



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Enfoque de sostenibilidad en el diseño de rutas tiempo-dependientes para el transporte escolar urbano desde el cargue mixto

Juan Pablo Orejuela Cabrera

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería de sistemas e industrial

Bogotá D.C, Colombia

2020

Enfoque de sostenibilidad en el diseño de rutas tiempo-dependientes para el transporte escolar urbano desde el cargue mixto

Juan Pablo Orejuela Cabrera

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Doctor en Ingeniería-Industria y Organizaciones

Director

(Ph.D.) Germán Jairo Hernández P.

Línea de Investigación:

Métodos y modelos de optimización y estadística en ingeniería industrial y administrativa

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería de sistemas e industrial

Bogotá D.C, Colombia

2020

Dedicatoria

A mi madre por todo, a mí amada familia que es mi sumo bien,
Mis hombros de gigantes.

Agradecimientos

A todos los que me han contribuido con este trabajo, por sus ideas, por su tiempo y confianza. A mi director, a mis profes de todos estos años de la vida, a mis amigos, a mis familiares.

Resumen

La población mundial al 2018 fue alrededor de 7500 millones de habitantes (*Central Intelligence Agency, 2018*), de los cuales se estima que el 20% son población en edad escolar (Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia, 2016). Si bien es cierto, es deseable que los centros de estudio sean cercanos a los lugares de residencia, para que los niños pueden llegar al colegio empleando estrategias de transporte activo, las condiciones de las ciudades y del campo hacen que un número importante de niños hagan uso del transporte motorizado. A hoy, no hay una cifra exacta de cuantos niños van a la escuela en el transporte escolar, pero si tan solo, lo hiciera el 0.5% de los niños en edad escolar, estaríamos hablando de que a diario son transportados alrededor de unos 7.5 millones de niños de sus casas a los colegios y luego de los colegios a las casas.

El transporte escolar, más específicamente el diseño de rutas escolares, por lo general ha sido abordado como un problema de eficiencia, en el que se busca dar un mejor uso a los recursos invertidos, esto ha conllevado a que las principales medidas de desempeño sean: la minimización del número de vehículos y la minimización de los costos de transporte (Park & Kim, 2010). Sin embargo, se sabe que los impactos del transporte escolar, van mucho más allá de lo económico (X. b Chen et al., 2015). En particular este problema tiene un gran impacto social, por la naturaleza misma de ser un transporte de niños.

En tal sentido, el tiempo que el niño gasta en la ruta, la seguridad de la misma y el bienestar del niño son aspectos importantes en este problema ya que inciden en la calidad de vida del niño; esto cobra especial relevancia en las grandes ciudades dado que la congestión en el tráfico vehicular, hace que los niños pasen un mayor número de horas en el transporte escolar y que los riesgos en este aumenten.

Otra dimensión en la que impacta el transporte escolar es la ambiental, los incrementos en tiempos de viaje, generan un mayor consumo de combustible y una mayor polución atmosférica. El transporte escolar afecta y se ve afectado por la congestión vehicular, que a su vez genera un ambiente pesado conduciendo a que cada día se arrojen a la atmósfera toneladas de material particulado, hollines compuestos por carbón, azufre y óxido de nitrógeno, todos altamente contaminantes que deterioran la calidad del aire, los cuales conllevan a numerosas enfermedades respiratorias en los ciudadanos.

Las cifras demográficas sugieren un incremento importante de las zonas urbanas, lo cual implica mayores desafíos en las ciudades, en especial mayores esfuerzos para hacer de las ciudades y poblados humanos, espacios que sean sostenibles, seguros y resistentes, tal como lo plantean los Objetivos Globales para el Desarrollo Sostenible (Naciones Unidas, 2015). Uno de los desafíos en este contexto es incentivar sistemas de transportes sostenibles que generen una circulación eficiente, a través de acciones que faciliten un mejor desempeño de la movilidad, en lo ambiental y en lo social.

En el problema de ruteo de vehículos escolares (SBRP) se conocen dos estrategias, una estrategia basada en el colegio o cargue simple donde los vehículos recogen niños de un solo colegio. Y la otra estrategia basada en el hogar o carga mixta, donde se pueden recoger niños de diferentes colegios en un mismo vehículo. La estrategia de cargue simple ha sido ampliamente estudiada en la literatura (Park & Kim, 2010), mientras que la estrategia de cargue mixto ha sido menos estudiada y recomendada para entornos rurales, cuando se busca minimizar la distancia total recorrida (Ellegood, Campbell & North, 2015).

Sin embargo, en las grandes ciudades, donde el tráfico vehicular genera rutas tiempo-dependientes, es decir, que los tiempos de recorrido de una ruta, dependen del momento en que se inicie el recorrido; la distancia recorrida es insuficiente como medida para valorar el desempeño del cargue mixto, ya que recorrer dicha distancia en diferentes momentos de tiempo, genera variaciones en las medidas de desempeño en las que se puede valorar el transporte escolar. Además, la mayor concentración de niños en las áreas urbanas, los largos tiempos entre las paradas y las escuelas, la concentración de escuelas en zonas alejadas de las viviendas de los niños y la necesidad de incluir objetivos sociales y ambientales, plantean a la carga mixta como una estrategia prometedora bajo estas condiciones.

Por tanto, es necesario realizar una comparación entre el cargue mixto y el cargue simple, que permita incluir las tres dimensiones, social, ambiental y económica, de tal modo que se pueda contrastar la hipótesis propuesta en esta investigación, en la que se plantea que el cargue mixto en presencia de tiempos dependientes tiene unos escenarios en los que presenta mejores desempeños en sostenibilidad, en comparación con al cargue simple.

Para la validación de la hipótesis, se formuló un modelo matemático, en el que además del costo, se propusieron las medidas de desempeños sociales y ambientales. Lo social se concentró en la reducción del riesgo asociado a la asignación de niños a paradas, el riesgo en la ruta, y en minimizar el tiempo comprendido entre la hora de salida del hogar y la hora de inicio de clases en el colegio, este tiempo incluye, el tiempo de viaje y el tiempo que espera el niño en la escuela antes de que inicie la jornada. Lo ambiental se concretó en la reducción de las emisiones de CO₂.

EL modelo formulado incluye los tiempos dependientes en el problema de ruteo de buses escolares, se le activan o desactivan restricciones que permiten abordar el problema ya sea con cargue mixto o cargue simple. Como estrategia de solución al problema multi-objetivo se emplea épsilon restricciones para las instancias pequeñas y para instancias más grande se emplea un algoritmo multi objetivo, basado en búsqueda local iterativa con perturbaciones inteligentes, que son derivadas de resolver modelos matemáticos que buscan preservar la diversidad y los extremos en cada nueva perturbación.

Como principal conclusión se encuentra que, la carga mixta presenta mejores resultados en sostenibilidad en comparación con la carga simple, en los escenarios en los que existe una diferencia de contraste en los tiempos dependientes entre escuelas y los tiempos dependientes entre paradas. Los escenarios concretos en que se presenta esta situación son: cuando los tiempos dependientes entre las escuelas son bajos y los tiempos entre paradas son medios y altos; y cuando los tiempos dependientes entre escuelas son altos y los tiempos

entre las paradas son bajos o medios. Lo anterior se explica en la medida en que se pueden consolidar los beneficios de hacer un ruteo de menor tamaño en las recogidas y extender un poco el ruteo en las entregas y viceversa.

La contribución principal de la presente investigación es la consideración del problema de ruteo de buses escolares desde el enfoque de sostenibilidad. Por otro lado, se plantea como otra contribución la consideración del riesgo como una dimensión social. En el problema también se introducen los tiempos dependientes como una mejor aproximación al SBRP en entornos urbanos; y finalmente se plantea una Búsqueda Local Iterativa, ILS, Inteligente con múltiples vecindades y perturbaciones derivadas de un proceso de optimización.

Palabras Claves

Ruteo de buses escolares, Carga Mixta, Ruteo tiempo dependientes, Sostenibilidad, Búsqueda local iterativa, Multi objetivo.

Tabla de contenido

Introducción.....	18
1. Marco de referencia	23
1.1. Ruteo de buses escolares	23
1.1.1. Revisión a la literatura	23
1.1.2. Subproblemas del SBRP.....	29
1.1.2.1. Preparación de los datos.....	30
1.1.2.2. Selección de paradas de autobús.....	30
1.1.2.3. Generación de ruta de bus.....	31
1.1.2.4. Ajuste de tiempo de llegada.....	31
1.1.2.5. Programación de la ruta.....	31
1.1.3. Técnicas de Soluciones del SBRP	32
1.1.4. Clasificaciones prácticas del SBRP	33
1.1.5. Nuevas Categorías	35
1.1.5.1. Detalle de nueva clasificación.	35
1.1.5.1. Sostenibilidad	36
1.1.5.2. Tiempo real.....	37
1.1.5.3. Dinámica.....	37
1.1.5.4. Carga múltiple	38
1.1.5.5. Tiempo dependiente	38
1.1.5.6. Coordinación	38
1.2. Ruteo tiempo dependiente	48
1.2.1. Generalidades.....	48
1.2.1.1. Tiempo de viaje efectivo dado por una función escalón (STEP WISE)	49
1.2.1.2. Tiempo de viaje efectivo dado por una función continua (PIECEWISE).....	49
1.2.1.3. Función continua (PIECEWISE) con velocidad escalonada	50
1.2.1.4. Tiempo de viaje dependiente del tiempo y linealización de la función de tiempo de viaje.....	51
1.2.1.5. Función escalón con congestión recurrente y no recurrente	52

1.2.2.	Revisión de la literatura sobre tiempos dependientes.....	54
1.2.2.1.	Tiempos dependientes con consideraciones ambientales	54
1.2.2.2.	Tiempos dependientes con enfoque multi objetivo	55
1.2.2.3.	Tiempos dependientes con ILS.....	56
1.2.2.4.	Tiempos dependientes con SBRP.....	56
1.3.	Sostenibilidad	56
1.3.1.	Seguridad Vial	57
1.3.1.1.	Seguridad de los viajes escolares, programa SRTS y su impacto.	57
1.3.1.2.	Percepción de Seguridad.....	57
1.3.1.3.	Consideraciones técnicas de los buses escolares.....	58
1.3.1.4.	Comportamientos dentro del autobús escolar durante la ruta	58
1.3.2.	Riesgo	59
1.3.2.1.	Ataque	59
1.3.2.2.	Accidentalidad.....	59
1.3.2.3.	No llegar a tiempo	60
1.4.	Épsilon restricciones	60
1.4.1.	Generalidades	60
1.4.2.	Aplicaciones del método Épsilon restricciones.....	62
1.5.	Búsqueda local iterativa.....	64
1.5.1.	Introducción.....	64
1.5.2.	Etapas del algoritmo.....	65
1.5.2.1.	Generar una Solución Inicial.....	66
1.5.2.2.	Aplicar la Búsqueda Local.....	67
1.5.2.3.	Generar Perturbaciones	67
1.5.3.	Elementos que inciden el en desempeño	67
1.5.3.1.	Fuerza	67
1.5.3.2.	Perturbaciones adaptativas.....	68
1.5.3.3.	Esquemas de perturbación más completos	68
1.5.3.4.	Velocidad	68
1.5.3.5.	Criterios de aceptación.....	68
1.5.3.5.1.	Better	69

1.5.3.5.2.	RW (Random Walk).....	69
1.5.3.5.3.	LSMC.....	69
1.5.3.5.4.	Restart.....	69
1.5.4.	Revisión de la literatura.....	69
1.5.4.1.	ILS en el problema de ruteo de vehículos	70
2.	Propuesta metodológica	73
2.1.	Descripción del problema.....	73
2.1.1.	Componentes del problema	74
2.1.1.1.	Nodos	74
2.1.1.2.	Arcos.....	74
2.1.1.3.	Vehículos	75
2.1.1.4.	Zonas	75
2.1.1.5.	Periodos de tiempo	75
2.1.2.	Sub problemas del problema base	76
2.1.3.	Medidas desempeño del problema base, funciones objetivo	76
2.1.4.	Restricciones del problema base	76
2.1.5.	Variables del problema base.....	77
2.1.5.1.	¿A qué nodo de parada se asigna cada nodo de hogar?.....	77
2.1.5.2.	¿Qué nodos visita cada vehículo, en qué orden, cuántos niños recoge o deja y en qué momento llega al nodo?	78
2.2.	Formulación general de problema	78
2.2.1.	Conjuntos	78
2.2.2.	Notación.....	78
2.2.3.	Funciones de desempeño	79
2.2.3.1.	Dimensión económica asociada	79
2.2.3.2.	Dimensión social asociadas al riesgo.....	80
2.2.3.3.	Dimensión social asociada al tiempo de salida	81
2.2.3.4.	Dimensión ambiental asociada a las emisiones de CO ₂	81
2.2.4.	Función Multiobjetivo	81
2.3.	Modelo de programación lineal entero mixto	81

2.3.1.	Enfoque de optimización lineal determinístico para el modelo con múltiples escuelas base.	82
2.3.1.1.	Conjuntos	82
2.3.1.2.	Parámetros.....	83
2.3.1.3.	Variables de decisión.....	84
2.3.1.4.	Restricciones	85
2.3.1.5.	Funciones objetivo	90
2.4.	Épsilon restricciones	92
2.4.1.	Definición de las diferentes instancias	92
2.4.2.	Definición de las medidas de desempeño del modelo matemático.....	93
2.4.3.	Optimización de la instancia por cada medida de desempeño	93
2.4.4.	Obtención de los mínimos y máximos de cada una de las funciones de desempeño para todas las instancias.	93
2.4.5.	Selección de las medidas de desempeño a analizar	93
2.4.6.	Obtención del rango de cada medida de desempeño	93
2.4.7.	Graficar las soluciones y análisis de resultados	94
2.5.	Búsqueda local iterativa inteligente multi-objetivo	97
2.5.1.	Solución inicial.	98
2.5.1.1.	Definición de paradas y asignación.	98
2.5.1.2.	Ruteo de paradas.	99
2.5.1.3.	Programación del ruteo.....	102
2.5.1.4.	Búsqueda local	103
2.5.2.	Definición de vecindades.	104
2.5.2.1.	Métodos para seleccionar el par de rutas.....	104
2.5.2.2.	Métodos para seleccionar el par de arcos	105
2.5.2.3.	Búsqueda local en rutas a cruzar	105
2.5.2.4.	Búsqueda local en arcos a cruzar, LocSeaCr.....	106
2.5.2.5.	Función fitness.	108
2.5.2.6.	Criterio de aceptación.	108
2.5.3.	Perturbación	108
2.5.3.1.	Perturbación SWAP:	108

3.	Entorno experimental y resultados numéricos	110
3.1.	Épsilon restricciones	110
3.1.1.	Definición de las diferentes instancias	110
3.1.2.	Definición de las medidas de desempeño del modelo matemático.....	110
3.1.3.	Optimización de la instancia por cada medida de desempeño	110
3.1.4.	Obtención de los mínimos y máximos de cada una de las funciones de desempeño para todas las instancias.	111
3.1.5.	Selección de las medidas de desempeño a analizar	113
3.1.6.	Obtención del rango de cada medida de desempeño	113
3.1.7.	Graficar las soluciones y análisis de resultados	116
3.1.7.1.	Comparación ruteo con y sin recogidas entre escuela para carga Simple. ¡Error! Marcador no definido.	
3.1.7.2.	Comparación ruteo con y sin recogidas entre escuela para carga Mixta	116
3.1.8.	Comparación entre carga Mixta y Simple	118
3.2.	Proceso iterativo de selección de medidas de desempeño.....	119
3.2.1.	Comparación de Fronteras dominantes.....	124
3.3.	Análisis consolidado de variación de tiempos y objetivos	130
3.3.1.	Análisis consolidado: variación de tiempos dependientes.....	130
3.3.1.1.	Descripción metodológica de la variación de tiempos dependientes	131
3.3.1.1.1.	Definición de escenarios	131
3.3.1.1.2.	Optimización por objetivo y definición de límites	132
3.3.1.1.3.	Resolver por cada objetivo imponiendo restricciones a los otros 5 objetivos 132	
3.3.1.1.4.	Hallar Frontera de Pareto de cargue Mixta y Simple para cada escenario..	132
3.3.1.1.5.	Comparación de Fronteras de Pareto	132
	• Porcentage de soluciones en la Frontera consolidada (PSFPC).	133
	• Desviación porcentual promedio a la Frontera Consolidada (DPPFPC).	134
3.3.1.2.	Desarrollo de la variación de tiempos dependientes.....	135
3.3.2.	Análisis consolidado: Variación de los objetivos.....	141
3.3.2.1.	Descripción metodológica del análisis de la variación de los objetivos.....	141

3.3.2.2.	Desarrollo del análisis de la variación de los objetivos.....	142
3.3.2.2.1.	Análisis para la terna CT-RTPA-ETCO2	142
3.3.2.3.	Resultados consolidados de escenarios	147
3.3.2.4.	Análisis de relevancia de objetivos entre cuadrantes.....	148
3.4.	Comparación ILS Vs Épsilon Restricciones.....	149
3.4.1.	Descripción metodología de la comparación.....	150
3.4.1.1.	Obtención de la Frontera de Pareto consolidada para Épsilon restricciones .	150
3.4.1.2.	Obtención de la Frontera de Pareto consolidada para ILS.....	150
3.4.1.3.	Obtención de la Frontera de Pareto consolidada Final.....	150
3.4.1.4.	Comparación de Fronteras de Pareto	151
3.4.2.	Resultados de la comparación.....	151
4.	Conclusiones	153
5.	Anexos	157
6.	Bibliografía.....	160

Lista de Figuras

Figura 1. SBRP Implementación de la Meta heurística.....	32
Figura 2. Representación gráfica de Épsilon restricciones.....	61
Figura 3. Aplicación del método épsilon restricciones.....	62
Figura 4. Diagrama de flujo proceso ILS.....	66
Figura 5. Diagrama para el Cargue Mixto.....	73
Figura 6. Diagrama para el Cargue Simple.....	73
Figura 7. Clasificación de instancias de recogida.....	93
Figura 8. Frontera de Pareto de un problema de minimización.....	94
Figura 9. Algoritmo de aplicación método Épsilon restricciones.....	95
Figura 10. Esquema general de aplicación del algoritmo ILS.....	97
Figura 11. Implementación de detalle del algoritmo ILS.....	97
Figura 12. Diagrama algoritmo búsqueda local en rutas a cruzar.....	106
Figura 13. Diagrama de búsqueda local en arcos a cruzar.....	107
Figura 14. Resumen de aplicación del método considerando los cinco pasos.....	116
Figura 15. Porcentaje de soluciones por estrategia en la Frontera de Pareto consolidada.....	138
Figura 16. Porcentaje de desviación frente a la Frontera consolidada.....	139
Figura 17. Fronteras de Pareto en los nueve cuadrantes para la terna de objetivos CT-RTPA-ETCO2.....	143
Figura 18. Porcentaje de soluciones en Frontera consolidada CT-RTPA-ETCO2.....	144
Figura 19. Porcentaje de desviación para la terna CT-RTPA-ETCO2.....	145

Lista de Tablas

Tabla 1 Incidencia de la congestión en los tiempos de viaje.....	20
Tabla 2 Clasificación realizada por Kim basada en el enfoque en los Sub-Problemas del SBRP	25
Tabla 3 Clasificación basada en el enfoque de los subproblemas extendida del 2010 hasta 2019.....	26
Tabla 4 Clasificación basada en las aplicaciones prácticas hecha por Kim.....	33
Tabla 5 Detalle de nuevas categorías.....	36
Tabla 6 Clasificación por aplicación práctica del SBRP extendida hasta 2019 siguiendo el trabajo realizado en (Miranda et al., 2018) (Park & Kim, 2010).	39
Tabla 7 Definición de tiempos de recorrido para los nodos i y j en el intervalo de tiempo m	53
Tabla 8. Medidas de desempeño para el modelo matemático de ruteo de buses escolares	110
Tabla 9. Optimización de instancia para 5 vehículos – sin recogidas – Simple.....	111
Tabla 10. Mínimos, máximos y rango de las funciones objetivo para instancia de 5 vehículos sin recogida y con recogida Simple – pequeña.....	111
Tabla 11. Mínimos, máximos y rango de las funciones objetivo para instancia de 5 vehículos sin recogida y con recogida Mixta – pequeña.....	112
Tabla 12. Mínimos, máximos y rango de las funciones objetivo para instancia de 4 vehículos sin recogida y con recogida Simple – pequeña.....	112
Tabla 13. Mínimos, máximos y rango de las funciones objetivo para instancia de 4 vehículos sin recogida y con recogida Mixta – pequeña.....	113
Tabla 14. Amplitud de paso para seis medidas de desempeño.....	114
Tabla 15. Ejemplo de optimización CT.....	114
Tabla 16. Ejemplo de optimización RMPA.....	114
Tabla 17. Ejemplo de optimización RMRA.....	115
Tabla 18. Ejemplo de optimización RMR.....	115
Tabla 19. Ejemplo de optimización TSM.....	115
Tabla 20. Ejemplo de optimización ETCO2.....	115
Tabla 21. Matriz de correlaciones entre medidas de desempeño para el cuadrante 1: carga Mixta sin recogida entre escuelas.....	120
Tabla 22. Matriz de correlaciones entre medidas de desempeño para el cuadrante 2: carga Simple sin recogida entre escuelas.....	121
Tabla 23. Matriz de correlaciones entre medidas de desempeño para el cuadrante 3: carga Mixta con recogida entre escuelas.....	121
Tabla 24. Matriz de correlaciones entre medidas de desempeño para el cuadrante 4: carga Simple con recogida entre escuelas.....	121
Tabla 25. Matriz de correlaciones consolidada entre medidas de desempeño.	122
Tabla 26. Matriz de correlaciones consolidada entre medidas de desempeño.	123

Tabla 27. Matriz de correlaciones consolidado entre medidas de desempeño seleccionadas	123
Tabla 28. Valores mínimos para las medidas de desempeño seleccionadas antes del proceso iterativo	124
Tabla 29. Valores mínimos para las medidas de desempeño seleccionadas después del proceso iterativo.....	124
Tabla 30. Valores máximos para las medidas de desempeño seleccionadas después del proceso iterativo.....	125
Tabla 31. Valores máximos para las medidas de desempeño seleccionadas después del proceso iterativo.....	125
Tabla 32. Valores mínimos para otras medidas de desempeño antes del proceso iterativo	126
Tabla 33. Valores mínimos para otras medidas de desempeño después del proceso iterativo	126
Tabla 34. Valores máximos para otras medidas de desempeño antes del proceso iterativo	126
Tabla 35. Valores máximos para otras medidas de desempeño después del proceso iterativo	126
Tabla 36. Número de configuraciones resultantes por etapa.....	127
Tabla 37. Número de configuraciones dominantes coincidentes entre cuadrantes.....	127
Tabla 38. Índice de amplitud en Frontera Pareto con escala de máximo y mínimo propio	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 39. Índice de amplitud en Frontera Pareto con escala de máximo y mínimo global	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 40. Velocidades por cada escenario de tiempos de pendientes.....	135
Tabla 41. Resultados de optimización por objetivo para el escenario bajo-bajo	136
Tabla 42. Resultados de optimización por objetivo para el escenario bajo-bajo	137
Tabla 43. Resultados de indicadores consolidados para todos los objetivos.....	140
Tabla 44. Resumen del porcentaje de soluciones para la terna <i>CT-RTPA-ETCO2</i>	145
Tabla 45. Resumen del porcentaje de soluciones para la terna <i>CT-RTPA-ETCO2</i>	146
Tabla 46. Consolidado de métricas de comparación para la terna <i>CT-RTPA-ETCO2</i>	146
Tabla 47. Resumen del porcentaje de soluciones para todos los objetivos.....	147
Tabla 48. Resumen de la desviación para todos los objetivos	147
Tabla 49. Resumen del consolidado de las métricas para todos los objetivos	148
Tabla 50. Resumen por objetivo de todos los escenarios	149

Lista de Gráficas

Gráfica 1. Millones de habitantes por país para los años 2000 - 2005 - 2010 - 2015 – 2018	18
Gráfica 2. Distribución de la población por clase de tamaño de asentamiento y región	19
Gráfica 3. Duración del viaje dependiente de la hora de salida.....	48
Gráfica 4. Función de tiempo de viaje de un arco (i, j) con tres intervalos de tiempo ($M_{ij} = 3$)	49
Gráfica 5. Ejemplo de red y función step de tiempos de viaje.....	50
Gráfica 6. Cambio de velocidad de viaje con el tiempo.....	50
Gráfica 7. Función de velocidad de viaje en un nodo	51
Gráfica 8. Función linealizada de los tiempos de viaje $T_{ij}(t)$	51
Gráfica 9. Cambio en los tiempos de viaje producto de un incidente	52
Gráfica 10. Red de Espacio – Tiempo	53
Gráfica 11. Con recogida Carga Simple-, RMRA-RMPA-CT	¡Error! Marcador no definido.
Gráfica 12. Sin recogida Carga Simple, RMRA-RMPA-CT.....	¡Error! Marcador no definido.
Gráfica 13. Con recogida y sin recogida Simple, RMRA-RMPA-CT.....	¡Error! Marcador no definido.
Gráfica 14. Sin recogida Mixta, TSM-CO2-CT	117
Gráfica 15. Con recogida Mixta, TSM-CO2-CT	117
Gráfica 16. Con y sin recogida Mixta, TSM-CO2-CT	118
Gráfica 17. Carga Mixta, RMR-RMPA-CT	118
Gráfica 18. Carga Simple, RMR-RMPA-CT	119
Gráfica 19. Carga Mixta y Simple, RMR-RMPA-CT	119
Gráfica 20. Soluciones con su Frontera de Pareto consolidado para todos los cuadrantes	127
Gráfica 21. Comparativo de las medidas de desempeño de: Costo Total (CT) vs Tiempo Total de la Ruta (TSM) en la Frontera de Pareto.....	128
Gráfica 22. Comparativo de las medidas de desempeño de: Costo Total (CT) vs Riesgo Total Real en la Asociación (RTRA) en la Frontera de Pareto.	129
Gráfica 23. Comparativo de las medidas de desempeño de: Riesgo Total Real en la Asociación (RTRA) vs Tiempo Total de la Ruta (TSM) en la Frontera de Pareto	129

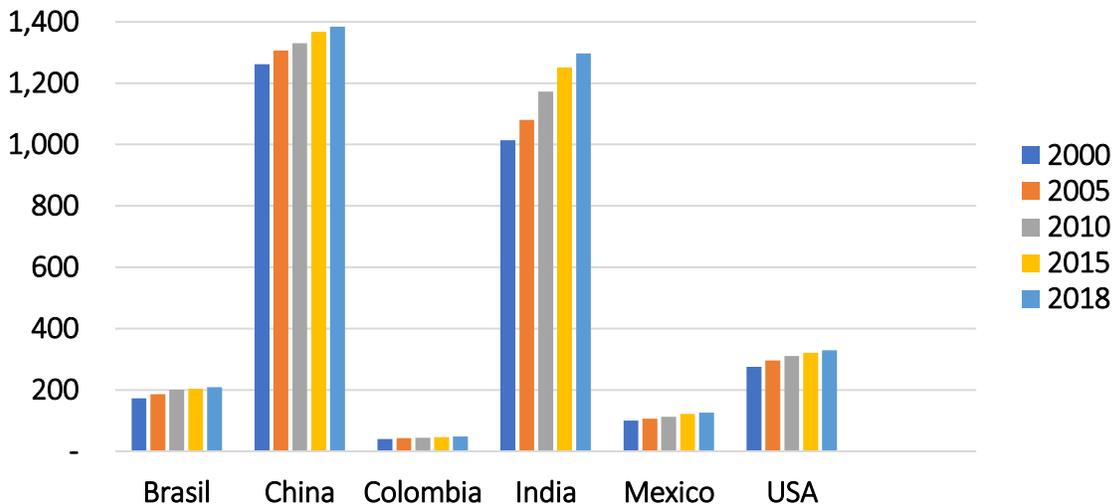
Introducción

Cuando la movilidad en el tráfico urbano se dificulta, las ciudades se vuelven menos competitivas, generando a su paso problemas sociales, ambientales y económicos, los cuales se ven mayormente expuestos en ciudades que crecen sin un control adecuado e infraestructura vial no planificada. La congestión, causada principalmente por el incremento del parque automotor, anidado con un desequilibrio entre el crecimiento de la población en las ciudades y el desarrollo vial de las mismas, es una de las consecuencias negativas de la creciente urbanización (Richardson, 2005).

De acuerdo con los documentos publicados en (*Central Intelligence Agency , 2018*), la población mundial ha crecido notoriamente en los últimos años, en la *Gráfica 1* se muestra el crecimiento poblacional de países representativos de distintos continentes durante los años 2000, 2005, 2010, 2015 y 2018, donde se evidencia un comportamiento creciente.

Gráfica 1. Millones de habitantes por país para los años 2000 - 2005 - 2010 - 2015 – 2018

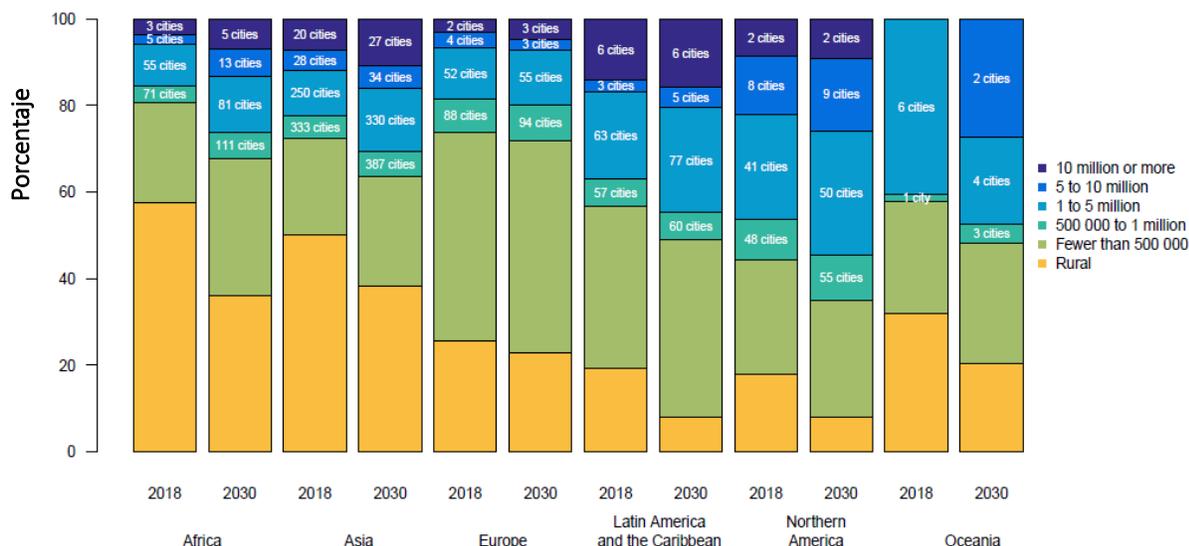
Fuente: Autor con información de (Central Intelligence Agency , 2018)



Ahora, en cuanto a la urbanización de las ciudades, según lo presentado en (*Department of Economic and Social Affairs, 2018*), entre 2018 y 2030 se prevé que la población urbana aumente en todas las ciudades con diferentes tamaños de población, mientras que la población rural disminuirá. Las zonas rurales albergaban el 45% de la población mundial en 2018, una proporción que se espera caiga al 40% para 2030. Por tanto, para el 2030 la población urbana mundial representará el 60% y una de cada tres personas vivirán en ciudades con al menos medio millón de habitantes. En la *Gráfica 2* se puede observar este comportamiento para los diferentes continentes.

Gráfica 2. Distribución de la población por clase de tamaño de asentamiento y región

Fuente: (Department of Economic and Social Affairs, 2018)



En Colombia el 75% de la población vive en zonas urbanas (unos 36.5 millones de habitantes). Se espera que para el 2020 la población en las cabeceras municipales sea de 39,2 millones de habitantes, distribuidos en su gran mayoría en cinco ciudades con más de 1 millón de habitantes, que albergarán 31% de la población del país; y otro 10% en 9 ciudades con entre 500 mil y 1 millón de habitantes (DANE, 2016).

Las cifras demográficas implican mayores requerimientos para hacer de las ciudades y poblados humanos espacios que sean sostenibles, seguros y resistentes. Tal como lo plantea los Objetivos Globales para el Desarrollo Sostenible, de la Agenda para el Desarrollo, de las Naciones Unidas:

Para 2030, se espera proporcionar acceso a sistemas de transportes seguros, económicos y sostenibles para todos, mejorar la seguridad vial, en particular mediante la ampliación del transporte público, con especial atención a las necesidades de las personas en situación de vulnerabilidad, mujeres, niños, personas con discapacidad y personas mayores (Naciones Unidas, 2015, p. 47).

En el contexto anterior, es importante resaltar que se deben emprender acciones que permita a las ciudades alinearse con los nuevos desafíos, de tal modo que se consideren territorios sostenibles que brinden calidad de vida a los ciudadanos. Uno de los factores que más incide en la calidad de vida de los habitantes, tienen que ver con la movilidad, la cual en gran medida es afectada por la congestión.

Vale la pena tener en cuenta que, si bien es cierto, la congestión acentúa el problema del tráfico urbano, no es una causa si no una consecuencia, ya que esta se genera en gran medida por la urbanización de las ciudades, el crecimiento de la población y las necesidades de movilidad.

Desde el ámbito social, la pérdida de tiempos percibida por los ciudadanos, es uno de los principales problemas generados por la congestión. La afectación del tránsito vial en definitiva incide de forma negativa, ya que la duración de los recorridos se ve incrementada al ser de tipo tiempo- dependiente, de esta forma, se pasan más horas en un recorrido habitual, se exponen a posibles accidentes y problemas de salud, asociados a la contaminación ambiental y las emisiones de los vehículos (Sabin et al., 2005).

Para mostrar este incremento en los tiempos de desplazamiento, como consecuencia de la congestión, se presenta la *Tabla 1*, en ella se exponen los porcentajes de congestión, y el incremento en minutos en horas pico de la mañana y la tarde para un recorrido habitual de treinta minutos en mega ciudades de países representativos, para el año 2018.

Tabla 1 Incidencia de la congestión en los tiempos de viaje

Fuente: Autor con información de (TomTom, 2018)

País	Ciudad	% de Congestión	30 minutos de Viaje	
			Tiempo extra en las mañanas (min)	Tiempo extra en las tardes (min)
India	Mumbai	65%	24	31
Colombia	Bogotá	63%	26	31
México	Ciudad de México	52%	25	26
China	Chongqing	44%	27	26
USA	Los Ángeles	41%	19	24
Brasil	Brasilia	21%	11	16
España	Bilbao	13%	8	7

En cuanto a lo ambiental, la congestión que se presenta en las vías también genera un incremento en las emisiones puesto que el combustible usado, dado el aumento en la duración de la ruta, es mayor, sin embargo, la relación entre congestión y emisión, no siempre es directamente proporcional, debido a que una mega ciudad puede contar con muchos vehículos que generan gran cantidad de emisiones, pero a su vez tener una muy buena infraestructura vial y no presentar congestión.

Los problemas de congestión generan un ambiente pesado, cada día son arrojadas a la atmósfera toneladas de material particulado PM10 (PM10, por sus siglas en inglés, Particulate Matter), hollines compuestos por carbón, azufre y óxido de nitrógeno (Genevieve & Dablanc, 2013). Estos contaminantes dispersos en el aire, ponen en riesgo a los ciudadanos de enfrentar enfermedades respiratorias.

Según información presentada en (*Moran & Jiborn, 2018*) haciendo una comparación entre dos ciudades consideradas mega ciudades, Mumbai y Bilbao, la primera presenta $1,5 \pm 3$ toneladas de emisiones per cápita y la segunda 7.7 ± 5.2 . A pesar de que Mumbai es más poblada que Bilbao, las emisiones generadas por persona son mayores en la segunda, sin embargo, las emisiones totales en millones de toneladas de Mumbai son seis veces más que las de Bilbao.

Por otro lado, considerando el factor económico, la congestión incrementa el consumo de gasolina lo cual representa un mayor gasto por persona y esto equivale a un 3% del PIB. La operación de los vehículos que circulan en las vías de ciudades de más de 100.000 habitantes consume alrededor de 3.5% (PIB) de América Latina y el Caribe (Thomson & Bull, 2001).

La solución a esta problemática puede ser abordada de distintas maneras, por ejemplo, el aspecto social, ambiental y económico pueden ser abordados desde las mejoras logísticas y de ruteo en cuento al transporte vehicular, para de esta manera tratar de reducir la congestión y el impacto que genera. También, el uso de nuevos tipos de transporte y tipos de combustibles diferentes a los fósiles, pueden ayudar a minimizar las emisiones generadas por parte del tráfico vehicular.

Cambiar a los viajeros urbanos al transporte público también puede ser una estrategia efectiva para reducir los problemas energéticos y ambientales asociados con el sector del transporte (Jain, Aggarwal, Kumar, Singhal & Sharma, 2014). Por ejemplo, el uso masivo de vehículos particulares para el transporte de niños a las escuelas, incrementa en gran medida la congestión presente en las mañanas, afectando el tráfico y a su vez su propia operación (Rhoulac, 2005). El uso de buses escolares, aunque no elimina por completo esta problemática, si contribuye en su disminución ya que, representa un uso más eficiente de los recursos viales. Haciendo un contraste, para el transporte de 300 estudiantes se emplean alrededor de 200 vehículos privados, sin embargo, esta misma cantidad de niños podrían ser transportados en 10 buses escolares.

En el transporte escolar intervienen múltiples actores, esto refuerza la naturaleza multiobjetivo del problema. El gobierno establece las restricciones y normas, las condiciones de movilidad y los aspectos ambientales (Mandic et al., 2015). Los transportadores tienen una motivación económica al buscar la eficiencia de sus flotas. Las expectativas de los padres van más allá del ámbito económico, piensan que la puntualidad, la confianza, la seguridad y la comodidad de los niños son atributos importantes (Dave, Raykundaliya & Shah, 2013) y por otro lado, las escuelas imponen restricciones temporales y de efectividad.

Otros aspectos complementarios que se consideran importantes dentro de la problemática social abordada, son la percepción del riesgo por parte de los padres ante las alternativas de rutas existentes y la asignación de hogares a posibles paradas. Algunas características que inciden en dicha percepción son aspectos como la seguridad en la ruta y dentro del vehículo (Atteberry et al., 2016). En especial se ha identificado que las áreas peatonales oscuras, altos índices de delincuencia, extorsión, violación, secuestro o asesinato, inciden en la elección de esquemas de transporte y son considerados como factores que afectan la percepción del riesgo que tienen los padres (Nasrudin & Nor, 2013).

En el problema de transporte escolar se han contemplado dos enfoques generales para aproximarse a su solución, el primero es conocido como el enfoque del colegio o *cargue Simple*, el cual implica que cada una de las rutas generadas debe transportar únicamente estudiantes que pertenezcan a una misma escuela. El segundo es el enfoque del hogar o

cargue mixto, en este, se permite que las diferentes rutas generadas transporten estudiantes independientemente de a qué escuela pertenezcan (Ellegood et al., 2015).

Por lo anterior, en el presente documento se aborda el problema de ruteo de buses escolares desde un enfoque multiobjetivo, considerando la perspectiva de la sostenibilidad, tomando como base lo propuesto en (Elkington, 1999), en donde se plantea la sostenibilidad desde la visión de la Triple Línea Base, la cual aborda simultáneamente lo social, lo ambiental y lo económico.

Desde lo social, se consideran dos dimensiones que son el tiempo en ruta y el riesgo, este último incluye la percepción de riesgo asociada a la asignación de niños a paradas y el riesgo de la ruta. Referente a lo ambiental, se tiene en cuenta la minimización de las emisiones de carbono asociadas a la duración de los recorridos de las rutas que están en función de sus momentos de inicio. Por último, en lo económico están los costos fijos de operación de los vehículos y los costos variables por duración de recorrido.

En esta investigación se realizó el diseño de rutas tiempo dependientes para el transporte escolar urbano para el cargue Simple y mixto desde un enfoque de sostenibilidad. Se compararon estos dos enfoques en un entorno multiobjetivo y se identificó que el cargue mixto brinda mejores soluciones en sostenibilidad cuando se consideran recogidas entre escuelas.

Para llegar a dicho diseño, se adicionó el riesgo en la ruta y la percepción de riesgo en la asignación, como aspectos a considerar en la dimensión social de la sostenibilidad, con base en ello, se formuló un modelo matemático general para el ruteo de buses tiempo dependiente en el transporte escolar urbano con cargue mixto y simple.

El documento se ha organizado de la siguiente manera: en el primer capítulo se presenta la introducción y los antecedentes del problema, en el segundo capítulo se desarrolla el marco de referencia requerido para abordar el problema, en el tercer capítulo se presenta la propuesta metodológica, en el cuarto capítulo los resultados y el análisis, y finalmente las conclusiones son presentadas en el capítulo cinco.

1. Marco de referencia

1.1. Ruteo de buses escolares

1.1.1. Revisión de la literatura

En el presente documento se realizó una revisión de la literatura acerca del problema del ruteo de buses escolares, en adelante SBRP, por sus siglas en inglés. Se tomó como punto de inicio el año de 1969 con la publicación del texto “Design of school bus routes by computer” (R. M. Newton & Thomas, 1969), y se hizo una lectura de lo publicado hasta 2019 (Caceres, Batta & He, 2019), (Ellegood, Solomon, North & Campbell, 2019). Revisiones similares se han publicado anteriormente (Park & Kim, 2010), y parten de una clasificación sobre el estado del arte que diferencia artículos sobre las aplicaciones prácticas y enfoques del SBRP. Una clasificación que en 2018 fue extendida (Miranda, de Camargo, Conceição, Porto & Nunes, 2018), donde se añadieron categorías relacionadas con la aplicación práctica considerada inicialmente por (Park & Kim, 2010). Una clasificación reciente destaca el uso de las técnicas de solución al problema del SBRP en una revisión a la literatura publicada en (Ellegood et al., 2019).

Siguiendo esta línea, el presente documento pretende adicionar algunas categorías más a las ya establecidas por dichos autores, y que aparecen en el marco de la literatura sobre el SRBP, con el fin de ampliar los límites establecidos, a la vez que se plantea una reflexión sobre el cambio de paradigma; la búsqueda de una sostenibilidad acorde con las prácticas económicas, sociales y medioambientales de la actualidad.

Si bien las revisiones acerca de la literatura del problema del ruteo (Park & Kim, 2010) (Miranda et al., 2018) (Ellegood et al., 2019), son completas, en tanto abarcan un número considerable de documentos en una línea de tiempo determinada, estas comparten una distinción común que se extiende alrededor de la estructuración del problema en la literatura sobre el SBRP, y que el presente texto busca alcanzar delimitando los conceptos y metodologías existentes. En las revisiones anteriores, se definieron las bases para el problema del SBRP en (R. M. Newton & Thomas, 1969) donde se daba importancia a los datos, como el número y ubicación de los estudiantes para la creación de rutas que generen una reducción en tiempo y costo.

Si bien, el SBRP es una categoría dentro del problema general de Vehicle Routing Problem (VRP), ambos problemas tienen características similares; rutas de transporte con puntos de salida y llegada predeterminados. Es posible hallar soluciones similares a ambos problemas (Park & Kim, 2010), sin embargo, el SBRP no se centra en el transporte de mercancías sino de personas. Con lo que el componente humano, genera un peso social mayor del lado por el SBRP.

Es por esta razón que se publican artículos que se basan en métodos de solución de VRP para hallar una solución al problema del ruteo de buses escolares (Clarke & Wright, 1964)

(Bennett & Gazis, 1972); o que usan más de un método relacionado con el VRP (Gavish & Shlifer, 1978). Estas publicaciones ya abren un camino al enfoque del SBRP como un problema que puede generar diferentes variantes.

Aunque artículos relacionados con el SBRP fueron publicados con anterioridad a 1969, por ejemplo, el “School Bus Routing – Now and After” (Juckett, 1943), o “The Use of a Computer to Design School Bus Routes” (Boyer, 1964). Estos trabajos trataban de hallar una solución, pero sin generar una heurística delimitada como la presentada en (R. M. Newton & Thomas, 1969). Por tanto, se entiende entonces que a partir de esta publicación el SBRP encontró caminos de estudio cada vez más diversos.

Posterior a esto, el SBRP se descompuso en una serie de subproblemas, los cuales se han identificado como esenciales para su solución. Estos son: Preparación de datos (PD), selección de paradas de autobús o asignación de estudiantes (SP) , generación de rutas de buses (GR), ajuste a hora de entrada (AH) y programación de la ruta (PR), (Rousseau, Desrosiers & Ferland, 1980). En la *Tabla 2* se presenta la primera categorización de las investigaciones por tipo de sub problema propuesta en (Park & Kim, 2010). En el anexo 1 se adicionan otras referencias ubicadas en la misma ventana de tiempo empleada en la tabla 2.

Tabla 2 Clasificación realizada por Kim basada en el enfoque en los Sub-Problemas del SBRP

Fuente: (Park & Kim, 2010).

REFERENCIA	SP	GR	AH	PR
(R. M. Newton & Thomas, 1969)		v		
(Angel, Caudle, Noonan & Whinston, 1972)		v		v
(Bennett & Gazis, 1972)		v		
(R. M. Newton & Thomas, 1974)		v		
(Verderber, 1974)		v		
(Gavish & Shlifer, 1978)		v		
(Bodin & Berman, 1979)	v	v		v
(Dulac, Ferland & Forgues, 1980)	v	v		
(Desrosiers, Ferland, Rousseau, Lapalme & Chapleau, 1981)	v	v	v	v
(Hargroves & Demetsky, 1981)		v		v
(Swersey & Ballard, 1984)				v
(Chapleau, Ferland & Rousseau, 1985)	v			
(Desrosiers, Ferland, Rousseau, Lapalme & Chapleau, 1986)				v
(Graham & Nuttle, 1986)				v
(Russell & Morrel, 1986)		v		v
(Bookbinder & Edwards, 1990)				v
(D.-S. Chen, Kallsen, Chen & Tseng, 1990)		v		v
(D.-S. Chen, Kallsen & Snider, 1988)		v		
(Robert Bowerman, Hall & Calamai, 1995)	v	v		
(Braca, Bramel, Posner & Simchi-Levi, 1997)		v		v
(Corberan et al., 2002); (J Pacheco & Martí, 2006)		v		
(Fu, Eglese & Li L, 2005)		v		
(Ripplinger, 2005)		v		
(Spada, Bierlaire & Liebling, 2005)		v		v
(Patrick Schittekat, Sevaux & Sörensen, 2006)	v	v		
(Bektaş & Elmastaş, 2007)		v		
(Fügenschuh, 2009)			v	v

El enfoque a uno de los subproblemas condiciona la optimización de la solución del SBRP, ya que entendido como un problema NP-Hard, no cuenta con un tiempo de solución polinomial conocido para su solución. La subdivisión en subproblemas facilita hallar soluciones. Tratar uno de los subproblemas o combinación de los mismos, hace posible generar soluciones múltiples para el SBRP, desde múltiples enfoques y con diferenciación en los algoritmos. En este sentido, la selección de un subproblema para abordar el SBRP es importante, ya que

determina una posición dentro del campo de desarrollo. En la relación que se establece en la *Tabla 2* (Park & Kim, 2010), existe una clara distinción de ello. En la *Tabla 3* se presenta una actualización a dicho trabajo, siguiendo la clasificación por subproblemas.

Tabla 3 Clasificación basada en el enfoque de los subproblemas extendida del 2010 hasta 2019.

Fuente: Autor

Autor	PD	SP	GR	AH	PR
(Caceres et al., 2019)		x	x		
(Shafahi, Wang & Haghani, 2018)					x
(Lewis & Smith-Miles, 2018)		x	x		x
(Dirks, Salmond & Talbot, 2018)		x	x		
(S. Sun, Duan & Xu, 2018a)		x	x		x
(O'Neil & Hoffman, 2018)		x	x		
(Ezquerro, Moura, Ibeas & Benavente, 2018)		x	x	x	x
(Sales, Melo, Bonates & Prata, 2018)		x	x		x
(Al-khatib & Nahar, 2018)			x		x
(Oluwadare, Oguntuyi & Nwaiwu, 2018)		x	x		x
(Ünsal & Yigit, 2018)		x	x		x
(Yigit, Unsal & Deperlioglu, 2018)			x		x
(Lewis, Smith-Miles & Phillips, 2018)			x		x
(Mokhtari & Ghezavati, 2018)			x		
(ZhiJie Li, Song, He & Bi, 2018)		x	x		
(Miranda et al., 2018)			x		
(Pérez, Hernández, Jöns, Cruz & Pérez, 2017)		x	x		
(Z. Wang, Shafahi & Haghani, 2017)			x		x
(Batta, He & Caceres, 2017)			x	x	
(Ermagun & Samimi, 2017)			x		
(Fatima Souza, Pereira, Conceição & Camargo, 2017)			x		
(Jouzdati, Samadidana & Paydar, 2017)		x	x		
(Parvasi, Mahmoodjanloo & Setak, 2017)		x	x		
(Jianguo Wang & Huang, 2017)			x		
(Mouhcine, Khalifa & Mohamed, 2017)			x		x
(Rodríguez-Parra, Guerrero & Sarmiento-Lepesqueur, 2017)			x		x
(Hashi, Hasan, Zaman, Hasan & Zaman, 2016)		x	x		
(Levin & Boyles, 2016)			x		
(Nassief, Contreras & As'ad, 2016)			x		
(Ercan, Noori, Zhao & Tatari, 2016)			x		
(Olympia, Weber, Brady & Ho, 2016)			x		
(Unsal, Yigit & Altintas, 2016)		x	x		x
(de Sá, de Rezende, Rabacow & Monteiro, 2016)			x		

(Siqueira, Silva, Silva, Silva & Rocha, 2016)		x	x	
(Chalkia et al., 2016)		x		x
(Sarubbi, Mesquita, Wanner, Santos & Silva, 2016)	x	x		
(B. Yao et al., 2016)		x	x	
(Fátima Souza, Pereira, Conceição & Ramos, 2016)		x	x	
(Yigit & Unsal, 2016)		x		x
(R. Xu, Zheng, Jiang & Yan, 2016)		x		
(Pérez & Hernández, 2016)		x		
(C. Silva, Sarubbi, Silva, Porto & Nunes, 2015)		x		x
(Campbell, North & Ellegood, 2015)		x		x
(F. Li, Lee, Liu & Zhu, 2015)	x			
(X. Chen, Kong, Dang, Hou & Ye, 2015)		x		x
(Shangyao Yan, Hsiao & Chen, 2015)		x		x
(Kamargianni, Dubey, Polydoropoulou & Bhat, 2015)	x			
(Kang, Kim, Felan, Choi & Cho, 2015)		x	x	x
(Ellegood et al., 2015)		x	x	
(Bögl, Doerner & Parragh, 2015)		x	x	x
(Porto, Sarubbi, Thiéry, Da Silva & Nunes, 2015)		x		x
(Goeke & Schneider, 2015)		x		
(Fátima Souza, 2015)		x		x
(Huo, Yan, Fan, Wang & Gao, 2014)		x		
(Kinable, Spieksma & Vanden Berghe, 2014)		x		x
(Ruiz, Sanz & Martín, 2014)		x	x	
(Minocha & Triphati, 2014)		x	x	x
(Chalkia et al., 2014)		x		x
(Mammen, Stone, Buliung & Faulkner, 2014)		x		x
(Muennig, Epstein, Li & DiMaggio, 2014)		x		
(Cutumisu et al., 2014)		x		
(Quintero, Díaz & Moreno, 2014)	x			
(C. Lee & Li, 2014)	x			
(O'Neal et al., 2014)	x			
(Yang, Diez-Roux, Evenson & Colabianchi, 2014)	x			
(Mitra & Buliung, 2014)	x			
(Faraj, Sarubbi, Silva, Porto & Nunes, 2014)			x	x
(Smith et al., 2013)	x			
(Y. Lee, Jeong, Yun & Kim, 2013)			x	x
(Dang, Wang, Kong & Liu, 2013)			x	
(Mehta & Lou, 2013)	x			
(Joaquín Pacheco, Caballero, Laguna & Molina, 2013)		x		
(Park, Tae & Kim, 2013)		x	x	
(Jorge Riera & Salazar, 2013)		x	x	
(Patrick Schittekat et al., 2013a)		x	x	

(Dave et al., 2013)	x	x		
(Sghaier et al., 2013)			x	
(W Liu, 2013)	x			
(Buliung, Larsen, Faulkner & Stone, 2013)			x	x
(Addor, Amponsah, Annan & Sebil, 2013)		x	x	
(Dengah, Ock & Kim, 2013)		x	x	x
(Diaz-Parra, Ruiz-Vanoye, Buenabad-Arias & Cocon, 2012)		x	x	x
(T. Kim & Park, 2013)			x	
(S. R. Thangiah, Forsythe, Vinayagamoorthy, Wajda & Bair, 2013)		x	x	
(Y. Lee et al., 2013)			x	
(Chriqui et al., 2012)	x			
(Chan, Yang, Maliska & Grünbaum, 2012)	x			
(Mandujano, Giesen & Ferrer, 2012)			x	
(Larsen, Gilliland & Hess, 2012)	x		x	
(Diaz-Parra et al., 2012)			x	
(J. Kim & Soh, 2012)		x	x	x
(Eldrandaly & Abdallah, 2012)		x	x	x
(Jorge Riera & Salazar, 2012)		x	x	
(Park, Tae & Kim, 2012)			x	
(B.-I. Kim, Kim & Park, 2012)		x	x	x
(Su, Li, Fulin & Yueguang, 2012)	x			
(Arias, Jimenez & Montoya, 2012)		x	x	
(J. Zhang & Li, 2012)	x		x	
(P Schittekat, Kinable, Sørensen, Sevaux & Spieksma, 2012)		x	x	
(Bock, Grant, Könemann & Sanità, 2012)	x		x	
(Galloway, Hickey & Koehler, 2011)	x			
(Van Moffaert, Van Vreckem, Mihaylov & Nowé, 2011)	x		x	
(Stewart, 2011)	x			
(Khan, Choudhury & Wang, 2011)			x	
(Fügenschuh, 2011)			x	x
(Sidharthan, Bhat, Pendyala & Goulías, 2011)	x			
(Prasetyo, Muhamad & Fauzi, 2011)			x	
(Díaz, Ruiz & Zavala, 2011)	x	x	x	x
(S Yan, Hsiao & Hsieh, 2011)	x			
(Sopelete, Taketomi, Silva, Pereira & Sung, 2010)	x			
(Bernal, Daza & Rincón, 2010)	x			
(Park & Kim, 2010)	x			
(Z. Chen & Lu, 2010)	x		x	
(Falkmer, Renner & Anund, 2010)	x			

(L. V. D. Souza & Siquerira, 2010)	x	x
(Wilson, Marshall, Wilson & Krizek, 2010)	x	x
(Gao & Klein, 2010)	x	
(Carvalho, Moreira da Cruz, Câmara & Guilherme de Aragão, 2010)	x	

De la primera revisión analizada (*Tabla 2*) a la presente clasificación se extiende una distancia de nueve años. Si bien, la clasificación propuesta por (Park & Kim, 2010), comenzaba el camino para una categorización de la literatura acerca del SBRP, son los trabajos posteriores los que modelan y amplían el panorama, añadiendo categorías a las ya existentes, o diferenciando técnicas de uso para hallar soluciones al SBRP (Miranda et al., 2018) (Ellegood et al., 2019). La clasificación desarrollada en este capítulo expande los conceptos sobre los usos y prácticas desarrollados por investigadores de todo el mundo. Ampliando el conocimiento hacia otras dimensiones aún no consideradas, y abriendo todavía más el camino a esfuerzos colectivos que impulsen la investigación en el SBRP.

Se entiende que el problema y las soluciones al ruteo de buses escolares, buscan la eficiencia en la planificación, con el fin de minimizar costos y agilizar el traslado de estudiantes. El SBRP puede ser abordado desde el enfoque de cualquiera de los subproblemas desarrollados en la literatura (Rousseau et al., 1980). En las tablas 1 y 2, se nota un uso mayoritario del sub problema de la Generación de la ruta, seguida por la Programación de la ruta. Se evidencia también que el Ajuste de tiempo de llegada (School Bell Time Adjustment, en inglés), sigue siendo uno de los sub problemas con menor frecuencia en las investigaciones, desde la primera clasificación ilustrada en la *Tabla 2* (Park & Kim, 2010). Mientras que la generación de la ruta y la selección de parada de autobús siguen siendo uno de los subproblemas más usados.

A continuación, se presentan a detalle cada uno de los cinco subproblemas acerca del SBRP y cómo han aparecido en la literatura, seguida de una clasificación más, en la que se determinan las diferentes prácticas para las cuales se ha pensado y desarrollado determinado algoritmo (Park & Kim, 2010), para mostrar cómo han aparecido desde una perspectiva histórica los distintos enfoques y las soluciones a contextos distintos.

1.1.2. Subproblemas del SBRP

Se puede determinar que los subproblemas, aunque individuales, se encuentran estrechamente relacionados, ya que buscan resolver un mismo o una parte de un problema mayor; el ruteo de buses escolares, que dada su complejidad es difícil de plantear desde un punto de vista global.

El desarrollo de una solución nace del análisis en mayor atención a alguno de estos subproblemas, que parcialmente se mezcla con el enfoque y desarrollo de los demás subproblemas. Esto hace que una revisión y actualización de la literatura sobre el SBRP sea idónea en la medida que expande el marco de conocimiento que se tiene sobre la forma en que los investigadores de todo el mundo abordan el SBRP.

En tal sentido, las posibilidades para encontrar buenas soluciones a un mismo problema enriquecen el trabajo intelectual y académico en esta área, ya que se encuentra en constante búsqueda lo que hace diversa a la literatura acerca del SBRP, dado que cada nueva publicación responde con mayor atención a uno de los subproblemas, que por lo general es también la búsqueda a una falencia en un contexto determinado. Lo que puede entenderse como aplicación práctica. Por ejemplo, niños especiales requieren mejores rutas que se ajusten a sus necesidades y a la optimización del tiempo (Caceres et al., 2019); preocupación por la calidad del aire en el transporte de estudiantes (Wilson, Wilson & Krizek, 2007); carencia de buses y rutas en las zonas rurales de países emergentes (Carvalho et al., 2010).

De esta manera, no sólo las soluciones al problema del ruteo de buses son variadas, sino que el problema en sí puede identificar elementos distintos y significativos para su comprensión. En este sentido, se presentan a continuación los subproblemas que se pueden considerar en el SBRP.

1.1.2.1. Preparación de los datos

La preparación de datos es el paso previo para el resto de subproblemas, plantea el marco conceptual a seguir. En este paso se tienen en cuenta número de estudiantes, localización de la institución, tipo de vehículos y flota con la que se cuenta, así como horarios estimados de entrada o salida. Se puede usar un algoritmo genético capaz de compartir información con otros enfoques o soluciones mediante técnicas de *crossover-K* y de mutación *mutation-S* (Diaz-Parra et al., 2012) o desarrollar modelos comparativos con distintos niveles y opciones en los datos a un mismo problema, para evitar las lesiones de estudiantes durante el transporte (Falkmer et al., 2010). Un ejemplo más, es la consideración de datos georreferenciados específicamente sobre una población brasilera, para generar rutas que respeten una restricción de tiempo y distancia de camino hacia la parada del autobús (Porto et al., 2015).

1.1.2.2. Selección de paradas de autobús

Este subproblema define el conjunto de paradas a los cuales los estudiantes serán asignados. Por lo general los niños caminan hasta la parada, pero en algunos casos el servicio se presta puerta a puerta y cada hogar es considerado como una parada. Según el ordenamiento aplicado a la solución de este problema, se consideran dos estrategias para su intervención: ubicación-asignación-enrutamiento, llamada estrategia LAR (por sus siglas en inglés, Location-Allocation-Routing) o asignación-enrutamiento-ubicación, llamada ARL (por sus siglas en inglés, Allocation-Routing-Location) (Afric et al., 2018).

