



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**ANÁLISIS DE UN MODELO DE DESCARGA DE
RETORNO, CON NEUTRALIZACIÓN DE LA
CARGA DE CORONA, USANDO GEOMETRÍAS
IRREGULARES DEL CANAL**

Autor:

Juan Diego Pulgarín Rivera

Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales
Facultad de Ingeniería y Arquitectura
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación
Manizales, Colombia
2011

ANÁLISIS DE UN MODELO DE DESCARGA DE RETORNO, CON NEUTRALIZACIÓN DE LA CARGA DE CORONA, USANDO GEOMETRÍAS IRREGULARES DEL CANAL

Autor:

Juan Diego Pulgarín Rivera

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magíster en Ingeniería - Automatización Industrial

Director:

Ph.D. Camilo Younes Velosa

Codirector:

Ph.D. Fabio Mauricio Vargas Lezama

Línea de Investigación en Compatibilidad Electromagnética
Grupo de Investigación en Redes de Distribución y Potencia “GRED&P”

Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales
Facultad de Ingeniería y Arquitectura
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación
Manizales, Colombia

2011

**ANALYSIS OF A RETURN STROKE MODEL,
WITH CORONA CHARGE NEUTRALIZATION,
USING IRREGULAR GEOMETRIES OF THE
CHANNEL**

Author:

Juan Diego Pulgarín Rivera

Thesis Submitted in Partial Fulfillment for the Degree of:
Master in Engineering - Industrial Automation

Supervisor:

Ph.D. Camilo Younes Velosa

Deputy Supervisor:

Ph.D. Fabio Mauricio Vargas Lezama

Research Line in Electromagnetic Compatibility
Research Group in Distribution Networks and Power

National University of Colombia - Manizales Campus
Faculty of Engineering and Architecture
Department of Electrical, Electronic and Computer Engineering
Manizales, Colombia

2011

Deseo dedicar este trabajo muy especialmente a mi madre y a mi padre, por estar siempre presentes y dispuestos a apoyarme en todo objetivo que me he propuesto, y por el amor que me han brindado.

A mis hermanos, Nana, Albeiro y Pipe, quienes al igual que mis padres, son las personas más valiosas que tengo y son motivo de felicidad para mí.

A Alejandra, por entenderme, valorarme desinteresadamente, brindarme un cariño sincero y no abandonarme a pesar de todos los momentos que me tuve que alejar para pasarlos desarrollando este trabajo.

Agradecimientos

Durante el desarrollo de esta tesis he recibido el apoyo de diferentes personas e instituciones, a quienes deseo agradecer especialmente:

Deseo agradecer a mi director de tesis, Camilo Younes, por tener siempre la disposición y el interés de apoyarme en la culminación de este trabajo a pesar de las dificultades económicas y personales que se me presentaron. Por motivarme a terminar este trabajo y entender los problemas que tuve con un sentido humano. Y por mantener siempre su apoyo y confianza hacia mi trabajo en todos los sentidos que le fue posible.

A mi codirector de tesis, Mauricio Vargas, quien es el autor del modelo Bi-Líder, a partir del cual se desarrolló este trabajo. Por sus valiosos aportes en varios de los resultados obtenidos en esta tesis, por la disposición de atender siempre mis inquietudes y por su colaboración en la búsqueda de soluciones en varios de los problemas técnicos que se presentaron durante el desarrollo de la tesis, especialmente en los resultados obtenidos para los canales con ramas.

Al profesor César Arango, porque me brindó la motivación suficiente en el segundo semestre de la maestría para culminar este trabajo, cuando por motivos económicos había tomado la decisión de no continuar con el mismo y por la ayuda económica que gestionó y me brindó según lo que estaba a su alcance.

A la memoria de mi abuelita, quien me brindó una de las mayores ayudas económicas en el inicio de la maestría.

A mi hermana Luz Adriana, por brindarme también su ayuda económica y por su confianza y desinterés a la hora de ayudarme. Gracias a ella pude terminar este trabajo y espero poderle retribuir la ayuda brindada.

A la empresa MICOL S.A. por la oportunidad de trabajo que me brindó, con lo cual pude asegurar económicamente la culminación de esta tesis. Y a todos los nuevos amigos de Villavicencio, a quienes pude conocer durante el tiempo de trabajo en esta empresa y quienes de una u otra forma también me han apoyado y han contribuido a la culminación de este trabajo. En especial a Román, Alex, Mayerly y Miguel.

A la Universidad Nacional de Colombia, por ser el espacio donde he podido formarme académicamente y desarrollar mi pensamiento en muchos otros aspectos, por la beca que me brindó durante el segundo semestre de la maestría y por ser el espacio donde también he podido adquirir experiencia como docente y descubrir una vocación que no conocía.

A mis amigos de la maestría y del pregrado, Edison, Ana y Diego, con quienes he compartido la mayor parte del tiempo en la Universidad y que también me han brindado su apoyo y sugerencias.

Y en general a todas las personas que de cualquier forma han contribuido a la culminación de este trabajo.

Resumen

En esta tesis se presenta el análisis de un modelo para la primera descarga de retorno, el cual está basado en la neutralización de la carga de corona alrededor del canal del líder, usando para dicho análisis geometrías irregulares del canal de la descarga. Los resultados se comparan con los obtenidos para un canal de la descarga con geometría recta y vertical al suelo.

En primer lugar se presenta una revisión del estado del arte en el modelado de la primera descarga de retorno. Posteriormente se desarrolla un modelo de la densidad lineal de carga en canales con tortuosidad y ramificaciones. Con este modelo para la densidad de carga, y utilizando geometrías aleatorias del canal con tortuosidad y ramificaciones, se obtiene la distribución de corrientes para la primera descarga de retorno en dichos canales y se comparan los resultados con los obtenidos para canales con geometría recta y vertical. Finalmente se presentan las conclusiones y perspectivas.

Palabras clave: Rayos, modelado de la descarga de retorno, canal de la descarga, tortuosidad y ramificaciones, modelo Bi-Líder, modelado de la densidad lineal de carga, carga corona.

Abstract

In this thesis it is presented an analysis of a model for the first return stroke, which is based in the neutralization of the corona charge stored around the leader channel, using irregular geometries of the discharge channel for such analysis. The results are then contrasted with that obtained for channels with a straight and vertical geometry.

First, it is presented a revision of the state of the art in the modeling for the first return stroke. Subsequently a model for the linear charge density in channels with tortuosity and branching is developed. With this model for the charge density, and using random geometries of the discharge channel with tortuosity and branching, it is obtained the distribution of currents for the first return stroke in such channels, and the results are then contrasted with those obtained for channels with straight and vertical geometry. Finally, the conclusions and perspectives are presented.

Keywords: Lightning, return stroke modeling, return stroke channel, tortuosity and branching, Bi-Leader model, linear charge density modeling, corona charge.

Índice general

Introducción	1
1. Antecedentes generales	5
1.1. Modelado de la descarga de retorno	5
1.1.1. Modelos de dinámica de gases	6
1.1.2. Modelos electromagnéticos	6
1.1.3. Modelos de parámetros distribuidos	6
1.1.4. Modelos semifísicos y de ingeniería	7
1.2. Modelo para la primera descarga de retorno del tipo generación de corriente de Cooray	12
1.2.1. Suposiciones del modelo	12
1.2.2. Representación matemática	12
1.2.3. Resultados	15
2. Modelado de la densidad de carga lineal para canales con geometría irregular	18
2.1. Descripción del modelo Bi-Líder	18
2.1.1. Descripción del modelo	19
2.1.2. Generación aleatoria del canal del líder escalonado descendente	20
2.2. Descripción del método usado para el análisis de regresión	21
2.2.1. Método de los mínimos cuadrados no lineales	21
2.2.2. Medida de la bondad del ajuste	22
2.3. Resultados del análisis de regresión	24
2.3.1. Resultados para el canal tortuoso sin ramas	24
2.3.2. Resultados para el canal tortuoso con dos ramas	29
2.3.3. Resultados para el canal tortuoso con tres ramas	38
2.3.4. Resumen de ecuaciones	41
3. Análisis de la corriente para la primera descarga de retorno que viaja por un canal con geometría irregular	44
3.1. Análisis de la primera descarga de retorno que viaja por un canal tortuoso y sin ramas	44
3.1.1. Efectos de la geometría tortuosa del canal sobre los conceptos de los modelos de generación de corriente	44
3.1.2. Efectos de la geometría tortuosa del canal sobre el modelo de Cooray	47
3.1.3. Resultados para canales tortuosos sin ramas	48
3.2. Análisis de la primera descarga de retorno que viaja por un canal tortuoso y con ramas	63
3.2.1. Suposiciones para el modelado de la corriente que viaja por las ramas	63
3.2.2. Representación matemática	64
3.2.3. Limitación para el cálculo de la corriente que viaja por las ramas	66
3.2.4. Metodología para aproximar las corrientes que viajan por las ramas	66

3.2.5. Resultados para canales tortuosos con dos ramas	67
3.2.6. Resultados para canales tortuosos con tres ramas	79
4. Resumen, conclusiones y perspectivas	92
4.1. Resumen y conclusiones	92
4.2. Perspectivas de trabajo futuro	94
A. Derivación matemática de la corriente de la descarga de retorno usando los principios de los modelos de generación de corriente	97
Bibliografía	102

Índice de figuras

1.1. Corriente en la base del canal propuesta por Nucci <i>et al.</i>	10
1.2. Corriente predicha por el modelo MTLE a diferentes alturas	11
1.3. Corriente usada para la primera descarga de retorno en la base del canal	15
1.4. Corriente para la primera descarga de retorno	16
2.1. Esquema del modelo Bi-Líder, tomado de [16]	19
2.2. Esquema para la generación de los pasos del líder, tomado de [16]	20
2.3. Canal tortuoso sin ramas	22
2.4. Canales tortuosos con dos y tres ramas	23
2.5. Diagrama de dispersión 1 - $\rho = f(x)$	25
2.6. Diagrama de dispersión 2 - $\rho = f(y)$	25
2.7. Diagrama de dispersión 3 - $\rho = f(z)$	26
2.8. Diagrama de dispersión 4 - $\rho = f(Q)$	26
2.9. Diagrama de dispersión para el canal sin ramas $\rho = f(z, Q)$	27
2.10. Diagrama de dispersión y superficie de ajuste, canal sin ramas	28
2.11. Ejemplo de uso de la ecuación de regresión para el canal sin ramas	29
2.12. Canal aleatorio de dos ramas, definición de d	30
2.13. Diagrama de dispersión para el canal de dos ramas, canal central $\rho_{CP2} = f(z, Q)$	31
2.14. Diagrama de dispersión y superficie de ajuste para el canal de dos ramas, canal central	32
2.15. Ejemplo de uso de la ecuación de regresión para canales con dos ramas, canal central	33
2.16. Diagrama de dispersión 1 - $\rho_{R2} = f(x)$	33
2.17. Diagrama de dispersión 2 - $\rho_{R2} = f(y)$	34
2.18. Diagrama de dispersión 3 - $\rho_{R2} = f(z)$	34
2.19. Diagrama de dispersión 4 - $\rho_{R2} = f(Q)$	35
2.20. Diagrama de dispersión 5 - $\rho_{R2} = f(d)$	35
2.21. Diagrama de dispersión para el canal con dos ramas, ramas $\rho_{R2} = f(d, Q)$	36
2.22. Diagrama de dispersión y superficie de ajuste para el canal de dos ramas, ramas	37
2.23. Ejemplo de uso de la ecuación de regresión para canales con dos ramas, ramas	38
2.24. Diagrama de dispersión para el canal de tres ramas, canal central $\rho_{CP3} = f(z, Q)$	39
2.25. Diagrama de dispersión y superficie de ajuste para el canal de tres ramas, canal central	39
2.26. Diagrama de dispersión para el canal de tres ramas, ramas $\rho_{R3} = f(d, Q)$	40
2.27. Diagrama de dispersión y superficie de ajuste para el canal de tres ramas, ramas	41
3.1. Canal tortuoso y canal recto asociado	45
3.2. Canal tortuoso y canal recto asociado. Caso 1. Longitud total del canal: 4360 m	49
3.3. Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua	50
3.4. Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua	50

3.5. Canal tortuoso y canal recto asociado. Caso 2. Longitud total del canal: 4477 m	52
3.6. Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua	52
3.7. Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua	53
3.8. Canal tortuoso y canal recto asociado. Caso 3. Longitud total del canal: 4388 m	54
3.9. Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua	54
3.10. Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua	55
3.11. Variación de la densidad lineal de carga con la altura, para $Q = -3 C$	56
3.12. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos	57
3.13. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos	57
3.14. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos	59
3.15. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos	59
3.16. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos	60
3.17. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos	61
3.18. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 variable y con las constantes de tiempo del canal recto: línea con puntos	62
3.19. Canal tortuoso con dos ramas y canal recto asociado	68
3.20. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con dos ramas y ρ_0 variable: línea con puntos	68
3.21. Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos	69
3.22. Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos	70
3.23. Corriente en la base del canal producida por diferentes secciones del mismo	71
3.24. Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 1	72
3.25. Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 2	72
3.26. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con dos ramas y ρ_0 variable: línea con puntos	73
3.27. Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos	74

3.28. Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos	75
3.29. Corriente en la base del canal producida por diferentes secciones del mismo	75
3.30. Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 1	76
3.31. Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 2	77
3.32. Corriente a diferentes alturas. Aproximación 2: línea sólida, aproximación 1: línea con puntos	78
3.33. Corriente a diferentes alturas producida por el canal central. Aproximación 2: línea sólida, aproximación 1: línea con puntos	78
3.34. Canal tortuoso con tres ramas y canal recto asociado	79
3.35. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con tres ramas y ρ_0 variable: línea con puntos	80
3.36. Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos	81
3.37. Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos	81
3.38. Corriente en la base del canal producida por diferentes secciones del mismo	82
3.39. Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 1	83
3.40. Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 2	83
3.41. Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 3	84
3.42. Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con tres ramas y ρ_0 variable: línea con puntos	85
3.43. Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos	86
3.44. Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos	86
3.45. Corriente en la base de canal producida por diferentes secciones del mismo	87
3.46. Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 1	87
3.47. Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 2	88
3.48. Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 3	88
3.49. Corriente a diferentes alturas. Aproximación 1: línea sólida, aproximación 2: línea con puntos	89
3.50. Corriente a diferentes alturas producida por el canal central. Aproximación 1: línea sólida, aproximación 2: línea con puntos	90
A.1. Geometría para la derivación de la corriente de la descarga de retorno en los modelos de generación de corriente	98

Índice de cuadros

1.1. $P(z')$ y v para cuatro modelos de ingeniería	9
3.1. Relación de magnitudes máximas de las corrientes, caso tortuoso 1	51
3.2. Relación de magnitudes máximas de las corrientes, caso tortuoso 2	53
3.3. Relación de magnitudes máximas de las corrientes, caso tortuoso 3	55
3.4. Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Caso 1	58
3.5. Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Caso 2	60
3.6. Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Caso 2	61
3.7. Relación de carga total en las ramas - Canal con dos ramas, figura 3.19	67
3.8. Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con dos ramas y ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Aproximación 1	69
3.9. Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con dos ramas y ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Aproximación 2	73
3.10. Relación de carga total en las ramas - Canal con tres ramas, figura 3.34	79
3.11. Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con tres ramas y ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Aproximación 1	80
3.12. Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con tres ramas y ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Aproximación 2	85

Introducción

Dentro del marco general de la compatibilidad electromagnética, el estudio de la descarga eléctrica atmosférica juega un papel importante. Puesto que la compatibilidad electromagnética se define como la habilidad de un equipo o sistema para funcionar satisfactoriamente en su ambiente electromagnético sin introducir perturbaciones electromagnéticas intolerables a ningún otro equipo o sistema en dicho ambiente [13], se puede analizar la forma básica de un problema de interferencia electromagnética teniendo en cuenta tres componentes: *un emisor*, que es la fuente emisora de perturbación electromagnética; *un receptor o víctima*, que es el dispositivo, equipo o sistema susceptible a la perturbación y que presenta degradación en su funcionamiento y; *un medio entre ellos*, llamado camino de acople. Con esta visión general del problema de interferencia electromagnética se puede decir que el fenómeno de la descarga eléctrica atmosférica se comporta como el emisor de perturbaciones electromagnéticas. Las perturbaciones que puede presentar la descarga eléctrica atmosférica son dos en general y consisten en aquellas debidas a impactos directos y a impactos indirectos. Los impactos indirectos afectan dispositivos, equipos y sistemas debido a que los campos electromagnéticos producidos por el rayo se acoplan con los primeros causando perturbaciones en su funcionamiento, por ejemplo, las tensiones inducidas en líneas de transmisión y distribución en sistemas de potencia y el acople de campos electromagnéticos con equipos electrónicos sensibles.

Por estas razones, el estudio de la descarga eléctrica atmosférica se puede enmarcar dentro del estudio general de la compatibilidad electromagnética y puede ser visto como una forma de atacar el problema de interferencia electromagnética desde la fuente o el emisor, ya que al entender al emisor se pueden diseñar medidas para reducir su efecto sobre el receptor o la víctima.

Desde que inició el estudio científico de la descarga eléctrica atmosférica a mediados del siglo XVIII, cuando Benjamín Franklin estableció que las nubes de tormenta tienen una naturaleza eléctrica, y hasta la fecha, el avance en el entendimiento del fenómeno de la descarga ha tenido un avance significativo y hoy en día se comprende al menos cualitativamente la mayor parte de las características y procesos de la misma. El tipo de descarga más estudiada a nivel internacional es la descarga nube-tierra negativa, debido al mayor número de mediciones y observaciones experimentales que existen. Para este tipo de descarga se han definido varias etapas, una de las cuales es la descarga de retorno y que es el tema de estudio de esta tesis.

Una de las características de los modelos que se han construido hasta el presente de las diversas etapas de la descarga eléctrica atmosférica es que consideran o aproximan el canal de la descarga a una geometría recta y vertical al suelo. Como se puede observar en fotografías o simplemente observando una descarga eléctrica natural, se puede decir que el canal de la descarga eléctrica atmosférica no es recto sino tortuoso y además ramificado. Hasta la fecha el efecto de la tortuosidad y las ramificaciones del canal sobre la forma de onda de la corriente de la descarga, los campos electromagnéticos producidos por la descarga de retorno y otros aspectos de interés se ha estudiado relativamente poco a nivel nacional e internacional. Hoy en día se siguen usando modelos que asumen una geometría recta y vertical y no existe una

base teórica y/o experimental firme que muestre el efecto de considerar la irregularidad del canal de la descarga. Los principales aportes se han realizado a nivel nacional en trabajos como [18], donde se analiza el efecto que tiene la tortuosidad del canal de la descarga principalmente sobre las tensiones inducidas y se elaboran modelos para dicho análisis incluyendo la tortuosidad del canal de la descarga. Otro de los trabajos a nivel nacional es [14], donde se propone un modelo electrostático para la etapa del líder escalonado incluyendo la tortuosidad y ramificaciones del canal, este análisis se hace considerando aleatoriamente geometrías irregulares del canal que microscópicamente son similares a las observadas en la realidad. Esta tesis se basa en el modelo propuesto en [14] para modelar la densidad lineal de carga a lo largo de canales con geometría irregular. A nivel internacional también se han desarrollado ciertos trabajos en el aspecto de la geometría del canal, algunos de los cuales son [1], [8], [9] y [24].

Las observaciones anteriores constituyen la motivación para el desarrollo de la presente tesis, cuyo objetivo es dar un paso más en el análisis de modelos que consideran el efecto de la geometría del canal de la descarga. El objetivo del presente trabajo de tesis no es concluir definitivamente sobre el efecto de la geometría del canal de la descarga ni proponer un nuevo modelo incluyendo dichos efectos y consideraciones, sino analizar un modelo para la descarga de retorno apoyándose en trabajos previos como los mencionados anteriormente, principalmente en [14], para observar cuáles podrían ser las principales consecuencias de considerar un modelo con geometría irregular del canal en contraste con el modelo clásico de un canal recto. La tesis se desarrolla usando geometrías del canal que son producto de simulaciones y que aunque no constituyen datos completamente reales sobre la geometría de un canal del rayo real, sí son geometrías más aproximadas a la realidad que las que se tienen cuando se usa un canal recto y vertical.

Este documento de tesis se encuentra dividido en 5 capítulos, organizados de la siguiente forma:

En el Capítulo 1 se presentan los modelos actuales más usados para la descarga de retorno y el modelo en particular con el cual se desarrolla esta tesis. Dichos modelos utilizan la concepción tradicional de un canal de la descarga recto y vertical al suelo.

En el Capítulo 2 se describe la metodología usada para modelar la densidad de carga lineal a lo largo de canales con tortuosidad y ramificaciones, haciendo uso del modelo propuesto en [14], por lo tanto se presenta el modelo Bi-Líder y finalmente los resultados de un análisis de regresión realizado sobre los resultados de simulaciones con dicho modelo para obtener expresiones analíticas que permiten describir la variación de la densidad lineal de carga a lo largo de canales con geometrías irregulares.

En el Capítulo 3 se realiza el análisis y el modelo de la corriente para la primera descarga de retorno que viaja por un canal con tortuosidad y ramificaciones, apoyándose para esto principalmente en los resultados obtenidos en el Capítulo 2. También se lleva a cabo la comparación entre las distribuciones de corriente a lo largo del canal para canales tortuosos y ramificados con las producidas por un canal recto y vertical. Se analizan de forma independiente los canales tortuosos sin ramas, los canales tortuosos con dos ramas y los canales tortuosos con tres ramas.

En el Capítulo 4 se realiza un resumen y se presentan las conclusiones obtenidas a partir de los resultados presentados en los capítulos previos. También se presentan las principales perspectivas de trabajo futuro desarrolladas a partir de los resultados obtenidos.

Antecedentes generales

Las descargas eléctricas atmosféricas pueden ocurrir entre nube y tierra, dentro de la nube y entre la nube y la ionosfera [3]. El tipo de descargas entre nube y tierra se dividen a su vez en cuatro tipos que son: a) *descarga descendente negativa (o nube-tierra negativa)*, b) *descarga ascendente negativa (o tierra-nube negativa)*, c) *descarga descendente positiva (o nube-tierra positiva)* y d) *descarga ascendente positiva (o tierra-nube positiva)*. Aproximadamente el 90 % de las descargas globales entre nube y tierra son negativas y el 10 % son positivas [21]. El desarrollo de esta tesis se centra únicamente en las descargas descendentes negativas o nube-tierra negativas.

Para la descarga nube-tierra negativa se han definido y estudiado una cantidad de etapas con base a observaciones experimentales de los campos electromagnéticos y ópticos generados por la descarga, la corriente medida en la base del canal de la descarga, etc. Las etapas son las siguientes: a) *encendido de la descarga (preliminary breakdown)*, b) *líder escalonado (stepped leader)*, c) *proceso de enlace (attachment processes)*, d) *primera descarga de retorno (first return stroke)*, e) *procesos K y J (K and J processes)*, f) *líder dardo (dart leader)*, g) *segunda descarga de retorno o descargas de retorno subsecuentes (subsequent return strokes)* [21]. El desarrollo de esta tesis se centra en el modelado de la primera descarga de retorno.

1.1. Modelado de la descarga de retorno

Con base en los conceptos, el tipo de ecuaciones que los gobiernan y el objeto que persiguen, los modelos para la descarga de retorno se pueden dividir en diferentes categorías y distintos autores diferencian varios tipos de modelos que se pueden reunir en las siguientes cuatro clases en general: 1) modelos de dinámica de gases o modelos físicos; 2) modelos electromagnéticos; 3) modelos de parámetros distribuidos o de línea de transmisión o RLC; y 4) modelos semifísicos y de ingeniería. La clasificación y revisión de los modelos para la descarga de retorno que se presenta en esta sección es adaptada principalmente de [20], [10], [3] y [21].

A continuación se hace una revisión de cada uno de los cuatro tipos de modelo para la descarga de retorno poniendo especial énfasis en la cuarta categoría (modelos semifísicos y de ingeniería), puesto que es el tipo de modelo que se usa en esta tesis.

En todos los modelos para la descarga de retorno que se presentan en esta sección se asume que el canal de la descarga es recto, sin ramas y vertical a un suelo perfectamente conductor.

1.1.1. Modelos de dinámica de gases

Este tipo de modelos, también conocidos como modelos físicos, asumen que el canal de la descarga es una columna recta de plasma y cilíndricamente simétrica tal que todos los eventos son funciones solamente de una coordenada radial r y del tiempo t . Su principal interés es la evolución radial de un segmento corto del canal de la descarga, debido al calentamiento resistivo por un flujo prescrito de corriente eléctrica, y su onda de choque asociada. El modelo describe las propiedades de la columna de plasma a través de la solución de tres ecuaciones de dinámica de gases o ecuaciones de conservación (conservación de masa, momentum y energía), acopladas a dos ecuaciones de estado (ecuación térmica de estado y ecuación calórica de estado). La variación temporal de la corriente de la descarga de retorno es un parámetro de entrada en este tipo de modelos y es uniforme a lo largo del canal, tal que no hay dependencia de la coordenada z [3]. Los principales datos de salida del modelo incluyen temperatura, presión y densidad de masa como una función de la coordenada radial y el tiempo [20].

Los modelos de dinámica de gases pueden describir cualitativamente las propiedades termodinámicas y eléctricas del aire en un canal de la descarga calentado por la corriente de la descarga de retorno. La principal desventaja de estos modelos es su inhabilidad para predecir la variación espacio-temporal de la corriente de la descarga, por lo tanto no se pueden usar para predecir los campos electromagnéticos ni la corriente en la base del canal, parámetros de gran interés en aplicaciones de ingeniería. La utilidad de estos modelos se encuentra en el hecho de que pueden ser usados para encontrar la resistencia R como una función del tiempo, la cual es uno de los parámetros de los modelos electromagnéticos y de los modelos RLC [3][20].

1.1.2. Modelos electromagnéticos

Los modelos electromagnéticos se basan en una aproximación del canal de la descarga como una antena con pérdidas. Estos modelos implican una solución numérica de las ecuaciones de Maxwell para encontrar la distribución de corriente a lo largo del canal de la cual se pueden calcular los campos eléctricos y magnéticos remotos [20].

1.1.3. Modelos de parámetros distribuidos

Los modelos de parámetros distribuidos o también llamados modelos de línea de transmisión o RLC, usan la aproximación del canal de la descarga como una línea de transmisión vertical. Esta representación hace posible evaluar la corriente en diferentes puntos a lo largo del canal y por lo tanto el cálculo de los campos electromagnéticos. Estos modelos representan la descarga del rayo como un proceso transitorio en una línea de transmisión vertical caracterizada por resistencia (R), inductancia (L) y capacitancia (C), todas por unidad de longitud. Para la línea de transmisión la tensión V y la corriente I son soluciones de las ecuaciones del telegrafista [20]:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial V(z', t)}{\partial z'} &= L \frac{\partial I(z', t)}{\partial t} + RI(z', t) \\ -\frac{\partial I(z', t)}{\partial z'} &= C \frac{\partial V(z', t)}{\partial t} \end{aligned} \tag{1.1}$$

Las ecuaciones anteriores se pueden derivar de las ecuaciones de Maxwell asumiendo que el modo de propagación de las ondas en la línea es transversal electromagnético (TEM); es decir, los campos eléctrico y magnético en la línea son transversales a la dirección de propagación de la onda (o la longitud de la línea). Esta aproximación no es completamente válida para la descarga eléctrica atmosférica puesto que en la práctica el canal no es completamente recto ni vertical al suelo; por lo tanto, este tipo de modelos se pueden ver como una simplificación de los modelos electromagnéticos.

Para una representación más real del canal de la descarga de retorno, cada uno de los parámetros de la línea de transmisión son funciones del tiempo y del espacio, es decir, la línea es no uniforme y no lineal y por lo tanto es necesario usar un método numérico para resolver las ecuaciones del telegrafista [20].

Varios de los campos electromagnéticos calculados a través de este tipo de modelos han mostrado gran inconsistencia con los campos típicos medidos [20]. Sin embargo, los modelos de parámetros distribuidos han contribuido en gran medida al entendimiento de la descarga de retorno y su principal aporte ha sido la provisión de una base y una visión sobre la cual se construyeron los modelos semifísicos y de ingeniería (los más satisfactorios en términos de sus predicciones desde el punto de vista de ingeniería) [3].

1.1.4. Modelos semifísicos y de ingeniería

Los modelos semifísicos y de ingeniería han utilizado o adaptado conceptos de los modelos de línea de transmisión o RLC, pero en contraste a dichos modelos, los modelos semifísicos y de ingeniería no se pueden describir completamente usando la teoría de líneas de transmisión ya que adaptan ciertos conceptos y características de dicha teoría y dejan otros de lado [5].

En la representación del canal de la descarga como una línea de transmisión vertical se pueden usar dos aproximaciones: en la primera aproximación la descarga de retorno se considera como una línea de transmisión controlada por una fuente al nivel de tierra, estos modelos no dan cuenta de cómo se genera la corriente de la descarga de retorno. Y en la segunda aproximación la descarga de retorno es vista como el proceso de descarga de una línea de transmisión cargada. Los modelos que tienen sus fundamentos en la primera aproximación son llamados modelos de propagación de corriente (*current propagation models*) y los modelos que tienen sus fundamentos en la segunda aproximación son llamados modelos de generación de corriente (*current generation models*) [3].

Los modelos de ingeniería asumen una variación espacial y temporal para la corriente de la descarga de retorno, la cual es usada para calcular los campos electromagnéticos remotos. La mayoría de modelos de ingeniería pertenecen al tipo de propagación de corriente. Los modelos semifísicos van un paso más adelante invocando procesos físicos como la causa de la variación espacial y temporal de la corriente de la descarga de retorno y su velocidad y pueden predecir al menos dos o más de las siguientes características de la descarga de retorno: corriente en la base del canal, variación espacial y temporal de la corriente a lo largo del canal, variación de la velocidad de la descarga de retorno con la altura y los campos electromagnéticos remotos. La mayoría de modelos semifísicos pertenecen al tipo de generación de corriente [3].

En [4] Cooray mostró que existe una dualidad entre los modelos de propagación de corriente y los modelos de generación de corriente. En ese análisis Cooray mostró la forma en que los modelos de propagación de corriente se pueden reformular como modelos de generación de corriente con una corriente corona equivalente y manteniendo igual la variación espacial y temporal de la corriente de la descarga de retorno.

En el año 2009 Cooray propuso otro tipo de modelos para la descarga de retorno, conocidos como modelos de disipación de corriente (*current dissipation models*) [10]. Adicionalmente Cooray mostró que los modelos de propagación de corriente son casos especiales de los modelos de disipación de corriente. Los modelos de disipación de corriente se pueden ver como un espejo de los modelos de generación de corriente, sin embargo, no serán tratados en esta tesis. El modelo usado en el desarrollo de esta tesis es un modelo semifísico del tipo de generación de corriente propuesto por Cooray, que se analizará más adelante.

Modelos de propagación de corriente (Current propagation models)

Los modelos de ingeniería especifican la variación espacial y temporal de la corriente a lo largo del canal basándose en características observables de la descarga de retorno como la luminosidad del canal de la descarga, corriente en la base del canal y velocidad del frente luminoso que se propaga hacia arriba por el canal de la descarga. Este tipo de modelos dejan de lado la física de la descarga de retorno y se centran en describir una corriente que pueda producir campos electromagnéticos remotos con características cercanas a los observados.

A continuación se describen cuatro modelos de ingeniería conocidos como: modelo de *Bruce y Golde (BG)*, modelo de *Uman y McLain (TL)*, modelo de *Rakov y Dulzon (MTLL)* y modelo de *Nucci et al. (MTLE)*. La representación matemática de estos cuatro modelos se ha generalizado en [20], donde se presenta una ecuación general para la variación espacial y temporal de la corriente de la descarga de retorno y una tabla, donde se resumen los valores para los parámetros de la ecuación general dependiendo del modelo particular que se esté considerando. La representación es la siguiente:

$$i(z', t) = P(z') i\left(0, t - \frac{z'}{v}\right) u\left(t - \frac{z'}{v_f}\right) \quad (1.2)$$

donde,

u es la función escalón de Heaviside o función escalón unitario,

$P(z')$ es el factor de atenuación de la corriente dependiente de la altura,

v_f es la velocidad de propagación hacia arriba del frente de la descarga de retorno,

v es la velocidad de propagación de la onda de corriente,

z' es la coordenada dirigida a lo largo del canal o altura medida desde el suelo a la cual se desea conocer la corriente.

En la tabla 1.1 se muestran las expresiones y valores de estos parámetros para cada uno de los cuatro modelos de ingeniería mencionados arriba.

Cuadro 1.1: $P(z')$ y v para cuatro modelos de ingeniería

Modelo	$P(z')$	v
BG	1	∞
TL	1	v_f
MTLL	$1 - \frac{z'}{H}$	v_f
MTLE	$e^{-\frac{z'}{\lambda}}$	v_f

En esta tabla, H es la altura total del canal de la descarga y λ es la constante de decaimiento de la corriente (asumida por Nucci *et al.* como $\lambda = 2000$ m.).

Usando el modelo MTLE o modelo de línea de transmisión modificado con decaimiento exponencial de la corriente, se analiza la forma de onda de la corriente en tres alturas diferentes a lo largo del canal. Para tal fin se usa la siguiente forma de onda para la corriente en la base del canal propuesta por Nucci *et al.* [7]:

$$i(0, t) = \left(\frac{I_1}{\eta}\right) \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^2 \frac{e^{\left(\frac{-t}{\tau_2}\right)}}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^2} + I_2 \left[e^{\left(\frac{-t}{\tau_3}\right)} - e^{\left(\frac{-t}{\tau_4}\right)} \right] \quad (1.3)$$

donde,

t es el tiempo, $I_1 = 9900$ A, $I_2 = 7500$ A, $\tau_1 = 7,2 \times 10^{-8}$ s, $\tau_2 = 5 \times 10^{-6}$ s, $\tau_3 = 60 \times 10^{-6}$ s, $\tau_4 = 6 \times 10^{-6}$ s y $\eta = 0,845$.

La gráfica de esta corriente en la base del canal se muestra en la figura 1.1.

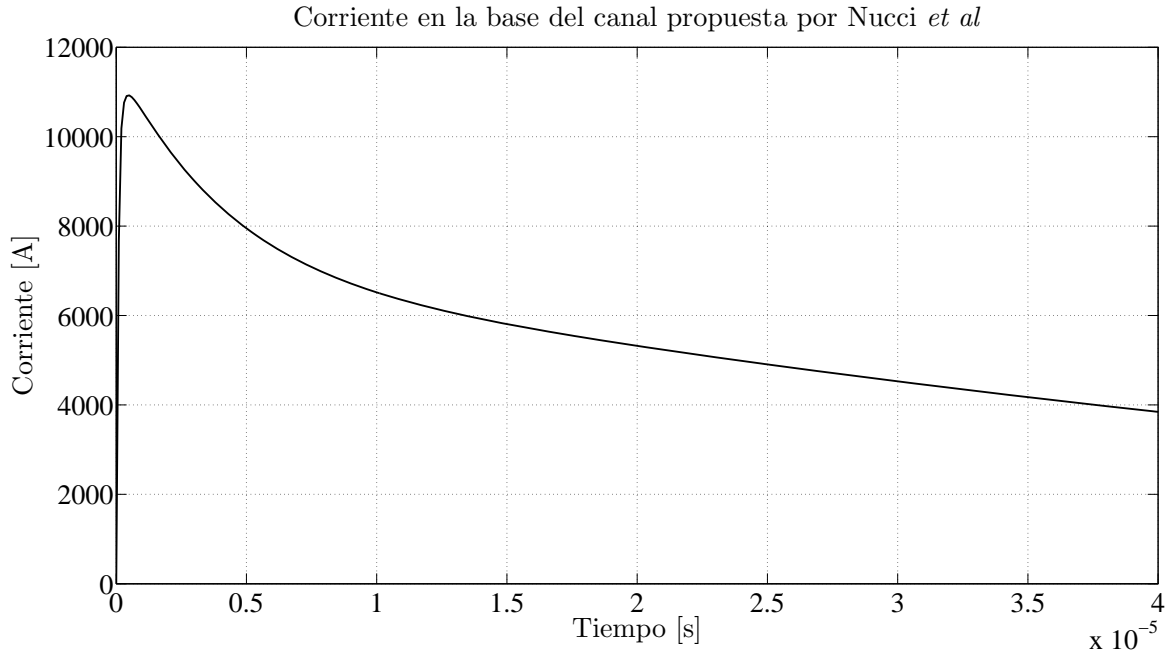


Figura 1.1: Corriente en la base del canal propuesta por Nucci *et al*.

Con base en los datos de la tabla 1.1 y la ecuación 1.2 se pueden escribir las ecuaciones para la distribución espacial y temporal de la corriente a lo largo del canal de la descarga según el modelo MTLE así:

$$\begin{aligned}
 i(z', t) &= e^{(-z'/\lambda)} i\left(0, t - \frac{z'}{v}\right) & \forall \quad t > \frac{z'}{v} \\
 i(z', t) &= 0 & \forall \quad t < \frac{z'}{v}
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

Para obtener la función de corriente a lo largo del canal se usaron los siguientes valores: $\lambda = 2000$ m. y $v = 1,5 \times 10^8$ m/s.

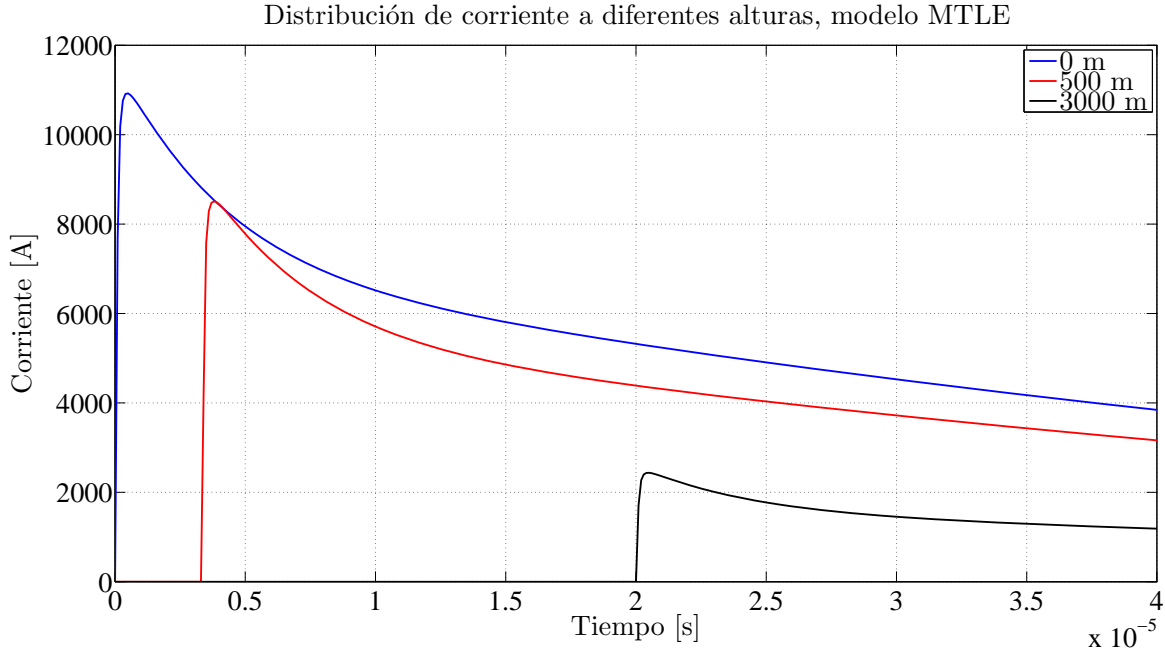


Figura 1.2: Corriente predicha por el modelo MTLE a diferentes alturas

En la figura 1.2 se observa la gráfica de la corriente de la descarga de retorno predicha por el modelo MTLE a tres alturas diferentes. Las alturas son $z' = 0$ m. (base del canal), $z' = 500$ m. y $z' = 3000$ m. De esta gráfica se puede observar que la forma de onda de la corriente en las distintas alturas es igual a la forma de onda en la base del canal y su amplitud decrece o es atenuada a medida que las alturas son mayores. Físicamente la atenuación de la amplitud de la corriente con la altura se debe a la neutralización de la carga del líder por la carga positiva que deposita en el canal la corriente ascendente de la descarga de retorno. Los modelos BG y TL no tienen en cuenta esta neutralización de la carga y por tanto la amplitud de la corriente no disminuye con la altura a lo largo del canal.

Modelos de generación de corriente (Current generation models)

Los modelos de generación de corriente, también llamados modelos de fuente de corriente viajera (traveling current source models), asumen la descarga de retorno como la descarga de una línea de transmisión y la corriente se determina completamente por la carga almacenada en el canal del líder [3]. En este tipo de modelos la corriente de la descarga de retorno es descendente, viaja hacia tierra. El único modelo del tipo de generación de corriente que se presenta en este capítulo es un modelo introducido por Cooray *et al.* y es el modelo con el cual se desarrolla esta tesis, los otros modelos de este tipo no se presentan ya que no son necesarios. En el apéndice A se hace la descripción matemática en la cual se fundamentan estos modelos y se describe la forma de calcular la corriente de la descarga de retorno, dichas ecuaciones se utilizan en la sección 1.2, donde se presenta el modelo del tipo generación de corriente con el cual se desarrolla esta tesis.

