



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

LOS POLIEDROS Y SU COMPRENSIÓN EN EL MARCO DE ENSEÑANZA PARA LA COMPRENSIÓN.

Jhon Edwar Gómez Berrío.

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2019

LOS POLIEDROS Y SU COMPRENSIÓN EN EL MARCO DE ENSEÑANZA PARA LA COMPRENSIÓN.

Jhon Edwar Gómez Berrío

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Diego Esteban Agudelo Suárez

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2018

Dedicatoria

*A mi madre, ejemplo de fortaleza,
sacrificio y humildad.*

Agradecimientos

A mi asesor Diego Esteban Agudelo Suárez, por el apoyo y orientación durante este proceso.

A la universidad nacional de Colombia y sus docentes por sus valiosas enseñanzas.

A los estudiantes y maestros de la institución educativa Porfirio Barba Jacob, por permitirme llevar a cabo esta propuesta en sus aulas.

Resumen

A partir de un diagnóstico inicial de los conocimientos que tienen los estudiantes en el tema de los poliedros y sus propiedades, se diseña una propuesta de intervención basada en un estudio de tres casos. Esta intervención se fundamenta en el marco teórico de enseñanza para la comprensión y se estructura en una secuencia didáctica que emplea el software Geogebra como herramienta didáctica. Se utilizó el enfoque de investigación cualitativa, y se recolecta información a partir de cuestionarios y entrevistas realizados a los estudiantes, el maestro actúa como un observador participante durante este proceso. Además, se pretende promover la comprensión a partir de la vinculación del contexto de los estudiantes con los poliedros y así favorecer el desarrollo del pensamiento espacial referido en los lineamientos curriculares de Colombia.

Palabras clave: Estudio de casos, Geogebra, Secuencia didáctica, Enseñanza para la comprensión, Poliedros.

Abstract

From an initial diagnostic of the student's knowledge on polyhedra and their properties, it is designed an intervention proposal based on a study of three cases. This intervention is grounded on the theoretical framework of teaching for understanding and is structured in a didactic sequence that uses Geogebra software as a teaching tool. A qualitative research approach was used, information was collected from questionnaires and interviews conducted to students, the teacher acts as a participating observer during this process. In addition, it is intended to promote understanding based on linking student's context with polyhedra and thus favoring the development of spatial thinking referred to in Colombia's curricular guidelines.

Keywords: Case studies, Geogebra, Didactic sequence, Teaching for understanding, Polyhedra.

Contenido

Resumen	VII
Abstract	VII
Contenido	VIII
Lista de figuras	X
Lista de tablas	XII
Introducción.....	1
CAPITULO 1. DISEÑO TEÓRICO	3
1.1 Selección y delimitación del tema.....	3
1.2 Planteamiento del problema	3
1.2.1 Descripción del problema.....	3
1.2.2 Formulación de la pregunta.....	5
1.3 Justificación	6
1.4 Objetivos.....	8
1.4.1 Objetivo general	8
1.4.2 Objetivos específicos	8
1.5 MARCO REFERENCIAL	8
1.5.1 Referente de antecedentes	8
1.5.2 Referente Teórico.....	10
1.5.3 Referente Conceptual Disciplinar.....	15
1.5.4 Referente Legal.....	19

1.5.5 Referente espacial	20
2 CAPITULOII. DISEÑO METODOLÓGICO	21
2.1 Enfoque	21
2.2 Método.....	22
2.3 Instrumentos de recolección de información y análisis de información	23
2.4 Población y Muestra	24
2.5 Delimitación y Alcance.....	24
2.6 Cronograma.....	25
3 CAPÍTULO III. SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN.....	27
3.1 diseño de la intervención.	27
3.2 Análisis del instrumento diagnóstico	29
3.3 Análisis de los casos.....	33
3.3.1. Caso de Ana:	33
3.3.2 Caso de Pedro	37
3.3.3 Caso de Simón.....	41
3.4 Clasificación en los niveles de comprensión.....	43
4 CAPITULO IV CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	49
4.1 Conclusiones	49
4.5 Recomendaciones	50
Referencias	52
A. ANEXO: PRUEBA DIAGNOSTICA.....	54
B. ANEXO: CONSTRUCCIÓN DE POLIEDROS	60
D.ANEXO: CONSTRUCCIÓN DE PRISMAS CON ALTURA VARIABLE	79
E.ANEXO: CONSTRUCCIÓN DE SÓLIDOS PLATÓNICOS	86

Lista de figuras

Figura 1. Institución Educativa Rural Nicolas Ruiz	21
Figura 2. Gráfico de los resultados de la prueba diagnóstica.....	30
Figura 3. Prueba diagnóstica pregunta 2	30
Figura 4. prueba diagnóstica pregunta 3.....	31
Figura 5. prueba diagnóstica pregunta 7	32
Figura 6, prueba diagnóstica pregunta 7	32
Figura 7. prueba diagnóstica pregunta 6	32
Figura 8. prueba diagnóstica pregunta 11	33
Figura 9. construcción de polígono por Ana.....	34
Figura 10. Rotación del poliedro por Ana	35
Figura 11. respuestas en la actividad de construcción de prismas por Ana.....	36
Figura 12. prismas construidos por Ana	36
Figura 13. desarrollo del Icosaedro por Ana.....	37
Figura 14. Icosaedro estrellado por Ana	37
Figura 15. Prueba diagnóstica pregunta 8 por Pedro.....	38
Figura 16. Prueba diagnóstica pregunta 3 por Pedro.....	38
Figura 17. Prueba diagnóstica pregunta 4 por Pedro.....	39
Figura 18. Prisma construido por Pedro	40
Figura 19. Gran dodecaedro construido por Pedro	41
Figura 20. Prueba diagnóstica pregunta 1 por Simón.....	41
Figura 21. prueba diagnóstica pregunta 2 por Simón.....	41
Figura 22. prueba diagnóstica pregunta 11 por Simón.....	42

Figura 23. polígonos construidos por Simón 43

Lista de tablas

Tabla 1: Normograma	19
Tabla 2: Planificación de actividades	25
Tabla 3: Cronograma de actividades.....	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 4: Rúbrica de desempeño en la prueba diagnóstica	29
Tabla 5: Rúbrica de desempeños dimensión de contenidos	43
Tabla 6: Clasificación de nivel de comprensión contenidos	44
Tabla 7: Rúbrica de desempeño dimensión método	45
Tabla 8: Clasificación nivel de comprensión método.....	46
Tabla 9: Rúbrica de desempeño dimensión praxis.....	46
Tabla 10: Clasificación nivel de comprensión praxis	46
Tabla 11: Rúbrica de desempeño dimensión contenido;	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 12: Clasificación nivel de comprensión formas de comunicación.....	48

Introducción

El MEN en su serie de lineamientos curriculares hace especial énfasis en el desarrollo de competencias interpretativas de poliedros en el pensamiento espacial en el área de matemáticas. Este trabajo pretende desarrollar estas competencias de una forma alternativa a la enseñanza tradicional de la geometría ya que, a partir de experiencias de aula, se ha identificado una problemática en el desempeño de los estudiantes en diferentes pruebas de conocimiento y actividades de aula en torno al concepto de poliedro y sus propiedades.

En el primer capítulo se estructura la problemática y se genera la pregunta de investigación ¿Cómo el pensamiento espacial a partir de poliedros en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa rural Nicolas Ruiz a partir del programa Geogebra en el marco de enseñanza para la comprensión?

Además, se postula el referente teórico de enseñanza para la comprensión con el ánimo orientar los procesos pedagógicos dentro de la intervención. Se busca determinar a partir de los postulados de David Perkins los procesos que se tejen y favorecen la comprensión de los estudiantes, que méritos, actividades o acciones hacen para evidenciar la comprensión. Dentro de esta teoría se tienen en cuenta aspectos como los tópicos generativos, hilos conductores, metas de comprensión, desempeños de comprensión y valoración continua para realizar una intervención intencionada y fundamentada desde la pedagogía.

También se realiza un estado del arte de la enseñanza de los poliedros, con el ánimo de identificar lo que se ha investigado hasta el momento de este tema, y que recomendaciones han dado otros autores para enseñar poliedros, enseñar con el software Geogebra o enseñar para lograr la comprensión.

se propone el diseño de una secuencia didáctica mediada por el software Geogebra como herramienta didáctica. Se expone la pertinencia de usar este software y se expone la importancia y trascendencia de la intervención en las aulas de matemáticas.

En el segundo capítulo se estructura la metodología de investigación, el método y los instrumentos de recolección de la información. Se propone entonces realizar un estudio de tres casos a partir de entrevistas y test con el ánimo de analizar el proceso de comprensión de los poliedros.

En el tercer capítulo se plantea el análisis de la prueba diagnóstica, y la comprensión del concepto de poliedro en tres casos puntuales, analizando bajo las cuatro dimensiones de la comprensión su desempeño en el proceso de intervención.

Se espera entonces después de hecho el análisis dar conclusiones del proceso realizado y determinar en que medida se cumplieron los objetivos trazados luego de haberse planteado el problema. Además, se recomiendan aspectos a tener en cuenta por el lector a la hora de realizar una intervención de este tipo.

CAPITULO 1. DISEÑO TEÓRICO

1.1 Selección y delimitación del tema

A partir de las observaciones en clase de geometría se han evidenciado diferentes problemáticas en la visualización de poliedros, la utilización de herramientas como la regla y el compás no se usan de forma eficiente, además resulta frustrante para muchos estudiantes la representación de los poliedros, algunos estudiantes se apáticos a la geometría y muestran desinterés a la hora de realizar actividades de clase.

Es por eso que surge la necesidad introducir propuestas innovadoras en el aula para fomentar un aprendizaje más dinámico y que los estudiantes se sientan motivados por la geometría y las diferentes herramientas con se puede trabajar. Esta propuesta busca a partir de software Geogebra mejorar los procesos de enseñanza en el aula de geometría.

1.2 Planteamiento del problema

1.2.1 Descripción del problema

En el contexto de la Institución Educativa Nicolas Ruiz el tablero y marcador han sido herramientas didácticas por excelencia en la enseñanza de la geometría. En particular, en la institución educativa Nicolás Ruiz una gran parte de los estudiantes del grado séptimo presentan dificultades en la visualización de propiedades de los poliedros a partir de las representaciones gráficas en el tablero. Además del bajo desempeño en evaluaciones y pruebas externas, los estudiantes manifiestan no entender el contenido de los libros de geometría con los que se les enseña en la institución.

Se pone en consideración el nivel de abstracción que se debe tener para representar un objeto de tres dimensiones con un dibujo plano. De un alto nivel resulta representar en dos dimensiones cuerpos como Sólidos platónicos, de este modo se convierte engorroso llevar al estudiante este conocimiento con solo la ayuda de un tablero y marcadores.

Por lo general las construcciones con regla y compas requieren de un significativo tiempo para enseñarse, esto sumado a la cantidad de contenido que debe dictarse durante el periodo se traduce en que el tiempo destinado al tema de construcciones geométricas se limite a enseñar a manipular la regla y el compás y realizar algunas construcciones básicas sin llegar a tocar a fondo el tema de cuerpos en tres dimensiones. Algunos estudiantes no cuentan con la motricidad suficiente para manipular la regla y el compás, lo que impide que puedan construir polígonos regulares o poliedros.

Al momento de representar una pirámide de base cuadrada en el tablero, un estudiante afirma que en el dibujo hay un rombo y no un cuadrado, obviando la perspectiva y proporciones que se deben guardar en las representaciones geométricas. Esto mismo ocurre, por ejemplo, cuando a los estudiantes se les presenta un cuadrado en una posición diferente a la usualmente presentada en los libros de texto, ante lo cual argumentan que dicha figura no es un cuadrado, si no otro tipo de cuadrilátero.

En diferentes pruebas escritas se les pregunta a los estudiantes por las caras y aristas tiene un cubo y a pesar de tener una representación gráfica en dos dimensiones de este, algunos dicen que el cubo tiene 8 caras, argumentando que, si un cuadrado tiene cuatro lados, el cubo deberá tener ocho caras. Luego, cuando las gráficas solo son visibles a primera vista tres caras del cubo, algunos estudiantes no dudan en decir que los cubos solo tienen tres caras.

Al presentar a los estudiantes poliedros con sus respectivas vistas, se evidencian dificultades al relacionar polígonos con las caras de cada poliedro. Así mismo la mayoría no puede establecer que aristas y que caras son paralelas entre sí. Además, se han encontrado que los estudiantes tienen la creencia de que para que dos polígonos sean iguales tienen que estar en la misma posición, por ejemplo, si un triángulo isósceles se rota en el plano, muchos estudiantes asumen que es otro triángulo por el solo hecho de que ya sus lados no se encuentran en el mismo lugar.

Debido a las dificultades planteadas anteriormente los estudiantes no encuentran ningún tipo de relación entre un poliedro y su desarrollo, al presentar por ejemplo seis cuadrados unidos y que desarrollan un cubo, en un principio ninguno de los estudiantes lo relaciona con un cuerpo de tres dimensiones, una vez que se recorta un molde en cartulina y con ayuda de colbón se forma un cubo, los estudiantes establecen la relación. Sin embargo, esta técnica no resulta práctica en la ilustración de otros cuerpos

geométricos, pues en la medida que aumentan las caras del poliedro, es engorroso entregar una representación al estudiante.

También se puede notar una errónea interpretación de los estudiantes al asumir que los cuerpos en tres dimensiones no tienen área, ningún estudiante interpreta el área superficial de un poliedro como la suma de las áreas de sus caras, se ha evidenciado una confusión generalizada entre el concepto de área y volumen en un poliedro. Algunos parecieran no comprender el volumen como una magnitud física que indica la cantidad de unidades cúbicas que tiene un sólido, sino más bien una expresión algebraica que varía dependiendo de cada poliedro.

Cuando los estudiantes no logran visualizar estos elementos y las propiedades de los poliedros, no logran establecer diferencias y clasificaciones impidiendo por ejemplo explicar que tienen en común las pirámides y los prismas. En consecuencia, los estudiantes tampoco identifican relaciones de semejanza entre poliedros.

En el tema de los poliedros regulares o sólidos platónicos, es evidente las limitaciones que tiene el libro de texto para ilustrar un icosaedro por citar un ejemplo, pocos estudiantes logran abstraer la idea de una figura de tres dimensiones, es frustrante para ellos dibujar en su cuaderno de forma armónica estos cinco sólidos. Un estudiante plantea la posibilidad de que haya más de cinco sólidos platónicos, la discusión se torna interesante más allá de que los ejemplos y contraejemplos se tengan que imaginar debido a la imposibilidad de representarlos.

En síntesis, en la institución educativa Nicolás Ruiz, se identifica como problemática, las dificultades que tienen los estudiantes en el desarrollo de las competencias interpretativas de los poliedros, debido a falencias para representar, clasificar e interpretar las propiedades de los poliedros, sumado a que no se cuenta con herramientas didácticas adecuadas para el aprendizaje y comprensión de dicho tema de la geometría.

1.2.2 Formulación de la pregunta

Teniendo en cuenta la anterior formulación este proyecto pretende realizar una investigación en la Institución Educativa Rural Nicolás Ruiz por ende se plantea la siguiente pregunta:

¿Cómo fortalecer el pensamiento espacial en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa rural San José de la Ahumada a partir del programa Geogebra en el marco de enseñanza para la comprensión?

1.3 Justificación

El MEN (1998), hace referencia a la importancia de fortalecer el pensamiento espacial con el fin de que los estudiantes puedan resolver problemas de ubicación, distribución de espacios, orientación. El desarrollo de este pensamiento permite la solución de problemas no solo dentro del campo de la geometría si no también en la ciencia en general.

Así mismo, propone la geometría activa como un enfoque que da la oportunidad a los estudiantes de aprender a través de su contexto, la manipulación de herramientas didácticas, del contacto con objetos, un aprendizaje más allá de la superficial contemplación de los cuerpos geométricos.

También los lineamientos plantean que es necesario que los estudiantes realicen procesos generales para el desarrollo del pensamiento espacial como la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos como la elaboración de rectas numéricas, planos cartesianos, uso de calculadoras o software especializado.

Sin embargo como se evidenció en el planteamiento del problema, existen dificultades en el aula para la enseñanza de la geometría y en particular de los poliedros, al respecto Advíncula (2013) establece que los estudiantes tienen dificultades con la identificación de las características de los poliedros y en consecuencia no pueden establecer diferencias y similitudes entre ellos, es por eso que se propone vincular diferentes herramientas o medios didácticos diferentes al tradicional tablero y marcador, que permitan una representación de las construcciones geométricas más detalladas y en consecuencia el desarrollo del pensamiento espacial anteriormente mencionadas. García y López (2008) aclaran que son importantes las herramientas como Geogebra en geometría, en la medida que estos ayudan a realizar representaciones mentales en el plano de lo concreto.

Se propone entonces el uso del software Geogebra y su pertinencia radica en que es un software gratuito que se puede instalar en cualquier computador sin necesidad de internet y de forma legal, además constantemente se está actualizando. Su manejo es intuitivo, y además existe una comunidad en internet muy activa, con diferentes sitios web y canales de YouTube que tienen tutoriales acerca de su manipulación. Es un software multiplataforma con respaldo en dispositivos Android, los, Windows, y Linux. Vincular Geogebra con el tema de los poliedros resulta provechoso en la medida que se puedan transversalizar diferentes temas de matemáticas vinculando los pensamientos planteados en los lineamientos curriculares.

Los estudiantes de la institución presentan una alta motivación por diferentes formas de interacción con dispositivos electrónicos, el uso de un software especializado en geometría tendría un valor agregado en el aprendizaje de los estudiantes. El hecho de que un estudiante pueda visualizar un cuerpo geométrico en una pantalla, trasladarlo, rotarlo, da pie al análisis y la comprensión conceptos implícitos en este proceso.

Ahora bien, resulta pertinente vincular la enseñanza de los poliedros en Geogebra con un marco teórico que posibilite un aprendizaje intencionado y ofrezca pautas acerca de como se pueden desarrollar las competencias de tipo geométrico. Se propone el marco teórico de enseñanza para la comprensión (EpC).

Stone (1999) plantea que este marco es propuesto por David Perkins, Vito Perrone, Howard Garner y demás colaboradores, como una reflexión teórica aplicada a los contextos escolares en favor de fomentar la comprensión de los estudiantes. Precisamente la comprensión es el corazón de este marco teórico, ya que los esfuerzos están dirigidos a que los estudiantes transformen su contexto a partir de los tópicos que han trabajado en clase.

Implementar el modelo de enseñanza para la comprensión resulta conveniente en el contexto de la institución educativa Nicolas Ruiz en la medida que puede vincular el tópico de poliedros con las experiencias y contextos de los estudiantes. Así como formas novedosas en la enseñanza y la evaluación de estos, esta teoría permite además la clasificación en diferentes niveles según la comprensión de los estudiantes.

Con la aplicación de esta propuesta se espera que los estudiantes se apropien de la terminología propia de los poliedros, usen Geogebra para realizar construcciones y

corroborar información, motivar hacia la profundización del tema de poliedros y fomentar el pensamiento espacial a partir de su utilización.

El impacto esperado con la propuesta está orientado a motivar a maestros y estudiantes a usar Geogebra para representar poliedros y por medio de un estudio de casos proponer determinar la comprensión de tres estudiantes frente al tema de poliedros.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Fortalecer el pensamiento espacial a partir de los poliedros en estudiantes de grado séptimo, a partir del uso del software Geogebra como herramienta didáctica, bajo el marco teórico de la enseñanza para la comprensión.

1.4.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar como los estudiantes dan cuenta de su aprendizaje del tópico de poliedros.
- Diseñar una secuencia didáctica con ayuda de la herramienta Geogebra para la enseñanza de los poliedros.
- Aplicar una secuencia didáctica sobre los poliedros en Geogebra orientada bajo el marco teórico de enseñanza para la comprensión.
- Analizar la comprensión del concepto de poliedro en base al desarrollo de la secuencia didáctica.

1.5 MARCO REFERENCIAL

1.5.1 Referente de antecedentes

En primera instancia el MEN (1988) en su serie de lineamientos curriculares, invita a orientar la enseñanza de la geometría bajo el modelo de Van Hiele, el cual se basa en cinco niveles para la construcción del pensamiento geométrico. Así mismo hace un llamado a orientar los procesos de enseñanza a partir de material concreto donde además de la visualización de poliedros en este caso, el aprendizaje puede pasar por otros sentidos y vincularse con el contexto de los estudiantes.

En esa misma línea desde España Gutiérrez A, (1991) plantea en su artículo “procesos y habilidades en visualización espacial”. La percepción de lo visual es fundamental no solo en el aprendizaje de las matemáticas sino además en muchos aspectos de la vida, en el contexto de la educación matemática usualmente acudimos al concepto de visualización en el proceso que tiene un estudiante al generar representaciones mentales de los objetos tangibles de su contexto.

A su vez, Gutiérrez A (1998) plantea en su artículo “*las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial*”. Que las representaciones de cuerpos geométricos en tres dimensiones deben ser acordes a las edades de los estudiantes. Describe varias dificultades observadas cuando los estudiantes representan u observan figuras en tres dimensiones. Además, propone algunos ejercicios y recomendaciones para los profesores con el fin de lograr una correcta interpretación de acuerdo a las edades y niveles.

De lo anteriormente mencionado podemos resaltar que se si bien las representaciones en geometría son importantes para su enseñanza se debe tener cuidado con la pertinencia de trabajar un tema, puede que existan problemas en la comprensión de los estudiantes debido a que el contenido enseñado no esté a la par con su madurez cognitiva.

Zapata, F., & Cano, N. (2008) “*El universo de los poliedros: Experiencias significativas con el doblado de papel y las construcciones geométricas*” Presentan una propuesta de enseñanza de los poliedros a partir del doblado de papel como herramienta didáctica, destaca los poliedros como un tema oportuno en la representación del espacio tridimensional y el desarrollo de cuatro tipos de procesos cognitivos en el pensamiento espacial, visualización, construcción, y razonamiento. De este trabajo se rescata el hecho de que el doblado de papel se ha consolidado como una herramienta destacada con aceptación en las aulas.

Así han surgido propuestas en las que se trabajan otras herramientas como en la Universidad del Quindío, Hoyos, E. A., & Pérez, L. I. (2015), dictan el taller “*Cursillo: Visualización Espacial de los Poliedros Regulares*”, Usando el software Poyaron para realizar representaciones de poliedros y desarrollar habilidades de visualización espacial en tres dimensiones.

Así mismo desde Colombia Judith Bertel Behaine y Juan Alberto Barboza (2012), le apuestan a la enseñanza de los poliedros bajo el marco teórico de Van Hiele, basados

en dificultades evidenciadas en su institución en el proceso de conceptualización y definición de los poliedros, desarrollando una serie de actividades que privilegian el uso de material concreto y el debate con los estudiantes alrededor del concepto de poliedro.

De los antecedentes referenciados se puede concluir que han sido varios los autores interesados en resolver problemáticas relacionadas con la enseñanza de los poliedros, todos ellos coinciden como en esta propuesta en que deben incluirse diferentes herramientas didácticas para enseñar poliedros más allá del marcador y el tablero que tradicionalmente se ha usado. Si bien todos ellos se han centrado en la visualización pasiva de los poliedros, el elemento diferenciador de esta propuesta radica en que el software permite la animación del desarrollo de un poliedro, con el fin de identificar los polígonos que forman el poliedro.

Otro elemento diferenciador de esta propuesta es la fundamentación del marco teórico, la búsqueda de la comprensión como eje fundamental del proceso el cual tiene en cuenta aspectos como la oralidad, el uso de las herramientas, la relación entre la teoría y la práctica, las innovaciones y propuestas de los estudiantes, ayudan a medir en que medida se está logrando el aprendizaje.

1.5.2 Referente Teórico

De gran polémica y debate académico ha sido el aprendizaje como uno de los principales fines del proceso educativo. Ha habido preocupación por parte de padres de familia, docentes, directivos docentes en torno a aquello que se pretende transformar en los estudiantes y que no hay recetas y procedimientos para hacer.

El aprendizaje y la comprensión son conceptos definidos por diferentes corrientes pedagógicas y están sujetos a formas de concebir la educación, sin embargo, dan un acercamiento a lo que en el aula un maestro pretende lograr con su enseñanza. De alguna forma se pretende fomentar en los estudiantes apropiación del conocimiento y su uso de forma flexible en diferentes contextos. En esa medida debe haber una vinculación directa entre las prácticas de enseñanza, las actividades que usualmente elaboran los estudiantes y el desarrollo de sus procesos mentales.

La comprensión es entendida como “el proceso en el cual una persona puede pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe” (Perkins, 2002, p. 70). De esta

manera la comprensión entonces debe trascender de una repetición memorística de información a procesos más complejos que impliquen que los estudiantes relacionen conocimientos y se desenvuelvan en diferentes situaciones que se les presente.

