



# **Modelamiento de la generación, transporte y destrucción de espumas formadas por gasodispersiones en yacimientos naturalmente fracturados para aplicaciones de Recobro Mejorado**

**Hillmert Alexander Solano Rodríguez**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas  
Medellín, Colombia  
2019



# **Modelamiento de la generación, transporte y destrucción de espumas formadas por gasodispersiones en yacimientos naturalmente fracturados para aplicaciones de Recobro Mejorado**

**Hillmert Alexander Solano Rodríguez**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ingeniería - Ingeniería de Petróleos**

Director(a):

Ph.D. Juan Manuel Mejía Cárdenas

Línea de Investigación:

Recobro Mejorado y Crudos Pesados

Grupo de Investigación:

Dinámicas de Flujo y Transporte en medios porosos

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas

Medellín, Colombia

2019



# Declaración

Me permito afirmar que he realizado la presente tesis de manera autónoma y con la única ayuda de los medios permitidos y no diferentes a los mencionados en la propia tesis. Todos los pasajes que se han tomado de manera textual o figurativa de textos publicados y no publicados, los he reconocido en el presente trabajo. Ninguna parte del presente trabajo se ha empleado en ningún otro tipo de tesis.

Medellín (Colombia), 31 de agosto de 2019.

---

Hillmert Alexander Solano Rodríguez



## **Dedicatoria**

*A mis padres, a mi hermano, y a todos los que nunca dejaron de creer.*

*"No creo en casi nada que no salga del corazón"  
-Fito Páez*



## Eventos y Ponencias

Hillmert A. Solano, Juan D. Valencia, J. M. Mejía, A. Ocampo. A Modeling Study for Foam Generation for EOR Applications in Naturally Fractured Reservoirs Using Disperse Surfactant in the Gas Stream. **IOR 2019 – 20th European Symposium on Improved Oil Recovery**. European Association of Geoscientists and Engineers. Pau, Francia. Abril 8-11, 2019.

Hillmert A. Solano. Multidomain approach of dispersed foamer injection in highly heterogeneous reservoirs for Enhanced Oil Recovery. **SPE Colombia National Student Paper Constedt**. Society of Petroleum Engineers. Bucaramanga, Colombia. Abril 26, 2019.

Hillmert A. Solano, Juan D. Valencia, Alonso Ocampo, Juan M. Mejía. Numerical study of dispersed foamer injection in a gas stream for Enhanced Oil Recovery in Naturally Fractured Reservoirs. **11th International Conference on Porous Media & Annual Meeting**. Valencia, España, Mayo 6 – 10, 2019.

Hillmert A. Solano. Multiphysics approach of dispersed foamer injection in highly heterogeneous reservoirs for Enhanced Oil Recovery. **SPE Student Paper Contest in the South America and Caribbean Region**. Society of Petroleum Engineers. Santa Cruz de la Sierra, Bolivia. Mayo 23 - 25, 2019.

Hillmert A. Solano, Juan D. Valencia, Juan M. Mejía, Alonso Ocampo. Modelamiento mecánico de espumas dispersas en Yacimientos Naturalmente Fracturados. **Primer Workshop en Aplicaciones con Espumas para Operaciones de Recobro Mejorado en Colombia**. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá D.C., Colombia, Julio 16, 2019.

Hillmert A. Solano, Juan D. Valencia, Juan M. Mejía, Alonso Ocampo. Mechanistic modeling of foaming with dispersed surfactant injection in a gas stream using a dual porosity-dual permeability approach for EOR applications. **40th Annual TCP-EOR. International Energy Agency**. Cartagena de Indias, Colombia. Septiembre 16 - 20, 2019.

Hillmert A. Solano, Juan D. Valencia, Juan M. Mejía, Alonso Ocampo. Foaming in Naturally Fractured Reservoirs by Dispersed Technique for EOR applications. **1st UNAL-SPE Workshop on Gas-EOR Technologies**. Bogotá D.C., Colombia, Diciembre 9-10, 2019.

## Software Registrado

Juan M. Mejía, Juan D. Valencia, Steven Velásquez, Nicolás Bueno, Hillmert Solano. **DFT-GAS TOOL** (Versión 1). Universidad Nacional de Colombia. 2019. Certificado de Registro: 13-76-118 (Dirección Nacional de Derechos de Autor).



# Agradecimientos

Esta Tesis de Maestría no hubiese sido posible sin el soporte del gran equipo de Dinámicas de Flujo y Transporte en medios porosos (DFTMP) de la Universidad Nacional de Colombia. Agradezco especialmente al Doctor JUAN MANUEL MEJÍA CÁRDENAS, líder del grupo y director de este trabajo, por la confianza depositada en mí, y el soporte brindado. También agradezco al Maestro JUAN DAVID VALENCIA LONDOÑO y a los ingenieros FELIPE OSPINA MONTOYA y STEVEN VELÁSQUEZ CHANCÍ por su soporte en el desarrollo de la investigación relacionada en esta tesis. De igual forma, agradezco a todos los compañeros del grupo de trabajo que me apoyaron en el desarrollo de la investigación y aportaron a la construcción de este documento.

Por otra parte, hago un reconocimiento al Fondo Nacional de Financiamiento para la Ciencia, la Tecnología y la Innovación Francisco José de Caldas a cargo del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación (MINCIENCIAS), y a la Agencia Nacional de Hidrocarburos (ANH) del Gobierno de la República de Colombia por financiar el Plan Nacional para el Potenciamiento de la Tecnología CEOR con gas mejorado químicamente (gas-CEOR); así como a la alianza conformada por la Universidad Nacional de Colombia y Equión Energía Limited, ejecutoras de dicho proyecto bajo el acuerdo 273-2017, en el cual se enmarca la presente Tesis de Maestría.

Además, agradezco al Sistema Nacional de Becas de Posgrados por financiar la matrícula y los gastos asociados a mis estudios de Maestría bajo la modalidad de Grado de Honor de pregrado. Igualmente, agradezco a la *Royal Academy of Engineering* del Reino Unido por financiar mi pasantía bajo el proyecto *Development of a robust modeling and up-scaling techniques for studying nanofluids transport and retention in porous rocks for subsurface engineering applications*, enmarcado en el *Industry Academia Partnership Programme - 17/18* (IAPP100080).

Finalmente agradezco al estimado lector de esta Tesis de Maestría que ha tomado parte de su tiempo para construir conocimiento a partir de esta construcción. Quedo a su disposición para poder compartir y discutir constructivamente sobre las temáticas planteadas en este documento.



## Resumen

En esta Tesis de Maestría se desarrolla un modelo de simulación numérica de yacimientos. Este modelo representa la dinámica relacionada con la generación de espuma mediante inyección de espumante disperso en gas en Yacimientos Naturalmente Fracturados, basado en un esquema multidominio. Esta propuesta fue desarrollada bajo un enfoque fenomenológico basado en la caracterización de los fenómenos. Posteriormente, su solución numérica se implementó mediante la adaptación de *DFTmp Simulator*, que es capaz de predecir las variables de pozo y yacimiento después de la aplicación de la inyección de espumante disperso en Yacimientos Naturalmente Fracturado. Este modelo se valida utilizando datos de pruebas de laboratorio realizados a nivel de núcleo, y se proponen simulaciones a escala de campo para estudiar el efecto de los parámetros del modelo en el comportamiento del yacimiento.

**Palabras clave:** Recobro Mejorado de Petróleo, Espumas, Yacimientos Naturalmente Fracturados, Modelado Matemático, Simulación de Yacimientos. .

## Abstract

A model for numerical reservoir simulation is developed in this Master's Thesis. This model represents the dynamics associated with foaming by dispersed-in-gas foamer injection in Naturally Fractured Reservoirs, based on a multidomain scheme. This proposal was developed under a phenomenological approach which is based on phenomena characterization. After that, its numerical solution was implemented by adaptation of *DFTmp Simulator*, which is capable of predicting well and reservoir variables after application of dispersed foamer injection in Naturally Fractured Reservoirs. This model is validated using laboratory test data carried out on the core level, and simulations on the field-scale are proposed in order to study the effect of model parameters in the reservoir behavior.

**Keywords:** Enhanced Oil Recovery, Foam, Naturally Fractured Reservoir, Mathematical Modelling, Reservoir Simulation.



# Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
1.1. Objetivos	5
1.1.1. Objetivo General	5
1.1.2. Objetivo Específico	5
1.2. Metodología	5
1.3. Estructura de la Tesis	6
<b>2. Marco Preliminar: Conceptos y Antecedentes</b>	<b>7</b>
2.1. Yacimientos Naturalmente Fracturados	7
2.1.1. Escala de Heterogeneidad	8
2.1.2. Concepto de Medio Poroso	9
2.1.3. Flujo y Transporte en Medios Porosos	9
2.1.4. Medios Porosos Fracturados	13
2.1.5. Flujo y Transporte en Medios Porosos Fracturados	15
2.2. Inyección de Químicos Dispersos	16
2.2.1. Descripción de la Operación	17
2.2.2. Fenomenología	18
2.3. Espumas	19
2.3.1. Generalidades de las Espumas	20
2.3.2. Generación y Coalescencia de Espumas en Medios Porosos Fracturados	21
2.3.3. Técnicas para la Generación de Espumas en Yacimientos	23
2.3.4. Modelado de la Generación y Coalescencia de Espumas en Yacimientos	24
<b>3. Modelo de Espumas en Yacimientos Fracturados</b>	<b>27</b>
3.1. Volumen de Control	27
3.2. Ecuaciones de Conservación	27
3.2.1. Ecuaciones Conservativas para Componentes Hidrocarburos	29
3.2.2. Ecuaciones Conservativas para los Componentes Agua y Espumante	30
3.2.3. Ecuación Conservativa para el Componente Lamela	32
3.2.4. Ecuación Conservativa General para el Volumen	32
3.3. Ecuaciones Constitutivas	33
3.3.1. Transporte	33
3.3.2. Transferencia	36

3.3.3. Espumación . . . . .	39
3.4. Condiciones Iniciales y de Frontera . . . . .	41
3.4.1. Condiciones Iniciales . . . . .	41
3.4.2. Condiciones de Frontera . . . . .	42
<b>4. Implementación Numérica y Computacional</b>	<b>44</b>
4.1. Estrategia de Solución Numérica . . . . .	44
4.1.1. Definición de Malla de Simulación . . . . .	44
4.1.2. Discretización de las Ecuaciones . . . . .	45
4.2. Solución del Sistema de Ecuaciones . . . . .	48
4.2.1. Primer Ciclo de Solución . . . . .	48
4.2.2. Segundo Ciclo de Solución . . . . .	55
4.3. Implementación Computacional . . . . .	56
4.3.1. Datos de entrada . . . . .	57
4.3.2. Datos de salida . . . . .	57
<b>5. Validación y Resultados</b>	<b>59</b>
5.1. Validación del Modelo . . . . .	59
5.1.1. Descripción de la prueba experimental . . . . .	59
5.1.2. Calibración . . . . .	59
5.1.3. Discusión . . . . .	65
5.2. Resultados a escala de sector de yacimiento . . . . .	66
5.2.1. Resultados . . . . .	68
5.2.2. Análisis de Sensibilidad . . . . .	70
<b>6. Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>75</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	75
6.2. Recomendaciones . . . . .	76
<b>A. Anexo: Discretización de las ecuaciones</b>	<b>77</b>
A.1. Discretización de cada término . . . . .	77
A.1.1. Discretización del término de acumulación . . . . .	78
A.1.2. Discretización del término de transporte . . . . .	79
A.1.3. Discretización del término de fuentes y sumideros . . . . .	80
A.1.4. Discretización del término de transferencia entre dominios . . . . .	81
A.1.5. Discretización del término de transferencia entre fases . . . . .	81
A.2. Acoplamiento de la ecuación . . . . .	82
<b>Bibliografía</b>	<b>83</b>

# Lista de Figuras

2-1.	Volumen de Elemento Representativo para un medio poroso. . . . .	10
2-2.	Curvas de permeabilidad relativa en flujo bifásico como función de la saturación de cada fase coexistente en el medio poroso. . . . .	13
2-3.	Curva de presión capilar como función de la saturación de la fase mojante. . . . .	14
2-4.	Concepción a escala de poro de un medio poroso no fracturado y de un medio fracturado. . . . .	15
2-5.	Esquema del concepto de Volumen de Elemento Representativo para un sistema de múltiples dominios. . . . .	16
2-6.	Representación del equipo en superficie para inyección de químicos dispersos en gas. . . . .	17
2-7.	Interceptación de un componente disperso (amarillo) en la fase gaseosa (rojo) hacia una fase líquida (azul). . . . .	18
2-8.	Partición de un componente disuelto (amarillo) entre dos fases líquidas (verde y azul). . . . .	19
2-9.	Sorción de un componente disuelto (amarillo) en una fase líquida (azul) hacia la roca y visceversa. . . . .	19
2-10.	Esquema de la morfología de las espumas. Tomado de [1]. . . . .	21
2-11.	Representación del mecanismo <i>snap-off</i> para la generación de espumas en medios porosos. En azul: líquido. En rojo: gas. . . . .	22
2-12.	Representación del mecanismo de división de lamelas para la generación de espumas en medios porosos. En azul: líquido. En rojo: gas. . . . .	22
2-13.	Representación del mecanismo <i>snap-off</i> para la generación de espumas en medios porosos. En azul: líquido. En rojo: gas. . . . .	23
2-14.	Enfoques en el modelado de espumamiento en medios porosos. Adaptado de [2]. . . . .	25
3-1.	Esquema de desagregación de un medio poroso conectado en dos dominios. . . . .	28
3-2.	Fenómenos y mecanismos de transporte, transferencia y espumamiento. . . . .	34
3-3.	Esquema con términos de transferencia entre las fases fluyentes en yacimiento. . . . .	36
4-1.	Representación de los bloques vecinos que comparten frontera con un bloque de estudio. . . . .	45
4-2.	Esquema de ordenamiento de las variables, residuales y derivadas empleados en la linealización. . . . .	52

---

<b>5-1.</b>	Equipo de desplazamiento usado para pruebas a escala de núcleos. Tomado de [3].	60
<b>5-2.</b>	Datos de tasa de inyección de gas y de caída de presión en el núcleo a lo largo de la prueba. . . . .	61
<b>5-3.</b>	Curvas de permeabilidad relativa ajustadas para la prueba experimental. . . . .	62
<b>5-4.</b>	Caídas de presión obtenidas experimentalmente y mediante simulación. . . . .	63
<b>5-5.</b>	Conductividades obtenidas mediante resultados experimentales y por simulación. .	64
<b>5-6.</b>	Factores de recobro de petróleo obtenidos mediante resultados experimentales y por simulación. . . . .	64
<b>5-7.</b>	Sector de yacimiento propuesto para el desarrollo de la simulación de inyección de espumante disperso. . . . .	66
<b>5-8.</b>	Curvas de permeabilidad relativa usadas en la simulación del modelo sectorial. . .	67
<b>5-9.</b>	Tasa de producción de fase oleica en el pozo productor. . . . .	68
<b>5-10.</b>	Relación de volumen producido de gas y de petróleo obtenida con espumamiento y sin espumamiento. . . . .	69
<b>5-11.</b>	Volumen de petróleo acumulado recuperado. . . . .	69
<b>5-12.</b>	Efecto de la cantidad de espumante dispersado en la recuperación de petróleo. . . .	72
<b>5-13.</b>	Efecto de la viscosidad del petróleo en la recuperación de petróleo de un yacimiento al inyectar espumante disperso en gas. . . . .	73
<b>5-14.</b>	Efecto de la relación de heterogeneidad en la recuperación de petróleo de un yacimiento al inyectar espumante disperso en gas. . . . .	74

# Lista de Tablas

<b>3-1.</b>	Componentes presentes en cada una de las fases. . . . .	28
<b>3-2.</b>	Términos de la ecuación conservativa para un componente $i$ con transferencias en equilibrio. . . . .	30
<b>3-3.</b>	Términos de la ecuación conservativa para un componente $i$ en la fase $p$ con transferencias en no equilibrio. . . . .	31
<b>3-4.</b>	Términos de la ecuación conservativa para el componente lamela en la fase gaseosa. . . . .	33
<b>5-1.</b>	Propiedades del núcleo y de los fluidos utilizados en la prueba de validación. . . . .	60
<b>5-2.</b>	Parámetros calibrados del modelo de espumamiento propuesto. . . . .	63
<b>5-3.</b>	Propiedades del sector de yacimiento propuesto para matriz y fractura. . . . .	66
<b>5-4.</b>	Parámetros del modelo de espumación mediante inyección de espumante disperso en una corriente de gas. . . . .	68
<b>5-5.</b>	Incrementales de recobro obtenidos para las simulaciones corridas para el análisis de sensibilidad. . . . .	72
<b>A-1.</b>	Términos de la discretización de la ecuación conservativa para un componente $i$ en la fase $p$ con transferencias en no equilibrio. . . . .	78

# 1. Introducción

De acuerdo con el *Oil Market Report* de la *International Energy Agency*, la demanda global diaria de hidrocarburos presenta una tendencia al crecimiento, mientras que su oferta muestra una propensión a la baja [4]. Al cierre del año 2019, se pronostica una demanda global de 100.2 millones de barriles diarios de petróleo y una oferta de 99.3 millones de barriles diarios de petróleo [4]. Lo anterior indica que el volumen producido de petróleo no logra satisfacer su demanda. Para frenar esta tendencia, se hace necesario proponer y desarrollar alternativas en busca de incrementar la producción global de hidrocarburos y asegurar la disponibilidad del recurso en el tiempo. Una de las alternativas más viables consiste en la masificación de técnicas de Recobro Mejorado de Petróleo (EOR, por sus siglas en inglés)[4]. El Recobro Mejorado de Petróleo agrupa el conjunto de técnicas sofisticadas que buscan alterar las propiedades del yacimiento a través de diferentes mecanismos físicos, químicos o biológicos [5, 6]. Esto permite mejorar el desplazamiento de los hidrocarburos hacia los pozos productores e incrementar su producción.

A pesar que se han reportado aplicaciones específicas de metodologías para recobro que han llevado el factor de recuperación a proporciones superiores al 60 % [4], no existe una tecnología o técnica que pueda considerarse como universalmente adecuada para generar el mayor recobro. La pertinencia o no de una técnica para EOR en un campo está afectada por las propiedades de la roca, las composiciones de los fluidos en yacimiento y de inyección, las interacciones superficiales e interfaciales, las heterogeneidades a múltiples escalas, y por los parámetros de operación [5, 7, 8].

La inyección de gas es una metodología alternativa ampliamente usada para recobro mejorado [9, 10], que ha mostrado alta eficiencia a escala microscópica, logrando buen desplazamiento de los hidrocarburos a nivel de poro. Sin embargo, a nivel de yacimiento, el gas inyectado se canaliza por las zonas más permeables en yacimientos heterogéneos debido al contraste de permeabilidad y a la baja viscosidad del gas [11, 12]. Adicionalmente, el gas tiende a segregarse verticalmente como consecuencia de la diferencia de densidades entre los fluidos inyectado y de yacimiento [12]. Para el caso particular de los Yacimientos Naturalmente Fracturados (NFRs, por sus siglas en inglés), las fracturas actúan como canales preferenciales de flujo. Esta condición genera canalización de los fluidos inyectados por la fractura; y con ello, una baja eficiencia de barrido con el gas [13].

La generación de espumas en el yacimiento es una de las alternativas emergentes que puede mejorar el barrido de los fluidos en yacimientos naturalmente fracturados [11, 12, 14]. A través de ésta,

---

se busca reducir la movilidad de la fase inyectada, permitiendo mejorar el barrido de fluidos en el yacimiento [11, 12, 14, 15].

A escala de campo, se han desarrollado pilotos de aplicaciones de espumas en el potenciamiento de la recuperación de hidrocarburos en yacimientos [16, 17]. En el campo *North Ward-Estes*, localizado en Texas (Estados Unidos de América), se implementó un piloto de generación de espumas con dióxido de carbono y se logró un incremento importante en la producción [18], considerándose como el caso más exitoso de aplicación de espumas para bloqueo de gas reportado en literatura [19]. Por otro lado, en el complejo Cantarell, ubicado en aguas continentales de los Estados Unidos Mexicanos, se han llevado a cabo pilotos con espumas de nitrógeno [20, 21], logrando resultados satisfactorios en comparación con la inyección de gas. En campos del Mar del Norte se han hecho aplicaciones en los campos Snorre, Prudhoe Bay, North Sea y Oseburg [22, 23, 24]. En Colombia, la operadora EQUION ENERGÍA LIMITED ha desarrollado pilotos de generación de espumas en los yacimientos del Piedemonte Llanero [25, 26].

Existen varias técnicas para la generación de espumas en el medio poroso para fines de recobro mejorado [12, 27, 28, 29, 30]. Una de estas técnicas es la inyección de espumante disperso en gas, la cual ha sido previamente estudiada e implementada por la empresa colombiana EQUION ENERGÍA LIMITED y la UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA [30, 31, 32, 33]. Diversas pruebas llevadas a cabo a nivel de laboratorio, así como los pilotos desarrollados a escala de campo, han demostrado la efectividad de esta técnica en la generación de espumas *in-situ* [32, 3]. Además, se ha logrado evidenciar que las espumas generadas tienen mayor perdurabilidad y se generan a mayores profundidades desde el yacimiento [3, 32]. Ocampo [30] presenta esta técnica de generación de espumas en medios porosos y estudia el efecto de la concentración mediante protocolos experimentales con pruebas de desplazamiento a escala de núcleos. Simultáneamente, Valencia [31] y Ocampo [30] realizan una conceptualización de esta técnica a través de la identificación de los fenómenos de transporte, transferencia y espumamiento presentes en la aplicación. A nivel de modelamiento, Valencia [31] desarrolla y valida un modelo matemático de base física que involucra las dinámicas asociadas a la fenomenología descrita.

En relación con la aplicación de la inyección de espumante disperso en gas para yacimientos fracturados, el trabajo de Ocampo y colegas [3] presenta un estudio de la generación de espumas en medios fracturados mediante pruebas de desplazamiento a escala de núcleos. A través de estas, se evidenció la generación de espumas y la efectividad de esta técnica para mejorar la recuperación de fluidos del yacimiento. Por otra parte, Solano y colegas [34] realizaron una aproximación el comportamiento de la inyección de espumante disperso en sectores de yacimientos naturalmente fracturados mediante un modelo de asociación de fracturas. A través de esta aproximación, se precisó un mayor bloqueo en las fracturas al incrementar la relación de permeabilidades entre fractura y matriz. Sin embargo, en el planteamiento no se consideran variaciones en los parámetros cinéticos asociados con la generación y coalescencia de espumas para las fracturas y para el medio

poroso, ni variaciones en las propiedades de flujo de ambos.

En el sentido de la descripción fenomenológica de las dinámicas de espumamiento en fracturas, varios autores han presentado estudios desarrollados mediante experimentos a escala de poro a través de micromodelos [35, 36, 37]. Como resultado de éstos, se evidenciaron los mismos mecanismos de generación y coalescencia de espumas que se presentan en medios porosos matriciales. Sin embargo, las dinámicas asociadas a estos son función de propiedades de la fractura, especialmente de su rugosidad [37]. En consecuencia, las propiedades físicas de la discontinuidad inciden en la generación de espumas, y a su vez en su capacidad reductora de movilidad .

Frente a este panorama, la aplicación de la técnica de inyección de espumante disperso en gas para generación de espumas en yacimientos naturalmente fracturados como metodología de recobro mejorado tiene un alto grado de incertidumbre. Frente a esto, surgen varios interrogantes: ¿cómo se distribuye el agente espumante en la matriz y en las fracturas a partir de la inyección del espumante disperso en gas?, ¿qué diferencia las dinámicas de generación y coalescencia de espumas entre la matriz porosa y las fracturas?, ¿qué condiciones operacionales deben presentarse para que las espumas realicen una reducción de movilidad efectiva a las fracturas?, ¿qué condiciones deben presentarse para lograr un aumento en la recuperación de petróleo por generación de espumas?

Para dar respuesta a los interrogantes previamente propuestos, se requiere una herramienta de simulación de operaciones de generación y coalescencia de espumas en Yacimientos Naturalmente Fracturados mediante inyección de espumante disperso en gas. Varios simuladores comerciales, tales como STARS, UTCHEM y ECLIPSE, cuentan con aproximaciones empíricas que permiten representar la generación de espumas en yacimientos [12, 38, 39] e incorporar un modelo de doble dominio de permeabilidad para modelar el flujo en los yacimientos naturalmente fracturados. Sin embargo, los modelos matemáticos formulados para el desarrollo de estas herramientas no consideran los mecanismos involucrados en la inyección de fases dispersas en gas, lo cual es altamente necesario para representar la física involucrada en el dada la novedad de la técnica y la ausencia de un banco completo con pruebas de desplazamiento que permitan una adecuada calibración de modelos de naturaleza empírica. Por tal motivo, se hace necesaria la construcción de un modelo de base física que permita modelar la generación y coalescencia de espumas en yacimientos naturalmente fracturados mediante la aplicación de la inyección de espumante disperso en gas, con la finalidad de simular estas operaciones a escala de laboratorio y a escala de campo.

En esta Tesis de Maestría, se desarrolla e implementa un modelo multifísico robusto de simulación numérica de yacimientos que acopla los fenómenos de transporte de componentes en el medio poroso, los mecanismos de transferencia de los componentes entre las fases, los mecanismos de generación y coalescencia de espumas en función de las propiedades del medio a nivel del continuo, y la reducción de movilidad debido al espumamiento. Este modelo se desarrolla bajo un enfoque multi-dominio que permite desagregar los mecanismos expuestos expuestas en múltiples

dominio de flujo conectados entre sí, con la finalidad de diferenciar el flujo y las dinámicas de espumamiento en el medio poroso y en la fractura. De esta forma, se logra una representación más fiel a los procesos involucrados a la aplicación de esta técnica en yacimientos naturalmente fracturados y posibilita el diseño de operaciones de inyección de espumante disperso en yacimientos fracturados con fines de reducir la incertidumbre asociada.

## 1.1. Objetivos

### 1.1.1. Objetivo General

Desarrollar un modelo de base fenomenológica para la generación, transporte y coalescencia de espumas formadas a través de gasodispersiones en yacimientos fracturados para operaciones de Recobro Mejorado.

### 1.1.2. Objetivo Específico

- Identificar los fenómenos de transporte y mecanismos de transferencia cuantificables más representativos en la generación, transporte y coalescencia de espumas formadas mediante gasodispersiones en yacimientos fracturados.
- Constituir un modelo matemático que represente los principales fenómenos involucrados.
- Implementar un modelo numérico y computacional que permita solucionar las ecuaciones gobernantes y constitutivas planteadas en el modelo matemático.
- Validar el funcionamiento de la herramienta computacional de simulación numérica a partir de datos de laboratorio y/o simulaciones en simuladores comerciales validados.

## 1.2. Metodología

Este trabajo se aborda desde un enfoque de modelado fenomenológico [40]. En primera instancia, se plantea un modelo conceptual que describa verbalmente las características del sistema, sus componentes, fases y dominios. De igual forma, dicho modelo conceptual contiene los fenómenos y mecanismos físicos y químicos asociados con los procesos que se presente en el medio poroso en una operación de inyección de espumante disperso en yacimientos naturalmente fracturados.

Posterior a la consolidación del modelo conceptual, se formula el sistema de ecuaciones que relacionan las variables involucradas en las dinámicas de transporte, transferencia y espumamiento en el sistema naturalmente fracturado. Inicialmente se plantean las ecuaciones de conservación correspondientes a las propiedades extensivas involucradas; y posteriormente, se proponen las ecuaciones constitutivas que representan los mecanismos relacionados en la fenomenología.

Luego, se propone e implementa una estrategia de solución numérica que permita aproximar la solución del sistema de ecuaciones en diferencias parciales planteado en la formulación matemática. En este paso, se propone la discretización del sistema, la linealización y la solución numérica de las ecuaciones resultantes mediante métodos numéricos iterativos avanzados. Asimismo, se implementa el algoritmo en la herramienta DFTMP SIMULATOR del Grupo de Investigación Dinámicas de Flujo y Transporte en medios porosos de la Universidad Nacional de Colombia.

Finalmente, utilizando datos experimentales disponibles en literatura y suministrados por EQUIÓN ENERGÍA LIMITED, se validará el modelo propuesto y desarrollado en esta Tesis de Maestría a partir de un proceso de ajuste de los parámetros del mismo, en función de las variables operacionales usadas en los experimentos a escala de núcleo. A partir de estas validaciones, se proponen aplicaciones a escala de campo a modelos de yacimiento hipotéticos.

### **1.3. Estructura de la Tesis**

El **Capítulo 2** muestra los conceptos y antecedentes relacionados con la física y el modelado del transporte en yacimientos naturalmente fracturados. Asimismo, se hace un acercamiento conceptual al modelado de aplicaciones de espumas en procesos de Recobro Mejorado de Petróleo.

El **Capítulo 3** presenta el modelo matemático que representa la fenomenología relacionada con la inyección de espumante disperso en gas para yacimientos naturalmente fracturados desde una óptica de múltiples dominios.

El **Capítulo 4** contiene el planteamiento del problema y el proceso de implementación en código del modelo matemático.

El **Capítulo 5** contiene la validación del modelo de espumamiento a escala de núcleo, el desarrollo de simulaciones y un análisis de sensibilidad de variables asociadas al yacimiento y a los fluidos involucrados.

El **Capítulo 6** presenta las conclusiones y recomendaciones de esta Tesis de Maestría.

## 2. Marco Preliminar: Conceptos y Antecedentes

El desarrollo de un modelo de generación, flujo y destrucción de espumas en yacimientos fracturados mediante la inyección de espumante disperso en gas requiere de la consideración de una serie de conceptos y de experiencias previas en el modelamiento de la espumación en modelos fracturados. Para abordar conceptualmente los conceptos y antecedentes asociados al objetivo de esta Tesis de Maestría, se plantean tres secciones. En una primera sección se abordan los conceptos y el modelado de los yacimientos naturalmente fracturados. Posteriormente, se presenta el concepto de dispersiones de químicos en procesos de inyección de gas. Finalmente, se abordan los conceptos relacionados con la generación de espumas en yacimientos como alternativas de mejoramiento de la recuperación de hidrocarburos.