1.2. Modelo para la primera descarga de retorno del tipo generación de corriente de Cooray

En esta sección se presenta el modelo para la primera descarga de retorno con dos propósitos: el primero es desarrollar las ideas generales de los modelos de generación de corriente y segundo presentar el modelo en el cual se basa el desarrollo de esta tesis. El modelo que se presenta en esta sección fue publicado en [23] y también se describe más específicamente en [3], por lo tanto, los conceptos que se presentan en esta sección fueron adaptados de dichas referencias. A continuación se describe el modelo:

1.2.1. Suposiciones del modelo

- a* Se conoce la corriente en la base del canal.
- b* La densidad de carga por unidad de longitud, ρ_0 , del líder descendente a lo largo del canal es independiente de la altura (se puede acomodar cualquier otro perfil de carga sin dificultad, en esta tesis se introduce un perfil de carga diferente, el cual se incluye como parte del modelo en el capítulo 3).
- c* El frente lento de la forma de onda de la corriente en la base del canal es producido por el líder ascendente de conexión a medida que este se mueve por la zona de penachos (streamer zone) del líder escalonado. El líder ascendente de conexión se inicia cuando la zona de penachos (streamer zone) del líder escalonado toca tierra.
- d* El líder ascendente de conexión se mueve hacia arriba con una velocidad que se incrementa exponencialmente en función de la altura hasta que hace contacto con el líder escalonado descendente, momento en el cual inicia la descarga de retorno propiamente.
- e* La velocidad de la descarga de retorno, arriba del punto de contacto decrece exponencialmente con la altura.
- f* La corriente corona inyectada en el canal en un punto dado, decrece exponencialmente con el tiempo.
- g* La corriente inyectada se propaga hacia tierra a la velocidad de la luz y el coeficiente de reflexión de la corriente en tierra es igual a cero.

1.2.2. Representación matemática

La velocidad del líder ascendente de conexión está dada por:

$$v_c(z) = v_0 e^{z/\zeta_c} \quad (1.5)$$

Donde v_0 es la velocidad inicial del líder de conexión en $z = 0$ y ζ_c es una constante. La velocidad final del líder de conexión, será la velocidad inicial de la descarga de retorno y se da cuando el líder de conexión alcanza una altura igual a su longitud $z = l_c$.

$$v_c(l_c) = v_0 e^{l_c/\zeta_c} = v_i \quad (1.6)$$

Donde v_i es la velocidad inicial de la descarga de retorno. El tiempo de duración del frente lento de la corriente en la base del canal t_s y la longitud del líder de conexión l_c se pueden relacionar teniendo en cuenta que t_s es el tiempo necesario para que el líder de conexión alcance la altura l_c , más el tiempo necesario para que la corriente recorra la distancia l_c hacia tierra.

$$t_s = \int_0^{l_c} \frac{dz}{v_c(z)} + \frac{l_c}{c}$$

$$t_s = \frac{\zeta_c}{v_0} \left(1 - e^{-l_c/\zeta_c}\right) + \frac{l_c}{c} \quad (1.7)$$

Las ecuaciones 1.5 - 1.7 se pueden resolver para obtener ζ_c y v_0 si l_c es conocido.

Puesto que se asume que la velocidad de la descarga de retorno decrece exponencialmente con la altura y que la descarga de retorno empieza en una altura igual a l_c , se puede escribir:

$$v_r(z) = v_i e^{-(z-l_c)/\zeta_r} \quad (1.8)$$

Donde ζ_r es la constante de decaimiento con la altura. La corriente corona por unidad de longitud inyectada en el canal depende de la altura sobre el canal y se puede representar como:

$$I_c(z, t) = I_0(z) e^{-t/\tau(z)} \quad (1.9)$$

Donde $\tau(z)$, es una función de la altura, y se conoce como constante de tiempo de descarga y por lo tanto, representa la duración de la corriente corona inyectada en el canal por unidad de longitud. Por el principio de conservación de la carga, se pueden relacionar $I_c(z, t)$ y ρ_0 de la siguiente forma:

$$\rho_0 = \int_0^{\infty} I_c(z, t) dt \quad (1.10)$$

Con esto se obtiene el valor de I_0 y se escribe la ecuación para la corriente corona por unidad de longitud como:

$$I_c(z, t) = \frac{\rho_0}{\tau(z)} e^{-t/\tau(z)} \quad (1.11)$$

En general, el líder de conexión ascendente se puede ver como el estado inicial de la descarga de retorno ocurriendo por debajo de $z = l_c$, y la velocidad de propagación dada por la ecuación 1.5 se puede ver como la velocidad de la descarga de retorno durante este estado inicial, después de esto, la velocidad de la descarga de retorno está dada por la ecuación 1.8.

Una vez se tiene la función que representa la corriente corona por unidad de longitud, se puede encontrar la variación de la corriente total en función del tiempo a cualquier altura z , integrando la función de la corriente corona según se expresa en la ecuación A.4. Esto da como resultado:

$$I(z, t) = \int_z^{Z_m} \frac{\rho_0}{\tau(\lambda)} e^{-\frac{(t-t_{on}-\frac{\lambda-z}{c})}{\tau(\lambda)}} d\lambda \quad (1.12)$$

Los valores de Z_m y t_{on} se pueden evaluar con las ecuaciones A.5 y A.2 respectivamente. La función $\tau(\lambda)$ es la constante de tiempo de descarga o duración de la corriente corona y depende de la altura, por lo tanto para realizar la integral dada en 1.12 se debe conocer esta función. A continuación se describe un método para conocer el valor numérico de $\tau(\lambda)$ a cualquier altura.

Método para conocer el valor numérico de $\tau(z)$ en cualquier altura

La corriente total en la base del canal $I(0, t)$, está dada por la siguiente ecuación, reemplazando $z = 0$ en 1.12

$$I(0, t) = \int_0^{Z_m} \frac{\rho_0}{\tau(\lambda)} e^{-\frac{(t-t_{on}-\frac{\lambda}{c})}{\tau(\lambda)}} d\lambda \quad (1.13)$$

Si se divide el canal en un número de segmentos de igual longitud dz , la integral de 1.13 se puede escribir como una sumatoria así:

$$I(0, t_m) = \sum_{n=1}^m \frac{\rho_0}{\tau_n} e^{-\frac{(t_m - \frac{(n-1)dz}{v_{an}} - \frac{(n-1)dz}{c})}{\tau_n}} \quad (1.14)$$

Donde τ_n es la constante de tiempo de descarga de la corriente corona para el n -ésimo segmento y v_{an} es la velocidad promedio de la descarga de retorno sobre la sección del canal que conecta la tierra y el n -ésimo segmento. En esta ecuación t_m es el tiempo para el cual el segmento m es el máximo segmento que puede contribuir a la corriente total en la base del canal y está dado por:

$$t_m = \left[\frac{m-1/2}{v_{am}} + \frac{m-1/2}{c} \right] dz \quad (1.15)$$

Si se conoce la velocidad de la descarga de retorno y la corriente en la base del canal, entonces se puede hacer una estimación progresiva de la constante de tiempo de descarga a diferentes alturas. Se empieza con $m = 1$, en cuyo caso sólo se desconoce τ_1 y se obtiene el tiempo t_m para el cual solamente el segmento 1 puede contribuir a la corriente total en la base del canal, con este valor de tiempo se obtiene la corriente en la base del canal para ese tiempo, la cual es una función conocida y se encuentra el valor de τ_1 , después se hace $m = 2$ y se calcula el nuevo tiempo t_m para el cual el segmento 2 es el máximo segmento que contribuye a la corriente total en la base del canal y se calcula τ_2 y así sucesivamente hasta encontrar el valor de τ en la altura deseada.

El problema de determinar τ en una altura dada, se reduce a resolver la siguiente ecuación no lineal para la variable desconocida τ_m :

$$f(\tau_m) = \frac{\rho_0}{\tau_m} e^{-\frac{(t_m - \frac{(m-1)dz}{v_{am}} - \frac{(m-1)dz}{c})}{\tau_m}} + \sum_{n=1}^{m-1} \frac{\rho_0}{\tau_n} e^{-\frac{(t_m - \frac{(n-1)dz}{v_{an}} - \frac{(n-1)dz}{c})}{\tau_n}} - I(0, t_m) = 0 \quad (1.16)$$

1.2.3. Resultados

Corriente en la base del canal

La corriente usada en la base del canal para obtener los valores de la función $\tau(z)$ a diferentes alturas fue propuesta en [23]. Esta corriente puede representar la corriente en la base del canal para la primera descarga de retorno de una descarga típica. La cual es un parámetro que se puede medir. La expresión analítica para la corriente en la base del canal usada es la siguiente:

$$I(t) = \left[I_1 \frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n} + I_2 \left(1 - e^{(-t/\tau_1)^3}\right) \right] \times \left[ae^{-t/\tau_2} + be^{-t/\tau_3} \right] \quad (1.17)$$

Con $I_1 = 7,8 \times 10^3$ A, $I_2 = 32,5 \times 10^3$ A, $n = 100$, $\tau_1 = 5 \times 10^{-6}$ s, $\tau_2 = 4 \times 10^{-6}$ s, $\tau_3 = 100 \times 10^{-6}$ s, $a = 0,2$ y $b = 0,8$. Además, esta corriente tiene un tiempo de frente de alrededor de $t_s = 5\mu s$.

En la gráfica de la figura 1.3 se representa la forma de onda mencionada.

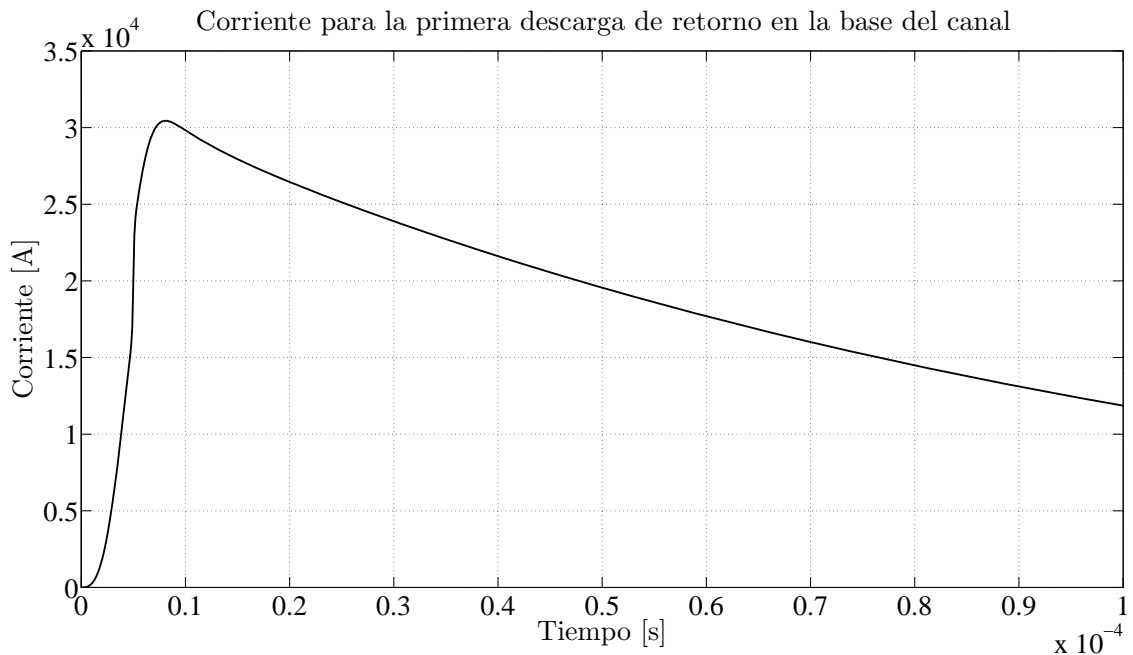


Figura 1.3: Corriente usada para la primera descarga de retorno en la base del canal

Distribución espacial y temporal de las corrientes a lo largo del canal

En la figura 1.4 se muestra la gráfica de la variación de la corriente con respecto al tiempo a diferentes alturas a lo largo del canal. Los valores usados de los parámetros son: $l_c = 70m$, $\rho_0 = 0,001C/m$, $\zeta_c = 17,8935$, $\zeta_r = 1500$, $v_i = 2 \times 10^8 m/s$ y $v_0 = 4 \times 10^6 m/s$.

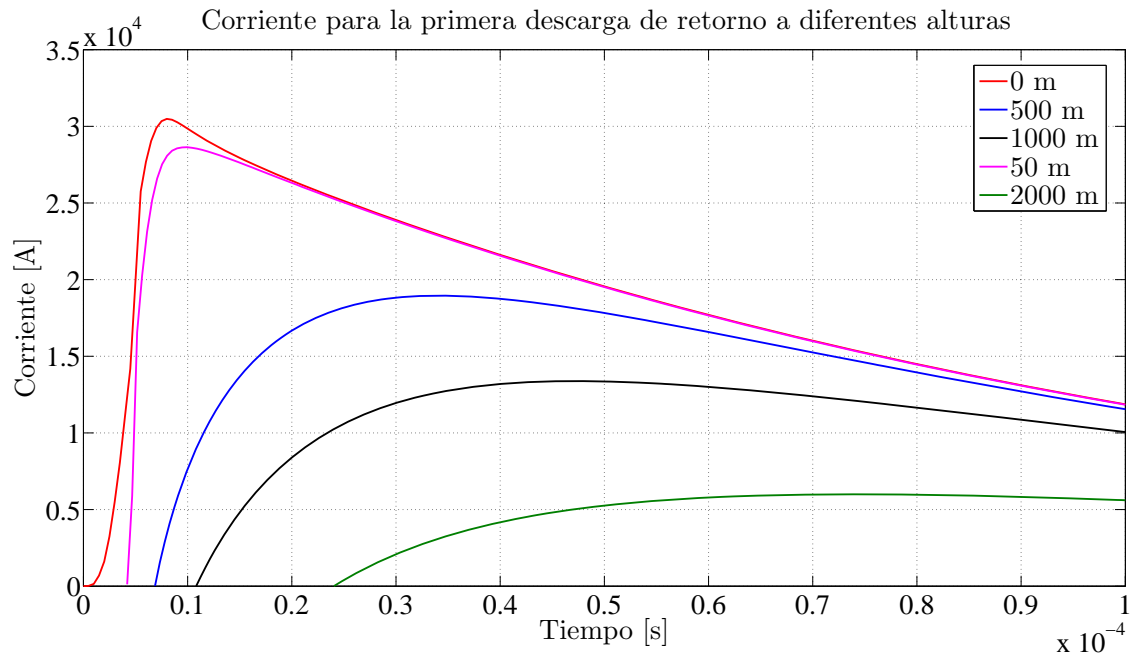


Figura 1.4: Corriente para la primera descarga de retorno

En esta gráfica se puede observar cómo el modelo predice una atenuación de la corriente a medida que se incrementa la altura, tal como lo hace el modelo MTLE y se presenta en la gráfica de la figura 1.2. Sin embargo, el modelo de Cooray que se ha presentado en esta sección predice una característica adicional y es la variación en la forma de onda de las corrientes a diferentes alturas, con respecto a la forma de onda de la corriente en la base del canal. Esta característica adicional y que no está presente en los modelos de ingeniería, se debe a que en el caso del presente modelo, la corriente se considera causada por la neutralización de la carga de corona alrededor del canal del líder y se considera que esa corriente corona decrece de forma exponencial con el tiempo y tiene una constante de tiempo de descarga, la cual varía con la altura. El modelo predice que a medida que la altura se incremente las constantes de tiempo de la descarga son más grandes lo cual se traduce en una duración más grande de la corriente corona y por lo tanto una neutralización más lenta de dichas corrientes.

Adicionalmente se puede observar que cuando el modelo se evalúa en una altura de 0 m, reproduce exactamente la corriente en la base del canal que fue usada como parámetro de entrada para ajustar los valores de $\tau(z)$ a diferentes alturas. Esta característica es importante porque permite que el modelo incorpore como parámetro de entrada cualquier corriente en la base del canal, la cual es un parámetro medible, y en relación a dicha corriente se ajustan las constantes del modelo para predecir la distribución de corrientes en función de la altura.

Modelado de la densidad de carga lineal para canales con geometría irregular

El modelado de la corriente para la primera descarga de retorno, que viaja por un canal con geometría irregular, requiere de un modelo que describa la variación de la densidad de carga lineal a lo largo de dicho canal incluyendo sus ramas, para tal fin se utilizó el modelo Bi-Líder [14], [16], [17]. El modelo Bi-Líder es un trabajo previo de otro autor, como resultado de su tesis doctoral (para profundizar en dicho modelo se hace referencia a [14]). A través del modelo Bi-Líder se pueden obtener varios cálculos, uno de los cuales es la distribución de carga a lo largo de canales con geometría irregular (con tortuosidad y ramificaciones). Es por esto que en esta tesis se utilizaron los resultados para la distribución de carga en canales con geometría irregular, obtenidos a partir del modelo Bi-Líder, como insumo para llevar a cabo un análisis de regresión sobre los mismos y obtener así expresiones analíticas que describan la variación de la densidad lineal de carga en canales de la descarga con tortuosidad y ramificaciones.

El análisis de regresión se lleva a cabo con el fin de obtener un modelo que sea independiente de la geometría del canal tortuoso y ramificado y además independiente del uso del modelo Bi-Líder, de tal forma que no sea necesario utilizar el modelo Bi-Líder cada vez que se quiera obtener la distribución de carga en un canal con una geometría particular. Las expresiones analítica obtenidas son un aporte al conocimiento puesto que hasta el presente se ha considerado una densidad de carga uniforme a lo largo del canal. Además de esto, dichas expresiones son de utilidad en cualquier análisis donde se requiera conocer la variación de la densidad lineal de carga en canales con geometría irregular, independiente del uso que se da en esta tesis a dichas expresiones, donde se usan para modelar la corriente para la primera descarga de retorno en canales con geometría irregular.

A continuación se hace una descripción del modelo Bi-Líder y se presentan los resultados del análisis de regresión.

2.1. Descripción del modelo Bi-Líder

La descripción que se hace en esta sección es adaptada de [14], [16] y [17]. A continuación se realiza la descripción del modelo Bi-Líder. Para profundizar en los argumentos que sustentan las suposiciones de este modelo se hace referencia a [14], [16] y [17].

2.1.1. Descripción del modelo

El modelo Bi-Líder es un modelo electrostático para la etapa del líder escalonado de la descarga eléctrica atmosférica y para descargas nube-tierra negativas solamente. El modelo también puede ser usado en la etapa del líder dardo. El modelo se fundamenta en el concepto bipolar/bidireccional que propone un canal que se extiende con polaridad y direcciones opuestas desde un punto de inicio y con carga neta igual a cero. El canal cargado negativamente se propaga hacia tierra y el positivo penetra dentro de la nube. En la figura 2.1 se muestra un esquema del modelo y más abajo se realiza su descripción.

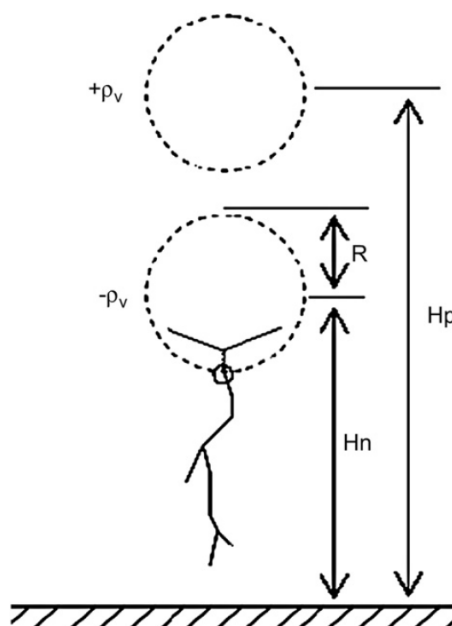


Figura 2.1: Esquema del modelo Bi-Líder, tomado de [16]

La nube de tormenta se representó por dos centros de carga esféricos, el positivo en la parte más alta de la nube y el negativo en la parte más baja, con densidades de carga volumétrica constante y con iguales magnitudes pero de polaridad opuesta, tal como un dipolo. Con base en el concepto bipolar/bidireccional se asumió que el líder escalonado se propaga en dos direcciones a partir de un punto de inicio que se asumió en el punto más bajo del centro de carga negativo (representado en el esquema con la circunferencia de línea sólida). El líder escalonado negativo viaja hacia tierra, mientras que el positivo entra en la nube. El canal del líder se asumió con conductividad infinita. Para la parte con carga positiva del líder, se asumió una geometría fija, la cual se describe en [14] y [16]. La conductividad del suelo se asumió infinita.

La solución numérica del problema planteado por el modelo se logra con el método de simulación de cargas [15], donde las incógnitas son las cargas eléctricas a lo largo del canal bipolar/bidireccional. Dos cargas esféricas con densidad de carga conocida se usaron para modelar la nube de tormenta y líneas de carga finita sin simetría para modelar el líder escalonado descendente y las ramificaciones hacia arriba. El canal completo del líder escalonado se divide

en varios segmentos, cuya longitud óptima se estimó entre 3 y 4 veces el radio adoptado del canal del líder y dicho radio se fijó en un valor de 3 m. Las ecuaciones para las líneas de carga finitas sin simetría fueron deducidas y se presentan en [14] y [16]. De esta manera se puede estimar la densidad lineal de carga en cada segmento del canal y es posible conocer el potencial y por lo tanto el campo electrostático en cualquier punto del espacio como una suma de las contribuciones de todos los segmentos de carga lineal, de los centros de carga de la nube y de las imágenes de cada uno de los anteriores.

2.1.2. Generación aleatoria del canal del líder escalonado descendente

La generación aleatoria del canal tortuoso fue basada en caracterizaciones estadísticas de rayos naturales, reportadas por Hill [12], [11] y por Idone y Orville [19]. En la figura 2.2 se presenta el esquema para describir la generación de los canales tortuosos aleatorios.

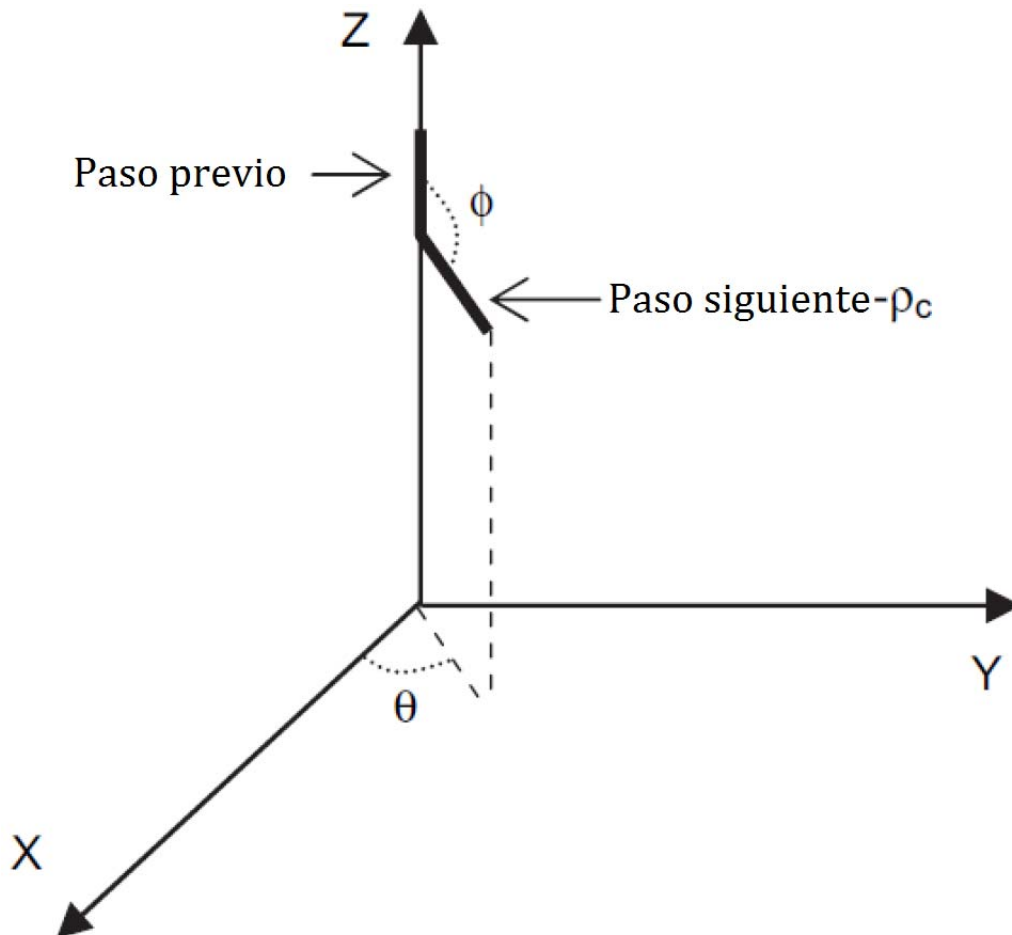


Figura 2.2: Esquema para la generación de los pasos del líder, tomado de [16]

La generación de los canales se realiza en coordenadas esféricas. Con las coordenadas definidas en el esquema de la figura 2.2 y las caracterizaciones estadísticas mencionadas pre-

viamente, las coordenadas se generan de la siguiente forma:

- ϕ Se genera aleatoriamente de una distribución gaussiana con media 180° y cuya desviación estándar se ajusta para obtener un valor medio absoluto alrededor de 17°
- θ Se genera uniformemente entre 0° y 360°
- ρ_c Representa la longitud del paso y se genera con base en una distribución uniforme en la cual el segmento se encuentra entre 50m - 100m al inicio y se reduce gradualmente a valores entre 10m - 30m al nivel de tierra.

Este procedimiento se repite consecutivamente hasta completar el camino a tierra del líder escalonado.

Para la generación de las ramas se usa el mismo procedimiento con las siguientes modificaciones que se incluyen con base en observaciones de canales naturales ramificados, las cuales fueron llevadas a cabo por Eriksson [6]:

- Alrededor del 50 % de las descargas tienen dos o más ramas y sólo alrededor del 12 % son sin ramas.
- Las ramas tienen un ángulo de desviación con respecto a la vertical de alrededor de 45° .
- La longitud de los pasos, definida por la coordenada ρ_c se limitó al rango 10m - 50m.

En las figuras 2.3 y 2.4 se muestra la gráfica de canales típicos con tortuosidad y ramificaciones, los cuales se generaron usando el método descrito.

2.2. Descripción del método usado para el análisis de regresión

La descripción que se realiza en esta sección es adaptada completamente de [22]. Para el análisis de regresión se utilizó el *Curve Fitting Toolbox* (herramienta para el ajuste de curvas) del software MATLAB, que permite realizar de una forma interactiva el ajuste de curvas y superficies a un conjunto de datos y obtener medidas de la bondad de los ajustes y análisis de residuales. A continuación se describen los métodos utilizados por este software.

2.2.1. Método de los mínimos cuadrados no lineales

El *Curve Fitting Toolbox* de MATLAB utiliza la formulación de mínimos cuadrados no lineales para ajustar un modelo no lineal a los datos. Un modelo no lineal se define como una ecuación que es no lineal en los coeficientes, o una combinación lineal y no lineal en los coeficientes. Para ajustar un modelo no lineal a los datos se requiere de un algoritmo iterativo que estima los coeficientes de la ecuación minimizando la suma de los residuos al cuadrado o suma de los errores cuadrados. El principal algoritmo iterativo de ajuste usado por el software y el algoritmo que se usó para encontrar las ecuaciones que se presentan en este capítulo es el algoritmo *trust-region* (región de confianza).

Para el i -ésimo punto de los datos, se define el residuo r_i como la diferencia entre el valor de la respuesta observado y_i y el valor de la respuesta ajustado \hat{y}_i .

$$r_i = y_i - \hat{y}_i$$

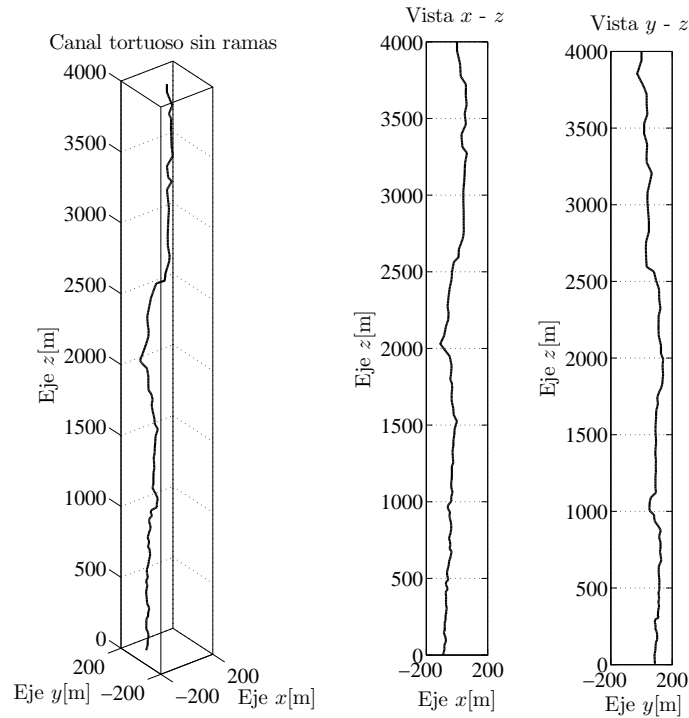


Figura 2.3: Canal tortuoso sin ramas

La suma de los residuos al cuadrado está dada por:

$$S = \sum_{i=1}^n r_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Donde y_i es el valor de la i -ésima respuesta observada, en este caso el valor de la densidad lineal de carga para uno de los segmentos del canal, \hat{y}_i es el valor ajustado de la respuesta, el cual se calcula con la función no lineal que representa los datos.

El método de optimización encuentra los valores de los coeficientes de la ecuación tal que S tenga el valor mínimo posible. Una vez se ha encontrado la ecuación que representa los datos, es decir el método de optimización ha llegado a la convergencia, se debe verificar que el ajuste es adecuado, para lo cual existen medidas de la bondad del ajuste, las cuales se describen a continuación.

2.2.2. Medida de la bondad del ajuste

Para medir la bondad del ajuste se dispone de cuatro medidas estadísticas, las cuales se listan a continuación:

- SUMA DE LOS CUADRADOS DEBIDO AL ERROR (SSE).
Este valor mide la desviación total de los valores de respuesta del ajuste con respecto a los valores de respuesta observados. También se llama la suma de los residuos al

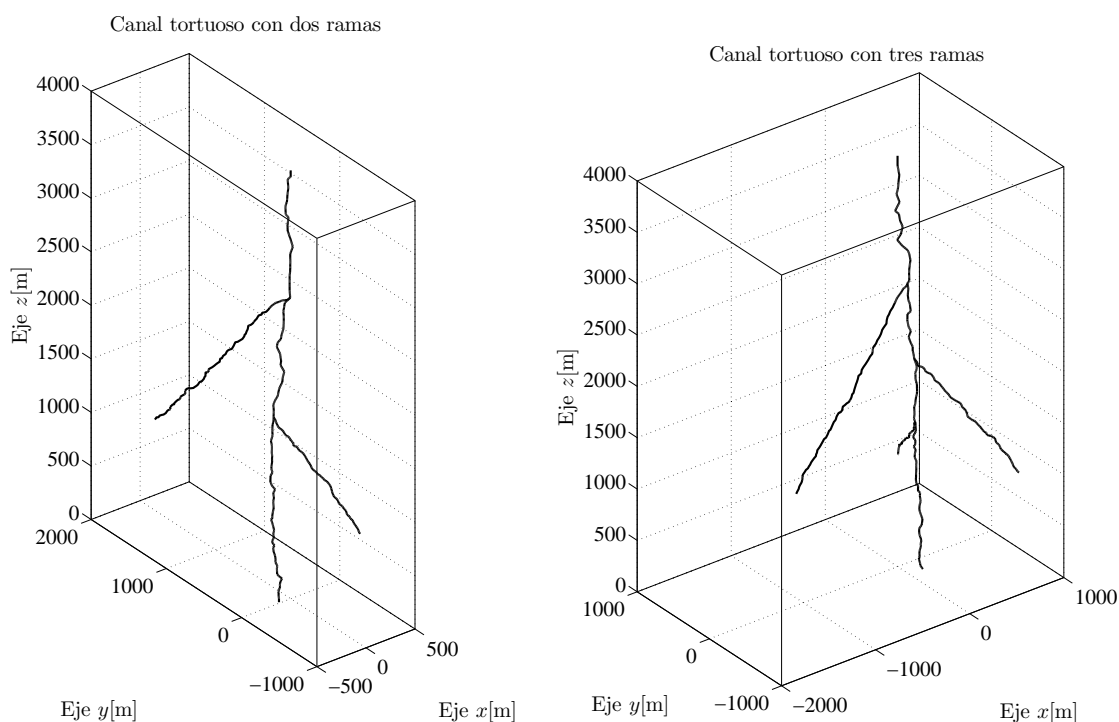


Figura 2.4: Canales tortuosos con dos y tres ramas

cuadrado.

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Un valor cercano a 0 indica que el modelo tiene una componente más pequeña de error aleatorio, y que el ajuste será más útil para predicción.

- R-CUADRADO.

Este valor mide qué tan efectivo es el ajuste explicando la variación de los datos. También es llamado el cuadrado del coeficiente de correlación múltiple.

$$R - cuadrado = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

R-cuadrado puede tomar cualquier valor entre 0 y 1, un valor cercano a 1 indica que una mayor porción de la varianza es explicada por el modelo de ajuste.

- R-CUADRADO AJUSTADO.

Si el número de coeficientes ajustado en el modelo se incrementa, entonces el valor de R-cuadrado también se incrementa aunque el ajuste no mejore en un sentido práctico, para evitar esta situación se debe usar el valor R-cuadrado ajustado a los grados de libertad.

Los grados de libertad residuales se definen como la diferencia entre el número de valores de respuesta n y el número de coeficientes ajustados m .

$$v = n - m$$

Y el valor R-cuadrado ajustado se define como:

$$R - \text{cuadrado ajustado} = 1 - \frac{SSE(n-1)}{SST(v)}$$

R-cuadrado ajustado puede tomar valores menores o iguales a 1, un valor cercano a 1 indica un mejor ajuste.

- RAÍZ DEL ERROR CUADRÁTICO MEDIO (RMSE).
También conocido como error estándar de la regresión. Es un estimativo de la desviación estándar de la componente aleatoria en los datos, se define como:

$$RMSE = \sqrt{MSE}$$

donde MSE es el error cuadrático medio o el residual cuadrático medio

$$MSE = \frac{SSE}{v}$$

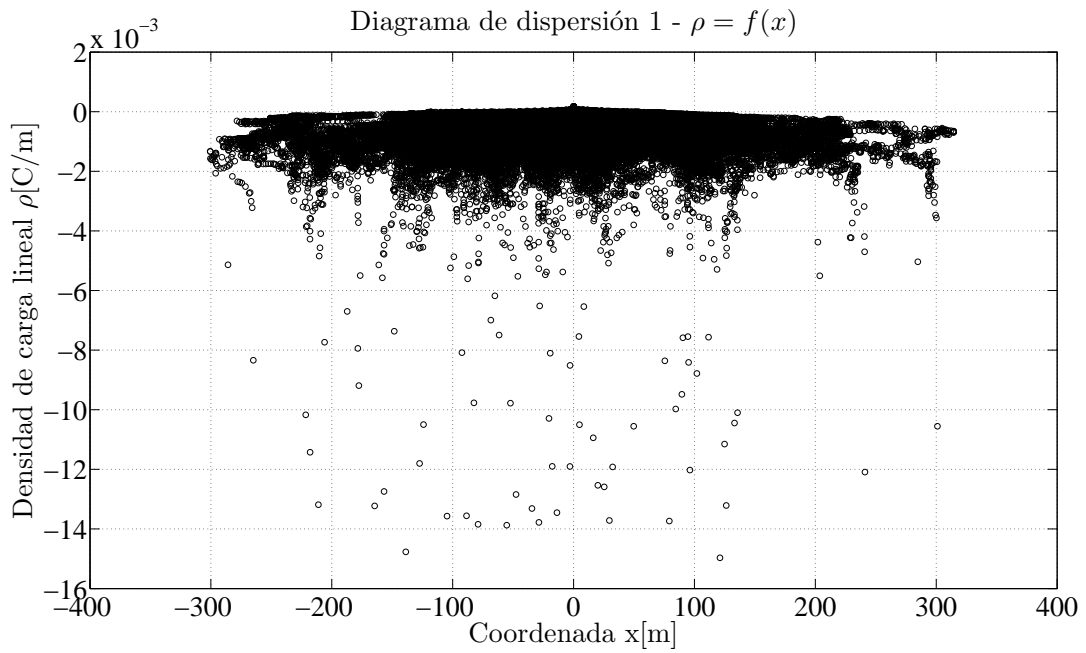
Al igual que SSE , un valor de MSE cercano a 0 indica un ajuste que es más útil para predicción.

2.3. Resultados del análisis de regresión

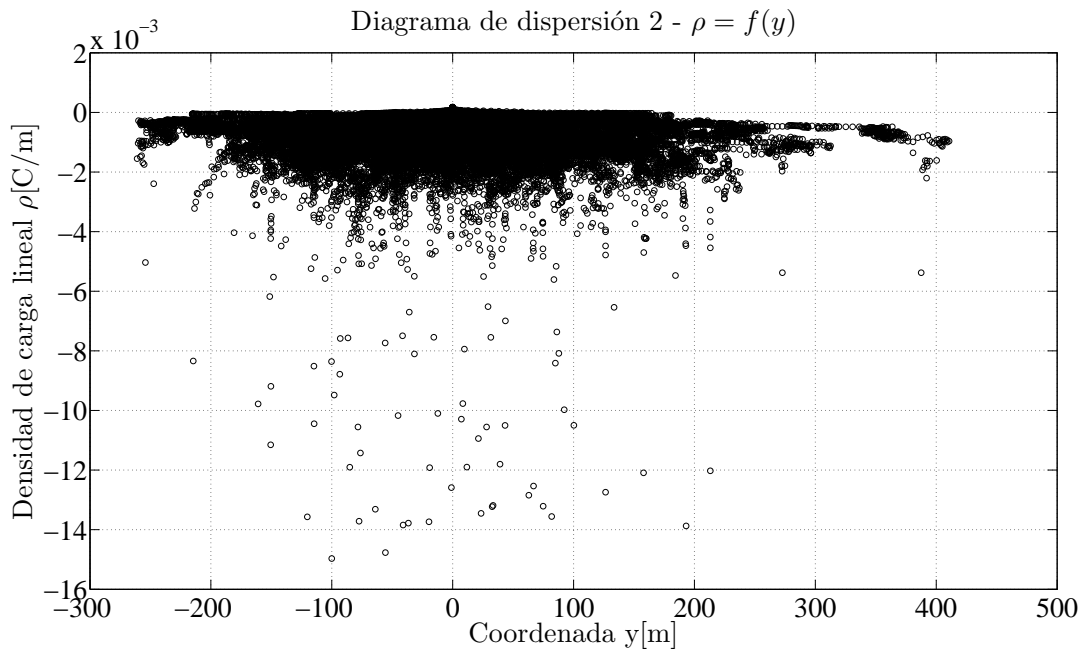
Usando el modelo Bi-Líder se generaron 100 simulaciones de canales tortuosos sin ramas, 100 de canales tortuosos con dos ramas y 100 de canales tortuosos con tres ramas. Cada una de las simulaciones realizadas con el modelo Bi-Líder tiene la siguiente información que se utilizó para el análisis de regresión: coordenadas x , y y z de los puntos inicial y final de cada segmento del canal, densidad de carga lineal asociada a cada segmento del canal y carga total almacenada en el canal completo del líder escalonado. Con estos datos se llevó a cabo un análisis de regresión con el fin de encontrar expresiones analíticas para la variación de la densidad de carga lineal a lo largo de los canales simulados.

2.3.1. Resultados para el canal tortuoso sin ramas

Para realizar el análisis de regresión, primero se elabora un diagrama de dispersión de los datos para observar el tipo de dependencia entre la variable dependiente (densidad lineal de carga) y las variables independientes (coordenadas x , y , z y carga total almacenada en el canal Q). También se mide el coeficiente de correlación lineal entre las variables como una primera medida de la dependencia entre ellas. A continuación se presentan los diagramas de dispersión y los coeficientes de correlación lineal entre la variable dependiente y las diferentes variables independientes.