Un trabajo que aborda este subproblema, por ejemplo, considera para la ciudad de Bogotá rutas mixtas en zonas con una sola vía de acceso residenciales (Rodríguez-Parra et al., 2017). Otros aplican un modelo para la asignación de paradas considerando tiempos mínimos y máximos (Joaquín Pacheco et al., 2013). Demás enfoques consideran que las rutas pueden dividirse y fusionarse, utilizando combinaciones distintas de subproblemas para minimizar el número de vehículos utilizados por una institución (Lewis & Smith-Miles, 2018).

1.1.2.3. Generación de ruta de bus

En este subproblema se establece la cantidad de estudiantes por autobús y el tipo de autobús. Se construye la ruta de autobús mediante dos estrategias: seleccionando primero el grupo de estudiantes, luego definiendo una ruta para el abordaje; o seleccionando primero la ruta para el abordaje, seguida de la selección del grupo de estudiantes que la usarán. El gran introductor de la primera estrategia fue Newton (Park & Kim, 2010). Se puede usar un modelo matemático de solución al P-median con diferentes variables que ayudan a la optimización en la generación de rutas (J. Kim & Soh, 2012). En la actualidad, por ejemplo, la generación de las rutas puede pasar por un análisis de las redes viales y las condiciones medioambientales, con el fin de no sólo optimizar una ruta, sino disminuir el número de accidentes de esta (S. Sun, Duan & Xu, 2018b).

1.1.2.4. Ajuste de tiempo de llegada

Estima horas precisas e idóneas para programar tiempos de llegada que sirvan para la toma de decisiones sobre las rutas. Para algunos autores, el ajuste de una hora de entrada es usado con regularidad como restricción de tiempo, lo cual hace que sea considerado, no como un sub problema principal, sino como condicionante de los demás (Park & Kim, 2010). Dentro de los artículos que usan el ajuste del tiempo de llegada para encontrar una solución óptima se observa, por ejemplo, el uso de este subproblema para desarrollar un modelo eficiente en el transporte de estudiantes especiales que requieren de autobuses y equipamiento especial, al igual que un traslado puerta a puerta; en este caso el ajuste en los tiempos de entrada favorece la optimización de rutas y tiempo en el proceso de abordaje y descenso de los estudiantes (Caceres et al., 2019).

Otros autores que usan el ajuste de tiempo de llegada, abordan el subproblema como una solución a rutas que cuentan con ventanas de tiempo, esto convierte la optimización de la hora de llegada en un objetivo, subordinada a las demás variables, y no al contrario. De esta forma se descompone el problema de una manera distinta (Ezquerro et al., 2018).

1.1.2.5. Programación de la ruta

Este subproblema establece horas de salida y tiempos de llegada para los vehículos de uno de los nodos, institución o conjunto de instituciones educativas. La ruta pasa por un complejo procesamiento de datos. Esto se realiza por medio de algoritmos preestablecidos bajo criterios predeterminados. Este puntualiza tiempos de salida y llegada, las heurísticas aquí tienden a ser más variadas. Se consideran flotas de buses, ventanas de tiempo, rutas con escuelas múltiples, o rutas híbridas.

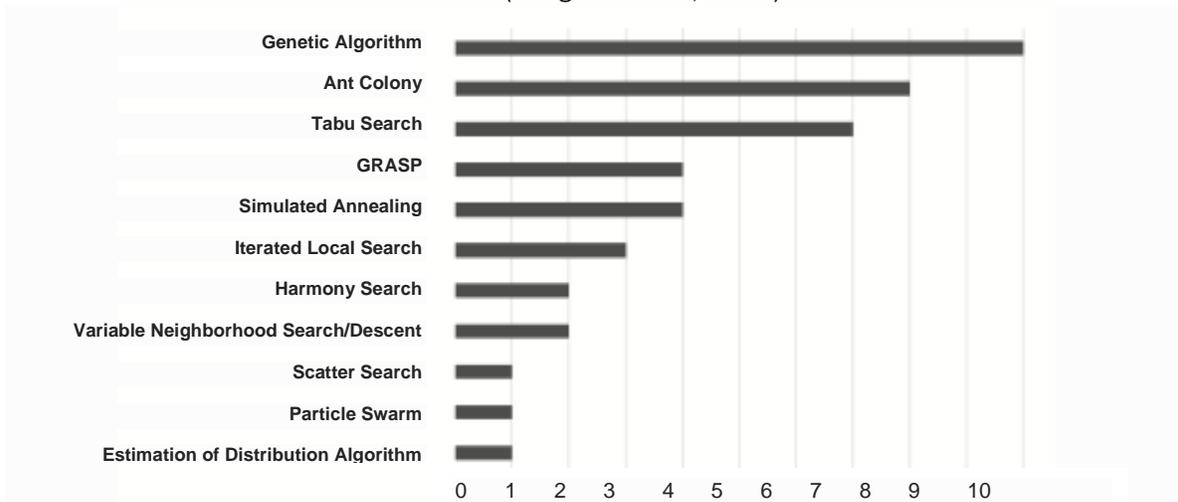
La programación de la ruta puede considerarse el último paso en la solución del SBRP, aunque sin duda es el punto de partida para algunos autores. Algunos proponen una programación de la ruta que pase por diferentes consideraciones dentro de los subproblemas, ya que asume que la solución óptima a un subproblema no siempre se identifica con una integración idónea al modelo de programación de la ruta (Shafahi et al., 2018). Otros autores relacionan la programación como una solución a un conjunto de variables que incluyen ventanas de tiempo (Fügenschuh, 2011).

1.1.3. Técnicas de Soluciones del SBRP

La descomposición en subproblemas del SBRP sirve para hacer posible la generación de soluciones. Optar por uno de los subproblemas es también buscar la técnica que deberá usarse para obtener una solución válida. Un estudio en 2019 analizó 64 artículos publicados acerca del SBRP y categorizó el uso de las técnicas según la frecuencia con la que aparecían en la literatura. Dando énfasis al entendimiento sobre una tendencia actual de uso (Ellegood et al., 2019). La *Figura 1* detalla el número de artículos publicados y la tendencia de usar algoritmos genéticos, para la solución del SBRP, en la actualidad.

Figura 1. SBRP Implementación de la Meta heurística

Fuente: (Ellegood et al., 2019).



La idea central del algoritmo genético se basa en la evolución, donde se espera que los individuos mejor adaptados transmitan a sus hijos a través de la herencia genética su proceso de adaptación y este pueda ser transmitido y mejorado por las poblaciones siguientes, sus componentes aceptan o descartan distintos resultados desde un punto de vista evolutivo y de adaptación. Es por tanto eficiente en problemas que requieren contemplar múltiples factores para dar una respuesta en tiempo real, y también aquellos que desean usar la inteligencia artificial (Al-khatib & Nahar, 2018).

La técnica de colonia de hormigas (ACO) intenta seguir el comportamiento de las hormigas para generar soluciones hallando la distancia más corta cuando hay diferentes puntos de referencia (Yigit et al., 2018); la Búsqueda Tabú sirve para mejorar la búsqueda de una solución matemática al problema del ruteo; el algoritmo que usa la técnica GRASP encuentra una posible solución en un primer paso y en un segundo trata de optimizarla; el algoritmo de recorrido simulado (Simulated Annealing) discrimina si una de las iteraciones puede permanecer o cambiar de posición mediante una simulación para aceptar su validez y probabilidad de optimización, al igual que la técnica anterior, estas son de característica meta-heurística.

1.1.4. Clasificaciones prácticas del SBRP

Entendidos los cinco subproblemas, se puede dar un paso más allá en una visualización desde una perspectiva histórica, que delimite la publicación de los artículos de acuerdo a su desarrollo. Se establece entonces una clasificación basada en las aplicaciones prácticas a soluciones dadas, o dentro la caracterización del problema (Park & Kim, 2010).

Puede ampliarse esta clasificación, entendiendo que dentro de la literatura el constante desarrollo presenta nuevos enfoques del problema, que también son alimentados en soluciones por avances tecnológicos que permiten nuevos algoritmos de solución, o nuevos elementos dentro del problema que no fueron considerados con anterioridad (Miranda et al., 2018). Se pueden percibir cambios en algunas categorías, por ejemplo, la flota Mixta donde considera un tercer componente: Heterogénea/ilimitada o Heterogénea/limitada, donde la flota Mixta puede presentar cualidades en el uso de vehículos que antes no habían sido consideradas, como la adquisición de un vehículo nuevo (Miranda et al., 2018). En este nuevo componente se clasifican los artículos del SBRP basado en su aplicación práctica, presentados en la *Tabla 4*.

Tabla 4 Clasificación basada en las aplicaciones prácticas hecha por Kim

Fuente: (Park & Kim, 2010)

Reference	#. School	Urban or rural	Mixed loads	Fleet mix	Objectives	Constraints	Problem size	Area
(R. M. Newton & Thomas, 1969)	Single	Urban	NO	HO	Not specified	C, MRT	50–80 stops	Artificial
(Angel et al., 1972)	Multiple	Suburban	NO	HO	N, TBD	C, MRT	1500 students	Tippercanoe, Indiana
(Bennett & Gazis, 1972)	Single	Urban	NO	HO	TBD, TSD	C, MRT	256 stops	Toms River, New Jersey
(R. M. Newton & Thomas, 1974)	Multiple	Urban	NO	HO	N, TBD	C, MRT	1097 students, 76 stops	Western New York
(Verderber, 1974)	Multiple	Urban	NO	HO	N, TBD	C, MRT	11,000 students	New York
(Gavish & Shlifer, 1978)	Single	Urban	NO	HO	N, TBD	C, MRT	21 stops	Artificial
(Bodin & Berman, 1979)	Multiple	Urban	NO	HO	N	C, MRT, TW	13,000 students	Brentwood, New York
(Dulac et al., 1980)	Single	Urban	NO	HO	N, TBD	C, MRT, MWT	585 students, 99 stops	Drummondville, Canada
(J Desrosiers, Ferland, Rousseau, Lapalme, & Chapleau, 1981, 1986a)	Multiple	Both	NO	HO	N, TBD	C, MRT, MWT	About 16,000 students	Drummondville, Canada
(Hargroves & Demetsky, 1981)	Multiple	Suburban	YES	HT	N, TBD	C, MRT, MSN	8537 students	Albemarle, Virginia

(Swersey & Ballard, 1984)	Multiple	Urban	NO	HO	N	TW	37 schools	New Haven, Connecticut
(Chapleau et al., 1985)	Single	Urban	NO	HO	N, SWD	C, MRT, MWT	2079 students	
(Russell & Morrel, 1986)	Multiple	Urban	YES	HO	TBD	C, MRT	140 students	Tulsa, Oklahoma
(D.-S. Chen et al., 1990)	Multiple	Rural	YES	HO	N, TBD	C, MRT	2413 students	Choctaw, Alabama
(Sam R. Thangiah & Nygard, 1992)	Single	Rural	NO	HT	N, TBD, TSD	C, MRT	353 students	
(Robert Bowerman et al., 1995)	Single	Urban	NO	HO	N, SWD, LB	C, MWT	138 students	Ontario, Canadá
(Braca et al., 1997)	Multiple	Urban	YES	HO	N	C, MRT, TW, EPT, MSN	838 stops, 73 schools	Manhattan, New York
(Corberan et al., 2002); (J Pacheco & Martí, 2006)	Single	Rural	NO	HO	N, MRL	C	55 stops	Burgos, Spain
(L. Li & Fu, 2002)	Single	Urban	NO	HT	N, TSD, TBD, LB	C	86 students, 54 stops	Hong Kong
(Ripplinger, 2005)	Single	Rural	NO	HT	N, TBD	C, MRT	131 students	Artificial
(Spada et al., 2005)	Múltiple	Rural	YES	HT	TL	C, TW	274 students	Switzerland
(Schittekat, Sevaux, Sörensen, 2006)	Single	Urban	NO	HO	TBD	C	50 students, 10 stops	Artificial
(Bektaş & Elmastaş, 2007)	Single	Urban	NO	HO	N, TBD	C, MRT	519 students	Ankara, Turkey
(Fügenschuh, 2009)	Múltiple	Rural	NO	HO	N, TBD	TW Range	102 schools	Germany

Bajo esta perspectiva se tienen en cuenta diferentes variables: número de escuelas (NS) a las cuales se dirige la solución al problema, ya que puede responder a múltiples escuelas (M) o no especificar (NS) lo que deja abierta la solución a una aplicación en específico; el entorno al que pertenece dicha escuela, estos pueden ser rural (R), urbana (U) o ambas (A), también puede ser semiurbana (S); se discriminan elementos como la flota, que puede ser homogénea (Ho) o heterogénea (He); y la disposición de la carga de dicha flota, que puede integrar estudiantes de una única escuela o de diferentes, en cuyo caso se denomina como carga Mixta; y por último, si la solución está enfocada a estudiantes especiales, entendidos como aquellos que debido a problemas de salud necesitan ser transportados con mayor cuidado. Estas variables funcionan como características del problema del SBRP, que ayudan a perfilar y definir los detalles del problema.

De igual forma, se establece un objetivo (OJ) preciso al que se dirige la solución, ya que los entornos o características del SBRP no son siempre los mismos. Estos objetivos pueden ser el de minimizar el tiempo de los estudiantes al interior del autobús (Te), o la reducción del tiempo de recorrido de la ruta (Rt); también suele identificarse la jornada (JO) para la cual se diseña la solución del SBRP. Por último, se tienen las restricciones, que son aquellas

condicionantes a la solución del problema, que pueden ser el tiempo de llegada, un número específico de estudiantes, buses o escuelas.

De esta forma, se ejemplifica cómo la aplicación práctica al SBRP es diversa y en constante expansión. Expandir el análisis sobre la literatura reciente puede establecer algunas categorías nuevas, ya que la preocupación y búsqueda de soluciones a problemas de sostenibilidad son de vital importancia en la literatura reciente acerca del SBRP. Así, por ejemplo, artículos con preocupaciones sobre los niveles de contaminación para los estudiantes dentro de la flota de bus y soluciones para disminuir la exposición a la contaminación pueden incluirse en la problemática del SBRP, consideraciones que antes no estaban incluidas dentro de la discusión en la literatura.

1.1.5. Nuevas Categorías

En el presente texto se entiende que la búsqueda de soluciones al problema de SBRP siempre encontrará nuevos elementos a considerar. En tal sentido, la propuesta de este documento extiende la primera clasificación presentada en la *Tabla 3* (Park & Kim, 2010), y continuada por otros autores (Miranda et al., 2018) (Ellegood et al., 2019), para dar cuenta de los nuevos elementos del SBRP aparecidos en la literatura. Por esta razón se piensa en las siguientes categorías dentro de los objetivos y restricciones que componen las clasificaciones anteriores.

1.1.5.1. Detalle de nueva clasificación.

A continuación, en la *Tabla 5*, se detallan las nuevas categorías que se proponen en el presente documento, otorgándoles un lugar dentro de clasificaciones pasadas, con el fin de expandir y dar un valor agregado a las revisiones de la literatura sobre el SBRP realizadas hasta la fecha.

Nuevas categorías dentro de los objetivos: Garantizar la sostenibilidad (estudiantes o medio ambiente). *Nuevas categorías consideradas dentro de las restricciones:* Soluciones en tiempo real, Solución dinámica, Multi-load, Tiempo dependientes y Coordinación.

Tabla 5 Detalle de nuevas categorías.

Fuente: Autor

Objetivos	
Sostenibilidad	(Ercan et al., 2016)
	(F. Li et al., 2015)
	(Goeke & Schneider, 2015)
	(Upham & Jakubowicz, 2008)
	(Wilson et al., 2007)
	(Moodie, Haby, Galvin, Swinburn & Carter, 2009)
	(Long, Harré & Atkinson, 2015)
Restricciones	
Tiempo Real	(Al-khatib & Nahar, 2018)
	(Yigit et al., 2018)
	(Yigit & Unsal, 2016)
Dinámica	(Y. Lee et al., 2013)
	(Yigit et al., 2018)
Multi-Carga	(Miranda et al., 2018)
Tiempo dependiente	(S. Sun et al., 2018b)
Coordinación	(Dave et al., 2013)

Los nuevos enfoques de desarrollo, sostenibilidad o desarrollo de algoritmos de respuesta en tiempo real, deben ser definidos dentro de la literatura del SBRP. A continuación, se definen cada uno de los nuevos ítems seguido por una tabla de clasificación de artículos bajo las restricciones y objetivos planteados como nuevos dentro del SBRP. Se identifica de esta manera las nuevas categorías de clasificación dentro de la caracterización del problema.

1.1.5.1. Sostenibilidad

Se interpreta como la forma de generar algoritmos que sean sostenibles y generen menos costos, mejor rendimiento medioambiental o mejoras en la salud. Pueden encontrarse desarrollos de un modelo de transporte que ayuda a la salud de los estudiantes, proponiendo recorridos y caminatas que ahorren dinero en la intervención contra la obesidad (Moodie et al., 2009), o que realizan un estudio similar de lucha contra la obesidad, aunque con enfoque en la comunidad que rodea a los estudiantes, con el fin de crear dinámicas que incentiven la caminata y el uso de medios de transporte económicos (Long et al., 2015).

El uso de autobuses que usan Diésel, o automotores deteriorados por el tiempo, pueden causar impacto en el medio ambiente o en los estudiantes, por los altos niveles de contaminación. Se hacen estudios referentes a manejo de flota y tiempo de recorridos para exponer a estudiantes y al medio ambiente en lo mínimo a agentes contaminantes.

También pueden hallarse análisis para el uso de vehículos eléctricos en el transporte de estudiantes, dado que es de los servicios que más impactan el medio ambiente dentro del sector del transporte, además se analiza la posibilidad de que estos vehículos participen de la red mediante el sistema V2G, obteniendo recompensas al conectarse a la red eléctrica (Ercan et al., 2016). Otros analizan los niveles de contaminación dentro de la cabina para los estudiantes, en busca de disminuir el tiempo de exposición de estos a agentes contaminantes, así como identificar los factores que ayuden a disminuirlos (F. Li et al., 2015).

Otros trabajos usan modelos de flota Mixta (vehículos eléctricos y de combustión), y ventanas de tiempo para encontrar la forma de optimizar el uso de vehículos eléctricos sin que esto afecte la movilidad o el consumo de energía y disminuya al mismo tiempo las emisiones de agentes contaminantes, entendiendo que pueden existir complicaciones estructurales y financieras para mantener una flota únicamente eléctrica (Goeke & Schneider, 2015).

Dentro de esta nueva categoría también se encuentran artículos anteriormente no vinculados dentro del problema del SBRP. Quizá también por su propio objeto de estudio, por ejemplo, los estudios de la Universidad de Manchester que, en la búsqueda de generar políticas de cero emisiones, ve en el traslado de estudiantes internacionales una problemática para el cumplimiento de sus metas (Upham & Jakubowicz, 2008). Otras soluciones interpretan el nivel de emisiones de agentes contaminantes relacionado con la distancia en la que los estudiantes se desplazan, mayor distancia implica mayor contaminación, así generan un algoritmo que ayuda a identificar escuelas cercanas para la asignación de estudiantes y rutas de buses que impliquen un menor tiempo de traslado (Wilson et al., 2007).

1.1.5.2. Tiempo real

Las soluciones en tiempo real son una prioridad en la actualidad, dado continuos cambios por parte del clima, tráfico o incidentes aislados, la ruta de un autobús puede modificarse para mejorar tiempos de recorrido en tiempo real. Para hallar una solución, algunos usan un algoritmo genético generando un modelo de respuesta en tiempo real (Real-Time system GA, SRT-GA) que, mediante aplicación móvil, es capaz de proporcionar la ruta más corta a un conductor específico (Al-khatib & Nahar, 2018). Otros usan el algoritmo genético para encontrar una solución en tiempo real, sin embargo, extiende el uso de herramientas, ya que considera que soluciones meta-heurísticas son más eficientes que las que usan una heurística simple; combina el AG con la optimización de la colonia de hormigas (ACO, por sus siglas en inglés) y la solución dinámica (Yigit et al., 2018). Ya anteriormente se había desarrollado una solución en tiempo real usando únicamente la optimización de colonia de hormigas (ACO, por sus siglas en inglés) (Yigit & Unsal, 2016).

1.1.5.3. Dinámica

Algunos problemas implican encontrar una solución para múltiples estaciones de parada, en las que estudiantes abordan o son trasladados a las instituciones. Por tanto, se consideran dinámicas en la medida en que no tienen un único punto de partida y llegada, sino que estos pueden ser múltiples dependiendo de la necesidad de la institución educativa. Esto se

resuelve desarrollando un algoritmo que considere la carga Mixta y las ventanas de tiempo para generar una solución dinámica a la ruta de una institución en específico (Y. Lee et al., 2013). También, dentro de la elaboración de un algoritmo genético de respuesta en tiempo real para la solución al SBRP, no sólo se considera el uso del modelo de optimización de colonia de hormigas (ACO, por sus siglas en inglés), sino que también la solución dinámica es parte de una solución óptima (Yigit et al., 2018).

1.1.5.4. Carga múltiple

La carga múltiple permite que, en la generación de ruta, estudiantes de diferentes escuelas puedan ser recogidos y llevados a diferentes instituciones de manera simultánea. De esta forma, su dirección de desplazamiento (si llegan o parten) solo es una variante que permite mezclar diferentes estudiantes con diferentes tiempos de llegada y salida, que sirven para optimizar el recorrido de una ruta de autobús. En tal sentido, se puede desarrollar un algoritmo con aplicación a estudiantes de una zona rural, cuya solución busca optimizar el uso de recursos en zonas con poco desarrollo social y económico (Miranda et al., 2018).

1.1.5.5. Tiempo dependiente

Las condiciones medioambientales, accidentales y de congestión no son comúnmente consideradas dentro de las variantes en la generación de una solución del SBRP. Es por esta razón que las condiciones meteorológicas y circunstanciales son consideradas como parte condicionante del recorrido de un vehículo de un lugar a otro, para así evitar congestiones, accidentalidad y disponer mejor del tiempo del recorrido. Algunas publicaciones, por ejemplo, buscan una solución que interprete estos elementos junto con las ventanas de tiempo, para con ello encontrar recorridos y sistemas de enrutamiento de un autobús óptimo y que ante una eventualidad no se vea afectado en demasía por tales acontecimientos (S. Sun et al., 2018b).

1.1.5.6. Coordinación

Los problemas de transporte de estudiantes en muchas medidas obedecen a condiciones económicas y sociales de las poblaciones. De esta manera, modelos de transporte que ofrezcan el servicio a más de una escuela y generen rutas con estudiantes mixtos puede ser una solución económica, pero debido a las mismas condiciones sociales, implica una decisión externa a la institución educativa. Un ejemplo de coordinación en este sentido se encuentra (Dave et al., 2013), donde se realiza una encuesta para percibir dentro de los padres de un sector en la India, la posibilidad de contratar un sistema de transporte debido a las malas condiciones en el transporte de sus hijos.

En la *Tabla 6* se realiza una clasificación con respecto a la aplicación práctica que ha tenido el problema de ruteo de buses escolares hasta el 2019.

Tabla 6 Clasificación por aplicación práctica del SBRP extendida hasta 2019 siguiendo el trabajo realizado en (Miranda et al., 2018) (Park & Kim, 2010).

Fuente: Autor

Autor	NE	ZN	JO	CM	ES	FL	Objetivos	Restricciones
(Caceres et al., 2019)	M	U	NE	Sí	Sí	Ho	Te	Primera recogida
(Shafahi et al., 2018)	Una	U	NE	No	No	Ho	Rutas de buses	Tiempos dependientes
(Lewis & Smith-Miles, 2018)	M	U	NE	No	No	He	Mejoramiento de buses	NE
(Dirks et al., 2018)	M	U	D	No	No	Ho	Te	Máxima distancia de camino hacia la parada de autobús
(S. Sun et al., 2018a)	M	U	NE	No	No	Ho	Te	Tiempos dependientes
(O'Neil & Hoffman, 2018)	M	U	NE	No	Sí	He	Mejoramiento de buses	NE
(Ezquerro et al., 2018)	M	U	NE	No	No	NE	Ventana de tiempo	NE
(Sales et al., 2018)	M	U	NE	No	No	He	Rutas de buses	NE
(Al-khatib & Nahar, 2018)	Una	U	NE	No	No	Ho	Tiempo real	Tiempo real
(Oluwadare et al., 2018)	Una	U	NE	No	No	Ho	Nb	NE
(Ünsal & Yigit, 2018)	M	U	NE	No	No	Ho	Dinámica y tiempo real	Dinámica y tiempo real
(Yigit et al., 2018)	Una	Rural	NE	No	No	Ho	Dinámica y tiempo real	Dinámica y tiempo real
(Lewis et al., 2018)	M	U	NE	No	No	He	Reducción de tiempo	NE
(Mokhtari & Ghezavati, 2018)	M	U	NE	Sí	No	He	Reducción de buses y tiempo de los estudiantes	NE
(ZhiJie Li et al., 2018)	M	U	NE	Sí	No	He	Ventana de tiempo	NE
(Miranda et al., 2018)	M	R	D	Sí	No	He	Reducción costos	Multi-load
(Pérez & Hernández, 2017)	Una	U	NE	No	No	Ho	Total, de tiempo recorrido por el autobús	NE
(Hashi et al., 2016)	Una	U	NE	No	No	Ho	Reducción de buses y de tiempo de viaje	NE

(Levin & Boyles, 2016)	M	U	NE	No	No	Ho	Reducción de tiempo	NE
(Z. Wang et al., 2017)	M	U	NE	No	No	Ho	Número de buses	NE
(Batta et al., 2017)	M	U	D	No	No	Ho	Reducción de buses y de tiempo de viaje	Escuelas con WT
(Ermagun & Samimi, 2017)	M	U	NE	No	No	He	Distancia recorrida	NE
(Fatima Souza et al., 2017)	M	R	NE	Sí	No	He	Total, tiempo	NE
(Jouzdani et al., 2017)	M	U	NE	No	No	He	Reducción tiempo	NE
(Parvasi et al., 2017)	M	U	NE	No	No	He	Reducción costo	NE
(Jianguo Wang & Huang, 2017)	M	U	NE	No	No	He	Rutas de buses	NE
(Mouhcine et al., 2017)	M	U	NE	No	No	NE	Ruta de buses	Distancia recorrida y capacidad de cada vehículo
(Rodríguez-Parra et al., 2017)	M	U	NE	Sí	No	He	Reducir costo operacional	NE
(B. Yao et al., 2016)	M	U	NE	Sí	No	He	Reducción tiempo	NE
(Fátima Souza et al., 2016)	M	R	NE	Sí	No	He	Reducción tiempo	NE
(Yigit & Unsal, 2016)	Una	U	NE	No	No	He	Rutas de buses	NE
(R. Xu et al., 2016)	Una	U	NE	No	No	He	Atributos del vehículo	NE
(Pérez & Hernández, 2016)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo de viaje	NE
(Huo et al., 2014)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducir costo operacional	NE
(Kinable et al., 2014)	Una	U	NE	No	No	He	Reducción de buses y de tiempo de viaje	NE
(Ruiz et al., 2014)	M	U	NE	Sí	No	NE	Reducción de buses	NE
(Minocha & Tripathi, 2014)	Una	U	NE	No	No	He	Reducción de buses y de tiempo de viaje	Capacidad del vehículo
(C DiMaggio, Chen, Muennig & Li, 2014)	NE	U	NE	No	No	He	Reducción de riesgo en peatones infantiles	NE
(Chalkia et al., 2014)	M	U	NE	No	No	NE	Seguridad de los niños	NE
(Mammen et al., 2014)	M	D	D	No	No	He	Distancia de ruta	NE
(Muennig et al., 2014)	M	U	NE	No	No	He	Reducción de lesiones	NE

(Cutumisu et al., 2014)	NE	U	NE	No	No	He	Seguridad de los niños	NE
(Nassief et al., 2016)	Una	U	NE	No	No	NE	Tiempo perdido por los niños	NE
(de Sá et al., 2016)	M	U	NE	No	No	He	Seguridad de los niños	NE
(Ercan et al., 2016)	M	U	NE	No	No	Ho	Mejorar niveles de contaminación (ambiente)	NE
(Olympia et al., 2016)	M	U	NE	No	No	He	Seguridad de los niños	NE
(Unsal et al., 2016)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducción tiempo	NE
(Sarubbi et al., 2016)	M	U	NE	No	No	He	Reducción de paradas de buses	NE
(Siqueira et al., 2016)	M	D	NE	No	No	He	Reducción tiempo	WT
(Chalkia et al., 2016)	M	D	NE	No	No	NE	Seguridad hacia la parada de autobús	NE
(C. M. Silva, Sarubbi, Silva, Porto & Nunes, 2015b)	M	R	NE	Sí	No	He	Reducción de tiempo de viaje	NE
(Campbell et al., 2015)	M	R	D	Sí	No	NE	Reducción de buses y de tiempo de viaje	NE
(F. Li et al., 2015)	NE	NE	NE	No	No	NE	Mejorar niveles de contaminación (ambiente dentro del bus)	NE
(X. Chen et al., 2015)	M	NE	NE	No	No	Ambas	Reducción de buses y de tiempo de viaje	WT
(Shangyao Yan et al., 2015)	M	U	NE	No	No	He	Reducción de tiempo	NE
(Kamargianni et al., 2015)	NE	U	NE	No	No	He	Seguridad de los niños	NE
(Kang et al., 2015)	M	U		Sí	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Ellegood et al., 2015)	Una	Semi-R	NE	Sí	No	Ho	Reducción de buses	NE
(Bögl et al., 2015)	M	U	Mñ	No	No	NE	Reducción de costo operacional	NE
(Porto et al., 2015)	M	R	NE	No	No	NE	Total estudiantes	NE

(Goeke & Schneider, 2015)	NE	U	NE	No	No	He	Mejorar niveles de contaminación (ambiente)	WT
(Fátima Souza, 2015)	M	R	NE	Sí	No	He	Reducción de costos y de buses	NE
(Ermagun & Samimi, 2015)	M	U	NE	No	No	He	Salud (actividad física)	NE
(Long et al., 2015)	M	U	NE	No	No	He	Salud (actividad física)	NE
(Quintero et al., 2014)	M	U	NE	No	No	He	Capacidad del vehículo	NE
(C. Lee & Li, 2014)	M	U	NE	No	No	He	Salud (actividad física)	NE
(O'Neal et al., 2014)	M	U	NE	No	No	He	Rutas de buses	NE
(Yang et al., 2014)	NE	U	NE	No	No	He	Salud (actividad física)	NE
(Mitra & Buliung, 2014)	NE	U	NE	No	No	He	Salud (actividad física)	NE
(Faraj et al., 2014)	M	R	NE	No	No	He	Reducción tiempo	NE
(Smith et al., 2013)	M	NE	NE	No	No	He	Salud (actividad)	NE
(Y. Lee et al., 2013)	Una	U	NE	Sí	No	NE	Dinámica	Dinámica WT
(Dang et al., 2013)	M	U	NE	Sí	No	NE	Reducción de costos y de buses	NE
(Mehta & Lou, 2013)	Una	U	NE	No	No	NE	Seguridad de los niños (uso del cinturón de seguridad)	NE
(Joaquín Pacheco et al., 2013)	M	R	D	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Park et al., 2013)	M	U	NE	Sí	No	He	Reducción de tiempo	NE
(Jorge Riera & Salazar, 2013)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Patrick Schittekat et al., 2013b)	M	U	NE	No	No	He	Reducción de tiempo	WT
(Dave et al., 2013)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de costos	Coordinados
(Sghaier et al., 2013)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducción de costos y de buses	NE
(W Liu, 2013)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Buliung et al., 2013)	M	U	NE	No	No	He	Rutas a la escuela	NE
(Addor et al., 2013)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Dengah et al., 2013)	M	A	NE	No	No	NE	Reducción de buses y de tiempo de viaje	NE

(Diaz-Parra et al., 2012)	Una	U	Mñ	No	No	Ho	Reducción de buses y de tiempo de viaje	NE
(T. Kim & Park, 2013)	NE	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(S. R. Thangiah et al., 2013)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de buses	NE
(Y. Lee et al., 2013)	NE	NE	NE	Sí	No	NE	Dinámica	Dinámica WT
(Chriqui et al., 2012)	M	U	NE	No	No	He	Salud (actividad física)	NE
(Chan et al., 2012)	NE	NE	NE	No	No	NE	Ciencia y pensamiento crítico en high school	NE
(Mandujano et al., 2012)	M	R	D	No	No	He	Reducción de costos	NE
(Larsen et al., 2012)	M	U	NE	No	No	NE	Condiciones ambientales camino a la parada y parada-casa/ Salud (actividad: física, caminar, bici)	NE
(Diaz-Parra et al., 2012)	Una	U	Mñ	No	No	Ho	Reducción de buses y de tiempo de viaje	NE
(J. Kim & Soh, 2012)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	Capacidad del vehículo / WT
(Eldrandaly & Abdallah, 2012)	Una	U	NE	No	No	Ho	Reducción de tiempo	Capacidad del vehículo / WT
(Jorge Riera & Salazar, 2012)	M	A	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Park et al., 2012)	M	NE	NE	Sí	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(B.-I. Kim et al., 2012)	M	NE	NE	Sí	No	Ambos	Reducción de tiempo	WT
(Su et al., 2012)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Arias et al., 2012)	Una	U	Ambas	No	No	NE	Reducción de tiempo	Capacidad del vehículo / WT
(J. Zhang & Li, 2012)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(P Schittekat et al., 2012)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Bock et al., 2012)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción de buses	Capacidad del vehículo
(Galloway et al., 2011)	NE	R	NE	No	No	NE	Observar y contar la vida salvaje durante el viaje	NE
(Van Moffaert et al., 2011)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE

(Stewart, 2011)	NE	NE	NE	No	No	NE	Salud (actividad física)	NE
(Khan et al., 2011)	M	U	NE	No	No	He	Reducción de tiempo	NE
(Fügenschuh, 2011)	M	NE	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	WT
(Sidharthan et al., 2011)	NE	NE	NE	No	No	NE	Salud (actividad física)	NE
(Prasetyo et al., 2011)	M	U	NE	No	Sí	NE	Reducción de tiempo	NE
(Díaz et al., 2011)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción de costos	NE
(Sopelete et al., 2010)	NE	U	NE	No	No	He	Niveles de alergias en los vehículos (buses y taxis)	NE
(Bernal et al., 2010)	NE	NE	NE	No	No	He	Posturas en los vehículos de transporte escolar (Cinturón de seguridad)	NE
(Park & Kim, 2010)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción tiempo	WT
(Z. Chen & Lu, 2010)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción tiempo	NE
(Falkmer et al., 2010)	M	A	D	No	No	NE	Reducción de costos / Seguridad	NE
(L. V. D. Souza & Siquerira, 2010)	M	U	NE	Sí	No	He	Reducción de tiempo	NE
(Wilson et al., 2010)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Gao & Klein, 2010)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Carvalho et al., 2010)	M	R	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Moodie et al., 2009)	M	NE	D	No	No	He	Reducir la obesidad infantil / Salud (actividad: física, caminar)	NE
(Fügenschuh, 2009)	M	R	NE	No	No	He	Reducción de buses	WT
(Rashidi, Zokaei-Aashtiani & Mohammadian, 2009)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	Capacidad del vehículo
(Ibeas, Moura & Dell'Olio, 2009)	M	U	NE	Sí	No	NE	Reducción de costos y de buses	WT
(Upham & Jakubowicz, 2008)	M	U	NE	No	No	NE	Mejorar niveles de contaminación (ambiente)	NE
(Yarlagadda & Srinivasan, 2008)	M	U	NE	No	No	He	Reducción de tiempo	NE
(Mueller, Tscharaktschiew & Haase, 2008)	M	U	NE	No	No	He	Reducción de tiempo	NE

(Ulfarsson & Shankar, 2008)	M	NE	NE	No	No	He	Salud (actividad física)	NE
(Khader, 2008)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(S. Thangiah, Fergany, Wilson, Pitluga & Mennell, 2008)	M	R	NE	Sí	No	He	Reducción de costos y de tiempo de viaje	NE
(Chung & Shalaby, 2007)	M	U	NE	No	No	NE	Predecir tiempo de llegada buses	NE
(Bektaş & Elmastaş, 2007)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducción de costos	NE
(Hanley, 2007)	M	A	NE	No	No	NE	Reducción de costos y de tiempo	NE
(Sanches & Ferreira, 2007)	M	R	NE	No	No	NE	Reducción de costos y de tiempo	NE
(P Schittekat, Sörensen, Sevaux & Springael, 2007)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	WT
(Wilson et al., 2007)	M	U	NE	No	No	He	Mejorar niveles de contaminación (ambiente)	NE
(Patrick Schittekat et al., 2006)	NE	U	NE	Sí	No	Ho	Reducción de tiempo	NE
(Fügenschuh & Martin, 2006)	M	R	Mñ	Sí	No	NE	Reducción de buses	NE
(Ripplinger, 2005)	M	R	NE	No	Sí	He	Reducción de tiempo	NE
(Spada et al., 2005)	M	NE	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Simchi-Levi, Chen & Bramel, 2005)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Belcher, Britt, Granade, Powell & Schlessinger, 2005)	M	R	NE	No	No	NE	Reducción de costos y de tiempo	NE
(Boarnet, Anderson, Day, McMillan & Alfonzo, 2005)	M	U	NE	No	No	He	Salud (actividad física)	NE
(Geem, 2005)	Una	NE	NE	No	No	NE	Reducción de buses y de tiempo mediante proceso musical	Capacidad del vehículo / WT
(Ramage & Howley, 2005)	Una	R	NE	No	No	NE	Percepción de los padres	NE
(Ke, Caron & Aneja, 2005)	NE	NE	D	No	No	Homogéneo	Reducción de tiempo	NE
(Rhoulac, 2005)	M	U	D	No	No	Heterogéneo	Reducción de tiempo	NE

(Kingham & Ussher, 2005)	M	U	NE	No	No	Heterogéneo	Reducción de tráfico	NE
(Lima, Goldbarg & Goldbarg, 2004)	NE	NE	NE	No	No	Heterogéneo	Reducción de tiempo	NE
(S R Thangiah, Wilson, Pitluga & Mennell, 2004)	M	R	NE	Sí	No	Heterogéneo	Reducción de tiempo	NE
(L. Li & Fu, 2002)	Una	U	D	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Corberan et al., 2002)	M	R	NE	No	No	NE	Reducción de buses y de tiempo	NE
(Howley, Howley & Shamblen, 2001)	M	A	NE	No	No	NE	Seguridad	NE
(Rhoulac, Roupail & Tsai, 2001)	M	A	NE	No	No	NE	Reducción de buses	NE
(Spasovic, Chien, Kelnhofer-Feeley, Wang & Hu, 2001)	Una	U	Mñ	No	No	NE	Reducción de costos	WT
(Braca et al., 1997)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de costos	NE
(Robert Bowerman et al., 1995)	Una	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	Capacidad del vehículo
(Sam R. Thangiah & Nygard, 1992)	M	U	NE	No	No	He	Reducción de tiempo	NE
(Bookbinder & Edwards, 1990)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de buses	Ventana de tiempo / Número de buses
(Nagurney, 1990)	M	U	NE	No	No	NE	Distancia de los buses cuando no hay niños siendo transportados	NE
(Atkinson, 1990)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	WT
(D.-S. Chen et al., 1990)	M	R	NE	No	No	NE	Reducción de buses y de tiempo de viaje	NE
(D.-S. Chen et al., 1988)	M	R	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	Capacidad del vehículo
(Dauler & Nuttle, 1987)	M	NE	Mñ	No	No	NE	Reducción de tiempo	WT
(Graham & Nuttle, 1986)	M	U	D	No	No	NE	Reducción de costos	WT
(Desrosiers et al., 1986)	M	A	D	No	No	NE	Reducción de costos y de buses	WT
(Russell & Morrel, 1986)	M	U	NE	No	Sí	NE	Reducción de tiempo	NE
(Swersey & Ballard, 1984)	M	U	D	No	No	NE	Reducción de buses	WT

(Nygard, Summers & Wagner, 1982)	M	R	NE	No	No	NE	Reducción de costos y de tiempo	NE
(Hargroves & Demetsky, 1981)	M	A	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Dulac et al., 1980)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	NE
(Bodin & Berman, 1979)	M	NE	NE	No	No	NE	Reducción de costos	WT
(Gavish & Shlifer, 1978)	NE	NE	NE	No	No	He	Reducción de costos	Capacidad del vehículo
(Foulds, Read & Robinson, 1977)	Una	NE	NE	No	No	NE	Reducción de costos	NE
(Gleason, 1975a)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción de paradas de autobús	NE
(Gleason, 1975b)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción de paradas de autobús	NE
(R. M. Newton & Thomas, 1974)	M	U	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo y de rutas	Capacidad del vehículo
(Bennett & Gazis, 1972)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción distancia entre paradas de autobuses	NE
(Angel et al., 1972)	NE	NE	NE	No	No	NE	Reducción de rutas	NE
(R. M. Newton & Thomas, 1969)	Una	NE	NE	No	No	NE	Reducción de tiempo	Capacidad del vehículo / Ventana de tiempo
(Lanxue, Zhen, Qingsong & Yunfeng, 2013)	M	U	NE	Sí	No	NE	Reducción de buses y de costos	WT

Número de escuelas (NS): Múltiples (M), no especificado (NE). Zona (ZN), urbana (U), rural (R), Ambas (A), Semi Urbano (S). Flota (FL), homogénea (Ho), heterogénea (He). Estudiantes especiales (ES), Dos jornadas (D). Objetivos (OJ), Minimizar el tiempo del estudiante (Te), Reducción tiempo (Rt). Jornada (JO). Mañana (Mñ). Carga Mixta (CM). Número de buses (Nb), ventanas de tiempo (WT).

1.2. Ruteo tiempo dependiente

1.2.1. Generalidades

La dependencia del tiempo es una característica que se le atribuye a los problemas de ruteo de vehículos; en estos problemas se tiene en cuenta el horario o los intervalos en que se da inicio a los viajes, puesto que la duración de las rutas a diseñar está directamente ligada a las condiciones que tenga la vía en determinados horarios del día y días de la semana. Estas situaciones pueden conocerse a través de históricos y ser ingresadas de forma a priori a la ejecución del modelo. Algunas de ellas pueden ser predecibles como la congestión vial y el tráfico o impredecibles como los accidentes (Chac Sam, 2010). Estos y otros aspectos pueden generar una duración mayor en el tiempo de ruta y un incremento en el consumo de combustible.

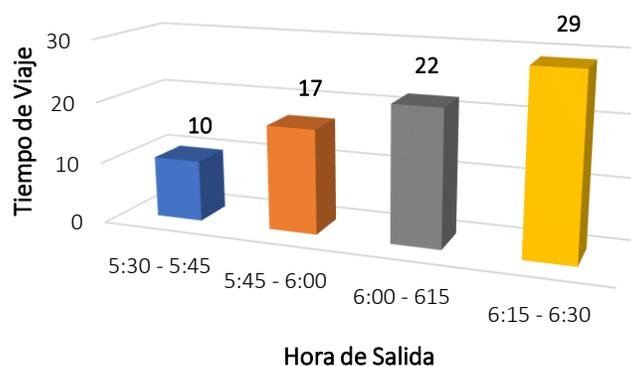
Existen variables que se alteran como consecuencia del intervalo en el cual se inicia una ruta, como por ejemplo la velocidad, esta característica del viaje depende directamente de las particularidades de la vía. Así pues, todas las variables que dependan del instante en que se inicie la ruta, son dependientes del tiempo.

“El hecho de considerar tiempos de viaje dependientes de las condiciones de operación de la red vial, conduce a importantes beneficios. Por ejemplo, si se usan arcos no congestionados durante el día, el tiempo total de viaje debiera disminuir. Además, la programación se vuelve mucho más confiable y, por lo tanto, podrá satisfacer de mejor manera las restricciones de tiempo que se pudieran imponer” (Ebensperger, 2009).

En la *Gráfica 3* se muestra de forma general un ejemplo de la dependencia de la duración del viaje con respecto a la hora o el intervalo en el cual se inicia el recorrido, observando que dicha duración incrementa a medida que las horas de los intervalos lo hacen, es decir, cuando la hora de inicio de la ruta es mayor.

Gráfica 3. Duración del viaje dependiente de la hora de salida

Fuente: Autor

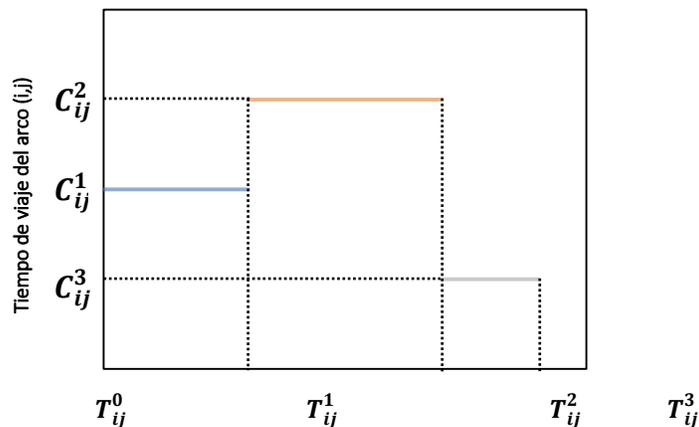


1.2.1.1. Tiempo de viaje efectivo dado por una función escalón (STEP WISE)

La función escalonada es propuesta en (Malandraki & Daskin, 1992), los autores asumen que el tiempo de viaje es constante y la congestión recurrente, es decir, que la velocidad de un arco entre dos nodos es la misma y que no se tienen en cuenta condiciones inesperadas en la red vial. En la *Gráfica 4* se muestra este comportamiento, para este caso, cada arco (i, j) fue reemplazado por M_{ij} arcos paralelos desde el nodo i al nodo j , donde M_{ij} es el número de intervalos de tiempo distintos considerados en una función de tipo *step* que representa los tiempos de viaje para el arco.

Gráfica 4. Función de tiempo de viaje de un arco (i, j) con tres intervalos de tiempo ($M_{ij} = 3$)

Fuente: (Malandraki & Daskin, 1992)

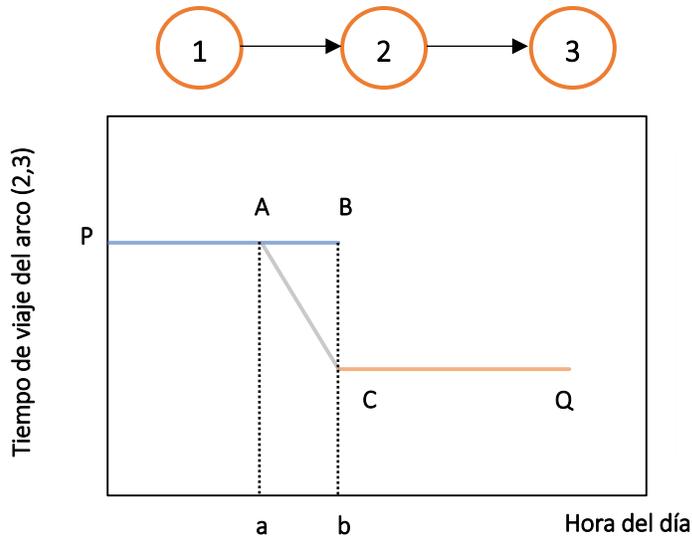


1.2.1.2. Tiempo de viaje efectivo dado por una función continua (PIECEWISE)

Asumiendo que los tiempos de viaje cambian continuamente como función del tiempo y no en saltos discretos; en (Malandraki & Daskin, 1992), se plantea un comportamiento de la función de tipo PICEWISE expuesto en la *Gráfica 5*, cuando se permiten tiempos de espera en los nodos y el tiempo de viaje en el intervalo $m+1$ es menor que el tiempo en el intervalo m .

Gráfica 5. Ejemplo de red y función step de tiempos de viaje

Fuente: (Malandraki & Daskin, 1992)

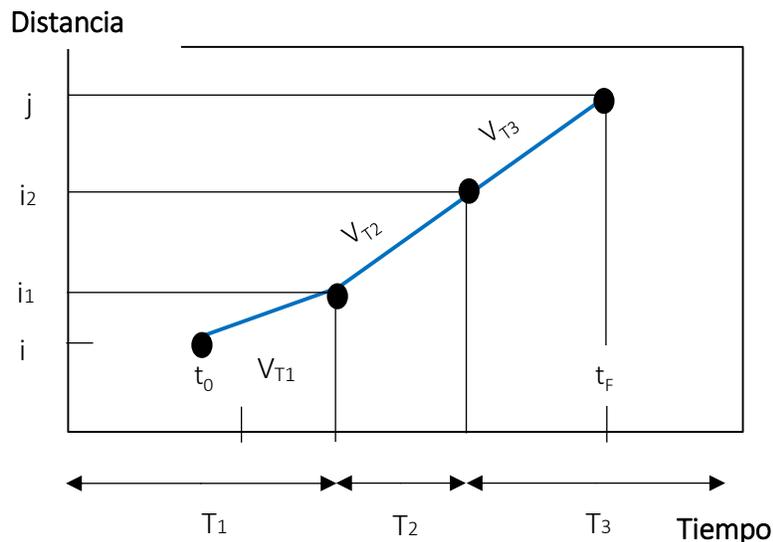


1.2.1.3. Función continua (PIECEWISE) con velocidad escalonada

En (Ichoua, Gendreau & Potvin, 2003) se asume que la velocidad entre los arcos dependerá de la hora en la que se inicie el recorrido, siendo así los tiempos de viaje dependientes de la velocidad, como se observa en la *Gráfica 6*. Los autores presentan un modelo basado en velocidades de viaje dependientes del tiempo que satisface la condición de primera en entrar, primera en salir, FIFO (por sus siglas en inglés, first in, first out), en el que se ajusta la velocidad cuando el vehículo cruza el límite entre dos intervalos. En el modelo, la velocidad de viaje es tratada como una función escalón según los períodos del día, este comportamiento es presentado en la *Gráfica 7*.

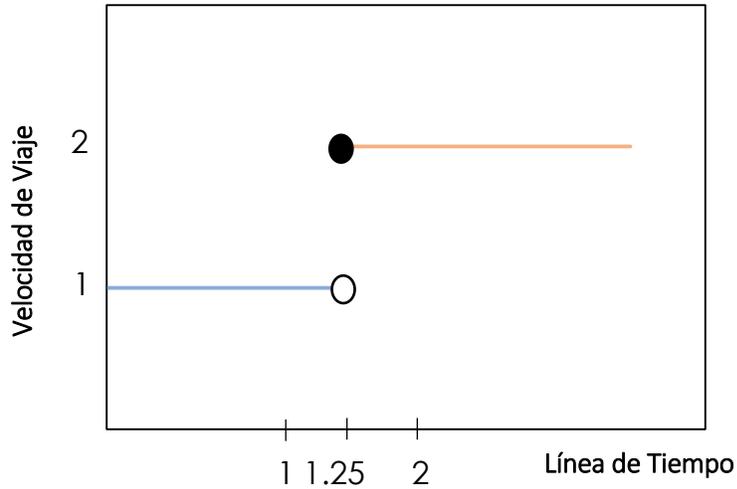
Gráfica 6. Cambio de velocidad de viaje con el tiempo

Fuente: (Ichoua et al., 2003)



Gráfica 7. Función de velocidad de viaje en un nodo

Fuente: (Ichoua et al., 2003)

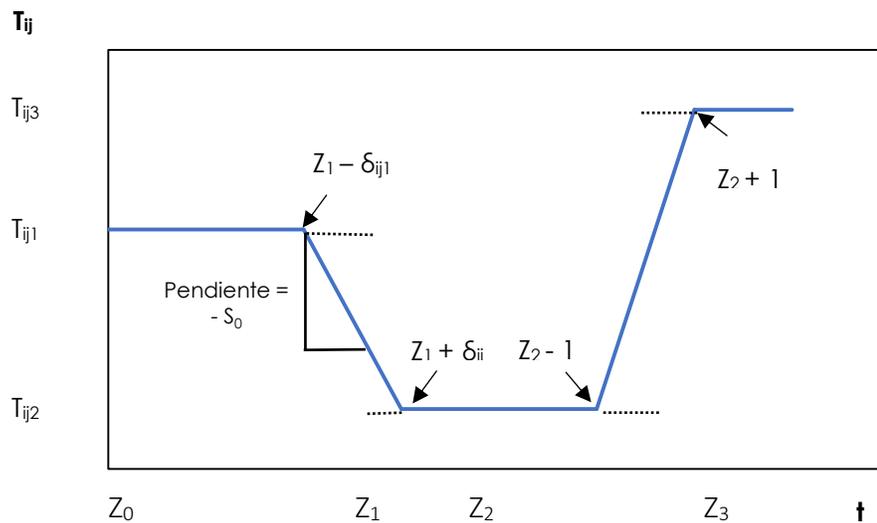


1.2.1.4. Tiempo de viaje dependiente del tiempo y linealización de la función de tiempo de viaje

En (Fleischmann, Gietz & Gnutzmann, 2004) para evitar los problemas generados por una función de tipo escalón, utilizan una función continua en los tiempos de viaje que satisface el principio FIFO. En los saltos al pasar de un intervalo a otro, los autores linealizan la función de tiempo de viaje como se muestra en la *Gráfica 8*. Esta linealización se hace en el intervalo $[z_k - \delta_{ijk}, z_k + \delta_{ijk}]$.

Gráfica 8. Función linealizada de los tiempos de viaje $T_{ij}(t)$

Fuente: (Fleischmann et al., 2004)



T_{ijk} = Tiempo de viaje mínimo entre el nodo i y el nodo j cuando inicia en el intervalo k .

Z_k = Intervalo de tiempo k .

δ_{ijk} = Parámetro que debe ser menor que el largo de los intervalos a los que pertenece.

s_{ijk} = Pendiente de la linealización.

$$s_{ijk} = \frac{\tau_{ij,k+1} - \tau_{ijk}}{2 \cdot \delta_{ijk}}$$

T_{ij} = Tiempo de viaje de i a j para la hora de inicio t en i .

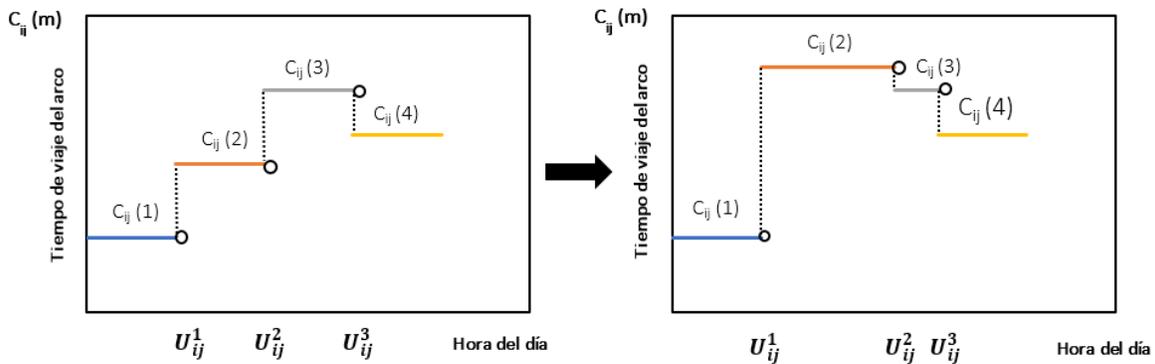
$$\tau_{ij}(t) = \begin{cases} \tau_{ijk} & \text{para } z_{k-1} + \delta_{ij,k-1} \leq t \leq z_k - \delta_{ijk} \\ \tau_{ijk} + (t - z_k + \delta_{ijk}) \cdot s_{ijk} & \text{para } z_k - \delta_{ijk} \leq t \leq z_k + \delta_{ijk} \end{cases}$$

1.2.1.5. Función escalón con congestión recurrente y no recurrente

En (H.-K. Chen, Hsueh & Chang, 2006) se considera una función escalonada con congestión recurrente y no recurrente, en la que se asume que se pueden presentar incidentes que modifican la duración de los tiempos de viaje como se muestra en la *Gráfica 9* y la aparición de nuevos clientes en la ruta. Para la actualización de las rutas, se utilizó el concepto de “nodo crítico”, que hace referencia al nodo en el que se encuentra el vehículo, o al que se está dirigiendo. En el documento, los autores no consideran la variación de la velocidad.

Gráfica 9. Cambio en los tiempos de viaje producto de un incidente

Fuente: (H.-K. Chen et al., 2006)



La *Tabla 7* muestra la forma en que se definieron los tiempos de recorrido para los nodos i y j en los diferentes intervalos de tiempo m , para los cuales los valores de $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ y ρ_1, ρ_2 son parámetros random.

- Valores para $\varepsilon_i = -\frac{(l_1 - e_1)}{16} \leq \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3 \leq \frac{(l_1 - e_1)}{16}$

$(l_1 - e_1)$: Duración de la jornada laboral.

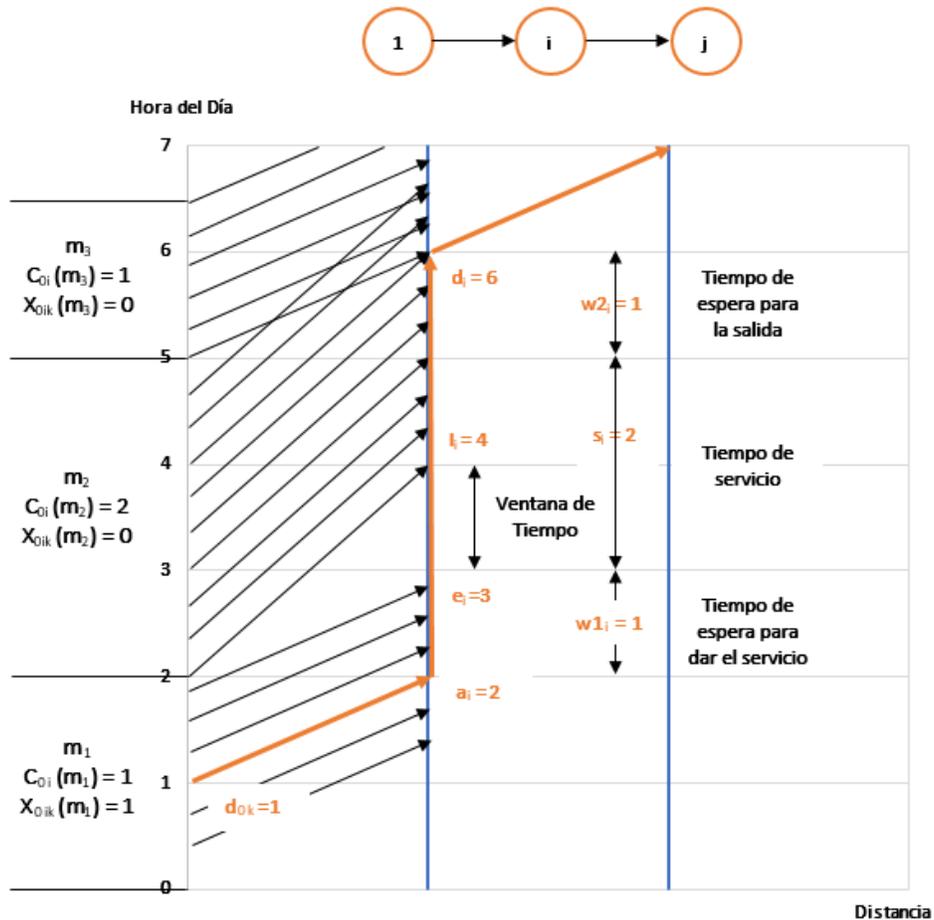
- Valores para $\rho_i = 1,1 \leq \rho_1, \rho_2 \leq 1,5$

Tabla 7 Definición de tiempos de recorrido para los nodos i y j en el intervalo de tiempo m
 Fuente: (H.-K. Chen et al., 2006)

Intervalo de tiempo m	Límite inferior del intervalo de tiempo (m_i)	Tiempo de viaje $r_{ij}(t)$
1	0	D_{ij}
2	$\frac{(l_0 - e_0)}{4 + \varepsilon_1}$	$D_{ij} \cdot \rho_1$
3	$\frac{2(l_0 - e_0)}{4 + \varepsilon_2}$	$D_{ij} \cdot \rho_2$
4	$\frac{3(l_0 - e_0)}{4 + \varepsilon_3}$	D_{ij}

En la *Gráfica 10*, se presenta la relación existente entre las variables para el problema de ruteo de vehículos dependiente del tiempo con ventanas de tiempo en tiempo real (RT-TDVRPTW).

