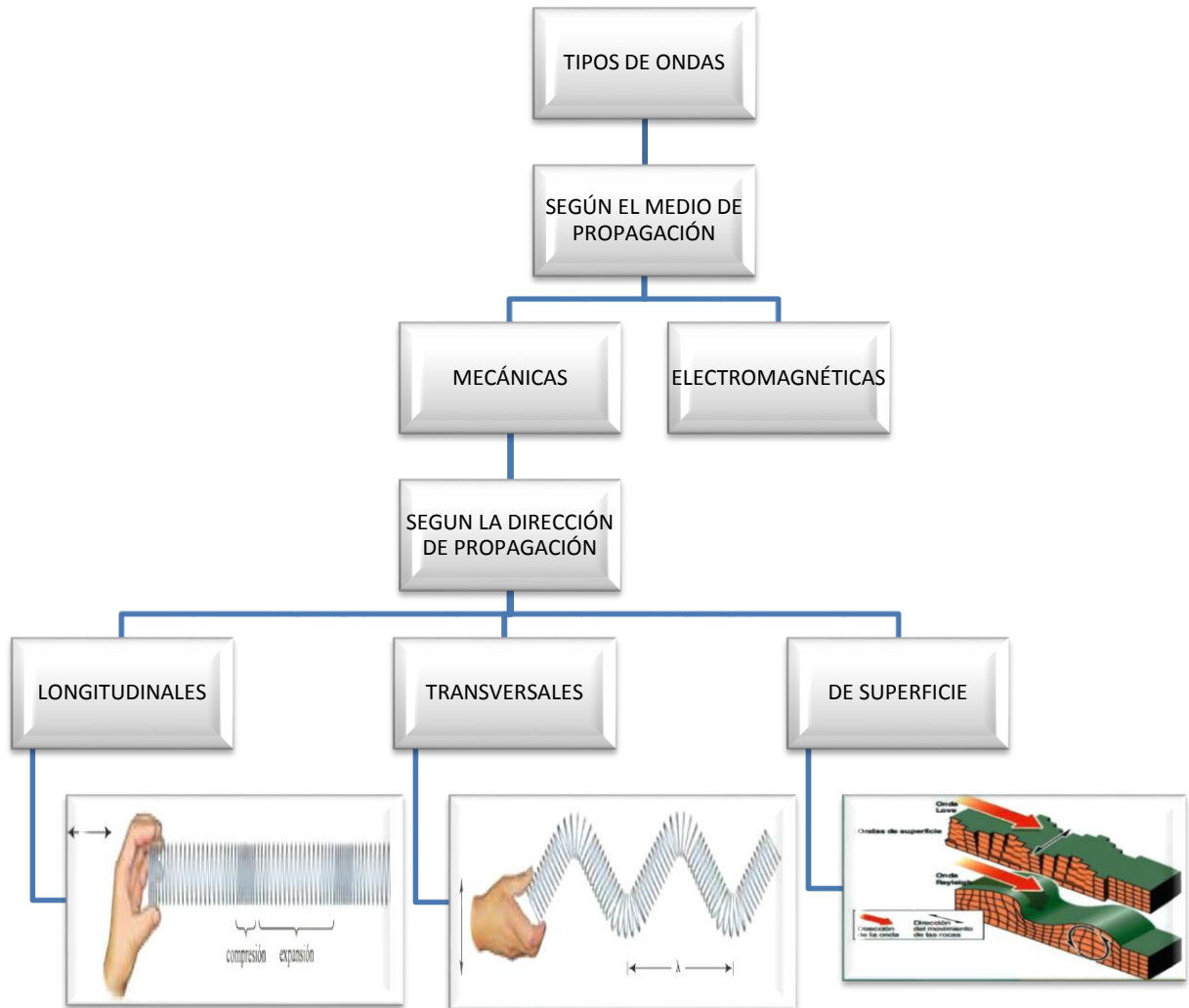


Figura 3-11 Clasificación de las ondas¹⁶

Las ondas mecánicas requieren entonces alguna fuente de perturbación, un medio con elementos que se puedan perturbar, algún mecanismo físico que lleve a los elementos del medio a influirse mutuamente. Una representación de este movimiento es la creación de un pulso, que se puede conseguir sacudiendo una vez un lazo que este fijo por uno de sus

¹⁶ Gráficos tomados de:

http://lasondasjoseymaria.epizy.com/ondas_longitudinales_o_transversales.html?i=1 y

<https://www.slideserve.com/vita/ondas-de-superficie>.

Algunos autores clasifican las ondas mecánicas solamente en transversales y longitudinales, dejando las ondas de superficie como un subconjunto de las anteriores.

extremos. La cuerda será el medio a través del cual viaja el pulso, pero si la cuerda se mueve en repetidas ocasiones, se creará una onda viajera.

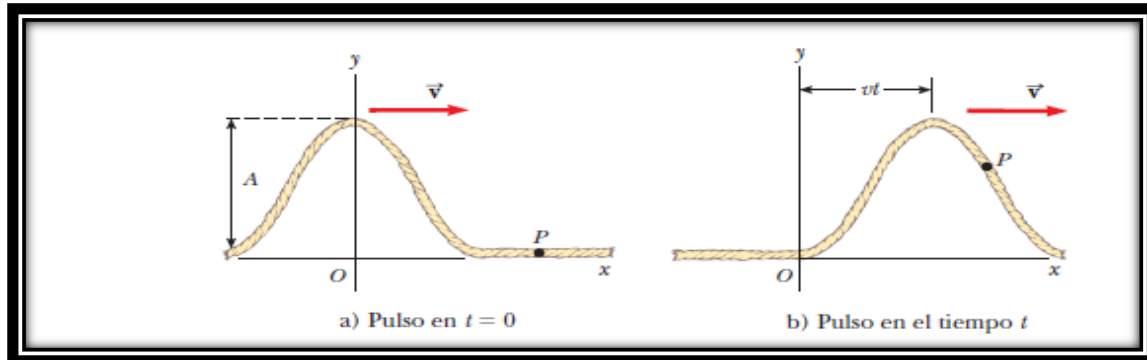


Figura 3-12 pulso que viaja a la derecha con velocidad v ¹⁷ a) en $t=0$ b) después de un tiempo t

Un pulso en un tiempo $t = 0$ (figura 3-12 a), se puede representar mediante la función $f(x) = y(x, 0)$ que define la posición transversal y de una partícula en cada valor de x en el instante $t = 0$, de igual forma como el pulso se dirige a la derecha con una velocidad v y se desplaza una distancia vt en un tiempo t , (figura 3-12 b), la forma del pulso no cambia y una partícula que se encuentre en la posición vt , tendrá la misma posición y que una partícula en la posición $x - vt$ en el tiempo $t = 0$, es decir:

$$y(x, t) = y(x - vt, 0) \quad (3-1)$$

En general para describir cualquier posición transversal teniendo como referencia el punto 0 tenemos

$$y(x, t) = f(x - vt, 0) \quad (3-2)$$

Y si el pulso viaja en sentido contrario o negativo se describiría como:

$$y(x, t) = f(x + vt) \quad (3-3)$$

Esta función es conocida como función de onda y depende de las variables x y t (Serway R. A., 2009).

Todas las ondas periódicas tienen características que las asemejan y las ondas sinusoidales son un buen ejemplo de estas (ver figura 3-13). De ellas se puede determinar características como la amplitud, la frecuencia, la velocidad y el periodo.

¹⁷ Tomado de (Serway R. A., 2009)

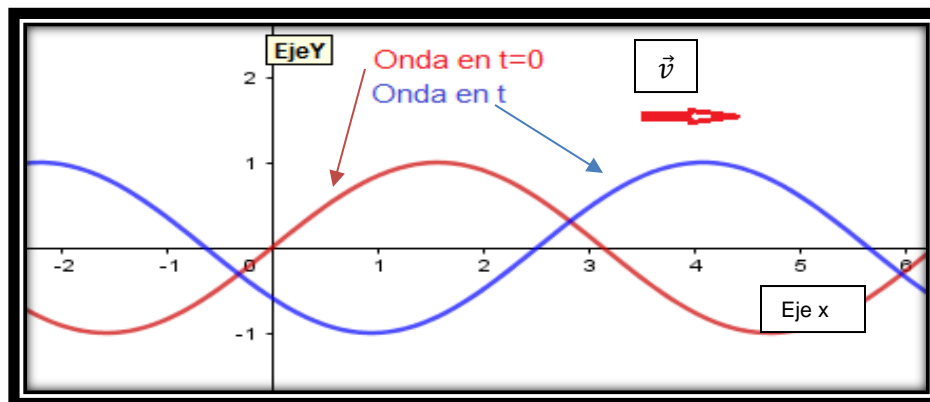


Figura 3-13 Ondas sinusoidales en $t=0$ y en t

En la figura 3-14 se muestra una función sinusoidal donde los puntos A, B y C representan las crestas, es decir las partes más altas de la onda; los puntos D, E y F muestran los valles, es decir las regiones más bajas de la onda. La distancia entre dos valles sucesivos o dos cresta sucesivas se llama longitud de onda y se simboliza por λ , que es igual a la distancia entre G e I ó entre I y K.

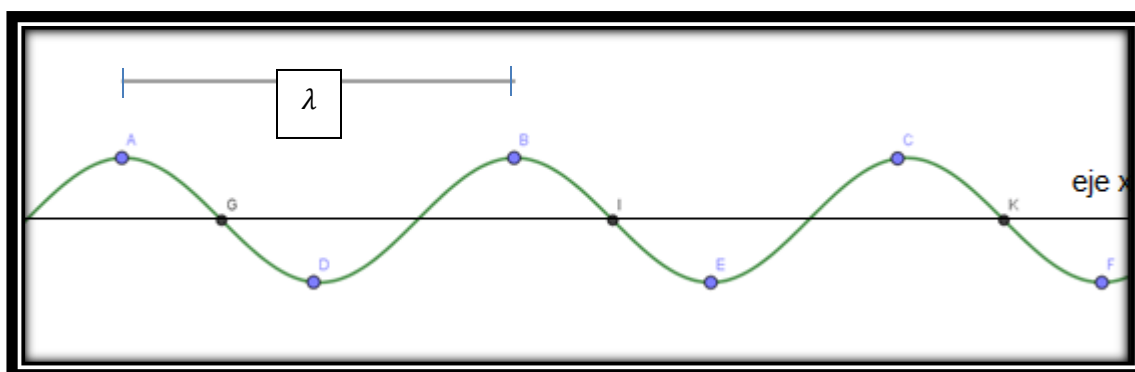


Figura 3-14 crestas, valles y longitud de una onda sinusoidal.

Por otro lado se denomina frecuencia " f " al número de ondas que pasan por un punto en un segundo (s^{-1}) y se mide en Hertz (hz). El periodo T es el inverso de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} \quad (3-4)$$

y la velocidad de la onda se halla con el producto de la frecuencia por la longitud de la onda:

$$v = f\lambda \quad (3-5)$$

Ahora bien, la cantidad de energía que tiene una onda mecánica se caracteriza por su amplitud A , que es su desplazamiento máximo con respecto a la posición de equilibrio, como se muestra en la figura 3-15, donde las longitudes de onda y las frecuencias son iguales, pero varía su amplitud. En la onda roja la amplitud es menor que en la verde, lo que se interpreta como una cantidad de energía menor. (Murphy, 1989)

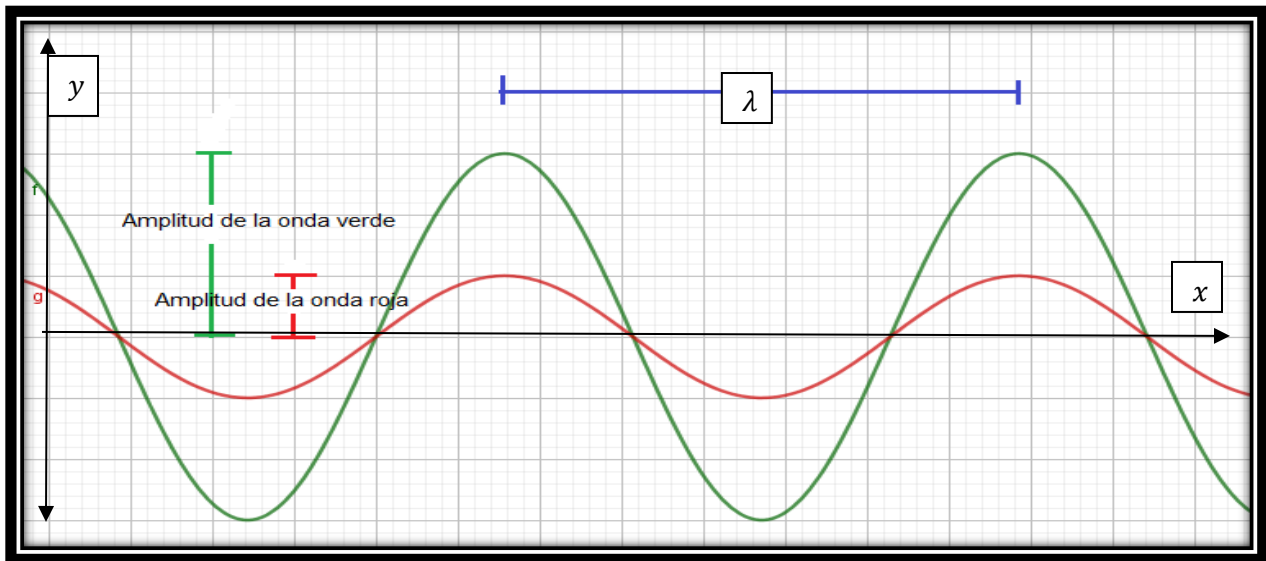


Figura 3-15 Amplitud de las ondas¹⁸

La ecuación que define la anterior onda es

$$y = A \operatorname{sen} \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

¹⁸ Figura realizada por la autora de la secuencia didáctica con ayuda del programa Geogebra.

3.1.2.2 Ondas sonoras

Las ondas sonoras son ondas mecánicas longitudinales con una velocidad en el aire de 340 m/s a una temperatura promedio de 20°C y a nivel del mar. Pueden clasificarse en tres clases, que están relacionadas con los intervalos de frecuencia. Las primeras se denominan ondas audibles, las cuales tienen frecuencias que se perciben por el oído humano, las ondas infrasónicas que tienen intervalos de frecuencia por debajo de los intervalos audibles y las ultrasónicas son las que tienen frecuencias superiores a las audibles (Serway R. A., 2008).

Una onda sonora ideal o armónica se produce cuando las moléculas oscilan en torno a su punto de equilibrio con movimiento armónico simple; es decir, en un movimiento oscilatorio en el cuál la fuerza de restitución es proporcional a la elongación (Romero, 2008); chocando con otras, haciéndolas oscilar también. Pueden ser producidas por ejemplo por un diapason o un altavoz que oscile en movimiento armónico simple.

La ecuación que describe una onda armónica en dirección x es:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \phi) \quad (3-6)$$

Donde A es la amplitud del movimiento vibratorio, determinada por la mitad de la distancia entre los desplazamientos máximos. Depende de la fuerza inicial aplicada y la resistencia del medio. Se cuantifica en unidades de intensidad decibelios (dB). (Listerri, 2018).

La variable t y el término ω determina la frecuencia angular definida por $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ siendo k el número de onda y ϕ como la constante de fase (Martin, 2014).

En las ondas sonoras, la rapidez de desplazamiento de la onda depende de la compresibilidad y la densidad del medio, de esta manera $v = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$ donde β representa la propiedad elástica del medio (módulo volumétrico o tensión en una cuerda) y ρ representa

la propiedad inercial del medio (densidad o densidad lineal en una cuerda μ). La rapidez del sonido también tiene que ver con la temperatura del medio y se define por la siguiente ecuación:

$$v = (331\text{m/s})\sqrt{1 + \frac{T_c}{273^\circ\text{C}}} \quad (3-7)$$

Donde 331 m/s es la rapidez del sonido en el aire a una temperatura de 0°C y T_c es la temperatura del aire en grados Celsius.

Se pueden producir ondas sonoras en un tubo que contienen gas, empujándolo o comprimiéndolo con un pistón para luego descomprimirlo, haciendo que se produzcan regiones donde el gas comprimido aumenta la densidad y la presión de su punto de equilibrio (compresión) y otras donde la densidad y presión el gas este por debajo del punto de equilibrio (rarefacción). Esto se puede modelar con la función de onda sinusoidal

$$s(x, t) = s_{max}\cos(kx - \omega t) \quad (3-8)$$

Esta función se denota por $s(x, t)$ y no por $f(x, t)$ debido a que cualquier partícula en este movimiento se mueve en sentido paralelo a la dirección de la onda. Ver figura 3-16

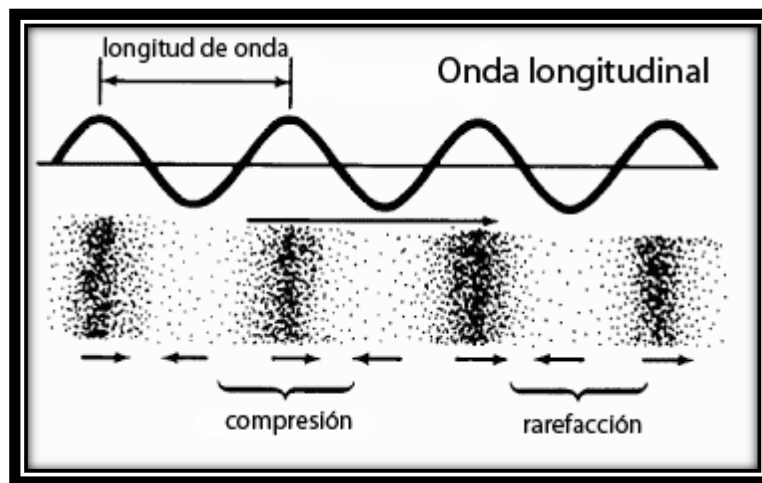


Figura 3-16 Regiones de compresión y rarefacción en ondas sonoras¹⁹

La variación de la presión Δp del gas es también periódica y se define por la ecuación

¹⁹ Tomado de: <https://www.monografias.com/trabajos5/elso/elso.shtml>

$$\Delta p = \Delta P_{m\acute{a}x} \text{sen}(kx - \omega t) \quad (3-9)$$

de esta manera se considera que “una onda sonora es una onda de desplazamiento o una onda de presi3n”. (Serway R. A., 2009).

3.1.2.3 El sonido

Los fen3menos sonoros, relacionados con la vibraci3n de medios materiales definen al sonido “como una onda longitudinal que se propaga en un medio material (s3lido, l3quido o gaseoso), y cuya frecuencia est3 comprendida, aproximadamente entre 20 y 20.000Hz” (SERWAY, 2009).

El sonido tiene varias caracter3sticas como altura, intensidad, duraci3n y timbre.

Altura: La altura de un sonido est3 determinada por la frecuencia de la onda sonora. Un sonido de frecuencia peque3a es un sonido grave o bajo, en cambio un sonido de frecuencia alta es un sonido agudo.

El o3do humano percibe frecuencias entre los 20 y los 20.000 Hz, la frecuencia es igual al cociente entre la velocidad del sonido y la longitud de onda

$$f = \frac{v}{\lambda} \quad (3-10)$$

Intensidad: La intensidad, se relaciona con la energ3a de vibraci3n de la fuente que emite la onda. Entre mayor amplitud tenga la onda, tambi3n tendr3 mayor intensidad. La intensidad I de una onda sonora ecuaci3n 3-11, se define como la potencia por cada unidad de 3rea:

$$I = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{A}} \quad (3-11)$$

siendo \mathcal{P} la rapidez a la cual la energ3a transportada por la onda se transfiere a una regi3n de 3rea \mathcal{A} perpendicular a la direcci3n en que se propaga la onda.

Debido a que el nivel de intensidad que puede detectar el o3do humano es tan amplio se utiliza la escala logar3tmica

$$\beta \equiv 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad (3-12)$$

dónde β es el nivel sonoro, medido en decibeles dB, I_0 es una constante representa el nivel de referencia del umbral de audición ($I_0 = 1.00 \times 10^{-12} W/m^2$) e I es la intensidad en watts por cada metro cuadrado a la que corresponde el nivel de sonido β .

El nivel de intensidad de 0 dB corresponde al umbral de audición y el de 120 dB corresponde al umbral del dolor

Duración: La duración corresponde al tiempo que se demoran las vibraciones producidas por un sonido y está relacionado con el ritmo y en la onda con la longitud del pulso.

Timbre: el timbre está relacionado con la forma del conjunto de ondas que componen un sonido.

Cuando se analiza dos ondas con la misma amplitud y frecuencia, se podría ver como la forma de la onda final depende de la interferencia o superposición de las ondas que producen el sonido

El mapa conceptual mostrado en la figura 3-17, relaciona de forma gráfica la caracterización de las ondas sonoras.



Figura 3-17 Parámetros del sonido (Camino, 2016)

Sonido en cuerdas vibrantes y tubos sonoros: Cuando una cuerda es fijada por sus dos extremos, se puede formar una onda estacionaria, es decir la superposición de dos ondas con igual amplitud, frecuencia y dirección, pero que viajan en sentido contrario, haciendo que los puntos que lo conforman oscilen alrededor de su posición de equilibrio, pero que el patrón de onda no se mueva. (Fernández, s.f.). Cuando esto pasa, los puntos de interferencia destructiva llamados nodos y los de interferencia constructiva llamados antinodos, permanecen en lugares fijos. (Figura 3-18)

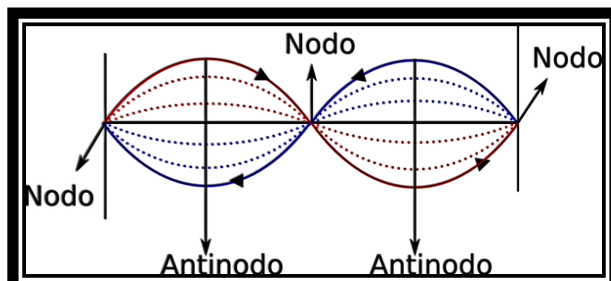


Figura 3-18 Nodos y antinodos de una onda estacionaria

La frecuencia más baja de vibración que hace que solo se forme una onda estacionaria es mostrada en la parte 1 de la figura 3-19. Si se aumenta la frecuencia al doble se producirán dos ondas estacionarias como se ve en la parte 2 de la figura 3-19, de igual manera si la frecuencia se produce tres veces o cuatro veces mayor a la primera se obtendrán las ondas 3 y 4 de la figura 3.19, teniendo en cuenta que la tensión de la cuerda sea constante.

Con base en lo anterior se puede determinar que al aumentar la cantidad de nodos disminuye la longitud de onda guardando la relación:

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad (3-13)$$

Donde L es la longitud de la cuerda y n el número de armónicos. Cada longitud de onda estacionaria determina la cantidad de nodos que se producen a través de la cuerda. Esta distribución caracteriza la onda estacionaria representando lo que se llama modo normal de vibración.

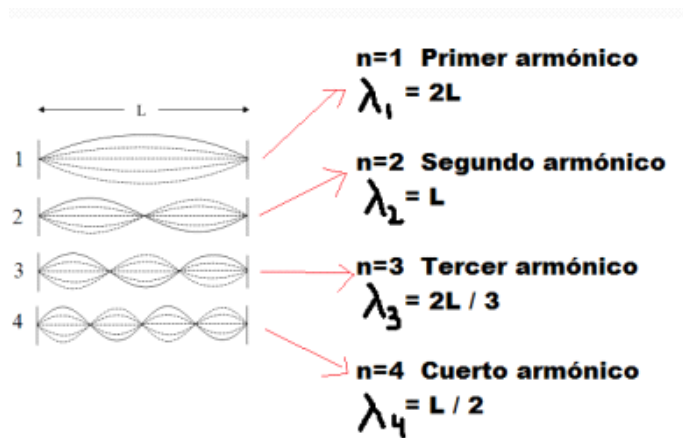


Figura 3-19 Diferentes armónicos en una cuerda con extremos fijos (Martinez, s.f.)

Ya que $\lambda \cdot f = v$ se tiene también que:

$$f = \frac{(nv)}{2L} \quad (3-14)$$

De forma análoga y teniendo que

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad (3-15)$$

se propone la fórmula de Taylor (la cual se obtiene reemplazando v de la ecuación 3-14 con la ecuación 3-15), muy utilizada, debido a que maneja varias magnitudes que intervienen la producción de ondas sonoras en cuerdas:

$$f = \frac{k}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (3-16)$$

Donde f es la frecuencia, k el armónico, L la longitud, T la tensión, μ la masa por unidad de longitud (Cuerdas y Tubos sonoros, 2014).

De la ecuación 3-16 se puede deducir que:

1. La frecuencia de vibración de una cuerda es inversamente proporcional a su longitud.
2. La frecuencia de vibración de una cuerda es inversamente proporcional a su diámetro, ya que al cambiar el diámetro cambia la densidad.
3. La frecuencia de vibración de una cuerda es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la tensión.
4. La frecuencia de vibración de una cuerda es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de su masa por unidad de longitud.

De manera similar existen ondas estacionarias en columnas de aire cuando una parte de una onda acústica es reflejada en tubos cerrados o abiertos formando en su interior nodos o antinodos según sea el caso.

En el caso de los tubos cerrados, se forma un vientre²⁰ en el extremo donde entra el aire y un nodo²¹ en el extremo cerrado y la distancia entre un nodo y un vientre consecutivo en la onda, es de $\frac{\lambda}{4}$ siendo λ la longitud de la onda (Ver figura 3-20).

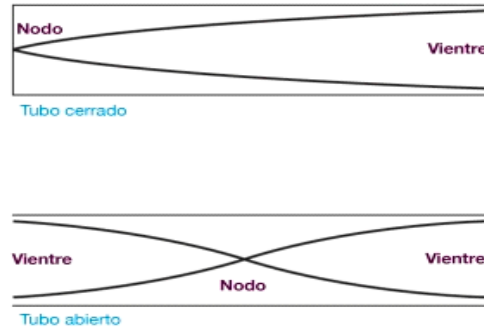


Figura 3-20 Procesos de reflexión de la onda en un tubo abierto o cerrado (Calvo, 1999)

También la longitud del tubo L está dada por:

$$L = \frac{(2n+1)}{4} \frac{v_s}{f}, n = 0,1,2,3 \dots \text{ y } v_s = 343\text{m/s} \quad (3-17)$$

y la frecuencia en los distintos modos de vibración es

$$f = \frac{2n+1}{4} \frac{v_s}{L}, n = 0,1,2,3, \dots \quad (3-18)$$

En caso de que el tubo sea abierto el aire vibra con su máxima amplitud en los extremos y la distancia entre dos nodos o dos vientres es de media longitud de onda. Si la longitud del tubo es L , la relación es

$$L = \frac{(n\lambda)}{2}, n = 1,2,3, \dots \quad (3-19)$$

También se tiene que la frecuencia de los distintos modos de vibración se da por

$$f = \frac{n}{2} \frac{v_s}{L}, n = 1,2,3, \dots \quad (3-20)$$

²⁰ Vientres vibratorios: en los que las partículas tienen velocidad y amplitud de oscilación máximas.