Figura 2.5: Diagrama de dispersión 1 - $\rho = f(x)$

Coefficiente de correlación lineal, $r_{\rho,x} = 0,0259$

Figura 2.6: Diagrama de dispersión 2 - $\rho = f(y)$

Coefficiente de correlación lineal, $r_{\rho,y} = -0,0152$

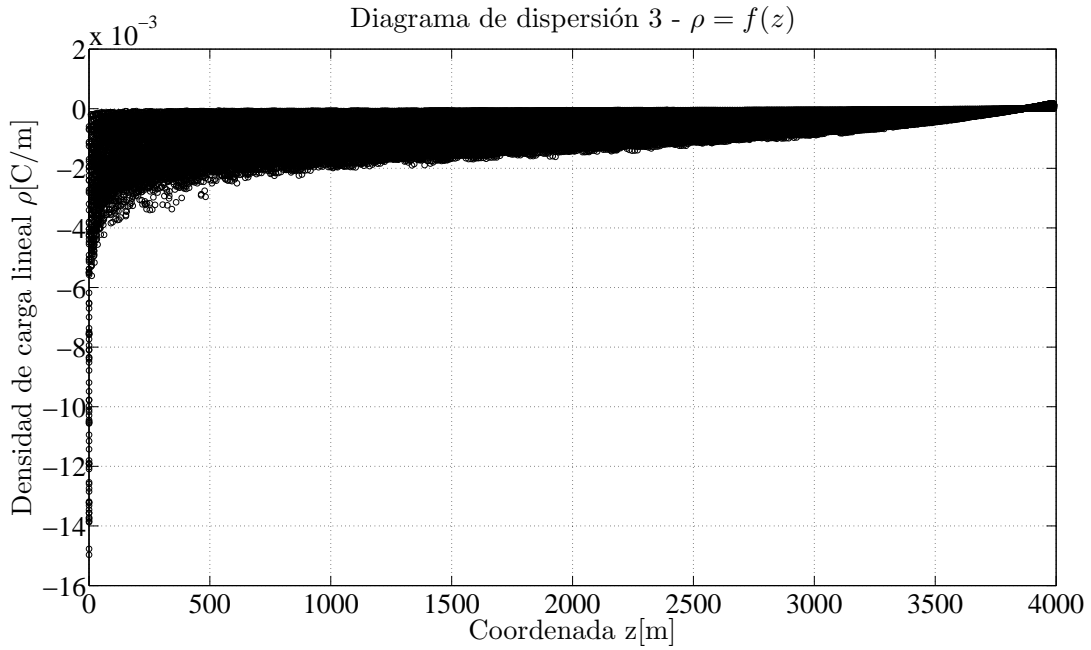


Figura 2.7: Diagrama de dispersión 3 - $\rho = f(z)$

Coefficiente de correlación lineal, $r_{\rho,z} = 0,5792$

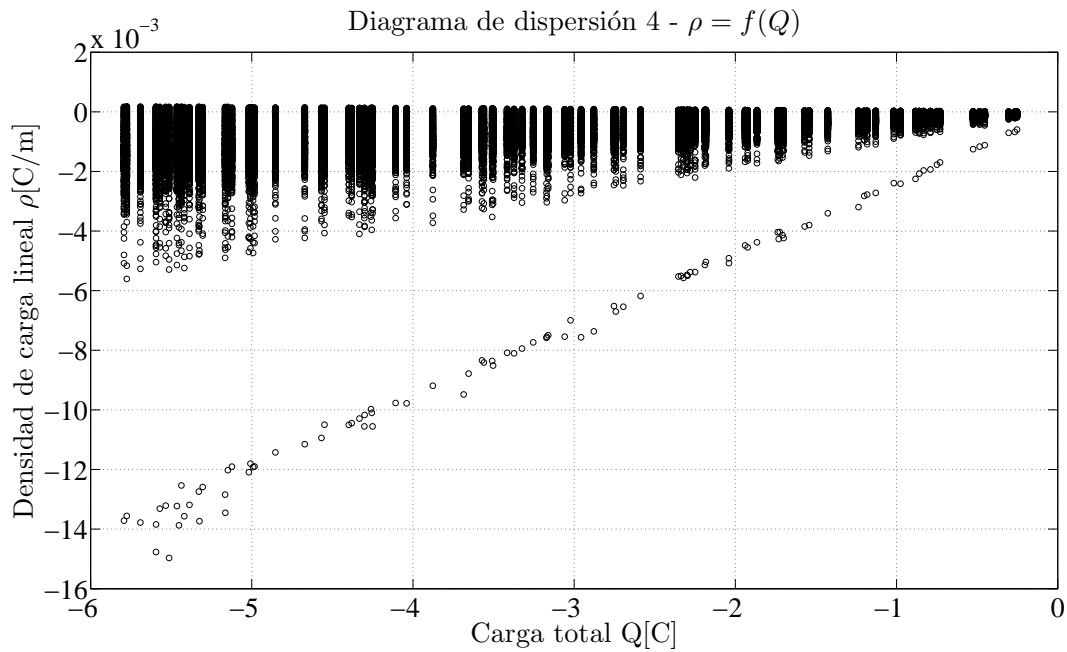


Figura 2.8: Diagrama de dispersión 4 - $\rho = f(Q)$

Coefficiente de correlación lineal, $r_{\rho,Q} = 0,5368$

Como era de esperarse, la mayor dependencia se encuentra entre la variable dependiente ρ y la altura sobre el canal z , también con la carga total almacenada en el canal Q , esto debido a que la densidad de carga es lineal y por lo tanto varía a lo largo de la dimensión sobre la cual está distribuida. Los coeficientes de correlación lineal son una primera medida que indica entre cuáles variables puede existir una correlación más fuerte, una correlación de tipo no lineal.

Los resultados presentados en los anteriores diagramas de dispersión, junto con las medidas de los coeficientes de correlación sugieren que para realizar un ajuste con el mínimo porcentaje de error, la densidad de carga lineal se debe modelar como una función de la altura y la carga total almacenada en el canal. Teniendo en cuenta este hecho, se gráfica el diagrama de dispersión para observar la dependencia de los datos y se muestra en la figura 2.9.

Diagrama de dispersión para el canal sin ramas $\rho = f(z, Q)$

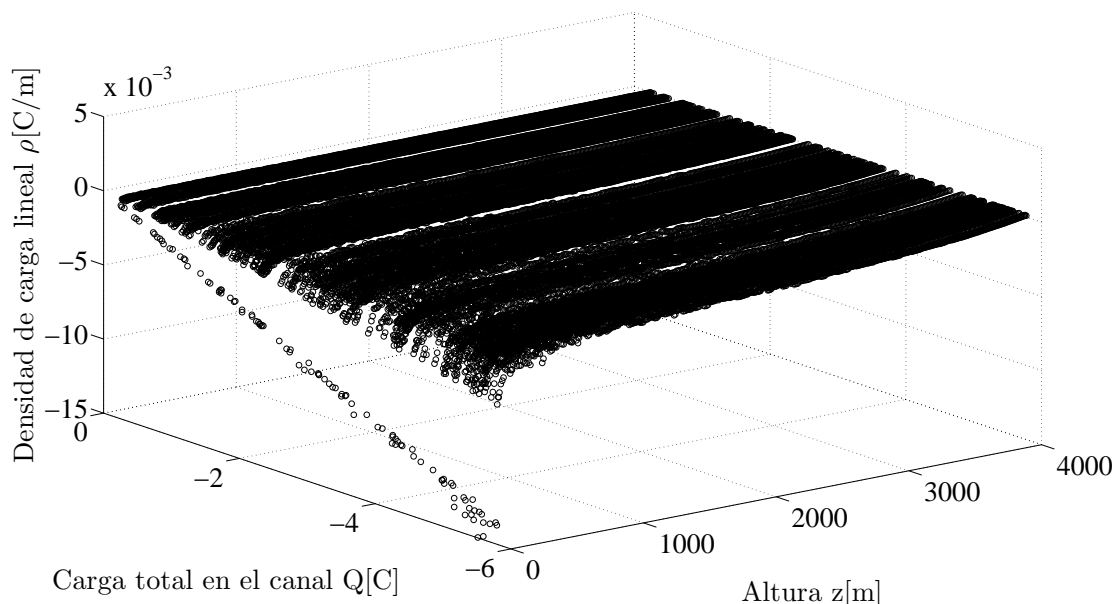


Figura 2.9: Diagrama de dispersión para el canal sin ramas $\rho = f(z, Q)$

Usando el método descrito en la sección 2.2, se obtuvo la siguiente ecuación para la superficie que mejor se ajusta a los datos representados en el diagrama de dispersión de la figura 2.9:

$$\rho(z, Q) = \frac{(\alpha + Q)(\beta e^{-\gamma z})}{(10 + \delta e^{-\mu z})} \quad (2.1)$$

Donde las variables independientes son: z , que representa la altura de un punto sobre el canal y Q , que representa la carga total almacenada en el canal completo de la descarga.

Los parámetros de la ecuación son: α , β , γ , δ y μ , los cuales tienen los siguientes valores: $\alpha = 0,008645$, $\beta = 0,005108$, $\gamma = 0,0004694$, $\delta = -7,894$ y $\mu = 10,92$.

En la figura 2.10 se muestra el diagrama de dispersión de los datos para el canal sin ramas y la superficie de ajuste a dichos datos, la cual se gráfica usando la ecuación 2.1

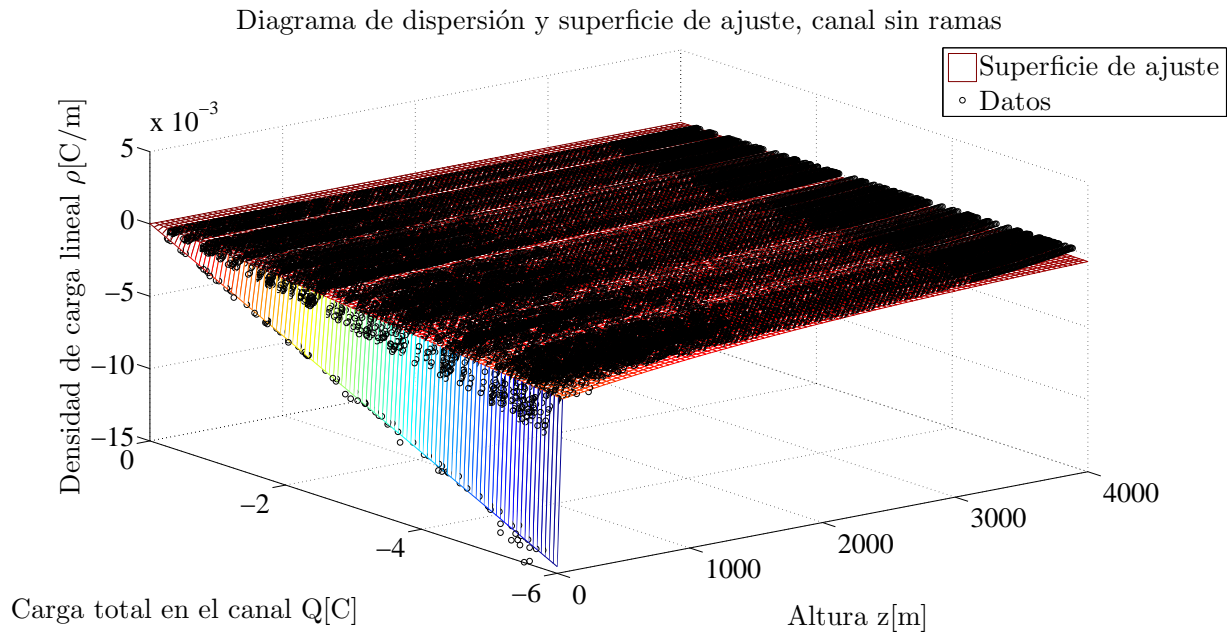


Figura 2.10: Diagrama de dispersión y superficie de ajuste, canal sin ramas

Los resultados de la bondad del ajuste se presentan a continuación:

$$\begin{aligned}
 SSE &= 0,1521 \\
 R^2 &= 0,9329 \\
 AdjR^2 &= 0,9329 \\
 RMSE &= 0,001886
 \end{aligned}$$

Como conclusión, se puede observar que la densidad de carga lineal es más grande en magnitud en puntos más cercanos a la punta del líder escalonado y que los valores decrecen en puntos cercanos al punto de inicio del líder escalonado, también se puede observar que los valores de la densidad de carga lineal varían en relación directa con la carga total almacenada en el canal del líder.

A manera de ejemplo, la gráfica de la figura 2.11 muestra la variación de la densidad de carga lineal para dos canales diferentes, con valores de carga total $Q_1 = -3,2544[C]$ y $Q_2 = -0,7494[C]$. Las líneas azul y amarilla representan la variación de la densidad de carga según los datos de las simulaciones y las líneas roja y negra representan la variación de la densidad de carga según el ajuste, las líneas de ajuste se obtienen reemplazando en la ecuación 2.1 los respectivos valores de carga total en el canal y dejando que varíe con respecto a la altura.

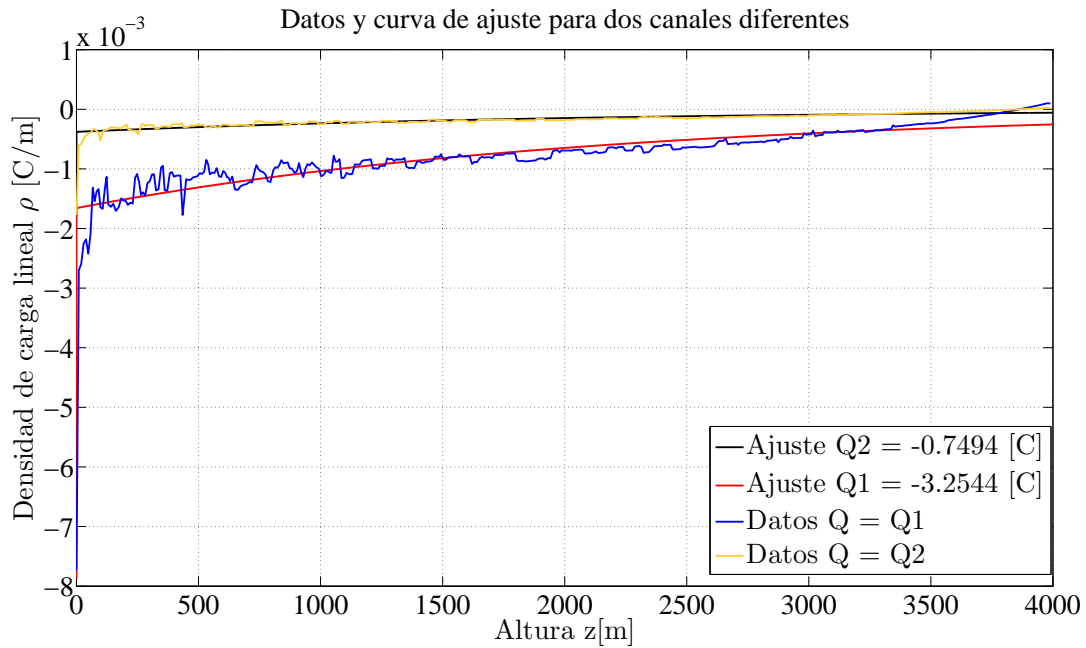


Figura 2.11: Ejemplo de uso de la ecuación de regresión para el canal sin ramas

2.3.2. Resultados para el canal tortuoso con dos ramas

Para el canal tortuoso con dos ramas, es necesario separar los datos del canal principal y los datos de las ramas, esto debido a que la densidad de carga lineal puede variar a lo largo del canal central, es decir, a lo largo de la altura de un punto sobre el canal y puede variar a lo largo de una de las ramas. Es por esto que se decidió obtener una ecuación para la variación de la densidad de carga lineal en el canal central, siguiendo el método que se utilizó para el canal sin ramas y definir una nueva coordenada a lo largo de la cual se espera que varíe la densidad de carga lineal de las ramas. A continuación se presenta la definición de la nueva coordenada d y se muestra el coeficiente de correlación lineal entre esa variable y la densidad de carga lineal en las ramas.

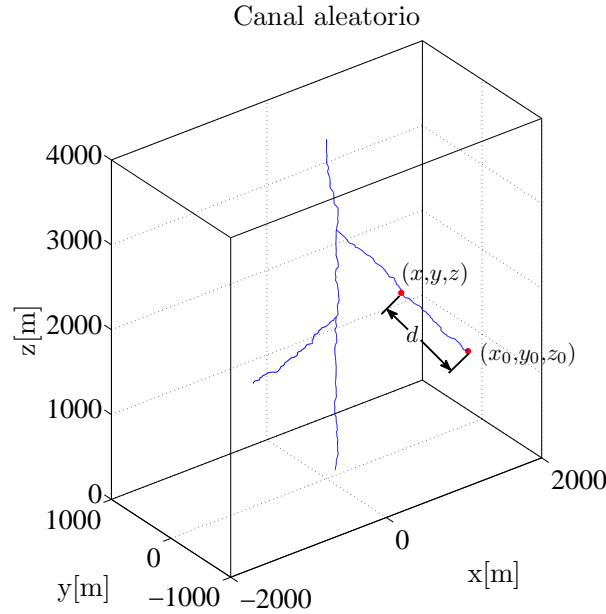


Figura 2.12: Canal aleatorio de dos ramas, definición de d

En la figura 2.12 se define la coordenada d como la distancia entre un punto cualquiera de una rama, con coordenadas (x, y, z) y la punta de esa rama, con coordenadas (x_0, y_0, z_0) . En función de las coordenadas cartesianas, la coordenada d queda definida por:

$$d = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \quad (2.2)$$

Esta definición es válida para cualquier rama, teniendo en cuenta que el punto con coordenadas (x_0, y_0, z_0) equivale al último punto de aquella rama sobre la cual está el otro punto para el cual se calcula d y que dicho punto, para el cual se calcula d , tiene coordenadas (x, y, z) .

De esta manera, se realiza la variación a lo largo de cada rama, tal que si $d = 0$, equivale a decir que el punto para el cual se calculó d es la punta de la rama y cuando $d > 0$, el punto para el cual se calculó d está sobre la rama a una distancia d medida desde su punta.

A continuación se realiza el análisis de regresión para encontrar la densidad lineal de carga en el canal central y en las ramas.

Resultados para el canal central

Siguiendo los razonamientos usados en el análisis de regresión para el canal sin ramas, se modela la densidad de carga lineal para el canal central de canales con dos ramas. A continuación, en la figura 2.13, se presenta el diagrama de dispersión de los datos donde se gráfica la densidad de carga lineal en función de la altura z y la carga total del canal Q , incluyendo las ramas, $\rho_{CP2} = f(z, Q)$.

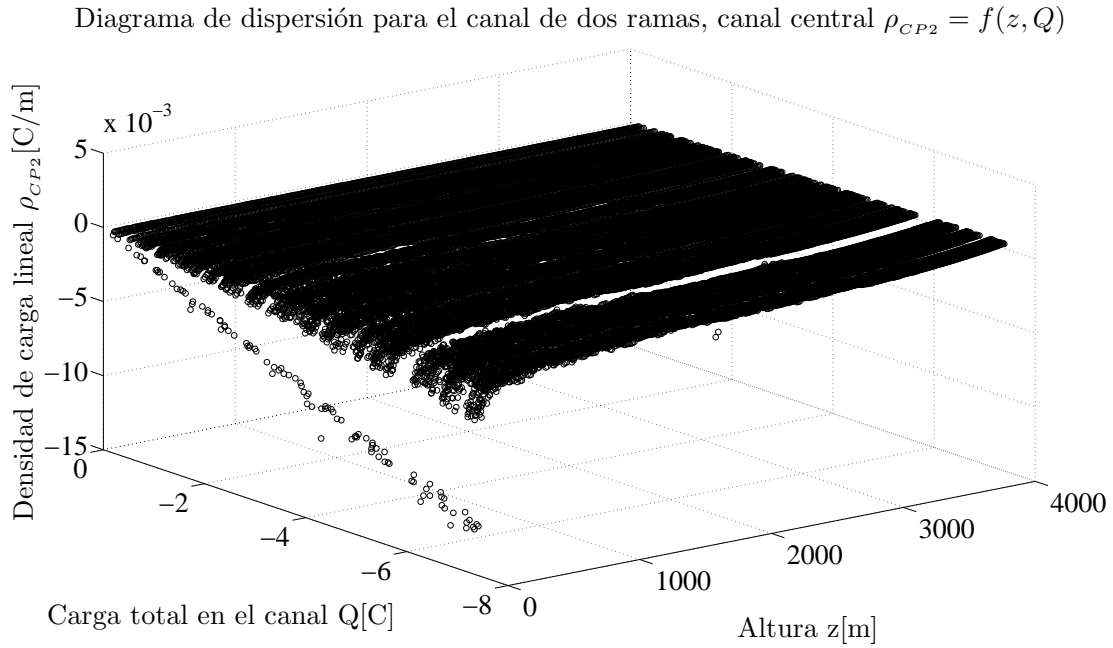


Figura 2.13: Diagrama de dispersión para el canal de dos ramas, canal central $\rho_{CP2} = f(z, Q)$

Como se esperaba, el diagrama es muy parecido al diagrama para el caso del canal sin ramas, su estructura es similar indicando que la densidad de carga es mayor en regiones cercanas a la punta del líder y que disminuye a medida que aumenta la altura. También se observa que la densidad de carga lineal se reduce en el canal central para canales que tienen dos ramas con respecto al caso de canales sin ramas y considerando la misma carga total almacenada en los canales, esto debido a que si el canal tiene ramas la carga total almacenada en este se divide entre las ramas y el canal central, como consecuencia del modelo Bi-Líder.

La superficie que se ajusta a los datos mostrados en el diagrama de dispersión de la figura 2.13 se puede representar por la misma ecuación obtenida para el caso de los canales sin ramas, ecuación 2.1, pero con una variación en los parámetros de la ecuación. Los valores de los parámetros para este caso son:

$$\alpha = -0,04177, \beta = 0,003435, \gamma = 0,0006602, \delta = -7,891 \text{ y } \mu = 10$$

En la figura 2.14 se presenta el diagrama de dispersión de los datos incluyendo la superficie de ajuste, la cual se gráfica usando la ecuación 2.1 con los valores de los parámetros descritos arriba.

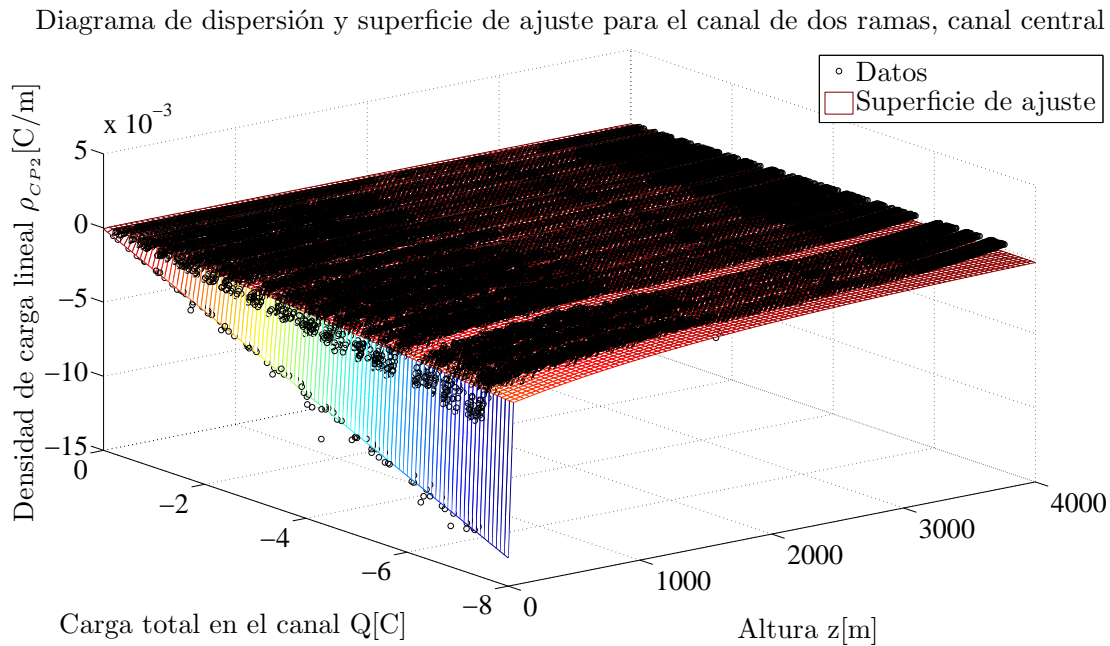


Figura 2.14: Diagrama de dispersión y superficie de ajuste para el canal de dos ramas, canal central

Los resultados de la bondad del ajuste para este caso son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 SSE &= 0,1178 \\
 R^2 &= 0,9241 \\
 AdjR^2 &= 0,9241 \\
 RMSE &= 0,001658
 \end{aligned}$$

Como ejemplo para esta parte, se realiza la gráfica de la variación de la densidad de carga lineal en el canal central como una función de la altura para dos canales con carga total del canal diferente, $Q_1 = -0,2828[C]$ y $Q_2 = -4,7034[C]$. Reemplazando estos valores en la ecuación de regresión y variando la altura z , se obtiene la curva de ajuste a los datos de la simulación, nuevamente las curvas de color amarillo y azul corresponden a los datos y las curvas de color rojo y negro corresponden a las curvas de ajuste. La gráfica se muestra en la figura 2.15, donde se observa que las curvas de ajuste representan los datos con una buena aproximación y se nota la tendencia de la variación de la carga. Para el canal que tiene la carga total acumulada mayor se puede notar que también las densidades de carga lineal son más grandes que para el canal con la carga total acumulada más pequeña.

Resultados para las ramas

El análisis de regresión para las ramas sigue la misma lógica de modelado que se usó para el canal sin ramas, sin embargo, en este caso la ecuación se obtiene en función de la variable d , que se definió anteriormente, y la carga total del canal. A continuación en las figuras desde la 2.16 hasta la 2.20 se presentan los diagramas de dispersión que relacionan la densidad de carga

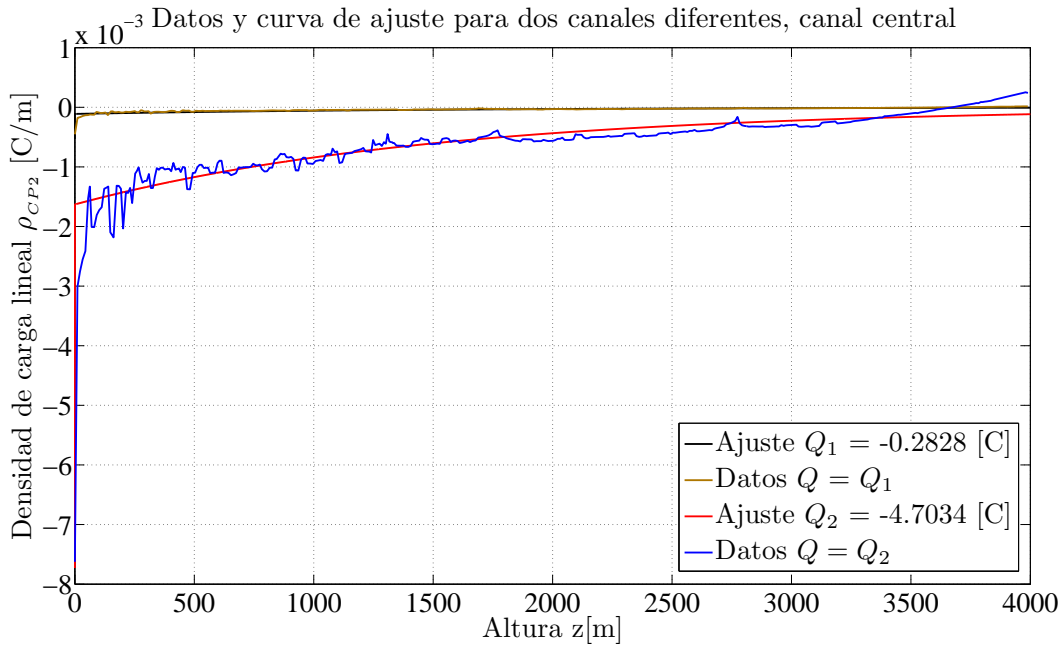


Figura 2.15: Ejemplo de uso de la ecuación de regresión para canales con dos ramas, canal central

lineal en las ramas con las distintas variables posibles. Igualmente se calculan los coeficientes de correlación lineal para tener una medida que permita saber entre cuáles variables existirá una mayor dependencia no lineal y saber cuáles variables vale la pena relacionar.

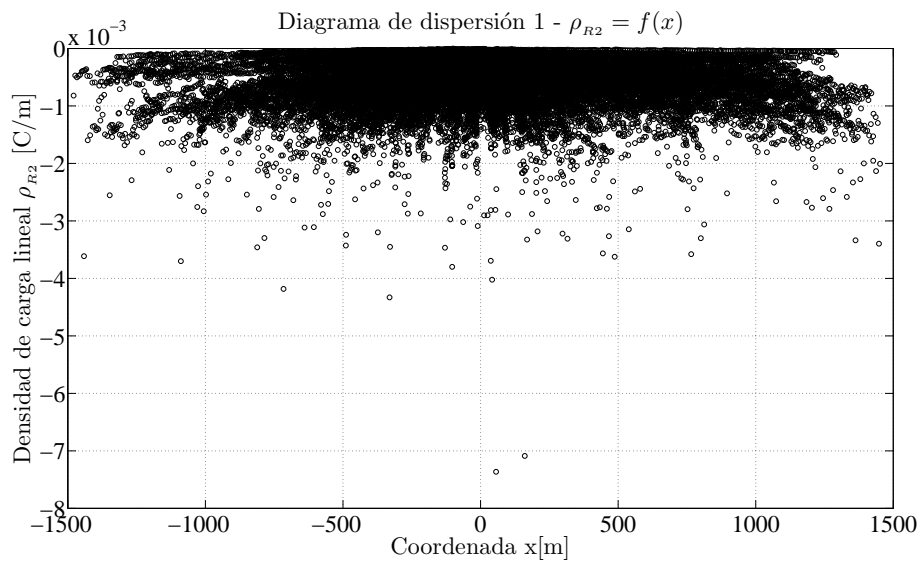


Figura 2.16: Diagrama de dispersión $1 - \rho_{R2} = f(x)$

Coefficiente de correlación lineal, $r_{\rho_{R2},x} = 0,0020$

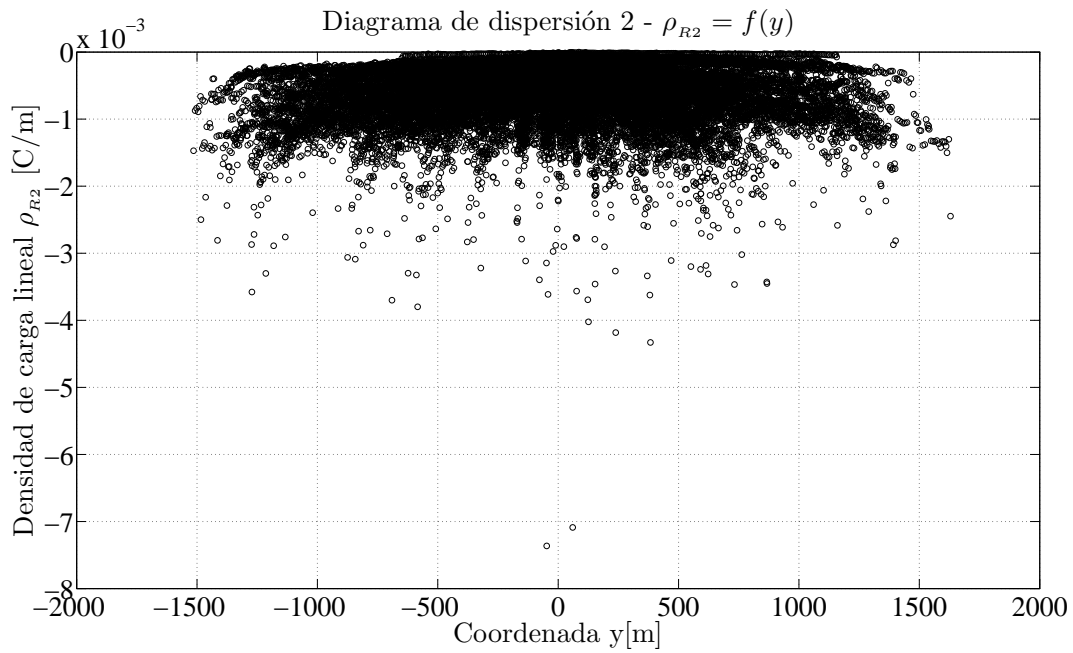


Figura 2.17: Diagrama de dispersión 2 - $\rho_{R2} = f(y)$

Coefficiente de correlación lineal, $r_{\rho_{R2},y} = 0,0386$

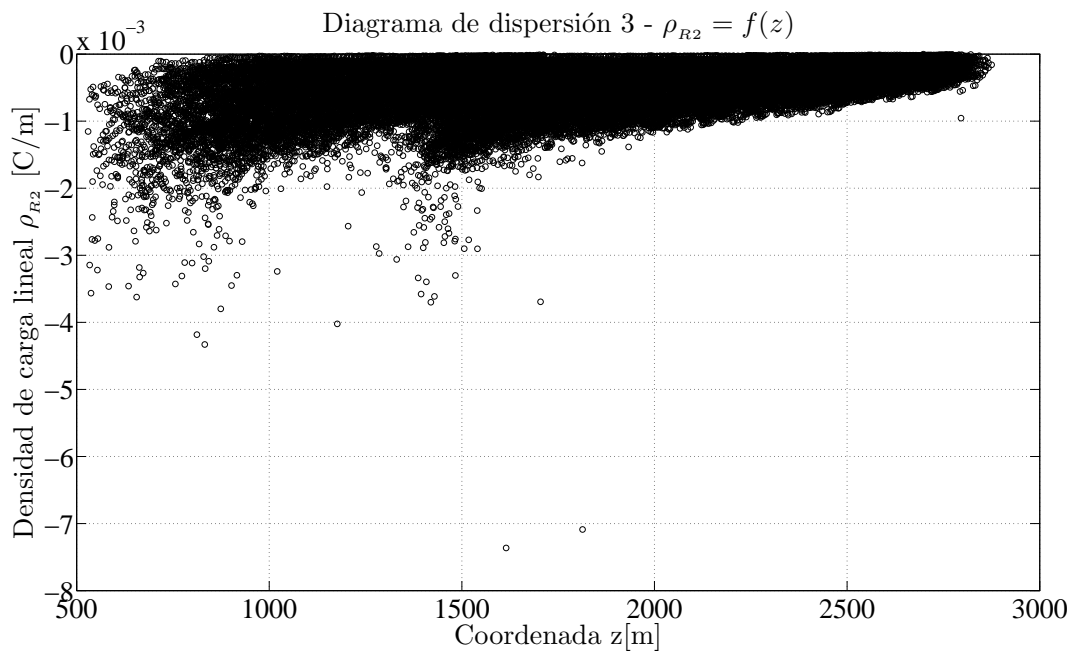


Figura 2.18: Diagrama de dispersión 3 - $\rho_{R2} = f(z)$

Coefficiente de correlación lineal, $r_{\rho_{R2},z} = 0,4283$

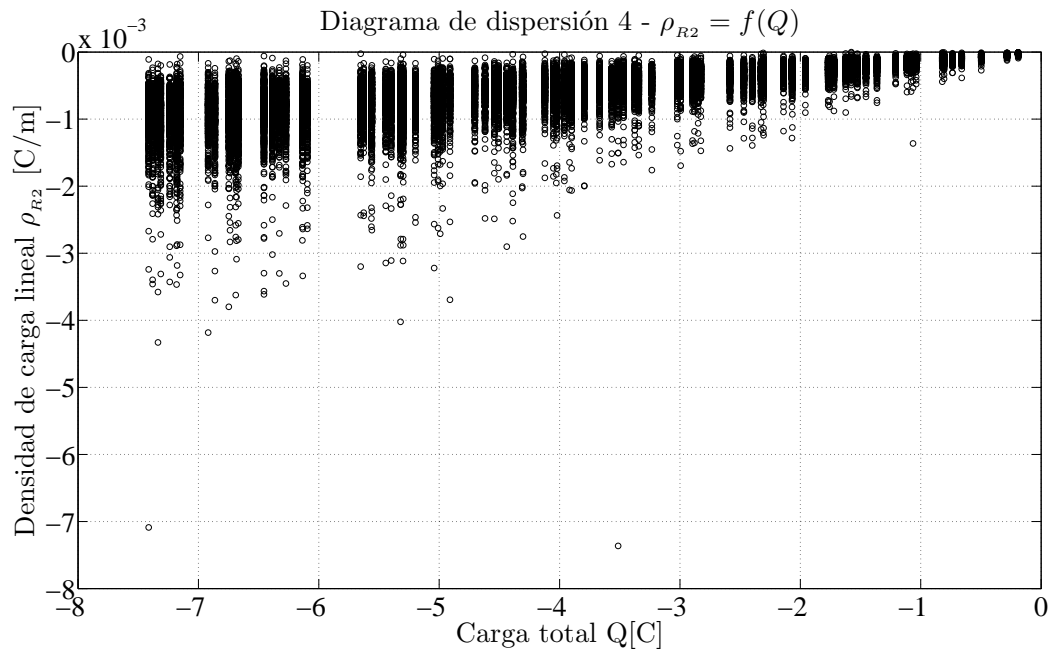


Figura 2.19: Diagrama de dispersión 4 - $\rho_{R2} = f(Q)$

Coefficiente de correlación lineal, $r_{\rho_{R2},Q} = 0,7301$

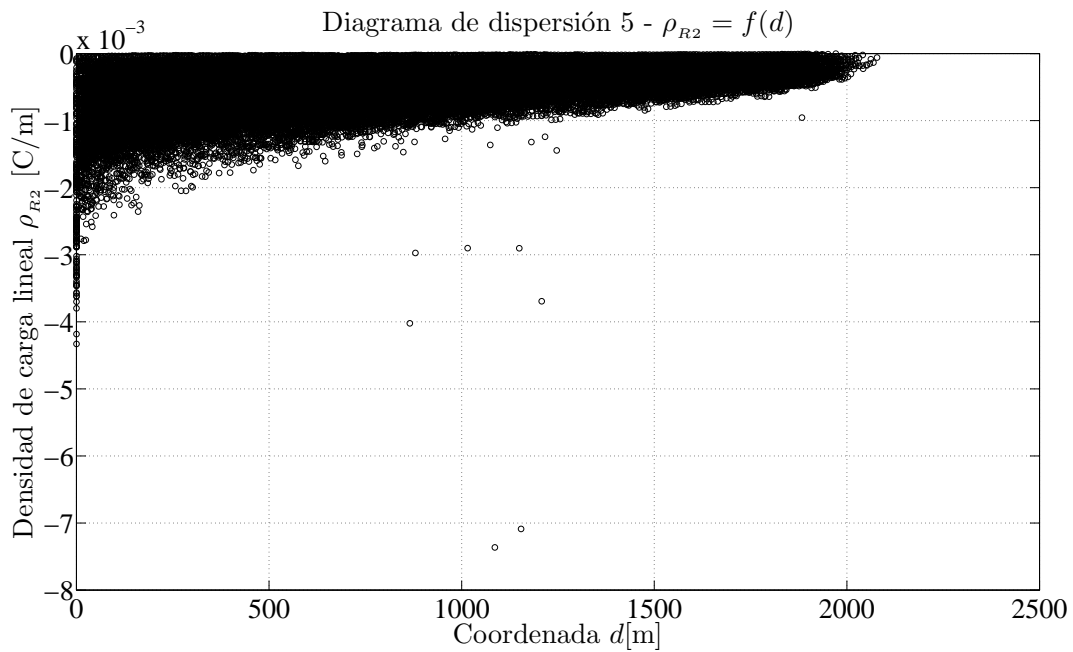


Figura 2.20: Diagrama de dispersión 5 - $\rho_{R2} = f(d)$

Coefficiente de correlación lineal, $r_{\rho_{R2},d} = 0,4746$

Observando las gráficas y los coeficientes de correlación lineal, la mayor dependencia es entre la densidad de carga lineal en las ramas con las variables z , d y Q . Sin embargo, en el diagrama de dispersión 3, figura 2.18 se observa que la dispersión de datos no muestra ninguna tendencia que pueda ser aproximada por una función. Por lo tanto, se construye una función que represente la variación de la densidad de carga en las ramas en función de la coordenada d y la carga total almacenada en el canal completo del líder escalonado. De esta forma se tiene una función que representa la densidad de carga lineal en función de la coordenada que se dirige a lo largo de la rama y en función de la carga total. En la figura 2.21 se presenta el diagrama de dispersión correspondiente.