Gráfica 10. Red de Espacio – Tiempo
 Fuente: (H.-K. Chen et al., 2006)



En otros artículos encontrados en la literatura se observó la implementación de las propuestas formuladas por los autores anteriores, y en algunos se consideran más de una de las propuestas para abordar su problema, este es el caso de (Chac Sam, 2010), quien se basa en (H.-K. Chen et al., 2006), para considerar el dinamismo de la demanda, pero adicionalmente consideran la dependencia del tiempo de recorrido debido a la velocidad que se maneje en los intervalos; para esto se basan en la propuesta de (Ichoua et al., 2003). Por otro lado, (Guasmayan, 2014), aborda la problemática considerando la velocidad asociada a un sobre costo en la función; este sobre costo está dado por el horario de inicio de la ruta, para lo cual el autor plantea una metodología basada en el estudio estadístico de la medida de densidad vehicular en la malla vial de algunas vías. Por último, (Ebensperger, 2009), parte del método propuesto en (Fleischmann et al., 2004) para evitar la función escalonada y linealizarla considerando la velocidad, junto con la propuesta de (H.-K. Chen et al., 2006) para contemplar el dinamismo de los clientes.

1.2.2. Revisión de la literatura sobre tiempos dependientes

El problema del ruteo con tiempos dependientes ha sido abordado desde diferentes enfoques. En este apartado, se presenta una revisión de las variantes directamente relacionadas con el problema de investigación de esta tesis. Por un lado, se revisan los trabajos que abordan temas ambientales, después se presentan trabajos que consideran enfoques multi objetivo, luego los que son abordados con la técnica búsqueda local iterativa, ILS (por sus siglas en inglés, Iterate Local Search) para finalizar con el único trabajo hasta el momento encontrado que involucra el ruteo de buses escolares considerando la variante de los tiempos dependientes.

1.2.2.1. Tiempos dependientes con consideraciones ambientales

El problema de la polución en un entorno tiempo dependiente es abordado en (Setak, Shakeri & Patoghi, 2017), con el fin de ayudar a los tomadores de decisiones a minimizar el tiempo de viaje, el costo del impuesto y el costo de la contaminación emitida. En (J. Guo & Liu, 2017) se minimizan los costos de emisión y los costos asociados a los conductores, al igual que en (Franceschetti et al., 2017), donde se busca minimizar los costos de los conductores y también las emisiones de gases efecto invernadero generadas.

Para medir, evaluar y minimizar las emisiones de CO₂, NO_x y CO en (Naderipour & Alinaghian, 2016), se consideran las propiedades del tráfico en las regiones congestionadas y en los centros de las ciudades. Por otro lado, en (Ehmke, Campbell & Thomas, 2016) abordan el problema del ruteo de vehículos dependientes del tiempo considerando cargas, con el objetivo de minimizar las emisiones de CO₂ en zonas urbanas, y (Jabali, Van Woensel & De Kok, 2012) buscan minimizar las emisión de CO₂ modelándolas en función de la velocidad.

En (Wan Liu, Lin, Chiu, Tsao & Wang, 2014) se aborda el problema de ruteo de vehículos de flota heterogénea dependiente del tiempo con una huella de carbono mínima y con rutas alternativas. En (Franceschetti, Honhon, Van Woensel, Bektas & Laporte, 2013) se determinan las velocidades por tramo teniendo en cuenta la congestión, ya que esto restringe significativamente la velocidad del vehículo y por consiguiente aumenta las emisiones generadas.

La minimización del consumo de combustible es una medida de desempeño que ha sido contemplada en (M Alinaghian & Naderipour, 2016), los autores consideran factores como carga, velocidad, gradiente de la carretera y tráfico urbano. Por otro lado, en (Kuo, 2010) consideran el peso de la carga y la propiedad FIFO con el objetivo de calcular el consumo total de combustible, el tiempo y la distancia total de transporte. La situación física de la carretera en el momento del viaje es considerada en (Sadegh-amalnick, 2017), con el objetivo de minimizar el consumo de combustible y el tiempo de viaje.

El problema de ruteo de vehículo verde dependiente del tiempo, es una categoría general de problemas donde se tienen en cuenta algunas consideraciones ambientales, como por ejemplo en (Çimen & Soysal, 2017) y en (Y. Wang et al., 2019), en donde se minimiza la emisiones de carbono. Por otro lado, en (Soysal & Çimen, 2017) se minimiza el consumo de combustible y en (Kazemian, Rabbani & Farrokhi-asl, 2018) , (Soysal, Bloemhof-Ruwaard & Bektas, 2015) y (L. Guo, Huang & Sadek, 2013) disminuyen el consumo de combustible y las emisiones de gases de efecto invernadero.

Algunos problemas específicos que no tienen medidas de desempeño ambientales por naturaleza, abordan problemas relacionados con ello, tal como lo es el problema de ruteo de vehículos dependientes del tiempo para la recolección de residuos, presentado en (Mat, Benjamin & Abdul-rahman, 2018), los autores buscan la minimización de la cantidad de vehículos usados, la distancia total recorrida y el tiempo total del viaje, lo mismo sucede con el problema de ruteo de vehículos eléctricos, en (Keskin, Laporte & Çatay, 2019), este problema es abordado considerando ventanas de tiempo y periodos de espera dependientes del tiempo en estaciones de recarga, buscando minimizar los costos totales en función de los tiempos de espera.

1.2.2.2. Tiempos dependientes con enfoque multi objetivo

El ruteo de vehículos dependiente del tiempo en el que se consideren directamente técnicas multi objetivo, ha sido poco abordado en la literatura. En (Zhao, Luo & Han, 2019), se toma un problema bi-objetivo y dependiente del tiempo con ventanas de tiempo (TD - BO - VRPTW) cuyas funciones de desempeño son los costos totales de transporte y los costos de tiempo. Para obtener la Frontera óptima de Pareto emplean un algoritmo genético de clasificación no dominado II (NSGA - II). La consideración de ventanas de tiempo suavizadas es abordada en (Bhusiri, Qureshi & Taniguchi, 2014), los autores hacen un análisis trade off entre los objetivos que son, minimizar el tiempo de espera total de todos los vehículos y optimizar el costo total de ruteo, empleando Branch-and- price.

En (Mahdi Alinaghian, Zamanlou & Sabbagh, 2017)(Mahdi Alinaghian et al., 2017), se aborda el ruteo de vehículos dependiente del tiempo con carga bidimensional, considerando como objetivos el tiempo de servicio y la carga máxima de peso en los vehículos; los autores desarrollan un método llamado búsqueda local de clasificación no dominada elitista (ENSLs).

1.2.2.3. Tiempos dependientes con ILS.

La búsqueda local iterativa, ha sido empleada en la solución de problemas de ruteo de vehículos con tiempos dependientes, en (Hashimoto, Yagiura & Ibaraki, 2008), presentan una generalización del VRPTW al permitir que las funciones de tiempo y costo de viaje sean dependientes únicamente del tiempo. La ruta de los vehículos es definida por un ILS al cual está ligada una programación dinámica que calcula el horario óptimo de las diferentes rutas. Las construcciones de las vecindades están dadas a través del uso de 2-opt, intercambio cruzado y Or-opt. El algoritmo evalúa de forma eficiente las soluciones en las vecindades y un método de filtrado que restringe el espacio de búsqueda en ellas. Los resultados computacionales que obtienen los autores comparados con otros métodos de solución existentes confirman la efectividad de la restricción de los vecindarios y los beneficios de la generalización propuesta por los autores.

1.2.2.4. Tiempos dependientes con SBRP.

El problema de ruteo de buses escolares en un entorno vial y dependiente del tiempo ha sido muy poco tratado a pesar de que es un tema de investigación muy importante desde el aspecto social, puesto que a medida que se densifican las ciudades los problemas relacionados con movilidad también lo hacen. En (S. Sun et al., 2018b), los autores emplean optimización robusta para abordar el problema de definir un horario óptimo con restricciones de ventanas de tiempo y así generar una ruta más rentable a los autobuses escolares, considerando una flota de autobuses homogénea, recogiendo a los estudiantes en sus hogares, fijando el horario de la campana escolar, así como características estocásticas y variables de los tiempos de viaje en la red de transporte.

1.3. Sostenibilidad

El enfoque de sostenibilidad considerado en esta investigación se alinea con el propuesto en (Elkington, 1999), en el que las dimensiones social, ambiental y económica, son consideradas, de manera conjunta. La dimensión económica ha sido la más trabajada en la literatura (Park & Kim, 2010), y la dimensión ambiental tiene un desarrollo importante en marco del VRP (Y. Wang et al., 2019), sin embargo la dimensión social ha sido la menos abordada en los problemas de ruteo en general, a pesar de que en el SBRP, se transportan niños y esto despierta una gran sensibilidad social.

En el marco del transporte escolar en general se han considerado diferentes aspectos sociales relacionados con la seguridad de los niños (David, Brett, Parisi, Hondorp & Et.al, 2005) y aspectos relacionados con la salud (E. S. Lee, Fung & Zhu, 2015), pero ninguno de estos ha sido considerado de manera explícita dentro del diseño de las rutas escolares. En esta investigación se abordan los aspectos relacionados con la seguridad y el riesgo como componentes fundamentales dentro de la dimensión social, buscando contribuir en el concepto de rutas seguras (Chalkia et al., 2016), desde el diseño de las rutas escolares y la selección de paradas.

1.3.1. Seguridad Vial

1.3.1.1. Seguridad de los viajes escolares, programa SRTS y su impacto.

El proporcionar vías seguras que permitan el incremento de estudiantes que aplican formas de viaje activas a la escuela (AST), es uno de los propósitos principales del programa “Rutas seguras a la escuela”, de los Estados Unidos. Con él se busca que las condiciones viales y del entorno sean lo suficientemente seguras para ser transitadas por los niños que se dirigen a sus instituciones escolares a través de inversiones en infraestructura y capacitaciones. En (Cradock, Fields, Barrett & Melly, 2012) se realiza un estudio para conocer a ciencia cierta, qué tanto está siendo implementado el programa en los diferentes estados del país y cómo las características demográficas y geográficas propias de los estados influyen en este proceso.

Algunos estudios buscan conocer el impacto que genera la implementación de este programa de forma global, como es el caso de (Chriqui et al., 2012) y de (Stewart, Vernez & Claybrooke, 2014), en el primero, especifican algunas de las leyes consideradas tales como distancias mínimas de autobuses, exenciones de rutas peligrosas, aceras, guardias de cruce, entre otras medidas que proporcionan seguridad a los estudiantes; en el segundo, consideran características propias de los proyectos tales como el tipo de proyecto, la escuela y el vecindario, encontrando en ambos estudios, que a través de la ejecución de este tipo de programas, se presentó un incremento en los niños que hacían uso de AST.

Otros estudios son más específicos y se realizan por estado. En (J Phys Act Health, 2015) se centran en una escuela del estado de Atlanta, en el documento se hace énfasis en aspectos que permitieron el desarrollo positivo del programa, tales como la educación, el apoyo comunitario y el esfuerzo conjunto del estado, la escuela y los padres. Este también es el caso de (McDonald et al., 2015) , en el que su objetivo es estimar las tasas de lesiones, muertes y costos de seguridad asociados a diferentes modos de transporte escolar en Carolina del Norte. Por último, en (Charles DiMaggio & Li, 2013), se toma como lugar de estudio el estado de Nueva York, su objetivo era validar si mediante la implementación del programa SRTS la tasa de niños que sufrían lesiones o accidentes al dirigirse a la escuela se veía disminuida, encontrando un 33% de disminución.

1.3.1.2. Percepción de Seguridad

Es de vital importancia la percepción de seguridad con respecto a las vías y el entorno por el cual se transita a diario para en este caso llegar a las escuelas. Tanto así que existen estudios que precisamente buscan conocer cuál es la percepción con respecto a este tópico por parte de los estudiantes y padres. En (Wiebe et al., 2013) tienen como objetivo conocer la percepción de qué tan seguros se sienten los niños del riesgo de ser asaltados durante su viaje a la escuela, considerando diferentes medios de transporte y acompañantes, encontrando que el 58,5% de los niños se sienten menos que muy seguros.

Otros estudios buscan evaluar la confiabilidad y validez de una encuesta estándar nacional que involucra a los estudiantes para conocer sus rutas matutinas y a los padres para conocer su percepción sobre el tipo de desplazamientos de sus hijos (McDonald, Dwelley, Combs,

Evenson & Winters, 2011). Por otro lado, en (Mammen, Faulkner, Buliung & Lay, 2012), se indaga sobre la percepción de los padres y características demográficas que influyen en que sus hijos se dirijan solos o acompañados a la escuela; hallando que algunas de ellas son la edad, el idioma, la distancia, el temor a un ataqué y el volumen del tráfico.

Este tipo de estudios incide en la necesidad de planificar las decisiones de ubicación de las escuelas teniendo en cuenta particularidades tales como, la edad de los estudiantes, la distancia, el cómo los niños se dirigen a la escuela y la seguridad de las rutas, respaldando de esta forma los programas de Rutas seguras a la escuela, puesto que abordan de manera efectiva la necesidad de ayudar a los niños a sentirse seguros durante toda su ruta de viaje a la escuela.

1.3.1.3. Consideraciones técnicas de los buses escolares.

Bien es cierto que la seguridad se brinda a través de un entorno y ambiente seguro, también se hace mediante buses escolares que cumplan con mínimos para proporcionar dicha seguridad. Por ejemplo, de acuerdo con (American Academy of Pediatrics, 2015) para el transporte de niños que requieren atenciones médicas especiales, los autobuses deben considerar ciertas características tales como sillas de ruedas, espacios para los equipos médicos auxiliares y una enfermera. Es tan importante el diseño de los buses que en (J. Li, Zhang, Guo & Jiang, 2012) hacen un estudio de las diferentes razones que generan accidentes de buses escolares en China, encontrando que el estándar de sus buses está por debajo de los de otros países, por tanto establecen unas contramedidas que permitan reducir la accidentalidad, dentro de ellas está la importancia del diseño de seguridad del autobús escolar.

Otros autores abordan de manera específica algunos atributos de los buses, en (Zhang Li, Ge, Zhang & Zhu, 2014), destacan la importancia de considerar no sólo lesiones en la cabeza, en el pecho y en el fémur dadas por un accidente de choque frontal, sino que también sea considerado el cuello, siendo esta una región bastante vulnerable, para ello establecen mejoras que radican en la sustitución del cinturón de regazo por uno regazo/ hombro y también respaldos en la parte trasera de los asientos, ya que con las simulaciones realizadas se encontró que estas características en los autobuses ayuda a reducir el riesgo de lesiones. Existen documentos que abordan la problemática a partir de estrategias más novedosas como es el caso de (Y. Xu, Jiang, Yan & Xiong, 2011), quienes proponen un internet para automóviles basado en GPS para garantizar la seguridad de los estudiantes de manera efectiva a través de un monitoreo en tiempo real.

1.3.1.4. Comportamientos dentro del autobús escolar durante la ruta

También es importante que los estudiantes y el personal que se encuentra dentro del autobús escolar adopten actitudes y comportamientos que permitan mantener la seguridad durante la ruta y que las condiciones también favorezcan este comportamiento. Dentro de las conductas favorables se encuentra permanecer sentado, no pararse del asiento hasta que el bus se detenga, no generar un ruido excesivo, que no existan conflictos físicos y verbales y normas de disciplina claras por parte del asistente de ruta. En cuanto a características que favorecen este comportamiento está la comodidad física, organización y dinámicas de los

niños mientras son transportados, la buena condición del asiento y de los cinturones, los espacios de circulación dentro del vehículo y la duración del recorrido. Este tema es abordado en los estudios realizados por (Goldman & Peleg, 2010) y (Bernal et al., 2010).

1.3.2. Riesgo

1.3.2.1. Ataque

Uno de los riesgos que abordan los autores es el ataque, en (Talarico, Springael, Sörensen & Talarico, 2017), consideran la problemática de ruteo de vehículos para el transporte de efectivo con el objetivo de reducir el riesgo de un robo o asalto, considerando distancia y cantidad de efectivo transportado, para ello desarrollan una meta heurística llamada ACO-LNS.

(Han, Kim & Lee, 2014) y (Bae, Kim & Han, 2015) consideran el ruteo de vehículos de combate no tripulado, el primero, es un modelo multi objetivo considerando nivel de riesgo de ataque, nivel de interferencia y tiempo de la ruta; el segundo, solo considera el nivel de riesgo de ataque. En ambos artículos el riesgo fue modelado a partir de DU (0, 5), donde DU (a, b) denota la distribución uniforme discreta con rango [a, b] considerado como un recurso por lo que estaba limitado a un nivel de riesgo máximo aceptado.

1.3.2.2. Accidentalidad

El riesgo de accidentalidad en el transporte de materiales peligrosos o inflamables es abordado por (Fabiano & Palazzi, 2010), donde se evalúa el riesgo que se presenta al transitar por túneles en función de las probabilidades y los daños resultantes de eventos posibles de accidentalidad, así, propusieron la mitigación de los riesgos inherentes de los vehículos y de los túneles considerando factores ambientales, de comportamiento, físicos y de la carretera. Por su parte, (X. Guo & Verma, 2010) identifican la influencia que implica las diferentes capacidades de los camiones en el riesgo de accidentalidad percibida por el tomador de decisiones, para ello realizan tres escenarios, dos con riesgo neutral y uno con aversión al riesgo.

En cuanto al riesgo de accidentalidad de peatones, ciclistas y automóviles, los documentos (Jie Wang, Huang & Zeng, 2017) y (Strauss, Miranda-Moreno & Morency, 2014) consideran la accidentalidad que se puede presentar en las intersecciones, el primero tiene como objetivo identificar los efectos de factores que contribuyen a este riesgo, identificando que algunos de ellos son el volumen del tráfico, las señales de tránsito, los límites de velocidad, características sociales y demográficas; el segundo, comparte el mismo objetivo evaluando las vías señalizadas y no señalizadas, concluyendo que la mayor presencia de accidentes se da en las carreteras señalizadas y el mayor riesgo es el de los ciclistas y peatones. El análisis de los documentos lo hacen a través de históricos de accidentalidad.

Otros autores no consideran sólo la accidentalidad en las intersecciones, sino en cualquier parte de la vía. (S. Yao, Loo & Lam, 2015) realizan la medición del riesgo y de exposición de los peatones considerando el número de cruces señalizados, número de pasos de cebra, así como variables ambientales tales como el número de paradas de autobús y minibús, las áreas

destinadas a la vivienda y el comercio debido al flujo vehicular que se genera. En (Rothman et al., 2017) tienen el propósito de diseñar un control de los casos de colisiones infantiles en vehículos de motor (PMVC), considerando aquellas escuelas dentro del cuartil más alto de PMVC como caso de estudio y las del cuartil más bajo como control.

1.3.2.3. No llegar a tiempo

No llegar a tiempo también es considerado como un riesgo, (Xiao & Lo, 2013) abordan el problema de ruteo adaptativo de vehículos para viajeros con aversión al riesgo, en el caso de no llegar a tiempo, para ello establecen dos criterios, el primero, la confiabilidad de la llegada y el segundo, la perspectiva esperada. La forma en que se involucra el riesgo considerado, en el algoritmo es mediante R (*criterio que satisface la confiabilidad*), ya que su cumplimiento depende del tiempo disponible especificado por el usuario; en adición, es él quien establece la hora de llegada, por tanto, todas las rutas y la estimación de los tiempos de salida se desarrollan a partir de este parámetro dado por el usuario.

1.4. Épsilon restricciones

1.4.1. Generalidades

El método Épsilon restricciones es una técnica que permite generar soluciones a problemas matemáticos de múltiples objetivos. La programación multiobjetivo se ocupa de problemas de decisión caracterizados por tener varias funciones objetivo que están en conflicto y deben optimizarse sobre un conjunto factible de decisiones (Aranda & Orjuela, 2015).

Este método se basa en la escalarización y consiste en convertir un problema de múltiples objetivos en mono-objetivo, optimizando una de las medidas de desempeño mientras las otras se establecen como restricciones, asociadas a un conjunto de parámetros Épsilon, establecidos para cada función objetivo presentado como restricción.

Las ventajas de este método radican en su fácil aplicación y en la capacidad para encontrar soluciones que pertenecen al conjunto óptimo de Pareto. A pesar de que mediante la ejecución exclusiva de esta técnica no se garantiza que todas las posibles soluciones se encuentren, las halladas van a ser óptimas, y se puede garantizar que pertenecen a la Frontera de Pareto. En este sentido, la exactitud del proceso de búsqueda de soluciones dependerá del tomador de decisiones en la asignación de los incrementos en el parámetro Épsilon.

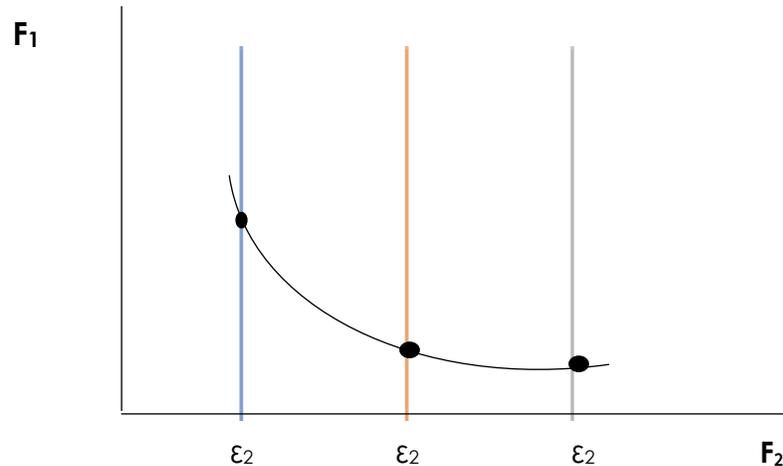
La formulación para la aplicación del método se presenta a continuación:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min} & F_j(x) & \text{Ec. 1} \\
 \text{Sujeto a} & F_i(x) \leq \varepsilon_i \quad i = 1 \dots, k; i \neq j & \text{Ec. 2} \\
 & x \in X &
 \end{array}$$

Donde los ε_i representan los valores de las funciones objetivos y se van alterando para obtener el conjunto óptimo de Pareto en un rango deseado.

Por otro lado, en la *Figura 2* se tiene la representación gráfica del método Épsilon restricciones con dos funciones objetivo, F_1 y F_2 , donde se minimiza la primera función.

Figura 2. Representación gráfica de Épsilon restricciones
Fuentes: (Aranda & Orjuela, 2015).



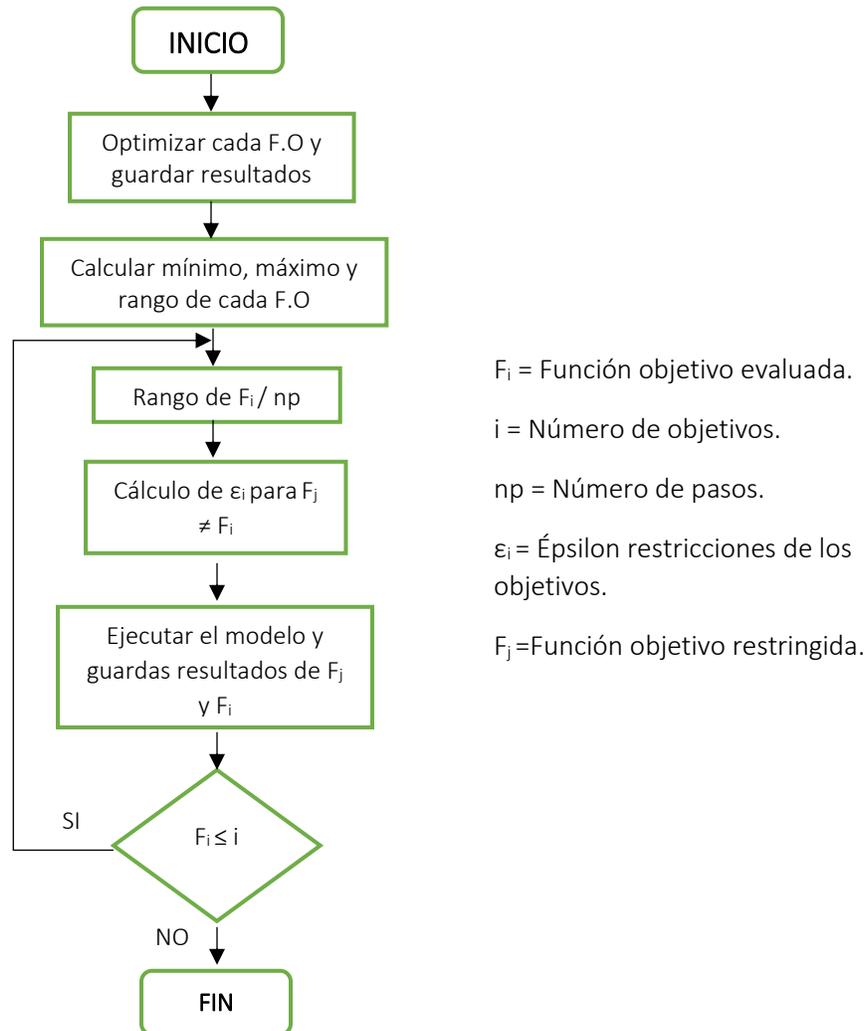
La aplicación del método Épsilon restricciones se representan en la *Figura 3*, en la que se consideran las diferentes etapas que son descritas a continuación:

1. En primera instancia se optimiza el modelo para cada función objetivo y se recopilan los resultados de las corridas generando una matriz de soluciones.
2. De la matriz generada, se determinan los máximos y los mínimos de cada función objetivo para calcular el rango entre la mejor y la peor solución posible de cada una de ellas.
3. El rango calculado se divide en el número de pasos que se considere (entre más pasos, más soluciones), obteniendo con esto la amplitud del paso.
4. Con esta amplitud se empiezan a determinar los valores de ϵ_i para cada función objetivo diferente a la que se está optimizando, estos valores van desde el límite superior, es decir, el valor máximo que puede alcanzar la solución, hasta el límite inferior, en otras palabras, el valor mínimo que se puede alcanzar por cada función objetivo.
5. Estos valores ϵ_i se asignan como restricciones en el modelo para su respectiva función objetivo y se procede a optimizarlo.
6. Una vez ejecutado, se obtienen las soluciones y se guardan los resultados de las medidas de desempeño que se estén considerando.

7. Del paso #3 al #6 se realiza para todas las funciones objetivo.

Figura 3. Aplicación del método épsilon restricciones

Fuente: El Autor



1.4.2. Aplicaciones del método Épsilon restricciones

Épsilon restricciones ha sido aplicado en diferentes investigaciones para dar solución a modelos matemáticos multiobjetivo, incluyendo dentro de este grupo de aplicaciones, aquellas que se enfocan en resolver el problema de ruteo de vehículos. Este método ha sido ampliamente utilizado en investigaciones relacionadas con ruteo de vehículos, y se reconoce como un método útil para resolver este tipo de problemas. A continuación, se presentarán algunos estudios relacionados con aplicaciones del método Épsilon restricciones.

Por su parte en (Reiter & Gutjahr, 2012) abordaron el problema de ruteo de vehículos bi – objetivo considerando como función objetivo la minimización de los costos totales de viaje y el equilibrio de las rutas. Para solucionar el problema utilizaron el enfoque de Épsilon restricciones adaptativo en conjunto con dos algoritmos Meta heurísticos NSGA-II y un GA, los cuales fueron probados en un conjunto de 54 instancias de referencia CVRP del TSPLIB. Los experimentos computacionales mostraron que los métodos implementados son capaces de resolver instancias pequeñas y medianas de manera óptima.

También en (Amorim & Almada-Lobo, 2014) se analizaron el problema de ruteo de vehículos, en este caso de alimentos perecederos, donde incluyeron como objetivos la minimización de los costos tangibles operativos y la maximización del valor intangible de frescura. Para obtener la solución, los autores utilizaron el método exacto de Épsilon restricciones para las instancias de pequeño tamaño, y proponen dos versiones de un algoritmo evolutivo de objetivos múltiples MOEA con el fin de resolver instancias con 100 clientes. Los autores querían comprender la relación entre los diferentes escenarios de distribución y la compensación de costo-frescura, por esto desarrollaron cinco hipótesis de las cuales cuatro demostraron ser verdaderas al evaluar las 25 instancias de los clientes.

Con relación al problema de ruteo de vehículos bi - objetivo para transporte de materiales en (N. Wang, Zhang, Che & Jiang, 2018) definieron como objetivo minimizar el riesgo máximo de cada vehículo y reducir el costo total de transporte, para esto propusieron un algoritmo exacto de dos etapas basado en el método de Épsilon restricciones en el cual desarrollaron tres mejoras asociadas al cálculo de los tiempos de espera y al límite inferior del riesgo máximo. Adicionalmente, propusieron un enfoque de aproximación para el algoritmo desarrollado capaz de ejecutar problemas a gran escala. El algoritmo es aplicado a diez grupos comprobando que este, supera el método tradicional de Épsilon restricciones en tiempos de cálculo y calidad de la solución.

Asimismo, en (S. Wang, Wang, Liu & Yu, 2018) contemplaron un problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo suavizadas y múltiples depósitos, donde consideraron los objetivos de minimizar el consumo total de energía y la insatisfacción del cliente. Desarrollaron una programación lineal entera Mixta y un método de Épsilon restricciones mejorado para obtener el frente de Pareto óptimo en problemas de pequeña escala, en cuanto a problemas de mediano y gran tamaño, desarrollaron dos heurísticas basadas en NSGA – II. Para validarlo, realizaron experimentos computacionales en 100 instancias que muestran que la heurística dos (H2) funciona relativamente mejor que la uno (H1) en problemas de pequeño y mediano tamaño. Con relación a los problemas de gran tamaño, H2 podría encontrar más soluciones de Pareto, mientras que H1 puede obtener frentes aproximados con mejor convergencia en menos tiempo de cálculo.

Del mismo modo, (Matl, Hartl & Vidal, 2019) desarrollaron nuevas herramientas para la solución de problemas multiobjetivo tomando como punto de partida esquemas basados en Épsilon restricciones, su propuesta es la división heurística de cajas (HBS) la cual aminora las

dificultades potenciales y retiene las ventajas identificadas. También, describen cómo un solucionador no diseñado originalmente para cualquier problema multiobjetivo, puede integrarse en el algoritmo propuesto con solo modificaciones limitadas. Basado en un extenso estudio computacional para el problema VRPRB, se demuestra que HBS converge a un conjunto representativo de soluciones mucho más rápido que el ECM clásico, sin sacrificar la calidad de la solución y al ser comparado con Meta heurísticas como GRASP-ASP y MSSPR, se evidencia que HBS supera significativamente a ambos métodos con respecto a las métricas de hipervolumen, Épsilon unario y cardinalidad, al tiempo que requiere un esfuerzo computacional de un orden de magnitud similar o inferior.

(M. Zhang, Wang, He, Yang & Guan, 2019) también analizaron el problema de ruteo de vehículos para el transporte de materiales peligrosos, pero incluyeron riesgos reales asociados a la carga y al vehículo, es decir, consideraron dos objetivos, minimizar el riesgo máximo y el costo total de transporte. Para ello desarrollaron un algoritmo exacto mejorado basado en Épsilon restricciones para la ejecución de pequeñas y medianas instancias; con el fin de abordar problemas de mayor escala, proponen un enfoque de aproximación y proporcionan la complejidad del tiempo y la relación de aproximación. Los resultados muestran que los tiempos de cálculo obtenidos con el algoritmo exacto son menores que los del método tradicional de Épsilon; adicionalmente, según las comparaciones entre los resultados con riesgos reales dependientes de la carga y riesgos fijos, se encuentra que el riesgo dependiente de la carga está más cerca de la realidad, por ende, es mejor considerarlo durante el proceso de toma de decisiones.

Finalmente en, (Eskandarpour, Ouelhadj, Hatami, Juan & Khosravi, 2019) analizaron el problema de ruteo de vehículos con flota heterogénea, con múltiples capacidades de carga y rangos de conducción, tomando como objetivos minimizar los costos totales y reducir las emisiones de CO₂. Para dar solución al problema, propusieron un modelo de optimización y una variante mejorada de búsqueda local multidireccional para aproximar la Frontera de Pareto al que llamaron EMDLS. En la evaluación de su rendimiento ejecutaron 10 corridas para 25 instancias y se midieron con respecto a cuatro indicadores. EMDLS fue comparado con diferentes métodos dentro de los cuales se encuentra Épsilon restricciones, el contraste entre estos dos muestra que, en todos los indicadores, EMDLS supera a Épsilon restricciones. Además, se utilizan datos reales para estimar los costos totales y las emisiones de CO₂, la diferencia de porcentaje promedio entre los valores mínimos y máximos de costo en todas las instancias es del 92% y para las emisiones de CO₂ es del 67%.

1.5. Búsqueda local iterativa

1.5.1. Introducción

De acuerdo con lo presentado en (Lourenço, Martin & Stützle, 2003), el Iterated local search (ILS) o búsqueda local iterativa, es una meta heurística en la que se construye una solución inicial y sobre esta iterativamente se generan una secuencia de soluciones a partir de una

heurística, lo que implica que la búsqueda se realice sobre una muestra sesgada de puntos solución y no sobre un universo de soluciones, conduciendo de esta forma a mejores resultados. Cuando se trabaja sobre un óptimo local y se generan iteraciones con su solución, se logra mejorar la función de desempeño asociada al problema de forma más eficiente, es decir, es conveniente realizar iteraciones sobre soluciones de partida que se van mejorando a través de cada iteración, que realizar gran cantidad de corridas aleatorias del problema.

Esta meta heurística tiene algunos requerimientos, dado que se busca que sea simple en lo conceptual y en lo práctico; adicionalmente que sea efectiva y de propósito general, por tanto para implementarla, se hace necesario crear la estructura de vecindad entre las soluciones, esto implica que la solución inicial debe tener una topología y no ser simplemente un conjunto de soluciones, permitiendo de esta manera moverse de una solución buena a una mucho mejor de forma inteligente, y de este modo, con cada iteración lograr acercarse a la parte más baja de la distribución donde se encuentra la mejor solución al problema.

1.5.2. Etapas del algoritmo

Para ejecutar la búsqueda local iterativa se deben de seguir una serie de pasos o módulos, los cuales son: Generar una Solución Inicial – Aplicar la Búsqueda Local – Generar Perturbaciones – Criterios de Aceptación. Se debe tener en cuenta que el algoritmo se puede mejorar a través del perfeccionamiento de cada uno de sus módulos o de alguno de ellos.

Procedure Iterated Local Search

$s_0 = \text{GenerateInitialSolution}$

$s^* = \text{LocalSearch}(s_0)$

Repeat

$s' = \text{Perturbation}(s^*, \text{history})$

$s^{*'} = \text{LocalSearch}(s')$

$s^* = \text{AcceptanceCriterion}(s^*, s^{*'}, \text{history})$

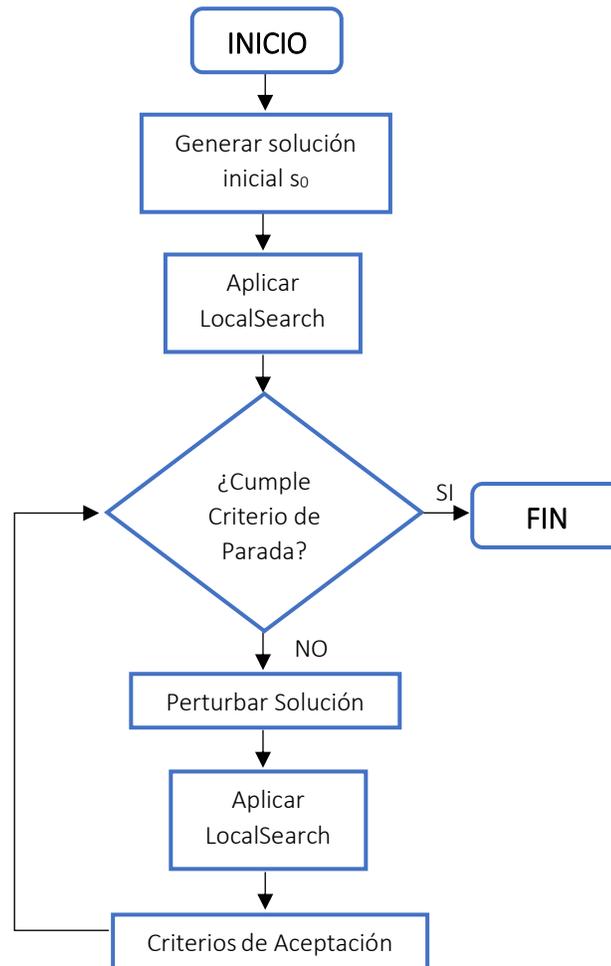
Until termination condition met

End

En la *Figura 4* se muestra el diagrama de flujo del proceso que lleva a cabo el ILS.

Figura 4. Diagrama de flujo proceso ILS

Fuente: El Autor



1.5.2.1. Generar una Solución Inicial

El primer módulo consiste en generar una solución inicial, la cual se puede obtener a través de una solución aleatoria o una solución arrojada por una heurística constructiva, las ventajas de la segunda sobre la primera, es que, al combinarla con el ILS, generalmente las soluciones son de mejor calidad y los recursos computacionales consumidos son menos.

Quando la búsqueda local es aplicada a una solución inicial dada por una heurística, el número de iteraciones que tendrá que realizar para llegar al óptimo local serán pocas, en comparación de cuando es aplicado a una solución aleatoria, ya que esta tendrá que hacer cierto número de iteraciones para llegar a la solución inicial dada por la heurística constructiva, y otras más para llegar al óptimo local, lo que incurre en un mayor consumo computacional. Por tanto, si el algoritmo se debe aplicar durante un corto periodo de tiempo,

el tipo de solución inicial cobra gran relevancia, pero, si el tiempo de ejecución es abierto, la importancia del tipo de solución inicial con el que se ejecute el algoritmo es irrelevante.

1.5.2.2. Aplicar la Búsqueda Local

El segundo, es aplicar la búsqueda local (*Heurística embebida*) a la solución inicial desarrollada para encontrar el óptimo local de la solución y generar la estructura de vecindad necesaria.

Es importante tener en cuenta ciertos aspectos en la selección de la heurística que se va a usar, ya que el rendimiento y comportamiento del algoritmo ILS dependerá de ella y adicionalmente no tiene mucho sentido tener una excelente búsqueda local si deshará sistemáticamente la perturbación que se le haga al algoritmo.

Se puede pensar que entre mejor sea la heurística implementada, mejor será el ILS, y, por consiguiente, su resultado; esto puede ser cierto, sin embargo, se debe considerar los tiempos computacionales, ya que son un factor muy relevante. Ahora bien, si el tiempo total de cálculo es fijo, es conveniente el uso de un algoritmo de búsqueda local rápido, pero menos efectivo que uno lento y más potente. Claramente, la mejor opción depende de cuánto tiempo se necesita para ejecutar la mejor heurística. Si la diferencia de velocidad no es grande, generalmente vale la pena usar la mejor.

1.5.2.3. Generar Perturbaciones

El tercer módulo son las perturbaciones, es decir, cambios que se realizan intencionalmente a la solución inicial para lograr que el algoritmo salga del óptimo local en el que se encuentra dentro de la distribución. La fuerza de una perturbación se mide de acuerdo al número de componentes de una solución que son modificados. Si esta toma en cuenta propiedades del problema, los resultados obtenidos son mejores, sin embargo, el costo computacional aumenta a medida que las perturbaciones son más fuertes. Existen diferentes formas de ejecutar una perturbación.

1.5.3. Elementos que inciden el en desempeño

1.5.3.1. Fuerza

Si la perturbación es demasiado fuerte, ILS puede comportarse como un reinicio aleatorio, indicando que la probabilidad de encontrar mejores soluciones es muy baja. Por otro lado, si la perturbación es demasiado débil, la búsqueda local puede caer en el óptimo local recién visitado y la diversificación del espacio de búsqueda será muy limitada.

De acuerdo con lo propuesto en (Lourenço et al., 2003), el ILS del TSP incorpora la perturbación llamada movimiento de doble puente, y se ha encontrado que es efectivo para todos los tamaños de instancias, puesto que cambia la topología del recorrido y puede operar en cuádruples de ciudades muy distantes, mientras que la búsqueda local siempre modifica el recorrido entre las ciudades cercanas. Además, esta perturbación no aumenta mucho la

duración del recorrido, por lo que incluso si la solución actual es muy buena, seguro la próxima también lo será.

Por el contrario, para problemas más difíciles, las perturbaciones de fuerza fija pueden conducir a un bajo rendimiento.

1.5.3.2. Perturbaciones adaptativas

En muchas ocasiones no existe un mejor tamaño para la perturbación, motivando así a modificar su fuerza y adaptarla durante el camino. Esto se puede realizar mediante la explotación del historial de búsqueda. Para ello, algunos autores realizan un esquema de perturbación "dirigida" que se implementa mediante un algoritmo de búsqueda tabú y después de cada perturbación aplican un algoritmo de descenso local estándar.

Otra forma de adaptar la perturbación es cambiar de manera determinística la fuerza durante la búsqueda. Un ejemplo particular de tal enfoque es la búsqueda básica de vecindario variable.

1.5.3.3. Esquemas de perturbación más completos

Según (Lourenço et al., 2003), las perturbaciones pueden ser más complejas, por ejemplo, un procedimiento bastante general para generar s' (Solución perturbada) a partir del s^* (Solución iterada) actual es el siguiente: Primero, se modifica suavemente la definición de la instancia a través de los parámetros que definen la función; después en esa instancia modificada, se ejecuta Local Search usando s^* como entrada; el resultado es la solución perturbada s' . Otras formas sofisticadas de generar buenas perturbaciones consisten en optimizar una subparte del problema. Estos esquemas funcionan bien porque, la búsqueda local no puede deshacer las perturbaciones, adicionalmente, después de la perturbación, las soluciones tienden a ser muy buenas y también tienen partes "nuevas" que están optimizadas.

1.5.3.4. Velocidad

Local Search generalmente se ejecuta mucho más rápido en una solución obtenida aplicando una pequeña perturbación a un óptimo local que en una solución aleatoria. Como consecuencia, la búsqueda local iterada puede ejecutar muchas más búsquedas locales que el reinicio aleatorio en el mismo tiempo de CPU. Este factor de velocidad puede dar a ILS una ventaja considerable sobre otros esquemas de reinicio, pero depende en gran medida de la fuerza de la perturbación aplicada. Cuanto mayor es el tamaño de la perturbación, más se modifica la solución, y por lo general, tarda más tiempo la búsqueda local posterior.

1.5.3.5. Criterios de aceptación

Los criterios de aceptación son los que permiten que en el camino que sigue la búsqueda local se pueda pasar de una solución s^* a otra s^* , ambas dentro de S^* , así como permiten tener un equilibrio entre la intensificación y la diversificación generada por el algoritmo.

Algunos de los criterios de aceptación más utilizados en el caso de minimización son:

1.5.3.5.1. Better

Este criterio es de intensificación, ya que solo pasará a otra solución si es mejor que la anterior, en este caso, si el costo es menor; de no ser así, el algoritmo permanecerá en la solución actual.

$$Better (s^*, s', history) = \begin{cases} s' & \text{si } C(s') < C(s^*) \\ s^* & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad \text{Ec. 3}$$

1.5.3.5.2. RW (Random Walk)

Este criterio es de diversificación, ya que ejecuta una caminata aleatoria entre los óptimos locales y aplica la perturbación independientemente del valor asociado al costo.

$$RW (s^*, s', history) = s' \quad \text{Ec. 4}$$

1.5.3.5.3. LSMC

Criterio de aceptación de tipo recocido simulado, este criterio está en el intermedio de intensificación y diversificación. Aquí, si la solución que se está evaluando es mejor, será aceptada, si no lo es, será aceptada con cierta probabilidad.

$$LSMC (s^*, s', history) = \exp\{(C(s^*) - C(s'))/T\} \quad \text{Ec. 5}$$

Donde T es un parámetro llamado temperatura y generalmente es bajo durante la ejecución, como en el recocido simulado. LSMC se acerca al criterio de aceptación de RW si T es muy alto, mientras que a temperaturas muy bajas LSMC es similar al criterio Better. Esta técnica puede ser mejor usando memoria, cuando una mayor intensificación ya no parezca útil, se aumenta la temperatura para diversificar por un tiempo limitado y luego reanuda la intensificación.

1.5.3.5.4. Restart

Este criterio, reinicia por completo el algoritmo en el momento en que la intensificación en un punto se vuelve ineficaz, para este caso, i_{last} es la última solución mejorada que se encontró, i la solución que se está evaluando e i_r un número fijo de iteraciones.

$$Reinicio (s^*, s', history) = \begin{cases} s' & \text{si } C(s') < C(s^*) \\ s & \text{si } C(s') \geq C(s^*) \text{ y } i - i_{last} > i_r \\ s^* & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad \text{Ec. 6}$$

1.5.4. Revisión de la literatura sobre ILS

Son numerosas las publicaciones que se han realizado sobre el ILS en problemas relacionados al ruteo, a continuación, se hace una revisión de estas, incluyendo aplicaciones en scheduling por su similitud; también se presentan desarrollos de ILS multi objetivo y finalmente una aplicación específica en el ruteo con tiempos dependientes y en el ruteo de buses escolares.

1.5.4.1. ILS en el problema de ruteo de vehículos

El ruteo de vehículos es un problema importante con un alto número de publicaciones en la que se aplica el ILS, esto debido a la gran complejidad, el dinamismo de su entorno y el sin número de variantes que se van generando permanentemente.

El ruteo de vehículos con flota heterogénea, HVRP, considerando las variantes de costos fijos, costos variables y limitaciones en la flota es abordado en (Penna, Subramanian & Ochi, 2013). Para la ejecución se implementa la búsqueda local iterativa con descenso de vecindad variable y orden aleatorio en la fase de búsqueda local. La meta heurística fue probada en instancias de hasta 100 clientes y los resultados obtenidos a través de su ejecución fueron competitivos en comparación con otros algoritmos encontrados en la literatura; los autores ejecutaron 52 instancias, y obtuvieron mejoras en 4 de ellas e igualaron el resultado de 42.

En la variante del ruteo de vehículos con ventanas de tiempos, VRPTW, se han realizado aplicaciones que involucran otras consideraciones. En (Prins, Afsar, Prins & Currie, 2016), abordan el problema de ruteo de tamaño de la flota eléctrica y mix de vehículos con ventanas de tiempo y estaciones de recarga, con un algoritmo híbrido basado en la búsqueda local iterativa (ILS) y una formulación de partición de conjuntos (SP). El ruteo periódico con ventanas de tiempo, de vehículos que transportan elementos valiosos es abordado en (Michallet, Prins, Amodeo, Yalaoui & Vitry, 2014), desarrollan un modelo lineal entero mixto y una búsqueda local iterativa de inicio múltiple con funciones de penalización lineal por partes.

En (Cattaruzza, Absi, Feillet & Vigo, 2014) se aborda el ruteo de vehículos con ventanas de tiempo para múltiples productos que son incompatibles, su desarrollo se hace mediante una búsqueda local iterativa y se lleva a cabo un análisis sobre el beneficio obtenido al introducir el aspecto de viajes múltiples. En (Ibaraki et al., 2008) se aborda el problema de ruteo de vehículos con restricciones de ventana de tiempo, la cual es aplicada a cada cliente como una función de penalización, asumiendo que esta es convexa y lineal por partes; para su solución utilizan el ILS como herramienta de asignación y secuenciación. En (Brandão, 2018), abordan el ruteo de vehículos abierto con ventanas de tiempo, utilizan un algoritmo de búsqueda local iterativo, cuyos buenos resultados se deben principalmente al tipo de perturbaciones aplicadas, en particular a las cadenas de eyección.

En (Palhazi, Goos, Sörensen & Arráiz, 2014) aborda el problema de enrutamiento de vehículos con Backhauled, mediante un algoritmo de búsqueda local iterativo cuyo componente principal es una heurística de búsqueda local oscilante con dos características. Primero, explora un vecindario amplio en cada iteración, utilizando una estructura de datos que almacena información sobre el conjunto de soluciones vecinas, y el segundo, la heurística OLS realiza transiciones constantes entre posiciones factibles e inviables del espacio de solución, las cuales están reguladas por un ajuste dinámico de penalización aplicada a soluciones inviables.

En (M. Silva, Subramanian & Ochi, 2015), se aborda el ruteo de vehículos con entrega dividida, incorporando flota ilimitada y limitada. Para su solución se apoyan en la búsqueda

local iterativa de inicio múltiple y el descenso de vecindad variable con orden de vecindad aleatorio proponiendo un algoritmo al cual llaman SplitILS.

La variante del VRP con múltiples depósitos con entregas y recogidas simultáneas es abordado en (H. Sun, Pardalos, Li, Zhang & Pei, 2014), mediante una búsqueda local iterativa fortalecida a través de un mecanismo adaptativo de selección de vecindario, el cual está integrado a los pasos de mejora y los pasos de perturbación de la búsqueda local iterativa respectivamente. Con el fin de diversificar la búsqueda, se proponen nuevos operadores de perturbación.

(Morais, Mateus & Noronha, 2014), abordan el problema de enrutamiento de vehículo con acoplamiento cruzado, el cual consiste en definir un conjunto de rutas para una flota de vehículos al menor costo, que satisfaga las demandas de un grupo de proveedores y clientes. Para este problema los autores adaptan una heurística constructiva y seis procedimientos de búsqueda local, además, proponen tres heurísticas de búsqueda local iterativa; la primera heurística es una implementación estándar de ILS (S-ILS), la segunda extiende la estructura clásica de ILS al utilizar un conjunto de soluciones de élite (X-ILS) y la tercera es un procedimiento de intensificación basado en una formulación de programación de enteros para el problema de partición de conjuntos (SP-ILS).

En (Guan, Lin & Feng, 2018), se resuelve el problema de ubicación del centro de asignación individual no capacitado, mediante un algoritmo de búsqueda local iterativo de inicio múltiple (MSLSA).

El problema de ruteo y ubicación de dos niveles con capacidades limitadas tanto en depósitos satelitales como en vehículos, es abordado en (Nguyen, Prins & Prodhon, 2012), a través de una búsqueda local iterativa de inicio múltiple (MS-ILS) combinada con la vinculación de ruta (MS-ILS_PR). Este MS-ILS trae dos espacios de búsqueda (giant tours y LRP-2E) y dos procedimientos, VND en lugar de una sola búsqueda local, y una lista tabú utilizada para detener el ILS y reiniciar más rápido desde una nueva solución inicial cuando se detecta baja diversidad. En (Derbel, Jarboui, Hanafi & Chabchoub, 2010), se aborda el ruteo y ubicación con múltiples depósitos capacitados. Para solucionarlo, desarrollan un ILS cuya característica fundamental es mejorar la solución intensificando sucesivamente el espacio de solución a través de la aplicación de diferentes estructuras de vecindarios.

En (Derbel, Jarboui, Hanafi & Chabchoub, 2012), se aborda un problema de ruteo con ubicación de múltiples depósitos capacitados, mediante un híbrido entre un algoritmo genético y una búsqueda local iterativa, con el fin de mejorar las soluciones dadas por el primero a través de la intensificación del espacio de búsqueda proporcionado por el ILS.

También se tratan problemas específicos de ruteo de buses escolares con asignación de paradas, por ejemplo, en (Saied, Niasar, Talarico, Sajadifar & Tayebi, 2017), emplean una heurística llamada N-ILS que tiene grandes estructuras de vecindario para una exploración más profunda del espacio de búsqueda, la heurística propuesta ejecuta una transición eficiente entre las partes factibles e inviables del espacio de búsqueda. La exploración del área no factible se controla mediante una función de penalización dinámica para convertir la solución no factible en una solución factible.

Otra dimensión importante de aplicación del ILS es en los problemas de optimización multi objetivo, la cual es un componente clave en el marco de la presente investigación. En (Geiger, 2007), se presenta un enfoque para resolver de forma interactiva problemas de optimización de objetivos múltiples. El concepto se basa en la articulación de un punto de referencia, que en este caso es el punto de vista del tomador de decisiones; en consecuencia, el cálculo de las soluciones óptimas de Pareto se centra en esa región. Para superar las alternativas óptimas a nivel local y converger al frente de las soluciones eficientes, se ha implementado una meta heurística basada en la búsqueda local iterada. En (Josef Geiger, 2011), se presenta una meta heurística que combina dos principios fundamentales de la búsqueda local; la búsqueda de vecindad variable y la búsqueda local iterativa, con el fin de generar un mecanismo de fácil implementación para los problemas multi objetivo, la estrategia se denomina Pareto ILS.

El problema clásico de la mochila multiobjetivo es abordado en (Vianna & de Fátima Dianin Vianna, 2013), con el fin de generar una buena aproximación del conjunto de soluciones eficientes óptimas de Pareto, los autores desarrollan un algoritmo basados en el procedimiento de búsqueda adaptativa aleatoria golosa (MGRASP) y la meta heurística de búsqueda local iterativa (MILS).

Con el propósito de minimizar simultáneamente el makespan, los costos totales y la carga máxima de energía en la programación de taller de flujo híbrido, en (Schulz, Neufeld & Buscher, 2019), se desarrolla un nuevo algoritmo de búsqueda local iterativo multifásico (ILS) para determinar un frente de Pareto tridimensional con respecto a los tres objetivos.

En (Aquino, 2014), se aborda el ya mencionado VRPTW, con un enfoque bi-objetivo, el cual tiene como función de desempeño minimizar dos funciones simultáneamente: la distancia total de viaje y el desequilibrio en las distancias recorridas por los vehículos utilizados; se propone una heurística híbrida basada en búsqueda local iterativa y descenso de vecindad variable con ordenamiento aleatorio de vecindad para la mejora de la solución y recombinación de soluciones no dominadas como se usa en algoritmos genéticos.

El problema de la programación de operaciones en ambientes tipo taller con tiempos de configuración dependientes de la secuencia es abordado en (J. Xu, Wu, Yin & Lin, 2017), los autores buscan minimizar el tiempo de preparación y la tardanza ponderada total de todos los trabajos, para ello diseña un ILS multiobjetivo (MOILS) en el que se desarrolla una búsqueda de profundidad variable basada en Pareto en la fase de búsqueda local de objetivos múltiples, además, incorporan un archivo externo en los MOILS para almacenar las soluciones no dominadas y proporcionar puntos de búsqueda iniciales y así escapar de las trampas óptimas locales.

2. Propuesta metodológica

2.1. Descripción del problema

Se establece si la estrategia de carga Mixta expuesta en la *Figura 5* (niños de diferentes colegios en una misma ruta), es mejor que la estrategia de carga Simple expuesta en la *Figura 6* (niños de un solo colegio por ruta) para resolver el problema de ruteo de buses escolares urbano multiobjetivo, con duración de los tiempos de recorrido estocásticos, que dependen del momento en que inicia el recorrido, en un contexto de sostenibilidad, en el que se manejan seis medidas de desempeño: por lo social, la minimización del riesgo máximo percibido en la asignación (RMPA), del riesgo máximo real en la asignación (RMRA) y del riesgo máximo de la ruta (RMR); por lo ambiental, la minimización de las emisiones de CO₂ (ETCO₂); y por lo económico, la minimización del costo total (CT) y tiempo de salida del vehículo del parqueadero.

Figura 5. Diagrama para el Cargue Mixto

Fuente: Autor

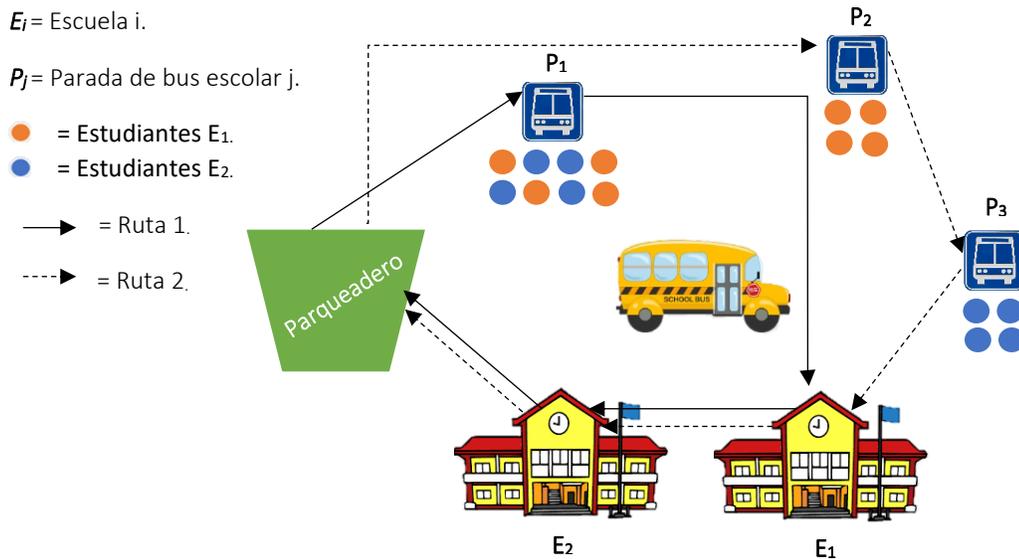
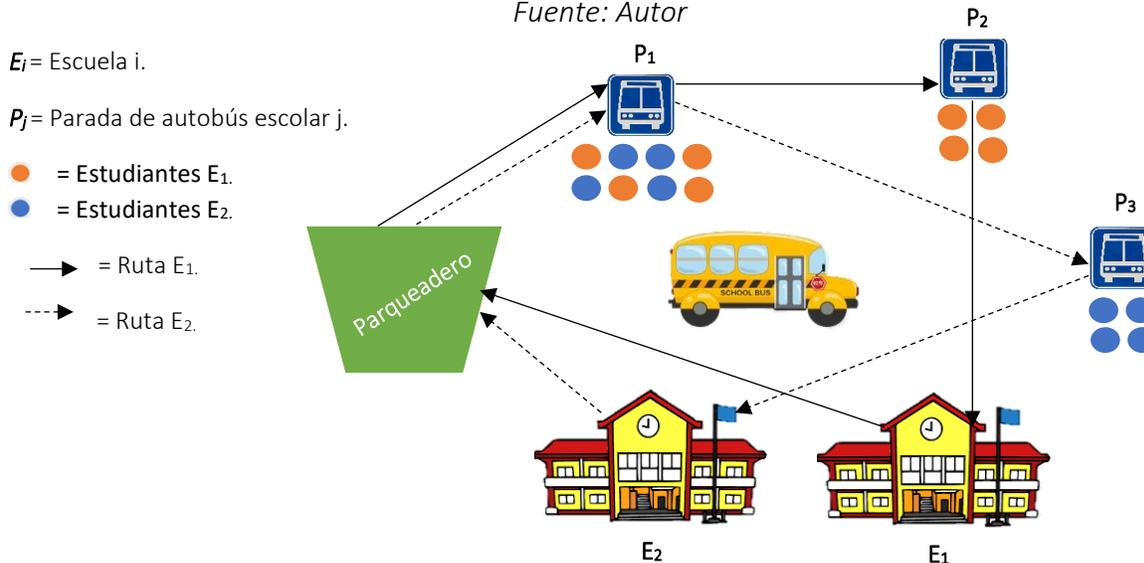


Figura 6. Diagrama para el Cargue Simple

Fuente: Autor



La estrategia general implica resolver el problema multiobjetivo de carga Mixta y de carga Simple por separado y determinar para cada uno su Frontera de Pareto, luego realizar una comparación de estas fronteras y establecer cuál de las dos estrategias ofrece un mayor número de soluciones no dominadas.