### 2.1. Yacimientos Naturalmente Fracturados

Un yacimiento naturalmente fracturado hace referencia a un cuerpo de roca del subsuelo, que almacena hidrocarburos y que contiene fracturas que incrementan su capacidad de flujo [13, 41, 42, 43]. Por otro lado, una fractura se define como una discontinuidad mecánica en las rocas, generada por procesos posteriores a la formación de la roca bajo un régimen de falla frágil [13]. Existen diversas maneras de clasificar este tipo de yacimientos; sin embargo, de acuerdo a la interacción entre la matriz y la fractura, los yacimientos naturalmente fracturados se pueden clasificar en las siguientes categorías [40, 44]:

- *Rocas fracturadas*: son yacimientos del subsuelo que están conformados únicamente por un dominio de fracturas en el cual se acumulan los fluidos [44]. En este caso, no existe otro aporte a la capacidad de almacenamiento y de flujo al sistema diferente al que hacen las fracturas. En este grupo se destacan el campo Amal en Libia, y los campos Edison y Basement Fields en los Estados Unidos de América [13].
- *Medios porosos fracturados*: a diferencia de las rocas fracturadas, están formados por un dominio poroso y un dominio de fracturas [44]. Generalmente, las fracturas aportan la capacidad de flujo mientras que el medio poroso aporta la capacidad de almacenamiento. En esta categoría se destacan los campos Agha Jari y Haft Kel en Irán, y los campos Sooner Trend y Spraberry Trend Area en los Estados Unidos de América [13].

Las propiedades de flujo de fracturas en los yacimientos naturalmente fracturados afecta su administración y monitoreo en actividades como perforación, completamiento, adquisición de datos, localización de pozos y esquemas de recobro asistido [13]. Por ejemplo, cuando aumenta la apertura de las fracturas, se incrementa su capacidad para permitir el flujo. De igual forma, la altura de las fracturas incrementa la efectividad del drenaje de los fluidos asistida por gravedad. Asimismo, al incrementar la longitud de las fracturas, se incrementan las permeabilidades efectivas de las fases en el medio [13].

En el caso particular del diseño de esquemas tradicionales para el recobro asistido, las fracturas en los medios porosos tienden a canalizar mayores volúmenes de fluido inyectado debido al contraste en capacidad de flujo entre el medio poroso y la fractura [5, 12, 45]. En consecuencia, la eficiencia del método de recuperación asistida aplicado se reduce. Dada esta situación, se hace necesario entender las dinámicas asociadas presenten en este tipo de yacimientos.

Para estudiar el transporte en medios porosos fracturados, es necesario tener en consideración el concepto de medio poroso y de la definición de las propiedades usadas en la caracterización de su flujo. Estas propiedades son función de la escala desde la que se abarca el estudio del transporte en medios porosos.

### 2.1.1. Escala de Heterogeneidad

El concepto de medio poroso y la consideración de las fracturas son función de la escala en que se consideran. En este sentido, existen tres niveles de estudio [46]:

- *Escala Molecular*: A este nivel, se busca entender la fundamentación de los mecanismos de transporte en términos de la estructura molecular y de las fuerzas intermoleculares. Los estudios a esta escala se fundamentan en consideraciones de la física teórica y de la físico-química.
- *Escala Microscópica*: A este nivel, se estudia el transporte en una sección pequeña del sistema. Para ello, se emplean ecuaciones de cambio que permiten evaluar cómo cambia una propiedad termodinámica en una región.
- *Escala Macroscópica*: A este nivel, se estudia el transporte considerando propiedades constitutivas del sistema bajo la consideración de medio continuo (sección 2.1.2). Para ello, se utilizan ecuaciones de balance macroscópicas que permiten describir cambios en propiedades termodinámicas en función de *fluxes* de entrada y salida al sistema.

Para el estudio del transporte en yacimientos, se ha considerado el estudio del medio poroso a escala macroscópica [40]. Para ello, es necesario introducir una concepción de este concepto desde la óptica de un medio continuo con propiedades intensivas representativas [40].

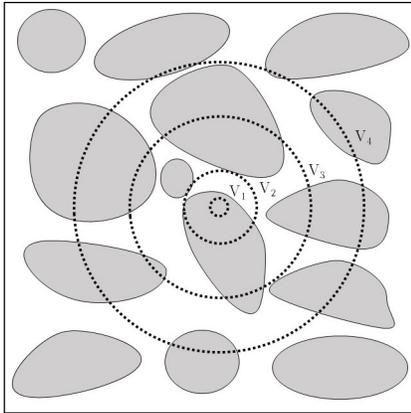
### 2.1.2. Concepto de Medio Poroso

Un *medio poroso* es un dominio espacial formado parcialmente por un esqueleto sólido y por espacios vacíos que está ocupado por uno o más fluidos [40]. El estudio de los medios porosos ha sido de gran aplicación para la ciencia y para la ingeniería; destacándose en la hidrogeología, ingeniería de yacimientos de hidrocarburos, ingeniería química, ingeniería biomédica, entre otras [40]. En estos procesos, se presenta el transporte de una o varias propiedades termodinámicas extensivas (i.e. materia, cantidad de movimiento, energía) a lo largo del medio [40]. En el caso particular de los yacimientos de hidrocarburos, el transporte de propiedades extensivas en el medio está estrechamente vinculado con los procesos enmarcados en la explotación de los yacimientos de hidrocarburos: producción, estimulación, técnicas de recobro, entre otros [47].

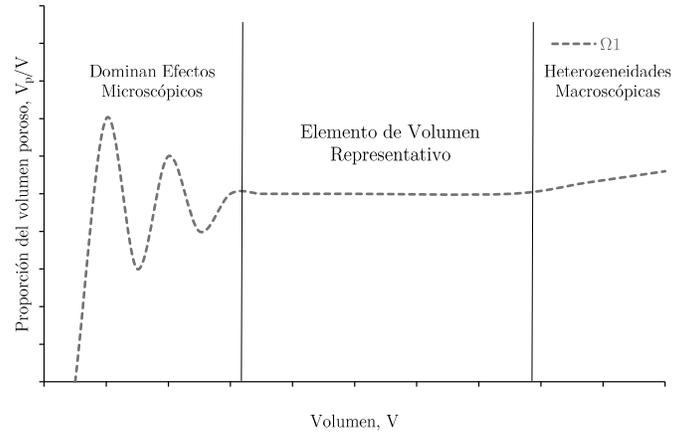
El concepto de medio poroso se enmarca dentro de la definición de *medio continuo* [40]. De acuerdo con este concepto, las propiedades intrínsecas del medio se distribuyen de manera uniforme en el espacio. Esta definición tiene su incidencia en la escala en que se estudien los diversos fenómenos de transporte. Tomando la proporción en volumen de espacio poroso en el medio, a nivel de partícula se presenta un valor de 1 (partícula en espacio poroso) o de 0 (partícula en el esqueleto sólido). Al incrementar el volumen de estudio, dicha proporción muestra variaciones hasta lograrse un valor independiente del volumen [40]. En la Figura 2-1 se esquematiza la definición de medio continuo para el caso de un medio poroso. En la imagen se logra apreciar cómo varía la proporción de volumen poroso al aumentar el volumen de estudio, hasta que llega a un valor determinado. A partir del valor señalado, es posible considerar un medio continuo y asignar propiedades intrínsecas puntuales que describen el transporte en el medio poroso [40]. Este valor de volumen se conoce como Volumen de Elemento Representativo (REV, por sus siglas en inglés). Al igual que como ocurre con la proporción de espacio poroso en el medio, el concepto de volumen de elemento representativo tiene aplicación en otras propiedades intrínsecas que guardan relación con el transporte de propiedades extensivas a lo largo del medio, y que son definidas en en la siguiente sección [40].

### 2.1.3. Flujo y Transporte en Medios Porosos

El transporte de cualquier propiedad en un medio poroso está fuertemente asociada al flujo de fluidos en su interior. Por ello, bajo un enfoque de medio continuo, se define una serie de propiedades constitutivas que describen el flujo en el medio poroso.



(a) Representación del volumen de estudio en medio poroso.



(b) Esquema de proporción de volumen porosos contra volumen de estudio.

**Figura 2-1.:** Volumen de Elemento Representativo para un medio poroso.

## Porosidad

Es la proporción de volumen de un medio poroso que no está ocupado por partículas sólidas y está disponible para los fluidos [48]. La ecuación 2-1 presenta el concepto de porosidad.

$$\phi = \frac{V_p}{V_b} \quad (2-1)$$

donde:

- $\phi$  es la porosidad del medio poroso.
- $V_p$  es el volumen poroso del medio.
- $V_b$  es el volumen total del sistema.

## Saturación

Es el volumen que ocupa una fase respecto al volumen poroso. La ecuación 2-2 representa la definición de esta propiedad [48].

$$S_\alpha = \frac{V_\alpha}{V_p} \quad (2-2)$$

donde:

- $S_\alpha$  es la saturación de una fase  $\alpha$ .

- $V_p$  es el volumen poroso del medio.
- $V_\alpha$  es el volumen ocupado por una fase  $\alpha$ .

Para cualquier fase en el medio poroso, se cuenta con dos saturaciones especiales:

- *Saturación irreducible*: La saturación irreducible corresponde a la saturación mínima que alcanza la fase en el medio poroso [48]. Esta se da por entrapamiento capilar o por mojabilidad de la roca.
- *Saturación crítica*: La saturación crítica corresponde a la saturación mínima que se requiere para que la fase fluya en el medio poroso [48].

### Permeabilidad

Es la medida del medio poroso que indica la capacidad que este tiene para conducir un fluido [48]. Para su estimación, se emplea la ley fenomenológica de Darcy, definida mediante la ecuación 2-3, que la relaciona con la tasa de flujo y la caída de presión.

$$q = \frac{KA}{\mu} \frac{dP}{dl} \quad (2-3)$$

donde:

- $q$  es la tasa de flujo.
- $K$  es la permeabilidad absoluta de la roca.
- $A$  es el área transversal de flujo.
- $\mu$  es la viscosidad del fluido.
- $\frac{dP}{dl}$  es el gradiente de presión en dirección del flujo.

Existen tres tipos de permeabilidades a tener en cuenta en la caracterización del flujo en un medio porosos [48]:

**Permeabilidad absoluta:** es la medida relacionada con la capacidad de flujo de la roca. Su estimación se realiza bajo flujo monofásico.

**Permeabilidad efectiva:** en un sistema de flujo en medio poroso que involucre varias fases, la permeabilidad efectiva es la capacidad de flujo de una fase en presencia de otra(s) [48]. Para su estimación mediante la ecuación 2-3, se emplean las propiedades de cada fase correspondiente.

**Permeabilidad relativa:** esta propiedad describe la capacidad de flujo que esta tiene en un medio poroso en condiciones de flujo multifásico respecto a la condición de flujo monofásico [48]. En términos matemáticos, la permeabilidad relativa se define como la relación entre la permeabilidad efectiva de la fase en el sistema bifásico y la permeabilidad absoluta del medio poroso, como se muestra en la ecuación 2-4 [48].

$$k_{r,\alpha}(S_\alpha) = \frac{k_{eff,\alpha}(S_\alpha)}{K} \quad (2-4)$$

donde:

- $k_{r,\alpha}$  es la permeabilidad relativa de la fase  $\alpha$  en el medio poroso.
- $k_{eff,\alpha}$  es la permeabilidad efectiva de la fase  $\alpha$  en el medio poroso.
- $S_\alpha$  es la saturación de la fase  $\alpha$ .
- $K$  es la permeabilidad absoluta del medio poroso.

La Figura 2-2 muestra un esquema clásico para una curva de permeabilidad relativa bifásica.

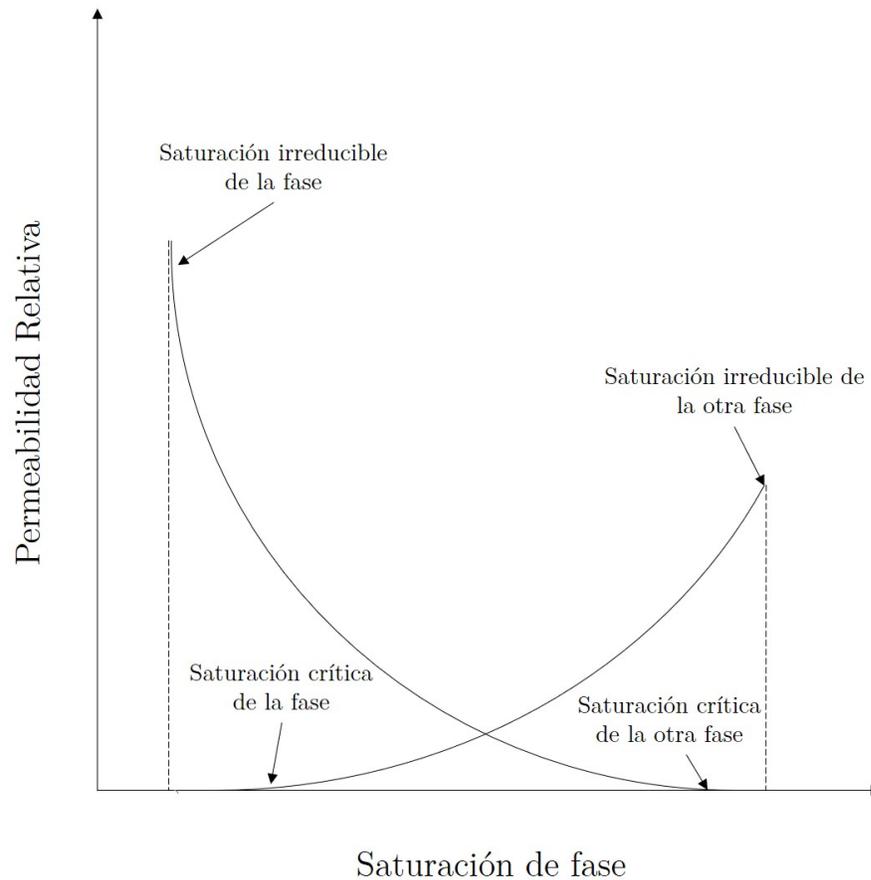
### Presión Capilar

Se define como la diferencia entre las presiones de dos fases con una superficie interfacial común [48]. En un sistema poroso bifásico, corresponde a la diferencia entre la presión de una fase mojanante y una fase no mojanante [49], como indica la ecuación 2-5.

$$p_c(S_w) = P_{nw} - P_w \quad (2-5)$$

donde:

- $p_c$  es la presión capilar del sistema bifásico.
- $P_{nw}$  es la presión de la fase no mojanante.
- $P_w$  es la presión de la fase mojanante.
- $S_w$  es la saturación de la fase mojanante.

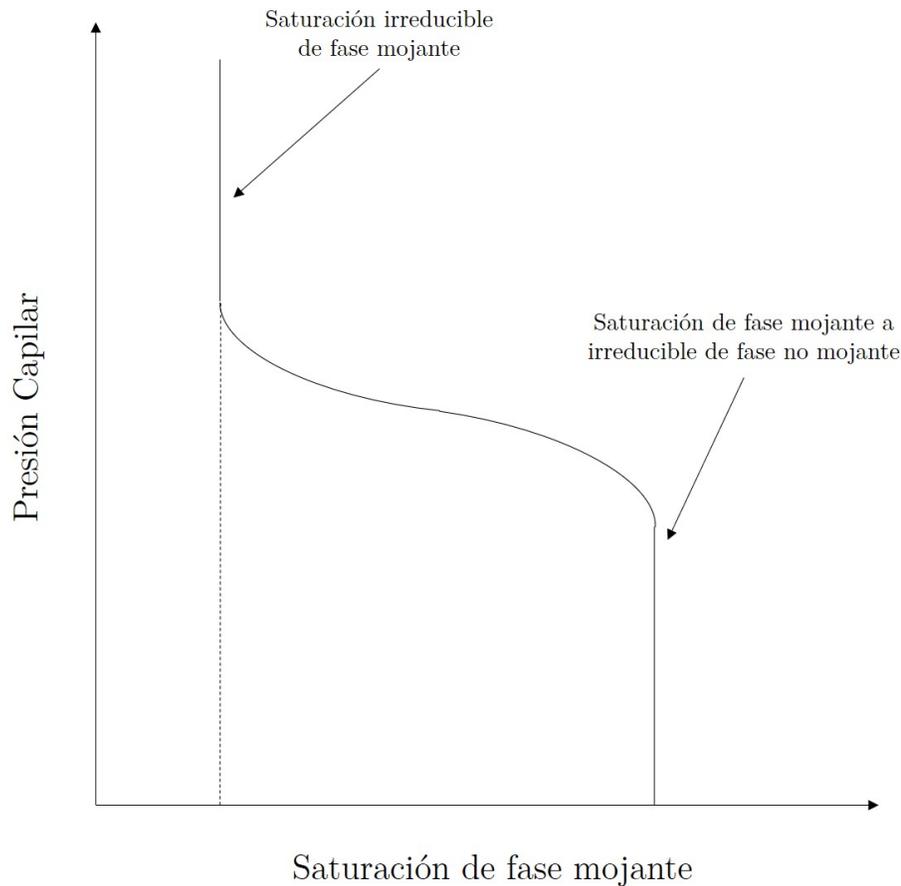


**Figura 2-2.:** Curvas de permeabilidad relativa en flujo bifásico como función de la saturación de cada fase coexistente en el medio poroso.

#### 2.1.4. Medios Porosos Fracturados

Una *fractura*, al definirse como una discontinuidad del material, divide el medio poroso en dos partes [40, 44]. Esta consideración tiene un efecto directo sobre la suposición del medio continuo para este tipo de medios porosos dado que, no hay una distribución uniforme del esqueleto sólido en el volumen para un medio fracturado, como se puede apreciar en la Figura 2-4. En base a lo anterior, el modelado de medios porosos fracturados se puede clasificar en dos grandes categorías [40, 44]:

- *Único Dominio:* este enfoque considera que, a pesar de no haber una distribución de la condición porosa en el espacio, se puede considerar como un medio poroso a un volumen de elemento representativo. A través de este enfoque, no es posible desagregar la física del transporte entre el medio poroso y la fractura.
- *Múltiples Dominios:* este enfoque considera que el medio está compuesto por varios medio superpuestos. Por un lado se encuentra el medio poroso y por otro los diversos sistemas de

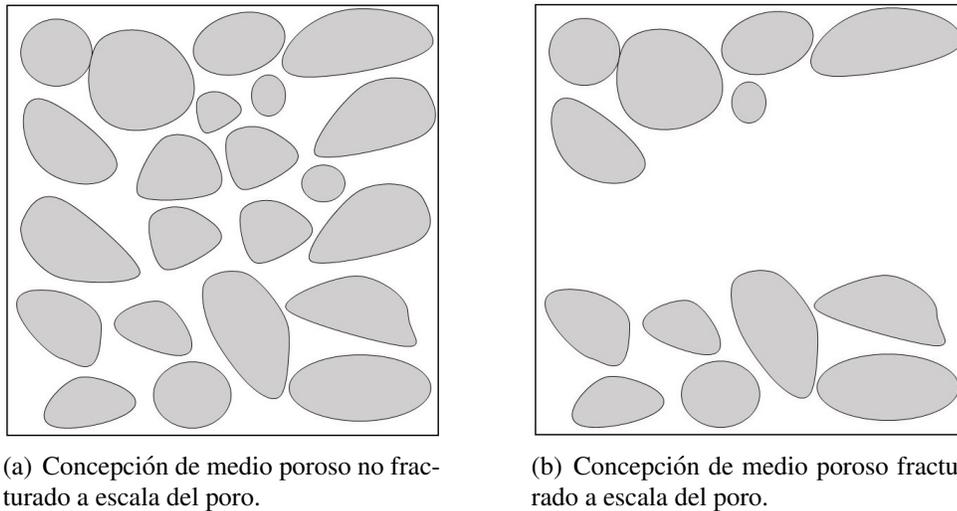


**Figura 2-3.:** Curva de presión capilar como función de la saturación de la fase mojante.

fracturas. Este enfoque permite desagregar la física del transporte en el medio poroso y en la fractura. Para este caso, se tienen múltiples dominios de flujo, como se ilustra en la Figura 2-5, donde se considera la región en que se tiene volúmenes de elemento representativos comunes para ambos dominios.

Bajo estos enfoques para el estudio del problema del flujo en medios porosos fracturados, se han desarrollado estudios empleando los siguientes modelos [13]:

- *Medio Continuo Equivalente:* este modelo se basa en la consideración de un único dominio en el sistema físico. Para dicho fin, el sistema se caracteriza bajo propiedades de flujo y transporte que toman en cuenta la contribución de la matriz porosa y de la fractura [13]. La principal desventaja de este enfoque es que no permite estimar las interacciones entre el medio poroso y las fracturas.
- *Asociación de Fracturas:* al igual que bajo los modelos basados en Medio Continuo Equivalente, la asociación de fracturas considera un único sistema físico [34]. Sin embargo, en



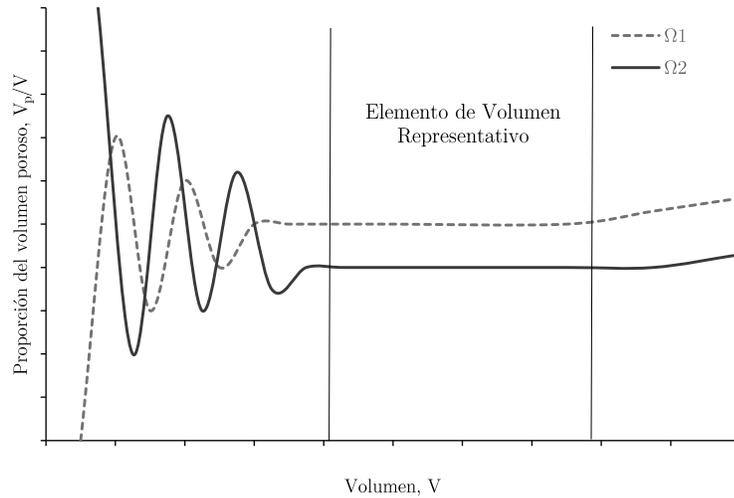
**Figura 2-4.:** Concepción a escala de poro de un medio poroso no fracturado y de un medio fracturado.

este se desagregan y agrupan las fracturas en bloques, y se le asignan propiedades de flujo y transporte correspondientes.

- *Doble Porosidad:* este modelo considera dos dominios continuos interconectados: el medio poroso y el sistema de fracturas [13]. En este modelo, solo se considera el transporte en las fracturas; mientras que el medio poroso únicamente almacena los fluidos y los transfiere hacia las fracturas.
- *Doble Permeabilidad:* al igual que los modelos de doble porosidad, los modelos de doble permeabilidad consideran dos dominios de flujo continuo [13]. Sin embargo, estos modelos considera transporte tanto en el medio poroso como en la fractura.
- *Triple Porosidad:* estos modelos consideran un tercer dominio interconectado, el cual corresponde a los vórgulos característicos en rocas carbonatadas [13]. En estos modelos, no se considera transporte en el dominio correspondiente a los vórgulos o cavernas.

### 2.1.5. Flujo y Transporte en Medios Porosos Fracturados

Como se mencionó al inicio de sección 2.1, la presencia de fracturas tiene efectos relevantes en en transporte en medios porosos. Gran parte de estos efectos se relacionan con cambios en las dinámicas del flujo de fluidos en el sistema. Uno de los aspectos más importantes y discutidos respecto al flujo en medios porosos está relacionado con la interacción matriz-fractura. Frente a esto, existen dos mecanismos principales: imbibición capilar y drenaje por gravedad [13].



**Figura 2-5.:** Esquema del concepto de Volumen de Elemento Representativo para un sistema de múltiples dominios.

- *Imbibición capilar:* este mecanismo se presenta cuando se tiene una fase mojante en las fracturas y una fase no mojante en el medio poroso. Por imbibición espontánea, la fase mojante ingresa a la matriz siguiendo fuerzas capilares y la fase no mojante ingresa a la fractura [13].
- *Drenaje de gravedad por gas:* este mecanismo se presenta cuando se tiene gas como fase no mojante en las fracturas y se transfiere a la matriz por acción de gravedad, haciendo que el fluido mojante ingrese a la fractura [13].

Los anteriores mecanismos tienen repercusiones importantes en la caracterización de las propiedades de flujo en las fracturas [13]. Por un lado, diversos estudios a escala de laboratorio muestran que las saturaciones irreducibles en fracturas de las fases son nulas y que curvas de permeabilidad relativa asociadas tienen un comportamiento recto. [13]. Por otro lado, la presión capilar en las fracturas se puede considerar nula puesto que tienen una apertura que es superior a los diámetros típicos de garganta del medio poroso [13].

## 2.2. Inyección de Químicos Dispersos

Como segunda parte del marco preliminar, se abordarán los conceptos relacionados con la inyección de químicos dispersos en gas. Esta técnica ha sido empleada por la empresa EQUIÓN ENERGÍA en operaciones de estimulación de pozos [50, 51] y de recobro mejorado [32, 33, 52, 53]. Asimismo, la Universidad Nacional de Colombia, específicamente el Grupo de Investigación en Dinámicas de Flujo y Transporte en medios porosos, ha aunado esfuerzos en mejorar el entendimiento de los fenómenos físicos relacionados en este tipo de operaciones y en su modelado fenomenológico

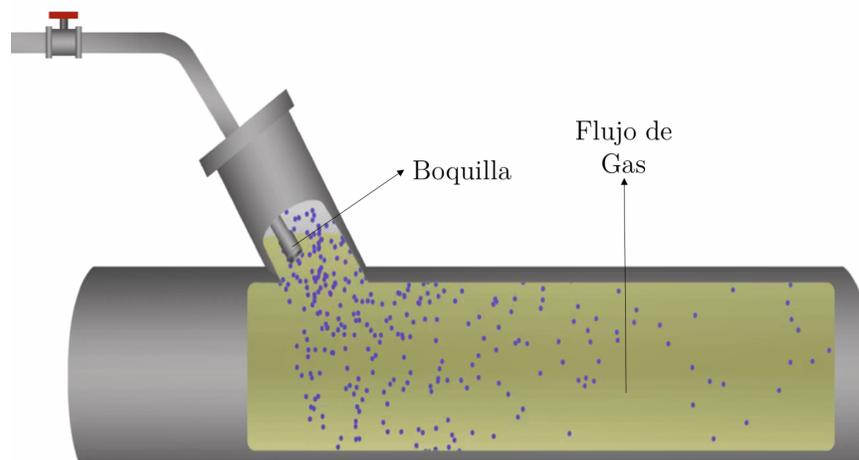
[33, 52, 53, 34, 54].

Para ambos casos, esta técnica tiene dos ventajas principales. Por un lado, el requerimiento en área y en equipos de superficie es menor que respecto a una inyección alternada de volúmenes de gas y solución líquida del agente químico. Por otro lado, los volúmenes de químico requeridos son menores para lograr mayores profundidades de invasión a las formaciones debido a la efectividad del acarreo y a la reducción de las pérdidas por retención en el medio poroso [50, 51].

A continuación se presenta la descripción de la operación y la caracterización de la fenomenología asociada.

### 2.2.1. Descripción de la Operación

La inyección de químicos bajo esta técnica se realiza a partir de la dispersión de una solución líquida en la corriente de gas que ingresa al yacimiento. Para este fin, se utiliza un equipo esquematizado en la Figura 2-6, el cual consta de una boquilla que añade el químico en forma de gotas a corriente gaseosa para formar una niebla [32, 33].



**Figura 2-6.:** Representación del equipo en superficie para inyección de químicos dispersos en gas.

De acuerdo con Valencia [31], cuando la corriente gaseosa ingresa al yacimiento, se presentan varias dinámicas de transferencia entre fases que permiten que el químico cumpla su función dentro del medio poroso. En la subsección 2.2.2 se presentan los fenómenos de transferencia que se consideran en el modelado de la inyección de químicos dispersos en gas.

### 2.2.2. Fenomenología

Los fenómenos de transferencia entre fases que se pueden categorizar en tres mecanismos principales: interceptación, partición y sorción [31, 33, 30]. A continuación se definen conceptualmente dichos mecanismos.

#### Interceptación

Al inyectar una solución de agente químico dispersa en la fase gaseosa, las gotas colisionan y se transfieren a la fase acuosa u oleica de acuerdo a la naturaleza de la solución dispersada [31]. Mediante este mecanismo, las gotas alcanzan la interfase entre las fases gaseosa y líquida, y se incorporan en esta última; como se puede apreciar en la Figura 2-7.



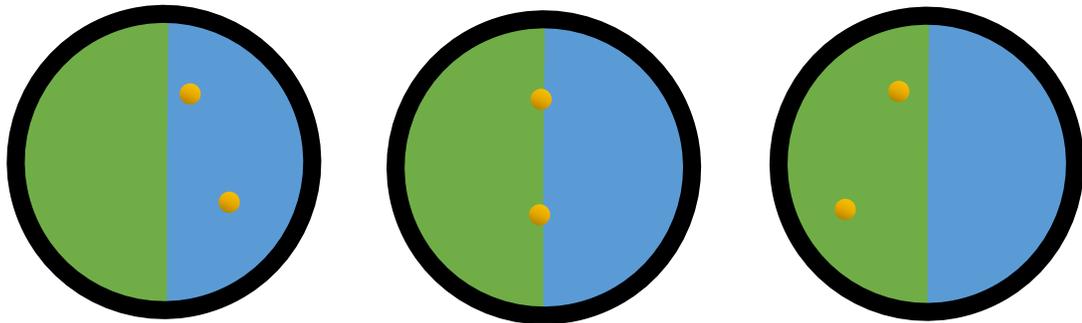
**Figura 2-7.:** Interceptación de un componente disperso (amarillo) en la fase gaseosa (rojo) hacia una fase líquida (azul).

#### Partición

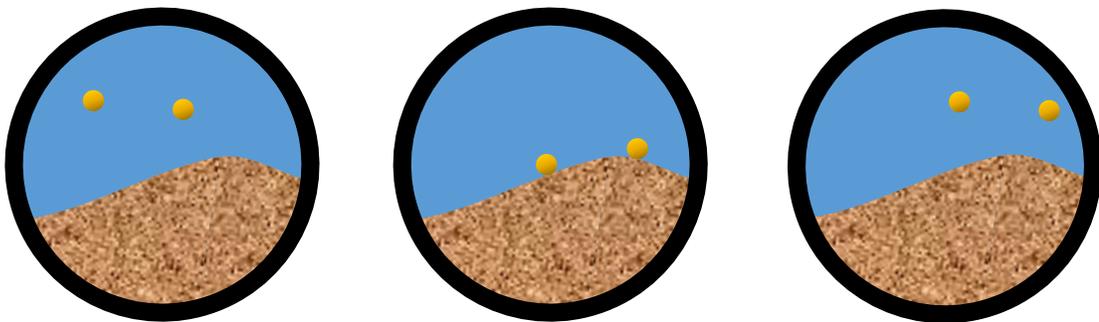
Existen químicos de naturaleza anfífilas que pueden ser usados en operaciones de inyección dispersa. Por tal motivo, se presenta una transferencia entre las fase líquidas, como se muestra en la Figura 2-8, hasta lograr una concentración de equilibrio en la fase de destino [31, 55].