Según Acevedo (2011), es importante reconocer la comprensión como un desempeño, un conjunto de acciones que el estudiante realiza y que dan indicios al maestro de cuanto se han comprendido los tópicos tratados. Estas acciones pueden ser, por ejemplo; relacionar, operar, relatar, contar, escribir, exponer, crear. Es fundamental entonces vincular a los estudiantes con actividades intencionadas que posibiliten analizar la comprensión abandonando prácticas tradicionales de enseñanza.

Usualmente se tiene la noción de que enseñar muchos tópicos propicia la comprensión, de nada sirve una gran cantidad de información si esta no pasa por los estudiantes. En esa medida el discurso de la comprensión limita aquellos tópicos a enseñar y reafirma la idea de calidad por encima de cantidad. Diferentes teorías de la psicología cognitiva han introducido percepciones acerca de aquello que los maestros quieren lograr con la enseñanza, dan respuesta a que es el aprendizaje y como un sujeto aprende. Ha sido amplio el debate académico, sin embargo, hay concordancia en que todos aprenden en diferentes niveles y con diferentes métodos.

A raíz de estas problemáticas los teóricos David Perkins, Vito Perrone, Howard Garner, de la universidad de Harvard en colaboración con docentes de escuela desarrollan el proyecto Zero, encaminado al análisis de la comprensión y plantando las bases teóricas del marco de enseñanza para la comprensión (EpC).

El modelo de Enseñanza para la comprensión ofrece una construcción teórica entorno a la comprensión y cómo se comprende, pero además reflexiona en torno a categorías didácticas como la evaluación, el método, la metodología, permitiendo a los maestros desarrollar guías curriculares y planeaciones intencionadas. El planteamiento de este modelo se puede dividir en dos partes; las dimensiones y los elementos de la comprensión definidos a continuación.

Así mismo los tópicos generativos pueden catalogarse como ideas relacionadas con los intereses y particularidades de cada estudiante, en sí mismo no obedece a un temario del currículo, más bien da cuenta de una problemática o situación particular de los contextos. Debido a la amplitud y conexiones que se pueden establecer dentro de los tópicos, se establecen las metas de comprensión, las cuales obedecen a la pregunta ¿qué

es lo que en realidad quiero que los estudiantes comprendan?, bajo este marco teórico resulta significativo priorizar la calidad y profundidad de lo que se comprende por encima de la cantidad de temario abordado.

Es por esto que, el proyecto Zero propone, además, nuevas formas para que el estudiante no reproduzca de memoria contenidos si no que materialice en un producto lo que ha comprendido. Los desempeños de comprensión son aquellas evidencias que elabora el estudiante y que sirve de insumo al maestro para realizar una evaluación continua del proceso de comprensión.

En esta misma línea Acevedo (2011) toma en cuenta que “El Proyecto de Enseñanza para la Comprensión propone que se privilegie la comprensión sobre cualquier otra actividad y proporciona estrategias de planificación y enseñanza que permita a los docentes responder a la pregunta ¿cómo fomentar la comprensión de mis estudiantes?” (Citado en Perkins 1999, p.28).

Es fundamental entonces entender la comprensión con el eje fundamental de todo el proceso, y todas las actividades que se fundamenten en esta propuesta teórica, deberán realizar una profunda reflexión acerca de los diferentes elementos de la comprensión en el contexto particular, así como una planeación oportuna de actividades por parte de docentes y estudiantes que provocada por el uso flexible del conocimiento como evidencia de un proceso de comprensión.

Martha Stone compiladora de investigación y practicas significativas del proyecto Zero, define en su libro “la enseñanza para la comprensión” los lineamientos conceptuales que se deben tener en cuenta al momento de iniciar el proceso de comprensión de los estudiantes, a continuación, se puntualizan algunas generalidades del marco teórico.

En primera instancia, las secuencias didácticas, actividades, análisis, proyectos realizados por los estudiantes, y los productos que quedan después de las intervenciones, hacen parte del corazón de este marco teórico: la comprensión. Si bien se intervienen todas las categorías didácticas, se privilegia el aprendizaje en este caso traducido en el concepto de comprensión.

Así mismo otra categoría didáctica como la evaluación se enfoca en hacer partícipe a los estudiantes y maestros en un dialogo constructivo donde se pueda establecer hasta donde se ha comprendido y de ninguna manera representa un juicio aprobatorio de los desempeños de cada estudiante.

Enseñanza para la comprensión comprende cuatro dimensiones en para las cuales los estudiantes muestran sus desempeños, la primera de ellas es el contenido. Este permite al maestro identificar como ha pasado el estudiante de un conocimiento intuitivo a uno formal el cual sea utilizado con flexibilidad en diferentes situaciones. para el caso de esta intervención los contenidos van a ser el concepto de poliedro y las propiedades del poliedro.

La segunda dimensión es el método, este hace alusión al como los estudiantes se aproximan al saber, como validan sus argumentos. Incluso se relaciona directamente con la epistemología de la ciencia en que se está trabajando, para el caso de esta intervención se tendrá en cuenta el uso de la herramienta didáctica Geogebra, además servirá como instrumento de validación de los saberes en este caso.

La tercera dimensión es la praxis, básicamente es la relación que el estudiante puede hacer entre una teoría y la práctica, en el caso particular de los poliedros se analiza como los estudiantes hacen paralelos entre lo que se les enseña y ven en la pantalla y los objetos de su entorno, además diferentes ideas y propuestas de aplicación de lo que aprenden.

La cuarta dimensión son las formas de comunicación como las acciones que realizan los estudiantes para dar a entender lo que han comprendido. Por ejemplo, las expresiones corporales, el discurso, exposiciones, el uso de un tablero, permiten al maestro identificar los niveles de comprensión además de contribuir a la evaluación continua anteriormente mencionada.

Para estas cuatro dimensiones de la comprensión, los estudiantes realizan una serie de actividades y acciones para clasificarse en diferentes niveles dependiendo del progreso en sus desempeños. Se debe partir de la idea de que, si bien todos comprendemos de diferentes formas y a diferente profundidad, paulatinamente los estudiantes pueden subir de nivel. Para el caso de esta propuesta la fase diagnostica definirá en qué nivel se encuentra cada estudiante en los temas expuestos durante el planteamiento del problema.

Son cuatro los niveles en que se puede clasificar la comprensión, estudiante ingenuo representa el primer nivel, este relaciona el conocimiento trabajado en el aula con el conocimiento de su vida cotidiana, identifican el conocimiento como un ente abstracto. Por otro lado, los aprendices no realizan conexiones entre las disciplinas involucradas en

el t3pico generativo, aun no hay una relaci3n consciente entre la cotidianidad y el aula, su aprendizaje es memor3stico y repetitivo. De forma mec3nica relacionan algunos elementos abordados en la clase, aun as3, hace falta una elaboraci3n validada y uso flexible del conocimiento.

El tercer nivel de compresi3n es el de novato, en este los estudiantes muestran una serie de desempe1os flexibles con el conocimiento, pueden realizar tareas creativas, y muestran su desempe1o con productos innovadores. As3 mismo el ultimo nivel es de maestr3a, en este los estudiantes realizan tareas interdisciplinarias, siendo cr3ticos y poniendo a prueba las teor3as y sus m3todos.

Todos estos elementos de la compresi3n se emparejan con pr3cticas constructivistas en el aula de clase. En esa medida los docentes act3an como orientadores de procesos, y las practicas de aula se centran en los productos que los estudiantes pueden realizar. En su libro Stone (1999) hace referencia a que el descubrimiento dentro de la compresi3n es un desempe1o para esta, en ese sentido no se podr3a entonces tomar como un fin 3ltimo dentro de todo el proceso de la compresi3n, sino m3s bien un indicio destacable de que un estudiante usa de forma flexible el conocimiento.

A partir de los lineamientos expuestos anteriormente se pretende revisar la compresi3n de los estudiantes durante todo el proceso de intervenci3n, intentando subir de nivel a cada uno a partir de la prueba diagn3stica. Los estudiantes desarrollaran acciones y actividades para demostrar su desempe1o flexible referente a los poliedros.

Cada elemento de la compresi3n est3 presente en las diferentes fases de intervenci3n planteadas en el dise1o del a propuesta y que coherentemente est3n fundamentadas bajo el enfoque de ense1anza para la compresi3n, es decir, cada elemento de la compresi3n ser3 analizado y vinculado dentro de la intervenci3n en el aula.

1.5.3 Referente Conceptual Disciplinar.

El MEN (1998), En sus lineamientos curriculares se describe cinco pensamientos; pensamiento numérico, espacial, el métrico, aleatorio y variacional, sobre los cuales reposa la enseñanza de las matemáticas en nuestro país. Si bien estos pensamientos son transversales, en particular el pensamiento espacial desarrolla en los estudiantes competencias en la representación de los objetos matemáticos, los poliedros en este caso pueden ser interpretados de diferentes formas con la finalidad de que los estudiantes comprendan las redes conceptuales que se pueden establecer a partir del análisis. En ese sentido aspectos como la estimación de cantidades, la modelación, conceptos relacionados con las magnitudes y las medidas deben estar integrados en función de ambientes de aprendizaje o situaciones problema dentro del aula.

Además, a partir de los lineamientos se plantea que la construcción de maquetas, el arte, la manipulación de material didáctico, al igual que el uso de diferentes softwares educativos que fomenten el aprendizaje de la geometría orientando las prácticas a las particularidades de cada contexto. A lo largo de este trabajo de grado se pretende abordar el estudio de las características y propiedades de los cuerpos en dos y tres dimensiones, dejando así aprendizajes significativos en los estudiantes y teniendo en cuenta los lineamientos los cuales posibilitan un buen acercamiento al concepto de volumen, área, perímetro, simetría, entre otros.

Además de los lineamientos curriculares, los poliedros también tienen un peso notable dentro la epistemología y la historia de la geometría. Según Bell (2016) Hay indicios de que civilizaciones antiguas como los babilónicos y los egipcios realizaban monumentos y resolvían problemas prácticos relacionados con la repartición de las tierras antes de que los griegos elevaran la geometría a la categoría de ciencia.

Cabe señalar además que para las diferentes culturas era objeto de estudio las áreas y los volúmenes de cuerpos en tres dimensiones, las pirámides de Egipto, por ejemplo, son una muestra de los avances de esta antigua cultura en geometría. Es por esto que desde una perspectiva histórica de los poliedros podremos darnos cuenta de que estos han fascinado a la humanidad desde distintos ámbitos académicos y culturales como lo señala Díaz (2012). La geometría de los poliedros platónicos, cargada de

atributos, culturales, estéticos, simbólicos, científicos, místicos y cósmicos, ha fascinado en todas las épocas a artistas, filósofos, científicos, ingenieros, diseñadores, arquitectos y teólogos. Así mismo esta intervención también pretende visibilizar que los elementos matemáticos no están descontextualizados y son un producto cultural.

Si bien intuitivamente los seres humanos hemos manipulado representaciones de los poliedros en nuestros contextos, la geometría misma se ha encargado de sistematizar estos saberes generando alrededor definiciones y conceptos dentro de las matemáticas.

Seguido a esto es importante señalar lo que es un poliedro Extremiana (2001), señala que un poliedro es un cuerpo sólido limitado por una superficie que consta de un número finito de polígonos no coplanarios a los que se denomina caras del poliedro. Desde la antigüedad platón en su dialogo el "Timeo" hace referencia a la teoría de los cinco solidos regulares; El tetraedro, hexaedro, dodecaedro, octaedro, y el icosaedro estudiados desde la antigüedad.

Además de los sólidos platónicos, Las pirámides son poliedros que tienen como base cualquier polígono, sus demás caras son triángulos que se unen en un vértice común, se clasifican según su polígono base, por ejemplo, si la base es de cinco lados se le llama pirámide pentagonal. Por otro lado, los prismas son poliedros que tienen dos bases iguales con forma de cualquier polígono, sus otros lados son rectángulos iguales entre sí. Estos poliedros se pueden representar de diferentes formas, en este caso serán representados por diferentes herramientas digitales usualmente utilizadas en la modernidad.

Para representar estos poliedros, se ha decidido usar el software Geogebra como herramienta didáctica, muchos estudiantes tienen afinidad con el uso de dispositivos electrónicos, y aunque en muchas ocasiones no los poseen en su casa, se sienten atraídos por cualquier dispositivo que se les ha compartido en las clases.

Referente a esto Tello (2007) hace referencia a que las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) han penetrado en todas las esferas de la sociedad. Nuestro sistema educativo no desconoce el hecho de que muchos estudiantes son nativos en el manejo de dispositivos electrónicos conectados a internet, un insumo importante en la formulación de nuevos procesos de enseñanza y aprendizaje. El uso de las TIC no se configura como la única apuesta por fomentar el aprendizaje de las

matemáticas, pero sin duda es una propuesta viable y en sintonía con las nuevas dinámicas del mundo moderno.

En la misma línea del autor anteriormente mencionado Belloch (2012) ratifica que los avances tecnológicos pueden ser un buen aliciente para transformar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula. Basado en estos argumentos, Geogebra se puede considerar como herramienta tecnológica innovadora para la enseñanza.

Geogebra es un software dinámico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en todos sus niveles. Combina el álgebra, la geometría, y la estadística de forma transversal ilustrando de una manera práctica el conocimiento matemático. Ofrece diferentes perspectivas; vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas. Al respecto Lozada (2007) argumenta que Geogebra es un programa pensado para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, intuitivo, fácil de usar, de estética cuidada, con grandes posibilidades pedagógicas y en continuo desarrollo.

Para esta propuesta de intervención, Geogebra puede ofrecer representaciones gráficas y simbólicas, ya que su principal virtud es ser un software muy potente y constantemente actualizado sin costo alguno, al ser multiplataforma y solo necesitar internet para su instalación, se facilita el trabajo en la zona rural donde se aplica la propuesta. Por otra parte, Geogebra tiene una curva de aprendizaje conveniente debido a la cantidad de foros y tutoriales que se pueden encontrar en internet.

La utilización de este software estará mediada entonces por una serie de actividades prácticas que realizarán los estudiantes estructuradas bajo algunos principios de las secuencias didácticas, al respecto Tobón (2010) afirma "Las secuencias didácticas son, sencillamente, conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas". Son en sí mismas una serie de actividades que realizan los estudiantes y que obedecen a un objetivo central, este cúmulo de tareas está relacionado e intencionado en pro de la enseñanza y la comprensión de un tópico en particular. Estas secuencias didácticas pueden servir como propuestas de intervención que posibiliten el análisis de la comprensión de los estudiantes. Además, posibilitan la evaluación de los procesos de aprendizaje, la enseñanza misma de los poliedros y el análisis de los datos de la investigación.

También Díaz (2013) dice que la secuencia didáctica es una sucesión de hechos, actividades o elementos que van enlazados entre sí, la cual tiene como objetivo que el docente reconozca e identifique los saberes o nociones previas que tienen sus estudiantes frente a un tema, logrando establecer nuevos aprendizajes significativos, problemáticas y hechos de índole real a sus vivencias y aprendizajes. A su vez la secuencia didáctica permite evaluar los aprendizajes adquiridos por los estudiantes, haciendo así una verificación de lo adquirido. Puede decirse en este caso que la secuencia didáctica tiene como objetivo guiar el proceso de enseñanza de una manera coherente y ordenada.

Las secuencias didácticas inician con la selección de un contenido, y una intención de aprendizaje de este contenido. Las secuencias didácticas están determinadas por actividades de apertura, desarrollo y cierre. En el diseño de la secuencia Tobón, Prieto & Fraile (2010) mencionan que se debe tener en cuenta las competencias a desarrollar durante esta, es por esto que el docente no debe dejar de lado problemáticas y coyunturas que intervienen el aprendizaje del estudiante y a su vez en sus intereses, de esta manera la secuencia didáctica se convierte en una mediación del aprendizaje, la cual no pretende que los estudiantes aprendan determinados contenidos, si no que por el contrario se apropien y desarrollen diferentes competencias para redescubrir su entorno. De este mismo modo en las secuencias didácticas, las competencias, actividades, evaluación y recursos, permitirán que el estudiante identifique situaciones problemas del contexto, generando así un proceso meta cognitivo.

Las actividades de apertura permiten abrir un clima de aprendizaje inicial, se puede partir desde una pregunta que genere discusión, un problema, o demás planteamientos que permitan traer al aula los conocimientos que los estudiantes ya poseen.

Por otra parte, en las actividades de desarrollo se busca que los estudiantes interactúen con conocimientos nuevos. Estos conocimientos nuevos para el estudiante pueden provenir directamente de la exposición del docente, de un video, de una lectura o de un sitio web. Es necesario también que los docentes medien estas actividades con preguntas y productos que elaboren los estudiantes. También es importante destacar que en las actividades de desarrollo realiza reflexiones intelectuales con la información presentada y además soluciona situaciones problema.

Las actividades de cierre permiten sintetizar el trabajo realizado en la actividad de apertura y en la actividad de desarrollo, a partir por ejemplo de una a serie de preguntas de completación el estudiante reestructura sus conocimientos previos y concreta lo aprendido en las actividades de desarrollo.

En síntesis, se pretende promover el aprendizaje de poliedros, empleando herramientas informáticas como Geogebra y fundamentando la intervención con el marco teórico de enseñanza para la comprensión organizando actividades a partir de una secuencia didáctica.

Las teorías del aprendizaje citadas en los antecedentes de esta intervención coinciden en una problemática común en cuanto al aprendizaje de nuestros estudiantes en el área de geometría, en consecuencia, los esfuerzos de están orientados a promover el aprendizaje, entendido en esta propuesta como la comprensión fundamentada en el marco teórico de enseñanza para la comprensión.

Se pretende replantear dinámicas de aula, temáticas trabajadas en las clases, herramientas y formas de evaluación diferentes a propuestas mas tradicionales con el fin de atacar el problema ya planteado al inicio.

1.5.4 Referente Legal

Tabla 1. Normograma

Norma	Texto de la norma	Contexto de la norma
Constitución política (1991)	Artículo 67. La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento.	Se pretende responder al derecho de los estudiantes a tener una enseñanza de calidad.
Ley general de educación (115 de 1994)	El acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y demás bienes y valores de la cultura.	Las matemáticas como construcción humana y de gran valor histórica y social es de gran valor en la escuela

Lineamientos curriculares en matemáticas M.E.N (1998)	Son las orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares que define el MEN con el apoyo de la comunidad académica Ley General de Educación en su artículo 23.	Fundamental sustentar los temas y conceptos que se abordaran de acuerdo a lo planteado por el ministerio de educación.
Estándares curriculares	Los Estándares de Competencias Básicas son criterios claros y públicos que permiten establecer los niveles básicos de calidad de la educación.	Propuesta que busca fomentar las competencias en el área de matemáticas.

1.5.5 Referente espacial

La institución educativa Rural Nicolás Ruiz está ubicada en el departamento de Antioquia, en el municipio de Santa Rosa de Osos, vereda el caney. Es una zona especializada en el turismo, muchos de los padres de familia de los estudiantes trabajan en restaurantes y fincas de recreo, además algunos también cultivan café y caña de azúcar.

Los estudiantes son de estrato uno en su mayoría, la mayoría de padres de familia no tiene un empleo estable, y se evidencian muchas familias disfuncionales, algunos de los estudiantes viven solo con sus abuelos u otros familiares ya que sus padres trabajan en Medellín u otros lugares donde encuentran empleo. El grado séptimo está conformado por 14 estudiantes, 8 mujeres y 6 hombres, tienen entre 12 y 14 años de edad.



Figura 1. Institución Educativa Rural Nicolas Ruiz

La institución educativa usa el modelo educativo de post-primaria, proyecto estructurado por el MEN, donde todos los procesos son flexibles y buscan adaptar los estándares de educación con el contexto de las escuelas rurales.

2 CAPITULOII. DISEÑO METODOLÓGICO

2.1 Enfoque

El estudio de una población con un contexto particular y dinámicas pedagógicas cambiantes que favorecen el análisis y la interpretación, dan cuenta de la pertinencia del enfoque cualitativo en este ejercicio investigativo. Mesías (2010) plantea que la familiarización con los contextos y las comunidades favorecen en gran medida propuestas alternativas a las diferentes necesidades y problemáticas que se estén investigando.

Este enfoque si bien permite el planteamiento de hipótesis, estas se replantean, cambian, y están sujetas a ser modificadas en la medida que el investigador así lo defina. Una idea fundamental es entonces alejarse del sesgo que condiciona la información e imposibilita análisis objetivos para el ejercicio investigativo.

En esta línea Paz (2003), argumenta que el objetivo no es buscar generalizaciones sino por el contrario recrear una realidad particular de un contexto donde el investigador es un actor más, quien se acompaña de sujetos cargados de saberes, prejuicios, personalidades que son tenidas en cuenta dentro de las interpretaciones que se realizan. Investigar grupos humanos, sujetos, dinámicas educativas condiciona directamente la investigación a un planteamiento abierto, flexible en función de diferentes circunstancias que aparecen en el proceso investigativo.

Este tipo de investigaciones no pretenden generar teorías, más bien se busca reformar y proponer nuevas perspectivas para el análisis, observación, intervención,

planificación, que permita estructurar soluciones y posturas frente a las necesidades y problemáticas del contexto particular en el que se investiga.

Además, Sampieri (2018) especifica que el enfoque dota y propone instrumentos de recolección y análisis de la información, flexibilización en los métodos adaptándolos a las condiciones de los participantes incluyendo al investigador.

A partir de los argumentos anteriormente planteados, se pretenden realizar actividades de observación e intervención con los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Rural Nicolás Ruiz, analizando bajo los principios del enfoque cualitativo las diferentes dinámicas educativas que suscita la comprensión del concepto de poliedro en este contexto en particular. La adopción del enfoque cualitativo trae consigo el poder utilizar instrumentos como las preguntas abiertas, entrevistas, diálogos, que de alguna forma acercan al investigador y le permiten identificar en los discursos información provechosa dentro de su trabajo. La interacción con el otro permite además tener en cuenta la subjetividad del otro, sus gestos, palabras, expresiones escritas, reacciones, están sujetas a la interpretación contribuyendo a los resultados de la investigación.

2.2 Método

El método de estudio de casos resulta relevante en el ejercicio investigativo en la medida que permite tener en cuenta diferentes aspectos de la personalidad y formas de comunicación de los participantes. Stake (1998) amplía diciendo que los participantes están cargados de saberes y prejuicios que son de gran relevancia para el análisis que hace el investigador. Al respecto Detrás de un análisis particular de cada participante, hay riqueza en la medida que se realicen comparaciones que logren determinar puntos de acuerdo y desacuerdo entre los participantes, permitiendo así vincular diferentes variables vinculadas al proceso de cada sujeto.

Si bien se busca información en cada uno de los participantes, el objetivo es contrastar los casos en su conjunto para concluir hasta qué punto los estudiantes han logrado comprender. El siguiente ejercicio investigativo adoptara el estudio de casos ya que este tiene una relación muy cercana al enfoque cualitativo compartiendo entre otras cosas la flexibilidad en la investigación, diferentes instrumentos para la recolección de los datos, análisis de contextos y subjetividades entre otros. Involucrará tres participantes,

estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Rural Nicolas Ruiz bajo seudónimos, serán entonces tres unidades seleccionadas al azar dentro del grupo y con ayuda de algunos instrumentos para la recolección de datos se contrastarán los diferentes aportes de cada uno de ellos.

2.3 Instrumentos de recolección de información y análisis de información

El enfoque cualitativo permite variados instrumentos de recolección de información y estos pueden ser utilizados por el investigador en función de las necesidades que se presenten durante el proceso de investigación. Estos son de un diseño flexible adaptado a las necesidades del contexto en que se investiga, así como a las condiciones particulares de cada uno de los participantes.

La pertinencia en la utilización de los diferentes instrumentos depende en gran medida del interés de la investigación, los temas abordados, las necesidades y problemáticas de los contextos que se intervienen, las formas de comunicación de los participantes entre otros.

El investigador usa su experiencia y se vale de la observación para la implementación de uno u otro instrumento, su objetivo es sacar el máximo provecho de cada una de las intervenciones bajo una interpretación objetiva de la situación. Puede además utilizar formatos de video, audio, escritos con el fin de precisar detalles cruciales y sustentar su investigación. La variedad en la utilización de los instrumentos de recolección de datos permite al investigador obtener puntos de vista, prejuicios, sentimientos, prioridades de los participantes con el objetivo de enriquecer el ejercicio investigativo.

El primer instrumento de recolección es un cuestionario de once numerales el cual será explicado en el diseño de la propuesta. Estos permitirán ilustrar diagnósticos en torno a la comprensión de los poliedros. Además, se tendrán en cuenta como evidencia de comprensión en la etapa de investigación guiada desarrollada bajo el marco de enseñanza para la comprensión.

