



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Objeto virtual de aprendizaje para la enseñanza de las funciones lineales basada en la Enseñanza para la Comprensión

Laura María Reinoso Flórez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2021

Objeto virtual de aprendizaje para la enseñanza de las funciones lineales basada en la Enseñanza para la Comprensión

Laura María Reinoso Flórez

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Pablo Andrés Ochoa Botache

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2021

Dedicatoria

*A mi madre y a mi hermana por su
incondicional apoyo.*

Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.

Laura María Reinoso Flórez

Fecha 24/06/2021

Agradecimientos

A mi familia por su apoyo y motivación para seguir adelante.

A mi director Pablo Andrés Ochoa Botache, por sus aportes, disposición y colaboración para el diseño de esta monografía.

A mi amiga Leidy Jhoana Castaño Quintero, por su compañía durante tantos años, sus sabios consejos, y por estar siempre disponible para ayudarme.

Al docente Rodrigo Covalada por la información y asesoría brindadas respecto al marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión.

Resumen

Objeto virtual de aprendizaje para la enseñanza de las funciones lineales basada en la Enseñanza para la Comprensión

En esta monografía se presenta el diseño de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) para la enseñanza de la función lineal con el marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión de Perkins (EpC). El OVA no fue implementada en ningún aula de clase, pero está dirigida para estudiantes de noveno grado de una institución educativa colombiana.

Para diseñar este OVA, se realizaron búsquedas bibliográficas de Tesis o documentos que abordaran la enseñanza de las matemáticas, el marco de la EpC, el uso de las TIC, y las funciones lineales. Estas investigaciones fueron un punto de partida para el diseño del OVA porque muchas describen que el marco de la EpC facilita la planeación de la enseñanza al definir con claridad los tópicos generativos, las metas y desempeños de comprensión y la evaluación diagnóstico-continua. También mencionan que el uso de las TIC podía aumentar la autonomía y la motivación de los estudiantes al implementar actividades que normalmente no se llevan al aula de clase.

El OVA se estructura frente a tres tópicos generativos que son Relación, Función y Función Lineal. Para cada uno de estos tópicos se diseña un video introductorio, un libro interactivo con los contenidos más importantes, una serie de actividades que buscan desarrollar la comprensión y un apartado para la evaluación diagnóstico-continua de lo abordado en cada unidad.

Palabras clave: Enseñanza para la Comprensión, EpC, enseñanza, funciones lineales, TIC, OVA, Objeto Virtual de Aprendizaje.

Abstract

Virtual learning object for teaching linear functions based on teaching for understanding

This monograph presents the design of a Virtual Learning Object (VLO) for teaching linear function under the Perkins Teaching for Understanding (EpC) theoretical framework. The VLO was not implemented in any classroom, but it is aimed at ninth grade students from a Colombian educational institution.

To design this VLO, bibliographic searches were performed about dissertations or documents that address the teaching of mathematics, the framework of teaching for comprehension, the use of ICT, and linear functions. These investigations were a starting point for the VLO design because many of them describe that the EpC framework facilitates instructional planning by clearly defining generative topics, comprehension goals and performances, and continuous diagnostic assessment. They also mention that the use of ICT could increase the autonomy and motivation of students when implementing activities that are not normally developed at the classroom.

The VLO is structured around three generative topics: Relation, Function and Linear Function. For each of these topics were designed and developed an introductory video, an interactive book with the most important contents, a series of activities seeking to favor understanding and a section for the continuous diagnostic evaluation of what is addressed in each unit.

Keywords: EpC, teaching, linear functions, ICT, OVA.

Contenido

	Pág.
Resumen	IX
Lista de figuras	XIII
Lista de tablas	XV
Introducción	1
1. Consideraciones previas.....	3
1.1 Planteamiento del problema	3
1.1.1 Formulación de la pregunta.....	3
1.2 Justificación.....	3
1.3 Objetivos.....	5
1.3.1 Objetivo General.....	5
1.3.2 Objetivos Específicos	5
1.4 Marco Referencial	6
1.4.1 Referente Antecedentes.....	6
1.4.2 Referente Legal	8
2. Revisión sobre EpC y matemáticas	12
2.1 Revisión de la Enseñanza para la Comprensión.	12
2.2 Revisión de documentos de enseñanza de las matemáticas relacionados con la EpC	15
3. TIC y la enseñanza de la función Lineal	23
4. Objeto Virtual de Aprendizaje para la enseñanza de la función lineal	29
4.1 Descripción del OVA	29
4.1 Acceso y distribución del OVA sobre Función Lineal.....	30
4.2 Diseño del OVA.....	30
4.3 Marco teórico de la EpC implementado en el OVA	32
4.3.1 Tópicos generativos	33
4.3.2 Metas de comprensión	37
4.3.3 Desempeños de comprensión	39
4.3.4 Evaluación diagnóstica-continua.....	41
4.4 Pertinencia del recurso	42
4.5 Tecnologías implementadas	44
4.5.1 GitHub.....	44
4.5.2 Bootstrap.....	44
4.5.3 Descartes.....	44

4.5.4	Plantillas de libros interactivos y de objetos interactivos de la RED Descartes.	44
4.5.5	Hot Potatoes	45
4.5.6	GeoGebra	45
4.5.7	Librería Processing en JavaScript	46
4.5.8	Scratch	46
5.	Conclusiones y recomendaciones	47
5.1	Conclusiones	47
5.2	Recomendaciones	48
A.	Anexo: Propuestas de enseñanza de las matemáticas relacionadas con la EpC	49
B.	Anexo: Resumen de las tesis de enseñanza de la función lineal relacionadas con las TIC	57
	Bibliografía	71

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1: Diagrama de cajas y bigotes de los años de publicación de las investigaciones relacionadas con la EpC.	16
Figura 2: Diagrama circular de los niveles educativos de los trabajos relacionados con la EpC.	16
Figura 3: Diagrama circular de los objetivos de investigación de los documentos relacionados con la EpC.	17
Figura 4: Diagrama circular del porcentaje de áreas abordadas en los diferentes niveles académicos de los documentos relacionados con la EpC.	18
Figura 5: Diagrama circular del porcentaje de trabajos relacionados con la EpC que hacen uso de las TIC.	18
Figura 6: Diagrama circular del referente teórico pedagógico de los trabajos relacionados con la EpC.	19
Figura 7: Diagrama de barras del porcentaje de trabajos relacionados con la EpC que describen cada componente de la EpC.	19
Figura 8: Diagrama circular de los documentos relacionados con la EpC que describen los hilos conductores y los que no lo describen.	20
Figura 9: Principales resultados obtenidos en las diferentes propuestas relacionadas con la EpC.	21
Figura 10: Principales recomendaciones presentes en las diferentes propuestas relacionadas con la EpC.	21
Figura 11: Diagrama circular de los niveles educativos de los documentos analizados relacionados con las TIC.	24
Figura 12: Barras agrupadas de los diferentes referentes pedagógicos de las tesis relacionadas con las TIC.	24
Figura 13: Barras agrupadas de los diferentes tipos de TIC encontrados en las tesis y su porcentaje	25
Figura 14: Barras agrupadas de las diferentes temáticas encontradas en las tesis y su porcentaje	26

