



**Medición de la eficiencia relativa de los colegios
públicos de educación básica y media en Colombia
mediante Análisis Envolvente de Datos
(2014 – 2018)**

Joeline Simone Monterrosa Barajas

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Bogotá D.C., Colombia

2021

**Medición de la eficiencia relativa de los colegios
públicos de educación básica y media en Colombia
mediante Análisis Envoltante de Datos
(2014 – 2018)**

Joeline Simone Monterrosa Barajas

Tesis de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Administración

Directora
PhD. Gloria Isabel Rodríguez Lozano

Línea de Investigación:
Gestión Funcional

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas
Bogotá D.C., Colombia
2021

El mundo que hemos creado es un proceso de nuestro pensamiento. No se puede cambiar sin cambiar nuestra forma de pensar.

Albert Einstein

Resumen

Medición de la eficiencia relativa de los colegios públicos de educación básica y media en Colombia mediante Análisis Envolvente de Datos (2014 – 2018)

DEA (Data Envelopment Analysis) es una metodología cuantitativa no paramétrica que permite calcular la eficiencia relativa de unidades tomadoras de decisiones (DMU) mediante la combinación de múltiples entradas y salidas. Los modelos seminales de esta metodología corresponden a los denominados CCR y BCC: el modelo CCR por Charnes Cooper & Rohdes (1978) se caracteriza por suponer una tecnología de producción con rendimientos constantes a escala (CRS), es decir, supone que un incremento en sus factores productivos genera un incremento del nivel de producción de la misma proporción. Por su parte, el modelo BCC por Banker, Cooper & Rohdes (1984) supone una tecnología con rendimientos variables a escala (VRS), lo que implica incrementos de mayor o menor proporción en el producto ante incrementos en los niveles de los factores de producción. En este trabajo se estima y analiza la eficiencia relativa de colegios públicos de educación básica y media en Colombia a través del Análisis Envolventes de Datos (DEA) mediante la aplicación simultánea de los CCR y BCC. La estimación se hace para cada año del periodo 2014 – 2018, considerando como unidades tomadoras de decisiones (*Decision Making Units - DMU*) los colegios oficiales del territorio colombiano que ofrecen educación media bajo el modelo de *educación tradicional*. Los datos empleados fueron tomados de las bases EDUC y PRISMA administradas por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística – DANE y el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación – ICFES, respectivamente.

Se encuentra que menos del 3% de las DMU consideradas resultan eficientes bajo el modelo estimados y que, en promedio, el 98% de las unidades operan bajo rendimientos decrecientes de escala. Se identifican brechas importantes de eficiencia entre las DMU ubicadas en departamentos del centro del país con los ubicados en zonas de frontera.

También, se identifica una baja relación entre los niveles de eficiencia relativa con el uso de las TIC y la formación posgradual de los docentes.

Además de capturar el gran potencial de mejora en el desempeño de los colegios públicos a nivel nacional, este trabajo invita a efectuar aproximaciones similares en las que se incorporen características de los entornos socioeconómicos y culturales de los estudiantes, que puedan orientar la gestión de los colegios con miras a mejorar el logro académico y reducir las brechas existentes dentro del sistema educativo oficial. Esta Tesis constituye una primera propuesta para medir la eficiencia de los colegios públicos mediante la metodología DEA con un alcance nacional, que ve en la gestión de los colegios el motor de una mejora del sistema educativo público nacional en sus niveles de básica y media.

Palabras clave: Educación pública, básica primaria, básica secundaria, media vocacional Análisis envolvente de datos, DEA, eficiencia relativa, Colombia.

Abstract

Measurement of the relative efficiency in Colombian public schools with Data Envelopment Analysis (2014 – 2018)

DEA (Data Envelopment Analysis) is a non-parametric quantitative methodology to calculate the relative efficiency of decision-making units (DMU) employing multiple inputs and outputs. The seminal models of this methodology correspond to the so-called CCR and BCC: the CCR model by Charnes Cooper & Rohdes (1978) is characterized by a production technology with constant returns to scale (CRS), that is, it assumes that an increase in its productive factors generate an increase in the level of production of the same proportion. On the other hand, the BCC model by Banker, Cooper & Rohdes (1984) assumes a technology with variable returns to scale (VRS), which implies increases of greater or lesser proportion in the product in the face of increases in the levels of production factors. This paper estimates and analyzes the relative efficiency of public schools of basic and secondary education in Colombia through the Data Envelopment Analysis (DEA) through the simultaneous application of the CCR and BCC. The estimate is made for 2014 - 2018, considering as decision making units (Decision Making Units - DMU) the official schools in Colombia that offer secondary education under the traditional education model. The data used were taken from the EDUC and PRISMA databases administered by the National Administrative Department of Statistics - DANE and the Colombian Institute for the Evaluation of Education - ICFES, respectively.

It is found that less than 3% of the DMUs considered are efficient under the estimated model and that, on average, 98% of the units operate under diminishing returns to scale. Important gaps in efficiency are identified between DMUs located in central departments of the country with those located in border areas. Also, a low relationship is identified between the relative efficiency levels with the use of ICT and the postgraduate training of teachers.

In addition to capturing the great potential for improvement in the performance of public schools at the national level, this work invites us to carry out similar approaches that incorporate characteristics of the students' socioeconomic and cultural environments, which can guide the management of schools. with a view to improving academic achievement and reducing existing gaps within the official educational system. This Thesis constitutes a first proposal to measure the efficiency of public schools by means of the DEA methodology with a national scope, which sees in the management of schools the engine of an improvement of the national public educational system at its basic and secondary levels.

Keywords: Public education, primary schools, secondary education, Data envelopment analysis, DEA, relative efficiency.

Contenido

	Pág.
1. Caracterización del sistema educativo.....	5
1.1 Contexto internacional	5
1.2 Antecedentes del Sistema Educativo colombiano	9
1.3 Estructura del sistema educativo colombiano	11
1.3.1 Financiación y gestión de establecimientos educativos oficiales.....	14
1.3.2 Talento Humano en establecimientos educativos	17
1.3.3 Evaluación del sistema educativo	21
1.3.4 Uso de las TIC en los colegios públicos	23
2. Marco Teórico	26
2.1 Eficiencia	26
2.2 Introducción al Análisis Envolvente de Datos - DEA.....	27
2.3 Modelos seminales DEA.....	28
2.3.1 Modelo CCR – Charnes, Cooper y Rhodes (1978)	29
2.3.2 Modelo BCC – Banker, Charnes y Cooper (1984)	33
2.4 Revisión de literatura	35
2.4.1 Publicaciones académicas sobre DEA	36
2.4.2 Vigencia y selección de los modelos seminales.....	40
2.4.3 DEA en el sector educativo	43
2.4.4 Eficiencia relativa a nivel escolar con DEA.....	47
2.4.5 Selección de entradas en las mediciones de eficiencia del sector educativo.	52
2.4.6 Selección de salidas en las mediciones de eficiencia del sector educativo ...	55
3. Diseño Metodológico	58
3.1 Especificación del modelo	58
3.2 Selección de variables	60
3.3 Análisis descriptivo de la muestra considerada	64
4. Análisis de resultados	74
4.1 Resultados de eficiencia obtenidos	74
4.2 Eficiencia, entradas y salidas.....	79
4.3 Eficiencia y contexto	86
5. Discusión.....	93
6. Conclusiones y recomendaciones	102
7. Anexos	107
8. Bibliografía	108

Lista de figuras

Gráfica 1: Competencias en el Sistema Educativo por niveles de gobierno.....	12
Gráfica 2: Sedes educativas según sector y nivel educativo 2019	12
Gráfica 4: Recursos del SGP para educación por componentes	16
Gráfica 6: Distribución del personal ocupado en las sedes educativas – 2019.....	18
Gráfica 8: Especificación de la medición.	63
Gráfica 9: Estadísticas descriptivas - Datos 2014	64
Gráfica 10: Estadísticas descriptivas - Datos 2015.	64
Gráfica 11: Estadísticas descriptivas - Datos 2016.	65
Gráfica 12: Estadísticas descriptivas - Datos 2017.	65
Gráfica 13: Estadísticas descriptivas - Datos 2018.	65
Gráfica 14: Matriz de correlación inputs 2014.....	67
Gráfica 15: Matriz de correlación inputs 2015.....	67
Gráfica 16: Matriz de correlación inputs 2016.....	67
Gráfica 17: Matriz correlación inputs 2017.....	67
Gráfica 18: Matriz correlación inputs 2018.....	68
Gráfica 19: Matrices de correlación – salidas.	69
Gráfica 20: Cantidad promedio de DMU por departamento para el periodo 2014 – 2018	72
Gráfica 21: Densidad promedio de estudiantes por sede 2014 – 2018	72
Gráfica 22: Eficiencia relativa 2014.....	75
Gráfica 23: Eficiencia relativa 2015.....	75
Gráfica 24: Eficiencia relativa 2016.....	75
Gráfica 25: Eficiencia relativa 2017	76
Gráfica 26: Eficiencia relativa 2018.....	76
Gráfica 27: Distribución del nivel de eficiencia técnica en 2014 por clase de DMU.	80
Gráfica 28: Distribución del nivel de eficiencia técnica en 2015 por clase de DMU.	80
Gráfica 29: Distribución del nivel de eficiencia técnica en 2016 por clase de DMU.	81
Gráfica 30: Distribución del nivel de eficiencia técnica en 2017 por clase de DMU.	81
Gráfica 31: Distribución del nivel de eficiencia técnica en 2018 por clase de DMU.	81
Gráfica 32: Eficiencia técnica por tamaño de grupo de las DMU en 2014.....	83
Gráfica 33: Eficiencia técnica por tamaño de grupo de las DMU en 2015.....	83
Gráfica 34: Eficiencia técnica por tamaño de grupo de las DMU en 2016.....	83
Gráfica 35: Eficiencia técnica por tamaño de grupo de las DMU en 2017.....	83
Gráfica 36: Eficiencia técnica por tamaño de grupo de las DMU en 2018.....	83
Gráfica 37: Distribución de eficiencia por clasificación ICFES 2014 de las DMU.....	85
Gráfica 38: Distribución de eficiencia por clasificación ICFES 2014 de las DMU.....	85

Gráfica 39: Distribución de eficiencia por clasificación ICFES 2014 de las DMU.....	85
Gráfica 40: Distribución de eficiencia por clasificación ICFES 2014 de las DMU.....	85
Gráfica 41: Distribución de eficiencia por clasificación ICFES 2014 de las DMU.....	85
Gráfica 42: Desviación estándar de la distribución de ETP 2014 por Departamento.....	87
Gráfica 43: Desviación estándar de la distribución de ETP 2015 por Departamento.....	87
Gráfica 44: Desviación estándar de la distribución de ETP 2016 por Departamento.....	87
Gráfica 45: Desviación estándar de la distribución de ETP 2017 por Departamento.....	87
Gráfica 46: Desviación estándar de la distribución de ETP 2014 por Departamento.....	87
Gráfica 47: Histograma de Eficiencia técnica global por área 2014.....	89
Gráfica 48: Histograma de Eficiencia técnica global por área 2015.....	89
Gráfica 49: Histograma de Eficiencia técnica global por área 2016.....	89
Gráfica 50: Histograma de Eficiencia técnica global por área 2017.....	89
Gráfica 51: Histograma de Eficiencia técnica global por área 2018.....	89

Introducción

Los efectos positivos que la educación genera en el desarrollo de las economías y sus niveles de bienestar han sido ampliamente aceptados. Es la generación de capital humano la vía mediante la que la educación permea los procesos productivos y demás esferas socioeconómicas de una sociedad generando externalidades relativas a la reducción de la pobreza, la generación de movilidad social y el incremento de la productividad de una economía. Ciertamente, aspectos como la calidad, la pertinencia y la eficiencia de los sistemas educativos cobran gran relevancia en la efectiva ocurrencia de dichos efectos, razón por la que la educación suele ser un tema que demanda gran atención por parte de los gobiernos y demás actores sociales.

En Colombia el sistema educativo está liderado por el Ministerio de Educación, quien brinda las directrices para el funcionamiento de cada una de las cuatro etapas principales que lo componen: educación preescolar, educación básica, educación media y educación superior. La provisión del servicio en todos sus niveles se hace a través de instituciones que pueden ser de carácter privado u oficial. Si bien, cada uno de estos niveles posee un rol fundamental en la configuración del capital humano de la nación, es en los niveles educativos de básica y media en los que se espera que los niños reciban los estímulos necesarios para el desarrollo de las competencias básicas necesarias en entornos sociales, para posteriormente consolidar las competencias y apropiarse de las herramientas necesarias que les permitan un tránsito exitoso a la educación superior o al mercado laboral (MINIEDUCACIÓN, 2021).

Se estima que para 2020 el 80% de la población escolar para los niveles de básica y media era atendida en colegios oficiales (DANE, 2020), lo que sin duda hace que sea de especial interés la verificación del estado del servicio educativo ofrecido en estos niveles por cuenta del Estado. Dado que son los colegios los encargados de proveer de manera directa los servicios educativos a los niños, niñas y jóvenes del país, dicha verificación se

puede lograr a través del análisis del desempeño de estas instituciones en términos del efectivo cumplimiento de sus objetivos misionales.

Dentro de los conceptos comúnmente empleados para medir el desempeño de una unidad productiva con o sin ánimo de lucro se encuentra el de *eficiencia*, entendido como la capacidad maximizar un resultado concreto sin requerir más de los insumos disponibles ni desperdiciarlos. En el desarrollo de esta investigación, se tomará como referencia la definición de eficiencia introducida en 1978 por A. Charnes, W. Cooper y E. Rhodes para las Unidades Tomadoras de Decisiones (Decision Making Units - DMU) según la cual, la eficiencia es entendida como el máximo de una relación entre productos e insumos ponderados, sujeto a la condición de que las proporciones similares para cada DMU sean menores o iguales a la unidad (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978). En el caso en que la tecnología de producción subyacente no pueda ser plenamente identificada y por tanto no sea posible identificar si las eficiencias se relacionan con la tecnología o con la toma de decisiones gerenciales, el concepto correspondiente será el de *eficiencia relativa*.

Charnes et al. (1978) introducen el enfoque de Análisis Envolvente de Datos – DEA como una herramienta no paramétrica para medir la eficiencia relativa de las unidades tomadoras de decisiones cuando el proceso de producción tiene una estructura de múltiples entradas y múltiples salidas. Este instrumento compara todas las unidades tomadoras de decisiones a partir de los recursos usados (inputs) y los servicios entregados (output), identificando las unidades más eficientes o con mejores prácticas y las unidades ineficientes en las que es posible incrementar este indicador de eficiencia. Los modelos seminales de esta metodología corresponden a los denominados CCR y BCC: el modelo CCR por Charnes Cooper & Rohdes (1978) se caracteriza por suponer una tecnología de producción con rendimientos constantes a escala (CRS), es decir, supone que un incremento en sus factores productivos genera un incremento del nivel de producción en la misma proporción. Por su parte, el modelo BCC por Banker, Cooper & Rohdes (1984) supone una tecnología con rendimientos variables a escala (VRS), lo que implica incrementos de mayor o menor proporción en el producto ante incrementos en los niveles de los factores de producción.

El problema concreto abordado en esta Tesis es la ausencia de una medición que agrupe múltiples recursos (entradas) y productos (salidas) para evaluar la eficiencia relativa de los

colegios públicos de educación básica y media en Colombia. Este problema es abordado a partir de la pregunta de investigación:

¿Cuál es el índice de eficiencia relativa de los colegios públicos colombianos de educación básica y media en Colombia?

De este modo, el objetivo general de esta investigación se sintetiza en determinar la eficiencia relativa de los colegios públicos de educación básica y media, mediante Análisis Envolvente de Datos – DEA, para lo cual se desarrollan los siguientes objetivos específicos:

1. Describir el sistema de educación pública básica y media en Colombia.
2. Apropiar un modelo DEA aplicable a la medición de la eficiencia relativa de los colegios públicos de educación básica y media en Colombia y las variables (entradas y salidas) a considerar.
3. Proponer cursos de acción, a partir de la aplicación de estrategias de gestión pública, que permitan mejorar la eficiencia relativa de los colegios públicos de educación básica y media a nivel Nacional.

Para ello, se estima y analiza la eficiencia relativa de colegios públicos de educación básica y media en Colombia a través del Análisis Envolventes de Datos (DEA) mediante la aplicación simultánea de los modelos CCR y BCC. En razón a la disponibilidad de datos para la realización de esta medición, se establece una ventana temporal que abarca desde el año 2014 hasta el 2018, con información anual de los colegios tomada de las bases EDUC y PRISMA administradas por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística – DANE y el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación – ICFES, respectivamente.

Este documento está organizado en cinco capítulos: en el primero se presenta una caracterización del sistema de educación pública básica y media de Colombia ; en la segunda, se hace una presenta la metodología de Análisis Envolvente de Datos junto con una revisión de literatura enfocada a los usos de esta metodología en el sector educativo, con especial énfasis en la aplicación a la medición de eficiencia relativa a nivel escolar; la tercera, expone el diseño metodológico empleado en este trabajo para la medición de la eficiencia relativa de los colegios públicos de educación básica y media en Colombia a

partir de la que se desarrolla el análisis que posteriormente se presenta en el cuarto capítulo y la discusión de los mismos. Posteriormente se presentan las conclusiones y recomendaciones de este trabajo.

1. Caracterización del sistema educativo

En primer lugar, se presenta una revisión de los aspectos más relevantes de los sistemas educativos vigentes en los países miembros de la OCDE en términos de los resultados obtenidos en la última versión de las pruebas PISA (2018). En segundo lugar, se presenta un resumen de la historia reciente del sistema educativo nacional, con especial énfasis en la evolución de la estructura y características de los niveles escolares. Finalmente se describe la estructura actual del sector educativo oficial para los niveles de básica y media, destacando aspectos relativos a sus recursos financieros, los recursos humanos, los mecanismos de evaluación del sistema educativo y el uso de las Tecnologías de la Información y la comunicación – TIC.

1.1 Contexto internacional

El programa para la Evaluación Internacional de Alumnos – PISA es uno de los principales referentes a nivel mundial para la evaluación de la calidad de los sistemas educativos. PISA es una prueba estandarizada de aplicación trienal en los países miembros de la OCDE y otros países invitados. Se aplica a estudiantes de 15 años, independientemente del grado que cursen, bajo el supuesto de que en esta edad están próximos a terminar su formación escolar obligatoria (OCDE, 2016). La prueba evalúa conocimientos y habilidades fundamentales para participar en la sociedad a partir del desempeño en áreas de lectura, matemáticas y ciencias. Entre otras medidas, PISA entrega un indicador por área (lectura, matemáticas o ciencias) para cada uno de los países evaluados y los ubica en uno de seis niveles posibles, siendo el *Nivel 1* el de los desempeños más bajos y el *Nivel 6*, el de los mejores desempeños. Esta prueba analiza además el efecto de otros factores asociados al aprendizaje para establecer una medida comparable entre países (ICFES, 2016a). Las pruebas se han aplicado desde el año 2000; Colombia ha participado en ellas desde el año 2006 bajo la coordinación del ICFES.

La séptima y más reciente versión de la prueba se llevó a cabo en 2018 con la participación de 79 países (economías). Los mejores resultados en la prueba de lectura fueron obtenidos por Beijing, Shanghái, Jiangsu (China), Zhejiang (China) and Singapur con resultados significativamente superiores al promedio de todos los países participantes. Estas economías también registraron la mayor proporción de estudiantes (más del 10%) en el mayor nivel de desempeño en matemáticas y más del 90% de sus estudiantes clasificaron en el nivel 2 o en uno superior para la prueba de ciencias. Con respecto a los países miembros de la OCDE, se encontró que en promedio el 76% y 78% de los estudiantes de estos países alcanzaron el nivel 2 o uno superior en las pruebas de lectura y matemáticas respectivamente, y en promedio el 8.7% de los estudiantes de los países de la OCDE se ubicaron en los niveles 5 y 6 en la prueba de lectura. En términos globales, los mejores resultados en esta versión fueron obtenidos por China, Singapur y Macao (China) y Hong Kong (China) ninguno de ellos miembro de la OCDE, seguidos de Estonia, Canadá, Finlandia e Irlanda (OCDE, 2019).

En la versión PISA 2018 se encontró que las brechas entre los estudiantes con los mayores y los más bajos desempeños varían considerablemente entre una y otra economía. Así mismo, se detectaron importantes variaciones entre el desempeño de los colegios. Las brechas más amplias en términos de los estudiantes que obtuvieron los mejores y los peores puntajes se encuentran en países como Israel, Líbano, Malta y los Emiratos Árabes Unidos, mientras que los países con brechas menores coinciden con aquellos que tuvieron los desempeños promedio más bajos. Con respecto a las variaciones entre colegios, se destacan países como Finlandia, Islandia y Noruega por la baja variabilidad entre los colegios, mientras que países como Israel, Líbano y Países Bajos registraron variaciones de más del 60% (Schleicher, 2019). En términos generales, la variación entre los resultados promedios obtenidos para las pruebas de 2015 y 2018 se mantuvieron estables, sin embargo, al analizar la variación por países, se encuentra que la cantidad de países que redujeron sus resultados promedio supera considerablemente la cantidad de los que los mejoraron (OCDE, 2019).

En la aplicación de las pruebas PISA se formulan además otros cuestionarios dirigidos a miembros de la comunidad educativa como directores, profesores y padres de familia a través de los que se obtiene información de contexto que complementa los resultados cognitivos. Pese a que los peores indicadores de desempeño tienden a ubicarse en regiones de alta vulnerabilidad socioeconómica, los resultados de PISA 2018 resaltan la

posibilidad de que incluso los estudiantes o las escuelas con desventajas en términos socioeconómicos tienen la posibilidad de obtener un alto desempeño en las pruebas y en consecuencia un nivel óptimo de formación. En promedio, uno de cada diez estudiantes en desventaja de países miembro de la OCDE tuvo un puntaje dentro del cuartil superior de resultados en su país. Este resultado además de desmentir una supuesta predestinación para los estudiantes menos favorecidos, indica el posible efecto que pueden tener variables sociales como el apoyo parental y el ambiente escolar (Schleicher, 2019).

A pesar de ello, los resultados para Colombia evidencian importantes diferencias entre los estudiantes considerados como “desfavorecidos” en términos socioeconómicos y los demás. En términos generales, estos tuvieron un desempeño inferior en las pruebas de 2018 y participación insignificante en los grupos con mejores desempeños para cada área. La tendencia de los resultados es similar para todas las economías que participaron en esta versión de la prueba, sin embargo, los promedios para Colombia en diversos aspectos, se encontraron por debajo de la media. Además, los directivos en Colombia reportaron una mayor escasez de materiales y personal con respecto a los países miembros de la OCDE, aunque en términos de docentes con por lo menos una maestría se identificaron proporciones similares tanto en escuelas favorecidas como en las desfavorecidas (PISA, 2018).

El rol de los docentes es indispensable en la revisión de los sistemas educativos, pues sobre ellos recae la responsabilidad de generar procesos de aprendizaje de alta calidad (UNESCO, 2018). Las políticas del ejercicio docente difieren entre países, pero en lo que respecta a contratación se pueden destacar dos modelos básicos; el basado en una carrera docente y el basado en la posición. En el primero, la vinculación suele hacerse a través de un concurso y se caracteriza por garantizar un empleo de por vida para los docentes vinculados. Debido a que este modelo no suele contar con mecanismos para remover de sus cargos a docentes con bajos desempeños, la calidad de los profesores depende principalmente de los estándares para entrar a programas de formación docente, de la calidad de esta formación, y de los procesos de selección y contratación docente. Modelos como este predominan en países como Francia, Italia, Japón y Corea. Por su parte, el modelo basado en posición se caracteriza por aplicar procesos de selección para posiciones específicas. Aunque este modelo puede generar mayores costos, permite una mayor flexibilidad en el mercado laboral docente y aumenta los mecanismos de evaluación

y capacitación. En países como Canadá, Suecia, Suiza y Reino Unido predomina este último modelo (OECD, 2018a).

Para los países miembro de la OCDE , se destaca que una proporción promedio superior al 70% de los docentes tienen dedicación de tiempo completo en los colegios y que hay una mayor concentración de docentes completamente certificados en los colegios más favorecidos. Específicamente para Colombia, Georgia, México y Emiratos Árabes Unidos, menos de la mitad de los docentes que atienden estudiantes de 15 años, están totalmente certificados. Es de resaltar que no es clara la relación de causalidad entre un mayor nivel de cualificación docente a través de formación certificada y una mejor calidad en la práctica docente. Aun así, para la última versión de las pruebas PISA se identificó que una proporción superior al 50% de la planta docente de los colegios, recientemente habían participado en programas de desarrollo profesional (OECD, 2018b).

Aunque la provisión de una la planta docente del tamaño y cualificación adecuadas es indispensable en la prestación del servicio educativo, no se debe perder de vista que el funcionamiento de los colegios demanda además personal administrativo y de apoyo para su funcionamiento. Profesionales en psicología, trabajo social, enfermería, docentes asistentes, supervisores, personal de seguridad y de limpieza son ejemplo del tipo de personal de apoyo requerido. De acuerdo con los resultados PISA 2018, el índice de escasez de personal educativo obtuvo mayores niveles para los colegios menos favorecidos, para colegios públicos en comparación con los privados, y para los ubicados en zonas rurales en relación con los de zonas urbanas (OECD, 2018b).

Lo anterior, permite vislumbrar el amplio espectro de factores que pueden considerarse a la hora de evaluar el desempeño de los sistemas educativos, así como la interrelación que entre cada una de ellas se pueda establecer. Una comparación internacional de los resultados obtenidos en una prueba específica como PISA constituye un referente para el desempeño general del sistema educativo que sirve como punto de partida para identificar los principales desafíos a los que además se debe enfrentar el país para eliminar las brechas que internamente su sistema educativo pueda presentar.

1.2 Antecedentes del Sistema Educativo colombiano

El sistema educativo nacional ha evolucionado continuamente a través de la historia en respuesta a los cambios sociales, políticos y administrativos del país. El punto de partida para la estructuración del sistema educativo actual en los niveles de básica y media se ubica en los años 80, periodo en el que la nación inicia un proceso sostenido de descentralización administrativa y política. Durante el Gobierno de Virgilio Barco (1986 - 1990) se buscó dar mayor autonomía a los entes territoriales otorgando facultades tales como la de elección por voto popular de alcaldes, discrecionalidad sobre tasas de impuestos y administración tributaria a nivel subnacional, modificaciones en el sistema de transferencias de ingresos y responsabilidades a nivel departamental y municipal en servicios de educación y educación, entre otros. Mediante la ley 12 de 1986 se entrega a los municipios la responsabilidad de *“Construcción, mantenimiento de la planta física y dotación de los planteles educativos oficiales de primaria y secundaria”*, que hasta entonces se encontraba a cargo del Instituto Colombiano de Construcciones Escolares. Así mismo, la Ley 24 de 1989 establece la desconcentración administrativa facultando a gobernadores, intendentes, comisarios y a la Alcaldía Mayor de Bogotá para administrar el personal docente y administrativo de los establecimientos educativos de su jurisdicción.

El proceso de descentralización administrativa y política se consolidó durante el gobierno de Cesar Gaviria (1990 – 1994). Con la promulgación de la Constitución Política de Colombia de 1991 desaparece la percepción de los niños y niñas como *adultos en miniatura* y se consagra la educación como un *derecho de la persona y un servicio público con función social*. Además, el artículo 67 de la constitución establece la obligatoriedad de la educación para niños entre los 5 y los 15 años de edad, y que comprende al menos un año de preescolar y nueve de educación básica. Por su parte, el Plan de Desarrollo de Cesar Gaviria identificó falencias en los intentos previos de descentralización de la Nación debido a la falta de consideración de las capacidades de los municipios para asumir nuevas responsabilidades; en este sentido la Ley 60 de 1993 buscó la reasignación tanto de competencias como de recursos para los entes territoriales en sus tres niveles en los siguientes términos:

“Corresponde a los Municipios (...) Administrar los servicios educativos estatales de educación preescolar, básica primaria y secundaria y media; Financiar las inversiones necesarias en infraestructura y dotación y asegurar su mantenimiento, y participar con

recursos propios y con las participaciones municipales en la financiación de los servicios educativos estatales y en la cofinanciación de programas y proyectos educativos; y ejercer la inspección y vigilancia, y la supervisión y evaluación de los servicios educativos estatales” (Congreso de la República de Colombia, 1993).

El 8 de febrero de 1994 se expide la Ley 115, *Ley General de Educación*, en la que se establecen los lineamientos generales para regular el servicio público de educación, excepto para el nivel superior. En esta Ley se consignan los fines que persigue el servicio público de educación en pro de los cuales se despliega el funcionamiento del sistema educativo nacional. Se establece además el rol de la comunidad educativa, las familias y la sociedad dentro de este sistema. Esta Ley define la *Educación formal* como aquella que: *“se imparte en establecimientos educativos aprobados, en una secuencia regular de ciclos lectivos, con sujeción a pautas curriculares y progresivas, y conducentes a grados o a títulos”* (Congreso de la República de Colombia, 1994). Una vez expedida la Ley General de Educación el 03 de agosto de 1994 se publica el Decreto 1860 por medio del cual se reglamenta dicha Ley en lo que respecta a aspectos pedagógicos y organizativos generales aplicables al servicio público de educación formal.

En cuanto a la asignación de recursos para financiar la educación pública en los niveles de preescolar, básica y media, la Constitución de 1991 facultó a las entidades territoriales para participar de los ingresos corrientes de la nación – ICN. Los departamentos y distritos lo harían a través del mecanismo denominado *Situado Fiscal*, destinado principalmente para financiar la prestación del servicio de educación (planta docente y administrativa). Por su parte, los municipios tendrían la *Participación en los ingresos corrientes de la nación – PMICN*, de los que todos los municipios debían destinar el 30% para educación y específicamente para la construcción y mantenimiento de la infraestructura educativa. Estos dos mecanismos incluían un plan de crecimiento a mediano plazo sobre la participación de dichos recursos como porcentaje de los ingresos corrientes de la nación; No obstante, durante los 90s las finanzas públicas del Gobierno Central registraron negativos persistentes que, aunado con el sistema de transferencias vigentes, se tradujo en un incremento del déficit público. A su vez, esta situación representó reducciones en los ingresos de los gobiernos subnacionales y con ello se puso en riesgo la prestación de los servicios de educación y salud apalancados con las transferencias.

En respuesta a esta situación, se expide el Acto Legislativo 01 de 2001, reglamentado por la Ley 715 de 2001 mediante el que se crea el Sistema General de Participaciones como el mecanismo de transferencia de recursos de la nación a los entes territoriales, ya no como un porcentaje de los ingresos corrientes de la nación, sino como un monto específico con unas tasas de crecimiento dependientes del aumento promedio de los ingresos corrientes de la nación durante los últimos cuatro años. Con esto, se crean los *recursos de calidad* destinados a los distritos y municipios para la prestación de servicios de las instituciones públicas de educación. Dicha Ley permitió además subsanar algunos inconvenientes surgidos del proceso de descentralización en lo referente a las responsabilidades de cada nivel de gestión dentro del sistema.

En lo corrido del siglo XXI se han implementado diversos programas con miras a ampliar la cobertura de la educación en los niveles de básica y media, especialmente orientados en la atención de poblaciones vulnerables o ubicadas en zonas que históricamente han tenido una baja penetración del sistema educativo. Programas como *Escuela Nueva* han resultado exitosos en términos de los incrementos que ha tenido la participación en la educación básica secundaria (OECD, 2016). Así mismo, se han adelantado iniciativas para la profesionalización de la actividad docente y el desarrollo de competencia pertinentes.

1.3 Estructura del sistema educativo colombiano

El Ministerio de Educación Nacional (en adelante MEN) es el órgano rector del sistema educativo nacional cuyo objetivo es “*Liderar la formulación, implementación y evaluación de políticas públicas educativas, para cerrar las brechas que existen en la garantía del derecho a la educación, y en la prestación de un servicio educativo con calidad (...)*”¹. El Viceministerio de Educación Preescolar, Básica y Media está encargado de desarrollar los componentes del sistema educativo para estos niveles, bajo los lineamientos del Plan Nacional de Desarrollo en aspectos clave como la cobertura, la calidad, la pertinencia y la eficiencia. A nivel territorial se encuentran las Secretarías de Educación departamentales, distritales y municipales que, en cabeza del Secretario de Educación, administra los establecimientos educativos y realiza inspección y vigilancia a la prestación del servicio.