El segundo instrumento son las entrevistas, flexibles y abiertas a las circunstancias del momento, son íntimas y permiten al investigador un diálogo permanente en todo el

proceso capturando las diferentes percepciones que se tejen entorno a la comprensión de los poliedros. Las entrevistas permiten un intercambio de preguntas y respuestas propiciando un ambiente de mutua contribución y construcción de saberes. Durante el desarrollo de las diferentes actividades a los estudiantes se les realizarán algunas preguntas intencionadas a partir de las interacciones que vayan surgiendo en el momento, las respuestas de los estudiantes serán consignadas en el capítulo de análisis.

Por último y con relevancia dentro de esta investigación se plantean los documentos, registros, materiales y artefactos. Son en sí mismo productos que el investigador analiza enfocándose en su composición, su estética, su intencionalidad, estos en sí mismos representan expresiones referidas a aprendizajes, significados, posturas que ayudan al investigador en su análisis.

En su conjunto, los anteriores instrumentos de recolección de datos serán utilizados de forma intencionada, precisando detalles en su planeación, ejecución, y análisis durante todas las etapas del ejercicio investigativo y permitirán entre otras cosas determinar el nivel de comprensión del concepto de poliedro.

2.4 Población y Muestra

La intervención se llevará a cabo en la institución educativa rural Nicolas Ruiz del municipio de Santa Rosa de Osos Antioquia, donde se encuentran cuarenta y tres estudiantes en la modalidad de post-primaria. La muestra será el grupo de séptimo, grupo donde se realizará la intervención con cuatro casos para el análisis.

2.5 Delimitación y Alcance

Esta propuesta pretende generar un precedente en la educación matemática con población rural en el departamento utilizando las nuevas tecnologías de la información y la comunicación. Se espera proponer a la comunidad académica y docentes de matemáticas en ejercicio una secuencia didáctica adaptable a diferentes contextos y que obedece a promover la comprensión del concepto de poliedro. Dentro del análisis se utilizarán cuatro rúbricas con descriptores en la comprensión, estas serán una herramienta útil para los docentes y la comunidad académica para futuras intervenciones en el tema de los poliedros.

2.6 Cronograma

Teniendo en cuenta los objetivos trazados se propone el siguiente cronograma de actividades para la enseñanza de los poliedros enfocadas bajo el marco teórico de enseñanza para la comprensión.

Tabla 2: Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Caracterización	Diagnosticar como los estudiantes dan cuenta de su aprendizaje del tópico de poliedros.	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de una prueba diagnóstica • Revisión de algunos antecedentes de intervención con relación a los poliedros. • Revisión de los lineamientos curriculares en el pensamiento espacial.
Diseño	Diseñar una secuencia didáctica con ayuda de la herramienta Geogebra para la enseñanza de los poliedros.	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de una secuencia didáctica, con cinco actividades usando el programa Geogebra. • Elaboración de cinco rúbricas de desempeño que den cuenta del proceso de comprensión en cada una de las cuatro dimensiones.
Intervención	Aplicar una secuencia didáctica sobre los poliedros en Geogebra orientada bajo el marco teórico de enseñanza para la comprensión.	<ul style="list-style-type: none"> • Implementación de la secuencia didáctica con los tres estudiantes que fueron tomados como casos de estudio. • Observación y realización de entrevistas verbales durante el proceso de intervención.

3 CAPÍTULO III. SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN

3.1 Diseño de la intervención.

En este capítulo se analizarán los resultados encontrados luego de ejecutada la fase de exploración, fase de investigación guiada y fase de proyecto final las cuales conforman la secuencia didáctica diseñada. Inicialmente se hará un análisis de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica propuesta a partir del tema de poliedro, elementos de los poliedros, clasificación de los poliedros y desarrollo de los poliedros.

La prueba tendrá un total de once preguntas y su finalidad es dar una clasificación inicial de todo el grupo en cada uno de los niveles referidos en el marco teórico de enseñanza para la comprensión. Esta clasificación se hizo a partir de una rúbrica que plasma el desempeño de los estudiantes y dio una idea general de sus saberes previos. con los resultados de esta actividad se clasificará grosso modo a los estudiantes en uno de los cuatro niveles comprendidos en el marco de enseñanza para la comprensión a partir de cuatro indicadores de desempeño expresados en una rúbrica.

Díaz (2013), apunta a que una secuencia didáctica es una sucesión de hechos, actividades o elementos, enlazados ente sí que permiten a los docentes identificar nociones previas de sus estudiantes y estructurar un plan para intervenir. En este sentido se realiza una primera actividad de reconocimiento con los tres casos a analizar en donde se identifican nociones del tema de poliedros, y el uso de la herramienta. En consecuencia, la segunda parte consistió en una actividad introductoria al tema de los poliedros y el uso del software Geogebra. A partir de este momento todas las actividades fueron enfocadas en los tres casos a analizar en esta propuesta.

Posteriormente se analiza el desempeño de los tres casos en la elaboración de las actividades de desarrollo, la cual consta de tres actividades y una actividad de proyecto final propuesta por los estudiantes como actividad de cierre. Se hace énfasis en el análisis de los cuatro elementos de la comprensión según Acevedo (2011), estos son el contenido, el método, la praxis y las formas de comunicación.

Al final se proponen cuatro rúbricas de desempeño para cada una de las dimensiones de la comprensión, los tres casos son clasificados a partir de una tabla en un nivel según corresponda en cada dimensión.

La primera actividad de desarrollo, consiste en construir pirámides en Geogebra, realizando animaciones del desarrollo de estos poliedros y estableciendo criterios de clasificación. En la segunda actividad los estudiantes construirán prismas, esta vez los poliedros tendrán alturas y lados variables. En el transcurso de ambas actividades a los estudiantes se les pide tomar capturas de pantalla de las construcciones elaboradas, además se les da una serie de indicaciones como colorear caras, rotar y trasladar poliedros con el fin de identificar características de los mismos.

En la tercera actividad los estudiantes construirán un icosaedro, este será desarrollado, pintado, y rotado sobre el espacio tridimensional con el objetivo de identificar sus características, además se dejará como ejercicio la construcción de los otros cuatro sólidos platónicos. Al final de la actividad los estudiantes deberán evidenciar su trabajo con capturas de pantalla.

En la actividad de cierre, los estudiantes realizarán un proyecto que busca además de posibles aplicaciones, profundización en los contenidos y el uso de la herramienta, a actividad estará diseñada, ejecutada, y evaluada por los mismos estudiantes a partir de sus intereses y creatividad. Los estudiantes muestran su comprensión del concepto de poliedro con la elaboración de su proyecto y este debe partir de su interés, es por eso que no hay intervención del docente.

Para esta fase los estudiantes contarán con un máximo de tres semanas para la elaboración y sistematización del proyecto. Contarán con el apoyo de la herramienta Geogebra y expondrán su trabajo en la asamblea trimestral de padres de familia.

El análisis de cada una de las actividades se realizará a partir de una serie de rúbricas diseñadas para cada actividad, y de acuerdo con las dimensiones de la comprensión se analizará cualitativamente cada uno de los casos para determinar su comprensión.

3.2 Análisis del instrumento diagnóstico

La siguiente rúbrica muestra los desempeños que un estudiante puede alcanzar en cada uno de los temas propuestos dependiendo su nivel de comprensión. Esta rúbrica tiene como finalidad clasificar de forma general los desempeños de los estudiantes en la prueba diagnóstica.

Tabla 4. Rúbrica de desempeño en la prueba diagnóstica

Tópicos	Niveles de comprensión			
	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Maestría
El concepto de poliedro preguntas 1 y 2	Identifica algunos cuerpos geométricos, pero no los relaciona con cuerpos geométricos del entorno	Identifica algunos cuerpos geométricos y los relaciona con objetos de su entorno.	Identifica cuerpos geométricos, además diferencia cuales de ellos son poliedros estableciendo relación con objetos de su entorno	Clasifica cuerpos redondos y poliedros exponiendo sus diferencias, y dando ejemplos de objetos de su entorno a partir de sus propiedades geométricas.
Elementos del poliedro pregunta 3	Señala en un poliedro vértices, caras y aristas.	Reconoce cuantas caras, cuantos vértices y aristas tiene un poliedro	Reconoce cuantas caras, vértices y aristas tiene un poliedro. Así como el polígono asociado a cada cara	Reconoce el número y la forma de las caras, vértices y aristas. Además, identifica las bases, apotemas laterales y alturas en un poliedro.
Clasificación de poliedros Preguntas 4, 5, 6, 7, 8	Reconoce que todos los poliedros son diferentes, pero no puede clasificarlos de ninguna forma.	Clasifica los poliedros según el polígono que forma la base, en el caso de pirámides y prismas.	Determina el nombre de cada prisma y cada pirámide según el poliedro que forma su base.	Grafica un poliedro de acuerdo a su nombre, lo clasifica entre poliedro regular, prisma o pirámide.
Desarrollo de un poliedro 9, 10, 11	No reconoce la relación que puede tener un conjunto de polígonos con la formación de un poliedro.	Relaciona un hexaedro y pirámides con su desarrollo.	Relaciona, pirámides, primas y solidos platónicos con su desarrollo	Grafica el desarrollo de un poliedro a partir de su representación gráfica

A continuación, se presentan los resultados cualitativos en la prueba diagnóstica. Esta prueba la desarrollaron 18 estudiantes, posteriormente se mostrará en detalle el desempeño general de los estudiantes en cada una de las preguntas.

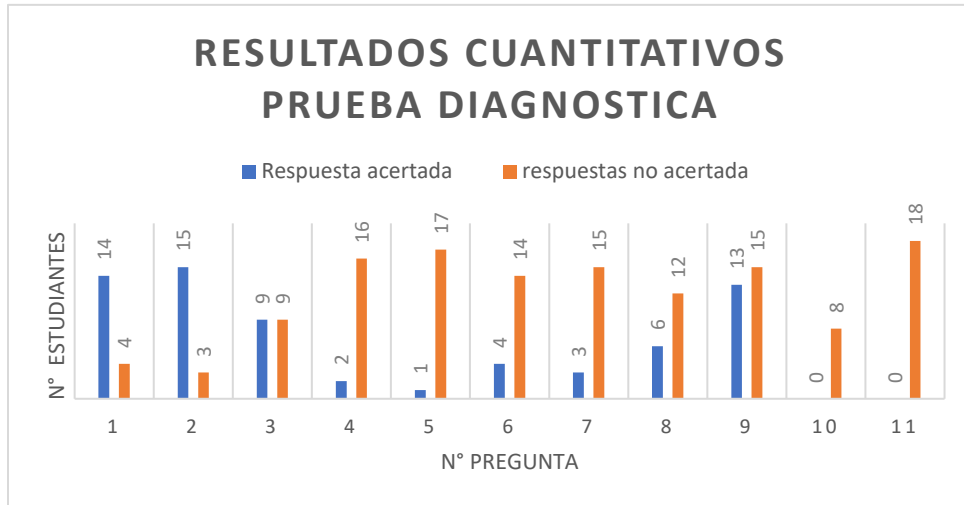


Figura 2. Gráfico de los resultados de la prueba diagnóstica

La mayoría de los estudiantes diferenciaron los cuerpos geométricos y objetos de la vida cotidiana que representan un poliedro. Se propone pintar de color verde a los poliedros y de color rojo los cuerpos que no son poliedros. Los estudiantes encuentran bastos ejemplos de objetos de su cotidiano que tienen forma de poliedro, sin embargo, se evidencia dificultad en la mayoría de estudiantes para elaborar representaciones visuales de un poliedro como se evidencia en las figuras.

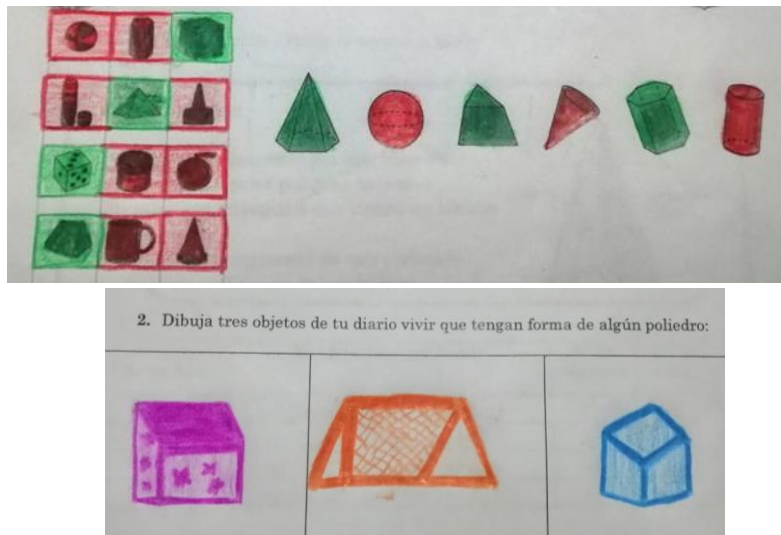


Figura 3. Prueba diagnóstica pregunta 2

Si bien la mayoría de los estudiantes puede diferenciar entre una arista y vértice, a la hora de contarlos en un prisma o pirámide, no logran dar cuenta del número de caras y vértices de algunos poliedros. Las siguientes tablas muestran los datos obtenidos por los estudiantes y cabe resaltar que por ejemplo el estudiante diga que una pirámide de base triangular tiene un solo vértice. Así mismo muchos otros números dan cuenta de una confusión generalizada y las limitaciones que implican abstraer las propiedades de un poliedro que no está representado.

Polígono de su base	Nombre de la pirámide	Nº de vértices	Nº de caras
Triángulo	piramide triangular	3	4
Hexágono	piramide Hexagonal	6	8
Cuadrado	piramide cuadrada	4	6
Octágono	piramide octagonal	8	10

Polígono de su base	Nombre de la pirámide	Nº de vértices	Nº de caras
Triángulo	PIRAMIDE TRIANGULAR	1	3
Hexágono	PIRAMIDE HEXAGONAL	2	6
Cuadrado	PIRAMIDE CUADRADA	4	4
Octágono	PIRAMIDE OCTAGONAL	9	9

Figura 4. Prueba diagnóstica pregunta 3

Las respuestas de los estudiantes en las preguntas del numeral cuatro al ocho, dan cuenta de las dificultades a la hora de identificar las diferencias y particularidades de cada poliedro. Si bien, la mayoría de los estudiantes puede reconocer a partir de la representación propuesta en la actividad una aparente diferencia entre las pirámides y los prismas, los estudiantes ningún estudiante puede argumentar con claridad la diferencia entre estos dos cuerpos geométricos, tienen argumentos fuera de base, que ponen en evidencia el poco dominio de los conceptos abordados. Salvo en un caso que como se muestra en la figura, reconoce someramente la relación entre pirámides y triángulos y la relación prismas rectángulos.

7. Explica en qué se diferencia un prisma y una pirámide:
 que un prisma parece un rectángulo y la pirámide tiene forma triangular

7. Explica en qué se diferencia un prisma y una pirámide:
 el prisma son rectángulos y la pirámide son triángulos

Figura 5. Prueba diagnóstica pregunta 7

por otro lado, algunos estudiantes no establecieron una relación entre los prismas y las pirámides, sino más bien entre un prisma y una pirámide en particular

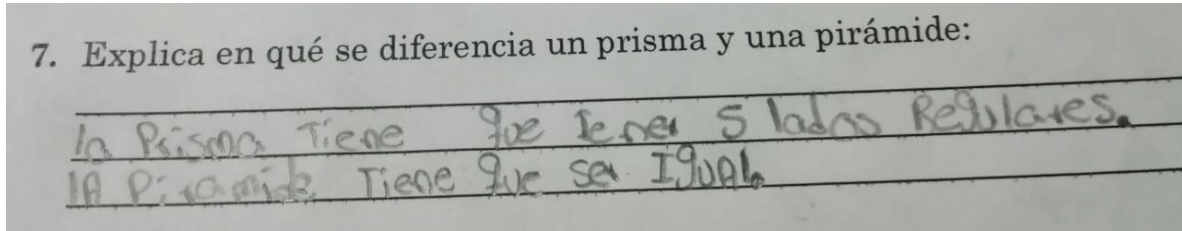


Figura 6. Prueba diagnóstica pregunta 7

Por otra parte, como podemos evidenciar en la figura, que ninguno de los estudiantes logra dar una representación adecuada en el papel de lo que para él es una pirámide y un prisma. Al completar la definición de prisma y pese a tener señalado un ejemplo con las partes de este poliedro, ningún estudiante completa la definición.

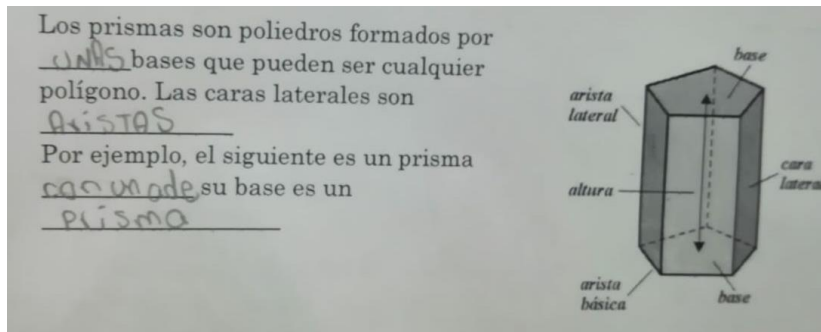


Figura 7. Prueba diagnóstica pregunta 6

Si bien la mayoría de los estudiantes relacionan adecuadamente el desarrollo de algunas pirámides y prismas, se evidencia una gran dificultad para identificar el desarrollo de los sólidos platónicos. Además, ninguno de los estudiantes pudo realizar un arreglo de polígonos que diera cuenta de los poliedros propuestos.

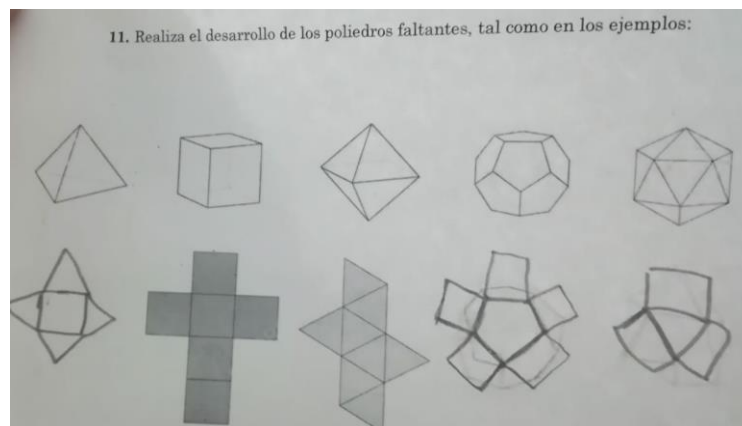


Figura 8. Prueba diagnóstica pregunta 11

De forma general y a partir de los resultados de la actividad diagnóstica podemos afirmar que una gran mayoría de los estudiantes se encuentran ubicados en los niveles de ingenuos y novatos, un número reducido de estudiantes pudo realizar algunas preguntas logrando el nivel de aprendiz.

3.3 Análisis de los casos

La intervención se hace con el fin de analizar la comprensión de tres casos en particular, los nombres reales de los estudiantes fueron cambiados por efectos de legalidad. Ana es una estudiante de 12 años, convive en una finca del sector con sus padres y dos hermanos. Siempre ha obtenido un desempeño sobresaliente en las diferentes asignaturas de la institución. Por otra parte, su compañero Pedro es un joven de 12 años que convive con su madre y un hermano, no posee ningún aparato electrónico como teléfono móvil o computador para realizar sus actividades en el hogar, pese a esto, siempre ha mostrado interés por el conocimiento y en particular por la asignatura de matemáticas. Así mismo, Simón es un estudiante de 12 años, vive con sus padres y es hijo único, tiene a su disposición un computador y un teléfono móvil para realizar todas sus actividades, sin embargo, no ha obtenido resultados prósperos en el área de matemáticas.

3.3.1. Caso de Ana:

En la fase de exploración Ana muestra al igual que la mayoría de sus compañeros de clase diferentes dificultades a la hora de definir y reconocer las propiedades de los poliedros.

Si bien podía reconocer algunos poliedros en la actividad diagnóstica, mucha tenía la concepción de que los cuerpos redondos también eran poliedros. Si bien Ana puede representar gráficamente una pirámide de base cuadrada, dentro de la prueba diagnóstica afirma que existen pirámides de tres caras, además no puede argumentar las diferencias

que encuentra entre pirámides y los prismas. Si bien Ana elabora representaciones de las pirámides y los prismas se le dificulta reconocer el desarrollo de los poliedros.

A partir del desempeño de Ana en la prueba diagnóstica se clasifica como novata en el tópico de decisión de poliedros, Ingenua en el tópico de elementos de los poliedros, Novata en el tópico de clasificación de poliedros, e ingenua en el tópico de desarrollo de un poliedro.

En la segunda actividad de fase de exploración, Ana mostró destreza en el manejo del programa Geogebra, ella realizó la actividad en el tiempo estimado. En cuanto a las actividades

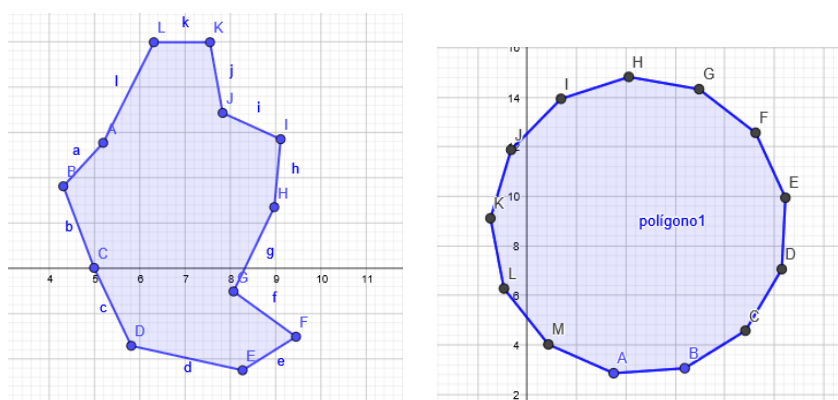


Figura 9. Construcción de polígono por Ana

Ana responde que la diferencia entre ambos polígonos es, “el polígono irregular es como torcido, en cambio el polígono regular es derecho”, “El polígono regular tiene todos los lados igual de largos, mientras el otro no”.

A la pregunta ¿es posible dejar un polígono abierto? Ana contundentemente responde que no, ya que si este no se cierra el último lado se sigue moviendo para donde movamos el mouse, es decir, Ana se da cuenta de que Geogebra exige que el polígono quede cerrado para continuar usando las demás herramientas del programa.

En el segundo momento de la actividad, Ana efectivamente juega con el plano cartesiano dispuesto en la vista de tres dimensiones. Acertadamente dice que cubo que construyó en Geogebra tiene seis caras, esto después de haberlo rotado de diferentes formas.

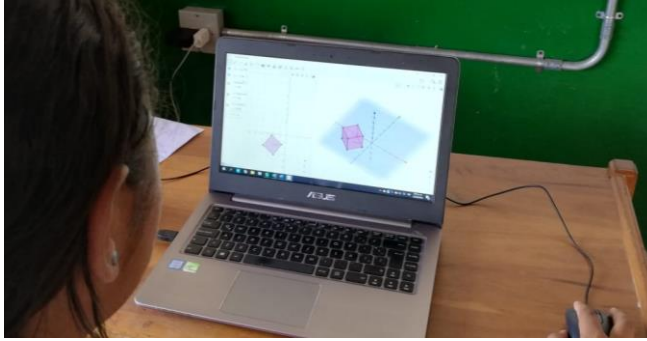
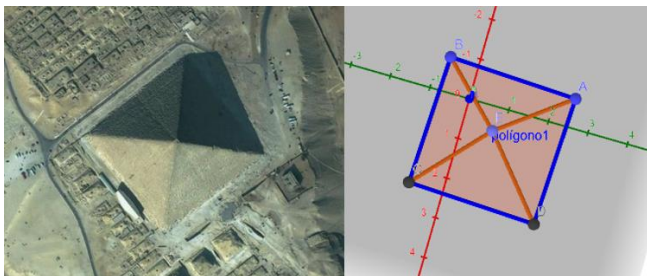


Figura 10. Rotación del poliedro por Ana

En la parte del desarrollo del cubo Ana se muestra sorprendida y afirma que desarrollar este es como abrir una caja, juega con los deslizadores elaborados para la animación, y oralmente manifiesta que si uno desarma cualquier poliedro puede contar más fácilmente las caras.

En la fase de investigación guiada, Ana desarrolla una pirámide, Ana logra reproducir fielmente una pirámide hexagonal en Geogebra. Cabe destacar que Ana argumenta que es lo mismo que había hecho en la guía, a diferencia de en vez de poner 5 en la ventana emergente luego de seleccionar polígono, se ponía un seis y así con cualquier pirámide. En síntesis, Ana encuentra en el programa una forma de representar una pirámide únicamente cambiando un número, además relaciona los lados de un polígono desarrollado de la pirámide con su base. De igual forma es de resaltar el hecho de que Ana a partir de la vista desde arriba de la pirámide de Guiza pueda use Geogebra para reproducir esta visualización.