#### Sorción

Los fenómenos de sorción corresponden a la transferencia de químico entre la fase líquida y la roca. Cuando la transferencia se presenta desde la fase líquida hacia la roca, se hace referencia a la adsorción. Mientras tanto, cuando ocurre en sentido contrario, se presenta el mecanismo de desorción [55]. La Figura 2-9 muestra gráficamente ambos fenómenos.



**Figura 2-8.:** Partición de un componente disuelto (amarillo) entre dos fases líquidas (verde y azul).



**Figura 2-9.:** Sorción de un componente disuelto (amarillo) en una fase líquida (azul) hacia la roca y viceversa.

## 2.3. Espumas

Finalmente, dentro de este marco preliminar, se abordará la aplicación de las espumas en operaciones de recobro mejorado. Las espumas se define como un sistema coloidal conformado por una fase gaseosa dispersa separada por películas líquidas conocidas como *lamelas* [1]. Esta característica condiciona que las espumas exhiban una serie de cualidades especiales que son empleadas en diversas aplicaciones de la ciencia y de la ingeniería: alta área superficial específica, baja velocidad de desplazamiento entre fases, gran relación de expansión y un esfuerzo de cedencia finito. [1].

En Recobro Mejorado de hidrocarburos, las espumas son ampliamente utilizadas como un agente de mejoramiento de la eficiencia de barrido en yacimientos sometidos a procesos de inyección de gas debido a las propiedades que exhiben [5].

### 2.3.1. Generalidades de las Espumas

Las espumas, al ser un sistema coloidal complejo, presentan propiedades particulares que definirán su desempeño en las diversas aplicaciones. A su vez, estas propiedades dependen de su morfología.

#### Propiedades de las espumas

Como se enunció al inicio de esta sección, una de las ventajas de las espumas es su comportamiento no newtoniano. Dos conceptos importantes que definen la reología de las espumas son la *calidad* y la *textura*.

**Calidad de la espuma** La calidad de la espuma es la fracción del volumen de la espuma que corresponde al gas. Este parámetro define si una espuma se puede considerar como seca o húmeda. Convencionalmente, una espuma es seca si su calidad es superior a 0.8.

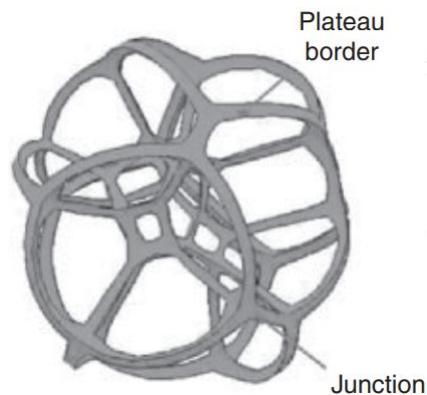
**Textura de la espuma** La textura de la espuma hace referencia a la cantidad de lamelas que hay en una unidad de volumen de la espuma. A mayor textura, la espuma adquiere una mayor resistencia al flujo, es decir, disminuye su movilidad.

#### Morfología de las espumas

La morfología de las espumas depende de su clasificación de acuerdo a la calidad. Para espumas húmedas, las burbujas de gas tienen forma redonda; mientras que las espumas secas tienen forma poliédrica. En ambos casos, la morfología de las espumas se fundamenta en las cuatro reglas de Plateau [56]:

- Las lamelas están formadas por superficies continuas no rugosas.
- La curvatura media de una porción de lamela es siempre constante en cualquier punto de la misma porción.
- Tres lamelas se intersectan a lo largo de una línea formando un ángulo de  $120^\circ$ . Esa línea se conoce como *frontera de Plateau* o *triángulo de Gibbs*.
- Cuatro fronteras de Plateau se intersectan en un punto y forman un ángulo de  $109^\circ 28'$ .

En la Figura 2-10 se presentan gráficamente las definiciones asociadas a la forma que adquieren los sistemas de espumas.



**Figura 2-10.:** Esquema de la morfología de las espumas. Tomado de [1].

### 2.3.2. Generación y Coalescencia de Espumas en Medios Porosos Fracturados

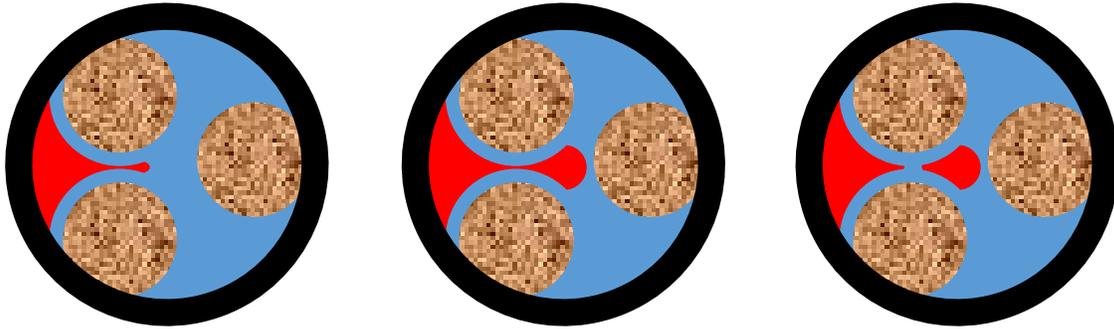
Las espumas son sistemas termodinámicamente no estables [1]. Por dicho motivo, su generación es función de ciertas condiciones que favorecen la estabilidad de las lamelas. Cuando estas condiciones no son favorables, la lamela se destruye [15, 30]. Adicionalmente, presencia del agente espumante en la fase líquida genera una separación repulsiva que mejora la estabilidad de las lamelas [15]. En función de esto, se definen los mecanismos de generación y coalescencia de espumas tanto en medios porosos como en sus discontinuidades.

#### Generación de espumas en medios porosos

Existen diversos mecanismos físicos, químicos y bioquímicos que están relacionados con la generación de espumas. Sin embargo, para medios porosos se asocian principalmente tres mecanismos con la formación de lamelas: *snap-off*, división de lamelas y *leave-behind* [15]. Estos tres mecanismos se presentan a escala de poro y responden a física del no-equilibrio.

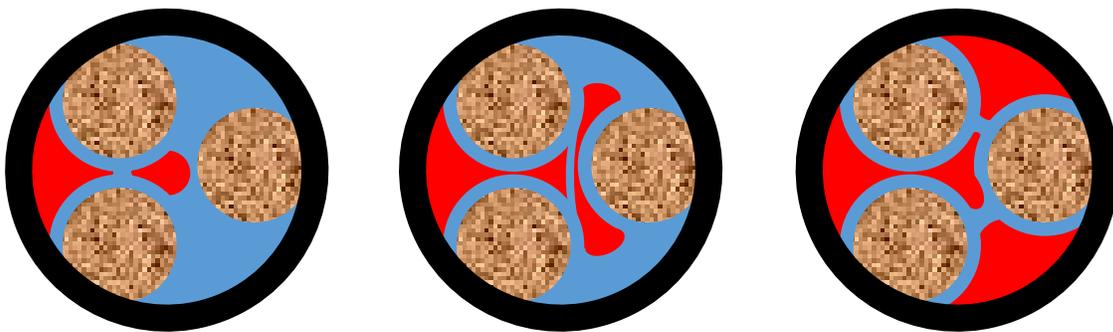
***Snap-off*** El mecanismo de *snap-off* es el primero que se presenta en la generación de espumas mediante el contacto de una solución de espumante con una corriente gaseosa. En este mecanismo, las burbujas de gas son estranguladas al paso del gas por una garganta de poro inicialmente saturada por líquido, formando una lamela. De acuerdo a Kovscek [15], las velocidades intersticiales de las fases involucradas en la garganta de poro gobiernan la generación de espumas por *snap-off*. La Figura 2-11 presenta una representación gráfica de esta dinámica de generación de lamelas a nivel de garganta de poro.

**División de lamelas** La división de lamelas se presenta debido a las bifurcaciones del medio poroso y es considerado como el principal mecanismo para el "fortalecimiento" de las espumas



**Figura 2-11.:** Representación del mecanismo *snap-off* para la generación de espumas en medios porosos. En azul: líquido. En rojo: gas.

[31]. Mediante este, al presentarse ramificaciones de flujo, la lamela se divide en dos [15]. La Figura 2-12 presentan una esquematización del mecanismo de división de lamelas.



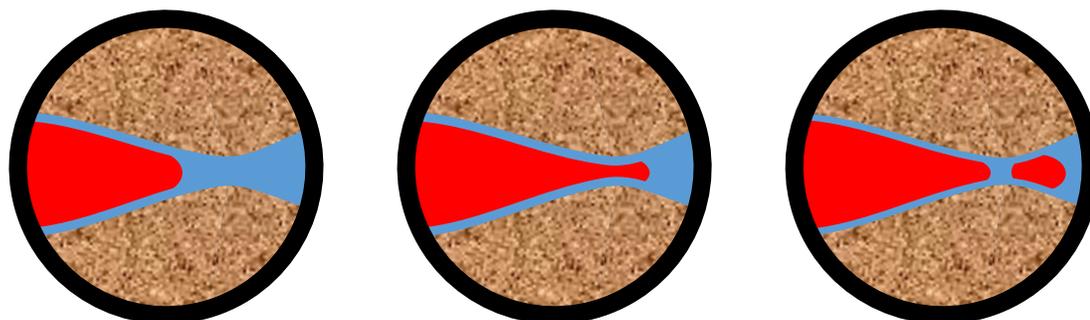
**Figura 2-12.:** Representación del mecanismo de división de lamelas para la generación de espumas en medios porosos. En azul: líquido. En rojo: gas.

**Leave-behind** El mecanismo de *leave-behind* se presenta cuando dos frentes locales de flujo de gas invaden simultáneamente dos poros adyacentes [12]. En ese proceso, se genera una lamela en la garganta entre los dos poros. Las espumas generadas por ese mecanismo se consideran "débiles"[31].

### Generación de espumas en fracturas

Como se mencionó en los mecanismos de generación de espumas en medios porosos, la morfología juega un papel sumamente importante en la generación de las espumas. Al ser las fracturas discontinuidades de los medios porosos, estas dinámicas de generación de espumas difieren. Sin embargo, de acuerdo a estudios experimentales a escala de núcleo y de poro, se ha encontrado que el mecanismo de *snap-off* permite la formación de lamelas en las fracturas debido a los cambios

locales de apertura asociados a la rugosidad. La Figura 2-13 presenta un esquema del proceso de formación de lamelas en la fractura mediante este mecanismo.



**Figura 2-13.:** Representación del mecanismo *snap-off* para la generación de espumas en medios porosos. En azul: líquido. En rojo: gas.

### Coalescencia de espumas en medios porosos y en fracturas

Similar a como ocurre con la generación, la coalescencia de espumas se presenta como consecuencia de diversos mecanismos a escala de poro, destacándose la succión capilar y la difusión de gas.

**Succión capilar** De acuerdo a [15], existe un valor de presión capilar límite de estabilidad de la lamela. Por encima de ese valor, la película de líquido se destruye. El incremento en la presión capilar se presenta por el flujo de la espuma en el medio poroso, en el cual se presentan variaciones en el espesor de la lamela.

**Difusión de gas** La succión capilar es un mecanismo que se presenta principalmente en espumas atrapadas. En este, el gas contenido en una burbuja se transfiere a otra gracias a un gradiente de potencial químico a través de una lamela común [15].

### 2.3.3. Técnicas para la Generación de Espumas en Yacimientos

A nivel de campo, existen diversas metodologías empleadas para el espumamiento *in-situ* en las cuales se inyecta una solución de espumante y una cantidad de gas. Las principales técnicas utilizadas para dicho fin son: la inyección alternada de espumante y gas, la co-inyección de espumante y gas, inyección de espumante disuelto en  $CO_2$  supercrítico y la inyección de espumante disperso en gas.

### **Inyección alternada de espumante y gas**

La inyección alternada de espumante y gas, conocida como SAG por sus siglas en inglés, consta de la inyección de un volumen de solución de espumante al yacimiento seguida de la inyección de una corriente de gas [12]. En la interacción de ambas fases en el medio se presentan las dinámicas de generación y coalescencia de espumas en medios porosos.

### **Co-inyección de espumante y gas**

La co-inyección de espumante y gas consiste en la inyección simultánea de la solución de espumante y de la corriente de gas en la misma formación geológica o en diferentes formaciones conectadas entre sí [12]. De igual manera, al haber contacto entre ambas fases en el medio poroso, se da lugar a las dinámicas de generación y coalescencia de espumas.

### **Inyección de espumante disuelto en $CO_2$ supercrítico**

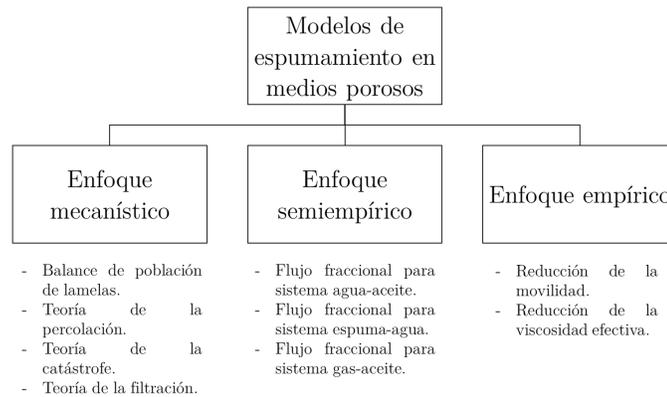
La inyección de espumante disperso en  $CO_2$  supercrítico como alternativa de espumamiento *in-situ* fue desarrollada en la Universidad de Texas en Austin. En esta técnica, el espumante es disuelto en dióxido de carbono a condiciones supercríticas [28, 29]. Cuando el fluido ingresa al yacimiento, se presenta un cambio de fase debido a las condiciones de presión y temperatura del yacimiento, haciendo que el espumante intercepte la fase acuosa, y se presenten las dinámicas de espumamiento descritas en la subsección 2.3.2. [28].

### **Inyección de espumante disperso en gas**

La inyección de espumante disperso en gas consiste en la adición de gotas dispersas de solución espumante en la corriente de gas que ingresa al yacimiento. Las gotas de la solución ingresan al medio e interceptan las fases líquidas que se encuentran en el yacimiento. De esta forma, y junto con las dinámicas asociadas a la generación y coalescencia de espumas, se presenta el espumamiento. Esta técnica, desarrollada recientemente en los trabajos de Ocampo [30] y de Valencia [31], muestra ventajas técnicas, operativas y económicas en relación con su aplicación respecto a técnicas tradicionales como la inyección alternada o la co-inyección [33]. En el capítulo 3 se desarrolla con mayor nivel de detalle la fenomenología involucrada en la generación de espumas a través de esta técnica.

## **2.3.4. Modelado de la Generación y Coalescencia de Espumas en Yacimientos**

El modelado de la generación y coalescencia de espumas en medios porosos ha contado con diferentes enfoques. Kovscek [57] propone las siguientes condiciones para los modelos que representen el espumamiento en medios porosos: reducción de la movilidad del gas en presencia de espumas, flujo de la espuma no newtoniano, variabilidad de las propiedades de la espuma como función



**Figura 2-14.:** Enfoques en el modelado de espumamiento en medios porosos. Adaptado de [2].

de la concentración de espumante, representación adecuada del transporte y transferencias del espumante y un enfoque predictivo. Todos los modelos revisados, acoplados tanto en simuladores comerciales como en herramientas académicas, consideran a la espuma como parte de la fase gas [12, 2], la movilidad de las fases líquidas no se ve afectada por el espumamiento, y que la movilidad de la fase gaseosa es función de la textura de la espuma [12, 58, 59].

La Figura 2-14 presenta las tres categorías en que se pueden clasificar los modelos considerados para el transporte de espumas en medios porosos.

### Modelos empíricos

Los modelos empíricos son aquellos que no cuentan con una relación explícita entre la movilidad de la fase gas y la textura de la espuma [2, 12]. Para este caso, se presentan ecuaciones que permiten estimar la movilidad de la fase gas como función de parámetros de ajuste, gradientes de presión, concentraciones de espumante en fase acuosa, presiones capilares, entre otros [27, 12]. Debido al bajo costo computacional requerido, son utilizados en los simuladores comerciales [12].

### Modelos semiempíricos

Los modelos semiempíricos son aquellos que cuentan con una relación explícita entre la movilidad de la fase gaseosa y la textura de la espuma [27, 12, 2]. Sin embargo, a diferencia de los modelos mecánicos, la textura de la espuma se estima mediante correlaciones empíricas. El planteamiento de estos modelos se basa en la consideración de la teoría de flujo fraccional para sistemas bifásicos [60, 61, 62]. Dicha teoría asume la no compresibilidad de las fases coexistentes en el medio poroso, por lo cual no son convenientes para sistemas con compresibilidad considerable. Asimismo, únicamente permiten modelar bajo una condición de equilibrio entre la generación y la coalescencia de espumas; imposibilitando considerar condiciones altamente dinámicas.

### **Modelos mecánicos**

Al igual que los métodos semiempíricos, la movilidad de la fase gaseosa está relacionada explícitamente con la textura de la espuma [63, 12, 64]. Sin embargo, la estimación de la textura se realiza considerando las dinámicas de generación y coalescencia de las espumas en medios porosos [64]. Dentro de esta categoría se destacan los modelos basados en el balance de población de lamelas [64, 23]. Estos relacionan la textura de la espuma con el flujo y con las dinámicas de generación y coalescencia en el medio poroso a través de un balance de cantidad de lamelas en la fase gaseosa.

Respecto a las aproximaciones empíricas y semiempíricas, los modelos mecánicos tienen una base física más fuerte, lo cual permite una mejor representación de la fenomenología relacionada con la generación, transporte y coalescencia de espumas en el medio porosos. Sin embargo, una clara desventaja de estos modelos es el alto consumo computacional que se requiere para llevar a cabo una simulación [12].

Como se mencionó en el Capítulo 1, una de las limitantes que se tiene para el modelado de procesos de inyección de espumante disperso en gas es la falta de un banco de pruebas experimentales robusto apto para un planteamiento de carácter empírico. Adicionalmente, de acuerdo a las conclusiones obtenidas por Ocampo [30] y Valencia [31] en sus respectivas Tesis de Maestría, la generación de espumas mediante inyección dispersa es altamente dinámica. Esto último hace que no sea factible aplicar las consideraciones de flujo fraccional características de los modelos semiempíricos [2]. De esta forma, para el desarrollo de esta Tesis de Maestría se realiza el modelado propuesto desde un enfoque mecánico que fidelice con los fenómenos físicos involucrados en el proceso. En el Capítulo 3 se presenta la propuesta de modelo en que se enmarca el desarrollo del trabajo.

## 3. Modelo de Espumas en Yacimientos Fracturados

El modelamiento de la generación, flujo y destrucción de espumas en medios porosos requiere de la consideración de una serie de mecanismos asociados al transporte de los componentes del sistema, a la transferencia de estos entre las fases, y a la generación y coalescencia de lamelas en el medio poroso. En este capítulo se presenta la deducción y el desarrollo del modelo propuesto en esta Tesis de Maestría.

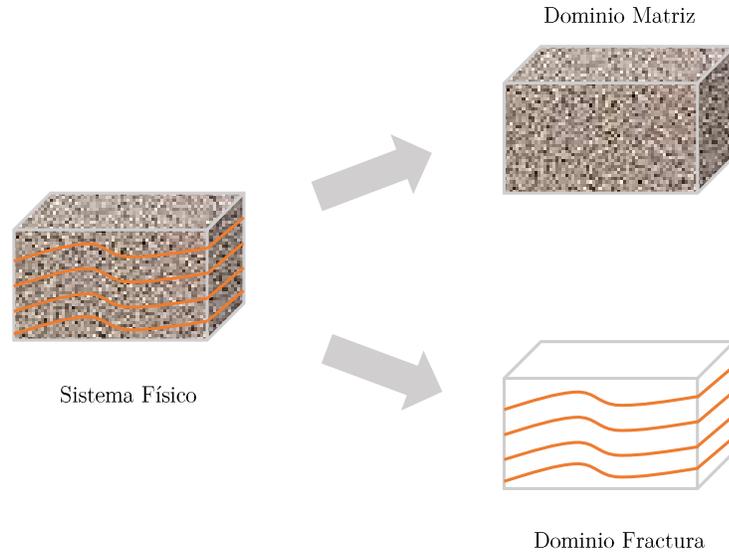
### 3.1. Volumen de Control

El sistema físico a considerar corresponde a un medio poroso con discontinuidades. Para su modelado, se considerará un conjunto finito de dominios de flujo conectados entre sí. De estos dominios, el primer dominio corresponde al medio poroso, mientras que los demás correspondrán a los diferentes sistemas de fracturas. Un caso particular de modelos de múltiples dominios corresponde al llamado modelo de doble permeabilidad (ver Figura 3-1), el cual consta de un dominio poroso y un dominio de fracturas.

El estudio para el problema del transporte, transferencias y espumamiento se propone desde un marco de referencia Euleriano [65, 66, 67]. Esta descripción considera el movimiento de las partículas de fluido por un volumen de control  $\Omega$  del sistema. En dicho elemento de volumen se tienen  $n_d$  dominios continuos conectados entre sí. El volumen de control se encuentra en el rango de representatividad de las propiedades intensivas a estudiar en el transporte para todos los dominios (ver Figura 2-5).

### 3.2. Ecuaciones de Conservación

El espacio disponible para el flujo, tanto en el medio poroso como en las fracturas, se encuentra saturado por hidrocarburos distribuidos entre una fase oleica y una fase gaseosa; así como por agua que conforma una fase acuosa. Adicionalmente, se cuenta con un esqueleto sólido que corresponde a una fase no fluida.



**Figura 3-1.:** Esquema de desagregación de un medio poroso conectado en dos dominios.

En el proceso de inyección de espumante disperso en gas se realiza la dispersión de una solución acuosa de agente activo en gas. Por ende, el agua también puede estar presente dispersa en el gas. Por otro lado, el agente espumante puede estar en la fase gaseosa disperso, disuelto en las fases oleica y acuosa, o adsorbido a la roca. La Tabla 3-1 muestra en resumen la composición de las fases en el medio poroso.

**Tabla 3-1.:** Componentes presentes en cada una de las fases.

	Oleica (O)	Gaseosa (G)	Acuosa (W)	Roca (R)
Hidrocarburo (h)	X	X		
Agua (w)		X	X	
Espumante (s)	X	X	X	X
Lamela (f)		X		

En este esquema, el transporte de cualquier propiedad  $E$  en los dominios del medio porosos se estudia a partir de ecuaciones de conservación a la macroescala o a niveles superiores en la escala de heterogeneidad [40]. Para cada componente  $i$  con presencia en cada fase  $p$  dentro de cada dominio  $d$  se plantea una ecuación de conservación de la propiedad extensiva correspondiente, como se muestra en la ecuación 3-1 [40].

$$\frac{\partial}{\partial t} (e_{p,d}^i) + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^{Ei} + \tilde{q}_{p,d}^{Ei} + \sum_{d'=1}^{n_d} \dot{e}_{p,d \rightarrow d'}^i + \sum_{p'=1}^{n_p} \dot{e}_{p \rightarrow p',d}^i - \dot{e}_{p,d,gen}^i = 0 \quad (3-1)$$

donde:

- $e_{p,d}^i$  corresponde a la propiedad extensiva  $E$  para el componente  $i$  en la fase  $p$  dentro del dominio  $d$  por unidad de volumen de control.
- $\vec{J}_{p,d}^{Ei}$  es el *flux* de la propiedad  $E$  para el componente  $i$  en la fase  $p$  dentro del dominio  $d$ .
- $\tilde{q}_{p,d}^{Ei}$  corresponde al término de fuentes y sumideros de la propiedad  $E$  del componente  $i$  en la fase  $p$  dentro del dominio  $d$  por unidad de volumen de control.
- $\dot{e}_{p,d \rightarrow d'}^i$  es la tasa de transferencia de la propiedad  $E$  del componente  $i$  en la fase  $p$  que sale del dominio  $d$  hacia otro dominio  $d'$  por unidad de volumen de control.
- $\dot{e}_{p \rightarrow p',d}^i$  es la tasa transferencia por unidad de volumen de control de la propiedad  $E$  del componente  $i$  que sale de la fase  $p$  hacia otra fase  $p'$  en un dominio  $d$ .
- $\dot{e}_{p,d,gen}^i$  es la tasa neta de generación por unidad de volumen de control correspondiente a la propiedad  $E$  del componente  $i$  en la fase  $p$  dentro del dominio  $d$ .

En base a la ecuación 3-1, se plantearán las ecuaciones de conservación para cada una de las propiedades involucradas en el transporte de propiedades. En el modelo planteado, se considera que los fluidos se inyectan a una temperatura igual a la del sistema en yacimiento. Por lo tanto, existe un equilibrio térmico global en el yacimiento. En consecuencia, no es requerida la aplicación de una ecuación conservativa para la energía. Entretanto, para modelar el transporte de la materia, se plantea su conservación para los componentes considerados en el sistema por cada volumen de control.

### 3.2.1. Ecuaciones Conservativas para Componentes Hidrocarburos

Para los componentes hidrocarburos, cuya presencia se limita a las fases oleica (O) y gaseosa (G), se plantea la conservación en términos de cantidad de sustancia (moles). Adicionalmente, se considera que la transferencia de estos componentes entre ambas fases es instantánea, alcanzando el equilibrio a tiempos menores que los usados en la simulación [31]. Por otro lado, en el desarrollo de los procesos de inyección dispersa no se presenta generación ni consumo del componente por reacciones. Tomando en cuenta lo anteriormente señalado, se plantea la ecuación 3-2. Esta relación corresponde a la sumatoria de las ecuaciones de conservación de cantidad de sustancia para todas las fases.

$$\frac{\partial}{\partial t} (N_d^i) + \vec{\nabla} \cdot \sum_{p=1}^{n_p} \vec{J}_{p,d}^i + \sum_{p=1}^{n_p} \tilde{q}_{p,d}^i + \sum_{d'=1}^{n_d} \sum_{p=1}^{n_p} \dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i = 0 \quad (3-2)$$

donde:

- $N_d^i$  es la cantidad de sustancia por volumen de control de  $i$  en todas las fases del dominio  $d$ .
- $\vec{J}_{p,d}^i$  es el *flux* de cantidad de sustancia del componente  $i$  en la fase  $p$  en el dominio  $d$ .
- $\tilde{q}_{p,d}^i$  es la tasa de cantidad de sustancia por unidad de volumen de control correspondiente a la producción hacia los exteriores del sistema del componente  $i$  en la fase  $p$  dentro del dominio  $d$ .
- $\dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i$  es la cantidad de sustancia transferida entre la fase  $p$  del dominio  $d'$  a la fase  $p$  del dominio  $d$ .

En la Tabla 3-2 se discriminan los términos apreciables en la ecuación 3-2. Estos corresponden al término de acumulación, término de transporte, término de fuentes y sumideros, y al término de transferencia entre dominios.

**Tabla 3-2.:** Términos de la ecuación conservativa para un componente  $i$  con transferencias en equilibrio.

Término	Expresión
Acumulación	$\frac{\partial}{\partial t} (N_d^i)$
Transporte	$\vec{\nabla} \cdot \sum_{p=1}^{n_p} \vec{J}_{p,d}^i$
Fuentes y sumideros	$\sum_{p=1}^{n_p} \tilde{q}_{p,d}^i$
Transferencia desde dominios	$\sum_{d'=1}^{n_d} \sum_{p=1}^{n_p} \dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i$

### 3.2.2. Ecuaciones Conservativas para los Componentes Agua y Espumante

Al igual que para los componentes hidrocarburos, las ecuaciones de conservación de los componentes agua y espumante se plantean en términos de cantidad de sustancia. Sin embargo, el equilibrio de concentraciones de estos componentes no se consideran instantáneos dado que los tiempos requeridos para ello son superiores a los de simulación. Finalmente, en el modelo planteado no se presenta su generación o consumo mediante reacciones. Tomando lo anterior, se plantea

la conservación de cantidad de sustancia para estos componentes mediante la ecuación 3-3.

$$\frac{\partial}{\partial t} (N_{p,d}^i) + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i + \tilde{q}_{p,d}^i + \sum_{d'=1}^{n_d} \dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i + \sum_{p'=1}^{n_p} \dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i = 0 \quad (3-3)$$

donde:

- $N_{p,d}^i$  es la cantidad de sustancia del componente  $i$  en la fase  $p$  dentro del dominio  $d$  por unidad de volumen de control.
- $\vec{J}_{p,d}^i$  es el *flux* molar del componente  $i$  en la fase  $p$  en el dominio  $d$ .
- $\tilde{q}_{p,d}^i$  es la tasa molar por unidad de volumen de control correspondiente a la producción hacia los exteriores del sistema del componente  $i$  en la fase  $p$  dentro del dominio  $d$ .
- $\dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i$  es la cantidad de sustancia transferida entre la fase  $p$  del dominio  $d'$  a la fase  $p$  del dominio  $d$ .
- $\dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i$  es la cantidad de sustancia transferida entre la fase  $p$  del dominio  $d$  a la fase  $p$  del dominio  $d$ .

En la Tabla 3-3 se discriminan los términos apreciables en la ecuación 3-3. Estos corresponden al término de acumulación, término de transporte, término de fuentes y sumideros, y al término de transferencia entre dominios.

**Tabla 3-3.:** Términos de la ecuación conservativa para un componente  $i$  en la fase  $p$  con transferencias en no equilibrio.

Término	Expresión
Acumulación	$\frac{\partial}{\partial t} (N_{p,d}^i)$
Transporte	$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i$
Fuentes y sumideros	$\tilde{q}_{p,d}^i$
Transferencia desde dominios	$\sum_{d'=1}^{n_d} \dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i$
Transferencia desde fases	$\sum_{p'=1}^{n_p} \dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i$

### 3.2.3. Ecuación Conservativa para el Componente Lamela

A diferencia de los demás componentes, para el componente lamela se plantea la ecuación de conservación en función de la cantidad de componente en el volumen de control. Este planteamiento equivale al modelo de balance de población propuesto para la textura de las lamelas en la fase gaseosa [63, 64]. En éste, se considera un término asociado a las dinámicas de generación y coalescencia de lamelas. En este sentido, se plantea su conservación en la fase gaseosa mediante la ecuación 3-4.

$$\frac{\partial}{\partial t} (N_{G,d}^f) + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{G,d}^f + \tilde{q}_{G,d}^f + \sum_{d'=1}^{n_d} \dot{N}_{G,d \rightarrow d'}^f - \dot{N}_{G,d,gen}^f = 0 \quad (3-4)$$

donde:

- $N_{g,d}^f$  es la cantidad de lamelas en la fase gaseosa del dominio  $d$  por unidad de volumen de control.
- $\vec{J}_{g,d}^f$  es el *flux* de cantidad de lamelas en la fase gaseosa del dominio  $d$ .
- $\tilde{q}_{g,d}^f$  es el término de producción de lamelas en la fase gaseosa dentro del dominio  $d$  por unidad de volumen de control.
- $\dot{N}_{g,d \rightarrow d'}^f$  corresponde a la cantidad de lamelas que se transfieren desde el dominio  $d'$  hacia el dominio  $d$  por unidad de volumen de control.