El problema de ruteo con carga Mixta y el problema de ruteo con carga Simple ambos con tiempos estocásticos, dependientes y con múltiples escuelas, se pueden ver como un mismo problema base, con la diferencia de que el segundo no permite niños de diferentes escuelas en un mismo bus. En tal sentido, se presentan los componentes principales del problema.

2.1.1. Componentes del problema

El problema base es un problema de ruteo que implica asignación de niños de los nodos de hogar a nodos de parada, asignación de nodos de parada a vehículos, definición de la secuencia y el programa de visitas de los nodos por cada vehículo. Los conjuntos del problema y sus atributos se presentan a continuación:

2.1.1.1. Nodos

Cada nodo tiene sus respectivas coordenadas de ubicación que lo relaciona con una zona, los nodos son de diferentes tipos, y se relacionan enseguida:

- Los nodos donde se encuentran inicialmente parqueados los vehículos.
- Conjunto de nodos de hogar donde se encuentran los niños, para cada nodo de hogar se conoce el número de niños que se dirigen a cada una de las escuelas, el conjunto posible de paradas a las que se podría enviar, y el riesgo que se percibe al enviar los niños de su nodo de hogar a cada nodo de sus posibles nodos de parada.
- Conjunto de nodos de paradas potenciales.
- Conjunto de nodos donde se encuentran los colegios, para cada uno de estos nodos se conoce la hora de llegada más tardía y la más temprana.
- Conjuntos de nodos donde deben quedar los vehículos.

2.1.1.2. Arcos

Los arcos están conformados por una pareja de nodos, los arcos tienen dos atributos relevantes:

- El tiempo de atravesar un arco es estocástico y depende del momento en que se recorra.
- Los arcos tienen un nivel de riesgo asociado a las condiciones de la vía.

El conjunto de arcos tiene las siguientes restricciones:

- De los nodos iniciales de parqueo sólo se puede ir a los nodos de parada.
- A los nodos finales de parqueo sólo se puede llegar desde los nodos de escuela.

2.1.1.3. Vehículos

Se cuenta, con una flota homogénea de vehículos disponible para realizar el ruteo, los costos fijos se activan únicamente si se emplea el vehículo.

2.1.1.4. Zonas

El problema de recogidas de los niños se realiza en un contexto urbano, en donde la región de ubicación de los niños se encuentra dividida en zonas, cada una de estas, tiene un nivel de riesgo asociado a la movilidad de los niños peatones.

2.1.1.5. Periodos de tiempo

Existe un momento de tiempo más temprano y más tardío en los que se puede iniciar el proceso de recogida. El rango de tiempo comprendido entre este par de momentos anteriores, se encuentra dividido en un número fijo de intervalos, cada intervalo a su vez tiene un momento más temprano y un momento más tardío. La duración del recorrido de un vehículo de un nodo a otro es estocástica y depende del intervalo de tiempo en el que se inicie el recorrido. La duración del recorrido de cada arco en cada intervalo de tiempo tiene una media y función de densidad empírica conocidas. La duración del recorrido de un nodo i a un nodo j , con $|T|$ intervalos de tiempo, se puede calcular de la siguiente manera:

$$travel_{time_{ij}} = \left\{ \begin{array}{ll} travel_{tt_{ij1}} & \text{if } ii_1 < t2l_i \leq fi_1 \\ & \vdots \\ travel_{tt_{ijt}} & \text{if } ii_t < t2l_i \leq fi_t \\ & \vdots \\ travel_{tt_{ij|T|}} & \text{if } ii_{t|T|} < t2l_i \leq fi_{|T|} \end{array} \right\} \quad \text{Ec. 7}$$

Donde

ii_t y fi_t : Son respectivamente, el momento más temprano y el más tardío del intervalo t .

$t2l_i$: Es el momento en que sale del nodo i .

$travel_{tt_{ijt}}$: Es una variable aleatoria que representa el tiempo de viaje cuando se sale del nodo i al nodo j , el intervalo de tiempo t , es decir, cuando el momento de inicio de ese viaje de i a j , está en el intervalo de tiempo comprendido entre el inicio y el fin del intervalo t .

$travel_{tt_{ijt}}$: Es una variable aleatoria con media μ_{ijt} , con una función de distribución empírica discreta $FE_{ijt}(travel_{tt_{ijt}})$. Tal que:

$$FE_{ijt}(\text{travel}_{tt_{ijt}}) = \left\{ \begin{array}{l} P_{ijt1}(t_{tt_{ijt1}}) \text{ para } \text{travel}_{tt_{ijt}} = t_{tt_{ijt1}} \\ \vdots \\ P_{ijte}(t_{tt_{ijte}}) \text{ para } \text{travel}_{tt_{ijt}} = t_{tt_{ijte}} \\ \vdots \\ P_{ijt|E|}(t_{tt_{ijt|E|}}) \text{ para } \text{travel}_{tt_{ijt}} = t_{tt_{ijt|E|}} \end{array} \right\} \text{ Ec. } 8$$

En este caso E es el conjunto de secciones de la función de probabilidad empírica discreta, la duración del recorrido en cada sección e de la función densidad es $t_{tt_{ijte}}$, el cual tiene una probabilidad de ocurrencia de $P_{ijte}(t_{tt_{ijte}})$.

$$\mu_{ijt} = \sum_{e \in E} t_{tt_{ijte}} * P_{ijte}(t_{tt_{ijte}}). \text{ Ec. } 9$$

Tal que:

$$\sum_{e \in E} P_{ijte}(t_{tt_{ijte}}) = 1 \text{ Ec. } 10$$

2.1.2. Sub problemas del problema base

El problema en términos generales consiste en establecer los siguientes elementos:

- Definir a qué nodo de parada es asignado un nodo de hogar.
- Definir qué vehículos se activan.
- Establecer el conjunto de nodos que son visitados por cada vehículo.
- Definir el orden en que cada vehículo visita los nodos.
- Establecer para cada vehículo una programación temporal para visitar el conjunto de nodos.

2.1.3. Medidas desempeño del problema base, funciones objetivo

Con los elementos anteriores se debe determinar y optimizar las siguientes funciones objetivo, que se definen desde el enfoque de sostenibilidad, es decir, considera lo social, lo ambiental y lo económico.

- Minimizar el costo de recorrido comprendido por el costo fijo y el variable.
- Minimizar el nivel máximo de riesgo percibido al asignar los niños a las paradas.
- Minimizar el riesgo de la ruta de máximo riesgo.
- Minimizar las emisiones de CO₂.

2.1.4. Restricciones del problema base

En el problema base se deben satisfacer las siguientes restricciones:

- Un nodo de hogar debe ser asignado a una única parada.

- Todos los niños deben ser recogidos.
- Los vehículos que visiten un arco deben salir de él.
- Un mismo vehículo sólo puede visitar un nodo una única vez, esto aplica también para los nodos de ubicación de las escuelas.
- Cada vehículo cuando sale de un nodo solo puede dirigirse a un único nodo.
- Todos los vehículos programados deben terminar en el nodo de parqueo final que le corresponde.
- El total de niños que se lleva en cada bus no puede superar la capacidad del bus.
- Todos los niños deben ser llevados a sus respectivas escuelas por el vehículo que los recoge.
- Se debe garantizar el balance de flujo de niños que se recogen o se entregan en los nodos.
- Se debe garantizar que haya balance en el tiempo y que el tiempo de duración del recorrido de un arco dependa del intervalo de tiempo en que se inicie el recorrido.
- Una vez los vehículos inicien el recorrido no puede esperar, solo pueden parar el tiempo de servicio en el nodo.

2.1.5. Variables del problema base

Una solución del problema base implica determinar el valor de las siguientes variables de decisión:

2.1.5.1. ¿A qué nodo de parada se asigna cada nodo de hogar?

Esta variable de manera general se puede definir como un vector, su índice representa el nodo de hogar que debe ser asignado y el valor representa el nodo parada en el que se asigna. Por ejemplo, si se considera el vector:

8	3	6
---	---	---

Indica que el nodo de hogar de la posición 1, se asignará al nodo de parada 8 y el nodo de hogar de la posición 2 se asignará a la parada 3 y el nodo de hogar en la posición 3 se asignará en la parada 6.

Es importante destacar que la función de desempeño de riesgo solo depende de esta variable de decisión, es decir, una vez se define el valor de esta variable se puede calcular el riesgo percibido.

2.1.5.2. ¿Qué nodos visita cada vehículo, en qué orden, cuántos niños recoge o deja y en qué momento llega al nodo?

Estas variables de decisión se pueden representar como un matriz donde las filas son las variables y las columnas cada nodo que será visitado por el vehículo, se debe tener tantas matrices como vehículos se activen. El nodo que se ponga en la primera posición representa el nodo que será visitado de primero y así sucesivamente. Si se considera la siguiente matriz:

Nodos a visitar	4	8	11
Niños a recoger o entregar	2	3	-5
Hora llegada	8	19	60

Se debe tener en cuenta que la matriz anterior se debe definir para cada vehículo, en este caso, se supone que es la matriz del vehículo uno, los resultados se leerán de la siguiente manera: El vehículo uno parte en el momento cero y visita primero el nodo 4 a los 8 minutos de iniciado el recorrido, y recoge dos niños. Luego va al nodo 8, a los 19 minutos y recoge tres niños. Finalmente, a los 60 minutos va al nodo 11 a dejar cinco niños.

El proceso para determinar las variables de este apartado está conformado por dos grandes sub problemas, uno de asignación y otro de secuenciación:

- Primero, un sub problema de asignación, en el que se definen los nodos que serán visitados por cada vehículo, con sus respectivas recogidas o entregas.
- Segundo, un problema de secuenciación en el que se establece el orden en que se visitan los nodos y la programación de los horarios y recogida en cada nodo por cada vehículo.

2.2. Formulación general de problema

Cuando los tiempos dependientes se comportan como una variable aleatoria, como en la ecuación 7, el problema abordado sería un ruteo estocástico multiobjetivo con múltiples escuelas y tiempo dependiente el cual no hace parte del alcance de lo desarrollado en este proyecto de investigación. A continuación, se presenta una formulación general del problema de ruteo tiempo dependiente determinístico, el cual en capítulos siguientes será formulado como un problema de programación lineal entera mixta.

2.2.1. Conjuntos

V : Conjunto de vehículos indexados en v .

IV : Conjunto de nodos indexados en i, p .

2.2.2. Notación

θ_v : Denota la ruta recorrida por el vehículo, v es una ruta factible.

$\theta_{v(h)}$: Denota al elemento h -ésimo de la ruta realizada por el vehículo v .

θ : Conjunto de los recorridos para todos los vehículos, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_v, \dots, \theta_{nv})$

S_{iv} : Tiempo de inicio del servicio del nodo i en el vehículo v .

SA_v : Tiempo de inicio en el parqueadero de llegada del vehículo v .

S : Conjunto de los tiempos de inicio, $S = (S_{11}, S_{12}, \dots, S_{iv}, SA_{ninv}, SA_1, \dots, SA_v \dots SA_{nv})$

S_v : Denota los tiempos de inicio exclusivos del vehículo v .

$wcurb_v$: Peso promedio del vehículo v .

k_v : Relación entre el volumen del vehículo y el peso en vacío v .

$wco2_v$: Peso de emisión de CO_2 por litro de consumo de combustible, del vehículo v .

$veff_{tv}$: Consumo de combustible por unidad de distancia por unidad de peso del vehículo v .

wp : Peso promedio por niño.

T_{iv} : Tiempo de salida del nodo i en el vehículo v .

TL_v : Tiempo de salida en parqueadero de salida del vehículo v .

T : Conjunto de los tiempos de salida, $T = (T_{11}, T_{12}, \dots, T_{iv}, \dots, T_{ninv}, TL_1, TL_2, \dots, TL_{nv})$

T_v : Denota los tiempos de salida exclusivos del vehículo v .

A_p : Conjunto de todos los hogares h que han sido asignados a la parada p , cumpliendo que cada hogar debe pertenecer a la misma zona de p y también debe cumplir que p debe pertenecer a la lista de paradas potenciales de ese hogar.

$A_{p(h)}$: Denota al hogar h -ésimo asignado a la parada p .

HZ_z : Denota todos los hogares h que pertenecen a la zona z

ZP_p : Denota la zona z del hogar p .

J : Conjunto de paradas abiertas.

2.2.3. Funciones de desempeño

2.2.3.1. Dimensión económica asociada

Costo Fijo

Sea CF el costo incurrido por la utilización de todos los vehículos asignados para proveer el servicio, se tiene:

$|V|$: Número de vehículos activados para realizar los recorridos.

$$CF = |V| * cfao \text{ Ec. } 11$$

Costos variables

Sea CV_{kv} el costo variable incurrido en la travesía de la ruta realizada por el vehículo v , se define entonces:

$$CV_{\theta_v} = \sum_{a=0}^{(|\theta_v|-1)} d_{\theta_v(a), \theta_v(a+1)} * cvk_v \quad \forall v \in V \quad \text{Ec. 12}$$

Sea CV el costo variable total incurrido en la travesía de todos los vehículos, representado como:

$$CV = \sum_v^{|V|} CV_{\theta_v} \quad \text{Ec. 13}$$

Dada las definiciones anteriores, se denotan los costos totales CT como:

$$CT = CF + CV \quad \text{Ec. 14}$$

2.2.3.2. Dimensión social asociadas al riesgo

En la asignación

Riesgo total percibido (subjetivo) en la asignación

Se define el RAP como el riesgo percibido en la parada p

$$RAP_{A_p} = \sum_{h=1}^{|A_p|} rp_{A_p(h),p} \quad \forall p \in J \quad \text{Ec. 15}$$

Se define el riesgo total percibido subjetivo como:

$$RTPA = \sum_{p \in J} RAP_{A_p} \quad \text{Ec. 16}$$

Riesgo total real (objetivo) en la asignación

Se define el RAT como el riesgo objetivo en la parada p de la forma:

ri_z : riesgo real de la zona z

$$RAT_{A_p} = \sum_{h=1}^{|A_p|} \frac{d_{A_p(h),p}}{d_{max} * q_{A_p(h)}} ri_{z,p} \quad \forall p \in J \quad \text{Ec. 17}$$

El riesgo total real (objetivo) se denota:

$$RTRA = \sum_{p \in J} RAT_{A_p} \quad \text{Ec. 18}$$

Riesgo máximo percibido (subjetivo) en la asignación

$$RMPA = \max_{p \in J} \left\{ \max_{h \text{ in } A_p} \{ rp_{A_p(h),p} \} \right\} \quad \text{Ec. 19}$$

Riesgo máximo real (objetivo) en la asignación

$$RMRA = \max_{p \in J} \left\{ \max_{h \text{ in } A_p} \left\{ \frac{d_{A_p(h),p}}{d_{max} * q_{A_p(h)}} r_{iZPp} \right\} \right\} \text{ Ec. 20}$$

En el ruteo

Riesgo máximo de ruta

Sea $RR_{v,t}$ el riesgo total de la ruta recorrida v en el tiempo de salida t , se define entonces:

$$RR_{\theta_v, T_v} = \sum_{a=0}^{|\theta_v|-1} rr_{\theta_{v(a)}, \theta_{v(a+1)}, (t_{\theta_{v(a)}})} \quad \forall v \in V \text{ Ec. 21}$$

$$MR = \max_{v \in V} \{RR_{\theta_v, T_v}\} \text{ Ec. 22}$$

Riesgo total en el ruteo

$$RTR = \sum_v RR_{\theta_v, T_v} \text{ Ec. 23}$$

2.2.3.3. Dimensión social asociada al tiempo de salida

$$TSM = \min_{v \in V} \{tar_0 - TP_{\theta_{v(0)}}\} \text{ Ec. 24}$$

2.2.3.4. Dimensión ambiental asociada a las emisiones de CO₂

$$ETCO2_{\theta_v, T_{\theta_v}} = \frac{wcurb_v * d_{\theta_{v(0)}, \theta_{v(1)}}}{k_v} * v_{eff} t_{\theta_{v(0)}} v + \sum_{a=1}^{|\theta_v|-1} \left(FA_{\theta_{v(a)}, \theta_{v(a+1)}} * wp + \frac{wcurb_v}{k_v} \right) * v_{eff} t_{\theta_{v(a)}} v * d_{\theta_{v(a)}, \theta_{v(a+1)}} + \frac{wcurb_v * d_{\theta_{v(|\theta_v|-1)}, \theta_{v(|\theta_v|)}}}{k_v} v_{eff} t_{\theta_{v(|\theta_v|-1)}} v \text{ Ec. 25}$$

2.2.4. Función Multiobjetivo

$$MIN Z = (CT, RMPA, RMRA, RMR, TSM, ETCO2) \text{ Ec. 26}$$

2.3. Modelo de programación lineal entero mixto

El problema base es abordado de manera determinística, con un enfoque de optimización lineal y meta-heurístico, para poder hacer validaciones y comparaciones.

Dada la complejidad del problema, el enfoque de optimización será empleado para concretar la formulación, definición del problema y para la solución de instancias de menor tamaño que permitan la validación y comparación de los resultados óptimos con el enfoque meta-heurístico. El enfoque meta-heurístico se empleará para la solución de instancias de gran tamaño.

2.3.1. Enfoque de optimización lineal determinístico para el modelo con múltiples escuelas base.

Tomando como base los modelos presentados en (X. Chen et al., 2015; Ebensperger, 2009; Haghani & Jung, 2005), se presenta el siguiente modelo propuesto en el que se introducen los tiempos dependientes al ruteo de buses escolares con las características antes presentadas.

Para esto se emplean las medias de los tiempos dependientes y se modela el problema completamente determinístico, se considera entonces que:

$$tv_{ijt} = \mu_{ijt} = \sum_{e \in E} ttt_{ijte} * P_{ijte}(ttt_{ijte}) \text{ Ec. } 27$$

2.3.1.1. Conjuntos

V= Conjunto de vehículos o rutas. Índice, **v**.

T= Conjunto de periodos o intervalos de tiempo. Índice, **t**.

E= Conjunto de nodos donde se encuentran las escuelas. Índice, **e**.

Z= Conjunto de zonas de la ciudad. Índice, **z**.

I= Conjunto de nodos donde inician los vehículos

F= Conjunto de nodos donde terminan los vehículos

P= Conjunto de nodos de potenciales paradas para niños, Índice, **p**.

H= Conjunto de nodos de hogares de los niños, Índice, **h**.

TN= {E U I U F U P U H} conjunto de todos los nodos.

NZ (z)= Conjunto inducido de nodos de hogar que pertenecen a la zona z.

ZN (h)= Conjunto inducido, zona a la que pertenece el nodo de hogar h.

PZ (z)= Conjunto inducido de nodos potenciales de parada que pertenece a la zona z.

ZP (p)= Conjunto inducido, zona a la que pertenece la parada p.

NP (p)= Conjunto inducido, nodos de hogar que potencialmente se pueden asignar a la parada p.

PN (h)= Conjunto inducido, paradas potenciales a las que se puede asignar el nodo de hogar h.

IV (v)= Conjunto inducido, nodo donde inicia el vehículo v.

FV (v)= Conjunto inducido, nodo donde finaliza el vehículo v.

2.3.1.2. Parámetros

d_{ij} = Distancia en kilómetros del nodo i al nodo j .

tv_{itj} = Tiempo medio de viaje del nodo i al nodo j en el periodo t .

rr_{ij} = Riesgo de viaje del nodo i al nodo j .

qe_{he} = Cantidad de niños en el nodo de hogar h que se dirigen a la escuela e .

q_h = Cantidad de niños en el nodo de hogar h , $q_i = \sum_{e \in E} qe_{he}$

cap_v = Capacidad del vehículo v .

tem_e = Momento más temprano en que se puede ingresar a la escuela e .

tar_e = Momento más tarde en que se puede ingresar a la escuela e .

tem_0 = Momento más temprano en que puede ingresar a las escuelas, $tem_0 = \min_{e \in E} \{tem_e\}$

tar_0 = Momento más tarde en que se puede ingresar a las escuelas, $tar_0 = \max_{e \in E} \{tar_e\}$

ii_t = Momento de inicio del intervalo del periodo t .

fi_t = Momento de finalización del intervalo del periodo t .

at_i = Tiempo de atención del nodo i .

an_i = Tiempo adicional de atención del nodo i por niño.

nr = Número de rutas.

rp_{hp} = Percepción del riesgo que tiene el padre por enviar los niños del nodo de hogar h al nodo de parada p .

ri_z = Riesgo real objetivo de la zona z .

$dmax$ = Distancia máxima de asignación de niños a paradas.

$cfaov$ = Costo fijo anual de operación del vehículo v personal y vehículo anualizado.

cvk_v = Costo variable por kilómetro del vehículo v .

$wcurb_v$ = Peso promedio del vehículo v .

k_v = Relación entre el volumen del vehículo y el peso en vacío v .

$wco2_v$ = Peso de emisión de CO₂ por litro de consumo de combustible del vehículo v .

$veff_{tv}$ = Consumo de combustible por unidad de distancia por unidad de peso del vehículo v .

wp = Peso promedio por niño.

2.3.1.3. Variables de decisión

$$X_{vitj} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } v, \text{ sale del nodo } i, \\ & \text{en el periodo } t, \text{ hacia el nodo } j \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

$$Y_{vi} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } v, \text{ atiende el nodo } i \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

$$W_{hp} = \begin{cases} 1 & \text{si los niños del nodo de hogar } h \text{ son asignados a la parada } p \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

$$B_p = \begin{cases} 1 & \text{si el nodo } p \text{ de parada que pertenece a } P, \text{ se activa} \\ 0 & \text{de lo contrario (es decir, no se activa)} \end{cases}$$

$$A_{vpe} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } v, \text{ recoge niños en el nodo de parada } p, \text{ para la escuela } e \\ 0 & \text{de lo contrario (es decir, no se activa)} \end{cases}$$

TP_{vi} = Tiempo de partida del vehículo v , desde nodo i .

TI_{vi} = Tiempo de inicio del servicio del vehículo v , en el nodo i .

FL_{vi} = Cantidad de niños que lleva el vehículo v , cuando sale del nodo i .

FA_{vitp} = Cantidad de niños que lleva el vehículo v , cuando va del nodo i al nodo p , en el intervalo t .

R_{vpe} = Cantidad de niños de la parada p , que recoge el vehículo v , para la escuela e .

R_{vpe} = Cantidad de niños de la parada p , que recoge el vehículo v para la escuela e .

CF = Costo fijo total.

CV = Costo variable total.

CT = Costo total.

$RTPA$ = Riesgo total percibido en la asignación.

$RTRA$ = Riesgo total real en la asignación.

$RMPA$ = Riesgo máximo percibido en la asignación.

$RMRA$ = Riesgo (objetivo) máximo real de asignación.

$RPIA_h$ = Riesgo percibido en la asignación del nodo de hogar h .

$RRIA_h$ = Riesgo real (objetivo) del nodo de hogar h en la asignación.

RTR = Riesgo total de la ruta.

RMR = Riesgo máximo por ruta.

RR_v = Riesgo de la ruta v .

TSM = Tiempo de salida más tardío.

$ETCO2$ = Emisiones totales de CO_2 .

2.3.1.4. Restricciones

$$\sum_{p \in \{PN(h) \cap PZ(z)\}} W_{hp} = 1 \quad \forall z \in Z, h \in \{NZ(z)\} \text{ Ec. } 28$$

$$\sum_{h \in \{NP(p) \cap NZ(z)\}} W_{hp} \leq |NP(p)| * B_p \quad \forall z \in Z, p \in PZ(z) \text{ Ec. } 29$$

$$W_{hp} \leq B_p \quad \forall z \in Z, p \in PZ(z), h \in \{NP(p) \cap NZ(z)\} \text{ Ec. } 30$$

$$B_p \leq \sum_{h \in \{NP(p) \cap NZ(z)\}} W_{hp} \quad \forall z \in Z, p \in PZ(z) \text{ Ec. } 31$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \sum_{i \in \{IV(v) \cup P \cup E\} | i \neq p} X_{vitp} \leq B_p * |V| \quad p \in P \text{ Ec. } 32$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E\} | i \neq p} X_{vpti} \leq B_p * |V| \quad p \in P \text{ Ec. } 33$$

$$X_{vitp} \leq B_p \quad p \in P, v \in V, t \in T, i \in \{IV(v) \cup P \cup E\} | i \neq p \text{ Ec. } 34$$

$$X_{vpti} \leq B_p \quad p \in P, v \in V, t \in T, i \in \{P \cup E\} | i \neq p \text{ Ec. } 35$$

$$B_p \leq \sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \sum_{i \in \{IV(v) \cup P \cup E\} | i \neq p} X_{vitp} \quad p \in P \text{ Ec. } 36$$

$$B_p \leq \sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E\} | i \neq p} X_{vpti} \quad p \in P \text{ Ec. } 37$$

$$\sum_{v \in V} Y_{vp} \geq B_p \quad \forall p \in P \text{ Ec. } 38$$

$$B_p * |V| \geq \sum_{v \in V} Y_{vp} \quad \forall p \in P \text{ Ec. } 39$$

$$B_p \geq Y_{vp} \quad \forall p \in P, v \in V \text{ Ec. } 40$$

Continuidad de un vehículo entre los nodos

Un vehículo visita un nodo una única vez

$$\sum_{t \in T} \sum_{p \in P} X_{vitp} \leq 1 \quad \forall v \in V \quad \forall i \in IV(v) \text{ Ec. } 41$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{IV(v) \cup P \cup E\} | i \neq p} X_{vitp} \leq 1 \quad \forall v \in V, p \in P \text{ Ec. } 42$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E\} | i \neq p} X_{vpti} \leq 1 \quad \forall v \in V, p \in P \text{ Ec. } 43$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E\} | i \neq e} X_{vite} \leq 1 \quad \forall v \in V, e \in E \text{ Ec. } 44$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E \cup FV(v)\} | i \neq e} X_{veti} \leq 1 \quad \forall v \in V, e \in E \quad \text{Ec. 45}$$

$$\sum_{e \in E} \sum_{t \in T} X_{vetj} \leq 1 \quad \forall v \in V, j \in FV(v) \quad \text{Ec. 46}$$

$$\sum_{t \in T} X_{vitp} \leq 1 \quad \forall i \in \{IV(v) \cup P \cup E\} | i \neq p, p \in P, v \in V, \quad \text{Ec. 47}$$

$$\sum_{t \in T} X_{vpti} \leq 1 \quad \forall i \in \{P \cup E\} | i \neq p, p \in P, v \in V, \quad \text{Ec. 48}$$

$$\sum_{t \in T, t \neq e} X_{vite} \leq 1 \quad \forall i \in \{P \cup E\}, v \in V, e \in E \quad \text{Ec. 49}$$

$$\sum_{t \in T, t \neq e} X_{veti} \leq 1 \quad \forall i \in \{P \cup E \cup FV(v)\}, v \in V, e \in E \quad \text{Ec. 50}$$

Flujo continuo del vehículo entre nodos

$$\sum_{i \in \{IV(v) \cup P \cup E\} | i \neq p} \sum_{t \in T} X_{kitp} = \sum_{t \in T} \sum_{j \in \{P \cup E\} | j \neq p} X_{kptj} \quad \forall v \in V, p \in P \quad \text{Ec. 51}$$

$$\sum_{i \in \{P \cup E\} | i \neq e} \sum_{t \in T} X_{kite} = \sum_{t \in T} \sum_{j \in \{P \cup E \cup FV(v)\} | j \neq e} X_{ketj} \quad \forall v \in V, e \in E \quad \text{Ec. 52}$$

Relación entre asignación de vehículos y visita de nodos

Igualdad entre arcos y vehículos en una parada

$$\sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \sum_{i \in \{IV(v) \cup P \cup E\} | i \neq p} X_{vitp} = \sum_{v \in V} Y_{vp} \quad \forall p \in P \quad \text{Ec. 53}$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E\} | i \neq p} X_{vpti} = \sum_{v \in V} Y_{vp} \quad \forall p \in P \quad \text{Ec. 54}$$

Igualdad entre arcos y vehículos en una escuela

$$\sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E\} | i \neq e} X_{vite} = \sum_{v \in V} Y_{ve} \quad \forall e \in E \quad \text{Ec. 55}$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E \cup FV(v)\} | i \neq e} X_{veti} = \sum_{v \in V} Y_{ve} \quad \forall e \in E \quad \text{Ec. 56}$$

Si un vehículo visita una parada, debe ser asignado a esta

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{IV(v) \cup P \cup E\} | i \neq p} X_{vitp} = Y_{vp} \quad \forall v \in V, \forall p \in P \quad \text{Ec. 57}$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E\} | i \neq p} X_{vpti} = Y_{vp} \quad \forall v \in V, \forall p \in P \quad \text{Ec. 58}$$

Si un vehículo visita una escuela, debe ser asignado a esta

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E\} | i \neq e} X_{vite} = Y_{ve} \quad \forall v \in V, e \in E \quad \text{Ec. 59}$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E \cup FV(v)\} | i \neq e} X_{veti} = Y_{ve} \quad \forall v \in V, e \in E \quad \text{Ec. 60}$$

Si un vehículo sale, también entra

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in IV(v)} \sum_{j \in P} X_{vitj} = \sum_{e \in E} \sum_{t \in T} \sum_{i \in FV(v)} X_{veti} \quad \forall v \in V \quad \text{Ec. 61}$$

Restricciones asociadas al flujo de niños

$$FL_{vi} \leq Y_{vi} * cap_v \quad \forall i \in \{P \cup E\}, v \in V \quad \text{Ec. 62}$$

$$R_{vpe} \leq A_{vpe} * cap_v \quad \forall p \in P, e \in E, v \in V \quad \text{Ec. 63}$$

$$A_{vpe} \leq R_{vpe} \quad \forall p \in P, e \in E, v \in V \quad \text{Ec. 64}$$

$$A_{vpe} \leq Y_{vp} \quad \forall p \in P, e \in E, v \in V \quad \text{Ec. 65}$$

$$\sum_{e \in E} A_{vpe} \geq Y_{vp} \quad \forall p \in P, v \in V \quad \text{Ec. 66}$$

Restricciones asociadas al flujo

Del parqueadero a un nodo de parada

$$\sum_{e \in E} R_{vpe} \leq FL_{vp} + M * (1 - \sum_{t \in T} X_{vitp}) \quad \forall p \in P, v \in V, i \in IV(v) \quad \text{Ec. 67}$$

$$M * (1 - \sum_{t \in T} X_{vitp}) + \sum_{e \in E} R_{vpe} \geq FL_{vp} \quad \forall p \in P, v \in V, i \in IV(v) \quad \text{Ec. 68}$$

De una parada o escuela a otra parada

$$FL_{vi} + \sum_{e \in E} R_{vpe} \leq FL_{vp} + M * (1 - \sum_{t \in T} X_{vitp}) \quad \forall p \in P, v \in V, i \in \{P \cup E\} | p \neq i \quad \text{Ec. 69}$$

$$M * (1 - \sum_{t \in T} X_{vitp}) + FL_{vi} + \sum_{e \in E} R_{vpe} \geq FL_{vp} \quad \forall p \in P, v \in V, i \in \{P \cup E\} | p \neq i \quad \text{Ec. 70}$$

De la escuela al parqueadero

$$FL_{ve} \leq M * (1 - \sum_{t \in T} X_{veti}) \quad \forall v \in V, i \in FV(v), e \in E \quad \text{Ec. 71}$$

$$M * (1 - \sum_{t \in T} X_{veti}) + FL_{vi} \geq 0 \quad \forall v \in V, i \in FV(v), e \in E \quad \text{Ec. 72}$$

$$\sum_{v \in V} R_{vpe} = \sum_{h \in \{NP(p) \cap NZ(z)\}} W_{hp} * qe_{he} \quad \forall e \in E, \forall z \in Z, p \in PZ(z) \quad \text{Ec. 73}$$

$$\sum_{v \in V} R_{vpe} \leq B_p * \sum_{h \in \{NP(p) \cap NZ(z)\}} qe_{he} \quad \forall z \in Z, p \in PZ(z), e \in E \quad \text{Ec. 74}$$

$$R_{vpe} \leq B_p * \sum_{h \in \{NP(p) \cap NZ(z)\}} qe_{he} \quad \forall z \in Z, p \in PZ(z), e \in E, v \in V \quad \text{Ec. 75}$$

$$FL_{vp} \leq B_p * cap_v \quad \forall p \in P, v \in V \quad \text{Ec. 76}$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{e \in E} R_{vpe} = \sum_{h \in \{NP(p) \cap NZ(z)\}} W_{hp} * q_h \quad \forall z \in Z, p \in PZ(z) \quad \text{Ec. 77}$$

$$\sum_{e \in E} R_{vpe} \leq Y_{vp} * cap_v \quad \forall v \in V, p \in P \quad \text{Ec. 78}$$

$$R_{vpe} \leq Y_{vp} * cap_v \quad \forall v \in V, p \in P, e \in E \quad \text{Ec. 79}$$

$$R_{vpe} \leq Y_{ve} * cap_v \quad \forall v \in V, p \in P, e \in E \quad \text{Ec. 80}$$

De escuelas o nodos a escuelas

$$FL_{vi} - \sum_{p \in P} R_{vpe} \leq FL_{ve} + M * (1 - \sum_{t \in T} X_{vite}) \quad \forall e \in E, v \in V, i \in \{P \cup E\} | e \neq i \quad \text{Ec. 81}$$

$$M * (1 - \sum_{t \in T} X_{vite}) + FL_{vi} - \sum_{p \in P} R_{vpe} \geq FL_{ve} \quad \forall e \in E, v \in V, i \in \{P \cup E\} | e \neq i \quad \text{Ec. 82}$$

Flujo entre arcos

$$FL_{vi} \leq FA_{vitj} + M * (1 - X_{vitj}) \quad \forall t \in T, j \in \{P \cup E\}, v \in V, i \in \{P \cup E\} | j \neq i \quad \text{Ec. 83}$$

$$FL_{vi} \geq FA_{vitj} - M * (1 - X_{vitj}) \quad \forall t \in T, j \in \{P \cup E\}, v \in V, i \in \{P \cup E\} | j \neq i \quad \text{Ec. 84}$$

$$FA_{vitj} \leq M * X_{vitj} \quad \forall t \in T, j \in \{P \cup E\}, v \in V, i \in \{P \cup E\} | j \neq i \quad \text{Ec. 85}$$

$$FA_{vitj} \geq X_{vitj} \quad \forall t \in T, j \in \{P \cup E\}, v \in V, i \in \{P \cup E\} | j \neq i \quad \text{Ec. 86}$$

Restricciones asociadas al tiempo

$$\begin{aligned}
TP_{vi} &\leq tar_0 && \forall v \in V \mid i \in IV(v) && \text{Ec. 87} \\
TP_{vp} &\leq Y_{vp} * tar_0 && \forall v \in V \mid p \in P && \text{Ec. 88} \\
TI_{vp} &\leq Y_{vp} * tar_0 && \forall v \in V \mid p \in P && \text{Ec. 89} \\
TP_{vi} &\geq ii_1 && \forall v \in V \mid i \in IV(v) && \text{Ec. 90} \\
TP_{vp} &\geq Y_{vp} * ii_1 && \forall v \in V \mid p \in P && \text{Ec. 91} \\
TI_{vp} &\geq Y_{vp} * ii_1 && \forall v \in V \mid p \in P && \text{Ec. 92} \\
TI_{vi} &\geq \left(\sum_{t \in T} \sum_{p \in P} X_{vpti} \right) * ii_1 && \forall v \in V \mid i \in FV(v) && \text{Ec. 93} \\
TP_{vi} &\leq fi_{|T|} && \forall v \in V \mid i \in IV(v) && \text{Ec. 94} \\
TP_{vi} &\leq Y_{vi} * fi_{|T|} && \forall v \in V \mid i \in \{P \cup E\} && \text{Ec. 95} \\
TI_{vi} &\leq Y_{vi} * fi_{|T|} && \forall v \in V \mid i \in \{P \cup E\} && \text{Ec. 96} \\
TI_{vi} &\leq \left(\sum_{t \in T} \sum_{e \in E} X_{veti} \right) * fi_{|T|} && \forall v \in V \mid i \in FV(v) && \text{Ec. 97} \\
TI_{vi} &\leq Y_{vi} * fi_{|T|} && \forall v \in V \mid i \in \{P \cup E\} && \text{Ec. 98} \\
TI_{vi} &\leq \left(\sum_{t \in T} \sum_{e \in E} X_{veti} \right) * fi_{|T|} && \forall v \in V \mid i \in FV(v) && \text{Ec. 99}
\end{aligned}$$

Nodo inicial a nodo de parada

$$\begin{aligned}
TP_{vi} + \sum_{t \in T} X_{vitp} * tv_{itp} &\leq TI_{vp} + \left(1 - \sum_{t \in T} X_{vitp} \right) * M && \forall v \in V \mid i \in IV(v), p \in P, && \text{Ec. 100} \\
TP_{vi} + \sum_{t \in T} X_{vitp} * tv_{itp} + \left(1 - \sum_{t \in T} X_{kitp} \right) * M &\geq TI_{vp} && \forall v \in V \mid i \in IV(v), p \in P && \text{Ec. 101}
\end{aligned}$$

Nodo de parada a nodo de parada o escuela

$$\begin{aligned}
TP_{vp} + \sum_{t \in T} X_{vpti} * tv_{pti} &\leq TI_{vi} + \left(1 - \sum_{t \in T} X_{vpti} \right) * M && \forall v \in V, p \in P, i \in \{P \cup E\} \mid i \neq p && \text{Ec. 102} \\
TP_{vp} + \sum_{t \in T} X_{vpti} * tv_{pti} + \left(1 - \sum_{t \in T} X_{vpti} \right) * M &\geq TI_{vi} && \forall v \in V, p \in P, i \in \{P \cup E\} \mid i \neq p && \text{Ec. 103}
\end{aligned}$$

Nodo de parada a nodo de parada o escuela

$$\begin{aligned}
TP_{vp} + \sum_{t \in T} X_{vpti} * tv_{pti} &\leq TI_{vi} + \left(1 - \sum_{t \in T} X_{vpti} \right) * M && \forall v \in V, p \in P, i \in \{P \cup E\} \mid i \neq p && \text{Ec. 104} \\
TP_{vp} + \sum_{t \in T} X_{vpti} * tv_{pti} + \left(1 - \sum_{t \in T} X_{vpti} \right) * M &\geq TI_{vi} && \forall v \in V, p \in P, i \in \{P \cup E\} \mid i \neq p && \text{Ec. 105}
\end{aligned}$$

Nodo escuela a nodo parada o escuela

$$\begin{aligned}
TP_{ve} + \sum_{t \in T} X_{veti} * tv_{eti} &\leq TI_{vi} + \left(1 - \sum_{t \in T} X_{veti} \right) * M && \forall v \in V, e \in E, i \in \{P \cup E \cup FV(v)\} && \text{Ec. 106} \\
TP_{ve} + \sum_{t \in T} X_{veti} * tv_{eti} + \left(1 - \sum_{t \in T} X_{veti} \right) * M &\geq TI_{vi} && \forall v \in V, e \in E, i \in \{P \cup E \cup FV(v)\} && \text{Ec. 107} \\
\sum_{t \in T} \sum_{i \in IV(v)} \sum_{p \in \{P\}} X_{vitp} &\geq Y_{vj} && \forall v \in V, \forall j \in \{P \cup E\} && \text{Ec. 108} \\
TP_{vp} &\geq TI_{vp} + at_p - \left(1 - Y_{vp} \right) * \left(M + at_p \right) && \forall v \in V, p \in P && \text{Ec. 109}
\end{aligned}$$

$$TP_{vp} \leq TI_{vp} + at_p + (1 - Y_{vp}) * (M + at_p) \quad \forall v \in V, p \in P \quad \text{Ec. 110}$$

$$TP_{ve} \geq TI_{ve} + at_e - (1 - Y_{ve}) * (M + at_e) \quad \forall v \in V, e \in E \quad \text{Ec. 111}$$

$$TP_{ve} \leq TI_{ve} + at_e + (1 - Y_{ve}) * (M + at_e) \quad \forall v \in V, e \in E \quad \text{Ec. 112}$$

Sale del nodo de origen y límites de intervalos

$$\sum_{t \in T} \sum_{p \in P} X_{vitp} * ii_t \leq TP_{vi} \quad \forall v \in V | i \in IV(v) \quad \text{Ec. 113}$$

$$TP_{vi} \leq \sum_{t \in T} \sum_{p \in P} X_{vitp} * fi_t \quad \forall v \in V | i \in IV(v) \quad \text{Ec. 114}$$

Sale de nodo de parada a nodo de parada o escuela

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E\}} X_{vpti} * ii_t \leq TP_{vp} \quad \forall v \in V | p \in P \quad \text{Ec. 115}$$

$$TP_{vp} \leq \sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E\}} X_{vpti} * fi_t \quad \forall v \in V | p \in P \quad \text{Ec. 116}$$

Sale de nodo de escuela a parada o escuela o de parqueo

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E \cup FV(v)\}} X_{veti} * ii_t \leq TP_{ve} \quad \forall v \in V, e \in E \quad \text{Ec. 117}$$

$$TP_{ve} \leq \sum_{t \in T} \sum_{i \in \{P \cup E \cup FV(v)\}} X_{veti} * fi_t \quad \forall v \in V, e \in E \quad \text{Ec. 118}$$

$$TP_{vp} \leq TI_{ve} + (1 - A_{vpe}) * M \quad \forall v \in V, e \in E, p \in P \quad \text{Ec. 119}$$

$$TP_{vi} \leq TI_{vj} \quad \forall v \in V, i \in IV(v), j \in FV(v) \quad \text{Ec. 120}$$

Para resumir el modelo presentado anteriormente, se tiene que (28) corresponde a la asignación de nodos de hogar a paradas; (29-40) la activación de nodos de parada y rutas; (41-50) indican que un vehículo solo puede visitar un nodo una única vez; (51-52) garantizan la continuidad en la ruta de paradas y escuelas; (53-56) garantiza la igualdad entre arcos; (57-60) se refieren a la asignación de rutas; (61) inicio y fin de ruta; (62) control de capacidad; (63-66) la activación de niños a escuelas; (67-68) flujo de niños de parqueadero a parada; (69-70) flujo de niños de una parada o escuela a otra parada; (71-72) flujo de niños de la escuela al parqueadero; (73) es el balance en la recolección en nodos por escuela; (74-76) indican que solo se recogen niños y solo hay flujo en nodos activos; (77) para balance en la recolección en nodos total; (78-79) relación recolección asignación vehículo; (80) los vehículos deben ir a las escuelas de los niños que recogen; (81-82) para flujo de escuelas o nodos a escuelas; (83-86) flujo entre arcos; (87-107) el control de los límites máximos y mínimos en el tiempo; (108-112) garantiza el balance de tiempo en arcos; (113-118) para control del intervalo del tiempo de partida; (119) el nodo de escuela se debe visitar después que los nodos en los que se recogen niños para ella; finalmente, en (120) el tiempo de salida del nodo inicial debe ser menor que el tiempo de llegada al nodo final.

2.3.1.5. Funciones objetivo

Atributos de la clase vehículo

$cfao_v$ = Costo fijo anual de operación del vehículo v personal y vehículo anualizado.

cvk_v = Costo variable por kilómetro del vehículo v .

$wcurb_v$ = Peso promedio del vehículo v .

k_v = Relación entre el volumen del vehículo y el peso en vacío v .

$wco2_v$ = Peso de emisiones de CO₂ por litro de consumo de combustible del vehículo v .

CVR = Costo variable de la ruta.

RR_v = Riesgo de la ruta v .

TSM = Tiempo de salida más tardío.

$ETCO2r$ = Emisiones totales de CO₂ del vehículo.

TPP = Tiempo de salida del vehículo del parqueadero.

TTR = Tiempo total, incluye ruteo y espera al ingreso.

Atributos de la clase solución

CF = Costo fijo total.

CVT = Costo variable total.

nr = Número de rutas.

CT = Costo total.

$RTPA$ = Riesgo total percibido en la asignación.

$RTRA$ = Riesgo total real en la asignación.

$RMPA$ = Riesgo máximo percibido en la asignación.

$RMRA$ = Riesgo (objetivo) máximo real de asignación.

RTR = Riesgo total de la ruta.

RMR = Riesgo máximo de la ruta.

$ETCO2$ = Emisiones totales de CO₂.

Dimensión económica asociada al costo

Costo Fijo

$CF = cfao_v$ Ec. 121

Costos variables

$$CV = \sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \left[\sum_{i \in IV(v)} \sum_{p \in P} X_{vitp} * d_{ip} + \sum_{p \in P} \sum_{i \in \{P \cup E\}} X_{vpti} * d_{pi} + \sum_{e \in E} \sum_{i \in \{P \cup E \cup FV(v)\}} X_{veti} * d_{ei} \right] * cvk_v \quad \text{Ec. 122}$$

Costo total

$$CT = CF * nr + CV \quad \text{Ec. 123}$$

Dimensión social asociadas al riesgo

En la asignación

Riesgo total percibido (subjetivo) en la asignación

$$RTPA = \sum_{z \in Z} \sum_{h \in NZ(z)} \sum_{p \in \{PN(h) \cap PZ(z)\}} W_{hp} * rp_{hp} \quad \text{Ec. 124}$$

Riesgo total real (objetivo) en la asignación

$$RTRA = \sum_{z \in Z} \sum_{h \in NZ(z)} \sum_{p \in \{PN(h) \cap PZ(z)\}} W_{hp} * \frac{d_{hp}}{d_{max} * q_h} * ri_z \quad \text{Ec. 125}$$

Riesgo máximo percibido (subjetivo) en la asignación

$$RPIA_h = \sum_{p \in \{PN(h) \cap PZ(z)\}} W_{hp} * rp_{hp} \quad \forall z \in Z, h \in NZ(z) \quad \text{Ec. 126}$$

$$RPIA_h \leq RMPA \quad \forall h \in H \quad \text{Ec. 127}$$

Riesgo máximo real (objetivo) en la asignación

$$RRIA_h = \sum_{p \in \{PN(h) \cap PZ(z)\}} W_{hp} * \frac{d_{hp}}{d_{max} * q_h} * ri_z \quad \forall z \in Z, h \in NZ(z) \quad \text{Ec. 128}$$

$$RRIA_h \leq RMRA \quad \forall h \in H \quad \text{Ec. 129}$$

En el ruteo

Riesgo total en el ruteo

$$RTR = \sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \left[\sum_{i \in IV(v)} \sum_{p \in P} X_{vitp} * rr_{itp} + \sum_{p \in P} \sum_{i \in \{P \cup E\}} X_{vpti} * rr_{pti} + \sum_{e \in E} \sum_{i \in \{P \cup E \cup FV(v)\}} X_{veti} * rr_{eti} \right] \quad \text{Ec. 130}$$

Riesgo máximo de ruta

$$RR_v = \sum_{t \in T} \left[\sum_{i \in IV(v)} \sum_{p \in P} X_{vitp} * rr_{itp} + \sum_{p \in P} \sum_{i \in \{P \cup E\}} X_{vpti} * rr_{pti} + \sum_{e \in E} \sum_{i \in \{P \cup E \cup FV(v)\}} X_{veti} * rr_{eti} \right] \quad \forall v \in V \quad \text{Ec. 131}$$

$$RR_v \leq RMR \quad \text{Ec. 132}$$

Dimensión social: asociada al tiempo de salida

$$tar_0 - TP_{vi} \leq TSM \quad \text{Ec. 133}$$

Dimensión ambiental, asociadas a las emisiones de CO₂

Emisiones totales de CO₂

$$ETCO2 = \sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \left[\sum_{i \in IV(v)} \sum_{p \in P} \left(X_{vitp} * \frac{wcurb_v}{k_v} \right) * d_{ip} + \sum_{j \in \{P \cup E\}} \sum_{i \in \{P \cup E\}} \left(FA_{vitj} * wp + X_{vitj} * \frac{wcurb_v}{k_v} \right) * d_{ij} + \sum_{e \in \{E\}} \sum_{i \in FV(v)} \left(X_{veti} * \frac{wcurb_v}{k_v} \right) * d_{ei} \right] * vef_{tv} * wCO2_v \quad \text{Ec. 134}$$

$$A_{vpe} \geq Y_{vp} \quad \forall p \in P, e \in E, v \in V \quad \text{Ec. 135}$$

$$TP_{vi} \geq TI_{vi} \quad \forall v \in V, i \in (E \cup P) \quad \text{Ec. 136}$$

Funciones objetivo:

$$OBJ1A = MIN(CT) \quad \text{Ec. 137}$$

$$OBJ2A = MIN(RTPA) \quad \text{Ec. 138}$$

$$OBJ2B = MIN(RTRA) \quad \text{Ec. 139}$$

$$OBJ2C = MIN(RMPA) \quad \text{Ec. 140}$$

$$OBJ2D = MIN(RMRA) \quad \text{Ec. 141}$$

$$OBJ2E = MIN(RTR) \quad \text{Ec. 142}$$

$$OBJ2F = MIN(RMR) \quad \text{Ec. 143}$$

$$OBJ3A = MIN(TSM) \quad \text{Ec. 144}$$

$$OBJ4A = MIN(ETCO2) \quad \text{Ec. 145}$$

$$MIN Z = (OBJ1A, OBJ2C, OBJ2D, OBJ2F, OBJ3A, OBJ4A) \quad \text{Ec. 146}$$

Enfoque de optimización lineal determinístico para el modelo base con carga Simple.

$$\sum_{e \in E} Y_{ve} \leq 1 \quad \forall v \in V \quad \text{Ec. 147}$$

$$\sum_{e \in E} A_{vpe} \leq 1 \quad p \in P, \forall v \in V \quad \text{Ec. 148}$$

2.4. Épsilon restricciones

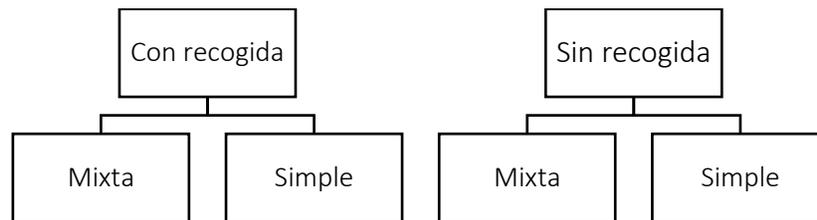
Para resolver el problema se propone utilizar el método Épsilon restricciones, donde se consideran las siguientes etapas:

2.4.1. Definición de las diferentes instancias

Se deben definir las diferentes instancias con el número de vehículos que debe cubrir la demanda de todos los niños que se van a transportar. Estas instancias se pueden clasificar en dos categorías: con recogida y sin recogida entre escuelas, para cada una aplica rutas con cargas Simples y Mixtas (*Figura 7*), es decir, se recogen niños solo para una escuela determinada y para diferentes escuelas respectivamente.

Figura 7. Clasificación de instancias de recogida

Fuente: Autor



2.4.2. Definición de las medidas de desempeño del modelo matemático

Se deben definir las medidas de desempeño que se considerarán en el modelo matemático, es decir, los objetivos que se abordarán en el modelo multi-objetivo, en este caso estas con el resultado de la revisión de la literatura partiendo del enfoque de sostenibilidad propuesto por Elkinton en 1990.

2.4.3. Optimización de la instancia por cada medida de desempeño

Después de definir las medidas de desempeño, se optimiza cada instancia por cada medida de desempeño y se toman los valores para cada una considerando las variaciones de: sin recogida Simple, sin recogida Simple pequeña, con recogida Simple pequeña, sin recogida Mixta pequeña y con recogida Mixta pequeña.

2.4.4. Obtención de los mínimos y máximos de cada una de las funciones de desempeño para todas las instancias.

Se obtienen el rango, los mínimos y máximos de cada una de las funciones objetivo para cada instancia, en otras palabras, se encuentra el mejor desempeño para las instancias seleccionadas, considerando también las variaciones: sin recogida Simple pequeña, con recogida Simple pequeña, sin recogida Mixta pequeña y con recogida Mixta pequeña.

2.4.5. Selección de las medidas de desempeño a analizar

Se seleccionan las medidas de desempeño finales que se analizarán. En este caso, se realizará un análisis de covarianzas para ver qué medidas de desempeño son explicadas por otras.

2.4.6. Obtención del rango de cada medida de desempeño

Después de obtener los máximos y mínimos de cada instancia por cada medida de desempeño, se obtiene el rango (max-min) de cada medida de desempeño, el cual se divide en 5 pasos, con el fin de obtener una amplitud de paso, que acotará las soluciones, para así obtener diferentes soluciones.

Cuando ya se obtiene la amplitud de paso, se incluyen en el modelo unas restricciones que acotan las soluciones de acuerdo al objetivo a optimizar.

Luego se optimiza cada una de las otras medidas de desempeño, imponiendo las restricciones a las medidas de desempeño diferentes a la cual se va a optimizar.

Una vez se hayan obtenido las soluciones por cada medida de desempeño optimizada mediante el método Épsilon restricciones, se debe convertir el modelo multi-objetivo en mono-objetivo, seleccionando una función objetivo como principal y configurando las demás como restricciones, asociadas a un conjunto de parámetros llamados Épsilon, determinados especialmente para cada función objetivo presentada como restricción (Osorio, 2014).

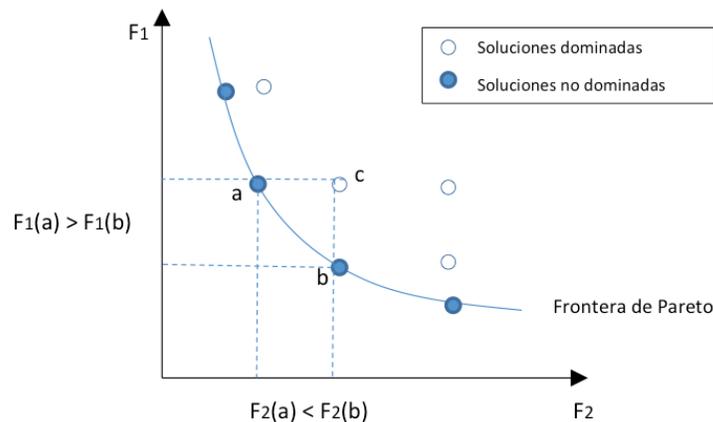
2.4.7. Graficar las soluciones y análisis de resultados

Después de crear las soluciones por cada medida de desempeño y por cada instancia se procede a graficar estas soluciones con sus respectivas Fronteras de Pareto que son las soluciones no dominadas por el resto de soluciones.

El concepto del óptimo de Pareto se presenta gráficamente en la *Figura 8*, donde la solución “a” pertenece a conjunto de soluciones óptimas (o soluciones no dominadas), dado que no puede encontrarse una solución “b” tal que mejore uno de los objetivos sin empeorar al menos uno de los otros. En este caso, la solución “c” es dominada por “a” y por “b” (Aranda & Orjuela, 2015).

Figura 8. Frontera de Pareto de un problema de minimización

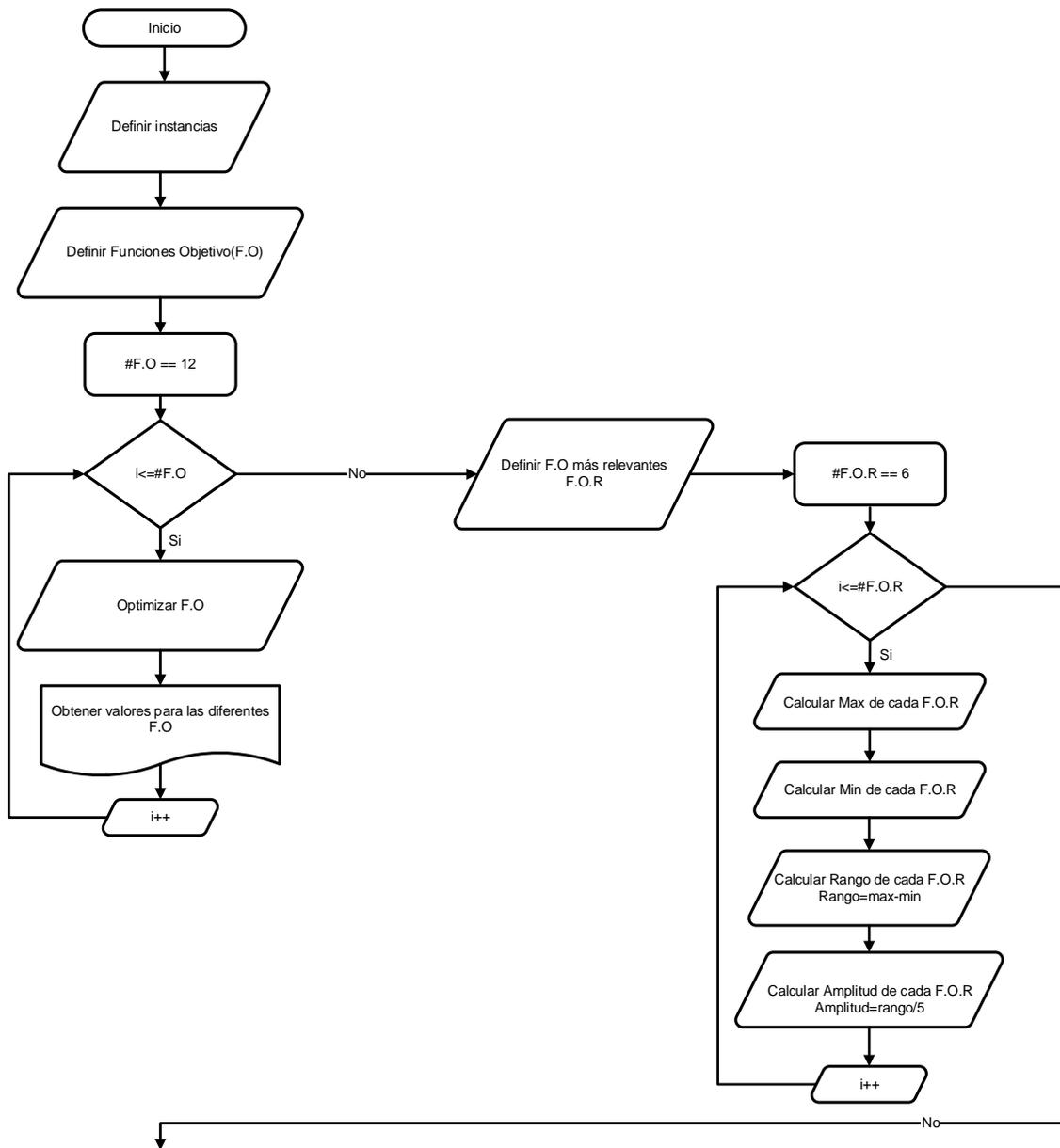
Fuente: (Lopez, 2013)

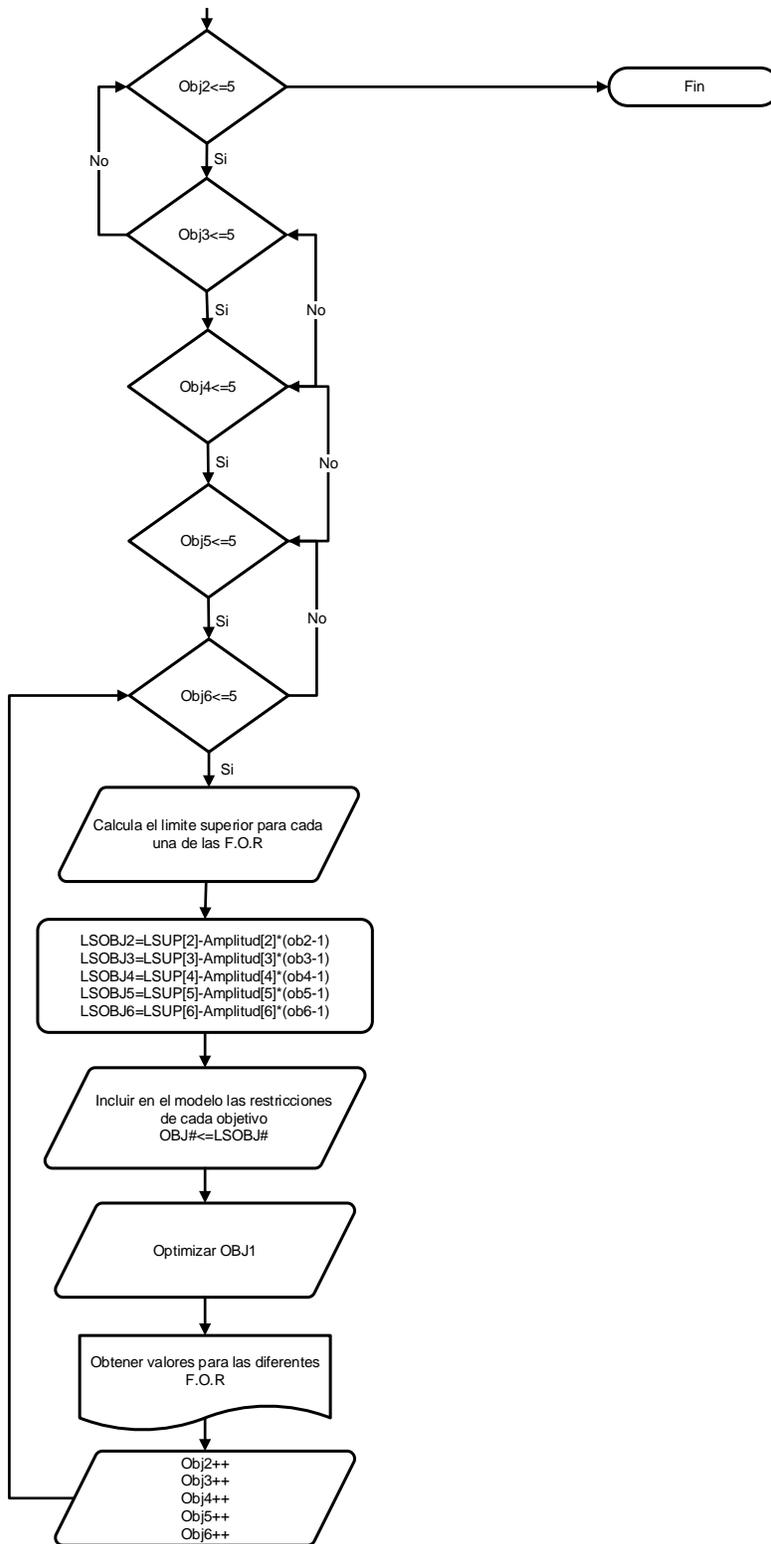


El conjunto de Pareto se define entonces como el conjunto de puntos en el espacio de búsqueda, que se corresponden con las mejores soluciones para el problema de optimización; y la Frontera de Pareto, se refiere al conjunto de soluciones óptimas en el espacio objetivo. Este conjunto de soluciones se integra con aquellos puntos encontrados en el espacio objetivo que se corresponden con las soluciones no dominadas, de acuerdo con el criterio de dominancia de Pareto (Aranda & Orjuela, 2015).