Diagrama de dispersión para el canal con dos ramas, ramas $\rho_{R2} = f(d, Q)$

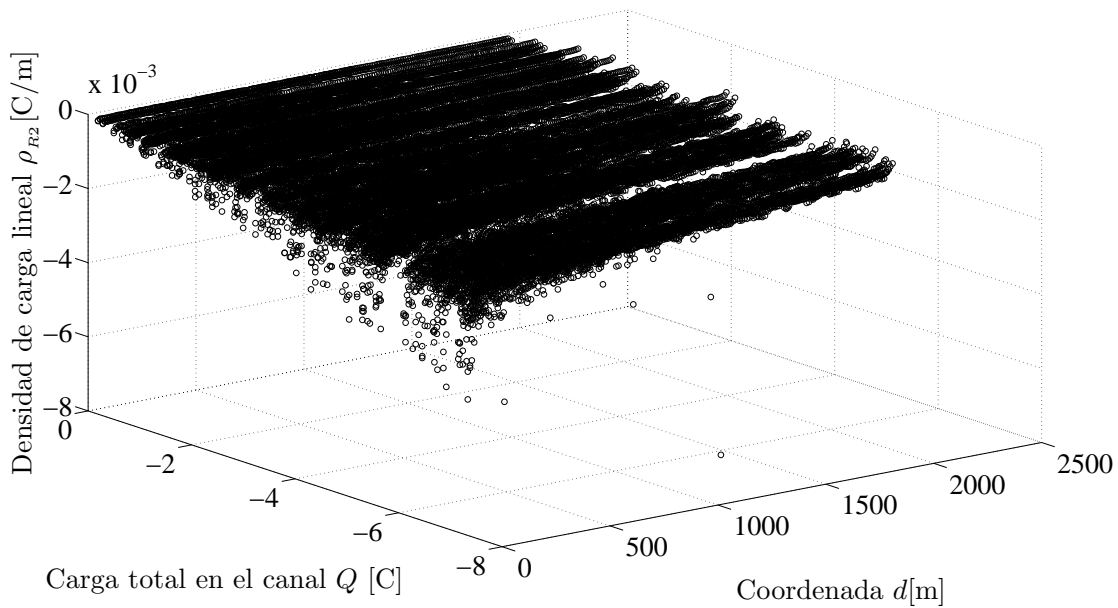


Figura 2.21: Diagrama de dispersión para el canal con dos ramas, ramas $\rho_{R2} = f(d, Q)$

Nuevamente se observa que la estructura de los datos es semejante a la que se presenta en el caso del canal sin ramas, con la excepción de que la coordenada z es equivalente a la coordenada d para este caso. También se observa que aunque la densidad lineal de carga tiene la tendencia a crecer en las puntas del líder, para las ramas se reduce este efecto teniendo densidades de carga menores en las puntas de las ramas que en las puntas del canal central. La ecuación 2.3 representa la densidad lineal de carga en las ramas.

$$\rho_R(d, Q) = \frac{(\alpha + Q) (\beta e^{-\gamma d})}{(10 + \delta e^{-\mu d})} \quad (2.3)$$

Esta ecuación también se puede escribir en función de las coordenadas x , y y z así:

$$\rho_R(x, y, z, Q) = \frac{(\alpha + Q) \left(\beta e^{-\gamma \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \right)}{\left(10 + \delta e^{-\mu \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \right)} \quad (2.4)$$

Sabiendo que (x_0, y_0, z_0) son las coordenadas de un punto fijo que equivale a la punta de

la rama sobre la cual se analiza la densidad de carga lineal y que (x, y, z) son las coordenadas de un punto que varía y está sobre la misma rama.

Los valores de los parámetros son los siguientes:

$$\alpha = -0,02134, \beta = 0,002242, \gamma = 0,0006736, \delta = -5,143 \text{ y } \mu = 10$$

En la figura 2.22 se presenta el diagrama de dispersión y la superficie de ajuste, la cual se gráfica usando la ecuación 2.3 y los valores de los parámetros descritos arriba.

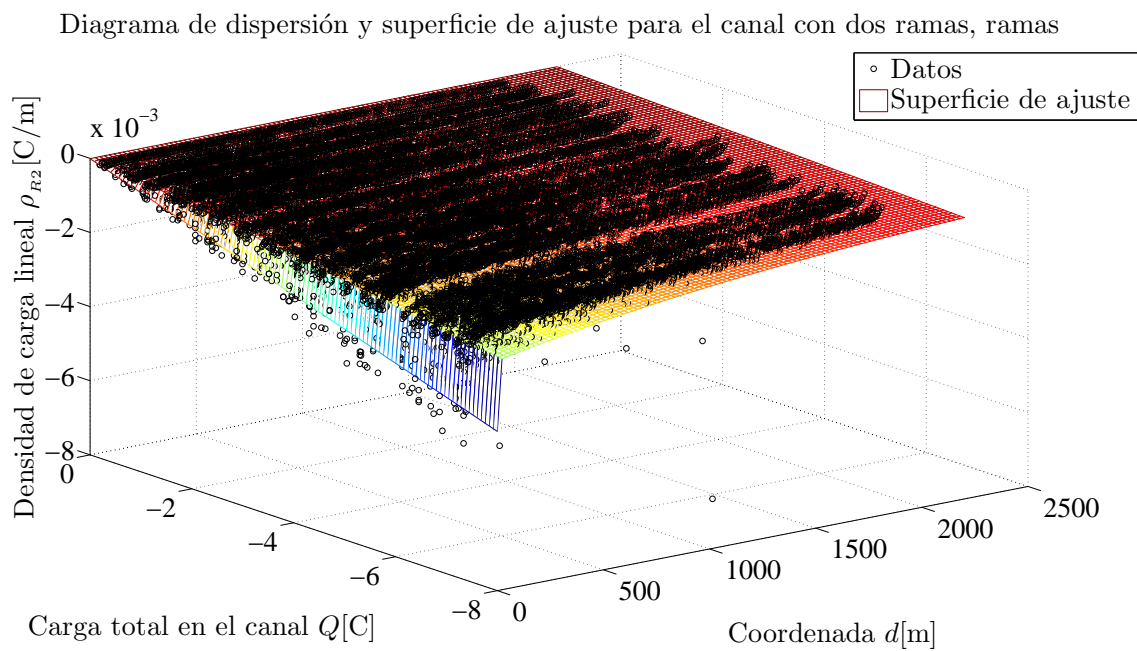


Figura 2.22: Diagrama de dispersión y superficie de ajuste para el canal de dos ramas, ramas

Los resultados de la bondad del ajuste se presentan a continuación:

$$SSE = 0,05775$$

$$R^2 = 0,885$$

$$AdjR^2 = 0,885$$

$$RMSE = 0,001335$$

En la figura 2.23 se observa la gráfica de la densidad de carga lineal sobre una rama completa de un canal arbitrario en función de la coordenada d , la curva de color rojo es la curva de ajuste para la cual se utilizó la ecuación 2.3 con los parámetros obtenidos para este caso y con un valor de carga total igual a $Q = -7,4128[C]$.

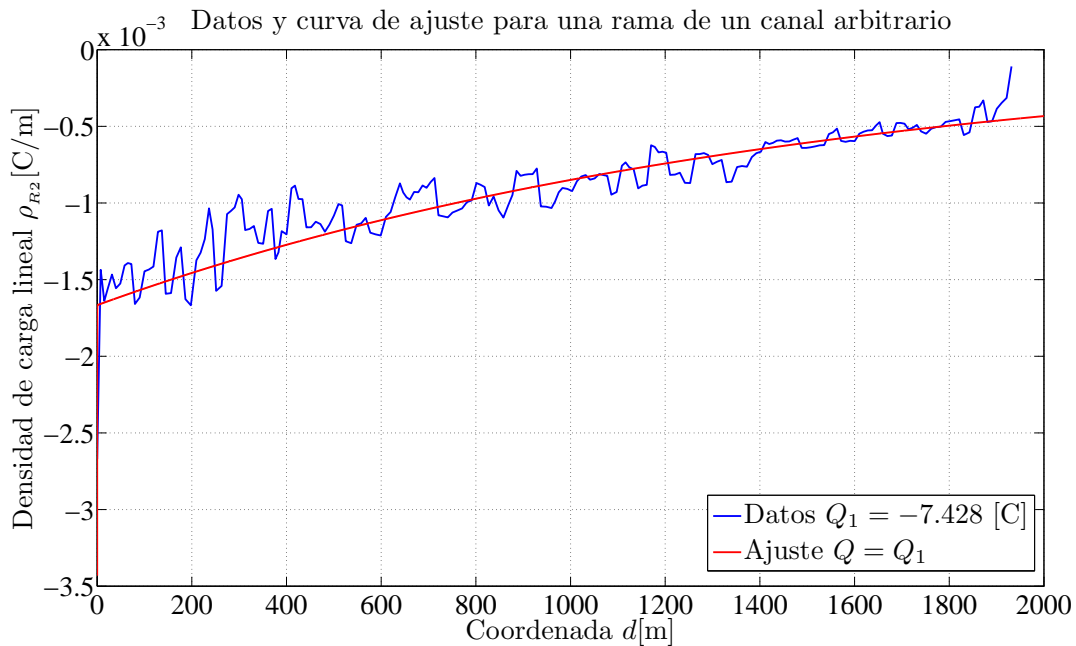


Figura 2.23: Ejemplo de uso de la ecuación de regresión para canales con dos ramas, ramas

En esta figura se observa nuevamente que la línea de ajuste representa los datos con una buena aproximación y se observa que aunque la rama tiene una extensión relativamente larga (aproximadamente 2000m), la densidad del carga lineal en la punta tiene un valor que también es relativamente pequeño comparado con los valores que se obtienen en la punta de los canales centrales.

2.3.3. Resultados para el canal tortuoso con tres ramas

Para el canal tortuoso con tres ramas el razonamiento es equivalente al utilizado para el canal con dos ramas, la densidad de carga para el canal principal se modela como en el caso del canal sin ramas y la densidad de carga en las ramas se modela con base a la definición de la coordenada d . A continuación se muestran los resultados obtenidos.

Resultados para el canal central

En la figura 2.24 se presenta la gráfica del diagrama de dispersión, donde se relaciona la densidad lineal de carga con la altura y la carga total.

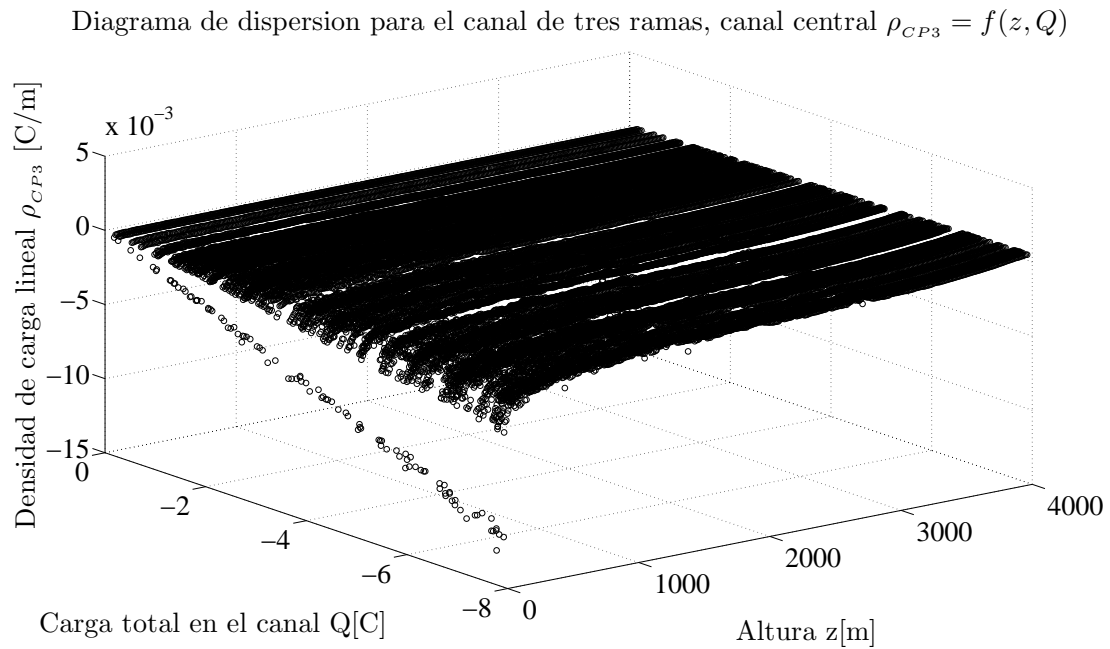


Figura 2.24: Diagrama de dispersión para el canal de tres ramas, canal central $\rho_{CP3} = f(z, Q)$

Para el caso del canal central, usando la ecuación 2.1, se obtiene la superficie de ajuste que se muestra en la figura 2.25, con los siguientes valores de los parámetros para este caso: $\alpha = 0,007924$, $\beta = 0,003185$, $\gamma = 0,0007736$, $\delta = -7,827$ y $\mu = 10$

Diagrama de dispersión y superficie de ajuste para el canal de tres ramas, canal central

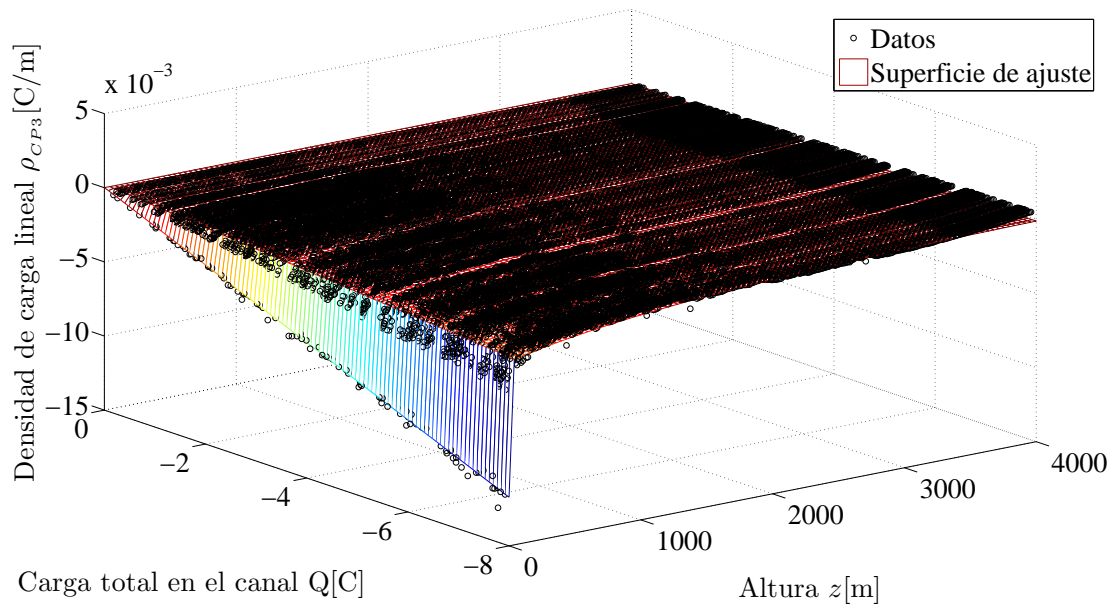


Figura 2.25: Diagrama de dispersión y superficie de ajuste para el canal de tres ramas, canal central

Los resultados de la bondad del ajuste para este caso son:

$$\begin{aligned}
 SSE &= 0,1029 \\
 R^2 &= 0,9276 \\
 AdjR^2 &= 0,9276 \\
 RMSE &= 0,001553
 \end{aligned}$$

Resultados para las ramas

En la figura 2.26 se presenta el diagrama de dispersión para las ramas, donde se gráfica la densidad de carga lineal de las ramas en función de la coordenada d y de la carga total en el canal.

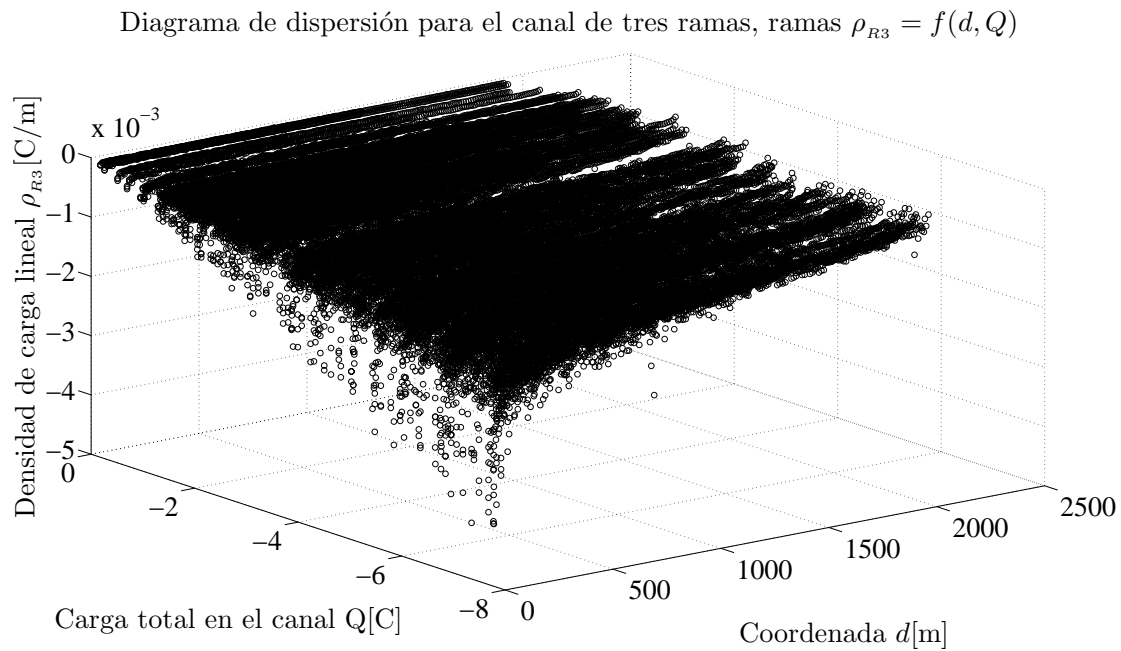


Figura 2.26: Diagrama de dispersión para el canal de tres ramas, ramas $\rho_{R3} = f(d, Q)$

La superficie de ajuste para este caso se obtiene con la ecuación 2.3, obteniendo los siguientes valores de los parámetros:

$$\alpha = -0,004297, \beta = 0,002014, \gamma = 0,0007656, \delta = -5,07 \text{ y } \mu = 10$$

En la figura 2.27 se presenta la superficie de ajuste obtenida para este caso.

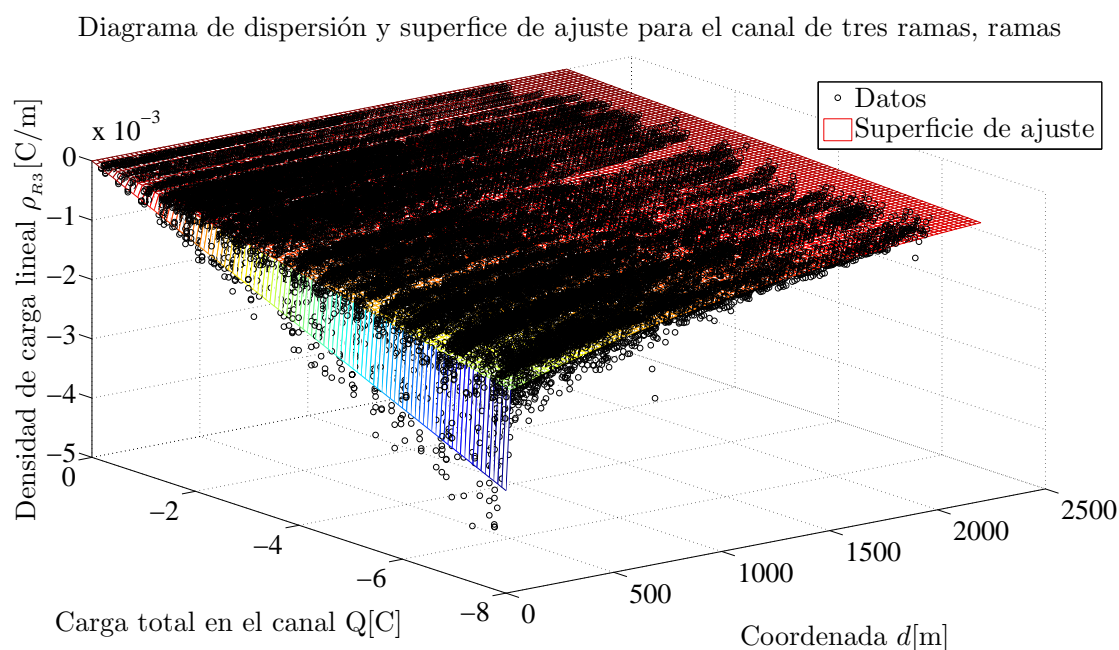


Figura 2.27: Diagrama de dispersión y superficie de ajuste para el canal de tres ramas, ramas

Los resultados de la bondad del ajuste para este caso son:

$$SSE = 0,05905$$

$$R^2 = 0,907$$

$$AdjR^2 = 0,907$$

$$RMSE = 0,001139$$

2.3.4. Resumen de ecuaciones

Después de realizar el análisis de regresión se tienen cinco ecuaciones que representan la variación de la densidad de carga a lo largo de canales tortuosos y ramificados. A continuación se resumen las cinco ecuaciones y se escriben con los valores de los parámetros obtenidos para cada caso. En general, todos los casos se pueden modelar con la ecuación 2.1, variando los valores de los parámetros y sustituyendo z por d cuando se quiere representar la densidad de carga en las ramas de un canal cualquiera.

Canal tortuoso sin ramas

$$\rho(z, Q) = \frac{(0,008645 + Q) (0,005108e^{-0,0004694z})}{(10 - 7,894e^{-10,92z})} \quad (2.5)$$

Canal tortuoso con dos ramas

$$\rho_{CP2}(z, Q) = \frac{(-0,04177 + Q) (0,003435e^{-0,0006602z})}{(10 - 7,891e^{-10z})} \quad (2.6)$$

$$\rho_{R2}(d, Q) = \frac{(-0,02134 + Q) (0,002242e^{-0,0006736d})}{(10 - 5,143e^{-10d})} \quad (2.7)$$

Canal tortuoso con tres ramas

$$\rho_{CP3}(z, Q) = \frac{(0,007924 + Q) (0,003185e^{-0,0007736z})}{(10 - 7,827e^{-10z})} \quad (2.8)$$

$$\rho_{R3}(d, Q) = \frac{(-0,004297 + Q) (0,002014e^{-0,0007656d})}{(10 - 5,07e^{-10d})} \quad (2.9)$$

Análisis de la corriente para la primera descarga de retorno que viaja por un canal con geometría irregular

En este capítulo se utilizan las ideas de los modelos de generación de corriente, presentadas en el apéndice A, las ideas y suposiciones del modelo de Cooray, presentado en la sección 1.2 y el modelo para la densidad lineal de carga obtenido en el capítulo 2 a partir del modelo Bi-Líder, con el fin de analizar bajo estas ideas y suposiciones cómo es la corriente para la primera descarga de retorno que viaja por un canal tortuoso y con ramas. Dichas ideas se usan, se complementan y se modifican para obtener la corriente mencionada. No se intenta proponer un modelo nuevo o concluir de forma definitiva sobre la forma de onda de las corrientes que viajan por canales tortuosos y con ramas, sino utilizar los conceptos ya existentes de los modelos del tipo generación de corriente y en particular el modelo de Cooray para la primera descarga de retorno, variando dos parámetros de entrada del modelo; el parámetro de la geometría del canal y el parámetro de la densidad lineal de carga.

3.1. Análisis de la primera descarga de retorno que viaja por un canal tortuoso y sin ramas

Un ejemplo de canal tortuoso sin ramas se muestra en la figura 3.1, donde se incluye el canal recto asociado, el cual tiene la misma altura e inicia en el mismo punto que el canal tortuoso. Con base en dicha geometría tortuosa y arbitraria del canal se analizan las principales consecuencias que la misma tendrá sobre los conceptos de los modelos de generación de corriente y sobre los conceptos y suposiciones del modelo de Cooray presentado en la sección 1.2.

3.1.1. Efectos de la geometría tortuosa del canal sobre los conceptos de los modelos de generación de corriente

Con el fin de incluir la tortuosidad del canal para calcular la distribución de corrientes y usando los conceptos de los modelos de generación de corriente, las ecuaciones presentadas en el apéndice A se deben modificar para tener en cuenta las siguientes consideraciones que se dan a causa del canal tortuoso:

- a) El tiempo que toma el frente de onda de la descarga de retorno, que viaja por un canal tortuoso, para llegar hasta una altura dada Z es diferente al tiempo que toma el frente de onda para llegar hasta la misma altura dada Z viajando por un canal recto. La tortuosidad del canal implica que el tiempo que tarda el frente de onda viajando por un

Canal tortuoso y canal recto asociado

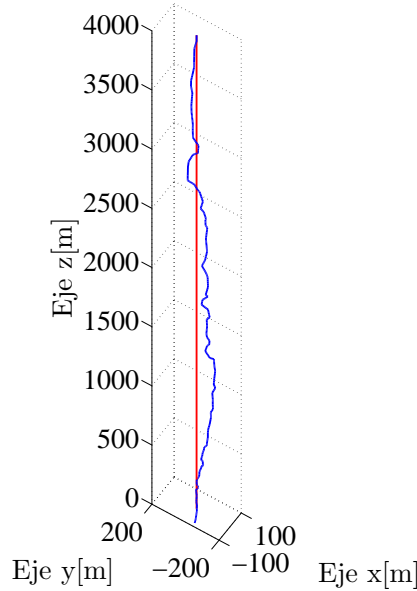


Figura 3.1: Canal tortuoso y canal recto asociado

canal tortuoso, en llegar a una altura Z , es mayor que el tiempo que tardaría el frente de onda para llegar a la misma altura viajando por un canal recto. Esto debido a que el recorrido efectivo que debe realizar el frente de onda es mayor en un canal tortuoso que en un canal recto y dicho tiempo dependerá de la geometría en particular del canal tortuoso.

- b) Como una consecuencia de la suposición anterior, el tiempo de encendido o activación (t_{on}) de la corriente corona por unidad de longitud en una altura dada λ , es mayor para un canal tortuoso que para un canal recto.
- c) Puesto que el tiempo de viaje de los pulsos de corriente corona inyectados en una altura dada al canal altamente conductor, tienen una velocidad de viaje finita hacia tierra, la cual se asume igual a la velocidad de la luz en el vacío, entonces como consecuencia de esta velocidad de viaje finita, el tiempo que toman dichos pulsos de corriente corona en llegar a una altura dada también se ven afectados por la tortuosidad del canal, de forma tal que el tiempo que toma un pulso de corriente corona liberado por una sección del canal a una altura dada λ , para llegar a una altura dada z , es mayor en el caso de canales tortuosos que en el caso de canales rectos.

Con estas consideraciones es necesario modificar las ecuaciones presentadas en el apéndice A para incluir la tortuosidad del canal. Para tal fin se supone que el canal tortuoso está compuesto por una cantidad finita de segmentos rectos, cada uno con una orientación arbitraria en el espacio y que se conectan unos con otros para formar el canal completo de la descarga. Así, las ecuaciones del apéndice A, tendrán la siguiente modificación:

1. El tiempo que toma el frente de onda de la descarga de retorno para llegar a una altura dada Z , será la suma de los tiempos que le toma al frente de onda en recorrer cada uno

de los segmentos del canal tortuoso hasta alcanzar la altura Z , y la velocidad de dicho frente será una función de la coordenada s , la cual se define como el recorrido que existe entre un punto sobre el canal tortuoso a una altura de 0 m y otro punto cualquiera sobre el canal tortuoso con altura diferente de cero. De esta forma, cada punto del canal tortuoso que se encuentra a una altura z , tendrá un valor de la coordenada s asociada a dicha altura y que corresponde, como ya se ha dicho, a la distancia recorrida sobre el canal tortuoso desde el suelo hasta el punto que tiene una altura z sobre el mismo. Matemáticamente se puede expresar este tiempo así:

$$t = \int_0^{s_1} \frac{ds_1}{v(s_1)} + \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds_2}{v(s_2)} + \dots + \int_{s_{n-1}}^{s_n} \frac{ds_n}{v(s_n)} \quad (3.1)$$

Donde se supone que s_n es el último segmento del canal que se debe incluir para alcanzar la altura Z y s_k representa la coordenada s del punto más alto del segmento k -ésimo. Por lo tanto, esta ecuación también se puede escribir así:

$$t = \int_0^{s_z} \frac{ds}{v(s)} \quad (3.2)$$

Donde $v(s)$ representa la variación de la velocidad del frente de onda de la descarga con respecto a la coordenada s y s_z es la longitud total que debe recorrer el frente de onda de la descarga para alcanzar la altura Z , o lo que es igual, s_z es el valor de la coordenada s asociada al punto de altura Z . Como es natural, la integral anterior se realiza a lo largo del canal tortuoso.

2. Igualmente el tiempo de activación t_{on} de la corriente corona asociada con un elemento del canal a una altura λ estará dado por:

$$t_{on} = \int_0^{s_\lambda} \frac{ds}{v(s)} \quad (3.3)$$

Donde s_λ es la coordenada s para el punto de altura λ .

3. La corriente total a una altura dada z y un tiempo dado t tendrá la siguiente expresión para un canal tortuoso:

$$I(z, t) = \int_{s_z}^{s_{Z_m}} I_c(s_\lambda, t - t_{on} - \frac{s_\lambda - s_z}{c}) ds_\lambda \quad (3.4)$$

Donde s_{Z_m} , s_z y s_λ son los valores de la coordenada s para los puntos de altura Z_m , z y λ , respectivamente.

4. La altura máxima que puede contribuir a la corriente en la altura z y en el tiempo t para un canal tortuoso, se puede relacionar con z , t y $v(s)$ así:

$$t = \int_0^{s_{z_m}} \frac{ds}{v(s)} + \frac{s_{z_m} - s_z}{c} \quad (3.5)$$

En general, estas modificaciones de las ecuaciones en los modelos de generación de corriente consideran que la integración se realiza a lo largo del canal tortuoso y que los tiempos de viaje del frente de onda de la descarga de retorno y de las corrientes se ven afectados por la tortuosidad del canal, lo cual es evidente puesto que como se ha mencionado, en el canal tortuoso se debe recorrer un camino mayor que en un canal recto y todos los eventos dependen de dichos tiempos. Estas modificaciones se aplican al modelo de Cooray presentado en la sección 1.2 para obtener la distribución espacial y temporal de la corriente en el canal tortuoso.

3.1.2. Efectos de la geometría tortuosa del canal sobre el modelo de Cooray

Los modelos de generación de corriente describen los eventos físicos que tienen lugar en la generación de las formas de onda de la corriente. Para describir dicha corriente es necesario conocer la expresión de la corriente corona por unidad de longitud que inyecta cada elemento del canal y es necesario conocer la expresión que determina la variación de la velocidad del frente de onda de la descarga de retorno sobre el canal. La diferencia de los distintos modelos del tipo de generación de corriente radica en las formas escogidas para los dos parámetros mencionados. El modelo de Cooray presentado en la sección 1.2 propone expresiones analíticas para la corriente corona y para la velocidad de la descarga de retorno para un canal recto. Si se desea incluir la tortuosidad del canal y la variación de la densidad lineal de carga con la altura, el modelo se debe modificar para tener en cuenta dichos aspectos. Las modificaciones necesarias que se plantean son las siguientes:

- a) La densidad de carga lineal del líder escalonado varía con la altura y está representada según el modelo descrito en el capítulo 2.
- b) La corriente corona inyectada en el canal en un punto dado, decrece exponencialmente con el tiempo y posee una constante de tiempo que varía según la geometría particular del canal tortuoso. Además, la corriente corona es una función de la coordenada s .
- c) El líder ascendente de conexión se mueve hacia arriba con una velocidad que se incrementa exponencialmente en función de la coordenada s hasta que hace contacto con el líder escalonado descendente, momento en el cual inicia la descarga de retorno propiamente.
- d) La velocidad de la descarga de retorno, arriba del punto de contacto decrece exponencialmente en función de la coordenada s .

Estas consideraciones para un canal tortuoso indican la siguiente modificación de las ecuaciones presentadas en la sección 1.2:

1. La velocidad del líder ascendente de conexión está dada por:

$$v_c(s) = v_0 e^{s/\zeta_c} \quad (3.6)$$

2. La velocidad de la descarga de retorno sobre el canal tortuoso será:

$$v_r(s) = v_i e^{-(s-l_c)/\zeta_r} \quad (3.7)$$

3. La corriente corona por unidad de longitud, tendrá una variación que depende de la coordenada s y se puede representar como:

$$I_c(s, t) = I_0(s) e^{-t/\tau(s)} \quad (3.8)$$

El valor de $I_0(s)$ se puede obtener si se conoce la densidad de carga lineal y usando el principio de conservación de la carga.

$$\rho(z) = \int_0^{\infty} I_c(s, t) dt \quad (3.9)$$

Dado que para el canal tortuoso sin ramas la ecuación 2.5 representa la variación de la densidad lineal de carga con la altura, se tiene el siguiente valor para $I_0(s)$:

$$I_0(s) = \frac{\rho(z)}{\tau(s)} \quad (3.10)$$

$$I_0(s) = \frac{(0,008645+Q)(0,005108e^{-0,0004694z})}{(10-7,894e^{-10,92z})\tau(s)} \quad (3.11)$$

En esta ecuación, la variable z representa la altura sobre el canal de un punto cualquiera sobre el mismo. El valor de Q se debe escoger adecuadamente tal que represente la carga total almacenada en el canal según la forma de onda de la corriente escogida en la base del canal y su valor pico.

En general las ecuaciones presentadas en la sección 1.2 se modifican solamente para que la variación de la corriente corona y de las velocidades sea sobre la coordenada s en lugar de la coordenada z pero se mantiene su estructura general. La corriente corona sufre una modificación más significativa puesto que se incluye el modelo para la densidad lineal de carga obtenido en el capítulo 2.

3.1.3. Resultados para canales tortuosos sin ramas

Los resultados que se presentan a continuación se obtienen asumiendo dos enfoques diferentes, en el primero se varía únicamente la tortuosidad del canal y se comparan los resultados obtenidos con los producidos por un canal recto. Esto con el fin de investigar solamente el efecto de la tortuosidad del canal sobre la distribución de corrientes. Más adelante se incluye el segundo enfoque, en el cual se varía tanto la tortuosidad del canal como su densidad lineal de carga y se comparan los resultados obtenidos con el caso de canales rectos y canales tortuosos con densidad de carga constante. Este último enfoque con el fin de observar el efecto de la densidad lineal de carga y poder determinar qué tanto contribuye cada parámetro (tortuosidad del canal y densidad lineal de carga) en la variación de los resultados con respecto al canal recto. En todos los resultados presentados se asume la corriente representada por la ecuación 1.17 como la corriente en la base del canal.

Resultados variando únicamente la geometría del canal

Para este análisis, se usan tres canales tortuosos generados de forma arbitraria con el método descrito en la sección 2.1. Las geometrías de dichos canales son las que se observan en las figuras 3.2, 3.5 y 3.8, donde también se muestra el canal recto asociado.

Los resultados de esta parte, variando únicamente la geometría del canal, se obtienen con los siguientes valores de los parámetros: $l_c = 53$ m, $\rho_0 = 0,00075$ C/m, $\zeta_c = 13,548$, $\zeta_r = 1500$, $v_i = 2 \times 10^8$ m/s y $v_0 = 4 \times 10^6$ m/s.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para cada uno de los tres casos mencionados.

CASO 1

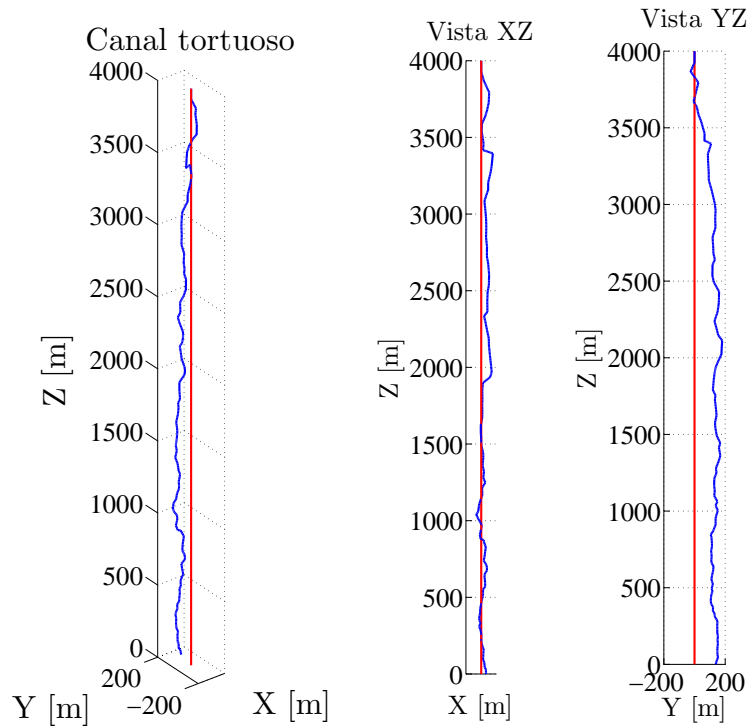


Figura 3.2: Canal tortuoso y canal recto asociado. Caso 1. Longitud total del canal: 4360 m

En las figuras 3.3 y 3.4 se puede observar la gráfica de las corrientes predichas a diferentes alturas sobre el canal tortuoso y sobre el canal recto para este caso.

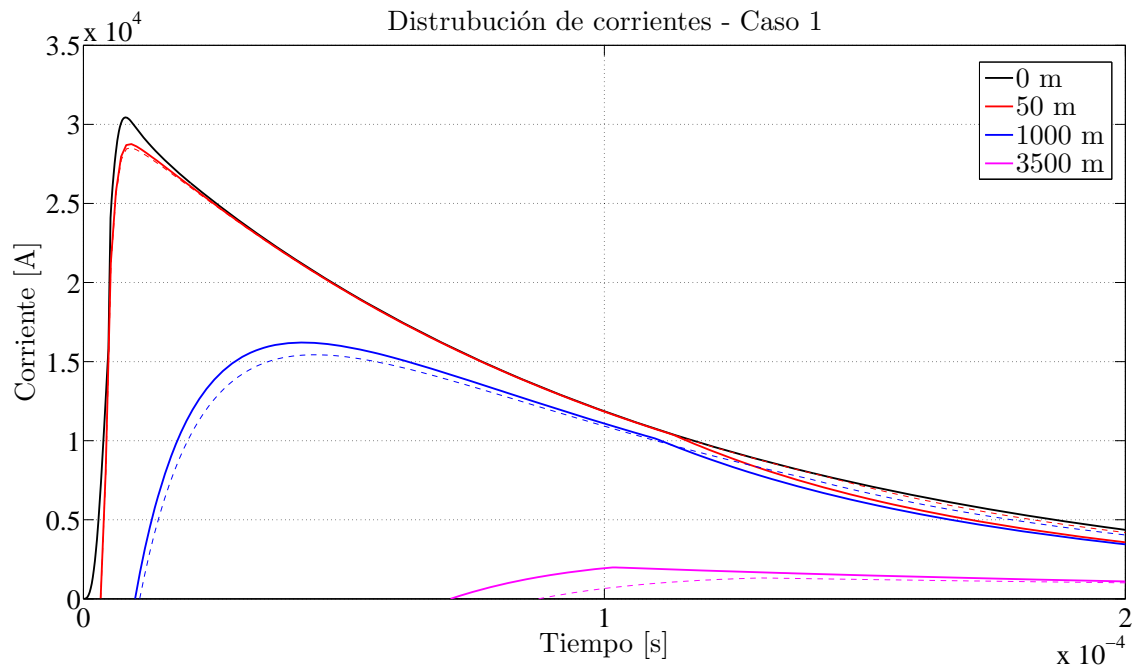


Figura 3.3: Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua

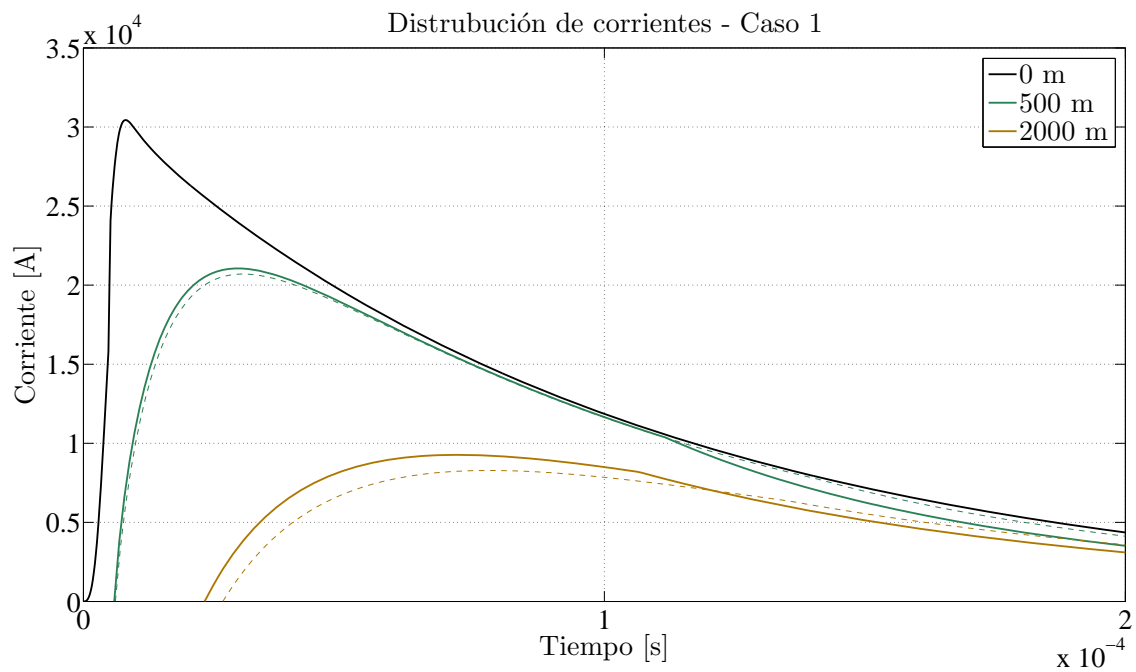


Figura 3.4: Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua

En las dos gráficas anteriores se observan dos hechos importantes cuando se comparan las corrientes asociadas a canales rectos y tortuosos a una misma altura: primero, la corriente asociada al canal tortuoso tiene un retraso en el tiempo con respecto a la corriente que corresponde al canal recto, segundo, las magnitudes máximas de las corrientes asociadas al canal tortuoso son menores que las asociadas al canal recto.