En la Tabla 3-4 se discriminan los términos apreciables en la ecuación 3-4. Estos corresponden al término de acumulación, término de transporte, término de fuentes y sumideros, y al término de transferencia entre dominios.

### 3.2.4. Ecuación Conservativa General para el Volumen

Como parte del modelo, es necesario plantear la conservación del volumen poroso correspondiente al dominio. En este sentido, el volumen ocupado por todas las fases fluidas debe equivaler a la porosidad de la roca, como se muestra en la ecuación 3-5.

$$\sum_{p=1}^{n_{pf}} \left( \frac{1}{\rho_{p,d}} \sum_{i=1}^{n_c} N_{p,d}^i \right) - \phi_d = 0 \quad (3-5)$$

donde:

- $\rho_{p,d}$  es la densidad molar de la fase  $p$  en el dominio  $d$ .

**Tabla 3-4.:** Términos de la ecuación conservativa para el componente lamela en la fase gaseosa.

Término	Expresión
Acumulación	$\frac{\partial}{\partial t} (N_{G,d}^f)$
Transporte	$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{G,d}^f$
Fuentes y sumideros	$\tilde{q}_{G,d}^f$
Transferencia desde dominios	$\sum_{d'=1}^{n_d} \dot{N}_{G,d \rightarrow d'}^i$
Generación Neta	$\dot{N}_{G,gen}^f$

- $N_{p,d}^i$  es la cantidad de sustancia del componente  $i$  por volumen de control contenidos dentro de la fase  $p$  en el dominio  $d$ .
- $\phi_d$  es la porosidad de la roca en el dominio  $d$ .
- $n_{pf}$  es el número de fases fluidas del sistema.

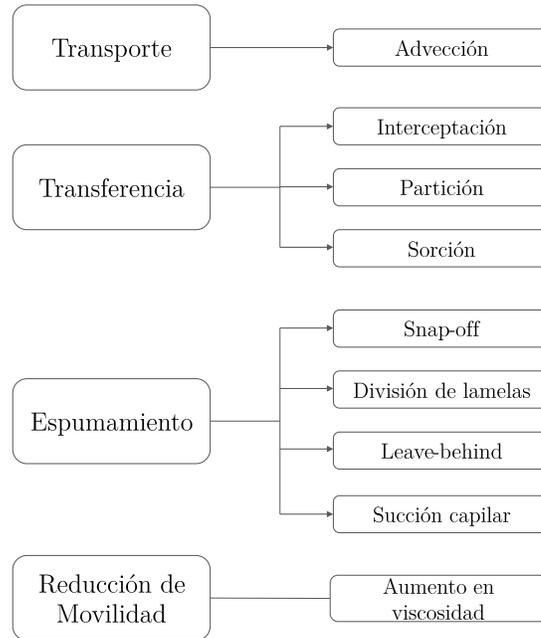
### 3.3. Ecuaciones Constitutivas

Los fenómenos involucrados en la generación, flujo y destrucción de espumas en medios porosos en procesos de desplazamiento de fluidos se pueden apreciar en la Figura 3-2. Estos se clasifican en: fenómenos de transporte, fenómenos de transferencia y fenómenos de espumamiento.

Las ecuaciones constitutivas corresponden a las relaciones entre variables físicas que aparecen en las ecuaciones de conservación y otras variables físicas predecibles. Estas ecuaciones representan los mecanismos asociados a los fenómenos

#### 3.3.1. Transporte

Los fenómenos de transporte son procesos irreversibles en los que se presenta el intercambio de propiedades termodinámicas extensivas en un mismo sistema. Para cualquier propiedad termodinámica se pueden presentar dos mecanismos de transporte a escala macroscópica: *advectivo* y *difusivo*.



**Figura 3-2.:** Fenómenos y mecanismos de transporte, transferencia y espumamiento.

- Transporte advectivo: Este mecanismo se asocia con el transporte generado por el movimiento de los componentes en el medio.
- Transporte difusivo: Este mecanismo se asocia con el transporte generado por gradientes de la propiedad termodinámica intensiva correspondiente en el medio.

En el caso específico del transporte de cantidad de sustancia, el mecanismo difusivo será despreciado debido a altos números adimensionales de Péclet asociados a los tamaños de garganta poral en yacimientos convencionales [68, 69]. Por lo tanto, se considerará únicamente el mecanismo advectivo para el transporte de cantidad de sustancia.

Para un componente presente en una fase dentro de un dominio, el *flux* advectivo de la cantidad de sustancia corresponde al producto de la proporción molar del componente en la fase por la cantidad de movimiento (*momentum*) lineal asociada a una mol de la fase, lo cual se expresa en la ecuación 3-6.

$$\vec{J}_{p,d}^i = x_{p,d}^i \rho_{p,d} \vec{u}_{p,d} \quad (3-6)$$

donde:

- $x_{p,d}^i$  es la concentración molar del componente  $i$  en la fase  $p$  dentro del dominio  $d$ .
- $\rho_{p,d}$  es la densidad molar de la fase  $p$  del dominio  $d$ .

- $\vec{u}_{p,d}$  es la velocidad de flujo de la fase  $p$  dentro del dominio  $d$ .

De forma análoga, el *flux* advectivo del transporte de la cantidad de lamelas se estima como producto de la velocidad de la fase gaseosa y la textura de la espuma, que, como se mencionó en la subsección 2.3.1, corresponde a la cantidad de lamelas por unidad de volumen de la espuma. Bajo esta lógica, la ecuación 3-7 representa el *flux* advectivo asociado a la cantidad de lamelas.

$$\vec{J}_{G,d}^f = n_{G,d}^f \vec{u}_{G,d} \quad (3-7)$$

donde:

- $n_{G,d}^f$  es la cantidad de lamelas por volumen de fase gaseosa en el volumen de control (textura de la espuma).

Para modelar la velocidad de flujo de cada fase, se emplea la ley fenomenológica de Darcy, la cual relaciona la velocidad de flujo de una fase con gradientes de potencial de flujo, como se expresa en la ecuación 3-8.

$$\vec{u}_{p,d} = -\overline{\overline{K}} \frac{k_{r,p,d}}{\mu_{p,d}} \vec{\nabla} \Phi_{p,d} \quad (3-8)$$

donde:

- $\vec{u}_{p,d}$  es la velocidad de flujo de la fase  $p$  en el dominio  $d$  del volumen de control.
- $\overline{\overline{K}}_d$  es el tensor de permeabilidad absoluta en el dominio  $d$  del volumen de control.
- $k_{r,p,d}$  es la permeabilidad relativa de la fase  $p$  en el dominio  $d$  dentro del volumen de control.
- $\mu_{p,d}$  es la viscosidad de la fase  $p$  en el dominio  $d$  del volumen de control.
- $\Phi_{p,d}$  es el potencial de flujo de la fase  $p$  en el dominio  $d$  del volumen de control.

Finalmente, el gradiente de potencial de flujo de una fase  $p$  en el dominio  $d$  se define mediante la ecuación 3-9.

$$\vec{\nabla} \Phi_{p,d} = \vec{\nabla} P_{p,d} - \gamma_{p,d} \hat{n}_g \quad (3-9)$$

donde:

- $\Phi_{p,d}$  es el potencial de flujo de la fase  $p$  en el dominio  $d$  del volumen de control.
- $P_{p,d}$  es la presión de la fase  $p$  en el dominio  $d$ .

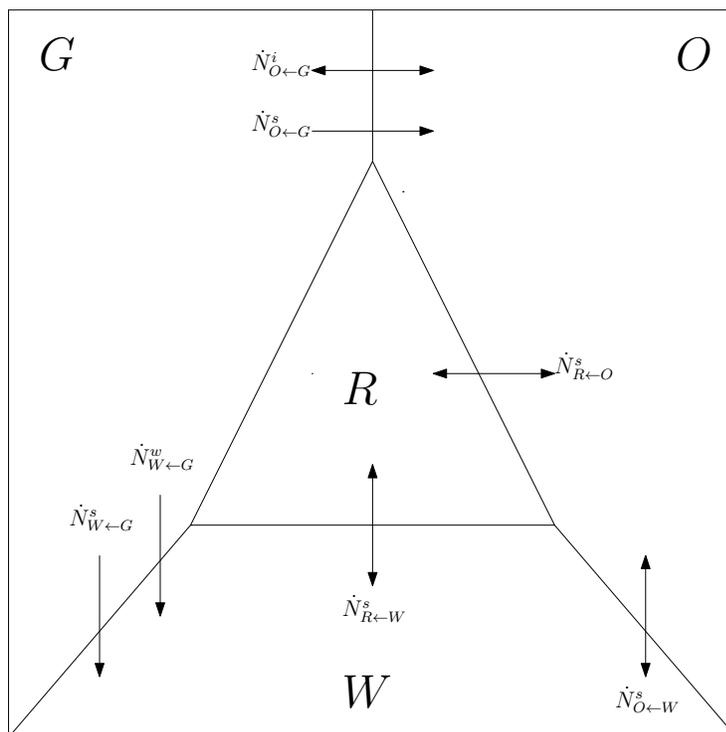
- $\gamma_{p,d}$  es el peso de una unidad de volumen de la fase  $p$  en el dominio  $d$ .
- $\hat{n}_g$  es el vector unitario en dirección de la aceleración de gravedad.

### 3.3.2. Transferencia

Los fenómenos de transferencia son procesos en los cuales se transfiere una propiedad entre diferentes sistemas. Para el modelo propuesto, la transferencia de cantidad de sustancia se considera entre fases de un dominio y entre los dominios.

#### Transferencia de componentes entre fases

En el caso del modelo, corresponden a los mecanismos en que se transfieren las propiedades entre las fases. De igual manera, al haber equilibrio térmico global, no hay transferencia de calor entre las fases coexistentes. Mientras tanto, la transferencia de masa y de cantidad de componente se presenta entre las fases, de acuerdo con el esquema presentado en la Figura 3-3.



**Figura 3-3.:** Esquema con términos de transferencia entre las fases fluyentes en yacimiento.

**Transferencia de componentes hidrocarburos en equilibrio:** Para el modelo propuesto se consideran dos componentes hidrocarburos que corresponden a las fases obtenidas en superficie tras la producción: petróleo “muerto”(o) y gas (g). Ambos componentes componen las fases oleica

(O) y gaseosa (G) y se transfieren en equilibrio entre ellas [70].

Para modelar las transferencias de los componentes entre las fases, se emplean relaciones de equilibrio dependientes del estado termodinámico, definidas mediante la ecuación 3-10.

$$K^i = \frac{y^i}{x^i} \quad (3-10)$$

donde:

- $K^i$  es la relación de equilibrio para un componente hidrocarburo  $i$  a condiciones del estado termodinámico.
- $y^i$  es la fracción molar del componente  $i$  en la fase gaseosa.
- $x^i$  es la fracción molar del componente  $i$  en la fase oleica.

Para los componentes hidrocarburos, se definen las relaciones de equilibrio mediante las ecuaciones 3-11 y 3-12 [70, 47].

$$K^g = \frac{1 + r_s}{r_s (1 + r_v)} \quad (3-11)$$

$$K^o = \frac{r_v (1 + r_s)}{1 + r_v} \quad (3-12)$$

donde:

- $r_s$  es la relación de moles de componente gas en la fase oleica.
- $r_v$  es la relación de moles de componente aceite en la fase gaseosa.

Entretanto, las relaciones molares del componente gas en la fase oleica y del componente aceite en la fase gaseosa se generan a partir de una tabla PVT clásica de un modelo *Black Oil* extendido para cada una de las presiones [70, 47].

**Transferencia de componentes agua y espumante por interceptación:** La formulación de la cinética de transferencia por interceptación desde la fase gaseosa hasta las fases líquidas se propone de forma análoga a la captación de gotas desde la niebla por parte de la flora, a través de una cinética de orden cero [31]. El modelo propuesto para la interceptación del agua y del

espumante, presentado mediante las ecuaciones 3-13 y 3-14 relacionan la transferencia de cantidad de sustancia proporcionalmente a la concentración de cada componente disperso en la fase gaseosa.

$$\dot{N}_{G \rightarrow W,d}^w = K_{G \rightarrow W}^w x_{G,d}^w \quad (3-13)$$

$$\dot{N}_{G \rightarrow W,d}^s = K_{G \rightarrow W}^s x_{G,d}^s \quad (3-14)$$

donde:

- $K_{G \rightarrow W}^w$  y  $K_{G \rightarrow W}^s$  son las constantes cinéticas de interceptación de los componentes agua y surfactante desde la fase gaseosa hacia la fase acuosa respectivamente.

**Transferencia del componente espumante por partición:** La dinámica de transferencias por partición de espumante entre las fase líquidas se modela a partir de una cinética de primer orden, expresada mediante la ecuación 3-15 [55].

$$\dot{N}_{W \rightarrow O,d}^s = K_{W \rightarrow O,d}^s (N_{O,d}^{s0} - N_{O,d}^s) \quad (3-15)$$

donde:

- $K_{W \rightarrow O,d}^s$  es la constante cinética de transferencia de cantidad de sustancia de espumante de la fase acuosa a la fase oleica en el dominio  $d$  por unidad de volumen de control.
- $N_{O,d}^{s0}$  es la concentración de cantidad de sustancia de espumante por volumen de la fase oleica en el dominio  $d$  en condición de transferencia nula.

**Transferencia del componente espumante por sorción:** De igual forma al modelo planteado para la partición, se proponen las ecuaciones 3-16 y 3-17 para representar la adsorción y la desorción, respectivamente [55].

$$\dot{N}_{p \rightarrow R,d}^s = K_{p \rightarrow R,d}^s (N_{R,d}^{s0} - N_{R,d}^s) \quad (3-16)$$

$$\dot{N}_{R \rightarrow p,d}^s = K_{p \rightarrow R,d}^s (N_{p,d}^{s0} - N_{p,d}^s) \quad (3-17)$$

donde:

- $K_{p \rightarrow R, d}^s$  y  $K_{R \rightarrow p, d}^s$  es la constante cinética de sorción del espumante entre una fase  $p$  y la roca en el dominio  $d$  del volumen de control, y viceversa,
- $N_{R, d}^{s0}$  es la cantidad de sustancia en equilibrio de espumante adsorbida en la roca por volumen de control en condición de equilibrio para el dominio  $d$ .
- $N_{p, d}^{s0}$  es la cantidad de sustancia en equilibrio de espumante en la fase  $p$  del volumen de control para el dominio  $d$ .

### Transferencias de componentes entre dominios

La transferencia de los componentes entre los dominios se modela a través de una función de transferencia en la que predomina la advección. La ecuación 3-18 presenta la ecuación propuesta para la transferencia de componentes entre los dominios.

$$\dot{N}_{p, d \rightarrow d'}^i = x_{p, d'}^i \rho_{p, d'} \tau_{d \rightarrow d'} \frac{k_{r, p, d'}}{\mu_{p, d'}} [P_{p, d} - P_{p, d'}] \quad (3-18)$$

donde:

- $d^*$  es el dominio emisor de los componentes en la transferencia. Si  $P_{p, d} > P_{p, d'}$ ,  $d^*$  corresponde al dominio  $d$ ; de lo contrario,  $d^*$  es  $d'$ .
- $\tau_{d \rightarrow d'}$  es el factor de forma asociado a la transferencia entre los dominios  $d$  y  $d'$ .

El factor de forma hace referencia a la capacidad de transferencia de componentes entre dos dominios [71]. Para el caso particular de la transferencia entre un medio poroso y un sistema de fracturas, Gilman & Kazemi [72] proponen un factor de forma que se aprecia en la ecuación 3-19, el cual aplica para el caso particular de un sistema fracturado.

$$\tau_{d \rightarrow d'} = 4K_d^{**} \cdot \lambda^2 \quad (3-19)$$

donde:

- $K_d^{**}$  corresponde a las permeabilidades en las tres direcciones principales en el dominio asociado al medio poroso.
- $\lambda$  corresponde al vector cuyos componentes son las intensidades de fractura las direcciones principales. La intensidad de fractura es la cantidad de fracturas por unidad de longitud.

### 3.3.3. Espumación

Los fenómenos de espumamiento, descritos en la subsección 2.3.2, se modelan de acuerdo al modelo de cinéticas para generación y coalescencia propuesto por Kovysek [64].

### Generación de Espumas

El modelo de Kovscek [64] relaciona la tasa de generación de lamelas en fase gaseosa como función de las velocidades intersticiales de las fases gaseosa, como se muestra en la ecuación 3-20. Esta aproximación le da un mayor peso al mecanismo de *snap-off* sobre los otros mecanismos relacionados en la generación de espumas.

$$R_G = K_{1,d} v_{G,d}^a v_{W,d}^b \quad (3-20)$$

donde:

- $R_G$  es la tasa de generación de lamelas por unidad de volumen de fase gaseosa.
- $K_{1,d}$  es la constante cinética de generación de lamelas.
- $a$  y  $b$  son parámetros de ajuste del modelo.
- $v_{p,d}$  es la velocidad intersticial de la fase  $p$  en el dominio  $d$ , definida como el cociente entre la velocidad de flujo  $u_{p,d}$  y la proporción del espacio ocupado por la fase  $p$  en el dominio  $d$ .

### Coalescencia de Espumas

El modelo de Kovscek [64] relaciona la tasa de destrucción de lamelas con las saturaciones de la fase acuosa, que a su vez son dependientes de la presión capilar. Además, dicha tasa depende de la textura de la espuma y de la velocidad intersticial de la fase gaseosa, como se puede apreciar en la ecuación 3-21.

$$R_C = K_{-1,d}^0 \left( \frac{1 - S_{W,d}}{S_{W,d} - S_{W,d}^*} \right) v_{g,d} n_{G,d}^f \quad (3-21)$$

donde:

- $R_C$  es la tasa de destrucción de lamelas por unidad de volumen de fase gaseosa.
- $K_{-1,d}^0$  es la constante cinética de destrucción de lamelas.
- $n_{G,d}^f$  es la textura de la espuma en el dominio  $d$ .
- $S_{W,d}$  es la saturación de la fase acuosa en el dominio  $d$  del volumen de control.
- $v_{p,d}$  es la velocidad intersticial de la fase  $p$  en el dominio  $d$ .
- $S_{W,d}^*$  es la saturación crítica de la fase acuosa en el dominio  $d$  del volumen de control. Esa saturación está asociada a la presión capilar límite.

### Reología de la Espuma

La reducción de la movilidad de las espumas se modela mediante la ecuación 3-22. Esta aproximación, igualmente propuesta por Kovscek [64], muestra un incremento de la viscosidad como función de la textura de la espuma y de la velocidad intersticial de la fase gaseosa.

$$\mu_{G,d} = \mu_{G,d}^0 + \frac{\alpha n_{G,d}^f}{v_{G,d}^c} \quad (3-22)$$

donde:

- $\mu_{G,d}$  es la viscosidad de la fase gaseosa en el dominio  $d$ .
- $\mu_{G,d}^0$  es la viscosidad de la fase gaseosa a condiciones del dominio  $d$  sin espumamiento.
- $c$  es un parámetro de ajuste del modelo.

## 3.4. Condiciones Iniciales y de Frontera

Finalmente, para delimitar la formulación matemática del modelo de espumamiento mediante inyección de espumante disperso en yacimientos naturalmente fracturados, es necesario definir las condiciones iniciales y de fronteras a considerar en la solución del problema y que deben guardar relación con la física del planteamiento y del proceso [40].

### 3.4.1. Condiciones Iniciales

La inicialización de la formulación corresponde al conjunto de valores de propiedades a calcular que deben considerarse al tiempo inicial para poder desarrollar el proceso iterativo [73]. En este sentido, existe la posibilidad de que se presenten dos tipos de condiciones iniciales en el modelo:

#### Equilibrio Vertical Capilar

Esta es la condición inicial que se considera a escala de yacimiento, donde la segregación vertical por gravedad tiene un efecto importante sobre la distribución de las fases en el espacio [74]. Esta condición requiere conocer una presión en la fase oleica ( $P_{o,d}$ ) a una profundidad de referencia, y a las profundidades de contactos gas-aceite y agua-aceite (GOC y WOC respectivamente, por sus siglas en inglés). A partir de estas definiciones se estiman las saturaciones volumétricas de cada fase en función de las condiciones irreducibles dictadas por las curvas de permeabilidad relativa de cada dominio [74].

Al aplicar esta condición, es necesario considerar el efecto de la capilaridad en cada uno de los

dominios, por el cual se tienen zonas de transición entre dos fases en lugar de una superficie de contacto con salto de saturaciones [74, 49].

### Arreglo de Propiedades

Esta condición inicial se considera a escala de laboratorio, donde la segregación vertical por gravedad no es relevante. Para este tipo de condiciones, se asignan valores de presión de fase oleica y saturaciones volumétricas de las fases.

### 3.4.2. Condiciones de Frontera

Las fronteras de un yacimiento se pueden clasificar en dos: fronteras exteriores y fronteras en los pozos.

#### Fronteras exteriores

Las fronteras exteriores son las fronteras que limitan los dominios espaciales del yacimiento. En el subsuelo, el yacimiento puede estar abierto o puede estar cerrado antes de la puesta en funcionamiento de los pozos. En este trabajo se considerará la segunda alternativa. Para su modelado, se toma una condición de frontera tipo Neumann con potenciales de flujo nulos [75]. De esta forma, se plantea la ecuación 3-23 para este tipo de condición de frontera.

$$\vec{\nabla} \Phi_{p,d} |_{\text{frontera exterior}} = 0 \quad (3-23)$$

#### Fronteras en los pozos

Físicamente, la cara de los pozos corresponde a otra frontera del yacimiento dado que corresponde a una entrada o salida de los fluidos. Sin embargo, el modelarlos como tal trae complejidades adicionales al mallado y al desarrollo del modelo numérico. Por ello, estas fronteras se modelan a partir del término de fuentes y sumideros contenido en las ecuaciones 3-2, 3-3 y 3-4.

El término de fuentes y sumideros en las ecuaciones de conservación está asociado a las dinámicas de inyección y de producción en el medio poroso. Para su modelamiento, se empleará el modelo de [76], el cual se basa en la ley fenomenológica de Darcy para flujo radial en pozos completamente verticales. Con fines de modelar la cantidad de sustancia que ingresa o que sale del volumen de control por pozos, se emplea la ecuación 3-24.

$$q_{p,d}^i = 2\pi x_{p,d}^i K_{d,av} \frac{k_{r,p,d} \rho_{p,d} \Delta z}{\mu_{p,d} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} [P_{p,d} - P_w] \quad (3-24)$$

donde:

- $q_{p,d}^i$  es la tasa de producción del componente  $i$  en la fase  $p$  dentro del dominio  $d$ .
- $K_{d,av}$  es la permeabilidad horizontal promedio, calculada a partir de una media geométrica.
- $\Delta z$  es el espesor del volumen de control.
- $P_w$  es la presión del pozo a la profundidad del volumen de control.
- $r_w$  es el radio del pozo.
- $r_e$  es el radio de drenaje asociado al pozo.

El modelo de Peaceman [76] define el radio de drenaje del pozo en función de la geometría del volumen de control y de su anisotropía. La ecuación 3-25 representa la estimación del radio de drenaje en el volumen de control.

$$r_e = 0,28 \frac{\sqrt{\sqrt{\frac{k_H}{k_h}} (\Delta x_h)^2 + \sqrt{\frac{k_h}{k_H}} (\Delta x_H)^2}}{\sqrt{\sqrt[4]{\frac{k_H}{k_h}} + \sqrt[4]{\frac{k_h}{k_H}}}} \quad (3-25)$$

donde:

- $k_H$  y  $k_h$  son las permeabilidades absolutas en las direcciones horizontales.
- $\Delta x_H$  y  $\Delta x_h$  son las dimensiones del bloque en las direcciones horizontales.

Finalmente, con el conjunto de ecuaciones de conservación, las relaciones constitutivas y las condiciones iniciales y de frontera, el problema matemático que corresponde al modelo propuesto queda planteado y delimitado. En el Capítulo 4 de esta Tesis de Maestría se muestra una propuesta y su implementación en código de un esquema de solución numérica del sistema de ecuaciones.

## 4. Implementación Numérica y Computacional

Posterior a tener las ecuaciones planteadas, se requiere plantear una estrategia de solución del sistema e implementarla en lenguaje de programación. En este capítulo se presenta el esquema de solución numérica propuesto para resolver el modelo matemático establecido en el Capítulo 3. Asimismo, se muestra el flujo de rutinas empleado en la implementación computacional.

### 4.1. Estrategia de Solución Numérica

La solución numérica del sistema de diferencias parciales planteado en el modelo matemático requiere de los siguientes pasos:

1. Aproximación a sistema de ecuaciones algebraicas mediante discretización.
2. Aproximación a sistema de ecuaciones algebraicas lineales mediante linealización.
3. Solución del sistema de ecuaciones algebraicas lineales.

Sin embargo, antes de plantear la estrategia de solución, es necesario definir la malla de simulación, sus características y cómo se abordarán tales aproximaciones.

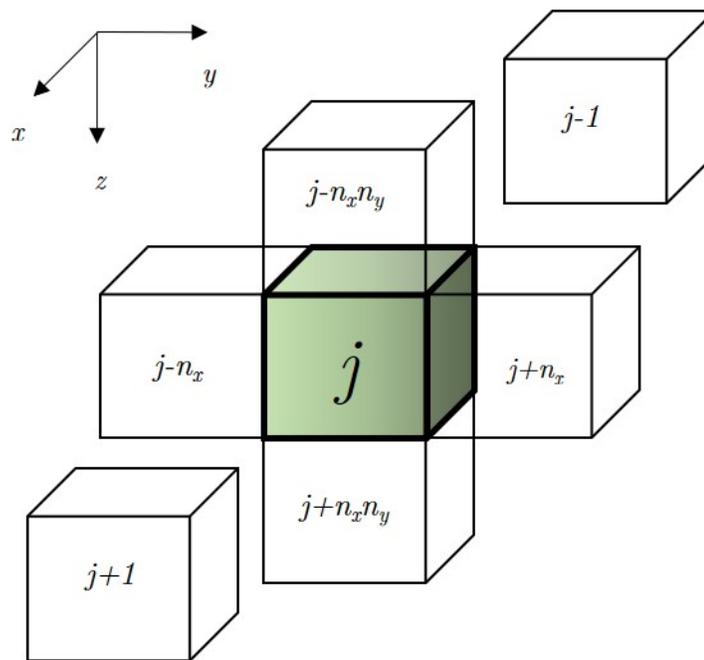
#### 4.1.1. Definición de Malla de Simulación

Para el desarrollo de la simulación de los procesos de Recobro Mejorados con espumas en Yacimientos Naturalmente Fracturados, se propone la discretización del espacio mediante una malla ortogonal. En esta malla, siempre se cumple que la recta directriz de la trayectoria que une dos centroides de bloques consecutivos es paralela al vector normal de la superficie de frontera entre ambos bloques.

La solución numérica del modelo se plantea en una malla tridimensional conformada por  $n_x \times n_y \times n_z$  bloques, definidos dentro del rango de volumen de elemento representativo para todos los dominios de flujo considerados en el sistema. Cada uno de estos bloques comparte frontera con seis bloques a lo sumo. Para un bloque  $j$ , se define el conjunto  $\Psi_j$ , conformado por los bloques vecinos, los cuales son determinantes para la evaluación del transporte de una propiedad en el medio [77]. La

Figura 4-1 representa el concepto de bloque vecino bajo una malla ortogonal, en el cual se destacan dos bloques en cada una de las direcciones. En resumen, el conjunto  $\Psi_j$  se define como sigue:

$$\Psi_j = \{(j - n_x n_y), (j - n_x), (j - 1), (j + 1), (j + n_x), (j + n_x n_y)\}$$



**Figura 4-1.:** Representación de los bloques vecinos que comparten frontera con un bloque de estudio.

La definición de los bloques vecinos es necesaria para la estimación de los términos relacionados con el transporte de propiedades en el sistema.

#### 4.1.2. Discretización de las Ecuaciones

En el proceso de solución numérica del modelo matemático, se discretizan las ecuaciones diferenciales parciales mediante el método de los volúmenes finitos, que permite obtener una representación algebraica que aproxime a la formulación matemática del modelo [78, 79, 80]. Este método se aplica a las ecuaciones de conservación en cada dominio integrando en el volumen de control y en un intervalo de tiempo comprendido entre  $t$  y  $t + \Delta t$ . Las expresiones se obtienen planteando un esquema implícito para garantizar la estabilidad incondicional de la solución [73]. El desarrollo de la discretización de las ecuaciones en diferencias parciales se presenta en el Anexo A de una forma rigurosa.

La discretización ecuación de conservación de volumen para un dominio  $d$  se presenta en la ecua-

ción 4-1.

$$\Omega_j \left[ \sum_{p=1}^{n_p} \frac{(N_{p,d})_j^{m+1}}{(\rho_{p,d})_j^{m+1}} - (\phi_d)_j^{m+1} \right] = 0 \quad (4-1)$$

La discretización de las ecuaciones de conservación de los componentes aceite y gas se presentan en las ecuaciones 4-2 y 4-3.

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_j}{\Delta t} \left[ (N_d^o)_j^{m+1} - (N_d^o)_j^m \right] - \sum_{p=1}^{n_p} \sum_{l \in \psi_j} \left[ (T_{p,d}^o)_{l,j}^{m+1} \left( (\Phi_{p,d})_l^{m+1} - (\Phi_{p,d})_j^{m+1} \right) \right] + \\ \sum_{p=1}^{n_p} (q_{p,d}^o)_j^{m+1} + \Omega_j \sum_{d'=1}^{n_d} \sum_{p=1}^{n_p} (\dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^o)_j^{m+1} = 0 \end{aligned} \quad (4-2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_j}{\Delta t} \left[ (N_d^g)_j^{m+1} - (N_d^g)_j^m \right] - \sum_{p=1}^{n_p} \sum_{l \in \psi_j} \left[ (T_{p,d}^g)_{l,j}^{m+1} \left( (\Phi_{p,d})_l^{m+1} - (\Phi_{p,d})_j^{m+1} \right) \right] + \\ \sum_{p=1}^{n_p} (q_{p,d}^g)_j^{m+1} + \Omega_j \sum_{d'=1}^{n_d} \sum_{p=1}^{n_p} (\dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^g)_j^{m+1} = 0 \end{aligned} \quad (4-3)$$

Las ecuaciones 4-4 y 4-5 corresponden a las ecuaciones algebraicas obtenidas de la discretización de las ecuaciones de conservación del componente agua en las fases acuosa y gaseosa respectivamente.