²¹ Nodos vibratorios: estados de reposo (Calvo, 1999)

Algunos ejemplos de instrumentos musicales de tubos y cuerdas son mostrados en la figura 3-21



Figura 3.-21 Instrumentos musicales de cuerda y tubo

3.2.3 Desde la música

Por último y para completar los conceptos necesarios que fundamentan este trabajo de grado tenemos desde la música dos aspectos fundamentales: la gramática musical que contiene aspectos como el pentagrama, figuras, claves y notas musicales y los instrumentos musicales. Es importante mencionar que la herramienta utilizada para conseguir los objetivos de este trabajo de grado es la música, por lo cual, la comprensión de cada aspecto en este marco teórico forma la base para la aplicación de los aspectos matemáticos y físicos abordados con anterioridad.

3.1.3.1 Gramática musical

Gramática musical se define como el estudio de todos los elementos que conforman el lenguaje de la música, como las figuras o símbolos que aparecen en una partitura (Cantillo, s.f.). Se dará a continuación la definición de los principales elementos que se usan en este campo:

Pentagrama: la palabra pentagrama viene del griego *pentha* que significa cinco y *grafos* que significa línea. Dichas líneas son paralelas entre si y toman su significado musical cuando al inicio del pentagrama se coloca la clave que es quien define la nota que representaría cada una de sus líneas y sus espacios. Las líneas del pentagrama se ordenan en forma ascendente (Ver figura 3-22) El pentagrama ayuda al músico a comprender los tiempos y el sonido de las figuras musicales. (Guevara, 2010)

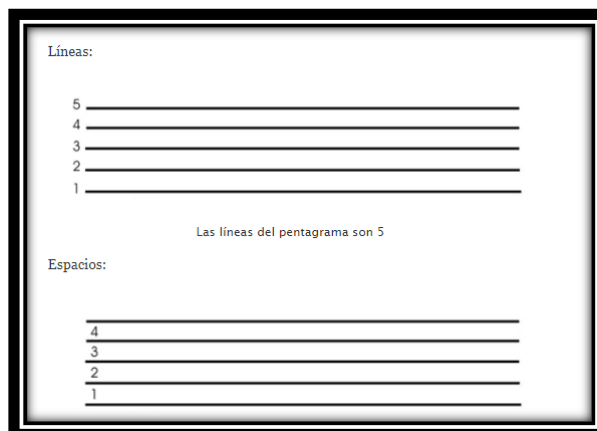


Figura 3-22 Pentagrama. Líneas y espacios²²

Las figuras: Se conoce como figura musical a los símbolos utilizados para representar según su posición, la duración y tono de cada sonido (Ver figura 3-23). Es importante comprender que la posición de su núcleo es lo que determina la nota que se debe interpretar. (Guevara, 2010)

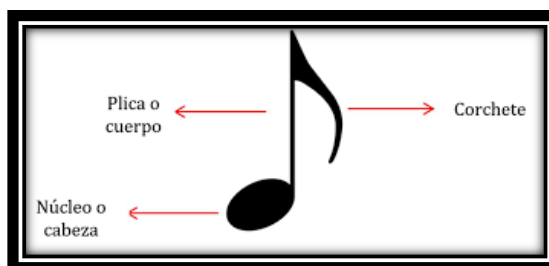


Figura 3-23 Estructura de una figura musical²³

Cada nota tiene un valor relacionado con el tiempo que dura, por ejemplo la redonda tiene una duración de cuatro tiempos, la blanca de dos, la negra de uno, la corchea de medio, la semicorchea de un cuarto, la fusa de un octavo y la semifusa de un dieciseisavo y si se

²² Tomado de: <https://aprendermusicaonline.wordpress.com/pentagrama/>

²³ Tomado de: <https://www.escribircanciones.com.ar/teoria-musical/4441-teoria-musical4441-figuras-musicales-html.html>

relacionan entre ellas, se verifica que para igualar el tiempo de una redonda se necesitarían 2 blancas ó 4 negras u 8 corcheas ó 16 semicorcheas y así sucesivamente (ver figura 3-24). De igual manera si se compara el valor del tiempo de cualquier figura, se puede conseguir una equivalencia con las demás.

		○	♪	♩	♪	♫	♬	♭
REDONDA	○	1	2	4	8	16	32	64
BLANCA	♪	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32
NEGRA	♩	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16
CORCHEA	♪	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
SEMICORCHEA	♫	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
FUSA	♬	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
SEMIFUSA	♭	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1

Figura 3-24 Valor temporal de las figuras musicales y la relación entre ellas²⁴

Por otro lado cabe anotar que cada figura tiene un silencio que dura el mismo tiempo²⁵ que ella y cuando se encuentra en el pentagrama, se interpreta la ausencia de sonido por el mismo tiempo que dura la figura con la cual está relacionado. (Figura 3-25)

²⁴ Tomado de: <https://blogmusicaelenaponcela.wordpress.com/ud1/>

²⁵ El término tiempo en música, es equivalente a la palabra **tempo**, usada en la figura 3-25

Figura	Pausa	Tempo	Nome
		4	SEMIBREVE
		2	MÍNIMA
		1	SEMÍNIMA
		1/2	COLCHEIA
		1/4	SEMICOLCHEIA
		1/8	FUSA

Figura 3-25 Tiempo y nombre de los silencios²⁶

Las claves de tono: Existen tres claves: la clave de sol, la clave de fa y la clave de Do.
(ver Figura 3-26)



Figura 3-26 Claves musicales²⁷

Dichas claves son de vital importancia en la gramática musical, ya que son las que definen las notas que representan cada una de las líneas y espacios. Por ejemplo, la clave de sol comienza en la segunda línea, lo que quiere decir que las figuras que tengan su núcleo en esta línea representarán la nota sol. El siguiente espacio representará a La y así sucesivamente. La clave de fa comienza en la cuarta línea es decir que las figuras que

²⁶ Tomado de : <http://www.rubenplaza.com/2010/10/08/lectura-musical-figuras-musicales/>

²⁷ Tomado de : <http://clasesdemusicaeso.blogspot.com/2009/12/altura-notas-pentagrama-clave-y.html>

tengan su núcleo en esta línea representarán la nota Fa y las que estén en el cuarto espacio serán Sol. La clave de Do no es muy común, sin embargo se utiliza para la interpretación de instrumentos como la viola. (Guevara, 2010)

Armadura: El pentagrama tiene también unas líneas perpendiculares llamadas compás, que dividen el pentagrama y que se encargan de marcar los tiempos fuertes y divisiones de cada una de las obras musicales, sin embargo el compás más importante es el primero ya que en él se encuentra la armadura que es la que indica la información más importante de la obra musical y busca que se realice una interpretación más precisa. Dicha armadura debe contener la clave de tono, la clave de tiempo o compás, las alteraciones (bemoles o sostenidos) y las dinámicas en la ejecución. (ver figura 3-27)

Cada compás debe contener figuras musicales que completen en tiempos lo que está indicado en la estructura del compás. Por ejemplo si la estructura del compás es de $\frac{4}{4}$ un compás podría contener como figuras una blanca, dos corcheas y un silencio de negra.



Figura 3-27 Armadura²⁸

²⁸ Tomado de: <http://guitarreramusical.blogspot.com/2012/05/normal-0-21-false-false-false-es-trad.html>

3.1.3.2 Escalas musicales

Las escalas musicales, comprendidas como un conjunto de sonidos ordenados: "notas", de un entorno sonoro tonal o no tonal se encuentran organizadas de forma ascendente de grave a agudo, o de forma descendente de agudo a grave uno a uno dentro de la escala en una posición específica (Wikipedia.org, Escala musical, 2018). Lo que caracteriza a cada una de las escalas musicales es el número de sus sonidos componentes (escalas pentatónicas, hexatónicas, etc...) y/o los intervalos existentes entre ellos (escalas diatónicas, cromáticas, mayores, menores etc,...) (Planeta musik, 2017).

Tonos y semitonos: La octava musical u octava nota es el sonido que da comienzo a una escala y fin a la anterior. Normalmente la octava tiene el mismo nombre de la primera nota de la escala a la que se denomina tónica. (Despertar musical, 2016)

Una octava está compuesta por doce sonidos que se dividen equitativamente en frecuencias sonoras iguales llamadas semitonos y la unión de dos semitonos es un tono. Existen dos tipos de semitonos: diatónico y cromático. El primero se obtiene entre notas de diferente nombre (dos naturales mi-fa o una natural y otra alterada fa y sol#) y el segundo entre notas de igual nombre (una natural y otra alterada Re-Re#) (Creando partituras, 2014) (Figura 3-28)

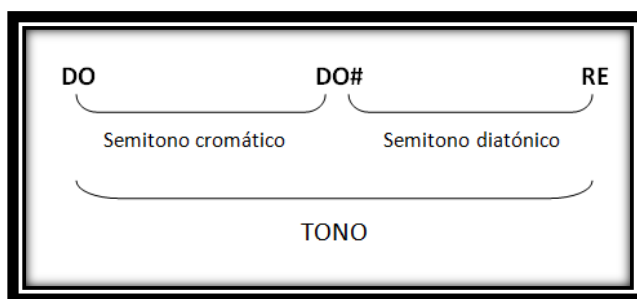


Figura 3-28 Diferencia entre tonos y semitonos diatónicos y cromáticos²⁹

²⁹ Tomado de: <http://www.creandopartituras.com/conceptos-de-tono-y-semitono/>

Escala natural: También llamada escala heptatónica o diatónica y se caracteriza por tener siete notas do-re-mi-fa-sol-la-si. En la antigüedad estas notas no se reconocían con estos nombres sino por las letras C-D-E-F-G-A-B respectivamente. Este cifrado es actualmente reconocido como cifrado americano o anglosajón. De cada una de estas se pueden obtener otras siete escalas cambiando la nota inicial y el lugar de los tonos y semitonos (Planeta musik, 2017)

Escala pentatónica: se caracteriza por tener cinco tonos evitando los semitonos (Figura 3-29). Existen dos tipos escalas pentatónicas mayores y menores. Las primeras se ejecutan omitiendo la cuarta y séptima nota de la escala natural y la segunda se ejecuta omitiendo la segunda y sexta nota. (Planeta musik, 2017)

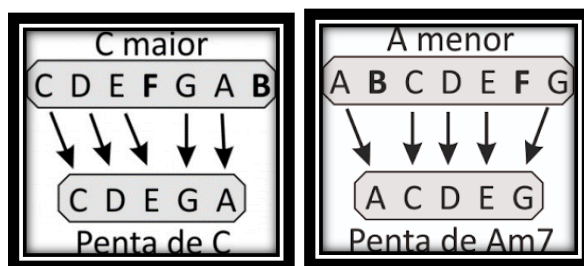


Figura 3-29 Ejemplo de escalas pentatónicas mayor y menor

Escala cromática: también llamada dodecafónica por tener doce sonidos. Utiliza tonos y semitonos. Los tonos son las notas Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si y los semitonos son Do#, Re#, Fa#, Sol# y La#, que viéndolos en descenso so Si b, La b, Sol b, Mi b y Re b (Figura 3-30). (Planeta musik, 2017)

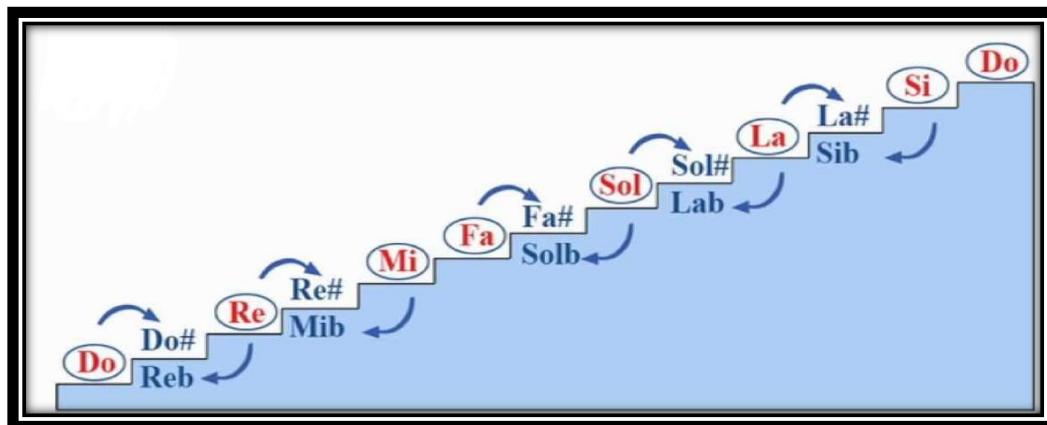


Figura 3-30 Escala cromática³⁰

3.1.3.3 Afinaciones

Afinación en temperamento justo

Este tipo de afinación hace referencia a las relaciones propuestas por los pitagóricos y descritas por Jámblico, quien fue biógrafo de Pitágoras y vivió entre los siglos III y IV d.C (Tomasini, s.f.).

Las relaciones de dichas afinación se relacionan directamente con las relaciones entre las longitudes de las cuerdas propuestas por Pitágoras y que giraban en torno a los números 6,8,9,12, lo cual es ratificado más tarde por Boecio, en su tratado sobre la aritmética cuando afirma que la relación.

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

Representa la armonía fundamental del mundo (Tomasini, s.f.)

De esta relación nace la cuarta perfecta ya que al hallar la fracción irreducible de las anteriores, se llega a $\frac{3}{4}$ que es la relación entre el extremo inferior de la octava y la cuarta nota.

³⁰ Tomado de: <https://planetamusik.com/blog/escala-musical/>

Para obtener los otros elementos de la escala solo es necesario realizar los cocientes entre los demás números de este conjunto, por ejemplo hallando la fracción irreducible de $\frac{6}{9}$ se llega a $\frac{2}{3}$ que es el intervalo e quinta, es decir la relación entre el extremo inferior de la octava y la quinta nota de la escala musical. La fracción irreducible de $\frac{6}{12}$ que es $\frac{1}{2}$ representa el intervalo de octava y por último $\frac{8}{9}$ representa la relación de tono.

En cuanto a la relación de tonos y semitonos era claro que un semitono no correspondía a la mitad de un tono, ya que la fracción que lo representaba era $\frac{256}{243}$ conocida muy claramente por los filósofos de la antigua Grecia. (Tomasini, s.f.)

Con base en lo anterior la afinación en temperamento justo relaciona las frecuencias de las notas de la escala con la relación antes descrita como se ve en el siguiente cuadro donde por ejemplo si la relación entre do y su cuarta es decir la nota fa es de $\frac{3}{4}$ en cuanto a la longitud de la cuerda, la relación entre la frecuencia de do y fa sería de $\frac{4}{3}$. Por otro lado se deja evidente que cualquier relación de estas se puede expresar como relaciones entre potencias de dos y de tres (ver figura 3-31).

Afinación pitagórica		
Do → Do	1:1	
Do → Do#	256:243	(2 ⁸ : 3 ⁵)
Do → Re	9:8	(3 ² : 2 ³)
Do → Reb	32:27	(2 ⁵ : 3 ³)
Do → Mi	81:64	(3 ⁴ : 2 ⁶)
Do → Fa	4:3	(2 ² : 3 ¹)
Do → Fa#	729:512	(3 ⁶ : 2 ⁹)
Do → Sol	3:2	(3 ¹ : 2 ¹)
Do → Lab	128:81	(2 ⁷ : 3 ⁴)
Do → La	27:16	(3 ³ : 2 ⁴)
Do → Sib	16:9	(2 ⁴ : 3 ²)
Do → Si	243:128	(3 ⁵ : 2 ⁷)
Do → Do'	2:1	(2 ¹ : 3 ⁰)

Figura 3-31 Relación de afinación pitagórica con potencias de dos y tres.³¹

Afinación en temperamento igual

Este nombre lo recibe el sistema de afinación que divide la escala musical en doce partes iguales llamados semitonos temperados, relacionada con la raíz duodécima de dos. Este sistema es el más utilizado en la actualidad por el mundo occidental y cumple que $f_{n+1} = f_n \cdot k$ donde $n = 0, 1, 2, 3 \dots$ donde $k = \sqrt[12]{2}$, es decir que para obtener las diferentes frecuencias se parte de la nota de do o la tónica y se multiplica por la constante $\sqrt[12]{2}$ (Ver figura 3-32) para llegar al semitono siguiente (Tomasini, s.f.)

³¹ Tomado de: <https://www.youtube.com/watch?v=m6foXfyWMY4>

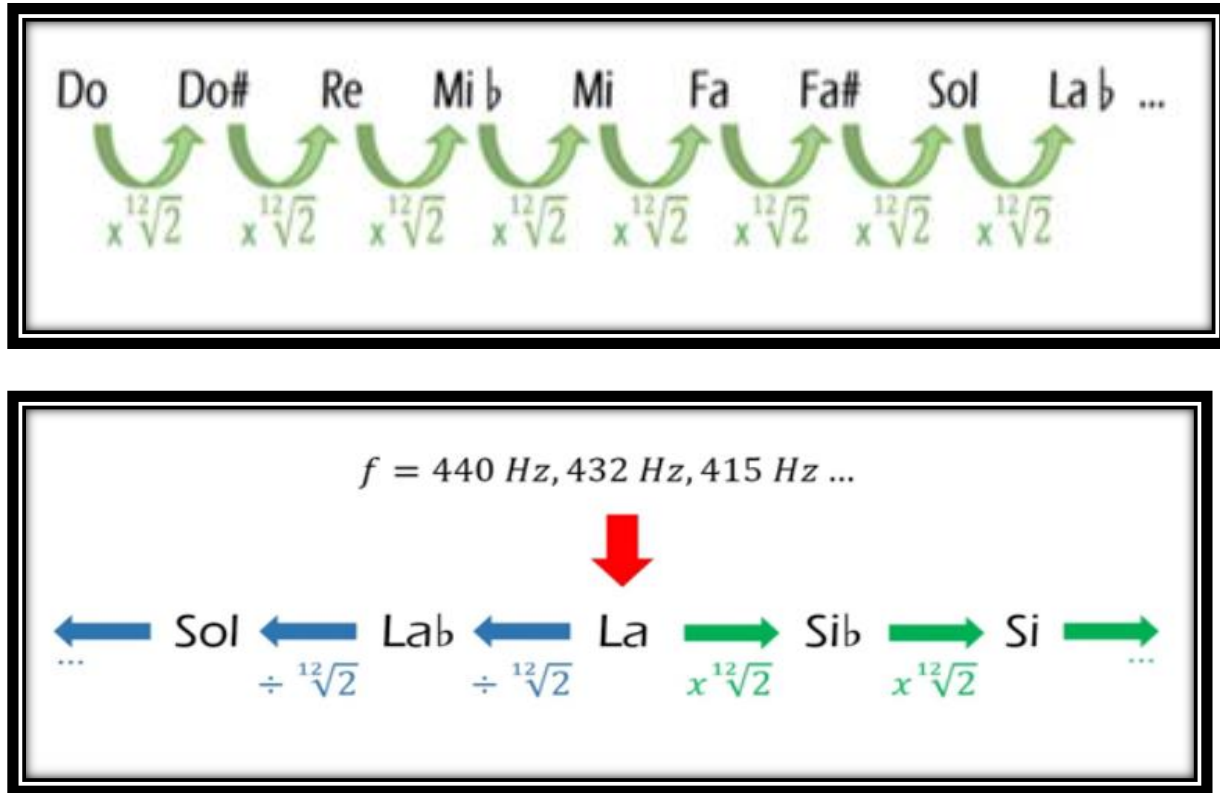


Figura 3-32 Relación de afinación en la escala temperada³²

3.1.3.4 Cualidades del sonido

Dentro de los lineamientos en música, se menciona que “las cualidades del sonido permiten interpretar el mundo y al agudizar el sentido auditivo”; dichas cualidades son el timbre el cual permite que identifiquemos la diferencia entre las fuentes emisoras del sonido y está relacionado a la forma de la onda emitida; la duración que es originada por el impulso que origina el sonido y determina el tiempo de prolongación; la intensidad que es determinada por la fuerza del impulso que origina el sonido; y la altura, que tiene directa

³² Las frecuencias mostradas en la figura 4-23 son un ejemplo de lo que se obtiene al trabajar con la afinación en temperamento igual, la nota la tiene una frecuencia de 440 Hz que al multiplicarla por $\sqrt[12]{2}$ se llega a la frecuencia del tono siguiente o Sib. Tomado de: <https://www.youtube.com/watch?v=m6foXfyWMY4>

relación con la longitud del objeto que vibra, ya sea un tubo o una cuerda (MEN, Materiales sonoros y aspectos musicales, 2000).

El trabajo con las características del sonido y los silencios, ha desarrollado conceptos como el ritmo, determinado por la forma en que se maneja el tiempo, sea aumentando o disminuyendo la velocidad asociando esto a los cambios de intensidad; la melodía que es el resultado de combinar sonidos que avanzan en el tiempo variando su altura y duración sin dejar de lado la influencia que ejerce en él, el timbre, la intensidad y el ritmo; y la armonía relacionada con los sonidos que se producen simultáneamente y que forman cada acorde y a la sucesión que se dan entre estos (MEN, Materiales sonoros y aspectos musicales, 2000).

3.1.3.5 Instrumentos musicales

Los instrumentos musicales se dividen en su forma más básica en cuatro grandes grupos que son instrumentos de cuerda, de viento y de percusión añadiéndoseles con el paso del tiempo y el avance de la tecnología los instrumentos eléctricos. Los anteriores se dividen a su vez en nuevos grupos.

Los instrumentos de cuerda se clasifican según la forma en que se tocan como: frotada (se tocan con un arco), percutida, pulsada (se pulsa con dedos o púa), pinzada o pellizcada. Ejemplo de estos son el violín, y el violonchelo en frotados, el piano en percutidos, el arpa o guitarra en pulsados y la clave en pinzados.

Los instrumentos de viento se dividen según la embocadura en instrumentos de metal (los que tienen boquilla), o de madera (los que tienen lengüeta). Ejemplo de estos son el clarinete o la flauta en los de madera y la trompeta o tuba en los de metal.

Los instrumentos de percusión por su parte se dividen en dos grupos: Indeterminada y determinada, teniendo en cuenta si se puede determinar la altura del golpe o no (Arrese, s.f.). Ejemplos de ellos las claves, el triángulo o pandereta como los no determinados y el xilófono o timbales como los determinados.

Una clasificación más técnica usada en los lineamientos curriculares de educación artística se muestra en la figura 3-33, donde los instrumentos son clasificados como: “membranófonos: sus sonidos producidos por la vibración de una membrana o parche como en tambores y timbales; aerófonos: vibración de una columna de aire dentro de un tubo con orificios como en flauta y clarinete; cordófonos: vibración por frote de las cuerdas sobre una caja de resonancia: violín y chelo o punteadas, como la guitarra o del arpa; Idiófonos: vibración por sacudimiento: maracas o golpeo del mismo instrumento como en platillos y triángulo y electrófonos: vibración por circuitos eléctricos (generadores de ondas)” (MEN, Materiales sonoros y aspectos musicales, 2000).

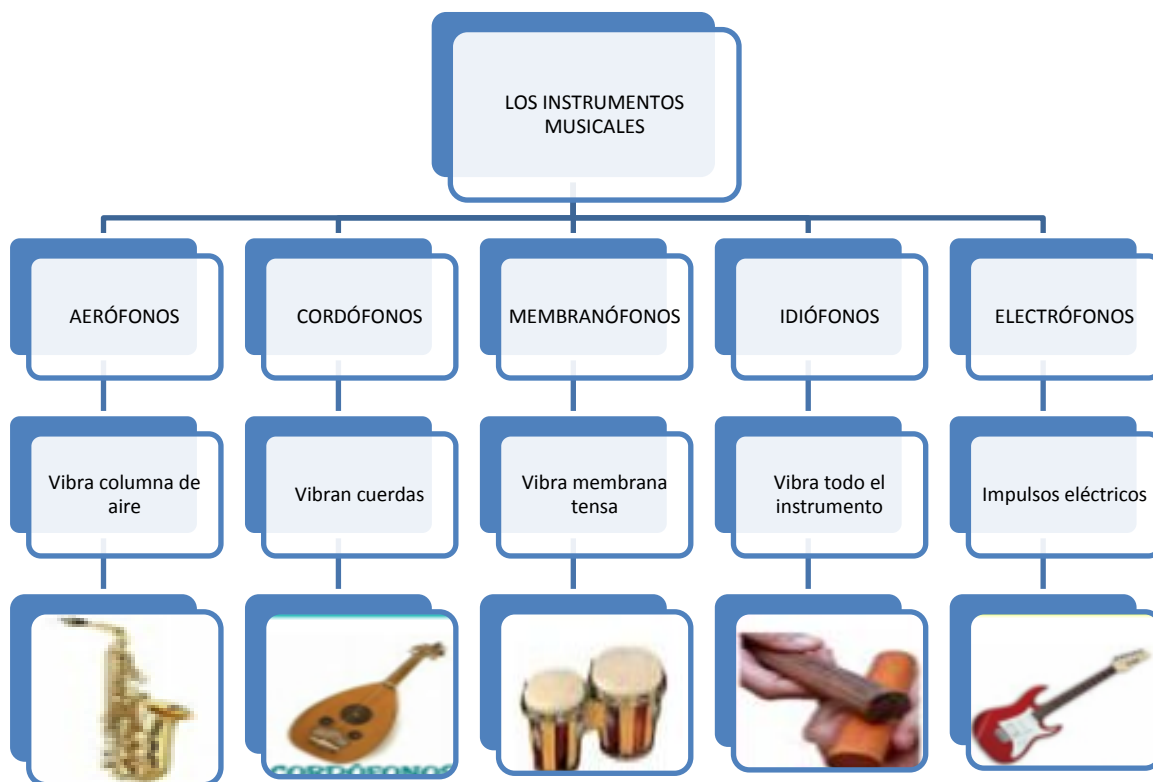


Figura 3-33 Clasificación técnica de los instrumentos musicales teniendo en cuenta el material que vibra³³

³³ Adaptado de: <https://apreciacionmusicalitesm.wordpress.com/2013/11/27/clasificacion-de-los-instrumentos-y-de-las-vozes/>

3.2.4 Relación teórica de transversalización

La secuencia didáctica que se describirá en el capítulo 4, se fundamenta en la relación temática de los conceptos abordados en este capítulo entre la música, la física y las matemáticas visto de una manera general en la figura 3-34 y que relaciona desde la música la interpretación de partituras hasta la construcción de instrumentos musicales; desde la física la caracterización de las ondas y su comportamiento al propagarse en tubos y cuerdas y desde las matemáticas el manejo e interpretación de números racionales en diferentes contextos, y las relaciones de proporcionalidad y manejo de ecuaciones.