Figura 15: Barras agrupadas de las diferentes ventajas encontradas en las tesis y su porcentaje.	26
Figura 16: Barras agrupadas de los diferentes requerimientos que tuvieron las tesis y su porcentaje	27
Figura 17: Archivos dentro de la carpeta comprimida de la versión offline del OVA	30
Figura 18: Botones importantes de la página principal del OVA.	31
Figura 19: Botones importantes de la Ruta de aprendizaje presentes en el OVA.....	31
Figura 20: Botones importantes de la Ruta de aprendizaje del tópico Relación presentes en el OVA.....	32
Figura 21: Ejemplo de la implementación del marco teórico de la EpC en el OVA.	33
Figura 22: Red de ideas del tópico generativo Relación.	35
Figura 23: Red de ideas del tópico generativo Función.	36
Figura 24: Red de ideas del tópico generativo Función lineal.	37

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1: Normograma.....	8
Tabla Anexo A. Resumen de Propuestas de enseñanza de las matemáticas relacionadas con la EpC.....	49
Tabla Anexo B. Resumen de las tesis de enseñanza de la función lineal relacionadas con las TIC.....	57

Introducción

En este trabajo se presenta el diseño de un objeto virtual de aprendizaje (OVA) cuyo sustento pedagógico es la Enseñanza para la Comprensión¹ (EpC). Se aclara que este trabajo no es una investigación de aula sino una monografía, orientada a investigar los aspectos pedagógicos y disciplinares que derivan en la materialización de un recurso digital que es coherente con la Enseñanza para la Comprensión. Además, el recurso es autocontenido, pues todas las herramientas que alberga pueden utilizarse sin tener que recurrir a una conexión a Internet o algún software externo. Basta con un explorador de Internet para navegarlo.

De todas las formas de recursos TIC disponibles, se elige enmarcar esta investigación bajo la denominación de OVA, porque permite que los estudiantes aprendan a su ritmo, fortalezcan las habilidades que menos tengan desarrolladas y facilita la retroalimentación constante.

Se destaca la construcción del recurso como una herramienta digital que fortalece la educación virtual y/o presencial tanto en zonas donde no hay buena conectividad a Internet como en zonas donde si la hay. La importancia del recurso *offline* es que en muchas instituciones colombianas no hay buena conectividad, pero cuentan con equipos de cómputo (tabletas, celulares, portátiles o computadores de escritorio).

La estructura del documento es la siguiente: En el primer capítulo se formula la pregunta de la monografía, se presenta la justificación del trabajo, los objetivos y los referentes.

¹ El marco de la Enseñanza para la Comprensión que fundamenta esta monografía es una construcción del grupo de investigación “Proyecto Cero” liderado por David Perkins.

En el segundo capítulo se presenta una revisión bibliográfica sobre la Enseñanza para la Comprensión, poniendo énfasis en su contribución para la enseñanza de las matemáticas.

En el tercer capítulo se investiga acerca de las TIC usadas en la enseñanza de las matemáticas y las que están especialmente enfocadas en el tema de las funciones lineales. Se analizan sus ventajas, sus desventajas y algunas tendencias.

En el capítulo final se investiga acerca de lo que es un OVA, se detalla por qué el recurso digital que se construyó para esta monografía cumple estos requisitos, los recursos que se utilizaron para su construcción y el marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión que sustenta el OVA.

1. Consideraciones previas

1.1 Planteamiento del problema

1.1.1 Formulación de la pregunta

¿Cómo articular la Enseñanza para la Comprensión (EpC) para implementar un OVA desde el que se pueda enseñar el tema de funciones lineales?

1.2 Justificación

Esta monografía se enfoca en la enseñanza de las funciones lineales mediadas con un OVA y con el marco teórico de la EpC por las siguientes razones: La elección de un OVA por encima de otras herramientas es que ésta tiene la capacidad de aumentar la motivación en los estudiantes, mejorar su autonomía, facilitar que cada estudiante vaya a su propio ritmo y son de fácil acceso (Feria-Marrugo & Zúñiga López, 2016). El referente pedagógico es el marco teórico de la EpC. Por su naturaleza, este marco, como lo indica Blythe (2002), tiene el propósito de diseñar y dirigir las prácticas del aula que promueven la comprensión y reflexionar sobre ellas.

El tema de las funciones lineales es escogido porque es una de las temáticas más evaluadas a nivel internacional tanto por PISA (OECD, 2019) como por TIMSS (Mullis, Martin, & Foy, 2008). A continuación, describiremos en que consiste cada prueba y el desempeño de los estudiantes colombianos en cada una de estas.

Empezamos analizando la prueba PISA, en donde se evalúa el desempeño de los estudiantes de 15 años en las áreas de lectura, matemáticas y ciencias. Este examen se ha realizado en los años 2006, 2009, 2012, 2015 y 2018 y el promedio de los resultados de los estudiantes colombianos siempre es menor que el promedio internacional (OECD,

2019). Los contenidos evaluados en la prueba de matemáticas son: cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones y probabilidad (OCDE, 2020). El tema de cambio y relaciones está estrechamente relacionado con la función lineal dado que toda función es un tipo especial de relación. El cambio en la función lineal es importante ya que la tasa de cambio de una función lineal es constante, con lo que se puede comprender varios fenómenos de la naturaleza que son de interés.

La prueba TIMSS (Mullis, Martin, & Foy, 2008) mide las tendencias en el rendimiento avanzado en matemáticas y física en el último año de la escuela secundaria básica en países participantes de todo el mundo. En Colombia esta prueba se ha llevado a cabo en los años 1995 y 2007, la primera vez sólo con estudiantes de grado octavo y la segunda con estudiantes de cuarto y octavo. Esta prueba es mucho más específica en las áreas de las matemáticas que se evalúan (aritmética 30%, álgebra 30%, geometría 20%, estadística y probabilidad 20%). Los resultados de los estudiantes están por debajo del promedio internacional en los cuatro componentes. En el componente de álgebra se evalúan sólo 8 tópicos que son: patrones o secuencias numéricas, algebraicas y geométricas; sumas productos y potencias que contienen variables; evaluar expresiones para un valor numérico dado; simplificar o comparar expresiones algebraicas; modelar situaciones usando expresiones; evaluar fórmulas de funciones para valores dados de las variables; ecuaciones y desigualdades lineales simples y ecuaciones simultáneas (dos variables); representaciones equivalentes de funciones como pares ordenados, tablas, gráficos, palabras o ecuaciones. La función lineal es relevante dentro de estos 8 tópicos porque sirve para modelar situaciones y porque al ser una función se puede representar de diferentes maneras.