Dado que se tienen seleccionadas unas funciones de desempeño que se desean analizar por medio de gráficas, se realiza una combinación para que queden de tres ejes, y elaborar las gráficas por cada instancia de tal modo que se puedan realizar las respectivas comparaciones y el análisis de los resultados (Ver Figura 9).

Figura 9. Algoritmo de aplicación método Épsilon restricciones
 Fuente: Autor





2.5. Búsqueda local iterativa inteligente multi-objetivo

Para resolver el problema de ruteo tiempo dependiente de buses escolares con carga Mixta multi-objetivo se propone emplear un algoritmo ILS con búsqueda inteligente. El proceso se describe en la *Figura 10* y *Figura 11*.

Figura 10. Esquema general de aplicación del algoritmo ILS

Fuente: Autor

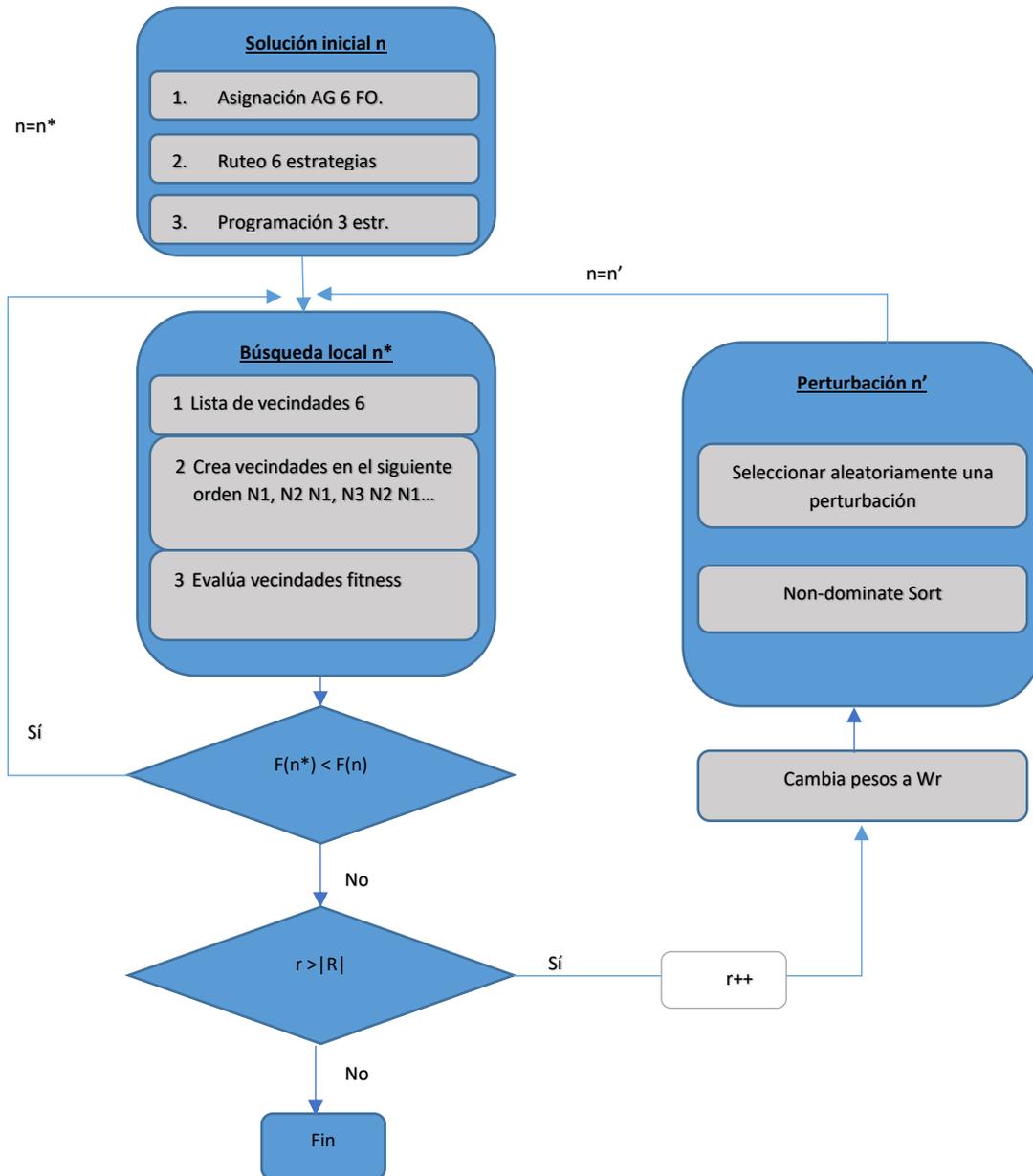


Figura 11. Implementación de detalle del algoritmo ILS

Fuente: Autor

2.5.1. Solución inicial.

La generación de la solución inicial se divide en tres etapas, una es la definición de qué paradas se abren y la asignación de niños a paradas que se abren, la segunda es el ruteo de las paradas y la última es la definición del momento de inicio o programación del ruteo.

La solución inicial se puede hacer escogiendo una estrategia de cada etapa de manera aleatoria, si se trabaja con un solo inicio. También puede ser multi inicio y en ese caso se pueden hacer todas las combinaciones o seleccionar al azar tres métodos en cada etapa y combinarlos.

2.5.1.1. Definición de paradas y asignación.

En esta etapa se empleará el modelo de asignación generalizada que se presenta a continuación:

- **Restricciones**

$$\begin{aligned} \sum_{p \in \{PN(h) \cap PZ(z)\}} W_{hp} &= 1 & \forall z \in Z, h \in \{NZ(z)\} & \text{ Ec. 149} \\ \sum_{h \in \{NP(p) \cap NZ(z)\}} W_{hp} * q_h &\leq cap * B_p & \forall z \in Z, p \in PZ(z) & \text{ Ec. 150} \end{aligned}$$

Enseguida se presentarán las posibles funciones de desempeño que se pueden emplear en la asignación generalizada, cada función de desempeño apunta hacia algún objetivo del problema global, resolver la asignación con cada función representa diferentes estrategias para generar la solución inicial.

- **Función objetivo 1**, busca la minimización en la función de riesgo subjetivo.

$$W_{hp} * rp_{hp} \leq MRS \quad \forall z \in Z, h \in NZ(z), p \in \{PN(h) \cap PZ(z)\} \quad \text{ Ec. 151}$$

MIN(MRS)

- **Función objetivo 2**, busca la minimización en la función de riesgo objetivo.

$$W_{hp} * \frac{d_{hp} * q}{d_{max} * q_h} * ri_z \leq MRO \quad \forall z \in Z, h \in NZ(z), p \in \{PN(h) \cap PZ(z)\} \quad \text{ Ec. 152}$$

MIN(MRO)

- **Función objetivo 3**, busca minimizar el riesgo de la ruta, tomando las paradas con los menores riesgos en sus rutas.

$$rrp_p = \frac{\text{sum}(\text{sort}_{i \in P}(rr_{pi})[1:\lfloor \frac{|P|}{4} \rfloor])}{\lfloor \frac{|P|}{4} \rfloor} \quad \forall p \in P \quad \text{ Ec. 153}$$

El parámetro anterior se obtiene tomando el vector de riesgo de la parada p a las demás paradas, este vector se ordena de menor a mayor y se toma el promedio del riesgo del 25% de las paradas en dicho orden.

$$\sum_{p \in P} B_p * rrp_p = TPPR \quad \text{ Ec. 154}$$

MIN(TPPR)

- **Función objetivo 4**, busca minimizar el número de paradas, el costo fijo y las emisiones de CO₂, ya que se recorre un menor trayecto.

$$\sum_{p \in P} B_p = TP \quad \text{Ec. 155}$$

$$MIN(TP)$$

- **Función objetivo 5**, busca minimizar el componente de costo fijo y el costo de emisiones de CO₂ dejando las paradas con menor distancia a las otras.

$$dp_p = \frac{\text{sum}(\text{sort}_{i \in P}(d_{pi})[1: \lfloor \frac{|P|}{4} \rfloor])}{\lfloor \frac{|P|}{4} \rfloor} \quad \forall p \in P \quad \text{Ec. 156}$$

$$\sum_{p \in P} B_p * dp_p = TPPD \quad \text{Ec. 157}$$

$$MIN(TPPD)$$

- **Función objetivo 6**, busca minimizar el costo de emisiones de CO₂ dejando las paradas con menor tiempo promedio entre las otras.

$$tp_p = \frac{\text{sum}(\text{sort}_{i \in P}(\text{media}_t(tv_{pti})) [1: \lfloor \frac{|P|}{4} \rfloor])}{\lfloor \frac{|P|}{4} \rfloor} \quad \forall p \in P \quad \text{Ec. 158}$$

El parámetro anterior se obtiene tomando el vector de tiempos promedio por intervalo de tiempo de la parada p a las demás paradas, este vector se ordena de menor a mayor y se toma el promedio del riesgo del 25% de las paradas en dicho orden.

$$\sum_{p \in P} B_p * tp_p = TPPT \quad \text{Ec. 159}$$

$$MIN(TPPT)$$

Para cada una de las funciones de desempeño anteriores, se obtiene una asignación inicial.

2.5.1.2. Ruteo de paradas.

Para el ruteo de las paradas, se tienen en cuenta que: no se admiten paradas entre escuelas; varios vehículos pueden visitar un mismo nodo; se permiten recogidas parciales con el siguiente orden: si no caben todos los niños de nodo, se llevan todos de una escuela en orden de demanda, primero la mayor demanda, es decir, si no cabe una escuela se intenta con otra de menor demanda. En otras palabras, para el caso de carga Simple sólo se admite que un único vehículo visite un nodo, y para carga Mixta no se admite que niños que estén en la misma parada y vayan a la misma escuela se dividan, es decir, niños de una misma parada que van a la misma escuela solo pueden ir en el mismo vehículo. Para lo anterior, se emplean las siguientes estrategias:

MBN: El método del barrido, se aplica visitando los nodos con los ángulos más cercanos, y llenando los vehículos con todos los niños del nodo hasta agotar la capacidad, cada vehículo se asigna a la ruta más cercana a su parqueadero. El orden de las escuelas, se adiciona al final de manera creciente, de su momento más tardío de ingreso.

Dado que hay múltiples escuelas, se debe definir el vector de ángulos con el cual se realizará el barrido. En tal sentido, se proponen los siguientes pasos:

- Definir la ubicación de una escuela virtual que tendrá como coordenadas las medias de las otras escuelas, ponderadas por la cantidad de niños que va a cada escuela.
- Calcular el vector de ángulos con el ángulo de cada parada a esa escuela virtual.
- Seleccionar una parada de manera arbitraria (se selecciona la del ángulo más pequeño a la escuela virtual), asignarle el vehículo más cercano, y cargar todos los niños de esa parada de todas las escuelas.
- Ir al siguiente nodo con ángulo más cercano, si este cabe completamente, se deben llevar todos los niños de todas las escuelas.
- Si no, debe recoger de las escuelas de los nodos que caben completamente y que ya se visitarán en la ruta, se seleccionará aquella con más demanda, si hay más escuelas se repite hasta que ya no quepa ninguna.
- Una vez el vehículo se llena, va a la escuela más cercana al último nodo, y luego a la más cercana a la anterior, hasta dejar todos los niños y regresar finalmente a su parqueadero de fin.
- Cuando el vehículo se llena, inicia otro buscando en el vector de ángulos ordenado, iniciando por aquellas paradas que aún tienen demanda en el mismo o siguiente nodo, si queda demanda este será el más cercano al nodo. Y el proceso se repite hasta recoger todos los niños.

MBE: El método del barrido, se lleva a cabo visitando los nodos con los ángulos más cercanos, llenando cada vehículo con los niños del nodo que van a la misma escuela hasta agotar la capacidad. Luego se inicia con otro vehículo y se repasan los nodos pendientes. Cada vehículo se asigna a la ruta más cercana a su parqueadero. Cuando el vehículo inicia recoge los niños de la escuela con mayor demanda y continúa recogiendo solo niños de esa escuela.

Dado que hay múltiples escuelas, se debe establecer a qué escuela va cada vehículo. En tal sentido, se proponen los siguientes pasos:

- Para cada vehículo se selecciona el nodo más cercano a su paradero.
- Se selecciona la escuela con más demanda, y ese vehículo solo recogerá en los siguientes nodos, niños de esa escuela. Si un mismo nodo es el más cercano a varios vehículos, se asigna la escuela al vehículo por el orden en que estén, primera escuela a primer vehículo. Si quedan vehículos sin asignar, se manda a su siguiente nodo más cercano.
- Una vez se tiene cada vehículo en un nodo y con una escuela, se determinan los ángulos de los nodos con esa escuela y se ordenan en la dirección de la parada hacia el nodo asignado, de tal modo que se visiten los nodos con el ángulo más cercano.

- En la variante en serie, una vez se llene un vehículo inicia el otro, los vehículos se ordenan para la salida de acuerdo a la distancia que tiene la primera parada asignada, si hay dos vehículos en el mismo nodo sale el primero que tenga mayor demanda.
- Una vez el vehículo se llena, va a la escuela que le corresponda, y luego va a su parqueadero de fin.

MVMTN: El método del vecino más cercano en tiempo, por nodo se activan todos los vehículos y se van asignando nodos al vehículo que tenga el nodo más cercano en tiempo promedio, cuando un nodo se asigna, se recogen todos los niños, si la carga del vehículo es igual a su capacidad, ya no se considera dicho vehículo, el proceso se repite hasta recoger todos los niños.

El detalle de este algoritmo es el siguiente:

- Se selecciona la parada más distante a la escuela virtual, se le asigna al vehículo cuyo parqueadero de partida esté más cercano.
- Se selecciona el siguiente nodo más alejado de la escuela virtual, si la distancia promedio de este a los demás nodos ya seleccionados es mayor al 70% de la distancia que tiene este con la escuela virtual. Si no se cumple la condición, se va al siguiente nodo más alejado hasta encontrar uno que la cumpla. Al nodo seleccionado se le asigna el vehículo más cercano no asignado.
- Se repite el proceso hasta asignar todos los vehículos disponibles a los nodos más extremos.
- Luego en paralelo, es decir, considerando todos los vehículos se define el nodo más cercano a cada vehículo y de estos se selecciona el nodo que este más cercano de todos, y ese se asigna al vehículo correspondiente, recogiendo todos los niños del nodo.
- El proceso se repite hasta asignar todos los niños, y el vehículo que se va llenado va saliendo.
- Cuando un vehículo se llena, se envía a la escuela más cercana al último nodo y luego a la escuela más cercana siguiente, hasta recorrer las escuelas que le correspondan.

MVMTDN: Se maneja igual que el anterior el método **MVTMTN**, con la diferencia que, en lugar de ir al nodo más cercano en distancia, va al más cercano en la razón tiempo/demanda, por nodo. De resto es igual que **MVMTN**.

MVMTE: El método del vecino más cercano en tiempo por escuela, es similar al **MVMTN** solo que los vehículos recogen los niños de una sola escuela, siempre que inician toman los niños de la escuela con mayor demanda. El detalle del proceso es el siguiente:

- Para cada escuela, se selecciona la parada más distante que tenga demanda para dicha escuela, a cada una de estas paradas se le asigna en orden el vehículo no asignado con el parqueadero más cercano. Un vehículo solo se asigna a una parada.
- Se selecciona el siguiente nodo más alejado de cada escuela (con niños para esta escuela) y si este está más alejado al promedio de distancia de los nodos anteriores a los que se han asignado al vehículo, en una distancia mayor del 70% de la distancia del que tiene el nodo actual a la escuela. Si no se cumple la condición se va al siguiente nodo más alejado hasta encontrar uno que la cumpla. Al nodo seleccionado se le asigna el vehículo más cercano, no asignado.
- Se repite el proceso hasta asignar todos vehículos a los nodos más extremos, garantizando que la capacidad de los nodos asignados a nodos que van a la misma escuela no supere la demanda de niños de esa escuela.
- Luego en paralelo, es decir, considerando todos los vehículos se define el nodo más cercano a cada vehículo y de estos se selecciona el nodo que este más cercano de todos (con demanda para la escuela correspondiente), y ese se asigna al vehículo correspondientes, recogándose del nodo solo los niños que van a la escuela del vehículo.
- El proceso se repite hasta asignar todos los niños, y el vehículo que se va llenado va saliendo.
- Cuando un vehículo se llena, se envía a la escuela que le corresponde y por último al parqueadero.

MVMTDE: El mismo que el **MVMTE** solo que en lugar del más cercano se va al de mayor razón tiempo/demanda, por escuela, de resto es similar al anterior.

2.5.1.3. Programación del ruteo

PAD: Programación hacia adelante, se sale del parqueadero en el momento más temprano y se van calculando los tiempos en cada nodo, hasta llegar a la o las escuelas.

Básicamente lo que se debe hacer es lo siguiente, dada una hora de inicio se debe establecer la hora de inicio y fin en cada uno de los nodos, y la duración de los recorridos, para ello se considera lo siguiente.

- La hora de inicio es el momento más temprano, de la ventana de tiempo más temprana o el ingresado por el usuario.
- Después se debe recorrer la lista de nodos y empezando por el primer nodo, que en este caso es el parqueadero, a este se le establece como momento de inicio el más temprano, o el que entre el usuario.

- Luego se debe calcular el momento de partida, que corresponde al momento de inicio más el tiempo de atención en el nodo, en este caso es cero.
- Para el siguiente nodo se debe calcular el momento de inicio, este es el momento de partida del anterior nodo más la duración del recorrido, del nodo anterior al actual.
- La duración del recorrido entre un par de nodos depende del par de nodos y del momento en que se inicia el recorrido, es decir, del valor que debe entrar.
- Se propone crear una función para arcos, en la que dado un momento de inicio arroje la duración y el momento de fin. Se debe evaluar si debe arrojar también la duración, esta función también se debe aplicar para el caso de programación hacia atrás.
- El proceso se debe repetir para todos los nodos.

PAA: Programación hacia atrás, se define que se llega a la última escuela en el momento más tarde posible y se calculan los tiempos hacia atrás.

PAM: Programación de la holgura media de inicio hacia adelante, con el inicio de la PAD y el de la PAA, se determina la media y se hace una programación hacia adelante, empezando en dicho valor.

2.5.1.4. Búsqueda local

Las etapas son las siguientes:

- Crear una clase que sea de tipo solución.
- Esta clase es un arreglo o mejor un hashmap de vehículos, es decir, es un tipo de dato como el que sale en programación, son las programaciones detalladas de cada uno de los vehículos de la ruta. En otras palabras, para cada vehículo una programación detallada.
- A esa clase de solución se debe calcular todos los costos y los valores de las funciones de desempeño consolidadas por las rutas.
- Se debe garantizar que lo que sale de programación o del módulo de programación, sea un objeto de clase solución y de esto crear un vector tridimensional como se explica en programación.
- Cada una de esas soluciones debe ser evaluada en la función de desempeño, construida como se indica en la búsqueda local.
- El valor de la función de desempeño debe ser un atributo de la solución y también de cada uno de los valores de las funciones de desempeño, incluso las que no hacen parte de la solución fitness.
- Se asume que el método es multi comienzo, y para toda solución de la matriz.

2.5.2. Definición de vecindades.

La lista de vecindades es la siguiente:

N1=PAD+PAT, se hace la programación de la ruta hacia adelante o hacia atrás y se determina el punto medio de inicio.

N2=MIS: momento de inicio sesgado, si la mejor solución actual n , tiene su momento de inicio a la derecha del momento de inicio medio, se generan aleatoriamente $(2/3)*NI$, momentos de inicio a la derecha del momento de inicio medio, y el resto a la izquierda. Y si pertenece a la izquierda se hace lo contrario. NI puede representar el número de nodos de la ruta.

N3=2OPE, se desconectan dos segmentos solo de la parte de las escuelas de una misma ruta y se reconectan de manera cruzada.

N4=2OPTP, se desconectan dos segmentos de las paradas de una misma ruta y se reconectan de manera cruzada.

N5=2OPT*, se desconectan dos segmentos de las paradas de dos diferentes rutas, y se conectan cruzando los segmentos exteriores de una ruta con el interior de la otra. Se completa la lista de escuelas de cada ruta insertando en el orden creciente del tiempo más tarde de ingreso a la escuela. Se realizan solo operaciones factibles en capacidad, para ello se valida que los segmentos internos de cada ruta quepan en la otra. También se valida la capacidad de tiempo, validando que los tiempos μ s largo de los segmentos, sumado al tiempo de la ruta madre, es decir, su inicio temprano no supere la hora de llegada.

2.5.2.1. Métodos para seleccionar el par de rutas

Se genera para el método de selección de dos rutas de una solución una permutación aleatoria. Se inicia con el primer método de la permutación aleatoria y cuando no mejora se va al siguiente en la permutación. Las permutaciones para la selección de las rutas son:

- **V5crRan:** Selecciona dos rutas aleatoriamente. Dada una solución, selecciona de su conjunto de rutas dos aleatorias y guarda sus índices en un vector.
- **V5crTie:** Selecciona dos rutas por tiempo, se cruzan la más temprana con la más tardía. Dada una solución, selecciona la ruta con menor TSM y la ruta con mayor TSM, y guarda sus índices en un vector.
- **V5crUti:** Selecciona dos rutas por utilización, se cruza la de mayor utilización con la de menor utilización. Dada una solución, selecciona la ruta con menor utilización y la ruta con mayor utilización, guarda sus índices en un vector.
- **V5crCo2:** Selecciona dos rutas por CO₂, se cruza la de mayor CO₂ con la de menor CO₂. Dada una solución, selecciona la ruta con menor CO₂ y la ruta con mayor CO₂, y guarda sus índices en un vector.

- **V5crCva:** Selecciona dos rutas por Cva, se cruza la de menor costo variable con la de mayor. Dada una solución, selecciona la ruta con menor Cva y la ruta con mayor Cva, guarda sus índices en un vector.
- **V5crRis:** Selecciona dos rutas por riesgo, se cruza la de mayor riesgo con la de menor riesgo. Dada una solución, selecciona la ruta con menor RRV y la ruta con mayor RRV, y guarda sus índices en un vector.

2.5.2.2. Métodos para seleccionar el par de arcos

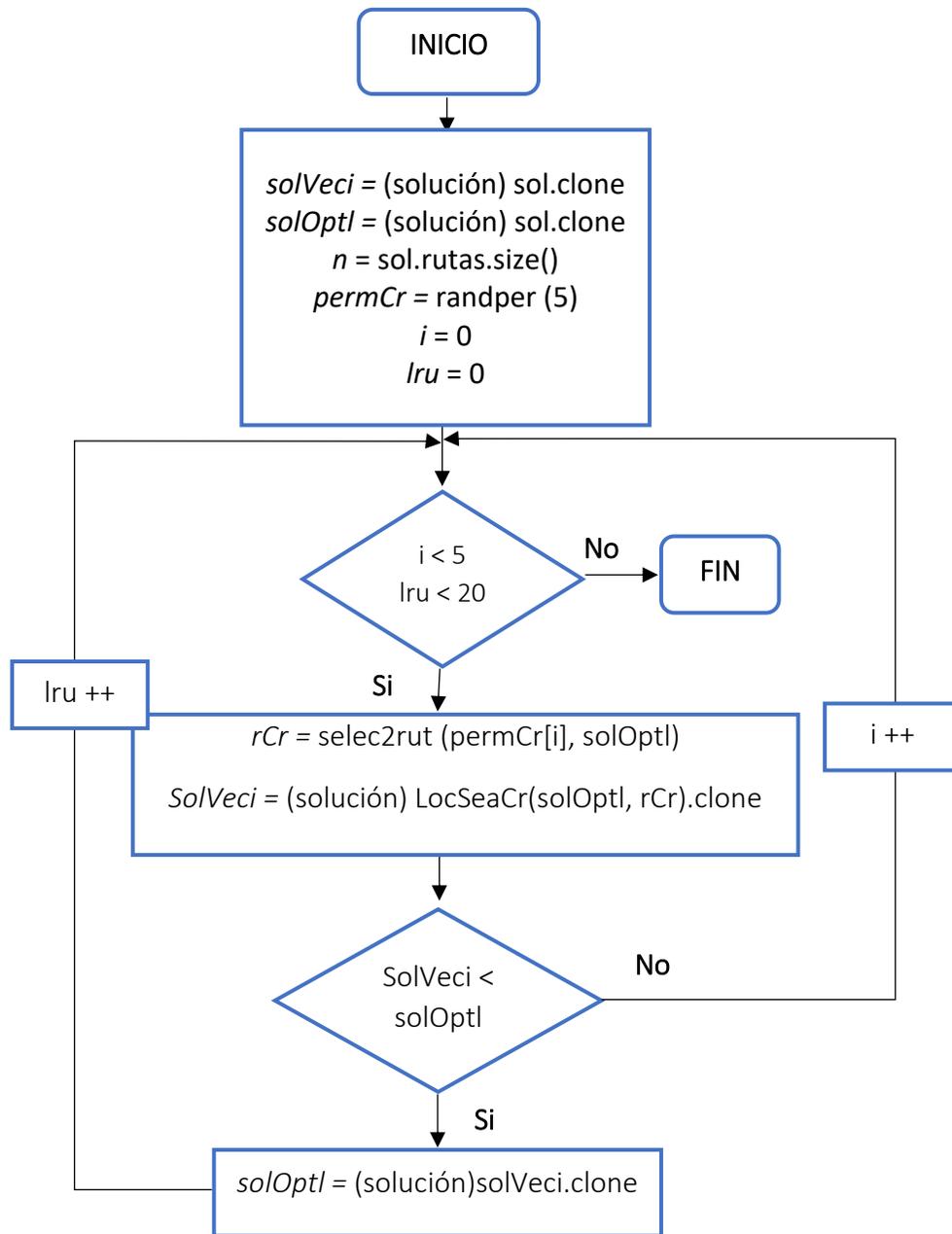
- V5caNcm: pasa los nodos que están en común a una ruta y quita nodos que estén en común en las rutas de las escuelas, si no hay parada en común, pasa las paradas que compartan las mismas escuelas.
- V5caOptA: todos los cruces 2op factibles que se puedan hacer.
- V5caOpt1: un cruce 2op factible aleatorio.
- V5caSeg: se encarga de quitar de un segmento y pasarlo a otra, es decir, solo cortar un segmento a un lado, otro a otro y cruzar.
- V5caLon1: romper un segmento más largo en cada ruta y cruzarlos.
- V5caLon2: romper dos segmentos y cruzarlos, los más largos.
- V5caTie1: romper un segmento más largo en tiempo en cada ruta y cruzarlos.
- V5caTie2: romper dos segmentos y cruzarlos, los más largos en tiempo
- V5caRan1: romper en cada ruta un segmento aleatorio y cruzarlo.
- V5caRan2: romper en cada ruta dos segmentos aleatorios y cruzarlos.
- V5caRie1: romper en cada ruta un segmento, el de mayor riesgo y cruzarlo.
- V5caRie2: romper en cada ruta dos segmentos, los de mayor riesgo y cruzarlos.
- V5caCo21: romper en cada ruta un segmento con mayor CO₂ y cruzar.
- V5caCo21: romper en cada ruta dos segmentos con mayor CO₂.

2.5.2.3. Búsqueda local en rutas a cruzar

Dada una solución, este método permite hacer una búsqueda local cruzando pares de rutas, las rutas a cruzar se seleccionan en el orden de un vector aleatorio, se continua en un método de selección de rutas mientras este mejore, cuando no mejore se pasa al siguiente método y cuando acabe, arroja la solución mejorada (*Figura 12*).

Figura 12. Diagrama algoritmo búsqueda local en rutas a cruzar

Fuente: Autor



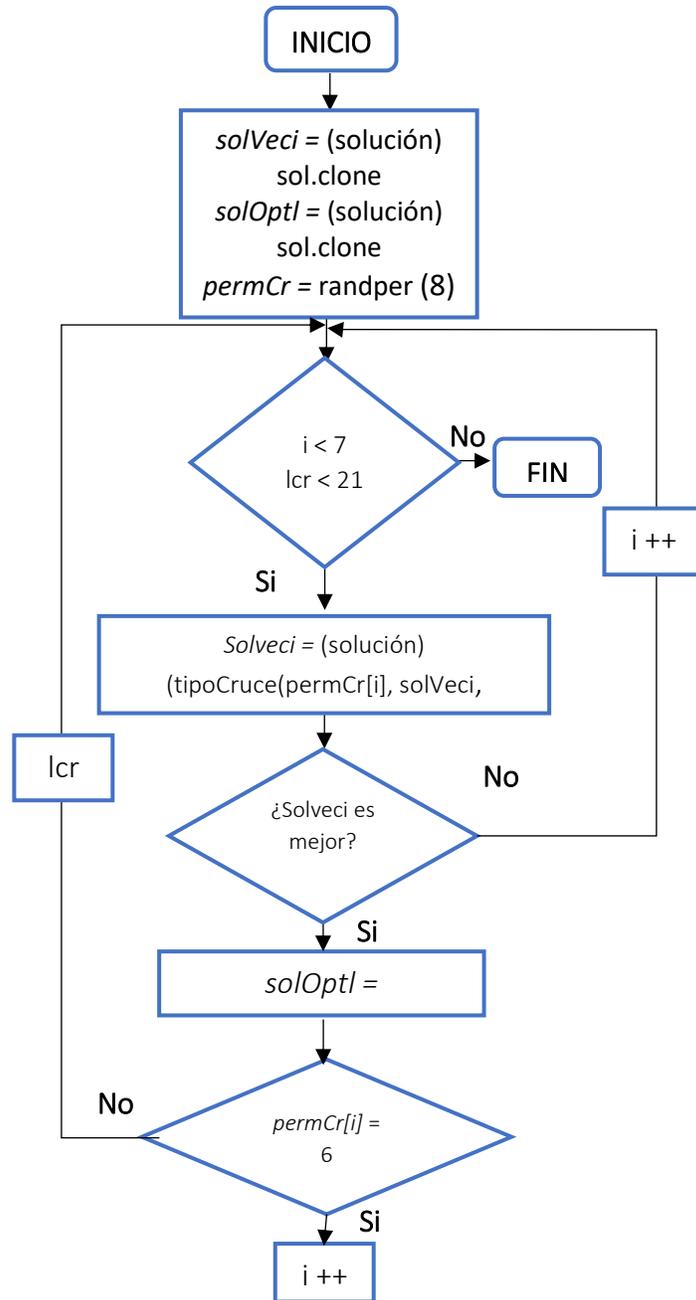
2.5.2.4. Búsqueda local en arcos a cruzar, LocSeaCr

Dada una solución, un par de índices que representan las rutas a cruzar, se mueve por todas las vecindades de cruce haciendo una búsqueda local en esas dos rutas, realizando cruces. Arroja como salida una solución donde las rutas indicadas se les ha realizado un óptimo local,

pasándolas por las vecindades. En la *Figura 13* se presenta el diagrama del algoritmo para la búsqueda local en arcos a cruzar.

Figura 13. Diagrama de búsqueda local en arcos a cruzar

Fuente: Autor



2.5.2.5. Función fitness.

La función de desempeño que se emplea para la búsqueda local es una ponderación de los objetivos normalizados, según una matriz de pesos que se recorrerá exhaustivamente. La función de desempeño es la siguiente:

$$FF_{ni} = \sum_{o \in O} \frac{OBJ_o(ni)}{OBJ_o(n)} * W_o^r \quad \text{Ec. 160}$$

ni, es una solución de la vecindad de *n*.

OBJ_o(n), es valor de la solución *n* en el objetivo *o*

W_o^r, es el peso del objetivo *o* en el *r* –ésimo elemento de la matriz de pesos

2.5.2.6. Criterio de aceptación.

A la solución inicial y a las soluciones perturbadas se le aplica la búsqueda local, iniciando con N1, luego se le aplica N2, N3, N1, N2, después N4, N3, N1, y N2, hasta N6, finalizando cuando no encuentre mejora, cuando no encuentra mejora se pregunta si ya se recorrió todo el espacio de pesos, si se recorrió termina, si no, ejecuta la perturbación.

2.5.3. Perturbación

Una vez una solución *n* se puede mejorar con sus vecindades y mientras no se haya cumplido el criterio de parada se ejecuta la perturbación, para esto se encuentra una Frontera de Pareto con las soluciones hasta el momento, se contabilizan el número de veces que aparece cada parada y se ejecutan de manera aleatoria cualquiera de los siguientes operadores:

2.5.3.1. Perturbación SWAP:

- Inicialmente se saca una parada y se abre otra.
- Las paradas no tienen restricción de capacidad, ya que pueden parar varios vehículos.
- El orden de posibilidades para resolver el problema inicialmente es el siguiente:
 - Se debe intentar reasignar a las paradas ya existentes, si las restricciones de distancia lo permiten.
 - Se debe asignar a una parada cercana a la anterior, tal vez a la más cercana.
 - Se deben abrir varias paradas y asignarlos a estas.

Definición de donde asignar los hogares de una parada que se cierra:

- Primero se debe tratar de asignar a las rutas ya existentes considerando la capacidad de la parada como la capacidad de la ruta. Si por temas de distancia no es posible se va al siguiente paso.
- Abrir la parada más cercana a la que se acaba de cerrar e intentar asignar todos los hogares, y enviar todas las rutas con la misma demanda a esta nueva parada. Si por temas de distancia no es factible, pasar a la siguiente.
- Hacer un modelo de asignación de los hogares de la parada que se cierra a todas las paradas no abiertas.
- Hacer un modelo de asignación de los hogares de la parada que se cierra a todas las paradas abiertas o cerradas.

Definir la parada que sale. Se define un método que establece qué parada debe salir del sistema. Los posibles métodos al momento son los siguientes:

- LesFre: la parada que menos está en la Frontera de Pareto, la menos frecuente, si hay varias poco frecuentes, toma una de esas de manera aleatoria.
- LesDem: la que tiene menos niños de demanda.
- MorClos: la parada con una parada abierta más cercana.
- Paradn: una parada aleatoria.

Definir qué hacer con los hogares de la parada que sale. Cuando se saca una parada, deberían asignarse sus hogares en el siguiente orden de prioridad:

- Amismasrutas: asignarlas a las paradas de las rutas que visitaban la parada que sale. Esto hace que sean factibles en capacidad.
- Aotrasrutas: las que no se puedan asignar por la distancia, deberían asignarse a otras paradas ya abiertas que las puedan aceptar por capacidad y por distancia.
- AmorclosnopenU: las que no puedan asignarse por capacidad o por distancias en el proceso anterior, deberían, asignarse en principio a la parada más cercana no abierta, a la parada que va a salir.
- AmorclosnopenG: si es infactible en esta etapa, se deben asignar a la parada más cercana a los hogares no asignados, obligando a la ruta en la que estaban a visitar esa parada.
- Amismapar: si sigue infactible, se dejan las no asignadas en la parada que estaba la ruta.

3. Entorno experimental y resultados numéricos

3.1. Épsilon restricciones

3.1.1. Definición de las diferentes instancias

Se definieron las instancias con 5 y 4 vehículos para cubrir la demanda de niños a transportar, considerando las variaciones, con recogidas entre escuelas y sin recogidas entre escuelas, finalmente se desglosan en rutas con cargas Simples y Mixtas.

3.1.2. Definición de las medidas de desempeño del modelo matemático

Se definieron inicialmente 9 medidas de desempeño que se considerarán en el modelo matemático, y dos sub medidas estas se presentan en la *Tabla 8*. El costo fijo y el costo variable son sub medidas ya que se consolidan en el costo total.

Tabla 8. Medidas de desempeño para el modelo matemático de ruteo de buses escolares

Fuente: Autor

Notación	Medida de desempeño
CF	Costo fijo
CV	Costo variable
CT	Costo total
RTPA	Riesgo total percibido en la asignación
RTRA	Riesgo total real en la asignación
RMPA	Riesgo máximo percibido en la asignación
RMRA	Riesgo máximo real en la asignación.
RTR	Riesgo total de la ruta
RMR	Riesgo máximo de la ruta
TSM	Tiempo de salida del vehículo del parqueadero
ETCO2	Emisiones de CO ₂

3.1.3. Optimización de la instancia por cada medida de desempeño

Después de definir las medidas de desempeño, se optimizaron cada una de las instancias por cada medida de desempeño y se tomaron los valores para cada una, es decir, se realizó con las instancias de 5 y 4 vehículos, considerando las variaciones: sin recogida Simple, como se presenta en la *Tabla 9*, donde se presentan los datos arrojados después de haber optimizado cada función objetivo en una de las instancias, se puede observar que los valores mínimos crean una matriz transversal ya que se está optimizando objetivo por objetivo.

Tabla 9. Optimización de instancia para 5 vehículos – sin recogidas – Simple

Fuente: Autor

INSTANCIA PARA 5 VEH - SIN RECOGIDAS - SIMPLE									
	OBJ1	RTPA	RTRA	OBJ2	OBJ3	RTR	OBJ4	OBJ5	OBJ6
CF	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
CT	110681.44	118263.52	116151.52	120361.44	117339.52	116674.24	117519.04	112036.64	110681.44
RTPA	52	36	48	41	53	45	44	52	52
RTRA	0.736626	0.955368	0.353232	0.783138	0.635013	0.541456	0.538983	0.736626	0.726356
RMPA	5	3	5	3	5	3	3	5	5
RMRA	1	1	1	1	0.053623	1	1	1	1
RTR	0.08943	0.11313	0.09569	0.1277	0.10329	0.05974	0.06754	0.11889	0.08871
RMR	1	1	1	1	1	1	0.01474	1	1
TSM	26100	26100	26100	26100	26100	26100	26100	1920.96	26100
ETCO2	5229.788802	8906.676931	7757.07714	9932.28045	8327.10341	8009.38348	8414.83734	6398.56429	5130.31996

3.1.4. Obtención de los mínimos y máximos de cada una de las funciones de desempeño para todas las instancias.

Se encontró el mejor desempeño con las instancias de 5 y 4 vehículos, considerando las variaciones: sin recogida Simple pequeña, con recogida Simple pequeña, sin recogida Mixta pequeña y con recogida Mixta pequeña, tal como se presentan desde la *Tabla 10* hasta la *Tabla 13*.

Tabla 10. Mínimos, máximos y rango de las funciones objetivo para instancia de 5 vehículos sin recogida y con recogida Simple – pequeña

Fuente: Autor

5 VEH - SIN RECOGIDA -SIMPLE - PEQUEÑA			
F.O	Min	Max	Rango
CT	110681.44	120361.44	9680
RTPA	36	53	17
RTRA	0.353232	0.955368	0.602136
RMPA	3	5	2
RMRA	0.053623	0.101437	0.047814
RTR	0.05974	0.1277	0.06796
RMR	0.01474	0.04328	0.02854
TSM	1920.9600	26100	24179.04
ETCO2	5130.31996	9932.28045	4801.96049

5 VEH - CON RECOGIDA -SIMPLE - PEQUEÑA			
F.O	Min	Max	Rango
CT	110681.44	122279.84	11598.4
RTPA	36	52	16
RTRA	0.353232	1.02846	0.675228
RMPA	3	5	2
RMRA	0.053623	0.101437	0.047814
RTR	0.05974	0.13935	0.07961
RMR	0.01474	0.04404	0.0293
TSM	1920.9600	26100	24179.04
ETCO2	5130.31996	11044.1366	5913.81662

Tabla 11. Mínimos, máximos y rango de las funciones objetivo para instancia de 5 vehículos sin recogida y con recogida Mixta – pequeña

Fuente: Autor

5 VEH - SIN RECOGIDA - MIXTA - PEQUEÑA			
F.O	Min	Max	Rango
CT	110681.44	121076	10394.56
RTPA	36	52	16
RTRA	0.353232	1.004942	0.65171
RMPA	3	5	2
RMRA	0.053623	0.093368	0.039745
RTR	0.05543	0.12382	0.06839
RMR	0.0144	0.04365	0.02925
TSM	1920.9600	26100	24179.04
ETCO2	5130.31996	10503.8388	5373.51886

5 VEH - CON RECOGIDA - MIXTA - PEQUEÑA			
F.O	Min	Max	Rango
CT	110681.44	117800.64	7119.2
RTPA	36	52	16
RTRA	0.353232	1.053253	0.700021
RMPA	3	5	2
RMRA	0.053623	0.101437	0.047814
RTR	0.05543	0.13387	0.07844
RMR	0.0144	0.04328	0.02888
TSM	1920.93451	26100	24179.0655
ETCO2	5130.31996	8688.1177	3557.79774

Tabla 12. Mínimos, máximos y rango de las funciones objetivo para instancia de 4 vehículos sin recogida y con recogida Simple – pequeña

Fuente: Autor

4 VEH - SIN RECOGIDA - SIMPLE - PEQUEÑA			
F.O	Min	Max	Rango
CT	89461,76	98187,84	8726,08
RTPA	36	49	13
RTRA	0,353232	0,913382	0,56015
RMPA	3	5	2
RMRA	0,053623	0,101437	0,047814
RTR	0,05965	0,11947	0,05982
RMR	0,01732	0,03991	0,02259
TSM	2377,8600	26100	23722,14
ETCO2	4544,90507	9047,99516	4503,09009

4 VEH - CON RECOGIDA - SIMPLE - PEQUEÑA			
F.O	Min	Max	Rango
CT	89461,76	96843,2	7381,44
RTPA	36	49	13
RTRA	0,353232	0,957307	0,604075
RMPA	3	5	2
RMRA	0,053623	0,101437	0,047814
RTR	0,05965	0,12104	0,06139
RMR	0,01732	0,03839	0,02107
TSM	2377,8600	26100	23722,14
ETCO2	4544,90507	8448,66799	3903,76292

Tabla 13. Mínimos, máximos y rango de las funciones objetivo para instancia de 4 vehículos sin recogida y con recogida Mixta – pequeña

Fuente: Autor

4 VEH - SIN RECOGIDA - MIXTA - PEQUEÑA			
F.O	Min	Max	Rango
CT	89461,76	96964,64	7502,88
RTPA	36	53	17
RTRA	0,353232	0,931868	0,578636
RMPA	3	5	2
RMRA	0,053623	0,093368	0,039745
RTR	0,05661	0,11015	0,05354
RMR	0,01565	0,03727	0,02162
TSM	2377,8087	26100	23722,1913
ETCO2	4544,90507	8416,59687	3871,6918

4 VEH - CON RECOGIDA - MIXTA - PEQUEÑA			
F.O	Min	Max	Rango
CT	89461,7599	99476,16	10014,4001
RTPA	36	50	14
RTRA	0,353232	0,999607	0,646375
RMPA	3	5	2
RMRA	0,053623	0,093368	0,039745
RTR	0,05661	0,14419	0,08758
RMR	0,01565	0,04788	0,03223
TSM	2377,86000	26100	23722,14
ETCO2	4544,905	10037,9999	5493,09487

3.1.5. Selección de las medidas de desempeño a analizar

Se seleccionaron 6 medidas de desempeño para analizar que son: Costo total (CT), Riesgo máximo percibido en la asignación (RMPA), Riesgo máximo real en la asignación (RMRA), Riesgo máximo de la ruta (RMR), Tiempo de salida del vehículo del parqueadero (TSM) y Emisiones de CO₂ (ETCO2).

3.1.6. Obtención del rango de cada medida de desempeño

Después de obtener los máximos y mínimos de cada instancia por cada medida de desempeño, se obtuvo el rango (max-min) de cada medida de desempeño, el cual se dividió en 5 pasos con el fin de obtener una amplitud de paso, que acota las soluciones, para así obtener diferentes soluciones.

Considerando como ejemplo las medidas presentadas en la *Tabla 14*, se puede decir que cuando ya se obtiene la amplitud de paso, se incluyen en el modelo unas restricciones que acotan las soluciones de acuerdo al objetivo a optimizar.

Lo anterior quiere decir que, si se optimizó la medida de desempeño CT, las restricciones para las primeras soluciones son que RMPA \leq 4.6; RMRA \leq 0.0918742; RMR \leq 0,041434; TSM \leq 21355,5617; ETCO2 \leq 8939,3809; así sucesivamente hasta llegar al límite inferior de cada medida de desempeño, y luego se optimizó cada una de las otras medidas de desempeño, imponiendo las restricciones a las medidas de desempeño diferentes a la cual se optimizó.

Tabla 14. Amplitud de paso para seis medidas de desempeño

Fuente: Autor

Medida de desempeño	Min	Max	Rango	Número de pasos	Amplitud de paso
CT	89461,7599	99476,16	10014,4001	5	2002,880028
RMPA	3	5	2	5	0,4
RMRA	0,053623	0,101437	0,047814	5	0,0095628
RMR	0,01565	0,047880	0,03223	5	0,006446
TSM	2377,8087	26100	23722,1913	5	4744,438256
ETCO2	4544,905	10037,9999	5493,09487	5	1098,618974

En este sentido, el ejemplo de la aplicación de los cinco pasos cuando se optimizan cada una de las seis medidas de desempeño seleccionadas, se presenta desde la *Tabla 15* hasta la *Tabla 20*.

Tabla 15. Ejemplo de optimización CT

Fuente: Autor

Medida de desempeño	1er Paso	2do Paso	3er Paso	4to Paso	5to Paso
CT					
RMPA	4,6	4,2	3,8	3,4	3
RMRA	0,0918742	0,0823114	0,0727486	0,0631858	0,053623
RMR	0,041434	0,034988	0,028542	0,022096	0,01565
TSM	21355,5617	16611,1235	11866,6852	7122,246974	2377,808718
ETCO2	8939,3809	7840,76192	6742,14295	5643,523975	4544,905001

Tabla 16. Ejemplo de optimización RMPA

Fuente: Autor

Medida de desempeño	1er Paso	2do Paso	3er Paso	4to Paso	5to Paso
CT	97473,28	95470,3999	93467,5199	91464,63989	89461,75986
RMPA					
RMRA	0,0918742	0,0823114	0,0727486	0,0631858	0,053623
RMR	0,041434	0,034988	0,028542	0,022096	0,01565
TSM	21355,5617	16611,1235	11866,6852	7122,246974	2377,808718
ETCO2	8939,3809	7840,76192	6742,14295	5643,523975	4544,905001

Tabla 17. Ejemplo de optimización RMRA

Fuente: Autor

Medida desempeño	1er Paso	2do Paso	3er Paso	4to Paso	5to Paso
CT	97473,28	95470,3999	93467,5199	91464,63989	89461,75986
RMPA	4,6	4,2	3,8	3,4	3
RMRA					
RMR	0,041434	0,034988	0,028542	0,022096	0,01565
TSM	21355,5617	16611,1235	11866,6852	7122,246974	2377,808718
ETCO2	8939,3809	7840,76192	6742,14295	5643,523975	4544,905001

Tabla 18. Ejemplo de optimización RMR

Fuente: Autor

Medida desempeño	1er Paso	2do Paso	3er Paso	4to Paso	5to Paso
CT	97473,28	95470,3999	93467,5199	91464,63989	89461,75986
RMPA	4,6	4,2	3,8	3,4	3
RMRA	0,0918742	0,0823114	0,0727486	0,0631858	0,053623
RMR					
TSM	21355,5617	16611,1235	11866,6852	7122,246974	2377,808718
ETCO2	8939,3809	7840,76192	6742,14295	5643,523975	4544,905001

Tabla 19. Ejemplo de optimización TSM

Fuente: Autor

Medida desempeño	1er Paso	2do Paso	3er Paso	4to Paso	5to Paso
CT	97473,28	95470,3999	93467,5199	91464,63989	89461,75986
RMPA	4,6	4,2	3,8	3,4	3
RMRA	0,0918742	0,0823114	0,0727486	0,0631858	0,053623
RMR	0,041434	0,034988	0,028542	0,022096	0,01565
TSM					
ETCO2	8939,3809	7840,76192	6742,14295	5643,523975	4544,905001

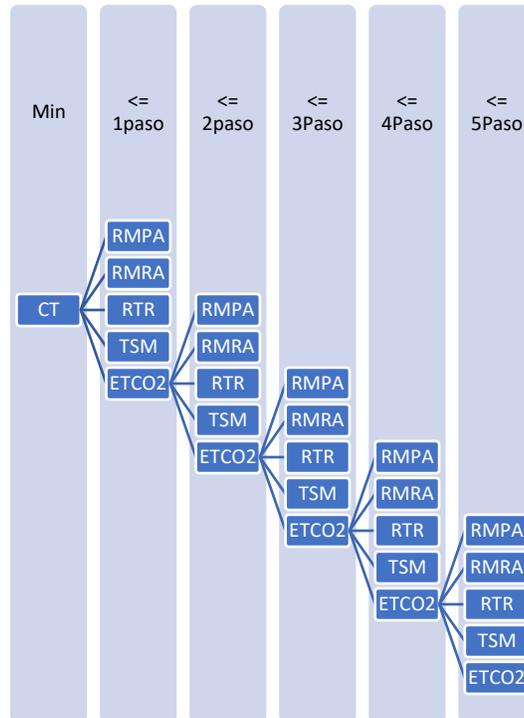
Tabla 20. Ejemplo de optimización ETCO2

Fuente: Autor

Medida desempeño	1er Paso	2do Paso	3er Paso	4to Paso	5to Paso
CT	97473,28	95470,3999	93467,5199	91464,63989	89461,75986
RMPA	4,6	4,2	3,8	3,4	3
RMRA	0,0918742	0,0823114	0,0727486	0,0631858	0,053623
RMR	0,041434	0,034988	0,028542	0,022096	0,01565
TSM	21355,5617	16611,1235	11866,6852	7122,246974	2377,808718
ETCO2					

Un ejemplo del resumen de la aplicación de los 5 pasos iniciando con la medida de desempeño CT, se presenta en la *Figura 14*.

Figura 14. Resumen de aplicación del método considerando los cinco pasos
Fuente: Autor



Siguiendo los pasos mencionados hasta este momento, se crearon 3125 soluciones por cada medida de desempeño optimizada. Lo anterior hace alusión a la técnica Épsilon restricciones. Después por cada medida de desempeño y por cada instancia se procedió a graficar estas soluciones con sus respectivas Fronteras de Pareto que son las soluciones no dominadas por el resto de soluciones.

3.1.7. Graficar las soluciones y análisis de resultados

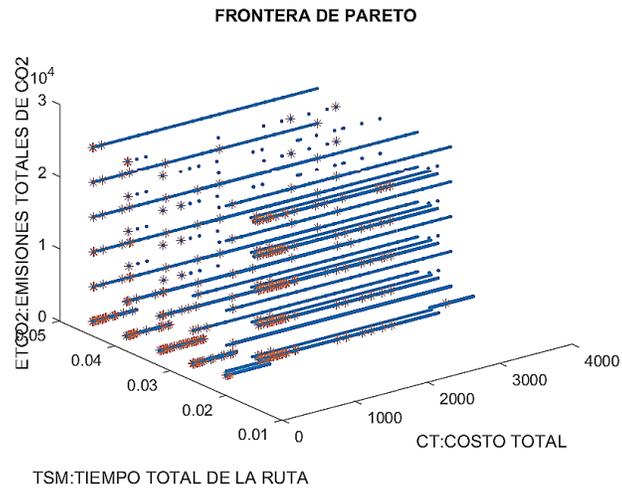
Después de haber obtenido las 3125 soluciones por cada medida de desempeño optimizada se obtuvieron las Fronteras de Pareto. Dado que se tenían 6 funciones de desempeño, las cuales se analizaron por medio de gráficas, se realizó una combinación para que queden de tres ejes, quedando finalmente, 20 gráficas por cada instancia.

3.1.7.1. Comparación ruteo con y sin recogidas entre escuela para carga Mixta

También se graficaron los resultados de las medidas de desempeño de Emisiones totales de CO₂, Tiempo total de la ruta y Costo total en los casos Sin recogida Mixta y Con recogida Mixta *Gráfica 11* y *Gráfica 12*, respectivamente.

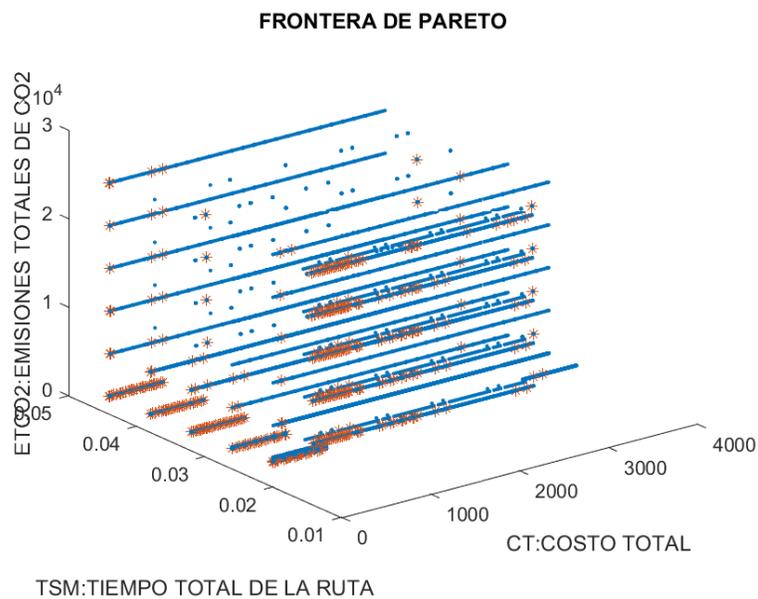
Gráfica 11. Sin recogida Mixta, TSM-CO2-CT

Fuente: Autor



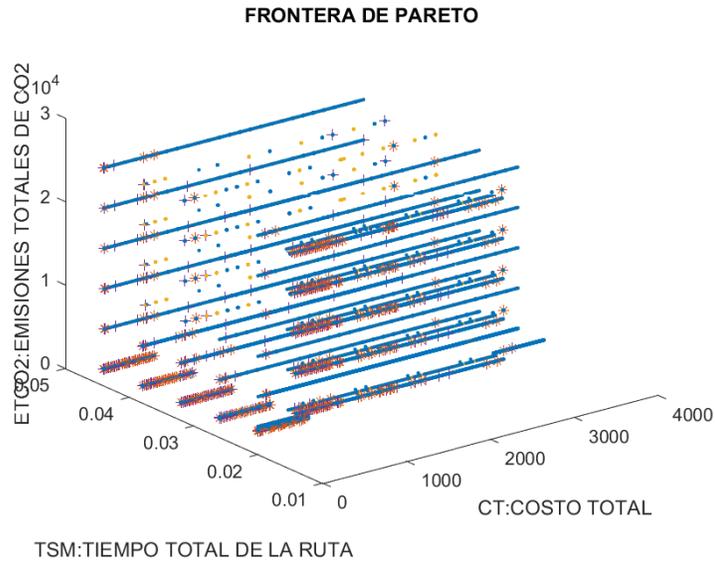
Gráfica 12. Con recogida Mixta, TSM-CO2-CT

Fuente: Autor



Cuando se incluye en una misma gráfica los resultados de los casos de con y sin recogida Mixta, como en la *Gráfica 13*, donde se grafican las soluciones de ruteo con recogida mediante puntos amarillos, y sin recogida con puntos azules entre escuelas para carga Mixta, se logra determinar que no existen considerables diferencias en las Fronteras de Pareto.

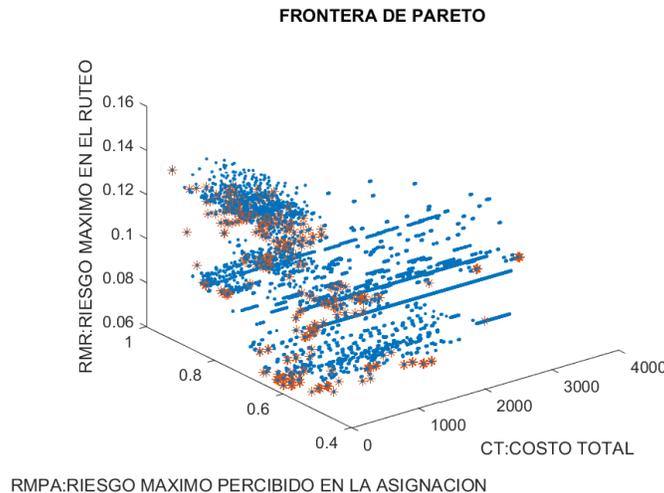
Gráfica 13. Con y sin recogida Mixta, TSM-CO2-CT
Fuente: Autor



3.1.8. Comparación entre carga Mixta y Simple

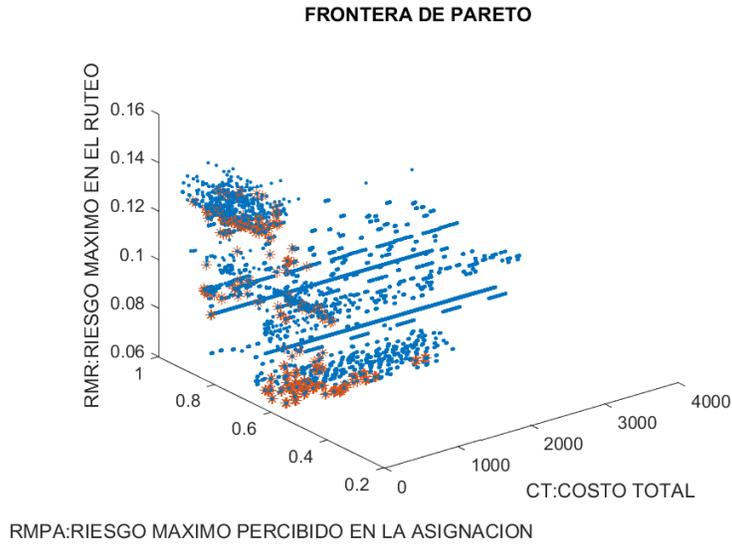
La comparación entre carga Mixta y Simple se realizó considerando las medidas de desempeño Riesgo máximo en el ruteo, Riesgo máximo percibido en la asignación y Costo total. La *Gráfica 14* y la *Gráfica 15* corresponden a carga Mixta y Simple respectivamente. Mientras que en la *Gráfica 16* se graficaron de manera conjunta las soluciones de ruteo con carga Mixta (puntos azules) y Simple (puntos amarillos) con sus respectivas Fronteras de Pareto, donde se logra evidenciar que el ruteo con carga Mixta aporta unas soluciones no dominadas mejores en comparación con el ruteo Simple.