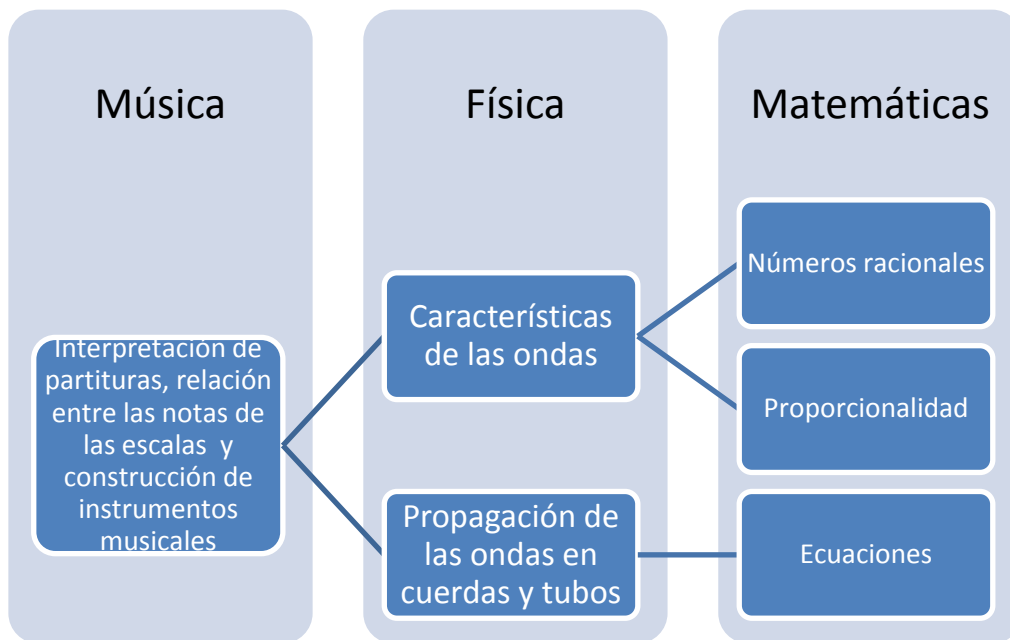


Figura 3-34 Relación entre los conceptos teóricos de la música, la física y las matemáticas.³⁴

Con base en lo anterior y teniendo en cuenta que el objetivo de este trabajo es construir una estrategia para que se puedan reforzar conceptos de números racionales y proporcionalidad, la música aporta situaciones en las que estos conceptos se manejan de manera natural.

Para empezar, la interpretación de partituras lleva a comprender relaciones de proporcionalidad entre los valores de las diferentes figuras que en ellas se plasman, y se trabaja una estrategia importante con la construcción de pentagramas al comprender que las figuras que intervengan en cada compás deben cumplir un valor máximo en su sumatoria, llevando de manera natural a comprender las relaciones entre dichas figuras y sus tiempo, es decir, que se vuelve una aplicación de la suma de racionales en otro contexto diferente al tradicional de las clases de matemáticas, sin embargo, como no es suficiente esta estrategia para garantizar el cumplimiento del objetivo, se avanza en temáticas más complejas como la relación que tienen las notas musicales de las diferentes escalas. Lo anterior no es fácil de comprender a menos de que se haga un estudio profundo

³⁴ Relación planteada por la autora de la secuencia didáctica.

de las relaciones entre cada nota, por lo que es necesario abordar este tema desde los fundamentos que da la física y que corresponden a la comprensión de las ondas y sus características, base de la interpretación de intensidades, timbres y principalmente de las frecuencias, ya que del estudio de estas, se logran analizar relaciones de proporcionalidad entre ellas lo que lleva a la comprensión de conceptos como ser agudo o grave o ser nota natural, sostenida o bemol. Por último y como estrategia de evaluación, la música de nuevo aporta la estrategia adecuada para este fin y es la construcción de instrumentos musicales, fundamentada desde la física con las características de las ondas en tubos y cuerdas, que direccionan el trabajo al uso adecuado de ecuaciones en las que se manejan magnitudes directa e inversamente proporcionales y que unida con la estrategia de interpretación de partituras donde se trabajan también relaciones de proporcionalidad, afianzan el manejo matemático de los conceptos de proporcionalidad y números racionales, logrando un balance importante para verificar la asertividad del trabajo realizado.

3.3 Aspecto pedagógico

La enseñanza de las matemáticas tiene una importancia fundamental en la educación básica y media, ya que se espera que con este proceso se desarrollen en los estudiantes las diferentes competencias que desde el quehacer matemático son:

- “Formular, plantear y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas.
- Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas, para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista.
- Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.
- Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. Así se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos.” (Acevedo, 2003)

Las anteriores competencias deberían poder ser usadas por los estudiantes dentro y fuera de las instituciones educativas. Por otro lado, son trabajadas en otras áreas del conocimiento y ajustadas a los intereses particulares de cada una de ellas, sin embargo, se espera que las bases del proyecto planteado en esta secuencia didáctica, sean desarrolladas desde las matemáticas.

Ahora bien, el éxito de este proyecto es resultado de escoger adecuadamente los métodos, herramientas y ambientes propicios, unido con la aplicación del aprendizaje significativo y el método de aprendizaje por proyectos, los cuales serán abordados a continuación.

3.3.1 Modelo pedagógico de enseñanza

Uno de los modelos pedagógicos más utilizados en la actualidad es el modelo de aprendizaje significativo de Ausubel (AUSUBEL, 1983), ya que se caracteriza por tener como prioridad los conceptos previos de los estudiantes y la relación que estos tienen con los que van a ser adquiridos posteriormente. Una de las técnicas propuestas para lograr esto, es la utilización de los mapas conceptuales que buscan ver la relación conceptual que existe entre ellos.

Según Ausubel, dichas relaciones se van modificando mediante dos procesos

- La diferenciación progresiva, que es la que muestra cómo los conceptos se van ampliando al igual que sus campos de aplicación
- La reconciliación integradora, caracterizada por desarrollar nuevas relaciones entre grupos de conceptos que con anterioridad estaban inconexos. (ORTIZ, 2013)

Ausubel definió tres condiciones básicas para que se produzca el aprendizaje significativo:

1. La estructuración lógica de los materiales de enseñanza con una jerarquía conceptual, situándose en la parte superior los más generales, inclusivos y poco diferenciados.

2. Que se organice la enseñanza respetando la estructura psicológica del estudiante, es decir, sus conocimientos previos y sus estilos de aprendizaje. Con respecto a esto algunos investigadores definen los estilos de aprendizaje como los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores de cómo los estudiantes perciben, interrelacionan y responden a sus ambientes de aprendizaje.

3. La motivación del estudiantado por aprender debe ser alta.

En la interacción de maestro-alumno, en la actualidad motivamos a los estudiantes de una manera que ellos puedan tener unas inspiraciones realistas de logro educativo como: Decidir qué es importante para y en el aprendizaje de los estudiantes, averiguar qué es lo que están listos para aprender, conducir la enseñanza a un ritmo apropiado, organizar el material de estudio, integrar el aprendizaje actual con el pasado, preparar programas y revisiones prácticos y evaluar el aprendizaje.

La teoría de David Ausubel ayuda al alumno a que vaya construyendo sus propios esquemas de conocimiento y para una mejor comprensión de los conceptos. Para conseguir este aprendizaje se debe tener un adecuado material, las estructuras cognitivas del alumno, y sobre todo la motivación (Ausubel, 2005).

3.3.2 Metodología de aprendizaje

Existen varias metodologías de aprendizaje que se podrían aprovechar para el trabajo en el aula, sin embargo teniendo en cuenta las características del aprendizaje significativo y las estrategias pedagógicas que contempla el PEI de la Institución Educativa Departamental Domingo Savio (talleres, clase magistral, laboratorios, proyectos prácticos, foros, visitas empresariales, aprendizaje basada en problemas y aprendizaje basado en proyectos), se adopta para este trabajo en el aula la metodología de aprendizaje basada en proyectos ABP. Esta metodología tiene como característica principal el hecho de buscar como base fundamental “los intereses de los estudiantes, la demanda de la sociedad y competencias del siglo XXI” (Agudelo M. , 2017).

El ABP se enfoca hacia la realización de un proyecto con aplicación en el mundo real, enfocado en la solución de un problema complejo o en la realización de una actividad que también lo es; el trabajo se lleva a cabo en grupos; los estudiantes tienen mayor autonomía que en una clase tradicional para moverse y hacer uso de diversos recursos (preferiblemente dentro del aula); y los grupos que se conforman trabajan en proyectos diferentes. El aprendizaje basado en proyectos ayuda a los estudiantes a adquirir conocimientos y habilidades básicas, aprender a resolver problemas complejos, y llevar a cabo tareas difíciles utilizando estos conocimientos y habilidades (P.E.I. Domingo Savio, 2017)

Es importante enfatizar que la utilización de las TICS en esta metodología es de vital importancia debido a que es transversal y permite desarrollar habilidades cognitivas y tecnológicas, dos aspectos relacionados directamente con el mundo actual (Agudelo M. , 2017)

Por lo anterior la aplicación de esta metodología de aprendizaje buscó que los estudiantes desarrollaran habilidades de pensamiento crítico, colaboración y comunicación, partiendo de la construcción de los diferentes instrumentos musicales, hasta la interpretación de pequeñas piezas musicales, todo esto con la colaboración los docentes de física y música de la Institución educativa departamental Domingo Savio, quienes fueron parte activa en el desarrollo de este proyecto.

3.3.3 Estándares básicos de aprendizaje

Teniendo en cuenta que para el desarrollo de la secuencia didáctica descrita en el capítulo 5, se utilizaron conceptos y habilidades de tres asignaturas, es importante mencionar desde cada una de ellas cuales son los estándares básicos de aprendizaje definidos por el MEN, que se trabajaron a lo largo de esta. Dichos estándares son:

Desde las matemáticas (Acevedo, 2003):

-
- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
 - Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
 - Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).
 - Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.
 - Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan.
 - Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.
 - Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.

Desde las ciencias (Agudelo, 2003):

- Identifico condiciones que influyen en los resultados de un experimento y que pueden permanecer constantes o cambiar (variables).
- Diseño y realizo experimentos y verifico el efecto de modificar diversas variables para dar respuesta a preguntas.
- Realizo mediciones con instrumentos y equipos adecuados a las características y magnitudes de los objetos y las expreso en las unidades correspondientes.
- Registro mis observaciones y resultados utilizando esquemas, gráficos y tablas.
- Utilizo las matemáticas como una herramienta para organizar, analizar y presentar datos.
- Comunico oralmente y por escrito el proceso de indagación y los resultados que obtengo, utilizando gráficas, tablas y ecuaciones aritméticas
- Comparo masa, peso y densidad de diferentes materiales mediante experimentos.

Desde las artes.

Si bien es cierto, las artes no tienen establecidos estándares básicos de aprendizaje, los lineamientos mencionan lo siguiente:

“Logro general esperado: Se espera que los estudiantes y las comunidades educativas desarrollen su dimensión valorativa estética y ética; que asuman y promuevan actitudes sensibles hacia los demás, hacia el medio ambiente natural y hacia su contexto cultural, en general y específicamente hacia el mundo sonoro y musical de su contexto particular; que transformen cualitativamente su experiencia a través del quehacer musical; que gocen escuchando, improvisando, interpretando, componiendo música o coordinando actividades musicales. En otras palabras se trata de lograr, mediante el aprendizaje del lenguaje musical, personas sensibles, críticas, analíticas y solidarias que construyan espacios de convivencia fundamentados en valores que los lleven a querer su propia persona y a los otros y a cuidar y enriquecer el patrimonio tangible e intangible de sus comunidades y del país” (Bula, 1997)

Por otro lado menciona los logros esperados por los estudiantes para cada ciclo, teniendo para grados séptimo, octavo y noveno desde la dimensión de la experiencia lo siguiente:

- Desarrollo expresivo de sensaciones, sentimientos e ideas a través de metáforas y símbolos musicales mediante la expresión corporal, vocal, instrumental, gráfica y tecnológica.
- Desarrollo de habilidades musicales comunicativas y auditivas que impliquen dominio técnico y tecnológico.
- Construcción y reconocimiento de elementos propios de la experiencia sonora, musical y del lenguaje musical.
- Desarrollo de habilidades conceptuales.

En cuanto a las dimensiones intrapersonal, interpersonal, interacción con la naturaleza e interacción con la producción artística y cultural y con la historia se tiene:

- Manifiesta actitud de goce ante el descubrimiento de sus condiciones de inventiva musical.
- Es sensible, crítico y exigente frente a sus deficiencias técnicas e interpretativas, tanto en función de la calidad técnica como de la capacidad expresiva y comunicativa de sus interpretaciones.
- Se involucra gustoso en actividades grupales que acrecientan su aprecio por el patrimonio cultural musical.

-
- Muestra que conoce y valora su entorno musical en actividades teóricas y prácticas de índole investigativa.

Los anteriores estándares se tuvieron en cuenta a la hora de evaluar el proyecto y se ven reflejados claramente en la rúbrica de evaluación (Anexo G).

4. Propuesta de la secuencia didáctica

4.1 Descripción de la secuencia didáctica

La finalidad de estas actividades es afianzar conceptos fundamentales que permitan a los estudiantes realizar por grupos un proyecto musical en el que construyan sus propios instrumentos musicales e interpreten una pieza musical, a partir de este trabajo se busca reforzar el trabajo de comprensión de números racionales y proporcionalidad. Para ello se diseñaron siete actividades para ser realizadas dentro y fuera del aula, con el objetivo de que los estudiantes pudieran experimentar y de esta manera comprender los conceptos trabajados. Dichas actividades abarcaban conceptos claves de la física, la música y la matemática que necesitaban ser reforzados o aprendidos, ya que no los habían abordado desde las diferentes asignaturas.

Las actividades propuestas fueron

- Evaluación diagnóstica.
- Cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas
- Presentación de las notas y escalas musicales.
- Taller de manejo del pentagrama, figuras musicales, claves y solfeo básico
- Proporcionalidad directa e inversa. Laboratorio de aplicación.
- Taller de construcción de instrumentos y montaje de canciones.
- Evaluación del proyecto

4.1.1 Evaluación diagnóstica

La finalidad de la primera actividad es hacer un sondeo de los conceptos previos de los estudiantes.

Las dos primeras preguntas se relacionaban con temas de matemáticas, la tercera sobre conceptos de música y la cuarta, quinta y sexta sobre conceptos de física. (ver anexo A)

La primera pregunta de la evaluación diagnóstica busca analizar cuál es la comprensión de los estudiantes de los números racionales en particular de la fracción como operador. Para ello, los estudiantes deben cortar y pegar pedazos de hilo siguiendo las indicaciones que se les dan. La primera cuerda era la referencia para que cortaran las demás.

Este punto se concluía con preguntas de relaciones entre las cuerdas donde los estudiantes deben responder cuales cuerdas son mayores, menores o iguales a otras

La segunda pregunta tiene como objetivo ver el análisis de los estudiantes frente a una situación problema de proporcionalidad y como lo relacionan con su representación gráfica. La tercera pregunta abarca conceptos de música, donde se solicita al estudiante hacer en un trabajo de emparejamiento de dos columnas. La primera tiene escrito el concepto musical y la segunda su representación gráfica. La cuarta, quinta y sexta buscan indagar conceptos físicos que ya habían sido estudiados y otros que resultaban de su intuición.

Después de la prueba diagnóstica y de evidenciar los conceptos previos de los temas evaluados de las tres asignaturas, se comenzó la aplicación de la secuencia didáctica para afianzar o mostrar dichos conceptos que posteriormente resultarían fundamentales para el desarrollo del proyecto.

4.1.2 Cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas

El objetivo de esta actividad es Identificar las diferentes cualidades del sonido: Frecuencia o altura, duración, intensidad y timbre, relacionándolas con las características de las ondas sonoras, frecuencias de vibración, amplitud de la onda, y espectro o forma de la onda.

Los materiales y recursos empleados fueron: una presentación en Power point, tabletas con la aplicación physics toolbox suite y diferentes instrumentos musicales.

Lo primero que se realizó fue la presentación titulada “Las cualidades del sonido y las características de las ondas sonoras” (Ver anexo B); Dicha presentación contiene seis diapositivas. La primera es de presentación. La segunda muestra conceptos básicos de ondas y sonido desde la. La tercera muestra en un esquema las características del sonido las cuales fueron explicadas con ejemplos. La cuarta muestra un esquema sobre las características de las ondas físicas. La quinta es un mapa conceptual que relaciona las características del sonido con las características de las ondas físicas y culmina con gráficas de ondas que tienen las características descritas y que permiten una mayor comprensión de los conceptos. Por último y como motivación se muestran datos de interés en cuanto a frecuencias, capacidades auditivas, intensidades de sonido de diferentes fuentes y velocidades del sonido en diferentes medios.

Posterior a esto se realizó una explicación detallada de la aplicación physics toolbox suite y sus herramientas entre las cuales estaban el sonómetro, el detector de tonos, el osciloscopio, el generador de tonos, el analizador de espectro y el diagrama de datos manual.

Para concluir con esta primera actividad se propuso formar grupos de trabajo, los cuales debían realizar el primer taller de aplicación, el cual pedía que con algunos instrumentos musicales y con las tabletas, diligenciaran cuatro tablas después de reproducir diferentes sonidos para realizar la retroalimentación del tema abordado. (Ver anexo C).

La primera tabla pedía obtener mediciones de intensidad y la frecuencia de diferentes instrumentos musicales. Las otras tres tablas pedían medir diferentes frecuencias, intensidades y timbres tocando un solo instrumento.

Para cerrar este primer taller se proponían tres preguntas con el objetivo de buscar una explicación de los resultados de las últimas tablas, finalmente se realizó una retroalimentación mediante un discurso de los resultados.

4.1.3 Presentación de las notas y escalas musicales.

El objetivo de esta actividad fue mostrar a los estudiantes algunas escalas musicales, y su relación con las características de las ondas sonoras. Los materiales y recursos empleados fueron: organetas, flautas, guitarra, programa physics toolbox suite, presentación en Power Point de diferentes escalas musicales y notas en diferentes instrumentos.

La actividad se comenzó con la presentación titulada “Escalas musicales” (ver anexo D) el cual está conformada por nueve diapositivas descritas como sigue:

La primera diapositiva de presentación, la segunda habla sobre la definición de escalas musicales y sus nombres. La tercera, cuarta y quinta definen las escalas natural, pentatónicas y cromáticas, haciendo énfasis en el cifrado americano importante para entender la lectura de frecuencias de la aplicación Physics toolbox suite y en las escalas mayores y menores pentatónicas. La sexta diapositiva muestra una descripción numérica de las notas musicales importante para realizar las gráficas en la aplicación, ya que se acuerda que para realizarlas, cada nota llevará el número que se presenta en esta descripción. Para terminar, en la séptima, octava y novena diapositiva, se muestran las notas en flauta, guitarra y piano, que se fueron mostrando con el instrumento a medida que se iban explicando. Esta presentación estuvo al alcance de los estudiantes durante todo el taller con el ánimo de que pudieran interpretarlas por si mismos con los diferentes instrumentos.

Terminada la presentación y con el ánimo de que se realizara la retroalimentación, se propone realizar un nuevo taller por grupos compuesto por tres puntos. (Ver anexo E) El primero proponía interpretar diferentes escalas con diferentes instrumentos y encontrar las frecuencias. El segundo proponía realizar las tablas y gráficas de cada una, buscando que ellos afianzaran el trabajo de tabulación y de representación de parejas ordenadas en el plano cartesiano. El tercer y último punto les proponía interpretar tres de las escalas musicales de un cuadro con varias de ellas donde se mostraba el nombre y el intervalo. Ellos debían interpretarlas y mencionar cual era cada una de las notas. Dichos intervalos estaban nombrados por un número comenzando desde uno para “do” y los bemoles y sostenidos los marcaban con “**b**” y “**#**” respectivamente. Terminado esto debían contestar tres preguntas de explicación sobre los resultados obtenidos en la actividad.

4.1.4 Taller de manejo del pentagrama, figuras musicales, claves y solfeo básico

El objetivo de esta actividad era mostrar a los estudiantes el funcionamiento del pentagrama y el uso de las claves y figuras musicales relacionadas con los tiempos de duración y notas musicales. Los materiales y recursos utilizados fueron un reloj grande con segundero, hojas y reglas.

Lo primero que se realizó fue una explicación de las figuras musicales y el tiempo de duración de cada una de ellas, para ello se mostró un cuadro que relaciona el valor entre ellas y el de las pausas o silencios.

Posterior a ello se propuso una actividad en clase que debían realizar por grupos y que consistía en nombrar las figuras como sigue:

Redonda=yo

Blanca= ya

Negra= voy

Corchea= ti ta

El objetivo era que reprodujeran una línea escrita por la docente donde se combinaban estas figuras. Debían durar la cantidad de segundos que estas representaban mencionándolas. Es decir, si aparecían una negra, una blanca y dos corchea, todos en grupo debían durar un segundo diciendo voy, dos segundos diciendo ya y en un segundo debían decir dos veces ti ta.

Terminado este ejercicio se explicó la caracterización de los pentagramas y la interpretación de las claves musicales de do, fa y sol. Posterior a ello se dibujó en el tablero un pentagrama con las figuras musicales ubicadas en diferentes lugares y ellos debían nombrarlas por la nota que representaban con el tiempo definido para cada una.

Como retroalimentación de este trabajo se propuso un taller de dos puntos. El primero de ellos apuntaba lograr una cohesión conceptual del valor racional de las figuras musicales, proponiéndoles construir dos pentagramas, uno de cuatro cuartos y otro de tres cuartos con unas características particulares (Ver anexo F) y el segundo punto proponía interpretar

las canciones feliz cumpleaños y un elefante en flauta. La primera partitura mostraba las notas explícitas, pero utilizaba notas mayores, la segunda no tenía las notas escritas y las que usaba eran todas de la escala natural.

4.1.5 Proporcionalidad directa e inversa. Laboratorio de aplicación.

El objetivo de esta actividad era identificar las relaciones de proporcionalidad entre magnitudes, analizadas desde las ecuaciones físicas de frecuencias en cuerdas y tubos sonoros. Los materiales y recursos utilizados fueron presentación Power Point, laboratorio de física, vasos de cristal, agua, monocordio, cuerda de diferentes materiales o grosores, gramera, regla y aplicación physics toolbox suite.

Lo primero que se mostró a los estudiantes fue la presentación titulada “Relación de proporcionalidad en las escalas musicales” (ver anexo G) las cuales estaban divididas en dos secciones. La primera contenía 10 diapositivas de teoría y la segunda parte cuatro que describían las actividades del circuito de laboratorio. De las diez primeras, la primera mostraba el título de la presentación y la autora. La segunda y tercera mostraban la definición y ejemplos gráficos de magnitudes directamente correlacionadas, directamente proporcionales, inversamente correlacionadas e inversamente proporcionales. Las siguientes dos mostraban la relación pitagórica y de proporcionalidad entre la longitud de las cuerdas y las frecuencias que ellas producen. La sexta presentaba las frecuencias adecuadas de las notas musicales, la ecuación de la frecuencia relacionada con la velocidad del sonido y la longitud de la cuerda y la fórmula de Taylor que relaciona entre sus variables la tensión, el armónico y la densidad lineal. La séptima diapositiva presentaba las ecuaciones para tubos sonoros con la explicación de cada una de sus variables, gráficos de las ondas y ejemplos de instrumentos musicales de cada uno de ellos. Las siguientes dos mostraban la relación matemática utilizada en dos tipos de afinaciones: temperamento justo y temperamento igual. Por último se mostraron instrumentos aerófonos y cordófonos con su respectiva definición.

El objetivo de la segunda parte de las diapositivas era explicar cada uno de los montajes del laboratorio. La primera mostraba el objetivo y materiales del trabajo de medición de

tubos sonoros con la flauta, la segunda el objetivo y materiales propuestos con el trabajo de monocordios, la tercera los objetivos y materiales para el trabajo de obtención de notas sonoras con cuerdas y por último el objetivo y materiales del trabajo de notas sonoras con vasos de agua.

Terminada la explicación se pasó a la parte práctica donde se dividieron por grupos y con base en el taller entregado (ver anexo H) debían trabajar sobre cada uno de los montajes propuestos (en total cuatro). El primero trabajaba medición de tubos y la relación de esta medida con la frecuencia producida. Para ello se tenía una flauta, regla y la aplicación, los estudiantes debían tomar las medidas con regla entre el orificio de arriba de la flauta y el que se va destapando según la nota y tomar la frecuencia producida por el instrumento, diligenciar la tabla y luego graficar dicha relación. Debían también probar la ecuación de tubos abiertos con el valor que tenían y corroborar su estructura.

El segundo montaje presentaba un monocordio, hojas blancas, regla y colores. Los estudiantes debían poner en la base del monocordio una hoja blanca donde debían marcar la distancia exacta de la cuerda para producir las diferentes notas musicales siguiendo las relaciones pitagóricas.

En el tercer montaje estaba una estructura con una cuerda sujeta por un extremo y por el otro atada a unas masas colgantes. En este montaje los estudiantes debían hallar la densidad lineal de la cuerda con ayuda de la gramera y una regla, y el valor de la tensión sabiendo el valor de las masas y el valor de la gravedad ($9,8\text{m/s}^2$). Al igual que en el anterior debían colocar una hoja blanca en la base del montaje y marcar la distancia que debía tener cada cuerda para hallar las frecuencias correctas de las demás notas musicales en la escala cromática. Era importante que verificaran si la ecuación de Taylor se cumplía y que comprendieran que en este montaje los valores de μ y T permanecían constantes.

Para terminar en el montaje de los vasos con agua se encontraban 8 vasos, una jarra con agua, regla y la aplicación. Debían llenar con agua cada vaso para lograr conseguir la escala natural completa y medir posteriormente la longitud del vaso que quedaba sin agua.

4.1.6 Taller de construcción de instrumentos y montaje de canciones.

El objetivo de la actividad era construir con diferentes materiales, instrumentos aerófonos y cordófonos que generen las notas de la escala cromática o una equivalente. Los materiales y recursos utilizados fueron, tubos de pvc, pitillos o cualquier clase de tubo, nylon, puntillas, martillo, broca, cajas, metro, armellas, cauchos, bombas cinta pegante y pegante.