Ana construye una pirámide y la pinta caras únicamente siguiendo los pasos establecidos en la guía, además es de destacar que Ana manipula y visualiza la pirámide que construyó como base para responder al cuestionario final. Estas son sus respuestas.



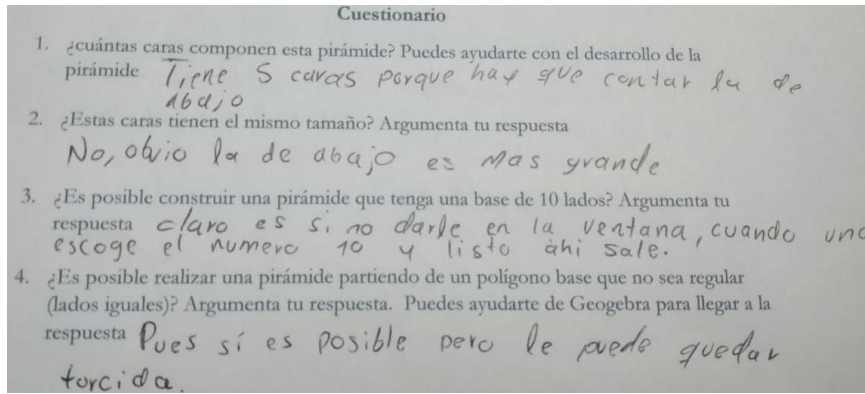


Figura 11. Respuestas en la actividad de construcción de prismas por Ana

En la actividad de construcción de prisma con altura variable, Ana muestra una alta destreza en el manejo del programa Geogebra, y así como en la anterior actividad Ana realiza la construcción del prisma, con su respectivo deslizador de altura.

Luego de tener este prisma construido Ana representa, prisma de heptagonal que se le propone en la guía, y además manifiesta poder representar cualquier prisma que se le proponga. La siguiente imagen representa algunos prismas construidos por Ana en la actividad

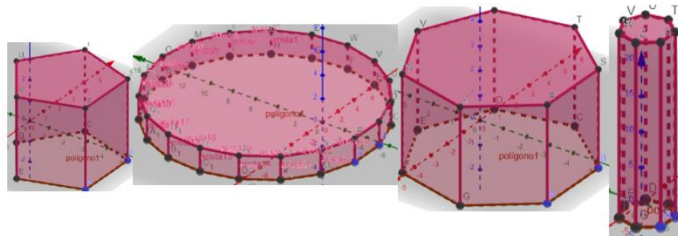


Figura 12. Prismas construidos por Ana

En la actividad de construcción de los poliedros regulares, Ana se muestra sorprendida con el desarrollo del icosaedro, ya que en a la actividad diagnóstica cuando se le propuso dibujar el desarrollo de este poliedro, no pensó que tuviera tantos triángulos, así mismo manifestó la imposibilidad de dibujar este desarrollo con un lápiz y una regla. Nuevamente Ana manipula el cuerpo en tres dimensiones con ayuda del mouse para identificarlo desde todas sus vistas.

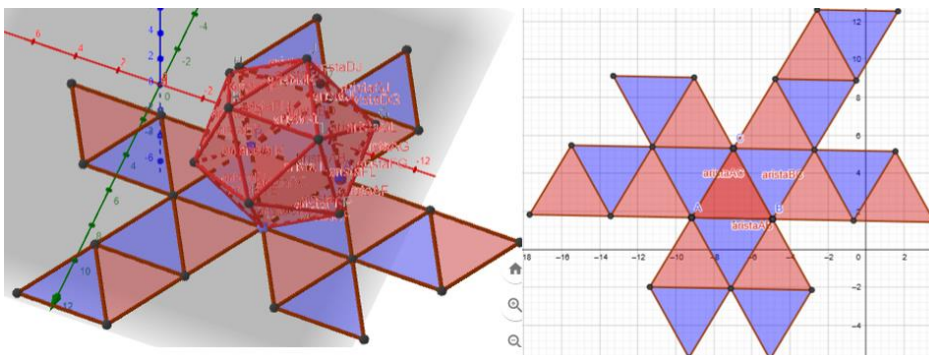


Figura 13. Desarrollo del Icosaedro por Ana

Junto a su compañero Pedro, Ana propone como proyecto final la construcción de los sólidos de Kepler y Poincaré. Durante esta etapa de la investigación Ana muestra curiosidad por este tipo de sólidos y se documenta de todos los aspectos que giran alrededor de estos sólidos. Ana además de contar a sus compañeros la forma de estos poliedros, también cuenta su historia, en diálogo con sus compañeros comparte información acerca de los autores de este descubrimiento y motiva a sus compañeros para que consulten el tema y le ayuden a construir estos sólidos en Geogebra. Luego de dos semanas los estudiantes construyen los sólidos de Kepler y Poincaré, gracias a la ayuda encontrada en foros y lugares de la web. A continuación, se muestran los sólidos construidos y los comentarios de Ana respecto a la actividad.

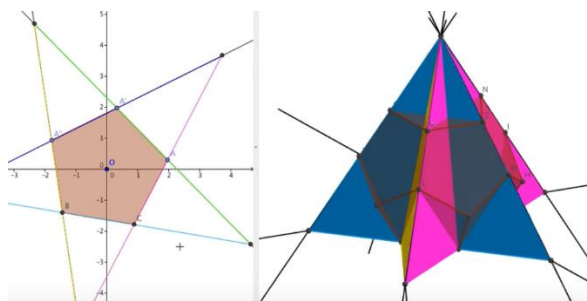


Figura 14. Icosaedro estrellado por Ana

3.3.2 Caso de Pedro

Durante la prueba diagnóstica Pedro presenta dificultades para definir la diferencia entre un prisma y una pirámide, aunque tiene destreza para su representación gráfica como se puede ver en la figura.

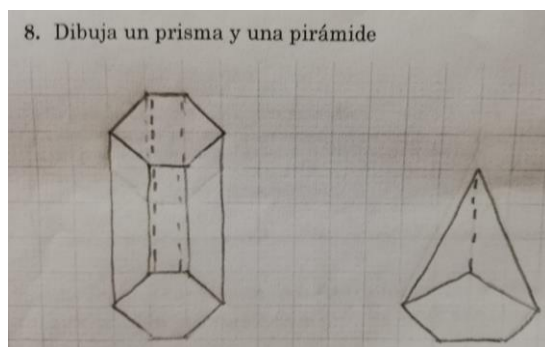


Figura 15. Prueba diagnóstica pregunta 8 por Pedro

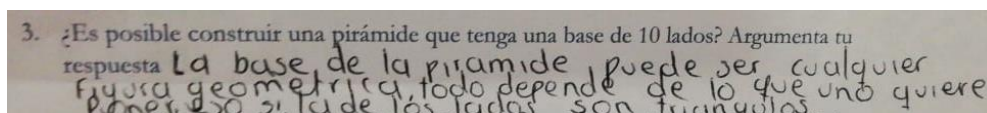
Así mismo, Pedro se le dificulta asociar las características de los poliedros y clasificarlos basado en sus particularidades. En la figura se muestra como Pedro tiene confusiones con el manejo de algunos términos de geometría.

En la actividad de introducción al concepto al concepto de poliedro y el programa de Geogebra, Pedro manifiesta tener muy clara la diferencia entre un poliedro regular y un poliedro irregular, durante la actividad explica a sus compañeros “usando ese programa es más fácil dibujar esas figuras”. Durante la primera construcción Pedro apoyado en su trabajo responde acertadamente con las preguntas que se le realizan como se puede ver en la figura. Pedro también dice que cuando dibuja poliedros con la regla y el lápiz, él sabe lo que quiere dibujar, pero sus intentos no son suficientes para que un polígono le quede con los lados iguales.

Durante la elaboración del cubo, Pedro se muestra sorprendido por la posibilidad que ofrece Geogebra para elaborar representaciones en tres dimensiones y rotarlas sobre el eje que se desee. Manipuló su construcción rotando el poliedro para pintarlo.

Pedro concluye la actividad de manera satisfactoria, realizando cada una de las construcciones de forma acertada. Durante esta actividad muestra un buen dominio del programa. Pedro muestra aceptación y aptitudes para el manejo de las herramientas de Geogebra, manifiesta haber encontrado un aliado ideal para realizar sus actividades de geometría. Al momento de realizar el desarrollo del cubo, Pedro dice ya conocer este desarrollo y propone realizar el desarrollo de los sólidos platónicos. Pedro se muestra familiarizado con el concepto de desarrollo de un poliedro.

Durante la actividad de construcción de una pirámide, Pedro reconoce la base de la pirámide como un polígono particular, y lo diferencia de los demás con el siguiente argumento:



3. ¿Es posible construir una pirámide que tenga una base de 10 lados? Argumenta tu respuesta. La base de la pirámide puede ser cualquier figura geométrica, todo depende de lo que uno quiere poner. Eso sí, la de los lados son triángulos.

Figura 16. Prueba diagnóstica pregunta 3 por Pedro

Además, el hecho de poner un deslizador al polígono permite a Pedro encontrar una relación directa entre la representación de la pirámide y su desarrollo, aclarando

algunas dudas con respecto a las caras de la pirámide y como estas se unen para formar el poliedro.

Si bien en un primer momento Pedro manifestó que la altura era la longitud de una de las aristas de la pirámide, posteriormente pudo visualizar por medio de uno de los ejes, que la distancia entre el centro del polígono y el punto más alto de la pirámide correspondía a la altura.

De igual manera para Pedro fue muy significativo el hecho de que Geogebra le pudiera permitir el desarrollo de cualquier pirámide dado que en la ventana emergente de poliedro podría poner el valor que quisiera y Geogebra se encargaría de la representación de la pirámide. Como se puede ver en la figura, pero ahora reconoce que hay muchos tipos de pirámides y puede representar la que desee. Así mismo se hace evidente que para Pedro las pirámides de base irregular no pueden ser construidas.

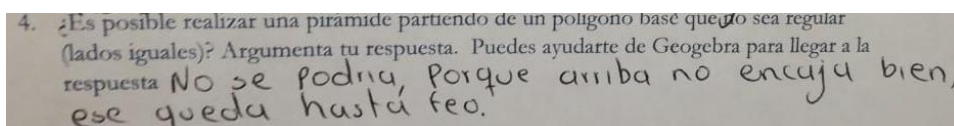


Figura 17. Prueba diagnóstica pregunta 4 por Pedro

En la actividad de construcción de prismas, si bien inicialmente Pedro manifiesta no encontrar un sentido a la elaboración de prismas y pirámides con deslizadores, una vez sigue los pasos y construye los poliedros y se da cuenta por medio de las animaciones que puede variar tanto la altura de los prismas como el número de lados, Pedro empieza a llevar el ejercicio a algunos extremos. Inicialmente pone una altura en el deslizador de Geogebra de una unidad y pone veinte lados al prisma, así mismo juega con demás valores, construyendo prismas muy particulares en comparación a sus compañeros.

Un aspecto a rescatar en proceso de Pedro, es que inicialmente decía que si alejaba la vista de los poliedros con el cursor estos cambiaban de tamaño, en realidad no cambia el tamaño, el poliedro se escala a la nueva vista, en discusión con sus compañeros encuentra su error, y sigue usando el gesto de alejar o acercar la vista para analizar los poliedros con toda confianza de que estos no iban a cambiar de forma o de tamaño.

Dentro del proceso de construcción de los prismas, a Pedro le resulta una duda muy concreta que da pie a una discusión muy provechosa con los compañeros, y es acerca de la forma que tienen los prismas que tienen muchos lados, para Pedro estos no

parecían primas, más bien los catalogaba como una especie de cilindro, como se puede ver en la figura.

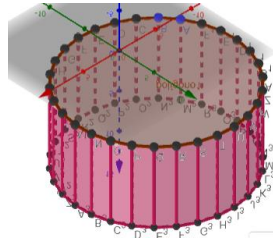


Figura 18. Prisma construido por Pedro

Pedro argumenta que en realidad no es un cilindro, lo que ocurre es que los lados son muchos entonces hace parecer que se forma un círculo, ella afirma que si uno le pone muchos lados a un prisma puede llegar a obtener en algún momento un cilindro, con caras completamente redondas. Pedro acepta la idea proponiendo construir primas de más de cincuenta lados para formar cilindros. En este momento el docente interviene para explicar la idea del infinito y de infinitos puntos aclarando la situación.

Seguidamente Pedro sigue realizando diferentes pruebas con los deslizadores de altura y lados, afirmando poder construir en Geogebra cualquier prisma por el que se le pregunte.

Durante la etapa del proyecto final, Pedro al igual que Ana se motiva por el estudio de los poliedros de Kepler y Poincot, sin embargo, manifiesta no entender bien las propiedades que tienen estos poliedros. Se toma el trabajo de consultar y diseñar un plan para junto con Simón y Ana construir estos poliedros en dos semanas. Como se muestra en la figura su desarrollo fue un éxito.

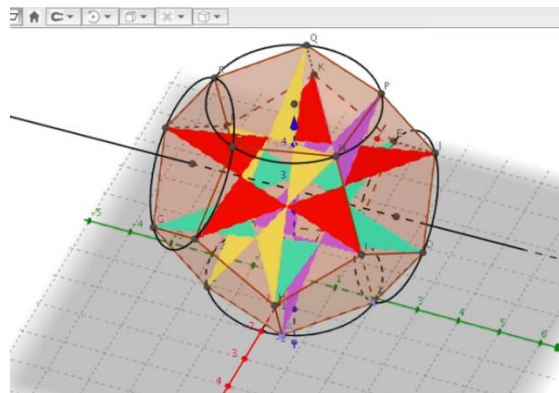


Figura 19. Gran dodecaedro construido por Pedro

Pedro concluye de forma exitosa toda la secuencia con esta actividad investigativa, mostrando diferentes habilidades en cada una de las dimensiones.

3.3.3 Caso de Simón

Si bien simón puede relacionar los poliedros con algunos objetos de su cotidianidad, muestra dificultades para definir los poliedros y reconocer sus propiedades, no reconoce por ejemplo el prisma de base hexagonal como un poliedro.

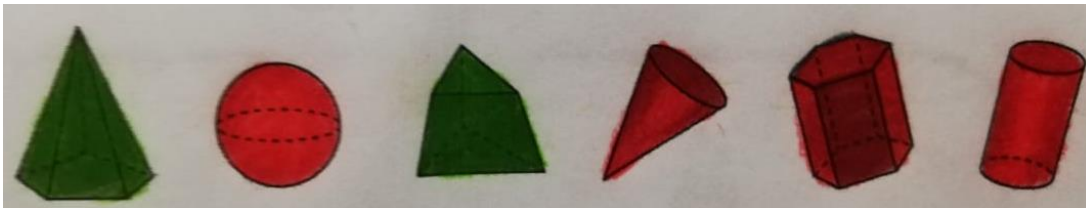


Figura 20. Prueba diagnóstica pregunta 1 por Simón.

De los tres casos analizados, simón es quizás quien mostró resultados más bajos en la prueba diagnóstica. Muestra dificultades para representar los poliedros con lápiz y papel, como lo muestra la figura.



Figura 21. Prueba diagnóstica pregunta 2 por Simón

Al momento de desarrollar los poliedros simón no reconoce ninguno de los desarrollos. Al parecer simón no puede identificar en que consiste desarrollar un poliedro. Cuando se le pregunta por la diferencia entre pirámide y prisma, pese a haberse mostrado los poliedros con anterioridad, simón afirma no ver ninguna diferencia.

Pedro asegura no entender qué relación puede tener una figura plana con una figura en tres dimensiones, y simplemente dice que debe emparejar cada desarrollo con un polígono al azar ya que no entiende en que consiste lo que debe hacer.

Si bien con los sólidos platónicos se hace una idea de lo que es el desarrollo de un poliedro a partir del cubo, una vez más no realiza correctamente el desarrollo de los sólidos platónicos. en la figura se puede evidenciar el desarrollo propuesto por simón en esta numeral.

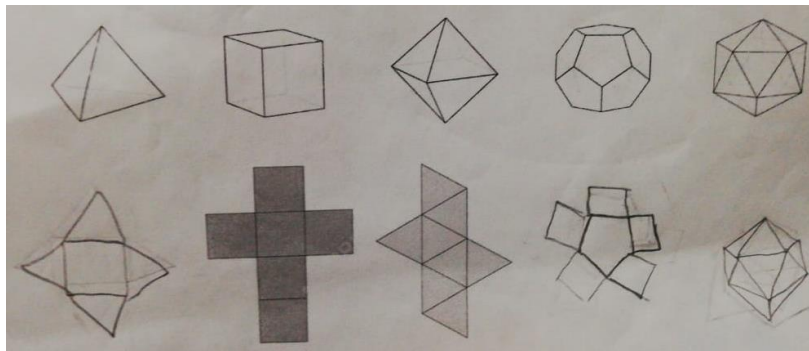


Figura 22. Prueba diagnóstica pregunta 11 por Simón

En la actividad de construcción de poliedros, a simón le cuesta recordar los pasos que se deben seguir para la construcción de un polígono en Geogebra, sin embargo, en el momento de ejecutar cada uno de los pasos indicados realiza toda la guía de forma memorística.

Sin embargo, al realizar el primer polígono regular, manifiesta estar motivado ya que este polígono para él es difícil de dibujar en el cuaderno. A pesar de que simón se toma un tiempo considerable en la construcción de los polígonos, poco a poco se toma confianza para manejar Geogebra, con ayuda de su maestro y con la estrategia de ensayo y error logra construir los polígonos propuestos.

Simón argumenta que la diferencia basado en una percepción estética de las figuras, dando asignando una relación de armonía a los poliedros regulares como se puede evidenciar en la figura.

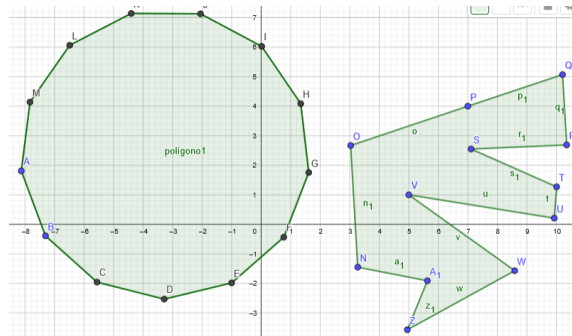


Figura 23. Polígonos construidos por Simón

Simón, con ayuda de su maestro puede construir el poliedro. Cuando se le pregunta por la forma que tienen las caras del poliedro, Simón Armenta con contundencia que el cubo está formado por seis cuadrados. Cabe destacar que Simón usa la visualización del programa para dar respuesta a lo que se le pregunta. Posteriormente en la actividad de construcción de pirámides y prismas, Simón muestra más soltura en el manejo de Geogebra, y en la realización de las actividades.

Por otro lado, Simón presenta algunas dificultades a la hora de responder preguntas propositivas, muestra de ello es que cuando realiza exitosamente toda la guía de construcción de pirámides, este no puede responder satisfactoriamente un interrogante acerca de la posibilidad de construir un poliedro con base irregular. Lo intenta construir en el programa Geogebra sin mucho éxito. Aun así, es provechoso para el análisis rescatar que Simón usa ahora Geogebra como una herramienta que le ayuda a resolver sus dudas y dar respuesta a lo que se le pregunta.

En la fase de proyecto final, Simón afirma no entender nada de otros poliedros diferentes a los trabajados en el aula, por tal motivo se niega a buscar nuevos poliedros y procedimientos para su construcción.

3.4 Clasificación en los niveles de comprensión

A continuación, se presentan cuatro rúbricas que dan cuenta de los elementos de la comprensión comprendidos en el marco de enseñanza para la comprensión, en cada uno de los cuatro elementos para la comprensión se ubicara a los tres casos en alguno de los niveles de comprensión, esto basado en los argumentos anteriormente desarrollados frente al desempeño de los estudiantes en las diferentes fases de intervención.

Tabla 5: Rúbrica de desempeños dimensión de contenidos

Niveles de comprensión	Contenidos	
	Poliedros	Propiedades de los poliedros
Ingenuo	No responde correctamente cuando se le pregunta por la diferencia entre un poliedro y un cuerpo redondo.	Confunde poliedros como las pirámides y los prismas
Aprendiz	Diferencia a partir de imágenes creadas en Geogebra tipos de poliedros, además reconoce el número de caras a partir del nombre de un poliedro.	Cuenta el número de caras, vértices un poliedro en Geogebra, además pinta los poliedros a partir de su desarrollo.
Novato	Diseña poliedros regulares en el programa Geogebra, además resalta características puntuales de cada uno.	Relaciona un poliedro con su desarrollo en Geogebra, además da cuenta de las diferencias encontradas entre los tipos de poliedros.
Maestría	Interpreta un poliedro creado en Geogebra a partir de una propuesta de aplicación en su entorno.	Propone poliedros para realizar actividades por fuera del aula dependiendo de sus propiedades y conveniencia en sus representaciones.

Tabla 6: Clasificación de nivel de comprensión contenidos

Contenidos		
Nombre	Poliedros	Propiedades de los poliedros
Ana	Novata	Novata
Pedro	Maestría	Novato

Simón	Aprendiz	Novato
-------	----------	--------

Tabla 7: Rúbrica de desempeño dimensión método

Niveles de comprensión	Método	
	Uso del software Geogebra	Moldes elaborados en el programa Geogebra
Ingenuo	Se le dificulta el manejo del computador, en consecuencia, no usa las herramientas del programa Geogebra.	No realiza ningún molde en Geogebra, en consecuencia, no puede imprimir ni elaborar ninguna actividad.
Aprendiz	Reconoce las herramientas que brinda el programa Geogebra, puede realizar procedimientos de muestra y con ayuda de una guía.	Implementa algunos modelos de desarrollo de poliedros, imprimiendo y construyendo algunos moldes predeterminados.
Novato	Crea poliedros a partir de las herramientas propuestas en Geogebra. Utiliza los mismos esquemas enseñados para crear nuevos poliedros y visualizarlos en Geogebra.	Desarrolla adecuadamente el escalonamiento de los modelos que se le requieren. Además, encuentra sentido al desarrollo que ha impreso pudiendo armar el poliedro a partir de su desarrollo.
Maestría	utiliza Geogebra para validar información y crear contenido nuevo en sus proyectos extraescolares. Además, propone nuevos procedimientos dentro de Geogebra para la elaboración de poliedros.	Propone diferentes moldes basándose en la pertinencia a la hora de imprimir y construir. Pone colores y escala los tamaños de cada poliedro.

Tabla 8: Clasificación nivel de comprensión método

Método		
Nombre	Uso del software Geogebra	Moldes creados en Geogebra
Ana	Novata	Maestría
Pedro	Novato	Maestría
Simón	Aprendiz	Aprendiz

Tabla 9: Rúbrica de desempeño dimensión praxis

Niveles de comprensión	Praxis
Ingenuo	No le interesa la relación entre los poliedros y los objetos que usualmente usamos en nuestro entorno. No relaciona como la forma de un poliedro se usa en diferentes contextos
Aprendiz	Da cuenta memorísticamente de diferentes aplicaciones de los poliedros en un contexto determinado.
Novato	Relaciona los poliedros con objetos, además argumenta la importancia de los poliedros diferentes contextos.
Maestría	Relaciona el concepto de poliedro con diferentes contextos, además establece una conexión interdisciplinar para resolver problemas potenciales fuera de las aulas y de la geometría.

Tabla 10: Clasificación nivel de comprensión praxis

Praxis	
nombre	Relación teoría

	y practica
Ana	Maestría
Pedro	Novato
Simón	Aprendiz

Tabla 11: Rúbrica de desempeño dimensión formas de comunicación

Niveles de comprensión	Formas de comunicación	
	Oralidad y expresiones	Argumentación con Geogebra
Ingenuo	Usa expresiones que no son propias de la geometría, se refiere a los elementos geométricos con nombres diferentes o con una mala pronunciación.	No usa las herramientas de Geogebra para explicar la forma las características de los poliedros.
Aprendiz	Usa términos geométricos de forma memorística para evidenciar conocer las características de los poliedros.	Recuerda los procedimientos realizados en el programa y logra reproducir cabalmente cada uno de los pasos, respondiendo a las preguntas relacionando los resultados obtenidos con los pasos realizados en Geogebra.
Novato	Responde a preguntas acerca de los poliedros que expone, además discute de forma asertiva acerca de las aplicaciones y construcción de poliedros.	Interpreta Geogebra como una herramienta mediadora en el aprendizaje de los poliedros validando información y ensayando nuevas construcciones para exponer o explicar conceptos relacionados con poliedros.
Maestría	Genera debates acerca de la	Crea nuevos procedimientos para explicar

	pertinencia de los poliedros y todas sus aplicaciones en los entornos escolares y las problemáticas de su entorno	procedimientos en Geogebra sacando provecho de todas sus herramientas, además propone formas de usar el software en la modelación y explicación de fenómenos por fuera del aula.
--	---	--

Tabla 12: Clasificación nivel de comprensión formas de comunicación

Formas de comunicación		
Nombre	Oralidad y expresiones	Uso de Geogebra para exponer
Ana	Novata	Maestría
Pedro	Novato	Maestría
Simón	Aprendiz	Aprendiz

Por último, analizaremos cualitativamente la comprensión en cada caso. Ana desarrollo con satisfacción las actividades propuestas en la secuencia, además se adaptó con facilidad a Geogebra, en el uso de su lenguaje Ana sobresale, cambiaron sus expresiones, ahora habla como más propiedad acerca de los poliedros con términos propios del área.