Gráfica 14. Carga Mixta sin, RMR-RMPA-CT
Fuente: Autor



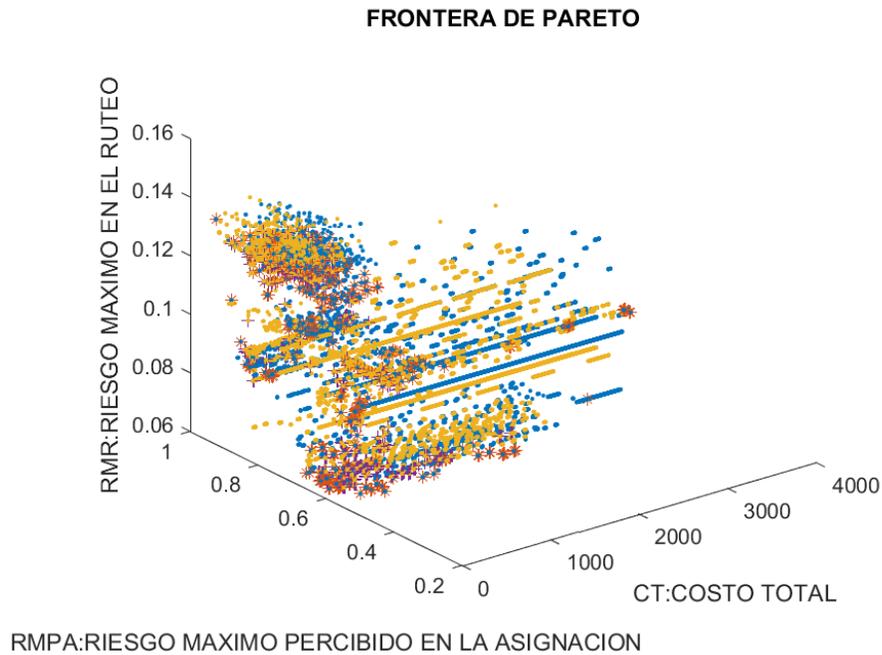
Gráfica 15. Carga Simple sin, RMR-RMPA-CT

Fuente: Autor



Gráfica 16. Carga Mixta y Simple, RMR-RMPA-CT

Fuente: Autor



3.2. Proceso iterativo de selección de medidas de desempeño

El uso de múltiples medidas de desempeño ayuda a generar Fronteras de Pareto con soluciones sólidas. No obstante, dado las iteraciones de la modelación matemática, pueden

existir correlaciones directas entre diversas medidas de desempeño, haciendo que se tomen decisiones basadas en uno o varios indicadores que guardan la misma información. Para ello, se requiere depurar estas medidas de desempeño con el fin de facilitar la toma de decisiones acotada, confiable e intuitiva.

$$r_{12}^k = \frac{\sum_{i=1}^n (fobj_1^i - \overline{fobj_1}) * (fobj_2^i - \overline{fobj_2})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (fobj_1^i - \overline{fobj_1})^2 * \sum_{i=1}^n (fobj_2^i - \overline{fobj_2})^2}} \quad \text{Ec. 161}$$

En la ecuación 161, se relaciona el cálculo de la correlación de Pearson. Esta expresión ha sido adaptada para encontrar la relación entre dos medidas de desempeño (en este caso $fobj_1$ y $fobj_2$) para el cuadrante k. Nótese, que los valores de la correlación de Pearson (r_{12}^k) toma valores entre 1 y -1, donde a medida que se acerca a 1 o -1 la relación es directamente o inversamente proporcional entre ambas medidas de desempeño, respectivamente. Para este trabajo, se ha considerado que valores mayores 0.5 o menores a -0.5 deben ser considerados para análisis, por esto son resaltados en color rojizo en las tablas mencionadas.

Tabla 21. Matriz de correlaciones entre medidas de desempeño para el cuadrante 1: carga Mixta sin recogida entre escuelas

Fuente: Autor

	CT	RTPA	RTRA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	TSM	ETCO2	CF	CV
CT		0.002	0.005	0.000	0.010	0.018	0.002	0.033	0.046	0.951	0.056
RTPA			0.333	0.117	0.023	0.003	0.029	0.011	0.001	0.002	0.000
RTRA				0.002	0.037	0.001	0.036	0.009	0.003	0.008	0.008
RMPA					0.012	0.004	0.000	0.003	0.004	0.002	0.007
RMRA						0.002	0.001	0.001	0.012	0.006	0.011
RTR							0.733	0.222	0.270	0.087	0.472
RMR								0.111	0.326	0.011	0.469
TSM									0.002	0.018	0.055
ETCO2										0.000	0.929
CF											0.000
CV											

Las *Tabla 21* a la *Tabla 24* son las matrices de los valores de correlación entre medidas de desempeño para cada uno de los cuadrantes propuestos en este análisis: configuraciones de rutas de carga Simple o Mixta con y sin considerar recogida de estudiantes entre nodos que representan escuelas. Para la *Tabla 21*, matriz de correlaciones entre medidas de desempeño para el cuadrante 1: carga Mixta sin recogida entre escuelas, se pueden observar tres correlaciones fuertes; Costo total (CT) y Costo variable (CV) con un valor de 0.951, Emisiones totales de CO₂ (ETCO2) y Costo Variable (CV) con un valor de 0.929, Riesgo máximo de ruta (RMR) y Riesgo total de ruta (RTR) con un valor de 0.733. A continuación, son presentadas las *Tabla 22*, *23*, *24*, a modo informativo.

Tabla 22. Matriz de correlaciones entre medidas de desempeño para el cuadrante 2: carga Simple sin recogida entre escuelas

Fuente: Autor

	CT	RTPA	RTRA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	TSM	ETCO2	CF	CV
CT		0.028	0.040	0.001	0.004	0.000	0.158	0.023	0.577	0.978	0.540
RTPA			0.532	0.072	0.042	0.010	0.025	0.010	0.049	0.021	0.051
RTRA				0.002	0.033	0.044	0.079	0.011	0.169	0.020	0.169
RMPA					0.029	0.003	0.002	0.000	0.006	0.000	0.008
RMRA						0.000	0.001	0.001	0.001	0.004	0.001
RTR							0.611	0.245	0.035	0.005	0.162
RMR								0.052	0.231	0.104	0.374
TSM									0.025	0.031	0.000
ETCO2										0.437	0.939
CF											0.392
CV											

Tabla 23. Matriz de correlaciones entre medidas de desempeño para el cuadrante 3: carga Mixta con recogida entre escuelas.

Fuente: Autor

	CT	RTPA	RTRA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	TSM	ETCO2	CF	CV
CT		0.008	0.000	0.000	0.003	0.047	0.024	0.032	0.425	0.979	0.335
RTPA			0.414	0.113	0.022	0.001	0.000	0.000	0.012	0.006	0.020
RTRA				0.003	0.039	0.001	0.000	0.010	0.051	0.001	0.052
RMPA					0.012	0.002	0.002	0.006	0.001	0.000	0.001
RMRA						0.000	0.001	0.006	0.003	0.002	0.002
RTR							0.661	0.362	0.025	0.095	0.166
RMR								0.136	0.153	0.005	0.312
TSM									0.008	0.049	0.018
ETCO2										0.294	0.914
CF											0.206
CV											

Tabla 24. Matriz de correlaciones entre medidas de desempeño para el cuadrante 4: carga Simple con recogida entre escuelas.

Fuente: Autor

	CT	RTPA	RTRA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	TSM	ETCO2	CF	CV
CT		0.002	0.018	0.000	0.000	0.000	0.132	0.002	0.567	0.980	0.547
RTPA			0.416	0.102	0.030	0.003	0.001	0.008	0.045	0.000	0.041
RTRA				0.001	0.028	0.014	0.033	0.032	0.228	0.004	0.204
RMPA					0.037	0.000	0.001	0.000	0.008	0.000	0.008
RMRA						0.007	0.007	0.001	0.006	0.000	0.008
RTR							0.618	0.312	0.009	0.007	0.111
RMR								0.083	0.176	0.088	0.330
TSM									0.025	0.003	0.001
ETCO2										0.437	0.929
CF											0.408
CV											

Basado en las correlaciones de Pearson presentadas en las tablas 20, 21, 22 y 23, se propone un método iterativo para establecer medidas de desempeño únicas que muestren información valiosa no repetitiva para el decisor. Dado que cada instancia, en este caso se denominó cuadrante, tiene importantes correlaciones, algunas coinciden en general, no obstante, otras no, y se debe establecer un valor consenso que unifique la información de las correlaciones de cada comparación de medidas de desempeño de todas las instancias en un único valor y realizar un análisis estándar.

$$R_{pq} = 1 - \prod_{k=1}^K (1 - r_{pq}^k) \quad \forall p, q \in Q \quad \text{Ec. 162}$$

Por lo anterior, se formula el indicador de relación global (R_{pq}) entre las medidas de desempeño p y q . Este valor es básicamente el complemento de calcular cuan no relacionado pueden estar dos medidas de desempeño. En la *Tabla 25* se presenta la Matriz de correlaciones consolidada entre medidas de desempeño, cada celda es el indicador de relación global entre las medidas de desempeño de la correspondiente columna y fila. En esta tabla son resaltadas 12 celdas en rojo, que muestran relaciones relevantes entre medidas de desempeño.

Tabla 25. Matriz de correlaciones consolidada entre medidas de desempeño.

Fuente: Autor

	CT	RTPA	RTRA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	TSM	ETCO2	CF	CV
CT	-	0.040	0.063	0.002	0.017	0.065	0.289	0.088	0.900	1.000	0.869
RTPA	-	-	0.893	0.346	0.112	0.017	0.055	0.029	0.103	0.028	0.109
RTRA	-	-	-	0.008	0.131	0.059	0.141	0.060	0.394	0.033	0.378
RMPA	-	-	-	-	0.088	0.010	0.005	0.009	0.019	0.002	0.024
RMRA	-	-	-	-	-	0.010	0.011	0.009	0.021	0.013	0.022
RTR	-	-	-	-	-	-	0.987	0.742	0.320	0.184	0.672
RMR	-	-	-	-	-	-	-	0.332	0.638	0.196	0.847
TSM	-	-	-	-	-	-	-	-	0.058	0.098	0.073
ETCO2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.776	1.000
CF	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.714
CV	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

El método iterativo que se propone es el siguiente: se eliminan uno a uno medidas de desempeño de la Matriz de correlaciones consolidada. El orden de eliminación es determinado por el índice de relevancia de una medida de desempeño, de mayor a menor valor hasta que no existan correlaciones relevantes (resaltadas en rojo). El índice de relevancia de la medida de desempeño p (I_p) es la suma de todos los indicadores de relación global que sean relevantes ($R_{pq} \geq 0.5$) sin incluirse a sí mismo. Cuando una columna o fila a eliminar solo posee un valor relevante se analiza desde la perspectiva del decisor qué medida de desempeño puede enriquecer el análisis.

$$I_p = \sum_{q=1:q \neq p}^Q R_{pq} \quad \forall p \in Q \wedge R_{pq} \geq 0.5$$

Ec. 163

La *Tabla 26* muestra los valores de los índices de relevancia de todas las medidas de desempeño. El orden de eliminación basado en este indicador es: Costo variable (CV), Emisiones totales de CO₂ y Costo total (CT). Con respecto a esta última medida de desempeño, en el análisis, la columna solo poseía una correlación relevante con la medida de desempeño Costo Fijo (CF), se decidió eliminar este último en lugar del Costo Total (CT).

Tabla 26. Matriz de correlaciones consolidada entre medidas de desempeño.

Fuente: Autor

CV	4.10
ETCO2	3.31
CT	2.77
CF	2.49
RMR	2.47
RTR	2.40
RTPA	0.89
RTRA	0.89
TSM	0.74
RMPA	0.00
RMRA	0.00

Igualmente, en el análisis, se estableció incluir entre todas las medidas de desempeño propuestas asociadas al Riesgo total real de la asignación (RTRA). Esto se debe, a que, aunque se considera que configuraciones dominantes que posean diversos niveles de riesgo son atractivas eventualmente para el tomador de decisión dependiendo de la información del entorno, esta medida de desempeño representa un indicador más ajustado del riesgo que no depende de percepciones ni de valores puntuales como máximos y/o mínimos. A continuación, la *Tabla 27* es el resultado final del proceso iterativo propuesto.

Tabla 27. Matriz de correlaciones consolidado entre medidas de desempeño seleccionadas

Fuente: Autor

	CT	RTRA	TSM
CT	-	0.063	0.088
RTRA	-	-	0.060
TSM	-	-	-

El resultado final muestra como medidas de desempeño relevantes a el Costo total (CT), Riesgo total real de la asignación (RTRA) y Tiempo total en ruta (TSM). Indicadores de costo, riesgo y bienestar que en lo absoluto se encuentran relacionados tal y como lo certifican los valores finales del indicador de relación global (R_{pq}), los cuales se encuentran muy cercanos

a cero (>0.1). Fundamentados en este subconjunto de medidas de desempeño seleccionadas se seleccionarán las configuraciones dominantes finales.

3.2.1. Comparación de Fronteras dominantes

Para la validación del proceso iterativo de selección de medidas de desempeño, en este apartado se realiza un análisis descriptivo del conjunto de configuraciones seleccionado de las Fronteras dominantes de todos los cuadrantes. Los nuevos conjuntos, aunque más acotados, guardan al menos la misma y valiosa información de las Fronteras de Pareto originales. Mostrándose como una ventaja del proceso que se traduce en agilidad para el tomador de decisiones.

Tabla 28. Valores mínimos para las medidas de desempeño seleccionadas antes del proceso iterativo.

Fuente: Autor

	CT	RTRA	TSM
1	90,074.24	0.40	1,995.30
2	89,567.36	0.40	1,995.32
3	89,567.36	0.39	1,995.21
4	89,567.36	0.40	1,995.14

Tabla 29. Valores mínimos para las medidas de desempeño seleccionadas después del proceso iterativo

Fuente: Autor

	CT	RTRA	TSM
1	90,074.24	0.40	1,995.30
2	89,567.36	0.40	1,995.32
3	89,567.36	0.39	1,995.21
4	89,567.36	0.40	1,995.14

En las *Tabla 28* y *Tabla 29* se tabulan los valores mínimos para las medidas de desempeño seleccionadas antes y después del proceso iterativo, mientras que en las *Tabla 30* y

Tabla 31 se tabulan los valores máximos para las medidas de desempeño seleccionadas antes y después del proceso iterativo. Se puede corroborar que ambos conjuntos de tablas son idénticos. De hecho, puede ser observado que el proceso iterativo eliminó la configuración más costosa y riesgosa con un mismo nivel de bienestar.

Tabla 30. Valores máximos para las medidas de desempeño seleccionadas después del proceso iterativo.

Fuente: Autor

	CT	RTRA	TSM
1	120,328.00	0.94	26,100.00
2	118,856.64	0.94	26,100.00
3	117,922.08	0.94	26,100.00
4	117,519.04	0.91	26,100.00

Tabla 31. Valores máximos para las medidas de desempeño seleccionadas después del proceso iterativo.

Fuente: Autor

	CT	RTRA	TSM
1	116,169.12	0.88	26,100.00
2	117,519.04	0.92	26,100.00
3	117,116.00	0.90	26,100.00
4	117,519.04	0.84	26,100.00

Respecto a otras medidas de desempeño: riesgo y emisiones de CO₂. Las Tabla 32 y

	RTPA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	ETCO2
1	40.00	3.00	0.05	0.06	0.01	5,166.09
2	39.00	3.00	0.05	0.06	0.01	4,621.32
3	40.00	3.00	0.05	0.06	0.01	4,652.68
4	39.00	3.00	0.05	0.06	0.01	4,621.37

Tabla 33 tabulan los valores mínimos para otras medidas de desempeño antes y después del proceso iterativo. Las

Tabla 34 y

Tabla 35 tabulan los valores máximos para otras medidas de desempeño antes y después del proceso iterativo. Se evidencia que el proceso iterativo de selección de medidas de desempeño si tuvo un precio, el mínimo del Riesgo total percibido en la asignación (RTPA) aumentó, pero levemente, aunque hay que resaltar que esta medida de desempeño corresponde a una percepción y el Riesgo total real de la asignación (RTRA) hace parte del análisis principal y que en todos los casos este fue minimizado. No obstante, los demás valores se mantuvieron o mejoraron (de igual forma levemente). Para los valores máximos,

en todos los casos se mantuvieron o mejoraron una buena señal de que la dominancia de la Frontera Pareto se conservó, pero con menos elementos (configuraciones).

Tabla 32. Valores mínimos para otras medidas de desempeño antes del proceso iterativo

Fuente: Autor

	RTPA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	ETCO2
1	40.00	3.00	0.05	0.06	0.01	5,166.09
2	39.00	3.00	0.05	0.06	0.01	4,621.32
3	40.00	3.00	0.05	0.06	0.01	4,652.68
4	39.00	3.00	0.05	0.06	0.01	4,621.37

Tabla 33. Valores mínimos para otras medidas de desempeño después del proceso iterativo

Fuente: Autor

	RTPA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	ETCO2
1	41.00	3.00	0.05	0.06	0.01	5,217.20
2	40.00	3.00	0.05	0.06	0.01	4,716.77
3	41.00	3.00	0.05	0.06	0.01	4,891.88
4	40.00	3.00	0.05	0.06	0.01	4,636.05

Tabla 34. Valores máximos para otras medidas de desempeño antes del proceso iterativo

Fuente: Autor

	RTPA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	ETCO2
1	54.00	5.00	0.10	0.15	0.05	9,937.41
2	54.00	5.00	0.10	0.15	0.05	9,056.55
3	54.00	5.00	0.10	0.15	0.05	8,781.15
4	55.00	5.00	0.10	0.15	0.05	8,469.11

Tabla 35. Valores máximos para otras medidas de desempeño después del proceso iterativo

Fuente: Autor

	RTPA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	ETCO2
1	52.00	5.00	0.10	0.15	0.05	7,944.42
2	54.00	5.00	0.10	0.15	0.05	8,414.91
3	54.00	5.00	0.10	0.15	0.05	8,393.56
4	53.00	5.00	0.10	0.15	0.05	8,414.82

En la *Tabla 36* se resume el número de soluciones que conforman cada etapa de este documento de trabajo. La columna Total es el número de configuraciones que se alcanzaron en todo el algoritmo, la columna dominante es el proceso de determinar las soluciones de la columna Total que fueron dominantes. La columna Seleccionadas se refiere a aquellas configuraciones basadas en las dominancias de las medidas de desempeños CT, RTRA y TMS.

Por último, la columna final numera todas las soluciones que luego del proceso iterativo no fueron dominadas. De estas últimas, la *Tabla 37* incluye el número de soluciones que se encuentran presentes en múltiples cuadrantes. Esto da idea que pueden existir soluciones robustas que pueden ser empleadas en diferentes tipos de instancias.

Tabla 36. Número de configuraciones resultantes por etapa

Fuente: Autor

	Total	Dominantes	Seleccionadas	Finales
1	37455	1096	96	57
2	34627	1180	159	96
3	36877	1168	173	125
4	36568	1176	148	74

Tabla 37. Número de configuraciones dominantes coincidentes entre cuadrantes

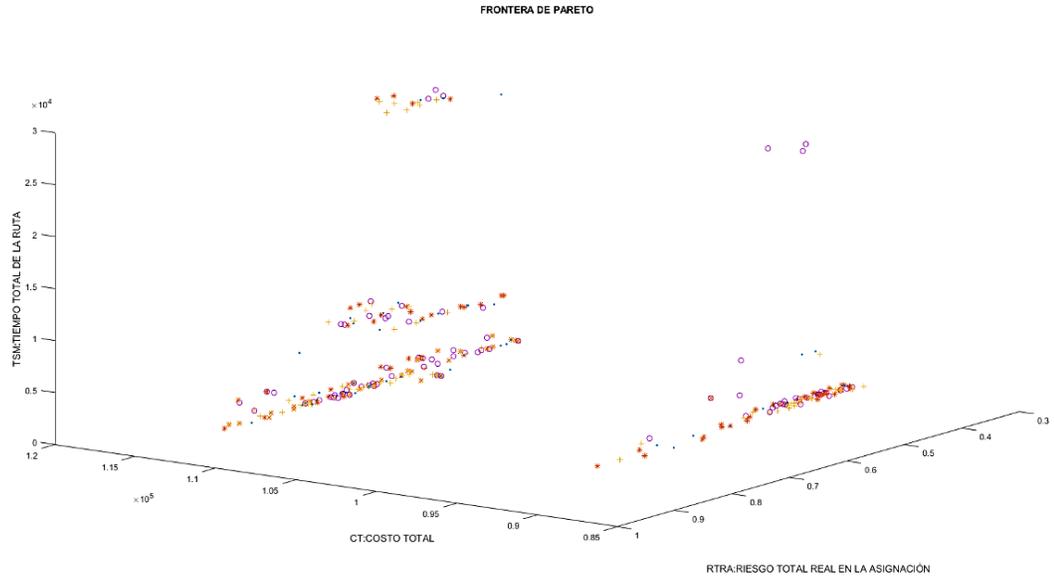
Fuente: Autor

	1	2	3	4
1	50	3	4	3
2		55	38	11
3			82	9
4				61

La *Gráfica 17* ilustra que existen 4 clústeres de configuraciones en la Frontera de Pareto. La *Gráfica 18* apoya esta hipótesis, donde los clústeres dependen principalmente del Costo total (CT), que de acuerdo a la *Gráfica 19* pueden ser costos altos y bajos, y el Tiempo total de la ruta (TMS), que de acuerdo a la *Gráfica 20* pueden ser tiempos altos, moderadamente bajos y bajos. Todos ellos con diferentes grados de riesgo.

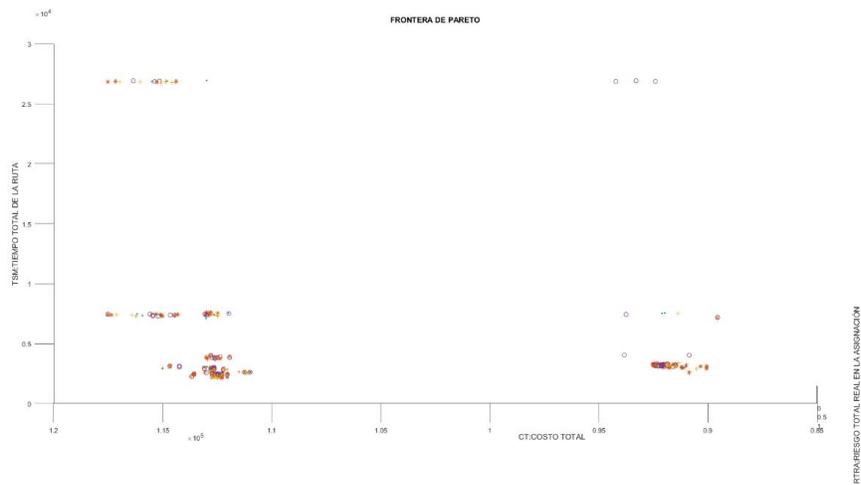
Gráfica 17. Soluciones con su Frontera de Pareto consolidado para todos los cuadrantes

Fuente: Autor



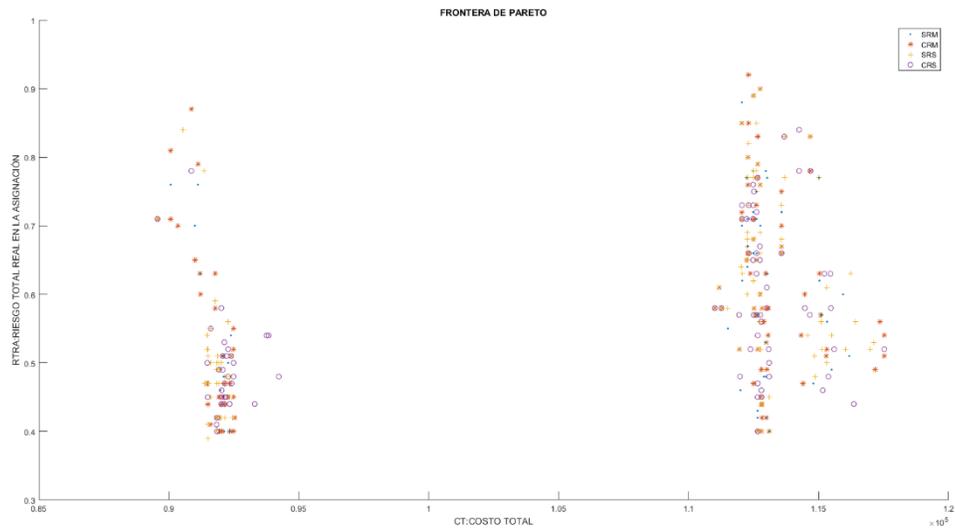
Gráfica 18. Comparativo de las medidas de desempeño de: Costo Total (CT) vs Tiempo Total de la Ruta (TSM) en la Frontera de Pareto

Fuente: Autor



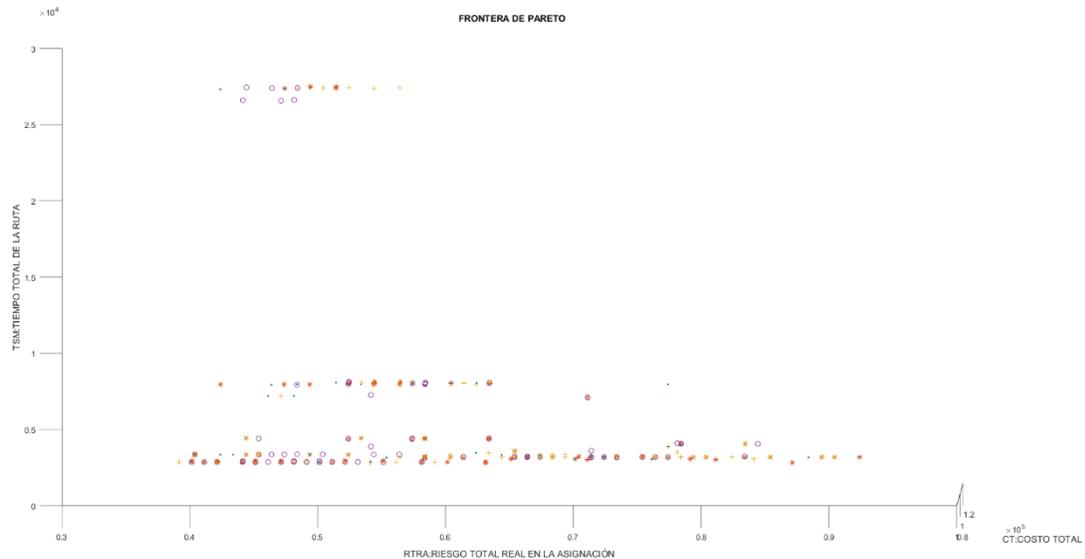
Gráfica 19. Comparativo de las medidas de desempeño de: Costo Total (CT) vs Riesgo Total Real en la Asociación (RTRA) en la Frontera de Pareto.

Fuente: Autor



Gráfica 20. Comparativo de las medidas de desempeño de: Riesgo Total Real en la Asociación (RTRA) vs Tiempo Total de la Ruta (TSM) en la Frontera de Pareto

Fuente: Autor



Un clúster 1 donde el Costo total (CT) y el Tiempo total de la ruta (TMS) son altos pero asociado a riesgos reales bajos. Un clúster 2 donde el Costo total (CT) es alto y el Tiempo total de la ruta (TMS) es moderadamente bajo con riesgos moderados. Un clúster 3 donde el Costo total (CT) es alto y Tiempo total de la ruta (TMS) es bajo y asociado a riesgos reales que tienden a ser altos. Y un cuarto clúster donde el Costo total (CT) es bajo y el Tiempo total de la ruta (TMS) muy alto pero los riesgos reales son bajos.

En general, todos los cuadrantes tienen presencia en todos los clústeres. Para configuraciones de carga Mixta las soluciones se encuentran principalmente concentradas en clúster 3 y 4, donde básicamente existe un Trade off entre costos altos y riesgos bajos o viceversa. La mayoría de soluciones concentradas en clústeres 1 y 2 pertenecen a configuraciones de carga Simple, donde el trade off entre los riesgos reales y el tiempo total en ruta. Aunque este trade off no es tan claro dado que no llega a presentar configuraciones de tiempos de ruta altos con riesgos reales bajos, queda en puntos moderados en ambas medidas de desempeño.

3.3. Análisis consolidado de variación de tiempos y objetivos

3.3.1. Análisis consolidado: variación de tiempos dependientes.

Diversas investigaciones han planteado que el ruteo de buses escolares con carga Mixta es más ventajoso para zonas rurales y/o semirurales (Caceres et al., 2019; Mokhtari & Ghezavati, 2018; Park et al., 2012; C. M. Silva, Sarubbi, Silva, Porto & Nunes, 2015a; Fatima Souza et al., 2017). Concretamente en (Ellegood et al., 2015), se afirma que esta ventaja de la carga Mixta sobre la carga Simple en ambientes rurales y semirurales se debe a la baja densidad de paradas y a los pocos estudiantes por parada, asumiendo como función de desempeño la distancia. En el contexto de dicha conclusión, los autores generalizan que la carga Mixta también puede reducir las distancias de viaje cuando las escuelas no están muy separadas, sin embargo, reconocen que la distancia no es el único objetivo relevante en el proceso de comparación y plantean la necesidad de evaluar el impacto de las políticas de carga Mixta y de carga Simple en contextos que consideren elementos más allá de los económicos.

De manera específica en esta investigación, se busca extender lo propuesto en (Ellegood et al., 2015), de tal modo que se analiza en qué casos la carga Mixta es mejor que la carga Simple en un contexto en el que se manejan tiempos dependientes, estos generan una mejor aproximación a las realidades del problema de ruteo escolar; adicionalmente, se considera la idea de “mejor” en un marco mucho más amplio, que es el de sostenibilidad, el cual involucra lo económico, lo social y lo ambiental. Para ello se realiza el análisis asumiendo diferentes escenarios para los tiempos dependientes entre escuelas y paradas, y se realiza la comparación frente a indicadores de sostenibilidad. A continuación, se presenta el detalle de la metodología desarrollada para el análisis de los resultados.

3.3.1.1. Descripción metodológica de la variación de tiempos dependientes

3.3.1.1.1. Definición de escenarios

Con el objetivo de identificar los escenarios para los cuales la carga Mixta es mejor a la carga Simple en indicadores de sostenibilidad en presencia de tiempos dependientes, se establecieron nueve escenarios de análisis en los cuales los tiempos entre escuelas como los tiempos entre paradas, varían en tres niveles: bajo, medio y alto. De tal modo que cada escenario está conformado por una pareja del producto cartesiano entre el conjunto de tiempos dependientes entre escuelas y el conjunto de tiempos dependientes entre paradas. Por ejemplo, el escenario uno considera tiempos dependientes entre escuelas bajos y tiempos dependientes entre paradas bajos; el escenario dos, tiempos dependientes entre escuelas bajos y tiempos dependientes entre paradas medios; así sucesivamente.

Como elementos medios para estimar los tiempos dependientes bajos, se considera como aquellos en los que los recorridos se dan a velocidades promedio de 11.2 kilómetros por hora; para los tiempos dependientes medios, velocidades promedio de 22.5 kilómetros por

hora y para altos, 55 kilómetros por hora. Estos valores promedio consideran las diferencias que se dan por cada uno de los intervalos de tiempo en los que se inicia el recorrido.

3.3.1.1.2. Optimización por objetivo y definición de límites

Con el propósito de definir los valores mínimos y máximos en los cuales se debe mover cada uno de los objetivos, se resuelve el modelo matemático optimizando cada uno de los objetivos y tomado los resultados que arroja dicha optimización para cada uno de los otros objetivos. Con esto se construye una matriz en la que cada fila representa los resultados de la optimización por cada objetivo y las columnas los resultados de todos los objetivos. Con esto, para cada objetivo, se determinan el valor mínimo y valor máximo que son empleados para establecer los avances en las restricciones, según el número de pasos, que para este caso se estableció igual a la mitad del número de objetivos.

3.3.1.1.3. Resolver por cada objetivo imponiendo restricciones a los otros 5 objetivos

Dado que en Épsilon restricciones se encuentran soluciones potenciales de la Frontera de Pareto optimizado un objetivo e imponiendo sistemáticamente restricciones a los otros, se definieron para cada objetivo los valores de las restricciones a manejar, considerando tres pasos, los límites máximos y mínimos encontrados por objetivo. Por cada objetivo se resolvió el modelo matemático 243 veces, imponiendo sistemáticamente 3 restricciones a cada uno de los cinco objetivos restantes, ($3^5=243$), para un total de 1458 corridas del modelo matemático, cada uno, con restricciones diferentes que producen soluciones potenciales de la Frontera de Pareto.

3.3.1.1.4. Hallar Frontera de Pareto de cargue Mixta y Simple para cada escenario.

Para cada uno de los nueve escenarios antes descritos, se corrió el modelo 1458 veces para carga Mixta y la misma cantidad de veces para carga Simple, se encontraron las Fronteras de Pareto para cargue mixto y para cargue Simple, luego este par de Fronteras de Pareto se consolidaron y sobre este consolidado se determinó una nueva Frontera de Pareto, que se denomina la Frontera consolidada.

3.3.1.1.5. Comparación de Fronteras de Pareto

Para comparar las Fronteras de Pareto de carga Mixta, con las de cargue Simple se establecieron dos medidas de desempeño, la primera es el número de soluciones que tiene cada Frontera en la Frontera consolidada y la segunda es la desviación porcentual de cada Frontera frente a la Frontera consolidada. Apuntado cada una de ellas respectivamente a la convergencia hacia la Frontera y la amplitud de la misma, que son los dos problemas claves en la búsqueda de frentes de Pareto (Deb, Pratab, Agarwal & Meyerivan, 2002) .

- **Porcentaje de soluciones en la Frontera consolidada (PSFPC).**

En (Deb et al., 2002) se presenta un esquema de clasificación de múltiples Fronteras de Pareto, en el que se establece un ranking para las Fronteras, en este caso la primer Frontera tiene el mayor valor de importancia por estar conformada por las soluciones no dominadas, la segunda Frontera está con un Rankin menor que al anterior y está conformada por aquellas soluciones que sean no dominadas al retirar las soluciones de la primer Frontera, el proceso se repite generando múltiples Fronteras con un Rankin de importancia, este proceso sugiere que una Frontera es mejor que otra en la medida en que sus soluciones dominen a la otra.

Por otro lado, en (Thiele & Zitzler, 1999) se presenta el concepto de fuerza de una solución en proporción al número de individuos que domina la solución, de aquí se puede extender que la fuerza de un conjunto de soluciones, es directamente proporcional al número de soluciones que domina este conjunto.

Adicionalmente en (Thiele & Zitzler, 1999), se presenta el concepto de cobertura de conjuntos, como el porcentaje de puntos de un conjunto que es dominado por el otro. De tal modo, si la cobertura del conjunto A hacia conjunto B, es igual a uno, todos los puntos del conjunto B, están dominados por todos los puntos del conjunto A, y un valor de cero representa que ningún punto de B es dominado por los puntos de A.

Tomando en consideración los tres referentes planteados anteriormente y teniendo presente que se tienen tres Fronteras de Pareto, la de carga Simple, la Mixta y la consolidada, se plantea como una de las medidas de comparación entre Mixta y Simple el porcentaje de soluciones que cada una de estas aporta a la Frontera de Pareto consolidada. De tal modo que aquella estrategia (carga Mixta o Simple) que tiene mayor porcentaje de soluciones en la Frontera de Pareto consolidada, tiene un mejor desempeño que la que tiene menor número de soluciones. Desde la óptica propuesta en (Deb et al., 2002) un mayor número de soluciones en el frente de Pareto de mayor ranking, que en este caso es la Frontera consolidada, implica un mejor desempeño de la estrategia que se materializa en un mejor ranking.

Desde la óptica del concepto de fuerza planteada en (Thiele & Zitzler, 1999) la estrategia de mayor número de soluciones en el frente consolidado implica un mayor fuerza y por tanto también un mejor desempeño. Y finalmente desde la óptica de cobertura de conjuntos, si el porcentaje de soluciones de una estrategia de carga mixta en la Frontera de Pareto consolidada es 100%, indica que todas las soluciones de dicha estrategia dominan al total de soluciones de la estrategia de carga Simple.

Lo anterior permite una justificación y un marco de referencia para la métrica de comparación, entre las Fronteras de Pareto de carga Mixta y las Fronteras de Pareto de carga Simple. Esta métrica da principalmente una idea de convergencia, ya que a más puntos en la Frontera consolidada indica que la estrategia converge más a la Frontera consolidada.

- **Desviación porcentual promedio a la Frontera Consolidada (DPPFPC).**

El grado de convergencia de una Frontera A estimada a una Frontera B, que se supone como la Frontera de Pareto óptima, es propuesta en (Deb et al., 2002), en este caso los autores plantean seleccionar 500 soluciones de la Frontera de Pareto óptima (B), y para cada solución obtenida de la Frontera A estimada, se determina la distancia euclidiana al punto de la Frontera de Pareto óptima más cercano, el promedio de las distancia obtenidas es la métrica de convergencia, de tal modo que entre más pequeño sea el valor, más se acerca la Frontera estimada hacia la óptima. La lógica propuesta en esta métrica, permite comparar dos Fronteras estimadas, ya que aquella Frontera que más se acerque y por tanto tenga el menor valor de la métrica será la mejor desde el punto de vista de convergencia.

En el problema de interés en esta investigación se encuentran tres Fronteras de Pareto, las dos primeras son respectivamente la Frontera de Pareto de carga Simple y la Frontera de Pareto de carga Mixta. Los puntos de estas dos Fronteras se consolidan y con ellos se encuentra una nueva y mejor Frontera consolidada, en este contexto la Frontera consolidada representa la Frontera óptima al problema y las otras dos Fronteras son las óptimas que se obtienen con cada estrategia, pero son a su vez, cada una de ellas, la mejor aproximación a la Frontera de Pareto óptima, a la que se puede llegar con dicha estrategia. En tal sentido, la convergencia de cada uno de las Fronteras de Pareto hacia la Frontera consolidada, representa un buen indicador de la calidad de cada Frontera y un instrumento para poder comparar cuál de las dos Fronteras es mejor.

Dentro del desarrollo de las Fronteras de Pareto para la estrategia de carga Simple y la estrategia de carga Mixta, como se ha mencionado, se empleó Épsilon restricciones, se generaron un total de 1458 soluciones para cada estrategia, en cada cuadrante, y de esas soluciones, se encontraron las Fronteras de Pareto; sin embargo, el número de soluciones de cada Frontera por estrategia no eran necesariamente iguales, lo cual hace imposible seleccionar 500 puntos o cualquier número fijo de puntos en la Frontera, ya que podría ser que las tres Fronteras (incluso la consolidada) presentaran menor número de puntos que este número fijo. Por ello, en esta estrategia, se optó por establecer la medida de convergencia hacia la Frontera óptima hallando para cada punto de la Frontera consolidada, el punto de la Frontera aproximada más cercano en distancia porcentual normalizada.

De tal modo que dada j una solución que pertenece a la Frontera óptima de Pareto (consolidada), que se representa como $X_o=(x_{o1}, x_{o2}, x_{o3}.. x_{oi}...x_{on})$, donde x_{oi} es el valor de la solución o de la Frontera de Pareto consolidada en el objetivo i ; para cada solución o , se debe hallar por cada Frontera de Pareto (estimada) de las dos estrategias (Mixta o Simple) el punto de la Frontera estimada que tenga la menor distancia d_{je} , con el punto de la Frontera de Pareto óptima (consolidada) donde d_{je} se define así.

$$d_{je} = \sum_{i \in [1..n]} \frac{|x_{ji} - x_{ei}|}{x_{ji}} \text{ Ec. } 164$$

Donde x_{ei} es el valor que tiene la solución x de la Frontera estimada e en el objetivo i . Una vez se encuentren para cada punto de la Frontera óptima la menor distancia porcentual, estos valores se promedian y esta medida se emplea para comparar las dos estrategias en términos de convergencia.

Adicionalmente, al considerar todos los puntos de la Frontera óptima, incluso los puntos extremos, también ofrece una idea de la amplitud que tiene la Frontera estimada; debido a que entre menor sea este valor, esto indica que la Frontera estimada tiene puntos muy cercanos a cada punto de la Frontera óptima.

Las dos medidas anteriores se calculan para cada uno de los escenarios, de tal manera que se logra establecer en qué escenarios es mejor la carga Mixta frente a la carga Simple en presencia de tiempos dependientes bajo un enfoque de sostenibilidad.

3.3.1.2. Desarrollo de la variación de tiempos dependientes

La primera etapa de este proceso fue la definición de los nueve escenarios, que como se mencionó son el producto cartesiano de tres escenarios de tiempos dependientes entre escuelas (bajo, medio y alto) y los mismos tres escenarios de tiempos dependientes entre paradas. Para que los escenarios guardaran plena relación entre ellos, se empleó como inductor de los tiempos de desplazamiento la velocidad promedio, en tal sentido para cada intervalo en cada escenario, se estableció la velocidad promedio del intervalo, para luego en función de la distancia determinar el tiempo de desplazamiento del arco por intervalo.

En la *Tabla 38*, se presentan los escenarios establecidos en nueve cuadrantes, el cuadrante uno corresponde al escenario Bajo – Bajo; en este caso el tiempo promedio entre escuelas es bajo y el tiempo promedio entre paradas es bajo, específicamente para el intervalo uno (5:45 a.m. -6:30 a.m.), se asumen velocidades de 15 kilómetros por hora, y de 7.5 kilómetros por hora para el segundo intervalo (6:30 a.m. -7:15 a.m.), con estos valores se establece los tiempos por arco por intervalo. En el escenario Medio – Alto, los tiempos entre escuelas son medios con velocidades de 30 y 25 kilómetros por hora respectivamente para el intervalo uno y dos; y los tiempos entre paradas son altos, con velocidades de 60 y 50 kilómetros por hora para el intervalo uno y dos respectivamente.

Tabla 38. Velocidades por cada escenario de tiempos de pendientes

Fuente: Autor

		Velocidades para Tiempos dependientes entre paradas						
		BAJO		MEDIO		ALTO		
		INTERVALOS	V TDE (k/h)	V TDp (k/h)	V TDE (k/h)	V TDp (k/h)	V TDE (k/h)	V TDp (k/h)
Velocidades para tiempos dependientes entre escuelas	BAJO	I1 [5.45 a.m-6:30 a.m]	15	15	15	30	15	60
		I2 [6.30 a.m-7:15 a.m]	7.5	7.5	7.5	25	7.5	50
	MEDIO	I1 [5.45 a.m-6:30 a.m]	30	15	30	30	30	60
		I2 [6.30 a.m-7:15 a.m]	25	7.5	25	25	25	50
	ALTO	I1 [5.45 a.m-6:30 a.m]	60	15	60	30	60	60
		I2 [6.30 a.m-7:15 a.m]	50	7.5	50	25	50	50

Una vez definidos los escenarios para cada uno de ellos, se corre el modelo matemático optimizando un solo objetivo. En la *Tabla 39* se presentan los resultados de seis objetivos para el primer escenario, que es el Bajo-Bajo, en esta se identifican los mínimos valores por objetivo en la diagonal principal de la matriz.

Tabla 39. Resultados de optimización por objetivo para el escenario bajo-bajo

Fuente: Autor

	CT (u.m)	RMPA (1-5)	RMRA (0-1)	RMR (0-1)	TSM (Seg)	ETCO2 (Kg)
CT (u.m)	110,681.4	5.0	1.0	1.0	4,500	5,484.5
RMPA	114,491.8	3.0	1.0	1.0	4,500	7,103.3
RMRA	115,456.3	5.0	0.1	1.0	4,500	7,685.5
RMR	117,362.4	4.0	1.0	0.0	4,500	8,393.9
TSM	112,552.3	5.0	1.0	1.0	2.267	6,690.2
ETCO2	110,681.4	5.0	1.0	1.0	4,500	5,130.3

En la *Tabla 39*, observando la última columna, se identifica que para el objetivo ETCO2, que representa las emisiones totales en kilogramos, el valor mínimo es 5,130.3 y las emisiones máximas son 8,393.9. Estos mínimos y máximos se estiman para todos los objetivos, y con ello, las restricciones a imponer con Épsilon restricciones.

Para los nueve escenarios se determinaron las Fronteras de Pareto de carga Mixta, carga Simple y la consolidada, y se calcularon las medidas de comparación de Frontera definidas con anterioridad. En la *Tabla 40* se presenta el resumen de los resultados de las Fronteras de Pareto para el escenario de tiempos dependientes bajos entre escuelas y tiempos dependientes bajos entre paradas. El número de soluciones base sobre las que se

encuentran las Fronteras de Pareto de carga Mixta fuero 1458, y el número de soluciones de la Frontera de Pareto de carga Mixta resultante fue de 792.

La base de soluciones consolidadas fue de 1267 soluciones, de las cuales 792 soluciones pertenecen a la Frontera de Pareto de carga Mixta (63%) y 475 soluciones pertenecen a la Frontera de Pareto de carga Simple (37%). Con las soluciones de la base consolidada, se obtuvo la Frontera de Pareto consolidada que presentó 985 soluciones, de las cuales el 20% pertenecen a la Frontera de Pareto de carga Simple y 80% pertenecen a la Frontera de Pareto de carga Mixta.

Tabla 40. Resultados de optimización por objetivo para el escenario bajo-bajo

Fuente: Autor

		TEP	BAJO					
TE	Detalle	en Base	en FP Simple	en FP Mixta	En Base Consol.	En FP Consol.	Simple en FP Consol.	Mixta en FP Consol.
BAJO	Soluciones	1,458	475	792	1,267	985	197	788
	Porcentaje de la base que van a la Frontera		33%	54%				
	Porcentaje de cada Frontera que van a la base consolidada		37%	63%	100%			
	Porcentaje de cada Frontera que van a la Frontera consolidada						20%	80%
	Porcentaje de soluciones de la Frontera que no van a la Frontera consolidada						59%	1%
	Porcentaje de soluciones de la Frontera que si van a la Frontera consolidada						41%	99%

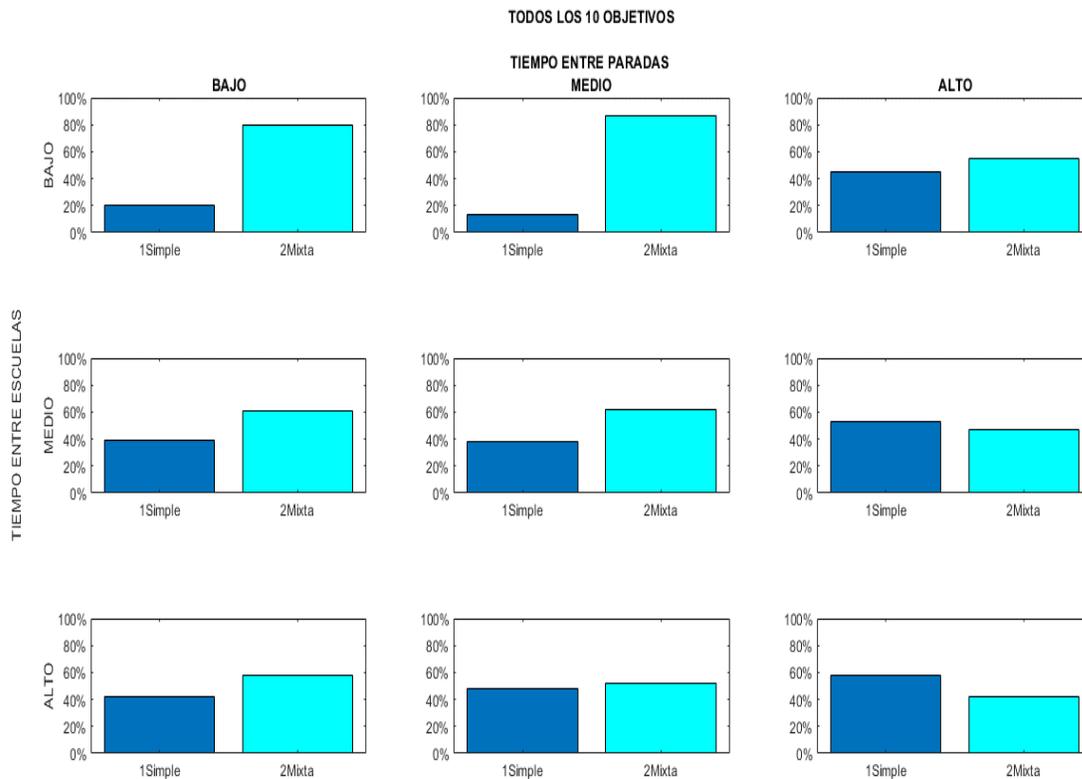
En las dos últimas filas de la *Tabla 40*, se identifica que, del total de soluciones de la Frontera de Pareto de carga Simple, apenas el 41% va a la Frontera de Pareto consolidada y por tanto un 59% de dichas soluciones no van a la Frontera consolidada; es decir, que fueron dominadas por soluciones de la Frontera de Pareto de carga Mixta. Por el contrario, para el caso de carga Mixta, el 99% de las soluciones de su respectiva Frontera de Pareto pasaron a la Frontera de Pareto consolidada.

Con lo anterior, se puede concluir que, para la instancia Bajo-Bajo la estrategia de carga Mixta tiene un mayor número de soluciones en la Frontera de Pareto consolidada que la estrategia de carga Simple; de forma más precisa, el 99% de las soluciones de la Frontera de Pareto de

carga Mixta, dominan al 59% de las soluciones de la Frontera de Pareto de carga Simple. Y, por el contrario, el 41% de las soluciones de la Frontera de Pareto de carga Simple, dominan a tan sólo el 1% de las soluciones de carga Mixta.

El análisis anterior se realiza para cada uno de los escenarios y en la *Figura 15* se presenta el resumen del porcentaje de soluciones que tiene la Frontera de Pareto consolidada, en ambas estrategias para los 9 escenarios.

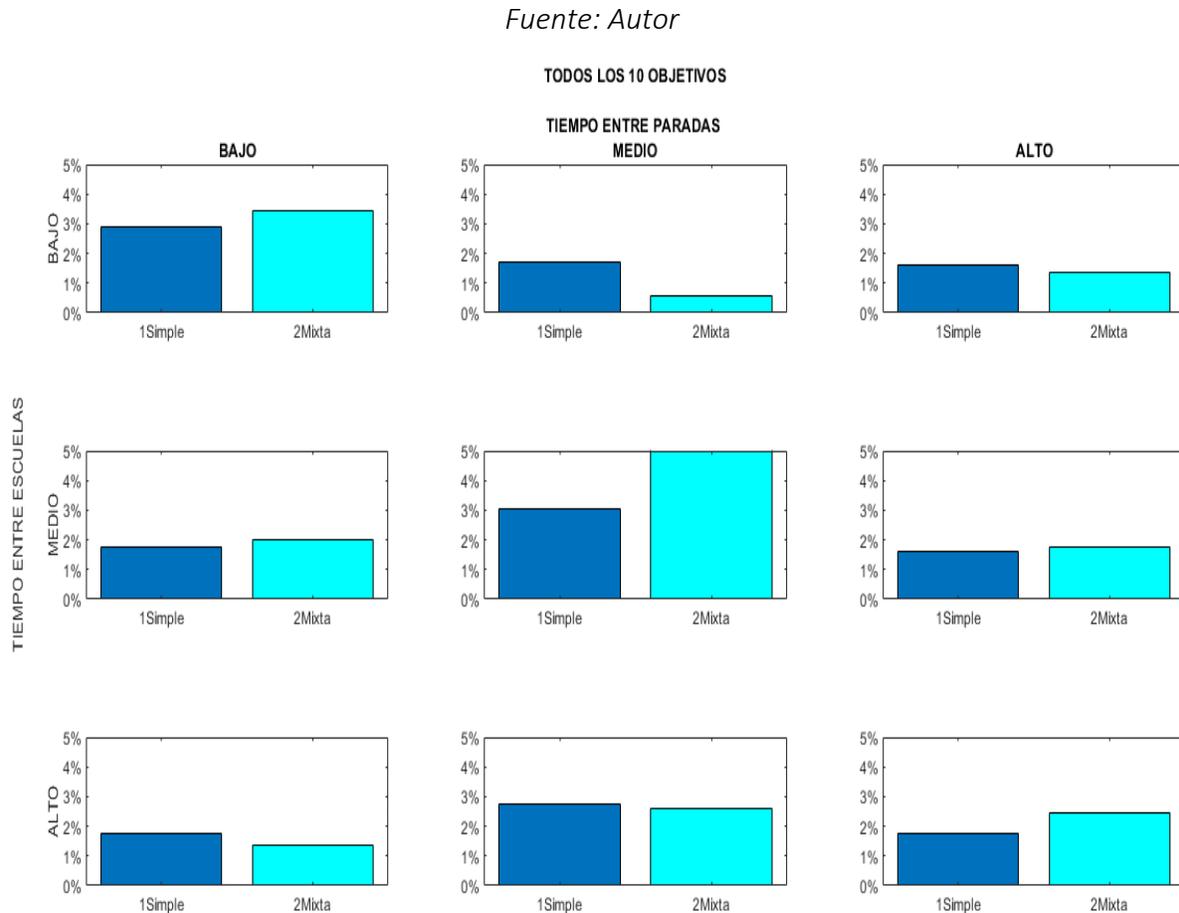
Figura 15. Porcentaje de soluciones por estrategia en la Frontera de Pareto consolidada
Fuente: Autor



En la *Figura 15* se puede visualizar que hay 7 escenarios en los que la estrategia de carga Mixta tiene un mayor porcentaje de soluciones en la Frontera de Pareto consolidada, en los escenarios con tiempos dependientes entre escuelas bajos, la carga Mixta siempre gana independiente de como sean los tiempos entre paradas. Cuando los tiempos dependientes entre escuelas son altos, el único escenario en que la carga Mixta pierde, es cuando los tiempos dependientes entre paradas son altos, aunque se identifica que para los tiempos dependientes medios los porcentajes son muy similares. Además, cuando los tiempos dependientes entre paradas son altos, el único escenario en el que gana la carga Mixta, es cuando los tiempos entre escuela son bajos.

Para complementar las comparaciones, en la *Figura 16* se presenta el cálculo de la segunda métrica de comparación empleada (porcentaje de desviación de la Frontera), que se realiza para todos los escenarios; como se mencionó anteriormente, ofrece una idea de convergencia entre las Fronteras de carga Mixta y carga Simple hacia la Frontera de Pareto consolidada, que representa una mejor Frontera, puesto que toma las soluciones no dominadas entre las dos Fronteras iniciales.

Figura 16. Porcentaje de desviación frente a la Frontera consolidada.



A diferencia de la métrica del porcentaje de puntos en la Frontera de Pareto, en donde mientras mayor sea, es mucho mejor; en la métrica de Desviación, entre más bajo sea el valor, este es mejor. En la *Figura 16*, se identifica que, en todos los escenarios de las dos estrategias, tanto Mixta como Simple, el porcentaje de desviación es inferior al 5%. En este caso hay cuatro escenarios en los que la carga Mixta es mejor y cinco en los que es mejor carga Simple.

Con el objetivo de desarrollar un análisis unificado con las dos métricas de comparación propuestas, en la *Tabla 41* se presenta la consolidación de los resultados de la Frontera en las dos métricas por cada escenario, que toman 3 valores posibles: cero (0), cuando la

Frontera de Pareto obtenida mediante la estrategia de carga Mixta no fue mejor que la Frontera de Pareto de carga Simple en ninguna de las dos medidas de desempeño; uno (1), cuando la Frontera de Pareto de carga Mixta es mejor que la Frontera de Pareto de carga Simple en el porcentaje de soluciones que aportan a la Frontera de Pareto consolidada, y dos (2), cuando la Frontera de Pareto de carga Mixta es mejor que la Frontera de Pareto de carga Simple en las dos métricas de desempeño.

Tabla 41. Resultados de indicadores consolidados para todos los objetivos

Fuente: Autor

	BAJO	MEDIO	ALTO
BAJO	1	2	2
MEDIO	1	1	0
ALTO	2	2	0

Según la *Tabla 41*, en los escenarios en los que la Frontera de Pareto de carga Mixta gana en la métrica de convergencia con la Frontera de Pareto consolidada, también gana en la métrica de porcentaje de soluciones en la Frontera. Los escenarios donde gana la carga Mixta, en ambos indicadores, son cuatro; en los que pierde, son dos, y hay tres en los que solo gana en la métrica de porcentaje de soluciones en la Frontera.

Los resultados de los escenarios donde los tiempos dependientes entre escuelas son bajos y los tiempos dependientes entre paradas son medios y altos, guardan concordancia en términos generales con lo expuesto por (Ellegood et al., 2015), en el sentido de establecer que la carga Mixta es mejor que la Simple cuando las escuelas están cercanas, trabajando con la distancia como medida de desempeño, esto debido a que se tienen beneficios de consolidación en la entrega.

No obstante, en la presente investigación, esto se extiende a un contexto de sostenibilidad y tiempos dependientes. Adicionalmente, se identifica que, incluso cuando los tiempos dependientes entre escuelas son altos, la carga Mixta es mejor si se tienen tiempos dependientes entre paradas bajos, lo cual se explica en este caso, que los beneficios de la consolidación se obtienen en la recogida y no en la entrega.

Sin embargo, llama mucho la atención el escenario con tiempos dependientes entre escuela bajos y tiempos dependientes entre paradas bajos; que, aunque la Frontera de Pareto de carga Mixta aporta el 80% de las soluciones de la Frontera de Pareto consolidada, en el indicador de convergencia, pierde la Frontera de Pareto de carga Mixta. Por tanto, es importante añadir que en dichos escenarios ambas desviaciones son cercanas al 3%, en ambos casos están por encima del promedio de las desviaciones de los otros escenarios.

Por otro lado, es de resaltar que la carga Mixta pierda en convergencia en el primer escenario, sabiendo que el 80% de los puntos de la Frontera de Pareto consolidada, son de Mixta; esto se puede explicar revisando la *Tabla 40*, donde se identifica que el 99% de los puntos de la Frontera de Pareto de carga Mixta pasan a la Frontera consolidada, y el 41% de las soluciones de la Frontera de Pareto de carga Simple, pasan a la Frontera consolidada (197 soluciones).

Tal como se define la métrica de convergencia, a cada punto de la Frontera consolidada se le determina el punto más cercano a la respectiva Frontera que se está midiendo: dado que el 41% de los puntos de la Frontera de carga Simple que pasaron a la consolidada son no dominados por el 91% de los puntos de la Frontera de carga Mixta que pasaron, que la Frontera de Pareto de carga Mixta pierda en convergencia en estas condiciones, indica que la distancia de todos los puntos de la Frontera de Pareto de carga Mixta a ese 41% de la Simple (que representan el 20% de la Frontera consolidada) es muy alto, es decir, con la estrategia de carga Simple se lograron un 20% de soluciones no dominadas en la Frontera consolidada muy distantes de las de carga Mixta.

En términos concretos el comportamiento en el escenario uno, donde los tiempos dependientes entre escuelas son bajos y los tiempos entre paradas también son bajos, indica que la Mixta aporta el mayor porcentaje de soluciones no dominadas, sin embargo, la Simple aporta un porcentaje más bajo pero muy distantes de las de carga Mixta. Lo anterior sugiere la necesidad de revisar con más detalle los resultados para dicho cuadrante. En el siguiente apartado se desarrolla un análisis más fino de los resultados, puesto que se hace revisión mediante subFronteras producidas por ternas de objetivos, lo cual ayuda a aclarar en qué objetivos los resultados son mejores para la estrategia de carga Mixta.