Se mostró el video de construcción de instrumentos caseros como introducción y motivación para los talleres de construcción de instrumentos https://www.youtube.com/watch?v=aD3cFiryF_Q y se dan las siguientes instrucciones:

1. Cada grupo deberá construir su propio instrumento aerófono y cordófono bajo los siguientes parámetros.
 - a. Deben tener las longitudes y relaciones entre notas acorde a una escala de afinación.
 - b. Deben estar estéticamente bien presentados.
 - c. Deben funcionar correctamente sin ninguna dificultades
2. Deben tener un instrumento de percusión.
3. Se debe ensayar en grupo con utilización de los diferentes instrumentos la siguiente partitura

Un elefante

Un e-le-fan-te se ba-lan-ce-a ba so-bre la te-la de y-na a-ra-a-ña

co-mo ve-i - a que no se ca-i a fue-ron a lla-mar a g-tro e-le-fan-an-te

Figura 4-1 Partitura usada en la evaluación del proyecto por grupo.

4.1.7 Evaluación del proyecto

La evaluación del proyecto se realizó con base en la presentación de cada grupo y la explicación de su trabajo. Para ello se diseñaron tres rúbricas de evaluación (ver anexo I) que abarcaban los conceptos, habilidades y competencias que se esperaba que los estudiantes pudiesen alcanzar desde cada una de las asignaturas involucradas y se obtuvo un resultado tanto cuantitativo como cualitativo.

La actividad a evaluar fue una presentación grupal realizada por estudiantes de grado octavo, donde debían interpretar una pieza musical corta, acompañados por instrumentos musicales de su propia fabricación que cumplieran los parámetros establecidos.

Pieza musical

Un elefante

Un e-le-fan-te se ba-lan-ce-a ba so-bre la te-la de y-na a-ra-a-ña

co-mo ve-i - a que no se ca-i a fue-ron a lla-mar a g-tro e-le-fan-an-te

OBJETIVO:

Evaluar la elaboración de instrumentos musicales de viento y cuerda y la interpretación de partituras, bajo parámetros matemáticos y físicos

COMPETENCIA A DESARROLLAR:

Las competencias a desarrollar desde las diferentes asignaturas son;

- Competencia a desarrollar en música: Sensibilidad, apreciación artística y comunicación.
- Competencia a desarrollar en matemáticas: razonamiento y resolución de problemas.
- Competencia a desarrollar en ciencias naturales (física): Explicación de fenómenos y uso comprensivo del conocimiento.

5.Desarrollo de la propuesta y análisis de resultados

5.1 Descripción de la población

La secuencia didáctica para reforzar conceptos de proporcionalidad y números racionales a partir de la música y la elaboración de instrumentos musicales, se aplicó a un total de 56 estudiantes de 83 que terminan grado octavo en la institución educativa departamental Domingo Savio, de Guasca Cundinamarca. Dicha institución es una de las tres instituciones de carácter público en el municipio y las únicas que ofrece educación media. Los estudiantes de este grado tienen edades que oscilan entre los 13 y 18 años y son de estratos socio económicos 1,2 y 3.

Una de las características que motivaron el desarrollo de este trabajo de grado es la baja motivación académica y la falta de comprensión de temáticas de asignaturas básicas como el álgebra y la física entre otras que tienen desde este año una intensidad semanal de 6 y 2 horas respectivamente y en contraste la baja asignación académica de la asignatura de música con 1 hora semanal. En múltiples oportunidades como el día del idioma, el english day, e incluso la olimpiada matemática, se evidenció claramente la necesidad de estos jóvenes por desarrollar actividades artísticas y la música es una de las que más les llama la atención.



Figura 5-1 Fotografía día de la matemática en la I.E.D. Domingo Savio³⁵

5.2 Evaluación diagnóstica

Los resultados de esta evaluación y su análisis se muestran en la siguiente tabla

Tabla 1 Resultados evaluación diagnóstica

Pregunta analizada	Respuestas correctas	Porcentaje	Análisis del resultado
1	$\frac{0}{5} = 1$	1.8%	El primer resultado se refiere a un estudiante que no pudo colocar la primera cuerda como se había indicado. Los siguientes dos, muestran que la mayor cantidad de estudiantes únicamente lograron colocar adecuadamente la primera cuerda y con base en ella definir la longitud de la segunda que media la mitad de ella.
	$\frac{1}{5} = 19$	33.9%	
	$\frac{2}{5} = 24$	42.9%	
	$\frac{3}{5} = 8$	14.3%	

³⁵ Imagen tomada por la autora de la secuencia didáctica

	$\frac{4}{5} = 4$	7.1%	Los demás resultados variaban en la cuerda, algunos hicieron la tercera bien pero otros la cuarta, lo que si es cierto, es que solamente dos de las 58, lograron acertar en la última longitud de cuerda que refería a una fracción impropia. De lo anterior es claro concluir que efectivamente el nivel comprensión de los números racionales en su forma fraccionaria es muy bajo.
	$\frac{5}{5} = 0$	0%	
2	5	8.9%	El bajo porcentaje de aciertos en esta pregunta muestra la falta de análisis de situaciones problema y la falta de acercamiento a los diferentes tipos de representaciones matemáticas, en especial gráficas en plano cartesiano.
3	A=26	46%	En cuanto a los conceptos previos de música, se ve que un poco más de la mitad de los estudiantes conocen de ellos. El concepto de figuras y notas musicales fue en el que menos estudiantes acertaron, mientras que en la clasificación de instrumentos aerófonos fue en la que más aciertos hubo.
	B=34	60.7%	
	C=30	53.6%	
	D=26	46.4%	
	E=41	73.2%	
	F=33	58.9%	
G=31	55.4%		
4	3	5.4%	En el caso de que todos los instrumentos pudiesen reproducir la misma nota, deberían tener la misma altura y sonar igualmente graves, sin embargo 27 de los estudiantes contestaron el violín, seguramente porque intuían que era el

			instrumento que podía producir sonidos más agudos.
5	36	62%	En esta pregunta se evidencia un alto nivel de población que maneja adecuadamente el concepto correcto, lo que era de esperarse debido a que este tema fue abordado en física el trimestre inmediatamente anterior. La otra parte de la población, respondió en su gran mayoría “la elasticidad” debido a la idea de viscosidad que se tiene como relación con la densidad. ³⁶
6			Esta pregunta era de respuesta abierta y se evidenció que muchos de los estudiantes no contestaron nada, otros relacionaban los conceptos que se les daban, con cosas conocidas para ellos y otros le buscaban una relación con el sonido, debido a que ya se les había explicado cuál era el objetivo de las actividades.

³⁶ Explicación dada por una muestra de 10 estudiantes que se tomaron aleatoriamente de entre los que marcaron esta opción.

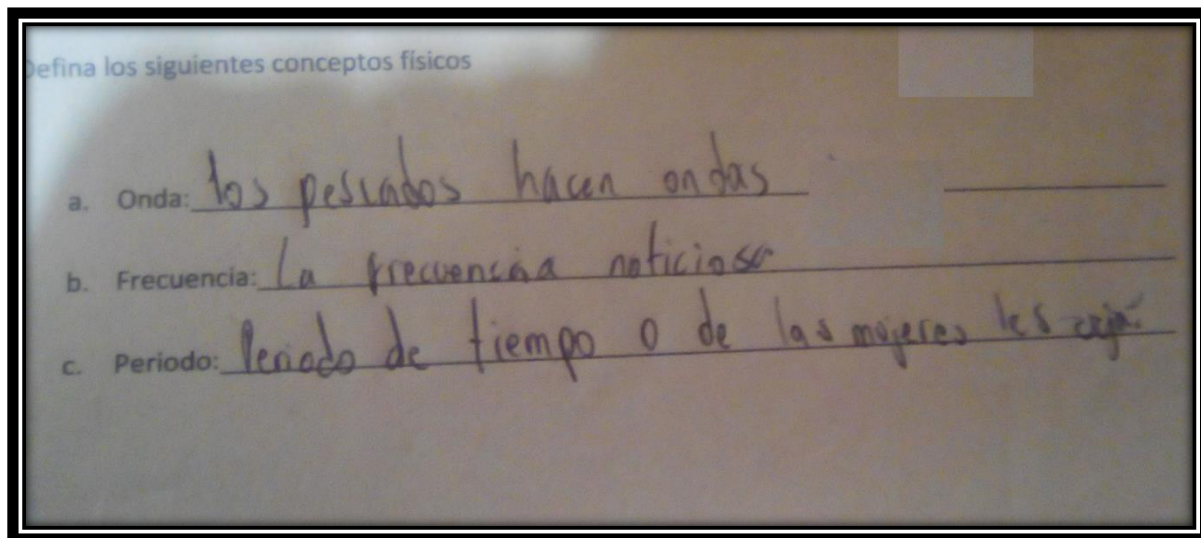
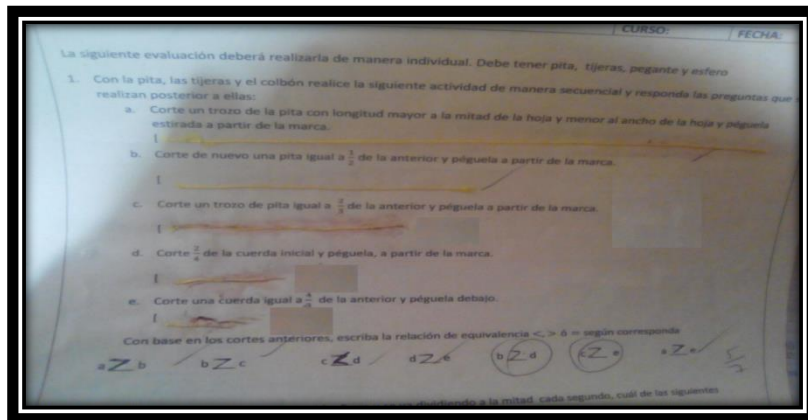
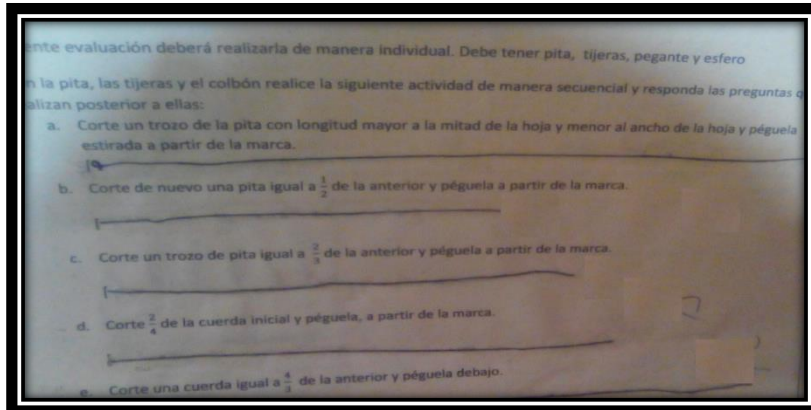


Figura 5-2 Evidencias de la evaluación diagnóstica

5.3 Cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas

Esta actividad se realizó en tres sesiones de clase de dos horas cada una. Su duración dependió de varios factores. El primero resultó del interés que despertó en ellos la presentación y las explicaciones que se les dieron en este proceso. Ver las funciones de la aplicación physics toolbox suite en particular el detector tonos, el analizador de espectro y el sonómetro y ver cómo podían comprender lo que se les acababa de explicar. Se le sumó a esto la conformación de los grupos de trabajo con quienes debían completar el proceso y el desarrollo del primer taller de aplicación, en el cual debían tocar diferentes instrumentos que la mayoría no habían interpretado nunca. Uno de los inconvenientes que se presentó y retrasó el proceso, fue la falta de instrumentos musicales, ya que había suficientes flautas pero los demás instrumentos debieron conseguirlos y prestárselos entre los grupos.

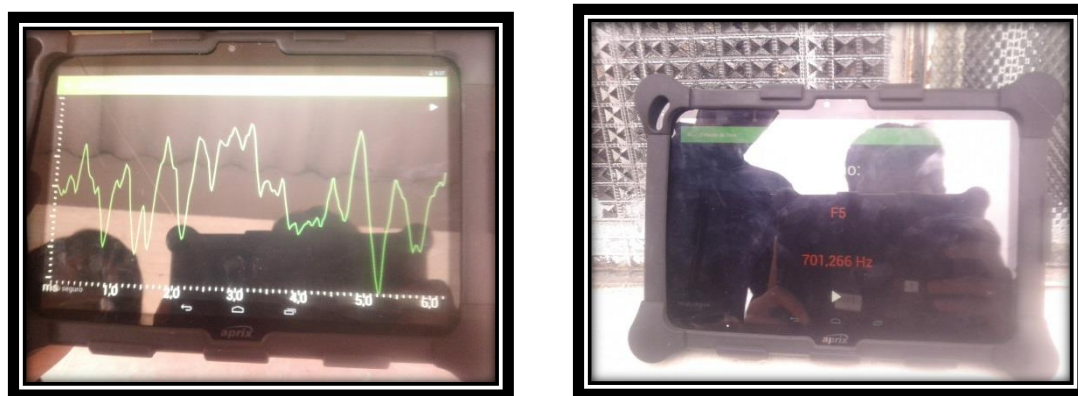


Figura 5-3 Aplicación physics toolbox suite mostrando los datos tomados en la segunda actividad.³⁷

Durante el desarrollo de del taller se evidenciaron los siguientes resultados

³⁷ Fotografías tomadas por los estudiantes como evidencia de su trabajo

Tabla 2 Análisis taller cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas

PUNTO DEL TALLER	RESULTADO
1	Los instrumentos utilizados fueron flauta, guitarra, organeta, diapasón, Xilófono, tambor, platillo y guasá. Los datos obtenidos en frecuencia y en intensidad, son coherentes con posibles notas y alturas del sonido. La mayoría de los grupos (en total 14 entre los dos octavos) escribieron las unidades de medida y uno incluyó el cifrado americano que aparecía en la pantalla como parte de su respuesta de la frecuencia.
2	En la primera tabla se evidenció la comprensión de la frecuencia como el resultado obtenido al tocar diferentes notas, en la segunda tabla se evidenció la comprensión de que para obtener diferentes intensidades era suficiente soplar más o menos fuerte, pero en la tercera casi todos los grupos tenían la incertidumbre de que dato colocar, Inicialmente se les dijo que con el sonómetro se podría conseguir, sin embargo con este concepto si se tuvo que ser más específico con lo que se buscaba y recordar que el timbre es la forma de la onda. El otro inconveniente es que cada vez que lo tocaban, ya fuera cambiando la nota o la intensidad la gráfica de la onda también cambiaba aparentemente y se tuvo que hacer con ambos grupos el ejercicio de comparar las ondas resultantes para ayudarles a visualizar que la forma no variaba, lo que variaba era la cantidad de veces que les aparecía en la tableta o lo grande o pequeña que salía.
3	En principio los grupos que llegaban a esta pregunta interpretaban que debían describir que herramienta de la aplicación habían usado, por lo que se tuvo que hacer de manera general la explicación de que lo que se buscaba, era que describieran lo que debieron hacer con las flautas para hallar los resultados.



Figura 5-4 Evidencia de trabajo actividad 2³⁸

³⁸ Fotografías tomadas por los estudiantes como evidencia de su trabajo.

Actividad 2: Cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas

Estudiantes: _____ TRIMESTRE: IV
CURSO: _____ FECHA: _____

La siguiente actividad deben desarrollarla en grupos. Recuerden llevar registro fotográfico de cada actividad

1. Con una flauta y otros instrumentos de percusión deben llenar las siguientes tablas después de producir diferentes sonidos.

Instrumento	Frecuencia (Hz)	Intensidad (db)
Flauta	880.4 Hz	75.07 dB
Maraca	862.8 Hz	85.38 dB
Bambo	221.6 Hz	51.71 dB
Xilofono	211.1 Hz	51.96 dB

2. Cada grupo debe producir diferentes datos con el mismo instrumento para completar las siguientes tablas

Dato	frecuencia
1a	1 322.1 Hz
2a	2 202.6 Hz
3a	3 182.1 Hz

Dato	intensidad
1	76.25 dB
2	70.28 dB
3	69.11 dB

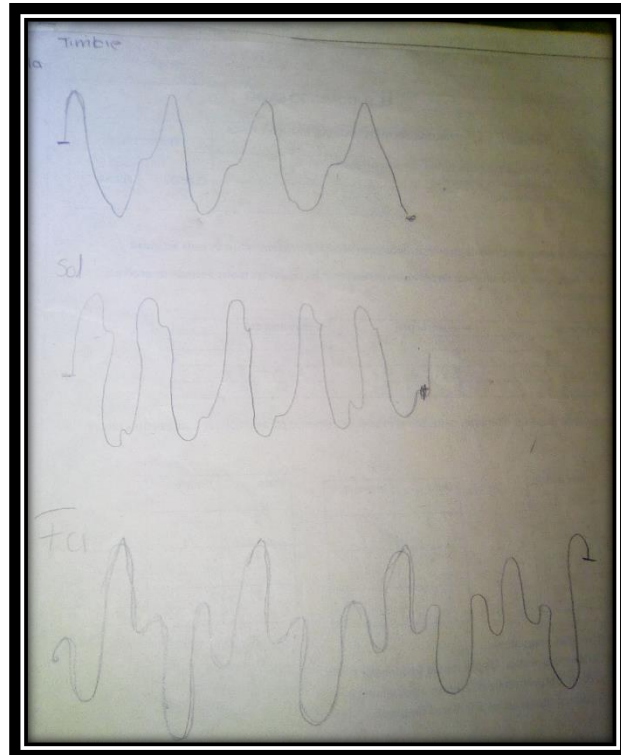
Dato	timbre
1	?
2	?
3	?

3. Contesten las siguientes preguntas

- ¿Cómo obtuvieron las diferentes frecuencias?
- ¿cómo obtuvieron las diferentes intensidades?
- ¿Cómo obtuvieron los diferentes timbres?

Solución

- > para obtener la frecuencia utilizamos diferentes notas
- > para obtener la intensidad soplamos o más fuerte o mas suave
- NO se sacan diferentes timbres



I.E.D. DOMINGO SAVIO

PROYECTO TRASVERSALIZACIÓN MATEMÁTICAS, MÚSICA Y FÍSICA

Actividad 2: Cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas

Estudiantes: *Carolina, Fabiana, Guineer, Estrella, Marcela, Diana, Yorgina, Tatiana, Jairo*

TRIMESTRE: III

CURSO: *802*

FECHA:

La siguiente actividad deben desarrollarla en grupos. Recuerden llevar registro fotográfico de cada actividad

1. Con una flauta y otros instrumentos de percusión deben llenar las siguientes tablas después de producir diferentes sonidos:

Instrumento	Frecuencia (Hz)	Intensidad (db)
<i>Flauta</i>	<i>312,3 Hz</i>	<i>71,3 db</i>
<i>Organeta</i>	<i>312,3 Hz</i>	<i>87,3 db</i>
<i>Maraca</i>	<i>312,3 Hz</i>	<i>88,3 db</i>

2. Cada grupo debe producir diferentes datos con el mismo instrumento para completar las siguientes tablas

Dato	frecuencia	Dato	intensidad	Dato	timbre
1	<i>312,3 Hz</i>	1	<i>71,3 db</i>	1	<i>[Onda sinusoidal]</i>
2	<i>312,3 Hz</i>	2	<i>87,3 db</i>	2	<i>[Onda cuadrada]</i>
3	<i>312,3 Hz</i>	3	<i>88,3 db</i>	3	<i>[Onda triangular]</i>

3. Contesten las siguientes preguntas

- > ¿Cómo obtuvieron las diferentes frecuencias?
- > ¿cómo obtuvieron las diferentes intensidades?
- > ¿Cómo obtuvieron los diferentes timbres?

- Tomando diferentes notas
- se actúan cuando más fuerte la nota del instrumento
- con otros el analizador de ondas
- no habian diferentes timbres porque solo se utilizaba un instrumento

Figura 5-5 Taller dos diligenciado por un grupo de estudiantes

5.4 Presentación de las notas y escalas musicales.

La actividad comenzó con la presentación de las diapositivas y la explicación de las notas en guitarra, flauta y organeta. Los estudiantes estuvieron muy atentos y quedaron motivados para comenzar con el taller de aplicación. Esta fue una de las actividades más largas en su realización (cuatro sesiones de dos horas y dos de una hora) debido a que necesitaban los instrumentos para hallar los datos que se requerían. Aunque se les sugirió que se unieran con otro grupo y tomaran los datos cuando uno de ellos tocara el instrumento, no fue muy bien recibida esta sugerencia, ya que estaban muy ansiosos por tocar por si mismos la guitarra y la organeta particularmente.

El trabajo fue muy autónomo y resultó muy organizado a pesar de que los diferentes grupos se ubicaron en zonas alejadas del colegio por evitar ruidos que interfirieran con la toma de sus datos.



Figura 5-6 Grupos de trabajo hallando frecuencias para el desarrollo del taller³⁹

El taller fue solucionado por todos los grupo y, aunque no fue tan fácil conseguir los datos adecuados, la notación americana que maneja el programa les ayudó a conseguir las frecuencias correctas o en algunos casos una octava más alta o una más baja. Sin embargo, se evidenciaron gráficas mal elaboradas por no haber tenido en cuenta las indicaciones.

³⁹ Fotos tomadas por los estudiantes como evidencia de trabajo

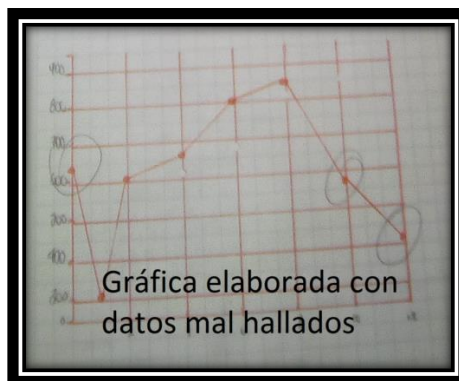
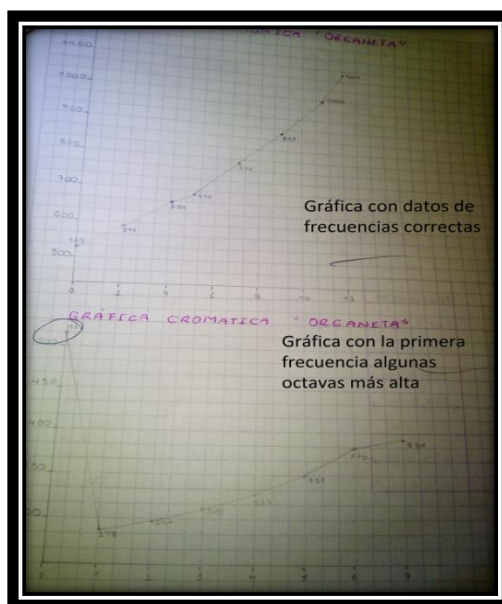
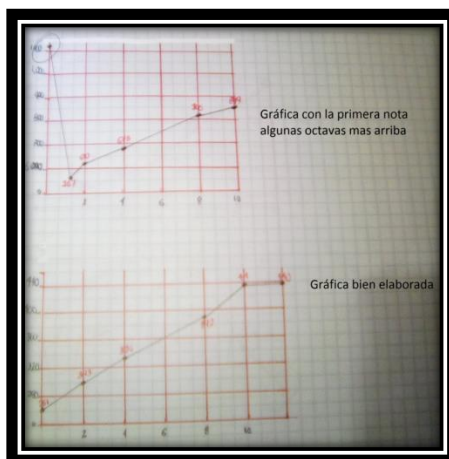


Figura 5-7 Gráficas realizadas durante el taller por diferentes grupos

En cuanto al tercer punto, la mayoría de los estudiantes presentaron la escala musical escogida en la organeta y se evidenció que fue una actividad muy acertada, ya que todos los que presentaron, comprendieron cuales eran las notas bemoles y sostenidos y cuales tonos no tenían semitono. Fue agradable ver la disposición y esfuerzo de muchos de ellos por lograr comprender el trabajo y mostrarlo sin errores. Las respuestas de las últimas tres preguntas fueron muy variadas debido a que las gráficas no les quedaron muy uniformes y no fue evidente, como se había planeado, que vieran el comportamiento siempre creciente de las frecuencias de las notas musicales.



Figura 5-8 Estudiantes presentado las escalas musicales

5.5 Taller de manejo del pentagrama, figuras musicales, claves y solfeo básico

Esta actividad duró alrededor de cuatro sesiones para un total de 6 horas, dos de dos horas y dos de una hora.

Se realizó la explicación de la teoría y se realizó una evaluación grupal de lectura de figuras musicales. La totalidad de los grupos pudo recitar el ejercicio después de varios intentos. La motivación de todos fue muy alta frente al ejercicio y el nivel de comprensión óptimo.

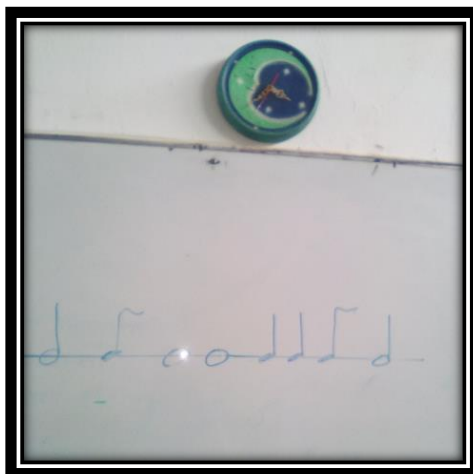
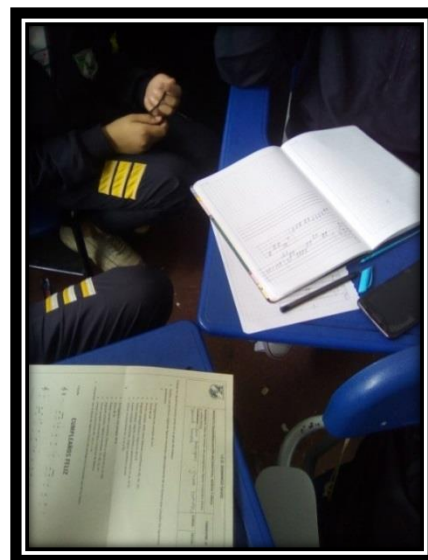
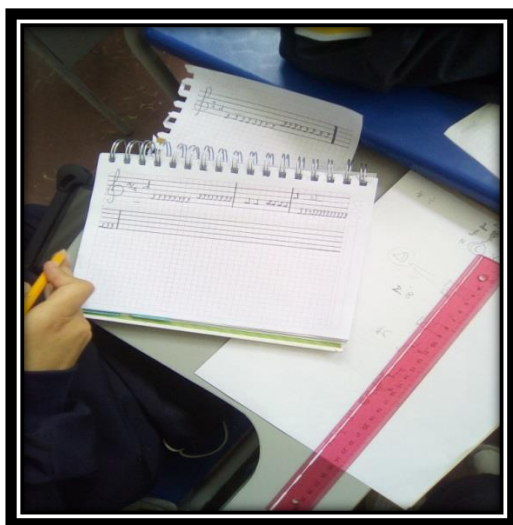


Figura 5-9 Ejercicio de solfeo propuesto en clase⁴⁰

En cuanto al taller se evidenció en el primer punto un esfuerzo por comprender el valor racional de cada una de las figuras musicales, fue necesaria una explicación más puntual de cómo debían analizar cada situación y sumar sus valores racionales en busca de completar el valor del compás.