Las funciones lineales también son un tema relevante desde los lineamientos curriculares de matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998) porque su estudio permite el desarrollo del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos. Estos se aprenden gradualmente y son necesarios para entender situaciones cotidianas y científicas.

“La introducción de la función en los contextos descritos preparan al estudiante para comprender la naturaleza arbitraria de los conjuntos en que se le define, así como a la relación establecida

entre ellos. Es necesario enfrentar a los estudiantes a situaciones donde la función no exhiba una regularidad, con el fin de alejar la idea de que su existencia o definición está determinada por la existencia de la expresión algebraica. A la conceptualización de la función y los objetos asociados (dominio, rango...) le prosigue el estudio de los modelos elementales, lineal, afín, cuadrático, exponencial, priorizando en éstos el estudio de los patrones que los caracterizan (crecientes, decrecientes). La calculadora gráfica se constituye en una herramienta didáctica necesaria para lograr este propósito." (Ministerio de Educación Nacional, 1998, pág. 51).

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Articular la "Enseñanza para la Comprensión" con la enseñanza de la función lineal a través de un Objeto Virtual de Aprendizaje.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Realizar una revisión bibliográfica sobre los aportes de investigación desde la "Enseñanza para la Comprensión" acerca de la enseñanza de las funciones lineales, la enseñanza de las matemáticas, y de recursos tecnológicos que se hayan implementado.
- Revisar los aspectos fundamentales sobre el uso de las TIC en el aula de clase que puedan generar mejoras en la comprensión de los estudiantes frente a las funciones lineales.
- Diseñar un OVA que integre los recursos para la enseñanza de las funciones lineales.
- Articular la "Enseñanza para la Comprensión" aplicada a la enseñanza de la función lineal a través de un OVA.

1.4 Marco Referencial

1.4.1 Referente Antecedentes

El contenido temático de las funciones ha sido un tema relevante en las tesis de maestría de la Universidad Nacional de Colombia y también en las investigaciones internacionales. Primero hablaremos de los trabajos realizados en la Universidad Nacional de Colombia.

Para comenzar, Medina Rojas (2012), describe una propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones en el aula basada en la geometrización de algunos fenómenos físicos, como lo son el movimiento vertical, los espejos parabólicos, el volumen de cajas de cartón, el crecimiento de bacterias, entre otros. El autor realiza un análisis estadístico antes y después de la intervención, y reporta que con la propuesta se logra un aumento en la comprensión de los estudiantes en el tema de funciones. Otra tesis de maestría que abordó el contenido de las funciones fue la hecha por Muelas (2014). En su trabajo tuvo muy en cuenta los intereses y saberes previos de los estudiantes mediante encuestas. Su estrategia didáctica se apoyó en mapas conceptuales, lecturas, uso de graficadores, entre otros. La valoración del impacto de la estrategia fue mediante el análisis de los productos de los estudiantes al resolver cada una de las actividades planteadas. Por otra parte, Naranjo (2016), en su propuesta metodológica para la enseñanza de las funciones, aporta diferentes actividades de tipo creativo (dibujos), y escritural (cuentos y poemas) en torno a la clase de matemáticas relacionadas con el tema de funciones, que da cuenta de los sentimientos que fluyen por los estudiantes, y de cómo estos se van tornando más positivos al avanzar.

Rondón (2013) hizo su aporte pedagógico al tema que compete a este trabajo porque le bastó un solo fenómeno físico para abordar diferentes tipos de funciones. Específicamente, estudiando la caída de un fluido a través de un agujero de un recipiente pudo profundizar sobre la función cuadrática, radical, logarítmica, entre otras. En el aula de clase usó la modelación, donde se tomaban datos y se usaba Excel para calcular las regresiones lineales que permitían generar las ecuaciones estudiadas. Es importante hablar también del trabajo de Valencia Carmona (2018), quien construye un proyecto de aula enmarcado en la EpC. Usó el software GeoGebra para contrastar lo que previamente los estudiantes graficaban en una hoja de papel y el software Tracker en el análisis del movimiento

parabólico, así como la resolución de problemas para identificar las funciones en situaciones cotidianas. Además, el autor se preocupa por indagar la apreciación de los estudiantes por estas actividades, con un resultado favorable por parte de ellos. Para finalizar con los antecedentes nacionales, destacamos el trabajo de Mosquera Quintero (2015), quien elabora una propuesta didáctica enfocada en las funciones cuadráticas que usa el tiro parabólico y los puentes colgantes como el tema principal en torno al cual gira todo el trabajo. Aplica un pretest y un postest para evaluar el impacto de la estrategia y concluye que los resultados cuantitativos de los estudiantes mejoraron.

En los antecedentes internacionales, también se haya mucha información respecto a la forma en la que se han abordado las funciones, tanto en formación universitaria como en secundaria.

Ugalde (2014) resalta la importancia de estudiar las funciones en la gran mayoría de ramas de la matemática. Dice que surgió del análisis de los fenómenos físicos y que así mismo se debe enseñar. Es decir, no históricamente sino contextualizando los problemas. Otro autor a favor de usar las funciones contextualizadas, sobre todo con su historia, es Díaz G. (2013), quien dice que mejoran los entendimientos por parte de los estudiantes. También Deulofeu (2002) reconoce el papel de las situaciones contextualizadas agregando tablas de datos. Reid et al. (2012) presentan un trabajo donde se le da sentido a las funciones mediante la construcción de modelos matemáticos frente al fenómeno físico del llenado de botellas con agua. Se presenta un estudio hecho entre estudiantes de 14 y 15 años, donde aquéllos con más dificultades comportamentales se mostraban más participativos e interesados en esta nueva manera de trabajar en el aula. Otro trabajo de modelación es el presentado por Puig (2013), quien usa sensores y analiza los datos generados por situaciones reales de fenómenos. Les presta gran importancia a los parámetros de las funciones, y a los significados que puedan tener estos. Los datos se interpretan mediante una calculadora gráfica simbólica.

Para terminar con este rastreo bibliográfico, hay que resaltar el trabajo de Rodríguez et al. (2011), donde se recomienda el uso de recursos tecnológicos con el fin de generar situaciones que favorezcan la comprensión. Ejemplifican esto con un estudio de la recta tangente a un círculo, en donde la tecnología permite realizar y verificar conjeturas como apoyo al proceso de aprendizaje.

1.4.2 Referente Legal

Tabla 1: Normograma.