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_j}{\Delta t} \left[ (N_{W,d}^w)_j^{m+1} - (N_{W,d}^w)_j^m \right] - \sum_{l \in \psi_j} \left[ (T_{W,d}^w)_{l,j}^{m+1} \left( (\Phi_{W,d})_l^{m+1} - (\Phi_{W,d})_j^{m+1} \right) \right] + \\ (q_{W,d}^w)_j^{m+1} + \sum_{d'=1}^{n_d} (\dot{N}_{W,d \rightarrow d'}^w)_j^{m+1} - (\dot{N}_{G \rightarrow W,d}^w)_j^{m+1} = 0 \end{aligned} \quad (4-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_j}{\Delta t} \left[ (N_{G,d}^w)_j^{m+1} - (N_{G,d}^w)_j^m \right] - \sum_{l \in \psi_j} \left[ (T_{G,d}^w)_{l,j}^{m+1} \left( (\Phi_{G,d})_l^{m+1} - (\Phi_{G,d})_j^{m+1} \right) \right] + \\ (q_{G,d}^w)_j^{m+1} + \sum_{d'=1}^{n_d} (\dot{N}_{G,d \rightarrow d'}^w)_j^{m+1} + (\dot{N}_{G \rightarrow W,d}^w)_j^{m+1} = 0 \end{aligned} \quad (4-5)$$

La discretización de las ecuaciones de conservación de cantidad de sustancia del espumante en las fases oleica, gaseosa, acuosa y roca se puede apreciar respectivamente en las ecuaciones 4-6, 4-7,

4-8 y 4-9.

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_j}{\Delta t} \left[ (N_{O,d}^s)^{m+1} - (N_{O,d}^s)^m \right] - \sum_{l \in \Psi_j} \left[ (T_{O,d}^s)^{m+1} \left( (\Phi_{O,d})_l^{m+1} - (\Phi_{O,d})_j^{m+1} \right) \right] + \\ (q_{O,d}^s)^{m+1} + \sum_{d'=1}^{n_d} (\dot{N}_{O,d \rightarrow d'}^s)^{m+1} + \sum_{p'=1}^{n_p} (\dot{N}_{O \rightarrow p',d}^s)^{m+1} = 0 \end{aligned} \quad (4-6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_j}{\Delta t} \left[ (N_{G,d}^s)^{m+1} - (N_{G,d}^s)^m \right] - \sum_{l \in \Psi_j} \left[ (T_{G,d}^s)^{m+1} \left( (\Phi_{G,d})_l^{m+1} - (\Phi_{G,d})_j^{m+1} \right) \right] + \\ (q_{G,d}^s)^{m+1} + \sum_{d'=1}^{n_d} (\dot{N}_{G,d \rightarrow d'}^s)^{m+1} + \sum_{p'=1}^{n_p} (\dot{N}_{G \rightarrow p',d}^s)^{m+1} = 0 \end{aligned} \quad (4-7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_j}{\Delta t} \left[ (N_{W,d}^s)^{m+1} - (N_{W,d}^s)^m \right] - \sum_{l \in \Psi_j} \left[ (T_{W,d}^s)^{m+1} \left( (\Phi_{W,d})_l^{m+1} - (\Phi_{W,d})_j^{m+1} \right) \right] + \\ (q_{W,d}^s)^{m+1} + \sum_{d'=1}^{n_d} (\dot{N}_{W,d \rightarrow d'}^s)^{m+1} + \sum_{p'=1}^{n_p} (\dot{N}_{W \rightarrow p',d}^s)^{m+1} = 0 \end{aligned} \quad (4-8)$$

$$\frac{\Omega_j}{\Delta t} \left[ (N_{R,d}^s)^{m+1} - (N_{R,d}^s)^m \right] + \sum_{p'=1}^{n_p} (\dot{N}_{R \rightarrow p',d}^s)^{m+1} = 0 \quad (4-9)$$

Finalmente, el balance de cantidad de componente lamela en el volumen de control se muestra en la ecuación 4-10.

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_j}{\Delta t} \left[ (N_{G,d}^f)^{m+1} - (N_{G,d}^f)^m \right] - \sum_{l \in \Psi_j} \left[ (T_{G,d}^f)^{m+1} \left( (\Phi_{G,d})_l^{m+1} - (\Phi_{G,d})_j^{m+1} \right) \right] + \\ (q_{G,d}^f)^{m+1} + \sum_{d'=1}^{n_d} (\dot{N}_{G,d \rightarrow d'}^f)^{m+1} = 0 \end{aligned} \quad (4-10)$$

En las ecuaciones algebraicas planteadas,  $m$  y  $m + 1$  son los tiempos inicial y final del intervalo de la discretización,  $j$  corresponde al bloque al cual se le plantea el balance de ecuaciones,  $l$  a los bloques vecinos de  $j$  que pertenecen al conjunto  $\Psi_j$  y  $\Omega_j$  al volumen del bloque  $j$ .

Adicionalmente, se define la transmisibilidad  $T_{p,d}^i$  mediante la ecuación 4-11, y hace referencia al

potencial de flujo en la cara que separa los bloques  $j$  y  $l$ .

$$(T_{p,d}^i)_{l,j} = \left( \frac{x_{p,d}^i \rho_{p,d} K_d \lambda_{p,d}}{\Delta x} \right)_{l,j} \quad (4-11)$$

donde:

- $\Delta x_{l,j}$  es la distancia entre los centroides correspondientes a los bloques  $l$  y  $j$ .

## 4.2. Solución del Sistema de Ecuaciones

El sistema de ecuaciones algebraico que aproxima a la formulación matemática del modelo se realiza a través de dos procesos de solución secuenciales en esquemas completamente implícitos. En un primer ciclo, se resuelven las ecuaciones de 4-1 a 4-9, mientras que en el segundo ciclo se resuelve la ecuación 4-10. Para ambos ciclos, dada la no-linealidad de las ecuaciones obtenidas de la discretización, se propone la aproximación del sistema de ecuaciones a un sistema lineal.

### 4.2.1. Primer Ciclo de Solución

El primer ciclo de solución corresponde a la solución de las ecuaciones de conservación de volumen poroso y de la cantidad de sustancia para los componentes aceite, gas, agua y espumante.

#### Ensamble de Ecuaciones

El sistema de ecuaciones diferenciales involucra la inclusión de las ecuaciones algebraicas no lineales relacionadas con la conservación de la cantidad de sustancia de componentes y del volumen del yacimiento, así como a las ecuaciones que modelan la producción o inyección en los pozos.

En primera instancia, para las ecuaciones de yacimiento, se plantea una función vectorial de residuales por dominio y bloque  $(R_d)_j^{m+1}$  que contiene las ecuaciones de conservación asociadas a un dominio de un bloque, definida mediante la ecuación 4-12 para un dominio  $d$  en el bloque  $j$ , y cuyos elementos están asociados respectivamente a los residuales de las ecuaciones de 4-1 a 4-9.

$$(R_d)_{j}^{m+1} = \begin{bmatrix} R_{\Omega,d} \\ R_d^o \\ R_d^g \\ R_{W,d}^w \\ R_{G,d}^w \\ R_{O,d}^s \\ R_{G,d}^s \\ R_{W,d}^s \\ R_{R,d}^s \end{bmatrix}^{m+1} \quad (4-12)$$

Por otro lado, para cada pozo operando a condición de tasa de inyección/producción constante, se añade el respectivo residual de pozo ( $R_{well_w}$ ) correspondiente, de acuerdo a lo indicado en la subsección 3.4.2. Finalmente, para un sistema de  $n_b$  bloques,  $n_d$  dominios de flujo y  $n_w^*$  pozos operando en condiciones de tasa de flujo constante, se genera una función de residuales globales del sistema  $9n_b \times n_d + n_w^*$ , expresada mediante la ecuación 4-13.

$$R_1^{m+1} = \begin{bmatrix} (R_1)_1 \\ \vdots \\ (R_{n_d})_1 \\ \vdots \\ (R_1)_{n_b} \\ \vdots \\ (R_{n_d})_{n_b} \\ (R)_{wells_1} \\ \vdots \\ (R)_{wells_{n_w^*}} \end{bmatrix}^{m+1} \quad (4-13)$$

### Variables de Solución

Al igual que con las ecuaciones, existen variables relacionadas con el yacimiento y variables asociadas con pozos. Para el yacimiento, se plantea la solución en términos de variables molares: presión de la fase oleica y cantidad de sustancia de los componentes por unidad de volumen de control. De esta forma, se define el vector de variables de yacimiento  $(X_d)_j^{m+1}$  de acuerdo a la

ecuación 4-14.

$$(X_d)_j^{m+1} = \begin{bmatrix} P_{O,d} \\ N_d^o \\ N_d^g \\ N_{W,d}^w \\ N_{G,d}^w \\ N_{O,d}^s \\ N_{G,d}^s \\ N_{W,d}^s \\ N_{R,d}^s \end{bmatrix}_j^{m+1} \quad (4-14)$$

De igual forma, para los pozos operando a condición de tasa de flujo constante, la variable a resolver es la presión en fondo de pozo de cada pozo  $(P_{wf})_{wells_w}$ . Finalmente, se define el vector de solución del sistema de acuerdo a la ecuación 4-15.

$$X_1^{m+1} = \begin{bmatrix} (X_1)_1 \\ \vdots \\ (X_{n_d})_1 \\ \vdots \\ (X_1)_{n_b} \\ \vdots \\ (X_{n_d})_{n_b} \\ (P_{wf})_{wells_1} \\ \vdots \\ (P_{wf})_{wells_{n_w^*}} \end{bmatrix}^{m+1} \quad (4-15)$$

### Esquema de Linealización

Una vez definida la función de residuales del sistema y el vector de solución, se plantea un esquema de linealización basado en el método de Newton-Raphson [81, 82, 73], el cual se basa en una aproximación resultante del truncamiento de la serie Taylor correspondiente a la función de residuales. Centrando la serie en un valor  $X_1^k$ , se obtiene la ecuación 4-16 que corresponde al residual

para el vector de variables al tiempo  $t + \Delta t$ .

$$R_1^{m+1}(X_1^{m+1}) = \sum_{v=0}^s \frac{1}{v!} \left[ \frac{\partial^{(v)}(R_1^{m+1})}{\partial (X_1^{m+1})^{(v)}} \right]_{X_1^{k+1}} (X_1^{m+1} - X_1^k)^v + \sum_{v=s+1}^{\infty} \frac{1}{v!} \left[ \frac{\partial^{(v)}(R_1^{m+1})}{\partial (X_1^{m+1})^{(v)}} \right]_{X_1^{k+1}} (X_1^{m+1} - X_1^k)^v \quad (4-16)$$

La ecuación 4-16 contiene dos términos. En primer término contiene los elementos de la sucesión que son considerados en una aproximación; mientras que el segundo término se asocia a los elementos despreciados, haciendo referencia al error del truncamiento.

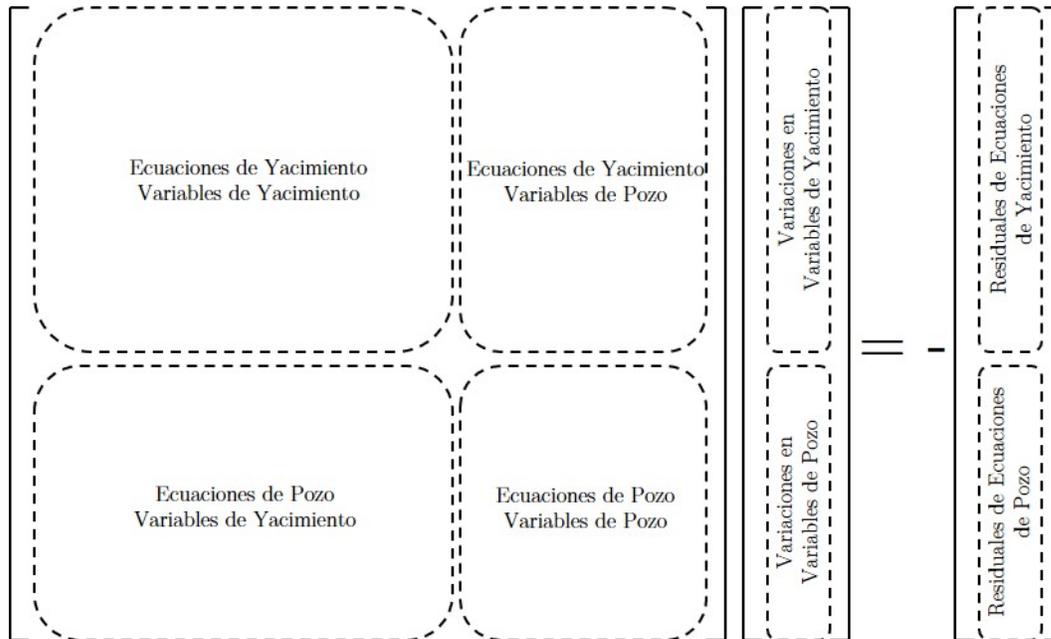
El método de Newton-Raphson propone un truncamiento en la primera derivada. De esta forma, considerando que el vector  $X_1^{m+1}$  corresponde al vector de solución, que cumple  $R_1^{m+1}(X_1^{m+1}) = 0$ , se aproxima la serie a la ecuación 4-17.

$$R_1^{m+1}(X_1^k) \simeq - \left[ \frac{\partial^{(v)}(R_1^{m+1})}{\partial (X_1^{m+1})^{(v)}} \right]_{X_1^k} (X_1^{k+1} - X_1^k) \quad (4-17)$$

Donde  $X_1^{k+1}$  corresponde a la aproximación obtenida a  $X_1^{m+1}$  en la iteración correspondiente.

La derivada de la función de residuales respecto al vector de variables se conoce como jacobiano y contiene como elementos las derivadas de cada ecuación del sistema respecto a cada variable. En la solución numérica implementada, se propone la estructura de la matriz jacobiana de acuerdo a la Figura 4-2, en la cual se incluyen los residuales y las variables relacionadas con los bloques en yacimiento como con los pozos.

La ecuación 4-18 define el jacobiano general del sistema expresado en la ecuación 4-17 de acuerdo a la estructura planteada. Para cada dominio  $d$  de cada bloque  $j$  de la malla de simulación, se plantea una matriz jacobiana  $\frac{\partial(R_d)_j}{\partial(X_d)_j}$ , la cual contiene las derivada de cada ecuación por cada variable de yacimiento, tal y como se define en la ecuación 4-19. Las derivadas planteadas en los elementos del jacobiano se calculan numéricamente bajo un esquema de diferenciación progresiva.



**Figura 4-2.:** Esquema de ordenamiento de las variables, residuales y derivadas empleados en la linealización.

$$\frac{\partial (R_1^{m+1})}{\partial (X_1^{m+1})} = \begin{bmatrix} \frac{\partial (R_1)_1}{\partial (X_1)_1} & \cdots & \frac{\partial (R_1)_1}{\partial (X_{n_d})_1} & \cdots & \frac{\partial (R_1)_1}{\partial (X_1)_{n_b}} & \cdots & \frac{\partial (R_1)_1}{\partial (X_{n_d})_{n_b}} & \frac{\partial (R_1)_1}{\partial (P_{wf})_{well_1}} & \cdots & \frac{\partial (R_1)_1}{\partial (P_{wf})_{well_{n_w}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial (R_{n_d})_1}{\partial (X_1)_1} & \cdots & \frac{\partial (R_{n_d})_1}{\partial (X_{n_d})_1} & \cdots & \frac{\partial (R_{n_d})_1}{\partial (X_1)_{n_b}} & \cdots & \frac{\partial (R_{n_d})_1}{\partial (X_{n_d})_{n_b}} & \frac{\partial (R_{n_d})_1}{\partial (P_{wf})_{well_1}} & \cdots & \frac{\partial (R_{n_d})_1}{\partial (P_{wf})_{well_{n_w}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial (R_1)_{n_b}}{\partial (X_1)_1} & \cdots & \frac{\partial (R_1)_{n_b}}{\partial (X_{n_d})_1} & \cdots & \frac{\partial (R_1)_{n_b}}{\partial (X_1)_{n_b}} & \cdots & \frac{\partial (R_1)_{n_b}}{\partial (X_{n_d})_{n_b}} & \frac{\partial (R_1)_{n_b}}{\partial (P_{wf})_{well_1}} & \cdots & \frac{\partial (R_1)_{n_b}}{\partial (P_{wf})_{well_{n_w}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial (R_{n_d})_{n_b}}{\partial (X_1)_1} & \cdots & \frac{\partial (R_{n_d})_{n_b}}{\partial (X_{n_d})_1} & \cdots & \frac{\partial (R_{n_d})_{n_b}}{\partial (X_1)_{n_b}} & \cdots & \frac{\partial (R_{n_d})_{n_b}}{\partial (X_{n_d})_{n_b}} & \frac{\partial (R_{n_d})_{n_b}}{\partial (P_{wf})_{well_1}} & \cdots & \frac{\partial (R_{n_d})_{n_b}}{\partial (P_{wf})_{well_{n_w}}} \\ \frac{\partial (R)_{well_1}}{\partial (X_1)_1} & \cdots & \frac{\partial (R)_{well_1}}{\partial (X_{n_d})_1} & \cdots & \frac{\partial (R)_{well_1}}{\partial (X_1)_{n_b}} & \cdots & \frac{\partial (R)_{well_1}}{\partial (X_{n_d})_{n_b}} & \frac{\partial (R)_{well_1}}{\partial (P_{wf})_{well_1}} & \cdots & \frac{\partial (R)_{well_1}}{\partial (P_{wf})_{well_{n_w}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial (R)_{well_{n_w}}}{\partial (X_1)_1} & \cdots & \frac{\partial (R)_{well_{n_w}}}{\partial (X_{n_d})_1} & \cdots & \frac{\partial (R)_{well_{n_w}}}{\partial (X_1)_{n_b}} & \cdots & \frac{\partial (R)_{well_{n_w}}}{\partial (X_{n_d})_{n_b}} & \frac{\partial (R)_{well_{n_w}}}{\partial (P_{wf})_{well_1}} & \cdots & \frac{\partial (R)_{well_{n_w}}}{\partial (P_{wf})_{well_{n_w}}} \end{bmatrix}^{m+1} \quad (4-18)$$

$$\frac{\partial (R_d)_j}{\partial (X_d)_j} = \begin{matrix} \left. \begin{array}{cccccccccc} \frac{\partial R_{\Omega,d}}{\partial P_{O,d}} & \frac{\partial R_{\Omega,d}}{\partial N_d^o} & \frac{\partial R_{\Omega,d}}{\partial N_d^g} & \frac{\partial R_{\Omega,d}}{\partial N_{W,d}^w} & \frac{\partial R_{\Omega,d}}{\partial N_{G,d}^w} & \frac{\partial R_{\Omega,d}}{\partial N_{O,d}^s} & \frac{\partial R_{\Omega,d}}{\partial N_{G,d}^s} & \frac{\partial R_{\Omega,d}}{\partial N_{W,d}^s} & \frac{\partial R_{\Omega,d}}{\partial N_{R,d}^s} \\ \frac{\partial R_d^o}{\partial P_{O,d}} & \frac{\partial R_d^o}{\partial N_d^o} & \frac{\partial R_d^o}{\partial N_d^g} & \frac{\partial R_d^o}{\partial N_{W,d}^w} & \frac{\partial R_d^o}{\partial N_{G,d}^w} & \frac{\partial R_d^o}{\partial N_{O,d}^s} & \frac{\partial R_d^o}{\partial N_{G,d}^s} & \frac{\partial R_d^o}{\partial N_{W,d}^s} & \frac{\partial R_d^o}{\partial N_{R,d}^s} \\ \frac{\partial R_d^g}{\partial P_{O,d}} & \frac{\partial R_d^g}{\partial N_d^o} & \frac{\partial R_d^g}{\partial N_d^g} & \frac{\partial R_d^g}{\partial N_{W,d}^w} & \frac{\partial R_d^g}{\partial N_{G,d}^w} & \frac{\partial R_d^g}{\partial N_{O,d}^s} & \frac{\partial R_d^g}{\partial N_{G,d}^s} & \frac{\partial R_d^g}{\partial N_{W,d}^s} & \frac{\partial R_d^g}{\partial N_{R,d}^s} \\ \frac{\partial R_{G,d}^w}{\partial P_{O,d}} & \frac{\partial R_{G,d}^w}{\partial N_d^o} & \frac{\partial R_{G,d}^w}{\partial N_d^g} & \frac{\partial R_{G,d}^w}{\partial N_{W,d}^w} & \frac{\partial R_{G,d}^w}{\partial N_{G,d}^w} & \frac{\partial R_{G,d}^w}{\partial N_{O,d}^s} & \frac{\partial R_{G,d}^w}{\partial N_{G,d}^s} & \frac{\partial R_{G,d}^w}{\partial N_{W,d}^s} & \frac{\partial R_{G,d}^w}{\partial N_{R,d}^s} \\ \frac{\partial R_{W,d}^w}{\partial P_{O,d}} & \frac{\partial R_{W,d}^w}{\partial N_d^o} & \frac{\partial R_{W,d}^w}{\partial N_d^g} & \frac{\partial R_{W,d}^w}{\partial N_{W,d}^w} & \frac{\partial R_{W,d}^w}{\partial N_{G,d}^w} & \frac{\partial R_{W,d}^w}{\partial N_{O,d}^s} & \frac{\partial R_{W,d}^w}{\partial N_{G,d}^s} & \frac{\partial R_{W,d}^w}{\partial N_{W,d}^s} & \frac{\partial R_{W,d}^w}{\partial N_{R,d}^s} \\ \frac{\partial R_{O,d}^s}{\partial P_{O,d}} & \frac{\partial R_{O,d}^s}{\partial N_d^o} & \frac{\partial R_{O,d}^s}{\partial N_d^g} & \frac{\partial R_{O,d}^s}{\partial N_{W,d}^w} & \frac{\partial R_{O,d}^s}{\partial N_{G,d}^w} & \frac{\partial R_{O,d}^s}{\partial N_{O,d}^s} & \frac{\partial R_{O,d}^s}{\partial N_{G,d}^s} & \frac{\partial R_{O,d}^s}{\partial N_{W,d}^s} & \frac{\partial R_{O,d}^s}{\partial N_{R,d}^s} \\ \frac{\partial R_{G,d}^s}{\partial P_{O,d}} & \frac{\partial R_{G,d}^s}{\partial N_d^o} & \frac{\partial R_{G,d}^s}{\partial N_d^g} & \frac{\partial R_{G,d}^s}{\partial N_{W,d}^w} & \frac{\partial R_{G,d}^s}{\partial N_{G,d}^w} & \frac{\partial R_{G,d}^s}{\partial N_{O,d}^s} & \frac{\partial R_{G,d}^s}{\partial N_{G,d}^s} & \frac{\partial R_{G,d}^s}{\partial N_{W,d}^s} & \frac{\partial R_{G,d}^s}{\partial N_{R,d}^s} \\ \frac{\partial R_{W,d}^s}{\partial P_{O,d}} & \frac{\partial R_{W,d}^s}{\partial N_d^o} & \frac{\partial R_{W,d}^s}{\partial N_d^g} & \frac{\partial R_{W,d}^s}{\partial N_{W,d}^w} & \frac{\partial R_{W,d}^s}{\partial N_{G,d}^w} & \frac{\partial R_{W,d}^s}{\partial N_{O,d}^s} & \frac{\partial R_{W,d}^s}{\partial N_{G,d}^s} & \frac{\partial R_{W,d}^s}{\partial N_{W,d}^s} & \frac{\partial R_{W,d}^s}{\partial N_{R,d}^s} \\ \frac{\partial R_{R,d}^s}{\partial P_{O,d}} & \frac{\partial R_{R,d}^s}{\partial N_d^o} & \frac{\partial R_{R,d}^s}{\partial N_d^g} & \frac{\partial R_{R,d}^s}{\partial N_{W,d}^w} & \frac{\partial R_{R,d}^s}{\partial N_{G,d}^w} & \frac{\partial R_{R,d}^s}{\partial N_{O,d}^s} & \frac{\partial R_{R,d}^s}{\partial N_{G,d}^s} & \frac{\partial R_{R,d}^s}{\partial N_{W,d}^s} & \frac{\partial R_{R,d}^s}{\partial N_{R,d}^s} \end{array} \right\}^{m+1} \end{matrix} \quad (4-19)$$

## Solución Lineal

Finalmente, después de obtener un sistema de ecuaciones lineales que aproxime al sistema algebraico, se propone un método iterativo para aproximar su solución. En primera instancia, se realiza un preconditionamiento de la matriz jacobiana mediante factorización  $LU$  incompleta; y posteriormente se emplea el método de Mínimos Residuales Generalizados (GMRES).

La factorización  $LU$  incompleta tiene su motivación en la eliminación gaussiana de matrices, la cual descompone el jacobiano como producto de una matriz triangular inferior  $L$  y otra triangular superior  $U$ . Sin embargo, el desarrollar el proceso completo implica un alto costo computacional. Por ello, se propone seguir un patrón que imite la estructura del jacobiano [83, 84]. En base a esto, se toman matrices  $L$  y  $U$  cuyo producto sea una matriz similar.

Por otro lado, el método de Mínimos Residuales Generalizados (GMRES) busca minimizar el residual optimizando los espacios de Krylov [85, 86, 87]. A pesar de tener un costo computacional alto respecto a otros métodos, presenta una convergencia del error suave [85, 86].

### 4.2.2. Segundo Ciclo de Solución

El segundo ciclo corresponde a la solución de las ecuaciones de conservación de cantidad de lamelas. El desacoplamiento de estas ecuaciones del primer ciclo de solución se propone dado que un acoplamiento completo del sistema genera matrices jacobianas con números de condición elevados que reducen la velocidad de convergencia a la solución, asociado a la diferencia de naturaleza de balances entre las ecuaciones correspondientes [40].

#### Ensamble de las Ecuaciones

El sistema de ecuaciones relacionados incluye únicamente los residuales asociados a la conservación de cantidad de lamelas. En este sentido, se plantea la función de residuales  $R_2^{m+1}$  definida mediante la ecuación 4-20.

$$R_2^{m+1} = \begin{bmatrix} (R_1^f)_1 \\ \vdots \\ (R_{n_d}^f)_1 \\ \vdots \\ (R_1^f)_{n_b} \\ \vdots \\ (R_{n_d}^f)_{n_b} \end{bmatrix}^{m+1} \quad (4-20)$$

#### Variabes de Solución

Las variables que se solucionarán en este ciclo de la solución numérica son las texturas de las espumas en cada dominio de cada bloque de simulación ( $n_f$ ). En este sentido, se define el vector de solución del sistema mediante la ecuación 4-21.

$$X_2^{m+1} = \begin{bmatrix} (n_1^f)_1 \\ \vdots \\ (n_{n_d}^f)_1 \\ \vdots \\ (n_1^f)_{n_b} \\ \vdots \\ (n_{n_d}^f)_{n_b} \end{bmatrix}^{m+1} \quad (4-21)$$

### Esquema de Linealización

De forma análoga a la linealización planteada para el primer sistema de ecuaciones, se propon el método de Newton-Raphson para linealizar las ecuaciones algebraicas. De esta forma, se define el esquema de linealización mediante la ecuación 4-22.

$$R_2^{m+1}(X_2^k) \approx - \left[ \frac{\partial^{(v)}(R_2^{m+1})}{\partial (X_2^{m+1})^{(v)}} \right]_{X_2^k} (X_2^{k+1} - X_2^k) \quad (4-22)$$

Donde  $\frac{\partial^{(v)}(R_2^{m+1})}{\partial (X_2^{m+1})^{(v)}}$  es la matriz jacobiana asociada al sistema, definida mediante la ecuación 4-23.

$$\frac{\partial(R_1^{m+1})}{\partial(n_1^{f m+1})} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(R_1^f)_1}{\partial(n_1^f)_1} & \cdots & \frac{\partial(R_1^f)_1}{\partial(n_{n_d}^f)_1} & \cdots & \frac{\partial(R_1^f)_1}{\partial(n_1^f)_{n_b}} & \cdots & \frac{\partial(R_1^f)_1}{\partial(n_{n_d}^f)_{n_b}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial(R_{n_d}^f)_1}{\partial(n_1^f)_1} & \cdots & \frac{\partial(R_{n_d}^f)_1}{\partial(n_{n_d}^f)_1} & \cdots & \frac{\partial(R_{n_d}^f)_1}{\partial(n_1^f)_{n_b}} & \cdots & \frac{\partial(R_{n_d}^f)_1}{\partial(n_{n_d}^f)_{n_b}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial(R_1^f)_{n_b}}{\partial(n_1^f)_1} & \cdots & \frac{\partial(R_1^f)_{n_b}}{\partial(n_{n_d}^f)_1} & \cdots & \frac{\partial(R_1^f)_{n_b}}{\partial(n_1^f)_{n_b}} & \cdots & \frac{\partial(R_1^f)_{n_b}}{\partial(n_{n_d}^f)_{n_b}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial(R_{n_d}^f)_{n_b}}{\partial(n_1^f)_1} & \cdots & \frac{\partial(R_{n_d}^f)_{n_b}}{\partial(n_{n_d}^f)_1} & \cdots & \frac{\partial(R_{n_d}^f)_{n_b}}{\partial(n_1^f)_{n_b}} & \cdots & \frac{\partial(R_{n_d}^f)_{n_b}}{\partial(n_{n_d}^f)_{n_b}} \end{bmatrix}^{m+1}_j \quad (4-23)$$

### Solución Lineal

De igual forma al anterior, el sistema lineal resultante se preconditiona mediante factorización  $LU$  incompleta y se resuelve a través del método de Mínimos Residuales Generalizados.

## 4.3. Implementación Computacional

En función del esquema de solución numérica generado y planteado en la sección 4.2, se propone el Algoritmo 1 como modelo de implementación. Dicho pseudocódigo fue implementado usando el lenguaje de programación FORTRAN 2008, y fue acoplado a la herramienta DFTMP SIMULATOR, la

cual pertenece al grupo de Dinámicas de Flujo y Transporte en medios porosos de la Universidad Nacional de Colombia.

#### **4.3.1. Datos de entrada**

Los datos de entrada requeridos para la solución del modelo corresponden a las propiedades de la roca, las propiedades del fluido de yacimiento para un modelo tipo “*Black Oil Model*”, las curvas de permeabilidad relativa y de presión capilar para cada dominio de flujo, la programación de inyección-producción de los pozos, la información relacionada con el agente espumante, los parámetros del modelo de espumación y los tiempos de impresión.