⁴⁰ Fotografía tomada por la autora de la secuencia didáctica



Figura 5-10 Grupos trabajando en la elaboración de los pentagramas.

En el primer compás del primer pentagrama se encontraron las siguientes observaciones

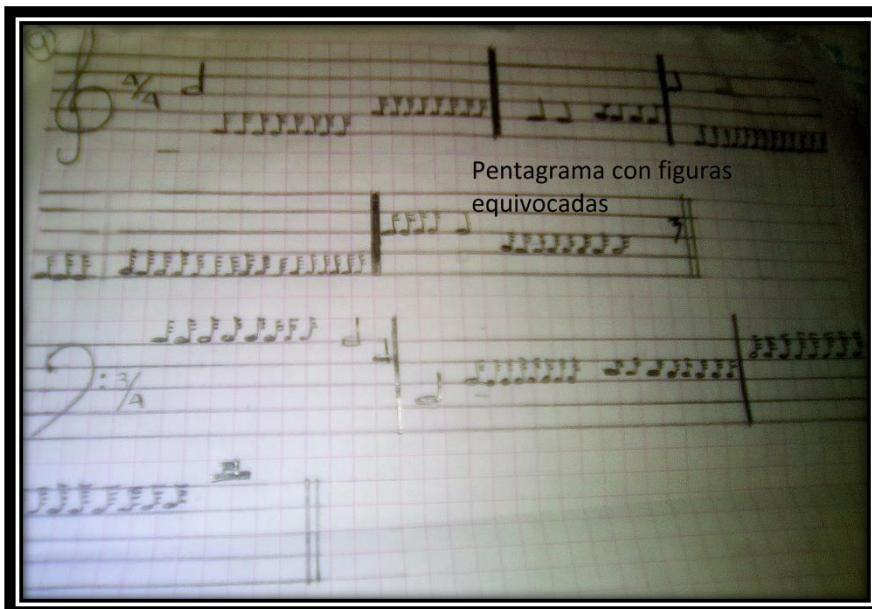
- Todos los grupos utilizan la clave y compás adecuado.
- Siete grupos cumplen con todos los requerimientos de manera adecuada.
- Dos de ellos utilizan notas en una octava más alta.
- Uno utiliza las figuras equivocadas.
- Uno muestra figuras que no son equivalentes con el valor del compás.
- Uno no utiliza la ubicación adecuada, equivocando la nota requerida.

El segundo, tercer y cuarto compás fue claves al momento de lograr la relación numérica de los tiempos de las figuras musicales, debido a que se pedían figuras diferentes con valores fraccionarios. En el segundo compás por ejemplo, se requerían fusas y negras, de tal modo que fue necesario que comprendieran que necesitaban ocho fusas si querían completar un tiempo y con las negras cubrían el resto, de otra forma debían duplicar las fusas y disminuir las negras.

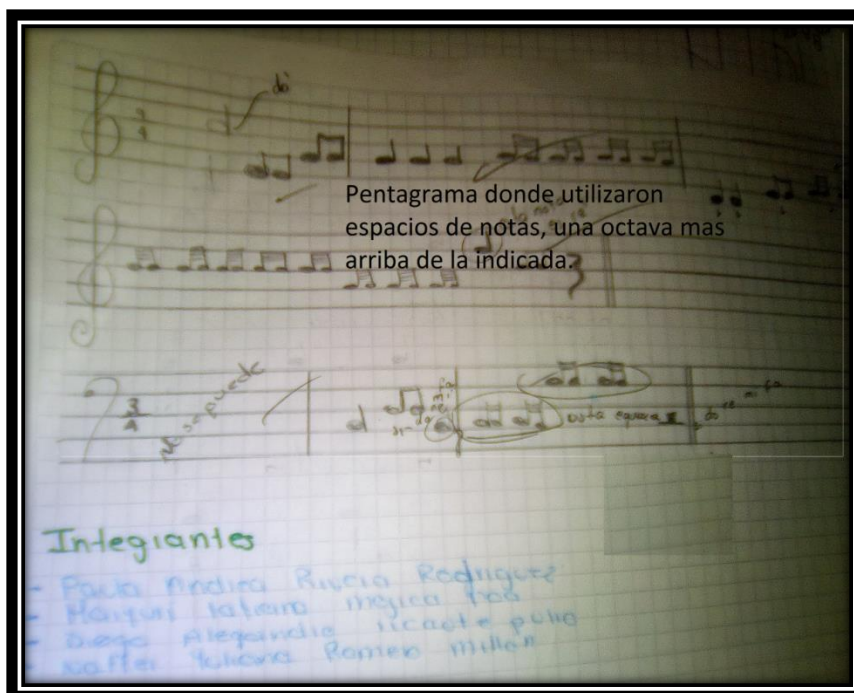
En este compás nueve grupos lo diseñaron correctamente y solo tres lo hicieron de manera equivocada.

El segundo pentagrama tuvo un impacto grande y dejó en evidencia una mayor comprensión, debido a que el primer compás no se podía diseñar bajo los parámetros

propuestos, situación que fue encontrada por los estudiantes sin necesidad de hacerles la aclaración. Los demás compases tuvieron errores de ubicación de las figuras debido a que la clave cambio de sol a fa, lo que hace que la ubicación de las notas cambiara.



Pentagrama con figuras equivocadas



Pentagrama donde utilizaron espacios de notas, una octava mas arriba de la indicada.

Integriantes

- Paola Andrea Rincón Rodríguez
- Marquis Isaiara Mejía Paz
- Diego Alejandro Iicaste Peña
- Sofía Isadora Romero Millán

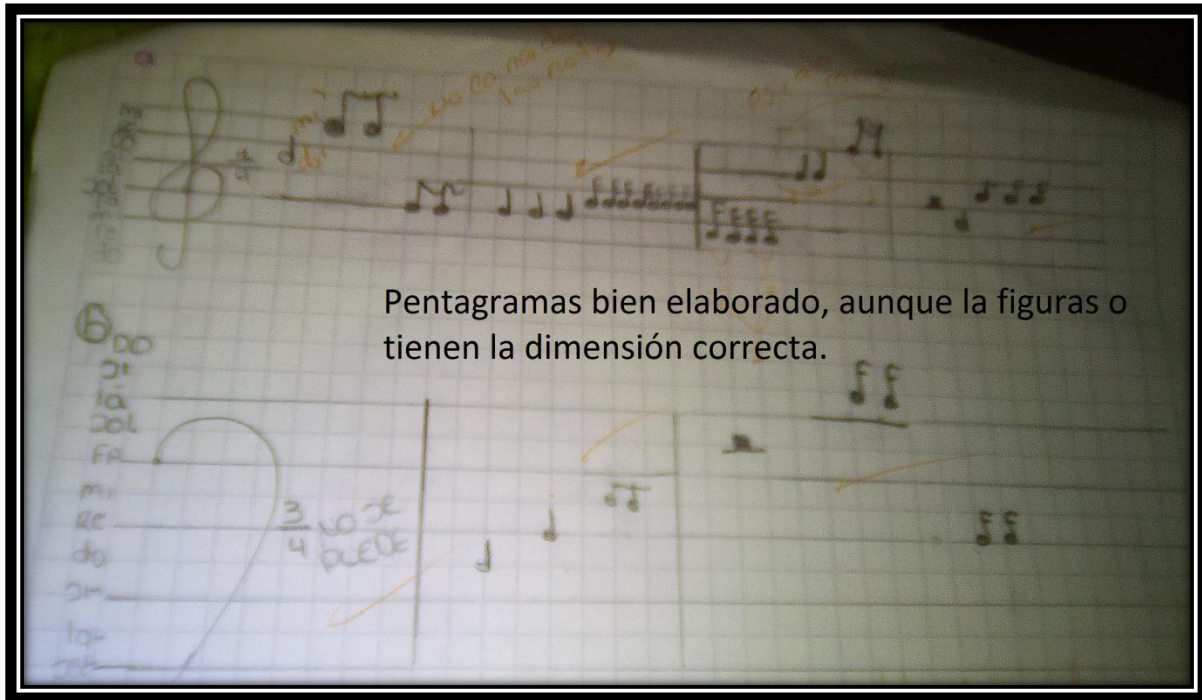


Figura 5-11 Trabajos de elaboración de pentagramas

Por último y después de ensayar varias veces, los grupos presentaron la primera pieza musical “cumpleaños feliz”, unos en organeta, otros en flauta y otros en guitarra. Esta actividad fue muy agradable para ellos ya que debían hacer un esfuerzo en grupo para que la pieza sonara armónica.



Figura 5-12 Grupo ensayando para la interpretación de la pieza musical⁴¹

⁴¹ Fotografía tomada por la autora de la secuencia didáctica.

5.6 Proporcionalidad directa e inversa. Laboratorio de aplicación.

Esta actividad tuvo una duración de 7 horas de clase. La primera fue dedicada al proceso de motivación donde se proyectó la película “Donald en el país de las matemáticas”. Este capítulo de Donald resultó muy pertinente en nuestro proyecto, debido a que explica en la primera parte las relaciones pitagóricas de las longitudes de las cuerdas y las notas que producen. Después de eso se presentaron las diapositivas tituladas “Relación de proporcionalidad en las escalas musicales” (ver anexo G). En esta explicación los estudiantes estuvieron muy atentos a copiar las relaciones de proporcionalidad que se les mostraban y las ecuaciones de tubos que se explicaron. Posterior a esto se dieron las indicaciones del trabajo en el laboratorio y se mostraron los montajes que encontrarían en cada mesón.

Una de las falencias de este taller fue la falta de tiempo con la que se contaba para desarrollar cada actividad. No todos los grupos pasaron por los diferentes montajes y se dio un espacio para que socializaran lo que habían realizado. Este laboratorio buscaba lograr una mayor comprensión de los temas y los estudiantes que trabajaron cuerdas comprendieron muy bien la teoría pero quedaron desubicados en cuanto al trabajo en tubos.

Se evidenció una empatía con la actividad en particular en lo que debían medir, pesar etc. Comprender como funcionaba la gramera y como hallar datos como la tensión o la densidad lineal fue una de las actividades más llamativas para ellos.

Otra dificultad fue el lugar donde se realizó el taller, ya que el laboratorio de física aunque es muy espacioso y los mesones son grandes, no permite controlar eficientemente el ruido y todos los montajes requerían de medición de frecuencias. Por lo anterior se tomó la decisión en muchos casos de salir del salón y buscar un espacio diferente.

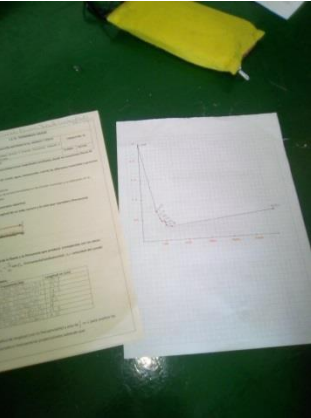


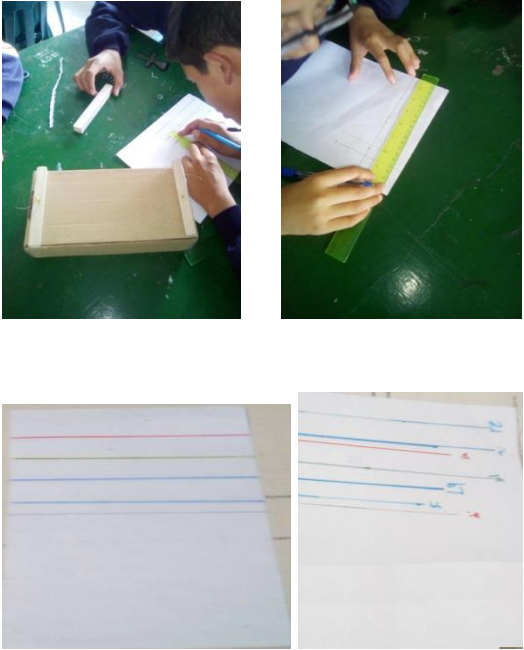

Figura 5-13 Trabajo en el laboratorio de física⁴²


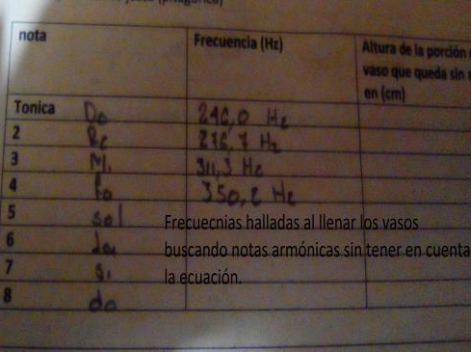

⁴² Fotografía tomada por la autora de la secuencia didáctica

En el siguiente cuadro se mostrarán algunos resultados obtenidos en el desarrollo del laboratorio

Tabla 3 Análisis de resultados del taller en el laboratorio

MONTAJE	REGISTRO FOTOGRÁFICO	RESULTADOS
Medición de tubos sonoros: flauta (tubos abiertos)		<p>Este montaje tuvo dos resultados muy importantes. El primero fue ver como los chicos verificaban la relación proporcional dada en la ecuación, ya que tenían el valor de la frecuencia hallada con la aplicación y la longitud que estaban midiendo con la regla. De esta forma, hallaban la velocidad del sonido la cual variaba a la dada en la teoría, debido probablemente a la temperatura ambiente. Por otro lado verificaban la gráfica como una relación de proporcionalidad inversa, lo cual también se había explicado dentro de la presentación.</p>

<p>Relaciones pitagóricas medidas en un monocordio</p>		<p>Con este ejercicio los estudiantes comprendieron la relación de proporcionalidad entre las longitudes de las cuerdas, debido a que con base en las relaciones pitagóricas hallaban la longitud de las cuerdas para obtener las notas de la escala natural. Una de las dificultades de este montaje fue el ruido que había en el salón y que dificultó la toma de frecuencias, sin embargo los estudiantes solicitaron salir del salón para ubicarse en un lugar más tranquilo y de esta manera desarrollar completo el punto del taller. Los grupos que hicieron este punto lo completaron correctamente.</p>
<p>Notas sonoras con vasos de agua (tubos cerrados)</p>		<p>Este trabajo no resultó como se había planeado debido a muchas variables que no se tuvieron en cuenta al momento de proponerlo. La primera y más compleja fue el grosor de cada uno de los vasos debido a que aunque tenían el mismo tamaño y forma, el grosor variaba un poco y la frecuencia que producían todos sin contener agua era diferente. (Este análisis lo encontraron los estudiantes después de hacer varios intentos por conseguir las diferentes notas a partir de la ecuación que tenían). Por lo anterior se optó en última medida por que los estudiantes llenaran los vasos de tal manera que logran una escala musical armónica. Al</p>

	  <table border="1" data-bbox="394 570 863 919"> <thead> <tr> <th>nota</th> <th>Frecuencia (Hz)</th> <th>Altura de la porción vaso que queda sin en (cm)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Tonica D₄</td> <td>298,0 Hz</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2 B₃</td> <td>236,7 Hz</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3 M₃</td> <td>311,3 Hz</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4 F₃</td> <td>350,8 Hz</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5 G₂</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>8</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="556 781 863 857">Frecuencias halladas al llenar los vasos buscando notas armónicas sin tener en cuenta la ecuación.</p>	nota	Frecuencia (Hz)	Altura de la porción vaso que queda sin en (cm)	Tonica D ₄	298,0 Hz		2 B ₃	236,7 Hz		3 M ₃	311,3 Hz		4 F ₃	350,8 Hz		5 G ₂			6			7			8			<p>conseguir el montaje se pidió medir las frecuencias y verificar si la relación entre ellas se parecía a la relación entregada en las diapositivas.</p>
nota	Frecuencia (Hz)	Altura de la porción vaso que queda sin en (cm)																											
Tonica D ₄	298,0 Hz																												
2 B ₃	236,7 Hz																												
3 M ₃	311,3 Hz																												
4 F ₃	350,8 Hz																												
5 G ₂																													
6																													
7																													
8																													
<p>Notas sonoras con cuerdas</p>		<p>Este fue el montaje con más variables. El trabajo de hallar la tensión de la cuerda y la densidad lineal llevó a los estudiantes a tener un fuerte acercamiento al manejo de números racionales en su forma decimal. El uso de la gramera los ubicó en valores menores a uno y el resultado de las mediciones a diferentes números decimales. Fue un montaje muy completo y les ayudó a entender que valores eran constantes y cuales variaban. Hallaron las longitudes de las cuerdas con</p>																											

43

Cada grupo debe probar los datos de f, L y μ con base en el montaje presentado.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L}$$

Recuerda que $v = 340 \text{ m/s}$

f de la octava	f de la 2da	f de la 3ra	f de la 4ta
200 Hz	200 Hz	200 Hz	200 Hz
$\mu = 20 \text{ cm}$	$\mu = 20 \text{ cm}$	$\mu = 20 \text{ cm}$	$\mu = 20 \text{ cm}$
L = 2.9 cm	L = 2.9 cm	L = 2.9 cm	L = 2.9 cm

f de la 5ta	f de la 6ta	f de la 7ta	f de la 8ta
200 Hz	200 Hz	200 Hz	200 Hz
$\mu = 20 \text{ cm}$	$\mu = 20 \text{ cm}$	$\mu = 20 \text{ cm}$	$\mu = 20 \text{ cm}$
L = 2.9 cm	L = 2.9 cm	L = 2.9 cm	L = 2.9 cm

las relaciones pitagóricas y se hizo evidente que con una mayor tensión el sonido era más agudo.

Las respuestas de las preguntas mostraron en todos los casos que comprendían la relación de proporcionalidad entre las diferentes variables.

⁴³ Las fotografías fueron tomadas por la autora de la secuencia didáctica.

5.7 Taller de construcción de instrumentos y montaje de canciones.

Este taller se realizó en tres horas de clase. La primera media hora se utilizó para mostrar un video de motivación” Cotidíafonos”https://www.youtube.com/watch?v=aD3cFjryF_Q, que les daba algunas ideas para la construcción de sus propios instrumentos.

También fue necesario llevar herramientas para la elaboración de los instrumentos. Los estudiantes debían llevar los materiales básicos como tubos de pvc, bombas pegante, nylon, cajas, armellas y cualquier otro material necesario. Por su parte la docente llevó broca, martillo, metro, lija y se encargó de abrir los huecos de los tubos para evitar cualquier accidente. Uno de los grupos tuvo que terminar las construcciones en la casa y su presentación fue muy buena, sin embargo muchos grupos presentaron instrumentos mal diseñados y estéticamente mal presentados.

El trabajo fue muy productivo, debido a que se vieron enfrentados a hacer sus propios cálculos, relacionarlos con la teoría, ver variables que no se tenían contempladas como por ejemplo el diámetro de los huecos (que hacía que sonara más fuerte o más débil el sonido), la debilidad de los bombas que se rompían con frecuencia y la necesidad de dejar pegada la bomba con cinta sin dejar escape de aire ya que si no lo lograban, el sonido no se producía. En cuanto a los instrumentos de cuerda, tuvieron que cambiar en muchos casos la caja que llevaban, ya que el material era muy débil. También vieron la necesidad de colocar puentes en las cuerdas para que el sonido se produjera más fácil y las cuerdas no rozaran con las cajas. Uno de los grupos decidió tocar su instrumento ayudado con una plumilla. No se trabajaron con cajas de resonancia debido a que no era parte del objetivo de estudio.

5.8 Evaluación del proyecto

Para esta evaluación se llamó a cada uno de los grupos individualmente y se grabó la presentación y entrevista que se les hizo con el objetivo de diligenciar las rubricas con más

argumentos. Estuvo presente en las presentaciones la docente Adriana Carmona, jefe del área de artística y la docente autora de la secuencia didáctica.

Se presentaron tres grupos de un grado y ocho grupos del otro, quedando sin presentar tres grupos por no tener los instrumentos completos ni la presentación preparada.

Los resultados de las evaluaciones se realizarán en dos partes. La primera se realizará de manera cualitativa, con base en los aspectos descritos en cada una de las rúbricas de evaluación y en el desempeño de los estudiantes. La segunda parte abarcará una descripción cuantitativa que relacione los valores numéricos conseguidos en cada rúbrica por grupo con la escala valorativa de la institución Domingo Savio.

Para comenzar se presentará una gráfica que muestra el nivel de desempeño de cada grupo en cada una de las categorías descritas en las rúbricas y un análisis descriptivo de sus resultados comenzando por matemáticas, continuando con física y terminando por música.

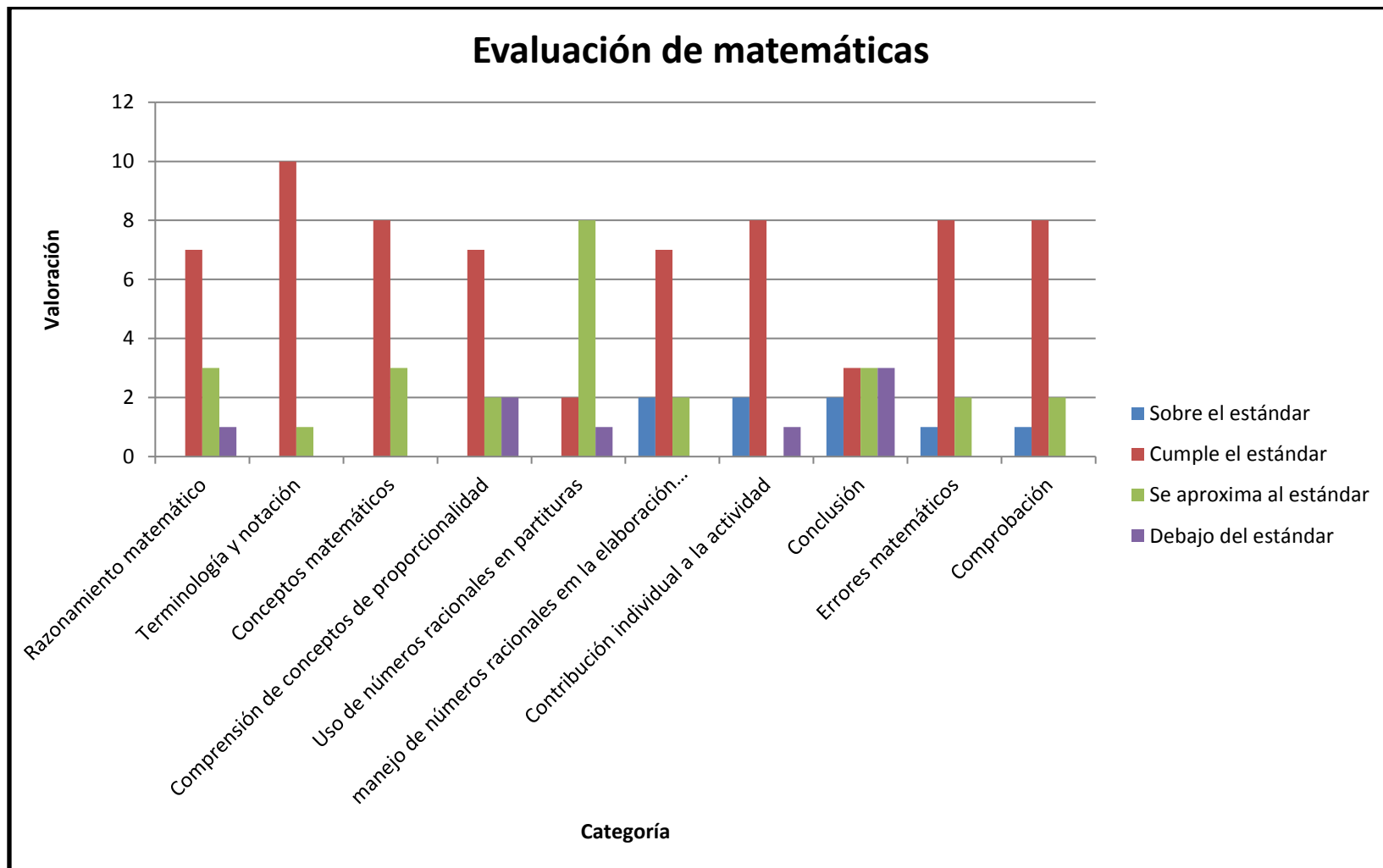


Figura 5-14 Diagrama de respuestas de la rúbrica de matemáticas

Análisis del gráfico

Con base en el diagrama anterior se puede afirmar que:

En cuanto a razonamiento matemático el 63% de los grupos usan un razonamiento matemático efectivo, evidenciado en la capacidad de comprender los procesos que se realizaron y su finalidad.

El 90% utilizaron una terminología correcta, y el 72% muestran conceptos matemáticos claros, producto de la comprensión que tuvieron del proceso de construcción de los instrumentos y la necesidad de utilizar este conocimiento para llegar al objetivo del proyecto.

Aunque el 63% comprende los conceptos de proporcionalidad, un 37% se aproximan o están debajo del estándar. Esto se evidenció principalmente al realizar las preguntas y ver que aunque los estudiantes comprendían que las longitudes de los tubos y las frecuencias variaban, se les dificultaba definir como era esa relación.

En cuanto al uso de números racionales en partituras, se ve que más de la mitad de los grupos se aproximan al estándar, debido muy seguramente a que no fue un reto para ellos la partitura en su presentación. Era una canción que todos conocían y no tuvo incidencia el valor de las figuras para saber cómo debía sonar. En algunos grupos se lanzó directamente la pregunta del nombre y valor de las figuras y se evidenció que recordaban el nombre pero se les dificultaba definir el valor racional de cada una de ellas.

A diferencia de lo anterior, el uso de números racionales en la elaboración de instrumentos se evidenció en un 90%, llegando a muchos avances conceptuales que fluyeron de manera natural en las explicaciones de sus trabajos. Comprendían el manejo de la fracción como operador, la interpretación de los números decimales y algo que no se esperaba fue el hecho de ver como realizaban conversiones de medida entre magnitudes de longitud pasando de metros a centímetros las longitudes de los tubos.

Por otro lado y teniendo en cuenta que el trabajo en grupo fue uno de los factores que marcaron el desarrollo del proyecto, se evidencia que el 90% cumplían el estándar o estaban sobre él. De lo anterior es importante decir que la motivación de culminar con éxito el proyecto, llevó a solucionar muchos inconvenientes que se presentaron entre ellos

aunque para finalizar, se vio como unos trabajaban más que otros o asumían el papel de líder para organizar el trabajo.