Ley, Norma	Texto de la ley o Norma	Comentario de la Ley o Norma
Artículo 22. Ley 115 de 1994	El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.	La función lineal, pertenece al sistema analítico, y permite el desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico.
Lineamientos curriculares en matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998)	Los contextos donde aparece la noción de función establecen relaciones funcionales entre los mundos que cambian, de esta manera emerge la función como herramienta de conocimiento necesaria para “enlazar” patrones de variación entre variables y para predecir y controlar el cambio. Los modelos más simples de función (lineal, afín, cuadrática, exponencial...) encapsulan modelos de variación como la proporcionalidad.	Menciona la importancia de la función lineal y su relación con el contexto

Tabla 1: (Continuación)

Ley, Norma	Texto de la ley o Norma	Comentario de la Ley o Norma
Estándares básicos de Competencias en Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006)	Es importante distinguir las funciones lineales de las no lineales y conectar el estudio de la proporcionalidad directa con las funciones lineales. Es importante también tener en cuenta que las funciones permiten analizar y modelar distintos fenómenos y procesos no sólo en problemas y situaciones del mundo de la vida cotidiana, sino también de las ciencias naturales y sociales y de las matemáticas mismas.	En varios apartados, menciona lo importante de enseñar funciones lineales para contribuir al desarrollo del pensamiento variacional de manera directa y a los otros tipos de pensamiento.
Derechos básicos de aprendizaje Matemáticas. Vr2 (Ministerio de educación Nacional, 2016)	Propone y ejecuta procedimientos para resolver una ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales y argumenta la validez o no de un procedimiento. Describe procedimientos para resolver ecuaciones lineales	Para diferentes grados, plantea que el estudiante debe poder resolver cierto tipo de problemas relacionados con las funciones lineales.

10 Objeto virtual de aprendizaje para la enseñanza de las funciones lineales basada en la Enseñanza para la Comprensión

Tabla 1: (Continuación)

Ley, Norma	Texto de la ley o Norma	Comentario de la Ley o Norma
Matriz de referencia. Caja de Materiales Siempre día E. (Ministerio de Educación Nacional)	La matriz de Referencia es un instrumento de consulta basado en los Estándares Básicos de Competencias (EBC), útil para que la comunidad educativa identifique con precisión los resultados de aprendizaje esperados para los estudiantes.	Para los grados 3°,5°,7°,9° se hace específico los resultados que se esperan al evaluar las pruebas ICFES.

2. Revisión sobre EpC y matemáticas

2.1 Revisión de la Enseñanza para la Comprensión.

El marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) surge, según lo relata Blythe (2002), con la preocupación en torno al tema de la 'comprensión' por parte de tres egresados de la Universidad de Harvard, David Perkins, Howard Gardner y Vito Perrone. Este marco conceptual es compatible con otras estrategias de enseñanza como lo es: de vuelta a las fuentes (poner el énfasis en la lectura, la escritura y la aritmética pero dentro del contexto de desempeños más complejos), el aprendizaje colaborativo, preguntas esenciales, exhibiciones, aprendizaje práctico, currículos interdisciplinarios, clases expositivas, la enseñanza basada en las inteligencias múltiples, portafolios, el aprendizaje basado en proyectos, la enseñanza basada en libros de texto, currículos centrados en las habilidades mentales, entre muchas otras estrategias. En este apartado abordaremos la historia del marco, algunos aportes que hizo Perkins a la comprensión, la estructura del marco y algunas investigaciones que se han hecho en torno a éste.

Empezaremos con la historia del marco. Según lo relata el doctor en psicología Howard Gardner (2016), reconocido por su teoría de las inteligencias múltiples, tanto él como David Perkins y Vito Perrone pertenecían al proyecto Cero, un proyecto nacido en el año 1967 y liderado inicialmente por el filósofo Nelson Goldman. Este proyecto se origina en un momento en el que la carrera espacial estaba vigente, y en el que muchos intelectuales del momento estaban investigando como implementar mejoras en la educación. En el año de 1971, el matemático David Perkins tomó el liderazgo total del proyecto, y al año siguiente Howard se hizo codirector.

A partir de 1980, el proyecto Cero profundiza aún más en la teoría y práctica educativa, y junto con Vito Perrone, un nuevo docente de HGSE (Harvard Graduate School of Education) inician un largo análisis al que le llaman "Enseñanza para la Comprensión", donde teorizan en torno a lo que significa comprender y luego realizan investigaciones

prácticas en aulas de clase junto con un equipo de numerosos colaboradores. Los detalles de una gran cantidad de investigaciones llevadas a cabo con este marco teórico, según Blythe (2002) se encuentran en el texto "Teaching for understanding: Linking Research with Practice", pero también se elaboró una guía para que cualquier maestro comprendiera y pudiera aplicar dentro de sus clases este marco de enseñanza llamado "La Enseñanza para la Comprensión guía del docente". Según Gardner, esta fue la investigación por la que el proyecto Cero ha sido más reconocido. Actualmente el proyecto cero continúa investigando en este y muchos otros proyectos, y se brinda asesoría a grupos de maestros.

Según Perkins (2001), las metas indiscutibles de la educación son la retención, la comprensión y el uso activo del conocimiento. La comprensión es la que cumple una función central en esa triada, ya que se necesita comprender algo para poderlo usar y, además, mientras se comprende algo también se va memorizando su contenido. Para ello, deben llevarse a cabo actividades de explicación, ejemplificación, aplicación, justificación, comparación y contraste, contextualización y generalización, entre muchas otras.

Las actividades de comprensión se pueden clasificar en cuatro niveles. El primer nivel que es el que más se suele usar en el sistema educativo, es llamado nivel de Contenido, en el que el conocimiento y la práctica son referentes a los datos y a los procedimientos de rutina. El segundo nivel se llama Resolución de problemas y en este se aborda el conocimiento y la práctica referente a los problemas típicos de la asignatura. El tercer nivel, llamado nivel Epistémico, tiene que ver con el conocimiento y la práctica referentes a la justificación y la explicación en la asignatura. El cuarto nivel, llamado Investigación, tiene que ver con el conocimiento y la práctica referentes al modo como se discuten los resultados y se construyen nuevos conocimientos en la materia.

Algunos de los planteamientos de Perkins son tenidos en cuenta en el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión (EpC). Según Blythe (2002), este marco tiene cuatro partes: (1) los tópicos generativos; (2) las metas de comprensión; (3) los desempeños de comprensión; y (4) la evaluación diagnóstica-continua. La enseñanza se debe planificar mediante unidades organizativas, que deben contener estas cuatro partes. Estas unidades no tienen un tiempo de duración mínimo o máximo, sino que depende del maestro definir lo más conveniente. Vamos a analizar a continuación lo que significa cada una de las partes del marco conceptual de la EpC.