Usando los conceptos físicos de los modelos de generación de corriente se puede dar una interpretación de los resultados obtenidos. El retraso en el tiempo que presentan las corrientes asociadas al canal tortuoso con respecto al canal recto se explica físicamente porque la corriente a una altura determinada solo puede empezar a fluir cuando el frente de onda de la descarga de retorno alcanza dicha altura, momento en el cual se empiezan a activar las fuentes de corriente corona que se encuentran por encima del punto en cuestión y empieza el flujo de corriente en dicho punto. Si se observa la geometría del canal tortuoso se puede notar que el frente de onda necesita recorrer un camino mayor en el canal tortuoso para llegar a una altura dada que si estuviera viajando por el canal recto, lo cual implica un retraso en el tiempo de la forma de onda de la corriente, como se puede apreciar en las gráficas de las figuras 3.3 y 3.4.

A medida que el frente de onda avanza por el canal tortuoso, su velocidad decrece y esto causa que haya menos elementos del canal que puedan contribuir a la corriente en una altura dada con respecto al canal recto, donde la descarga de retorno recorre un camino menor para llegar a la misma altura. Debido a esto las corrientes a una misma altura en el canal tortuoso presentan una magnitud menor.

También se observa que a partir de un determinado tiempo, las corrientes en el canal tortuoso sufren un aumento en magnitud con respecto a las del canal recto. Esto se debe a la longitud total del canal. Puesto que cuando el frente de onda llega al final del canal, la corriente sólo puede decrecer y la longitud del canal tortuoso es mayor que la del canal recto.

En la tabla 3.1 se resumen las relaciones de decremento de la magnitud máxima de la corriente en el canal tortuoso con respecto al canal recto para diferentes alturas:

Cuadro 3.1: Relación de magnitudes máximas de las corrientes, caso tortuoso 1

Altura [m]	Magnitud canal recto [kA]	Magnitud canal tortuoso [kA]	% Decremento
50	28.76	28.53	0.78
500	21.06	20.7	1.71
1000	16.2	15.43	4.75
2000	9.27	8.28	10.67
3500	1.98	1.32	33.33

Se puede observar que el efecto de la tortuosidad del canal sobre las magnitudes de las corrientes no es muy significativo, presentando el valor más alto dentro de los analizados para una altura de 3500 m, donde la disminución es del 33.33 % aproximadamente.

CASO 2

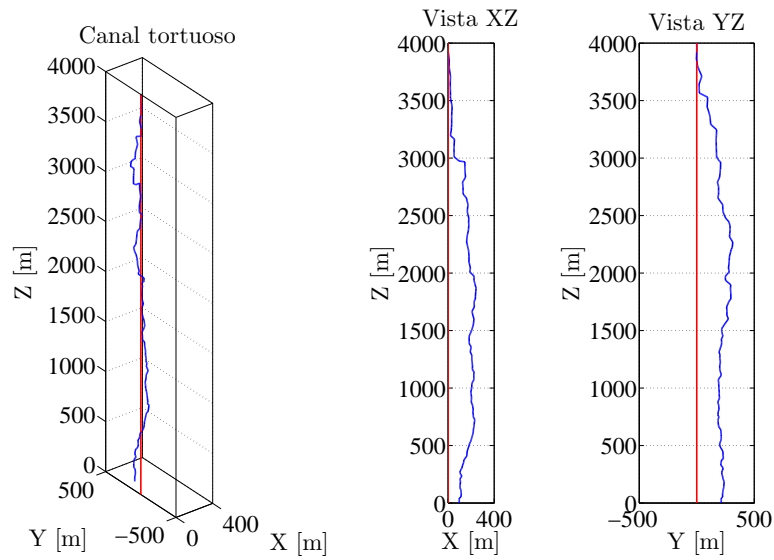


Figura 3.5: Canal tortuoso y canal recto asociado. Caso 2. Longitud total del canal: 4477 m

El resultado de la distribución de corrientes en este caso se muestra en las figuras 3.6 y 3.7.

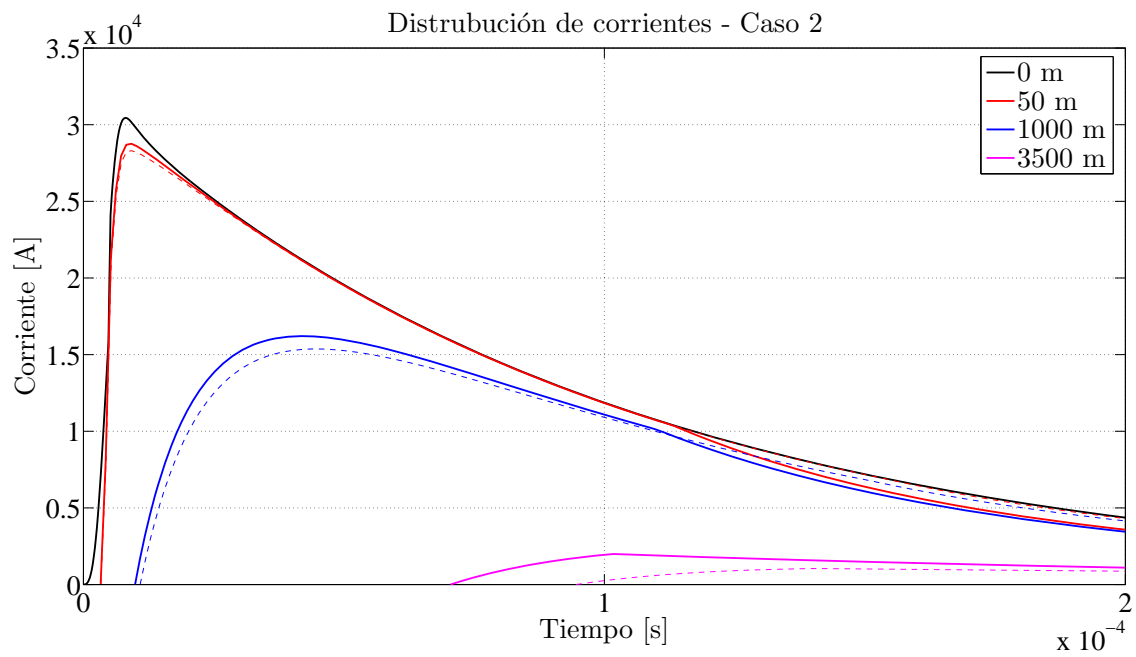


Figura 3.6: Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua

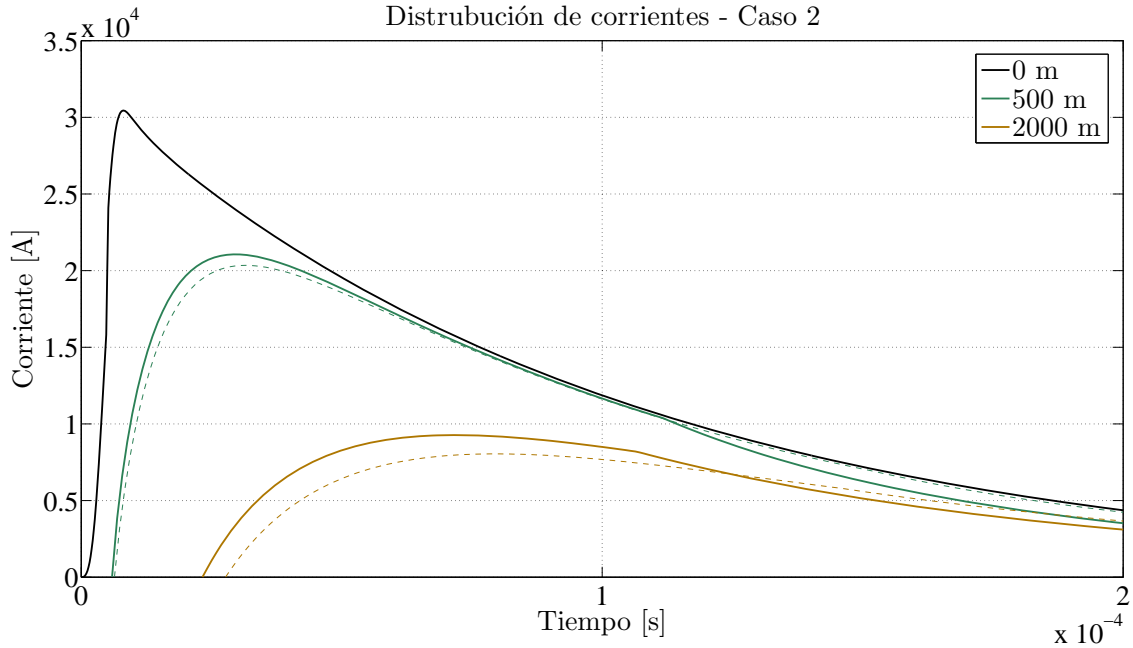


Figura 3.7: Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua

Nuevamente se puede observar que las magnitudes máximas alcanzadas por las corrientes son menores en el caso de canal tortuoso con respecto al canal recto, y se observa el retraso en las corrientes para una misma altura.

En la tabla 3.2 se presenta la relación entre las magnitudes máximas alcanzadas por las corrientes para el caso del canal tortuoso de la figura 3.5.

Cuadro 3.2: Relación de magnitudes máximas de las corrientes, caso tortuoso 2

Altura [m]	Magnitud canal recto [kA]	Magnitud canal tortuoso [kA]	% Decremento
50	28.76	28.30	1.60
500	21.06	20.34	3.42
1000	16.2	15.36	5.18
2000	9.27	8.04	13.27
3500	1.98	1.04	47.47

El canal tortuoso del segundo caso tiene una longitud total de 4477 m. Se puede observar que a medida que se incrementa la longitud total del canal tortuoso, lo cual se puede interpretar como un incremento de la tortuosidad del mismo, la magnitud de los valores máximos alcanzados por las corrientes en dicho canal se reducen más, se puede concluir entonces que a medida que el canal presenta una mayor tortuosidad, las corrientes a diferentes alturas tendrán una magnitud máxima cada vez menor. Sin embargo en la tabla 3.2 se puede observar

que la disminución tampoco tiene valores muy significativos, con excepción de los puntos más altos sobre el canal, donde se presentan disminuciones porcentuales de más del 45 %.

CASO 3

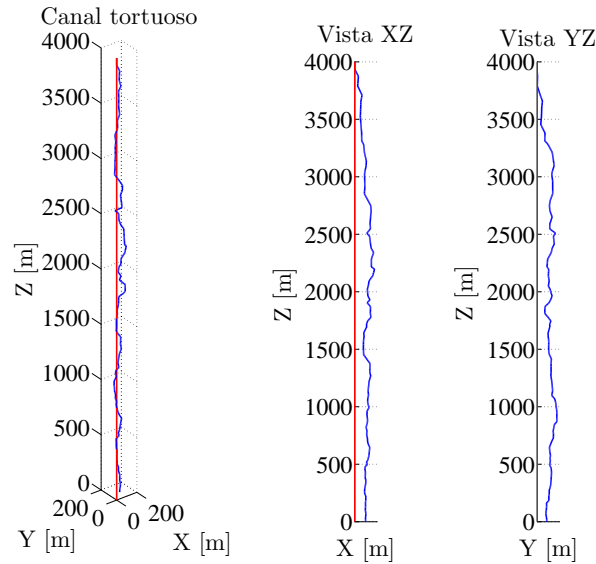


Figura 3.8: Canal tortuoso y canal recto asociado. Caso 3. Longitud total del canal: 4388 m

El resultado de la distribución de corrientes en este caso se muestra en las figuras 3.9 y 3.10.

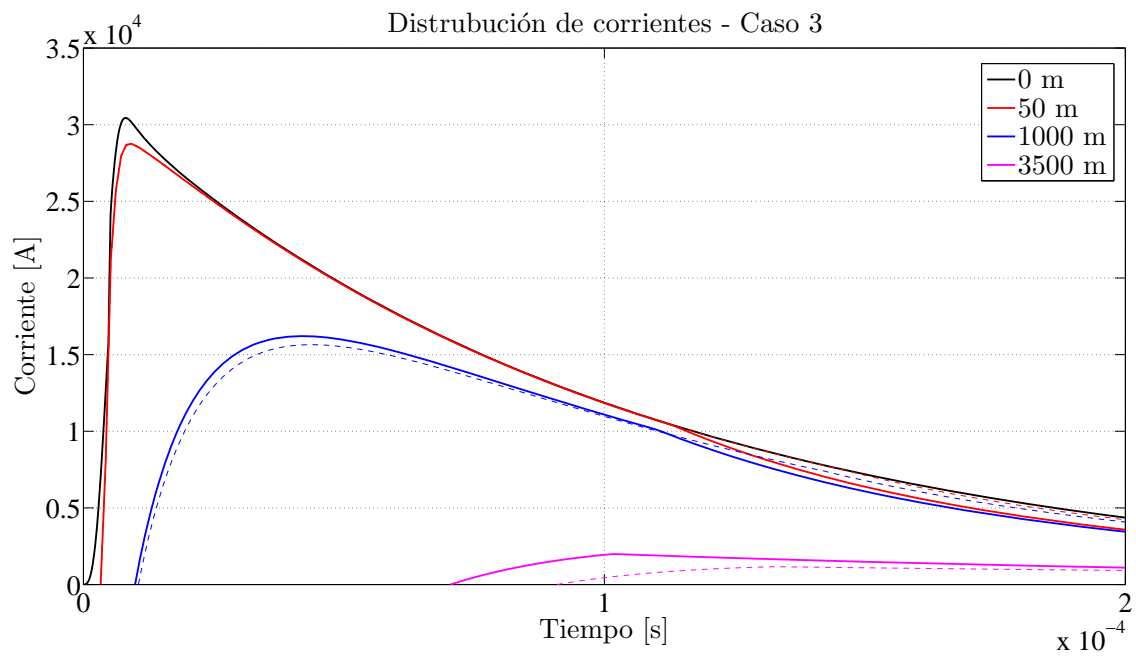


Figura 3.9: Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua

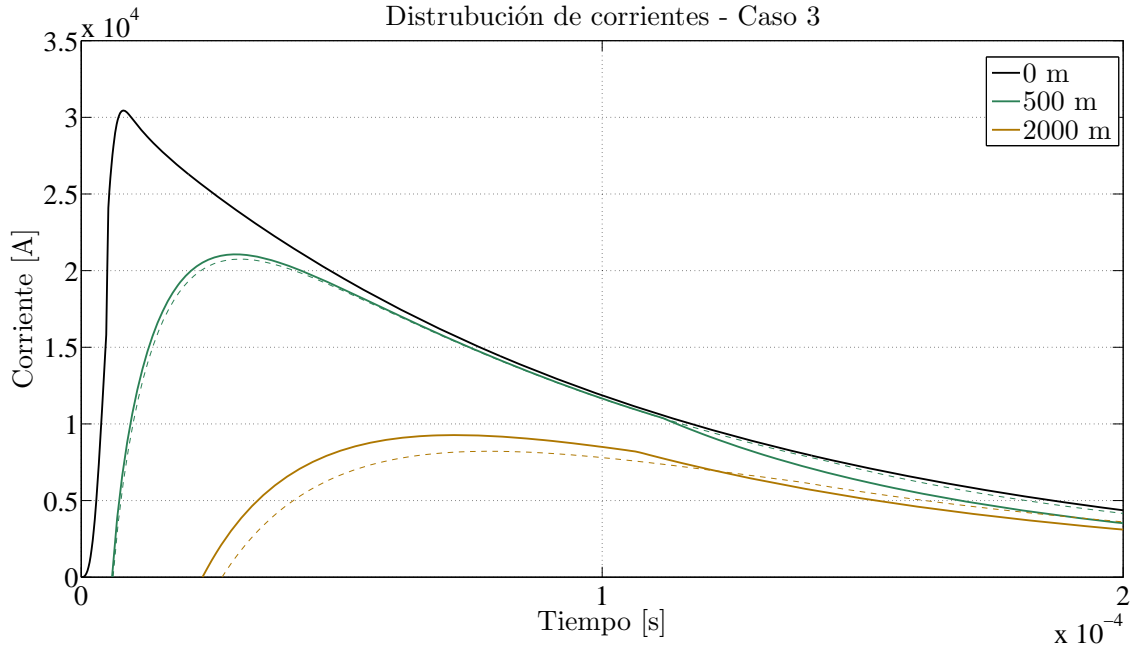


Figura 3.10: Corriente a diferentes alturas. Canal recto: línea sólida, canal tortuoso: línea discontinua

En este tercer caso se pueden observar los mismos fenómenos presentes en los dos anteriores.

En la tabla 3.3 se presenta la relación entre las magnitudes máximas alcanzadas por las corrientes para el caso del canal tortuoso de la figura 3.8.

Cuadro 3.3: Relación de magnitudes máximas de las corrientes, caso tortuoso 3

Altura [m]	Magnitud canal recto [kA]	Magnitud canal tortuoso [kA]	% Decremento
50	28.76	28.72	0.14
500	21.06	20.75	1.47
1000	16.2	15.65	3.39
2000	9.27	8.21	11.43
3500	1.98	1.16	41.41

En los tres casos de canales tortuosos analizados se observa una disminución en las magnitudes máximas alcanzadas por las corrientes y el retraso en el tiempo de las mismas. A medida que aumenta la longitud máxima del canal tortuoso, la disminución es mayor, lo cual es un efecto del grado de tortuosidad del canal. Sin embargo, se observa que a partir de un tiempo, en el canal tortuoso las magnitudes de las corrientes presentan un crecimiento con respecto al canal recto. Esto es debido a la conservación de la carga y que según los principios de los modelos de generación de corriente se evidencia por el hecho de que el canal tortuoso

tiene una longitud total mayor que el canal recto.

Resultados variando la densidad lineal de carga y la geometría del canal

Para este análisis se incluye la variación de la densidad lineal de carga con la altura en los canales tortuosos, la cual se modeló en el capítulo 2. El objetivo es comparar los resultados que se obtienen para canales tortuosos y canales rectos, asumiendo que ambos contienen la misma carga total, pero en el caso del canal tortuoso la carga se distribuye en el canal según el patrón obtenido en el capítulo 2 por medio del modelo Bi-Líder. De esta manera se puede observar la modificación que sufren las formas de onda de la corriente a diferentes alturas cuando la carga se distribuye en el canal a través de un patrón constante y a través de un patrón variable, el cual, en este caso está dado por el modelo Bi-Líder. También se incluyen las corrientes para el mismo canal tortuoso con densidad de carga lineal constante, esto con el fin de observar la influencia de la tortuosidad y la influencia de la variación de la densidad de carga lineal. Se consideran los tres casos de canales tortuosos de las figuras 3.2, 3.5 y 3.8.

Los valores usados de los parámetros para los canales recto y tortuoso con densidad de carga constante son: $l_c = 53$ m, $\rho_0 = 0,00075$ C/m, $\zeta_c = 13,548$, $\zeta_r = 1500$, $v_i = 2 \times 10^8$ m/s y $v_0 = 4 \times 10^6$ m/s y para el canal tortuoso con densidad de carga variables son los mismos con: $l_c = 105$ m, $\zeta_c = 26,8403$, la densidad lineal de carga está representada por la ecuación 2.5 con $Q = -3$ C.

En la figura 3.11 se muestra la variación de la densidad lineal de carga con la altura utilizada en esta parte.

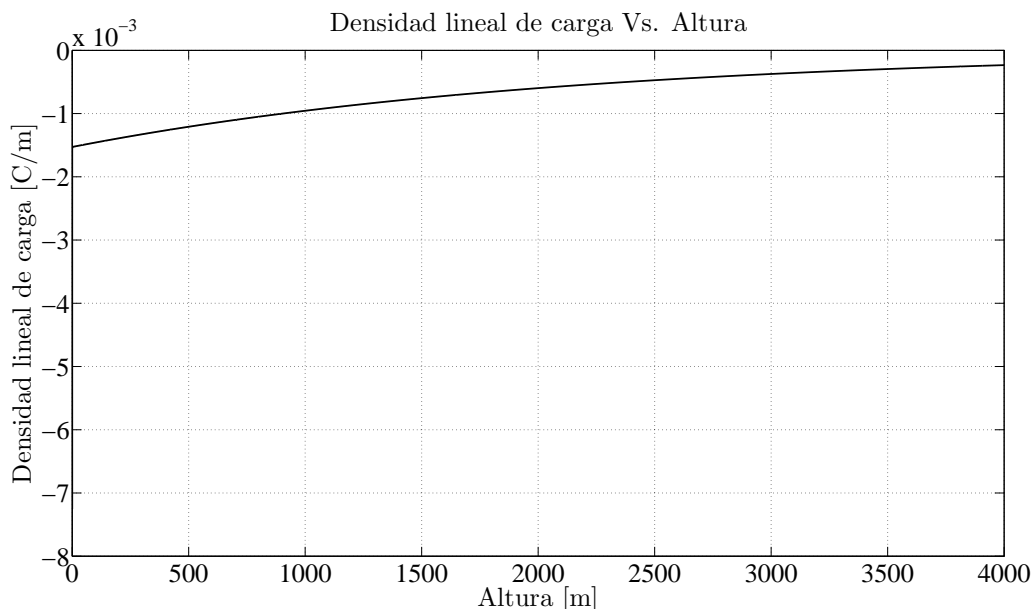


Figura 3.11: Variación de la densidad lineal de carga con la altura, para $Q = -3$ C

CASO 1

Este caso corresponde al canal tortuoso de la figura 3.2. La distribución de corrientes para este caso se muestra en las figuras 3.12 y 3.13.

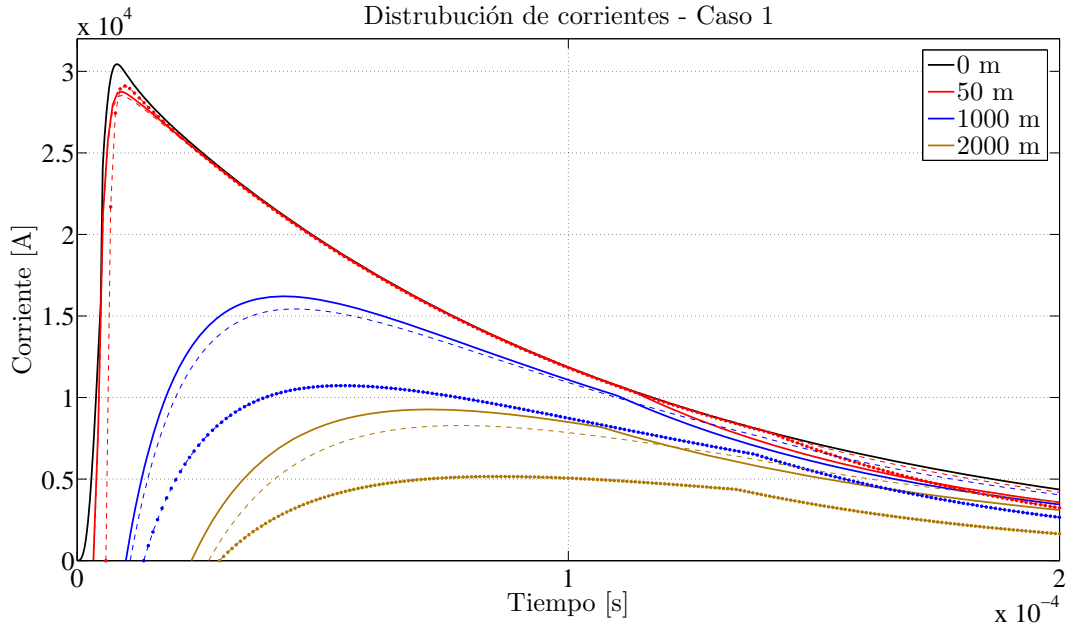


Figura 3.12: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos

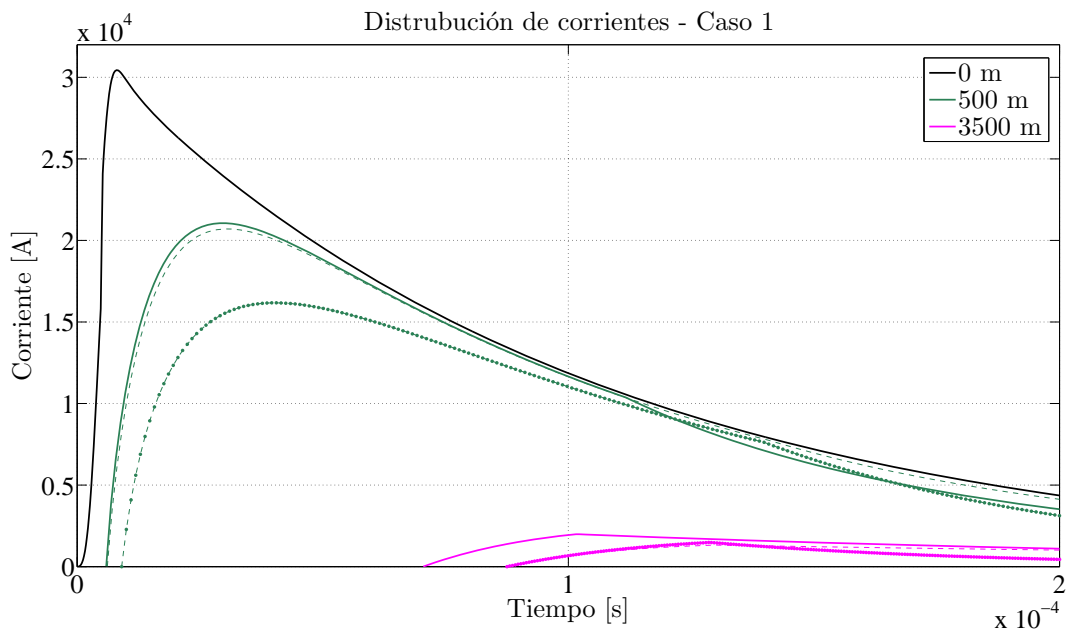


Figura 3.13: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos

En este caso se observa una disminución más drástica de las magnitudes máximas alcanzadas por las corrientes cuando se varía la densidad lineal de carga. También se puede observar un retraso en las corrientes del canal tortuoso con densidad variable, esto debido a que la longitud del líder de conexión ha cambiado, puesto que este parámetro depende de la densidad lineal de carga en la punta del líder y en este caso ha aumentado a $l_c = 105$ m, con lo cual ζ_c ha cambiado también. Estos resultados son una consecuencia del modelo Bi-Líder, a través del cual se modeló la densidad lineal de carga en el capítulo 2.

Adicionalmente se observa un sólo caso, el de la corriente a 50 m, donde la magnitud máxima alcanzada supera el valor con respecto al canal recto y al tortuoso con densidad de carga constante.

En la tabla 3.4 se muestra el porcentaje de disminución de las magnitudes con respecto al canal recto.

Cuadro 3.4: Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Caso 1

Altura [m]	Magnitud canal con $\rho = cte$ [kA]	Magnitud canal con ρ variable [kA]	% Decremento
50	28.76	29.11	-1.22
500	21.06	16.17	23.22
1000	16.2	10.73	33.76
2000	9.27	5.16	44.34
3500	1.98	1.48	25.25

En la tabla se observa la disminución más drástica de las magnitudes de las corrientes cuando se varía la densidad de carga. Esta disminución es por lo tanto, una predicción del modelo Bi-Líder.

CASO 2

El canal tortuoso de este caso es el de la figura 3.5. La distribución de corrientes se muestra en las figuras 3.14 y 3.15.

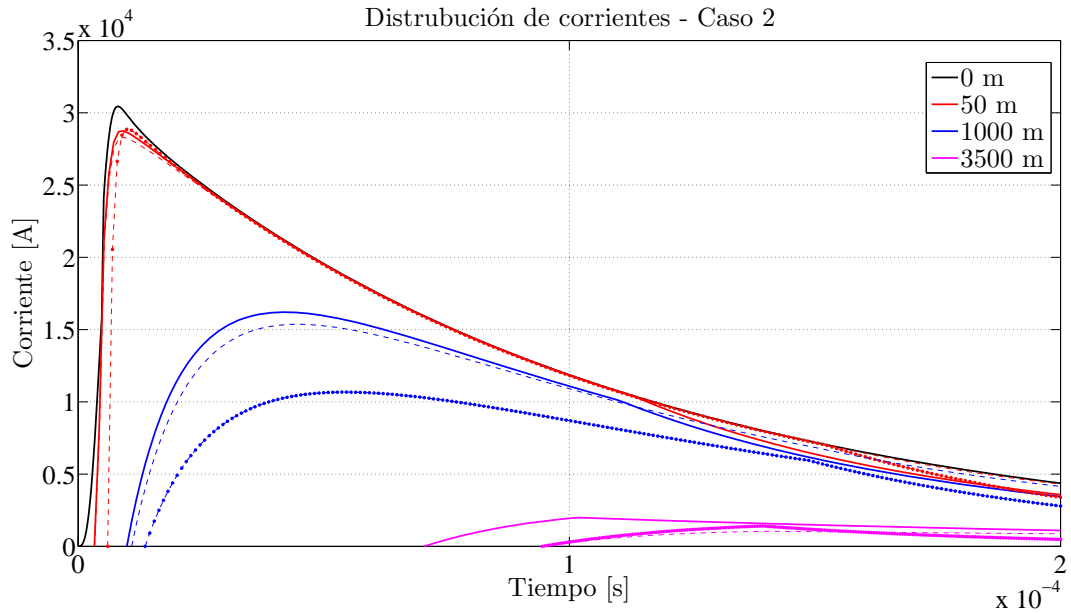


Figura 3.14: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos

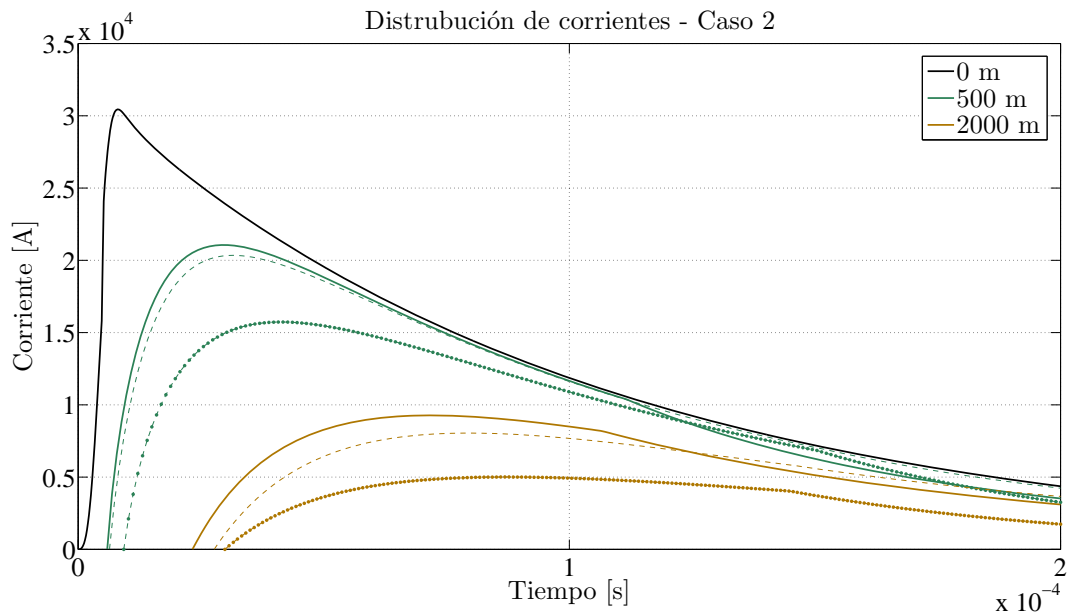


Figura 3.15: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos

En estas gráficas también se observa el mismo efecto de reducción en las magnitudes máximas de las corrientes cuando se varía la densidad de carga según el patrón dictado por el modelo Bi-Líder. Los retrasos en las corrientes también son de esperarse, por el motivo mencionado anteriormente en el caso 1. La tabla 3.5 resume los porcentajes de decremento para este caso.

Cuadro 3.5: Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Caso 2

Altura [m]	Magnitud canal con $\rho = cte$ [kA]	Magnitud canal con ρ variable [kA]	% Decremento
50	28.76	28.85	-0.31
500	21.06	15.73	25.31
1000	16.2	10.67	34.13
2000	9.27	5	46.06
3500	1.98	1.4	29.29

En este caso también hay un leve incremento de la magnitud máxima de la corriente para la altura de 50 m, en los otros casos se observa el decremento al igual que en el caso anterior.

CASO 3

El canal tortuoso de este caso es el de la figura 3.8. La distribución de corrientes se muestra en las figuras 3.16 y 3.17.

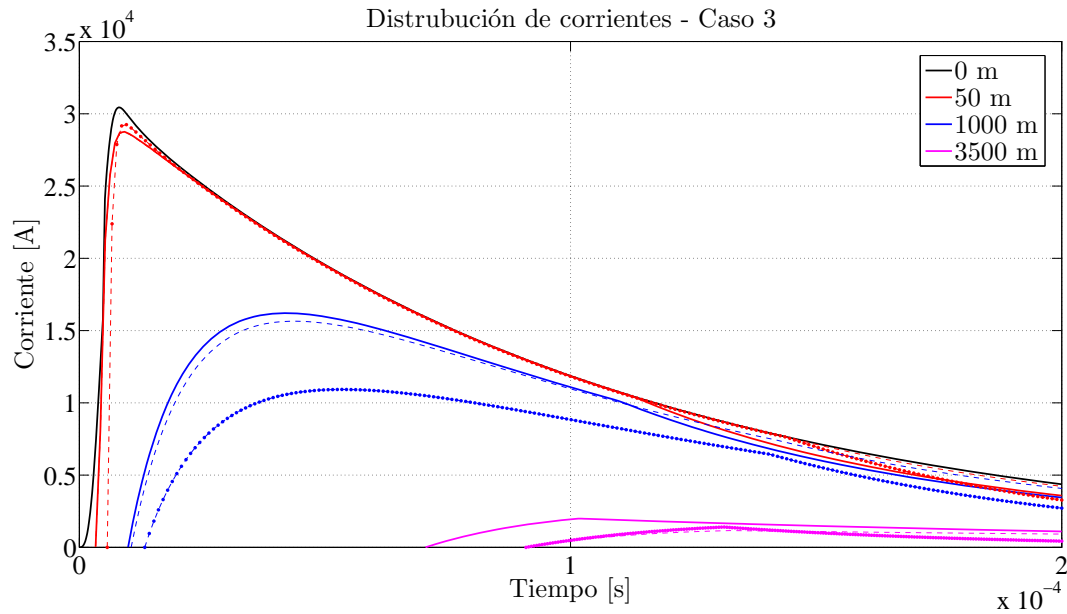


Figura 3.16: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos

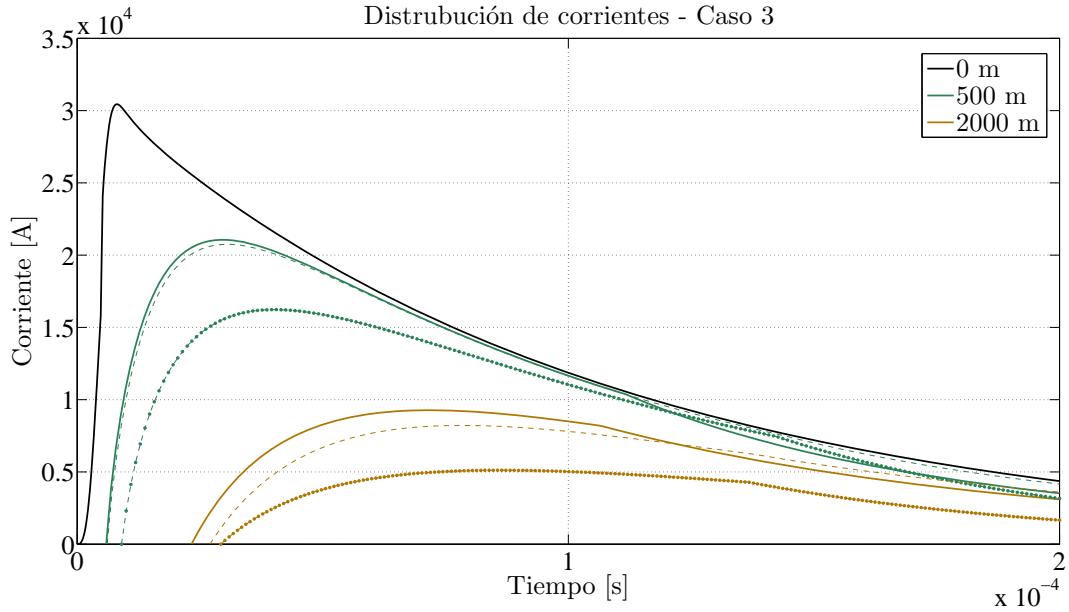


Figura 3.17: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 constante: línea discontinua, canal tortuoso con ρ_0 variable: línea con puntos

Nuevamente se observa el mismo efecto de los dos casos anteriores debido a la variación de la densidad de carga con la altura. En la tabla 3.6 se resumen los porcentajes de decremento respectivos.

Cuadro 3.6: Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Caso 2

Altura [m]	Magnitud canal con $\rho = cte$ [kA]	Magnitud canal con ρ variable [kA]	% Decremento
50	28.76	29.25	-1.70
500	21.06	16.23	22.93
1000	16.2	10.93	32.53
2000	9.27	5.11	44.87
3500	1.98	1.40	29.29

Se han considerado tres canales tortuosos diferentes, en los cuales se han calculado las corrientes al variar la densidad de carga lineal. El resultado es una disminución significativa en las magnitudes máximas de las mismas, con respecto a los canales con densidad de carga constante. El modelo Bi-Líder predice que la densidad de carga es grande en las puntas del líder escalonado y que decrece con la altura, tal como se observa en la gráfica de la figura 3.11. En dicha gráfica se nota que la densidad de carga es más grande que el valor asumido para canales con densidad constante (0,00075 C/m), desde 0 hasta 1500 m. aproximadamente, a partir de dicho punto, la carga empieza a decrecer por debajo del valor asumido de densidad de carga constante, sería de esperar que cuando se varía la densidad de carga, las corrientes a diferentes

alturas fueran más grandes en puntos por debajo de los 1500 m, durante un tiempo menor al que tarda el frente de onda en llegar hasta los 1500 m y que después dichas magnitudes decrecieran con respecto a los valores de las corrientes para canales con densidad constante, sin embargo, este no es el caso y la razón es que el modelo para la descarga de retorno tiene un parámetro importante que se vea afectado por la densidad de carga, el parámetro es el valor de las constantes de tiempo de la descarga, valores que cambian según la densidad de carga para obtener una corriente en la base del canal, la cual es un parámetro de entrada. Si se asumen las mismas constantes de tiempo obtenidas en el caso del canal con densidad de carga constante, se puede apreciar el efecto esperado y mencionado pero en ese caso, la corriente en la base del canal sería muy diferente a la que se tiene como parámetro de entrada, esto se puede observar en la gráfica de la figura 3.18.

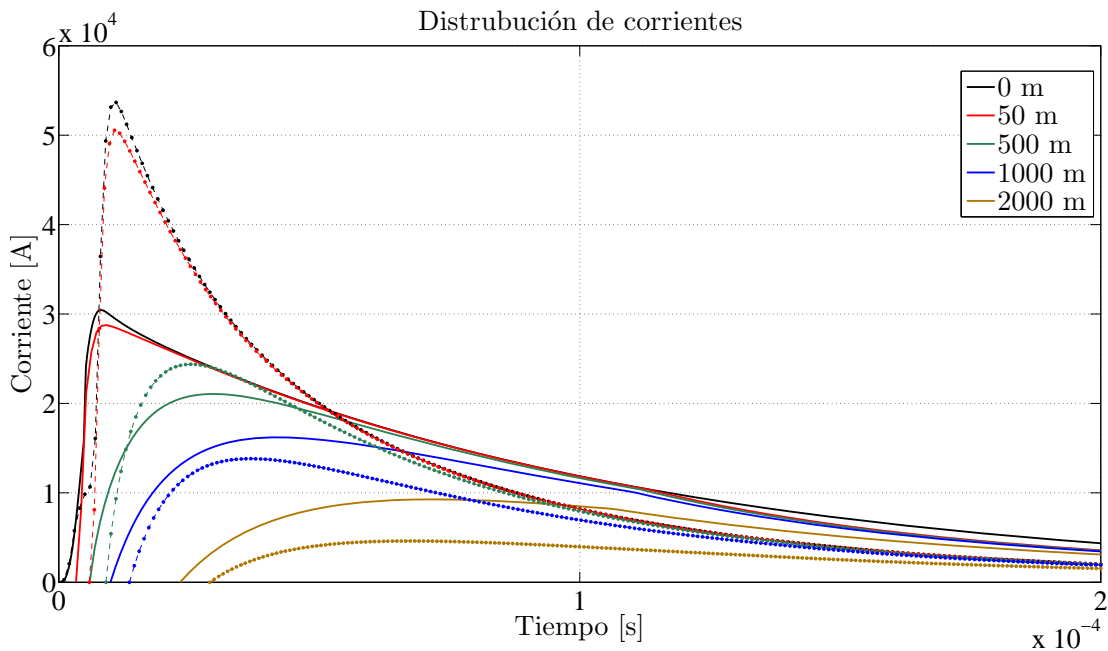


Figura 3.18: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con ρ_0 variable y con las constantes de tiempo del canal recto: línea con puntos

Se puede concluir entonces que si se varía la densidad lineal de carga, se ven afectados dos factores importantes en las corrientes a lo largo del canal, primero constantes de tiempo y segundo las magnitudes de las corrientes. El modelo para la descarga de retorno ajusta los valores de las constantes de tiempo para reproducir una corriente dada en la base del canal y como consecuencia cambia la distribución de corrientes a lo largo del canal, y con el patrón dado por el modelo Bi-Líder para la distribución de carga a lo largo del canal, las corrientes tendrán una reducción significativa con respecto al caso del canal con densidad de carga constante y dependiendo de la tortuosidad del canal. Dicha reducción tiene un valor específico según el canal tortuoso en particular. Es importante anotar que las comparaciones se han realizado suponiendo que los canales tienen la misma carga total acumulada y se han analizado los efectos de distribuir dicha carga total en el canal con un patrón constante y con un patrón variable, dictado en este caso por el modelo Bi-Líder. El hecho de analizar los canales

con la misma carga total es analizar las magnitudes de las corrientes sin dependencia del valor de la carga, en cuyo caso las magnitudes de las corrientes tendrían un valor dependiendo del valor de carga.