La categoría de conclusiones refería a la cantidad de problemas que quedaron sin resolver y se evidencia que casi fue homogéneos sus resultados, esto debido a que el tiempo de elaboración de los instrumentos no fue el óptimo lo que no les permitió hacer pruebas y corregir errores. Una característica de varios grupos que fue positiva, tuvo que ver con el ingenio de sortear dificultades apoyados en lo que ya habían aprendido. Por ejemplo los grupos que consiguieron las notas no por la longitud de las cuerdas sino por la frecuencia que producían demostrando su capacidad de solucionar problemas.

Para concluir se tiene un 81% de los grupos que presentan unos procedimientos sin errores matemáticos o con unos muy sutiles (la mayoría de aproximación de cifras decimales) y en una proporción igual muestra un trabajo de comprobación de resultados y correcciones realizadas.

Esta evaluación deja ver en gran medida los avances que se lograron en cuanto a los objetivos de esta secuencia didáctica y permitió ver muchas más ventajas que trajo el trabajo a la vida académica de los estudiantes.

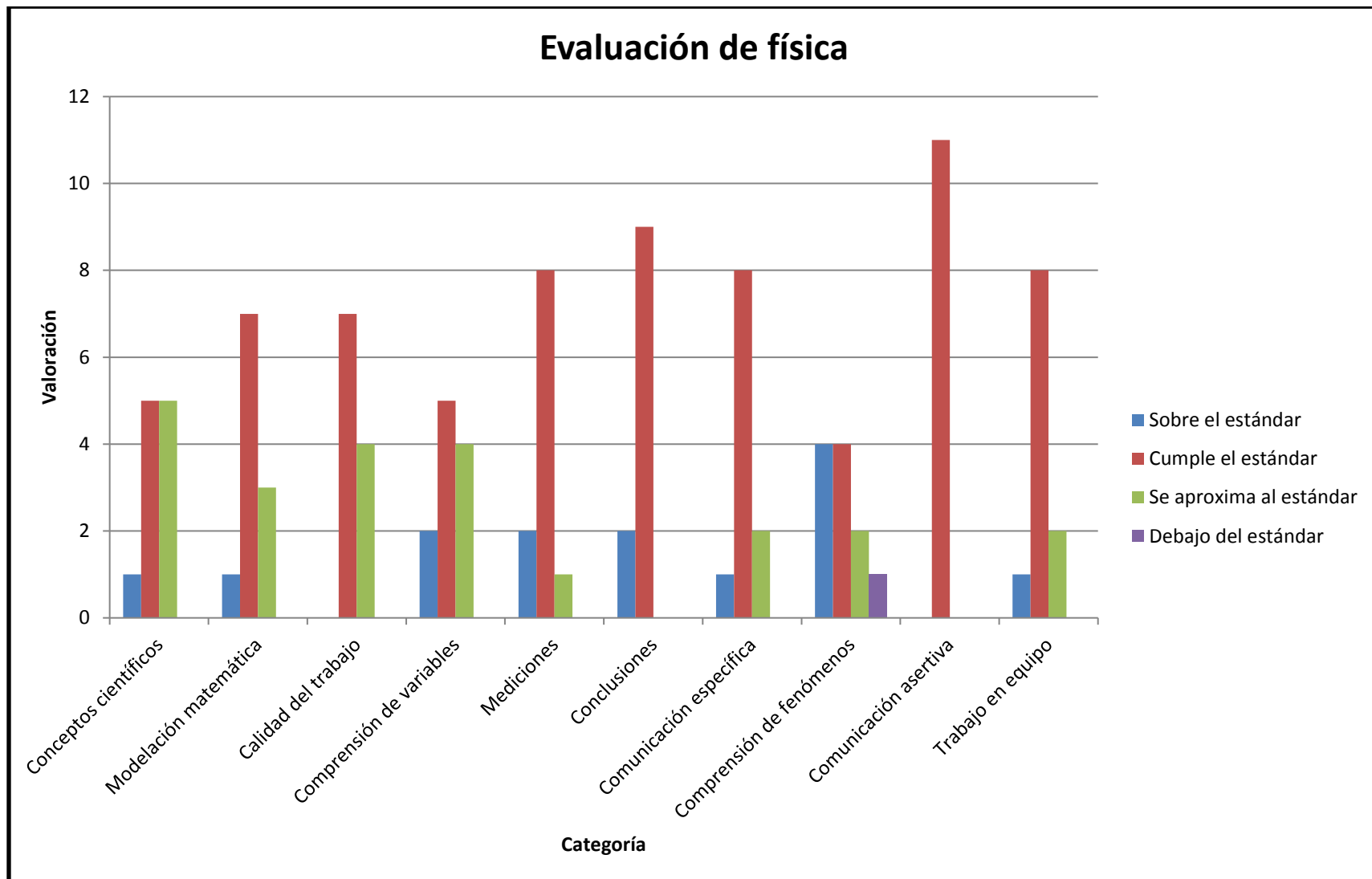


Figura 5-15 Diagrama de respuestas de la rúbrica de física

Análisis del gráfico

En cuanto a la rúbrica diseñada desde los estándares de física se tienen los siguientes resultados:

El 54% cumplen o están sobre el estándar de conceptos científicos y ningún grupo mostró errores conceptuales lo que es muy positivo, teniendo en cuenta que los conceptos físicos abordados nunca los habían trabajado y terminando el proyecto se evidenció una apropiación muy marcada de ellos.

En modelación matemática un 63% cumplió el estándar, lo interesante es que se veía como los estudiantes explicar con fluidez la manera en la que usaron las ecuaciones para hallar los datos que necesitaban. La aplicación de la matemática al proyecto fue la base para conseguir los resultados y la interpretación correcta que hicieron acerca de las variables, resultó muy natural.

La calidad del trabajo tuvo un 63% en el estándar y un 37% aproximándose a él, lo que era de esperar, ya que cuando ellos mismos veían que no resultaban las notas adecuadas, pedían revisión de los cálculos y mejoraban sus estructuras corrigiendo los errores. De igual manera la comprensión de variables fue alta, tanto de las magnitudes que se trabajaron, como de otras variables que afectaron los resultados como la posición de las boquillas, las bombas, la ubicación del nylon y la tensión.

En cuanto a mediciones, es evidente que los estudiantes se familiarizaron con los instrumentos de medición que se les facilitó y las unidades de medida las utilizaron durante su explicación como algo natural y sólo un 9% tuvo dificultades en expresarlas debido a que el nombre no estaba en su discurso natural.

Por otro lado, en las conclusiones se evidencia que el 100% obtiene el nivel esperado en este aspecto. El hecho de que ellos mismos hubiesen elaborado sus instrumentos, después de haber comprendido y realizado los cálculos, les dio herramientas para lograr explicaciones de calidad y comprensión de los errores cometidos, de aquí también se comprende el resultado en comunicación específica, ya que todos los grupos presentaron sus ecuaciones para justificar su trabajo y el 72% explicaron las relaciones existentes entre frecuencia, velocidad del sonido y longitud de onda desde sus conocimientos, cumpliendo con el criterio de comprensión de fenómenos. Esto toma una relación directa con los criterios

de comprensión de conceptos de proporcionalidad y uso de números racionales en la elaboración de instrumentos musicales evaluados desde las matemáticas.

Por último se evaluaron los criterios de comunicación asertiva y trabajo en equipo, que al igual que en matemáticas cobran una importancia clave al momento de trabajar por proyectos y en grupo. Como análisis se ve que el 100% de los grupos consiguieron una comunicación asertiva y solo un 20% no logro trabajar en grupo de la manera que se hubiera esperado, sin embargo, en general los resultados fueron muy positivos.

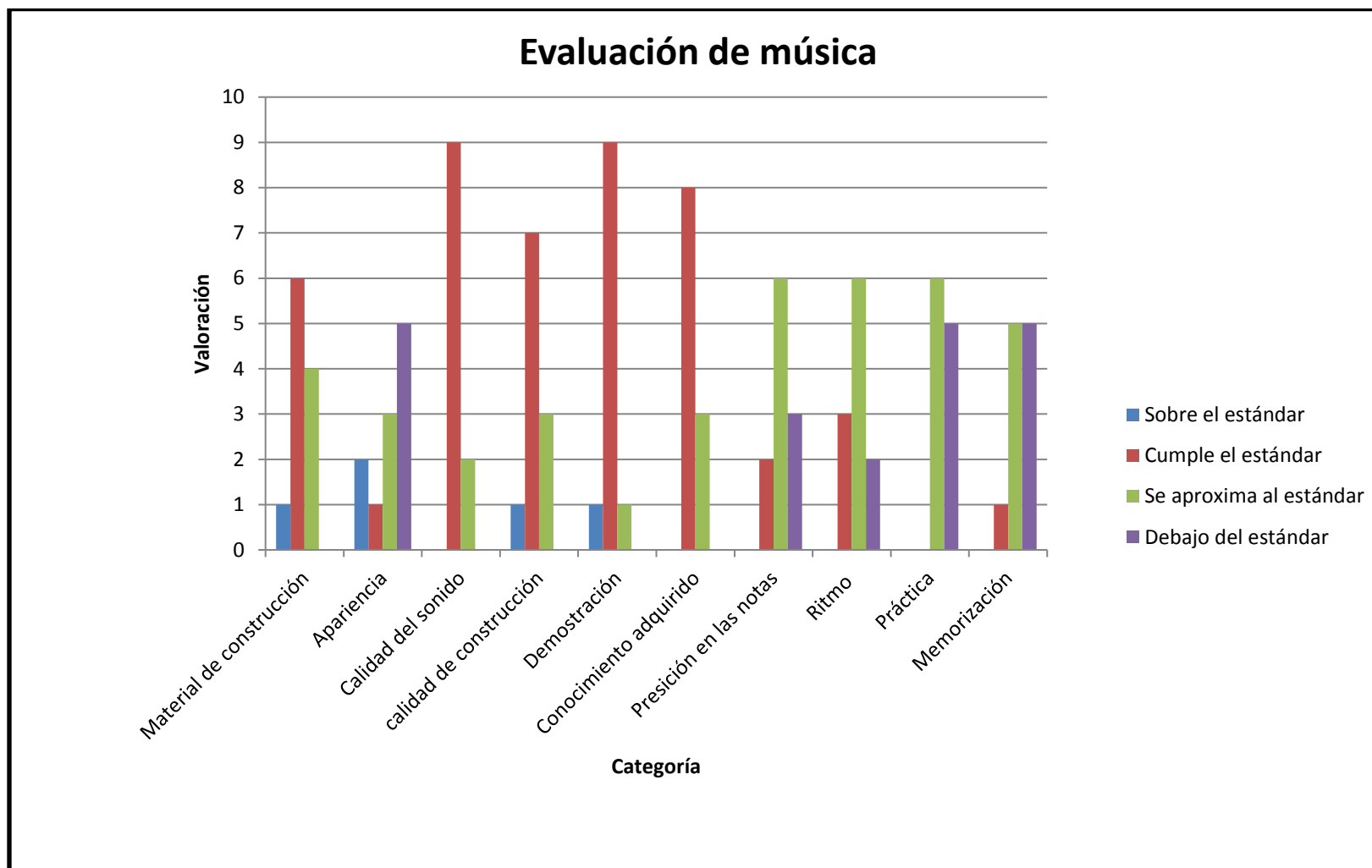


Figura 5-16 Diagrama de respuestas de la rúbrica de música

Análisis del gráfico.

Para concluir con esta evaluación, se encontró bajo los aspectos de las artes y en específico de la música los siguientes resultados:

El material de construcción del 63% de los grupos cumplió con la calidad requerida y un 37% tuvo algún tipo de error al elegir sus insumos.

En cuanto a la apariencia, se ve una gran falencia debido a la falta de estética de los estudiantes en la entrega de sus trabajos, lo que no solo es notorio en esta actividad, sino que se ha visto como una deficiencia general de los grupos en esta institución educativa al momento de entregar cualquier tipo de trabajo escrito o simplemente de llevar sus propios cuadernos. Algunos en una proporción muy baja. El (20%) se esforzaron por entregar sus instrumentos decorados.

En cuanto a la calidad del sonido, los instrumentos reproducían en más de un 80% las notas correctas y los que no lo hicieron se aproximaron bastante a lograrlo. Se notó la capacidad de los estudiantes por solucionar problemas ya que buscaron estrategias que les ayudaron a mejorar sus instrumentos como por ejemplo abrir más grandes los huecos de los tubos o tensar en mayor medida sus instrumentos de cuerda. Esto fue una consecuencia directa de la calidad en la construcción, ya que muchos de ellos decidieron cambiar los materiales con lo que habían comenzado sus trabajos, al darse cuenta de la fragilidad de los mismos. Sin embargo, la mayoría tuvo muchos inconvenientes con las bombas que les ponían a sus boquillas, ya que se rompían con frecuencia y debían cambiarlas regularmente.

Producto de la estrategia de aprendizaje utilizada en este proyecto, se tuvo casi en 90% de los grupos mostrando sus instrumentos y describiendo de manera detallada el proceso de construcción y los conocimientos adquiridos, al igual que se pudo evidenciar en las rúbricas de física y de matemáticas fueron bien fundamentados, lo que les dio la habilidad de contestar las preguntas que se les hicieron y dar razón en este caso de los aspectos musicales de manera correcta. Solamente un 27% no alcanzó completamente este aspecto debido en parte a que en los grupos, el estudiante queda manera natural los lideraba, no hacia completamente partícipe de la parte conceptual o procedimental a sus

compañeros y en algunos casos se le dejó la responsabilidad de los materiales o la mano de obra a estos.

Por último y directamente relacionado con la parte artística, la precisión en las notas, el ritmo, la práctica y la memorización, se ven en un gran porcentaje por debajo el estándar. Esto obedece a varios aspectos. El primero fue el poco tiempo que se pudo dar al montaje de la pieza musical, a la falta de práctica individual y grupal de interpretaciones artísticas y por último al poco tiempo que tuvieron de adaptarse a sus propios instrumentos que en muchos casos presentaban estructuras difíciles de manejar. Sin embargo es de resaltar que un 15% a pesar de todas las dificultades, lograron superarlas y mostrar presentaciones de calidad. Se aclara que se solicitó únicamente interpretar los primeros compases de la canción con el objetivo de ver el funcionamiento de los instrumentos, su afinación y la habilidad adquirida por los estudiantes para leer partituras.

A continuación se muestran los instrumentos presentados por cada grupo:





Figura 5-17 Instrumentos elaborados por los diferentes grupos⁴⁴

⁴⁴ Fotografías tomadas por la autora de la secuencia didáctica



Figura 5-18 Instrumentos de cuerda elaborados por los estudiantes⁴⁵



Figura 5-19 Instrumentos de aire construidos por los estudiantes⁴⁶

⁴⁵ Fotografía tomada por la autora de la secuencia didáctica

⁴⁶ Fotografía tomada por la autora de la secuencia didáctica

Para concluir se dará la relación de la evaluación cuantitativa de cada uno de los grupos evaluados

Tabla 4 Valoraciones cuantitativas del proyecto por grupos

Grupo	Valoración en música	Valoración en física	Valoración en matemáticas	Promedio por grupo
1	3,2	4,2	3,5	3,6
2	3,4	4,1	3,9	3,8
3	4,1	4,0	4,2	4,1
4	2,6	3,6	3,2	3,1
5	4,0	4,6	4,1	4,2
6	2,8	3,9	3,5	3,4
7	3,5	4,1	4,1	3,9
8	2,8	3,2	2,6	2,8
9	3,6	4,2	4,0	3,9
10	3,5	3,8	3,9	3,7
11	3,1	3,6	3,6	3,4
Promedio por materia	3,3	3,9	3,6	

El sistema de evaluación de la institución define la siguiente escala de valoración:

“**PARAGRAFO 1:** La I.E.D. Domingo Savio expresa su escala de valoración cualitativa y cuantitativamente acorde con la siguiente escala:

DESEMPEÑO SUPERIOR: 4.6 A 5.0

DESEMPEÑO ALTO: 4.0 A 4.5

DESEMPEÑO BASICO: 3.5 a 3.9

DESEMPEÑO BAJO: 1.0 a 3.4” (P.E.I. Domingo Savio, 2017)

Con base en lo anterior se puede concluir que un grupo (9%) no cumpliría con el desempeño básico de este trabajo. El 64% se ubica en desempeño básico, es decir que cumplen con los requisitos básicos del proyecto y el 37% se ubican en desempeño alto, o que quiere decir que cumplen con un mayor nivel los objetivos propuestos.

Haciendo una lectura vertical se verifica que el desempeño en las tres asignaturas es básico, lo que lleva a pensar que aún se podría mejorar la estrategia para lograr mejores resultados cuantitativos.

Conclusiones

Una vez concluida la secuencia diseñada para reforzar conceptos de proporcionalidad y uso de números racionales en estudiantes de grado octavo teniendo en cuenta las falencias y oportunidades que el contexto de la Institución educativa departamental Domingo Savio ofrecía, se puede concluir lo siguiente:

Los proyectos que involucran a varios actores del proceso académico resultan mucho más enriquecedores que los que se trabajan de forma individual.

Utilizar otras áreas del conocimiento como medio para reforzar la aplicación de cualquier contexto matemático, es mucho más eficiente que desarrollarlo como una asignatura aislada e inconexa.

Las artes y en especial la música, ofrecen una amplia gama de posibilidades a las demás disciplinas del conocimiento, para abordar desde una perspectiva diferente sus propios conceptos.

La secuencia didáctica desarrollada no solamente fue atractiva para los estudiantes sino que se irradió a gran parte de la comunidad educativa, que de una u otra manera terminaron haciendo parte de este proceso y mostrando como lo fue el caso de varios docentes de otras asignaturas (sociales y español entre otros) su afinidad con las artes y sus habilidades artísticas, motivando a los estudiantes a culminar el proyecto.

La evaluación es un proceso permanente y las valoraciones cuantitativas no dejan ver la complejidad de los procesos estandarizando los resultados. De ahí la importancia de hacer una evaluación diseñada de manera cualitativa y cuantitativa, que de razón de las competencias y habilidades que se van desarrollando.

El método de aprendizaje por proyectos es una estrategia muy enriquecedora tanto para el aprendizaje de los estudiantes, como para el de los maestros, ya que vuelven al ejercicio de aprendizaje una actividad continua y colectiva. Todos terminan aportando cosas importantes para la culminación exitosa del proyecto.

Desarrollar este tipo de proyectos es un trabajo denso y de mucho cuidado, sin embargo, los resultados percibidos son totalmente satisfactorios y les ayuda a los estudiantes a desarrollar competencias que no podrían desarrollar en una clase tradicional. Lograr esto, es resultado de escoger cuidadosamente los pasos, herramientas, y principalmente el producto final, ya que debe ser de total interés para los estudiantes y necesariamente debe cumplir un objetivo establecido, volviendo realmente la actividad académica un proceso de aprendizaje significativo.

Por último, se puede afirmar que la secuencia didáctica cumplió en un alto porcentaje sus objetivos. Los conceptos de números racionales, proporcionalidad y sus aplicaciones, fueron abordados en las diferentes actividades, resultando satisfactorio ver que las falencias que se detectaron en la prueba diagnóstica, se solucionaron de manera natural después del trabajo realizado.

Bibliografía

- Acevedo, G. (2003). *Estándares básicos en matemáticas*. Bogotá: MAGISTERIO.
- Agudelo, C. y. (2003). *Estándares básicos en ciencias sociales y naturales*. Bogotá: MAGISTERIO.
- Agudelo, M. (2017). *Magisterio.com.co*. Recuperado el 19 de 11 de 2018, de <https://www.magisterio.com.co/articulo/el-aprendizaje-basado-en-proyectos>
- Alvarez, J. A. (s.f.). *Sonic Plug*. Recuperado el 11 de 11 de 2018, de <http://www.futuremusic-es.com/que-son-los-armonicos-tono-timbre-manipulaciones/>
- Apostol, T. M. (2001). *Calculus Vol.1*. En T. M. Apostol. Barcelona. España: Reverté.
- Arrese, J. L. (s.f.). *Instrumentos musicales*. Obtenido de <https://sites.google.com/site/lauramaynorproyecto/3>
- Auca. *Projects Educatius*. (2005). Recuperado el 14 de 05 de 2018, de <https://www.auca.es/la-importancia-de-la-educacion-artistica-en-la-escuela/>
- Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Recuperado el 1 de 06 de 2018, de http://mc142.uib.es:8080/rid=1PNRKBXQH-ZPXP9T-1XB/Aprendizaje_significativo.pdf
- Ausubel, D. P. (2005). *Teoría del aprendizaje significativo*. Recuperado el 21 de 10 de 2016, de http://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/38902537/Aprendizaje_significativo.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAJ56TQJRTWSMTNPEA&Expires=1477063843&Signature=uWs5hb4VySI7Wm5KolOnimNniDM%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DTEORIA_DEL_APRENDIZJE
- Bautista, B. M. (2007). La matemática en la historia. Las fracciones. En B. M. BAUTISTA, *Nuevas Matemáticas* (págs. 52,53). Bogotá: Santillana.

- Bautista, B. M. (2007). La matemática en la historia. Las fracciones. En B. M. BAUTISTA, *Nuevas Matemáticas* (págs. 52,53). Bogotá: Santillana.
- Bejarano, G. M. (2015). *reunir.unir.net*. Recuperado el 10 de 11 de 2018, de https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2870/Maria_Bejarano_Garcia.pdf?sequence=1
- Briales, M. E. (2001). Actas del Encuentro de Matemáticos Andaluces. *Encuentro de Matemáticos Andaluces* (págs. 453-454). Sevilla: Pinelo Talleres Gráficos S.L.
- Bula, E. G. (1997). *Serie Lineamientos Curriculares Educación Artística*. Recuperado el 13 de 05 de 2018, de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-339975_recurso_4.pdf&ved=2ahUKEwjHsJqws0PbAhUjrIkKHQ5OA34QFjADeqQIBRAB&usq=AOvVaw1ZxUYMTCxLZU3QwetXWdcz
- Calvo, M. A. (1999). *Acústica físico musical*. Recuperado el 01 de 06 de 2018, de Fundamentos organológicos, teóricos y acústicos del instrumento.: <https://miguelmorateorganologia.wordpress.com/nociones-basicas-de-acustica-musical/>
- Camino, R. M. (2016). *Clase de mpusica 2.0*. Recuperado el 1 de 06 de 2018, de <https://www.mariajesusmusica.com/inicio/ondas-sonoras-representacion-grafica-del-sonido>
- Cantillo, A. (s.f.). *Calameo*. Recuperado el 1 de 11 de 2018, de <https://es.calameo.com/books/00104611185d102322d9a>
- Carrillo, C. (2016). *European music portafolio- maths: sounding ways into tehe mathematics*. Obtenido de http://maths.emportfolio.eu/images/flyer/Spanish_for_WEB.pdf
- Coronado, M. N. (1997). Competencias claves en el desarrollo cognitivo a partir de la educación artística. *Serie lineamientos curriculares en educación artística*. Huila, Neiva, Colombia.
- Creando partituras*. (2014). Recuperado el 16 de 11 de 2018, de <http://www.creandopartituras.com/conceptos-de-tono-y-semitono/>
- Cuerdas y Tubos sonoros*. (2014). Recuperado el 31 de 05 de 2018, de <http://cuerdasytubossonoros.blogspot.com/>
- Despertar musical*. (2016). Recuperado el 16 de 11 de 2018, de <https://despertarmusical.blogspot.com/2014/12/octava-nota.html>
- Dinero, r. (2017). *Dinero*. Recuperado el 17 de 06 de 2018, de <https://www.dinero.com/edicion-impres/a/caratula/articulo/mejores-colegios-de-colombia-segun-prueba-saber-11-en-2017/253328>


-
- Escalonilla, M. C. (s.f.). *Bases de la fisicoquímica farmacéutica*. Recuperado el 06 de 12 de 2018, de <https://basesfqfarmaceutica.wordpress.com/conceptos-basicos/magnitudes-y-unidades/>
- Fernández, J. L. (s.f.). *FísicaLab: Ondas Estacionarias*. Obtenido de <https://www.fisicalab.com/apartado/ondas-estacionarias#concepto>
- Godino, J. (2007). *El sentido numérico como articulación flexible de los significados parciales de los números*. Recuperado el 31 de 05 de 2018, de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/sentido_numerico.pdf
- Guevara, S. J. (2010). *Teoría de la Música*. Recuperado el 11 de 11 de 2018, de https://www.teoria.com/articulos/guevara-sanin/guevara_sanin-teoria_de_la_musica.pdf
- Guillemtur. (2017). *Física y Biología*. Recuperado el 07 de 12 de 2018, de <https://revalidasiesifach.wordpress.com/2017/01/31/ondas-sonoras/>
- Gutierrez, C. R. (2011). La interdisciplinariedad de la música en la etapa de la educación primaria. *Espacio Tiempo. Revista de ciencias humanas*, 151-161.
- Gutierrez, I. (2002). *Modelos educativos pragmáticos en la historia de la educación*. Obtenido de <http://arbor.revistas.csic.es/index.php/arbor/article/viewFile/1105/1112%20ISSN0210-1963>
- La proporción Aurea*. . (s.f.). Recuperado el 6 de 12 de 2018, de Phi y la música: escalas y fibinacci: www.proporcionaurea.com
- La proporción Aurea*. (s.f.). Recuperado el 6 de 12 de 2018, de Phi y la música: escalas y fibinacci: <https://www.proporcionaurea.com/disenio/musica-sus-escalas-y-fibonacci/>
- La Tabla Armónica*. (2015). Recuperado el 6 de 12 de 2018, de <https://www.google.com.co/amp/s/latablarmonica.wordpress.com>
- Laterapiadelarte.com. (2018). *La Terapia del arte: Revista de creatividad y salud*. Recuperado el 10 de 11 de 2018, de <http://laterapiadelarte.com/consejo-editorial/>
- Llisterri, J. (2018). *Las Características Acústicas de los Sonidos del Habla*. Recuperado el 6 de 12 de 2018, de http://liceu.uab.es/~joaquim/phonetics/fon_anal_acus/fon_acust.html
- Martin, B. T. (2014). *Movimiento ondulatorio*. Recuperado el 07 de 12 de 2018, de <http://www2.montes.upm.es/dptos/digfa/cfisica/ondas/armonicas.html>

- Martinez, R. M. (s.f.). *Fisicanet2bach*. Recuperado el 1 de 06 de 2018, de <https://fisicanet2bach.es.tl/Ondas-estacionarias.htm>
- Mejía Reales, J. M. (2016). *Estrategia didáctica para el estudio de la frecuencia de las ondas sonoras emitidas por un instrumento típico de la música vallenata: La Guacharaca*. Bogotá.
- MEN. (2000). Materiales sonoros y aspectos musicales. En *Serie lineamientos curriculares educación artística* (págs. 65-68). Bogotá: magisterio.
- MEN. (2016). *Colombia aprende, siempre día E*. Recuperado el 1 de 09 de 2018, de https://diae.mineducacion.gov.co/siempre_diae/documentos/2016/105001002348.pdf
- Murphy, J. T. (1989). Física: Una ciencia para todos. En P. H. Murphy James. Zitzewits, *Física: Una ciencia para todos*. (págs. 251-255). Columbus, Ohio: Merrill Publishing Company.
- Ortiz, O. A. (2013). *Modelos pedagógicos y teorías del aprendizaje*. Recuperado el 19 de 11 de 2018, de <https://www.researchgate.net/publication/315835198>
- Osorio, T. M. (2017). *Historia de la teoría de las ondas*. Recuperado el 06 de 12 de 2018, de <http://fisicacimeista.blogspot.com/2015/03/granparte-del-conocimiento-actual-del.html>
- P.E.I. Domingo Savio. (2017). Guasca, Cundinamarca, Colombia.
- Pérez, P. J. (2013). *Definición de*. Recuperado el 15 de 11 de 2018, de <https://definición.de/proporción-aurea/>
- Planeta musik*. (2017). Recuperado el 16 de 11 de 2018, de <https://planetamusik.com/blog/escala-musical/>
- Platón. (1974). La República. En Platon, *La República* (pág. 340). Harmondsworth: Penguin.
- Psicología y mente*. (2005). Recuperado el 14 de 05 de 2018, de LA TEORIA DE LAS INELIGENCIAS MULTIPLES DE GARDNER: <https://psicologiymente.net/inteligencia/teoria-inteligencias-multiples-gardner>
- Reginald, S. B. (1987). *The New Music*, Oxford University Press. Recuperado el 31 de 05 de 2018, de Musica y Matemáticas: https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%BAsica_y_matem%C3%A1ticas
- Rojas, H. C. (2012). Funciones lineales. En H. C. Rojas, *Función lineal, cuadrática y volúmenes. Guía para docentes* (págs. 26-27). Medellín: Textos Académicos.
- Romero, O. L. (2008). Nueva Física 11. En O. Romero. Bogotá: Santillana.