La primera parte se llama *tópicos generativos* y dice que para que un tema sea generativo, debe cumplir los siguientes tres requisitos: debe ocupar un lugar central en el currículo, debe producir muchas actividades de comprensión que no sean un misterio para los estudiantes o algo sin importancia y, finalmente, debe proporcionar muchas conexiones con otros temas. Aunque no todos los tópicos del currículo tradicional pueden ser generativos, sí se les puede agregar un tema o una perspectiva que les de esta característica.

La segunda parte se llama *metas de comprensión*. Estas metas se pueden formular como enunciados o preguntas y allí se expresa claramente lo que deben comprender los estudiantes en el transcurso de una unidad (metas de comprensión de la unidad) o en un curso (metas de comprensión abarcadoras, también llamadas hilos conductores).

La tercera parte se llama *desempeños de comprensión*. Estos exigen que los estudiantes demuestren las comprensiones enunciadas en las metas de comprensión de la unidad. Se sugiere que los desempeños se vean gradualmente, de los más fáciles de alcanzar a los más complicados.

La cuarta parte, llamada *evaluación diagnóstica continua*, tiene unos criterios de valoración públicamente explícitos, permite la retroalimentación regular y la reflexión durante el proceso de aprendizaje.

Podemos encontrar ejemplos de la aplicación de este marco en todos los niveles educativos como lo evidencia Salgado-García (2012), quien lo expone en algunos encuentros como el “I Simposio Internacional Enseñanza para la Comprensión en Educación Superior” y el “Coloquio Interuniversitario de investigación Enseñanza para la Comprensión y el uso de nuevas tecnologías”, y en una gran cantidad de publicaciones en revistas. Hay una universidad que toma el marco como su eje curricular y es la Universidad Latinoamericana de Ciencia y Tecnología (ULACIT), de San José, Costa Rica. Al tropicalizar el modelo, se encuentran con que la evaluación que se usa tradicionalmente en las universidades (exámenes al final de cada tema) es diferente de la evaluación del modelo de Enseñanza para la Comprensión (EpC), que es más cualitativa y que se lleva a

cabo durante todo el proceso, y que puede hacerse tanto con exámenes escritos como por medio de proyectos. Todos los cursos de la universidad se basaron en el modelo de la EpC con sus cuatro partes, y en general se evidencia que la comunidad acepta al marco como pertinente a su contexto social y productivo, y permite formar egresados mucho mejor preparados para el campo laboral.

También se han diseñado cursos online basados en Learning Design en el marco de la EpC. Las autoras García y Ponce (2008) presentan el diseño de un curso cuyo tópico generativo son “Los blogs”, explicitan los cuatro componentes del marco conceptual, utilizan objetos de aprendizaje para mediar el curso, y el diseño se realiza con base en un estándar llamado “Learning design for the design of learning units specified by IMS”, que es un modelo teórico para usar en la virtualidad.

2.2 Revisión de documentos de enseñanza de las matemáticas relacionados con la EpC

Se realiza una búsqueda de los documentos relacionados con la Enseñanza para la Comprensión (EpC) en el repositorio de tesis de la Universidad Nacional y en Funes (Repositorio digital de documentos en Educación Matemática de la Universidad de los Andes). Se hallan 9 artículos de revista, 17 tesis de maestría y 10 memorias de la participación en algún evento. Se analiza en cada uno de ellos de acuerdo a los siguientes criterios: el año de la publicación, el objetivo de investigación, el nivel educativo en el que se realizó la investigación, el uso de las TIC, las áreas abordadas, las cuatro partes del marco teórico de la EpC (tópico generativo, metas de comprensión, desempeños, y evaluación diagnóstica-continua), entre otros aspectos. En el Anexo A aparecen los nombres y objetivos de los documentos analizados. A continuación, se analiza lo encontrado.

Respecto a los años de publicación de los documentos, se puede concluir, según lo muestra la Figura 1, que más del 80% de los trabajos se han realizado en los últimos 7 años, es decir que el interés de los investigadores en el marco conceptual de la EpC ha incrementado con el paso de los años.

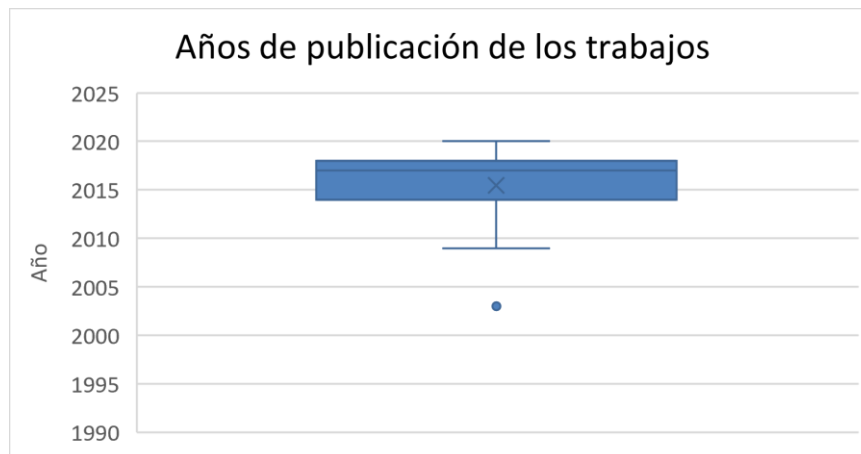


Figura 1: Diagrama de cajas y bigotes de los años de publicación de las investigaciones relacionadas con la EpC.

Si se analiza el nivel educativo de los trabajos encontrados, observamos que, según la Figura 2, aproximadamente la mitad de las investigaciones se realizan en el nivel secundario, un cuarto en el nivel universitario y un cuarto en el nivel de primaria. Es decir que el marco de la EpC se ha adaptado a todos los niveles educativos.

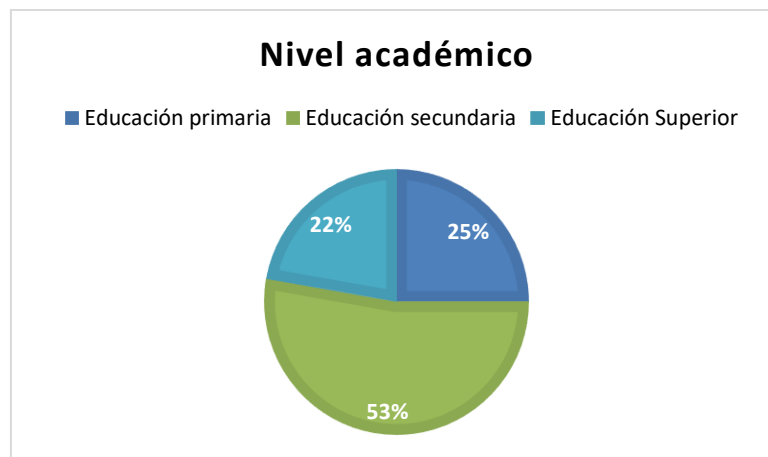


Figura 2: Diagrama circular de los niveles educativos de los trabajos relacionados con la EpC.