¹ Tomado del sitio web del Ministerio de Educación Nacional. Consultado el 13 de enero de 2020. Disponible en: <https://www.mineduccion.gov.co/portal/Ministerio/Informacion-Institucional/89266:Mision-y-Vision>

Por último, los establecimientos educativos son quienes efectúan los procesos educativos y mediante los que se canalizan los lineamientos de las entidades territoriales para el logro de las metas de cobertura, calidad y eficiencia del sistema educativo (Ministerio de Educación Nacional, 2009). A continuación, se presentan las diferentes competencias por niveles de gobierno según lo establecido en la Ley 715 de 2001:

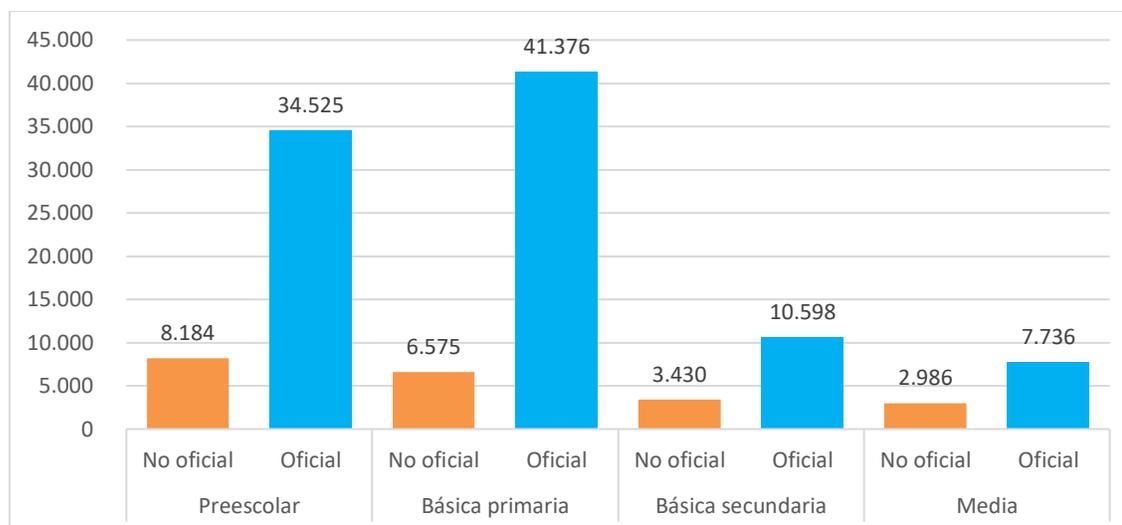
Gráfica 1: Competencias en el Sistema Educativo por niveles de gobierno

Nivel nacional	<ul style="list-style-type: none"> • Formulación de políticas y objetivos • Regulación, seguimiento y evaluación de la prestación del servicio • Asistencia técnica y administrativa a las entidades territoriales
Municipios certificados, distritos y departamentos	<ul style="list-style-type: none"> • Dirección, planificación y administración de recursos físicos, humanos y financieros • Responsables de los resultados de cobertura y calidad • Prestación de asistencia técnica y administrativa a los centros educativos
Municipios no certificados	<ul style="list-style-type: none"> • Administración y distribución de los recursos del SGP para la alimentación escolar y programas de fomento de la calidad • Cofinanciación de proyectos de infraestructura, calidad y dotación

Fuente: Elaboración propia a partir de la Ley 715 de 2001.

En Colombia, el servicio educativo para los niveles de básica y media es ofrecido por el estado a través del sector oficial, así como por particulares en el sector privado. En lo que sigue, se centrará la atención en el servicio educativo ofrecido directamente por el Estado. Este servicio puede ser prestado en *establecimientos educativos oficiales* o por *Terceros contratados*. Este último a su vez puede corresponder a: i) la contratación de la prestación del servicio educativo en su conjunto, ii) la entrega en concesión de la infraestructura de propiedad de la entidad territorial y la contratación de la prestación del servicio educativo, o a iii) la contratación de la administración de establecimientos educativos oficiales con instituciones religiosas. En el gráfico a continuación se representa la cantidad de sedes reportadas por la encuesta de *educación formal* para el año 2019 por sector y nivel educativo. Para este periodo, el sector oficial concentra el 86% de las sedes para básica primaria, 76% para básica secundaria y 72% para media. En términos de la cantidad de estudiantes matriculados por nivel educativo, el sector oficial concentra el 80%, 84% y 82% para los niveles de primaria, secundaria y media, respectivamente.

Gráfica 2: Sedes educativas según sector y nivel educativo 2019



Fuente: Elaboración propia con información EDUC 2019

De acuerdo con la Ley 115 de 1994, la educación formal está configurada en cuatro niveles: Preescolar, educación básica, educación media y superior. La *educación preescolar* comprende como mínimo un grado obligatorio en establecimientos educativos estatales para niños menores de 6 años de edad; este nivel corresponde a la educación ofrecida a los niños y niñas para su desarrollo integral, específicamente en las dimensiones biológica, cognoscitiva, psicomotriz, socioafectiva y espiritual. La educación *básica primaria* comprende 5 grados para niños y niñas en un rango de edad de entre 7 y 11 años; en este nivel se busca el desarrollo de habilidades comunicativas, conocimientos matemáticos, formación artística, deportiva y en valores, y habilidades de autocuidado, entre otros. La *básica secundaria* comprende cuatro grados en los que se espera atender población escolar de entre 12 y 15 años de edad; en estos niveles se pretende el desarrollo del razonamiento, habilidades de comprensión de textos, correcta utilización del lenguaje oral y escrito, avance en el conocimiento científico, formación en el ejercicio de deberes y derechos, así como la comprensión y uso de una lengua extranjera, entre otros. La *educación media* comprende dos años dirigidos a estudiantes de entre 16 y 17 años que en principio busca preparar para la educación superior o para el trabajo; esta se ofrece en modalidad técnica o académica y puede comprender dos grados más para la formación de docentes normalistas.

Los establecimientos educativos pueden clasificarse en *instituciones educativas*, entendidas como aquellas que ofrecen todos los grados desde el preescolar hasta grado undécimo, y los *centros educativos* que no ofrecen todos los grados (Ministerio de

Educación Nacional, 2009). Estos últimos deben asociarse con otras instituciones para garantizar la oferta del ciclo de educación básica completa a todos los estudiantes.

Independiente de la clase de establecimiento, es requisito contar con un *Proyecto Educativo institucional – PEI* para la prestación del servicio educativo. El PEI, definido y reglamentado en la Ley 1860 de 1994, expresa la forma en la que la institución educativa pretende alcanzar los objetivos de la educación. Este proyecto es de elaboración obligatoria y autónoma, y debe tener en cuenta las condiciones sociales, económicas y culturales en el que se sitúa la institución. Así, los establecimientos educativos gozan de relativa autonomía para definir sus estrategias educativas y de gestión en la prestación del servicio educativo.

1.3.1 Financiación y gestión de establecimientos educativos oficiales

La disposición de recursos financieros para la educación estatal en los niveles de preescolar, básica y media se fundamenta en los cambios fiscales establecidos en el año 2001 tras la intervención del Fondo Monetario Internacional – FMI, la implementación de reglas fiscales aplicables a los gobiernos subnacionales y la reestructuración de las transferencias de la nación a los entes territoriales. Es a través del Acto Legislativo 01 de 2001 y de la Ley 715 del mismo año que se crea el Sistema General de Participaciones – SGP mediante el cual se establece el mecanismo de transferencia de los recursos de la nación hacia los gobiernos subnacionales. El 63% del total de los recursos del SGP es destinado a salud y educación, esta última con una participación del 58,5% sobre el total, además de un 0,5% correspondiente a alimentación escolar. Aunque para el año 2007 se dictaron algunas medidas que modificaron parcialmente el SGP, el porcentaje destinado a la educación no ha sufrido variaciones. La importancia del SGP radica en la estabilidad de las transferencias a los gobiernos subnacionales, así como su crecimiento por encima de la inflación por lo menos hasta el año 2016. De acuerdo con lo establecido por la Ley, desde el año 2017, el monto de los recursos crecería anualmente a una tasa igual al promedio de la variación porcentual de los ingresos corrientes de la nación durante los últimos cuatro años (Contraloría General de la República, 2017).

Los recursos del SGP para el sector educativo se distribuyen en tres rubros principales, a saber: La provisión del servicio educativo, el fomento de la calidad y las cancelaciones

relativas al pago de docentes nacionalizados. Los recursos para la *provisión del servicio* representan la mayor proporción dentro de los fondos del SGP para la educación. Estos recursos son destinados principalmente al pago de la nómina de los profesores y otros gastos administrativos, y son transferidos directamente a las secretarías de educación de las entidades territoriales certificadas. Del mismo modo, los recursos correspondientes a la categoría de *Cancelaciones* son recursos que no pasan por la administración de los establecimientos educativos, sino que, al tener una destinación tan específica, son recibidos y gestionados directamente por las entidades territoriales certificadas correspondientes. Por su parte, los recursos para la *calidad* pueden ser de dos tipos. En primer lugar, aquellos que están directamente relacionados con la ampliación de la cobertura y que son distribuidos entre los distritos, municipios certificados y municipios no certificados de Amazonas, Vichada y Guainía con base en su desempeño y la proporción de población rural que atienden. Estos recursos no pueden ser usados para el pago de nómina, pero sí en el desarrollo de estrategias para el mejoramiento del servicio educativo, para cubrir los costos de operación de los establecimientos, o como complemento del *Programa de Alimentación Escolar – PAE*. En segundo lugar, se encuentran los recursos para la gratuidad que son transferidos directamente a los establecimientos educativos a través de los *Fondos Educativos de Servicio* para que sean administrados por el Rector o Director del establecimiento para garantizar la gratuidad de la educación y el desarrollo de acciones en cumplimiento del PEI.

Gráfica 3: Recursos del SGP para educación por componentes



Fuente: Elaboración propia

Los recursos físicos de un establecimiento educativo del sector oficial se encuentran a cargo de las secretarías de educación e incluyen tanto los bienes muebles como los bienes inmuebles y su respectiva dotación. Son las Secretarías de Educación quienes se encargan de verificar la suficiencia tanto de la estructura como de su dotación para la prestación del servicio educativo. La gestión específica de estos recursos se hace directamente en los establecimientos educativos a quienes corresponde mantener actualizados los inventarios de los bienes, estar al día con los contratos de arrendamiento, el pago de impuestos, el pago de servicios públicos y el mantenimiento en general de la infraestructura y de la institución o centro educativo.

Además del SGP que corresponde a la principal fuente de recursos para el funcionamiento de los establecimientos educativos estatales, se destacan otras fuentes de financiación tales como: recursos propios de las ETC, recursos de regalías indirectas, recursos del MEN u otras entidades del Estado a través de programas de alcance nacional para el fomento del sector educativo, recursos de cooperación y recursos de créditos internos o externos.

Si bien las disposiciones de los últimos años han procurado la descentralización de los recursos de la educación pública en los niveles de preescolar, básica y media, el PND 2014 – 2018 planteó algunas medidas en pro de la recentralización de recursos, específicamente en lo referente a la infraestructura escolar. Mediante la Ley 1753 de 2015 se creó el *Fondo de Financiamiento de la Infraestructura Educativa - FFIE* cuyo objeto es: “(...)La viabilización y financiación de proyectos para la construcción, mejoramiento, adecuación,

ampliaciones y dotación de infraestructura educativa física y digital de carácter público en educación inicial, preescolar, educación básica y media, en zonas urbanas y rurales, incluyendo residencias escolares en zonas rurales dispersas, así como los contratos de interventoría asociados a tales proyectos.”

El FFIE es una cuenta especial del MEN sin personería jurídica que cuenta con diversas fuentes de financiación tales como recursos públicos del PGN, las entidades territoriales y el SGR, y aportes del sector privado a través del desarrollo de proyectos de asociaciones público – privadas (APP) y aportes de cooperación internacional.

Lo expuesto en esta sección, permite identificar un bajo margen de maniobra por parte de los Directivos Docentes en cuanto a la gestión de los recursos financieros y físicos disponibles para su funcionamiento. Esto exige un mayor desarrollo de habilidades gerenciales por parte de los Directivos docentes como factor clave para lograr la implementación de estrategias que permitan optimizar el uso de los recursos disponibles, no sólo para garantizar el funcionamiento del establecimiento educativo, sino para alcanzar los objetivos de pertinencia y calidad del servicio ofrecido.

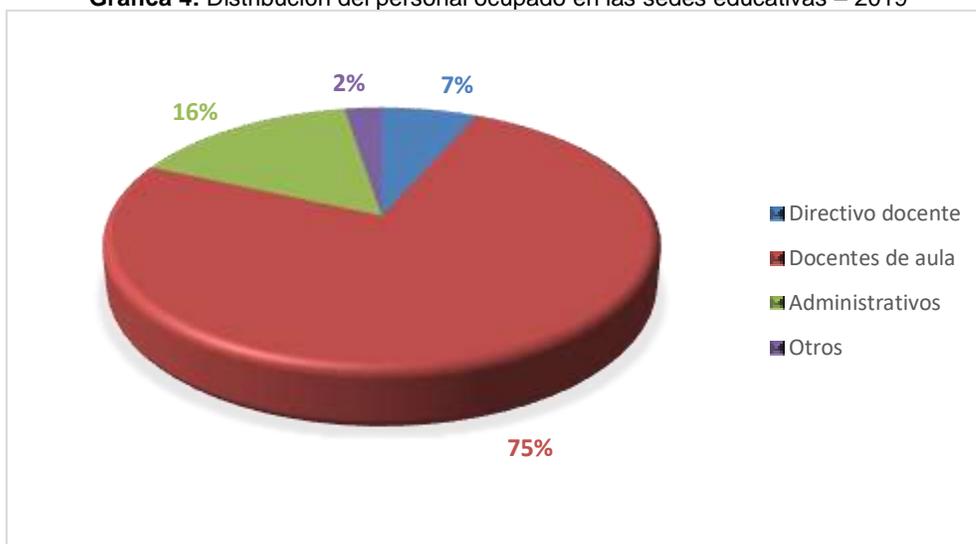
1.3.2 Talento Humano en establecimientos educativos

La planta de personal de las instituciones y centros educativos está conformada principalmente por los directivos docentes, docentes y administrativos. Cada uno de estos funcionarios desempeña sus labores bajo un régimen laboral específico que condiciona las decisiones de administración del personal por parte del Secretario de Educación quién está facultado para vincular y sancionar docentes dentro de su jurisdicción. La planta de personal docente y directivo docente requerida por el establecimiento educativo está sujeta a la viabilidad financiera y el nivel de matrícula reportado para el año inmediatamente anterior.

La administración de los establecimientos educativos se encuentra en cabeza de los Rectores o Directores designados por concurso. En ellos recae la responsabilidad de gestionar el personal docente y administrativo asignado a la institución, responder por la calidad en la prestación del servicio en la institución, representar a la institución en las actividades interinstitucionales requeridas para el cumplimiento de las metas educativas, y administrar el Fondo de servicios educativos y demás recursos que le sean asignados.

Los directivos docentes pueden ser directores de colegios principales, directores rurales o coordinadores; se encuentran diferencias en los requisitos de experiencia para cada uno de estos cargos, así como en las escalas de remuneración y mecanismos de ascenso. Las secretarías de educación asignan los coordinadores a las instituciones de acuerdo a la cantidad de sedes que la conforman y a la cantidad de estudiantes matriculados (OCDE, 2018). En dichos cargos se desempeñan funciones directivas, académicas, administrativas y financieras. Dentro de sus actividades específicas se destaca la elaboración e implementación del PEI, la administración del recurso humano y financiero del establecimiento, el relacionamiento con instituciones del sector educativo y la formulación del plan anual para el mejoramiento de la calidad.

Gráfica 4: Distribución del personal ocupado en las sedes educativas – 2019



Fuente: Elaboración propia con información EDUC 2019

Por su parte, la labor docente en colegios del sector oficial está regulada por dos estatutos coexistentes. El primero, establecido mediante el Decreto Ley 2277 de 1979, regula las condiciones de ingreso, ejercicio, estabilidad, ascenso y retiro de quienes desempeñan la profesión docente en el Sistema Educativo Nacional, excepto para el nivel superior. El segundo, expedido mediante el Decreto Ley 1278 de 2002 denominado *Estatuto de Profesionalización docente*, regulan las relaciones del estado con los educadores a su servicio para garantizar su idoneidad y dicta disposiciones relativas a su ingreso, permanencia, ascenso y retiro del servicio docente.

Una de las principales variaciones entre los estatutos vigentes radica en el nivel de formación de los docentes que se vinculan; en el más reciente se exige como mínimo un nivel de formación normalista para la enseñanza en el nivel de básica primaria. Además, se permite el acceso de profesionales no licenciados siempre y cuando estos acrediten la aprobación de un curso en formación pedagógica para no licenciados. El nuevo estatuto también establece un proceso de selección y vinculación por méritos, en el que se incluye un periodo de prueba que, junto con otros criterios introducidos, permite la remoción del cargo de aquellos docentes que no tengan un buen desempeño. Así mismo, modificó el sistema de remuneración y ascenso para que este no sólo dependa del nivel de formación y tiempo de experiencia del docente, sino también de su desempeño en el ejercicio docente y en una evaluación por competencias (Figueroa *et al.*, 2003).

En el caso en que las personas que resultan *elegibles* en el concurso docente no cubran la totalidad de las vacantes disponibles, se hacen nombramientos *provisionales* con personas cuyo único requisito es el de contar con el título profesional habilitante para el ejercicio de la docencia. Así mismo, en los casos en que el servicio educativo no puede ser prestado directamente por el estado, las Secretarías de Educación de las Entidades Territoriales Certificadas pueden contratar o financiar a un proveedor privado, quien a su vez puede emplear los docentes asignados por la Secretaría de Educación o en ausencia de ellos, vincular docentes como proveedores particulares. En este último caso, los profesionales pueden o no cumplir los requisitos exigidos a los docentes vinculados al Magisterio, en lo referente a cualificación y experiencia (OCDE, 2018). La coexistencia de estos dos regímenes en el ejercicio de la profesión docente permite gran variedad de perfiles profesionales en los establecimientos educativos oficiales.

Mediante el Decreto 1278 de 2002 se establecen los tipos de evaluación vigentes para los docentes del sector oficial. La primera corresponde a la *evaluación del periodo de prueba*, la cual es diseñada por el MEN y aprobada por la Comisión Nacional del Servicio Civil (CNSC), es aplicada por el rector de la institución tras cuatro meses del encargo del docente. En segundo lugar, se encuentra la *evaluación ordinaria periódica de desempeño anual* también a cargo del Rector bajo los lineamientos establecidos por el MNE. Por último, se encuentra la *evaluación por competencias*, requisito para el ascenso en el escalafón docente y presentada únicamente por aquellos que buscan ser reubicados en el escalafón (Figueroa *et al.*, 2003). Esta última evaluación está a cargo del ICFES con el fin

de que se lleve a cabo con la rigurosidad metodológica y la confiabilidad necesaria para lograr una valoración objetiva.

A lo largo del tiempo se han implementado diversos programas para facilitar el acceso de los docentes a niveles de formación posgradual, así como a la adquisición de competencias pertinentes para su desempeño a través de cursos y los denominados *cursos de formación situada* (Figueroa *et al.*, 2003). Entre ellos se destacan programas de alcance local como *Posgrado de excelencia para la investigación y la innovación* implementado en 2013 para docentes del Distrito Capital, y programas de alcance nacional como *Becas para la excelencia docente* del MEN y la Escuela de Liderazgo ara Directivos Docentes, entre otras.

Dentro de las iniciativas de formación situada se destaca el programa *Todos a Aprender*. Aunque el objetivo principal de esta iniciativa es promover el aprendizaje de los estudiantes matriculados en instituciones educativas oficiales de básica primaria, especialmente en lenguaje y matemáticas, en últimas el programa capacita a los docentes en el desarrollo e implementación de estrategias pedagógicas para tal fin. Esta estrategia se desarrolla bajo un modelo de aprendizaje en cascada en el que un grupo de expertos se encarga de la formación de una selección de docentes en herramientas aplicables a las prácticas en el aula, y estos a su vez realizan acompañamiento en aula a los demás docentes de la institución. El programa además aporta el material educativo para el desarrollo del programa y realiza un seguimiento al aprendizaje de los estudiantes, que se basa principalmente en los resultados de las pruebas saber aplicadas en los grado tercero y quinto de básica primaria.

Se resalta que los Directivos de establecimientos educativos no tienen injerencia en la selección de su personal y en especial de su planta docente, y que tienen un manejo restringido de la gestión de su recurso humano. Esto exige el desarrollo de estrategias creativas por parte del cuerpo directivo de los colegios para potenciar los recursos que les son asignados y orientarlos al logro de los objetivos misionales de la institución.

1.3.3 Evaluación del sistema educativo

El sistema educativo nacional ha desarrollado sistemas de evaluación aplicable a todos sus docentes y estudiantes en los niveles de preescolar, básica y media. En cuanto a la evaluación de docentes y directivos docentes, el Decreto 1278 de 2002 estableció la *evaluación de ingreso* dentro del concurso de méritos para ingresar a la carrera docente; En ella se evalúan las aptitudes, experiencias, competencias básicas, relaciones interpersonales y condiciones de personalidad de los aspirantes. Una vez ha sido elegido y nombrado el docente, este entra a un periodo de prueba de cuatro meses; al finalizar cada año, los docentes y directivos docentes que hayan ingresado durante ese año y hayan completado al menos cuatro meses de ejercicio, completarán la *evaluación del periodo de prueba*. Esta evaluación es aplicada por los Rectores o Directores y recoge información del desempeño del docente durante todo su periodo de prueba en una escala de 0 a 100. Aquellos docentes que aprueben la evaluación del periodo de prueba son nombrados en propiedad y serán objeto de la *evaluación anual de desempeño* cuando hayan completado al menos tres meses de ejercicio en el establecimiento educativo. En ella se evalúan las competencias funcionales y comportamentales de los docentes y directivos docentes; estas pruebas son aplicadas por los superiores jerárquicos en la estructura de la Secretaría de Educación correspondiente. Por último, se encuentran la evaluación de competencias exigida, junto con la acreditación de otros requisitos, para el ascenso o reubicación dentro del escalafón docente. Esta evaluación es de carácter voluntario para los docentes y directivos docentes que aspiren a la reubicación, pero sólo aquellos que obtengan una calificación mayor o igual al 80% serán candidatos para una reubicación salarial.²

Por su parte, los establecimientos educativos tienen autonomía para definir un *Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes – SIEE* acorde a su PEI. Este sistema establece los lineamientos para la valoración de los procesos de aprendizaje mediante la definición de criterios de aprobación de asignaturas y promoción de grado; así, el SIEE define qué y cómo se evalúa. Tanto la construcción como la modificación del SIEE de un establecimiento, debe contar con la participación de toda la comunidad educativa, esto es:

² Información disponible en el sitio web oficial del MEN. Disponible en: <https://www.mineducacion.gov.co/portal/Preescolar-basica-y-media/Evaluacion/>. Consultado el 07 de agosto de 2020.

directivos docentes, docentes, estudiantes, padres de familia, egresados y administradores escolares. La escala de valoración del aprendizaje de los estudiantes puede ser codificada de forma discrecional siempre y cuando conserve relación con la escala establecida a nivel nacional conformada por cuatro tipos de desempeño, a saber: bajo (reprobación), básico, alto y superior. El desempeño de un estudiante puede ser registrado en una *constancia de desempeño* emitida por el establecimiento educativo a solicitud del acudiente; la validez de este documento es de orden nacional, razón por la que otro establecimiento no puede ubicar al estudiante en un grado superior o inferior al que ha certificado la institución que emite la constancia. En lugar de ello, el SIEE debe contemplar las herramientas bajo las que se hará la nivelación de los estudiantes que así lo requieran y la institución podrá hacer uso de la *promoción anticipada* bajo los lineamientos del MEN al respecto.

Otro instrumento de medición de la calidad del sistema educativo para los niveles de básica y media corresponde las Pruebas Saber 3°, 5°, 9° y 11° aplicadas por el ICFES a nivel nacional. Estas pruebas estandarizadas evalúan el desempeño individual de los estudiantes en una serie de competencias básicas que ha definido el MEN. En las pruebas Saber 3° se evalúan competencias del área de lenguaje y matemáticas, en las Saber 5° y 9° se evalúa lenguaje, matemáticas, ciencias naturales y competencias ciudadanas, y en Saber 11° que evalúa lectura crítica, matemáticas, sociales y ciudadanía, ciencias naturales e inglés. En la aplicación de estas pruebas, además se formulan algunos cuestionarios adicionales que buscan recolectar información y percepción de los estudiantes sobre aspectos socioeconómicos. Los resultados de estas evaluaciones brindan información empleada en el diseño de políticas educativas que permitan disminuirlas brechas existentes en el sistema educativo (ICFES, 2016a).

Desde el año 2006 Colombia ha participado en la aplicación de la prueba PISA, lo que ha dado un insumo adicional para la formulación e implementación de políticas educativas, especialmente porque entrega información que recoge características socio económicas de la población evaluada. En estas pruebas participan estudiantes de 15 años tanto de instituciones del sector oficial como de instituciones privadas. La muestra básica de estudiantes a quienes se aplica la prueba se encuentra financiada por el MEN, sin embargo, los ETC tienen la potestad de aportar una sobre muestra de estudiantes a la prueba, la cual será financiada por la ETC correspondiente. En la última aplicación de esta prueba en 2018, el desempeño de los estudiantes colombianos estuvo por debajo del promedio de los países de la OCDE en las tres áreas evaluadas, esto es, lenguaje, ciencias

y matemáticas. Una proporción minúscula de los estudiantes evaluados se ubicaron en los niveles superiores de las pruebas en cada área; sólo el 1% en lenguaje y matemáticas, y menos del 1% en ciencias. Además, se encontró que la condición socioeconómica de los estudiantes explicó el 14% de variación de los resultados en lectura, cifra por encima del promedio de la OCDE (OCDE, 2019). En vista de la reducción en los resultados con respecto a la prueba de 2015 y en comparación los resultados de los países miembros de la OCDE, los resultados de las pruebas PISA sugieren amplias oportunidades de mejora para el sistema educativo nacional.

Por último, el *Índice Sintético de la Calidad Educativa* es un indicador de desempeño que se calcula para cada nivel educativo en cada uno de los Establecimientos Educativos. Este índice es entregado por el ICFES desde el año 2015 y se basa en los resultados de las pruebas SABER. Se obtiene de cuatro componentes con ponderaciones específicas, a saber: Desempeño escolar (40%), Progreso (40%), eficiencia (10%) y ambiente escolar (10%). El *Desempeño escolar* hace referencia al desempeño de los estudiantes en las áreas de lenguaje y matemáticas en la última aplicación de las pruebas SABER. El *progreso* cuantifica el mejoramiento en el desempeño de los estudiantes en lenguaje y matemáticas en las dos últimas aplicaciones de las pruebas SABER. La *eficiencia* se mide a través de la tasa de aprobación de la última cohorte y el *ambiente escolar* recoge la percepción de los estudiantes consignada en la *Prueba de Competencias Ciudadanas* aplicada a los estudiantes de tercero, quinto y noveno en la prueba SABER (ICFES, 2016b). Este índice viene acompañado de una *Meta de mejoramiento mínimo anual – MMA* fijado a partir de los resultados de cada sede en 2015 y proyectado anualmente hasta 2025.

1.3.4 Uso de las TIC en los colegios públicos

El artículo 6 de la Ley 1341 de 2009 define las *Tecnologías de la información y las comunicaciones – TIC* como “el conjunto de recursos, herramientas, equipos, programas informáticos, aplicaciones, redes y medios; que permiten la compilación, procesamiento, almacenamiento y transmisión de información como: voz, datos, texto, video e imágenes”. Cabe aclarar que el término TIC incluye también software, aplicaciones y servicios como mensajería instantánea, videoconferencias y plataformas de aprendizaje virtual.

En Colombia, el Ministerio de las TIC ha impulsado diversas iniciativas dirigidas a democratizar el uso de tecnologías de la información en todo el país, algunas de ellas dirigidas específicamente al sector educativo. En lo que respecta a la dotación de equipos de cómputo, se destaca el programa *Computadores para Educar – CPE* creado en el año 2001 con el objeto de recolectar y reacondicionar equipos de cómputo dados de baja por entidades públicas y empresas privadas para su posterior redistribución en instituciones educativas públicas del país. Actualmente el programa CPE se enfoca en el desarrollo de cuatro componentes estratégicos, a saber: acceso a las TIC, asociado con la dotación de equipos de cómputo y otras tecnologías para los colegios públicos; apropiación, acompañamiento e innovación pedagógica, mediante el cual se realizan procesos de capacitación y formación para docentes, directivos docentes, estudiantes y sus acudientes sobre el uso de las TIC; Aprovechamiento Ambiental mediante la recomposición de computadores obsoletos para uso pedagógico; y el monitoreo y Evaluación de las TIC en la educación (Gobierno de Colombia, 2020).

De acuerdo con las cifras reportadas por el Ministerio de Educación Nacional, la cantidad promedio de estudiantes por computador en los colegios se ha reducido entre 2010 y 2019, pasando de 20 a 8 estudiantes por equipo. Las Secretarías de Educación con los promedios más altos son las de Cartagena, Turbo y Uribia con 25 estudiantes por computador y Quibdó con 20. Secretarías como las de Buenaventura, Girón, Soacha y Tumaco también se encuentran dentro de las que tienen promedios más altos con 19 estudiantes por equipo.³

En lo relativo al acceso a internet en colegios oficiales, en primer lugar, se destaca que la contratación de servicios de conectividad en colegios oficiales se realiza para cada vigencia y está a cargo de las entidades territoriales certificadas o las secretarías de educación, según corresponda. Mediante la Ley 1450 de 2011, el Ministerio de Educación crea el Programa Conexión Total – Red Educativa Nacional, a través del cual se busca garantizar la disponibilidad, sostenibilidad y la calidad del servicio de conectividad de las Sedes Educativas Oficiales. Para participar en este programa, se consideran elegibles las

³ Ministerio de Educación. Información consultada el 14 de enero de 2021. Disponible en: <https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-institucionales/Conexion-Total/Conexion-Total-en-Cifras/354999:Numero-de-estudiantes-promedio-por-Computador>

sedes educativas oficiales que están reportadas con matrícula en el Sistema Integrado de Matrícula – SIMAT y que además cumplen con las siguientes condiciones, entre otras: contar con equipos de cómputo disponibles y funcionales para los estudiantes, contar con un espacio adecuado para el uso de los equipos de cómputo, contar con la infraestructura adecuada para la instalación del servicio de conectividad, contar con servicio de energía eléctrica, contar con rutas de acceso y no estar en zona con alteración de orden público (MINEDUCACIÓN, 2020).

Para 2017, MINTIC identificó brechas importantes en el nivel de penetración de internet fijo entre la población urbana y rural, con niveles del 45.7% en cabeceras municipales y del 6.2% en centros poblados y rurales dispersos. Las tasas de penetración más altas se registran en Bogotá y Antioquia, mientras que las más bajas, del 0.1% y el 0.7% corresponden a Vaupés y Amazonas (MINTIC, 2019). En términos de la cantidad de sedes educativas oficiales con acceso a internet, el Ministerio de Educación reporta un nivel de conectividad máximo para 2017 del 32%, del 36% para 2018 y del 28% para 2019, lo que evidencia que una importante cantidad de sedes no cuentan con conectividad pese a la gran cantidad de programas de fomento que se han desarrollado continuamente al menos durante las dos últimas décadas. Es importante destacar que para el 2020 se registraron 5.892 sedes, la mayoría en las zonas rurales de la Guajira, Chocó y Nariño, que carecen del servicio de energía eléctrica, lo que sin duda impone aún más limitaciones para la adopción de las TIC.

Lo anterior evidencia que, aunque los directivos docentes sean los encargados de gestionar los recursos de los colegios, su provisión no sólo se ve restringida por las asignaciones realizadas por las secretarías de educación, sino por factores estructurales de las regiones que impactan incluso la provisión de servicios básicos como el de energía eléctrica. Este panorama permite suponer que el uso de tecnologías de la información no es intensivo en la práctica docente y que las necesidades de conectividad con fines académicos por parte de los estudiantes, deben ser suplida en sus hogares o comunidades.

2. Marco Teórico

En este capítulo se describen los principales elementos del *Análisis Envolvente de Datos* – DEA, se presentan los modelos seminales de esta metodología y se hace una revisión de literatura de las aplicaciones de DEA con especial énfasis en aquellas orientadas a la evaluación de sistemas educativos y colegios.

2.1 Eficiencia

El concepto de eficiencia permite diversas interpretaciones que se adaptan al contexto específico en el que este se emplea; no obstante, una de las definiciones básicas y más amplias de este concepto corresponde a la producción óptima de salidas a partir de una cantidad de insumos dados (Kaur & Bhalla, 2018). En general, las medidas de eficiencia se basan en estimaciones del nivel en que una unidad productiva asegura un mayor grado de producción para sus niveles de entrada o el grado en el que esta alcanza sus niveles de producción haciendo uso del menor nivel de entrada posible (Thanassolis, 2001). Más que a un estado, este concepto se asocia a un índice o medida que puede tomar varios valores dentro de una escala determinada e interpretada desde a partir de las especificidades de su definición. Tal es el caso de la *eficiencia técnica*, relacionada con la habilidad de transformar múltiples entradas en múltiples salidas (Kaur & Bhalla, 2018), esto es, mide el éxito de una firma produciendo el máximo de salidas de un conjunto dado de entradas (Debnath & Shankar, 2009).

Sobre la eficiencia productiva, la propuesta en (Farrell, 1957), a partir de la que más tarde se desarrollará en Análisis Envolvente de Datos propiamente dicho, aborda la eficiencia desde una perspectiva real en la que cada unidad de producción es evaluada en relación con otras comparables dentro de un conjunto mínimamente homogéneo. Esta homogeneidad se refiere al uso de un mismo tipo de insumos productivos y a una canasta

de productos similares. De este modo, las medidas de eficiencia en este enfoque corresponden a valores relativos y no absolutos, donde el valor de eficiencia obtenido por una unidad es una expresión de la desviación respecto a las más eficientes (Schuschny, 2007).