En el caso de Pedro siempre tuvo una comprensión significativa de los poliedros desde la actividad diagnóstica, durante las guías de intervención desarrolló todas las actividades profundizando en la manipulación del Geogebra, no habla con mucha claridad, sin embargo, el software le ayuda a mostrar lo que ha comprendido durante el proceso.

En el caso de Simón, durante el proceso mostró algunas dificultades en la comprensión de los poliedros, y el uso de Geogebra. Pesé a que sus desempeños en el desarrollo de la secuencia fueron mínimos, logró obtener un avance significativo desde sus conocimientos intuitivos hasta la somera formalización de algunos conceptos en relación a los poliedros.

4 CAPITULO IV CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 Conclusiones

A partir de los análisis y resultados de la intervención de las tres fases comprendidas en el marco teórico de enseñanza para la comprensión, se concluye:

- Es importante antes de cualquier intervención en el aula que el maestro realice una etapa diagnóstica donde no solo determine el estado actual de los estudiantes en cuanto a sus saberes previos, sino también evidencie fortalezas y debilidades en sus formas de comunicación, facilidades para el manejo de las herramientas, afinidad con el área que se esté trabajando, entre otros factores que pueden llegar a ser importantes dentro del proceso de enseñanza. En particular en esta intervención en la etapa diagnóstica se pudo mostrar que algunos estudiantes no habían adquirido habilidades para representar poliedros con el lápiz y la regla, además existían confusiones en cuanto a las características de los poliedros y sus elementos básicos, así como el desarrollo de los mismos.
- El diseño de una propuesta de intervención se ve enriquecida por la fundamentación teórica, la cual ayuda a estructurar y justificar los diferentes momentos que se proponen. Aporta además los lineamientos de como el maestro determina los avances de los estudiantes. las fases de intervención propuestas por el marco teórico de enseñanza para la comprensión estructuradas a partir de las secuencias didácticas permitieron a los estudiantes elaborar diferentes poliedros en Geogebra, avanzando por pasos y de forma escalonada en la comprensión.
- En particular el marco teórico de enseñanza para la comprensión fue una pieza fundamental dentro de todo el proceso, toda la propuesta giró en torno a la comprensión como eje fundamental. En consecuencia, los estudiantes se vieron más comprometidos con el conocimiento al vincular sus intereses y particularidades en todo el camino hacia la comprensión. El marco teórico aportó además al maestro insumos como los niveles de comprensión, las dimensiones para la comprensión y lineamientos para la evaluación, fundamentales para el análisis de la información y los resultados del trabajo realizado por los estudiantes. esto sumado a lo provechoso que resulto el estudio de casos de tres estudiantes

permitió un seguimiento en la comprensión muy puntual, y que permitió además evidenciar a partir de la etapa diagnóstica su evolución en todo el proceso.

- Geogebra es una herramienta útil en la enseñanza de la geometría, permite a los estudiantes construir, y validar información sin necesidad de tener habilidades muy sobresalientes para dibujar y representar objetos matemáticos. Se convierte entonces en un aliado dentro del aula de matemáticas. Su intuitivo manejo, apoyo de la comunidad en la web, además de infinidad de bondades para la el aprendizaje de la geometría, permitió a estudiantes y maestro visualizar y dar a conocer los poliedros con todas sus características sin importar su complejidad.
- Enseñar el tema de poliedros exige un considerable grado de abstracción, explicar con regla y marcador las propiedades de los poliedros resulta engorroso, sin embargo al usarse una herramienta como Geogebra, y estructurar una propuesta de intervención apoyada por el marco teórico de enseñanza para la comprensión, los estudiantes se mostraron muy interesados por el tema, constantemente en las actividades diseñaban diferentes poliedros , proponiendo nuevas formas de construcción y buscando nuevos poliedros para representar, resulto entonces un tema muy significativo para los estudiantes.

4.5 Recomendaciones

- Durante el proceso de diseño de la propuesta es fundamental que se desarrolle una etapa de reconocimiento donde se pueda determinar el estado de los estudiantes a nivel de conocimientos previos, formas en que se comunican, gustos y preferencias, manejo de diferentes herramientas. Todo esto con el fin de poder diseñar acordemente y con una intencionalidad clara la propuesta.
- Se recomienda relacionar la propuesta con los lineamientos curriculares, prestando especial atención a las competencias propuestas por el ministerio en el pensamiento espacial para el grado en que se desee realizar la intervención, así mismo revisar los diferentes referentes teóricos en educación matemática planteados en los lineamientos.

- Se debe tener en cuenta además que la comprensión es el eje principal de la propuesta, en consecuencia, todas las acciones y esfuerzos que se realicen deben estar enfocadas en mejorar los procesos de comprensión basándose en los elementos de la comprensión.
- El software Geogebra presenta diferentes bondades para la enseñanza de la geometría, es un software intuitivo con una curva de aprendizaje conveniente, sin embargo, se recomienda desarrollar diferentes tutoriales escritos y audiovisuales para que los estudiantes se puedan orientar en el desarrollo de las diferentes actividades.
- Se recomienda el uso de diferentes herramientas diferentes al marcador y tablero tradicionales dentro de nuestro sistema educativo, además fundamentar las intervenciones a partir de diferentes referentes teóricos que permitan articular herramientas, métodos de recolección de la información con el fin de evidenciar de forma acertada los diferentes procesos de los estudiantes.

Referencias

- Acevedo Vélez, D. P. (2011). Comprensión del concepto de probabilidad en estudiantes de décimo grado.
- Barzola Cruz, D. L., & Jefferson, L. C. D. (2017). *Las tecnologías de la información y la comunicación en el aprendizaje* (Bachelor's thesis, Universidad de Guayaquil, Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación).
- Bell, E. T. (2016). *Historia de las matemáticas*. Fondo de cultura económica.
- Clemente, E. M. A. ENSEÑANZA DE LOS POLIEDROS CON CABRI 3D. *Actas del VII CIBEM ISSN, 2301(0797)*, 6820.
- Gil Pérez, D. (1993). Enseñanza de las ciencias matemáticas tendencias e innovaciones.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). Metodología de la investigación.
- Hoyos, E. A., & Pérez, L. I. (2015). Cursillo: visualización espacial de los poliedros regulares. *Encuentro Internacional de Matemáticas-EIMAT, 4(1)*, 137-139.
- Liste, R. L. (2008). Geogebra: La eficiencia de la intuición. *La Gaceta de la RSME, 10(1)*, 223-239.
- Mesias, O. (2010). La investigación cualitativa.
- Paz, M. (2003). Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones. *Editorial Mcgraw Hill. México DF*.
- Rodríguez, J. A. B., & Behaine, J. D. C. B. Explorar y descubrir para conceptualizar: ¿qué es un poliedro? *MATEMÁTICA EDUCATIVA*, 1108.
- Sampieri, R. H. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill México.
- Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata.
- Tobón, S. T., Prieto, J. H. P., & Fraile, J. A. G. (2010). Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias.
- Torres Rodríguez, C. A., & Recedo Lobo, D. M. (2014). *Estrategia didáctica mediada por el software Geogebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en*

Estudiantes de 9° de Básica Secundaria (Doctoral dissertation, Universidad de la Costa CUC).

Vargas Vargas, G., & Gamboa Araya, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1).

Zapata, F., & Cano, N. (2008). El universo de los poliedros: experiencias significativas con el doblado de papel y las construcciones geométricas.

A. ANEXO: PRUEBA DIAGNOSTICA

Prueba diagnóstica grado séptimo

Tema: Los poliedros

Elaborado por: Jhon Edwar Gómez Berrío

Objetivo: Identificar el estado la comprensión del concepto de poliedro en estudiantes del grado séptimo de la institución educativa rural San José de la Ahumada.

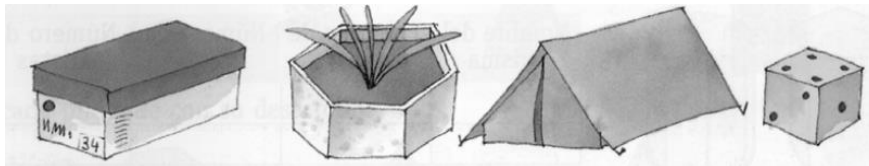
Tiempo estimado: 90 minutos

1. Lee la información y luego responde:

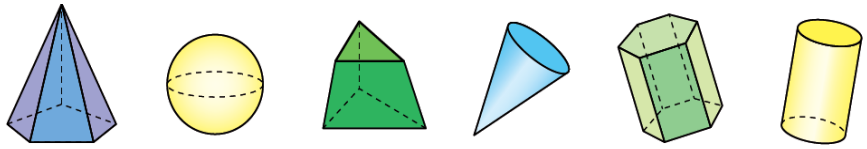
Los poliedros

Un poliedro es un cuerpo geométrico de caras poligonales. La intersección de dos caras se llama “arista” y cada extremo de una arista se llama “vértice”.

muchos objetos que usualmente utilizamos tienen forma de poliedro.



Encierra con color verde los cuerpos que sean poliedros, y de color rojo los que no lo son.

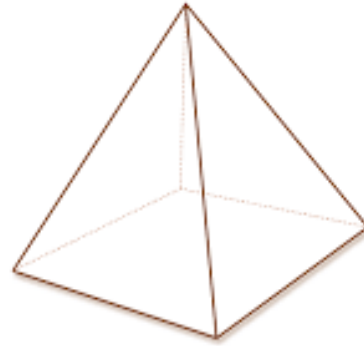


2. Dibuja tres objetos de tu diario vivir que tengan forma de algún poliedro:

--	--	--

3. Colorea la siguiente pirámide de base cuadrada de las siguientes formas:

- Los vértices de color verde
- Las aristas de color azul
- Las caras de color amarillo

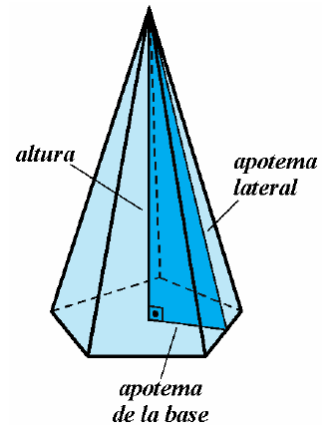


4. Lee la información y luego completa la tabla

Las pirámides

Son poliedros formados por una base que puede ser cualquier polígono las caras laterales son triángulos que tienen un vértice en común.

Por ejemplo, el siguiente es una pirámide pentagonal su base es un pentágono.



Polígono de su base	Nombre de la pirámide	Nº de vértices	Nº de caras
Triángulo			
Hexágono			

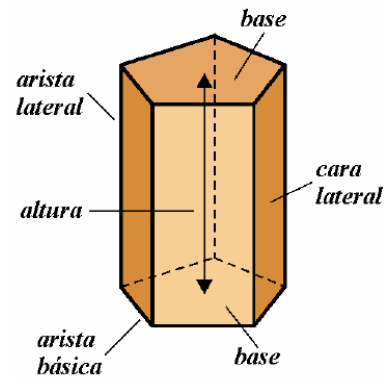
Cuadrado			
Octágono			

5. Completa con tus propias palabras la siguiente información, luego completa la tabla.

Los prismas

Los prismas son poliedros formados por _____ bases que pueden ser cualquier polígono. Las caras laterales son _____

Por ejemplo, el siguiente es un prisma _____ su base es un _____



Polígono de sus bases	Nombre del prisma	Nº de vértices	Nº de caras
Triángulo			
Hexágono			
Cuadrado			
Octágono			

6. Responde falso o verdadero según corresponda

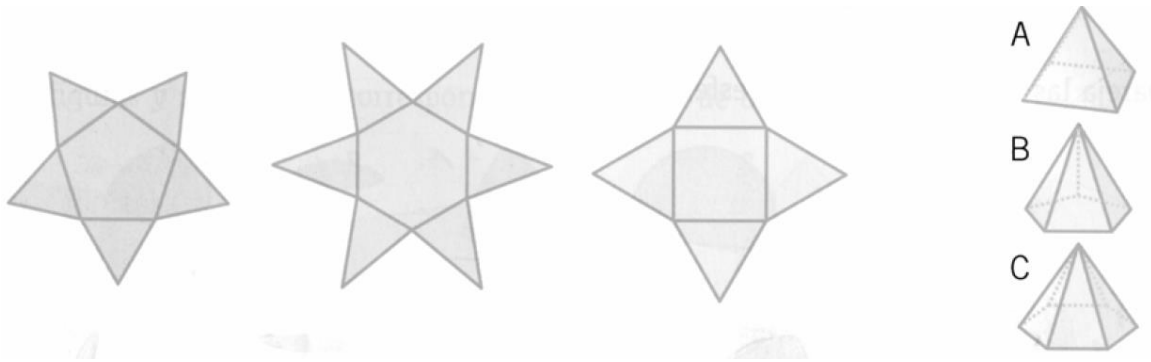
- a. Existen pirámides de 3 caras _____
- b. Las caras laterales de un prisma son rectángulos _____
- c. Si una pirámide tiene 5 caras deberá tener 5 vértices _____
- d. Un prisma puede tener bases irregulares _____

7. Explica en qué se diferencia un prisma y una pirámide:

8. Dibuja un prisma y una pirámide



9. Relacione cada una de las pirámides con su respectivo desarrollo.

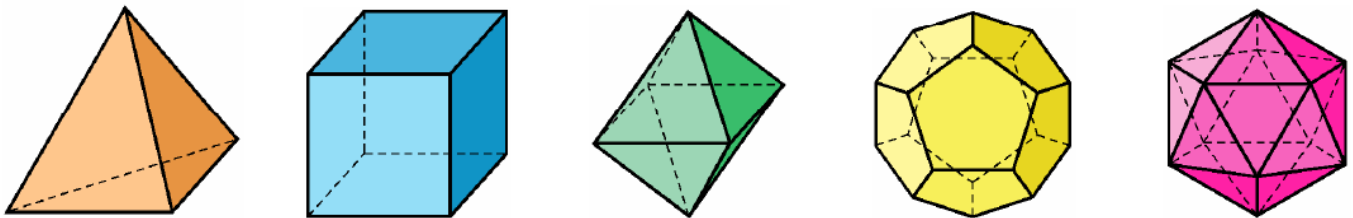


10. Lee la información y responde

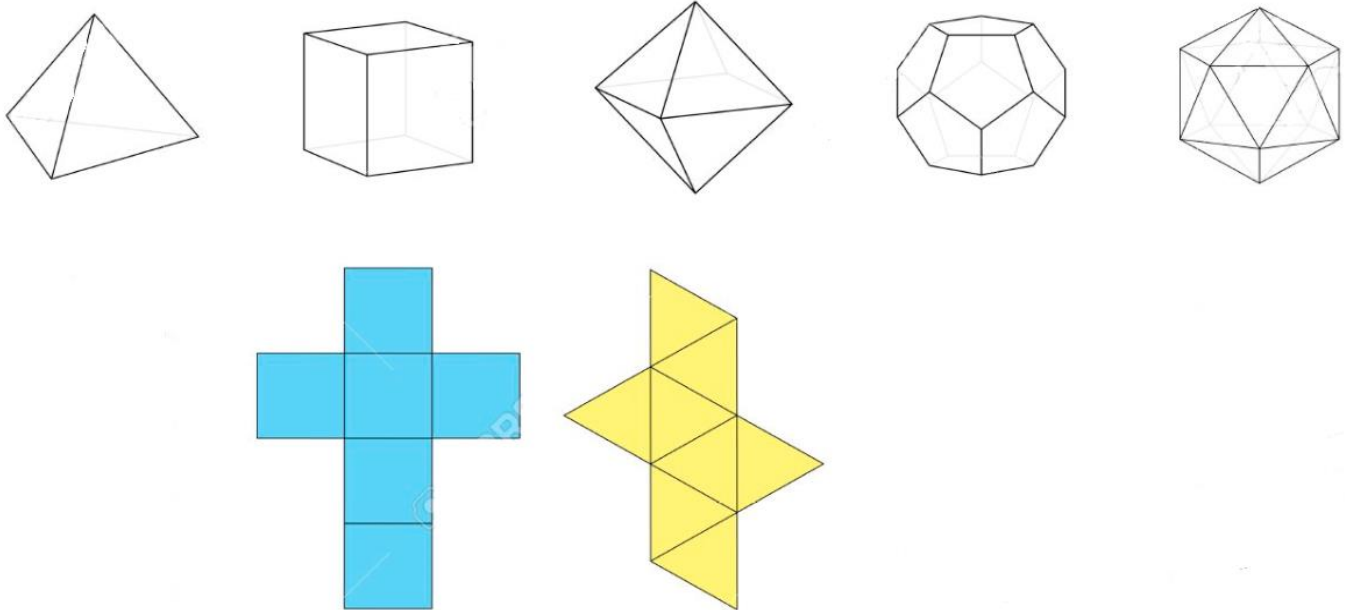
Los poliedros regulares o sólidos platónicos

son aquellos cuyas caras son polígonos regulares iguales y en cada vértice concurren el mismo número de caras.

Escribe cuantas caras tiene cada uno de los sólidos platónicos y dibuja el polígono con que se forma cada uno de los siguientes polígonos regulares:



11. Realiza el desarrollo de los poliedros faltantes, tal como en los ejemplos:



B. ANEXO: CONSTRUCCIÓN DE POLIEDROS

Construcción de poliedros

Nombre: _____

Objetivos de la actividad

- Familiarizar a los estudiantes con el programa Geogebra.
- Construir polígonos y poliedros regulares en Geogebra.
- Identificar propiedades de los polígonos y poliedros.
- Relacionar poliedros con su desarrollo.

Indicaciones

- La actividad se deberá desarrollar en dos horas.
- Se debe tener a disposición el programa Geogebra.

Introducción

En la siguiente actividad se utilizará el programa Geogebra como herramienta para la enseñanza de los poliedros y su aprendizaje, cada estudiante deberá tener el programa y

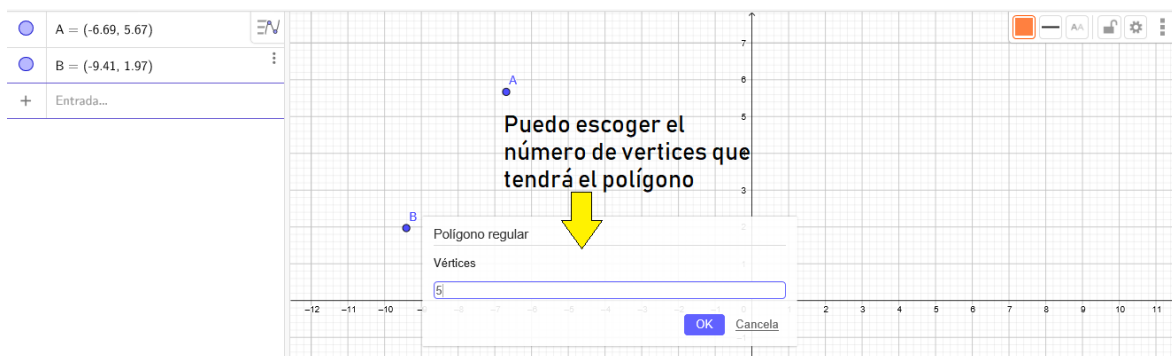
desarrollando cada paso. Lea a continuación cada uno de los pasos y desarróllelos en el programa Geogebra, siga las indicaciones en cada caso.

Construcción de las caras de un polígono

comúnmente algunas caras de los poliedros están formadas por polígonos regulares, a continuación, aprenderemos a graficarlos en el programa Geogebra. Seleccionamos a la opción de polígono regular.



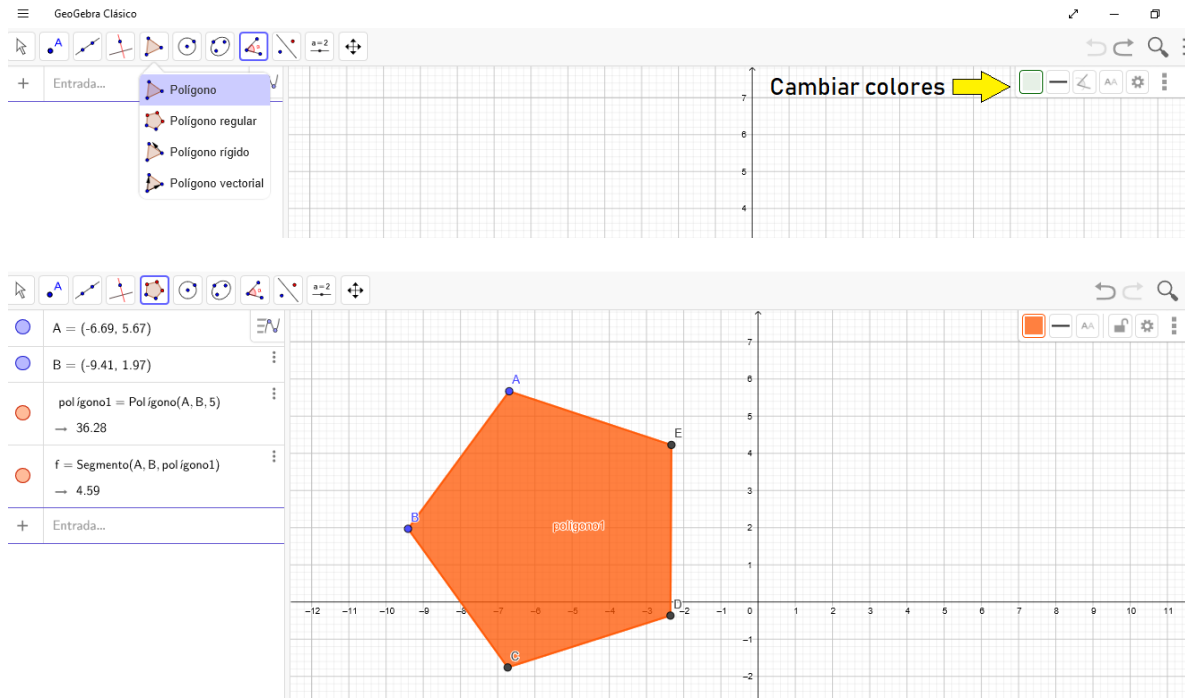
Procedemos con un clic izquierdo para que aparezca el vértice A, seguidamente en otro lugar



damos un nuevo clic izquierdo para que aparezca el vértice B.

una vez escoja el número de vértices que tendrá el polígono, clic en ok y se genera el polígono regular de 5 lados llamado **Pentágono**

Ahora es tu turno de graficar un polígono **irregular**, recuerda cambiar el color del poliedro



En el siguiente espacio deberás poner una captura de pantalla con el grafico realizado



Grafica ahora un polígono de 13 lados regular y otro de trece lados irregular, toma las capturas de pantalla en los siguientes espacios.



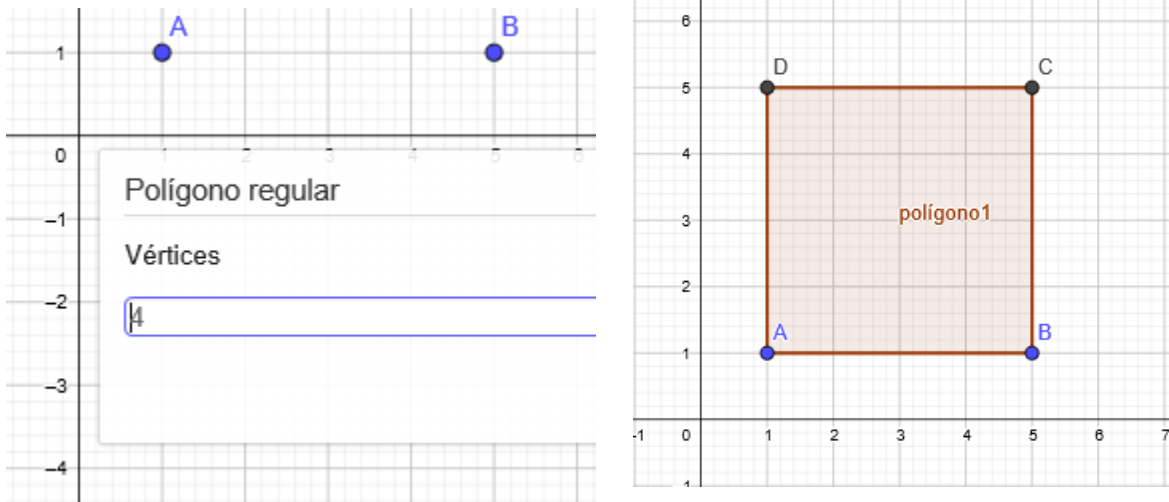
Responde las siguientes preguntas:

- a. ¿Qué diferencia puedes encontrar entre ambos poliedros?