Comparando los objetivos de las diferentes propuestas analizadas, también se puede identificar el tipo de interés que tienen los investigadores al usar el marco conceptual de la EpC. Como se puede apreciar en la Figura 3, la mayoría buscan planificar la enseñanza para mejorar la comprensión de los estudiantes o sus competencias matemáticas o

caracterizar a la población midiendo el nivel de comprensión que tienen frente a algún tema.

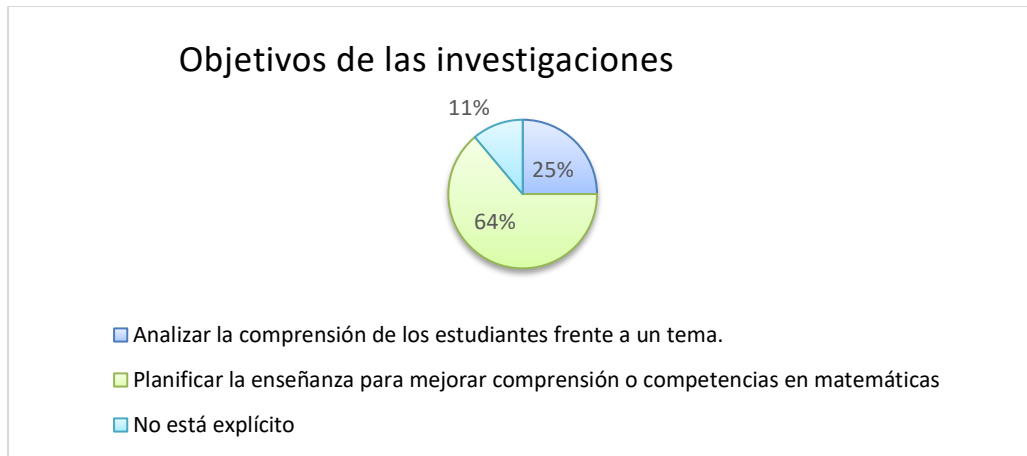
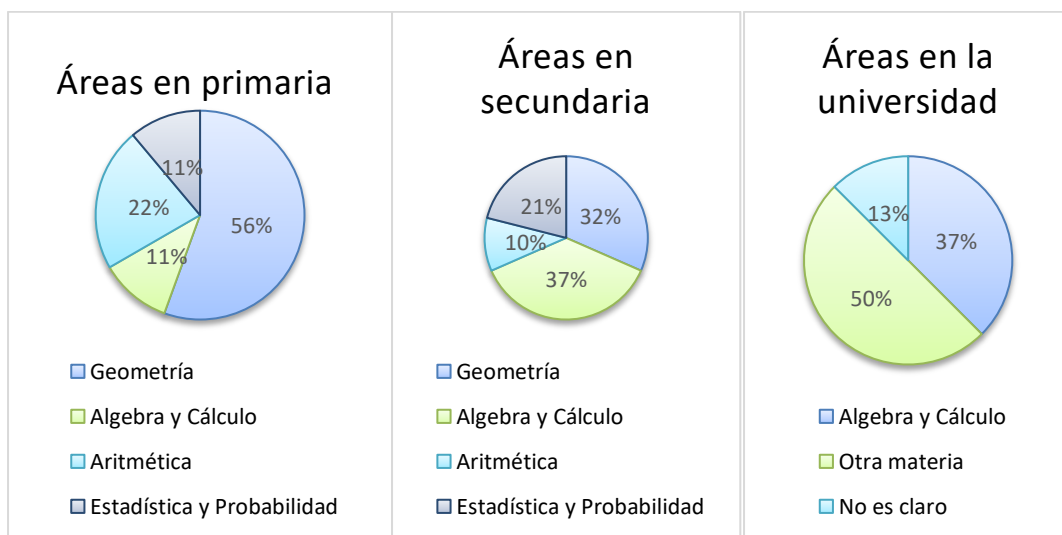


Figura 3: Diagrama circular de los objetivos de investigación de los documentos relacionados con la EpC.

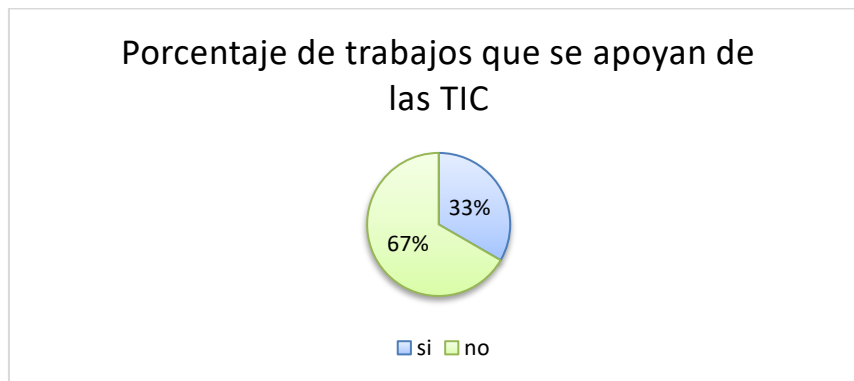
Observando las áreas de los trabajos analizados presentes en la Figura 4, hay una tendencia en primaria de elaborar trabajos relacionados con la EpC en geometría, en secundaria la tendencia es hacerlo en álgebra y cálculo, mientras que en la Universidad no hay una materia predominante. También se observa que, tanto en primaria como en secundaria, se realizan investigaciones en geometría, álgebra y cálculo, aritmética y estadística y probabilidad. Estas áreas se relacionan con los cinco pensamientos que se deben abordar en la educación básica.



18 Objeto virtual de aprendizaje para la enseñanza de las funciones lineales basada en la Enseñanza para la Comprensión

*Figura 4:*Diagrama circular del porcentaje de áreas abordadas en los diferentes niveles académicos de los documentos relacionados con la EpC.

Analizando el uso de las TIC en los trabajos de investigación en la Figura 5, se observa que sólo una tercera parte hacen uso de la tecnología o lo reconocen de manera explícita en el trabajo. Algunas de estas propuestas hacen uso de algún recurso digital como Moodle, Minimat, OVA, Graph, Erudito, páginas web, Hot Potatoes, Excel, GeoGebra, TrackerID, video Tracker, SIATA, aplicaciones diseñadas en Mathematica, Matemática 5.1 o Wolfram Alpha. Las propuestas que hacen uso de tecnologías expresan que estas son más prácticas a la hora de realizar las evaluaciones por medio de la plataforma, presentar contenidos y realizar actividades.



*Figura 5:*Diagrama circular del porcentaje de trabajos relacionados con la EpC que hacen uso de las TIC.