En Farrell (1957) se desarrollan los conceptos de *eficiencia técnica* (ET), *eficiencia precio* (EP) y *eficiencia global* (EG). Para este autor la ET hace referencia a la capacidad que tiene una unidad de maximizar sus salidas a partir de un conjunto dado de entradas y se obtiene al comparar el valor observado de cada unidad con el valor óptimo definido por la frontera de producción estimada. A partir de ello, establece el intervalo continuo $[0,1]$ como el conjunto de los posibles valores de ET en el que los valores más cercanos a cero corresponden a las unidades técnicamente más ineficientes, mientras que una ET unitaria estaría ubicada sobre la frontera eficiente. Por su parte, la EP, también conocida como eficiencia asignativa, hace referencia al uso óptimo de una canasta de inputs con respecto a sus precios relativos. Esta medida también toma valores entre cero y uno, donde aquellas unidades cuya EP sea inferior a la unidad, se consideran ineficientes. Por último, la EG o eficiencia económica se define como el producto entre la eficiencia técnica y la eficiencia precio (Jaime, 2016).

Medir la eficiencia es una tarea importante en la administración, para entender mejor los logros pasados de una unidad y planear su desarrollo futuro; en este sentido, DEA ha sido reconocido como una técnica efectiva para la medición de la eficiencia relativa de un conjunto de unidades tomadoras de decisiones (Kao, 2014).

2.2 Introducción al Análisis Envolvente de Datos - DEA

El *Análisis Envolvente de Datos* – DEA es una metodología no paramétrica de medición de eficiencia desarrollada por Charnes, Cooper y Rhodes en 1978 a partir de una definición de eficiencia para la evaluación de actividades de entidades sin ánimo de lucro participantes en programas públicos (Charnes *et al.*, 1978). Esta metodología asigna un valor escalar como medida de eficiencia para cada una de las *Unidades tomadoras de decisiones* (DMU – Decision Making Unit) dentro del análisis. Estas DMU actúan como un conjunto de procesos con entradas y salidas similares que caracterizan el programa de referencia. Como su nombre lo sugiere, DEA implica el cálculo de una superficie

envolvente que incluye todas las observaciones eficientes, así como las combinaciones lineales obtenidas de unidades eficientes (Frontera tecnológica eficiente). Aquellas unidades que no se encuentran sobre esta envolvente, se ubicarán bajo ella y serán consideradas como ineficientes; la distancia entre las unidades ineficientes y la frontera proporcionan una medida de ineficiencia (Muñíz, 2002).

En lo que sigue se adoptará el concepto de *eficiencia* e *ineficiencia* introducidos en Cooper *et al.* (2006) en los siguientes términos:

Definición 1 (*Eficiencia Pareto- Koopmans*): El desempeño de una DMU es eficiente si y sólo si no es posible incrementar cualquier entrada o salida sin desmejorar cualquier otra entrada o salida. En consecuencia, el desempeño de una DMU será ineficiente si y sólo si es posible mejorar alguna entrada o salida sin desmejorar alguna otra entrada o salida.

En DEA, la medida de eficiencia extiende el concepto de *eficiencia técnica* introducido en (Farrell, 1957) a través de técnicas de programación matemática. DEA hace uso de pesos variables para sus entradas y salidas, esto significa que los pesos son determinados directamente por los datos mediante la asignación del mejor conjunto de ponderadores para cada una de las DMU de forma tal que la razón entre entradas y salidas es maximizada. Así, DEA identifica un conjunto de mejores desempeños en el que basa la evaluación del desempeño de cada una de las DMU. En estos términos, la aplicación de DEA depende casi exclusivamente de los datos pues no requiere una caracterización de la forma funcional en que se relacionan las entradas y salidas, o cualquier otro tipo de especificación (Cooper *et al.*, 2006).

2.3 Modelos seminales DEA

A continuación se presentan los modelos clásicos del DEA partiendo del propuesto en (Charnes *et al.*, 1978). Como insumos fundamentales para el desarrollo de los modelos se considera un conjunto finito de *DMU* dotado de *m* entradas y generador de *s* salidas, cuya representación para una *DMU_j* está dada por $(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$ y $(y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$ respectivamente. Las matrices de entradas *X* y de salidas *Y* para *n* *DMU* consideradas en

el análisis serán representadas por las matrices $m \times n$ y $s \times n$ respectivamente, como sigue:

:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{s1} & y_{s2} & \dots & y_{sn} \end{pmatrix}$$

La medición de eficiencia mediante DEA puede ser efectuado en alguno de dos enfoques posibles. En el primero, se busca minimizar las entradas mientras se satisface al menos el nivel de salidas dado; este modelo se denomina orientado a las entradas (*input-oriented model*). Por su parte, el modelo orientado a las salidas (*output-oriented model*) busca maximizar las salidas sin requerir más de cualquiera de las entradas observadas. Se define entonces una DMU eficiente para un modelo orientado a las entradas como aquella para la que no es posible reducir el nivel de ninguna de sus entradas sin reducir al menos uno de sus niveles de salidas. Del mismo modo, una DMU será eficiente en un modelo orientado a las salidas, si no es posible incrementar alguna de sus salidas sin reducir al menos una de las demás salidas o sin incrementar al menos una de sus entradas (Thanassolis, 2001).

2.3.1 Modelo CCR – Charnes, Cooper y Rhodes (1978)

El desarrollo de este modelo se basa en los siguientes supuestos: i) Los datos numéricos como entradas y salidas son positivos para todas las DMU. ii) La elección de entradas y salidas deben reflejar el interés del analista por realizar evaluaciones de eficiencia relativa entre DMU, iii) Pequeñas cantidades en las entradas y grandes cantidades en las salidas son preferibles, y que iv) Las unidades de medida de las entradas y salidas no necesitan ser congruentes (Cooper, Seiford, & Tone, 2007). En primer lugar, se presenta el modelo en su versión orientada a las entradas.

Para el cálculo de la eficiencia de una DMU_o para cada $o = 1, 2, 3, \dots, n$ se plantea el siguiente problema de programación fraccional a partir del que se obtendrán los valores de los pesos de las entradas v_i con $v_i = 1, 2, \dots, m$ y de las salidas u_i con $u_i = 1, 2, \dots, s$:

$$\begin{aligned} \max_{v,u} \theta &= \frac{u_1 y_{1o} + u_2 y_{2o} + \dots + u_s y_{so}}{v_1 x_{1o} + v_2 x_{2o} + \dots + v_m x_{mo}} \\ \text{s. a.} \quad \frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots + u_s y_{sj}}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots + v_m x_{mj}} &\leq 1 \quad (j = 1, \dots, n) \\ u_1, u_2, \dots, u_s &\geq 0 \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq 0 \end{aligned}$$

Este problema es equivalente al siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} \max_{\mu,v} \theta &= \mu_1 y_{1o} + \mu_2 y_{2o} + \dots + \mu_s y_{so} \\ \text{s. a.} \quad v_1 x_{1o} + v_2 x_{2o} + \dots + v_m x_{mo} &= 1 \\ \mu_1 y_{1j} + \mu_2 y_{2j} + \dots + \mu_s y_{sj} &\leq v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots + v_m x_{mj} \quad (j = 1, \dots, n) \\ \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_s &\geq 0 \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq 0 \end{aligned}$$

Una demostración de la equivalencia de estos dos problemas puede ser consultada en (Cooper, 2006. p.24) así como el *Teorema de invarianza de las unidades* con el que se garantiza la independencia de los valores óptimos de θ^* de las unidades de medida de las entradas y salidas, siempre y cuando estas sean comunes en todas las DMU consideradas.

Se define entonces una DMU_o como *CCR-eficiente* si $\theta^* = 1$ y existe al menos un óptimo (u^*, v^*) con $u^* > 0$ y $v^* > 0$. En caso contrario, DMU_o es *CCR-ineficiente* (Cooper et al., 2007). Además, sea E'_0 definido como:

$$E'_0 = \left\{ j : \sum_{r=1}^s u_r^* y_{rj} = \sum_{i=1}^m v_i^* y_{ij} \right\} \quad j \in \{1, \dots, n\}$$

el subconjunto E_o de E'_0 se denomina *Conjunto de referencia* de una DMU_o ineficiente y está conformado por las DMU CCR-eficientes que fuerzan a DMU_o a ser ineficientes. El conjunto generado por E_o es llamado *frontera eficiente* de DMU_o (Cooper et al., 2007).

Considerando ahora las entradas y salidas de cada DMU como pares (x_j, y_j) con $j = 1, \dots, n$, v el vector fila de los multiplicadores y u el vector columna de los multiplicadores de las salidas, el modelo CCR puede ser reescrito en su forma multiplicativa (*multiplier form*) como:

$$\begin{aligned}
 & \max_{v,u} \mathbf{u}y_0 \\
 & \text{s. a. } \mathbf{v}x_0 = \mathbf{1}; \\
 & -\mathbf{v}X + \mathbf{u}Y \leq \mathbf{0}; \\
 & \mathbf{v} \geq \mathbf{0}; \mathbf{u} \geq \mathbf{0}
 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que para cada problema lineal (problema primal) existe otro problema de programación lineal denominado problema dual, el cual tiene tantas variables como restricciones y tantas restricciones como variables tiene el problema primal, este problema dual será utilizado para determinar la solución del problema primal (Jaime, 2016). Sea θ la variable asociada a la restricción que normaliza el input y λ las variables duales que se asocian a las restricciones del problema, el *problema dual* puede ser expresado en la denominada forma envolvente (*envelopment form*) como:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\theta, \lambda} \theta \\
 & \text{s. a. } \theta x_0 - X\lambda \geq \mathbf{0}; \\
 & Y\lambda \geq \mathbf{y}_0; \lambda \geq \mathbf{0}
 \end{aligned}$$

donde $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)^T$ es la transpuesta de un vector no negativo de variables. Este problema también debe ser resuelto para cada una de las n unidades, sin embargo, mientras que el problema primal tiene $n + 1$ restricciones, el problema dual tiene $s + m$ razón por la que en el caso común en el que es mayor la cantidad de unidades que la de inputs y outputs, resulta más conveniente resolver el problema dual.

Por último, se definen los *vectores de holgura* como los excesos de las entradas $s^- \geq 0 \in \mathbb{R}^m$ y las deficiencias de las salidas $s^+ \geq 0 \in \mathbb{R}^s$ para cualquier solución (θ, λ) del problema dual en su forma envolvente como sigue:

$$\begin{aligned}
 s^- &= \theta x_0 - X\lambda \\
 s^+ &= Y\lambda - y_0
 \end{aligned}$$

Estas variables de holgura son obtenidas de forma residual tras la resolución del problema para cada una de las salidas y entradas, y pueden ser interpretados como el deber de producir una cantidad superior de la salida correspondiente cuando $s^+ > 0$ o la reducción de la cantidad en una entrada específica cuando $s^- \geq 0$.

Tomando como referencia el desarrollo previo, se plantea el modelo CCR orientado a las salidas (output-oriented) en el que se busca minimizar las salidas sin usar más de las cantidades observadas de cada entrada. Este modelo puede ser formulado en forma análoga al modelo orientado a las entradas en su forma envolvente como sigue:

$$\begin{aligned} & \max_{\eta, \mu} \quad \eta \\ \text{s. a. } & x_0 - X\mu \geq \mathbf{0} \\ & \eta y_0 - Y\mu \leq \mathbf{0} \\ & \mu \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

Una solución óptima a este problema se obtiene a partir de las soluciones del problema orientado a las entradas al definir $\lambda = \mu/\eta$ y $\theta = 1/\eta$, de donde se obtienen las soluciones óptimas $\eta^* = 1/\theta^*$ y $\mu^* = \lambda^*/\theta^*$. Una demostración formal de este resultado puede ser consultada en (Cooper et al., 2007).

El problema dual se plantea usando los vectores p y q como variables, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} & \min_{p, q} \quad px_0 \\ \text{s. a. } & qy_0 = 1 \\ & -pX + qY \leq \mathbf{0}; \\ & p \geq 0; q \geq 0 \end{aligned}$$

2.3.2 Modelo BCC – Banker, Charnes y Cooper (1984)

El modelo BCC (Banker, Charnes y Cooper, 1984) constituye una de las principales variantes al modelo seminal CCR previamente descrito. La principal variación del modelo

BCC con respecto al anterior, es la inclusión de una frontera de producción cóncava correspondiente a una función de rendimientos variables a escala (VRS – variable returns to scale). Esta tecnología de VRS se caracteriza por tener rendimientos crecientes a escala en el primer segmento, seguidos de rendimientos decrecientes a escala en el segundo tramo y rendimientos constantes a escala (CRS – constant returns to scale) entre el primer y segundo segmento.

El modelo BBC orientado a las entradas (*input-oriented*) se plantea en la forma envolvente como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} & \min_{\theta_B, \lambda} \theta_B \\ & \text{s. a. } \theta_B x_0 - X\lambda \geq 0 \\ & Y\lambda \geq y_0; \\ & e\lambda = \mathbf{1}; \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

donde e es un vector fila de unos y θ_B es un escalar. Una solución óptima para este problema tiene la forma $(\theta_B^*, \lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$ donde s^{-*} representa el exceso máximo en las entradas y s^{+*} representa las deficiencias máximas en las salidas. Así, una DMU_0 es llamada *BBC-eficiente* si se satisface que $\theta_B^* = 1$ y no hay holgura, $s^{-*} = 0$, $s^{+*} = 0$; en otro caso, la DMU_0 será *BCC-ineficiente*. Para las DMU *BCC-ineficientes* se define su conjunto de referencia E_0 basado en la solución óptima λ^* como $E_0 = \{j \mid \lambda_j^* > 0\}$ ($j \in \{1, \dots, n\}$) (Cooper et al., 2007).

Por su parte, se define el modelo BBC orientado a las salidas (*output-oriented*) en su forma envolvente como se presenta a continuación:

$$\begin{aligned} & \min_{\eta_B, \lambda} \eta_B \\ & \text{s. a. } X\lambda \leq x_0 \\ & \eta_B y_0 - Y\lambda \leq 0 \\ & e\lambda = \mathbf{1}; \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

Los modelos presentados corresponden a los modelos básicos de DEA y en los que se fundamenta la producción literaria desarrollada entorno a esta metodología. No obstante, una importante serie de variaciones han aparecido en la literatura, tales como los *Modelos*

Aditivos y los *modelos basados en las holguras*. Así mismo, se han desarrollado metodologías que complementan el uso del DEA con estimaciones paramétricas que permiten incluir el efecto de factores externos en la transformación de entradas en salidas; tales modelos se denominan *multi-stage* (de múltiples etapas) y pueden incluir dos o más etapas (Huguenin, 2015).

2.4 Revisión de literatura

La revisión de literatura que se presenta a continuación, se basa en los resultados obtenidos de las búsquedas adelantadas en las bases de datos EBSCO host, Web of Science y Scopus mediante el sistema SINAB de la Universidad Nacional de Colombia. El proceso de búsqueda de las fuentes bibliográficas para esta investigación inició con la obtención de resultados en de la base EBSCO host y específicamente para las bases de datos: Academic Search Complete, Business Source Complete, eBook Academic Collection (EBSCOhost), eBook Collection (EBSCOhost), EconLit with Full Text, Library, Information Science & Technology Abstracts with Full Text, MathSciNet via EBSCOhost, OmniFile Full Text Mega (H.W. Wilson) y OpenDissertations, Regional Business News. La ecuación de búsqueda utilizada fue: *AB (DEA OR "Data Envelopment Analysis" OR "Análisis Envolverte") AND AB(School OR Bachiller OR colegio OR escuela OR "Institución Educativa" OR education OR educación)*. Se aplicó un filtro de idioma para obtener resultados únicamente en español e inglés, y uno en el tipo de publicación para obtener únicamente los clasificados como publicaciones, publicaciones académicas y publicaciones profesionales. Para esta búsqueda se obtuvieron 574 resultados, de los cuales 295 resultaron relacionados con el objeto de esta investigación.

Posteriormente se efectuó una búsqueda con los mismos parámetros través de la base de datos Web of Science en la que se obtuvieron 188 resultados con acceso abierto a los documentos. Entre estos, se identificaron 43 resultados relacionados con la investigación y diferentes a los identificados en la búsqueda anterior. Una búsqueda complementaria se realizó mediante la base SCOPUS para la que se obtuvieron 261 resultados con una bajo los mismos parámetros de la búsqueda inicial. En esta se identificaron 16 resultados relacionados con la investigación y diferentes a los obtenidos en las búsquedas previas.

Los resultados obtenidos en las búsquedas descritas previamente fueron clasificados en cuatro categorías. La primera, denominada *Reviews*, incluye 13 referencias en las que se adelantan revisiones de literatura de la producción bibliográfica en torno a DEA y que incluyen al sector educativo; también se agregaron en esta categoría referencias que incluyen consideraciones metodológicas sobre DEA. La segunda, denominada *Economies* contiene 26 referencias en las que se efectúan aplicaciones de DEA en la medición de la eficiencia del sistema educativo en países o regiones, o de otras características de las economías que incluyen al sector educativo dentro de sus consideraciones. En tercer lugar, la categoría *High Education* cuenta con 191 referencias relativas a la aplicación de DEA específicamente en educación terciaria o educación superior tanto a nivel institucional como a nivel nacional o regional. La cuarta categoría denominada *Schools* contiene 129 publicaciones que incluyen desarrollos de DEA en entornos escolares, especialmente aquellas relativas a la medición de la eficiencia entre colegios o sus equivalentes en cada sistema.

En cada una de las categorías previamente descritas se identificaron las publicaciones referidas específicamente a Colombia, las cuales fueron identificadas en el curso de las búsquedas desarrolladas en cada base de datos. Se encontró un total de 12 publicaciones alusivas a Colombia, dos de ellas incluidas en la categoría *Economies*, 8 en la categoría *High Education* y 2 en la categoría *Schools*.

A lo largo de las tres subsecciones siguientes, se presentan los resultados de esta revisión de literatura: la primera subsección recoge las consideraciones relativas a la producción académica de DEA y sus aplicaciones en diferentes disciplinas a lo largo de las últimas décadas; en la segunda se hará referencia a las aplicaciones de DEA en el sector educativo con especial énfasis en la educación superior; y en la tercera se analizarán las publicaciones de DEA a nivel escolar, destacando las fuentes encontradas con aplicaciones específicas para Colombia.

2.4.1 Publicaciones académicas sobre DEA

En las últimas décadas ha habido un importante incremento en la producción literaria relacionada con aplicaciones de DEA. Algunas de las razones de este rápido crecimiento están relacionadas con la disponibilidad de software libre para la estimación de modelos con esta metodología, la publicación de manuales sobre su aplicación y la enseñanza de

DEA en programas de pregrado y posgrado (Huguenin, 2015). Actualmente hay una vasta bibliografía que incluye variaciones metodológicas de la propuesta de Charnes, Cooper & Rhodes (1978), así como aplicaciones en diversas áreas del conocimiento, tanto para datos controlados como para datos empíricos. En virtud de la amplia explotación que ha tenido la metodología DEA la literatura posee algunos análisis bibliométricos que recopilan una porción importante de las producciones publicadas en revistas indexadas.

Liu *et al.* (2013) presenta la que sería la primera revisión de literatura en torno a las aplicaciones de DEA en publicaciones indexadas por la base de datos Web of Science para el periodo comprendido entre 1978 y 2010. La información analizada en esta publicación corresponde a un total de 4.936 artículos clasificados en dos grandes grupos: las publicaciones de carácter netamente metodológico y los trabajos empíricos en torno a DEA. Los autores encuentran que para los primeros años predominan las publicaciones de tipo metodológico, mientras que en años recientes la literatura se ha dedicado a aplicaciones de DEA en una gran variedad de áreas del conocimiento; el volumen de estas aplicaciones constituye el 63.6% del total de la literatura revisada. El rápido crecimiento de las publicaciones con aplicaciones de DEA con respecto a las publicaciones puramente metodológicas se debería en parte a la disponibilidad cada vez mayor de software especializado en esta metodología (Liu, Lu, Lu, & Lin, 2013). Se identifica además una evolución del uso de DEA, pues mientras que en un primer momento los autores aplicaban cautelosamente los modelos clásicos identificando su utilidad en diversas áreas, una vez aceptada la metodología, los investigadores adoptaron nuevos enfoques y modelos.

Una dinámica similar en la producción académica de DEA es identificada por Emrouznejad & Yang (2017) en donde se presenta una revisión de la literatura para el periodo comprendido entre 1978 y 2016. En este se revisa un total de 10.300 artículos relacionados con DEA obtenidos de una búsqueda hecha en SCOPUS y tras excluir alrededor de 2.200 *working paper*, capítulos de libros y memorias de conferencias. En este estudio se identifica un lento crecimiento en la producción literaria en torno a DEA durante el periodo 1978 - 1994; entre 1995 y 2003 se incrementa el número anual de publicaciones manteniendo una tasa de crecimiento estable durante todo el periodo de 134 publicaciones anuales en promedio. Ya para el periodo 2004 – 2016 la cantidad de artículos publicados registra un crecimiento exponencial con un promedio de 600 publicaciones por año para los primeros años y 1000 publicaciones anuales para los años más recientes (Emrouznejad & Yang,

2017). Del mismo modo, Lampe & Hilgers (2015) encuentran un notable crecimiento en la cantidad de publicaciones referentes a DEA durante la primera década del siglo XXI, pasando de alrededor de 160 publicaciones en el año 2000 a unas 600 publicaciones para el año 2010 (Lampe & Hilgers, 2015).

Recientemente, el trabajo de Rostamzadeh *et al.*(2021) ha aportado una revisión de literatura enfocada en la aplicación de DEA en ejercicios de benchmarking. Esta revisión de literatura se fundamenta en la importancia del benchmarking como un instrumento capaz de estimular el desempeño superior de una unidad productiva a través de la búsqueda de las mejores prácticas de otros y la adopción de las mismas adaptarlas a las condiciones propias de una organización. En este sentido, considera aplicaciones de DEA publicadas a partir del año 2003 y hasta abril del año 2020, e indexadas en las bases de datos Web of Science y Scopus. De una búsqueda para la que se encontraron en principio 1377 resultados, se eligieron 51 publicaciones estrechamente relacionadas con aplicaciones de DEA en el desarrollo de ejercicios de benchmarking (Rostamzadeh, Akbarian, Banaitis, & Soltani, 2021).

Aunque a la fecha DEA ha sido aplicado en gran cantidad de áreas de estudio, las revisiones de literatura concuerdan en que ciertas disciplinas han hecho un mayor uso de ella. Los sectores con una mayor cantidad de publicaciones de aplicación de DEA son el sistema bancario, el cuidado de la salud, el sector agropecuario, el sector transporte, la educación, la manufactura, el sector energético, el medio ambiente, las comunicaciones y las finanzas (Liu *et al.*, 2013). Emrouznejad & Yang (2017) encuentra que los campos de aplicación más comunes en las publicaciones hechas entre 2015 y 2016 son agricultura, banca, cadenas de suministro, transporte y políticas públicas. En Aldamak & Zolfaghari (2017) se identifican uno o más trabajos clave de aplicaciones que cubren áreas como Banca, problemas de redes, selección de proveedores, servicios de TV por cable, agricultura, recursos humanos, academia, manufactura, fondos de pensiones, educación, industria y deportes. Por su parte Rostamzadeh *et al.*(2021) encuentran en su segmentación artículos una mayor participación del sector transporte con un 31% de las publicaciones analizadas y sólo un 9% de aplicaciones de benchmarking en la educación.

En lo que respecta a los modelos desarrollados a partir de DEA, Huguenin (2015) identifica cuatro tipos de aplicaciones de DEA mediante modelos de una, dos, tres o cuatro etapas

en los que se combinan la metodología DEA con una o más técnicas complementarias en el análisis. Además, destaca la existencia de los modelos de análisis de programas y los modelos no paramétricos condicionales (Huguenin, 2015). Aldamak & Zolfaghari (2017) elaboran también una clasificación de los métodos DEA implementados en la literatura hasta 2016. Se identifican diez categorías, a saber: eficiencia cruzada, súper eficiencia, benchmarking, estadísticas y pesos comunes, DMU ineficientes, MCDM (Multiple-criteria decision-making), frontera ineficiente, DMU virtual, DM interferencia y concepto difuso (Aldamak & Zolfaghari, 2017). Los autores se aproximan a cada una de estas categorías en términos de las necesidades de recursos que incluyen el tipo y tamaño de los datos, recursos computacionales, técnicas requeridas, situaciones especiales y preferencias del tomador de decisiones. Este trabajo constituye una herramienta para orientar la selección del modelo que mejor se ajusta al análisis en un campo determinado, a partir de la definición de un conjunto de ventajas y desventajas en términos de la facilidad de sus requerimientos y de los resultados que cada uno arroja. De otra parte, en (Labijak-kowalska, 2021) se presentan 15 modelos de DEA aplicados a un mismo problema, estos son: eficiencia cruzada, super eficiencia, métodos basados en estadísticas (CCA, LDA, DR-DEA), métodos basados en benchmarking (clasificación de eficiencia ajustada por holgura – BSA, clasificación basada en el cambio de conjuntos de referencia – BCRS, modelo de benchmarking interactivo - BI), proceso de jerarquía analítica, DEA basado en red – NDEA, métodos basados en análisis de robustez y método DMU virtual – VDMU. Aunque el objetivo de este trabajo es destacar la falta de uniformidad de los resultados arrojados por cada uno de los modelos considerados, aporta una sólida revisión de los mismos y permite identificar la coherencia entre los resultados obtenidos por cada uno de ellos.

A pesar de gran acogida de la metodología DEA y de su prolífica producción bibliográfica, Huguenin (2015) asegura que la democratización del uso de DEA ha permitido que incluso personas con poco conocimiento en investigación de operaciones realicen su propio análisis de eficiencia haciendo uso del portafolio de modelos existentes. Así mismo la literatura ofrece algunas críticas a la metodología como la presentada en (Labijak-kowalska, 2021) donde se destacan las limitaciones que presenta la metodología a la hora de establecer una clasificación ordenada o ranking entre las unidades que resultan ser eficientes, en gran medida porque se considera que los modelos tradicionales son optimistas y asignan las ponderaciones más favorables a cada una de las unidades. Este

trabajo concluye que DEA puede generar rankings diferentes para el mismo conjunto de DMUs haciendo uso tanto de datos simulados como de datos reales.

Lampe & Hilgers (2015) indican que DEA constituye una herramienta estándar en la Investigación de operaciones y que revistas como *European Journal of Operational Research* encabezan la lista de las publicaciones indexadas relacionadas con esta metodología. De acuerdo con Emrouznejad & Yang (2017), el mayor número de publicaciones dentro de su selección es hecho por la revista *European Journal of Operational Research* con una participación del 23%, seguido por el *Journal of Operational Research Society* con el 9,5% del total de las publicaciones analizadas.

2.4.2 Vigencia y selección de los modelos seminales

La literatura sobre DEA ofrece una amplia variedad de publicaciones tanto de carácter metodológico como de aplicaciones (Liu et al., 2013). Esta literatura toma como punto de partida el modelo CCR, el cual fue aplicado en sus inicios en la evaluación de gestión de DMU caracterizadas por ser entidades sin ánimo de lucro tales como escuelas y hospitales (Banker et al, 1984). Posteriormente surge el modelo BCC (Banker et al, 1984) como una extensión del modelo CCR en cuya formulación se incluye la posibilidad de que el tamaño de escala más productivo pueda no ser alcanzado por otros tamaños de escala en los que una DMU específica puede estar operando (Banker et al, 1984).

La vigencia de los modelos DEA clásicos queda en evidencia dada la importante cantidad de publicaciones que adoptan dichos modelos. La elección entre modelos CCR y BCC suele estar justificada desde diferentes perspectivas, algunas relativas al comportamiento del sector o a la elección de las variables involucradas. El análisis tanto de la eficiencia técnica global como de la eficiencia técnica pura a partir de los modelos CCR y BCC respectivamente resulta ser la de un uso más frecuente dentro de la literatura considerada (Hu, Zhang, & Liang, 2009), además de la estimación de la eficiencia de escala como medio para determinar la fuente de ineficiencia de las DMU (Gourishankar & Sai Lokachari, 2012). Algunas de las razones indicadas para la elección de un modelo con VRS es la eliminación de posibles ineficiencias relacionadas con el tamaño de las escuelas y por considerarse como la opción más adecuada en aquellos casos en los que se usan razones en las entradas y las salidas (Cordero, Pedraja, & Santín, 2010). Otros estudios se limitan

en cambio a estimar ambos modelos y presentar las diferencias o coincidencias que se identifican entre sus distribuciones (Ramzi, Afonso, & Ayadi, 2016). Así mismo, se encuentran estudios en los que se elige alguna de estas dos variaciones, usualmente el CCR, sin ahondar en los motivos o efectos de su elección (Sarrico & Rosa, 2009). Otros autores, en cambio, agotan los dos modelos para escoger finalmente uno de mejor ajuste a partir de análisis complementarios. Tal es el caso de (Debnath & Shankar, 2009) en el que se analiza el desempeño de 20 escuelas de negocios a través de un modelo CCR y BCC. Posterior a la estimación de los dos modelos mediante un modelo ANOVA se encuentra que las diferencias encontradas entre las dos analizadas no resultan significativas, sin embargo, se encuentra que el modelo BCC provee una estimación más consistente pues la desviación estándar es menor.

La elección del modelo a estimar depende de las características propias de las DMU y del objetivo de estudio del investigador. Concretamente una elección entre los modelos CCR y BCC establece el tipo de eficiencia que se desea medir. En este sentido, y entendiendo la *Eficiencia Técnica* como una medida del éxito que una DMU puede tener produciendo un nivel máximo de salidas de un conjunto dado de entradas, se tiene que el modelo CCR está planteado para estimar la *Eficiencia Técnica Global* para un conjunto dado de DMU. Por su parte, el modelo BCC estima una eficiencia técnica que tiene en cuenta las variaciones de eficiencia con respecto a la escala de operación razón por la que su estimación se denomina *Eficiencia Técnica Pura*. De esto se deduce que la *Eficiencia Técnica General* estaría determinada por dos factores principales, uno que da cuenta de la eficiencia operativa de la DMU asociada con la *eficiencia técnica pura* y otro determinado por las condiciones desventajosas de la DMU al que conoce como *eficiencia de escala*. Concretamente, la *eficiencia de escala* mide el éxito de una DMU en la elección de un conjunto óptimo de entradas con un conjunto dado de entradas-salidas, precios o costos (Debnath & Shankar, 2009). Así, la eficiencia técnica global de una DMU será el producto de la eficiencia técnica pura y su respectiva eficiencia de escala.

Trabajos como (Sarrico & Rosa, 2009) emplean un modelo CCR orientado a las salidas para la evaluación del desempeño de las escuelas en Portugal, pues a pesar de haber evidencia de la existencia de retornos variables de escala en este contexto, las variables usadas en el modelo corresponden a razones entre diversos datos de las instituciones, es decir, la escala de las escuelas no se tiene en cuenta para la estimación. En contraste, en

(Di Giacomo & Pennisi, 2015) se selecciona el modelo de retornos variables a escala tomando en cuenta la alta variabilidad de las entradas, con lo cual se establece una alta heterogeneidad en el contexto de producción que no permite suponer una única frontera de eficiencia. La elección de retornos variables a escala en este estudio de escuelas de primaria y secundaria en Italia se soporta además en los resultados de la prueba estadística *Bogetoft & Lars* en la que la hipótesis nula de retornos constantes a escala se rechazó a un nivel de significancia del 10% tanto para las escuelas primarias como para las de básica secundaria.

Por su parte, el trabajo de (Azar Dufrechou, 2016) hace uso del modelo con retornos variables para efectuar una comparación entre la eficiencia del gasto público entre países de ingreso medio-alto y países de ingresos altos. En este análisis se indica que el uso de retornos constantes de escala implica que las entradas y las salidas reflejen el tamaño de las DMU y su escala técnica más eficiente, con lo que las DMU podrían escalar sus salidas y sus entradas sin incrementar o reducir la eficiencia. Dado que esta conclusión no hace sentido para la mezcla de entradas y salidas analizada en el estudio referido, se descarta de plano el uso del modelo CCR.

En el sector educativo y especialmente en la estimación de eficiencia relativa con colegios públicos como DMU se encuentran estimaciones de eficiencia a través tanto de modelos CCR como de modelos BCC, sin embargo, en cuanto a la orientación es común encontrar planteamientos de modelos orientados a las salidas debido a que en este contexto resulta de interés lograr los mejores resultados educativos a partir de las dotaciones escolares que suelen estar dadas por agentes gubernamentales. La elección de la orientación del modelo constituye un factor clave en dentro de la correcta especificación del modelo para la estimación de una medida de eficiencia relativa. Nuevamente esta orientación se deriva de las características propias de la operación de las DMU, así como del contexto en el que estas se enmarcan y de la selección e interpretación de las variables a considerar. Resulta pertinente recordar que mientras que un modelo DEA orientado a las entradas (input-oriented) busca minimizar las entradas para producir al menos un nivel dado de salidas, el modelo orientado a las salidas (output-oriented) busca maximizar las salidas usando no más que una cantidad observada de cada entrada. La selección de la orientación suele estar sustentada en la discrecionalidad o no que sobre las variables tienen las DMU analizadas, así, el uso de orientaciones a las salidas es común debido a que los recursos

humanos y financieros para el sector educativo son predominantemente determinados por el gobierno central (Di Giacomo & Pennisi, 2015).