3.2. Análisis de la primera descarga de retorno que viaja por un canal tortuoso y con ramas

El análisis para la corriente de la descarga de retorno en los canales que además de ser tortuosos poseen ramas, se puede llevar a cabo utilizando las ideas desarrolladas en la sección 3.1. Para los canales con ramas, el canal central se trata igual que los canales tortuosos sin ramas analizados en la sección 3.1, teniendo en cuenta la densidad de carga lineal respectiva. Sin embargo, se debe considerar el efecto de las ramas, para lo cual en esta sección se utilizan nuevamente los principios de los modelos de generación de corriente y el modelo de Cooray aplicado en la sección 3.1, para describir la forma de onda de la corriente que viajaría por las ramas del canal.

3.2.1. Suposiciones para el modelado de la corriente que viaja por las ramas

- a) La densidad de carga lineal en las ramas del canal es conocida y varía a lo largo de cada rama (está representada según las expresiones encontradas en el capítulo 2).
- b) Cada rama del canal se comporta como un segmento del canal central, por lo tanto, cada sección de una rama aporta un pulso de corriente corona que decae exponencialmente con el tiempo. Dicho pulso de corriente corona viaja hacia tierra, recorriendo primero la rama hasta llegar al canal central, donde se dirige hacia tierra y la velocidad de viaje de dicho pulso de corriente corona es igual a la velocidad de la luz en el vacío y su coeficiente de reflexión en el suelo es igual a cero.
- c) La magnitud de los pulsos de corriente corona inyectados por cada sección de una rama son proporcionales a la densidad de carga lineal en la rama.
- d) En el momento que se inicia la descarga de retorno, el frente de onda de la descarga viaja hacia arriba a través del canal central, cuando el frente de onda alcanza una rama, dicho frente sufre una bifurcación tal que una parte del frente sigue viajando por el canal central hacia arriba y la otra parte viaja por la rama.
- e) Las fuentes de corriente corona proporcionadas por cada sección de una rama se activan en el momento que el frente de onda de la descarga pasa por el punto en cuestión, momento en el cual los pulsos de corriente empiezan a viajar por la rama hasta llegar al canal central para finalmente seguir hacia tierra.
- f) La velocidad de la descarga de retorno que se propaga por una rama crece exponencialmente en función de la coordenada s_r , la cual se define como la distancia medida desde el punto de inicio de una rama y otro punto cualquiera de la rama. Teniendo en cuenta que la distancia recorrida es sobre la rama y que el punto de inicio será diferente para cada rama.

- g) La velocidad inicial del frente de onda de la descarga sobre una rama es igual a la velocidad que tenía la descarga de retorno, viajando por el canal central, en el momento de alcanzar la rama.
- h) La corriente total en un punto del canal central es causada por las secciones del canal central que se encuentran por encima de dicho punto y dependiendo del tiempo, por las ramas del canal que se encuentran por encima de dicho punto.
- i) La corriente en un punto cualquiera de una rama solamente depende de las secciones de la rama que se encuentran entre dicho punto y la punta de la rama.

3.2.2. Representación matemática

Puesto que se ha asumido que la velocidad de la descarga de retorno en una rama crece exponencialmente con la altura, se puede escribir:

$$v_{b_k} = v_{i_k} e^{s_{r_k}/\chi_k} \quad (3.12)$$

Donde v_{b_k} es la expresión de la velocidad de la descarga de retorno para la rama k -ésima, v_{i_k} es la velocidad inicial de la descarga de retorno para la rama k -ésima (la cual se puede evaluar fácilmente puesto que se conocen las expresiones que modelan los eventos en el canal central), s_{r_k} es la coordenada s_r a lo largo de la rama k -ésima, que como ya se ha definido representa la distancia recorrida sobre la rama desde el punto de inicio de la misma sobre el canal central y otro punto cualquiera sobre la rama y χ_k es una constante que determina el crecimiento de la velocidad de la descarga sobre una rama a medida que el frente de onda avanza por ella. En todos los casos $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ y n es el número de ramas del canal.

La suposición de que la velocidad de la descarga de retorno crece a medida que el frente avanza por las ramas, se basa en un modelo propuesto por Cooray para calcular la velocidad de la descarga de retorno [3], en el cual se asume que la velocidad de la descarga de retorno depende directamente del campo eléctrico en la punta del líder, por lo tanto, en el modelo de la sección 1.2 se propone una velocidad que decrece con la altura. Dado que en los modelos obtenidos en el capítulo 2 se ha observado que la densidad de carga decrece con la altura, también es válido pensar que la velocidad será decreciente. Pero en dichos modelos se encontró que la densidad de carga lineal para las ramas crece a medida que avanza la rama, encontrando las mayores densidades de carga en la punta de las mismas, lo cual sería equivalente a un campo eléctrico mayor en los puntos cercanos a la punta y por lo tanto una velocidad de la descarga mayor en puntos cercanos a la punta de la rama.

La corriente corona inyectada por las secciones de cada rama varía en función de la coordenada s_{r_k} , y se puede representar como:

$$I_{c_{r_k}}(s_{r_k}, t) = I_{0_{r_k}}(s_{r_k}) e^{-t/\tau(s_{r_k})} \quad (3.13)$$

Usando el principio de conservación de la carga, se puede obtener el valor de $I_{0_{r_k}}(s_{r_k})$ y finalmente la expresión para la variación de la corriente corona en una rama se puede escribir como:

$$I_{C_{r_k}}(s_{r_k}, t) = \frac{\rho_{RN}}{\tau(s_{r_k})} e^{-t/\tau(s_{r_k})} \quad (3.14)$$

Donde ρ_{RN} es la función para la densidad lineal de carga en las ramas, sabiendo que N puede ser 2 o 3, ya que en el capítulo 2 se obtuvieron expresiones para la densidad de carga en las ramas de canales que tienen 2 y 3 ramas. Y $\tau(s_{r_k})$ es la constante de tiempo de la descarga para cada rama y es una función que varía con la coordenada s_{r_k} .

Finalmente, se puede expresar la corriente total que existiría en un punto cualquiera de una rama, con coordenada s_{rc} , como la suma de los pulsos de corriente corona inyectados por cada sección de la rama que se encuentran más allá de dicho punto.

$$I_{r_k}(s_{rc}, t) = \int_{s_{rc}}^{s_{rm}} I_{C_{r_k}}(s_{r_k}, t - t_{onr_k} - \frac{s_{rm} - s_{rc}}{c}) ds_{r_k} \quad (3.15)$$

En esta ecuación el tiempo de encendido o activación de la fuente de corriente corona que se encuentra a una distancia s_{r_k} del punto de inicio de la rama, es decir, el tiempo t_{onr_k} es igual al tiempo que le toma a la descarga de retorno en llegar hasta el punto de inicio de la rama, más el tiempo que le toma a la descarga en llegar desde el punto de inicio de la rama hasta el punto con coordenada s_{r_k} y se puede expresar así:

$$t_{onr_k} = t_{rk} + \int_0^{s_{r_k}} \frac{ds_{r_k}}{v_{b_k}} \quad (3.16)$$

Donde t_{rk} es el tiempo que se toma el frente de onda en llegar hasta el punto de inicio de la rama y por lo tanto depende la velocidad que tiene la descarga de retorno sobre el canal central.

El valor s_{rm} es el punto máximo sobre la rama que puede contribuir a la corriente en el punto s_{rc} en el tiempo t y por lo tanto se puede expresar así:

$$t = t_{rk} + \int_0^{s_{rm}} \frac{ds_{r_k}}{v_{b_k}} + \frac{s_{rm} - s_{rc}}{c} \quad (3.17)$$

Si se desea conocer la corriente total que produciría solamente la rama en un determinado tiempo y en un punto del canal central, entonces la expresión para la corriente sería:

$$I_{r_k}(s_z, t) = \int_0^{s_{rm}} I_{C_{r_k}}(s_{r_k}, t - t_{onr_k} - \frac{s_{rm} + s_k - s_z}{c}) ds_{r_k} \quad (3.18)$$

Donde s_z es la coordenada s del punto de cálculo a una altura z y s_k es la coordenada s del punto donde la rama se conecta con el canal central. Por lo tanto el tiempo t se puede relacionar de la siguiente forma con el punto s_{rm} :

$$t = t_{rk} + \int_0^{s_{rm}} \frac{ds_{r_k}}{v_{b_k}} + \frac{s_{rm} + s_k - s_z}{c} \quad (3.19)$$

3.2.3. Limitación para el cálculo de la corriente que viaja por las ramas

Las ideas desarrolladas para el cálculo de las corrientes que viajan por las ramas de los canales presentan una limitación que impide obtener dichas corrientes. La limitación se encuentra en la expresión dada por la ecuación 3.14, que representa dicha corriente. En esta ecuación existe una variable desconocida y es la función que representa las constantes del tiempo de la descarga para las ramas $\tau_{s_{r_k}}$. En el caso de los canales sin ramas, las constantes de tiempo se pueden evaluar puesto que se conoce la corriente en la base del canal, pero en el caso de canales con ramas sería necesario conocer la corriente en la base de las ramas para poder evaluarlas. Es decir, sería necesario conocer la forma de onda de la corriente que existiría en el punto donde una rama se une con el canal central y la cual es causada solamente por la rama, para así obtener las constantes de tiempo a lo largo de la rama, con lo cual quedarían definidas las formas de onda de la corriente en cualquier punto de la rama. Lastimosamente no se conocen dichas formas de onda en la base de las ramas, pero sería interesante poderlas medir por medio de algún método en rayos reales y caracterizarlas para obtener formas de onda estandarizadas que puedan representar las características generales que se encontrarían en la realidad y poder obtener un modelo relativamente preciso de las corrientes en las ramas.

Sin embargo, a pesar de esta limitación, se ha optado por obtener las corrientes en las ramas con base en aproximaciones hechas a través del modelo Bi-Líder. La forma de validar dichas aproximaciones sería en la práctica, si se pudiera obtener la forma de onda de las corrientes en la base de las ramas de una descarga real. Por el momento se modelan las corrientes en las ramas con estas aproximaciones como una primer forma de acercarse al problema real.

3.2.4. Metodología para aproximar las corrientes que viajan por las ramas

La metodología propuesta busca aproximar la forma de onda de la corriente en la base de las ramas teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- a) La carga total representada por la corriente en la base de una rama debe ser igual a la carga total almacenada en dicha rama.
- b) La carga total que representa la corriente se puede calcular como $Q = \int_0^{\infty} i(t)dt$, donde $i(t)$ es la forma de onda de la corriente como una función del tiempo.
- c) La carga total almacenada en una rama en el momento que empieza la descarga de dicha rama se puede obtener si se conoce la densidad lineal de carga almacenada en cada sección de la rama y si se conoce la geometría en particular de la rama.
- d) La forma específica de la onda de corriente en la base de la rama se escoge arbitrariamente siempre que pueda cumplir las restricciones anteriores.

Las ecuaciones 2.5 - 2.9 representan la densidad lineal de carga en los canales tortuosos sin ramas o con dos y tres ramas. Puesto que se conoce la geometría del canal, se puede calcular la carga total almacenada en sus ramas y con esto las restricciones anteriores estarían sujetas solamente a la forma de la onda escogida arbitrariamente. En conclusión, la aproximación propuesta busca satisfacer el principio de conservación de la carga.

Forma de onda para la corriente en la base de las ramas

Teniendo en cuenta las restricciones anteriores, se usan dos aproximaciones para la forma de onda de las corrientes en la base de las ramas:

Aproximación 1

En esta aproximación se asume que la corriente en la base del canal producida solamente por la rama en un tiempo t es igual a la corriente en la base del canal en el mismo tiempo t multiplicada por un factor de escala, dicho factor de escala crece linealmente desde que empieza el flujo de la rama en la base del canal hasta que toda la rama completa puede contribuir a la corriente en la base del mismo, momento en el cual el factor de escala alcanza su valor máximo. El valor de este factor de escala determina la amplitud máxima que tendrá la corriente producida por la rama y las constantes de tiempo calculadas determinan el ritmo al cual decae la onda de corriente después de que toda la rama puede contribuir a la corriente en la base del canal, por lo tanto, dicho factor de escala determina la carga total contenida en la corriente que produce la rama y se debe escoger de forma tal que cumpla las restricciones dadas anteriormente.

Aproximación 2

En esta aproximación se asume que la corriente en la base de una rama es la misma que existiría en dicho punto si fuera producida solamente por el canal central. Esta corriente se multiplica por un factor de escala para cumplir el principio de conservación de la carga.

3.2.5. Resultados para canales tortuosos con dos ramas

Para el análisis de los canales tortuosos con dos ramas se considera la geometría de la figura 3.19. Esta geometría se utiliza para obtener los resultados usando el enfoque de las dos aproximaciones descritas anteriormente.

Los valores usados de los parámetros son: $l_c = 70$ m, $\rho_0 = 0,00075$ C/m, $\zeta_c = 17,8936$, $\zeta_r = 1500$, $v_i = 2 \times 10^8$ m/s y $v_0 = 4 \times 10^6$ m/s, $\chi_1 = \chi_2 = 2000$, la densidad lineal de carga está representada por las ecuaciones 2.6 y 2.7 con $Q = -3$ C.

La metodología adoptada para calcular las corrientes que producen las ramas requiere conocer la carga total que puede almacenar cada rama, para lo cual se utiliza la geometría del canal y las ecuaciones 2.6 y 2.7. Los resultados se presentan en la tabla 3.7

Cuadro 3.7: Relación de carga total en las ramas - Canal con dos ramas, figura 3.19

Rama	Longitud total [m]	Carga almacenada [Q]
1	952.2752	0.45
2	2061.5	0.68

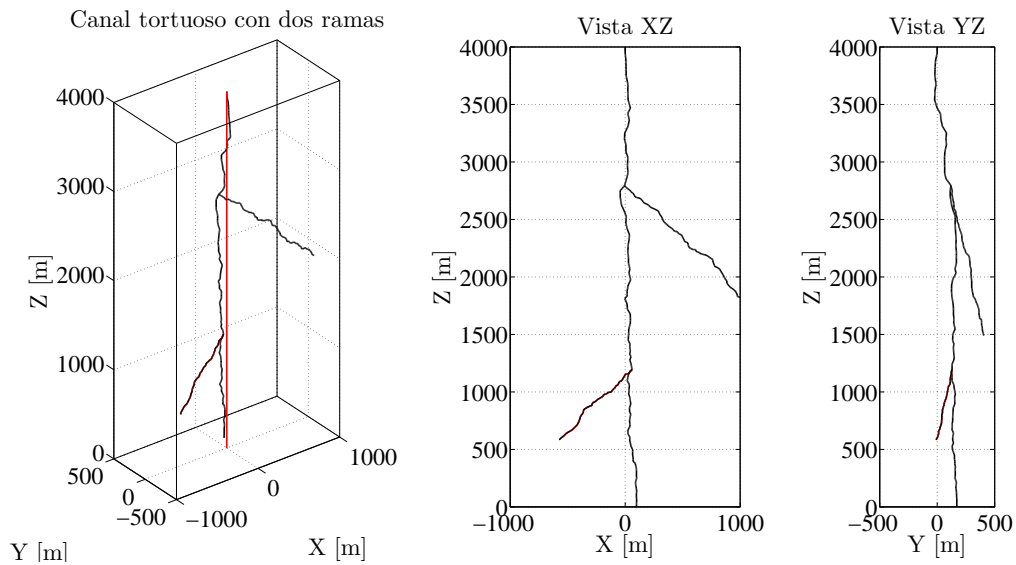


Figura 3.19: Canal tortuoso con dos ramas y canal recto asociado

Resultados adoptando la aproximación 1

Como primera medida se analiza la relación que tienen las magnitudes máximas alcanzadas por las corrientes en el caso del canal tortuoso con dos ramas, con respecto al canal recto con densidad de carga constante, este resultado se muestra en la figura 3.20.

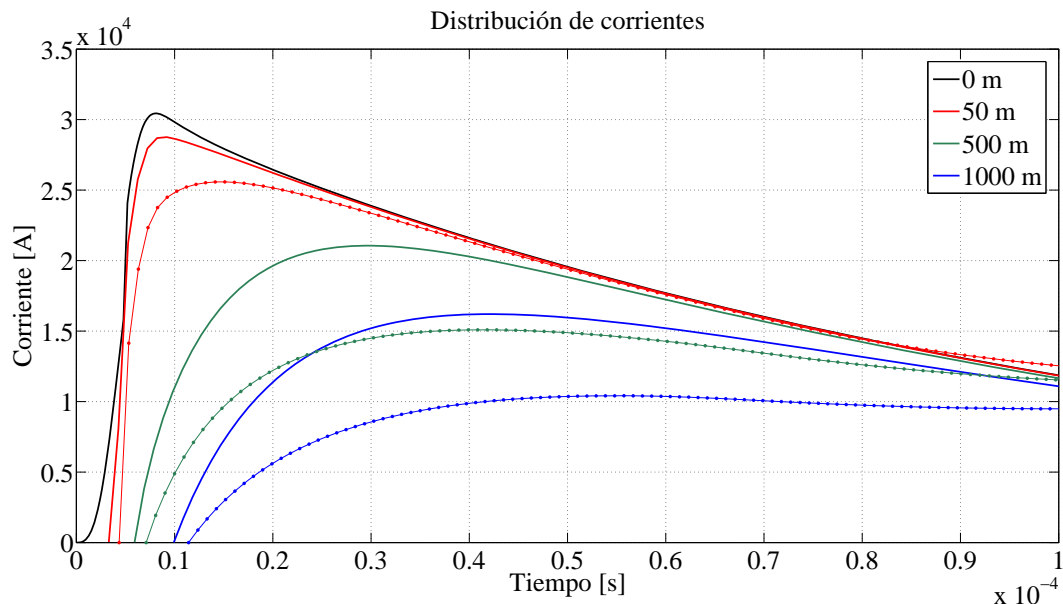


Figura 3.20: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con dos ramas y ρ_0 variable: línea con puntos

Este primer resultado permite observar que para diferentes alturas, las corrientes que

3.2. Análisis de la primera descarga de retorno que viaja por un canal tortuoso y con ramas 69

produce el canal tortuoso con dos ramas son menores que en el canal recto con densidad de carga constante, y es una predicción del modelo Bi-Líder, como ya se ha analizado. En la tabla 3.8 se presentan las relaciones de decremento.

Cuadro 3.8: Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con dos ramas y ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Aproximación 1

Altura [m]	Magnitud canal con $\rho = cte$ [kA]	Magnitud canal con ρ variable [kA]	% Decremento
50	28.76	25.58	11.06
500	21.06	15.07	28.44
1000	16.2	10.41	35.74

El resultado más importante se obtiene cuando se consideran las formas de onda para las corrientes a diferentes alturas, separando las corrientes producidas por el canal central y la corriente total a una altura dada, dicho resultado se muestra en las figuras 3.21 y 3.22.

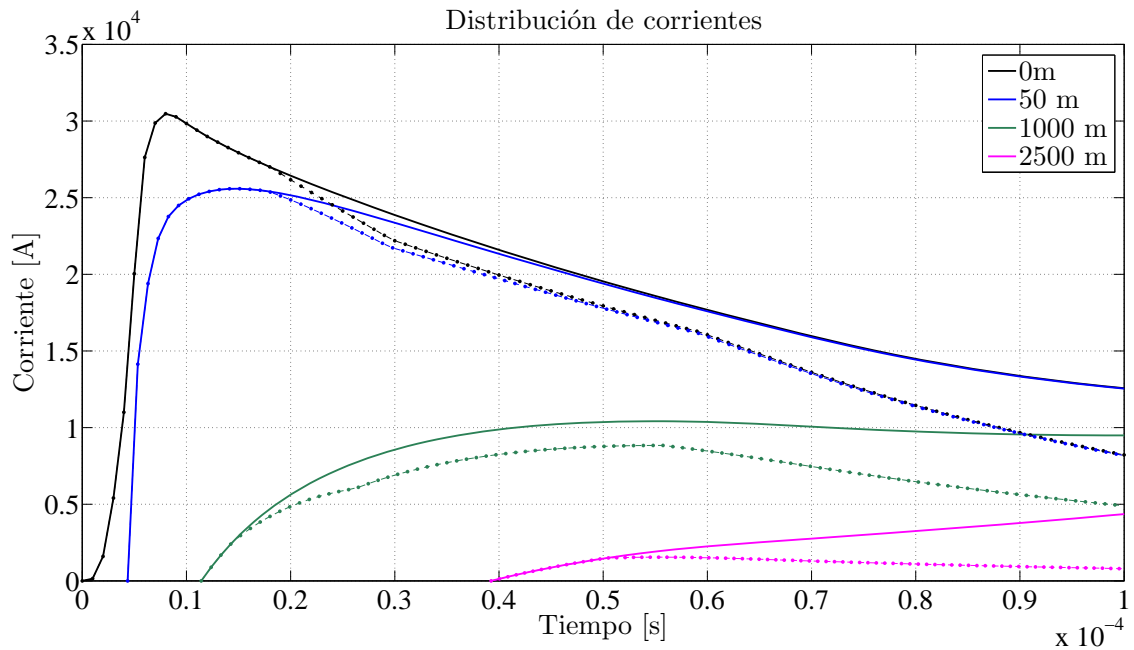


Figura 3.21: Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos

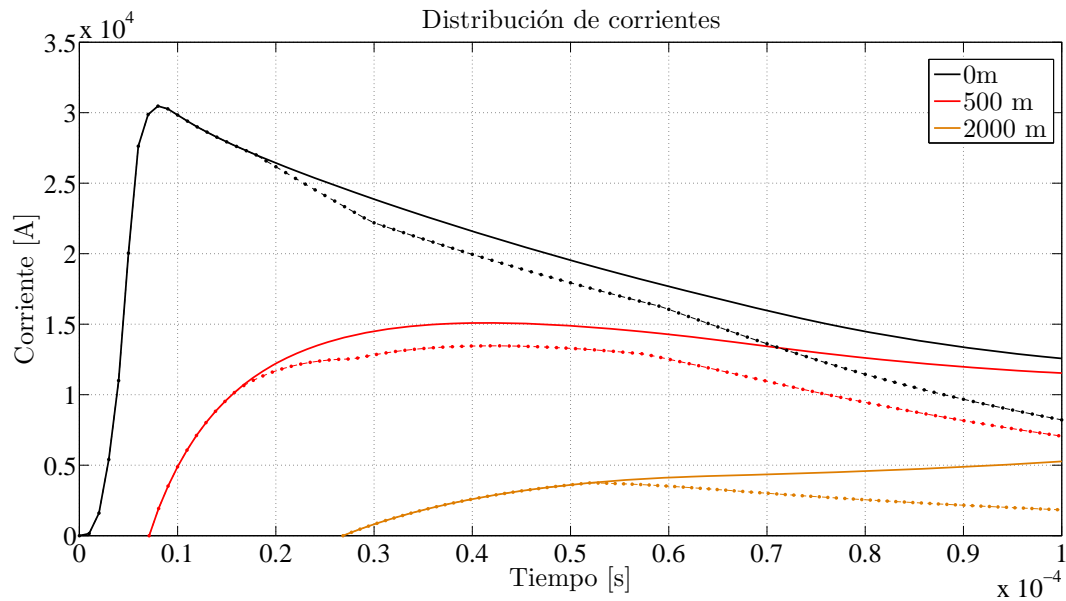


Figura 3.22: Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos

En estas gráficas se observa que la corriente total a una misma altura no tiene variaciones significativas con respecto al caso del canal tortuoso sin ramas puesto que se ha considerado que la corriente en la base del canal es la misma y es producida como una suma de las corrientes que produce el canal central y las corrientes que inyectan las ramas. Sin embargo, si se observa la corriente que produce únicamente el canal central y se compara con la corriente total, se nota una diferencia. Este es el efecto de las ramas, las cuales inyectan corriente en el canal central para producir la corriente total. Esta corriente que viaja por las ramas puede producir campos electromagnéticos diferentes a los observados para canales rectos.

A continuación se analiza la corriente que viaja por las ramas.

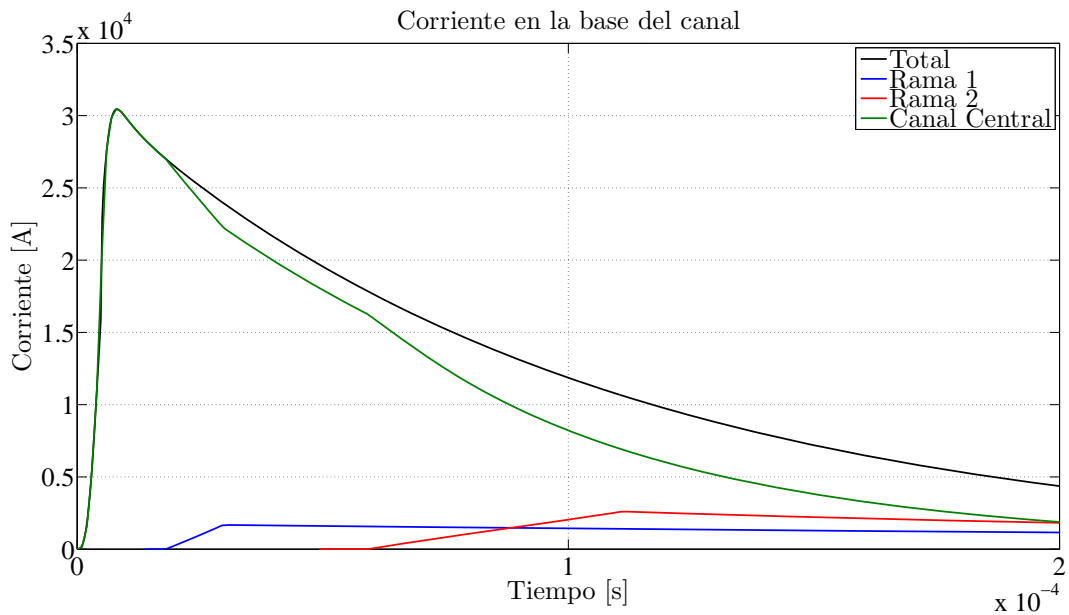


Figura 3.23: Corriente en la base del canal producida por diferentes secciones del mismo

Mediante la aproximación descrita se obtienen las corrientes en la base del canal producidas por las ramas, como se muestra en la figura 3.23. En esta gráfica se muestra la corriente en la base del canal que producen las tres partes del canal, las cuales consisten en el canal central y las dos ramas. La forma de onda de las corrientes que producen las ramas es aproximada como ya se ha mencionado a través de las suposiciones hechas anteriormente y que se basan en el principio de conservación de la carga. Estas formas de onda presentan un crecimiento lineal hasta un pico máximo, que ocurre en el momento en el cual el frente de onda ha llegado a la punta de la rama. En ese momento se usan las constantes de tiempo calculadas para describir la forma en que decrece la corriente de las ramas, y se puede observar que presentan un ritmo de decrecimiento relativamente lento. Este resultado es una consecuencia de las aproximaciones hechas, puesto que como se ha mencionado no se conoce la corriente que producen las ramas y por lo tanto no se puede obtener un cálculo más preciso.

Es importante observar cómo cambia la corriente que produce el canal central a medida que la corriente inyectada por las ramas llega a la base del mismo. Se notan los cambios más significativos en los tiempos que empieza el flujo de la corriente de las ramas en el suelo y en los tiempos en que las corrientes de las ramas alcanzan sus valores pico. Lo cual es un resultado esperado ya que la corriente total en la base del canal es la suma de las corrientes que producen las ramas y el canal central.

En las figuras 3.24 y 3.25 se muestra la distribución de corrientes a diferentes distancias de la base de las ramas, dichas corrientes se grafican en conjunto con la corriente total en la base del canal.

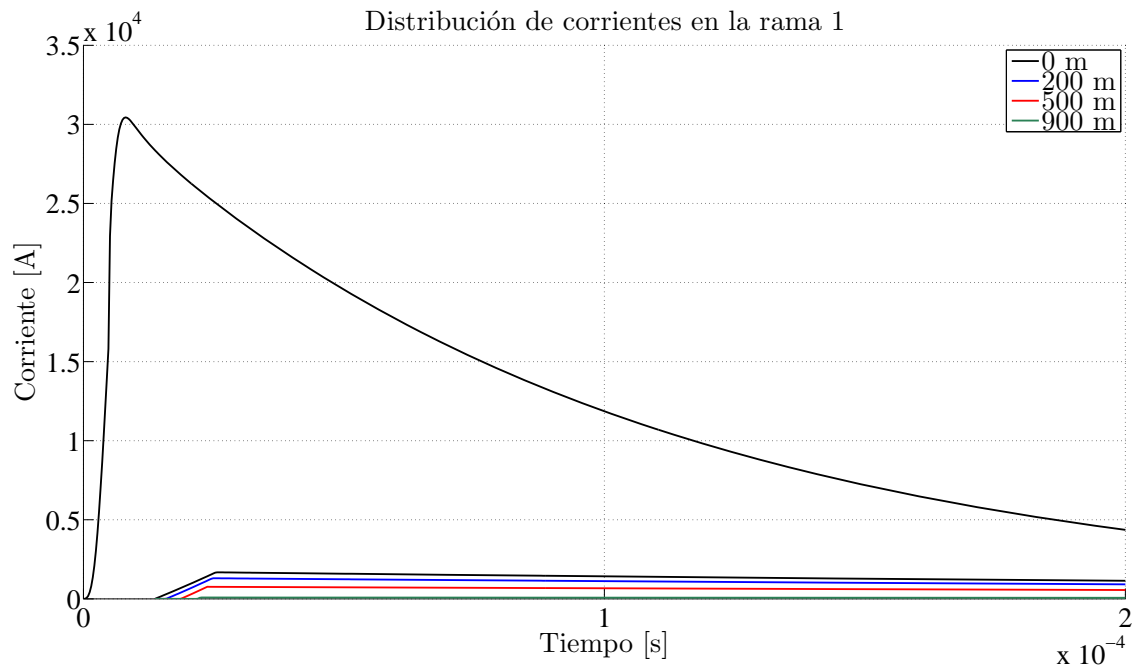


Figura 3.24: Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 1

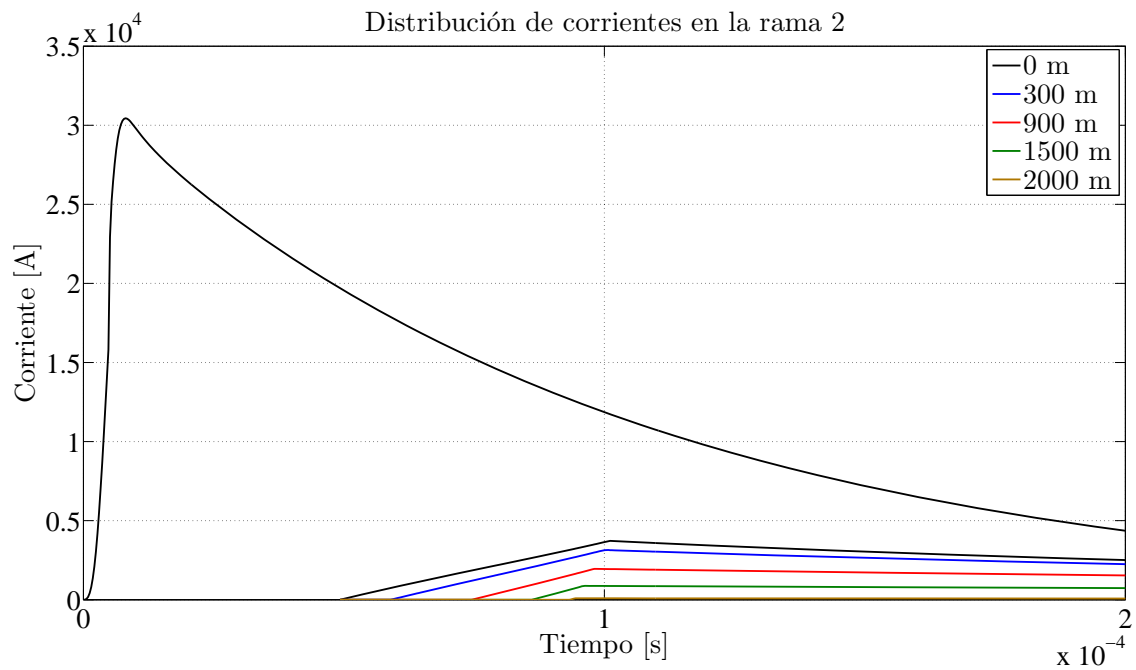


Figura 3.25: Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 2

En las figuras 3.24 y 3.25 se observa que el modelo predice una atenuación de la corriente a medida que se avanza por la rama, puesto que se tendrán cada vez menos secciones de la rama que aporten a la corriente total en un punto. Se nota también el retraso en el tiempo

característico del modelo, para las diferentes corrientes.

Resultados adoptando la aproximación 2

Usando la aproximación 2 para la corriente en la base de las ramas se obtienen los siguientes resultados. Nuevamente se analiza como primera medida la relación de magnitudes máximas de las corrientes en el canal tortuoso con dos ramas, con respecto al canal recto con densidad de carga constante, el resultado se observa en la figura 3.26.

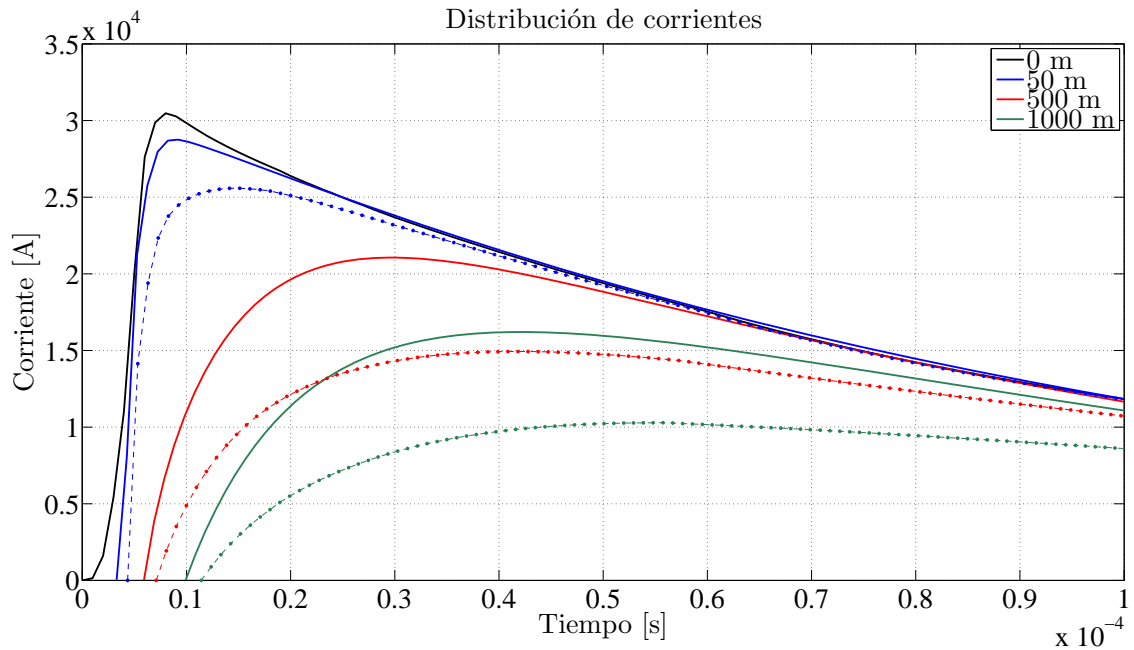


Figura 3.26: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con dos ramas y ρ_0 variable: línea con puntos

El resultado que se observa es de esperarse puesto que como ya se ha mencionado es una predicción del modelo Bi-Líder, las relaciones de decremento en las magnitudes máximas de las corrientes se presentan en la tabla 3.9

Cuadro 3.9: Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con dos ramas y ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Aproximación 2

Altura [m]	Magnitud canal con $\rho = cte$ [kA]	Magnitud canal con ρ variable [kA]	% Decremento
50	28.76	25.58	11.06
500	21.06	14.93	29.11
1000	16.2	10.26	36.67

En la tabla 3.9 se observa que el porcentaje de decremento de la corriente total en la altura

de 50 m es igual que en la aproximación 1 (tabla 3.8), esto debido a que en la altura de 50 m las ramas no tienen efecto para el cálculo de la corriente. En los otros casos se nota una diferencia muy pequeña usando cualquiera de las dos aproximaciones.

Usando la aproximación 2 para la corriente en la base de las ramas se obtienen las corrientes a diferentes alturas producidas por el canal central únicamente y se comparan con las corrientes totales, los resultados se muestran en las figuras 3.27 y 3.28

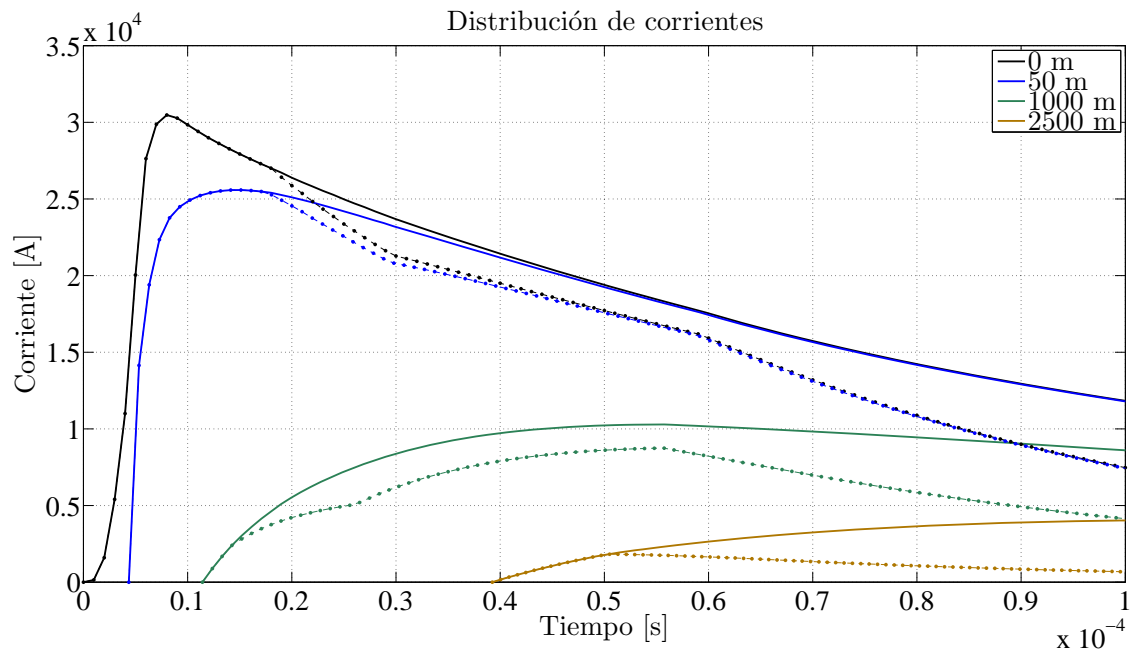


Figura 3.27: Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos

Al analizar las figuras 3.27 y 3.28 se observa nuevamente que las ramas tienen un efecto bastante significativo en la corriente total a un altura dada y que su efecto se debe tener en cuenta a la hora de calcular los campos electromagnéticos puesto que la corriente que inyectan las ramas viaja en una dirección predominantemente horizontal, al contrario de las corrientes en el canal central que viajan en una dirección que es predominantemente vertical.

A continuación, en la figura 3.29, se analiza la corriente que viaja por las ramas usando la aproximación 2.