Aunque el marco conceptual de la EpC permite utilizar otros tipos de marcos de manera simultánea, al examinar los datos en la Figura 6 se observa una tendencia de usar únicamente el marco de la EpC.



Figura 6: Diagrama circular del referente teórico pedagógico de los trabajos relacionados con la EpC.

El marco conceptual de la EpC tiene cuatro componentes (tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica-continua) que deben quedar explícitos en las propuestas de enseñanza que se realicen. En la Figura 7 se resume el estado de dichos componentes en los trabajos analizados. Dado que las memorias y los artículos son de una menor extensión, las tesis analizadas son los trabajos que mejor detallan estos cuatro componentes.

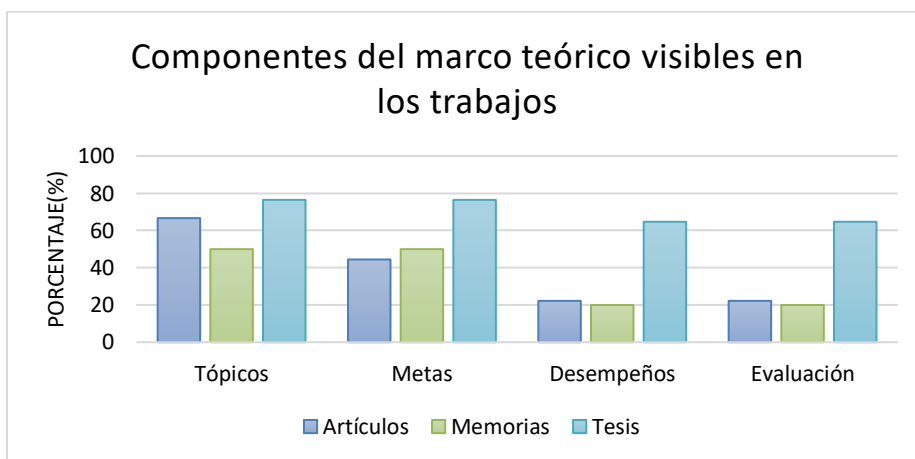


Figura 7: Diagrama de barras del porcentaje de trabajos relacionados con la EpC que describen cada componente de la EpC.

Aunque el marco conceptual de la EpC no tiene como obligatorio estipular los hilos conductores, muchos de los trabajos que se encontraron si los tienen bien definidos como se puede visualizar en la Figura 8. Esto significa que tienen una meta de comprensión que va más allá del diseño de una unidad, y que existen posibilidades de que se diseñen más unidades organizativas enfocadas en desarrollar estos hilos.

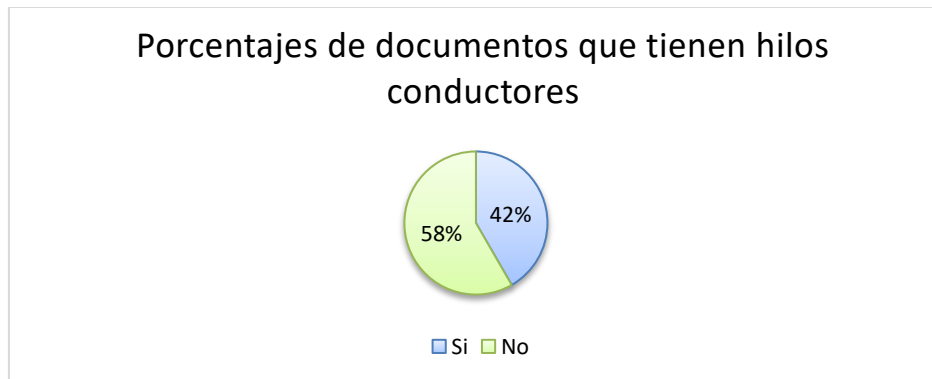


Figura 8: Diagrama circular de los documentos relacionados con la EpC que describen los hilos conductores y los que no lo describen.

Una recomendación que hace Blythe (2002), es que se realice la planeación en tres fases (Exploración, Investigación y Proyecto), así se pueden abordar los desempeños del más simple al más complejo. Gran parte de las propuestas analizadas hacen uso de esta secuencia.

El marco conceptual de la EpC no tiene como obligatorio definir niveles de comprensión, pero Perkins (2001) con posterioridad a la publicación del marco conceptual de la EpC los definió. Muchas de las estrategias analizadas en esta búsqueda le dedicaron especial atención a medir estos niveles antes y después de la intervención para comprobar si había cambios en la comprensión de los conceptos.

Se analizaron los resultados obtenidos en las diferentes investigaciones, con lo que se elaboró la Figura 9, que agrupa los resultados más frecuentes. En este caso, agrupa el desarrollo de habilidades o mejoras en la comprensión matemática, el aumento en la motivación de los estudiantes tanto por la asignatura como por la temática abordada, las mejoras en el trabajo en equipo tanto convivenciales como académicas, las mejoras en la planeación al usar el marco teórico de la EpC, y las mejoras en el rendimiento académico al obtener resultados favorables al final de las intervenciones.



Figura 9: Principales resultados obtenidos en las diferentes propuestas relacionadas con la EpC.

Se analizaron las recomendaciones en las diferentes propuestas y se elaboró la Figura 10 con los resultados más frecuentes. En este caso muchos de los trabajos proponían continuar investigando, ya fuera haciéndole cambios a la propuesta o generando más propuestas con el marco de la EpC. También se reconoció que el uso de las TIC en este tipo de propuestas es muy favorable para recoger información y favorecer la autonomía de los estudiantes, pero que eso requiere mejoras en la capacidad tecnológica de los colegios. Por otro lado, algunas propuestas necesitaron de mayor cantidad de recursos físicos. Algunos de los trabajos también mencionan que el marco de la EpC requería mucho tiempo para hacer las planeaciones. Otra recomendación tuvo que ver con que el docente debía acompañar demasiado a los grupos porque requerían ayuda para interpretar las guías propuestas.