Aunque en la literatura se esgrimen diversos argumentos en la selección de los modelos CCR o BCC, se encuentran aplicaciones de DEA en el sector educativo que integran ambos enfoques. Podinovski *et al.* (2014) evalúa el desempeño de escuelas secundarias en Malasia durante la implementación de la política de enseñanza y aprendizaje de matemáticas y ciencias en idioma inglés haciendo uso de un modelo DEA con retornos híbridos a escala (HRS). En este modelo, se combinan CRS para las entradas y salidas cuantitativas, con VRS para los factores cualitativos. Este modelo busca demostrar que en algunas aplicaciones un modelo mejor informado de la tecnología de la educación puede ser obtenido mediante la combinación de las características VRS y CRS en una sola formulación.

2.4.3 DEA en el sector educativo

El estudio de la eficiencia en el sector educativo ha sido abordado en la literatura a partir de la aplicación de diversas metodologías y mediante el uso de múltiples instrumentos. Liu *et al.* (2013) registran un total de 184 artículos en los que se desarrollan aplicaciones de DEA en el sector Educación, lo que corresponde al 5,9% de los 3.134 artículos considerados sobre aplicaciones de DEA en esta publicación (Liu et al., 2013).

Por su parte, (Sneyers & De Witte, 2017) destaca el uso de metodologías no paramétricas como DEA en la medición de la eficiencia del sistema educativo. Los autores presentan una revisión de literatura que se concentra en el análisis de la producción académica registrada en el periodo comprendido entre 1977 y 2015, dispuesta en las bases de datos ERIC (Educational Resources Information) y WOS (Web of Science). En los 223 artículos seleccionados se encontró una mayor participación de investigaciones dirigidas a la educación universitaria, seguida por la educación escolar y una menor participación de tipo distrital, nacional o regional.

Dado el alto crecimiento de publicaciones de aplicaciones de DEA en aplicaciones sobre educación superior, en (Villano, 2021) se presenta un análisis de meta-regresión a partir de 109 publicaciones de aplicaciones de DEA en educación superior con el fin de aportar una mejor comprensión de la relación entre los resultados de eficiencia obtenidos y los

atributos de los estudios analizados. Las publicaciones analizadas en este estudio abarcan estimaciones en periodos que se extienden desde 1988 y hasta 2017. Del total de artículos considerados, 80 corresponden estudios aplicados entre 2006 y 2017. Este trabajo resalta la importancia de considerar atributos que pueden afectar los niveles estimados de eficiencia de las instituciones tales como el nivel de análisis (individual, departamental o institucional), el tipo de datos (datos panel o de corte transversal), el número de variables, la orientación del modelo, los retornos de escala y el tipo de país (de ingreso bajo, medio o alto).

Sobre las aplicaciones de DEA que miden la eficiencia relativa de las instituciones de educación superior, se destacan (Brzezicki, Pietrzak, & Cieciora, 2020) cuyo objeto es estimar la eficiencia total de la actividad de enseñanza llevada a cabo en las instituciones de educación superior en 2015. Aquí se consideraron 57 de 59 universidades académicas supervisadas por el Ministerio de Ciencias y Educación superior. Se encontró una positiva pero débil correlación entre los resultados de eficiencia y los resultados financieros obtenidos de las actividades docentes. Por su parte, (Andersson & Sund, 2021) investigan la eficiencia técnica y productividad de 68 instituciones Nórdicas de Educación Superior para el periodo comprendido entre 2011 y 2016. Este estudio hace uso de bases de datos de carácter nacional para lograr comparabilidad entre la información empleada para cada una de las instituciones y emplea el método Bootstrapping como complemento de DEA. Se encuentra una eficiencia promedio del 10% y mediante un análisis de correlación se identifica la rotación de personal como un factor positivamente correlacionado con la ineficiencia de las instituciones. Sobre el estudio de programas universitarios específicos, (W. Palocsay & Wood, 2014) usan un modelo DEA para clasificar, a partir de la eficiencia relativa, 124 programas de pregrado de Administración en EEUU; encuentran importantes diferencias con el ranking presentado por la revista Blommborg Businessweek en 2013 para las mismas instituciones. Trabajos más específicos como (Debnath & Shankar, 2009) se enfocan en el análisis de la eficiencia en escuelas de negocios, considerando 20 de ella en India. En (Kaur & Bhalla, 2018) analizan la eficiencia relativa de 15 universidades gubernamentales Punjab (India) a través de un modelo CCR y un modelo BCC. Así mismo (McMillan & Datta, 1998) evalúan la eficiencia relativa de 45 universidad en Canadá a través de un modelo DEA de dos etapas en el que se efectúa un análisis de regresión para identificar los determinantes de eficiencia.

En el caso de las publicaciones con aplicaciones de DEA en el sector educativo colombiano, también predominan las relacionadas con eficiencia de la educación superior. En (Cervera, Oviedo, & Pineda, 2013) se presenta una revisión de literatura de las aplicaciones de DEA en el sector educativo nacional colombiano. En este trabajo se consideran 23 publicaciones hechas en el periodo 2003-2012 encontradas en búsquedas sobre las bases de datos Ebsco, Proquest y Science Direct. Estas publicaciones corresponden a artículos, libros, trabajos de grado de pregrado y trabajos de grado de posgrado en las que se evalúa la eficiencia de instituciones de educación superior, grupos de investigación, profesores, municipios o departamentos. El 57% de las publicaciones revisadas toman como DMU a las instituciones educativas, en su mayoría de carácter público

Para la búsqueda adelantada en esta investigación se identificaron ocho publicaciones con aplicaciones de DEA en el sector educativo, específicamente en educación superior. (Rodríguez, 2014) analiza 281 IES en Colombia entre privadas y públicas en proporciones del 66% y el 34% respectivamente y a partir de los resultados en las pruebas Saber Pro obtenidos por 96.264 estudiante. La medición arroja un mejor promedio de eficiencia para las universidades públicas y en general, mejor puntaje para las universidades sobre otras instituciones que ofrecen educación superior. El cálculo de la eficiencia se complementa con la estimación de un modelo Tobit en el que se regresan los resultados de eficiencia con variables que recogen características de profesores y estudiantes. De esto se obtiene que variables como el tamaño del hogar de los estudiantes, el nivel de matrícula de las instituciones y el nivel educativo de padres y docentes resultan determinantes en los niveles de eficiencia. Un análisis similar es el presentado en (Navas et al., 2020) donde se analiza la eficiencia de 157 instituciones de educación superior, 28% de ellas públicas y 72% privadas. La muestra está conformada por 80 universidades, 77 fundaciones universitarias para las que se estiman cuatro modelos: un modelo general, un modelo de profesores, un modelo de empleabilidad y un modelo de investigación. Se encuentra que mientras que algunas instituciones son eficientes en términos de enseñanza y empleabilidad, otras lo son en términos de investigación. De los resultados se concluye que el Sistema es eficiente en términos de docentes y empleabilidad, pero no en términos de investigación. No se identifican diferencias importantes entre públicas y privadas.

Por su parte, (Visbal-Cadavid, Martínez-Gómez, & Guijarro, 2017), (Visbal-Cadavid, Mendoza, & Hoyos, 2019) y (Yáñez Canal, García Amado, & González Hurtado, 2015) analizan la eficiencia técnica de las universidades públicas colombianas. Yáñez *et al.* (2015) realiza su análisis de eficiencia para el periodo 2003-2012 con 29 universidades clasificadas en seis grupos de acuerdo a su tamaño. En términos generales, encuentran una tendencia positiva en los niveles relativos de eficiencia de las universidades identificando a las más grandes con niveles de eficiencia mucho mayores que las muy pequeña, pequeñas y medianas. Se concluye que el sistema educativo a este nivel cuenta con una buena cantidad de publicaciones y grupos de investigación; sin embargo, debe mejorar especialmente en lo relacionado con cantidad de estudiantes graduados de posgrado y la producción de revistas. Resultados similares son obtenidos en el estudio aplicado a 32 universidades públicas en Visbal *et al.* (2017) y Visbal *et al.* (2019) para el periodo 2011-2013.

Un estudio más específico es el desarrollado por Buitrago *et al.* (2015) en el que se mide la eficiencia técnica de la función docente en los programas presenciales de pregrado de la Universidad Militar Nueva Granada. Para ello se consideran 13 programas de pregrado en seis semestres consecutivos desde 2011-I hasta 2013-II en los que se encuentra que el 30.76% de los programas son eficientes (Buitrago Suescú, Espitia Cubillos, & Molano García, 2017).

Los modelos más usados en estas estimaciones son el CCR (Visbal-Cadavid *et al.*, 2019) y BCC (Visbal-Cadavid *et al.*, 2017) con orientación a las salidas. También se encuentra el uso de análisis de eficiencia cruzada (Navas *et al.*, 2020) e instrumentos complementario como el cálculo del índices de Malmquist (Visbal-Cadavid *et al.*, 2017). Se encuentran además varias coincidencias en las variables de entrada y salida consideradas en estas mediciones. Con respecto a las entradas, es frecuente la inclusión del número de profesores en actividades académicas o según el tipo de vinculación (Yáñez Canal *et al.*, 2015), el valor total del ingreso de los profesores (Cervera *et al.*, 2013), la cantidad de estudiantes, gasto en personal administrativo (Visbal-Cadavid *et al.*, 2019), los recursos financieros, infraestructura y valor promedio de la matrícula (Rodríguez, 2014), entre otros. En cuanto a las salidas, las variables más usadas son la cantidad de revistas indexadas (Visbal-Cadavid *et al.*, 2017), la cantidad de artículos en revistas indexadas (Navas *et al.*, 2020), los puntajes obtenidos en pruebas académicas, el número de grados doctorales

entregados y el número de certificados de posgrado emitidos (Brzezicki et al., 2020) y tasas de deserción (Buitrago Suescú et al., 2017), entre otras.

2.4.4 Eficiencia relativa a nivel escolar con DEA

El trabajo de Charnes, Cooper y Rhodes (1981) presenta una aplicación de DEA en el sector educativo utilizando los datos del *Program Follow Through – PFT*, un experimento social de gran escala implementado en los años 70 en escuelas públicas de los Estados Unidos. En este se sugiere que el enfoque DEA sea considerado como una guía y complementado con un estudio adicional para confirmar las oportunidades allí identificadas (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1981). En este sentido, en Bessent *et al.* (1982) se calcula la tasa de ineficiencia de 167 escuelas elementales públicas en Huston (EEUU). Se encontró que la clasificación obtenida a través de DEA para estas escuelas se ajustaba perfectamente a las evaluaciones administrativas, esto es, que aquellas escuelas consideradas como problemáticas resultaron ineficientes, mientras que las sobresalientes eran eficientes; así mismo, las razones por las que las escuela tenían tales etiquetas coincidieron con los valores de las holguras obtenidas a través de DEA (Bessent, Bessent, Kennington, & Reagan, 1982).

Entre los estudios desarrollados con países como DMU, se destaca el trabajo de Giambona *et al.* (2011) mide la eficiencia del sistema educativo Europeo en 24 países de la Unión Europea la eficiencia del sistema como la capacidad de asegurar altas competencias en estudiantes a pesar de las condiciones adversas de su entorno. La estimación se hace a través de un modelo DEA recursivo en lugar de uno clásico, debió a la alta dependencia de este último a los datos atípicos y extremos. Se encuentran mejores desempeños en los países con sistemas educativos privados, lo que coincide con la existencia de mejores niveles para los dos índices propuestos (Giambona, Vassallo, & Vassiliadis, 2011). Por su parte, Fonchamnyo (2016) en el que se evalúa la eficiencia del gasto público en educación en Camerún, Chad y La República Central de África para el periodo 2000-2012 mediante un modelo un modelo de dos etapas. En la primera se asume una tecnología de VRS y a partir de los resultados obtenidos, se implementan técnicas de regresión Tobit de datos panel y regresión Logit fraccional para identificar los determinantes de la eficiencia (Fonchamnyo & Sama, 2016). De forma similar, Azar (2016) compara la eficiencia relativa

de los sistemas educativos entre 11 países de ingreso medio-alto en América Latina y 24 países de ingresos altos entre 1970 y 2010. Este estudio también desarrolla un modelo de dos etapas, asumiendo VRS en la primera y aplicando en la segunda una regresión truncada recursiva (Azar Dufrechou, 2016).

Por su parte, Gourishankar *et al.* (2012) desarrollan lo que denominan un Modelo de Eficiencia del Desarrollo Educativo para comparar 28 estados y 7 unidades territoriales en India. En este trabajo se evalúa un modelo CCR orientado a las entradas del cual se obtiene la eficiencia técnica global TE; posteriormente se estima un modelo BCC orientado a las entradas (ETP) y se calcula la eficiencia de escala ES. Como complemento a la medición a través de DEA, se hace un análisis de regresión y se emplea un análisis factorial para encontrar las inter relaciones entre las variables. A partir del análisis de regresión se encuentra que la infraestructura es uno de los factores con mayor impacto sobre el desempeño de la unidades (Gourishankar & Sai Lokachari, 2012). En Ramzi *et al.* (2016) se determinan los factores que mejoran la eficiencia de la educación básica secundaria en 24 gobernaciones de Túnez para los años 1999, 2003, 2006 y 2008. Posterior a la estimación del modelo DEA orientado a las salidas, tanto con CRS como con VRS, y con dichas entradas y salidas, se hace un análisis de regresión (Tobit) de los niveles de eficiencia obtenido con variables no discrecionales. Se encuentra que la eficiencia en educación está fuertemente relacionada con la pobreza dentro de las gobernaciones y como principal resultado, se exhibe la ausencia de una relación significativa entre los recursos escolares y el nivel de eficiencia educativa en las gobernaciones. Según este análisis, solo la variable de no repetición en grado noveno (salida) influye en el nivel de eficiencia de las gobernaciones (Ramzi et al., 2016).

Para las mediciones en las que las unidades analizadas son específicamente los colegios, se destaca (Baba, Karim, Majid, & Sulaiman, 2021) donde se identifica el nivel de eficiencia técnica de las escuelas de secundaria y sus determinantes a partir de 626 escuelas secundarias en Malasia durante el periodo 2010-2014. Se hacen dos estimaciones técnicas: en la primera se estima el nivel de eficiencia mediante DEA y en el segundo se examinan los factores que afectan a las escuelas usando análisis de datos panel. Se encuentra que la educación secundaria es ineficiente y que las escuelas podrían incrementar hasta en 33% sus salidas manteniendo el mismo nivel de entradas. Las escuelas ubicadas en zonas rurales y estados menos desarrollados obtuvieron un mayor

nivel de eficiencia que las escuelas ubicadas en áreas urbanas y estados más desarrollados. Dentro de los factores que afectan la eficiencia técnica se encuentran el tamaño de la escuela, el ingreso per cápita y el promedio salarial

El uso de variables exógenas o de entorno también se encuentra en aplicaciones en las que las unidades tomadoras de decisiones son los colegios. Es importante destacar que, a este nivel, tales variables de entorno se convierten en variables no discrecionales en la gestión de las DMU y en la promoción de sus niveles de eficiencia. Muñiz (2002) compara metodológica y empíricamente dos modelos (de una y tres etapas) para resaltar la importancia de tratar de forma correcta con entradas no controlables en la evaluación de eficiencia técnica usando DEA. Se elige el sector educativo para la aplicación empírica bajo el supuesto de que el estatus socioeconómico y familiar de los estudiantes tiene una influencia directa sobre los resultados escolares. Se evalúa la eficiencia relativa de 62 escuelas públicas en España para el año académico 1996-1997. Como variables de entrada no controlables se consideran la proporción de estudiantes con cierta dedicación al estudio autónomo, los que tienen una idea positiva sobre su imagen frente a padres y maestros, la proporción de quienes sus padres tienen un nivel mínimo de ingresos al año, los niveles de permanencia en el centro educativo y el porcentaje de estudiantes que son hijos únicos. Se encuentra que la aproximación de tres etapas es superior a la de una etapa; esta última no se refleja objetivamente la situación enfrentada por las DMU (Muñiz, 2002).

El uso de variables no discrecionales en el análisis de la eficiencia relativa en colegios es frecuente; sin embargo, su inclusión suele darse en etapas posteriores a la estimación de un determinado modelo DEA. Chakraborty *et al.* (2001) incluye en su análisis un análisis de regresión (Tobit) en el que relaciona los resultados de eficiencia obtenidos por 40 distritos escolares en Utha para el año 1992-1993 con variables como el estatus socioeconómico, el nivel de educación promedio de la población local e información financiera promedio del entorno (Chakraborty, Biswas, & Lewis, 2001). Di Giacomo & Pennisi (2015) también desarrolla un modelo de dos etapas que analiza la eficiencia de escuelas de primaria y básica secundaria en Italia desde una perspectiva productiva. En la segunda etapa se estima un modelo Tobit para identificar los determinantes de la eficiencia para educación primaria y básica secundaria; para ello, se incluye una caracterización del área de influencia de las escuelas en términos del estatus

socioeconómico y cultural de los estudiantes (ESCS) tomado del INVALSI (Instituto Nacional Italiano para la evaluación del Sistema Educativo).

Por su parte, Cordero *et al.* (2010) estima un modelo de segunda etapa en el que se regresan los resultados obtenidos a través de un DEA con VRS sobre tres componentes obtenidas previamente de un análisis ACP en las que se recoge información relativa al contexto familiar (ingresos y formación), a las aptitudes de los estudiantes (resultados académicos) y a su actitud en términos de la expectativa de permanencia en el sistema educativo, entre otros. En la tercera etapa se calculan estimadores para predecir la holgura total de las salidas para cada una de ellas y para cada unidad, a partir de las variables externas. A partir de estos valores se corrigen las entradas y salidas para posteriormente calcular un nuevo modelo DEA cuyo resultado mide la eficiencia atribuible a la gestión (Cordero *et al.*, 2010).

Huguenin (2015) advierte sobre la importancia de una definición adecuada de las entradas y salidas en la estimación de un modelo DEA. Para ello presenta cuatro modelos DEA usando datos empíricos de 90 escuelas primarias de Ginebra (Suiza) en el periodo escolar 2010-2011 con el ánimo de contrastar los resultados que puede arrojar cada uno de ellos. Este análisis arroja divergencia entre los resultados obtenidos por estos modelos, lo que desde el punto de vista de política y de gestión, puede redundar en decisiones que no son efectivas. Teniendo en cuenta que no se cuenta con un consenso sobre cuál es el mejor modelo, los tomadores de decisiones podrían elegir modelos que reflejen mejor sus propias preferencias. La comparación efectuada en este estudio incluye dos modelos de una etapa, en los que se agrupan las DMU en categorías homogéneas, es decir, las DMU se comparan sólo con las que están en entornos similares teniendo en cuenta que las variables medioambientales están fuera del control de las DMU. El tercero es un modelo de dos etapas que combina un modelo DEA variables discretas de las DMU y se complementa con un modelo de regresión OLS en el que se usan variables del entorno como regresores de los resultados de eficiencia técnica global obtenidos. Por último, se aplica un modelo que incluye una medida de discapacidad basada en los niveles de las variables no discretas. Para comparar los modelos se estiman coeficientes de correlación como el de Pearson y Spearman, obteniendo correlaciones moderadas y bajas entre pares de modelos (Huguenin, 2015)

Trabajos más recientes como (Shero, Al Otaiba, Schatschneider, & Hart, 2021) intentan llevar la utilidad de DEA hasta los procesos de aprendizaje en las escuelas. Específicamente, se emplea DEA para examinar qué tan eficientes son los estudiantes con el uso de las habilidades de decodificación y comprensión lingüística en la comprensión lectora. Para ello emplea los datos obtenidos en el proyecto KIDS, un proyecto que combina múltiples proyectos de intervención educativa en un conjunto de datos que contienen información longitudinal de los estudiantes relacionada con medidas de logro en lectura, entorno familiar e información demográfica. Los datos corresponden a 1987 niños de diferentes partes del mundo (Asia, España, Islas del pacifico, América y otros) de diferentes edades y características socioculturales. Los resultados obtenidos corresponden al grado de eficiencia promedio con el que los estudiantes utilizan sus habilidades de decodificación, y comprensión lingüística para lograr la comprensión lectora.

Dentro de las aplicaciones de DEA a nivel escolar en Colombia se obtuvieron sólo dos resultados como producto de esta investigación. Se encontró que en (Escorcia Caballero *et al.*, 2015) se determinan los índices de eficiencia relativa (eficiencia técnica, eficiencia técnica pura y eficiencia de escala) de las Instituciones Educativas Distritales (IED) de la ciudad de Santa Marta con datos del año 2009. Para ello se toman 44 IED y se segmentan en dos grupos (IED con más y menos de 2.000 estudiantes); posteriormente, se estiman modelos del tipo CCR y BCC orientados a las salidas para cada segmento. En este estudio de toman como variables de entrada el gasto en salarios para la planta docente y el presupuesto otorgado a través del CONPES 125 y 122 a cada IED. Como variables de salida, se considera la cantidad de estudiantes matriculados y los resultados obtenidos en las pruebas saber de 3°, 5° y 11°. Se encuentra que el 20% de las unidades consideradas son eficientes y que el 80% de las que son ineficientes, presentan problemas con su escala de operación.

Por su parte, Barceló *et al.* (2018) emplea información por alumno para desagregar la eficiencia de los estudiantes pertenecientes a colegios rurales y urbanos en el Departamento de Santander en la prueba saber11 en lo atribuible al estudiante y al colegio. Los estudiantes rurales son 7% más eficientes que los pertenecientes a colegios urbanos. Este trabajo constituiría el primer intento por desagregar la eficiencia académica urbana – rural atribuible a los estudiantes y a las escuelas a partir de datos de los estudiantes. La

información considerada corresponde a los resultados ICFES de 2016 para 25.990 estudiantes de 515 colegios urbanos y 351 colegios rurales ubicados en el departamento de Santander. Como entrada se selecciona un índice sociocultural medido a través de variables como años de educación de madre y padre u el nivel de ingresos de la familia, las cuales fueron seleccionadas mediante un análisis de componentes principales, mientras que las salidas si corresponden a los tradicionales puntajes de las pruebas saber en lectura y matemáticas. Los mejores resultados de eficiencia fueron obtenidos por los colegios privados urbanos, aunque en términos generales, los colegios rurales obtuvieron mejores niveles de eficiencia en promedio.

Selección de entradas en las mediciones de eficiencia del sector educativo

La educación como fuente de formación y acumulación de capital humano genera retornos deseables tanto a nivel individual como a escala social, que se extienden desde el incremento de los ingresos del individuo, hasta el crecimiento económico generado a través de una mayor productividad, e incluso del mejoramiento de la calidad de vida con externalidades asociadas a la reducción de la criminalidad (Lange & Topel, 2006). La literatura identifica además en las características del sector educativo de una sociedad un factor relevante en la materialización de una movilidad social positiva de los individuos (García, Rodríguez, Sánchez, & Bedoya, 2015). Esta movilidad alcanzada mediante la formación de capital humano a través del logro escolar, guarda una fuerte relación con las características de las instituciones educativa tales como el tamaño de la clase, el nivel de formación de los docentes y la infraestructura. (García, Fernández, & Sánchez, 2010)

En las aplicaciones de DEA para el sector educativo en las que las DMU corresponden a colegios, las variables de entrada, usualmente discrecionales para los colegios, pueden tipificarse como medidas de los recursos financieros, físicos y humanos disponibles en estas instituciones Autores como Gourishankar *et al.* (2012) clasifican las entradas en cuatro categorías, a saber: las relacionadas con el acceso, a partir del número de escuelas primarias y de primaria superior; con infraestructura, a partir del porcentaje de escuelas con agua, baños, computadores, tamaño de los cursos, cantidad de profesoras, la razón de estudiantes por docentes y el porcentaje de docentes con grado y calificación superior, y con la administración a partir del porcentaje de profesores con formación profesional, el porcentaje de escuelas con beca de desarrollo escolar y el porcentaje de escuelas que recibieron subvenciones para material didáctico (Gourishankar & Sai Lokachari, 2012).

En lo que respecta a los recursos humanos, se encuentran niveles o razones entre la cantidad de profesores y estudiantes, la cualificación de docentes por grados de formación, la cantidad de docentes con determinado tiempo de servicio (Chakraborty et al., 2001), la experiencia promedio en años de los docentes (Hu et al., 2009), la edad promedio de los profesores (Sarrico & Rosa, 2009) y el número de administrativos y personal técnico (Huguenin, 2015). En lo relativo a los recursos financieros, se encuentran variables como el costo total anual por estudiante excluyendo los costos de personal (Cordero et al., 2010), el ingreso promedio mensual de los profesores y el ingreso promedio mensual de los administrativos (Hu et al., 2009). Con relación a los recursos físicos, se encuentran variables como el número de libros por estudiante en las bibliotecas (Hu et al., 2009) o indicadores contruidos a partir de la disponibilidad de servicios sanitarios y equipos de cómputo (Gourishankar & Sai Lokachari, 2012). Otras variables encontradas como entradas en los estudios de la eficiencia del sector incluyen las horas promedio de los estudiantes en la escuela (Hu et al., 2009), la cantidad de estudiantes matriculados, la cantidad de estudiantes por curso, la razón entre estudiantes hombres y mujeres y el porcentaje de asistencia (Munoz & Queupil, 2016), entre otros.

Sin duda la asignación de recursos financieros para el funcionamiento de los colegios es indispensable en su operación, sin embargo, en cuanto a la incidencia del incremento de transferencias al sistema educativo y el desempeño de las mismas existen diversas posiciones en la literatura. Por un lado están quienes soportan el mejor desempeño de los colegios y del sistema en general en el incremento de la inversión (Glewwe *et al.*, 2011), mientras que otras indican que dicha relación no necesariamente se da, lo que abre la puerta a considerar otra serie de variables como determinantes del desempeño (Hanushek, 2003).

Trabajos como (Rivkin, Hanushek, & Kain, 2005) analizan la incidencia de los colegios y los profesores en el logro educativo, encontrando que más que la reducción del tamaño de los grupos (Sneyers & De Witte, 2017), se obtiene una mejora en el logro académico a través de una mejor cualificación de los maestros a través, por ejemplo, de educación y experiencia. En (Pritchett, 2004) se identifica a los profesores como el núcleo de cualquier sistema educativo en la medida en que el aprendizaje se da a través de la interacción permanente entre estudiantes y docentes; no obstante, Pritchett identifica características necesarias para que tales interacciones efectivamente deriven en un efectivo proceso de aprendizaje, a saber: claridad sobre lo que se quiere lograr, dominio sobre el conocimiento

necesario, ser competentes al menos en una forma de enseñar, estar motivados para desempeñar su rol y contar con las facilidades institucionales y recursos necesarios con que enseñar. En la versión más reciente de las pruebas PISA (2018), se encontró que las escuelas con bajos desempeño tienen una mayor cantidad de profesores vinculados (Ramzi et al., 2016); sin embargo, estos profesores suelen tener menos experiencia y mantener una baja cualificación durante su trayectoria docente (Schleicher, 2019). En el sector educativo oficial colombiano, el personal docente no es elegido por las directivas de las sedes, sino que son asignados a través de las secretarías distritales o departamentales lo cual impide una perfilación acorde a las necesidades de específicas del establecimiento y su población. Además, factores como la inseguridad derivada del conflicto armado hace que las regiones apartadas sean menos atractivas para el personal docente, lo que acentúa las disparidades en la calidad de la planta docente entre unas y otras regiones.

La infraestructura escolar también ha sido considerada en la literatura como uno de los factores determinantes en la calidad de la educación. Se encuentran diversos resultados respecto al efecto y la significatividad de este factor en el desempeño educativo. (Bayona, 2016) presenta un estudio realizado en Colombia sobre el efecto de la infraestructura de los colegios en la tasa de repetición de los estudiantes, lo que de antemano propone como un factor determinante en la calidad de la educación. Dentro de los componentes que se identifican como generadores de un impacto adicional sobre la tasa de repetición se encuentran los laboratorios de tecnología e informática y las emisoras. Uno de los argumentos sobre el que se sustentan los resultados obtenidos es que mejores ambientes escolares mejoran los procesos educativos y por esta vía se reduce la tasa de repetición (Durán-Narucki, 2008).

El efecto de la tecnología sobre los procesos de aprendizaje ha sido de especial análisis en las últimas décadas, especialmente por el importante incremento del uso de aparatos como computadores, tabletas y teléfonos inteligentes en la cotidianidad de los individuos. En este sentido, la dotación de facilidades tecnológicas en las escuelas resulta de interés a la hora de analizar los insumos que hacen eficiente su gestión desde el punto de vista del logro académico. Sin embargo, muestra de que la mera introducción de equipos de cómputo no genera efectos sobre el aprendizaje es el caso del programa *Computadores para la Educación* adelantado en Colombia en 2002 por el MINTIC, en el que el efecto sobre los resultados en pruebas de los estudiantes fue mínimo, al parecer, por las fallas

que tuvo la incorporación de los computadores en el proceso educativo (Barrera & Linden, 2009)

Otros trabajos adoptan variables relativas la comunidad educativa, algunos sobre los cuales un colegio no podría incidir directamente. En (Sneyers & De Witte, 2017) se identifican como variables más utilizadas las relativas a la características de los estudiantes, de los familiares de los estudiantes, de las instituciones y las comunidades. Dentro del primer grupo se destacan entradas de carácter psicológico y comportamental tales como la motivación y las expectativas; para el segundo, variables como la educación parental y la disponibilidad de recursos en el hogar. En lo relativo a las instituciones se encontraron variables como la selectividad, la tasa de asistencia, la permanencia, los recursos académicos como libros, edificios y computadores. Así mismo, en (Giambona et al., 2011) se consideran como entradas dos índices que recogen información relativa al contexto de los estudiantes: el primero, (IAR) mide los recursos disponibles en casa de los estudiantes (mesa de estudio, lugar silencioso para estudiar, computador para los trabajos escolares, conexión a internet, calculadora, libros de apoyo para los trabajos escolares, diccionario); el segundo, (IFB), está relacionado con el contexto de las familias en aspectos como la tenencia de habitación propia, electrodomésticos, celular, televisión, computador, automóvil, posesión de 100 libros o más y la cualificación de los padres.

Selección de salidas en las mediciones de eficiencia del sector educativo

Los resultados en pruebas estandarizadas (Chakraborty et al., 2001), la proporción de estudiantes que alcanzan cierto nivel de formación los años de escolaridad y los niveles de acceso a programas de pregrado y posgrado se encuentran entre las medidas más comunes a la hora de evaluar el sistema educativo de un país. Trabajos como (Lee & Barro, 2017) demuestran la estrecha relación que guardan los recursos (*input*) de las escuelas y sus resultados medidos en términos de resultados obtenidos en pruebas internacionales estandarizadas, tasas de repetición y tasas de deserción, para una amplia muestra de países. (Lee & Barro, 2017) consideran que la calidad de la educación depende en gran medida del logro cognitivo de los estudiantes, el cuál puede ser medido a través de los puntajes obtenidos en pruebas internacionales que permiten identificar variaciones de las habilidades cognitivas de los estudiantes entre países. De otra parte, consideran las variables de repetición y deserción que a pesar de ser reflejo de las políticas del sistema educativo, también reflejan la calidad de los colegios.

En lo que respecta a repetición, se define un *alumno repetidor* como aquel que *no logra ser promovido al próximo grado o no logra finalizar un programa educativo y que debe cursar el mismo grado el siguiente año escolar* (UNESCO, 2012). Los motivos de la repetición son diversos e incluso las medidas de repetición pueden estar viciadas por la forma de medición, la aplicación del concepto de alumno repetidor o por las mismas políticas de un sistema educativo. A pesar de ello, se encuentra que condiciones socioeconómicas desfavorables pueden tener efecto en los patrones de progreso escolar medidos en términos de repetición. Específicamente, con información para el periodo 2005-2010, se encuentra que son los niños provenientes de familias pobres y de zonas rurales quienes tienen una probabilidad más alta de repetición; esta inequidad suele ser mayor para el nivel de primaria y reducirse a medida que los estudiantes inician la educación secundaria. Resulta pertinente analizar la tasa de repetición de un sistema educativo particularmente de un colegio no sólo en términos del sacrificio económico que un repetidor representa, sino también por el impacto que esta situación puede tener en el desarrollo emocional de un estudiante. El efecto potencial de la repetición abarca desde la reducción en el interés por estudiar hasta la deserción (Bayona, 2016).

Los indicadores de deserción escolar son de suma relevancia a la hora de analizar el desempeño de un sistema educativo y en específico de una institución educativa. Se da especial importancia a la deserción escolar en el nivel básico y más aún en la educación primaria debido a que los niños que abandonan la escuela en estos niveles aún no han adquirido las competencias básicas en lectura, escritura y razonamiento matemático, lo que limitará el desarrollo de competencias más complejas y de mejores oportunidades para su futuro (UNESCO, 2012). Por esta vía, la deserción impacta directamente la calidad de la educación al frustrar el logro de uno de sus objetivos principales; la formación de capital humano. García *et al.* (2010) realizan un análisis de las causas de la repetición y deserción escolar en la educación básica primaria para el periodo 2005 – 2008. Se encuentra que las sedes con altos y bajos niveles de deserción difieren en aspectos de contexto escolar tales como el estado de la planta física, el acceso a tecnología y la duración de la jornada; además, programas de apoyo relativos a servicios transporte, alimentación y útiles se asocian con menor deserción en los primeros grados de básica primaria. (García *et al.*, 2010)

Los resultados académicos de los estudiantes o comportamientos relacionados con el comportamiento escolar como es el caso de la selección de cursos académicos en estudiantes de último año, esto es, cursos para ser continuados en la educación superior (Sarrico & Rosa, 2009). El resultado de pruebas estandarizadas internacionales como las pruebas PISA es común en estudios en los que las DMU corresponden a entidades territoriales o a países (Giambona et al., 2011). Para los casos en los que las DMU corresponden a colegios, se hace uso tanto de resultados en pruebas estandarizadas a nivel nacional (Munoz & Queupil, 2016) como resultados particulares de los colegios. Tal es el caso del uso de tasa de excelencia en áreas como matemáticas o lenguas. Otras salidas en las que se involucra la calidad del recurso humano son, por ejemplo, los artículos publicados en revistas formales por profesor o reconocimientos del distrito para profesores e investigaciones por profesor (Hu et al., 2009).