#### **4.3.2. Datos de salida**

Los datos de salida impresos por la herramienta de simulación numérica en cada tiempo de impresión corresponden a información de yacimiento e información de pozos. La información de yacimientos asociada corresponde a la presión de la fase oleica, saturaciones de las fases coexistentes, concentraciones de espumante en cada pozo y cantidad de lamelas en volumen de la fase gas por cada bloque de la malla de simulación. Por otro lado, para cada pozo se imprimen la presión en fondo fluyente de pozo, las tasas de flujo de cada fase, las concentraciones de espumante en los fluidos inyectados o producidos, los volúmenes de fase y cantidades de espumante acumuladas.

Con la definición e implementación de la estrategia de solución de la formulación matemática propuesto, se procede a la validación del modelo y a la aplicación en caso de campo, lo cual se desarrolla en el Capítulo 5 de esta Tesis de Maestría.

**Algoritmo 1** Esquema de Solución General

---

```

1: Entrada: Datos de yacimiento, componentes, fluidos, interacción roca-fluido y pozos.
2: Creación y poblamiento de la malla de simulación.
3: Inicialización y dimensionamiento del sistema.
4:  $t \leftarrow 0, m \leftarrow 1$ 
5: while  $t < t_{sim}$  do
6:    $iter \leftarrow 1$ 
7:    $X_1^k \leftarrow X_1^m, X_2^k \leftarrow X_2^m, R_1^k \leftarrow R_1^m, R_2^k \leftarrow R_2^m$ 
8:   while  $R_1^k > tol_1 \ \& \ R_2^k > tol_2$  do
9:     if  $iter > iter_{max}$  then
10:       $X_1^k \leftarrow X_1^m, X_2^k \leftarrow X_2^m, R_1^k \leftarrow R_1^m, R_2^k \leftarrow R_2^m$ 
11:      Reducir  $\Delta t$ 
12:       $iter \leftarrow 1$ 
13:     else
14:       Inicialización del método de solución del primer sistema.
15:       Cálculo de  $K^i$  y propiedades petrofísicas a  $k + 1$ .
16:       Cálculo del vector de residuales  $R_1^{k+1}$  del primer sistema.
17:       Cálculo de matriz jacobiana  $J_1^{k+1}$  del primer sistema.
18:       Estimar  $\Delta X_1^{k+1}$  en  $J_1^{k+1} \Delta X_1^{k+1} = -R_1^{k+1}$ 
19:        $X_1^{k+1} \leftarrow X_1^k + \Delta X_1^{k+1}$ 
20:       Cálculo de  $K^i$  y propiedades petrofísicas a  $k + 1$ .
21:       Inicialización del método de solución del segundo sistema.
22:       Cálculo del vector de residuales  $R_2^{k+1}$  del segundo sistema.
23:       Cálculo de matriz jacobiana  $J_2^{k+1}$  del segundo sistema.
24:       Estimar  $\Delta X_2^{k+1}$  en  $J_2^{k+1} \Delta X_2^{k+1} = -R_2^{k+1}$ 
25:        $X_2^{k+1} \leftarrow X_2^k + \Delta X_2^{k+1}$ 
26:        $X_1^k \leftarrow X_1^{k+1}, X_2^k \leftarrow X_2^{k+1}, R_1^k \leftarrow R_1^{k+1}, R_2^k \leftarrow R_2^{k+1}$ 
27:        $iter \leftarrow iter + 1$ 
28:     end if
29:   end while
30:    $X_1^{m+1} \leftarrow X_1^k, X_2^{m+1} \leftarrow X_2^k, R_1^{m+1} \leftarrow R_1^k, R_2^{m+1} \leftarrow R_2^k$ 
31:   Calcular la métrica de balance de materiales.
32:   if  $EBM > tol_m$  then
33:     Reducir  $\Delta t$ 
34:   else
35:      $t \leftarrow t + \Delta t, m \leftarrow m + 1$ 
36:      $X_1^m \leftarrow X_1^{m+1}, X_2^m \leftarrow X_2^{m+1}$ 
37:     Calcular presiones, saturaciones y composiciones.
38:     Imprimir: Presiones, saturaciones y composiciones.
39:   end if
40: end while

```

---

## 5. Validación y Resultados

De acuerdo al enfoque fenomenológico para el modelado de procesos físicos o químicos, después del desarrollo e implementación numérica de un modelo, este debe ser validado a partir de información observable. En este capítulo se presenta la validación del modelo y un análisis de sensibilidad a escala de sector de yacimiento.

### 5.1. Validación del Modelo

La validación del modelo propuesto consta de la verificación de las dinámicas de espumamiento. Para este, se emplean los datos asociados a la prueba experimental desarrollada por Ocampo y aliados [25] bajo la metodología SAG (*Surfactant Alternating Gas*) a un núcleo de afloramiento fracturado, y se calibran los parámetros cinéticos del modelo. La validación de este modelo está reportada por Solano y compañía en la referencia [34].

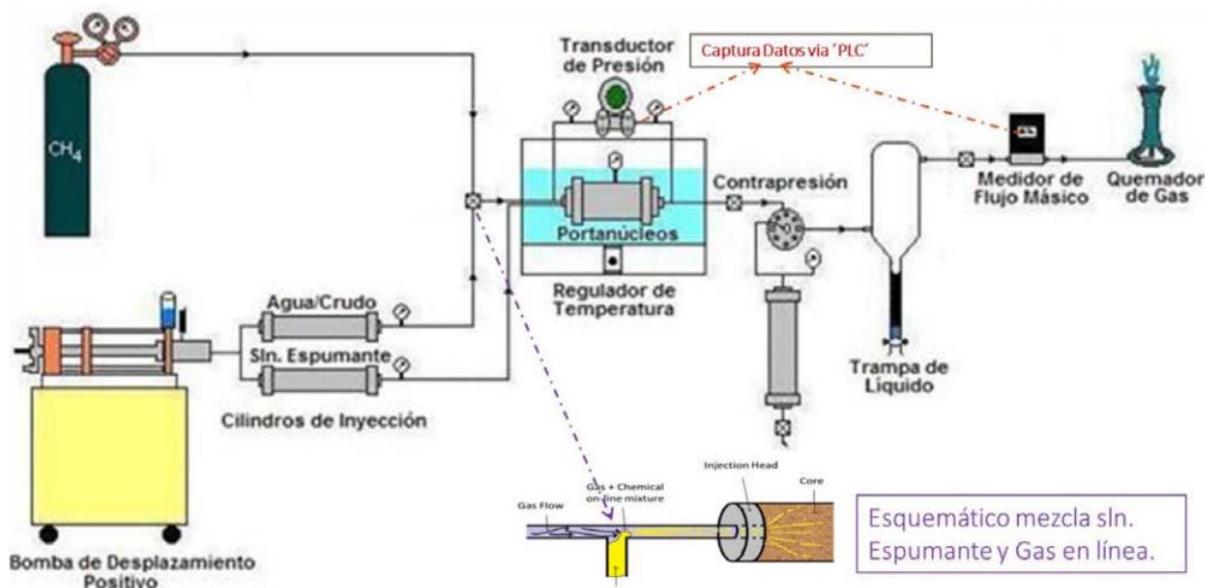
#### 5.1.1. Descripción de la prueba experimental

La prueba experimental se desarrolló bajo la inyección alternada de espumante y gas a una muestra cilíndrica de roca con una fractura en dirección horizontal. El equipo empleado en el desarrollo de esta prueba es el presentado en la Figura 5-1.

Las propiedades de la roca y de los fluidos utilizados se especifican en la Figura 5-1. Inicialmente, se tiene la roca a saturación irreducible de agua y a saturación máxima de petróleo. A esta roca se le inyectó gas hidrocarburo a condiciones variables de presión y tasa de inyección, las cuales se pueden apreciar en la Figura 5-2. En el minuto 500, se presenta la espumación generada por la inyección de una solución acuosa de espumante PETROSTEP C1. En total se inyectaron 170 volúmenes porosos de gas a condiciones de presión y temperatura de la prueba (ver Tabla 5-1).

#### 5.1.2. Calibración

En primera instancia, se realiza el ajuste de la curva de permeabilidad relativa del sistema para representar las dinámicas de flujo bifásico en el medio poroso fracturado. Para ello, se tomó el modelo de Corey [88] y se calibraron sus parámetros en función de los datos de tasa y presión de inyección antes de la espumación. Las respectivas simulaciones se realizaron ingresando la tasa de



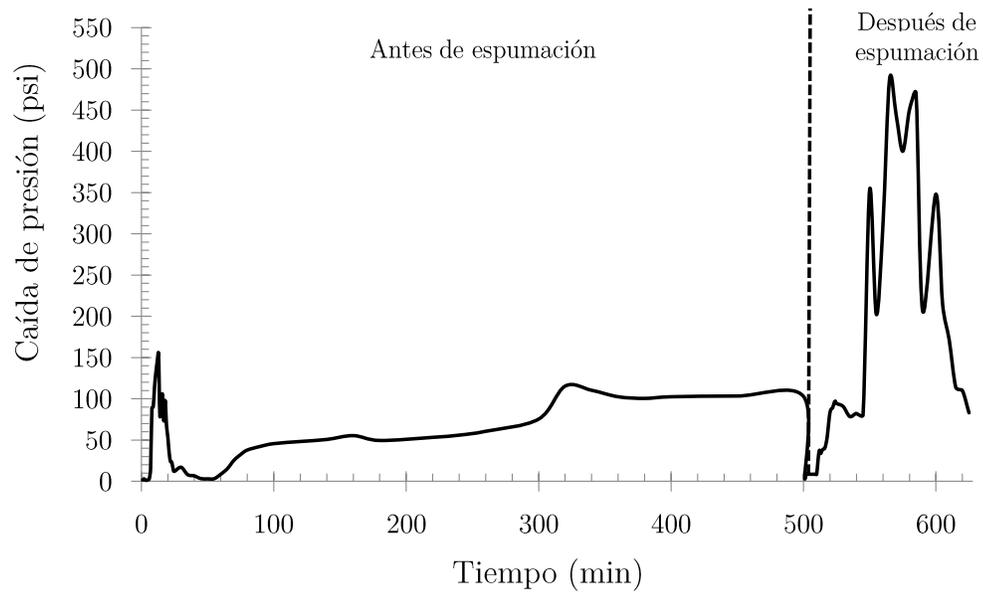
**Figura 5-1.:** Equipo de desplazamiento usado para pruebas a escala de núcleos. Tomado de [3].

**Tabla 5-1.:** Propiedades del núcleo y de los fluidos utilizados en la prueba de validación.

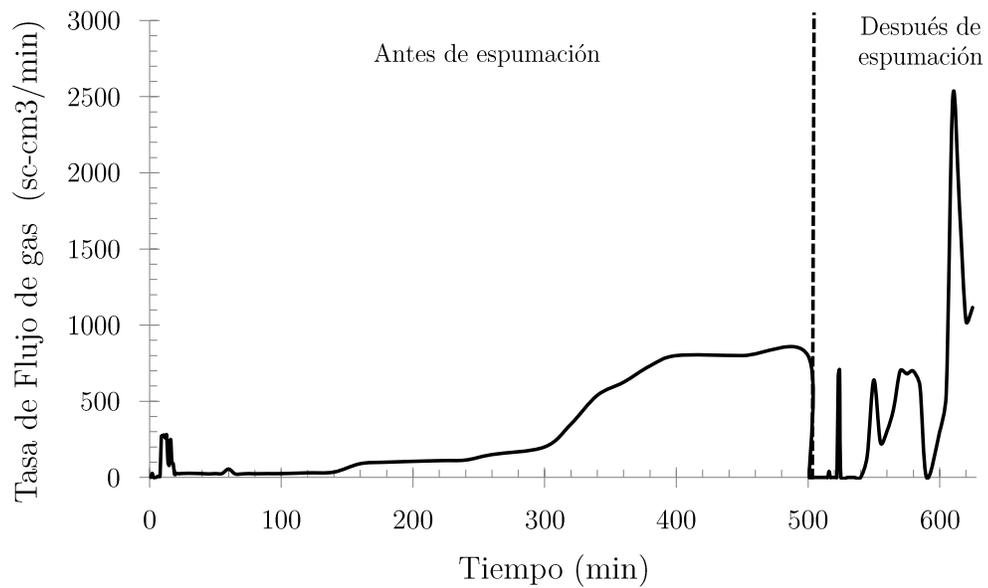
Propiedad	Magnitud
Porosidad	0.12
Permeabilidad	1.29 mD
Temperatura	90°C
Presión de sobrecarga	4500 psi
Presión de poro	1500 psi
Densidad del aceite	0.8156 g/mL
Viscosidad del aceite	2 cP

inyección del gas para obtener la caída de presión en el núcleo y compararlo con el obtenido experimentalmente. La Figura 5-3 muestra las curvas calibradas que tienen una mejor aproximación a los datos correspondientes.

Con las curvas de permeabilidad relativa obtenidas, y considerando que el agente espumante no tiene efectos sobre estas, se calibran los parámetros del modelo de espumamiento para lograr el ajuste de la caída de presión, la conductividad y el factor de recobro asociado al experimento. La Tabla 5-2 contiene los parámetros calibrados obtenidos. Entretanto, las Figuras 5-4, 5-5, 5-6 muestran el ajuste obtenido a partir de la calibración del modelo para la caída de presión, la conductividad y el factor de recobro.

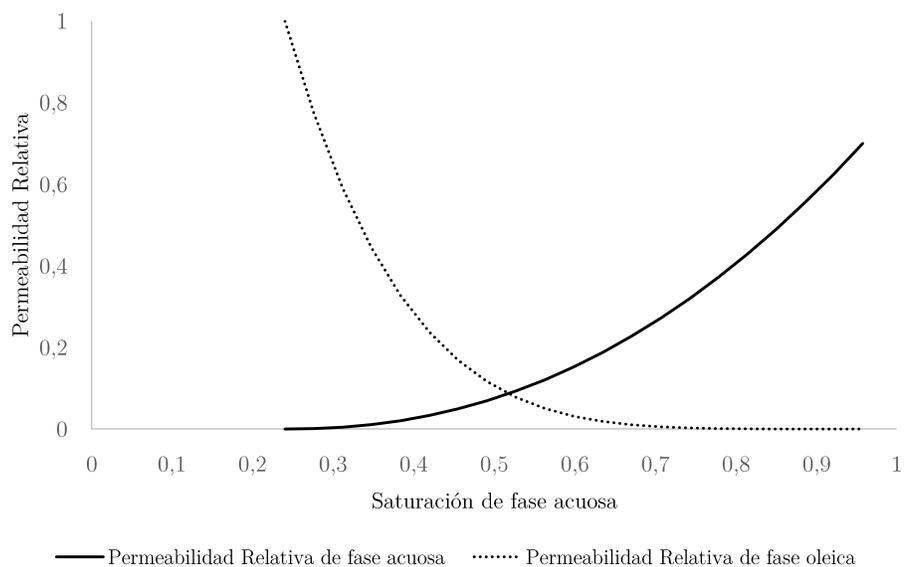


(a) Tasa de inyección de gas.

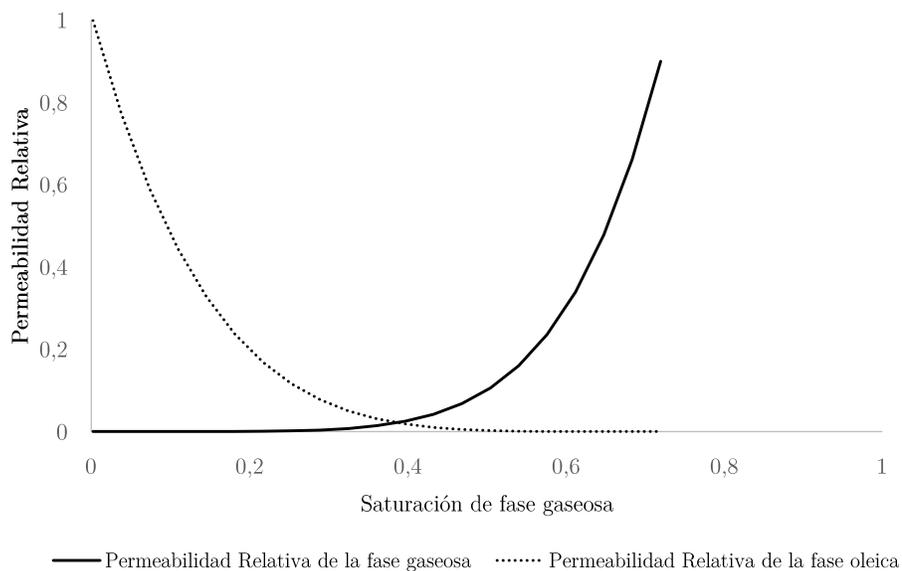


(b) Caída de presión.

**Figura 5-2.:** Datos de tasa de inyección de gas y de caída de presión en el núcleo a lo largo de la prueba.



(a) Curvas de permeabilidad relativa de fases acuosa y oleica.

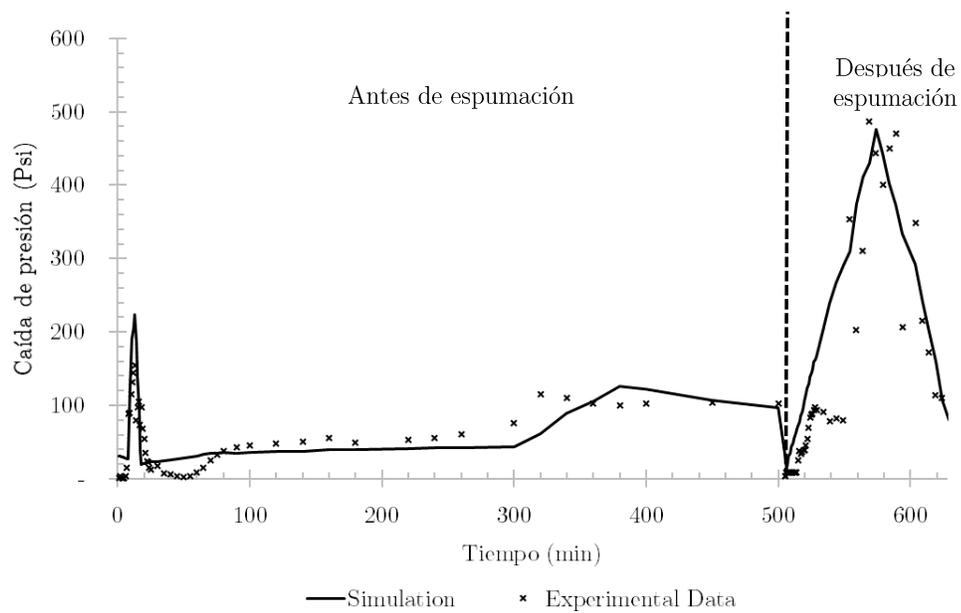


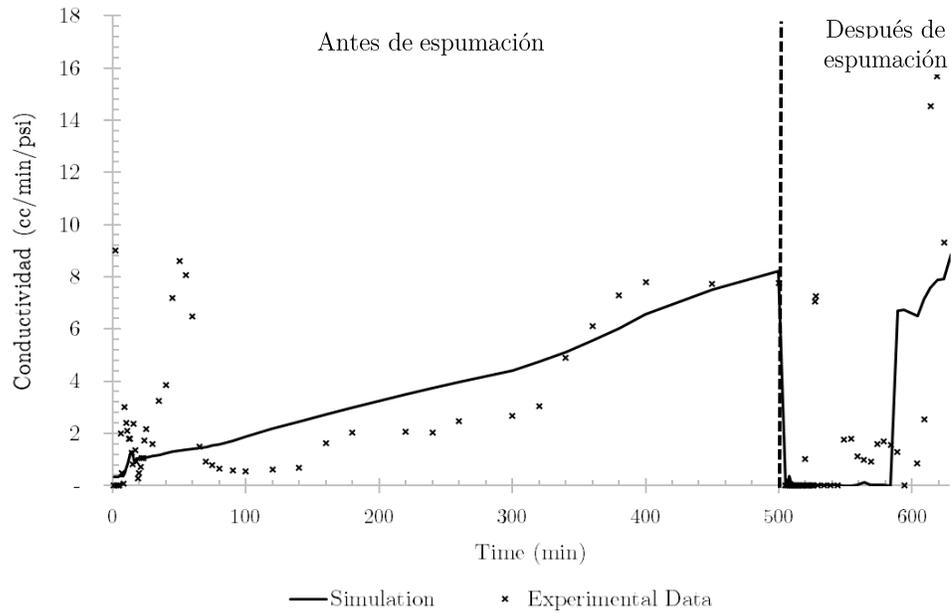
(b) Curvas de permeabilidad relativa de fases gaseosa y oleica.

**Figura 5-3.:** Curvas de permeabilidad relativa ajustadas para la prueba experimental.

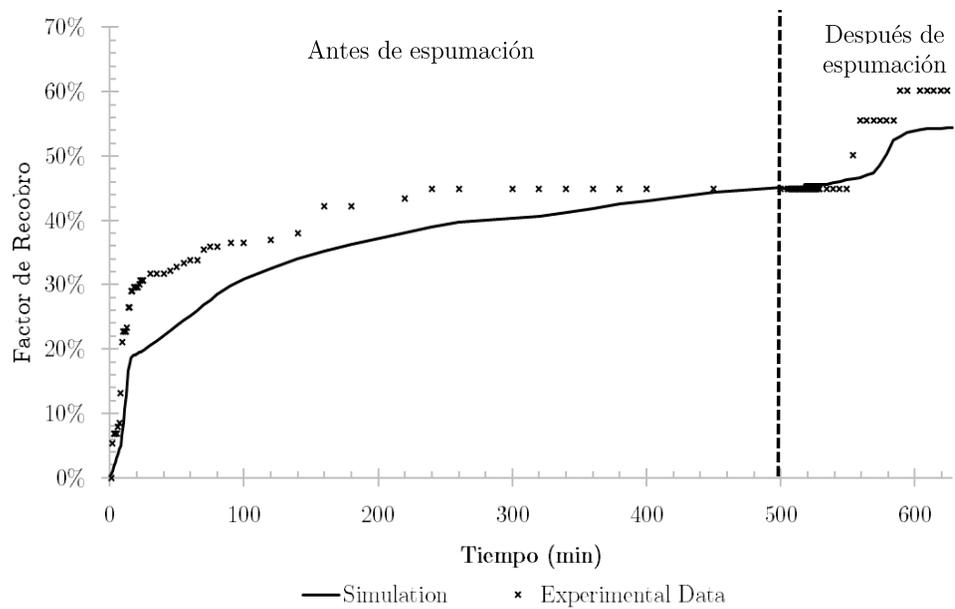
**Tabla 5-2.:** Parámetros calibrados del modelo de espumamiento propuesto.

Parámetro	Valor calibrado
Cinética de Generación de Lamelas $K_1$	$6e14$
Cinética de Coalescencia de Lamelas $K_{-1}^0$	50,15
Parámetro $\alpha$	$2e - 21$
Parámetro $X_{T,max}$	0.96
Parámetro $\beta$	$1e - 9$

**Figura 5-4.:** Caídas de presión obtenidas experimentalmente y mediante simulación.



**Figura 5-5.:** Conductividades obtenidas mediante resultados experimentales y por simulación.



**Figura 5-6.:** Factores de recobro de petróleo obtenidos mediante resultados experimentales y por simulación.

### 5.1.3. Discusión

Al analizar las Figuras 5-4 y 5-5, se pueden detectar tres periodos de flujo:

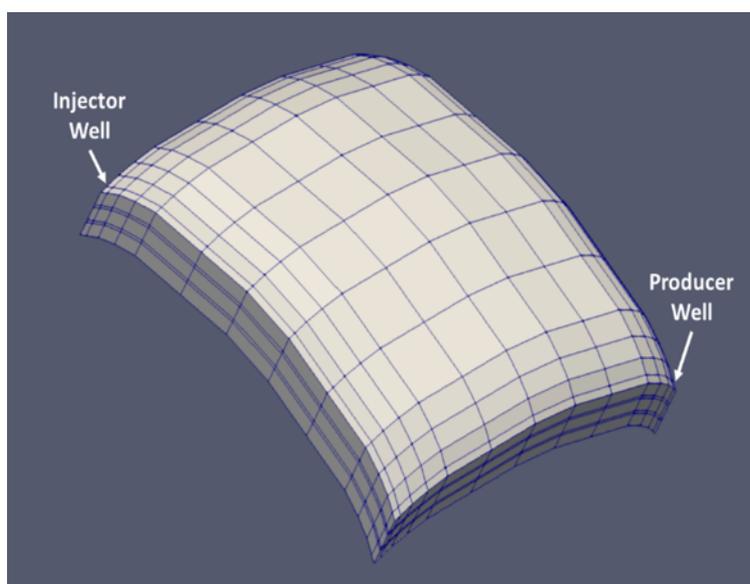
- **Previo a la espumación:** Antes de la inyección del espumante, el comportamiento de las variables de estado guarda gran relación con el incremento en la tasa de inyección de la fase gaseosa a lo largo de la prueba. Esta condición genera un incremento continuo en la conductividad del sistema debido al aumento en la movilidad del gas al incrementar la saturación de fase gaseosa. Adicionalmente, se presenta un aumento en la caída de presión asociado al incremento en los requerimientos en potencial de flujo para el desplazamiento.
- **Generación de espuma:** A partir de la inyección alternada de espumante y gas se presentan las dinámicas de generación de espumas, generando una reducción en la movilidad de la fase gaseosa. Esto conlleva a un aumento en la caída de presión en el núcleo y la reducción de la conductividad.
- **Coalescencia de espuma:** Cuando las dinámicas de coalescencia comienzan a predominar sobre las de generación, la movilidad de la fase gas aumenta. En este sentido, se reduce continuamente la caída de presión a lo largo del núcleo e incrementa su conductividad.

Respecto a la Figura 5-6, se logra apreciar un incremento en la tendencia de recobro de aceite al inicio del periodo de coalescencia, debido a que la espuma bloquea y se reduce considerablemente su tasa de inyección en el periodo de generación. Mientras tanto, cuando comienza la coalescencia, se incrementa la movilidad y la espuma puede ser desplazada para barrer el aceite.

La calibración logra reproducir las tendencias generales reportadas en los datos experimentales para las caídas de presión y la conductividad. Sin embargo, se presentan puntos que están fuera de la tendencia, que corresponden a datos anómalos. Estas mediciones se generaron por la dificultad para mantener la tasa o la presión de inyección constantes, conllevando a incrementos súbitos no reproducibles por el modelo. Entretanto, el modelo presenta subestimación del factor de recuperación, asociada a la incertidumbre en la medición de las tasas de flujo en el proceso de desplazamiento.

## 5.2. Resultados a escala de sector de yacimiento

Finalmente, posterior a la validación del modelo de espumamiento a escala de núcleo, se propone una simulación a escala de sector de yacimiento con la inyección de espumante disperso en gas. El sector de yacimiento propuesto se puede apreciar en la Figura 5-7. La malla tiene un refinamiento local en cercanías de los pozos, con la finalidad de reducir la incertidumbre en las estimaciones relacionadas con los parámetros texturales en cercanías del pozo.

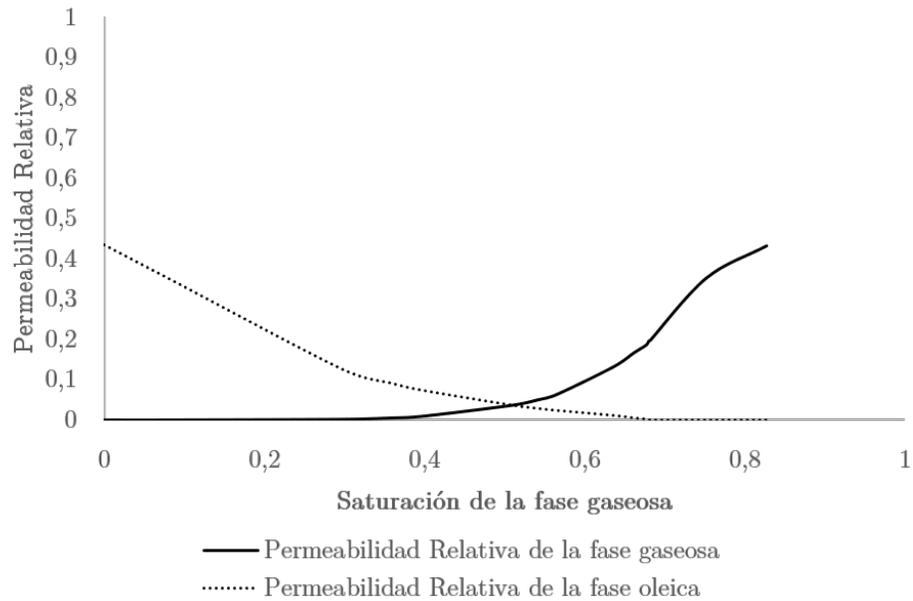


**Figura 5-7.:** Sector de yacimiento propuesto para el desarrollo de la simulación de inyección de espumante disperso.

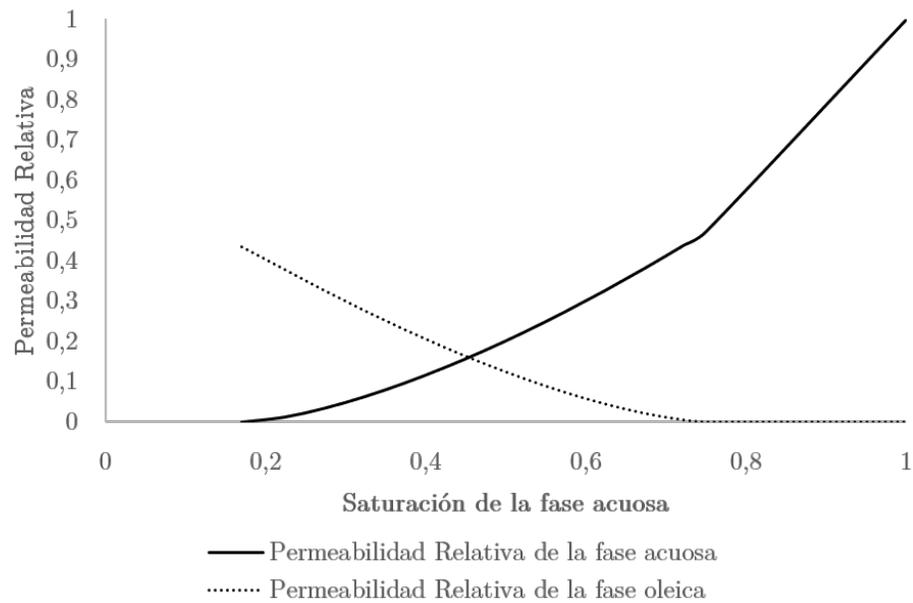
La Tabla 5-3 contiene los datos correspondientes a las propiedades del dominio matriz y del dominio fractura. Por otra parte, las curvas de permeabilidad relativa utilizadas en la simulación se presentan en la Figura 5-8. Asimismo, la Tabla 5-4 contiene los parámetros asociados al modelo de espumamiento mediante gasodispersiones empleados en la simulación.