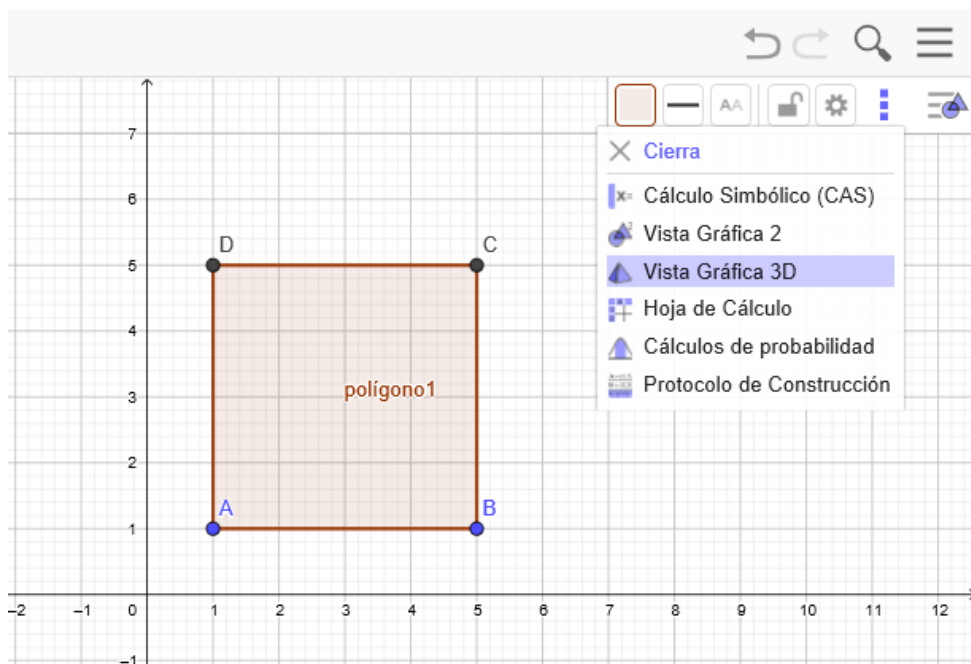
- b. ¿El número de vértices de un polígono cualquiera siempre es igual al número de lados?

c. ¿Es posible dejar un polígono abierto? Prueba con Geogebra

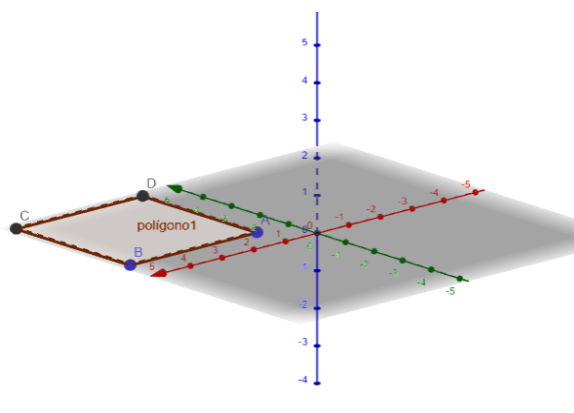
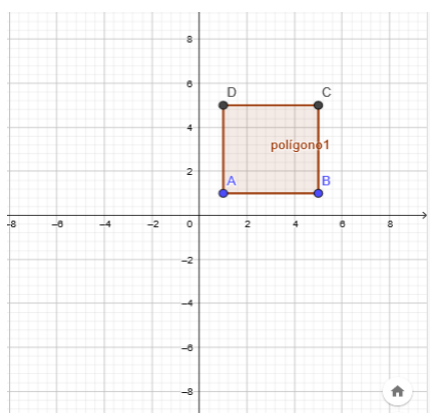
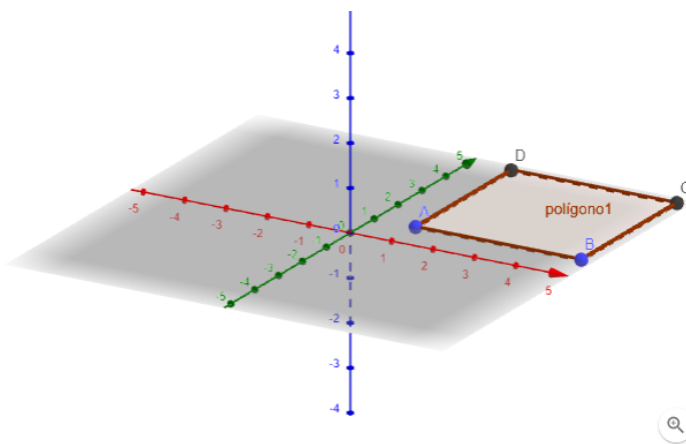
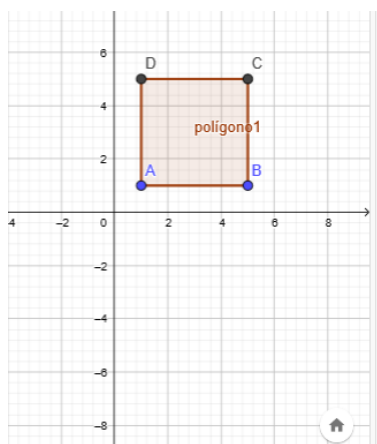
Realiza la gráfica de un cuadrado, de lado arbitrario.



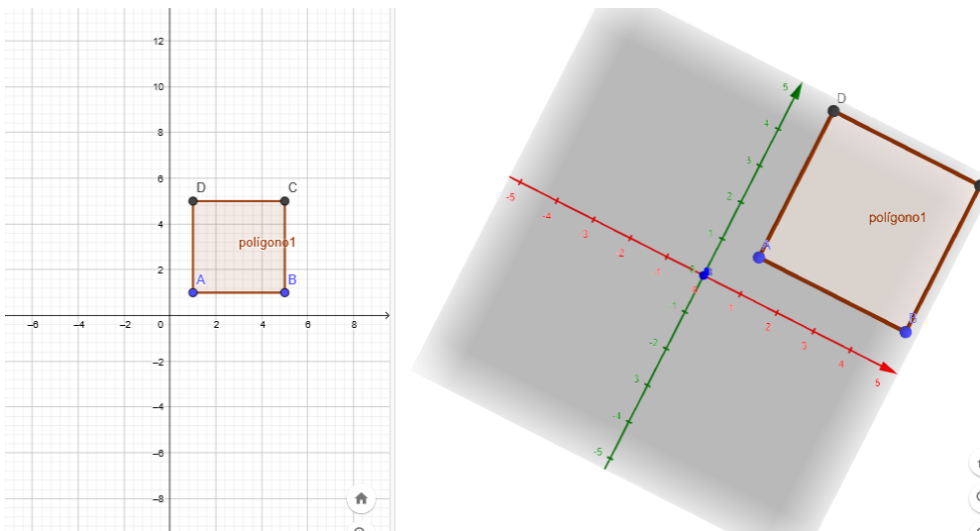
Se formará un cubo, puedes pintarlo como quieras, ahora ve al icono señalado para ver la vista gráfica en tres dimensiones:



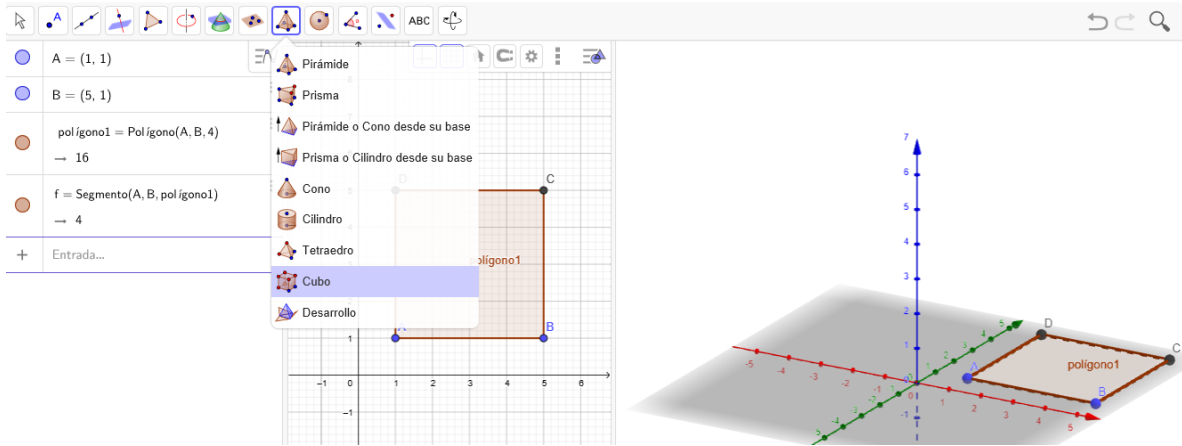
Ahora veremos el mismo plano trabajado, pero en el espacio, debes suponer que el cuadrado que acabamos de graficar quedo ahora en el piso.



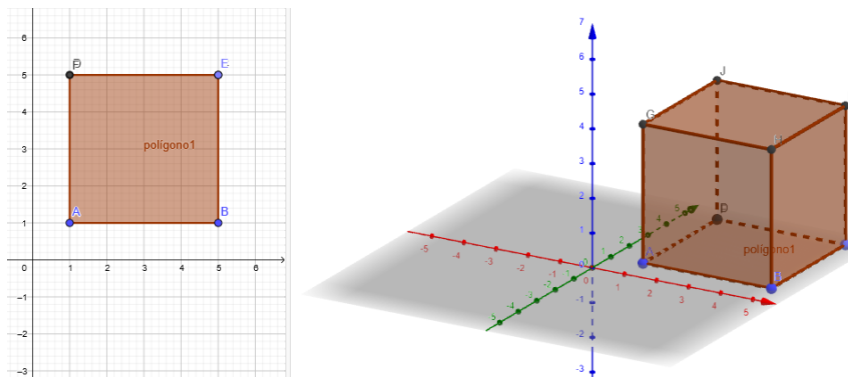
Como puedes notar, el cuadrado que habíamos dibujado ahora tiene otra perspectiva, aunque visualmente en un primer momento parece un cuadrilátero irregular, en realidad solo es la perspectiva, dale clic izquierdo para rotar todo el plano, y comprobar que efectivamente se trata del mismo cuadrado.



Posteriormente elaboraremos un cubo, desplazándonos a la barra de inicio, seleccionamos la opción del cubo



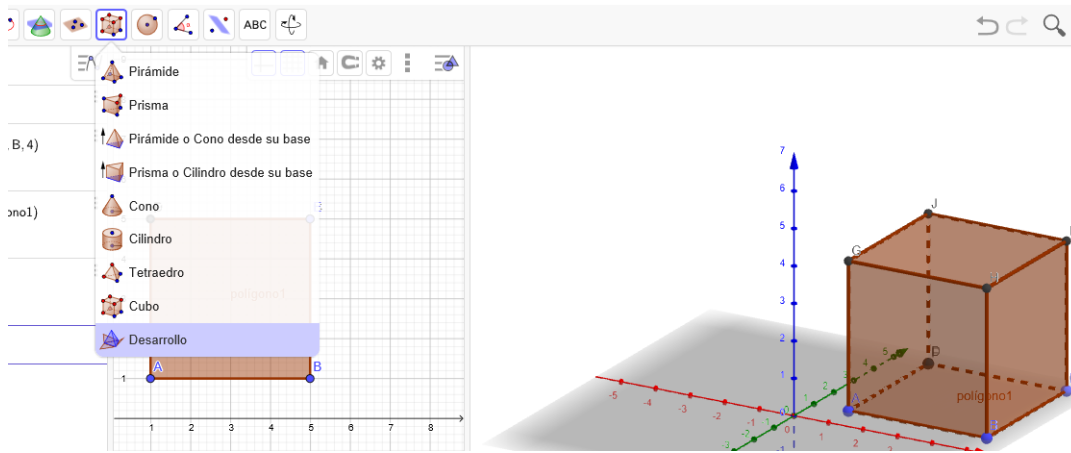
Damos clic izquierdo a los vértices A y B para formar el cubo



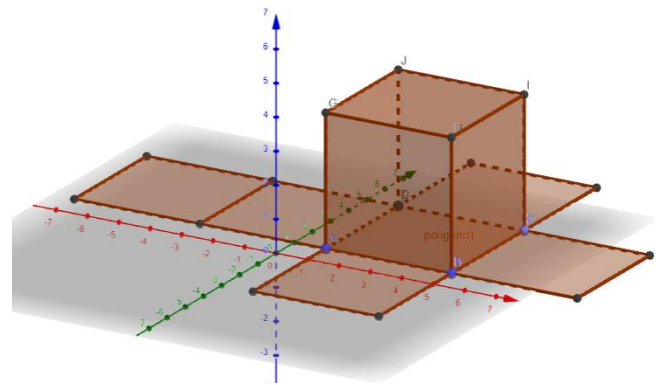
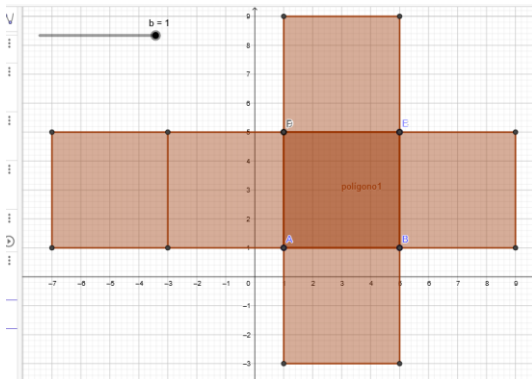
Ahora vamos a contar cuantas caras tiene el cubo, basta con darle clic izquierdo en el fondo de la vista 3D para rotar el cubo y poder contar sus caras.

- ¿Cuántas caras tiene el poliedro? _____
- ¿De qué polígono tienen forma las caras? _____

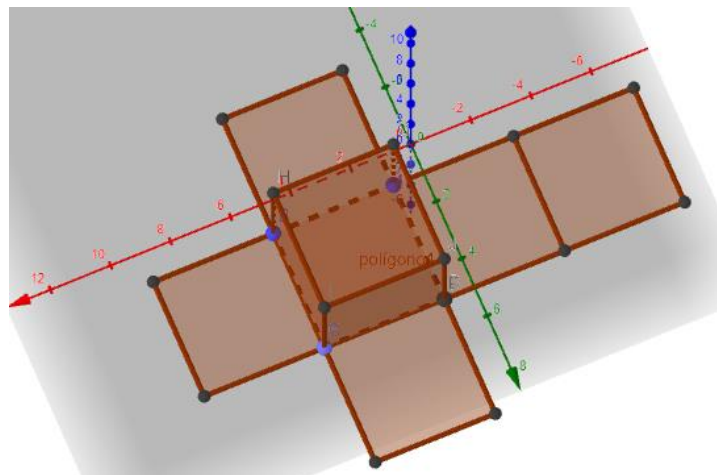
Vamos ahora a desarrollar el polígono, seleccionamos la opción de desarrollo



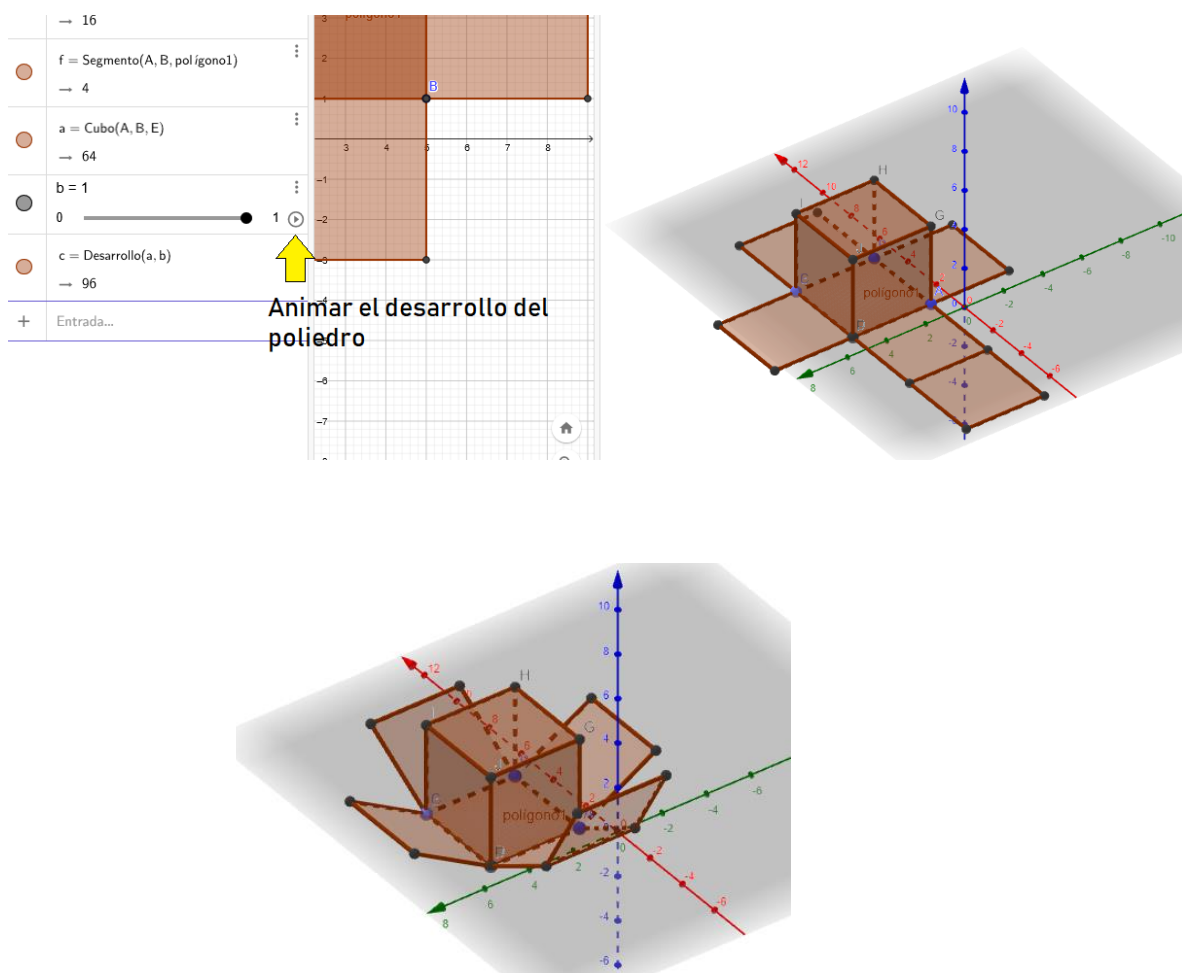
Luego damos clic izquierdo sobre el cubo para mostrar el desarrollo tanto en tres como en dos dimensiones.



Puedes de igual forma girar el cubo para seguir visualizando las piezas de su desarrollo



Con ayuda del botón de animación podremos visualizar la animación con detenimiento.



C. ANEXO: CONSTRUCCIÓN DE PIRÁMIDES

Construcción de pirámides

Nombre: _____ Grado: _____

Objetivos de la actividad

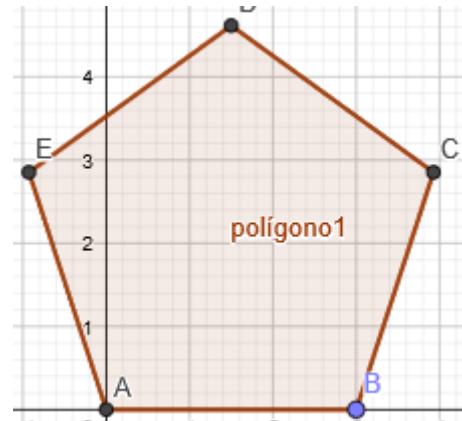
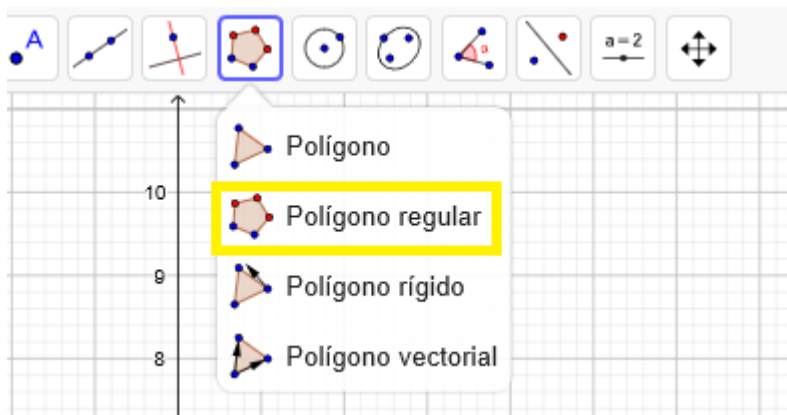
- Construir pirámides en el programa Geogebra
- Identificar propiedades de las pirámides
- Desarrollar y clasificar pirámides

Indicaciones

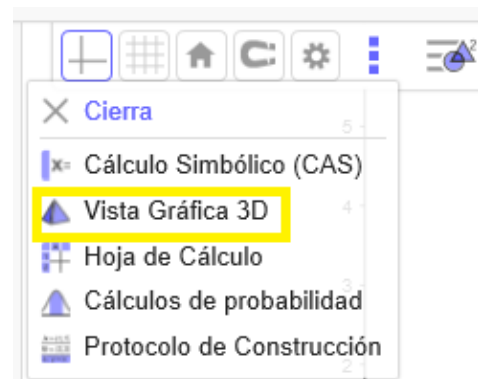
- La actividad se deberá desarrollar en dos horas.
- Se debe tener a disposición el programa Geogebra.

Lea a continuación cada uno de los pasos y desarróllelos en el programa Geogebra, al final hay un cuestionario el cual se debe desarrollar.

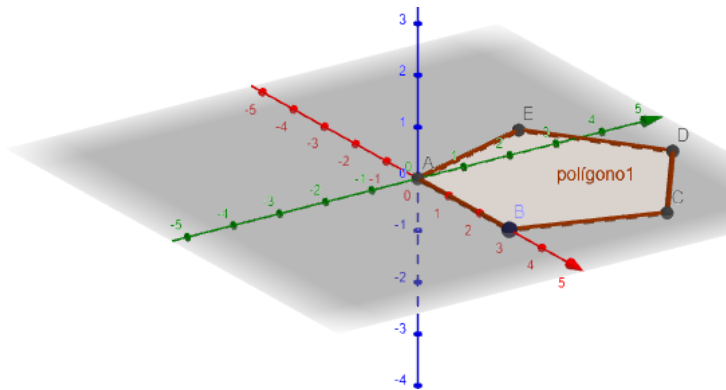
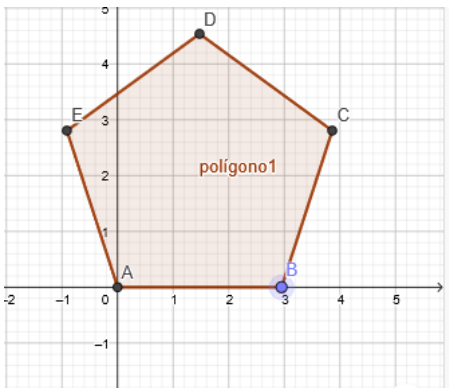
1. Para formar nuestro polígono una pirámide lo primero que debemos hacer es construir una base, un polígono regular. Dicho polígono puede tener los lados que se desee, en este caso tendrá 5 lados, es decir, formaremos un pentágono.