3. Diseño Metodológico

La presente investigación se abordará desde una postura metodológica Pospositivista caracterizada por un abordaje de tipo inductivo a partir de información cuantitativa que usará como estrategia fundamental la investigación documental. Se hará uso de datos de corte transversal y longitudinal para abordar los distintos objetivos planteados.

A continuación, se describen cada uno de los elementos empleados en el desarrollo de la medición de la eficiencia relativa de los colegios públicos de educación básica y media en Colombia. Se determinan los modelos DEA a estimar, se define la población objetivo y la ventana temporal para la medición, así como las fuentes de los datos empleados y el software utilizado para la estimación. Posteriormente se describen las variables empleadas (entradas y salidas) y finalmente se presenta un análisis descriptivo de la muestra seleccionada.

3.1 Especificación del modelo

A partir de las consideraciones consignadas en el numeral 2.4.2 sobre la aplicabilidad de los modelos seminales en el sector educativo se estimará la eficiencia relativa de los colegios públicos de educación básica y media en Colombia a partir de la estimación de un modelo CCR y un modelo BCC. Con esto, se pretende obtener la medida tanto de la eficiencia técnica global como de la eficiencia técnica pura de los colegios. Los modelos a estimar se definen orientados a las salidas en virtud de las restricciones de los colegios públicos en la determinación de las entradas más relevantes para su funcionamiento.

En esta medición se define como población objetivo el conjunto de todos los colegios públicos de educación básica y media en Colombia en la modalidad de *educación*

tradicional. Los colegios efectivamente considerados corresponden a los que ofrecen los grados de media vocacional con el fin de garantizar la existencia de información relativa a los resultados de las pruebas Saber 11.

Para cada año del periodo analizado se consideraron las sedes oficiales (DMU) que ofrecen el servicio educativo en el nivel de media vocacional. En estas se incluyen las sedes que ofrecen únicamente ese servicio o que además ofrecen sus servicios en los niveles de básica primaria y básica secundaria. Sólo se consideró la información de las sedes para el modelo de *educación tradicional* en las jornadas diurna, vespertina, única y completa. Las estimaciones de eficiencia se efectuaron para cada año y en ellas únicamente se consideraron las DMU que registraron información para todas las variables seleccionadas. La ventana temporal de análisis corresponde al periodo 2014 – 2018 para el que se encontró disponible la totalidad de la información requerida.

La principal fuente de datos en este estudio es la base de datos de *EDUC* del Departamento Administrativo Nacional de Estadística – DANE. La información de esta base de datos se obtiene a través de la encuesta que se efectúa anualmente mediante el diligenciamiento del formato C-600 por parte de todas las sedes educativas del país, pública y privadas. En esta encuesta se recoge información de la población escolar, estudiantes, docentes, y demás personal administrativo, además de algunos datos relativos a la infraestructura de las sedes. Incluye información de los niveles educativos de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media, además de la educación para adultos mediante ciclos lectivos especiales integrados y los modelos educativos flexibles (DANE, 2019^a). La segunda fuente de datos empleada es la base PRISMA del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación – ICFES en la que recoge la calificación otorgada a cada sede a partir de los resultados de las pruebas nacionales para grado 11. El reporte que arroja la plataforma no sólo registra la calificación total de los planteles, sino que también el puntaje obtenido en cada una de las áreas evaluadas. La actualización de esta información es semestral y cuenta con información a partir del segundo semestre de 2014. El identificador de cada DMU corresponde al código único DANE de la sede educativa empleado por las dos bases, EDUC y PRISMA, para el registro de la información.

La estimación de los modelos DEA seleccionados se efectuó con la asistencia del paquete *deaR*, el cual está conformado por un conjunto de funciones diseñadas para ejecutar una amplia variedad de modelos basados en análisis envolvente de datos mediante el lenguaje de programación colaborativo R. En este análisis se hizo uso específicamente de la función *model_basic*, el cual permite desarrollar modelos básicos de DEA en la forma envolvente, con orientación a las entradas o a las salidas y bajo rendimientos constantes de escala (CCR), rendimientos variables de escala (BCC), rendimientos no crecientes, no decrecientes y generalizados (Coll-Serrano, Bolos, & Benitez Suarez, 2020). Para la estimación de la eficiencia relativa de los colegios públicos de educación básica y media en Colombia, se corrieron modelos básicos con retornos constantes y variables de escala, ambos orientados a las salidas para cada uno de los años. No se incluyeron especificaciones adicionales sobre los modelos estimados.

3.2 Selección de variables

A partir de la revisión de literatura relativa a la aplicación de DEA en el sector educativo y los comentarios referentes a la selección de variables en estimaciones de eficiencia, a continuación, se describen las variables seleccionadas como entradas y salidas para cada una de las estimaciones hechas. El primer criterio de selección de estas variables es su disponibilidad en las dos bases de datos previamente referidas. En segundo lugar, se trata únicamente de variables de tipo cuantitativo, debido a que el tipo de variables aceptado por los modelos seleccionados. La relevancia identificada para cada una de estas mediante la revisión de literatura, así como sus posibilidades de interpretación fueron tenidas en cuenta en la selección. Por último y no menos importante, la disponibilidad de información completa para la mayor cantidad de DMU posibles por año también fue considerada como un criterio relevante a la hora de enfrentar la disyuntiva entre el tamaño de muestra y una mayor cantidad de variables en consideración.

En concreto, se encontraron inconsistencias en la información registrada por la base de datos EDUC, especialmente para los dos primeros años de los que esta base registra información. Es de aclarar que estas inconsistencias son apenas naturales en la fase inicial del proceso de reporte periódico de información por parte de los colegios y que dichas inconsistencias se presentan con mayor frecuencia en variables cuya definición se presta para múltiples interpretaciones.

Tales inconsistencias en la información implicaron la selección cuidadosa tanto de las variables como de las DMU consideradas en el análisis. En un primer momento se suprimieron del análisis aquellas unidades que presentaban inconsistencias en la información reportada para las variables más relevantes y que potencialmente serían seleccionadas como entradas y salidas, es decir, información como la cantidad de estudiantes o la cantidad de docentes de aula. Posteriormente sólo una de las variables fue eliminada por contar con un importante volumen de datos atípicos que hubieran implicado la eliminación de un importante número de unidades a analizar. Es importante destacar que la presencia de datos atípicos y datos extremos constituye una de las principales restricciones para la aplicación de modelos DEA de una etapa (Grosskopf, *et al*, 2014), razón por la que en este estudio se optó obviar la variable INTH de la estimación.

1. Entradas: Todas las variables a continuación corresponden al modelo educativo *educación tradicional* en los niveles de básica primaria, básica secundaria y media; para las jornadas diurna, vespertina, completa y única.
 - a. Matrícula (MATR): Corresponde a la cantidad de estudiantes matriculados en cada colegio al inicio del año lectivo para los niveles de básica primaria, básica secundaria y media. Esta variable aporta información sobre el tamaño de la institución en términos de la población atendida, así como una aproximación a los recursos financieros recibidos por la institución
 - b. Docentes con posgrado (DPOS): Corresponde a la cantidad de docentes del colegio cuyo máximo grado educativo corresponde al nivel de posgrado, tanto en programas pedagógicos como en programas no pedagógicos. Esta variable incluye todos los grados posgraduales que pueda tener un docente, esto es, desde una especialización, hasta un PhD. Se considera bajo el supuesto de que un mayor nivel de formación puede redundar en una mejor práctica docente.
 - c. Docentes Aula (DAUL): Esta variable corresponde a la cantidad de docentes vinculados al colegio cuyo rol sea exclusivamente de docencia. Esta variable tácitamente podría dar información sobre la pertinencia del tamaño de los grupos y de la carga docente. Es de esperar que una mayor cantidad de docentes facilite el ejercicio docente y en consecuencia se tenga un mejor resultado académico.

- d. Docentes Directivos (DDIR): En esta variable se incluye el número de personas ejerciendo cargos directivos dentro de la institución tales como rectores y coordinadores. Esta variable busca capturar información referente a la capacidad de gestión de las instituciones en relación con el tamaño de la comunidad educativa a su cargo, esto es, la cantidad de alumnos, docentes y administrativos en el plantel.
 - e. Administrativos (ADMI): Se refiere al número de funcionarios en actividades administrativas dentro del colegio. Esta variable además de complementar la información sobre el tamaño de la comunicada de cada colegio, puede brindar información sobre la existencia y utilidad de los servicios administrativos dentro del colegio tales como secretaría, pagaduría, bibliotecas, enfermería y consejería, entre otros.
 - f. Equipos (EQUI): Esta variable contabiliza la cantidad de equipos de cómputo en uso con que cuenta el plantel. Su inclusión se orienta a una aproximación de la capacidad de acceso de los estudiantes a tecnologías de la información y la comunicación. En este aspecto, no se consideran sustitutos perfectos los computadores y las tabletas. Dada la mayor funcionalidad de un computador en lo referente al uso de herramientas ofimáticas y software especializado, únicamente se contabilizaron los computadores.
 - g. Intensidad horaria (INTH): Esta variable corresponde al número total de horas semanales empleadas por cada colegio en la totalidad de asignaturas dictadas a los estudiantes en los niveles de interés. Con ella se pretende incluir información relativa al efecto de la duración de las jornadas en las instituciones en el resultado escolar. Se esperaría que una mayor cantidad de horas redundaría en mejores resultados académicos de los estudiantes.
2. Salidas: A continuación, se describen las variables consideradas como salidas de cada una de las DMU consideradas. Nuevamente estas corresponden a niveles de básica primaria, básica secundaria y media, en las jornadas diurna, vespertina, única y completa, dentro del modelo de educación tradicional.
- a. Aprobados (AP): Corresponde a la cantidad de estudiantes que aprobaron el curso para el año correspondiente. Esta variable resulta de gran

relevancia por estar relacionada con el aprendizaje del estudiante y su suficiencia para avanzar dentro del sistema educativo. Es importante destacar que el estándar de aprobación tiene un importante componente de discrecionalidad por parte de los profesores por ser quienes definen los mecanismos de evaluación en cada una de sus asignaturas.

- b. No desertores (NDES): Corresponde a la diferencia entre el total de estudiantes matriculados al inicio del año y los estudiantes reportados como desertores. Esta cifra no incluye estudiantes trasladados ni retirados, por lo que da cuenta de la capacidad del colegio de retener al alumnado, especialmente cuando se enfrenta a condiciones socioeconómicas adversas de difícil intervención para los colegios.
- c. Calificación total de planteles ICFES (ICFT): Corresponde al índice de clasificación otorgado por el ICFES a cada colegio con base en los resultados obtenidos en las pruebas aplicadas al grado 11 durante los últimos tres años. Se toma el *índice global* debido a que este incluye y pondera los resultados obtenidos en cada una de las pruebas (lectura, matemáticas, ciencias naturales, sociales y ciudadanas, e inglés).

En la tabla a continuación se resumen las especificaciones del modelo a estimar:

Gráfica 5: Especificación de la medición.

Modelo	CCR (CRS) y BCC (VRS)
Orientación	Orientado a las salidas
Entradas	Salidas
Número de estudiantes matriculados	Número de estudiantes aprobados Número de estudiantes no desertores Índice de clasificación ICFES
Número de docentes con posgrado	
Número de docentes de aula	
Número de docentes directivos	
Número de administrativos	
Número de equipos de computo	

Fuente: Elaboración propia

Todas las variables descritas previamente son de tipo cuantitativo, sin embargo, en el análisis de los resultados de la medición se incluye además la relación de estos con algunas variables categóricas de contexto, tales como el área en el que se ubica la DMU, conectividad, jornada y población atendida, entre otras.

3.3 Análisis descriptivo de la muestra considerada

A partir de la información disponible en las bases de datos EDUC y PRISMA, se seleccionó para cada año el conjunto de DMU que además de contar con los criterios de interés en términos de nivel de enseñanza y modelo educativo, hubieran reportado para cada año información para todas las variables consideradas. A continuación, se muestran estadísticas descriptivas para las DMU seleccionadas en cada año.

Gráfica 6: Estadísticas descriptivas - Datos 2014

	MATR14	EQUI14	DPOS14	DAUL14	DDIR14	ADMI14	INTH14
nbr.val	2982.00	2982.00	2982.00	2982.00	2982.00	2982.00	2982.00
nbr.null	0.00	125.00	603.00	0.00	0.00	412.00	0.00
nbr.na	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
min	47.00	0.00	0.00	1.00	1.00	0.00	10.00
max	6040.00	1037.00	118.00	231.00	24.00	51.00	4866.00
range	5993.00	1037.00	118.00	230.00	23.00	51.00	4856.00
sum	1821047.00	206958.00	31093.00	76642.00	7038.00	14569.00	621740.00
median	432.00	50.00	7.00	20.00	2.00	4.00	95.50
mean	610.68	69.40	10.43	25.70	2.36	4.89	208.50
SE.mean	9.63	1.34	0.23	0.34	0.03	0.09	4.70
CI.mean.0.95	18.89	2.63	0.45	0.67	0.05	0.18	9.22
var	276708.28	5380.06	153.97	348.65	2.30	25.78	65956.81
std.dev	526.03	73.35	12.41	18.67	1.52	5.08	256.82
coef.var	0.86	1.06	1.19	0.73	0.64	1.04	1.23

Gráfica 7: Estadísticas descriptivas - Datos 2015.

	MATR15	EQUI15	DPOS15	DAUL15	DDIR15	ADMI15	INTH15
nbr.val	4760.00	4760.00	4760.00	4760.00	4760.00	4760.00	4760.00
nbr.null	0.00	9.00	998.00	0.00	0.00	431.00	0.00
nbr.na	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
min	42.00	0.00	0.00	3.00	1.00	0.00	20.00
max	6011.00	1418.00	176.00	270.00	18.00	100.00	232.00
range	5969.00	1418.00	176.00	267.00	17.00	100.00	212.00
sum	3555202.00	627002.00	62037.00	148194.00	12762.00	30847.00	429125.00
median	592.00	82.00	9.00	25.00	2.00	5.00	85.00
mean	746.89	131.72	13.03	31.13	2.68	6.48	90.15
SE.mean	8.58	2.18	0.22	0.32	0.02	0.09	0.45
CI.mean.0.95	16.82	4.27	0.44	0.63	0.04	0.18	0.88
var	350335.37	22579.56	235.06	496.97	2.27	39.61	956.71
std.dev	591.89	150.26	15.33	22.29	1.51	6.29	30.93
coef.var	0.79	1.14	1.18	0.72	0.56	0.97	0.34

Gráfica 8: Estadísticas descriptivas - Datos 2016.

	MATR16	EQUI16	DPOS16	DAUL16	DDIR16	ADMI16	INTH16
nbr.val	4585.00	4585.00	4585.00	4585.00	4585.00	4585.00	4585.00
nbr.null	0.00	8.00	1091.00	0.00	0.00	739.00	0.00
nbr.na	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
min	31.00	0.00	0.00	2.00	1.00	0.00	30.00
max	6020.00	1600.00	176.00	237.00	41.00	100.00	237.00
range	5989.00	1600.00	176.00	235.00	40.00	100.00	207.00
sum	3312333.00	745424.00	58650.00	142550.00	12352.00	26985.00	433577.00
median	565.00	98.00	9.00	25.00	2.00	4.00	85.00
mean	722.43	162.58	12.79	31.09	2.69	5.89	94.56
SE.mean	8.44	2.69	0.22	0.32	0.02	0.10	0.43
CI.mean.0.95	16.55	5.28	0.44	0.64	0.05	0.19	0.84
var	326769.20	33240.96	227.86	483.99	2.82	42.67	832.12
std.dev	571.64	182.32	15.10	22.00	1.68	6.53	28.85
coef.var	0.79	1.12	1.18	0.71	0.62	1.11	0.31

Gráfica 9: Estadísticas descriptivas - Datos 2017.

	MATR17	EQUI17	DPOS17	DAUL17	DDIR17	ADMI17	INTH17
nbr.val	5331.00	5331.00	5331.00	5331.00	5331.00	5331.00	5331.00
nbr.null	0.00	26.00	1440.00	0.00	0.00	1004.00	0.00
nbr.na	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
min	30.00	0.00	0.00	3.00	1.00	0.00	30.00
max	5928.00	1802.00	244.00	252.00	14.00	99.00	240.00
range	5898.00	1802.00	244.00	249.00	13.00	99.00	210.00
sum	3775760.00	907912.00	67204.00	164556.00	14107.00	29805.00	484243.00
median	552.00	103.00	8.00	25.00	2.00	4.00	85.00
mean	708.26	170.31	12.61	30.87	2.65	5.59	90.84
SE.mean	7.72	2.60	0.22	0.30	0.02	0.09	0.43
CI.mean.0.95	15.13	5.09	0.44	0.58	0.04	0.18	0.85
var	317605.28	35996.12	262.59	469.09	2.15	44.15	1001.95
std.dev	563.56	189.73	16.20	21.66	1.47	6.64	31.65
coef.var	0.80	1.11	1.29	0.70	0.55	1.19	0.35

Gráfica 10: Estadísticas descriptivas - Datos 2018.

	MATR18	EQUI18	DPOS18	DAUL18	DDIR18	ADMI18	INTH18
nbr.val	4398.00	4398.00	4398.00	4398.00	4398.00	4398.00	4398.00
nbr.null	0.00	107.00	1132.00	0.00	0.00	0.00	0.00
nbr.na	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
min	49.00	0.00	0.00	3.00	1.00	1.00	30.00
max	5819.00	2584.00	175.00	252.00	14.00	98.00	228.00
range	5770.00	2584.00	175.00	249.00	13.00	97.00	198.00
sum	3370730.00	824672.00	61039.00	146267.00	12373.00	29609.00	410859.00
median	640.50	119.00	10.00	28.00	3.00	5.00	88.00
mean	766.42	187.51	13.88	33.26	2.81	6.73	93.42
SE.mean	8.59	3.10	0.24	0.34	0.02	0.10	0.46
CI.mean.0.95	16.85	6.09	0.47	0.66	0.04	0.19	0.91
var	324863.70	42383.51	257.91	494.49	2.18	41.18	950.93
std.dev	569.97	205.87	16.06	22.24	1.48	6.42	30.84
coef.var	0.74	1.10	1.16	0.67	0.53	0.95	0.33

El promedio anual de observaciones consideradas entre los años 2015 y 2018 es de 4.411 DMU. El año 2014 cuenta con la menor cantidad de registros con información de 2.982 DMU; es importante recordar que este fue el primer año en que se adelantó la encuesta de educación formal y como es natural, se identificaron diversos errores en el registro de

la información, así como datos faltantes. Ejemplo de ello es el amplio rango que se registra para la variable INTH14 correspondiente a la intensidad horaria semanal por asignatura para cada nivel de enseñanza de las DMU y que para 2014 alcanza un valor máximo de 4.866 horas, con un coeficiente de variación que alcanza un 1,23. A pesar de que para el periodo 2016 – 2018 el coeficiente de variación promedio para la variable INTH es de 0.34 y que su nivel de correlación no es superior a 0.36, se decidió excluir esta variable de las estimaciones de eficiencia en la medida en que la eliminación de los registros que presentan datos atípicos para esta variable en el 2014 implicaría la eliminación de más del 20% de las DMU consideradas para este año.

Un análisis gráfico de los datos correspondientes a cada entrada sugiere una distribución no normal de los mismos con presencia de algunos datos atípicos especialmente en variables como MATR. Por lo anterior, se presenta a continuación un análisis de correlación entre la entrada a partir del coeficiente de correlación de Spearman. Además de hacer una primera aproximación al comportamiento de las variables, este análisis pretende evitar la sobre especificación de las medidas de eficiencia relativa a estimar al incluir variables que aporten información ya contenida en otras variables. No obstante, dado que DEA es una metodología no paramétrica, es factible incluir variables que pueden no tener correlaciones estadísticamente significativas, pero que expresen la misión y objetivos de las unidades analizadas (Sarrico & Rosa, 2009).

Los niveles de correlación más altos corresponden a las variables MATR y DAUL, lo que resulta apenas natural en la medida es la interacción entre docentes y alumnos en la que se materializa la prestación del servicio educativo. A pesar de esta alta relación, ambas variables permanecerán en la estimación por ser los elementos clave del lado de la oferta y la demanda del servicio educativo y en la medida en que ambas incluyen información relevante sobre el funcionamiento de las DMU. También se encuentra un nivel de correlación por encima del 0.7 entre las variables DAUL y DDIR, y por consiguiente entre las variables MATR y DAUL; el nivel y signo de esta relación implicaría la necesidad de una mayor cantidad de personal directivo en las DMU para aquellas sedes que poseen una comunidad educativa de mayor volumen. La variable EQUI destaca por ser la que mantiene los niveles de correlación más bajos con las demás variables, lo que podría dar una primera idea de la relevancia que estos pueden tener en el funcionamiento de las DMU. Por su parte, la variable DPOS mantienen niveles de correlación discretos con las demás

variables, lo que podría indicar que la demanda de docentes con mayor formación obedece a factores adicionales a los del tamaño de la comunidad educativa a atender.

Gráfica 11: Matriz de correlación inputs 2014



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 12: Matriz de correlación inputs 2015



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 13: Matriz de correlación inputs 2016



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 14: Matriz correlación inputs 2017.



Fuente: Elaboración propia.

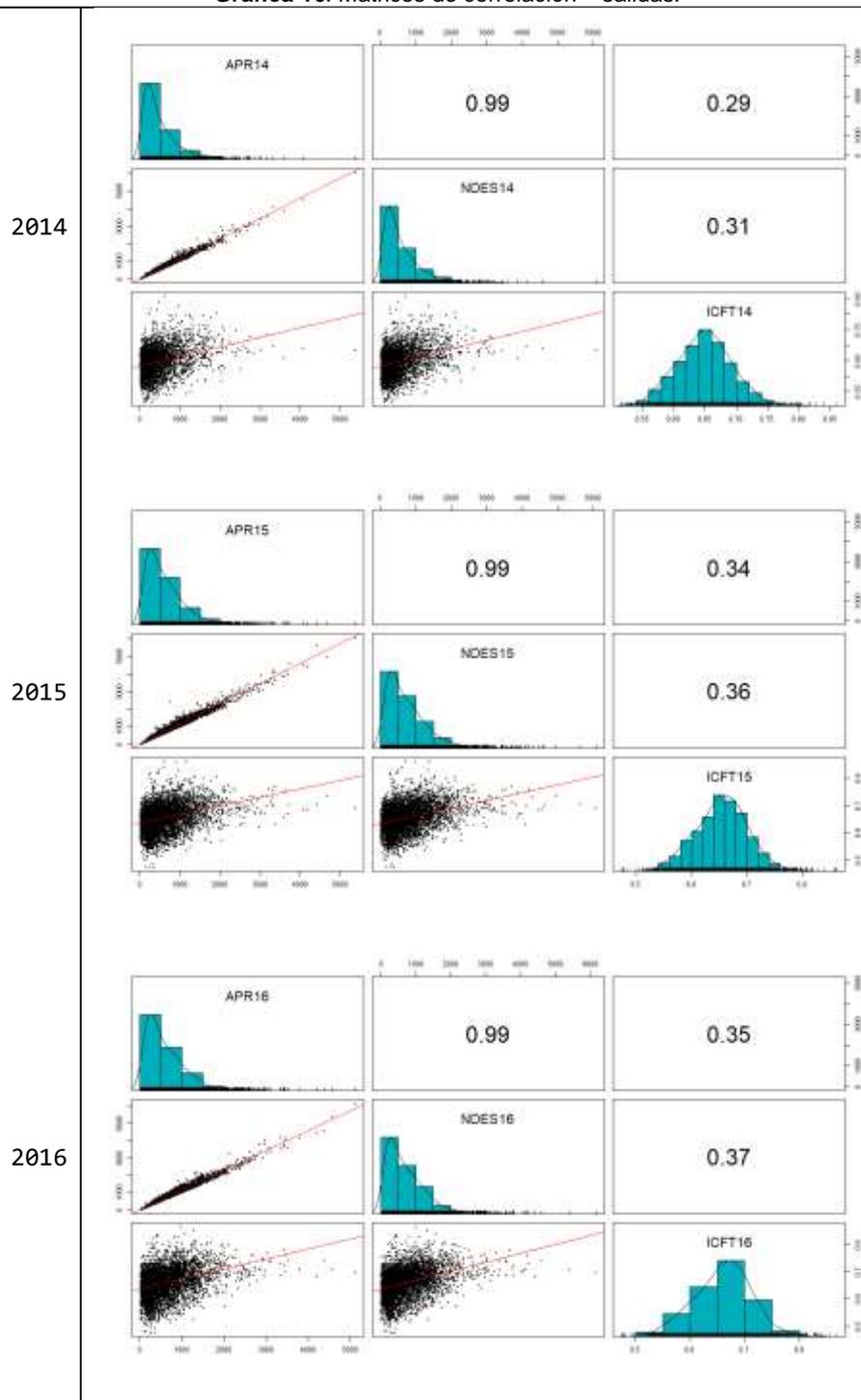
Gráfica 15: Matriz correlación inputs 2018.

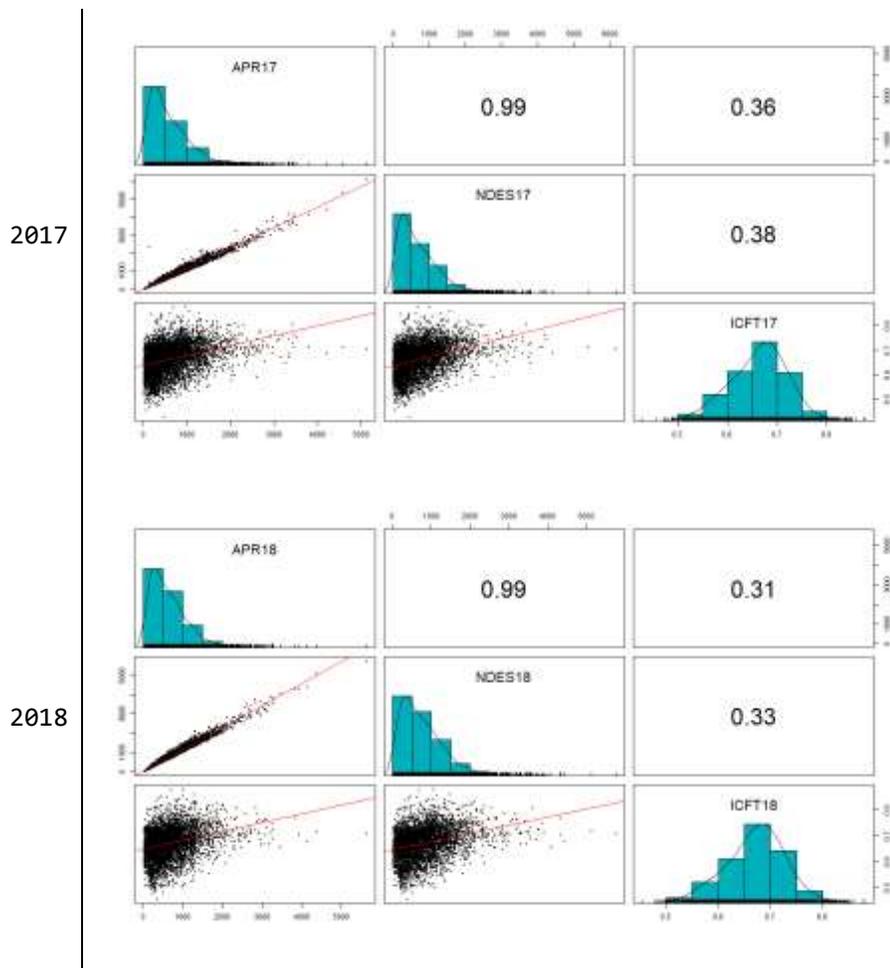


Fuente: Elaboración propia.

Un análisis similar sobre las salidas se presenta a continuación; en este caso también se recurre a un análisis a partir del coeficiente de correlación de Spearman dado el comportamiento de las variables APR Y NDES en cada año. Se destaca el alto nivel de correlación observado entre las variables APR y NDES a lo largo de todo el periodo; esto puede corresponder a la tendencia de los estudiantes a permanecer dentro del sistema siempre y cuando se esté dando un avance en su plan de estudios. Del mismo modo, aquellos estudiantes que no son promovidos, podrían tener una tendencia mayor a abandonar el sistema educativo (Bayona, 2016), más aún cuando haya circunstancias socioeconómicas que refuercen este proceder. A pesar de este alto nivel de correlación, se mantienen las dos variables dentro de la estimación debido a que ambas proveen información complementaria; mientras el nivel de aprobación puede dar cuenta de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, la información relativa a la deserción puede aportar información de los entornos socioeconómicos de los estudiantes.

Gráfica 16: Matrices de correlación – salidas.





Fuente: Elaboración propia.

Por su parte, una correlación mucho menor se da entre la variable ICFT y las demás salidas. Para todo el periodo se registran correlaciones que oscilan entre 0.29 y 0.38. Esto podría ser indicio de que los resultados misionales de las DMU no se encuentren alineados con los propósitos trazados a nivel nacional para el sistema educativo. En este punto es importante destacar la existencia de restricciones sobre los colegios oficiales a lo largo del tiempo para proteger indicadores de promoción escolar que podrían impactar considerablemente los resultados en términos de calidad del servicio educativo. Para la medición de eficiencia relativa a realizar, esta variable aporta información valiosa sobre el cumplimiento de los objetivos del sistema educativo nacional mediante un instrumento que sobre el que las DMU no tienen una injerencia directa.

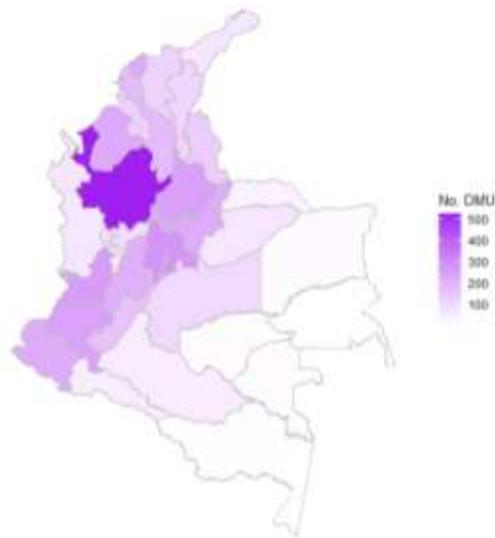
Al combinar en este análisis tanto las entradas como las salidas, se corrobora en primer lugar la existencia de relaciones positivas entre todas las variables de entrada y salida, apropiado para la utilización de DEA. Especialmente se encuentra un alto nivel de

correlación entre las variables MATR y APR , así como entre las variables MATR y NDES, con valores cercanos a 1. Como se mencionó previamente, esto puede ser indicio de directrices nacionales con relación a la proporción de estudiantes promovidos cada año o a un efectivo cumplimiento de los objetivos misionales de las DMU bien sea por el correcto ejercicio de la actividad docente o la flexibilidad de este frente al desempeño de los estudiantes. Por su parte, la variable ICFT mantiene un nivel de correlación relativamente bajo con todas las entradas a lo largo del periodo con lo que nuevamente se puede dilucidar una posible desconexión entre el funcionamiento de las DMU y su efecto sobre los objetivos de calidad trazados a nivel nacional a través del ICFES. La variable que presenta un mayor nivel de correlación con ICTF en cada año es DPOS cuyo valor promedio es de 0.4. Los niveles de correlación más bajos tanto con entradas como con salidas son los de la variable EQUI para todos los años.

La densidad de DMU analizadas es mayor para algunos Departamentos del país a lo largo de todo el periodo. Antioquía concentra en promedio el 12,8% de las DMU consideradas cada año entre 2015 y 2018, siendo el Departamento con la mayor cantidad de DMU. Por su parte, la participación de las DMU de Bogotá D.C., Valle del Cauca, Cundinamarca y Cauca se encuentra entre el 5% y el 7% en este mismo periodo, completando el listado de los cinco departamentos con la mayor cantidad de DMU consideradas. De otro lado, el Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina y los Departamentos de Guaviare, Amazonas y Guainía son los que concentran la menor cantidad de DMU analizadas; solo para el 2018, Guainía fue el único Departamento del que no se consideró ninguna DMU.

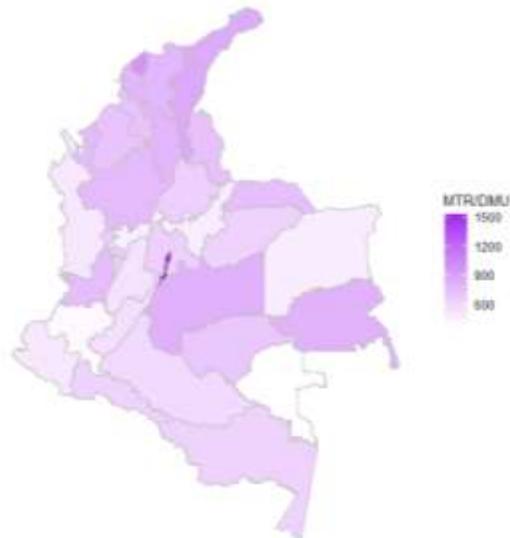
En términos de la cantidad de estudiantes atendidos por departamento, los que registran una mayor participación son: Bogotá, D.C, Antioquia, Atlántico, Valle del Cauca y Cundinamarca. De este modo, los Departamentos con una mayor densidad promedio de estudiantes por sede son Bogotá D.C., Atlántico, y Cesar. Llama la atención que en la cantidad promedio de estudiantes por sede para el periodo 2014 – 2018 se encuentren dentro de los primeros lugares los Departamentos de La Guajira, Guainía y el Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina con valores superiores a los de Antioquia y Valle del Cauca. Esto podría deberse entre otras cosas a la existencia de DMU con mayor capacidad en las primeras o a un alto nivel de hacinamiento en las mismas.