-
- Ruiz, C. A. (2013). *La fracción como relación parte todo y como cociente. Propuesta didáctica para el colegio los Alpes IED*. Bogotá.
- Salden, W. (1907). *The history of music*. New York: G. Schirmer.
- Salgado, O. (2016). *Proporciones mágicas matemáticas*. Recuperado el 6 de 12 de 2018, de <https://proporcionesmate.blogspot.com/2016/06/historia-de-la-proporcionalidad.html>
- Semana. (2016). *Semana: estos son los mejores países según PISA*. Obtenido de <https://www.semana.com/on-line/articulo/resultados-pisa/508331>
- Serway, R. (2009). *Fundamentos de Física*. México: CENGAGE Learning.
- Serway, R. A. (2008). Física para ciencias e ingeniería, volumen I séptima edición. En R. A. Serway, *Física para ciencias e ingeniería, volumen I séptima edición* (págs. 474-480). México: Cengage, Learning.
- Serway, R. A. (2009). Física para ciencias e ingeniería. Volumen 1. Séptima edición. México: Cengage. Learning.
- Socialmusik. (2016). *Escalas musicales: Orígenes y tipos*. Recuperado el 2018 de 6 de 1, de SOCIALMUSIK: <http://socialmusik.es/escalas-musicales-origenes-tipos/>
- Socialmusik. (2016). *Escalas musicales: Orígenes y tipos*. Recuperado el 2018 de 6 de 1, de SOCIALMUSIK: https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%BAsica_y_matem%C3%A1ticas
- Studylib. (s.f.). Obtenido de <https://studylib.es/doc/616953/ondas-sonoras-arm%C3%B3nicas-energ%C3%ADa-e-intensidad>
- Tomasini, M. C. (s.f.). *C & T Universidad de Palermo*. Recuperado el 10 de 10 de 2018, de Fundamento matemático de la escala musical y sus raíces pitagóricas: <https://www.palermo.edu/ingenieria/downloads/CyT6/6CyT%2003.pdf>
- Villanueva, V. Y. (2015). *Repositori Universitat Jaume I*. Recuperado el 10 de 11 de 2018, de <http://hdl.handle.net/10234/129128>
- Wikipedia.org. (2018). *Escala musical*. Recuperado el 31 de 05 de 2018, de https://es.wikipedia.org/wiki/Escala_musical

Anexos

Anexo A: Prueba diagnóstica

	I.E.D. DOMINGO SAVIO		
	PROYECTO TRASVERSALIZACIÓN MATEMÁTICAS, MÚSICA Y FÍSICA		TRIMESTRE: III
	Actividad 1: EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA		
	NOMBRE:	CURSO:	FECHA:

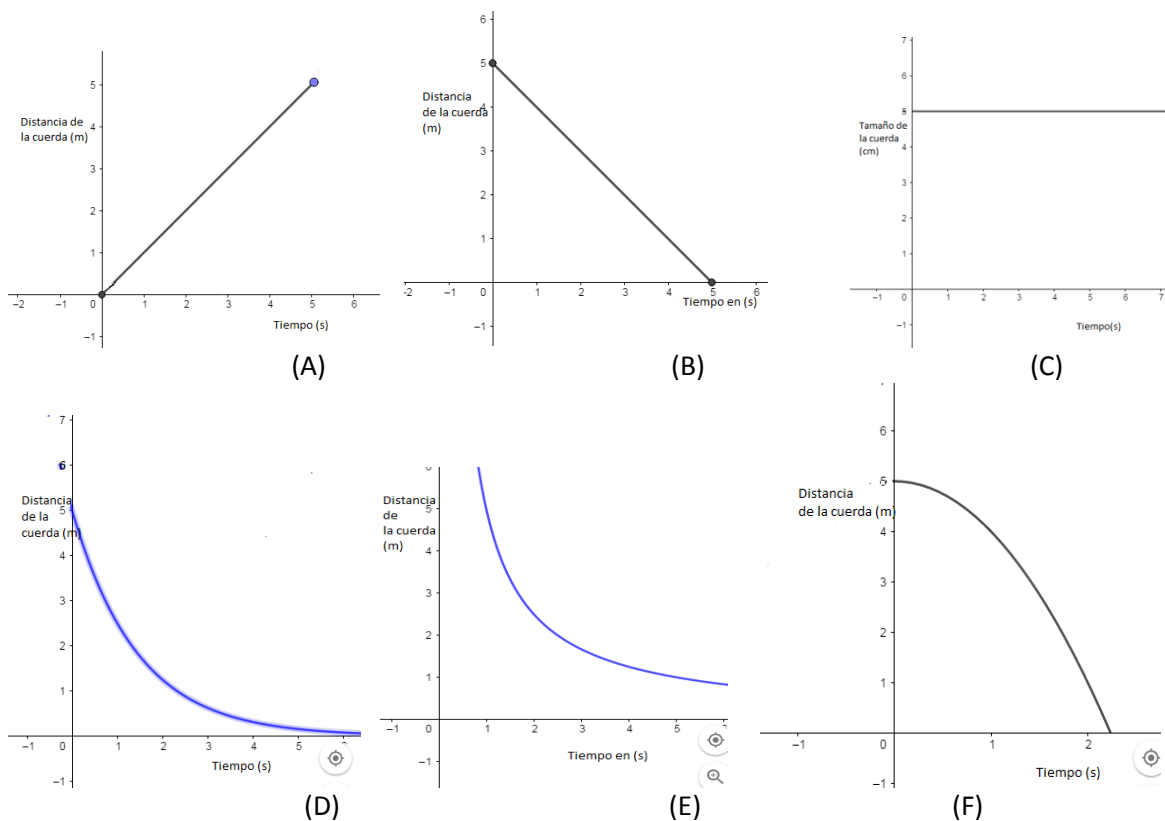
La siguiente evaluación deberá realizarla de manera individual. Debe tener pita, tijeras, pegante y esfero

1. Con la pita, las tijeras y el colbón realice la siguiente actividad de manera secuencial y responda las preguntas que se realizan posterior a ellas:
 - a. Corte un trozo de la pita con longitud mayor a la mitad de la hoja y menor al ancho de la hoja y péguela estirada a partir de la marca.
[
 - b. Corte de nuevo una pita igual a $\frac{1}{2}$ de la anterior y péguela a partir de la marca.
[
 - c. Corte un trozo de pita igual a $\frac{2}{3}$ de la anterior y péguela a partir de la marca.
[
 - d. Corte $\frac{2}{4}$ de la cuerda inicial y péguela, a partir de la marca.
[
 - e. Corte una cuerda igual a $\frac{4}{3}$ de la anterior y péguela debajo.
[




Con base en los cortes anteriores, escriba la relación de equivalencia $<$, $>$ ó $=$ según corresponda




a ___ b b ___ c c ___ d d ___ e b ___ d
c ___ e a ___ e

2. Si supone que la cuerda original mide 5 cm y se va dividiendo a la mitad cada segundo, cuál de las siguientes gráficas representaría esa situación



3. Relacione el concepto de la columna de la izquierda con el gráfico o símbolo de la columna de la derecha que mejor los represente.

<p>A. Notas musicales</p>	 <p>()</p>																																																
<p>B. Claves musicales</p>	<table border="1" data-bbox="748 604 1243 1178"> <tr> <td>Mayor</td> <td>Doble Harmónica</td> </tr> <tr> <td>Menor</td> <td>Española de 8 tonos</td> </tr> <tr> <td>Menor Harmónica</td> <td>Enigmatica</td> </tr> <tr> <td>Menor Melódica</td> <td>Tono entero</td> </tr> <tr> <td>Mayor Pentatonica</td> <td>Lidica Aumentada</td> </tr> <tr> <td>Menor Pentatonica</td> <td>Mayor Napolitana</td> </tr> <tr> <td>Pentatonica de Blues</td> <td>Menor Napolitana</td> </tr> <tr> <td>Pentatonica Neutral</td> <td>Pelog</td> </tr> <tr> <td>Jónica</td> <td>Prometeo</td> </tr> <tr> <td>Aeolica</td> <td>Prometeo Napolitana</td> </tr> <tr> <td>Dorica</td> <td>Simetrica de 6 tonos</td> </tr> <tr> <td>Mixolidia</td> <td>Super Locria</td> </tr> <tr> <td>Frigia</td> <td>Lidica Menor</td> </tr> <tr> <td>Lidica</td> <td>Lidica Dimisminuida</td> </tr> <tr> <td>Locria</td> <td>Escala de 9 tonos</td> </tr> <tr> <td>Media Dism</td> <td>Disminuida Auxiliar</td> </tr> <tr> <td>Completa Dism</td> <td>Aumentada Auxiliar</td> </tr> <tr> <td>Entera</td> <td>Disminuida Auxiliar de Blues</td> </tr> <tr> <td>Aumentada</td> <td>Mayor Locria</td> </tr> <tr> <td>Cromatica</td> <td>Sobre Tono</td> </tr> <tr> <td>Menor Rumana</td> <td>Tono Entero Disminuida</td> </tr> <tr> <td>Gitana</td> <td>Menor Pura</td> </tr> <tr> <td>Blues</td> <td>Dominante de 7ma</td> </tr> <tr> <td>Diatonica</td> <td></td> </tr> </table> <p>()</p>	Mayor	Doble Harmónica	Menor	Española de 8 tonos	Menor Harmónica	Enigmatica	Menor Melódica	Tono entero	Mayor Pentatonica	Lidica Aumentada	Menor Pentatonica	Mayor Napolitana	Pentatonica de Blues	Menor Napolitana	Pentatonica Neutral	Pelog	Jónica	Prometeo	Aeolica	Prometeo Napolitana	Dorica	Simetrica de 6 tonos	Mixolidia	Super Locria	Frigia	Lidica Menor	Lidica	Lidica Dimisminuida	Locria	Escala de 9 tonos	Media Dism	Disminuida Auxiliar	Completa Dism	Aumentada Auxiliar	Entera	Disminuida Auxiliar de Blues	Aumentada	Mayor Locria	Cromatica	Sobre Tono	Menor Rumana	Tono Entero Disminuida	Gitana	Menor Pura	Blues	Dominante de 7ma	Diatonica	
Mayor	Doble Harmónica																																																
Menor	Española de 8 tonos																																																
Menor Harmónica	Enigmatica																																																
Menor Melódica	Tono entero																																																
Mayor Pentatonica	Lidica Aumentada																																																
Menor Pentatonica	Mayor Napolitana																																																
Pentatonica de Blues	Menor Napolitana																																																
Pentatonica Neutral	Pelog																																																
Jónica	Prometeo																																																
Aeolica	Prometeo Napolitana																																																
Dorica	Simetrica de 6 tonos																																																
Mixolidia	Super Locria																																																
Frigia	Lidica Menor																																																
Lidica	Lidica Dimisminuida																																																
Locria	Escala de 9 tonos																																																
Media Dism	Disminuida Auxiliar																																																
Completa Dism	Aumentada Auxiliar																																																
Entera	Disminuida Auxiliar de Blues																																																
Aumentada	Mayor Locria																																																
Cromatica	Sobre Tono																																																
Menor Rumana	Tono Entero Disminuida																																																
Gitana	Menor Pura																																																
Blues	Dominante de 7ma																																																
Diatonica																																																	
<p>C. Escalas musicales</p>	 <p>()</p>																																																
<p>D. Figuras musicales</p>	 <p>()</p>																																																

E. Instrumentos aerófonos	 ()
F. Instrumentos cordófonos	 ()
G. Instrumentos membranófonos	 ()

4. De los siguientes instrumentos, tocando la misma nota, ¿Cuál genera sonidos más agudos?

- a. Violín B. Flauta c. Pandereta d. Oboe
- e. Todos son iguales

5. Si se tienen diferentes cuerdas de la misma longitud, que característica define su densidad:

- a. Su masa b. Su humedad c. Su grosor d. Su elasticidad

b. Defina los siguientes conceptos físicos

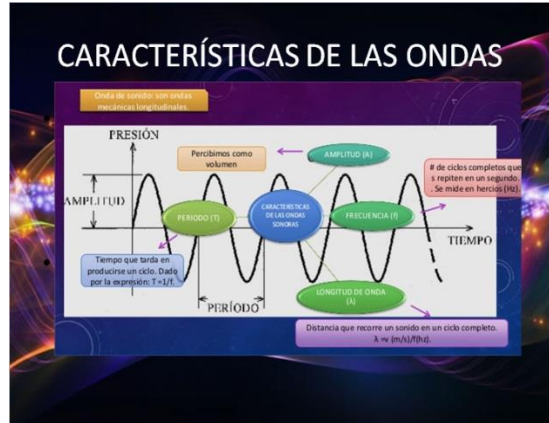
a. Onda: _____

b. Frecuencia: _____

c. Periodo: _____

Anexo B: Presentación en power point “Las cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas”





DATOS DE INTERES

Frecuencia (Hercios)

20	100	400	1.000	3.000	6.000	20.000
----	-----	-----	-------	-------	-------	--------

CONVERSACION NORMAL VOZ HUMANA

Nivel de intensidad del sonido (dB)

140 dB	Umbral del dolor
120 dB	Motores de aviones
100 dB	Motores de avión en taxi
110 dB	Concierto
90 dB	Perforadora eléctrica
80 dB	Traffic
70 dB	Tren
60 dB	Aspiradora
50 dB	Administración de correo
40 dB	Conversación
20 dB	Biblioteca
10 dB	Ruido del campo
0 dB	Umbral de la audición


VELOCIDAD DEL SONIDO (m/s)

ESTADO	MEDIO	VELOCIDAD DEL SONIDO (m/s)
Gaseoso	Aire (20°C)	340
	Helio (20°C)	1.000
	Oxígeno (20°C)	337
	Hielo (20°C)	877
	Agua (20°C)	1.483
Líquido	Agua de mar (20°C)	1.533
	Aluminio	5.100
	Cobre	3.500
	Hierro	5.130
Sólido	Hielo	1.302
	Caucho	44
	Vacío	0

[http://www.cochiles.org/es/sonido/campo-auditivo-humano](https://www.cochiles.org/es/sonido/campo-auditivo-humano)

Figura 0-1 Diapositivas actividad 1

Anexo C: Taller “Cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas”

	I.E.D. DOMINGO SAVIO			
	PROYECTO TRASVERSALIZACIÓN MATEMÁTICAS, MÚSICA Y FÍSICA		TRIMESTRE: III	
	Actividad 2: Cualidades del sonido y su relación con las características de las ondas		CURSO:	FECHA
	Estudiantes:			

La siguiente actividad deben desarrollarla en grupos. Recuerden llevar registro fotográfico de cada actividad

1. Con una flauta y otros instrumentos de percusión deben llenar las siguientes tablas después de producir diferentes sonidos.

Instrumento	Frecuencia (Hz)	Intensidad(db)

2. Cada grupo debe producir diferentes datos con el mismo instrumento para completar las siguientes tablas

Dato	frecuencia
1	
2	
3	

Dato	intensidad
1	
2	
3	

Dato	timbre
1	
2	
3	

3. Contesten las siguientes preguntas
 - ¿Cómo obtuvieron las diferentes frecuencias?
 - ¿cómo obtuvieron las diferentes intensidades?
 - ¿Cómo obtuvieron los diferentes timbres?

Anexo D: Diapositivas “Escalas musicales”



ESCALAS MUSICALES

- “Secuencia de notas o sonidos musicales que reciben el nombre de tonos o notas musicales. Se ordenan según su altura, es decir que cada nota tiene un sonido mas agudo que el anterior si esta ascendiendo y si desciende cada nota tiene un sonido mas grave.
- Las escalas toman su nombre dependiendo del número de sonidos que usan: pentatónica, hexatónica, diatónica, dodecafónicas o cromáticas”

* Tomado de <https://planetamusik.com/blog/escalas-musicales-14-escalas-naturales-heptatonicas-y-diatonicas>

CLASES DE ESCALAS MUSICALES

ESCALA NATURAL (HEPTATÓNICA O DIATÓNICA)

- Está conformada por siete notas

← CIFRADO AMERICANO

DO	C
RE	D
MI	E
FA	F
SOL	G
LA	A
SI	B

ESCALA PENTATÓNICA

Esta es compuesta por cinco tonos. Existen de dos tipos
 Pentatónica mayor: se ejecuta omitiendo la cuarta y séptima nota
 Ejemplo: pentatónica de do: do re mi sol la
 Pentatónica menor: se ejecuta omitiendo el segundo y sexto tono.
 Ejemplo: pentatónica menor de do: do mi fa sol si

C mayor

C	D	E	F	G	A	B
---	---	---	---	---	---	---

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

C	D	E	G	A
---	---	---	---	---

Penta de C

A menor

A	B	C	D	E	F	G
---	---	---	---	---	---	---

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

A	C	D	E	G
---	---	---	---	---

Penta de Am7

ESCALA CROMÁTICA

Esta escala también es conocida como **dodecafónica** y consiste en **doce sonidos**. Solamente utiliza tonos y semitonos, sus intervalos son iguales y utilizando sostenidos y bemoles se separan las notas. En esta **escala musical** se distinguen dos tipos de escalas: la **forma tonal** y la **forma libre**.

NOTAS EN GUITARRA

Acordes Mayores


DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI
DO# = REb	RE# = MIb	FA# = SOLb	SOL# = LAb	LA# = SIb		

acordesdcanciones.blogspot.com



Figura 0-2 Diapositivas actividad 2

Anexo E: Taller “Presentación de las notas y escalas musicales”

	I.E.D. DOMINGO SAVIO	
	PROYECTO TRASVERSALIZACIÓN MATEMÁTICAS, MÚSICA Y FÍSICA	TRIMESTRE: III
	Actividad 3: Presentación de las notas y escalas musicales	
Estudiantes:	CUR SO:	FECHA :

1. Cada grupo con dos tabletas por grupo y algunos instrumentos deben diligenciar las siguientes tablas.

Escala: Pentatónica mayor

Instrumento: Flauta

NOTA	FRECUENCIA
DO	
RE	
MI	
SOL	
LA	
DO	

Escala: Pentatónica menor

Instrumento: organeta

NOTA	FRECUENCIA
LA	
DO	
RE	
MI	
SOL	
LA	

Escala: HEPTATONICA O DATONICA

Instrumento: Flauta, organeta y guitarra

NOTA	FRECUENCIA
DO	
RE	
MI	
FA	
SOL	
LA	
SI	
DO	

Escala DODECAFONICA O CROMATICA

Instrumento: organeta, guitarra

NOTA	FRECUENCIA
DO	
DO#	
RE	
RE#	
MI	
FA	
FA#	
SOL	
SOL#	
LA	
LA#	
SI	
DO	

2. Realice para cada caso la tabla y la gráfica de las frecuencias según la nota que se interpreta con ayuda de la aplicación.
3. Reproduzcan tres de las siguientes escalas y realicen las tablas y gráficas.

ESCALA	INTERVALO													
	1	b2	2	b3	3	4	b5	5	#5	6	b7	7	8	
Árabe	■	■			■	■		■	■			■	■	
Armónico menor	■		■	■		■		■	■			■	■	
Aumentada	■		■		■		■		■		■		■	
Bebop dominante	■		■		■	■		■		■	■	■	■	
Bebop mayor	■		■		■	■		■	■	■		■	■	
Blues	■				■		■	■	■		■	■	■	
Disminuída	■		■	■		■	■		■	■		■	■	
Dórico (Jazz)	■		■	■		■		■		■	■	■	■	
Enigmática	■	■			■		■		■		■	■	■	
Mayor	■		■		■	■		■		■		■	■	
Menor	■		■	■		■		■	■		■		■	
Frigio	■	■		■		■		■	■		■		■	
Japonesa	■	■			■		■		■		■		■	
Lidio	■		■		■		■	■	■		■	■	■	
Locrio (japonesa e hindú)	■	■		■		■	■		■		■		■	
Magiar (Húngara menor)	■		■	■			■	■	■			■	■	
Melódica menor	■		■	■		■		■		■		■	■	
Mixolidio (jazz y blues)	■		■		■	■		■		■	■	■	■	
Napolitana	■	■		■		■		■		■		■	■	
Napolitana menor	■	■		■		■		■	■			■	■	
Pentafónica (blues y rock)	■		■		■			■		■		■	■	
Pentatónica mayor	■		■		■			■		■		■	■	
Pentatónica menor	■			■		■		■				■	■	
Whole (tono completo)	■		■		■		■		■		■		■	


Preguntas:

¿Qué regularidad encuentra entre las diferentes frecuencias a medida que aumenta la nota musical?

¿La gráfica obtenida con las diferentes escalas tiene forma lineal o curva?

¿Las gráficas realizadas tienen la misma forma?

Anexo F: Taller “Manejo del pentagrama, figuras musicales, claves y solfeo básico”

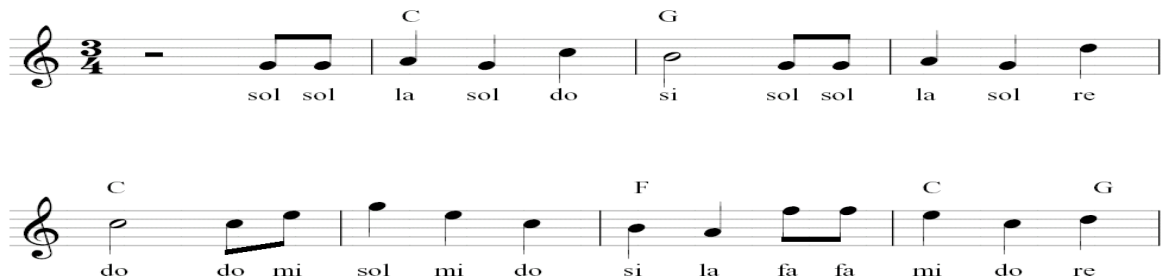
	RACIONALES A PARTIR DE LA MÚSICA Y LA ELABORACIÓN DE INSTRUMENTOS MUSICALES		
	I.E.D. DOMINGO SAVIO		
	PROYECTO TRASVERSALIZACIÓN MATEMÁTICAS, MÚSICA Y FÍSICA		TRIMESTRE: III
	Actividad 4: Taller de manejo del pentagrama, figuras musicales, claves y solfeo básico		
Estudiantes:	CURS	FECHA:	
	O:		

Trabajar los siguientes puntos junto con su grupo de trabajo

1. Diseñar una partitura eligiendo figuras musicales adecuadamente de tal manera que cumplan los siguientes parámetros:
 - a.
 - Pentagrama con compás de 4/4
 - Clave de sol
 - Primer compás: debe tener blancas y corcheas en do, mi, sol
 - Segundo compás fusas y negras en sol y la
 - Tercer compás: negras, corcheas y semicorcheas en “re, mi, fa”
 - Cuarto compás: semifusas, negras, corcheas y silencio en “si, la y Do”
 - b.
 - Pentagrama con compás de 3/4
 - Clave de fa
 - Primer compás: corcheas, blancas y negras en si, la, sol,
 - Segundo compás: negras y corcheas. En do, re, mi
 - Tercer compás: semicorchea y silencio de blanca.
 - Utilizar las posiciones de: sol, si y re
2. Interpretar con la flauta algunas líneas del pentagrama haciendo uso de las notas

Flauta

CUMPLEAÑOS FELIZ



sol sol la sol do si sol sol la sol re

do do mi sol mi do si la fa fa mi do re

Un elefante

1
Un e-le-fan-te se ba-lan-ce-a ba so-bre la te-la de y-na a-ra-a-ña

5
co-mo ve-i - a que no se ca-i a fue-ron a lla-mar a g-tro e-le-fan-an-te

Anexo G : Presentación “Relación de proporcionalidad en las escalas musicales”

RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD EN LAS ESCALAS MUSICALES
Lic. Luisa Fernanda Clavijo J.

$1/\varphi$ φ $1/\varphi^2$

PROPORCIONALIDAD

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

► Dos magnitudes se denominan directamente correlacionadas si, al aumentar una de ellas, la otra también aumenta o, al disminuir una la otra también lo hace y son directamente proporcionales si la razón entre cada una de ellas y el respectivo valor de la otra es igual a una constante.

Nota
Y1
X1
Combinación DIRECTA. Al aumentar x1 aumenta y1.

Constante de proporcionalidad: $k = \frac{y}{x}$

Constante de proporcionalidad: $k = \frac{y}{x}$

RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD

PROPORCIONALIDAD INVERSA

► Dos magnitudes se denominan inversamente correlacionadas cuando al aumentar una de ellas, la otra disminuye y son inversamente proporcionales cuando el producto de cada valor de una magnitud por el respectivo valor de la otra es igual a una constante.

Función de la forma:
 $y = \frac{k}{x}$

Constante de proporcionalidad:
 $k = x \cdot y$

Nota
8
7
6
5
4
3
2
1

Horas
1 2 3 4 5 6 7 8

Correlación INVERSA. Al aumentar xi disminuye yj.