3.3.2. Análisis consolidado: Variación de los objetivos.

3.3.2.1. Descripción metodológica del análisis de la variación de los objetivos.

En (Sarkis, Helms & Hervani, 2010) se vinculan diversos indicadores de sostenibilidad con algunas prácticas logísticas, y se presenta un conjunto de enfoques ofrecidos para evaluar la sostenibilidad, dentro de ellos, la TBL o Triple Línea Base, en el que hay un interés simultáneo en las dimensiones de lo económico, lo social y lo ambiental. En el desarrollo de esta investigación, siguiendo el enfoque de TBL, se emplea optimización multiobjetivo para determinar la Frontera de Pareto, trabajando con nueve objetivos, de los cuales uno es económico, uno es ambiental y los otros siete son sociales. En tal sentido, con el propósito de analizar con qué objetivos sociales se tiene mejor desempeño en la carga Mixta frente a la carga Simple en sostenibilidad, se definieron siete ternas de objetivos, que tienen en común el objetivo económico y el ambiental e involucran cada uno de los objetivos sociales.

Por cada escenario de tiempos dependientes y por cada una de las siete ternas de objetivos, se encontraron las Fronteras de Pareto de carga Mixta, de carga Simple y la Frontera de Pareto combinada. Además, se estableció en qué terna y en qué escenarios se obtienen mejores desempeños de la carga Mixta basándose en las dos métricas de comparación presentadas con anterioridad.

3.3.2.2. Desarrollo del análisis de la variación de los objetivos.

Con ayuda de un Software (Matlab) se generan los gráficos de barra para ambas métricas, en los nueve cuadrantes, que van ligados a nueve escenarios de análisis cuyos tiempos entre escuelas y tiempos entre paradas cambian en tres niveles: bajo, medio y alto.

- Para las gráficas de *Porcentaje de soluciones en la Frontera*: La barra azul oscuro corresponde al número de soluciones de la Frontera consolidada que pertenecen al ruteo por cargue **Simple**, medido en valor porcentual. La barra azul celeste corresponde al número de soluciones de la Frontera consolidada que pertenecen al ruteo por cargue **mixto**, medido en valor porcentual.
- Para las gráficas de *desviación porcentual*: La barra azul oscuro corresponde a la distancia promedio porcentual que existe entre cada solución de la Frontera óptima y la solución más cercana de la Frontera de cargue **Simple**. La barra azul celeste corresponde a la distancia promedio porcentual que existe entre cada solución de la Frontera óptima y la solución más cercana de la Frontera de cargue **mixto**.

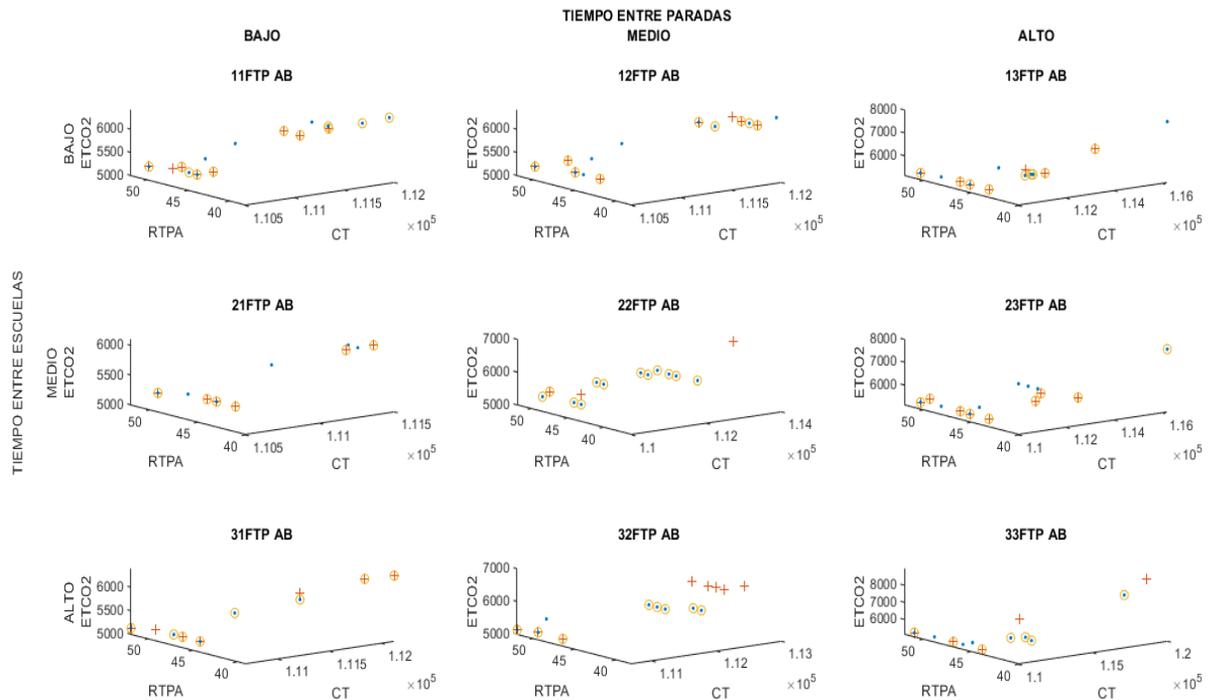
Las siete posibles ternas de objetivos analizados están dadas por un objetivo de carácter ambiental (ETCO₂), otro de carácter económico (CT) y combinaciones de los 7 de carácter social (RTPA, RTRA, RMPA, RMRA, RTR, RMR, TSM). A continuación, se presenta el análisis de una de las combinaciones. En este caso es el Costo total (CT) el riesgo total percibido en la asignación (RTPA) y las emisiones totales de CO₂.

3.3.2.2.1. Análisis para la terna CT-RTPA-ETCO₂

A continuación, se muestra en la *Figura 17* las tres Fronteras de Pareto para cada escenario, antes mencionadas y para la combinación de objetivos que incluye el *Riesgo Total Percibido en la Asignación*, relacionando con los otros ejes correspondientes al objetivo ambiental y al económico.

Figura 17. Fronteras de Pareto en los nueve cuadrantes para la terna de objetivos CT-RTPA-ETCO2

Fuente: Autor



Los nueve escenarios se han graficado en cuadrantes de tres por tres; en el eje y, se presentan de arriba a hacia abajo, los tiempos dependientes entre escuelas bajo, medio y alto respectivamente, y en el eje x, los escenarios de tiempos dependientes entre paradas bajo, medio y alto, presentados de izquierda a derecha. Por ejemplo, el cuadrante (3,2) en una vista matricial, representa las Fronteras de Pareto para el escenario con tiempos dependientes entre escuelas altos y tiempos entre paradas medios, para los objetivos ambiental, económico y social (Riesgo total percibido en la asignación)

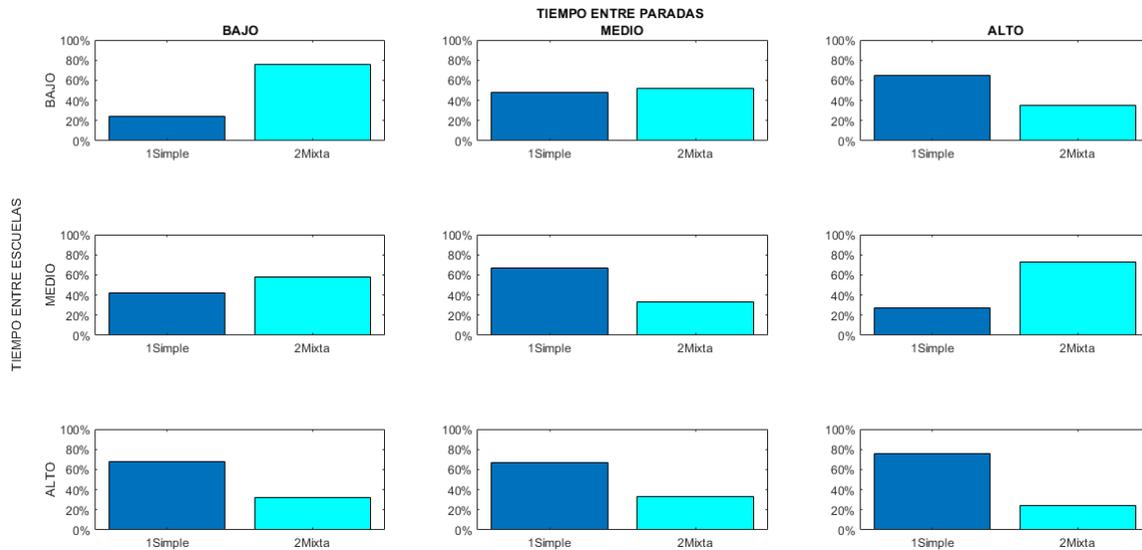
Estos gráficos contienen tres marcas de serie, que corresponden a las tres Fronteras. Las soluciones de la Frontera de Pareto de carga Simple tienen una marca de serie que es el punto “.”; las soluciones de la Frontera de Pareto de carga Mixta, con una marca de serie que es el símbolo de suma “+”; finalmente, las soluciones de la Frontera consolidada, se representan con una marca de serie que es el círculo “O”.

De esta manera, cuando una solución contenga los 3 símbolos quiere decir que es perteneciente a las tres Fronteras de Pareto; si le hace falta el símbolo “O”, se refiere a que la solución se encuentra en la Frontera de Pareto de ambas cargas y así, siguiendo esta lógica.

Ahora bien, en la *Figura 18* se muestran los resultados para la métrica de comparación de *Porcentaje de soluciones en la Frontera de Pareto consolidada*, en esta combinación de objetivos que incluye el *Riesgo Total Percibido en la Asignación*, y se realiza para los 9 escenarios.

Figura 18. Porcentaje de soluciones en Frontera consolidada CT-RTPA-ETCO2

Fuente: Autor



En la *Figura 18* se identifica que en el escenario 1, o cuadrante (1,1) donde los tiempos dependientes entre escuela son bajos y los tiempos entre paradas son bajos, la Frontera de Pareto de carga Mixta aporta el 80% de las soluciones de la Frontera de Pareto consolidada para la terna de objetivos que considera el riesgo total percibido en la asignación, comportamiento que es muy consistente con los resultados para las Fronteras de Pareto obtenidas cuando se consideran todos los objetivos. En el escenario nueve o cuadrante (3,3), el comportamiento para la terna también es similar al que se presenta en todos los objetivos, en este caso, con tiempos dependientes altos entre escuelas y entre paradas, la carga Simple aporta más soluciones a la Frontera de Pareto final.

La *Tabla 42* representa una síntesis de la *Figura 18*, donde se da valor de uno (1) a los cuadrantes o escenarios donde el valor porcentual de carga Mixta es mayor que el valor de carga Simple, y un valor de cero (0) en el caso contrario. Se evidencia que, la Frontera de Pareto de carga Mixta aporta un mayor número de soluciones a la Frontera de Pareto consolidada, en 4 de los 9 escenarios posibles. Teniendo una gran participación en este valor en los escenarios en los que los tiempos dependientes entre escuelas son bajos.

Tabla 42. Resumen del porcentaje de soluciones para la terna CT-RTPA-ETCO2

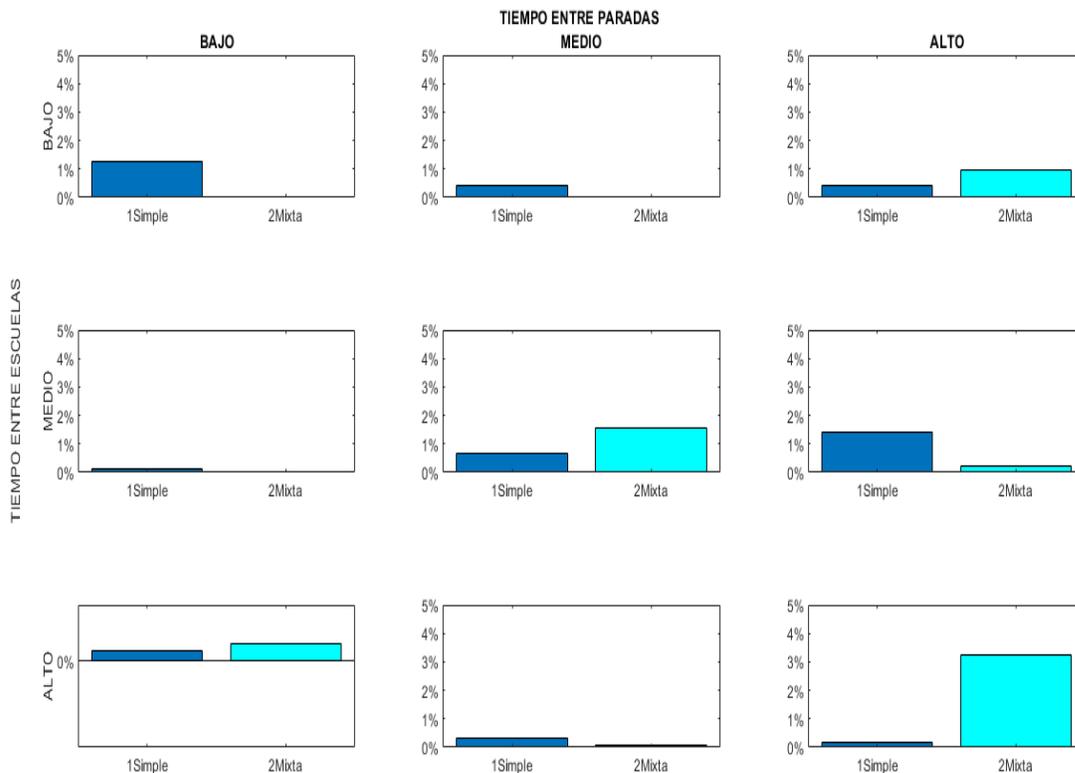
Fuente: Autor

%	BAJO	MEDIO	ALTO
BAJO	1	1	0
MEDIO	1	0	1
ALTO	0	00	0

En la *Figura 19* se presentan los resultados por escenario, el porcentaje promedio de desviación hacia la Frontera consolidada de cada una de las Fronteras de Pareto de carga Mixta y de Simple, para la terna que incluye el *Riesgo Total Percibido en la Asignación*.

Figura 19. Porcentaje de desviación para la terna CT-RTPA-ETCO2

Fuente: Autor



En la *Tabla 43* se hace la síntesis a lo presentado en la gráfica de DPPFPC, dándole el valor de uno (1) a los cuadrantes donde el valor porcentual del ruteo de carga Mixta es menor que el valor de ruteo de carga Simple. Al tratarse de una distancia, el menor valor indica estar más cerca de la Frontera de Pareto consolidada. En la *Tabla 43* se puede evidenciar que la Frontera de Pareto de carga Mixta presenta una menor desviación porcentual promedio, en

5 cuadrantes de los 9, este resultado se diferencia a los de la *Tabla 42*, solo en el escenario, donde los tiempos dependientes entre escuelas son altos y los tiempos entre paradas son medio, en este caso esta métrica, a diferencia de la métrica de porcentaje de soluciones en la Frontera consolidada, la Frontera de Pareto de carga Mixta, es mejor que la de carga Simple.

Tabla 43. Resumen del porcentaje de soluciones para la terna CT-RTPA-ETCO2

Fuente: Autor

DPPFPC	BAJO	MEDIO	ALTO
BAJO	1	1	
MEDIO	1		1
ALTO		1	

Con el objetivo de consolidar el análisis de las métricas de comparación, para cada uno de los escenarios para la terna que incluye el RTPA, se realiza la *Tabla 44* que integra ambas métricas en cada uno de los escenarios; en donde el número “2” significa que la Frontera de Pareto de carga Mixta presentó mejores resultados en ambas métricas en comparación con la Frontera de Pareto de carga Simple; el número “1” significa que la Frontera de Pareto de carga Mixta presentó mejor desempeño en la métrica de desviación en comparación a la Frontera de carga Simple; y el número “0” indica que la Frontera de carga Mixta presentó un menor desempeño en ambas métricas en comparación con la Frontera de Pareto de carga Simple.

Tabla 44. Consolidado de métricas de comparación para la terna CT-RTPA-ETCO2

Fuente: Autor

	BAJO	MEDIO	ALTO
BAJO	2	2	0
MEDIO	2	0	2
ALTO	0	1	0

En la *Tabla 44* se puede identificar que en los escenarios BAJO/BAJO, BAJO/MEDIO, MEDIO/BAJO y MEDIO/ALTO se presentan coincidencia en las métricas de *Porcentaje de soluciones* y de desviación de la Frontera, es decir, hay 4 cuadrantes de 9 en los que la Frontera de Pareto de carga Mixta es mejor en ambas métricas que la Frontera de cargue Simple y hay otras cuatro en los que la Frontera de Simple es mejor en ambos. En el escenario de altos tiempos dependientes entre escuelas y medios tiempos dependientes entre paradas, la Frontera de Pareto de carga Mixta es mejor, que la de Simple en el indicador de desviación de la Frontera, pero es peor en el indicador de porcentaje de soluciones.

Para cada una de las siete ternas de objetivos, se identifica en qué escenarios es mejor la Frontera de Pareto de carga Mixta en comparación a la Frontera de Pareto de carga Simple. En tal sentido, a continuación, se presenta un consolidado por escenario, en este se identifica el número de ternas de objetivos en los que la Frontera de Pareto de carga Mixta es mejor que la Frontera de Pareto de carga Simple.

3.3.2.3. Resultados consolidados de escenarios

En la *Tabla 45* se presenta el número de ternas de objetivos en los que la Frontera de Pareto de carga Mixta fue mejor que la de carga Simple en la métrica que mide el porcentaje de participación en la Frontera consolidada.

Tabla 45. Resumen del porcentaje de soluciones para todos los objetivos

Fuente: Autor

%	BAJO	MEDIO	ALTO
BAJO	3	5	1
MEDIO	3	0	4
ALTO	2	4	2

En la *Tabla 45* se identifica que el escenario correspondiente a BAJO/MEDIO, donde el tiempo dependiente entre escuelas es bajo y el tiempo dependiente entre paradas es medio, es el escenario en el que hay el mayor número de ternas de objetivos, en los que la carga Mixta es mejor que la carga Simple en la métrica de porcentaje de soluciones en la Frontera consolidada. El escenario con peor desempeño en número de ternas de objetivos para las Fronteras de carga Mixta es el escenario BAJO/ALTO, en el que solo en una terna, la Frontera de Pareto de cargue mixto es mejor a la carga Simple en comparación al porcentaje de soluciones en la Frontera consolidada.

A continuación, en la *Tabla 46* se presenta la información que expresa el número de ternas de objetivos en los que la Frontera de Pareto de carga Mixta fue mejor que la de carga Simple en la métrica que mide el porcentaje promedio de la desviación hacia la Frontera consolidada.

Tabla 46. Resumen de la desviación para todos los objetivos

Fuente: Autor

DPPFPC	BAJO	MEDIO	ALTO
BAJO	5	6	2
MEDIO	3	0	5
ALTO	4	5	2

En el cuadrante correspondiente a un escenario BAJO/MEDIO se evidencia que, en seis de las siete ternas, las Frontera de Pareto de carga Mixta presentan mejores resultados en la métrica del porcentaje de desviación de la Frontera consolidada. En general, en cinco de los nueve cuadrantes la carga Mixta supera en número de ternas en las que es mejor que la carga Simple. En el escenario MEDIO /MEDIO la carga Mixta pierde en todas las ternas en comparación con la carga Simple.

Al consolidar los datos anteriores, se obtienen los siguientes resultados de la *Tabla 47*, que muestran el número de veces que coincide en que las Frontera de Pareto de carga Mixta es mejor que la Frontera de Pareto de carga Simple, en las dos métricas de comparación.

Tabla 47. Resumen del consolidado de las métricas para todos los objetivos

Fuente: Autor

	BAJO	MEDIO	ALTO
BAJO	3	5	1
MEDIO	3	0	4
ALTO	2	4	2

En la *Tabla 47* se muestra que en el escenario BAJO/MEDIO, la Frontera de Pareto de carga Mixta presentan 5 ternas de objetivos en las que presentan mejores resultados que la Frontera de Pareto de carga Simple en ambos objetivos de comparación. Los escenarios ALTO/MEDIO y MEDIO/ ALTO, son simétricos con un total de 4 ternas a favor de la carga Mixta. Por otro lado, en el escenario MEDIO/MEDIO, la Frontera de Pareto de carga Mixta en ninguna terna, es mejor ante la carga Simple.

3.3.2.4. Análisis de relevancia de objetivos entre cuadrantes

A continuación, se presenta un análisis consolidado de cada objetivo a lo largo de los nueve escenarios, con el propósito de identificar en qué objetivo las Fronteras de Pareto de carga Mixta son mejores que las Fronteras de Pareto de carga Simple en las dos métricas de comparación.

En la *Tabla 48* se presenta para cada objetivo, en cuántos cuadrantes para cada métrica la Frontera de Pareto de carga Mixta presenta mejores resultados que la Frontera de Pareto de carga Simple. La terna de objetivos que incluye el *Riesgo Máximo de Ruta (RMR)*, es aquella en la que las Fronteras de Pareto de carga Mixta presentan mejores resultados, para el caso del porcentaje de soluciones en la Frontera la carga Mixta es mejor en 6 cuadrantes de los 9. Para el caso del promedio de la desviación porcentual de la Frontera de Pareto consolidada, la carga Mixta es mejor en 7 escenarios de los 9.

Tabla 48. Resumen por objetivo de todos los escenarios

Fuente: Autor

	RTPA	RTRA	RMPA	RMRA	RTR	RMR	TSM
%	4	2	5	4	0	6	3
DPPFPC	5	4	5	4	4	7	3
AMBOS	4	2	5	4	0	6	3

En la terna que tiene el objetivo RTR, las Fronteras de Pareto de carga Mixta tienen el peor indicador en la métrica del porcentaje de soluciones en la Frontera de Pareto, en este caso en ninguno de los 9 escenarios la carga Mixta es mejor que la carga Simple. En términos generales, se identifica que las ternas en las que mejor desempeño tiene la carga Mixta son las ternas que incluyen el RMR y el RMPA.

3.4. Comparación ILS Vs Épsilon Restricciones.

Dado que la técnica Épsilon restricciones construye la Frontera de Pareto a partir de imponer sistemáticamente restricciones en un modelo matemático, el proceso de obtención de la Frontera se ve limitado por la complejidad del modelo, en esta investigación el modelo que se resuelve es de programación lineal entera mixta, que para instancias pequeñas arroja resultados óptimos en tiempos considerables, en este caso para una instancia con 73 niños, su tiempo de ejecución está entre 1 minuto y 30 minutos según sea el objetivo y es incremental a medida que las restricciones se hacen más fuertes. Sin embargo, cuando se resuelvan modelos de mayor tamaño el tiempo de respuesta es inmanejable ya que dicho modelo se debe resolver un gran número de veces para obtener las Fronteras de Pareto.

Tal como se explicó en el apartado anterior la instancia de 73 niños fue corrida para cada uno de los 9 escenarios y para cada estrategia (Mixta y Simple) 1458 veces, lo cual representa 243 veces por cada uno de los 6 objetivos. Con esto el tiempo de cómputo comprometido para obtener una sola Frontera supera las 24 horas, este consumo de tiempo condiciona dos elementos, por un lado, el tamaño de la instancia y, por otro lado, el tamaño de puntos que se emplean para obtener la Frontera de Pareto.

Para mitigar estas dos limitaciones se implementó el algoritmo ILS que se expone en el apartado 2.5, en tal sentido a continuación se presenta una comparación de los resultados obtenidos por el algoritmo ILS y el de Épsilon restricciones al resolver la instancia de 73 niños

en el escenario donde tanto los tiempos dependientes entre escuelas y los tiempos dependientes entre paradas son medios.

3.4.1. Descripción metodología de la comparación.

La comparación entre las dos Fronteras resultante se realizará manejando la misma lógica que se ha desarrollado para comparar las Fronteras con la estrategia de carga Mixta y Simple, a continuación, se hace una breve descripción.

3.4.1.1. Obtención de la Frontera de Pareto consolidada para Épsilon restricciones

- Se obtiene con Épsilon restricciones las Fronteras de Pareto para carga Mixta
- Se obtiene con Épsilon restricciones las Fronteras de Pareto para carga Simple
- Se consolidan las dos Fronteras de Pareto Mixta y Simple
- Se obtiene la Frontera del consolidado anterior y se denomina la Frontera de Pareto consolidada obtenida mediante Épsilon restricciones

3.4.1.2. Obtención de la Frontera de Pareto consolidada para ILS

- Se obtiene con ILS las Fronteras de Pareto para carga Mixta
- Se obtiene con ILS las Fronteras de Pareto para carga Simple para cada escuela
- Se consolidan las Fronteras de Pareto de carga Simple, mediante producto cartesiano de las escuelas
- Se obtiene Frontera de Pareto consolidada de carga Simple
- Se consolidan las Fronteras de Pareto de carga Simple y de carga Mixta
- Se obtiene la Frontera de Pareto del consolidado anterior y se denomina la Frontera de Pareto consolidada obtenida mediante ILS

3.4.1.3. Obtención de la Frontera de Pareto consolidada Final

- Se consolida la Frontera de Pareto obtenida con Épsilon restricciones y la Frontera de Pareto obtenida con ILS.
- Del consolidado anterior se saca la Frontera de Pareto consolidada final

3.4.1.4. Comparación de Fronteras de Pareto

- Se hace la comparación con la métrica del porcentaje de puntos en la Frontera, para cada algoritmo, frente a la Frontera de Pareto consolidada
- Se hace la comparación con la métrica porcentaje de desviación hacia la Frontera de Pareto consolidada.

3.4.2. Resultados de la comparación.

La obtención de las Fronteras de carga Mixta, de carga Simple y la Frontera consolidada mediante del algoritmo de Épsilon restricciones ya se había realizado para esta instancia, en el análisis del apartado anterior. La Frontera de carga Mixta presentó sin repeticiones, 5 soluciones, la carga Simple 19 soluciones, el cual da un consolidado de 24 soluciones, sobre las cuales se obtuvo la Frontera de Pareto consolidada para el algoritmo de Épsilon restricciones, de las cuales las 24 fueron no dominadas quedando en la Frontera.

La Frontera de Pareto Mixta obtenida con ILS, presento 25 puntos sin contar repeticiones. La Frontera de Pareto Simple obtenida con ILS para la escuela 0, arrojo 46 soluciones, y la de la escuela 1 arrojo 53 soluciones, cada solución de cada Frontera de cada escuela se cruzó con la otra escuela en un producto cartesiano, obteniéndose 2438 soluciones para el problema de carga Simple, a cada una de estas soluciones se le calcularon las medidas de desempeño y se sacó a partir de ellas una Frontera de Pareto consolidada para carga Simple, que sin contar repeticiones arrojo 252 soluciones. Las dos Fronteras de carga Mixta y la de carga Simple se consolidaron en un conjunto de 277 soluciones (25 de Mixta y 252 de Simple), con este conjunto se determinó la Frontera de Pareto consolidada para el ILS, la cual arrojo total de 256 soluciones.

La Frontera de Pareto consolidada obtenida con el ILS y la Frontera de Pareto consolidada obtenida con el algoritmo de Épsilon restricciones se unieron y a partir de ello se determinó una Frontera de Pareto final, la cual presento 277 soluciones. De las cuales el 8.6% de las soluciones fueron aportadas por la Frontera de Pareto consolidada obtenida mediante el algoritmo de Épsilon restricciones y el 91.4% fueron aportadas por la Frontera de Pareto obtenida mediante el ILS.

Para determinar la métrica de distancia promedio a la Frontera consolidada, se asume que la Frontera final es la mejor Frontera y se establece la distancia promedio porcentual que tienen las Fronteras consolidadas generadas por cada uno de los algoritmos con la Frontera final consolidada. Los resultados fueron 3.2 % para el algoritmo de Épsilon restricciones y 2.6% para el algoritmo ILS.

Con los resultados obtenidos se evidencia que la Frontera de Pareto obtenida a partir del ILS aporta un mayor número de soluciones a la Frontera consolidada y tiene distancia promedio

porcentual menor a dicha Frontera, que la que tiene Épsilon restricciones, lo anterior se puede explicar en la medida en que el algoritmo de Épsilon restricciones toma como base para generar su Frontera de Pareto tan solo tres pasos por cada objetivo, lo cual arroja unas 1458 soluciones, si el paso se incrementa a 4 el número de soluciones serian 6144 que potencialmente arrojarían más puntos en la Frontera de Pareto consolidada final pero con tiempo computacional 6 veces más alto. En cambio, con el algoritmo ILS se generaron de base más de 2000 soluciones tiempos de corrida inferior a dos horas, esta ventaja permite poner muchas más soluciones distribuidas a lo largo de a la Frontera, sin embargo, se debe reconocer que el algoritmo de Épsilon restricciones genera las soluciones extremas de la Frontera y a pesar de que aporta tan pocos puntos su distancia porcentual a la Frontera de Pareto final consolidada es de solo el 3.2%, tan solo con 8.6 % de las soluciones vs la distancia porcentual 2.6% del ILS con el 91.4 % de las soluciones.

4. Conclusiones

Se puede decir que aspectos como la sostenibilidad emergen como una tendencia en los artículos del SBRP, donde los datos que tienen relación con la salud, el contexto socioeconómico y el desarrollo social tienen relevancia como problemas presentes dentro del SBRP. La aproximación realizada a los nuevos elementos considerados por los investigadores, así como en las tendencias en la elaboración de soluciones al SBRP, se presentan como un punto de partida enriquecedor para otros investigadores interesados en optimizar las soluciones al SBRP presentes en los nuevos entornos.

La sostenibilidad entendida desde un enfoque social, económico y ambiental no había sido considerada en el problema de ruteo de buses escolares –SBRP. En esta propuesta se aborda el diseño de rutas tiempo dependientes en transporte escolar urbano, mediante estrategias de cargue mixto o basado en el hogar y se encontró que cuando se consideran recogidas de niños entre escuelas, la estrategia de cargue mixto permite obtener un mejor desempeño desde la perspectiva de sostenibilidad en comparación con la carga Simple.

En el enfoque de sostenibilidad en el transporte, la seguridad en la ruta ha sido tratada por diversos autores, en esta investigación se incluye como un factor de percepción del riesgo que pueden tener los padres de los niños que serán transportados en las rutas escolares cuando se asignan a las paradas, considerando este riesgo como uno de los objetivos a minimizar en la función multiobjetivo desde el aspecto social. La consideración de este riesgo plantea la posibilidad de que los niños sean asignados a paradas más lejanas pero que sus padres perciben más seguras.

Los modelos multiobjetivo para el ruteo de buses escolares generalmente incluían dos objetivos, en esta investigación se logró diseñar un modelo matemático para el diseño de rutas tiempo dependientes bajo el enfoque de sostenibilidad que considera seis objetivos: por lo social, la minimización del riesgo máximo percibido en la asignación (RMPA), el riesgo máximo real en la asignación (RMRA) y el riesgo máximo de la ruta (RMR); por lo ambiental, la minimización de las emisiones de CO₂ (ETCO₂); y por lo económico, la minimización del costo total (CT) y tiempo de salida del vehículo del parqueadero.

El método Épsilon restricciones permitió encontrar soluciones en el modelo multiobjetivo propuesto, con relación a la generación de rutas de buses escolares factibles pertenecientes al conjunto óptimo de Pareto, convirtiendo el problema en mono-objetivo y optimizando una de las medidas de desempeño mientras las otras se establecieron como restricciones.

A partir de un proceso iterativo de selección de medidas de desempeño basado en el análisis de correlaciones se logró reducir de seis a tres medidas de desempeño, ya que estas explicaban de cierta forma las otras funciones de desempeño sin perder generalidad en este proceso de reducción.

Con los resultados obtenidos se identifican cuatro clústeres, en estos se pudo ver que las soluciones de carga Mixta se encuentran principalmente en dos clústeres 3 y 4, donde

básicamente existe un trade off entre costos altos y riesgos bajos o viceversa. La mayoría de soluciones concentradas en clústeres 1 y 2 pertenecen a configuraciones de carga Simple, donde el trade off entre los riesgos reales y el tiempo total en ruta.

Al hacer un análisis de amplitud de las Fronteras de Pareto producidas con las estrategias de carga Mixta y carga Simple, se identificó que la amplitud de la Frontera de Pareto con carga Mixta, superaba en un 50% la de carga Simple.

Con el análisis propuesto se logró identificar que en los escenarios donde los tiempos dependientes promedio entre las paradas son bajos, la estrategia de carga Mixta presenta un mayor número de soluciones dominantes en la Frontera de Pareto consolidada, y a medida que aumenta los tiempos dependientes promedio entre las escuelas, aumenta el número de soluciones de carga Mixta en la Frontera de Pareto. En el caso de tiempos dependientes promedio entre escuelas altos y tiempos promedio dependientes entre paradas alto, la Frontera de Pareto final está constituida por un 92% de soluciones pertenecientes a la carga Mixta y un 8% pertenecientes a la carga Simple.

Cuando se consideran todos los objetivos se identificó en el análisis de la variación de los tiempos dependientes, que la Frontera de Pareto de carga Mixta presenta mejores resultados en las dos métricas empleadas en cuatro de los nueve cuadrantes, en tres de los nueve cuadrantes solo es mejor en las métricas de porcentaje de soluciones de la Frontera y en dos escenarios pierde con respecto a la carga Simple.

Cuando se considera la terna que incluye el RTPA, la carga Mixta presenta mejores resultados que la carga Simple en las dos métricas en los escenarios, BAJO/BAJO, BAJO/MEDIO, MEDIO/BAJO y MEDIO/ALTO, se identifica que hay una gran preferencia en los escenarios con tiempos dependientes bajos. En los escenarios con tiempos dependientes altos entre escuelas, la carga Mixta presenta peores resultados que la carga Simple.

En el análisis consolidado por objetivos se identifica que la carga Mixta presenta mejores resultados en las dos métricas en el escenario con tiempos dependientes bajos entre escuelas y tiempos dependientes altos entre paradas, y en el escenario que presenta peor desempeño es el escenario Medio/Medio, en el que la carga Mixta es mejor en todas las ternas de objetivos.

Al analizar los resultados por objetivo por cada uno de los escenarios, se puede concluir que en la terna que incluye el RMR la carga Mixta presenta los mejores resultados con respecto a la carga Simple en el mayor número de escenarios, en este caso un total de seis de los nueve escenarios para ambas métricas.

Los resultados del algoritmo de Épsilon restricciones son comparados, con los resultados del algoritmo ILS, para la instancia de 73 niños en el escenario donde los tiempos dependientes son medio tanto para los tiempos entre paradas, como los tiempos entre escuelas. En este proceso se identificó que el algoritmo de ILS aporta un mayor número de soluciones en la Frontera de Pareto final consolidada que el algoritmo de Épsilon restricciones, sin embargo a pesar de que la Frontera de Pareto obtenida mediante Épsilon restricciones tan solo aporta

el 8.6% de las soluciones, su distancia promedio porcentual a la Frontera final es de tan solo el 3.2%, lo cual sugiere que las pocas soluciones que tiene se distribuyen muy bien a lo largo de la frontera consolidada.

En el marco del ruteo de buses escolares urbanos, es necesario introducir nuevas estrategias que permitan lograr mejores desempeños en la carga mixta, por ello se propone como investigación futura el análisis frente a la consideración de procesos de ruteo de buses con trasbordos de rutas, lo cual implica definir una estrategia en la que se configure una red con nodos de trasbordo, que permitan obtener beneficios en la consolidación y compactación de las rutas.

Otra investigación futura es la consideración de los tiempos dependientes estocásticos en el problema de ruteo de buses escolares con enfoque de sostenibilidad, en el que se determinen la frontera de apretó más robusta antes las variaciones de los tiempos dependientes.

Como investigación futura final se propone, la realización de análisis acerca de los impactos que tienen las variaciones de los tiempos dependientes en los arcos que conectan los nodos y las escuelas, en la conveniencia de uso de la carga mixta como estrategia en zonas urbanas. Este aspecto se considera relevante ya que muchas veces estos arcos son los que tienen las variaciones más fuertes entre un intervalo de tiempo y otro, ya que muchas veces son en autopistas que manejan mucho tráfico.

Los resultados de los escenarios donde los tiempos dependientes entre escuelas son bajos y los tiempos dependientes entre paradas son medios y altos, guardan concordancia en términos generales con lo expuesto por (Ellegood et al., 2015), en el sentido de establecer que la carga Mixta es mejor que la Simple cuando las escuelas están cercanas, trabajando con la distancia como medida de desempeño, esto debido a que se tienen beneficios de consolidación en la entrega.

No obstante, en la presente investigación, esto se extiende a un contexto de sostenibilidad y tiempos dependientes. Adicionalmente, se identifica que, incluso cuando los tiempos dependientes entre escuelas son altos, la carga Mixta es mejor si se tienen tiempos dependientes entre paradas bajos, lo cual se explica en este caso, que los beneficios de la consolidación se obtienen en la recogida y no en la entrega.

Como investigaciones futuras se propone involucrar en el contexto de ruteo tiempo dependiente el problema de la sincronización de campanas, de tal modo que se establezcan los mejores horarios de entrada a las escuelas que optimicen el tiempo de permanencia de los niños en el sistema. También es importante considerar diferentes funciones para la modelación de los tiempos dependientes e incluso el comportamiento estocástico de esta variable.

Otras investigaciones futuras se proponen alrededor del refinamiento de los elementos económicos, de manera específica la consolidación de todos los costos e ingresos en una función como el valor anual equivalente, en la que se consideren aspectos como la tarifa y la diferenciación de esta por zona.

También como investigación futura y buscando ahondar en los elementos ambientales dentro de la sostenibilidad se propone realizar análisis similares a los de esta investigación considerando flotas heterogéneas, que tengan diferentes tipos y consumos de combustible.

Anexos 1: Sub problemas

Autor	PD	SP	GR	AH	PR
(Moodie et al., 2009)	x				
(Fügenschuh, 2009)			x	x	
(Rashidi et al., 2009)			x		
(Ibeas et al., 2009)			x	x	
(Upham & Jakubowicz, 2008)	x				
(Yarlagadda & Srinivasan, 2008)			x		
(Mueller et al., 2008)	x		x		
(Ulfarsson & Shankar, 2008)			x		
(Khader, 2008)		x	x		x
(S. Thangiah et al., 2008)		x	x		
(Chung & Shalaby, 2007)			x	x	
(Bektaş & Elmastaş, 2007)			x		
(Hanley, 2007)			x		
(Sanchez & Ferreira, 2007)			x		
(P Schittekat et al., 2007)		x	x		
(Wilson et al., 2007)			x		
(Patrick Schittekat et al., 2006)		x	x		
(Fügenschuh & Martin, 2006)			x	x	x
(Britt, 2006)	x				
(J Riera & Salazar, 2006)			x		
(Q. Guo, Li & Guo, 2006)			x		
(Iskander, Jaraiedi & Emami, 2006)			x		
(Ripplinger, 2005)			x		
(Spada et al., 2005)			x		x
(Simchi-Levi et al., 2005)	x		x		
(Belcher et al., 2005)		x	x		
(Boarnet et al., 2005)	x				

(Geem, 2005)					x
(Ramage & Howley, 2005)	x				
(Ke et al., 2005)		x	x		x
(Rhoulac, 2005)			x		
(Kingham & Ussher, 2005)			x		
(Lima et al., 2004)			x		
(S R Thangiah et al., 2004)		x	x		
(L. Li & Fu, 2002)			x		
(Corberan et al., 2002)			x		
(Howley et al., 2001)	x				
(Rhoulac et al., 2001)			x		x
(Spasovic et al., 2001)			x		
(Braca et al., 1997)			x		x
(Robert Bowerman et al., 1995)		x	x		
(Sam R. Thangiah & Nygard, 1992)			x		
(R Bowerman, Calamai & Hall, 1991)			x		
(Bookbinder & Edwards, 1990)		x	x	x	x
(Nagurney, 1990)		x	x		
(Atkinson, 1990)			x	x	
(D.-S. Chen et al., 1990)			x		
(D.-S. Chen et al., 1988)			x		x
(Dauler & Nuttle, 1987)			x	x	
(Graham & Hauser, 1987)	x				
(Graham & Nuttle, 1986)			x	x	
(Desrosiers et al., 1986)		x	x	x	
(Spitzer, 1986)			x		
(Russell & Morrel, 1986)			x		
(DeVoe, 1985)			x		
(Swersey & Ballard, 1984)			x	x	x
(Nygard et al., 1982)			x		

(Hargroves & Demetsky, 1981)		x			
(McCoy, 1981)			x		
(Dulac et al., 1980)	x		x		
(Rousseau et al., 1980)				x	
(Bodin & Berman, 1979)	x		x		x
(Gochenour Jr., Dulsney & Fisher, 1979)				x	
(Gavish & Shlifer, 1978)				x	
(Foulds et al., 1977)				x	
(Gleason, 1975a)	x				
(Gleason, 1975b)	x				
(R. M. Newton & Thomas, 1974)	x		x		
(Bennett & Gazis, 1972)				x	
(Salkin & Brening, 1972)				x	
(Angel et al., 1972)	x		x		
(Bernstein & Feldman, 1972)			x		x
(Vaccaro, 1972)				x	
(Kingston, 1970)				x	
(Tracz & Norman, 1970)				x	
(R. M. Newton & Thomas, 1969)	x		x		x x
(R. Newton, 1967)				x	
(Boyer, Ross & Ross, 1967)				x	
(Cunningham, 1966)				x	
(Boyer, 1964)				x	
(Juckett, 1943)				x	

Bibliografía

- Addor, J. A., Amponsah, S. K., Annan, J., & Sebil, C. (2013). School Bus Routing A Case Study of Wood Bridge School Complex, Sekondi-Takoradi, Ghana. *International Journal of Business and Social Research*, 3(12), 26–36. <https://doi.org/10.18533/ijbsr.v3i12.346>
- Afric, P., Kurdija, A., Sikic, L., Silic, M., Delac, G., Vladimir, K., & Srblijic, S. (2018). Artificial Intelligence and Mobile Services – AIMS 2018, 10970, 72–83. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-94361-9>
- Al-khatib, R. M., & Nahar, K. M. O. (2018). SRT-GA: Smart real-time system using a powerful genetic algorithm for school bus routing problem. In I. G. F. A.-M. A. El-Khalili N. Abu-Arqoub M. (Ed.), *Proceedings of 2nd International Conference on the Applications of Information Technology in Developing Renewable Energy Processes and Systems, IT-DREPS 2017* (Vol. 2018-Janua). Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/IT-DREPS.2017.8277816>
- Alinaghian, M, & Naderipour, M. (2016). A novel comprehensive macroscopic model for time-dependent vehicle routing problem with multi-alternative graph to reduce fuel consumption: A case study. *Computers and Industrial Engineering*, 99, 210–222. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.07.029>
- Alinaghian, Mahdi, Zamanlou, K., & Sabbagh, M. S. (2017). A bi-objective mathematical model for two-dimensional loading time-dependent vehicle routing problem A bi-objective mathematical model for two-dimensional loading time-dependent vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 68(11), 1422–1441. <https://doi.org/10.1057/s41274-016-0151-x>
- American Academy of Pediatrics. (2015). School Bus Transportation of Children With Special Health Care Needs, 105(4).
- Amorim, P., & Almada-Lobo, B. (2014). The impact of food perishability issues in the vehicle routing problem. *Computers and Industrial Engineering*, 67(1), 223–233. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2013.11.006>
- Angel, R. D., Caudle, W. L., Noonan, R., & Whinston, A. (1972). Computer-assisted school bus scheduling. *Management Science*, 18(6), 279–288.
- Aquino, R. D. F. (2014). A Hybrid Multi-Objective Iterated Local Search Heuristic for Vehicle Routing Problem with Time Windows, 117–122.
- Aranda, J., & Orjuela, J. (2015). Optimización multiobjetivo en la gestión de cadenas de suministro de biocombustibles TT - Una revisión de la literatura. *Ingeniería*, 20(1), 21–47. Retrieved from http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-750X2015000100004&lang=pt
- Arias, J., Jimenez, J., & Montoya, J. (2012). Solving of school bus routing problem by ant colony optimization. *Revista EIA*, (17), 193–208.
- Atkinson, J. B. (1990). A vehicle-scheduling system for delivering school meals. *Journal of the Operational Research Society*, 41(8), 703–711. <https://doi.org/10.1057/jors.1990.99>
- Atteberry, H., Dowdy, D., Oluyomi, A., Nichols, D., Ory, M. G., & Hoelscher, D. M. (2016). A Contextual Look at Safe Routes to School Implementation in Texas. *ENVIRONMENT AND BEHAVIOR*, 48(1, SI), 192–209. <https://doi.org/10.1177/0013916515612254>

- Bae, K. Y., Kim, Y. D., & Han, J. H. (2015). Finding a risk-constrained shortest path for an unmanned combat vehicle. *Computers and Industrial Engineering*, 80, 245–253. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.12.016>
- Batta, R., He, Q., & Caceres, H. (2017). School Bus Routing with Stochastic Demand and Duration Constraints. *Transportation Science*, 51(May), 1349–1364. <https://doi.org/10.1287/trsc.2016.0721>
- Bektaş, T., & Elmastaş, S. (2007). Solving school bus routing problems through integer programming. *Journal of the Operational Research Society*, 58(12), 1599–1604. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602305>
- Belcher, J., Britt, D., Granade, S., Powell, L., & Schlessinger, P. (2005). *Bus routing algorithms: Application to a rural school district. Appalachian Collaborative Center for Learning, Assessment, and Instruction in Mathematics.*
- Bennett, B., & Gazis, D. (1972). School bus routing by computer. *Transportation Research*, 6(4), 317–325. [https://doi.org/10.1016/0041-1647\(72\)90072-X](https://doi.org/10.1016/0041-1647(72)90072-X)
- Bernal, M., Daza, C., & Rincón, O. (2010). Modelo conceptual para identificar factores relevantes en la seguridad de los niños en los autobuses escolares. *Revista Panamericana de Salud Pública*, 27(6), 423–434. <https://doi.org/10.1590/S1020-49892010000600003>
- Bernstein, A. R., & Feldman, E. D. (1972). School bus routing by computer for metropolitan areas., 221–232. Retrieved from <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-0015439078&partnerID=40&md5=0f0cbaa3e805eaf01c537f80176733c4>
- Bhusiri, N., Qureshi, A. G., & Taniguchi, E. (2014). The trade-off between fixed vehicle costs and time-dependent arrival penalties in a routing problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 62, 1–22. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2013.12.003>
- Boarnet, M. G., Anderson, C. L., Day, K., McMillan, T., & Alfonzo, M. (2005). Evaluation of the California safe routes to school legislation: Urban form changes and childrens active transportation to school. *American Journal Fo Preventative Medicine*, 28(2 S2), 134–140. <https://doi.org/10.1016/j.amepre.2004.10.026>
- Bock, A., Grant, E., Könemann, J., & Sanità, L. (2012). The School Bus Problem on Trees. *Algorithmica*, 67(1), 49–64. <https://doi.org/10.1007/s00453-012-9711-x>
- Bodin, L. D., & Berman, L. (1979). Routing and Sheduling of School Buses by Computer. *Transp Sci*, 13(2), 113–129. <https://doi.org/10.1287/trsc.13.2.113>
- Bögl, M., Doerner, K., & Parragh, S. N. (2015). The School Bus Routing and Scheduling Problem with Transfers. *Networks*, 65(1), 180–203. <https://doi.org/10.1002/net.21589>
- Bookbinder, J. H., & Edwards, S. H. (1990). School-bus routing for program scheduling. *Computers and Operations Research*, 17(1), 79–94. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0305-0548\(90\)90030-B](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0305-0548(90)90030-B)
- Bowerman, R, Calamai, P., & Hall, G. (1991). A solution method for a multi ojective urban school bus routing problem. *Technical Report 188-O-300991.*
- Bowerman, Robert, Hall, B., & Calamai, P. (1995). A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: Formulation and solution method. *Transportation Research Part A: Policy*

- and Practice, 29(2), 107–123. [https://doi.org/10.1016/0965-8564\(94\)E0006-U](https://doi.org/10.1016/0965-8564(94)E0006-U)
- Boyer, R. (1964). The Use of a Computer to Design School Bus Routes. *Cooperative Research Project 1605*. Retrieved from <https://scholar.google.com/scholar?q=The+Use+of+a+Computer+to+Design+School+Bus+Routes>
- Boyer, R., Ross, R., & Ross, T. (1967). The use of a computer to design school bus routes: a status report. *Educational Data Processing*, 4, 143–151. Retrieved from <https://scholar.google.com/scholar?q=The+use+of+a+computer+to+design+school+bus+route+s%3A+a+status+report>
- Braca, J. J., Bramel, J., Posner, B., & Simchi-Levi, D. (1997). A computerized approach to the New York City school bus routing problem. *IIE Transactions*, 29(8), 693–702. <https://doi.org/10.1023/A:1018526202990>
- Brandão, J. (2018). Iterated local search algorithm with ejection chains for the open vehicle routing problem with time windows. *Computers and Industrial Engineering*, 120(April), 146–159. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.04.032>
- Britt, D. (2006). Your school bus routes might be rural... if. *Rural Mathematics Educator*, 3(4).
- Buliung, R. N., Larsen, K., Faulkner, G. E. J., & Stone, M. R. (2013). The “path” not taken: Exploring structural differences in mapped-versus shortest-network-path school travel routes. *American Journal of Public Health*, 103(9), 1589–1596. <https://doi.org/10.2105/AJPH.2012.301172>
- Caceres, H., Batta, R., & He, Q. (2019). Special need students school bus routing: Consideration for mixed load and heterogeneous fleet. *Socio-Economic Planning Sciences*, 65(March 2018), 10–19. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2018.02.008>
- Campbell, J. F., North, J., & Ellegood, W. A. (2015). Modeling mixed load school bus routing. *Series: Lecture Notes in Logistics*, 28. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12856-6_1
- Carvalho, W., Moreira da Cruz, R., Câmara, M. T., & Guilherme de Aragão, J. (2010). Rural school transportation in emerging countries: The Brazilian case. *Research in Transportation Economics*, 29(1), 401–409. <https://doi.org/10.1016/j.retrec.2010.07.051>
- Cattaruzza, D., Absi, N., Feillet, D., & Vigo, D. (2014). An iterated local search for the multi-commodity multi-trip vehicle routing problem with time windows. *Computers and Operations Research*, 51, 257–267. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.06.006>
- Chac Sam, A.-V. (2010). *Gestión dinámica de rutas en la distribución urbana de mercancías*.
- Chalkia, E., Salanova, J., Bekiaris, E., Ayfandopoulou, G., Ferarini, C., & Mitsakis, E. (2014). Routing algorithms for the safe transportation of pupils to school using school buses. *Transport Research Arena 2014, Paris*, (January), 11.
- Chalkia, E., Salanova, J., Bekiaris, E., Ayfandopoulou, G., Ferarini, C., & Mitsakis, E. (2016). Safety Bus Routing for the Transportation of Pupils to School. In G. Yannis & S. Cohen (Eds.), *Traffic Safety* (First Edit, p. 416). ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc.
- Chan, K. Y. K., Yang, S., Maliska, M. E., & Grünbaum, D. (2012). An interdisciplinary guided inquiry on estuarine transport using a computer model in high school classrooms. *The American Biology Teacher*, 74(1), 26–33. <https://doi.org/10.1525/abt.2012.74.1.7>

- Chapleau, L., Ferland, J.-A., & Rousseau, J.-M. (1985). Clustering for routing in densely populated areas. *European Journal of Operational Research*, 20(1), 48–57. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(85\)90283-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(85)90283-8)
- Chen, D.-S., Kallsen, H. A., Chen, H.-C., & Tseng, V.-C. (1990). A bus routing system for rural school districts. *Computers & Industrial Engineering*, 19(1–4), 322–325. [https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0360-8352\(90\)90131-5](https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0360-8352(90)90131-5)
- Chen, D.-S., Kallsen, H. A., & Snider, R. C. (1988). School bus routing and scheduling: An expert system approach. *Computers and Industrial Engineering*, 15(1–4), 179–183. [https://doi.org/10.1016/0360-8352\(88\)90082-4](https://doi.org/10.1016/0360-8352(88)90082-4)
- Chen, H.-K., Hsueh, C.-F., & Chang, M.-S. (2006). The real-time time-dependent vehicle routing problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 42(5), 383–408. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2005.01.003>
- Chen, X. b, Kong, Y. Y. ., Dang, L. . b L., Hou, Y. . b Y., Ye, X. X. ., Xiaopan Chen, Yunfeng Kong , Lanxue Dang, Yane Hou, X. Y., ... Ye, X. X. . (2015). Exact and metaheuristic approaches for a bi-objective school bus scheduling problem. *PLoS ONE*, 10(7), 1–2. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0132600>
- Chen, X., Kong, Y., Dang, L., Hou, Y., & Ye, X. (2015). Exact and metaheuristic approaches for a bi-objective school bus scheduling problem. *PLoS ONE*, 11(4), 1–20. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0132600>
- Chen, Z., & Lu, Y. (2010). Research on vehicle routing problem based on hybrid artificial fish-school and genetic algorithm. In *ICCAISM 2010 - 2010 International Conference on Computer Application and System Modeling, Proceedings* (Vol. 8, pp. V8562–V8565). Shanxi, Taiyuan: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICCAISM.2010.5620788>
- Chriqui, J. F., Taber, D. R., Slater, S. J., Turner, L., McGowan, K., & Chaloupka, F. J. (2012). The impact of state safe routes to school-related laws on active travel to school policies and practices in U.S. elementary schools. *Health & Place*, 18(1), 8–15. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.healthplace.2011.08.006>
- Chung, E.-H., & Shalaby, A. (2007). Expected Time of Arrival Model for School Bus Transit Using Real-Time Global Positioning System-Based Automatic Vehicle Location Data. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 11(4), 157–167. <https://doi.org/10.1080/15472450701649398>
- Çimen, M., & Soysal, M. (2017). Time-dependent green vehicle routing problem with stochastic vehicle speeds: An approximate dynamic programming algorithm. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 54, 82–98. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2017.04.016>
- Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points Author. *Operations Research*, 12(4), 568–581. <https://doi.org/10.1287/opre.12.4.568>
- Corberan, A., Fernandez, E., Laguna, M., Marti, R., Corberán, A., Fernández, E., ... Martí, R. (2002). Heuristic solutions to the problem of routing school buses with multiple objectives. *Journal of the Operational Research Society*, 53(4), 427–435. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601324>
- Cradock, A., Fields, B., Barrett, J., & Melly, S. (2012). Program practices and demographic factors associated with federal funding for the Safe Routes to School program in the United States.

Health and Place, 18(1, SI), 16–23. <https://doi.org/10.1016/j.healthplace.2011.08.015>

- Cunningham, R. (1966). A Computer Program for Use in Scheduling School Bus Routes. *Doctoral Thesis in Education*. Retrieved from <https://trid.trb.org/view/854182>
- Cutumisu, N., Belanger-Gravel, A., Laferte, M., Lagarde, F., Lemay, J.-F., & Gauvin, L. (2014). Influence of area deprivation and perceived neighbourhood safety on active transport to school among urban Quebec preadolescents. *CANADIAN JOURNAL OF PUBLIC HEALTH-REVUE CANADIENNE DE SANTE PUBLIQUE*, 105(5), E376–E382.
- DANE. (2016). Series de Población. Retrieved from <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/demografia-y-poblacion/series-de-poblacion>
- Dang, L., Wang, Z., Kong, Y., & Liu, Q. (2013). Heuristic Algorithm for Solving Mixed Load School Bus Routing Problem. *Computer Science*, 40(7), 248–253.
- Dauler, J. C., & Nuttle, H. L. W. (1987). Addendum to “a comparison of heuristics for a school bus scheduling problem.” *Transportation Research Part B: Methodological*, 21(4), 311–315. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0191-2615\(87\)90030-0](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0191-2615(87)90030-0)
- Dave, S. M., Raykundaliya, D. P., & Shah, S. N. (2013). Modeling Trip Attributes and Feasibility Study of co-ordinated Bus for School Trips of Children. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 104, 650–659. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.11.159>
- David, P., Brett, H., Parisi, D., Hondorp, B., & Et.al. (2005). Transportation Professionals Get Involved with Safe Routes to School. *ITE Journal*, 75(3), 41–46.
- de Sá, T. H., de Rezende, L. F. M., Rabacow, F., & Monteiro, C. A. (2016). Use of private motor vehicle transportation for taking children to school in São Paulo Metropolitan Area, Brazil, 1997-2012 [Aumento no uso de transporte motorizado privado no deslocamento das crianças para a escola na Região Metropolitana de São Paulo, B. *Cadernos de Saude Publica*, 32(5), 1–7. <https://doi.org/10.1590/0102-311X00140215>
- Deb, K., Pratab, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computing*, 6(2), 182–197. <https://doi.org/10.1109/4235.996017>
- Dengah, E., Ock, Y. S., & Kim, M. (2013). A heuristic approach for school bus routing problem with transfer-hub station. *ICIC Express Letters*, 7(5), 1725–1729. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84873601942&partnerID=tZ0tx3y1>
- Derbel, H., Jarboui, B., Hanafi, S., & Chabchoub, H. (2010). An iterated local search for solving A location-routing problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 36(C), 875–882. <https://doi.org/10.1016/j.endm.2010.05.111>
- Derbel, H., Jarboui, B., Hanafi, S., & Chabchoub, H. (2012). Genetic algorithm with iterated local search for solving a location-routing problem. *Expert Systems with Applications*, 39(3), 2865–2871. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.08.146>
- Desrosiers, J., Ferland, J. A., Rousseau, J.-M., Lapalme, G., & Chapleau, L. (1981). An Overview of a School Busing System. In N. K. Jaiswal (Ed.), *Scientific Management of Transport Systems* (pp. 235–243). North-Holland.
- Desrosiers, J., Ferland, J. A., Rousseau, J.-M., Lapalme, G., & Chapleau, L. (1986). Trascol:Multi-perido

- school bus routing and scheduling system. *TIMS Studies in the Management Sciences*, 22, 47–71.
- DeVoe, T. (1985). Serving the six mile elementary school district: Developing more efficient computerized bus routes.
- Diaz-Parra, O., Ruiz-Vanoye, J. A., Buenabad-Arias, A., & Cocon, F. (2012). Vertical transfer algorithm for the school bus routing problem. In *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)* (Vol. 8160, pp. 66–71). IEEE. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-45318-2-9>
- Díaz, O., Ruiz, J., & Zavala, J. (2011). School Bus Routing Problem Library-SBRPLIB. *Journal of Combinatorial Optimization Problems and Informatics*, 2(1), 23–26.
- DiMaggio, C, Chen, Q., Muennig, P. A., & Li, G. (2014). Timing and effect of a safe routes to school program on child pedestrian injury risk during school travel hours: Bayesian changepoint and difference-in-differences analysis. *Injury Epidemiology*, 1(1), 1–8. <https://doi.org/10.1186/s40621-014-0017-0>
- DiMaggio, Charles, & Li, G. (2013). Effectiveness of a Safe Routes to School Program in Preventing School-Aged Pedestrian Injury. *PEDIATRICS*, 131(2), 290–296. <https://doi.org/10.1542/peds.2012-2182>
- Dirks, K. N., Salmond, J. A., & Talbot, N. (2018). Air pollution exposure in walking school bus routes: A New Zealand case study. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 15(12). <https://doi.org/10.3390/ijerph15122802>
- Dulac, G., Ferland, J. A., & Forgues, P. A. (1980). School bus routes generator in urban surroundings. *Computers and Operations Research*, 7(3), 199–213. [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(80\)90006-4](https://doi.org/10.1016/0305-0548(80)90006-4)
- Ebensperger, M. (2009). *Una formulación para el problema de ruteo de vehículos con tiempos de viaje dependientes del tiempo para la actualización de turas con información en tiempo real.*
- Ehmke, J. F., Campbell, A. M., & Thomas, B. (2016). Vehicle routing to minimize time-dependent emissions in urban areas. *European Journal of Operational Research*, 251(2), 478–494. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.11.034>
- Eldrandaly, K. A., & Abdallah, A. F. (2012). A novel GIS-based decision-making framework for the school bus routing problem. *Geo-Spatial Information Science*, 15(1), 51–59. <https://doi.org/10.1080/10095020.2012.708151>
- Elkington, J. (1999). Triple bottom line revolution--reporting for the third millennium.
- Ellegood, W. A., Campbell, J. F., & North, J. (2015). Continuous approximation models for mixed load school bus routing. *TRANSPORTATION RESEARCH PART B-METHODOLOGICAL*, 77, 182–198. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2015.03.018>
- Ellegood, W. A., Solomon, S., North, J., & Campbell, J. F. (2019). School bus routing problem: Contemporary trends and research directions. *Omega (United Kingdom)*, (xxxx). <https://doi.org/10.1016/j.omega.2019.03.014>
- Ercan, T., Noori, M., Zhao, Y., & Tatari, O. (2016). On the front lines of a sustainable transportation fleet: Applications of vehicle-to-grid technology for transit and school buses. *Energies*, 9(4).