Gráfica 17: Cantidad promedio de DMU por departamento para el periodo 2014 – 2018



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 18: Densidad promedio de estudiantes por sede 2014 – 2018



Fuente: Elaboración propia.

Para el año 2014, la proporción de DMU ubicadas en áreas rurales es superior a la de las ubicadas en áreas urbanas con participaciones del 53% y el 47% respectivamente. No obstante, para el periodo 2015 – 2018 la mayor proporción de las DMU se encuentran ubicadas en áreas urbanas con una participación promedio del 64%. Pese a que la distribución de las DMU por áreas no difiere significativamente, la cantidad de estudiantes atendidos en cada una si resulta considerable, pues mientras que en promedio el 20% de los estudiantes matriculados están ubicados en áreas rurales, el 80% se encuentran en las DMU de las áreas urbanas.

Pese a que la Ley General de Educación establece que el servicio público educativo debe ser prestado en una sola jornada, la mayor parte de las sedes consideradas cuentan con jornadas parciales, esto es, matutina o vespertina. En este sentido, el Decreto 1850 de 2002 indica en su artículo cuarto que los rectores de aquellas sedes en las que se atiende más de una jornada escolar deben desarrollar estrategias para cumplir con las treinta horas semanales contempladas para las sedes de jornadas únicas. Sin embargo, las sedes con jornadas parciales atienden varias jornadas, con lo que se complejiza el cumplimiento de tales disposiciones, además de representar un reto adicional en el logro de objetivos académicos con una dedicación menor. La proporción de DMU con jornada completa

mantiene una tendencia creciente dentro del conjunto de unidades analizadas entre 2015 y 2018 al pasar de 17% a 22%.

Se destaca que la razón entre estudiantes matriculados por año y la cantidad de docentes de aula se mantiene en el rango de entre 16 y 27 para cada año; sin embargo, se debe tener en cuenta que esta razón alcanza valores superiores a 40 estudiantes por docente para algunas DMU. Con respecto al nivel de formación docente, Bogotá D.C. y Antioquia son los Departamentos con la mayor cantidad de docentes con formación posgradual, correspondiente al 17% y el 10% del total de docentes con posgrado contabilizados para 2018. Con relación a la cantidad de docentes de aula, Nariño, Putumayo, Boyacá y Tolima cuentan con la mayor proporción de docentes con formación posgradual con participaciones de entre el 59% y el 63% para el año 2018. Tanto en términos absolutos como relativos, Guainía, Vaupés y Amazonas son los departamentos con una menor presencia de profesores con nivel de posgrado en su planta docente.

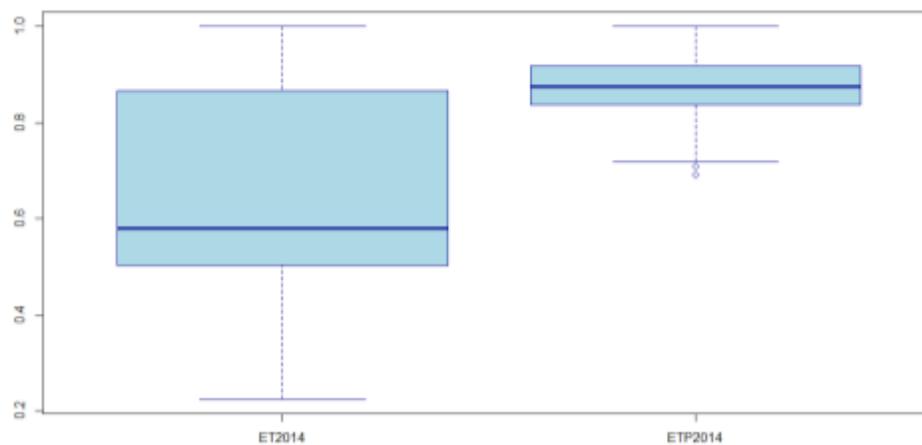
En lo que respecta a la modalidad de prestación del servicio educativo, en promedio el 98% de las DMU se clasifican como de *prestación directa*, mientras que el 2% restante corresponde a prestación de servicios *Por concesión (Decreto 2355 de 2009)* y a la prestación del servicio por *Contratos para la administración del servicio educativo*. Así mismo, se encuentra una mayor participación de sedes *principales* con un 96% en promedio mientras que sólo el 4% de las sedes son *adscritas*. La mayor parte de las DMU consideradas atienden población *externa*, una proporción cercana al 10% atienden población interna mientras que el 1% atiende población *semi-externa*.

4. Análisis de resultados

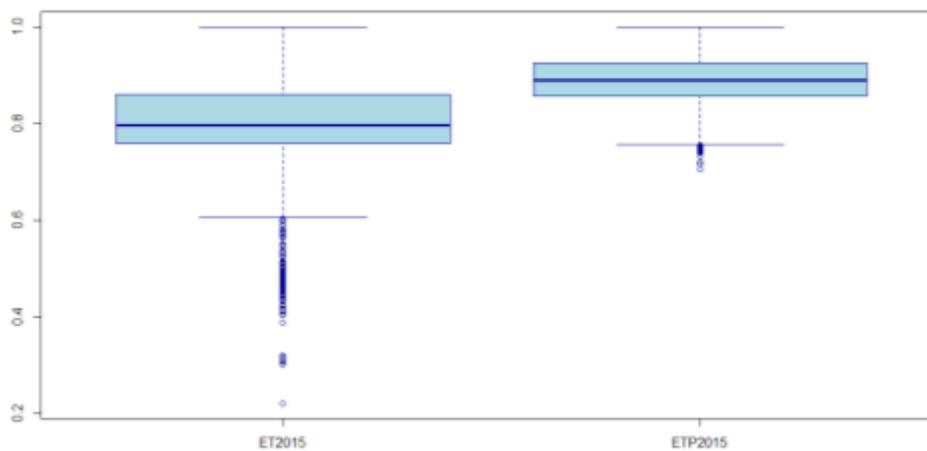
A continuación, se presentan las medidas de eficiencia relativa obtenidas mediante la estimación de los modelos CCR y BCC para los colegios públicos de educación básica y media de Colombia. En primer lugar, se hará un resumen de las medidas de eficiencia obtenidas; a continuación, se revisará de forma descriptiva la relación existente entre las variables consideradas y las medidas de eficiencia. Por último, se analizarán estos resultados de eficiencia con algunas variables cualitativas de los colegios relacionadas con aspectos administrativos, de infraestructura y socioeconómicos incluidos en la encuesta de educación formal del DANE.

4.1 Resultados de eficiencia obtenidos

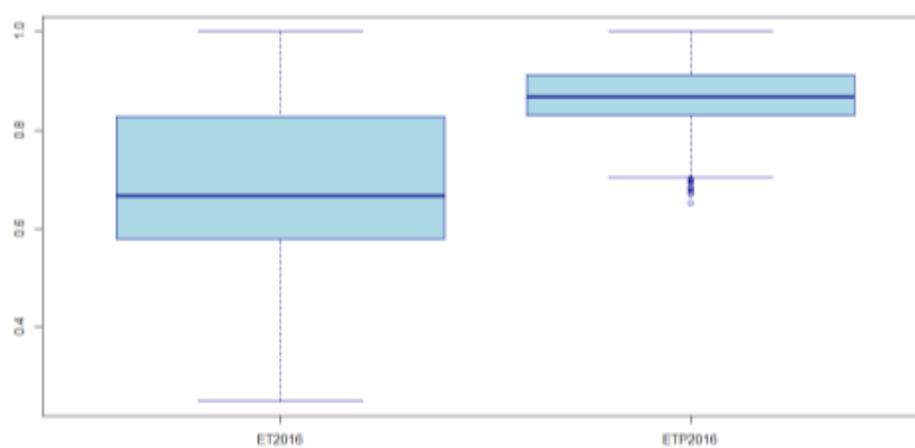
Se calculó la eficiencia técnica (ET) a partir del modelo con retornos constantes a escala, la eficiencia técnica pura (ETP) a partir del modelo con retornos variables a escala y la eficiencia de escala (EE) mediante la razón entre las dos medidas anteriores (Hu et al., 2009). Dada la gran cantidad de registros, se presenta un resumen de los resultados obtenidos para cada año; los resultados obtenidos para cada DMU en el periodo analizado se presentan en la sección de Anexos. Debido a que el nivel de correlación entre las medidas de ET y ETP oscila entre 0,59 y 0,62 a lo largo del periodo y que un análisis *one way* ANOVA (Debnath & Shankar, 2009) indica que la diferencia entre la distribución de la ET como de la ETP para cada año resulta significativa, se analizan los resultados obtenidos por ambas estimaciones.

Gráfica 19: Eficiencia relativa 2014

Fuente: Elaboración propia. CCR (izquierda) BCC (Derecho)

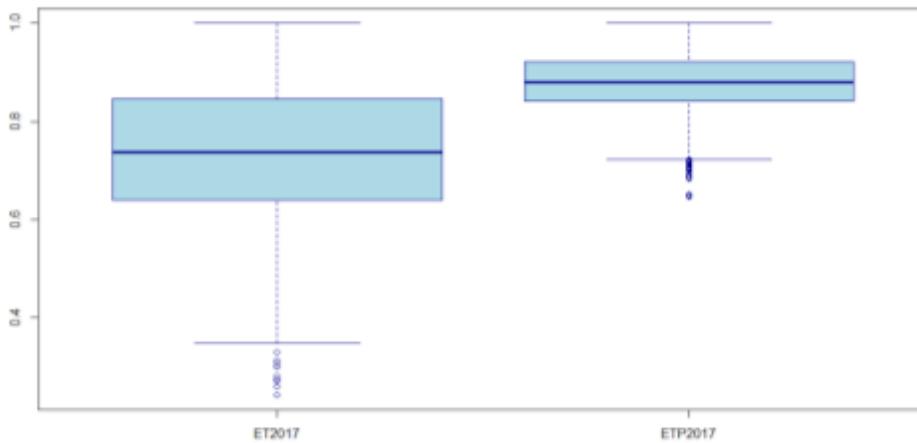
Gráfica 20: Eficiencia relativa 2015

Fuente: Elaboración propia. CCR (izquierda) BCC (Derecho)

Gráfica 21: Eficiencia relativa 2016

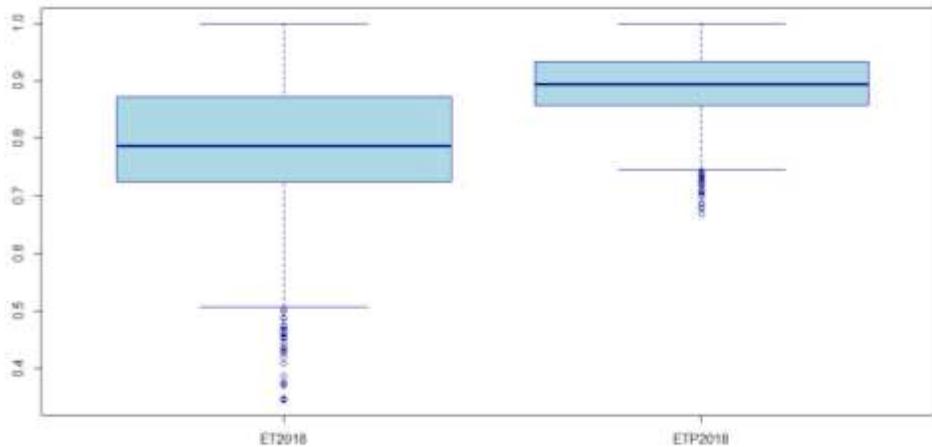
Fuente: Elaboración propia. CCR (izquierda) BCC (Derecho)

Gráfica 22: Eficiencia relativa 2017



Fuente: Elaboración propia. CCR (izquierda) BCC (Derecho)

Gráfica 23: Eficiencia relativa 2018



Fuente: CCR (izquierda) BCC (Derecho)

Los diagramas de caja y bigotes a través de los que se resumen los resultados obtenidos por las estimaciones muestran, además de niveles de *eficiencia técnica* inferiores con respecto a la *eficiencia técnica pura* como es natural, una mayor dispersión para los resultados obtenidos a través del modelo CCR. Por su parte, la distribución de los niveles de eficiencia relativa a través del modelo BCC tienen una desviación estándar menor; mientras que la desviación estándar promedio de los resultados obtenidos a través de BCC oscilan entre 0.05 y 0.06, la del modelo CCR oscila entre 0.09 y 0.15. Se destaca que durante el periodo 2016-2018 la distribución de las dos medidas de eficiencia se ha desplazado hacia la derecha, con una variación porcentual de las medianas del 14% para la eficiencia técnica y del 3% para el nivel de eficiencia técnica pura.

La cantidad de DMU globalmente eficientes, esto es, cuya ET es igual a 1 (Debnath & Shankar, 2009) es en promedio el 3% del total de DMU consideradas para cada año. La máxima proporción de unidades eficientes se registra en 2018 con el 4% de las DMU equivalente a 185 colegios. Tanto la proporción como la cantidad de DMU eficientes presenta una tendencia creciente a lo largo del periodo pasando de 95 en 2014 a 185 unidades eficientes en 2018, equivalentes al 3% y al 4% respectivamente. Para 2014 los Departamentos con la mayor cantidad de DMU eficientes fueron Santander y Nariño. En 2015, Antioquia registró la mayor cantidad de unidades eficientes y se mantuvo en esta posición hasta 2017, año en el que registró la mayor cantidad de DMU eficientes de todo el periodo con un total de 30 DMU. Para 2018 los cinco departamentos con la mayor cantidad de unidades eficientes fueron Atlántico, Santander, Valle del Cauca, Cundinamarca y Boyacá. Quindío, Vichada y Vaupés no tuvieron ninguna DMU eficiente entre 2017 y 2018; a lo largo de todo el periodo de análisis, Vaupés únicamente logró una DMU eficiente en 2014.

En términos de *eficiencia técnica pura*, también se identificó una tendencia creciente tanto en la cantidad de DMU eficientes como en la proporción de unidades consideradas cada año. En 2014 se identifican 163 DMU eficientes, el 50% de ellas ubicadas en los Departamentos de Santander, Cundinamarca, Valle del Cauca, Atlántico, Bogotá, D.C, Bolívar y Boyacá. Para 2015 y 2016 Bogotá D.C. concentró la mayor cantidad de unidades eficientes con 19 y 22 sedes eficientes respectivamente, mientras que en 2017 y 2018 Antioquia y Atlántico fueron los departamentos con la mayor cantidad de unidades eficientes. Para el 2018 no se encontró ninguna unidad eficiente en Amazonas, Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina, Guaviare, Quindío y Vaupés.

Los Departamentos que registran la menor cantidad promedio de DMU analizadas son Vichada, Vaupés, Guaviare, Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina, Amazonas y Guainía. Estos Departamentos coinciden con los menos poblados de acuerdo con el Censo Nacional de Población y Vivienda del DANE para 2018, por lo que resultaría razonable que tenga una menor cantidad de colegios que ofrezcan educación media. Es importante destacar que, de acuerdo con este mismo Censo, estos Departamentos se caracterizan por la alta participación que tienen los individuos de edades entre los 0 y 14 años sobre el total de la población, es decir, a pesar de contar con una menor cantidad de personas, el peso relativo de la población en edad escolar es mucho mayor que en otros Departamentos.

Para 2014 se consideraron 38 DMU en dichos municipios, de las cuales sólo una, ubicada en el área urbana del municipio de Traira en Vaupés resultó eficiente. En nivel promedio de eficiencia más alto en estos departamentos fue el de Amazonas con una eficiencia técnica del 76.3% mientras que la más baja corresponde a Guainía cuyo nivel de eficiencia promedio fue de 41,5%. En 2015, Vichada sólo Vichada obtuvo una DMU eficiente ubicada en el área rural del Municipio de Cumaribo. El nivel de eficiencia promedio más alto para este año corresponde al Departamento de Vaupés; nuevamente Guainía tuvo el nivel de eficiencia promedio más bajo con un 56.5%. Para 2016 y 2017 no se identificó ninguna DMU eficiente en estos Departamentos, mientras que, en 2018, nuevamente el municipio de Cumaribo en Vichada reportó la única sede eficiente. Se trata de un internado ubicado en el área rural del municipio que para este año reportó 198 estudiantes matriculados en los niveles de básica y media.

En relación con los resultados obtenidos respecto a la eficiencia de escala, el Teorema Ahn, Charnes y Cooper (1989) establece que una DMU que es eficiente con un modelo CCR también será eficiente con el modelo BCC correspondiente y prevalecerán los retornos constantes a escala (Cooper et al., 2007). De otra parte, de su propia definición la eficiencia calculada a través del modelo CCR hace referencia a una *eficiencia técnica global* mientras que la obtenida con el modelo BCC es una medida de eficiencia técnica local. Así, si una DMU resulta eficiente tanto para el modelo CCR como para el BCC, se concluye que esta está operando en el tamaño de escala más productivo; del mismo modo, si una DMU es eficiente bajo BCC pero obtiene una medida de eficiencia menor a 1 a través del modelo CCR, su operación es localmente eficiente pero no lo es localmente debido al tamaño de escala (Cooper et al., 2007).

La descomposición de la eficiencia técnica ET como el producto de la ETP y la EE permite dilucidar si la fuente de ineficiencia de las DMU está asociada a ineficiencias en la operación o a condiciones desventajosas en la escala en que las DMU operan. En la Tabla 2 se relaciona la cantidad de DMU localmente eficientes y la proporción de ellas que no resultaron eficientes globalmente, esto es, aquellas cuya fuente de ineficiencia corresponde a un tamaño de escala de operación inadecuado. Aunque a lo largo del periodo se encuentra una cantidad cada vez mayor de DMU eficientes localmente, la proporción de estas DMU con ineficiencia de escala también ha incrementado a lo largo del tiempo pasando del 17% al 27% entre 2014 y 2018. A pesar de ello el nivel promedio de eficiencia de escala para estas DMU ha incrementado a la vez que ha mantenido una

desviación estándar relativamente estable. Se destaca que, en promedio, el 74% de las DMU consideradas anualmente entre 2014 y 2018 operan bajo rendimientos decrecientes de escala, mientras que menos del 3% de ellas indican operar bajo rendimientos crecientes de escala.

Tabla 1: Eficiencia de Escala para DMU eficientes localmente.

	ETP	ETP no ET	EE	Media EE	DS EE
2014	163	65	960	0,743495374	0,197462299
2015	204	90	1058	0,902166557	0,082911018
2016	225	85	1040	0,796876595	0,147343848
2017	268	117	1140	0,838710205	0,124243158
2018	284	99	1076	0,889773294	0,08798401

ETP: Cantidad de DMU eficientes localmente (ETP=1)
ETP no ET: Cantidad de DMU eficientes localmente (ETP=1) y no eficientes globalmente (ET<1)
EE: Cantidad de DMU con eficiencia de escala unitaria (ET/ETP = EE = 1)

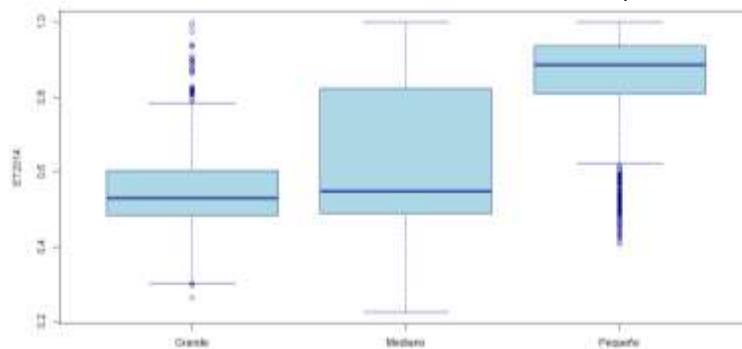
4.2 Eficiencia, entradas y salidas

A continuación, se revisan algunas características de la distribución de eficiencia de acuerdo con diversas clasificaciones elaboradas a partir de las características de cada una de las variables analizadas. Entre ellas, se analiza la eficiencia relativa obtenida de acuerdo con el tamaño de las DMU, la cantidad de docentes con posgrado como proporción de la planta docente y la calificación ICFES.

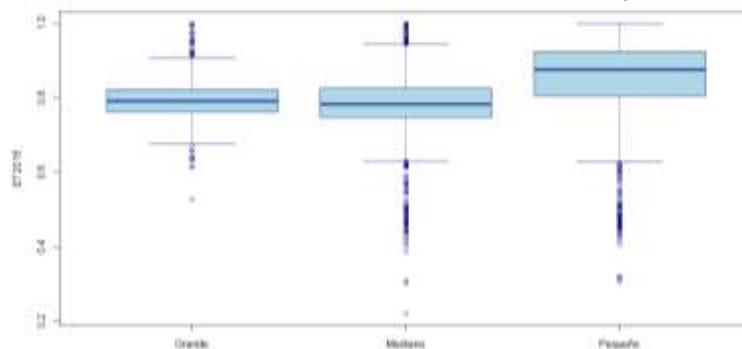
Un análisis de la eficiencia técnica se hizo a partir del tamaño de las DMU, usando como medida la cantidad de estudiantes matriculados en cada año. Las DMU se dividieron en tres grupos; el primero, el de las *pequeñas*, incluye las DMU que se encuentran en el primer cuartil de la distribución de estudiantes matriculados; el segundo, de las *medianas*, incluye las DMU entre el primer y tercer cuartil; y el tercer grupo, de las *grandes*, con las DMU con una cantidad de estudiantes por encima del tercer cuartil. Para el 2014 se encontró que la mediana de eficiencia técnica para las DMU pequeñas, fue mayor al de las medianas y grandes. El rango de eficiencia para las DMU pequeñas, también es más pequeño que el de las demás, especialmente del de las medianas, cuya distribución presenta una dispersión mayor. Dentro del grupo de las DMU grandes, las unidades eficientes aparecen como datos atípicos mientras que la eficiencia si resulta ser el máximo de la distribución para las mediana y pequeñas.

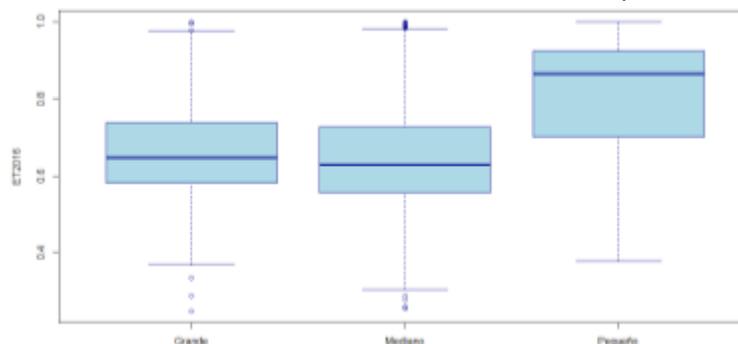
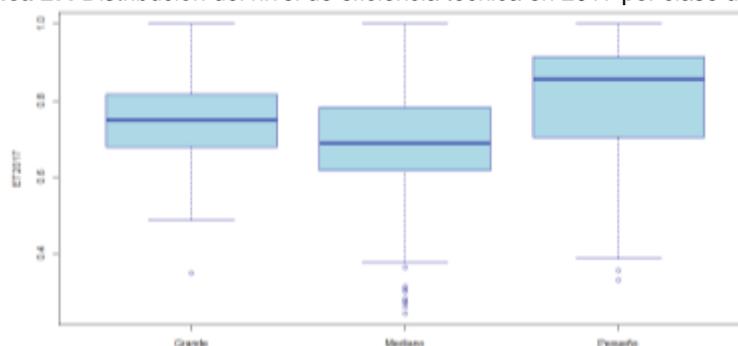
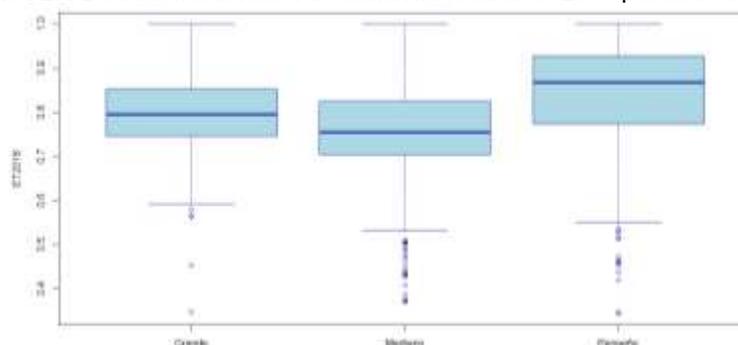
Para el año 2015 la distribución de eficiencia de las DMU grandes presenta una desviación estándar inferior a las de las demás. Para este año, el rango de eficiencia de las tres categorías de DMU es menor, y se destaca que la mediana de la distribución para las DMU pequeñas se ubicó en un nivel de eficiencia técnica superior al de las demás unidades. Este último comportamiento es común en todos los periodos, es decir, la mediana de la eficiencia para las DMU pequeñas es mayor en todos los años analizados. Para 2016 el rango de la distribución es más amplio en las tres categorías y la cantidad de datos atípicos con eficiencia unitaria es pequeña para las DMU medianas y grandes. Ya para 2017 y 2018, las DMU eficientes se encuentran dentro de la distribución para las tres categorías y para estos dos años, las unidades *medias* tienen la mediana más baja con valores del 69% y el 75% respectivamente.

Gráfica 24: Distribución del nivel de eficiencia técnica en 2014 por clase de DMU.



Gráfica 25: Distribución del nivel de eficiencia técnica en 2015 por clase de DMU.



Gráfica 26: Distribución del nivel de eficiencia técnica en 2016 por clase de DMU.**Gráfica 27:** Distribución del nivel de eficiencia técnica en 2017 por clase de DMU.**Gráfica 28:** Distribución del nivel de eficiencia técnica en 2018 por clase de DMU.

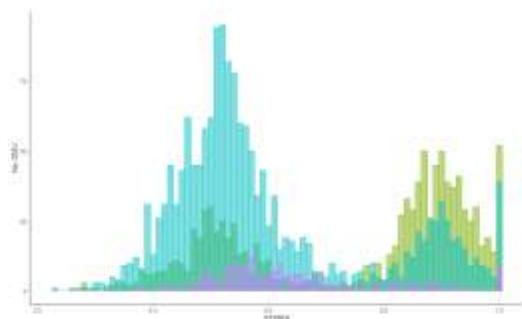
De otra parte, se clasificaron las DMU de acuerdo con la cantidad promedio de estudiantes por docente de aula para cada una de ellas (MTR/DAUL). Con esta medida se busca aproximar el tamaño de los grupos o cursos en cada una de las DMU para efectuar la respectiva comparación frente a los niveles de eficiencia. Con el ánimo de facilitar el análisis, se segmentó esta medida en tres tipos de grupo: el primero, corresponde a las DMU con 20 o menos estudiantes por cada docente de aula; a este grupo se le denominó Tipo1. El segundo, está conformado por las DMU cuyos grupos en promedio cuentan con entre 20 y 30 estudiantes; a este se le denominó Tipo 2. El Tipo3 corresponde a las DMU

cuya cantidad promedio de estudiantes matriculados por docente de aula está entre 30 y 50 estudiantes. En el proceso de segmentación se encontraron algunas DMU cuya cantidad de estudiantes por docente de aula excede los 50; dado que esto no es común y que estas medidas se pueden deber a interpretaciones erradas de la información recaudada por la encuesta EDUC, estos casos se incluyeron en una categoría denominada *Atípicos*.

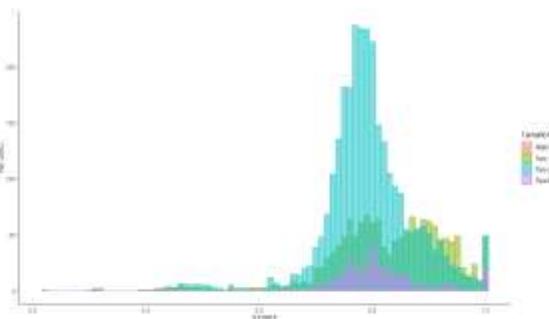
A lo largo de todo el periodo predominan las DMU cuyo tamaño de grupo oscila entre los 20 y los 30 estudiantes. En 2014 se observa una importante concentración de este tipo de DMU en niveles de eficiencia inferiores al 60%. Aunque con una menor participación, las DMU del Tipo 1 muestran una mayor concentración en niveles de eficiencia entre el 80 y el 100%, contando con la mayor cantidad de DMU eficientes. La cantidad de unidades del Tipo tres es inferior y se distribuye a lo largo del rango de eficiencia. Para 2015, la distribución para los tres tipos de DMU tienen un comportamiento similar, con una mayor concentración en torno a una eficiencia del 80%. Entre 2016 y 2018 las DMU del Tipo 2 muestran una distribución similar, esto es, un nivel de dispersión similar; en 2016 se da una mayor concentración en torno a niveles de eficiencia del 60% mientras que, en el resto del periodo, este nivel de eficiencia se desplaza a la derecha, en torno a niveles de eficiencia de entre el 70% y el 80%.

Si bien el tamaño de los grupos en los que los docentes desempeñan su labor puede afectar el desempeño de los mismos, así como los resultados del servicio educativo, la calidad de los docentes también podría influir en estos aspectos. A pesar de que en Colombia no se cuenta con un mecanismo de medición estandarizado para el desempeño de los docentes en el sector oficial a nivel de básica y media, el nivel de formación brinda información que permite suponer un mejor desempeño. No se debe perder de vista que en la obtención de estudios de posgrado permite ascender en el escalafón definido para cada estatuto vigente.

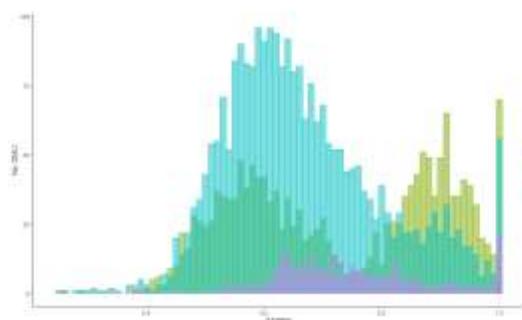
Gráfica 29: Eficiencia técnica por tamaño de grupo de las DMU en 2014



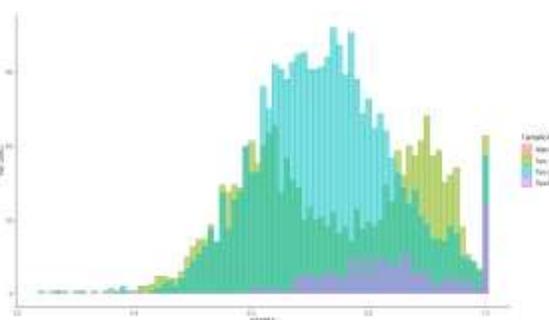
Gráfica 30: Eficiencia técnica por tamaño de grupo de las DMU en 2015



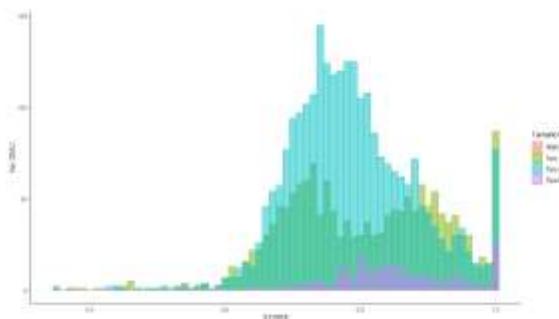
Gráfica 31: Eficiencia técnica por tamaño de grupo de las DMU en 2016



Gráfica 32: Eficiencia técnica por tamaño de grupo de las DMU en 2017



Gráfica 33: Eficiencia técnica por tamaño de grupo de las DMU en 2018



Para efectos de este análisis, se tomó la razón entre la cantidad total de docentes con posgrado y el total de docentes de aula reportados por cada DMU. Las DMU se clasificaron en tres grupos a partir de acuerdo con este valor; en un primer grupo se incluyeron las DMU en las que dicho porcentaje es menor o igual al 20%; en un segundo grupo se incluyen las DMU para las que esta proporción se encuentra entre el 20% y el 50%; y en el tercer grupo aquellas para las que dicho porcentaje es superior al 50%. Se ha denominado como *Mínimo*, *Medio* y *Alto* a cada uno de estos grupos respectivamente; se encontró que la distribución de ETP para cada una de estas categorías es similar durante todo el periodo; no obstante, se encontró que las DMU del grupo *Mínimo* concentran una

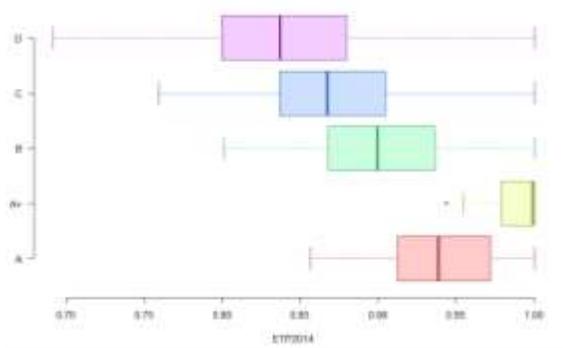
mayor cantidad de unidades eficientes. Esto implicaría que la presencia de una mayor cantidad de docentes con formación posgradual, no estaría redundando de forma proporcional en los resultados de eficiencia de las DMU.