**Tabla 5-3.:** Propiedades del sector de yacimiento propuesto para matriz y fractura.

Propiedad	Valor en Matriz	Valor en Fractura
Porosidad	0.08	0.008
Permeabilidad Horizontal	5 mD	1000 mD
Permeabilidad Vertical	0.5 mD	100 mD
Presión inicial	4350 psi	4350 psi



(a) Curvas de permeabilidad relativa de fases gaseosa y oleica.



(b) Curvas de permeabilidad relativa de fases acuosa y oleica.

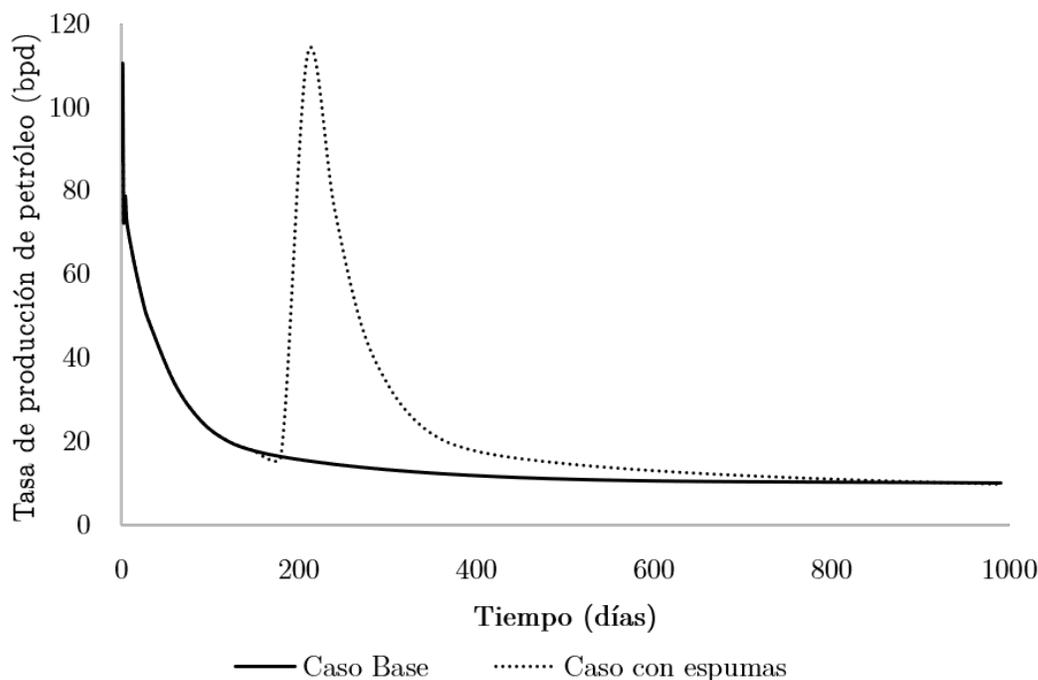
**Figura 5-8.:** Curvas de permeabilidad relativa usadas en la simulación del modelo sectorial.

**Tabla 5-4.:** Parámetros del modelo de espumación mediante inyección de espumante disperso en una corriente de gas.

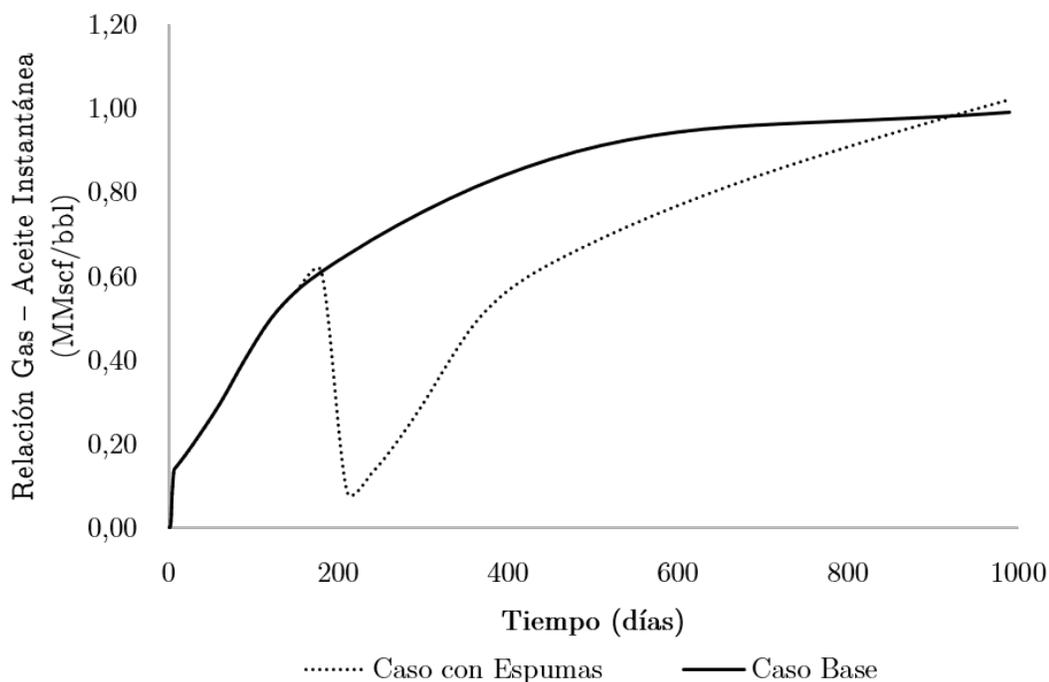
Parámetros	Valor
Cinética de Generación de Lamelas $K_1$	1.5e10
Cinética de Coalescencia de Lamelas $K_{-1}^0$	0.0085
Parámetro $\alpha$	2e-21
Parámetro $X_{T,max}$	0.90
Parámetro $\beta$	1e-8
Parámetro de Interceptación	4.67e-5

### 5.2.1. Resultados

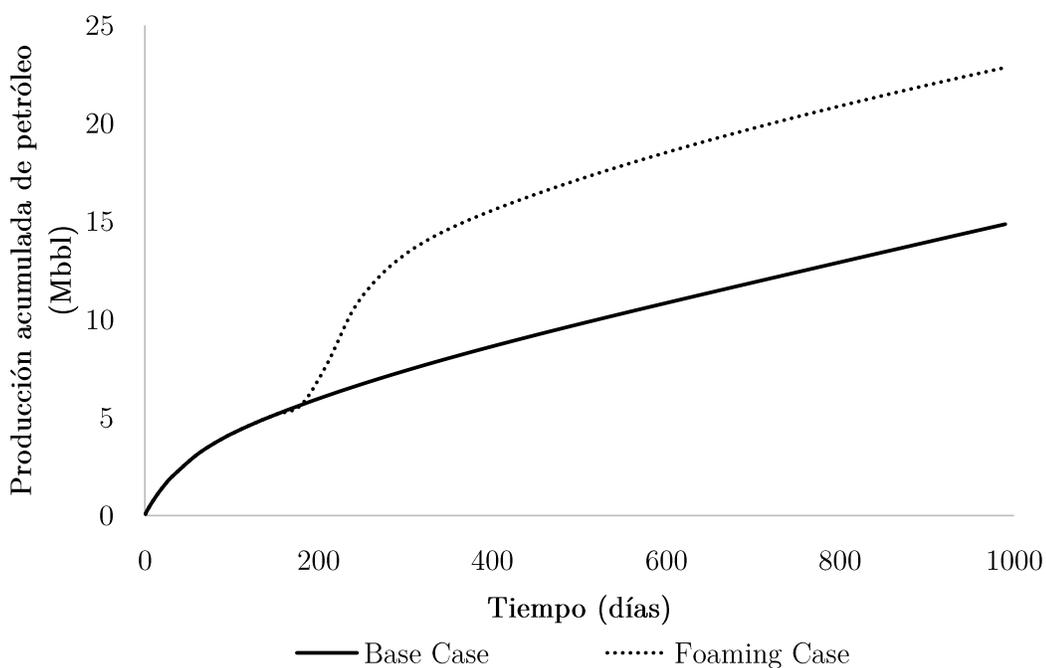
Inicialmente, se inyecta a tasa constante 10 MMscf de gas por día al yacimiento por medio del pozo inyector durante 990 días, mientras que el pozo productor se mantiene a una presión de 4000 psi. Entre los días 180 y 210 se dispersan 2.5 barriles de espumante en cada millón de pies cúbicos de fase gaseosa inyectada. La Figura 5-9 muestra la tasa de producción de petróleo y la Figura 5-10 presenta la evolución de la relación gas-aceite producidos instantánea. Finalmente, la producción de petróleo acumulada se puede apreciar en la Figura 5-11.



**Figura 5-9.:** Tasa de producción de fase oleica en el pozo productor.



**Figura 5-10.:** Relación de volumen producido de gas y de petróleo obtenida con espumamiento y sin espumamiento.



**Figura 5-11.:** Volumen de petróleo acumulado recuperado.

La tasa de producción de petróleo muestra un comportamiento de doble pendiente previo al espumamiento, característico de los yacimientos que contienen dos dominios físicos de flujo. En esta etapa, se puede apreciar un declinamiento continuo de la producción, lo cual se puede asociar a la canalización del gas inyectado por las fracturas. Esto último se puede evidenciar en el incremento en la relación gas-petróleo - GOR en el pozo productor.

Al inicio de la inyección de espumante disperso, se logra apreciar el incremento en la tasa de producción relacionado con la reducción de la movilidad del gas en las fracturas. A diferencia como ocurrió con el caso presentado como validación, no se presenta un bloqueo total del sistema. Por otro lado, se presenta una reducción en la producción de gas asociada al atrapamiento de esta fase entre las lamelas de la espuma.

Cuando finaliza la inyección del espumante disperso, la tasa de producción comienza a reducirse hasta llegar a tener comportamiento equivalente al caso base. Esto guarda relación con el carácter temporal de la espumación dada la no estabilidad termodinámica de la espuma generada en el yacimiento. De igual forma, la relación de gas-petróleo instantánea crece porque el gas atrapado en la espuma es liberado debido a la coalescencia y su movilidad incrementa.

Finalmente, la producción acumulada de petróleo muestra un incremento al iniciar la dispersión del espumante. Al finalizar el efecto de la espumación, la producción acumulada no muestra una tasa de variación diferente a la asociada al caso base; lo cual se puede apreciar en la Figura 5-9 y es consecuencia del efecto temporal de la espuma generada en el medio poroso.

### **5.2.2. Análisis de Sensibilidad**

Para finalizar, se analiza el efecto de variables de entrada en la respuesta del modelo implementado. Las variables analizadas son la cantidad de químico disperso, la relación de heterogeneidad y la viscosidad del aceite.

#### **Concentración de espumante disperso**

Para el espumante disperso, se corrieron dos simulaciones adicionales a 0.5 bbl/MMscf y 1.0 bbl/MMscf con la finalidad de evidenciar el efecto que tiene la inyección del espumante en el incremento de la producción acumulada de petróleo. La Figura 5-12 muestra los cambios en la producción acumulada al variar el volumen de espumante disperso en el gas. Como puede apreciarse, la cantidad de espumante genera un mayor espumamiento, lo cual físicamente se asocia a su capacidad de estabilizar las lamelas en la espuma.

### **Viscosidad del aceite**

Para la viscosidad del aceite muerto (condiciones de separador), se corrieron tres simulaciones adicionales para 4 cP, 10 cP y 100 cP, cuyos resultados se pueden apreciar en la **5-13**.

Para el mayor valor de viscosidad, se presenta un incremento del volumen recuperado del 3 %, lo cual se asocia la baja movilidad de la fase oleica. Esto genera que la reducción de la movilidad del gas sea insuficiente para mejorar su afluencia hacia el pozo productor.

Entretanto, para las menores viscosidades se tiene un aumento mayor en la recuperación de aceite tras la aplicación de la inyección de espumante disperso. Sin embargo, dicho incremental en recobro se reduce con la viscosidad dado que estos tienen una mejor movilidad de la fase oleica en pozos productores.

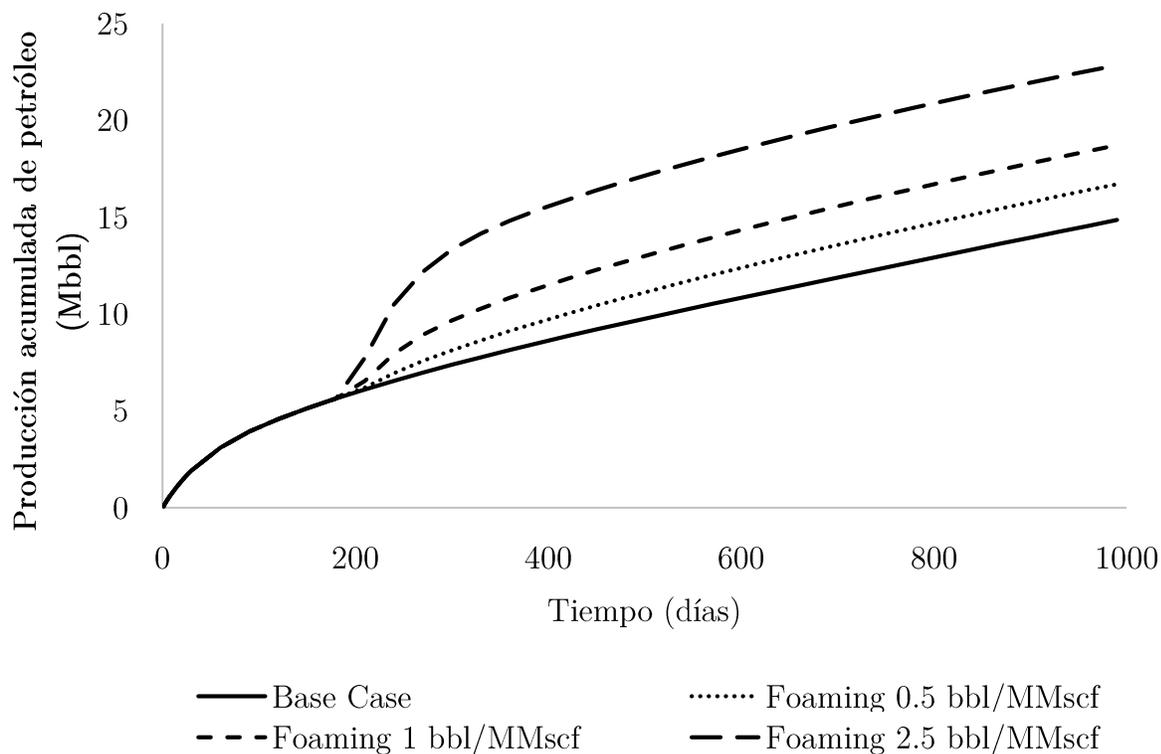
### **Relación de heterogeneidad**

Para hacer la sensibilidad a la relación de heterogeneidad, definida como la razón entre la permeabilidad de la fractura y de medio poroso, se corrieron tres simulaciones con permeabilidad de 100 mD, 20 mD y 1 mD. Los resultado de estas simulaciones se pueden apreciar en la Figura **5-14**.

De acuerdo a los resultados obtenidos, cuando la relación de heterogeneidad es menor, se tiene un menor incremental de recuperación debido a que el caso base presenta menor canalización de gas en la fractura respecto a casos con mayores valores en este parámetro.

De forma similar, cuando la relación de heterogeneidad es más alta, el incremental de producción acumulada de petróleo se reduce debido a que la reducción de movilidad del gas en la fractura es insuficiente para hacer que el fluido ingrese al medio poroso desde el pozo inyector.

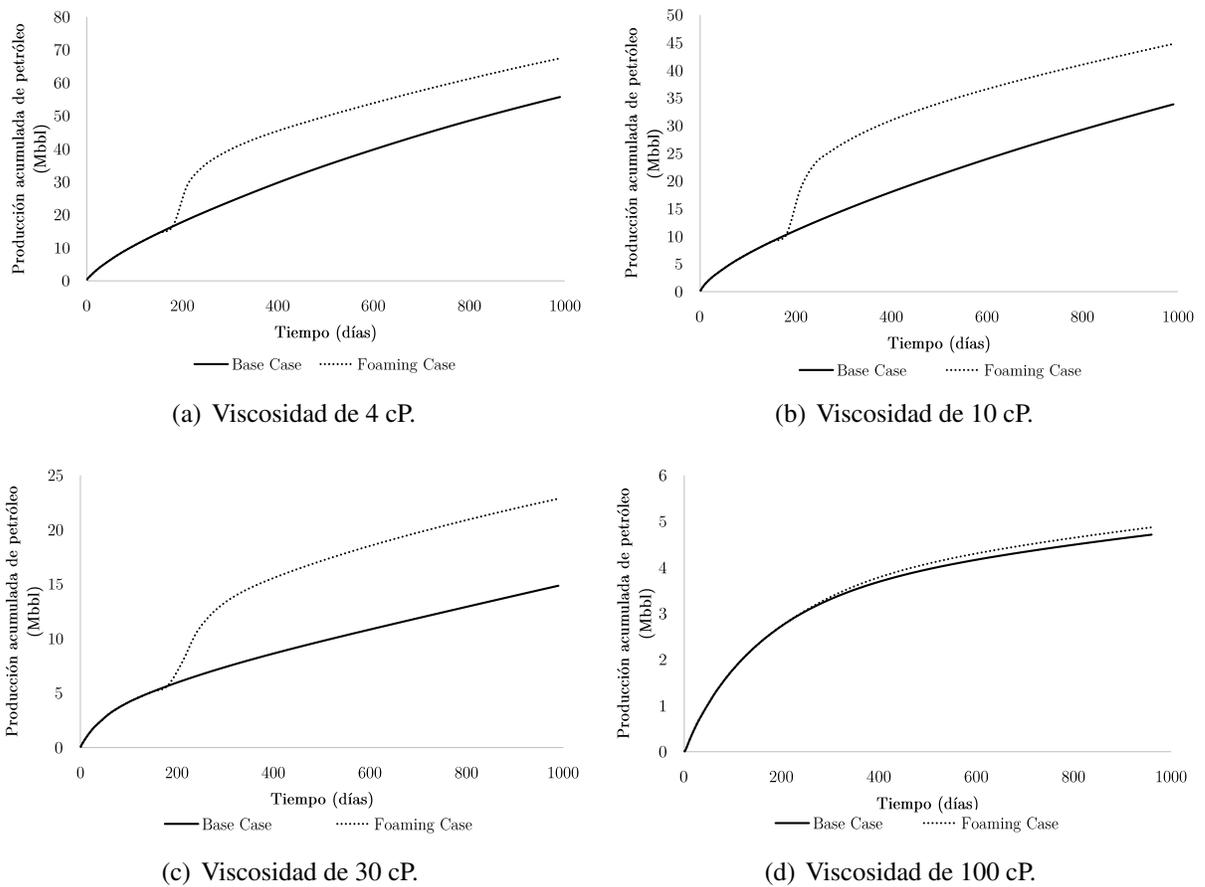
La Tabla **5-5** muestra los recobros incrementales obtenidos en las simulaciones llevadas a cabo en este análisis de sensibilidad.



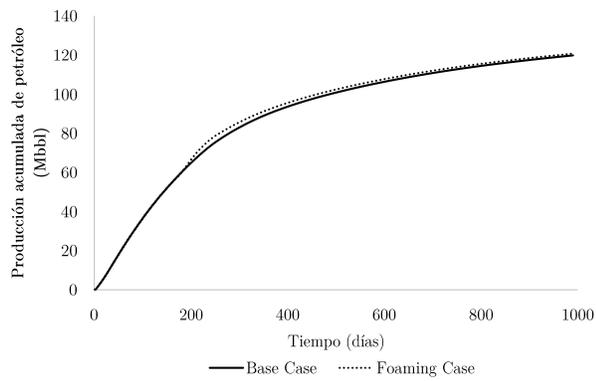
**Figura 5-12.:** Efecto de la cantidad de espumante dispersado en la recuperación de petróleo.

**Tabla 5-5.:** Incrementales de recobro obtenidos para las simulaciones corridas para el análisis de sensibilidad.

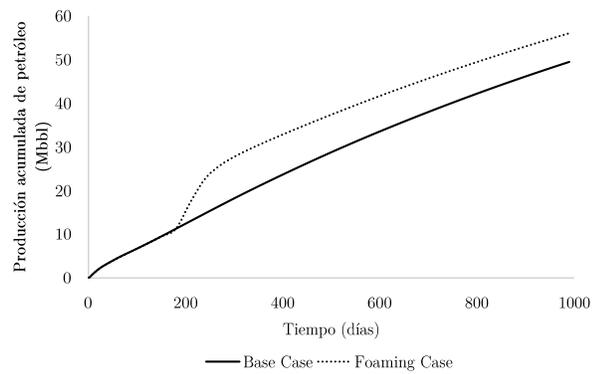
Heterogeneidad	Viscosidad	Espumante	Recobro Incremental
200	30 cP	2.5 bbl/MMscf	54 %
200	30 cP	0.5 bbl/MMscf	12 %
200	30 cP	1.0 bbl/MMscf	26 %
200	4 cP	2.5 bbl/MMscf	21 %
200	10 cP	2.5 bbl/MMscf	32 %
200	100 cP	2.5 bbl/MMscf	3 %
10	30 cP	2.5 bbl/MMscf	7 %
50	30 cP	2.5 bbl/MMscf	13 %
100	30 cP	2.5 bbl/MMscf	7 %



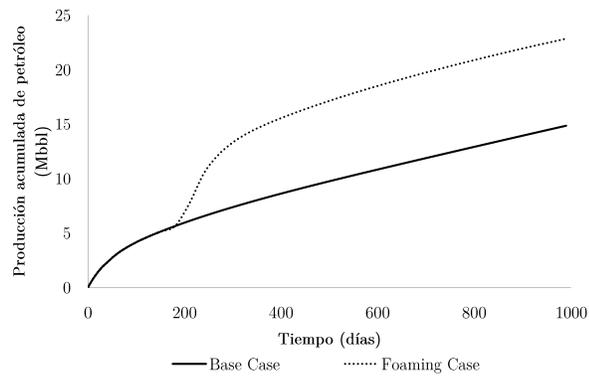
**Figura 5-13.:** Efecto de la viscosidad del petróleo en la recuperación de petróleo de un yacimiento al inyectar espumante disperso en gas.



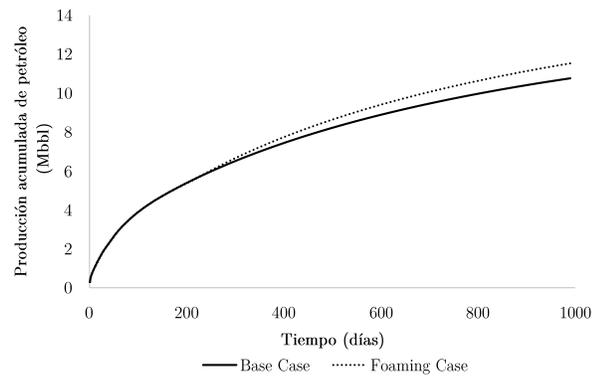
(a) Relación de heterogeneidad de 1000.



(b) Relación de heterogeneidad de 200.



(c) Relación de heterogeneidad de 50.



(d) Relación de heterogeneidad de 10.

**Figura 5-14.:** Efecto de la relación de heterogeneidad en la recuperación de petróleo de un yacimiento al inyectar espumante disperso en gas.

## 6. Conclusiones y Recomendaciones

En este capítulo, se presentan las conclusiones finales de esta Tesis de Maestría, así como las recomendaciones que se tienen para futuros trabajos.

### 6.1. Conclusiones

En la investigación relacionada con esta Tesis de Maestría, el autor llegó a las siguientes conclusiones:

- El modelo propuesto para la representación de la inyección de espumante disperso en gas para yacimientos naturalmente fracturados, fue desarrollado bajo un enfoque fenomenológico, que acopla los mecanismos asociados al transporte, transferencia y espumamiento. Para desagregar las dinámicas asociadas en el medio poroso y en las fracturas, se desarrolla el modelo desde una óptica de múltiples dominios.
- El modelo conceptual se lleva a un sistema de ecuaciones de conservación y constitutivas que representan la relación entre las propiedades del sistema con diversas variables. El sistema de ecuaciones planteado tiene una base física dado que guardan relación con la fenomenología.
- Para la solución del sistema de ecuaciones planteado en la formulación matemática, se cuenta con un esquema de solución numérica en dos etapas secuenciales. Las ecuaciones de conservación correspondientes a cada ciclo son discretizadas a través del método de volúmenes finitos para obtener un sistema algebraico equivalente. Dicho conjunto de ecuaciones es linealizado mediante el método de Newton-Raphson para obtener un sistema de ecuaciones lineal que es resuelto mediante el método de los Mínimos Residuales Generalizados con preconditionamiento por factorización LU incompleta. Esta solución está implementada en el DFTMP SIMULATOR, propiedad del grupo de Dinámicas de Flujo y Transporte en medios porosos de la Universidad Nacional de Colombia. Esto incrementa la capacidad de esta herramienta posibilitando la predicción del comportamiento de la generación, flujo y destrucción de espumas generadas mediante gasodispersiones en yacimientos naturalmente fracturados.
- El modelo numérico asociado al espumamiento fue validado a través de la calibración de parámetros con prueba experimental reportada en literatura. Adicionalmente se corrieron simulaciones para evaluar el efecto de las diferentes variables en la recuperación adicional generada por la aplicación de la inyección de espumante disperso en yacimientos fracturados.

En este, se analizó el efecto de la heterogeneidad, la concentración de espumante disperso y de la viscosidad del aceite.

## 6.2. Recomendaciones

En función del desarrollo de esta tesis, se plantean las siguientes recomendaciones para futuras investigaciones.

- Validar a nivel de pozo el modelo numérico asociado a la herramienta desarrollada, con la finalidad de considerar la transferencia entre dominios como función de la intensidad de fracturas mediante un volumen de mayor representatividad.
- Validar el modelo conceptual mediante pruebas experimentales a escala de núcleo y de poro para mejorar el entendimiento de los fenómenos relacionados y refinar su modelado.
- Estudiar el efecto desestabilizador de la temperatura y de la salinidad del agua de formación sobre las lamelas, con fines de mejorar el modelado de la coalescencia de las espumas.
- Modelar el mejoramiento de la estabilidad mecánica de las espumas con la adición de partículas de tamaño nanométrico.
- Incorporar el modelado de agentes modificadores de la mojabilidad en las lamelas de la espuma como técnica para obtención de mejoramiento de la eficiencia de desplazamiento.
- Desarrollar un estudio teórico-experimental para evaluar el efecto de la mojabilidad en las dinámicas de coalescencia.

# A. Anexo: Discretización de las ecuaciones

En este apartado se presenta el proceso de discretización de la ecuación de conservación de cantidad de sustancia para un componente en desequilibrio, expresada mediante la ecuación A-1.

$$\frac{\partial}{\partial t} (N_{p,d}^i) + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i + \bar{q}_{p,d}^i + \sum_{d'=1}^{n_d} \dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i + \sum_{p'=1}^{n_p} \dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i = 0 \quad (\text{A-1})$$

Para discretizar la ecuación ?? en espacio y tiempo, se utilizará el método de volúmenes finitos. La aplicación del método consta de integrar las funciones en el volumen de control y en el intervalo de tiempo, con la finalidad de obtener aproximaciones algebraicas que respondan a las relaciones constitutivas. En este sentido, la ecuación A-2 presenta el planteamiento de la discretización en espacio y tiempo para dicha ecuación de conservación.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \frac{\partial}{\partial t} (N_{p,d}^i) dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \bar{q}_{p,d}^i dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \sum_{d'=1}^{n_d} \dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \sum_{p'=1}^{n_p} \dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i dV dt = 0 \quad (\text{A-2})$$

Donde:

- $t$  es el tiempo inicial del intervalo.
- $t + \Delta t$  es el tiempo final del intervalo.
- $\Omega_j$  es el volumen de control.

## A.1. Discretización de cada término

En la ecuación A-2 se pueden distinguir los términos señalados en la Tabla A-1. A partir de esta clasificación, se desarrollará la discretización.

**Tabla A-1.:** Términos de la discretización de la ecuación conservativa para un componente  $i$  en la fase  $p$  con transferencias en no equilibrio.