<https://doi.org/10.3390/en9040230>

- Ermagun, A., & Samimi, A. (2015). Promoting active transportation modes in school trips. *Transport Policy*, 37, 203–211. <https://doi.org/10.1016/j.tranpol.2014.10.013>
- Ermagun, A., & Samimi, A. (2017). Mode choice and travel distance joint models in school trips. *Transportation*, 1–27. <https://doi.org/10.1007/s11116-017-9794-y>
- Eskandarpour, M., Ouelhadj, D., Hatami, S., Juan, A. A., & Khosravi, B. (2019). Enhanced multi-directional local search for the bi-objective heterogeneous vehicle routing problem with multiple driving ranges. *European Journal of Operational Research*, 277(2), 479–491. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.02.048>
- Ezquerro, S., Moura, J., Ibeas, Á., & Benavente, J. (2018). Optimization model for school transportation design based on economic and social efficiency. *Transport Policy*, 67(January), 93–101. <https://doi.org/10.1016/j.tranpol.2018.01.015>
- Fabiano, B., & Palazzi, E. (2010). HazMat transportation by heavy vehicles and road tunnels: A simplified modelling procedure to risk assessment and mitigation applied to an Italian case study. *International Journal of Heavy Vehicle Systems*, 17(3–4), 216–236. <https://doi.org/10.1504/ijhvs.2010.035988>
- Falkmer, T., Renner, L., & Anund, A. (2010). Estimated societal costs of a hierarchical measures approach to enhanced school transportation safety at bus stops on roads with high speed limits. *European Transport Research Review*, 2(4), 201–207. <https://doi.org/10.1007/s12544-010-0042-1>
- Faraj, M. F., Sarubbi, J. F. M., Silva, C. M., Porto, M. F., & Nunes, N. T. R. (2014). A real geographical application for the School Bus Routing Problem. In *17th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* (pp. 2762–2767). Qingdao, China: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ITSC.2014.6958132>
- Fleischmann, B., Gietz, M., & Gnutzmann, S. (2004). Time-Varying Travel Times in Vehicle Routing. *Transportation Science*, 38(2), 160–173. <https://doi.org/10.1287/trsc.1030.0062>
- Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia. (2016). *ESTADO MUNDIAL DE LA INFANCIA 2016 una oportunidad para cada niño*. New York, Estados Unidos. Retrieved from https://www.unicef.org/spanish/publications/files/UNICEF_SOWC_2016_Spanish.pdf
- Foulds, L. R., Read, E. G., & Robinson, D. F. (1977). A manual solution procedure for the school bus routing problem. *Australian Road Research*, 7(1), 21–24. Retrieved from <https://trid.trb.org/view/1208593>
- Franceschetti, A., Demir, E., Honhon, D., Woensel, T. Van, Laporte, G., & Stobbe, M. (2017). A metaheuristic for the time-dependent pollution-routing problem, 259, 972–991. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.11.026>
- Franceschetti, A., Honhon, D., Van Woensel, T., Bektas, T., & Laporte, G. (2013). The time-dependent pollution-routing problem. *TRANSPORTATION RESEARCH PART B-METHODOLOGICAL*, 56, 265–293. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2013.08.008>
- Fu, Z., Eglese, R., & Li L. (2005). A new tabu search heuristic for the open vehicle routing problem. *Journal of Operational Research Society* 56 (3), 267–274.

- Fügenschuh, A. (2009). Solving a school bus scheduling problem with integer programming. *EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH*, 193(3), 867–884. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.10.055>
- Fügenschuh, A. (2011). A set partitioning reformulation of a school bus scheduling problem. *JOURNAL OF SCHEDULING*, 14(4), 307–318. <https://doi.org/10.1007/s10951-011-0234-0>
- Fügenschuh, A., & Martin, A. (2006). A multicriteria approach for optimizing bus schedules and school starting times. *Annals of Operations Research*, 147(1), 199–216. <https://doi.org/10.1007/s10479-006-0066-z>
- Galloway, A. W. E., Hickey, R. J., & Koehler, G. M. (2011). An a survey of ungulates by students along rural school bus routes. *SOCIETY & NATURAL RESOURCES*, 24(2), 201–204. <https://doi.org/10.1080/08941920903222572>
- Gao, O. H., & Klein, R. A. (2010). Environmental equity in participation of the Clean Air School Bus Program: The case of New York State. *TRANSPORTATION RESEARCH PART D-TRANSPORT AND ENVIRONMENT*, 15(4), 220–227. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2010.02.005>
- Gavish, B., & Shlifer, E. (1978). An approach for solving a class of transportation scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 3(2), 122–134. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(79\)90098-5](https://doi.org/10.1016/0377-2217(79)90098-5)
- Geem, Z. W. (2005). School bus routing using harmony search. *Genetic and Evolutionary Computation Conference*, 6.
- Geiger, M. J. (2007). The interactive pareto iterated local search (iPILS) metaheuristic and its application to the biobjective portfolio optimization problem. *Proceedings of the 2007 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multicriteria Decision Making, MCDM 2007*, (Mcdm), 193–199. <https://doi.org/10.1109/MCDM.2007.369436>
- Genevieve, G., & Dablanc, L. (2013). Approaches to Managing Freight in Metropolitan Areas. In A. Meyer & D. Meyer (Eds.), *CITY LOGISTICS RESEARCH A Transatlantic Perspective* (1st ed., p. 112). Washington: Transportation Research Board Business.
- Gleason, J. M. (1975a). A set covering approach to bus stop location. *Omega*, 3(5), 605–608. [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(75\)90033-X](https://doi.org/10.1016/0305-0483(75)90033-X)
- Gleason, J. M. (1975b). Bus stop location on school bus routes. *Omega*, 3(2), 242–243. [https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0305-0483\(75\)90127-9](https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0305-0483(75)90127-9)
- Gochenour Jr., D. L., Dulsney, J. C., & Fisher, E. L. (1979). Development and implementation of a county-wide computerized school bus transportation system., 477–486.
- Goeke, D., & Schneider, M. (2015). Routing a mixed fleet of electric and conventional vehicles. *EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH*, 245(1), 81–99. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.01.049>
- Goldman, S., & Peleg, K. (2010). Pupil behaviour on school buses and potential risk factors for injury: an observational study. *BULLETIN OF THE WORLD HEALTH ORGANIZATION*, 88(8), 570–575. <https://doi.org/10.2471/BLT.08.058396>
- Graham, D., & Hauser, E. (1987). Development of a statewide system for routing and scheduling school buses (pp. 395–403). Boston, MA, USA: ASCE, New York, NY, USA. Retrieved from

<https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-0023177398&partnerID=40&md5=6f41dc90b262a32eb5b8ec667d903d29>

- Graham, D., & Nuttle, H. L. . (1986). A comparison of heuristics for a school bus scheduling problem. *Transportation Research B* 20 (2), 20(2), 175–182. [https://doi.org/10.1016/0191-2615\(86\)90006-8](https://doi.org/10.1016/0191-2615(86)90006-8)
- Guan, J., Lin, G., & Feng, H. Bin. (2018). A multi-start iterated local search algorithm for the uncapacitated single allocation hub location problem. *Applied Soft Computing Journal*, 73, 230–241. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.08.035>
- Guasmayan, F. (2014). *Solución del problema de ruteo de vehiculos dependientes del tiempo utilizando un algoritmo genetico modificado*.
- Guo, J., & Liu, C. (2017). Time-Dependent Vehicle Routing of Free Pickup and Delivery Service in Flight Ticket Sales Companies Based on Carbon Emissions, 2017.
- Guo, L., Huang, S., & Sadek, A. W. (2013). An Evaluation of Environmental Benefits of Time-Dependent Green Routing in the Greater Buffalo-Niagara Region. *JOURNAL OF INTELLIGENT TRANSPORTATION SYSTEMS*, 17(1, SI), 18–30. <https://doi.org/10.1080/15472450.2012.704336>
- Guo, Q., Li, L., & Guo, Y. (2006). Routing optimization for school bus problem. *Xinan Jiaotong Daxue Xuebao/Journal of Southwest Jiaotong University*, 41(4), 486–490. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-33748713709&partnerID=tZotx3y1>
- Guo, X., & Verma, M. (2010). Choosing vehicle capacity to minimize risk for transporting flammable materials. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 23(2), 220–225. <https://doi.org/10.1016/j.jlp.2009.07.007>
- Haghani, A., & Jung, S. (2005). A dynamic vehicle routing problem with time-dependent travel times. *Computers and Operations Research*, 32(11), 2959–2986. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2004.04.013>
- Han, D.-H., Kim, Y.-D., & Lee, J.-Y. (2014). Multiple-criterion shortest path algorithms for global path planning of unmanned combat vehicles. *Computers and Industrial Engineering*, 71(1), 57–69. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.02.013>
- Hanley, P. F. (2007). Transportation cost changes with statewide school district consolidation. *Socio-Economic Planning Sciences*, 41(2), 163–179. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2005.10.004>
- Hargroves, B. T., & Demetsky, M. J. (1981). A computer assisted school bus routing strategy: A case study. *Socio-Economic Planning Sciences*, 15(6), 341–345. [https://doi.org/10.1016/0038-0121\(81\)90036-7](https://doi.org/10.1016/0038-0121(81)90036-7)
- Hashi, E. K., Hasan, R., Zaman, S. U., Hasan, M. R., & Zaman, M. S. U. (2016). GIS based Heuristic Solution of the Vehicle Routing Problem to Optimize the School Bus Routing and Scheduling. In *19th International Conference on Computer and Information Technology, ICCIT 2016* (pp. 56–60). Dhaka, Bangladesh GIS: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/ICCITECHN.2016.7860167>
- Hashimoto, H., Yagiura, M., & Ibaraki, T. (2008). An iterated local search algorithm for the time-dependent vehicle routing problem with time windows. *Discrete Optimization*, 5(2), 434–456. <https://doi.org/10.1016/j.disopt.2007.05.004>

- Howley, C., Howley, A., & Shamblen, S. (2001). Riding the school bus: A comparison of the rural and suburban experience in five states. *Journal of Research in Rural Education*, 17(1), 41–63. Retrieved from <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.514.5881&rep=rep1&type=pdf>
- Huo, L., Yan, G., Fan, B., Wang, H., & Gao, W. (2014). School bus routing problem based on ant colony optimization algorithm. In *2014 IEEE Conference and Expo Transportation Electrification Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific)* (pp. 1–5). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ITEC-AP.2014.6940973>
- Ibaraki, T., Imahori, S., Nonobe, K., Sobue, K., Uno, T., & Yagiura, M. (2008). An iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with convex time penalty functions. *Discrete Applied Mathematics*, 156(11), 2050–2069. <https://doi.org/10.1016/j.dam.2007.04.022>
- Ibeas, A., Moura, J. L., & Dell’Olio, L. (2009). Planning school transport: design of routes with flexible school opening times. *Transportation Planning and Technology*, 32(6), 527–544. <https://doi.org/10.1080/03081060903374734>
- Ichoua, S., Gendreau, M., & Potvin, J. Y. (2003). Vehicle dispatching with time-dependent travel times. *European Journal of Operational Research*, 144(2), 379–396. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00147-9](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00147-9)
- Iskander, W., Jaraiedi, M., & Emami, F. (2006). A practical approach for school bus routing and scheduling. In *2006 IIE Annual Conference and Exhibition*. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-36448973854&partnerID=tZOTx3y1>
- J Phys Act Health. (2015). Safe Routes to School: A Public Health Practice Success Story—Atlanta, 2008–2010, 33(4), 395–401. <https://doi.org/10.1038/nbt.3121.ChIP-nexus>
- Jabali, O., Van Woensel, T., & De Kok, A. (2012). Analysis of travel times and CO2 emissions in time-dependent vehicle routing. *Production and Operations Management*, 21(6), 1060–1074. <https://doi.org/10.1111/j.1937-5956.2012.01338.x>
- Jain, S., Aggarwal, P., Kumar, P., Singhal, S., & Sharma, P. (2014). Identifying public preferences using multi-criteria decision making for assessing the shift of urban commuters from private to public transport: A case study of Delhi. *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour*, 24, 60–70. <https://doi.org/10.1016/j.trf.2014.03.007>
- Josef Geiger, M. (2011). Decision support for multi-objective flow shop scheduling by the Pareto Iterated Local Search methodology. *Computers and Industrial Engineering*, 61(3), 805–812. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.05.013>
- Jouzani, J., Samadidana, S., & Paydar, M. M. (2017). A simulated annealing solution method for robust school bus routing. *International Journal of Operational Research*, 28(3), 307–326. <https://doi.org/10.1504/IJOR.2017.081912>
- Juckett, E. (1943). School Bus Routing — Now and After. *American School Board Journal*, 106.
- Kamargianni, M., Dubey, S., Polydoropoulou, A., & Bhat, C. (2015). Investigating the subjective and objective factors influencing teenagers’ school travel mode choice – An integrated choice and latent variable model. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 78, 473–488. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.tra.2015.06.011>
- Kang, M., Kim, S., Felan, J. T., Choi, H. R., & Cho, M. (2015). Development of a Genetic Algorithm for

- the School Bus Routing Problem. *International Journal of Software Engineering and Its Applications*, 9(5), 107–126. <https://doi.org/10.14257/ijseia.2015.9.5.11>
- Kazemian, I., Rabbani, M., & Farrokhi-asl, H. (2018). A way to optimally solve a green time-dependent vehicle routing problem with time windows. *Computational and Applied Mathematics*, 37(3), 2766–2783. <https://doi.org/10.1007/s40314-017-0477-2>
- Ke, X., Caron, R., & Aneja, Y. (2005). The School Bus Routing and Scheduling Problem With Homogenous Bus Capacity: formulations and their solutions.
- Keskin, M., Laporte, G., & Çatay, B. (2019). Computers and Operations Research Electric Vehicle Routing Problem with Time-Dependent Waiting Times at Recharging Stations. *Computers and Operations Research*, 107, 77–94. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.02.014>
- Khader, M. (2008). *School Bus Routing and Scheduling Using Gis*. University of Gävle. <https://doi.org/urn:nbn:se:hig:diva-547>
- Khan, M., Choudhury, C. F., & Wang, J. (2011). Modeling Preference for School Bus Service in Dhaka, Bangladesh Stated Preference Approach. *TRANSPORTATION RESEARCH RECORD*, 2239(2239), 64–73. <https://doi.org/10.3141/2239-08>
- Kim, B.-I., Kim, S., & Park, J. (2012). A school bus scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 218(2), 577–585. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.11.035>
- Kim, J., & Soh, S. (2012). Designing hub-and-spoke school bus transportation network : a case study of wonkwang university. *PROMET-TRAFFIC & TRANSPORTATION*, 24(5), 389–394.
- Kim, T., & Park, B. (2013). Model and algorithm for solving school bus problem. *Journal of Emerging Trends in Computing and Information Sciences*, 4(8), 596–600.
- Kinable, J., Spieksma, F. C. R., & Vanden Berghe, G. (2014). School bus routing-a column generation approach. *International Transactions in Operational Research*, 21(3), 453–478. <https://doi.org/10.1111/itor.12080>
- Kingham, S., & Ussher, S. (2005). Ticket to a sustainable future: An evaluation of the long-term durability of the walking school bus programme in Christchurch, New Zealand. *TRANSPORT POLICY*, 12(4), 314–323. <https://doi.org/10.1016/j.tranpol.2005.05.002>
- Kingston, P. (1970). School bus routing via computers: A case study. In *17th National Meeting of the Operations Research Society of America*.
- Kuo, Y. (2010). Using simulated annealing to minimize fuel consumption for the time-dependent vehicle routing problem. *Computers and Industrial Engineering*, 59(1), 157–165. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2010.03.012>
- Lanxue, D., Zhen, W., Qingsong, L., & Yunfeng, K. (2013). Un algoritmo heurístico para resolver rutas mixtas de autobuses escolares.
- Larsen, K., Gilliland, J., & Hess, P. M. (2012). Route-Based Analysis to Capture the Environmental Influences on a Child's Mode of Travel between Home and School. *Annals of the Association of American Geographers*, 102(6), 1348–1365. <https://doi.org/10.1080/00045608.2011.627059>
- Lee, C., & Li, L. (2014). Demographic, physical activity, and route characteristics related to school transportation: An exploratory study. *American Journal of Health Promotion*, 28(SUPPL 3), S77–

S88. <https://doi.org/10.4278/ajhp.130430-QUAN-211>

- Lee, E. S., Fung, C.-C. D. C.-C. D., & Zhu, Y. (2015). Evaluation of a high efficiency cabin air (HECA) filtration system for reducing particulate pollutants inside school buses. *ENVIRONMENTAL SCIENCE & TECHNOLOGY*, *49*(6), 3358–3365. <https://doi.org/10.1021/es505419m>
- Lee, Y., Jeong, S., Yun, H., & Kim, K. (2013). School Bus Routing Problem with Mixed-Load and Dynamic Arrivals. *Journal of the Korea Society for Simulation*, *22*(1), 63–75. <https://doi.org/10.9709/jkss.2013.22.1.063>
- Levin, M. W., & Boyles, S. D. (2016). Practice summary: Improving bus routing for KIPP charter schools. *Interfaces*, *46*(2), 196–199. <https://doi.org/10.1287/inte.2015.0817>
- Lewis, R., & Smith-Miles, K. (2018). A heuristic algorithm for finding cost-effective solutions to real-world school bus routing problems. *Journal of Discrete Algorithms*, *52–53*, 2–17. <https://doi.org/10.1016/j.jda.2018.11.001>
- Lewis, R., Smith-Miles, K., & Phillips, K. (2018). The school bus routing problem: An analysis and algorithm. *Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, *10765 LNCS*, 287–298. https://doi.org/10.1007/978-3-319-78825-8_24
- Li, F., Lee, E., Liu, J., & Zhu, Y. (2015). Predicting self-pollution inside school buses using a CFD and multi-zone coupled model. *Atmospheric Environment*, *107*, 16–23. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2015.02.024>
- Li, J., Zhang, K., Guo, J., & Jiang, K. (2012). Reasons analyzing of school bus accidents in China. *Procedia Engineering*, *45*, 841–846. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.08.248>
- Li, L., & Fu, Z. (2002). The school bus routing problem: a case study. *Journal of the Operational Research Society*, *53*(5), 552–558. <https://doi.org/10.1057/palgrave/jors/2601341>
- Li, Zhigang, Ge, H., Zhang, J., & Zhu, Y. (2014). The necessity of evaluating child neck injury in frontal collision of school bus for transportation safety. *SAFETY SCIENCE*, *62*, 441–449. <https://doi.org/10.1016/j.ssci.2013.10.009>
- Li, ZhiJie, Song, R., He, S., & Bi, M. (2018). Methodology of mixed load customized bus lines and adjustment based on time windows. *PLOS ONE*, *13*(1). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0189763>
- Lima, C. M. R. R., Goldbarg, M. C., & Goldbarg, E. F. G. (2004). A Memetic Algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, *18*, 171–176. <https://doi.org/10.1016/j.endm.2004.06.027>
- Liu, W. (2013). An optimization model and algorithms for school bus dispatching. *Qinghua Daxue Xuebao/Journal of Tsinghua University*, *53*(2), 247–251. Retrieved from <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84879705629&partnerID=40&md5=09d507b25f5da90d2ca79d9975d307ef>
- Liu, Wan, Lin, C., Chiu, C., Tsao, Y., & Wang, Q. (2014). Minimizing the Carbon Footprint for the Time-Dependent Heterogeneous-Fleet Vehicle Routing Problem with Alternative Paths. *Sustainability*, *6*(7), 4658–4684. <https://doi.org/10.3390/su6074658>
- Long, J., Harré, N., & Atkinson, Q. D. (2015). Social clustering in high school transport choices. *Journal*

- of Environmental Psychology*, 41, 155–165. <https://doi.org/10.1016/j.jenvp.2015.01.001>
- Lourenço, H. R., Martin, O., & Stützle, T. (2003). *Iterated local search*. *SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-03422-5_5
- Malandraki, C., & Daskin, M. S. (1992). Time dependent vehicle routing problems: Formulations, properties and heuristic algorithms. *Transportation Science*, 26(3), 185–200. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0026904591%7B&%7DpartnerID=40%7B&%7Dmd5=a7ae44bf197baa00dc5784d6fb5502e9>
- Mammen, G., Faulkner, G., Buliung, R., & Lay, J. (2012). Understanding the drive to escort: a cross-sectional analysis examining parental attitudes towards children's school travel and independent mobility. *BMC Public Health*, 12(862), 1–12. <https://doi.org/10.1186/1471-2458-12-862>
- Mammen, G., Stone, M., Buliung, R., & Faulkner, G. (2014). School travel planning in Canada: Identifying child, family, and school-level characteristics associated with travel mode shift from driving to active school travel. *Journal of Transport and Health*, 1(4), 288–294. <https://doi.org/10.1016/j.jth.2014.09.004>
- Mandic, S., de la Barra, S. L., Bengoechea, E. G., Stevens, E., Flaherty, C., Moore, A., ... Skidmore, P. (2015). Personal, social and environmental correlates of active transport to school among adolescents in Otago, New Zealand. *JOURNAL OF SCIENCE AND MEDICINE IN SPORT*, 18(4), 432–437. <https://doi.org/10.1016/j.jsams.2014.06.012>
- Mandujano, P., Giesen, R., & Ferrer, J.-C. (2012). Model for Optimization of Locations of Schools and Student Transportation in Rural Areas. *TRANSPORTATION RESEARCH RECORD*, 2283(2283), 74–80. <https://doi.org/10.3141/2283-08>
- Mat, N. A., Benjamin, A. M., & Abdul-rahman, S. (2018). ENHANCED HEURISTIC ALGORITHMS WITH A VEHICLE TRAVEL SPEED MODEL FOR TIME-DEPENDENT VEHICLE ROUTING : A WASTE COLLECTION PROBLEM Nur Azriati Mat , Aida Mauziah Benjamin & Syariza Abdul-Rahman Institute of Strategic Industrial Decision Modelling , This pape, 17(July 2017), 55–78.
- Matl, P., Hartl, R. F., & Vidal, T. (2019). Leveraging single-objective heuristics to solve bi-objective problems: Heuristic box splitting and its application to vehicle routing. *Networks*, 73(4), 382–400. <https://doi.org/10.1002/net.21876>
- McCoy, P. T. (1981). Nebraska computer-aided school bus routing service. In *Compendium of Technical Papers, Annual Meeting - Institute of Transportation Engineers* (pp. 131–134). Boston, Mass, USA: Inst of Transp Eng, Washington, DC, USA. Retrieved from <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-0019693931&partnerID=40&md5=3d98429b0e5814771d02bf3d99e075f9>
- McDonald, N., Dwelley, A., Combs, T., Evenson, K., & Winters, R. (2011). Reliability and validity of the Safe Routes to school parent and student surveys. *INTERNATIONAL JOURNAL OF BEHAVIORAL NUTRITION AND PHYSICAL ACTIVITY*, 8(1), 56. <https://doi.org/10.1186/1479-5868-8-56>
- McDonald, N., McGrane, A., Rodgman, E., Steiner, R., Palmer, W., & Lytle, B. (2015). Assessing multimodal school travel safety in North Carolina. *ACCIDENT ANALYSIS AND PREVENTION*, 74, 126–132. <https://doi.org/10.1016/j.aap.2014.10.006>
- Mehta, G., & Lou, Y. (2013). Modeling school bus seat belt usage: Nested and mixed logit approaches.

Accident Analysis & Prevention, 51, 56–67.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.aap.2012.10.008>

- Michallet, J., Prins, C., Amodeo, L., Yalaoui, F., & Vitry, G. (2014). Multi-start iterated local search for the periodic vehicle routing problem with time windows and time spread constraints on services. *Computers and Operations Research*, 41(1), 196–207.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2013.07.025>
- Minocha, B., & Triphati, S. (2014). Solving School Bus Routing Problem Using Hybrid Genetic Algorithm: A Case Study. In B. V Babu, A. Nagar, J. Bansal, M. Pant, K. Deep & K. Ray (Eds.), *Proceedings of the Second International Conference on Soft Computing for Problem Solving (SocProS 2012)* (Vol. 236, pp. 93–103). New Delhi: Springer Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-81-322-1602-5>
- Miranda, D. M., de Camargo, R. S., Conceição, S. V, Porto, M. F., & Nunes, N. T. R. (2018). A multi-loading school bus routing problem. *EXPERT SYSTEMS WITH APPLICATIONS*, 101, 228–242.
<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.02.014>
- Mitra, R., & Buliung, R. N. (2014). The influence of neighborhood environment and household travel interactions on school travel behavior: an exploration using geographically-weighted models. *Journal of Transport Geography*, 36, 69–78.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2014.03.002>
- Mokhtari, N.-A., & Ghezavati, V. (2018). Integration of efficient multi-objective ant-colony and a heuristic method to solve a novel multi-objective mixed load school bus routing model. *Applied Soft Computing Journal*, 68, 92–109. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.03.049>
- Moodie, M., Haby, M., Galvin, L., Swinburn, B., & Carter, R. (2009). Cost-effectiveness of active transport for primary school children - Walking School Bus program. *International Journal of Behavioral Nutrition and Physical Activity*, 6, 63. <https://doi.org/10.1186/1479-5868-6-63>
- Morais, V., Mateus, G., & Noronha, T. (2014). Iterated local search heuristics for the Vehicle Routing Problem with Cross-Docking. *Expert Systems with Applications*, 41(16), 7495–7506.
<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2014.06.010>
- Mouhcine, E., Khalifa, M., & Mohamed, Y. (2017). Route optimization for school bus scheduling problem based on a distributed ant colony system algorithm. In *2017 Intelligent Systems and Computer Vision, ISCV 2017*. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/ISACV.2017.8054960>
- Mueller, S., Tsharaktschiew, S., & Haase, K. (2008). Travel-to-school mode choice modelling and patterns of school choice in urban areas. *Journal of Transport Geography*, 16(5), 342–357.
<https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2007.12.004>
- Muennig, P. A., Epstein, M., Li, G., & DiMaggio, C. (2014). The Cost-effectiveness of new York city's safe routes to school program. *AMERICAN JOURNAL OF PUBLIC HEALTH*, 104(7), 1294–1299.
<https://doi.org/10.2105/AJPH.2014.301868>
- Naciones Unidas. (2015). Transformar nuestro mundo: la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible, 13689. Retrieved from <http://www.un.org/es/comun/docs/?symbol=A/69/L.85>
- Naderipour, M., & Alinaghian, M. (2016). Measurement, evaluation and minimization of CO₂, NO_x, and CO emissions in the open time dependent vehicle routing problem. *Measurement: Journal*

- of the International Measurement Confederation, 90(x), 443–452.
<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2016.04.043>
- Nagurney, F. (1990). Minimizing deadhead distance in routing school buses. *Journal of Research on Computing in Education*, 22(4), 491–499. <https://doi.org/10.1080/08886504.1990.10781937>
- Nasrudin, N., & Nor, A. R. M. (2013). Travelling to School: Transportation Selection by Parents and Awareness towards Sustainable Transportation. *Procedia Environmental Sciences*, 17, 392–400. <https://doi.org/10.1016/j.proenv.2013.02.052>
- Nassief, W., Contreras, I., & As'ad, R. (2016). A mixed-integer programming formulation and Lagrangean relaxation for the cross-dock door assignment problem. *INTERNATIONAL JOURNAL OF PRODUCTION RESEARCH*, 54(2), 494–508. <https://doi.org/10.1080/00207543.2014.1003664>
- Newton, R. (1967). A school bus scheduling algorithm. *M.S. Thesis*.
- Newton, R. M., & Thomas, W. H. (1969). Design of school bus routes by computer. *Socio-Economic Planning Sciences*, 3(1), 75–85. [https://doi.org/10.1016/0038-0121\(69\)90051-2](https://doi.org/10.1016/0038-0121(69)90051-2)
- Newton, R. M., & Thomas, W. H. (1974). Bus routing in a multi-school system. *Computers & Operations Research*, 1(2), 213–222. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0305-0548\(74\)90047-1](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0305-0548(74)90047-1)
- Nguyen, V. P., Prins, C., & Prodhon, C. (2012). A multi-start iterated local search with tabu list and path relinking for the two-echelon location-routing problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(1), 56–71. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2011.09.012>
- Nygaard, K. E., Summers, D. E., & Wagner, R. E. (1982). Computer-Aided School Bus Routing for Rural Districts. *AEDS Journal*, 15(4), 200–208. <https://doi.org/10.1080/00011037.1982.11008320>
- O'Neal, E., Ramirez, M., Hamann, C., Young, T., Stahlhut, M., Peek-Asa, C., ... Peek-Asa, C. (2014). School bus crash rates on routine and nonroutine routes. *JOURNAL OF SCHOOL HEALTH*, 84(9), 575–580. <https://doi.org/10.1111/josh.12189>
- O'Neil, J., & Hoffman, B. D. (2018). School Bus Transportation of Children With Special Health Care Needs. *Pediatrics*, 141(5), e20180513. <https://doi.org/10.1542/peds.2018-0513>
- Oluwadare, S. A., Oguntuyi, I. P., & Nwaiwu, J. C. (2018). Solving school bus routing problem using genetic algorithm-based model. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*, 10(March), 50–58. <https://doi.org/10.5815/ijisa.2018.03.06>
- Olympia, R. P., Weber, C., Brady, J., & Ho, S. (2016). Emergency and Disaster Preparedness of School Transportation Staff and School Buses in the United States: Compliance With Recommendations for School Transportation Safety. *Pediatric Emergency Care*, 00(00). <https://doi.org/10.1097/PEC.0000000000000704>
- Pacheco, J., & Martí, R. (2006). Tabu search for a multi-objective routing problem. *JOURNAL OF THE OPERATIONAL RESEARCH SOCIETY*, 57(1), 29–37. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601917>
- Pacheco, Joaquín, Caballero, R., Laguna, M., & Molina, J. (2013). Bi-Objective Bus Routing: An Application to School Buses in Rural Areas. *Transportation Science*, 47(3), 397–411. <https://doi.org/10.1287/trsc.1120.0437>

- Palhazi, D., Goos, P., Sörensen, K., & Arráiz, E. (2014). An iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 237(2), 454–464. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.02.011>
- Park, J., & Kim, B.-I. (2010). The school bus routing problem: A review. *European Journal of Operational Research*, 202(2), 311–319. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.017>
- Park, J., Tae, H., & Kim, B.-I. (2013). Corrigendum to “Post-improvement procedure for the mixed load school bus routing problem” [Eur. J. Oper. Res. 217 (2012) 204–213]. *European Journal of Operational Research*, 226(3), 661–662. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.10.050>
- Park, J., Tae, H., & Kim, B.-I. (2012). A post-improvement procedure for the mixed load school bus routing problem. *EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH*, 217(1), 204–213. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.08.022>
- Parvasi, S. P., Mahmoodjanloo, M., & Setak, M. (2017). A bi-level school bus routing problem with bus stops selection and possibility of demand outsourcing. *Applied Soft Computing Journal*, 61, 222–238. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.08.018>
- Penna, P. H. V., Subramanian, A., & Ochi, L. S. (2013). An iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Journal of Heuristics*, 19(2), 201–232. <https://doi.org/10.1007/s10732-011-9186-y>
- Pérez, R., & Hernández, A. (2016). Probability model to Solve the School Bus Routing Problem with Stops Selection. *International Journal of Combinatorial Optimization Problems & Informatics*, 7(1), 30–39. <https://doi.org/10.6036/8204>
- Pérez, R., & Hernández, A. (2017). Un Algoritmo de Estimación de Distribuciones copulado con la Distribución Generalizada de Mallows para el Problema de Ruteo de Autobuses Escolares con Selección de Paradas. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial {RIAI}*, 14(3), 288–298. <https://doi.org/10.1016/j.riai.2017.05.002>
- Pérez, R., Hernández, A., Jöns, S., Cruz, I., & Pérez, J. R. (2017). A probability model for the school bus routing problem with bus stop selection. *Dyna Ingeniería E Industria*, 92(2), 138–138. <https://doi.org/10.6036/8204>
- Porto, M. F., Sarubbi, J. F. M., Thiéry, S., Da Silva, C. M., & Nunes, N. T. R. (2015). Developing a GIS for rural school transportation in Minas Gerais, Brazil. In *6th International Multi-Conference on Complexity, Informatics and Cybernetics, IMCIC 2015 and 6th International Conference on Society and Information Technologies, ICSIT 2015 - Proceedings* (Vol. 1, pp. 62–67). International Institute of Informatics and Systemics, IIS. Retrieved from <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85033604868&partnerID=40&md5=c26caaae34400dd063b45647488718ac>
- Prasetyo, D., Muhamad, J., & Fauzi, R. (2011). Supporting needy student in transportation: A population based school bus routing in spatial environment. *International Conference on Social Science and Humanity*.
- Prins, C., Afsar, H. M., Prins, C., & Currie, M. (2016). ScienceDirect Hybrid Iterative Local Search Algorithm Hybrid Iterative Local Search Algorithm A Hybrid Iterative Local Search Algorithm for The Electric Fleet Size and Vehicle for The Electric Fleet Size and Vehicle for The Electric Fleet

- Size and Vehicle. *IFAC-PapersOnLine*, 49(12), 955–960. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.899>
- Quintero, P. A., Díaz, G. M., & Moreno, G. E. (2014). Travel Estimation Model Generated by Public and Private Schools, According to Different Transport Modes. Case Study Mérida-venezuela. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 160(Cit), 509–518. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.12.164>
- Ramage, R., & Howley, A. (2005). Parents' Perceptions of the Rural School Bus Ride. *The Rural Educator*, 27(1), 15–20. <https://doi.org/10.0000/eric.ed.gov/EJ783843>
- Rashidi, T. H., Zokaei-Aashtiani, H., & Mohammadian, A. (Kouros). (2009). School Bus Routing Problem in Large-Scale Networks New Approach Utilizing Tabu Search on a Case Study in Developing Countries. *TRANSPORTATION RESEARCH RECORD*, (2137), 140–147. <https://doi.org/10.3141/2137-15>
- Reiter, P., & Gutjahr, W. J. (2012). Exact hybrid algorithms for solving a bi-objective vehicle routing problem. *Central European Journal of Operations Research*, 20(1), 19–43. <https://doi.org/10.1007/s10100-010-0158-3>
- Rhoulac, T. D. (2005). Bus or car? The classic choice in school transportation. In *Transportation Research Record 1922* (pp. 98–104).
- Rhoulac, T. D., Roupail, N., & Tsai, J. C. (2001). Using global positioning system to improve school bus routing and scheduling. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1768), 242–249. <https://doi.org/10.3141/1768-28>
- Richardson, B. C. (2005). Sustainable transport: Analysis frameworks. *Journal of Transport Geography*, 13(1 SPEC. ISS.), 29–39. <https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2004.11.005>
- Riera, J., & Salazar, J. J. (2006). Solving a school bus routing problem. In *Odyssey 2006, Third International Workshop on Freight Transportation and Logistics* (pp. 285–288). Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/233842196_Solving_a_school_bus_routing_problem
- Riera, Jorge, & Salazar, J. (2013). A column generation approach for a school bus routing problem with resource constraints. *COMPUTERS & OPERATIONS RESEARCH*, 40(2), 566–583. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2012.08.011>
- Riera, Jorge, & Salazar, J. J. (2012). Solving school bus routing using the multiple vehicle traveling purchaser problem: A branch-and-cut approach. *COMPUTERS & OPERATIONS RESEARCH*, 39(2), 391–404. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.04.015>
- Ripplinger, D. (2005). Rural school vehicle routing problem. In *Transportation Research Record 1922*, (pp. 105–110). <https://doi.org/10.3141/1922-14>
- Rodríguez-Parra, G. R., Guerrero, W. J., & Sarmiento-Lepesqueur, A. (2017). Cooperation strategies featuring optimization in the school transportation system in Bogota. *DYNA (Colombia)*, 84(202), 164–174. <https://doi.org/10.15446/dyna.v84n202.65391>
- Rothman, L., Howard, A., Buliung, R., Macarthur, C., Richmond, S. A., & Macpherson, A. (2017). School environments and social risk factors for child pedestrian-motor vehicle collisions: A case-control study. *ACCIDENT ANALYSIS AND PREVENTION*, 98, 252–258.

<https://doi.org/10.1016/j.aap.2016.10.017>

- Rousseau, J., Desrosiers, J., & Ferland, J. (1980). A school bus scheduling system. *Presented at National ORSA/TIMS Meeting*.
- Ruiz, P. A., Sanz, J. M., & Martín, J. G. (2014). Mixed trips in the school bus routing problem with public subsidy. In M.-G. E. Cortes P. Escudero-Santana A. (Ed.), *Lecture Notes in Engineering and Computer Science* (Vol. 3, pp. 105–113). Newswood Limited. https://doi.org/10.1007/978-3-319-14078-0_12
- Russell, R. A., & Morrel, R. B. (1986). Routing special-education school buses. *Interfaces*, 16(5), 56–64. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1287/inte.16.5.56> Full
- Sabin, L. D., Behrentz, E., Winer, A. M., Jeong, S., Fitz, D. R., Pankratz, D. V., ... Fruin, S. A. (2005). Characterizing the range of children's air pollutant exposure during school bus commutes. *Journal of Exposure Analysis and Environmental Epidemiology*, 15(5), 377–387. <https://doi.org/10.1038/sj.jea.7500414>
- Sadegh-amalnick, N. N. M. (2017). Modified particle swarm optimization in a time-dependent vehicle routing problem: minimizing fuel consumption. *Optimization Letters*, 11(1), 121–134. <https://doi.org/10.1007/s11590-015-0996-y>
- Saied, M., Niasar, F., Talarico, L., Sajadifar, M., & Tayebi, A. H. (2017). Iterated Local Search Algorithm with Strategic Oscillation for School Bus Routing Problem with Bus Stop Selection, 4(1), 1–14.
- Sales, L. P. A., Melo, C. S., Bonates, T. O., & Prata, B. (2018). Memetic Algorithm for the Heterogeneous Fleet School Bus Routing Problem. *Journal of Urban Planning and Development*, 144(2). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)UP.1943-5444.0000454](https://doi.org/10.1061/(ASCE)UP.1943-5444.0000454).
- Salkin, H., & Brening, P. (1972). School bus routing by integer programming dynamic programming, and composite algorithms. *Department of Operations Research Tech. Memo. No. 271*.
- Sanches, S. D. P., & Ferreira, M. A. G. (2007). A GIS-supported methodology for evaluating rural school bus routing. In *Proceedings of 10th International Conference on Computers in Urban Planning and Urban Management, CUPUM 2007* (pp. 1–14). Iguassu Falls, PR: Utrecht University. Retrieved from <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84903626515&partnerID=40&md5=3b36e67db24bb2fa3a9ade7800b41b6b>
- Sarkis, J., Helms, M. M., & Hervani, A. A. (2010). Reverse Logistics and Social Sustainability. *CORPORATE SOCIAL RESPONSIBILITY AND ENVIRONMENTAL MANAGEMENT*, 17(6), 337–354. <https://doi.org/10.1002/csr.220>
- Sarubbi, J. F., Mesquita, C. M., Wanner, E., Santos, V. F., & Silva, C. M. (2016). A strategy for clustering students minimizing the number of bus stops for solving the school bus routing problem. In C. C. G. L. Z. dos S. C. R. P. Badonnel S.O. Ulema M. (Ed.), *Proceedings of the NOMS 2016 - 2016 IEEE/IFIP Network Operations and Management Symposium* (pp. 1175–1180). Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/NOMS.2016.7502983>
- Schittekat, P, Kinable, J., Sörensen, K., Sevaux, M., & Spieksma, F. (2012). An efficient metaheuristic for the School Bus Routing problem. In *Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision (ROADEF)* (p. 2). France: Lirias.
- Schittekat, P, Sörensen, K., Sevaux, M., & Springael, J. (2007). A metaheuristic for solving large

- instances of the school bus routing problem. In *Proceedings of the 22nd European Conference on Operational Research (EURO '07)* (p. 2).
- Schittekat, Patrick, Kinable, J., Sörensen, K., Sevaux, M., Spieksma, F., & Springael, J. (2013a). A metaheuristic for the school bus routing problem with bus stop selection. *European Journal of Operational Research*, 229(2), 518–528. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.02.025>
- Schittekat, Patrick, Kinable, J., Sörensen, K., Sevaux, M., Spieksma, F., & Springael, J. (2013b). A metaheuristic for the school bus routing problem with bus stop selection. *European Journal of Operational Research*, 229(2), 518–528. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.02.025>
- Schittekat, Patrick, Sevaux, M., & Sörensen, K. (2006). A mathematical formulation for a school bus routing problem. In *IEEE 2006 International Conference on Service Systems and Service Management* (Vol. 2, pp. 1552–1557). Troyes: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICSSSM.2006.320767>
- Schulz, S., Neufeld, J. S., & Buscher, U. (2019). A multi-objective iterated local search algorithm for comprehensive energy-aware hybrid flow shop scheduling. *Journal of Cleaner Production*, 224, 421–434. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.03.155>
- Setak, M., Shakeri, Z., & Patoghi, A. (2017). A Time Dependent Pollution Routing Problem in Multi-graph, 30(2), 234–242.
- Sghaier, S. Ben, Guedria, N. Ben, Mraïhi, R., Ben Sghaier, S., Ben Guedria, N., & Mraïhi, R. (2013). Solving School Bus Routing Problem with genetic algorithm. In *2013 International Conference on Advanced Logistics and Transport* (pp. 7–12). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICAdLT.2013.6568426>
- Shafahi, A., Wang, Z., & Haghani, A. (2018). SpeedRoute: Fast, efficient solutions for school bus routing problems. *Transportation Research Part B: Methodological*, 117, 473–493. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2018.09.004>
- Sidharthan, R., Bhat, C. R., Pendyala, R. M., & Goulias, K. G. (2011). Model for Children's School Travel Mode Choice Accounting for Effects of Spatial and Social Interaction. *TRANSPORTATION RESEARCH RECORD*, (2213), 78–86. <https://doi.org/10.3141/2213-11>
- Silva, C. M., Sarubbi, J. F. M., Silva, D. F., Porto, M. F., & Nunes, N. T. R. (2015a). A Mixed Load Algorithm for the School Bus Routing Problem. In *2015 IEEE 18th International Conference on Intelligent Transportation Systems*. Las Palmas, Spain: IEEE. <https://doi.org/DOI.10.1109/ITSC.2015.314>
- Silva, C. M., Sarubbi, J. F. M., Silva, D. F., Porto, M. F., & Nunes, N. T. R. R. (2015b). A Mixed Load Solution for the Rural School Bus Routing Problem. In *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Proceedings, ITSC* (Vol. 2015-October, pp. 1940–1945). Las Palmas, Spain: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/ITSC.2015.314>
- Silva, C., Sarubbi, J., Silva, D., Porto, M., & Nunes, N. (2015). A Mixed Load Solution for the Rural School Bus Routing Problem. In *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Proceedings, ITSC* (Vol. 2015-October, pp. 1940–1945). Las Palmas, Spain: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/ITSC.2015.314>
- Silva, M., Subramanian, A., & Ochi, L. (2015). An iterated local search heuristic for the split delivery

- vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 53, 234–249. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.08.005>
- Simchi-Levi, D., Chen, X., & Bramel, J. (2005). A Case Study: School Bus Routing. In *The Logic of Logistics: Theory, Algorithms, and Applications for Logistics and Supply Chain Management* (pp. 319–335). https://doi.org/https://doi.org/10.1007/0-387-22619-2_18
- Siqueira, V. S. de, Silva, F. J. E. L. e, Silva, E. N. da, Silva, R. V. S. da, & Rocha, M. L. (2016). Implementation of the Metaheuristic GRASP Applied to the School Bus Routing Problem. *International Journal of E-Education, e-Business, e-Management and e-Learning*, 6(2), 137–145. <https://doi.org/10.17706/ijeeee.2016.6.2.137-145>
- Smith, L., Norgate, S. H., Cherrett, T., Davies, N., Winstanley, C., & Harding, M. (2013). Walking School Buses as a Form of Active Transportation for Children-A Review of the Evidence. *Journal of School Health*, 85(3), 197–210. <https://doi.org/10.1111/josh.12239>
- Sopelete, M. C., Taketomi, E. A., Silva, D. A. O., Pereira, F. L., & Sung, S.-S. J. (2010). Mite and cat allergen exposure in Brazilian public transport vehicles. *Annals of Allergy, Asthma & Immunology*, 93(2), 179–184. [https://doi.org/10.1016/s1081-1206\(10\)61472-x](https://doi.org/10.1016/s1081-1206(10)61472-x)
- Souza, Fátima. (2015). *A mixed load rural school bus routing problem with heterogeneous fleet: A study for the Brazilian problem.*
- Souza, Fatima, Pereira, D., Conceição, S., & Camargo, R. (2017). A multi-objective capacitated rural school bus routing problem with heterogeneous fleet and mixed loads. *4OR-A QUARTERLY JOURNAL OF OPERATIONS RESEARCH*, 15(4), 359–386. <https://doi.org/10.1007/s10288-017-0340-8>
- Souza, Fátima, Pereira, D., Conceição, S., & Ramos, N. (2016). A mixed load capacitated rural school bus routing problem with heterogeneous fleet: Algorithms for the Brazilian context. *Expert Systems with Applications*, 56, 320–334. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.03.005>
- Souza, L. V. D., & Siquerira, P. H. (2010). Heuristic method applied to the optimization school bus transportation routes: A real case. *Proc. IEA/AIE*, 2, 247–256. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-642-13025-0_27
- Soysal, M., Bloemhof-Ruwaard, J. M., & Bektas, T. (2015). The time-dependent two-echelon capacitated vehicle routing problem with environmental considerations. *International Journal of Production Economics*, 164(August 2013), 366–378. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.11.016>
- Soysal, M., & Çimen, M. (2017). A Simulation Based Restricted Dynamic Programming approach for the Green Time Dependent Vehicle Routing Problem. *Computers and Operations Research*, 88, 297–305. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.06.023>
- Spada, M., Bierlaire, M., & Liebling, T. M. (2005). Decision-aiding methodology for the school bus routing and scheduling problem. *Transportation Science*, 39(4), 477–490. <https://doi.org/10.1287/trsc.1040.0096>
- Spasovic, L., Chien, S., Kelnhofer-Feeley, C., Wang, Y., & Hu, Q. (2001). A methodology for evaluating of school bus routing - A case study of Riverdale, New Jersey. *80th Annual Meeting of Transportation Research Board, New Jersey, Transportation Research Board*, 1–17. Retrieved from

https://www.researchgate.net/publication/228919628_TITLE_A_Methodology_for_Evaluating_of_School_Bus_Routing-A_Case_Study_of_Riverdale_New_Jersey

- Spitzer, M. (1986). Software designs complex school bus routes quickly. *School Business Affairs*, 52, 32–37. Retrieved from <https://scholar.google.com/scholar?q=Software+designs+complex+school+bus+routes+quickly>
- Stewart, O. (2011). Findings from research on active transportation to school and implications for safe routes to school programs. *Journal of Planning Literature*, 26(2), 127–150. <https://doi.org/10.1177/0885412210385911>
- Stewart, O., Vernez, A., & Claybrooke, C. (2014). Multistate Evaluation of Safe Routes to School Programs. *AMERICAN JOURNAL OF HEALTH PROMOTION*, 28(3), S89–S96. <https://doi.org/10.4278/ajhp.130430-QUAN-210>
- Strauss, J., Miranda-Moreno, L. F., & Morency, P. (2014). Multimodal injury risk analysis of road users at signalized and non-signalized intersections. *Accident Analysis and Prevention*, 71, 201–209. <https://doi.org/10.1016/j.aap.2014.05.015>
- Su, F., Li, Y., Fulin, S., & Yueguang, L. (2012). An improved quantum-behaved particle swarm algorithm and its application in school bus problem. In *Proceedings - 2012 3rd International Conference on Digital Manufacturing and Automation, ICDMA 2012* (pp. 198–201). Guilin, Guangxi: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICDMA.2012.48>
- Sun, H., Pardalos, P. M., Li, J., Zhang, Y., & Pei, J. (2014). Iterated local search embedded adaptive neighborhood selection approach for the multi-depot vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups. *Expert Systems with Applications*, 42(7), 3551–3561. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2014.12.004>
- Sun, S., Duan, Z., & Xu, Q. (2018a). School bus routing problem in the stochastic and time-dependent transportation network. *PLoS ONE*, 13(8), 1–17. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0202618>
- Sun, S., Duan, Z., & Xu, Q. (2018b). School bus routing problem in the stochastic and time-dependent transportation network. *PLoS ONE*, 13(8), 1–17. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0202618>
- Swersey, A. J., & Ballard, W. (1984). Scheduling school buses. *Management Science*, 30(7), 844–853. <https://doi.org/10.1287/mnsc.30.7.844>
- Talarico, L., Springael, J., Sörensen, K., & Talarico, F. (2017). A large neighbourhood metaheuristic for the risk-constrained cash-in-transit vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 78, 547–556. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.04.003>
- Thangiah, S., Fergany, A., Wilson, B., Pitluga, A., & Mennell, W. (2008). School Bus Routing in Rural School Districts. In S. Hickman, M and Mirchandani, P and VoBeta (Ed.), *COMPUTER-AIDED SYSTEMS IN PUBLIC TRANSPORT* (Vol. 600, pp. 209–232).
- Thangiah, S. R., Forsythe, J., Vinayagamoorthy, R., Wajda, T., & Bair, P. (2013). Reducing student transportation cost through efficient routing of school buses. In *Proceedings of the 18th International Conference of Hong Kong Society for Transportation Studies, HKSTS 2013 - Travel Behaviour and Society* (pp. 11–20). Hong Kong Society for Transportation Studies Limited. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84893285346&partnerID=tZOtx3y1>

- Thangiah, S R, Wilson, B., Pitluga, A., & Mennell, W. (2004). School bus routing in rural school districts. *9th International Conference on Computer-Aided Scheduling of Public Transport (CASPT)*, 209–232. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-540-73312-6_11
- Thangiah, Sam R., & Nygard, K. E. (1992). School bus routing using genetic algorithms. In *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering* (Vol. 1707, pp. 387–398). Publ by Int Soc for Optical Engineering. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0026628503&partnerID=tZOTx3y1>
- Thiele, L., & Zitzler, E. (1999). Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 3(4), 257–271.
- Thomson, I., & Bull, A. (2001). *La congestión del tránsito urbano: causas y consecuencias económicas y sociales*. (2001 Naciones Unidas, Comisión Económica para América Latina y el Caribe, División de Recursos Naturales e Infraestructura, Unidad de Transporte, Ed.), *TA DE LA CEPAL* (Vol. 76). Naciones Unidas, Comisión Económica para América Latina y el Caribe, División de Recursos Naturales e Infraestructura, Unidad de Transporte. Retrieved from <https://books.google.com.co/books?id=vZyyHAAACAAJ>
- Tracz, G., & Norman, M. (1970). A computerized system for school bus routing. *Toronto Technical Report 181*.
- Ulfarsson, G. F., & Shankar, V. N. (2008). Children's travel to school: Discrete choice modeling of correlated motorized and nonmotorized transportation modes using covariance heterogeneity. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 35(2), 195–206. <https://doi.org/10.1068/b3360>
- Ünsal, Ö., & Yigit, T. (2018). Using the Genetic Algorithm for the Optimization of Dynamic School Bus Routing Problem. *BRAIN. Broad Research in Artificial Intelligence and Neuroscience*, 9(2), 6–21. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1247385>
- Unsal, O., Yigit, T., & Altıntas, C. (2016). Optimization of Dynamic School Bus Routing Problem by Using Metaheuristic and Clustering Methods. In *International Conference on Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT-2016)* (pp. 555–559).
- Upham, P., & Jakubowicz, T. (2008). Aircraft dominance in the transport-related carbon emissions of business school students. *Journal of Transport Geography*, 16(1), 73–76. <https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2007.05.002>
- Vaccaro, H. (1972). The use of urban COGO in school bus routing. Retrieved from <https://www.amazon.com/use-URBAN-COGO-school-routing/dp/B0006WH03C>
- Van Moffaert, K., Van Vreckem, B., Mihaylov, M., & Nowé, A. (2011). A learning approach to the school bus routing problem. *Proceedings of the 23rd Benelux Conference on Artificial Intelligence*, 280–287. Retrieved from <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84874008961&partnerID=tZOTx3y1>
- Verderber, W. J. (1974). Automated pupil transportation. *Computers and Operations Research*, 1(2), 235–245. [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(74\)90049-5](https://doi.org/10.1016/0305-0548(74)90049-5)
- Vianna, D. S., & de Fátima Dianin Vianna, M. (2013). Local search-based heuristics for the multiobjective multidimensional knapsack problem. *Producao*, 23(3), 478–487. <https://doi.org/10.1590/S0103-65132012005000081>

- Wang, Jianguo, & Huang, X. (2017). Routing school bus for better student learning. In *2017 25th International Conference on Geoinformatics*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/GEOINFORMATICS.2017.8090947>
- Wang, Jie, Huang, H., & Zeng, Q. (2017). The effect of zonal factors in estimating crash risks by transportation modes: Motor vehicle, bicycle and pedestrian. *Accident Analysis and Prevention*, *98*, 223–231. <https://doi.org/10.1016/j.aap.2016.10.018>
- Wang, N., Zhang, M., Che, A., & Jiang, B. (2018). Bi-Objective Vehicle Routing for Hazardous Materials Transportation with No Vehicles Travelling in Echelon. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, *19*(6), 1867–1879. <https://doi.org/10.1109/TITS.2017.2742600>
- Wang, S., Wang, X., Liu, X., & Yu, J. (2018). A bi-objective vehicle-routing problem with soft time windows and multiple depots to minimize the total energy consumption and customer dissatisfaction. *Sustainability (Switzerland)*, *10*(11). <https://doi.org/10.3390/su10114257>
- Wang, Y., Assogba, K., Fan, J., Xu, M., Liu, Y., & Wang, H. (2019). Multi-depot green vehicle routing problem with shared transportation resource: Integration of time-dependent speed and piecewise penalty cost. *Journal of Cleaner Production*, *232*, 12–29. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.05.344>
- Wang, Z., Shafahi, A., & Haghani, A. (2017). SCDA: School Compatibility Decomposition Algorithm for Solving the Multi-School Bus Routing and Scheduling Problem. *CoRR*, 1–24. Retrieved from <http://arxiv.org/abs/1711.00532v2>
- Wiebe, D., Guo, W., Allison, P., Anderson, E., Richmond, T., & Branas, C. (2013). Fears of violence during morning travel to school. *Journal of Adolescent Health*, *53*(1), 54–61. <https://doi.org/10.1016/j.jadohealth.2013.01.023>
- Wilson, E. J., Marshall, J., Wilson, R., & Krizek, K. J. (2010). By foot, bus or car: children's school travel and school choice policy. *ENVIRONMENT AND PLANNING A*, *42*(9), 2168–2185. <https://doi.org/10.1068/a435>
- Wilson, E. J., Wilson, R., & Krizek, K. J. (2007). The implications of school choice on travel behavior and environmental emissions. *TRANSPORTATION RESEARCH PART D-TRANSPORT AND ENVIRONMENT*, *12*(7), 506–518. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2007.07.007>
- Xiao, L., & Lo, H. K. (2013). Adaptive vehicle routing for risk-averse travelers. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, *36*, 460–479. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2013.06.015>
- Xu, J., Wu, C., Yin, Y., & Lin, W. (2017). An iterated local search for the multi-objective permutation flowshop scheduling problem with sequence-dependent setup times. *Applied Soft Computing Journal*, *52*, 39–47. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.11.031>
- Xu, R., Zheng, R., Jiang, L., & Yan, H. (2016). On Customer Satisfaction of School Bus Based on Kana Model: A Case Study in Shanghai. In Z. C. Q. K. Y. B. Chen J. Cai X. (Ed.), *2016 13th International Conference on Service Systems and Service Management (ICSSSM)* (pp. 1–5). Kunming: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICSSSM.2016.7538455>
- Xu, Y., Jiang, R., Yan, S., & Xiong, D. (2011). The research of safety monitoring system applied in school bus based on the internet of things. *Procedia Engineering*, *15*, 2464–2468. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.08.463>

- Yan, S, Hsiao, F. Y., & Hsieh, J. H. (2011). A bus scheduling model and solution algorithm for inter-school class attendance. *Transp Plan J*, 40(4), 367–392.
- Yan, Shangyao, Hsiao, F.-Y., & Chen, Y.-C. (2015). Inter-School Bus Scheduling Under Stochastic Travel Times. *Networks and Spatial Economics*, 15(4), 1049–1074. <https://doi.org/10.1007/s11067-014-9280-4>
- Yang, Y., Diez-Roux, A., Evenson, K. R., & Colabianchi, N. (2014). Examining the impact of the walking school bus with an agent-based model. *American Journal of Public Health*, 104(7), 1196–1203. <https://doi.org/10.2105/AJPH.2014.301896>
- Yao, B., Cao, Q., Wang, Z., Hu, P., Zhang, M., & Yu, B. (2016). A two-stage heuristic algorithm for the school bus routing problem with mixed load plan. *Transportation Letters*, 8(4), 205–219. <https://doi.org/10.1080/19427867.2015.1110953>
- Yao, S., Loo, B. P. Y., & Lam, W. W. Y. (2015). Measures of activity-based pedestrian exposure to the risk of vehicle-pedestrian collisions: Space-time path vs. potential path tree methods. *Accident Analysis and Prevention*, 75, 320–332. <https://doi.org/10.1016/j.aap.2014.12.005>
- Yarlagadda, A. K., & Srinivasan, S. (2008). Modeling children’s school travel mode and parental escort decisions. *Transportation*, 35(2), 201–218. <https://doi.org/10.1007/s11116-007-9144-6>
- Yigit, T., & Unsal, O. (2016). Using the ant colony algorithm for real-time automatic route of school buses. *International Arab Journal of Information Technology*, 13(5), 559–565. Retrieved from <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84990068901&partnerID=40&md5=e5a6235ef4076e0ce68f89d73045a011>
- Yigit, T., Unsal, O., & Deperlioglu, O. (2018). Using the metaheuristic methods for real-time optimisation of dynamic school bus routing problem and an application. *International Journal of Bio-Inspired Computation*, 11(2), 123–133. <https://doi.org/10.1504/IJBIC.2018.091236>
- Zhang, J., & Li, Y. (2012). School Bus Problem and its Algorithm. *IERI Procedia*, 2, 8–11. <https://doi.org/10.1016/j.ieri.2012.06.043>
- Zhang, M., Wang, N., He, Z., Yang, Z., & Guan, Y. (2019). Bi-Objective Vehicle Routing for Hazardous Materials Transportation with Actual Load Dependent Risks and Considering the Risk of Each Vehicle. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 66(3), 429–442. <https://doi.org/10.1109/TEM.2018.2832049>
- Zhao, P. X., Luo, W. H., & Han, X. (2019). Time - dependent and bi - objective vehicle routing problem with time windows, 14(2), 201–212.