Tabla 2: Resultados de ETP por clasificación según participación de docentes con posgrado sobre total de docentes de aula por DMU

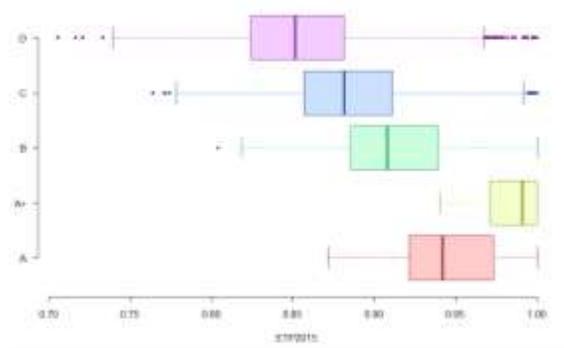
Clasificación	Total DMU	ETP=1	%ETP	Media ETP	DS ETP
Alto	1044	44	4%	0,87	0,06
Medio	929	25	3%	0,87	0,06
Mínimo	1009	94	9%	0,89	0,06
Total 2014	2982	163	5%	0,88	0,06
Alto	1781	51	3%	0,89	0,05
Medio	1457	46	3%	0,89	0,05
Mínimo	1522	107	7%	0,90	0,05
Total 2015	4760	204	4%	0,89	0,05
Alto	1709	60	4%	0,87	0,06
Medio	1307	42	3%	0,86	0,06
Mínimo	1569	123	8%	0,88	0,07
Total 2016	4585	225	5%	0,87	0,06
Alto	1955	58	3%	0,88	0,06
Medio	1410	40	3%	0,87	0,06
Mínimo	1966	170	9%	0,89	0,06
Total 2017	5331	268	5%	0,88	0,06
Alto	1808	64	4%	0,89	0,05
Medio	1113	53	5%	0,88	0,06
Mínimo	1477	167	11%	0,91	0,06
Total 2018	4398	284	6%	0,89	0,06

Al analizar los resultados de eficiencia a la luz de las salidas utilizadas en la estimación y dado que previamente se mostró la fuerte correlación existente entre las variables APR Y NDES con el nivel de matrícula de las DMU, se revisará la relación que guardan los resultados de eficiencia con respecto a la variable ICFT. Aunque en las estimaciones de eficiencia se hizo uso de índice total de clasificación de los planteles, para este análisis se hará uso de la clasificación definida por el ICFES para estos fines, que contempla cinco categorías en las que se clasifican los planteles, a saber; A+, A, B, C y D, donde A+ corresponde a los que obtienen los mejores índices de clasificación y D a los que obtienen los índices más bajos.

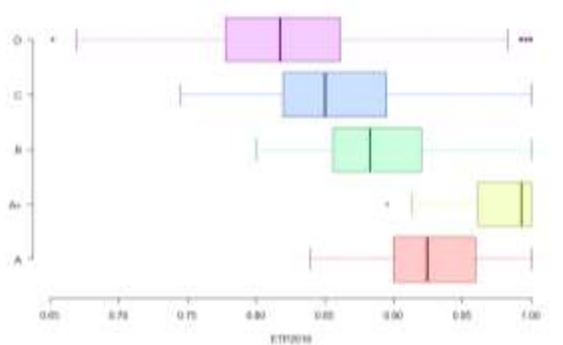
Gráfica 34: Distribución de eficiencia por clasificación ICFES 2014 de las DMU



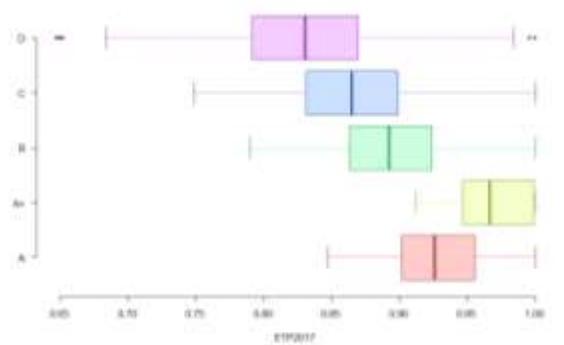
Gráfica 35: Distribución de eficiencia por clasificación ICFES 2014 de las DMU



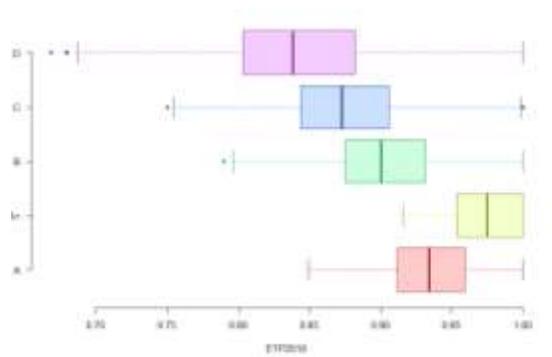
Gráfica 36: Distribución de eficiencia por clasificación ICFES 2014 de las DMU



Gráfica 37: Distribución de eficiencia por clasificación ICFES 2014 de las DMU



Gráfica 38: Distribución de eficiencia por clasificación ICFES 2014 de las DMU



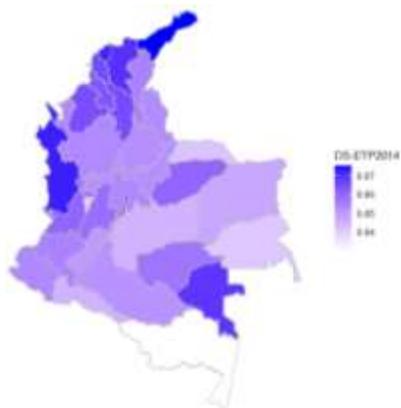
En las ilustraciones presentadas previamente se encuentra una relación directa entre la mediana de la distribución para cada clase, y el nivel de eficiencia; es decir, para las categorías que corresponden a un índice de clasificación ICFES mayor, la mediana de su distribución se ubica en niveles de ETP mayores. En general, la distribución de las DMU con mejores clasificación ICFES tienen una mayor concentración en rangos de eficiencia

más altos. Se encuentra además una mayor dispersión en los niveles de eficiencia técnica pura para las DMU con clasificación D. Se encuentra que la desviación estándar para la ETP de la categoría D oscila entre el 5% y el 7%, mientras que para la categoría A se ubica entre 3% y 4%. La desviación estándar más baja corresponde a la categoría A+, para la que no se supera el 3% a lo largo del periodo. Se destaca que la proporción de DMU con calificación A+ más alta corresponde al 2018 con una participación del 4%; la calificación C es la de mayor participación en 2014 y 2015 mientras que la clasificación B tiene una mayor participación en 2017 y 2018 con el 34% y el 35% de las DMU consideradas. En 2015 la proporción de DMU con clasificación C es igual al de las que tienen clasificación B con el 33%.

4.3 Eficiencia y contexto

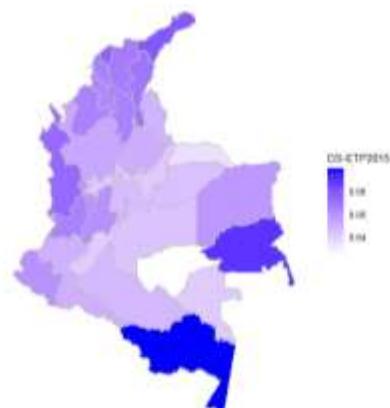
Algunas variables categóricas se relacionan a continuación con los resultados de eficiencia obtenidos. Ya previamente se ha indicado la ubicación de las DMU eficientes para cada año, así como del tipo de área geográfica en el que estas se encuentran; no obstante, además de analizar las DMU eficientes, es de interés identificar qué sucede con las demás DMU con el ánimo de identificar factores adicionales que puedan influir en su desempeño. El nivel de eficiencia relativa promedio por Departamento ubica a Casanare, Santander, Nariño, Norte de Santander, Chocó, Cauca, Vaupés y Amazonas para el periodo analizado, sin embargo, esta medida puede tener un sesgo importante debido a las disparidades entre la cantidad de DMU consideradas en cada una de ellas, así como la existencia de niveles de eficiencia extremos. Sin embargo, la desviación estándar de la distribución de eficiencia obtenida cada año da una idea más precisa de la existencia de disparidades entre las DMU de un mismo Departamento. En este sentido, para el año 2014 se encontró mayor dispersión en los resultados de ETP en la región caribe, para departamentos tales como La Guajira, Atlántico y Magdalena; Así mismo, el Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina, y el Departamento del Chocó en el pacífico alcanzaron una dispersión del 7%. En 2015 el listado lo encabeza Amazonas para el que en este periodo se incluyeron 11 DMU; una de ellas obtuvo ETP unitaria, unidad que a su vez se ubicó en la clasificación A del ICFES. Se destaca que ocho de estas unidades se ubicaron dentro de la categoría D del ICFES, a la vez que no reportaron docentes con formación posgradual en su planta.

Gráfica 39: Desviación estándar de la distribución de ETP 2014 por Departamento



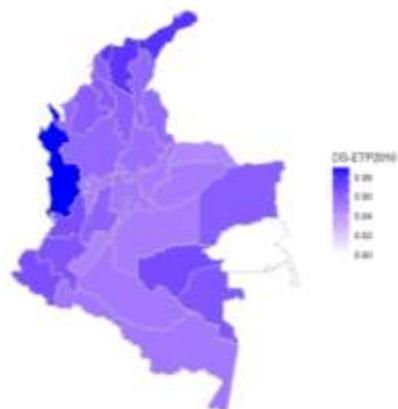
Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 40: Desviación estándar de la distribución de ETP 2015 por Departamento



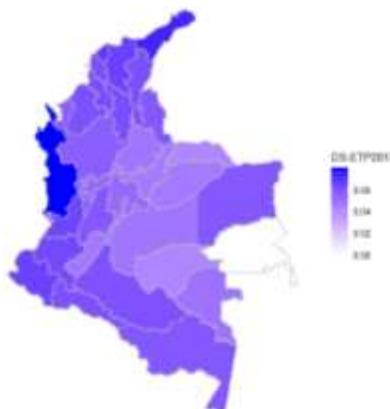
Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 41: Desviación estándar de la distribución de ETP 2016 por Departamento



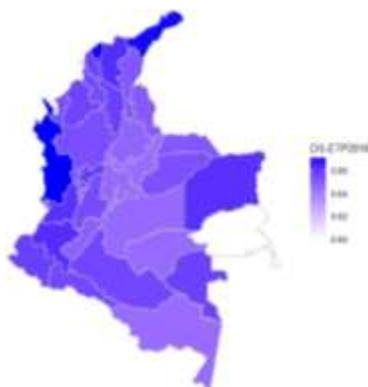
Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 42: Desviación estándar de la distribución de ETP 2017 por Departamento



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 43: Desviación estándar de la distribución de ETP 2014 por Departamento



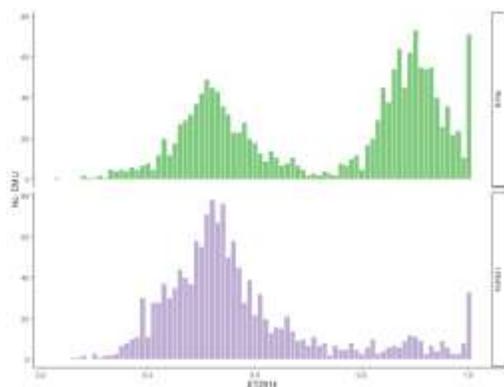
Fuente: Elaboración propia.

Para el resto del periodo, son los mismos Departamentos los que siguen reportando una mayor dispersión en los resultados de ETP. Departamentos para los que se analizaron una mayor cantidad de DMU como Bogotá D.C., Cundinamarca y Antioquia no sólo reportan niveles promedio de eficiencia más altos, sino que además los niveles de dispersión de sus distribuciones de ETP para este periodo, son menores. Por ejemplo, Bogotá D.C. registra una distribución promedio del 5% entre 2016 y 2018, mientras que la de Antioquia fue del 5.5% para este mismo periodo. En 2016 y 2017 Arauca obtiene el menor nivel de dispersión en su distribución de eficiencia, aunque su nivel promedio de ETP se ubicó en la décima y décimo cuarta posición entre todos los departamentos con una unidad eficiente y ninguna eficiente respectivamente. Se aclara que la razón por la que Guainía obtuvo un nivel 0 de dispersión entre 2016 y 2018, es porque para los dos primeros años sólo se consideró una DMU en de este Departamento, mientras que para 2018 no se consideró ninguna.

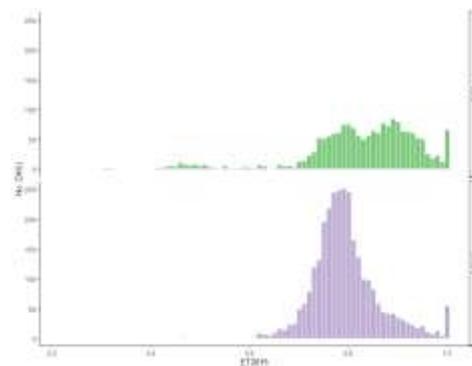
La ubicación de las DMU en áreas rurales o urbanas implica ciertas particularidades en su gestión que podrían tener algún efecto sobre la eficiencia con la que estas operan. Dichas particularidades pueden ir desde las facilidades de acceso y desplazamiento de los estudiantes y docentes, hasta las posibilidades de conectividad a las TIC e incluso la seguridad en presencia de grupos violentos legales e ilegales. En efecto, se encuentran diferencias notables entre la distribución de la eficiencia técnica global por áreas y también a lo largo del tiempo. En 2014, año para el que se consideró una mayor cantidad de unidades ubicadas en áreas rurales, la distribución de la ET para el área rural presenta dos puntos de concentración en torno a niveles de eficiencia del 52% y del 90% respectivamente; para este mismo año, la distribución de ET en el área urbana se ubicó en el 57%. Para el periodo 2015-2018, la proporción de DMU rurales sobre la cantidad total de DMU consideradas fue en promedio del 36%; en 2015, la distribución de eficiencia de las DMU urbanas se ubicó en torno a un nivel de eficiencia del 80%, mientras que en áreas rurales la distribución tuvo un comportamiento más uniforme superior al 70%. Se destaca que el 67% de las DMU eficientes para este año, equivalente a 66 unidades, se encuentran en áreas rurales del territorio nacional. Para 2016 la mayor cantidad de DMU eficientes se ubicaron en áreas urbanas; sin embargo, la distribución de eficiencia para estas DMU se concentró en un nivel de eficiencia del 65% mientras que la distribución para las DMU en áreas rurales se ubicó en un nivel de eficiencia del 90%. Un comportamiento similar se observó en la distribución para la eficiencia de DMU rurales en 2017. Tanto en 2016 como

en 2017 se contabiliza una mayor cantidad de unidades eficientes en áreas rurales que en áreas urbanas.

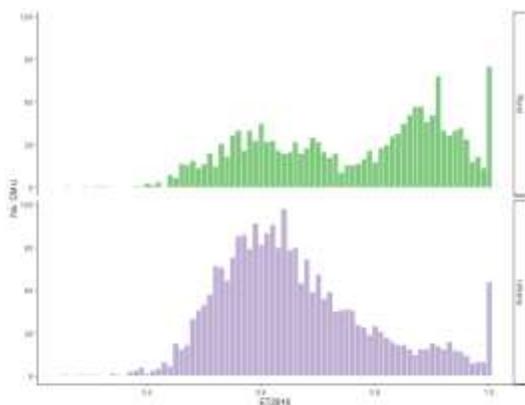
Gráfica 44: Histograma de Eficiencia técnica global por área 2014



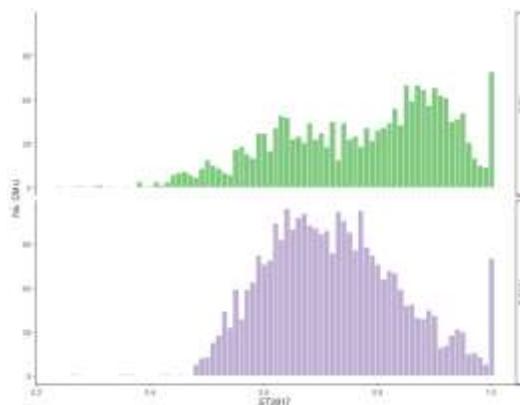
Gráfica 45: Histograma de Eficiencia técnica global por área 2015



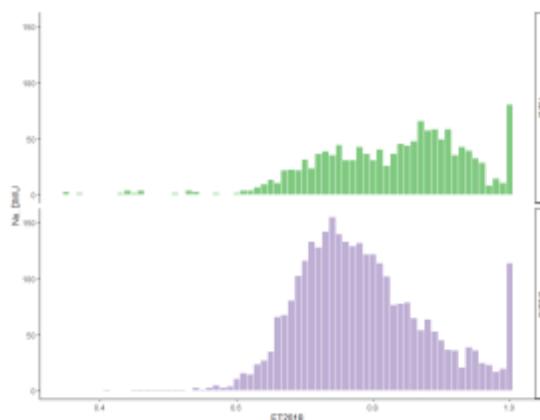
Gráfica 46: Histograma de Eficiencia técnica global por área 2016



Gráfica 47: Histograma de Eficiencia técnica global por área 2017



Gráfica 48: Histograma de Eficiencia técnica global por área 2018



Sobre las condiciones de prestación del servicio educativo tales como la jornada ofrecida, el tipo de población atendida (externa, interna o semiexterna) y la modalidad bajo la que operan las DMU, se encontraron las siguientes particularidades en términos de su eficiencia. En primer lugar, se encontró que la cantidad de DMU globalmente eficientes con jornada parcial es mayor que para las DMU con jornada completa; sin embargo, como proporción de las unidades de su tipo, los resultados son similares e incluso las de jornada completa superan a las de jornada parcial como sucede en 2015 y 2016; en estos años, las proporciones de unidades eficientes obtenidas fueron 3.2% - 2.2% y 4.3% - 2.7% respectivamente. Los resultados de las sedes con jornada completa muestran un mayor grado de dispersión con rangos intercuartílicos más amplios a lo largo de todo el periodo, sin embargo, tanto las medianas como la distribución de la eficiencia global para ambos grupos es similar. Así mismo, en lo que respecta al tipo de población atendida, no se encontraron diferencias significativas en las distribuciones de las DMU cuyo servicio se ofrece para población interna, externa o semiexterna. Naturalmente, se presenta una mayor dispersión en los resultados obtenidos por las sedes cuya población es externa, las cuales representan en promedio el 90% de las DMU consideradas en cada año.

Pese a que la modalidad de prestación del servicio educativo predominante es la *Prestación Directa*, con una participación promedio del 98% dentro de las DMU analizadas anualmente, se encontró que las DMU que operan bajo la modalidad de *Concesión* (*Decreto 2355 de 2009*) obtuvieron niveles promedio de eficiencia técnica global por encima del promedio general para cada año. Excepto para 2016, al menos un DMU eficiente operaba bajo esta modalidad; en 2017 cuatro de las 61 unidades de este tipo, resultaron eficientes.

Por último, una sencilla aproximación de la relación entre el uso de las TIC y la eficiencia de las DMU se realizó a través de la revisión de los resultados de ET para aquellas unidades que reportaron contar con conexión a internet y aquellas que no. Previamente se había incluido dentro de las estimaciones de eficiencia la variable que recogía el número de equipos de cómputo en las sedes, sin embargo, la existencia de conexión a internet implica ciertos usos complementarios de los computadores tanto para estudiantes como para docentes y administrativos. En este sentido, se encontró que la mediana de las distribuciones de eficiencia de las DMU que no cuentan con conexión a internet es mayor de la de aquellas que si la tienen. Para 2014, la dispersión de las distribuciones para ambas categorías fue mayor en comparación con los años siguientes; se destaca que este es el

año para el que se identificó una mayor proporción de sedes sin internet (38%), mientras que para los años siguientes el promedio se mantuvo en un 16%. En términos absolutos, la mayor cantidad de DMU eficientes cuentan con conexión a internet, sin embargo, como proporción dentro de su misma categoría, la proporción de DMU sin internet eficientes excede la de las que tienen acceso a internet; el promedio anual de estas participaciones fue del 5% y el 3% respectivamente.

5. Discusión

El proceso de obtención de medidas de eficiencia relativa para los colegios públicos de educación básica y media en Colombia desarrollado en este trabajo presenta limitaciones asociadas a la imposibilidad de considerar la totalidad de los colegios con las características de interés, debido principalmente a la calidad de los datos utilizados. En concreto, se encontraron inconsistencias en la información registrada por la base de datos EDUC, especialmente para los dos primeros años de los que esta base registra información. Es de aclarar que estas inconsistencias son apenas naturales en la fase inicial del proceso de reporte periódico de información por parte de los colegios y que dichas inconsistencias se presentan con mayor frecuencia en variables cuya definición se presta para múltiples interpretaciones.

Tales inconsistencias en la información implicaron la selección cuidadosa tanto de las variables como de las DMU consideradas en el análisis. En un primer momento se suprimieron del análisis aquellas unidades que presentaban inconsistencias en la información reportada para las variables más relevantes y que potencialmente serían seleccionadas como entradas y salidas, es decir, información como la cantidad de estudiantes o la cantidad de docentes de aula. Posteriormente sólo una de las variables fue eliminada por contar con un importante volumen de datos atípicos que hubieran implicado la eliminación de un importante número de unidades a analizar. Es importante destacar que la presencia de datos atípicos y datos extremos constituye una de las principales restricciones para la aplicación de modelos DEA de una etapa (Grosskopf, *et al*, 2014), razón por la que en este estudio se optó obviar la variable INTH de la estimación.

A pesar de ello, el volumen de unidades analizadas es considerablemente alto y permite hacer una primera aproximación a la medición de la eficiencia relativa en el territorio nacional. Así mismo, en la medida en que las instituciones educativas se familiaricen con la encuesta, la base de datos EDUC constituye una poderosa fuente de información para

efectuar estudios similares o con un mayor grado de sofisticación que puedan aportar en el diseño de la política educativa nacional.

De otra parte, la selección de las variables consideradas en aplicaciones de DEA para el sector educativo puede ser orientado por la amplia teoría que envuelve a la educación como fuente de formación de capital humano y su rol en el desarrollo económico. Variables relativas a los recursos financieros, físicos y humanos engloban buena parte de las variables más usadas como entradas en la medición de la eficiencia relativa de colegios, mientras que los resultados obtenidos en pruebas estandarizadas de alcance nacional o internacional encabezan el listado de las variables usadas comúnmente como salidas para estas estimaciones. En este trabajo, la elección de las variables se mantuvo dentro de esta generalidad gracias a la disponibilidad de la información del sector en bases de datos de acceso público.

En este estudio se buscó incluir variables relativas a los diferentes recursos de los que los colegios disponen para su operación, dando una especial atención al rol de los recursos humanos en la eficiencia relativa de las DMU. A diferencia de otras aproximaciones en las que se evidencia un mayor interés por la disponibilidad de recursos físicos y financieros a través del uso de variables como el valor del inventario (propiedad, planta y equipo) y los ingresos totales ejecutados (López & Suárez, 2011), en este análisis se incluyó una mayor cantidad de variables relativas al personal vinculado en las DMU. A pesar de ello, se consideró tácitamente la asignación de recursos a través de la cantidad de estudiantes matriculados, en razón a que la asignación de recurso a colegios del sector oficial es directamente proporcional su nivel de matrícula.

La literatura advierte sobre los riesgos de incluir variables relativas al contexto socioeconómico y cultural de los estudiantes o las escuelas en la estimación de eficiencia relativa a través de DEA (Muñiz, 2002); sin embargo, más allá de tales advertencias, la obtención de información de este tipo para construir índices que sinteticen estas variables (Giambona et al., 2011) o usarlas explícitamente, no sólo tiene un costo importante para la obtención y sistematización de información significativa para un análisis de alcance nacional, sino que al no estar bajo el control de los colegios, difícilmente pueden ser

considerados desde una perspectiva de gestión como fuente de promoción de los niveles de eficiencia.

En lo que respecta a la elección del modelo es importante resaltar la ausencia de unanimidad en los criterios de selección de uno u otro modelo para la medición de la eficiencia relativa en el sector educativo. La elección del modelo estimado en este trabajo se adoptó con la intención de evaluar la eficiencia técnica global, la eficiencia técnica pura y la eficiencia de escala como en Gourishankar *et al.* (2012). Una elección de este tipo permite identificar hechos de gran relevancia como que, aunque más del 20% de las DMU consideradas para cada año son eficientes en su escala de operación, más del 80% de ellas presentan problemas en su propia operación, lo que en últimas las hace ineficientes en términos globales. Así mismo, permite identificar a través de las medidas de ETP oportunidades de mejora de los colegios desde su gestión interna para tratar aquellas fuentes de ineficiencia.

Aunque algunos colegios oficiales pueden tener una asignación escasa de recursos físicos e infraestructura, las divergencias encontradas en la literatura sobre el efecto de factores como este en el desempeño de los colegios y en consecuencia de sus niveles de eficiencia, permite suponer que el uso intensivo de otros recursos es capaz de subsanar hasta cierto punto tales carencias. Si bien, Gourishankar *et al.* (2012) encuentra un alto impacto de las variables relacionadas con infraestructura sobre el desempeño de las DMU consideradas, resulta relevante destacar que en este estudio las DMU consideradas corresponden a estados y unidades territoriales cuya discrecionalidad sobre dichas variables puede ser mayor. Caso contrario es el de los análisis en los que las unidades corresponden a colegios, para los que la dotación de ciertos recursos de infraestructura como los edificios o las características de las aulas se encuentran fuera de su control.

Para las estimaciones desarrolladas en este trabajo se consideró una única variable relativa a la dotación de recursos físicos en los colegios correspondiente a la cantidad de equipos de cómputo; sin embargo, su inclusión pretende explorar el rol de un recurso físico específico relacionado con el uso las TIC. Como complemento, posterior a las estimaciones de eficiencia relativa se incluyó el acceso a internet tratando ambos recursos como complementarios. En este sentido no sólo se encontró una importante proporción de unidades carentes de equipos de cómputo que resultaron eficientes sino además una

mayor proporción de unidades eficientes entre el conjunto de las que no cuentan con conexión a internet, en comparación con las que si lo tienen. Estos resultados indican que no basta con dotar a los colegios de equipos para que exista un verdadero uso y aprovechamiento de las TIC como se indica en (Barrera & Linden, 2009). El uso de equipos de cómputo podría ser más eficiente si surgiera como una necesidad dentro de las metodologías pedagógicas implementadas por los docentes, y no como una obligación impuesta por el rápido avance de la tecnología. Un uso más razonable de la tecnología en los colegios debería iniciar con la capacitación de los docentes en su uso y la evaluación de las necesidades tecnológica del plantel con miras al cumplimiento de su PEI.

Es importante aclarar que el uso de las TIC no sólo se relaciona con la actividad docente y los procesos de aprendizaje, sino que también tiene cabida en los procesos administrativos bajo los que operan los colegios. A la fecha no se cuenta con información relativa al uso de las TIC en la gestión de los planteles educativos del sector oficial, información que podría ser de utilidad en el análisis de la eficiencia relativa de los colegios y que podría centralizar además información referente a variables más específicas de los colegios, especialmente de la gestión financiera y de los recursos humanos.

Otro de los hallazgos notables de este estudio es que son las DMU clasificadas como pequeñas las que obtuvieron unas medias de eficiencia más altas durante todo el periodo. Si bien, podría suponerse que un modelo educativo basado en instituciones más pequeñas podría ser pertinente, no pueden perderse de vista las restricciones en términos de infraestructura, personal y recursos financieros con que cuenta el sector; justamente la metodología seleccionada recoge estas situaciones restrictivas al elegir un enfoque orientado a las salidas. En este sentido, el entrenamiento de la planta docente en habilidades que permitan optimizar el desarrollo de sus estrategias pedagógicas podría configurar un instrumento efectivo para la atención de estudiantes en las instituciones que albergan una mayor cantidad de estudiantes. Esto implicaría el despliegue de estrategias que en cabeza de los directivos docentes permitan dimensionar objetivamente las capacidades de sus docentes y las necesidades de sus alumnos para implementar estrategias que integren ambos elementos.

Lo anterior conduce inevitablemente al análisis de la relación entre las características de la planta docente y los niveles de eficiencia de los colegios. Sin duda las condiciones laborales de los docentes y su remuneración, suelen ser objeto de discusión en este sector pues se espera que el impacto de esta labor en la sociedad fuera proporcional a los pagos. No obstante, se ha encontrado que más que la remuneración, es la formación de los docentes lo que logra un mayor impacto en la eficiencia de los colegios. Al respecto, autores como Ruggiero *et al.* (1999) concluyen que un alto nivel salarial en profesores está fuertemente asociado con menores niveles de eficiencia en colegios de Nueva York (Ruggiero & Vitaliano, 1999).

Para los colegios oficiales colombianos analizados en este estudio, se encontró que una mayor proporción de docentes con posgrado redundan en mayores niveles de eficiencia, ya que una mayor parte de las DMU eficientes para cada año cuentan con una proporción mínima de docentes con posgrado como relación al total de docentes de aula. Este resultado permite cuestionar la pertinencia de los programas de posgrado que cursan los docentes, así como el efecto de ello sobre el desarrollo eficiente de las instituciones. Teniendo en cuenta que, para los niveles de educación básica y media, más que conocimientos especializados en un área de conocimiento específica se requiere un amplio conocimiento en pedagogía y enseñanza, sería conveniente preguntarse si la formación posgradual de los docentes vinculados con el Magisterio se enfoca a el desarrollo de mejores prácticas pedagógicas o si se encuentra motivada por la posibilidad de ascender en el escalafón docente.

Una de las limitaciones más importantes para determinar la calidad de la planta docente de un colegio oficial está relacionada con la inexistencia de procesos de evaluación estandarizados, dadas las complejidades que la práctica docente implica. De este modo, la calificación de la planta docente queda en manos de los directivos docentes que pueden ser objetivos, pero que no resultan comparables. Esta carencia impide la aplicación de estrategias como las implementadas en países como Singapur, Japón y Shanghái en donde se asignan los mejores profesores en colegios con bajos desempeños y con las que se han obtenido altos estándares de calidad en sus sistemas educativos (Schleicher, 2019).

A pesar de que en este trabajo no se incluyó la intensidad horaria como variable para la estimación de la eficiencia, el análisis de los resultados a partir del tipo de jornada no encontró grandes diferencias entre la proporción de unidades eficientes y no eficientes para los colegios con jornada completa y parcial respectivamente. Se resalta además que el volumen de colegios con jornada completa sigue siendo comparativamente bajo con respecto al total de colegios analizados. Aun así, es importante destacar que una jornada extendida no necesariamente redundará en mejores resultados académicos o mejores niveles de eficiencia relativa en los colegios. Ejemplo de ello es el resultado obtenido en los resultados de las pruebas PISA en su última versión en la que se encontraron buenos desempeños en países como Finlandia caracterizados por tener jornadas cortas, mientras que en países como Emiratos Árabes Unidos - EAU en la que las jornadas son extensas, se encontró un bajo desempeño (Schleicher, 2019).

En relación con las salidas involucradas en este estudio se consideraron los resultados de las pruebas SABER 11°, que a nivel de los establecimientos educativos se consolida en el índice de calificación ICFES. Este índice además se categoriza en cinco grupos iniciando desde la categoría A+, correspondiente a los mejores índices, y las categorías de la A, B, C, y D en orden decreciente. Dentro de los colegios analizados se encontró una importante participación de colegios con calificaciones C con una participación del 50% entre las unidades consideradas en el periodo 2014-2017 y del 46% para el 2018. En segundo lugar, se encontró una baja relación entre la variable ICFT y las demás variables de salida, esto es, que a pesar de haber altos niveles de aprobación y no deserción en las unidades consideradas, esto no se refleja en la obtención de mejores resultados en las pruebas de que evalúan la calidad de la educación. Lo anterior evidencia una aparente desconexión entre el desempeño de los colegios y los objetivos académicos trazados por el Sistema Educativo a nivel Nacional, pues a pesar de que los estudiantes están ingresando al sistema y avanzando en él, no están desarrollando de manera óptima las competencias exigidas.

Adicionalmente, se encontró una clara correspondencia entre los resultados de eficiencia técnica pura y la categoría de clasificación ICFES de las unidades, donde tanto las medianas como el rango de distribución de los niveles de eficiencia alcanzaron valores mayores para las mejores categorías. La pertinencia de pruebas estandarizadas como las

SABER 11° pueden ser motivo de debate, sin embargo, es un hecho que de su resultado depende el acceso de los estudiantes a diversas instituciones de educación superior de alta calidad.

Otra de las salidas consideradas en este estudio corresponde al nivel de aprobación o no repetición de los estudiantes. Ramzi *et al.* (2016) encuentra en una variable de este tipo, el único factor influyente en el nivel de eficiencia de las unidades allí analizadas. Se destaca que en esta referencia no se identifican políticas educativas relativas a las tasas de aprobación, con lo que esta variable puede ser considerada discrecional para los colegios. En el sector educativo oficial colombiano esta variable ha sido usada como instrumento de la política educativa a través del tiempo; aunque actualmente los colegios gocen de cierto nivel de autonomía sobre los criterios de aprobación de sus estudiantes, figuras como la *promoción anticipada de grado* podrían distorsionar el verdadero efecto de esta variable como medida para los resultados del sistema.