Término	Expresión
Acumulación	$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \frac{\partial}{\partial t} (N_{p,d}^i) dV dt$
Transporte	$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i dV dt$
Fuentes y sumideros	$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \bar{q}_{p,d}^i dV dt$
Transferencia desde dominios	$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \sum_{d'=1}^{n_d} \dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i dV dt$
Transferencia desde fases	$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \sum_{p'=1}^{n_p} \dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i dV dt$

### A.1.1. Discretización del término de acumulación

Dado que el volumen representativo es independiente al lapso temporal, es posible aplicar el teorema de Fubini tal y como se plantea en la ecuación A-3.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \frac{\partial}{\partial t} (N_{p,d}^i) dV dt = \iiint_{\Omega_j} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (N_{p,d}^i) dt dV \quad (\text{A-3})$$

La integral del tiempo, que se encuentra interna, se desarrolla a partir del Teorema Fundamental del Cálculo, tal y como se aprecia en la ecuación A-4.

$$\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (N_{p,d}^i) dt = (N_{p,d}^i)^{t+\Delta t} - (N_{p,d}^i)^t \quad (\text{A-4})$$

Incorporando la ecuación A-4 en A-3, se obtiene la ecuación A-5.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \frac{\partial}{\partial t} (N_{p,d}^i) dV dt = \iiint_{\Omega_j} \left[ (N_{p,d}^i)^t - (N_{p,d}^i)^{t+\Delta t} \right] dV \quad (\text{A-5})$$

Dado que las cantidades de sustancia por unidad de volumen de control no dependen del volumen

del bloque, se resuelve la integran resultante, quedan la ecuación A-6 como resultante de esta discretización.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \frac{\partial}{\partial t} (N_{p,d}^i) dV dt = \Omega_j \left[ (N_{p,d}^i)^{t+\Delta t} - (N_{p,d}^i)^t \right] \quad (\text{A-6})$$

### A.1.2. Discretización del término de transporte

La expresión A-7 corresponde a la formulación de la discretización del término de transporte de la ecuación de conservación.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i dV dt \quad (\text{A-7})$$

En la discretización del término de transporte advectivo se aplica el Teorema de la Divergencia de Gauss con la finalidad de relacionar la divergencia del flux advectivo en el volumen con el flujo a través de sus fronteras. La ecuación A-8 muestra la aplicación específica en este término.

$$\iiint_{\Omega_j} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i dV = \iint_{\partial\Omega_j} \vec{J}_{p,d}^i \cdot \vec{n} dS \quad (\text{A-8})$$

Incorporando la definición del *flux* advectivo, se obtiene la ecuación A-9.

$$\iiint_{\Omega_j} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i dV = - \iint_{\partial\Omega_j} x_{p,d}^i \rho_{p,d} \bar{K}_d \lambda_{p,d} (\vec{\nabla} \Phi_{p,d} \cdot \vec{n} dS) \quad (\text{A-9})$$

Considerando que el bloque es un cuerpo sólido con caras planas definidas, se aproxima la integral a una sumatoria del flux en todas las caras. Por otro lado, dado que se considera una malla ortogonal, la magnitud de  $\vec{\nabla} \Phi_{p,d} \cdot \vec{n}$  equivale a la magnitud de  $\vec{\nabla} \Phi_{p,d}$ . En este sentido, se aproxima el gradiente por una cara a través de una diferenciación centrada de primer orden, tal y como se expresa en la ecuación A-10.

$$\iint_{\partial\Omega_j} x_{p,d}^i \rho_{p,d} \bar{K}_d \lambda_{p,d} (\vec{\nabla} \Phi_{p,d} \cdot \vec{n} dS) = \sum_{l \in \Psi_j} (x_{p,d}^i \rho_{p,d} K_d \lambda_{p,d} A)_{l,j} \frac{(\Phi_{p,d})_l - (\Phi_{p,d})_j}{\Delta x_{l,j}} \quad (\text{A-10})$$

Se define la transmisibilidad del componente  $i$  en la fase  $p$  dentro del dominio  $d$  mediante la

ecuación A-11.

$$\left(T_{p,d}^i\right)_{l,j} = \left(\frac{x_{p,d}^i \rho_{p,d} K_d \lambda_{p,d} A}{\Delta x}\right)_{l,j} \quad (\text{A-11})$$

Incorporando la ecuación A-11 en la ecuación A-10, y esta en la ecuación A-8; se obtiene la ecuación A-12.

$$\iiint_{\Omega_j} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i dV = - \sum_{l \in \Psi_j} (T_{p,d}^i)_{l,j} \left[ (\Phi_{p,d})_l - (\Phi_{p,d})_j \right] \quad (\text{A-12})$$

Luego, se incorpora la ecuación A-12 en la expresión A-7, se obtiene la ecuación A-13

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i dV dt = - \int_t^{t+\Delta t} \sum_{l \in \Psi_j} (T_{p,d}^i)_{l,j} \left[ (\Phi_{p,d})_l - (\Phi_{p,d})_j \right] dt \quad (\text{A-13})$$

Para aproximar la ecuación A-13, se plantea el Teorema del Valor Medio bajo un esquema implícito, para el cual se hace la aproximación del integrando al tiempo  $t + \Delta t$ . Luego, se propone la aproximación de la ecuación A-14.

$$\int_t^{t+\Delta t} \sum_{l \in \Psi_j} (T_{p,d}^i)_{l,j} \left[ (\Phi_{p,d})_l - (\Phi_{p,d})_j \right] dt = -\Delta t \left[ \sum_{l \in \Psi_j} (T_{p,d}^i)^{t+\Delta t} \left[ (\Phi_{p,d})_l^{t+\Delta t} - (\Phi_{p,d})_j^{t+\Delta t} \right] \right] \quad (\text{A-14})$$

Finalmente, se propone la discretización del término de transporte advectivo mediante la ecuación A-15.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{p,d}^i dV dt = -\Delta t \left[ \sum_{l \in \Psi_j} (T_{p,d}^i)^{t+\Delta t} \left[ (\Phi_{p,d})_l^{t+\Delta t} - (\Phi_{p,d})_j^{t+\Delta t} \right] \right] \quad (\text{A-15})$$

### A.1.3. Discretización del término de fuentes y sumideros

La discretización del término de fuentes y sumideros se plantea mediante la expresión A-16.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \bar{q}_{p,d}^i dV dt \quad (\text{A-16})$$

Por definición la integral en el volumen de control de la producción o inyección específica de

cantidad de sustancia equivale a su tasa de flujo; tal y como lo indica la A-17.

$$\iiint_{\Omega_j} \bar{q}_{p,d}^i dV = (q_{p,d}^i)_j \quad (\text{A-17})$$

Acoplando la ecuación A-17 en la ecuación A-16, y resolviendo la integral bajo una aproximación implícita, se obtiene la ecuación A-18.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \bar{q}_{p,d}^i dV dt = (q_{p,d}^i)_j^{t+\Delta t} \Delta t \quad (\text{A-18})$$

#### A.1.4. Discretización del término de transferencia entre dominios

El término correspondiente a la transferencia entre dominios corresponde a la expresión A-19.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \sum_{d'=1}^{n_d} \dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i dV dt \quad (\text{A-19})$$

Considerando que el flujo de cantidad de sustancia por unidad de volumen no depende del volumen de control, y haciendo una aproximación implícita, se obtiene la ecuación A-20.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \sum_{d'=1}^{n_d} \dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i dV dt = \Omega_j \Delta t \sum_{d'=1}^{n_d} (\dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i)_j^{t+\Delta t} \quad (\text{A-20})$$

#### A.1.5. Discretización del término de transferencia entre fases

El término correspondiente a la transferencia entre fases corresponde a la expresión A-21.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \sum_{p'=1}^{n_p} \dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i dV dt \quad (\text{A-21})$$

Considerando que el flujo de cantidad de sustancia por unidad de volumen no corresponde ni del volumen de control, y haciendo una aproximación implícita, se obtiene la ecuación A-22.

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{\Omega_j} \sum_{p'=1}^{n_p} \dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i dV dt = \Omega_j \Delta t \sum_{p'=1}^{n_p} (\dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i)_j^{t+\Delta t} \quad (\text{A-22})$$

## A.2. Acoplamiento de la ecuación

Acoplando las ecuaciones A-6, A-15, A-18, A-20 y A-22 en la ecuación A-2, se obtiene la ecuación A-23.

$$\begin{aligned} \Omega_j \left[ (N_{p,d}^i)^{t+\Delta t} - (N_{p,d}^i)^t \right] - \Delta t \left[ \sum_{l \in \Psi_j} (T_{p,d}^i)^{t+\Delta t} \left[ (\Phi_{p,d})_l^{t+\Delta t} - (\Phi_{p,d})_j^{t+\Delta t} \right] \right] + \\ (q_{p,d}^i)^{t+\Delta t} \Delta t + \Omega_j \Delta t \sum_{d'=1}^{n_d} (\dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i)^{t+\Delta t} + \Omega_j \Delta t \sum_{p'=1}^{n_p} (\dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i)^{t+\Delta t} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A-23})$$

Finalmente, dividiendo ambos miembros de la ecuación A-23 entre  $\Delta t$ , se obtiene la ecuación A-24.

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_j}{\Delta t} \left[ (N_{p,d}^i)^{t+\Delta t} - (N_{p,d}^i)^t \right] - \sum_{l \in \Psi_j} (T_{p,d}^i)^{t+\Delta t} \left[ (\Phi_{p,d})_l^{t+\Delta t} - (\Phi_{p,d})_j^{t+\Delta t} \right] + \\ (q_{p,d}^i)^{t+\Delta t} + \Omega_j \sum_{d'=1}^{n_d} (\dot{N}_{p,d \rightarrow d'}^i)^{t+\Delta t} + \Omega_j \sum_{p'=1}^{n_p} (\dot{N}_{p \rightarrow p',d}^i)^{t+\Delta t} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A-24})$$

La ecuación A-24 corresponde a la versión discreta de la ecuación A-1.

# Bibliografía

- [1] P. Stevenson, Ed., *Foam Engineering: Fundamentals and Applications*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, Feb. 2012. [En línea]. Disponible en: <http://doi.wiley.com/10.1002/9781119954620>
- [2] Z. F. Zhang, V. L. Freedman, y L. Zhong, “Foam Transport in Porous Media: A Review,” Pacific Northwest National Lab., Richland, WA, Reporte Técnico, 2009. [En línea]. Disponible en: <https://www.tib.eu/en/search/id/ntis%3Asid~oai%253Ads2%253Antis%252F531a2a1902b\803781c0edb8f/Foam-Transport-in-Porous-Media-A-Review/>
- [3] A. Ocampo, A. Restrepo, J. Mejia, J. Valencia, y H. Sanchez, “Creating Insitu EOR Foams in Naturally Fractured Reservoirs by the Injection of Surfactant in Gas Dispersions – Lab Confirmation,” Pau, France, Apr. 2019. [En línea]. Disponible en: <http://www.earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=96113>
- [4] C. McGlade, G. Sondak, y M. Han, “Whatever happened to Enhanced Oil Recovery?” International Energy Agency, Reporte Técnico, 2018.
- [5] V. Alvarado y E. Manrique, *Enhanced Oil Recovery: field planning and development strategies*. Burlington, MA: Gulf Professional Pub./Elsevier, 2010, oCLC: ocn430842982.
- [6] D. W. Green y G. P. Willhite, *Enhanced oil recovery*, second edition ed., ser. SPE International textbook series. Richardson, Texas, USA: Society of Petroleum Engineers, 2018.
- [7] L. W. Lake y Society of Petroleum Engineers of AIME, Eds., *Fundamentals of Enhanced Oil Recovery*, second edition ed. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 2014, oCLC: ocn892537734.
- [8] D. W. Green y G. P. Willhite, *Enhanced Oil Recovery*. Society of Petroleum Engineers, 2018, vol. 6.
- [9] R. T. Johns y B. Dindoruk, “Chapter 1 - Gas Flooding,” in *Enhanced Oil Recovery Field Case Studies*, J. J. Sheng, Ed. Boston: Gulf Professional Publishing, 2013, pp. 1 – 22. [En línea]. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780123865458000014>
- [10] R. Okuno, “Modeling of Multiphase Behavior for Gas Flooding Simulation,” Disertación Doctoral, The University of Texas at Austin, 2009. [En línea]. Disponible en: <https://repositories.lib.utexas.edu/handle/2152/10585>

- [11] A. N. Fried, "Foam-Drive Process for Increasing the Recovery of Oil," 1961. [En línea]. Disponible en: <https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc38691/>
- [12] H. Hematpur, S. M. Mahmood, N. H. Nasr, y K. A. Elraies, "Foam flow in porous media: Concepts, models and challenges," *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, vol. 53, pp. 163–180, May 2018. [En línea]. Disponible en: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1875510018300878>
- [13] W. Narr, D. S. Schechter, y L. B. Thompson, *Naturally fractured reservoir characterization*. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 2006.
- [14] L. L. Schramm y E. E. Isaacs, *Foams in Enhancing Petroleum Recovery*. John Wiley Sons, Ltd, 2012, ch. 13, pp. 283–305. [En línea]. Disponible en: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/9781119954620.ch13>
- [15] A. R. Kavscek y C. J. Radke, "Fundamentals of Foam Transport in Porous Media," vol. 242, no. 242, pp. 115–163, Oct. 1994. [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1021/ba-1994-0242.ch003>
- [16] "Chapter 2 - Enhanced Oil Recovery by Using CO<sub>2</sub> Foams: Fundamentals and Field Applications."
- [17] "Chapter 11 - Foams and Their Applications in Enhancing Oil Recovery."
- [18] S. Chou, S. Vasicek, D. Pizio, D. Jasek, y J. Goodgame, "CO<sub>2</sub> Foam Field Trial at North Ward-Estes," in *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Washington, D.C.: Society of Petroleum Engineers, 1992. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/24643-MS>
- [19] A. Turta y A. Singhal, "Field Foam Applications in Enhanced Oil Recovery Projects: Screening and Design Aspects," *Journal of Canadian Petroleum Technology*, vol. 41, no. 10, Oct. 2002. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/02-10-14>
- [20] F. A. Skoreyko, A. P. Villavicencio, H. Rodriguez Prada, y Q. P. Nguyen, "Development of a New Foam EOR Model From Laboratory and Field Data of the Naturally Fractured Cantarell Field," in *SPE Reservoir Characterisation and Simulation Conference and Exhibition*. Abu Dhabi, UAE: Society of Petroleum Engineers, 2011. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/145718-MS>
- [21] M. Abbaszadeh, F. Rodriguez De La Garza, C. Yuan, y G. A. Pope, "Single-Well Simulation Study of Foam EOR in Gas-Cap Oil of the Naturally-Fractured Cantarell Field," in *SPE Improved Oil Recovery Symposium*. Tulsa, Oklahoma, USA: Society of Petroleum Engineers, 2010. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/129867-MS>

- [22] M. Aarra, A. Skauge, y H. Martinsen, “FAWAG: A Breakthrough for EOR in the North Sea,” in *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. San Antonio, Texas: Society of Petroleum Engineers, 2002. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/77695-MS>
- [23] A. Afsharpoor, G. Lee, y S. Kam, “Mechanistic simulation of continuous gas injection period during surfactant-alternating-gas (SAG) processes using foam catastrophe theory,” *Chemical Engineering Science*, vol. 65, no. 11, pp. 3615–3631, Jun. 2010. [En línea]. Disponible en: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0009250910001478>
- [24] M. Hoefner y E. Evans, “CO<sub>2</sub> Foam: Results From Four Developmental Field Trials,” *SPE Reservoir Engineering*, vol. 10, no. 04, pp. 273–281, Nov. 1995. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/27787-PA>
- [25] A. Ocampo, A. Restrepo, N. Rendon, J. Coronado, J. A. Correa, D. A. Ramirez, M. Torres, R. Sanabria, y S. H. Lopera, “Foams Prove Effectiveness for Gas Injection Conformance and Sweep Efficiency Improvement in a Low porosity Fractured Reservoir – Field Pilots,” in *International Petroleum Technology Conference*. Kuala Lumpur, Malaysia: International Petroleum Technology Conference, 2014. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2523/IPTC-17950-MS>
- [26] W. R. Rossen, A. Ocampo, A. Restrepo, H. D. Cifuentes, y J. Marin, “Long-Time Diversion in Surfactant-Alternating-Gas Foam Enhanced Oil Recovery From a Field Test,” *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, vol. 20, no. 01, pp. 001–007, Feb. 2017. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/170809-PA>
- [27] K. Ma, G. Ren, K. Mateen, D. Morel, y P. Cordelier, “Modeling Techniques for Foam Flow in Porous Media,” *SPE Journal*, vol. 20, no. 03, pp. 453–470, Jun. 2015. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/169104-PA>
- [28] V. Q. Le, Q. P. Nguyen, y A. Sanders, “A Novel Foam Concept With CO<sub>2</sub> Dissolved Surfactants,” in *SPE Symposium on Improved Oil Recovery*. Tulsa, Oklahoma, USA: Society of Petroleum Engineers, 2008. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/113370-MS>
- [29] Y. Zhang, L. Zhang, Y. Wang, M. Wang, Y. Wang, y S. Ren, “Dissolution of surfactants in supercritical CO<sub>2</sub> with co-solvents,” *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 94, pp. 624–631, Feb. 2015. [En línea]. Disponible en: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263876214004341>
- [30] A. Ocampo, “Efecto de la Concentración del Químico Disperso en la Formación de Espumas en Medios Porosos,” Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia, 2016. [En línea]. Disponible en: <http://bdigital.unal.edu.co/55781/>

- [31] J. D. Valencia, “Modelamiento del flujo y generación de espumas en medios porosos usando surfactante disperso en gas,” Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia, 2016. [En línea]. Disponible en: <http://bdigital.unal.edu.co/55084/>
- [32] A. Ocampo, A. Restrepo, S. H. Lopera, y J. M. Mejía, “Creation of Insitu EOR Foams by the Injection of Surfactant in Gas Dispersions - Lab Confirmation and Field Application,” in *SPE Improved Oil Recovery Conference*. Tulsa, Oklahoma, USA: Society of Petroleum Engineers, 2018. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/190219-MS>
- [33] J. D. Valencia, A. Ocampo, y J. M. Mejía, “Development and validation of a new model for in situ foam generation using foamer droplets injection,” *Transport in Porous Media*, Oct 2018. [En línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/s11242-018-1156-5>
- [34] H. A. Solano, J. D. Valencia, J. M. Mejía, y A. Ocampo, “A Modeling Study for Foam Generation for EOR Applications in Naturally Fractured Reservoirs Using Disperse Surfactant in the Gas Stream,” Pau, France, Apr. 2019. [En línea]. Disponible en: <http://www.earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=96100>
- [35] S. A. Johansen, “An Experimental Study of Foam Flow in Fractured Systems of Increasing Size,” Tesis de Maestría, University of Bergen, 2016. [En línea]. Disponible en: <http://bora.uib.no/handle/1956/12611>
- [36] A. G. Polden, “Foam Generation and Flow in Fractures with Different Aperture,” Tesis de Maestría, University of Bergen, 2017. [En línea]. Disponible en: <http://bora.uib.no/handle/1956/16061>
- [37] M. J. Shojaei, A. R. de Castro, Y. Méheust, y N. Shokri, “Dynamics of foam flow in a rock fracture: Effects of aperture variation on apparent shear viscosity and bubble morphology,” *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 552, pp. 464 – 475, 2019. [En línea]. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021979719306241>
- [38] Computer Modelling Group, *User’s Guide: STARS Advanced Process and Thermal Reservoir Simulator*, Calgary, Alberta, 2017.
- [39] W. R. Rossen, S. C. Zeilinger, J. X. Shi, y M. T. Lim, “Simplified Mechanistic Simulation of Foam Processes in Porous Media,” *SPE Journal*, vol. 4, no. 03, pp. 279–287, Sep. 1999. [En línea]. Disponible en: <https://www.onepetro.org/journal-paper/SPE-57678-PA>
- [40] J. Bear, *Modeling phenomena of flow and transport in porous media*. New York, NY: Springer Berlin Heidelberg, 2018.
- [41] R. A. Nelson, “1 - Evaluating Fractured Reservoirs: Introduction,” in *Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs (Second edition)*, R. A. Nelson, Ed. Woburn:

- Gulf Professional Publishing, Jan. 2001, pp. 1–100. [En línea]. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B978088415317750004X>
- [42] R. Aguilera, *ésNaturally Fractured Reservoirs*, edición: 2nd revised edition ed. Tulsa, Okla: PennWell Books, 1983.
- [43] T. Ahmed, “Chapter 17 - Fractured Reservoirs,” in *Reservoir Engineering Handbook (Fifth Edition)*, T. Ahmed, Ed. Gulf Professional Publishing, Jan. 2019, pp. 1311–1388. [En línea]. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128136492000177>
- [44] J. Bear, C.-F. Tsang, y G. d. Marsily, Eds., *Flow and contaminant transport in fractured rock*. San Diego: Academic Press, 1993.
- [45] Y.-S. Wu, “Chapter 9 - Multiphase Flow in Fractured Porous Media,” in *Multiphase Fluid Flow in Porous and Fractured Reservoirs*, Y.-S. Wu, Ed. Boston: Gulf Professional Publishing, Jan. 2016, pp. 207–250. [En línea]. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B978012803848200009X>
- [46] R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot, y D. J. Klingenberg, “Introductory Transport Phenomena,” 2015.
- [47] T. Ertekin y L. F. Ayala, *Reservoir Engineering Models: Analytical and Numerical Approaches*. McGraw Hill Professional, 2018.
- [48] D. Tiab, *Naturally Fractured Reservoir*. Oxford: Gulf Professional Publishing, 2016.
- [49] W. G. Anderson, “Wettability Literature Survey- Part 4: Effects of Wettability on Capillary Pressure,” *Journal of Petroleum Technology*, vol. 39, no. 10, pp. 1.283–1.300, Oct. 1987. [En línea]. Disponible en: <https://www.onepetro.org/journal-paper/SPE-15271-PA>
- [50] A. Restrepo, A. Ocampo, S. Lopera, J. L. Coronado, R. B. Sanabria, L. G. Alzate, y S. Hernandez, “GaStim Concept - A Novel Technique for Well Stimulation. Part II: From Laboratory to Field Pilot Testing.” Society of Petroleum Engineers, Feb. 2014. [En línea]. Disponible en: <https://www.onepetro.org/conference-paper/SPE-168133-MS>
- [51] A. Restrepo, A. Ocampo, S. H. Lopera Castro, M. P. Diaz, J. Clavijo, y J. Marin, “GaStim Concept - A Novel Technique for Well Stimulation. Part I: Understanding the Physics.” Society of Petroleum Engineers, Jan. 2012. [En línea]. Disponible en: <https://www.onepetro.org/conference-paper/SPE-152309-MS>
- [52] J. D. Valencia, J. M. Mejía, A. Ocampo, y A. Restrepo, “Modelling Dispersed Chemical Droplets Injection in the Gas Stream for EOR Applications.” Society of Petroleum Engineers, Sep. 2019. [En línea]. Disponible en: <https://www.onepetro.org/conference-paper/SPE-196620-MS>

- [53] J. D. Valencia, J. M. Mejia, y A. Ocampo, “Model Development And Validation For Chemical Droplets Injection In Gas Phase In Eor Applications,” Sep. 2018. [En línea]. Disponible en: <http://earthdoc.eage.org/publication/publicationdetails/?publication=93917>
- [54] H. A. Solano, J. D. Valencia, A. Ocampo, y J. M. Mejía, “Numerical study of dispersed foamer injection in a gas stream for enhanced oil recovery in naturally fractured reservoirs,” in *11th International Conference on Porous Media & Annual Meeting*, 2019.
- [55] V. G. Rumynin, *Overland flow dynamics and solute transport*. New York, NY: Springer Berlin Heidelberg, 2015.
- [56] J. E. Taylor, “The Structure of Singularities in Soap-Bubble-Like and Soap-Film-Like Minimal Surfaces,” *The Annals of Mathematics*, vol. 103, no. 3, p. 489, May 1976. [En línea]. Disponible en: <https://www.jstor.org/stable/1970949?origin=crossref>
- [57] A. R. Kovscek, “Reservoir simulation of foam displacement processes,” in *7th UNITAR International Conference on Heavy Crude and Tar Sand*, 1998.
- [58] A. Falls, G. Hirasaki, T. Patzek, D. Gauglitz, D. Miller, y T. Ratulowski, “Development of a Mechanistic Foam Simulator: The Population Balance and Generation by Snap-Off,” *SPE Reservoir Engineering*, vol. 3, no. 03, pp. 884–892, Aug. 1988. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/14961-PA>
- [59] Z. Khatib, G. Hirasaki, y A. Falls, “Effects of Capillary Pressure on Coalescence and Phase Mobilities in Foams Flowing Through Porous Media,” *SPE Reservoir Engineering*, vol. 3, no. 03, pp. 919–926, Aug. 1988. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/15442-PA>
- [60] S. E. Buckley y M. C. Leverett, “Mechanism of Fluid Displacement in Sands,” *Transactions of the AIME*, vol. 146, no. 01, pp. 107–116, Dec. 1942. [En línea]. Disponible en: <https://www.onepetro.org/journal-paper/SPE-942107-G>
- [61] Z. Zhou y W. Rossen, “Applying Fractional-Flow Theory to Foam Processes at the ”Limiting Capillary Pressure  
,” *SPE Advanced Technology Series*, vol. 3, no. 01, pp. 154–162, Mar. 1995. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/24180-PA>
- [62] Z. F. Dholkawala, H. K. Sarma, y S. I. Kam, “Application of fractional flow theory to foams in porous media,” *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 57, no. 1, pp. 152–165, May 2007. [En línea]. Disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410506002208>
- [63] T. W. Patzek, “Description of Foam Flow in Porous Media by the Population Balance Method,” in *Surfactant-Based Mobility Control*, D. H. Smith, Ed. Washington, DC:

- American Chemical Society, Jul. 1988, vol. 373, pp. 326–341. [En línea]. Disponible en: <https://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/bk-1988-0373.ch016>
- [64] A. Kovscek, T. Patzek, y C. Radke, “A mechanistic population balance model for transient and steady-state foam flow in Boise sandstone,” *Chemical Engineering Science*, vol. 50, no. 23, pp. 3783–3799, Dec. 1995. [En línea]. Disponible en: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/000925099500199F>
- [65] Y. A. Cengel y J. M. Cimbala, *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*, third edition ed. New York: McGraw Hill, 2014.
- [66] G. K. Batchelor, *An Introduction to Fluid Dynamics*, 1st ed., ser. Cambridge mathematical library. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2010, oCLC: 838184093.
- [67] G. Badin y F. Crisciani, “Variational Principles in Fluid Dynamics, Symmetries and Conservation Laws,” in *Variational Formulation of Fluid and Geophysical Fluid Dynamics: Mechanics, Symmetries and Conservation Laws*, ser. Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics, G. Badin y F. Crisciani, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2018, pp. 107–133. [En línea]. Disponible en: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-59695-2\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-59695-2_3)
- [68] M. R. Kristensen, “Development of Models and Algorithms for the Study of Reactive Porous Media Processes,” Tesis de Maestría, Technical University of Denmark, 2008. [En línea]. Disponible en: [https://orbit.dtu.dk/files/5469675/PhD\\_Morten\\_Rode\\_Kristensen.pdf](https://orbit.dtu.dk/files/5469675/PhD_Morten_Rode_Kristensen.pdf)
- [69] F. M. Orr, *Theory of gas injection processes*. Tie-Line Publications, 2007.
- [70] Y. Wang, “Implementation of a two pseudo-components approach for variable bubble points in problems in GPRS,” Tesis de Maestría, Universidad de Standford, 2007. [En línea]. Disponible en: <https://pangea.stanford.edu/ERE/pdf/pereports/MS/Wang07.pdf?>
- [71] Z. E. Heinemann y G. M. Mittermeir, “Derivation of the Kazemi–Gilman–Elsharkawy Generalized Dual Porosity Shape Factor,” *Transport in Porous Media*, vol. 91, no. 1, pp. 123–132, Jan. 2012. [En línea]. Disponible en: <http://link.springer.com/10.1007/s11242-011-9836-4>
- [72] J. R. Gilman y H. Kazemi, “Improvements in Simulation of Naturally Fractured Reservoirs,” *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 23, no. 04, pp. 695–707, Aug. 1983. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/10511-PA>
- [73] R. L. Burden y J. D. Faires, “Numerical Solution of Nonlinear Systems of Equations,” in *Numerical Analysis*, 9th ed., Boston, 2011, ch. 10, pp. 629–669.

- [74] K. H. Coats, J. R. Dempsey, y J. H. Henderson, “The Use of Vertical Equilibrium in Two-Dimensional Simulation of Three-Dimensional Reservoir Performance,” *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 11, no. 01, pp. 63–71, Mar. 1971. [En línea]. Disponible en: <https://www.onepetro.org/journal-paper/SPE-2797-PA>
- [75] R. L. Burden y J. D. Faires, “Numerical Solution of Nonlinear Systems of Equations,” in *Numerical Analysis*, 9th ed., Boston, 2011, ch. 10, pp. 629–669.
- [76] D. Peaceman, “Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation With Nonsquare Grid Blocks and Anisotropic Permeability,” *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 23, no. 03, pp. 531–543, Jun. 1983. [En línea]. Disponible en: <http://www.onepetro.org/doi/10.2118/10528-PA>
- [77] J. H. Abou-Kassem, S. M. Farouq-Ali, y M. R. Islam, *Petroleum Reservoir Simulations*. Burlington: Elsevier Science, 2013, oCLC: 990459397. [En línea]. Disponible en: <http://www.totalboox.com/book/id-6408973785206700976>
- [78] H. K. Versteeg y W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: the Finite Volume Method*, 2nd ed. Harlow, England ; New York: Pearson Education Ltd, 2007, oCLC: ocm76821177.
- [79] M. Stynes, “Finite volume methods for convection-diffusion problems,” *Journal of Computational and applied mathematics*, vol. 63, pp. 281–301, 1994. [En línea]. Disponible en: <https://core.ac.uk/download/pdf/82292791.pdf>
- [80] F. H. Moukalled, L. Mangani, y M. Darwish, *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: an Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*, 2015, oCLC: 1052763127.
- [81] C. T. Kelley, *Solving nonlinear equations with Newton’s method*, ser. Fundamentals of algorithms. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.
- [82] J. Stoer y R. Bulirsch, *Introduction to Numerical Analysis*. New York, NY: Springer New York, 2002. [En línea]. Disponible en: <http://link.springer.com/10.1007/978-0-387-21738-3>
- [83] T. F. Chan y H. A. Van der Vorst, “Approximate and Incomplete Factorizations,” in *Parallel Numerical Algorithms*, ser. ICASE/LaRC Interdisciplinary Series in Science and Engineering, D. E. Keyes, A. Sameh, y V. Venkatakrishnan, Eds. Dordrecht: Springer Netherlands, 1997, pp. 167–202. [En línea]. Disponible en: [https://doi.org/10.1007/978-94-011-5412-3\\_6](https://doi.org/10.1007/978-94-011-5412-3_6)
- [84] M. Benzi, “Preconditioning Techniques for Large Linear Systems: A Survey,” *Journal of Computational Physics*, vol. 182, no. 2, pp. 418–477, Nov. 2002. [En línea]. Disponible en: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0021999102971767>

- [85] Z. Bai, D. Hu, y L. Reichel, “A Newton basis GMRES implementation,” *IMA Journal of Numerical Analysis*, vol. 14, no. 4, pp. 563–581, 1994. [En línea]. Disponible en: <https://academic.oup.com/imajna/article-lookup/doi/10.1093/imanum/14.4.563>
- [86] Y. Saad y M. H. Schultz, “GMRES: A Generalized Minimal Residual Algorithm for Solving Nonsymmetric Linear Systems,” *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, vol. 7, no. 3, pp. 856–869, Jul. 1986. [En línea]. Disponible en: <http://epubs.siam.org/doi/10.1137/0907058>
- [87] M. Sosonkina, L. T. Watson, R. K. Kapania, y H. F. Walker, “A new adaptive gmres algorithm for achieving high accuracy,” *Numerical Linear Algebra with Applications*, vol. 5, no. 4, pp. 275–297, 1998. [En línea]. Disponible en: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/%28SICI%291099-1506%28199807/08%295%3A4%3C275%3A%3AAID-NLA131%3E3.0.CO%3B2-B>
- [88] A. T. Corey, C. H. Rathjens, J. H. Henderson, y M. R. J. Wyllie, “Three-Phase Relative Permeability,” *Journal of Petroleum Technology*, vol. 8, no. 11, pp. 63–65, Nov. 1956. [En línea]. Disponible en: <https://www.onepetro.org/journal-paper/SPE-737-G>