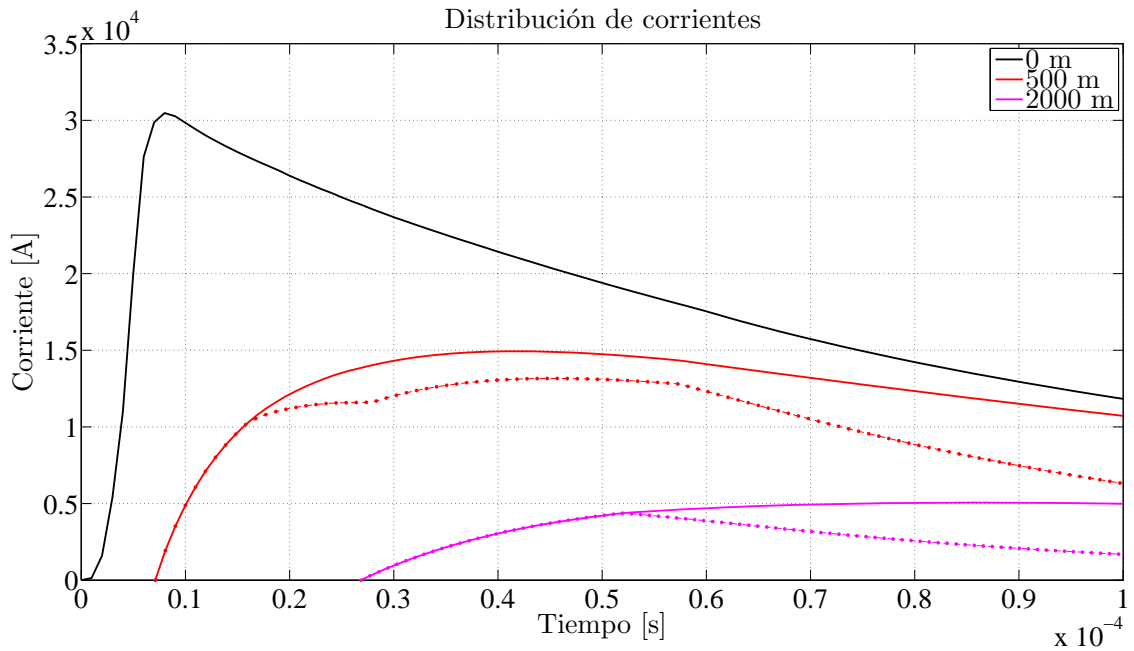


Figura 3.28: Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos

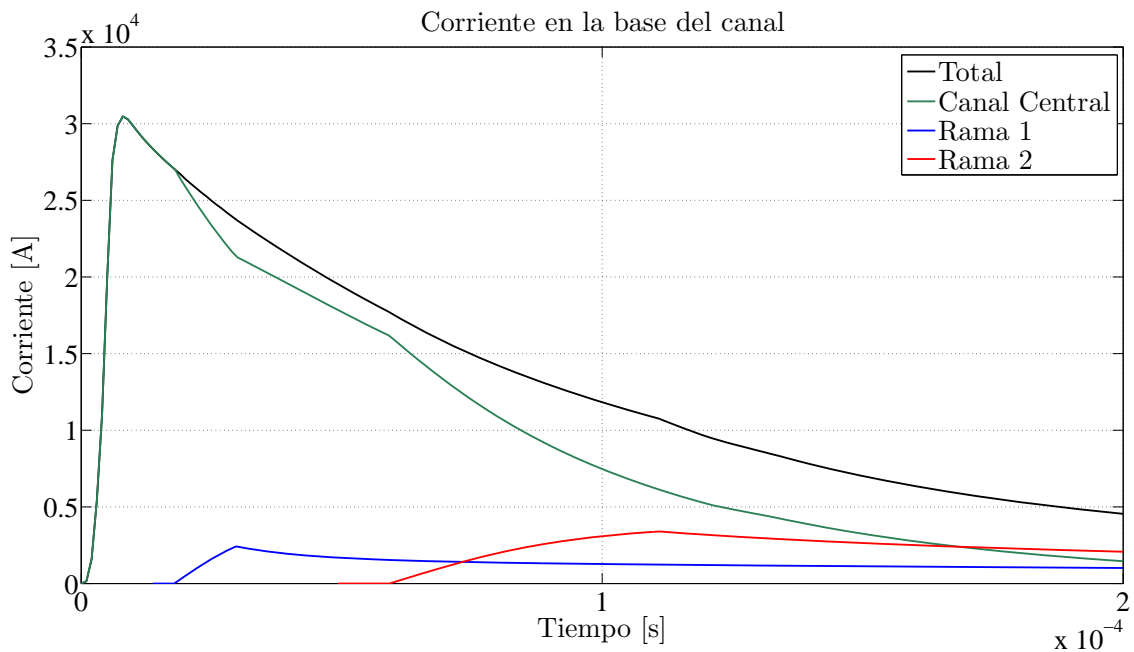


Figura 3.29: Corriente en la base del canal producida por diferentes secciones del mismo

En la figura 3.29 se observan las formas de onda para las corrientes en la base del canal producidas por las ramas, se puede ver la diferencia con respecto a la aproximación 1 (aproximación de crecimiento lineal). En este caso la forma de onda de las corrientes que producen

las ramas está dada por las corrientes que existirían en esas alturas si el canal no tuviera ramas, tal como se describe en la aproximación 2. También es importante observar que con las constantes de tiempo calculadas mediante esta aproximación, las corrientes tienen un ritmo de decrecimiento más rápido que en el caso de la aproximación 1.

Finalmente se observa la diferencia que tiene la corriente producida por el canal central con respecto a los canales rectos y a los canales sin ramas. En cualquier instante de tiempo, la corriente total será la suma de las corrientes que inyectan las ramas y el canal central.

Los resultados obtenidos para la distribución de corrientes en las ramas utilizando esta aproximación se presentan en las figuras 3.30 y 3.31, donde también se ha incluido la corriente total en la base del canal, la cual es un parámetro de entrada, como base para comparar las magnitudes de las corrientes en las ramas y los tiempos de inicio y pico de las mismas con respecto a la corriente total en la base del canal. El cálculo de estas corrientes se realiza en puntos sobre las ramas que se encuentran a una distancia de la base de la misma, dicha distancia se mide haciendo un recorrido sobre la rama con geometría tortuosa.

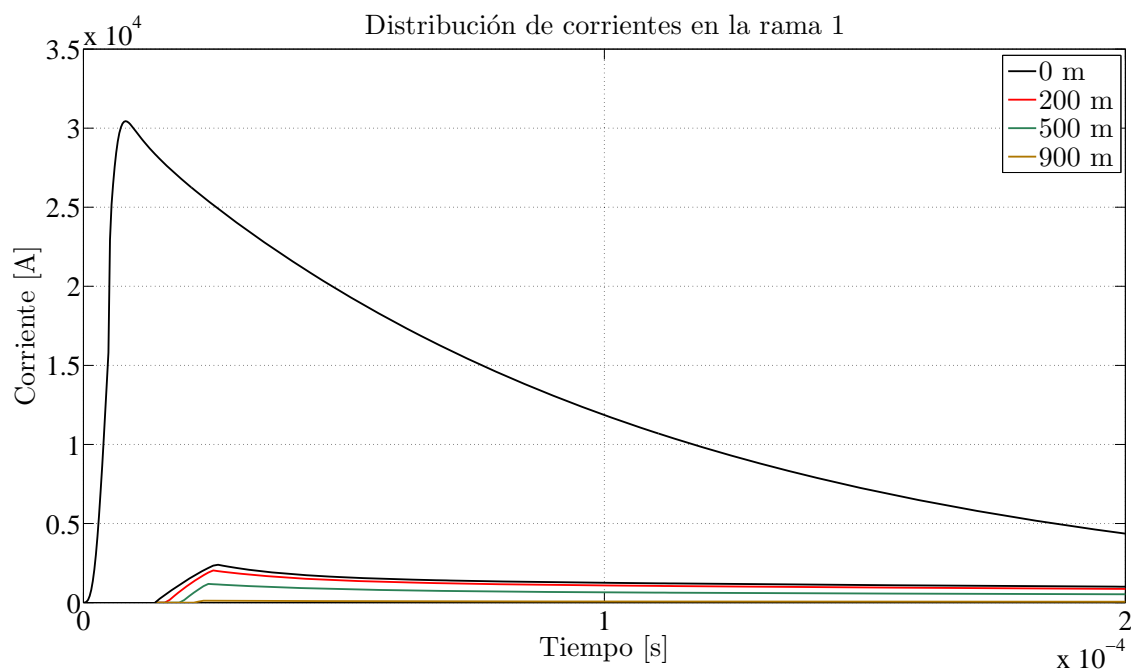


Figura 3.30: Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 1

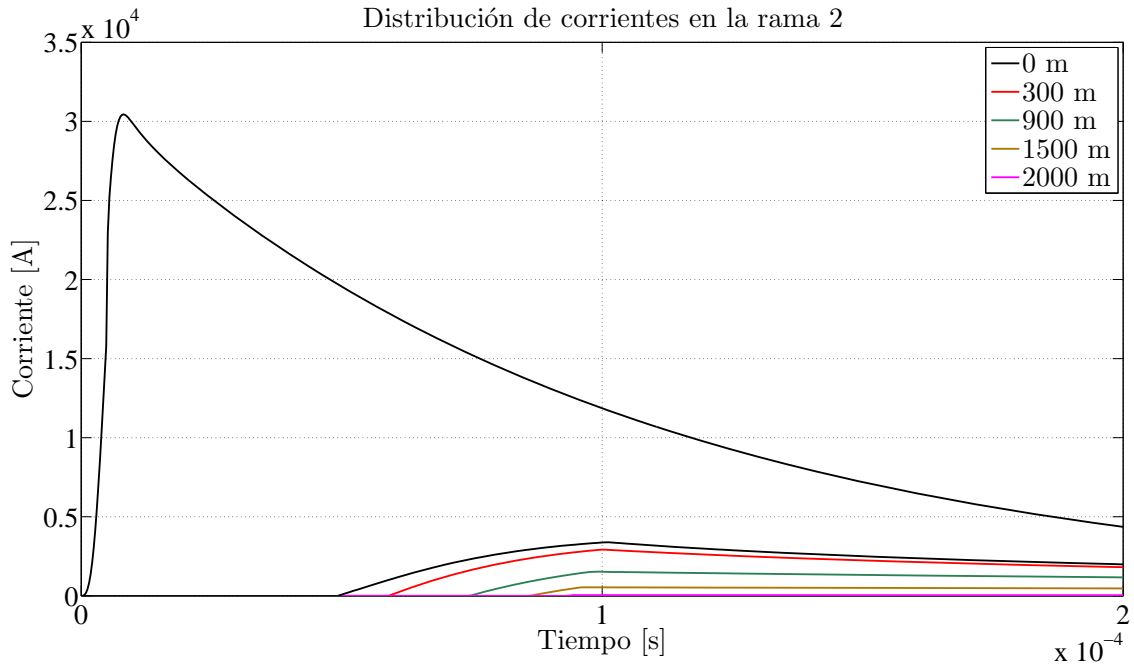


Figura 3.31: Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 2

En este caso se observa en las figuras 3.30 y 3.31 las dos características propias del modelo, una de ellas es el retraso en el tiempo para las corrientes en diferentes puntos y la otra es la atenuación de las corrientes a medida que se avanza hacia la punta de la rama. Sin embargo, las formas de las ondas son diferentes a las obtenidas en la aproximación 1 puesto que la corriente asumida en la base de las ramas es diferente.

Comparación de las dos aproximaciones

Las aproximaciones 1 y 2 para la corriente en la base de las ramas y por lo tanto, para el modelado de las distribuciones de corriente a lo largo de las ramas, permitieron obtener las corrientes mencionadas de una forma tal que se mantenga la corriente en la base del canal como parámetro de entrada. Puesto que los dos métodos usados para tal fin son aproximaciones basadas en suposiciones, es importante analizar la diferencia entre los dos enfoques, ya que una solución más real sólo sería posible si se mide la forma de onda de las corrientes en la base de las ramas de rayos reales.

En la figura 3.32 se comparan las corrientes totales a diferentes alturas usando las aproximaciones 1 y 2.

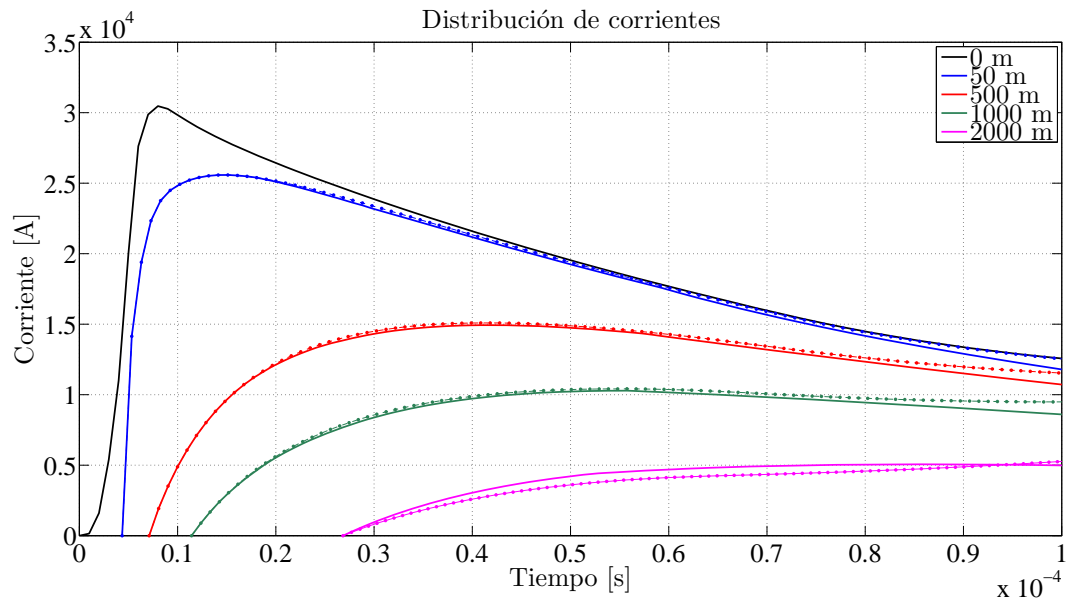


Figura 3.32: Corriente a diferentes alturas. Aproximación 2: línea sólida, aproximación 1: línea con puntos

En la figura 3.32 se nota que las corrientes totales a diferentes alturas obtenidas usando las aproximación 1 o 2 son bastante semejantes, a pesar de que las corrientes asumidas para las ramas son diferentes. A continuación se comparan las corrientes producidas por el canal central usando las dos aproximaciones.

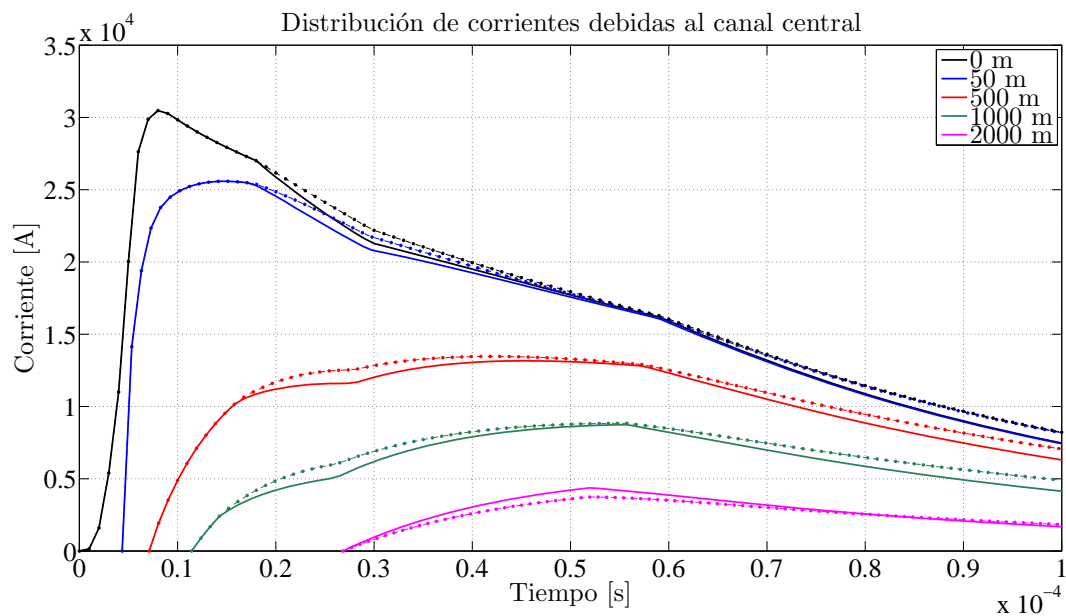


Figura 3.33: Corriente a diferentes alturas producida por el canal central. Aproximación 2: línea sólida, aproximación 1: línea con puntos

En la figura 3.33 se observa en general que las corrientes producidas por el canal central presentan diferencias cuando se usa la aproximación 1 o la 2, sin embargo las diferencias son relativamente pequeñas y se deben a las formas de onda usadas para representar la corriente en la base de las ramas.

3.2.6. Resultados para canales tortuosos con tres ramas

Las ecuaciones desarrolladas para los canales con ramas son válidas para un canal con cualquier número de ellas. Por lo tanto, se utiliza la misma metodología y ecuaciones de la sección 3.2 para obtener los resultados al considerar los canales con tres ramas. Como ejemplo se analiza el canal de la figura 3.34.

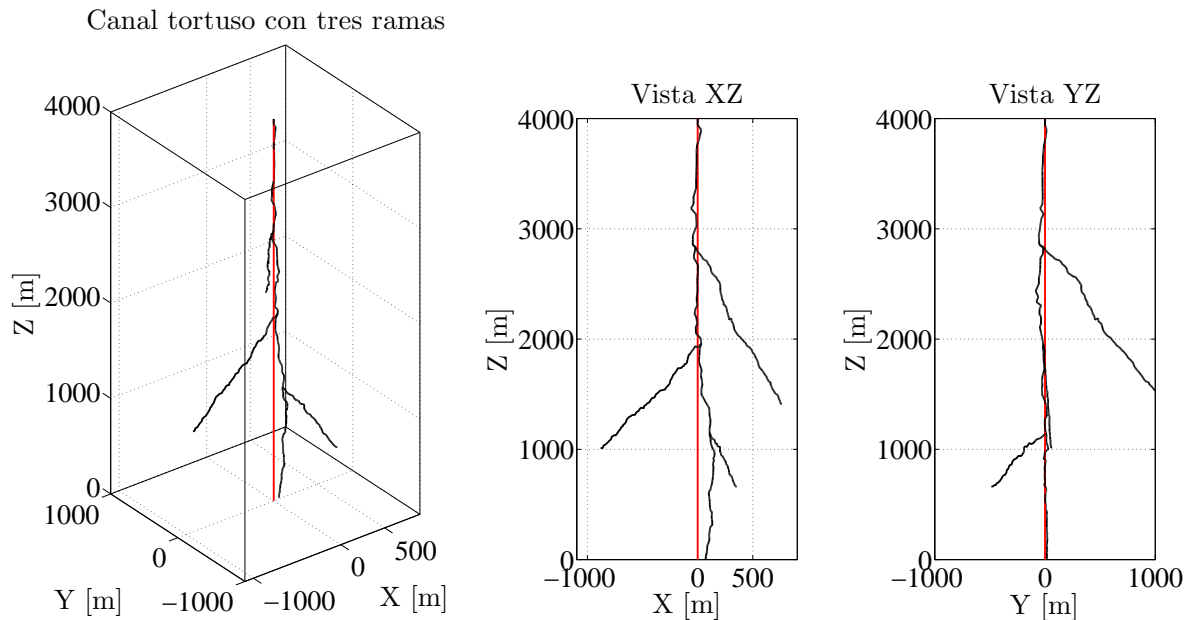


Figura 3.34: Canal tortuoso con tres ramas y canal recto asociado

Los valores usados de los parámetros son: $l_c = 70$ m, $\rho_0 = 0,00075$ C/m, $\zeta_c = 17,8936$, $\zeta_r = 1500$, $v_i = 2 \times 10^8$ m/s y $v_o = 4 \times 10^6$ m/s, $\chi_1 = \chi_2 = \chi_3 = 2000$, la densidad lineal de carga está representada por las ecuaciones 2.8 y 2.9 con $Q = -3$ C.

Utilizando las ecuaciones 2.8 y 2.9, y la geometría del canal se obtiene la relación de carga total almacenada en las ramas del mismo, la cual se presenta en la tabla 3.10.

Cuadro 3.10: Relación de carga total en las ramas - Canal con tres ramas, figura 3.34

Rama	Longitud total [m]	Carga almacenada [Q]
1	821.5767	0.37
2	1448	0.58
3	2180.2	0.7

Resultados adoptando la aproximación 1

La aproximación 1 para la corriente en la base de las ramas permite obtener la distribución de corrientes a diferentes alturas y comparar las magnitudes de las corrientes para el caso del canal tortuoso con tres ramas y el canal recto asociado, el cual se modela con densidad de carga constante, el resultado se presenta en la figura 3.35.

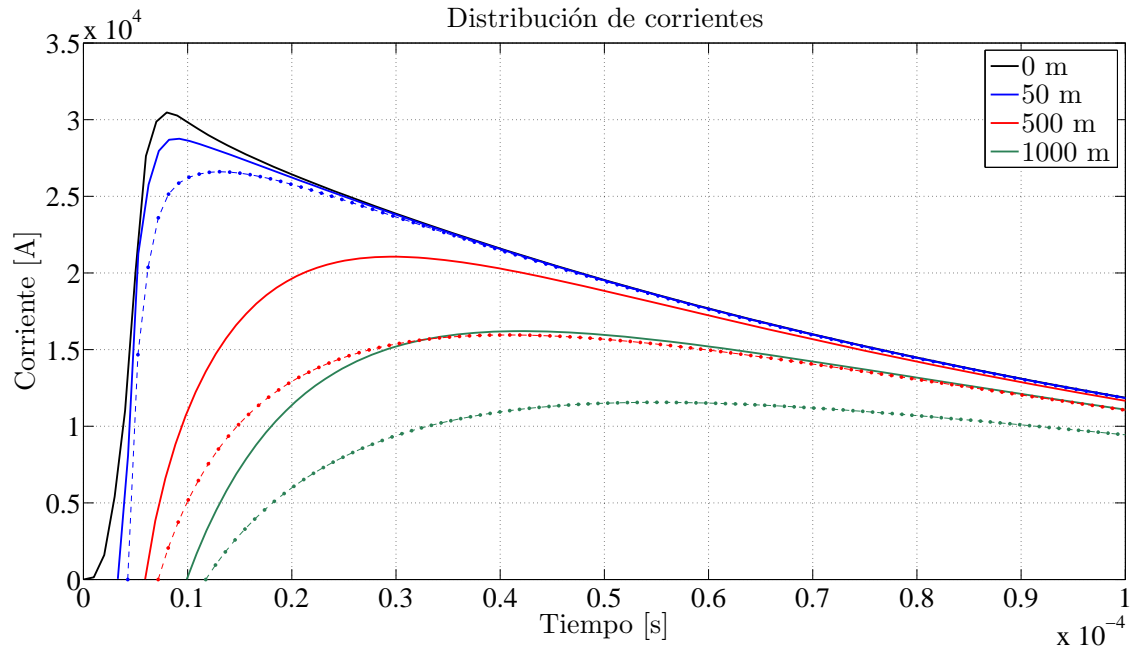


Figura 3.35: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con tres ramas y ρ_0 variable: línea con puntos

Nuevamente se observa la reducción en las magnitudes máximas de las corrientes para el caso del canal tortuoso con tres ramas, según lo predice el modelo Bi-Líder. Las relaciones de decremento se observan en la tabla 3.11.

Cuadro 3.11: Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con tres ramas y ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Aproximación 1

Altura [m]	Magnitud canal con $\rho = cte$ [kA]	Magnitud canal con ρ variable [kA]	% Decremento
50	28.76	26.45	8.03
500	21.06	15.95	24.26
1000	16.2	11.54	28.76

A continuación se muestra el resultado de la distribución de corrientes tomando el aporte del canal central solamente y se compara con la corriente total a una misma altura. Los resultados se muestran en las figuras 3.36 y 3.37.

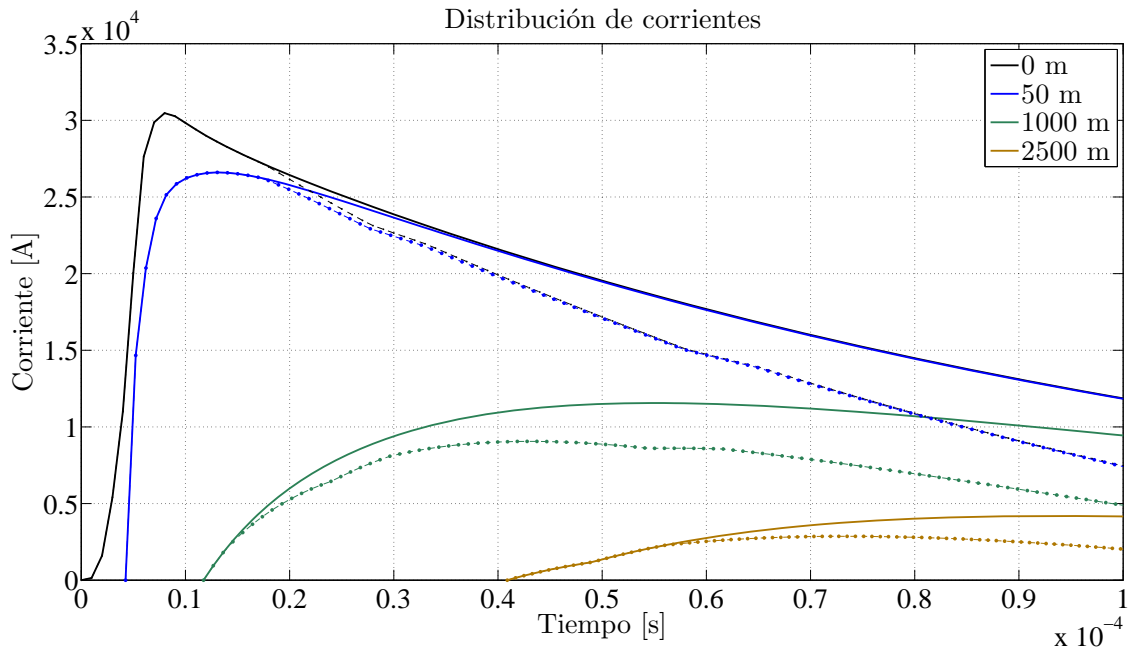


Figura 3.36: Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos

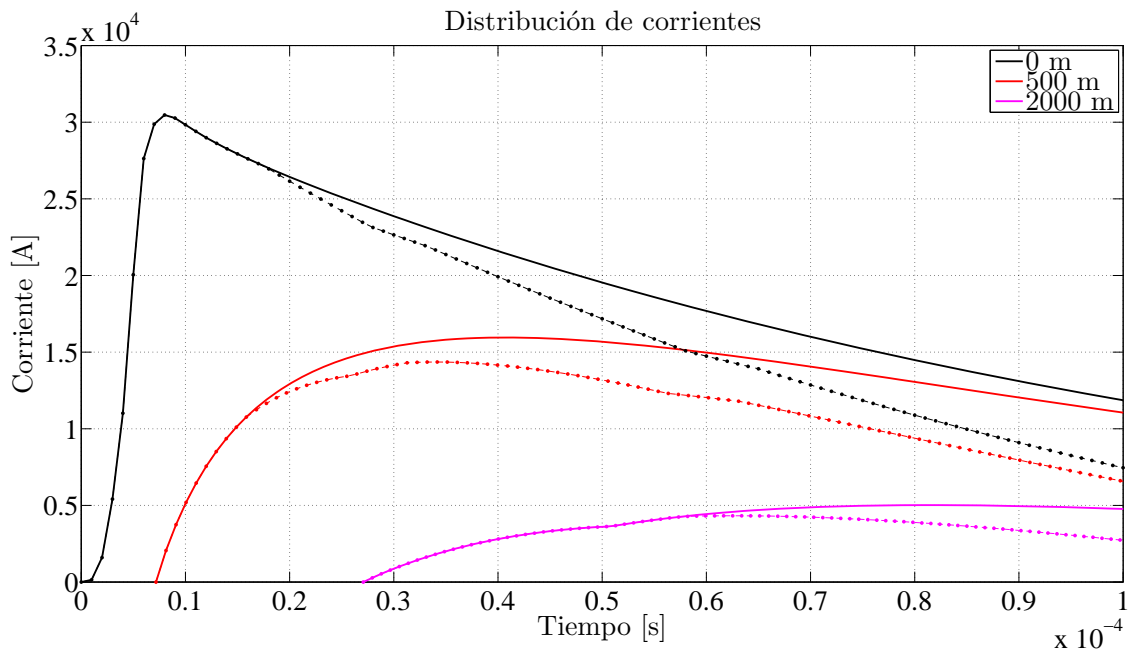


Figura 3.37: Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos

Nuevamente se nota el importante efecto de las ramas en la producción de la corriente total. Este efecto es importante porque como ya se ha mencionado, la corriente de las ramas viaja en una dirección que es predominantemente horizontal.

La corriente en la base del canal producida por cada una de sus secciones, se muestra en la figura 3.38.

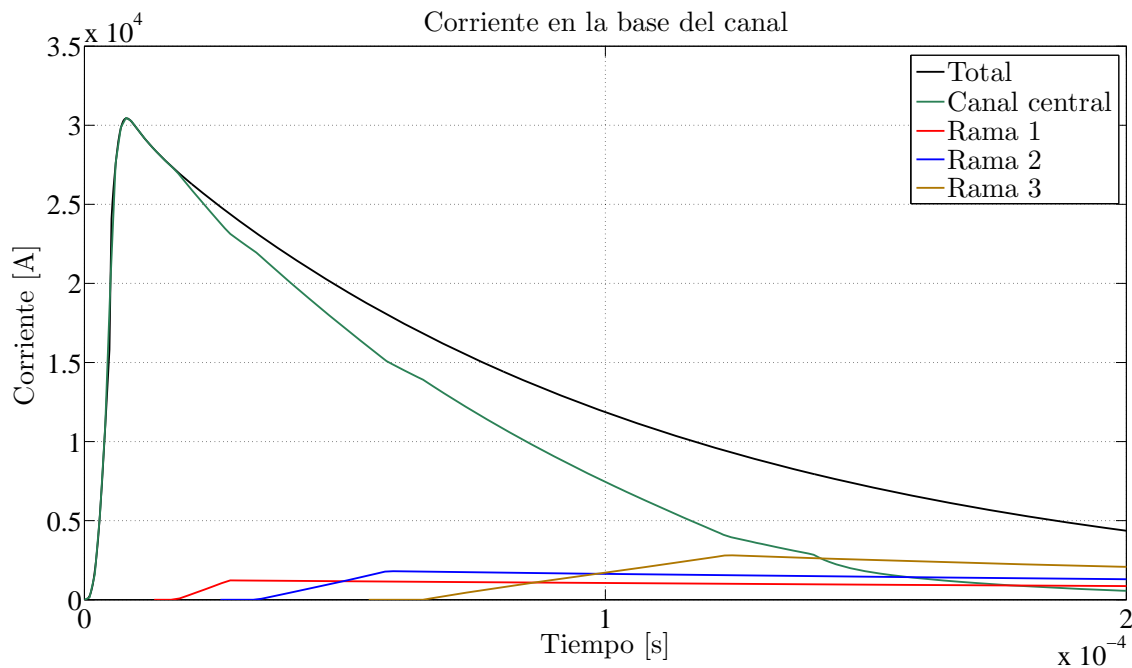


Figura 3.38: Corriente en la base del canal producida por diferentes secciones del mismo

En la figura 3.38 se observa la forma en que se debe modificar la corriente en la base del canal producida solamente por el canal central para incluir el efecto de las ramas, las cuales aportan una corriente que no está presente en todo tiempo, pero a partir del momento que el frente de onda llega a una rama, estas empiezan a enviar corriente hacia la base del canal y en un momento dado la corriente total puede ser un resultado solamente del canal central o puede ser un efecto combinado tanto del canal central como de una o varias ramas del mismo. El enfoque adoptado exige considerar en cualquier instante de tiempo, cuáles de las ramas pueden contribuir a la corriente total en ese tiempo y qué parte de la corriente de las ramas alcanza a llegar a un punto dado en el tiempo en cuestión. De esta forma no todas las ramas y no todos los segmentos de una rama pueden contribuir a la corriente en un tiempo dado. El fenómeno depende del tiempo de viaje del frente de onda sobre el canal central y sobre las ramas.

La distribución de corrientes a lo largo de las ramas con esta aproximación se muestra en conjunto con la corriente total en la base del canal en las figuras 3.39, 3.40 y 3.41.

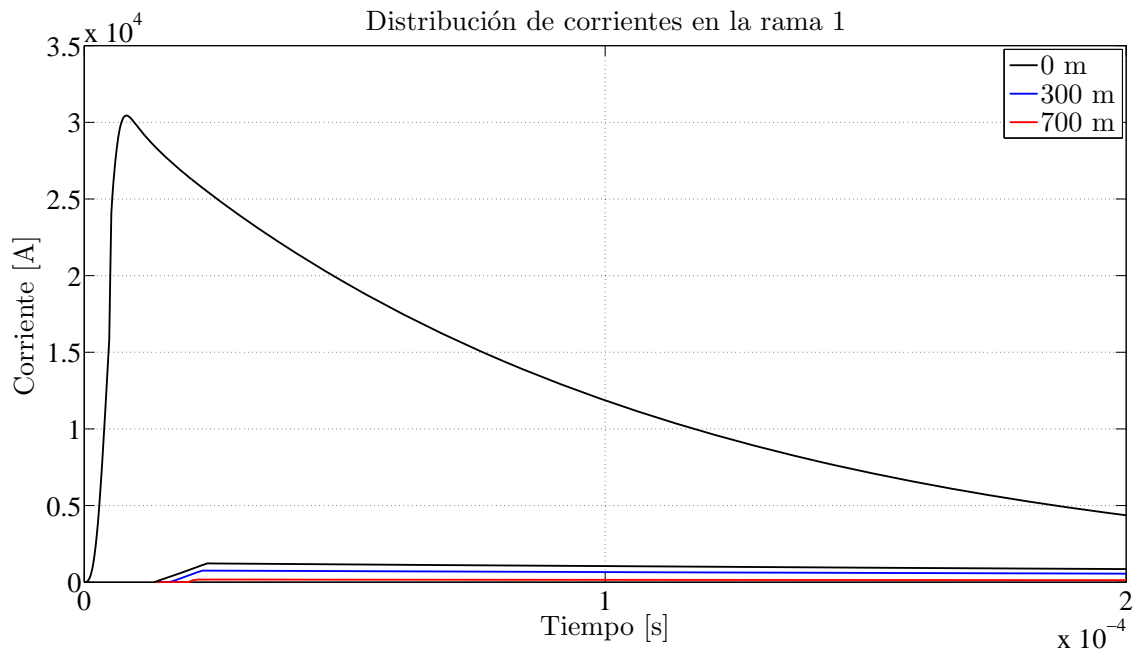


Figura 3.39: Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 1

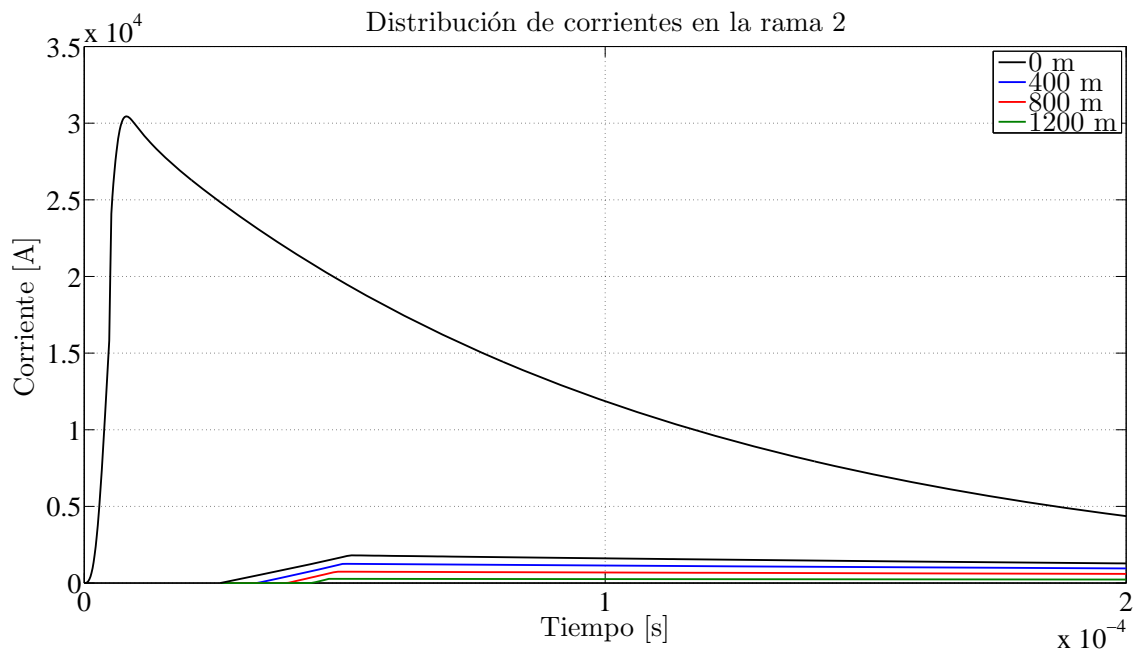


Figura 3.40: Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 2

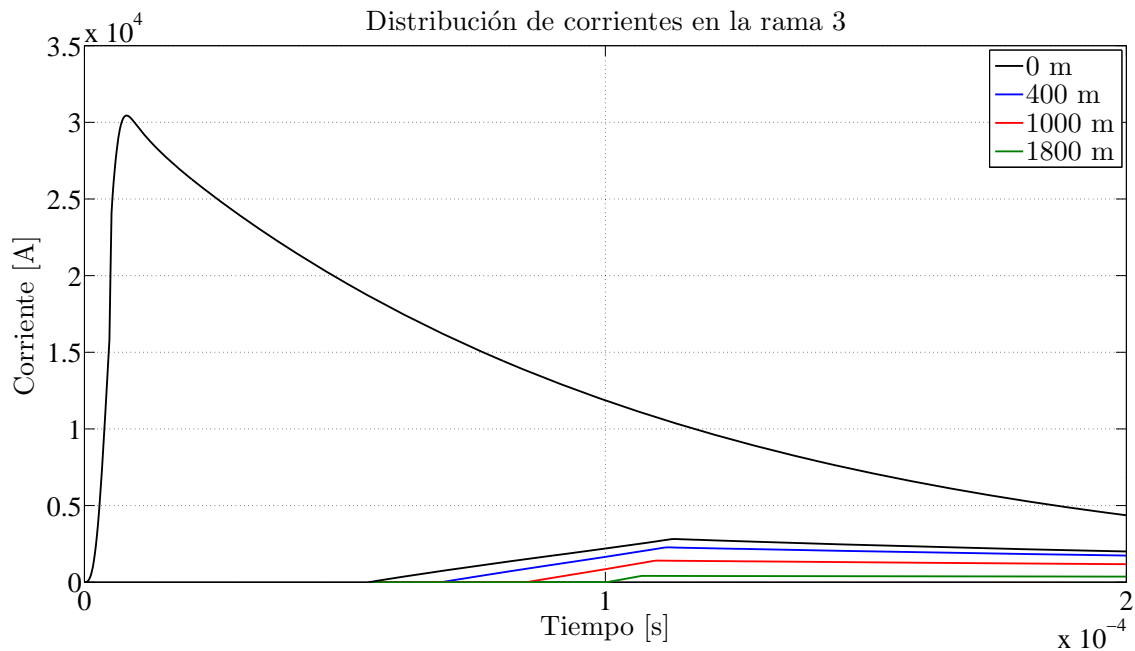


Figura 3.41: Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 3

En general se observa que las formas de onda para las corrientes en distintos puntos de las ramas son similares a las obtenidas para el caso de dos ramas y sus formas siguen muy de cerca la corriente en la base de las ramas asumida mediante la aproximación 1. Las corrientes en los puntos más alejados de la base de las ramas presentan un retraso mayor en el tiempo debido a que el frente de onda tarda un tiempo mayor en llegar a dichos puntos. También es importante notar la atenuación de las formas de onda a medida que se avanza por la rama, lo cual es de esperarse puesto que en cada punto la corriente depende de los elementos de la rama que pueden inyectar corriente corona y que se encuentran entre dicho punto y el extremo de la rama, lo cual causa que a medida que se avanza por la misma, los elementos que pueden aportar corriente sean menores.

Resultados adoptando la aproximación 2

En la figura 3.42 se comparan las magnitudes máximas de las corrientes producidas por el canal tortuoso con tres ramas y densidad de carga variable, con las producidas por el canal recto con densidad de carga constante. Los resultados se obtienen usando la aproximación 2 para la corriente de las ramas.

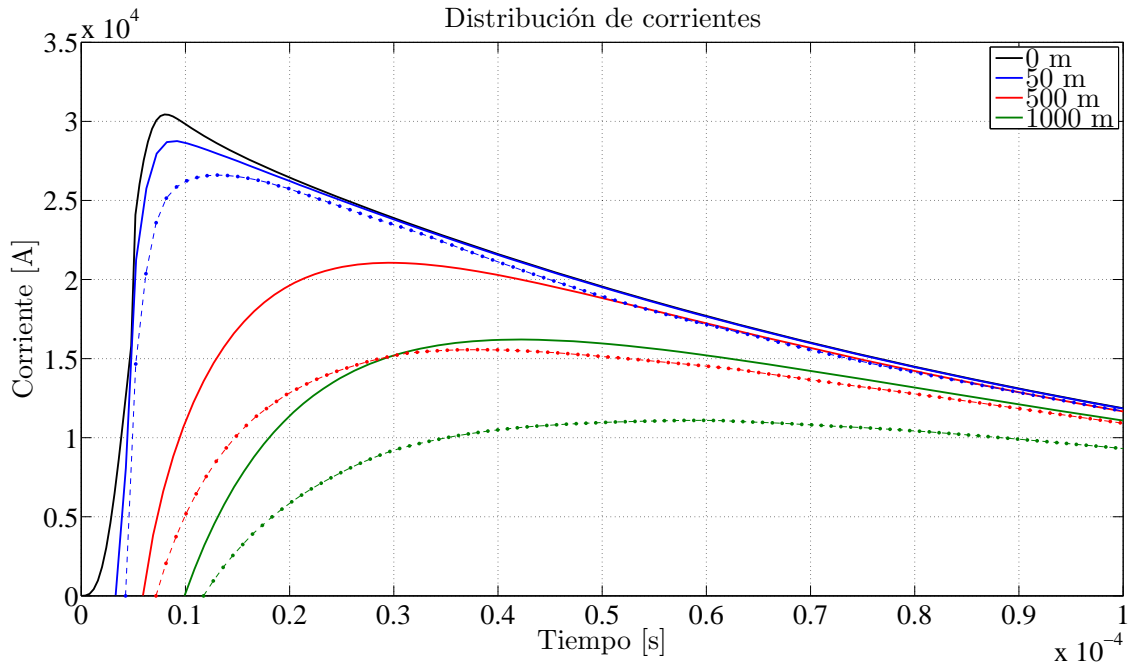


Figura 3.42: Corriente a diferentes alturas. Canal recto con ρ_0 constante: línea sólida, canal tortuoso con tres ramas y ρ_0 variable: línea con puntos

Las relaciones de decremento de las magnitudes máximas de las corrientes se muestran en la tabla 3.12.