La literatura en torno a aplicaciones de DEA en el sector educativo resaltan en las diferencias e eficiencia entre colegios privados y oficiales en favor de los primeros (Giambona et al., 2011). Una primera aproximación a este tipo de resultados podría sugerir la pertinencia de entregar la administración del servicio educativo a agentes privados; no obstante, la alta participación que en Colombia tiene el servicio educativo oficial pese a estas disparidades indica que la elección puede guardar una mayor relación con la asequibilidad del servicio e incluso con la percepción sobre la importancia de la educación para el futuro de niños, niñas y jóvenes. Debido a que se trata de variables de compleja comprensión e intervención, son los colegios oficiales los llamados construir los puentes necesarios para estrechar las brechas entre las oportunidades académicas que tienen quienes acceden a la educación oficial y no oficial a través del uso más eficiente de los recursos con que cuentan.

A pesar de que en este trabajo se estimó un modelo DEA de una etapa y que en esta únicamente se tuvieron en cuenta variables discrecionales para los colegios, se realizó una aproximación a la relación existente entre los resultados de eficiencia obtenidos y variables de entorno o no discrecionales. Este análisis no busca sugerir cambios estructurales que están fuera del control de las DMU analizadas; en su lugar, pretende resaltar los retos que afrontan especialmente los directivos docentes para optimizar el uso de los recursos con

que disponen los colegios y alcanzar niveles mayores de eficiencia relativa. A diferencia de otras aplicaciones, la disponibilidad de datos relacionados con variables exógenas es limitado, esto es, no se cuenta con información sobre hábitos de estudio (Muñiz, 2002), los recursos pedagógicos disponibles en casa (Giambona et al., 2011) o el contexto socioeconómico y cultural de los responsables de los estudiantes (Cordero et al., 2010).

En términos de la ubicación de las DMU, los mejores niveles de eficiencia relativa siguen siendo los obtenidos por colegios ubicados en zonas urbanas y ciudades principales (Giambona et al., 2011) así como en los colegios ubicados en áreas urbanas en contraste con los de áreas rurales (Kantabutra & Tang, 2006). A pesar de ello, en este trabajo se observó que la distribución de estos niveles de eficiencia es más uniforme y con sesgo positivo para las áreas rurales. Llama la atención que a pesar de que la cantidad de DMU en zonas rurales y urbanas no difiere significativamente, si se encuentra un volumen considerablemente mayor de estudiantes en colegios ubicados en zonas urbanas. Esto, además de ser una aproximación a la capacidad del servicio educativo ofrecido en las áreas rurales, constituye un indicio de la reducción de la población escolarizada en dichas zonas. Si bien, los Gobiernos de las últimas décadas han desarrollado iniciativas para reducir las tasas de analfabetismo y mejorar la calidad de la educación rural, la persistencia de estas implica el diseño e implementación de planes que más que reducir las brechas, permitan que no exista distinción alguna entre lo rural y lo urbano en el servicio educativo. El que para tres de los cinco años considerados haya resultado una mayor proporción de DMU eficientes en zonas rurales permite inferir el potencial con que cuentan muchos colegios ubicados en estas zonas. No se puede olvidar que aspectos como la presencia del conflicto armado y altos niveles de corrupción a nivel nacional son retos adicionales con lo que debe lidiar el sector educativo, especialmente en áreas rurales en las que la presencia del estado suele ser menor.

La centralización del servicio educativo también se hace evidente entre los Departamentos, esto es, una importante concentración de los colegios de las características analizadas en el centro del país. Bogotá D.C. y Antioquia, además de tener una densidad mayor de estudiantes en sus colegios, presenta resultados de eficiencia técnica relativamente buenos a lo largo de todo el periodo, mientras que Departamentos como Amazonas, Guainía y Guaviare, no sólo cuenta con pocos colegios sino con los niveles de eficiencia

relativa más bajos. Estos, junto con Departamentos como Chocó y La Guajira, además evidencia una amplia dispersión entre los resultados de eficiencia relativa lo que sugiere en estos territorios la existencia de colegios con importantes inconvenientes en su operación. Un alto nivel de concentración de los servicios educativos en el centro del país podría ahondar el abandono de ciertos territorios y actividades vocacionales del territorio nacional tales como la agricultura. En lugar de ello, los niños y jóvenes deberían contar con servicios educativos de calidad que les permitan aportar soluciones a las problemáticas de sus comunidades. Nuevamente, esta es una labor que, en presencia de conflicto armado, violencia, delincuencia y falta de acceso a servicios básicos resulta mucho más difícil de realizar.

La metodología DEA para la medición de la eficiencia relativa de colegios en Colombia ha sido usada a nivel local y departamental; sin embargo, en la literatura revisada para este estudio no se encontró ningún análisis que haya incluido información del nivel nacional, lo que permite que este estudio aporte una visión general de la eficiencia relativa del sistema educativo nacional en los niveles de educación básica y media. Además, este estudio recoge y emplea información de los cinco años más recientes para los que se cuenta con información oficial de la prestación del servicio educativo, lo que permite contrastar los resultados obtenidos a lo largo del tiempo, así como encontrar regularidades propias de la estructura del sistema educativo nacional para el sector y los niveles considerados.

Se destaca el enfoque que conserva el análisis presentado, pues se da una mayor relevancia a los factores controlables desde los colegios. Con ello se busca identificar oportunidades que desde la gestión de los colegios permitan incrementar la eficiencia en su operación. En todo caso, no se ignoran factores del entorno que pueden impactar el desempeño de los colegios; sin embargo, se revisan con el fin de ser tenidos en cuenta desde las estrategias de los colegios, más que con el ánimo de sugerir cambios estructurales en el sistema. Si bien las reformas estructurales tienen la potencialidad de redireccionar el sistema educativo como conjunto, la existencia de intereses particulares entre los hacedores de política puede ralentizar su consecución; es por ello, que este trabajo propone una perspectiva en la que la reestructuración del sistema pueda darse de modo inductivo partiendo desde sus células, los colegios.

6. Conclusiones y recomendaciones

Se ha presentado una medición de la eficiencia relativa para los colegios públicos de educación básica y media en Colombia a través de la metodología de Análisis envolvente de datos – DEA. Este trabajo se integra a la escasa literatura con aplicaciones de DEA en el sector educativo nacional, más específicamente en los niveles de educación básica y media para el sector oficial colombiano. Así mismo, es una de las pocas, sino la única, que integra un análisis de alcance nacional bajo la metodología DEA en el sector previamente indicado.

En el desarrollo de este trabajo se logró calcular un índice de eficiencia relativa para un promedio de 4.411 colegios oficiales de todo el país con oferta de educación básica y media en el modelo de educación tradicional. Para lograr un análisis pertinente de los índices obtenidos mediante el paquete deaR de R-Studio, en primer lugar, se elaboró una caracterización del sistema de educación pública en Colombia para los niveles escolares de básica y media, a partir de la revisión de aspectos normativos, estructurales y normativos del mismo. A partir de ello, se logró especificar la metodología a implementar para la obtención de los índices de eficiencia relativa, seleccionando los modelos de interés y las variables a considerar en ellos. En este punto, se consideraron entradas y salidas caracterizadas por ser discrecionales, en buena medida, para los colegios. Finalmente, se obtuvieron las medidas de eficiencia relativa y se analizaron a la luz de variables categóricas del entorno.

Las variables consideradas como entradas para la estimación de la eficiencia relativa incluyeron la cantidad de estudiantes matriculados, la cantidad de equipos de cómputo en

los colegios, y cuatro variables relacionadas con la cantidad y calidad de recurso humano en los colegios, a saber, la cantidad de docentes de aula, la cantidad de docentes con posgrado, la cantidad de docentes directivos y la cantidad de administrativos. En las salidas, se usaron variables relativas al nivel de aprobación y de no deserción en los colegios, además del índice de calificación ICFES de los colegios. Se estimó un modelo con información para cada año en el periodo 2014-2018.

Con relación a las variables incluidas en las estimaciones de eficiencia relativa, se encontró que los colegios más pequeños, medidos a partir de la cantidad de estudiantes matriculados, obtuvieron mejores niveles de eficiencia durante todo el periodo analizado. Por su parte, la cantidad de equipos de cómputo en las sedes no se evidenció un impacto relevante en el desempeño de los colegios, lo que puede sugerir la subutilización o incluso la exclusión de estos recursos en los procesos de aprendizaje. Con respecto a la planta docente, se encontró un nivel promedio de estudiantes por docente moderado; no obstante, en ciudades con una alta densidad poblacional, este valor alcanza e incluso supera los 40 estudiantes por docente. En este mismo sentido, se encontró una mayor presencia de DMU eficientes en la categoría en la que la participación de docentes en la planta docente es mínima, lo que sugiere la necesidad de una revisión sobre la pertinencia de los programas de posgrado para docentes.

La relación entre las variables de salida y los niveles de eficiencia es mínima para las variables relativas a los niveles de deserción y aprobación. Por su parte, se identificaron mayores niveles de eficiencia relativa para aquellas DMU con un índice de clasificación ICFES durante todo el periodo de análisis. La baja correlación identificada entre las dos primeras salidas tanto con el índice de clasificación del ICFES como con los resultados de eficiencia sugieren cierto nivel de desconexión entre los objetivos operativos de las DMU y los objetivos de calidad de la educación a nivel nacional.

Se destaca la persistente centralización del sistema educativo tanto a nivel departamental como a nivel nacional en zonas urbanas. Llama la atención que a pesar de que la cantidad de DMU en zonas rurales y urbanas no difiere significativamente, si se encuentra un volumen considerablemente mayor de estudiantes en colegios ubicados en zonas urbanas. La centralización del servicio educativo también se hace evidente entre los Departamentos,

esto es, una importante concentración de los colegios de las características analizadas en el centro del país. Bogotá D.C. y Antioquia, además de tener una densidad mayor de estudiantes en sus colegios, presenta resultados de eficiencia técnica relativamente buenos a lo largo de todo el periodo, mientras que Departamentos como Amazonas, Guainía y Guaviare, no sólo cuenta con pocos colegios sino con los niveles de eficiencia relativa más bajos. Estos, junto con Departamentos como Chocó y La Guajira, además evidencia una amplia dispersión entre los resultados de eficiencia relativa lo que sugiere en estos territorios la existencia de colegios con importantes inconvenientes en su operación. Otro de los hallazgos notables de este estudio es que son las DMU clasificadas como pequeñas las que obtuvieron unas medias de eficiencia más altas durante todo el periodo.

En términos del tipo de análisis efectuado en este trabajo, en primer lugar, se debe destacar el gran valor de la información disponible para el sector de interés y el hecho de que esta sea de libre acceso. Es de esperar que a futuro la calidad de la información registrada mejore a medida que los colegios tengan un mayor grado de comprensión y compromiso con el registro de la información. Es importante indicar la importancia de una mejora en términos del tiempo empleado para la publicación de la información, en la medida que un rezago de casi dos años en la información dificultará el monitoreo permanente y la atención oportuna de las necesidades del sector. Entre tanto, la exploración de alternativas para la proyección de esta información podría ser un trabajo paralelo que podría subsanar esta falencia en la disponibilidad de la información.

De otra parte, analizar el sistema educativo desde la perspectiva de los colegios puede ofrecer soluciones que, aunque de menor alcance, tienen una potencialidad de realización mucho mayor y que en suma pueden redundar en una verdadera transformación del sector. Una aproximación a partir de la *gestión funcional* puede permitir una mayor objetividad sobre el uso de los recursos escasos, sin embargo, un análisis que busque aportar soluciones contundentes a las problemáticas de este sector debe estar acompañado de una serie de consideraciones apoyadas en disciplinas como la pedagogía y la psicología que permitan idear alternativas integrales.

Se ha ilustrado la potencialidad de una metodología como DEA para el estudio del sector educativo a nivel nacional, a la vez que se ha enfatizado en la importancia de identificar aquellas variables que realmente están bajo control parcial o total de las DMU consideradas. Así, en futuras aplicaciones para este sector, se recomienda identificar claramente aquellas variables que aportan información relevante sobre el desempeño de las instituciones y que a su vez pueden ser potenciadas desde la gestión, entre ellas, la intensidad horaria para asignaturas específicas tales como las ciencias, artes y deportes, así como aquellas relacionadas con la dotación y el estado de la infraestructura escolar. Un análisis del efecto de las variables de entorno más que pretender encontrar relaciones de causalidad, debería permitir identificar los factores que debe tener en cuenta un directivo docente, sin que esto limite su genialidad para lograr los mejores resultados en su gestión.

Para futuros trabajos se recomienda emplear análisis cuantitativos complementarios que permitan enriquecer el análisis de las medidas de eficiencia calculadas mediante DEA. Así mismo, se recomienda la inclusión de variables que aporten información sobre la estructura organizativa y de gestión de los colegios. Algunas de ellas pueden estar relacionadas con el nivel de formación de los rectores, el acceso a las TIC a nivel directivo y administrativo, y variables relativas al desempeño en términos de las evaluaciones periódicas y de la información financiera al final de cada año escolar. El análisis también podría ser enriquecido a través de visitas de campo en instituciones ubicadas en lugares apartados del país para identificar las condiciones reales y restricciones que no reflejan los datos.

En términos de los hallazgos de este análisis, la primera recomendación va dirigida a la ideación de estrategias comparables de evaluación de docentes que permitan disponer del recurso humano de forma más eficiente. Esto mismo puede facilitar la focalización de programas de promoción de la calidad en el ejercicio docente e incluso determinar orientaciones para los programas de formación docente en el país. En ausencia de una herramienta de calificación docente a nivel nacional, la ideación de instrumentos de medición de la calidad docente y de potenciación de sus competencias resulta ser una tarea indispensable para la gestión del recurso humano al interior de las instituciones. Aunque en efecto los resultados de una evaluación docente con estos fines podrían traducirse en términos de mejor remuneración, esta recomendación se encuentra más

enfocada a la posibilidad de disponer del recurso humano mejor calificado en aquellas regiones en las que las limitaciones socioeconómicas son difícilmente subsanables y en las que un docente suficientemente capacitado podría aportar en la reducción de brechas de eficiencia y pertinencia de la educación.

De otra parte, dada la autonomía de las instituciones en la definición de sus mecanismos de evaluación y promoción escolar, resulta imperativo alinear los objetivos de estas evaluaciones a los del Sistema Educativo Nacional. Sin duda esto exige el desarrollo de prácticas docentes específicas que propicien en los estudiantes el desarrollo de las competencias esperadas por el nivel nacional y que son evaluadas a través de las pruebas SABER. No se debe perder de vista que el resultado de las pruebas de estado para el grado 11° definen en gran medida las posibilidades de acceso a la educación superior de los estudiantes, razón por la que el logro en estas pruebas debería estar incluido en los objetivos de la evaluación adelantada por los colegios.

Un aspecto importante a tener en cuenta y del que se encontró limitada información en esta investigación está relacionado con las capacidades gerenciales de los rectores y directores de los colegios públicos. En este sentido, parece necesaria la generación de indicadores que permitan medir el desempeño en estos funcionarios en términos de la optimización del uso de los recursos disponibles, así como de su pertinencia en relación con los fines académicos del sistema educativo. Un seguimiento a este tipo de indicadores permitiría un uso más eficiente de los recursos destinados al sistema educativo para los niveles de básica y media en pro de mejores resultados en términos académicos y de bienestar social.

7. Anexos

Resultados estimaciones DEA: Consultar Archivo Excel Anexo1 – Resultados Rdea 2014-2018.

8. Bibliografía

- Aldamak, A., & Zolfaghari, S. (2017). Review of efficiency ranking methods in data envelopment analysis. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 106, 161–172.
<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.04.028>
- Azar Dufrechou, P. (2016). The efficiency of public education spending in Latin America: A comparison to high income countries. *International Journal of Educational Development*, 49, 188–203.
<https://doi.org/10.1016/j.ijedudev.2016.03.005>
- Baba, R., Karim, Z. A., Majid, M. A., & Sulaiman, N. (2021). The Determinants of the Technical Efficiency of Secondary Schools in Malaysia: A Panel Evidence. *Etikonomi*, 20(1), 169–184.
<https://doi.org/10.15408/etk.v20i1.17204>
- Banker, R;Charnes, A; Cooper, W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092.
- Barrera, F., & Linden, L. L. (2009). The Use and Misuse of Computers in Education: Evidence from a Randomized Experiment in Colombia. *Impact. Human Development Network Education*, 29(February). Retrieved from <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=eric&AN=ED509325&site=ehost-live%5Cnhttp://go.worldbank.org/46RX8ZK7U0>
- Bayona, H. (2016). Efectos de la infraestructura sobre el fracaso escolar: evidencia empírica para Colombia. *Voces y Silencios. Revista Latinoamericana de Educación*, 7(2), 19–40.
<https://doi.org/10.18175/vys7.2.2016.03>
- Bessent, A., Bessent, W., Kennington, J., & Reagan, B. (1982). An Application of Mathematical Programming to Assess Productivity in the Houston Independent School District Author (s): A . Bessent , W . Bessent , J . Kennington and B . Reagan Published by : INFORMS Stable URL : <https://www.jstor.org/stable/2630978>. *Management Science*, 28(12), 1355–1367.
- Brzezicki, Ł., Pietrzak, P., & Cieciora, M. (2020). The Total Efficiency of Teaching

- Activity of Polish Higher Education Institutions. *Foundations of Management*, 12(1), 19–30. <https://doi.org/10.2478/fman-2020-0002>
- Buitrago Suescú, O. Y., Espitia Cubillos, A. A., & Molano García, L. (2017). Análisis envolvente de datos para la medición de la eficiencia en instituciones de educación superior: una revisión del estado del arte. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(19), 147. <https://doi.org/10.21830/19006586.84>
- Cervera, A., Oviedo, W., & Pineda, J. A. (2013). Revisión bibliográfica de la aplicación de la metodología DEA en el ámbito educativo colombiano *. *Civilizar*, 13(25), 133–156. Retrieved from <file:///C:/Users/user/AppData/Local/Temp/134-523-1-PB.pdf>
- Chakraborty, K., Biswas, B., & Lewis, W. C. (2001). Measurement of Technical Efficiency in Public Education: A Stochastic and Nonstochastic Production Function Approach. *Southern Economic Journal*, 67(4), 889. <https://doi.org/10.2307/1061576>
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1981). Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through. *Management Science*, 27(6), 668–697. <https://doi.org/10.1287/mnsc.27.6.668>
- Coll-Serrano, V., Bolos, V., & Benitez Suarez, R. (2020). Package ‘deaR.’ <https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>
- Congreso de la República de Colombia. Ley 60 de agosto 12 de 1993 (1993).
- Congreso de la República de Colombia. Ley 115 de Febrero 8 de 1994, Pub. L. No. Ley 115 de 1994, 50 (1994).
- Contraloría General de la República. (2017). *Efecto Resdistributivo del Sistema General de Participaciones*. *Secretaría Distrital de Hacienda*. Retrieved from <http://www.shd.gov.co/shd/sistema-general-de-participaciones>
- Cooper, William W; Seiford, Lawrence M; Tone, K. (2006). *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses*.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2007). *Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software: Second edition*. *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software: Second*

Edition. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-45283-8>

- Cordero, J. M., Pedraja, F., & Santín, D. (2010). Enhancing the inclusion of non-discretionary inputs in DEA. *Journal of the Operational Research Society*, 61(4), 574–584. <https://doi.org/10.1057/jors.2008.189>
- DANE. (2019). *Boletín Técnico Educación Formal (EDUC)*. Departamento Administrativo Nacional de Estadística.
- DANE. (2020). *Boletín Técnico Educación Formal (EDUC) 2019*. Retrieved from https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/boletines/educacion/bol_EDUC_19.pdf
- Debnath, R. M., & Shankar, R. (2009). Assessing performance of management institutions: An application of data envelopment analysis. *TQM Journal*, 21(1), 20–33. <https://doi.org/10.1108/17542730910924727>
- Di Giacomo, G., & Pennisi, A. (2015). Assessing Primary and Lower Secondary School Efficiency Within Northern, Central and Southern Italy. *Italian Economic Journal*, 1(2), 287–311. <https://doi.org/10.1007/s40797-014-0002-3>
- Durán-Narucki, V. (2008). School building condition, school attendance, and academic achievement in New York City public schools: A mediation model. *Journal of Environmental Psychology*, 28(3), 278–286. <https://doi.org/10.1016/j.jenvp.2008.02.008>
- Emrouznejad, A., & Yang, G. liang. (2017). A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978–2016. *Socio-Economic Planning Sciences*, 61, 4–8. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2017.01.008>
- Escorcía Caballero, R., Visbal Cadavid, D., & Agudelo Toloza, J. M. (2015). Eficiencia en las instituciones educativas públicas de la ciudad de Santa Marta (Colombia) mediante "Análisis Envolvente de Datos. *Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería*, 23(4), 579–593. <https://doi.org/10.4067/s0718-33052015000400009>
- Farrell, M. J. . (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120(3), 253–290.
- Figueroa, María; García, Sandra; Malonado, D., & Rodríguez, Catherine; Saavedra, Ana María; Vargas, G. (2003). La profesión docente en Colombia: normatividad, formación, selección y evaluación. *Documentos de Trabajo Escuela de Gobierno Alberto Lleras Camargo*, 7816(54).
- Fonchamnyo, D. C., & Sama, M. C. (2016). Determinants of public spending efficiency in education and health: evidence from selected CEMAC countries. *Journal of Economics and Finance*, 40(1), 199–210.

- <https://doi.org/10.1007/s12197-014-9310-6>
- García, s, Fernández, M., & Sánchez, T. (2010). *Deserción y repetición en los primeros grados de la básica primaria: factores de riesgo y alternativas de política pública*. *Journal of Chemical Information and Modeling* (Vol. 53). <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- García, S., Rodríguez, C., Sánchez, F., & Bedoya, G. (2015). La lotería de la cuna : la movilidad social a través de la educación en los municipios de Colombia. *Documentos CEDE*, 31(Septiembre), 91.
- Giambona, F., Vassallo, E., & Vassiliadis, E. (2011). Educational systems efficiency in European Union countries. *Studies in Educational Evaluation*, 37(2–3), 108–122. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2011.05.001>
- Glewwe, P., Hanushek, E., Humpage, S., & Ravina, R. (2011). School Resources and Educational Outcomes in Developing Countries: A Review of the Literature from 1990 to 2010. *National Bureau of Economic Research*, 17554. <https://doi.org/10.3386/w17554>
- Gobierno de Colombia. (2020). Computadores para educar. Retrieved from <https://www.computadoresparaeducar.gov.co/publicaciones/3/historia/>
- Gourishankar, V., & Sai Lokachari, P. (2012). Benchmarking educational development efficiencies of the Indian states: A DEA approach. *International Journal of Educational Management*, 26(1), 99–130. <https://doi.org/10.1108/09513541211194400>
- Grosskopf, S., Hayes, K. J., & Taylor, L. L. (2014). Efficiency in education: Research and implications. *Applied Economic Perspectives and Policy*, 36(2), 175–210. <https://doi.org/10.1093/aep/ppu007>
- Hanushek, E. A. (2003). The failure of input-based schooling policies. *Economic Journal*, 113(485). <https://doi.org/10.1111/1468-0297.00099>
- Hu, Y., Zhang, Z., & Liang, W. (2009). Efficiency of primary schools in Beijing, China: An evaluation by data envelopment analysis. *International Journal of Educational Management*, 23(1), 34–50. <https://doi.org/10.1108/09513540910926411>
- Huguenin, J. M. (2015). Adjusting for the environment in DEA: A comparison of alternative models based on empirical data. *Socio-Economic Planning Sciences*, 52, 41–54. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2015.10.004>
- ICFES. (2016a). *Colombia en PISA 2015. Resumen Ejecutivo*. Ministerio de educación nacional de Colombia. Retrieved from <http://www.icfes.gov.co/instituciones-educativas-y-secretarias/evaluaciones->

internacionales-inves/programa-para-la-evaluacion-internacional-de-estudiantes-pisa

- ICFES. (2016b). *ISCE: Guía Metodológica. Boletín saber en breve* (Vol. 005). Retrieved from <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=a9h&AN=25933460&site=ehost-live>
- Jaime, J. A. (2016). Formulaciones en el Análisis Envolvente de Datos (DEA). Resolución de casos prácticos. *Depósito de Investigación - Universidad de Sevilla*, 93. Retrieved from [https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/43744/Alberto Jaime, Jaime TFG.pdf?sequence=1](https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/43744/Alberto%20Jaime,%20Jaime%20TFG.pdf?sequence=1)
- Kantabutra, S., & Tang, J. C. S. (2006). Urban-Rural and Size Effects on School Efficiency: The Case of Northern Thailand. *Leadership and Policy in Schools*, 5(4), 355–377. <https://doi.org/10.1080/15700760600968416>
- Kao, C. (2014). Network data envelopment analysis: A review. *European Journal of Operational Research*, 239(1), 1–16. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.02.039>
- Kaur, H., & Bhalla, G. S. (2018). Evaluating the resource use efficiency of government colleges in Punjab (India): A data envelopment analysis. *International Journal of Law and Management*, 60(3), 804–813. <https://doi.org/10.1108/IJLMA-03-2017-0074>
- Labijak-kowalska, A. (2021). Experimental comparison of results provided by ranking methods in Data Envelopment Analysis, 173(August 2020). <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.114739>
- Lampe, H. W., & Hilgers, D. (2015). Trajectories of efficiency measurement: A bibliometric analysis of DEA and SFA. *European Journal of Operational Research*, 240(1), 1–21. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.04.041>
- Lange, F., & Topel, R. (2006). Chapter 8: The Social Value of Education and Human Capital. In *Handbook of the Economics of Education* (Vol. 1, pp. 459–509). [https://doi.org/10.1016/S1574-0692\(06\)01008-7](https://doi.org/10.1016/S1574-0692(06)01008-7)
- Lee, B. J., & Barro, R. J. (2017). The Suntory and Toyota International Centres for Economics and Related Disciplines Schooling Quality in a Cross-Section of Countries Author (s): Jong-Wha Lee and Robert J . Barro Published by : Wiley on behalf of The London School of Economics and Polit, 68(272), 465–488.
- Liu, J. S., Lu, L. Y. Y., Lu, W. M., & Lin, B. J. Y. (2013). A survey of DEA

- applications. *Omega (United Kingdom)*, 41(5), 893–902.
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2012.11.004>
- López, O., & Suárez, E. (2011). *Evaluación de la eficiencia de las instituciones educativas oficiales de Bucaramanga mediante el análisis envolvente de datos DEA*. Universidad Industrial de Santander.
<https://doi.org/10.16194/j.cnki.31-1059/g4.2011.07.016>
- MINEDUCACIÓN. (2020). *Programa Conexión Total. Guía para radicar propuestas y documentación*. Retrieved from
https://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-355165_recurso_1.pdf
- MINEDUCACIÓN. (2021). Sistema Educativo Colombiano. Retrieved from
https://www.mineduccion.gov.co/1759/w3-article-233839.html?_noredirect=1%0Ahttp://www.mineduccion.gov.co/1621/w3-article-231235.html%0Ahttp://www.mineduccion.gov.co/1621/w3-article-233839.html
- Ministerio de Educación Nacional. (2009). *Organización del sistema educativo: conceptos generales de la educación preescolar, básica y media*.
- MINTIC. (2019). *Plan Nacional de Conectividad Rural*. Retrieved from
https://www.mintic.gov.co/portal/604/articles-125867_PDF.pdf
- Muñiz, M. A. (2002). Separating managerial inefficiency and external conditions in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 143(3), 625–643. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00344-7](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00344-7)
- Munoz, D. A., & Queupil, J. P. (2016). Assessing the efficiency of secondary schools in Chile: a data envelopment analysis. *Quality Assurance in Education*, 24(3), 306–328. <https://doi.org/10.1108/QAE-05-2015-0022>
- Navas, L. P., Montes, F., Abolghasem, S., Salas, R. J., Toloo, M., & Zarama, R. (2020). Colombian higher education institutions evaluation. *Socio-Economic Planning Sciences*, 71(June 2019), 100801.
<https://doi.org/10.1016/j.seps.2020.100801>
- OCDE. (2016). *PISA 2015. Resultados Clave. Pisa 2015*.
<https://doi.org/10.1596/28293>
- OCDE. (2018). *OECD Reviews of School Resources: Colombia 2018*. Paris: OCDE.
- OCDE. (2019). *PISA 2018 Results. What students know and can do*. (Vol. I).
- OECD. (2016). *La educación en Colombia. Revisión de las políticas nacionales de educación*.

- OECD. (2018a). *Effective Teacher Policies. Insights from PISA*.
- OECD. (2018b). *PISA 2018 results. Effective polices, successful schools* (Vol. V).
- PISA. (2018). *Programme for international student assessment (PISA). Result from PISA 2018 . Country Note. Colombia*.
- Pritchett, L. (2004). Towards a New Consensus for Addressing the Global Challenge of the Lack of Education. *SSRN Electronic Journal*.
<https://doi.org/10.2139/ssrn.1112689>
- Ramzi, S., Afonso, A., & Ayadi, M. (2016). Assessment of efficiency in basic and secondary education in Tunisia: A regional analysis. *International Journal of Educational Development*, 51, 62–76.
<https://doi.org/10.1016/j.ijedudev.2016.08.003>
- Rivkin, S. G., Hanushek, E. A., & Kain, J. F. (2005). Teachers, schools, and academic achievement. *Econometrica*, 73(2), 417–458.
<https://doi.org/10.1111/j.1468-0262.2005.00584.x>
- Rodríguez, I. D. (2014). Eficiencia de la educación superior en Colombia: un análisis mediante fronteras. *Revista CIFE* 24, 16, 163–194.
- Rostamzadeh, R., Akbarian, O., Banaitis, A., & Soltani, Z. (2021). Application of dea in benchmarking: A systematic literature review from 2003–2020. *Technological and Economic Development of Economy*, 27(1), 175–222.
<https://doi.org/10.3846/tede.2021.13406>
- Ruggiero, J., & Vitaliano, D. F. . (1999). Assessing the efficiency of public schools using DEA and frontier regression. *Contemporary Economic Policy*, 17(3), 321–331.
- Sarrico, C. S., & Rosa, M. J. (2009). Measuring and comparing the performance of Portuguese secondary schools: A confrontation between metric and practice benchmarking. *International Journal of Productivity and Performance Management*, 58(8), 767–786. <https://doi.org/10.1108/17410400911000408>
- Schleicher, A. (2019). PISA 2018 insights and interpretations. *OECD Publishing*, 64. Retrieved from [https://www.oecd.org/pisa/PISA 2018 Insights and Interpretations FINAL PDF.pdf](https://www.oecd.org/pisa/PISA%2018%20Insights%20and%20Interpretations%20FINAL%20PDF.pdf)
- Schuschny, A. (2007). *Método DEA y su aplicación al estudio del sector energético y las emisiones de CO2 en América Latina y el Caribe*. CEPAL *Serie estudios estadísticos prospectivos*. Retrieved from <http://www.cepal.org/publicaciones/xml/8/28668/LCL2657e.pdf>
- Shero, J. A., Al Otaiba, S., Schatschneider, C., & Hart, S. A. (2021). Data

- envelopment analysis (DEA) in the educational sciences. *The Journal of Experimental Education*, 0(0), 1–20.
<https://doi.org/10.1080/00220973.2021.1906198>
- Sneyers, E., & De Witte, K. (2017). The interaction between dropout, graduation rates and quality ratings in universities. *Journal of the Operational Research Society*, 68(4), 416–430. <https://doi.org/10.1057/jors.2016.15>
- Thanassolis, E. (2001). *Introduction to the theory and application of Data Envelopment Analysis. Workshop 2015*. Birmingham.
- UNESCO. (2018). *Rendir cuentas en el ámbito de la educación : Cumplir nuestros compromisos*.
- UNESCO, I. de estadística. (2012). *Oportunidades perdidas: El impacto de la repetición y de la salida prematura de la escuela. Compendio mundial de la educación 2012*. <https://doi.org/10.15220/978-92-9189-122-1-sp>
- Villano, R. A. (2021). Survey on technical efficiency in higher education : A meta-fractional regression analysis, (December 2018), 110–135.
<https://doi.org/10.1111/1468-0106.12310>
- Visbal-Cadavid, D., Martínez-Gómez, M., & Guijarro, F. (2017). Assessing the efficiency of public universities through DEA. A case study. *Sustainability (Switzerland)*, 9(8), 1–19. <https://doi.org/10.3390/su9081416>
- Visbal-Cadavid, D., Mendoza, A. M., & Hoyos, I. Q. (2019). Prediction of efficiency in colombian higher education institutions with data envelopment analysis and neural networks. *Pesquisa Operacional*, 39(2), 261–275.
<https://doi.org/10.1590/0101-7438.2019.039.02.0261>
- W. Palocsay, S., & Wood, W. C. (2014). An Investigation of U.S. Undergraduate Business School Rankings Using Data Envelopment Analysis With Value-Added Performance Indicators. *Journal of Education for Business*, 89(6), 277–284. <https://doi.org/10.1080/08832323.2013.876379>
- Yáñez Canal, G., García Amado, A. P., & González Hurtado, M. (2015). Research Efficiency Assessment of Colombian Public Universities 2003-2012: Data Envelopment Analysis. *Inge CUC*, 11(2), 97–108.
<https://doi.org/10.17981/ingecuc.11.2.2015.10>