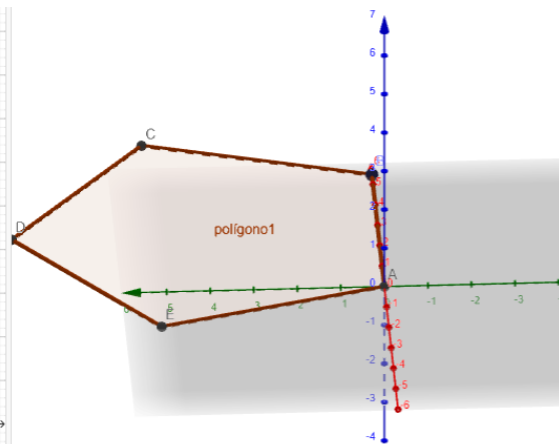
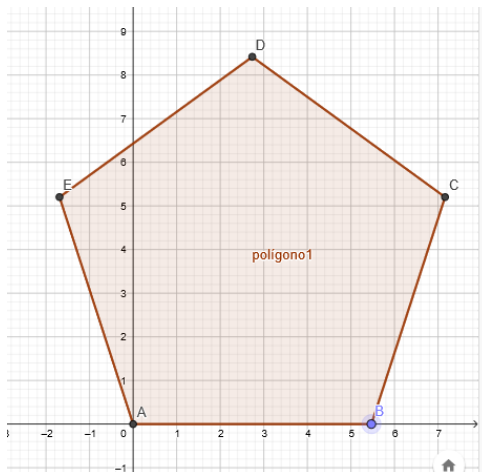
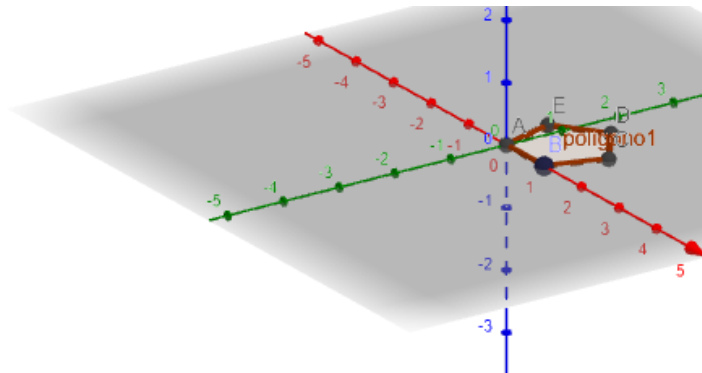
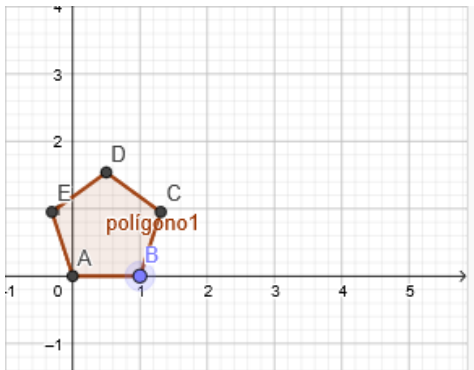
Una vez esté formado el pentágono activaremos la vista gráfica en 3D, esquina superior derecha



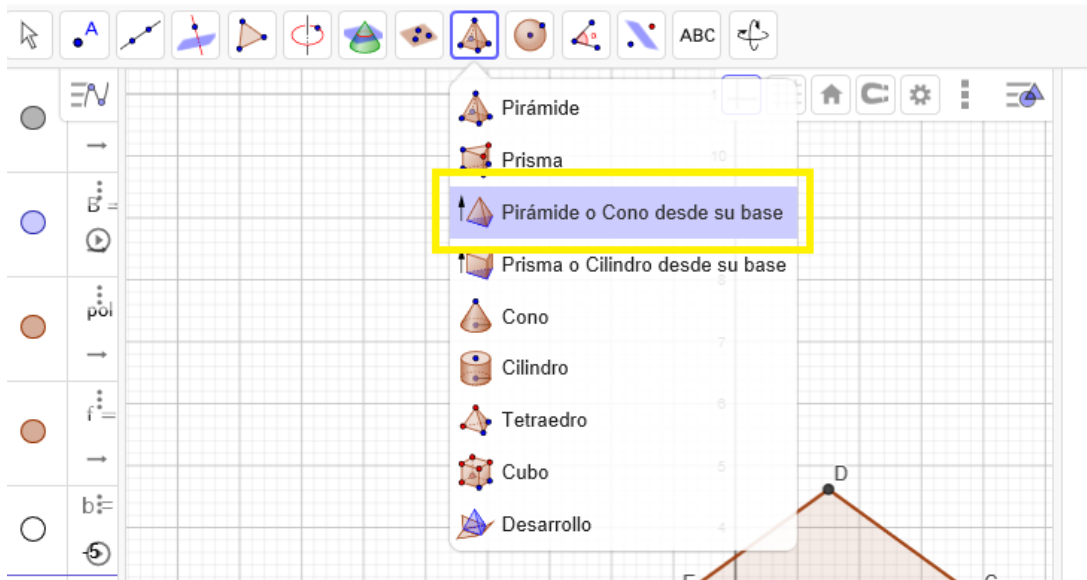
Recuerda girar el plano con el cursor para visualizar por completo el poliedro



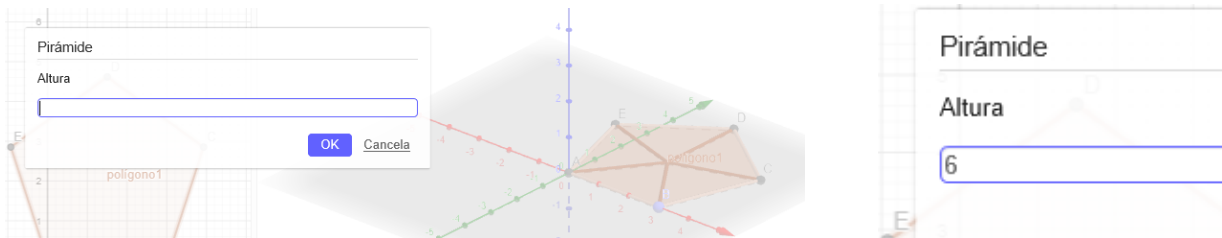
2. Si cambias de lugar el punto b, conseguirás prolongar o alargar los lados del polígono, podrás notar que en la vista 3D también cambia.



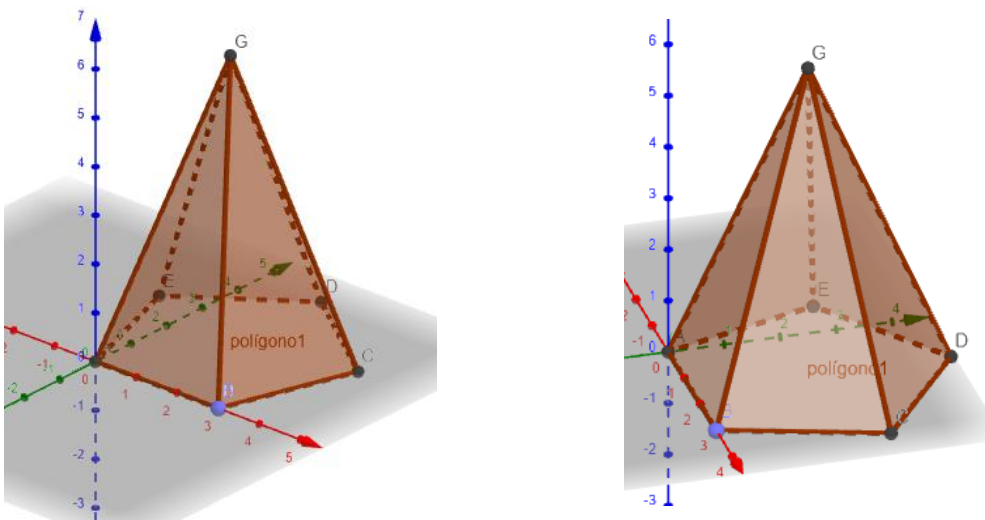
Una vez que tenemos la base pentagonal, solo resta formar la pirámide, como en se muestra



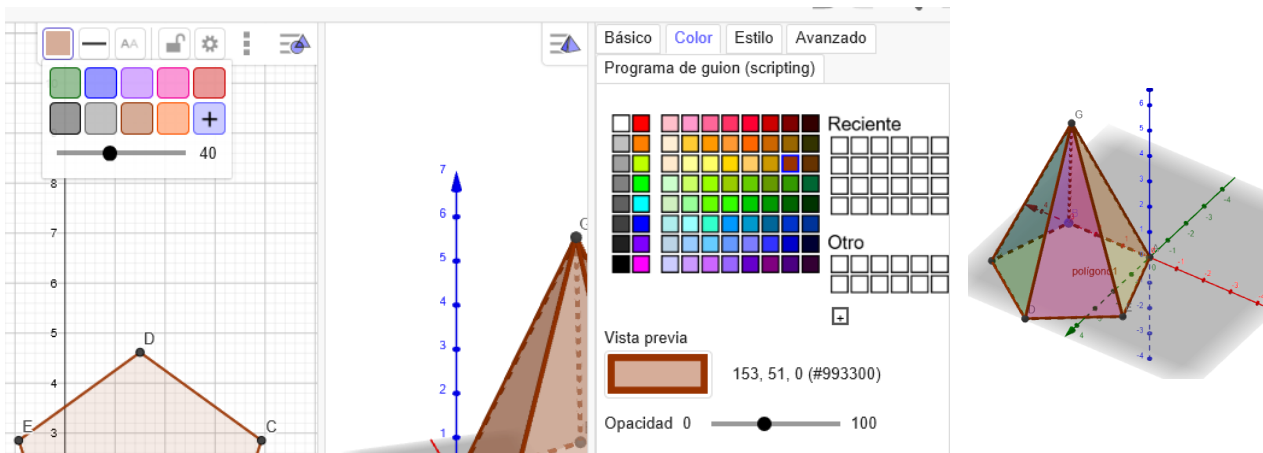
3. Para formar nuestra pirámide primero debemos señalar la base (El pentágono) luego y luego debemos dar un valor a la altura de la pirámide. En este caso será una altura de 6 unidades.



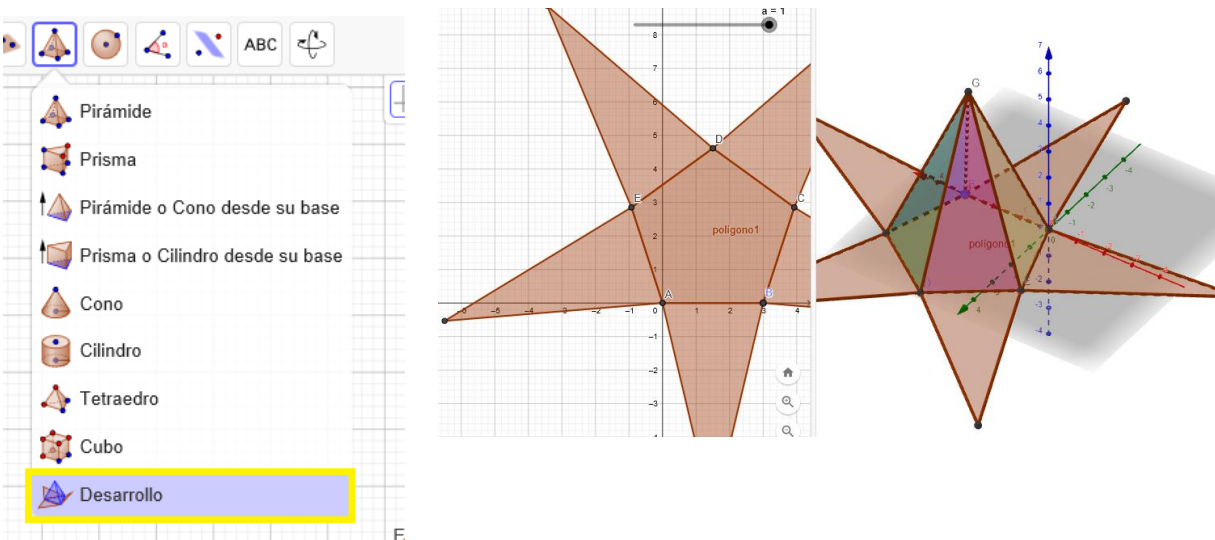
Con el cursor podrás manipular la pirámide, girarla, y verla desde diferentes perspectivas.



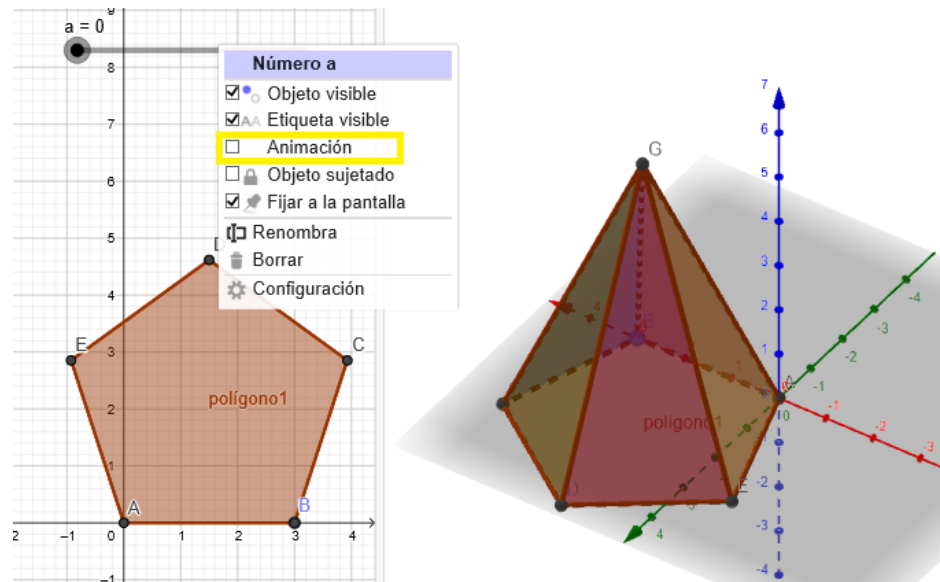
4. Señalaremos una cara de la pirámide, y luego en la opción de color personalizamos con el color que más nos guste. Al final la pirámide deberá quedar pintada de diferentes colores.



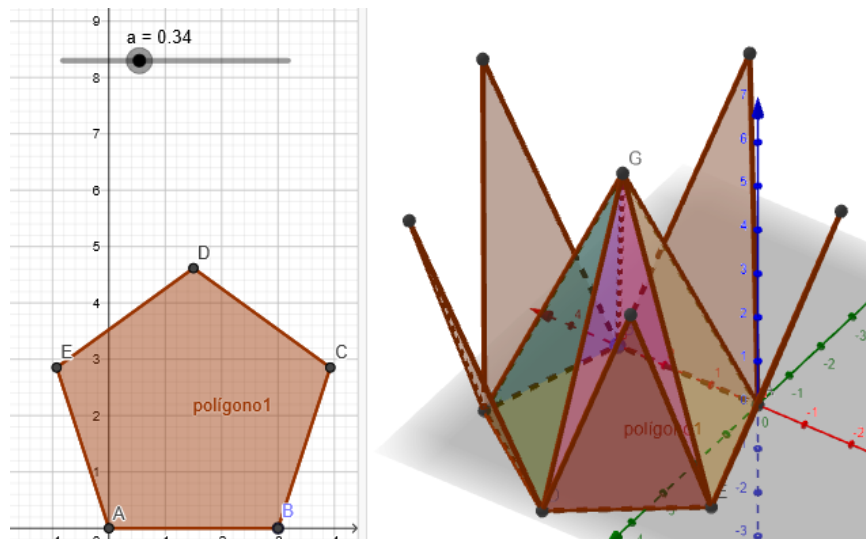
A continuación, seleccionamos la opción de desarrollo



5. una vez que aparezca el deslizador con la letra **a**, damos clic derecho sobre sobre este para realizar la animación de la pirámide



Quando el desarrollo se esté efectuando podrás girar el plano para ver lo que sucede desde diferentes perspectivas.

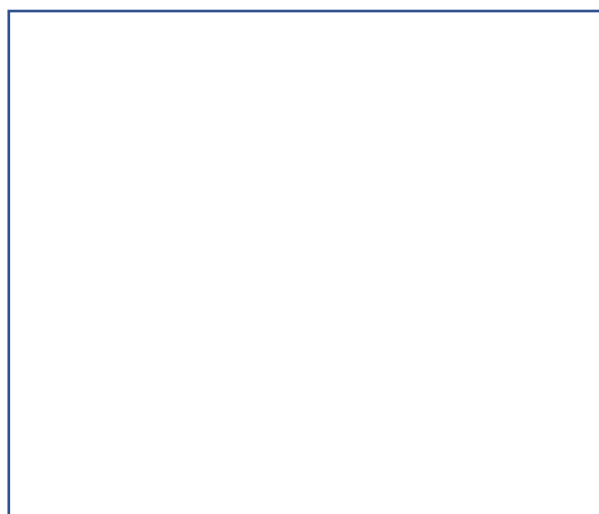
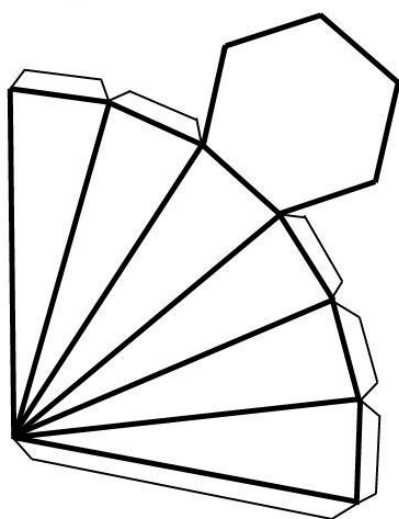


Cuestionario

1. ¿cuántas caras componen esta pirámide? Puedes ayudarte con el desarrollo de la pirámide
2. ¿Estas caras tienen el mismo tamaño? Argumenta tu respuesta
3. ¿Es posible construir una pirámide que tenga una base de 10 lados? Argumenta tu respuesta
4. ¿Es posible realizar una pirámide partiendo de un polígono base que no sea regular (lados iguales)? Argumenta tu respuesta. Puedes ayudarte de Geogebra para llegar a la respuesta
5. Realiza en Geogebra una pirámide que tenga como base un octágono regular (polígono de ocho lados) toma una captura de pantalla y pégala en el siguiente recuadro



6. El siguiente es un desarrollo de un poliedro, constrúyelo en Geogebra, luego toma una captura de pantalla al poliedro construido



7. La siguiente es una vista aérea de la pirámide de Giza en Egipto, represéntala por medio del programa Geogebra, toma una captura de pantalla.



D.ANEXO: CONSTRUCCIÓN DE PRISMAS CON ALTURA VARIABLE

Construcción de primas de lados y alturas variables

Nombre: _____ Grado: _____

Objetivos de la actividad

- Construir prismas en el programa Geogebra
- Identificar propiedades de los prismas
- Desarrollar y clasificar prismas

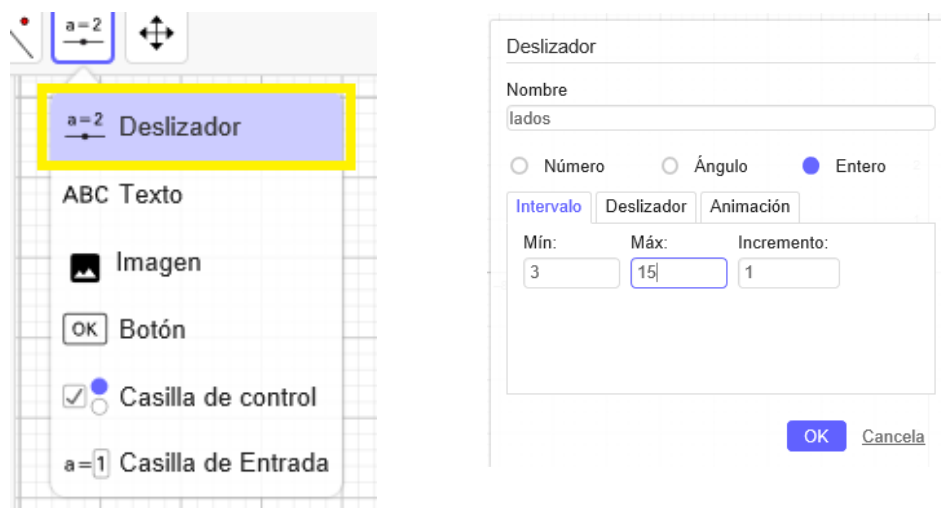
Indicaciones

- La actividad se deberá desarrollar en dos horas.
- Se debe tener a disposición el programa Geogebra.

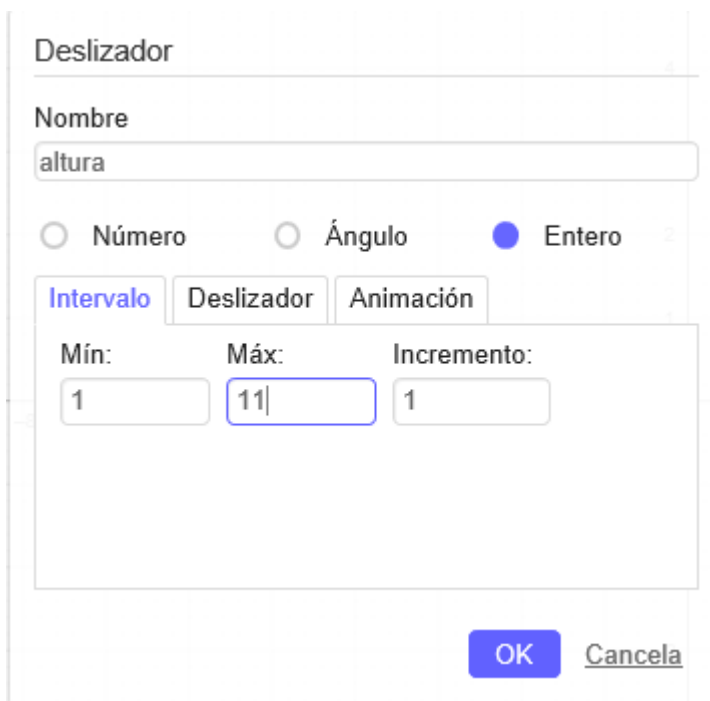
Lea a continuación cada uno de los pasos y desarróllelos en el programa Geogebra, al final hay un cuestionario el cual se debe desarrollar.

Para la construcción de los prismas iniciaremos insertando dos deslizadores, de nombres: altura y lados.

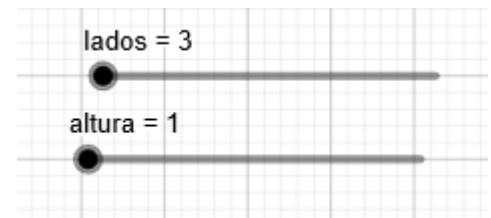
Los deslizadores pueden estar en el intervalo que deseemos, en este caso las bases de nuestros prismas pueden ir desde 3 lados hasta 15, pero se puede realizar el número de lados que se desee, el número de lados deberá ser un entero positivo



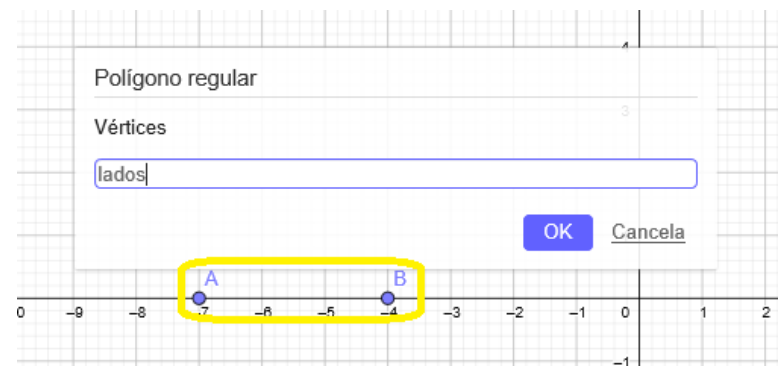
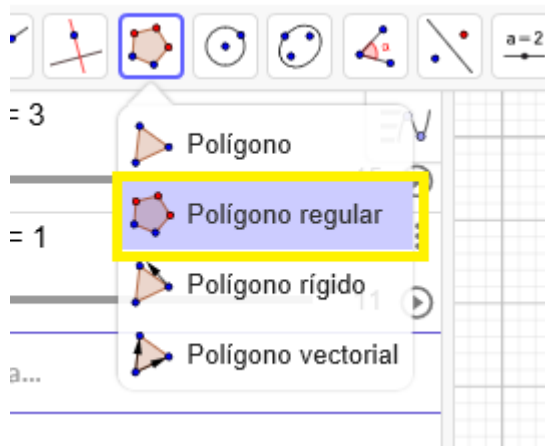
En el caso de la altura, esta también puede tener cualquier valor, para este caso tendrá valores entre 1 y 11. Una vez terminamos los deslizadores se podrán visualizar de la siguiente forma.