LA OCTAVA MUSICAL

► El sonido producido al pulsar una cuerda depende de la longitud de la cuerda.

► Cuando la cuerda se divide en porciones de cierta longitud se producen los ocho sonidos de la escala musical.

► Para tubos también se verifica que la longitud por la cual circula el aire determina la nota que genera.

Tomado del *Tratado matemático de la escala musical y sus raíces pitagóricas* por Pedro Ceballos Torresano

Diagrama 1

12 20 34 do

re

mi

fa

sol

la

si

do

RELACIÓN ENTRE LA LONGITUD DE LA CUERDA Y LA FRECUENCIA QUE PRODUCE

$\frac{1}{2}L \rightarrow f_{MI} \times 2$

$\frac{2}{3}L \rightarrow f_{MI} \times \frac{3}{2}$

Tomado de *Tratado matemático de la escala musical y sus raíces pitagóricas*

FRECUENCIAS DE LAS NOTAS MUSICALES

► La frecuencia de cada nota musical se relaciona con la longitud de onda sonora por medio de la ecuación:

► $f = \frac{v}{\lambda}$ con f , frecuencia expresada en hertz, v velocidad del sonido en m/s y λ la longitud de la onda en metros.

► Fórmula de Taylor se $f = \frac{k}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ donde f es la frecuencia, k el armónico, L la longitud, T la tensión (o masa por gravedad), μ densidad lineal (masa por unidad de longitud).

Nota musical	Frecuencia en hertz
do	261
re	293
mi	328,8
fa	348,3
sol	391,1
la	438,9
si	492,7
DO	522

TUBOS SONOROS

Tubos abiertos

► $f_0 = \frac{v_s}{2L}$ con f_0 , frecuencia fundamental

► $v_s =$ velocidad del sonido $\approx 345 \text{ m/s}$

► $L =$ longitud del tubo

Tubos cerrados

► $f_0 = \frac{v_s}{4L}$ con f_0 , frecuencia fundamental

► $v_s =$ velocidad del sonido $\approx 345 \text{ m/s}$

► $L =$ longitud del tubo

Abierta Fundamental

Cerrada

TUBO ABIERTO

TUBO CERRADO

AFINACIÓN

► TEMPERAMENTO JUSTO

Afinación pitagórica

Do → Do	1:1	
Do → Do#	256:243	(2 ⁸ : 3 ⁵)
Do → Re	9:8	(3 ² : 2 ³)
Do → Re#	32:27	(2 ⁵ : 3 ³)
Do → Mi	81:64	(3 ⁴ : 2 ⁶)
Do → Fa	4:3	(2 ² : 3 ¹)
Do → Fa#	729:512	(3 ⁶ : 2 ⁹)
Do → Sol	3:2	(3 ¹ : 2 ¹)
Do → Sol#	128:81	(2 ⁷ : 3 ⁴)
Do → La	27:16	(3 ³ : 2 ⁴)
Do → Si#	16:9	(2 ⁴ : 3 ²)
Do → Si	243:128	(3 ⁵ : 2 ⁷)
Do → Do'	2:1	(2 ¹ : 3 ⁰)

Tomado de <http://www.jubilacion.com/usuarios/8634/afinacion>

TEMPERAMENTO IGUAL

$\sqrt[12]{2}$

Temperamento igual

Do Do# Re Mi b Mi Fa Fa# Sol La b ...

$f = 440 \text{ Hz}, 432 \text{ Hz}, 415 \text{ Hz} \dots$

← Sol ← Lab ← La ← Sib ← Si →

$+ \frac{1}{12} \sqrt{2}$ $+ \frac{1}{12} \sqrt{2}$ $\times \frac{1}{12} \sqrt{2}$ $\times \frac{1}{12} \sqrt{2}$

INSTRUMENTOS MUSICALES

AERÓFONOS

- Son instrumentos musicales los cuales producen sus sonidos por la vibración de una columna de aire contenida dentro de un tubo con orificios

Instrumentos Aerófonos

De Saco Mecánico

De Saco Directo

CORDÓFONOS

- Son instrumentos musicales los cuales producen sus sonidos por el frote de cuerdas sobre una caja de resonancia

Instrumentos Cordófonos

De Frotación

De Pulcación

De Percusión

* Tomado de: [estudios en música, serie Instrumentos Cordófonos](#).

CIRCUITO DE ACTIVIDADES

MEDICIÓN DE TUBOS SONOROS (FLAUTA)

- Objetivo: comprender la relación entre la longitud de un tubo sonoro y la nota que reproduce (frecuencia)
- Materiales: Flauta, regla, aplicación physics tools, hojas.

RELACIONES PITAGÓRICAS MEDIDAS EN UN MONOCORDIO.

- Objetivo: comprender como las relaciones pitagóricas en cuerdas determinan las diferentes notas musicales
- Materiales: hojas blancas, colores, regla, monocordio.

Monocordio

NOTAS SONORAS CON CUERDAS

- Objetivo: conseguir las diferentes notas de una escala musical completa variando la longitud de una cuerda y manteniendo constantes la tensión y la densidad lineal teniendo en cuenta la fórmula de Taylor

$$f = \frac{k}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

- Materiales: gramera, nylon, soporte, masas, polea, aplicación physics tools, regla



Figura 0-3 Diapositivas actividad 4

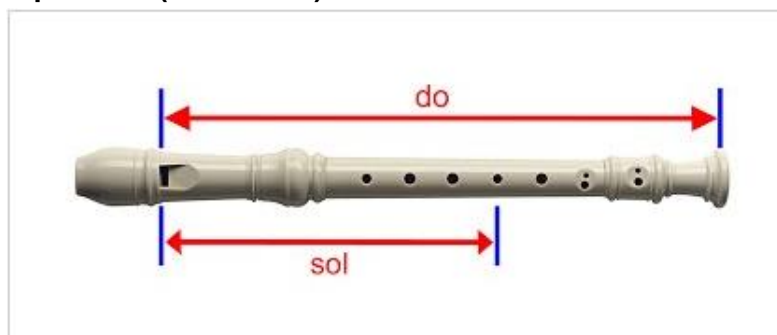
Anexo H: taller de proporcionalidad en las escalas musicales.

	I.E.D. DOMINGO SAVIO		
	PROYECTO TRASVERSALIZACIÓN MATEMÁTICAS, MÚSICA Y FÍSICA		TRIMESTRE: III
	Actividad 5: Proporcionalidad directa e inversa, funciones, relación y dependencia entre magnitudes		
	ESTUDIANTES:		CURS O:

Realizar las actividades descritas para cada estación del circuito

1. Medición de tubos sonoros: flauta(tubos abiertos)

Objetivo: comprender la relación entre la longitud de un tubo sonoro y la nota que reproduce (frecuencia)



- a. Realizar la medición de la longitud de la flauta y la frecuencia que produce.

(compárelas con los datos entregados en la presentación) $f_o = \frac{v_s}{2L}$ con

f_o , frecuencia fundamental, v_s = velocidad del sonido $\approx 345 \text{ m/s}$, L = longitud del tubo

- b. Diligenciar la siguiente tabla de datos.

nota	Frecuencia (Hz)	Longitud en (cm)
do		
re		
mi		
fa		
sol		
la		
si		
DO		

- c. Realizar con la aplicación una gráfica de longitud (cm) Vs frecuencia (Hz) y otra de $\frac{1}{f}$ vs L para analizar las gráficas de magnitudes proporcionales e inversamente proporcionales.

2. Relaciones pitagóricas medidas en un monocordio.

Objetivo: comprender como las relaciones pitagóricas en cuerdas determinan las diferentes notas musicales y manejar la fórmula de Taylor.

- Coloque una hoja blanca debajo de la cuerda del monocordio que mida igual a la longitud de las cuerdas.
- Maque la distancia adecuada con negro de la posición del traste para hallar la octava de la nota original (tónica).
- Marque con rojo la posición adecuada para hallar la cuarta y con verde la quinta
- Marque con azul las demás posiciones de las notas de la escala natural, teniendo en cuenta la nota tónica.

e. Mida las frecuencias obtenidas con cada una de estas posiciones y llene la siguiente tabla

Longitud de la cuerda	nota	frecuencia
	tónica	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	

3. Notas sonoras con vasos de agua(tubos cerrados)

Objetivo: conseguir una escala musical natural completa a partir de vasos con agua.

Coloque los ocho vasos de agua y llénelos a diferentes alturas de tal manera que consiga las notas adecuadas para una escala natural completa a partir de las relaciones pitagóricas y otra usando la de $\sqrt[12]{2}$ con ayuda de la aplicación y sabiendo que

- ▶ $f_o = \frac{v_s}{4L}$ con f_o , frecuencia fundamental
- ▶ $v_s =$ velocidad del sonido $\approx 345 \text{ m/s}$
- ▶ $L =$ longitud del tubo

Con afinación temperamento justo (pitagórica)

nota	Frecuencia (Hz)	Altura de la porción del vaso que queda sin agua en (cm)
Tónica		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

4. Notas sonoras con cuerdas

Objetivo: conseguir las diferentes notas de una escala musical completa variando la longitud de una cuerda y manteniendo constantes la tensión y la densidad lineal

Cada grupo debe hallar los datos de f , L , μ y T con base en el montaje presentado

$$f = \frac{k}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Tónica

<i>f</i> de do	
<i>T</i>	
μ	
<i>L</i>	

<i>f</i> de do#	
<i>T</i>	
μ	
<i>L</i>	

<i>f</i> de re#	
<i>T</i>	
μ	
<i>L</i>	

<i>f</i> de mi	
<i>T</i>	
μ	
<i>L</i>	

Recuerde que

$$T = m * g$$

$$\mu = m * l$$

<i>f</i> de fa	
-----------------------	--

T	
μ	
L	

f de fa#	
T	
μ	
L	

f de sol	
T	
μ	
L	

f de sol #	
T	
μ	
L	

f de la	
T	
μ	
L	


f de si	
T	
μ	
L	

Preguntas.

- d. Teniendo en cuenta la relación descrita en la ecuación $f = \frac{k}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ y con las gráficas obtenidas, se puede afirmar que las magnitudes frecuencia y longitud son:
- Directamente correlacionadas.
 - Inversamente correlacionadas.
 - Directamente proporcionales.
 - Inversamente proporcionales.
 - e.
- e. Es correcto afirmar que las magnitudes frecuencia y densidad lineal son:
- Directamente correlacionadas.
 - Inversamente correlacionadas.
 - Directamente proporcionales.
 - Inversamente proporcionales.
- f. Las magnitudes frecuencia y tensión son:

- a. Directamente correlacionadas.
- b. Inversamente correlacionadas.
- c. Directamente proporcionales.
- d. Inversamente proporcionales.

Anexo I: Rúbricas de evaluación

	I.E.D. DOMINGO SAVIO		
	PROYECTO TRASVERSALIZACIÓN MATEMÁTICAS, MÚSICA Y FÍSICA		TRIMESTRE: III
	Actividad 7: Evaluación del proyecto		
	Docente Titular: Luisa Fernanda Clavijo J		CURSO: FECHA:
Docente Evaluador:			

Actividad: La actividad a evaluar es una presentación grupal dirigida a estudiantes de grado octavo, donde deben presentar la interpretación musical de una pequeña pieza de musical, acompañados por instrumentos musicales de su propia fabricación que cumplan parámetros establecidos.

Pieza musical

Un elefante



Un e-le-fan- te se ba-lan-ce-a ba so-bre la te-la de y-na a-ra-a-ña

co-mo ve-i - a que no se ca - i a fue-ron a lla-mar a o-tro e-le-fan- an-te

OBJETIVO:


Evaluar la elaboración de instrumentos musicales de viento y cuerda y la interpretación de partituras, bajo parámetros matemáticos y físicos

COMPETENCIA A DESARROLLAR:

Las competencias a desarrollar en las diferentes asignaturas son;

- Competencia a desarrollar en música: Sensibilidad, apreciación artística y comunicación.
- Competencia a desarrollar en matemáticas: razonamiento y resolución de problemas.

- Competencia a desarrollar en ciencias naturales (física): Explicación de fenómenos y uso comprensivo del conocimiento.

	I.E.D. DOMINGO SAVIO		
	PROYECTO TRASVERSALIZACIÓN MATEMÁTICAS, MÚSICA Y FÍSICA		TRIMESTRE: III
	Actividad 7: Evaluación del proyecto. Rúbrica de música		
	Docente Titular: Luisa Fernanda Clavijo J		
Docente Evaluador:	CURSO:	FECHA:	
Nombres de los integrantes del Grupo evaluado			

Competencia a desarrollar en música: Sensibilidad, apreciación artística y comunicación

CATEGORÍA	5-Sobre el estándar	4-Cumple el estándar	3-Se aproxima al estándar	2-Debajo del estándar
1. Materiales de construcción	Los materiales apropiados fueron seleccionados y modificados creativamente para hacerlos más adecuados a la tarea a mano.	Los materiales apropiados fueron seleccionados.	La mayoría de los materiales fue seleccionada adecuadamente, pero 1 ó 2 no lo fueron.	Los materiales de construcción fueron apropiados para la tarea a mano.
2. Apariencia	El instrumento está decorado creativamente dentro de los parámetros	El instrumento está decorado creativamente.	El instrumento está decorado pero de forma desordenada.	El instrumento no está decorado O es muy desordenado.

3. Calidad del sonido	temáticos establecidos. El instrumento ofrece un amplio contraste dinámico y de tono.	El instrumento ofrece cierto contraste dinámico amplio y de tono.	El instrumento ofrece poca variedad de sonido.	El instrumento no ofrece ninguna variedad de sonido.
4. Calidad de la construcción	El instrumento muestra considerable atención puesta en su construcción. Está bien construido y nítido y soportará el uso durante un periodo de tiempo	El instrumento muestra considerable atención puesta en su construcción.	El instrumento está nítidamente construido, pero es frágil y probablemente no soportará ser usado más de una vez.	Hay piezas que faltan y que se están cayendo. Parece que fue construido a la carrera.
5. Demostración	El presentador habla en voz alta y clara. El instrumento es visible para la clase y se demuestra su uso. El instrumento es nombrado y el proceso de su construcción se explica claramente.	Se muestra el instrumento y su uso a la clase. El instrumento es nombrado y el proceso de su construcción se describe claramente. Fue difícil escuchar al presentador.	Se muestra el instrumento y su uso a la clase. El instrumento es nombrado y el presentador describe algunos de los pasos de su construcción.	El instrumento es mostrado a la clase y es nombrado. El estudiante no puede describir el proceso usado para su construcción O no puede demostrarlo.
6. Conocimiento adquirido	El estudiante puede responder con precisión 5 preguntas hechas por el profesor/a o por algún estudiante relacionadas al proyecto, al instrumento mismo o al	El estudiante puede responder con precisión 3 ó 4 preguntas hechas por el profesor/a o por algún estudiante relacionadas al proyecto, al instrumento mismo o	El estudiante puede responder con precisión 1 ó 2 preguntas hechas por el profesor/a o por algún estudiante relacionadas al proyecto, al instrumento mismo o	El estudiante no puede responder con precisión ninguna de las preguntas.


7. Precisión en las notas	proceso de su construcción.	al proceso de su construcción.	al proceso de su construcción.	
	Las notas son consistentemente precisas.	Rara vez una nota es tocada incorrectamente, pero esto no le resta valor a la presentación en total.	Algunas de las notas fueron tocadas incorrectamente, restándole un poco de valor a la presentación en total.	Las notas erróneas tocadas frecuentemente le restan valor a la presentación.
8. Ritmo	El compás es seguro y los ritmos son exactos para el estilo de música que se toca.	El compás es seguro y los ritmos son en su mayor parte exactos. Hay algunos errores de duración, pero esto no le quita valor a la presentación en total.	El compás es algo errático. Algunos ritmos son precisos. Los errores de duración son frecuentemente repetidos. Los problemas de ritmo ocasionalmente le quitan valor a la presentación en total.	El compás es usualmente errático y los ritmos son rara vez precisos, restándole valor a la presentación en total.
9. Práctica	La presentación del estudiante indica práctica regular fuera de clase, con gran atención a las áreas difíciles.	La presentación del estudiante indica que la práctica fuera de clase es regular con algo de atención en las áreas difíciles.	La presentación del estudiante indica algo de práctica fuera de clase, pero con poca atención a las áreas difíciles.	La presentación del estudiante indica que hubo muy poca práctica fuera de clase.
10. Memorización	90-100% de la pieza fue memorizado y tocado con precisión.	75-89% de la pieza fue memorizado y tocado con precisión.	50-74% de la pieza fue memorizado y tocado con precisión.	Menos del 50% de la pieza fue memorizado

				y tocado con precisión. ⁴⁷
--	--	--	--	--

OBSERVACIONES

SUMATORIA

⁴⁷ Adaptado de : http://rubistar.4teachers.org/index.php?screen=NewRubric§ion_id=7#07

	I.E.D. DOMINGO SAVIO		
	PROYECTO TRASVERSALIZACIÓN MATEMÁTICAS, MÚSICA Y FÍSICA		TRIMESTRE: III
	Actividad 7: Evaluación del proyecto. Rubrica de matemáticas.		
	Docente Titular: Luisa Fernanda Clavijo J		
Docente Evaluador:	CURSO:	FECHA:	
Nombres de los integrantes del Grupo evaluado			

Competencia a desarrollar en matemáticas: razonamiento y resolución de problemas

CATEGORÍA	5-Sobre el estándar	4-Cumple el estándar	3-Se aproxima al estándar	2-Debajo del estándar
1. Razonamiento matemático	Usa razonamiento matemático complejo y refinado.	Usa razonamiento matemático efectivo.	Alguna evidencia de razonamiento matemático.	Poca evidencia de razonamiento matemático.
2. Terminología y notación	La terminología y notación correctas fueron siempre usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	La terminología y notación correctas fueron, por lo general, usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	La terminología y notación correctas fueron usadas, pero algunas veces no es fácil entender lo que fue hecho.	Hay poco uso o mucho uso inapropiado de la terminología y la notación.
3. Conceptos matemáticos	La explicación demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para el proyecto	La explicación demuestra entendimiento sustancial del concepto matemático	La explicación demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para resolver el proyecto	La explicación evidencia muy poca comprensión del concepto matemático necesario para presentar el proyecto

		usado para resolver el proyecto		
4. Comprensión de conceptos de proporcionalidad	Explica claramente la relación de proporcionalidad entre magnitudes trabajadas en la construcción de los instrumentos.	Explica la relación de proporcionalidad entre las magnitudes trabajadas en los instrumentos	Explica cómo funcionan las magnitudes trabajadas en la construcción de los instrumentos pero falta claridad en las relaciones de proporcionalidad	Se dificulta identificar las magnitudes que intervinieron en la construcción de instrumentos musicales y su relación de proporcionalidad
5. Uso de números racionales en partituras	Explica claramente se relacionan los números racionales en los valores de las figuras musicales de la partitura y la relación entre ellas	Identifica el valor racional de las figuras y lo interpreta adecuadamente pero no da razón de ello	Falta claridad en el valor racional de las figuras musicales aunque las interpreta correctamente	Se evidencia falta de comprensión en el valor racional de las figuras musicales y en su interpretación
6. Manejo de números racionales en la elaboración de los instrumentos musicales.	Explica claramente como interpretó y uso los números racionales en la construcción de cada uno de los instrumentos	Explica como uso los números racionales en la construcción de cada uno de los instrumentos pero no los interpreta.	Uso los números racionales en la construcción de cada uno de los instrumentos pero no da explicación de ello.	Paso por alto las relaciones racionales entre las longitudes de las cuerdas y las frecuencias esperadas en la construcción de los instrumentos.
7. Contribución individual a la actividad	El estudiante fue un participante activo, escuchando las sugerencias de sus compañeros y trabajando	El estudiante fue un participante activo, pero tuvo dificultad al escuchar las sugerencias de los otros compañeros y al trabajar	El estudiante trabajó con su(s) compañero(s), pero necesito motivación para mantenerse activo.	El estudiante no pudo trabajar efectivamente con su compañero/a.


	cooperativamente durante toda la lección.	cooperativamente durante la lección.		
8. Conclusión	Todos los problemas fueron resueltos.	Todos menos 1 de los problemas fueron resueltos.	Todos menos 2 de los problemas fueron resueltos.	Varios de los problemas no fueron resueltos.
9. Errores matemáticos	90-100% de los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	Casi todos (85-89%) los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	La mayor parte (75-85%) de los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	Más del 75% de los pasos y soluciones tienen errores matemáticos
10. Comprobación	El trabajo ha sido comprobado por dos compañeros de clase y todas las rectificaciones apropiadas fueron hechas.	El trabajo ha sido comprobado por un compañero de clase y todas las rectificaciones apropiadas fueron hechas.	El trabajo ha sido comprobado por un compañero de clase, pero algunas rectificaciones no fueron hechas.	El trabajo no fue comprobado por compañeros de clase o no hubo rectificaciones. ⁴⁸

OBSERVACIONES _____

⁴⁸ Adaptado de: http://rubistar.4teachers.org/index.php?screen=NewRubric§ion_id=7#07



SUMATORIA

	I.E.D. DOMINGO SAVIO		
	PROYECTO TRASVERSALIZACIÓN MATEMATICAS, MÚSICA Y FÍSICA		TRIMESTRE: III
	Actividad 7: Evaluación del proyecto. Rúbrica de física		
	Docente Titular: Luisa Fernanda Clavijo J		
Docente Evaluador:		CURSO:	FECHA:
Nombres de los integrantes del Grupo evaluado			

Competencia a desarrollar en ciencias naturales (física): Explicación de fenómenos y uso comprensivo del conocimiento

CATEGORÍA	5-Sobre el estándar	4-Cumple el estándar	3-Se aproxima al estándar	2-Debajo del estándar
1. Conceptos científicos	La explicación representa un preciso y minucioso entendimiento de los conceptos científicos esenciales en la elaboración de los instrumentos.	La explicación representa un preciso entendimiento de la mayoría de los conceptos científicos esenciales en la elaboración de los instrumentos.	La explicación ilustra un entendimiento limitado de los conceptos científicos esenciales en la elaboración de los instrumentos..	La explicación representa un entendimiento incorrecto de los conceptos científicos esenciales en la elaboración de los instrumentos.
2. Modelación matemática	Utilizo las matemáticas como	Utilizo las matemáticas como	Uso con dificultad conceptos	No hay modelación matemática.

3. Calidad del trabajo	herramienta para modelar, analizar y presentar el proyecto.	herramienta para presentar el proyecto	matemáticos para presentar el proyecto	
	Proporciona trabajo de la más alta calidad.	Proporciona trabajo de calidad.	Proporciona trabajo que, ocasionalmente, necesita ser comprobado o rehecho por otros miembros del grupo para asegurar su calidad.	Proporciona trabajo que, por lo general, necesita ser comprobado o rehecho por otros para asegurar su calidad.
4. Comprensión de variables	Explican de manera clara las condiciones que influyen en los resultados de la presentación y que pueden permanecer constantes o cambiar (variables).	Da razón de algunas condiciones que influyen en los resultados de la presentación y que pueden permanecer constantes o cambiar (variables).	Se da cuenta que hay condiciones que influyen en los resultados de la presentación y que pueden permanecer constantes o cambiar (variables), pero no los identifica claramente	Se da cuenta que hay condiciones que influyen en los resultados de la presentación sin embargo no los identifica claramente ⁴⁹
5. Mediciones	Realizo y explicó como obtuvo las mediciones con instrumentos y equipos adecuados a las características y magnitudes de los objetos y las expreso en las unidades correspondientes	Realizo y explicó como obtuvo las mediciones con instrumentos y equipos adecuados a las características y magnitudes de los objetos sin expresarlas en las	Las mediciones que obtuvo en la fabricación de los instrumentos fueron realizadas con instrumentos poco precisos o inadecuados aproximando los	Las mediciones que obtuvo en la fabricación de los instrumentos fueron realizadas con instrumentos poco precisos y las medidas fueron inadecuadas.

⁴⁹ Adaptado de: http://rubistar.4teachers.org/index.php?screen=NewRubric§ion_id=7#07

		unidades correspondientes	resultados a las unidades correspondientes.	
6. Conclusiones	Sacó conclusiones con base en los instrumentos que fabricó, aunque no obtenga los resultados esperados.	Sacó conclusiones con base en los instrumentos que fabricó sin relacionarlos con los resultados obtenidos	Sacan algunas conclusiones alejadas de la fabricación de los instrumentos que concuerdan o no a los resultados	Existen muy pocas conclusiones estando alejadas de la parte teórica y práctica que no concuerdan con los resultados obtenidos
7. Comunicación específica	Dan razón clara y precisa del proceso realizado relacionando los resultados con gráficas, tablas, ecuaciones aritméticas y algebraicas realizadas en el proceso.	Dan razón del proceso realizado con algunas dificultades, relacionando los resultados con gráficas, tablas, ecuaciones aritméticas y algebraicas realizadas en el proceso.	Falta relación del proceso realizado con explicaciones y resultados de gráficas, tablas, ecuaciones aritméticas y algebraicas trabajadas en el proceso.	Se evidencia desconocimiento del manejo de gráficas, tablas, ecuaciones aritméticas y algebraicas trabajadas en el proceso.
8. Comprensión de fenómenos	Explica las relaciones entre frecuencia, amplitud, velocidad de propagación y longitud de onda producidas por los instrumentos elaborados.	Explica las relaciones entre frecuencia, amplitud, velocidad de propagación y longitud de onda sin relacionarlas con el trabajo realizado	Explica algunas relaciones entre frecuencia, amplitud, velocidad de propagación y longitud de onda sin relacionarlas con el trabajo realizado	Muestra total desconocimiento de las relaciones entre frecuencia, amplitud, velocidad de propagación y longitud de onda producidas por los instrumentos elaborados.
9. Comunicación asertiva	Escucha activamente a los compañeros y, reconoce otros puntos de vista, los compara	Escucha activamente a los compañeros y, reconoce otros puntos de vista, los compara	Escucha a los compañeros y, le cuesta reconocer otros puntos de vista, los	Presenta problemas para escuchar activamente a los compañeros y,

	con los suyos y puede modificar lo que piensa ante argumentos más sólidos.	con los suyos sin modificar lo que piensa ante argumentos más sólidos.	compara con los suyos sin modificar lo que piensa ante argumentos más sólidos.	reconocer otros puntos de vista.
10. Trabajo en equipo	Cumple con su función cuando trabaja en grupo y respeta las funciones de las demás personas	Cumple con su función cuando trabaja en grupo sin involucrarse en las funciones de las demás personas.	Cumplen con dificultad su función cuando trabajan en grupo sin importarle las funciones de las demás personas	El trabajo en grupo nos es asertivo y se dificulta cumplir con las funciones asignadas a cada persona.

OBSERVACIONES _____

Sumatoria