Cuadro 3.12: Relación de magnitudes máximas de las corrientes, canal tortuoso con tres ramas y ρ variable Vs. canal recto con ρ constante - Aproximación 2

Altura [m]	Magnitud canal con $\rho = cte$ [kA]	Magnitud canal con ρ variable [kA]	% Decremento
50	28.76	26.45	8.03
500	21.06	15.48	26.49
1000	16.2	11.04	31.85

Al comparar los resultados de las tablas 3.12 y 3.11, se observa que la diferencia en las magnitudes máximas de las corrientes es relativamente pequeña, usando la aproximación 1 o la 2 para la corriente en la base de las ramas.

En las figuras 3.43 y 3.44 se muestra el resultado para la corriente total a diferentes alturas y se compara con la corriente producida sólo por el canal central.

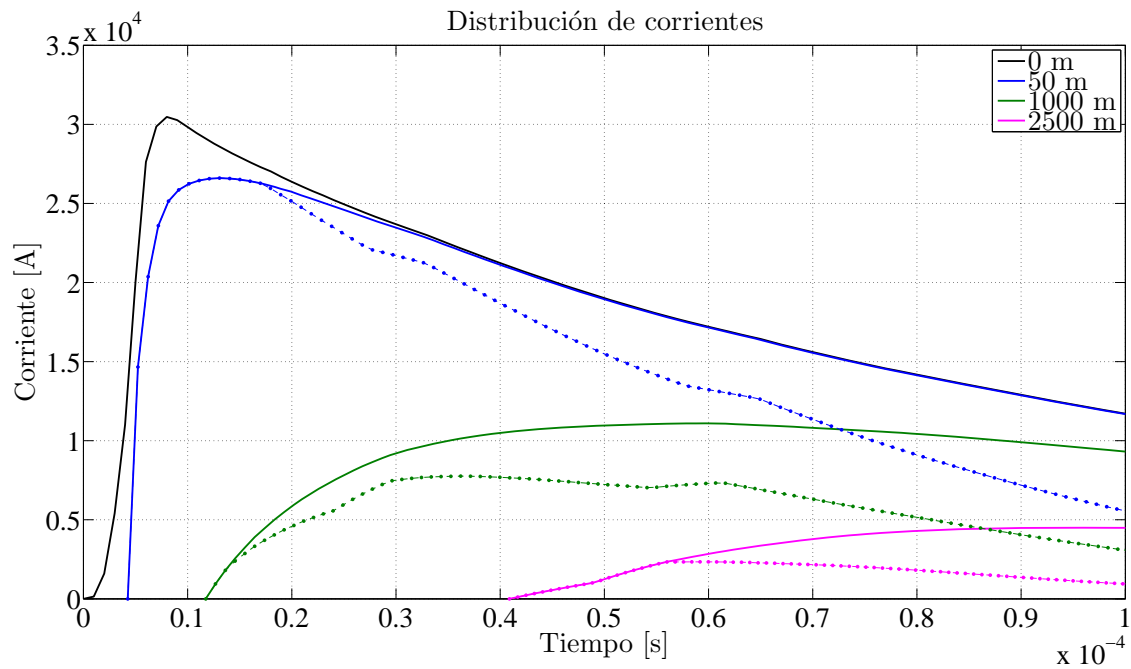


Figura 3.43: Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos

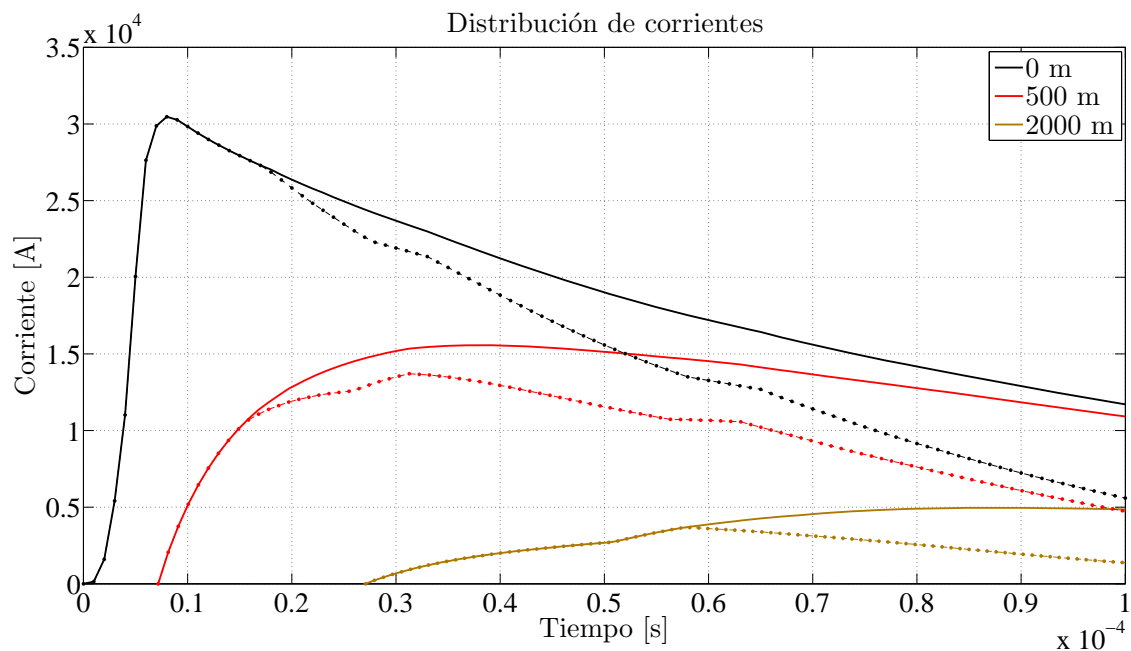


Figura 3.44: Corriente a diferentes alturas. Corriente total: línea sólida, corriente producida solamente por el canal central: línea con puntos

Se observa otra vez la modificación que sufre la corriente debida al canal central para

3.2. Análisis de la primera descarga de retorno que viaja por un canal tortuoso y con ramas

incluir el efecto de las ramas.

En la figura 3.45 se muestra la corriente en la base del canal producida por cada una de sus secciones al adoptar esta aproximación.

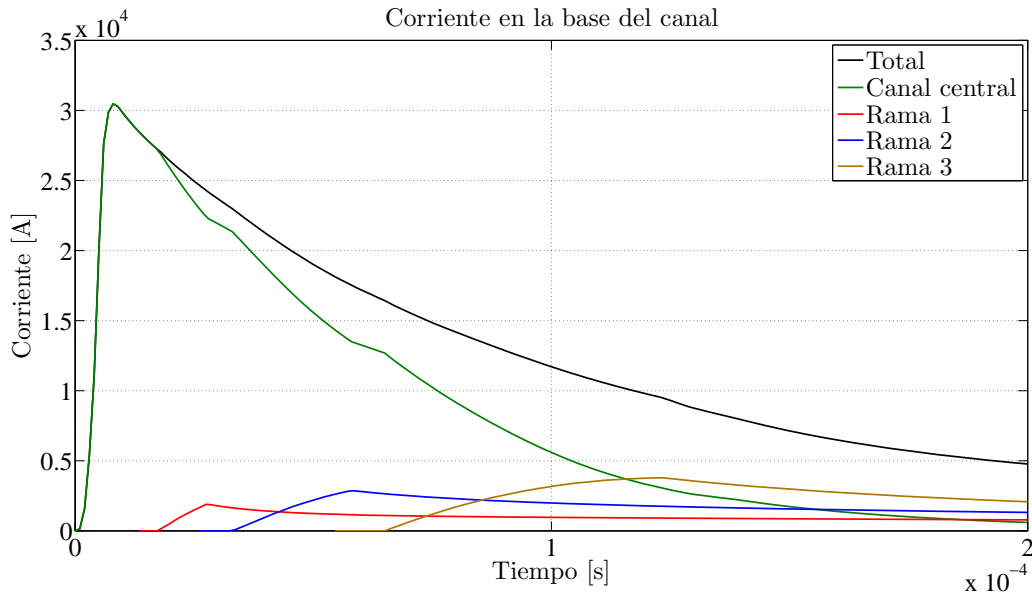


Figura 3.45: Corriente en la base de canal producida por diferentes secciones del mismo

La distribución de corrientes en distintos puntos de las ramas se muestra en las figuras 3.46, 3.47 y 3.48.

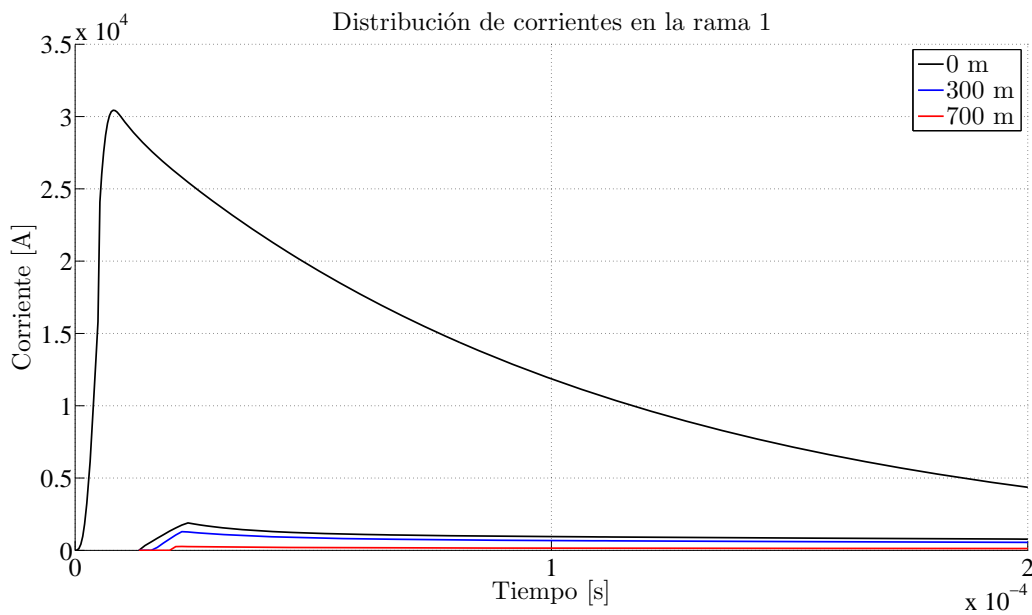


Figura 3.46: Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 1

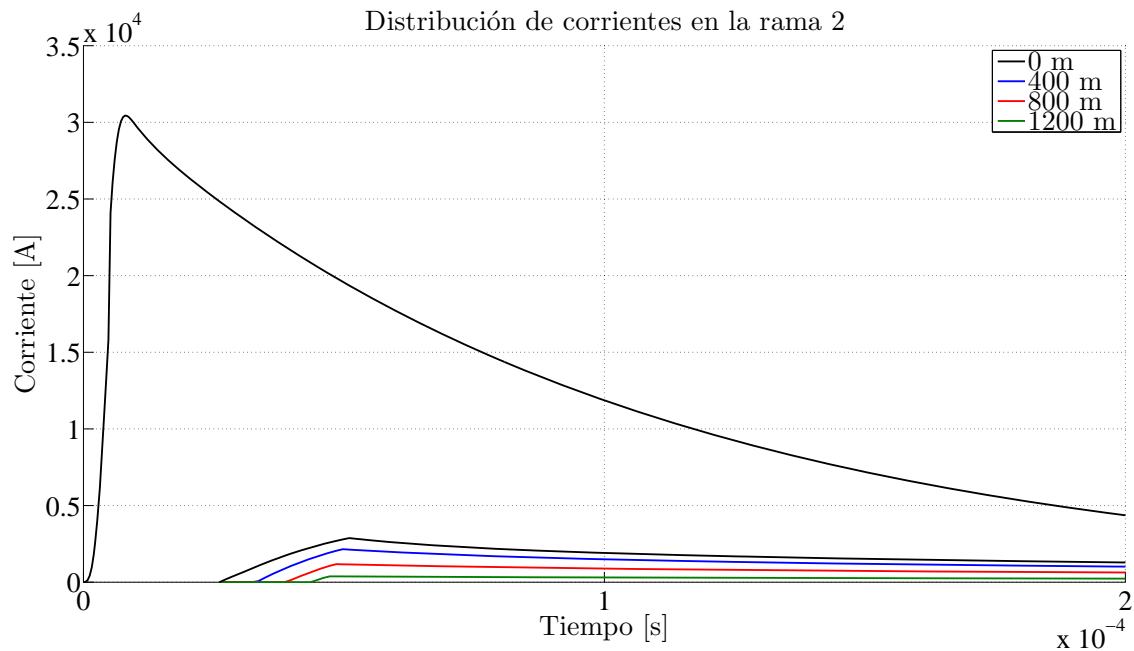


Figura 3.47: Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 2

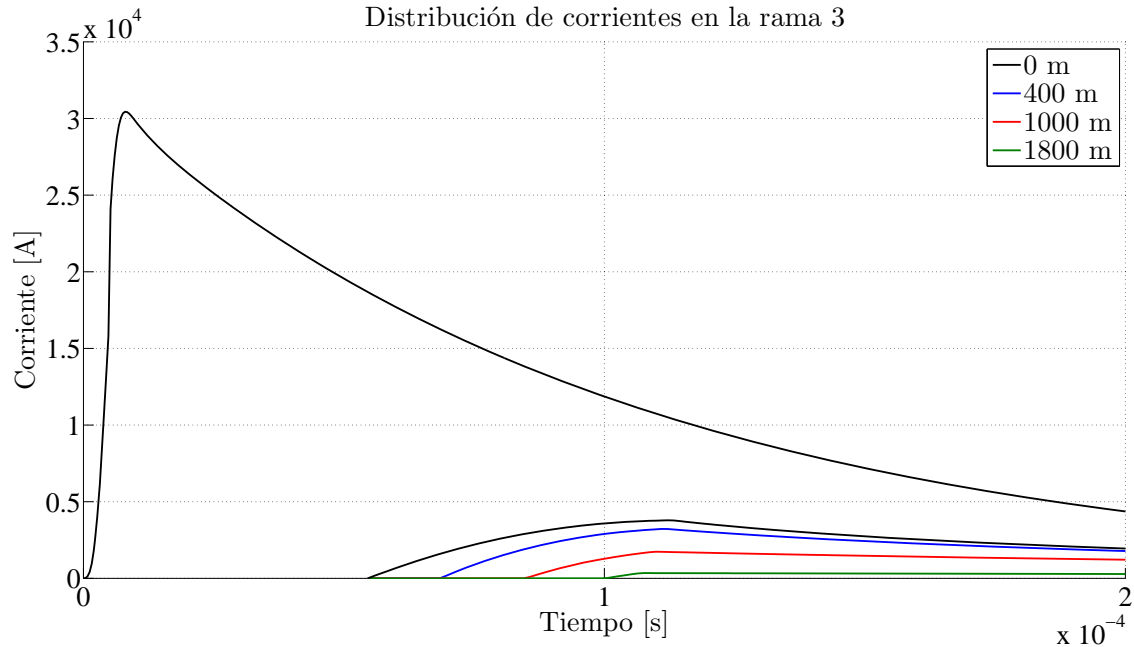


Figura 3.48: Corriente a diferentes distancias de la base de la rama 3

Nuevamente se encuentra que las formas de onda para las corrientes que viajan por las ramas del canal presentan las características de retraso en el tiempo y atenuación a medida que se avanza por la rama. Las formas de onda de estas corrientes varían con respecto a las obtenidas mediante la aproximación 1 (figuras 3.39, 3.40 y 3.41), esto debido a las suposiciones

hechas en cada una de las aproximaciones.

Comparación de las dos aproximaciones

Para el caso del canal con tres ramas se comparan las corrientes totales a diferentes alturas, obtenidas usando las aproximaciones 1 y 2. Los resultados se observan en la figura 3.49.

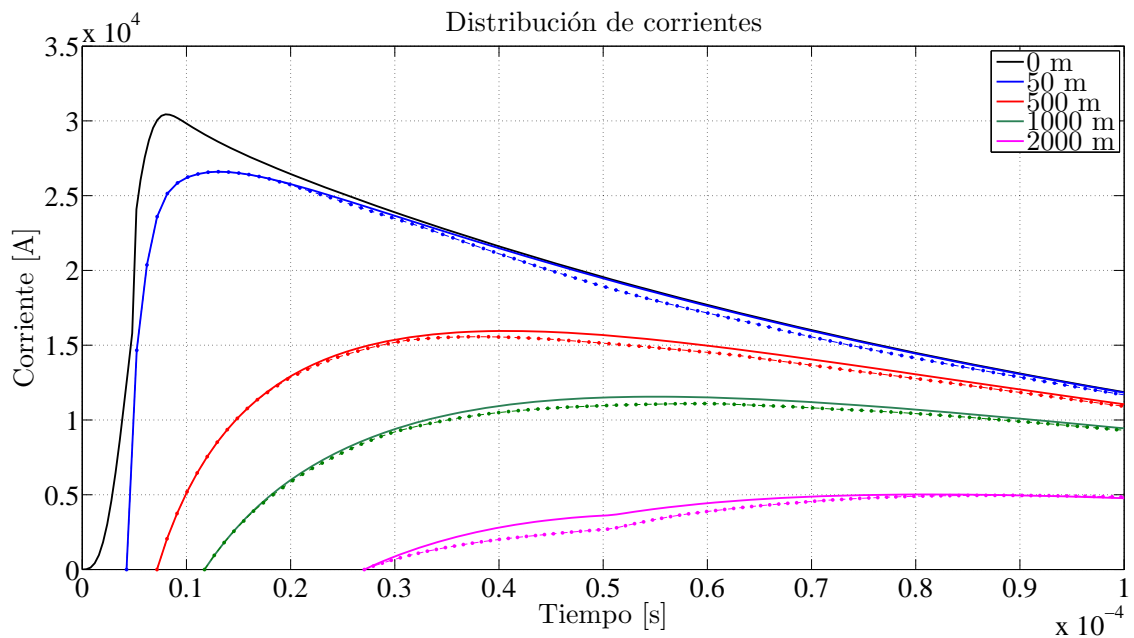


Figura 3.49: Corriente a diferentes alturas. Aproximación 1: línea sólida, aproximación 2: línea con puntos

En la figura 3.49 se observa que las dos aproximaciones presentan diferencias relativamente pequeñas, obteniendo prácticamente las mismas magnitudes máximas y formas de onda en ambos casos. Este resultado se debe a que si bien la corriente que producen el canal central se modifica según la corriente de las ramas, la corriente total en una altura dada se obtiene como la suma de las corrientes del canal central y las ramas y las constantes de tiempo se evalúan para producir la corriente en la base del canal, la cual es un parámetro de entrada.

A continuación, en la figura 3.50, se comparan las corrientes producidas por el canal a diferentes alturas, usando las dos aproximaciones.

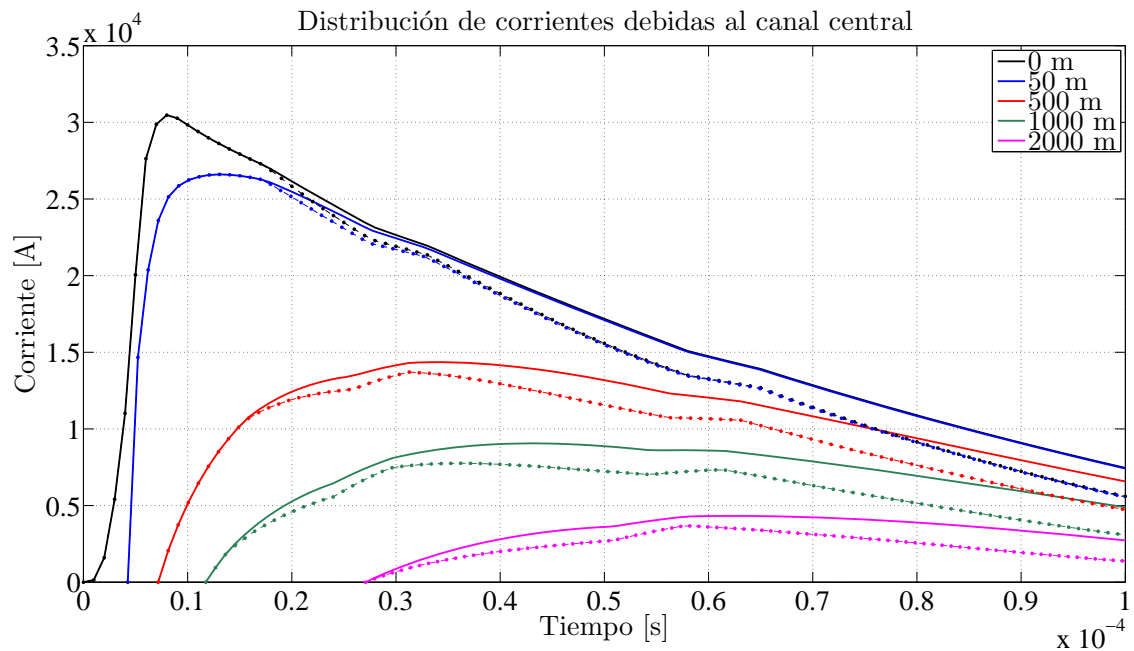


Figura 3.50: Corriente a diferentes alturas producida por el canal central. Aproximación 1: línea sólida, aproximación 2: línea con puntos

En la figura 3.50 se observa una diferencia más marcada en la corriente producida sólo por el canal central al usar las aproximaciones 1 o 2. Es importante resaltar que este resultado se obtiene como un efecto de la variación en las formas de onda escogidas en la base de las ramas.

Además de esto, se observa que la diferencia más grande se presenta en las corrientes producidas por el canal central en contraste con la diferencia que se presenta en las corrientes totales al asumir la aproximación 1 o 2. Esto se debe a que las corrientes totales en cualquier tiempo deben ser iguales a la suma de la corriente que producen las ramas, y la que produce el canal central, para dar lugar a una corriente en la base del canal, la cual es un parámetro de entrada.

Resumen, conclusiones y perspectivas

4.1. Resumen y conclusiones

A través de este trabajo se ha cumplido con los objetivos propuestos de analizar el modelo para la primera descarga de retorno, que está basado en la neutralización de la carga de corona almacenada alrededor del canal del líder, usando para ello geometrías irregulares del canal, es decir, canales con geometrías que presentan tortuosidad y ramificaciones. El análisis se realizó apoyándose principalmente en el modelo Bi-Líder. Las conclusiones más importantes obtenidas con este trabajo se pueden resumir de la siguiente manera:

1. Uno de los grandes aportes al conocimiento en el tema de las descargas eléctricas atmosféricas, dado por este trabajo, es la obtención del modelo para la variación de la densidad lineal de carga en canales con geometría irregular (ecuaciones 2.5 - 2.9), puesto que la concepción tradicional ha sido la de asumir una densidad de carga homogénea a lo largo del canal. El nuevo modelo obtenido para la densidad de carga, se puede usar en diversas aplicaciones y de ninguna manera está restringido al uso que se le ha dado en este trabajo.
2. El modelo obtenido para la variación de la densidad lineal de carga en canales con geometría irregular permite realizar predicciones que indican que la carga se acumula en su mayor parte en puntos cercanos a la punta del líder escalonado (puntos más cercanos a tierra para descargas descendentes) y que a medida que se avanza por el canal del líder desde la tierra hacia la nube, la carga almacenada decrece a un ritmo dictado por las expresiones obtenidas, las cuales en su mayor parte contienen términos exponenciales. Esto con respecto a canales tortuosos sin ramas.
3. Para los canales tortuosos con dos o tres ramas, las expresiones analíticas obtenidas que modelan la densidad lineal de carga indican que el canal central contiene la carga con un patrón semejante al obtenido para canales tortuosos sin ramas y en el caso de las ramas, la carga acumulada en las mismas se encuentra con una mayor proporción en los extremos de éstas. De esta forma, el modelo Bi-Líder predice que en el punto donde una rama se conecta al canal central, la carga es menor que en el extremo de la misma.
4. Otro de los grandes aportes al conocimiento, dado por este trabajo, es el importante efecto de la presencia de las ramas en la distribución de corrientes para la primera descarga de retorno en canales con geometría irregular. De esta forma, se puede concluir que cuando el canal de la descarga tiene ramas, su efecto no se puede despreciar, y las principales consecuencias de este fenómeno, se resumen a continuación.
5. Al analizar la distribución de corrientes para la primera descarga de retorno, bajo las suposiciones de los modelos del tipo de generación de corriente, y variando solamente

la geometría del canal se encontraron las siguientes diferencias con respecto al caso del canal recto:

- a) En el canal tortuoso sin ramas o con ramas, las corrientes a una misma altura presentan un retraso en el tiempo con respecto al caso del canal recto, lo cual se debe a que en el canal tortuoso el frente de onda de la descarga necesita un tiempo mayor para llegar a una misma altura que en el caso del canal recto.
 - b) En el canal tortuoso las magnitudes máximas de las corrientes en una altura dada presentan una disminución con respecto al caso del canal recto, lo cual se debe a que a medida que el frente de onda de la descarga avanza por el canal tortuoso, los elementos del canal que quedan para contribuir a la corriente en una altura dada son menores que en el caso del canal recto, esto teniendo en cuenta que en un instante de tiempo dado, no todos los elementos del canal pueden contribuir a la corriente en una altura dada y por lo tanto en todo instante de tiempo el canal completo no aporta corriente, por lo cual el hecho de que el canal tortuoso tenga una longitud total mayor, no es un hecho válido para asegurar que la corriente máxima en el canal tortuoso será mayor.
6. Al analizar la distribución de corrientes para la primera descarga de retorno, incluyendo la geometría tortuosa del canal y el modelo para la densidad lineal de carga, se encontraron las siguientes diferencias con respecto al caso del canal recto y teniendo en cuenta que ambos canales fueron analizados con una carga total acumulada igual, pero en el caso del canal tortuoso esa carga se distribuye con un patrón no uniforme, el cual es dictado por el modelo obtenido (ecuaciones 2.5 - 2.9).
- a) En los canales tortuosos con o sin ramas, las corrientes a una misma altura presentan un retraso en el tiempo con respecto al caso del canal recto, por el motivo que ya se ha mencionado.
 - b) En los canales tortuosos con o sin ramas, las magnitudes máximas de las corrientes presentan una disminución considerable con respecto al caso del canal recto y dichas reducciones en las magnitudes de las corrientes se deben a dos factores: el primero es la tortuosidad del canal y el segundo es la variación de la densidad de carga lineal. Adicionalmente, el factor que más influye en la disminución de las magnitudes máximas de las corrientes es la variación de la densidad lineal de carga, con lo cual se tiene una disminución importante y significativa en dichas magnitudes. De esta forma, el modelo para la densidad de carga lineal (ecuaciones 2.5 - 2.9) es el responsable de dicha predicción y por lo tanto constituye un aporte al conocimiento con respecto a la concepción tradicional de una densidad de carga uniforme.
 - c) Sólo en algunos casos, donde se calcula la corriente en puntos cercanos al suelo, las magnitudes máximas de las corrientes presentaron un incremento con respecto al caso del canal recto. Esto se debe a que en los puntos más bajos del canal, la corriente depende de las primeras secciones del mismo que pueden aportar a la corriente en dicho punto. Y dado que en las primeras secciones del canal la carga acumulada es mucho mayor, según el modelo Bi-Líder, superando el valor de densidad de carga constante asumido en el canal recto, es natural esperar dicho resultado.

7. El análisis de la distribución de corrientes para la primera descarga de retorno en los canales ramificados, permite concluir que es necesario obtener una forma de onda estandarizada que conserve las principales características, al menos de forma, que tendría la corriente en la base de una rama, y que es producida únicamente por dicha rama. Esto con el fin de obtener un modelo preciso de la distribución de corrientes en las ramas del canal.
8. A pesar de la limitación anterior, se llevó a cabo el análisis de los canales con ramas usando dos aproximaciones basadas en el principio de conservación de la carga. Dichas aproximaciones permitieron obtener la distribución de corrientes a lo largo de las ramas y observar la forma en que se modificaría la corriente producida por el canal central para incluir el efecto de las ramas. Este análisis mostró que al incluir las ramificaciones del canal, las corrientes totales no tienen una variación significativa con respecto al canal sin ramas, pero la corriente producida por el canal central solamente, sí tiene una modificación bastante significativa y esto se considera un resultado importante al tener en cuenta que la corriente en el canal central viaja en una dirección que es predominantemente vertical, mientras que en las ramas viaja en una dirección que es predominantemente horizontal, lo cual juega un papel importante en el análisis y modelado de los campos electromagnéticos producidos por la primera descarga de retorno. De esta manera, se concluye que la corriente para la primera descarga de retorno es significativamente diferente cuando viaja en un canal recto y cuando viaja en un canal tortuoso y con ramas.
9. A través del modelo obtenido para la densidad de carga y los principios de los modelos de generación de corriente, se modelaron de forma aproximada las corrientes que viajarían por las ramas de un canal con una geometría más aproximada a la realidad, lo cual es un resultado importante, como un primer esfuerzo por describir dichas corrientes.

4.2. Perspectivas de trabajo futuro

Los resultados obtenidos y las ideas que nacieron durante el desarrollo de este trabajo, sugieren los siguientes trabajos a tener en cuenta con el fin de complementar el conocimiento en estos aspectos y tener más información científica que permita acercarse más a un modelo más completo, tanto de la descarga de retorno como de los campos electromagnéticos cuando se incluye la tortuosidad y ramificaciones del canal de la descarga:

1. Investigar los efectos de la tortuosidad del canal de la descarga y de sus ramificaciones usando los principios y las ideas de otro tipo de modelos para la descarga de retorno, que sean diferentes a los usados en esta tesis. Esto con el fin de investigar la validez de las conclusiones obtenidas.
2. Investigar la posibilidad de obtener resultados experimentales que permitan verificar la validez de las conclusiones presentadas.
3. Utilizar los resultados obtenidos para calcular los campos electromagnéticos producidos por canales con tortuosidad y ramificaciones, y comparar dichos resultados con los obtenidos asumiendo un canal recto y vertical al suelo. Para lo cual se puede asumir

que el canal está compuesto por un número de segmentos finitos y obtener los campos electromagnéticos que produciría un segmento con orientación arbitraria en el espacio para finalmente obtener los campos electromagnéticos totales como una superposición de los efectos de cada uno de los segmentos. Para este cálculo se puede asumir como una primera medida que el suelo es perfectamente conductor y obtener así expresiones analíticas para los campos.

4. Finalmente sería interesante utilizar algún método numérico que permita modelar los campos electromagnéticos producidos por la descarga de retorno en canales tortuosos y ramificados, teniendo en cuenta la conductividad finita del suelo y comparar los resultados con los obtenidos para un canal recto y vertical. Para este análisis se podría utilizar algún método numérico como el de diferencias finitas en el dominio del tiempo (Método FDTD).

Derivación matemática de la corriente de la descarga de retorno usando los principios de los modelos de generación de corriente

La presente descripción es adaptada de [3] y [2].

Los modelos de generación de corriente postulan que a medida que el frente de la descarga de retorno¹ se propaga hacia arriba a una velocidad v , la carga almacenada en el canal del líder colapsa en el canal altamente conductor de la descarga de retorno. En consecuencia, cada punto del canal del líder se puede tratar como una fuente de corriente que es activada por la llegada del frente de la descarga de retorno a tal punto. La corriente corona inyectada por estas fuentes en el canal altamente conductor de la descarga de retorno, viaja hacia tierra a una velocidad u .

La geometría pertinente para la derivación de la corriente de la descarga de retorno se presenta en la figura A.1. El problema consiste en calcular la corriente a una altura z en un tiempo t . En la figura A.1 se puede notar que la corriente en la altura z en un tiempo t tiene la contribución de los elementos del canal que se encuentran por encima de z y que pueden inyectar una corriente corona que viajará hacia tierra. En dicha figura, Z representa la altura a lo largo del canal en la cual se encuentra el frente de la descarga de retorno en un tiempo t . Si la corriente corona que viaja hacia tierra tuviera una velocidad infinita, entonces todos los elementos del canal por encima de z hasta el punto Z , donde se encuentra el frente de onda, podrían contribuir a la corriente total en el punto de altura z , pero se asume que el pulso de corriente corona inyectado por cada elemento del canal tendrá una velocidad finita, la cual se asume igual a la velocidad de la luz c . Por lo tanto existirá un punto máximo Z_m , el cual es menor que Z y que representa el máximo punto a lo largo del canal que puede contribuir a la corriente total en z en un tiempo t .

El frente de la descarga de retorno se inicia en el tiempo $t = 0$ y se propaga a lo largo del canal con una velocidad que es función de la altura z , $v(z)$. La fuente de corriente corona a una altura dada se activa cuando el frente de la descarga de retorno alcanza dicha altura. Una vez activada, la fuente de corriente corona inyecta un pulso de corriente en el canal de la descarga de retorno. Este pulso de corriente viaja a lo largo del canal hacia tierra con una

¹El frente de la descarga de retorno se puede considerar como un fenómeno de plasma que convierte el canal del líder escalonado a un estado adecuado para la propagación de la corriente de la descarga de retorno [3].

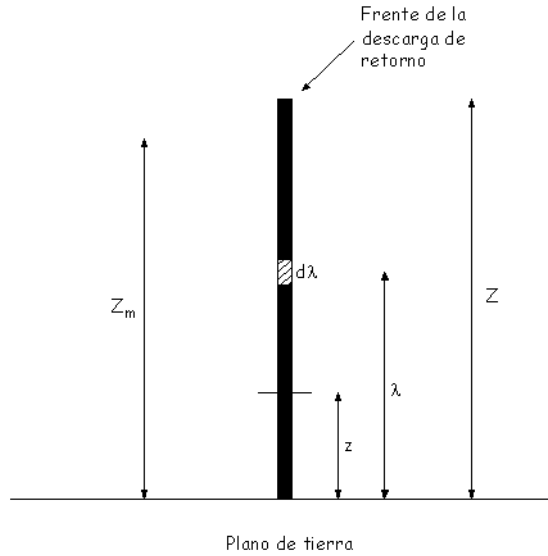


Figura A.1: Geometría para la derivación de la corriente de la descarga de retorno en los modelos de generación de corriente

velocidad que se asumirá igual a la velocidad de la luz.

Se puede calcular el tiempo que toma el frente de la descarga de retorno en alcanzar la altura Z así:

$$t = \int_0^Z \frac{dz}{v(z)} \quad (\text{A.1})$$

Para calcular la corriente total en un punto dado z y un tiempo dado t , cuando el frente de la descarga de retorno se encuentra a una distancia Z del nivel de tierra, se deben tener en cuenta las contribuciones de todos los elementos del canal $d\lambda$ que pueden inyectar corriente en el canal de la descarga. Para esto se considera un elemento del canal $d\lambda$ a una altura λ del nivel del suelo, donde $\lambda > z$. La fuente de corriente corona asociada con este elemento del canal es activada en un tiempo $t = t_{on}$, este tiempo se puede escribir así:

$$t_{on} = \int_0^\lambda \frac{dz}{v(z)} \quad (\text{A.2})$$

Se asume que la corriente corona por unidad de longitud generada por este elemento del canal está dada por $I_c(\lambda, t)$. Como la corriente corona generada por el elemento del canal viaja hacia tierra a una velocidad c (velocidad de la luz en el vacío), se tiene que el tiempo que tarda esta corriente corona en alcanzar la altura z es $(\lambda - z)/c$.

Por lo tanto, el diferencial de corriente a la altura z y el tiempo t debido a la neutralización de carga del elemento del canal $d\lambda$ es:

$$dI(z, t) = I_c\left(\lambda, t - t_{on} - \frac{\lambda - z}{c}\right) d\lambda \quad (\text{A.3})$$

En consecuencia, la corriente total a la altura z y el tiempo t está dada por:

$$I(z, t) = \int_z^{Z_m} dI(z, t) = \int_z^{Z_m} I_c \left(\lambda, t - t_{on} - \frac{\lambda - z}{c} \right) d\lambda \quad (\text{A.4})$$

La altura máxima que puede contribuir a la corriente total en z en un tiempo t se puede relacionar con z , t y la velocidad de la descarga de retorno así:

$$t = \int_0^{Z_m} \frac{dz}{v(z)} + \frac{Z_m - z}{c} \quad (\text{A.5})$$

La principal diferencia entre los distintos modelos del tipo generación de corriente es la variación espacio-temporal de la corriente corona que asume cada modelo.

Bibliografía

- [1] Darwin Kok Lian Chia and Ah Choy Liew. Effect of tortuosity of lightning return stroke path on lightning electromagnetic fields. In *19th International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pages 251–258, May 2008. 2
- [2] Vernon Cooray. A model for negative first return strokes in lightning flashes. *Physica Scripta*, 55:119–128, 1997. 97
- [3] Vernon Cooray. *The Lightning Flash*. The Institution of Electrical Engineers, 2003. 5, 6, 7, 11, 12, 64, 97
- [4] Vernon Cooray. On the concepts used in return stroke models applied in engineering practice. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 45(1):101–108, February 2003. 8
- [5] Vernon Cooray. A novel procedure to represent lightning return strokes - current dissipation return stroke models. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 51(3):748–755, August 2009. 7
- [6] A. Eriksson. *The lightning ground flash - an engineering study*. PhD thesis, Faculty of Engineering, University of Natal, Pretoria, South Africa, 1979. 21
- [7] C. A. Nucci et al. Lightning return stroke current models with specified channel-base current: a review and comparison. *Journal of Geophysical Research*, pages 20395–20408, 1990. 9
- [8] V. Tucci G. Lupò, C. Petrarca and M. Vitelli. Em fields generated by lightning channels with arbitrary location and slope. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 42(1):39–53, February 2000. 2
- [9] Vincenzo Tucci Giovanni Lupò, Carlo Petrarca and Massimo Vitelli. Em fields associated with lightning channels: On the effect of tortuosity and branching. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 42(4):394 – 404, November 2000. 2
- [10] Chandima Gomes and Vernon Cooray. Concepts of lightning return stroke models. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 42(1):82–96, February 2000. 5, 8
- [11] R.D. Hill. Analysis of irregular paths of lightning channels. *Journal of Geophysical Research*, 6(73):1897–1906, 1968. 20
- [12] R.D. Hill. Tortuosity of lightning. *Atmospheric Research*, (22):217–233, 1988. 20
- [13] IEC. Electromagnetic compatibility (emc) part 1: General. section 1: Application and interpretation of fundamental definitions and terms. Technical Report CEI/IEC 1000-1-1: 1992, International Electrotechnical Commission, 1992. 1
- [14] F. Mauricio Vargas Lezama. *Nuevo Modelo Integral del Canal de la Descarga Eléctrica Atmosférica y su Enlace con Estructuras en Tierra*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia, 2006. 2, 18, 19, 20

-
- [15] Nazar H. Malik. A review of the charge simulation method and its applications. *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, 24(1):3–20, February 1989. 19
- [16] Horacio Torres Mauricio Vargas. On the development of a lightning leader model for toruous or branched channels - part i: Model description. *Journal of Electrostatics*, 66:482–488, October 2008. XIV, XIV, 18, 19, 20
- [17] Horacio Torres Mauricio Vargas. On the development of a lightning leader model for toruous or branched channels - part ii: Model results. *Journal of Electrostatics*, 66:489–495, October 2008. 18
- [18] Javier G. Herrera Murcia. *Nuevas Aproximaciones en el Cálculo de Tensiones Inducidas por Descargas Eléctricas Atmosféricas*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia, 2006. 2
- [19] Vincent P. Idone; Richard E. Orville. Channel tortuosity variation in florida triggered lightning. *Geophysical Research Letters*, 15:645–648, 1988. 20
- [20] Vladimir A. Rakov and Martin A. Uman. Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 40(4):403–426, November 1998. 5, 6, 7, 8
- [21] Vladimir A. Rakov and Martin A. Uman. *Lightning: Physics and Effects*. Cambridge University Press, 2003. 5
- [22] Inc. The MathWorks. *Curve Fitting Toolbox 3 User's Guide*, 2010. 21
- [23] Vladimir Rakov Vernon Cooray, Raul Montano. A model to represent negative and positive lightning first strokes with connecting leaders. *Journal of Electrostatics*, (60):97–109, 2004. 12, 15
- [24] Qi-lin Zhang Zhong-kuo Zhao. Influence of channel tortuosity on the lightning return stroke electromagnetic field in the time domain. *Atmospheric Research*, pages 404–409, 2009. 2