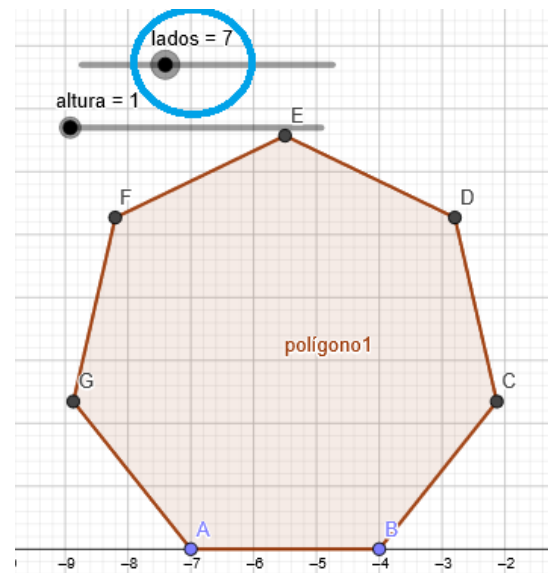
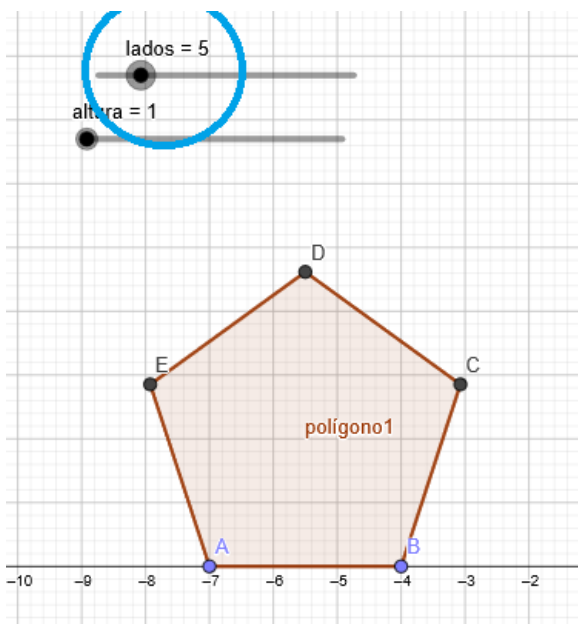
The image shows a configuration dialog box titled "Deslizador". It has a text field for "Nombre" containing "altura". Below it are three radio buttons: "Número", "Ángulo", and "Entero", with "Entero" selected. There are three tabs: "Intervalo", "Deslizador", and "Animación", with "Intervalo" selected. Under the "Intervalo" tab, there are three input fields: "Mín:" with "1", "Máx:" with "11", and "Incremento:" with "1". At the bottom right are "OK" and "Cancela" buttons.



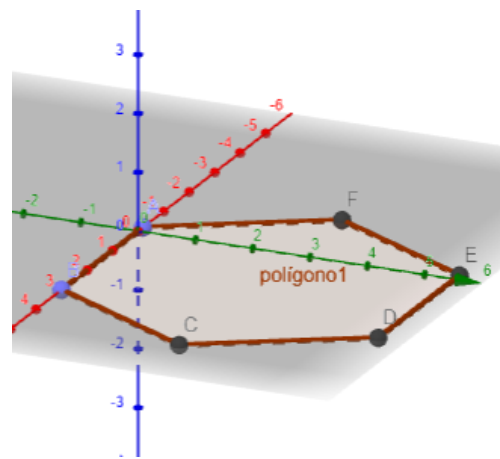
Luego se inserta un polígono regular, pero en este caso el número de lados es el deslizador lados.

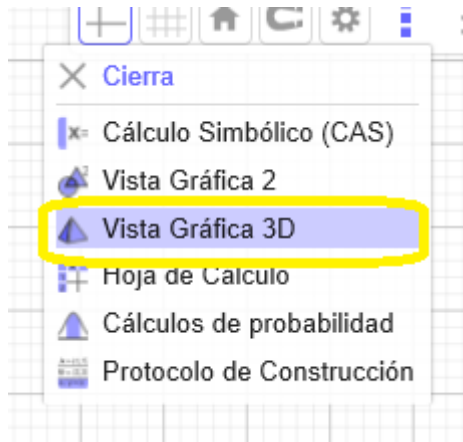


cómo puedes observar al mover el deslizador, el número de lados del polígono cambia

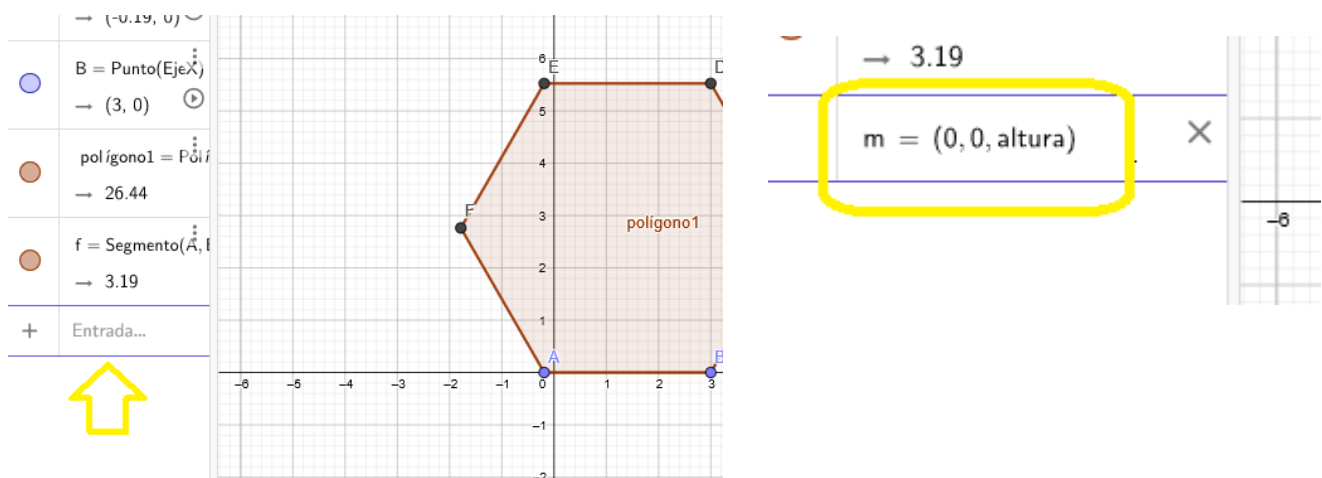


ahora vemos la vista en 3D

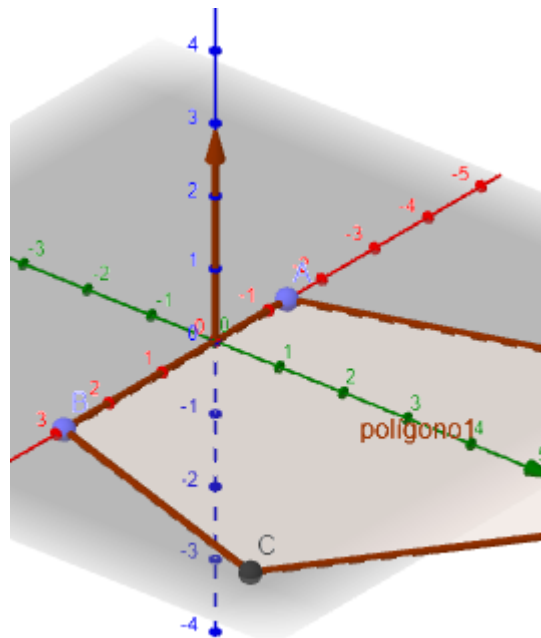




Posteriormente insertamos una entrada de un punto en tres dimensiones

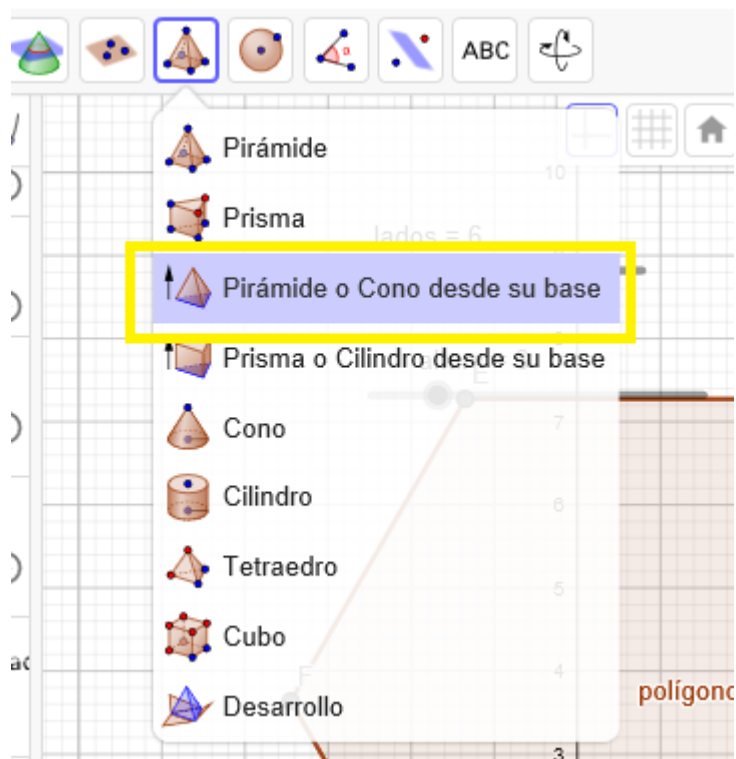


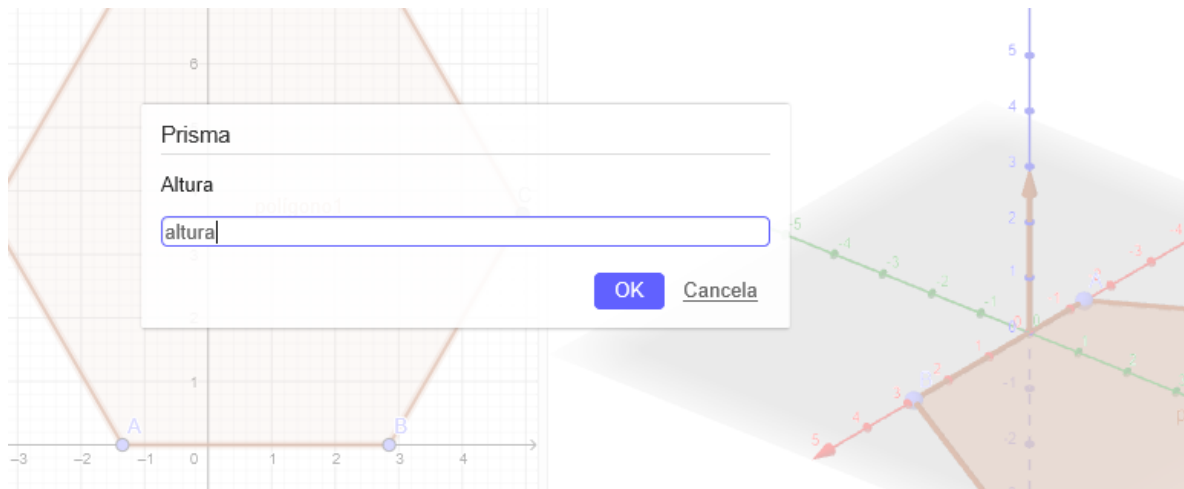
La altura se refleja en la



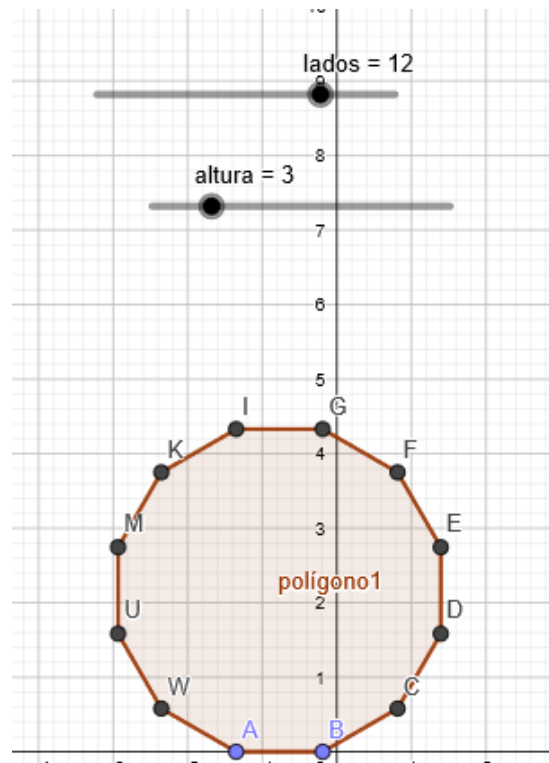
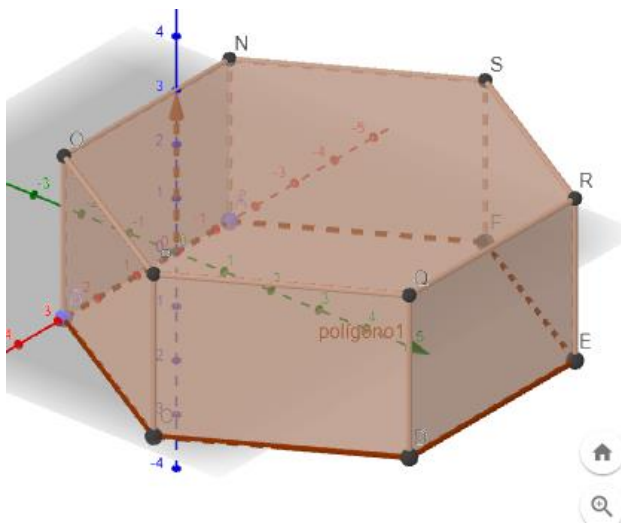
representación 3D

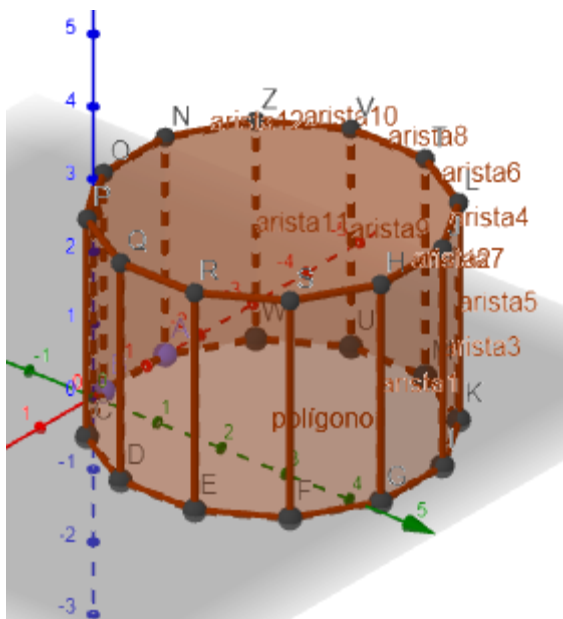
Se inserta un prisma desde su base





Al manipular el los deslizadores, podrás evidenciar que los lados del prisma y la altura cambian





E. ANEXO: CONSTRUCCIÓN DE SÓLIDOS PLATÓNICOS

Construcción de solidos platónicos

Nombre: _____ Grado: _____

Objetivos de la actividad

- Construir los cinco solidos platónicos en el programa Geogebra
- Identificar propiedades de los sólidos platónicos
- Desarrollar y los sólidos platónicos.

Indicaciones

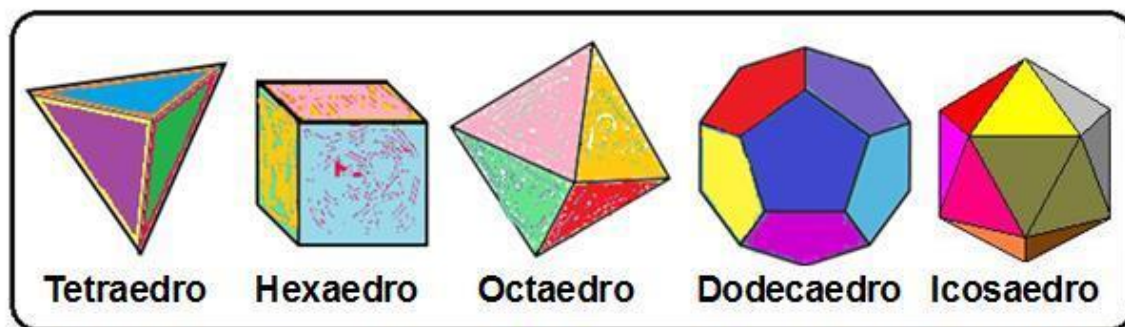
- La actividad se deberá desarrollar en dos horas.
- Se debe tener a disposición el programa Geogebra.

Introducción:

Las propiedades de estos poliedros son conocidas desde la antigüedad clásica, hay referencias a unas bolas neolíticas de piedra labrada encontradas en Escocia 1000 años antes de que Platón hiciera una descripción detallada de los mismos

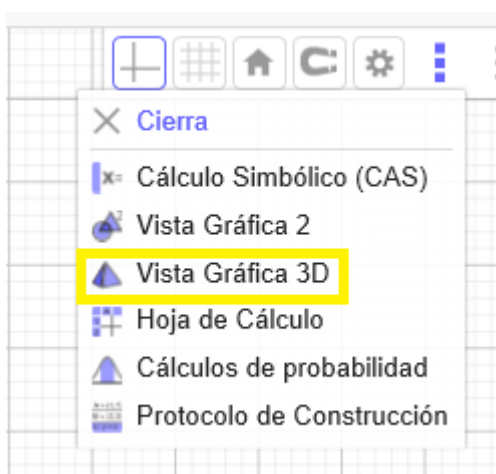
Como los sólidos poliedros están formados por polígonos, es decir el Tetraedro, el Octaedro y el Icosaedro está formado por 3, 8 y 20 triángulos equiláteros respectivamente, el cubo o hexaedro está formado por 6 cuadrados y el Dodecaedro está formado por 12 pentágonos, el origen de la problemática puede estar en las figuras planas como son el triángulo, el cuadrado y el pentágono

Los sólidos platónicos Son:

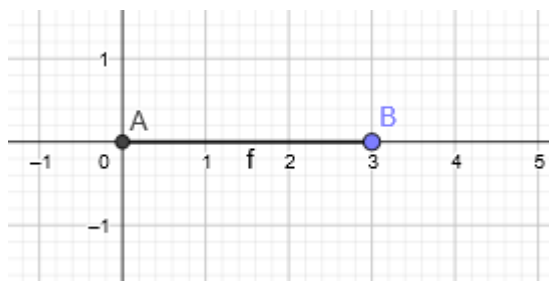
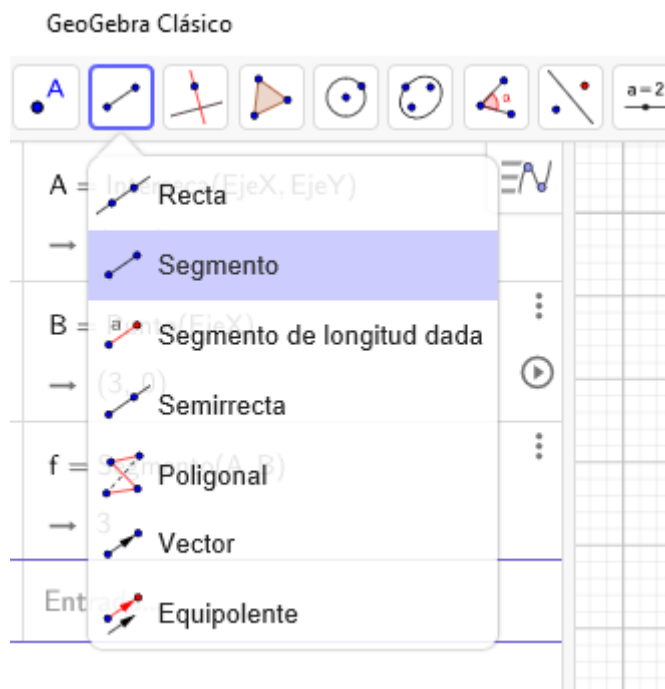


¡Pasemos a la práctica!

En el programa Geogebra seleccionamos la vista en 3D



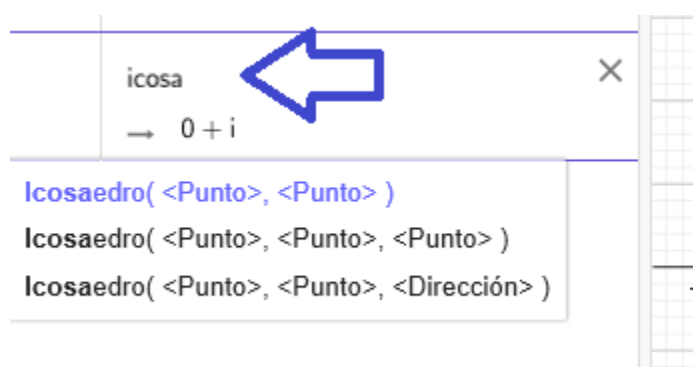
Luego en la barra de herramientas de Geogebra, buscamos la opción de crear un segmento de recta A, B



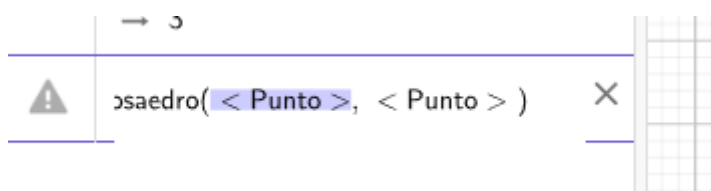
En la barra de herramientas encontramos un lugar para ingresar una entrada de fórmulas o elementos matemáticos que se deseen visualizar en el programa.



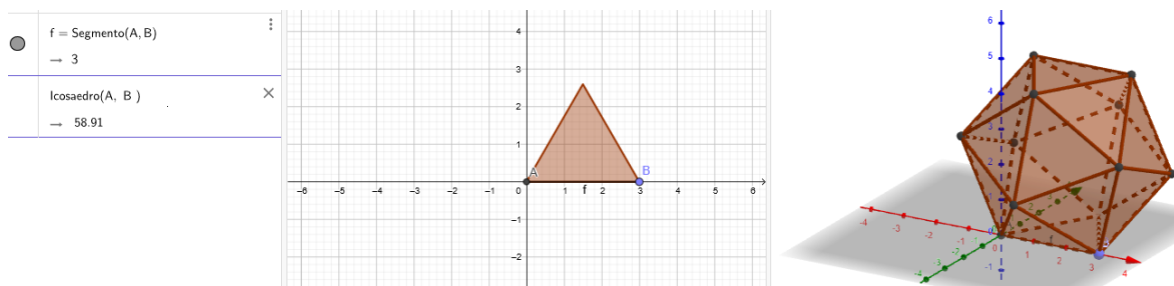
Ponemos entonces la palabra icosaedro, y presionamos sobre la primera opción.



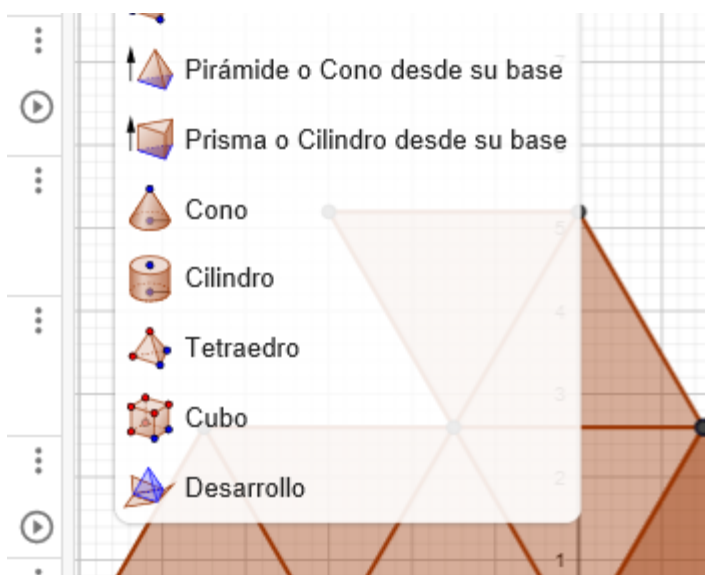
Una vez seleccionada la opción, procedemos a insertar los puntos A, B



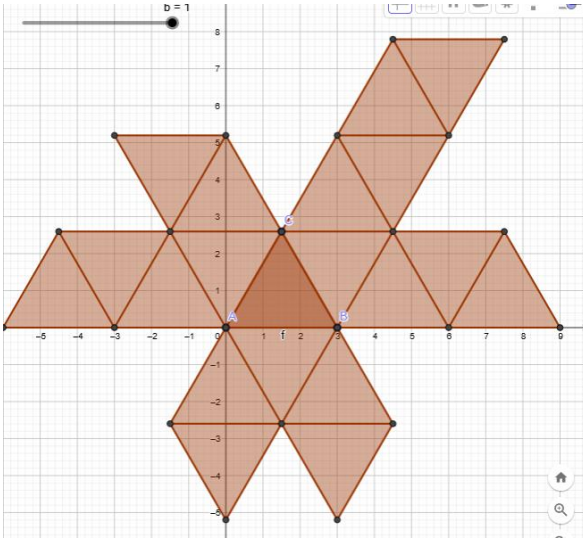
Una vez ejecutado este procedimiento, en el visor de gráficos en dos dimensiones Geogebra graficará un triángulo equilátero, y en el visor de gráficos en tres dimensiones, graficará un icosaedro.



Luego desarrollaremos el poliedro, dando clic en la opción de desarrollo que encontramos en la barra de herramientas de Geogebra



Posteriormente podremos encontrar el desarrollo del poliedro en el visualizador de dos dimensiones



Como puedes notar, el desarrollo de un icosaedro es extenso, con su desarrollo podrás contar fácilmente el número de caras y encontrar dar cuenta del desarrollo de este.

Al desarrollo obtenido podremos pintarlo e incluso poner animación al desarrollo para visualizar las características de este poliedro.