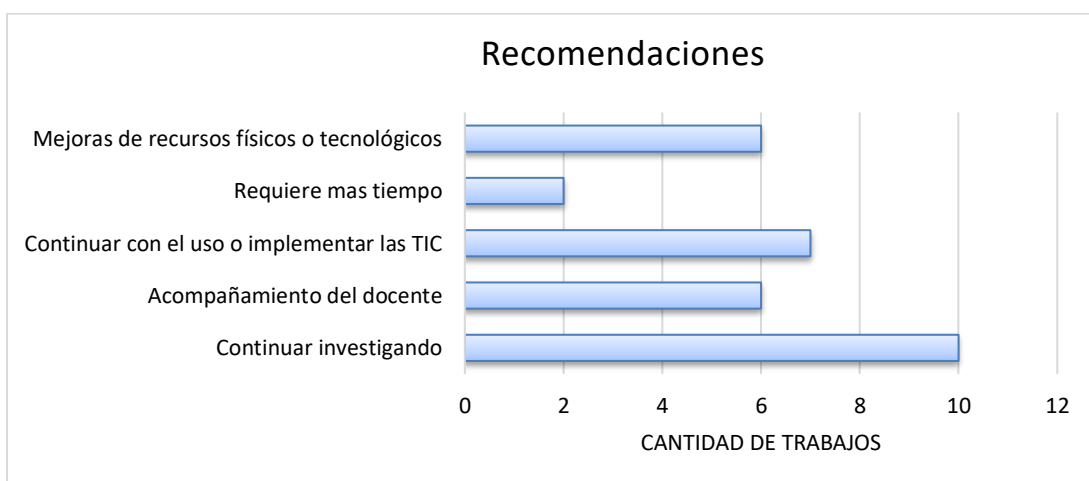


Figura 10: Principales recomendaciones presentes en las diferentes propuestas relacionadas con la EpC.

3. TIC y la enseñanza de la función Lineal

Se realiza una búsqueda en el repositorio de las tesis de la Universidad Nacional de Colombia con las palabras clave “función lineal TIC”. En total se consideran 30 tesis (todas en español), y con base en estas se hace el análisis.

El análisis que se realiza se sistematiza en el Anexo B, donde se diferencia para cada una las temáticas abordadas las siguientes categorías: El nivel educativo donde se impartieron, las herramientas tecnológicas que utilizaron, los referentes teóricos pedagógicos, y algunas ventajas y desventajas que fueron citados por los autores. Estos aspectos no siempre estaban explícitos en el texto, así que se fueron deduciendo y otros no se pudieron identificar.

Con base en la información obtenida, se elaboran las siguientes seis figuras donde se pueden visualizar con más facilidad algunos aspectos encontrados. Las figuras se muestran a continuación, y se analiza el comportamiento de la muestra obtenida.

En la Figura 11 observamos que la temática de función lineal se imparte en educación secundaria y en universidad. Tanto los trabajos de otros países como los trabajos colombianos coinciden en esto. Dependiendo del nivel en el que se enseña se organiza la temática de las funciones y la complejidad que puede alcanzar.

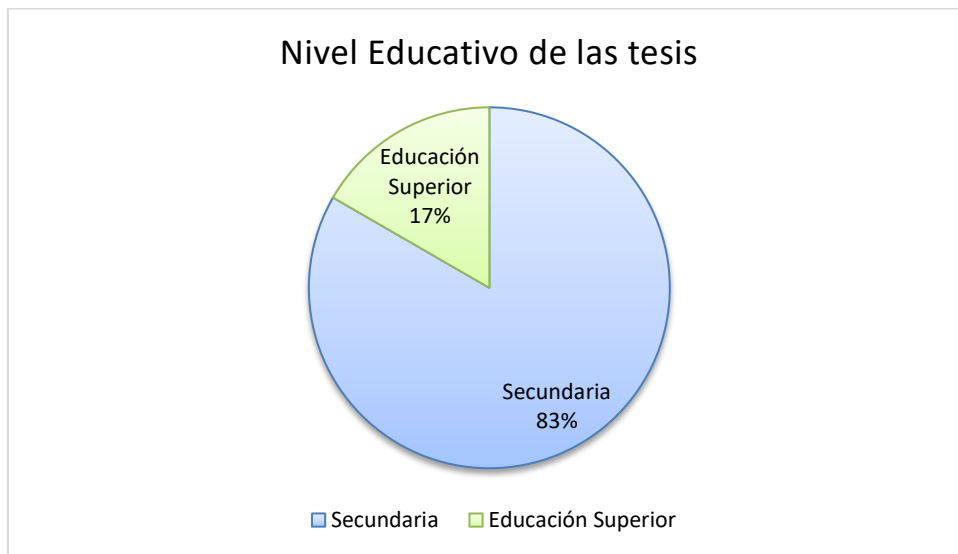


Figura 11: Diagrama circular de los niveles educativos de los documentos analizados relacionados con las TIC.

En la Figura 12 observamos que la variedad de referentes pedagógicos es muy amplia. En algunos trabajos no fue posible identificar los referentes porque, o lo habían hecho con base en la experiencia del docente, o no existía, o no estaba explícito en el texto.

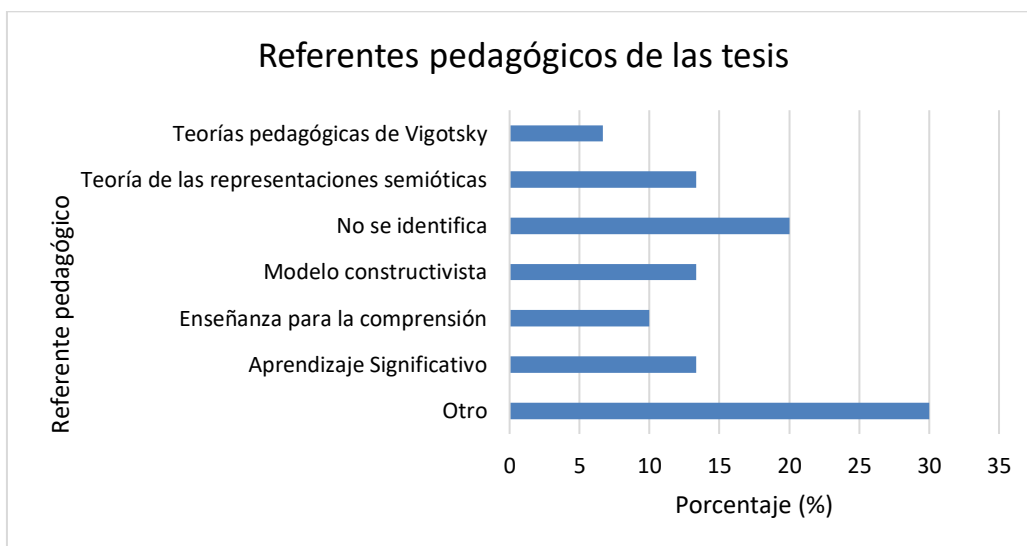


Figura 12: Barras agrupadas de los diferentes referentes pedagógicos de las tesis relacionadas con las TIC.

De la Figura 13, observamos que el recurso que a menudo se suele utilizar en la mayor parte de trabajos es GeoGebra. Entre las ventajas que más destacan se encuentran la

facilidad con la que se pueden observar diferentes representaciones de una misma función. También destacaban como herramientas tecnológicas imágenes, videos, guías para llenar virtualmente, pero esto no era fácil de evidenciar en todas las tesis ya que muchas no mostraban las actividades con tanto detalle. Después de GeoGebra, Minimat era el graficador más mencionado. Se destaca que en muchas tesis los recursos se organizaban mediante un OVA, o plataformas como Moodle.

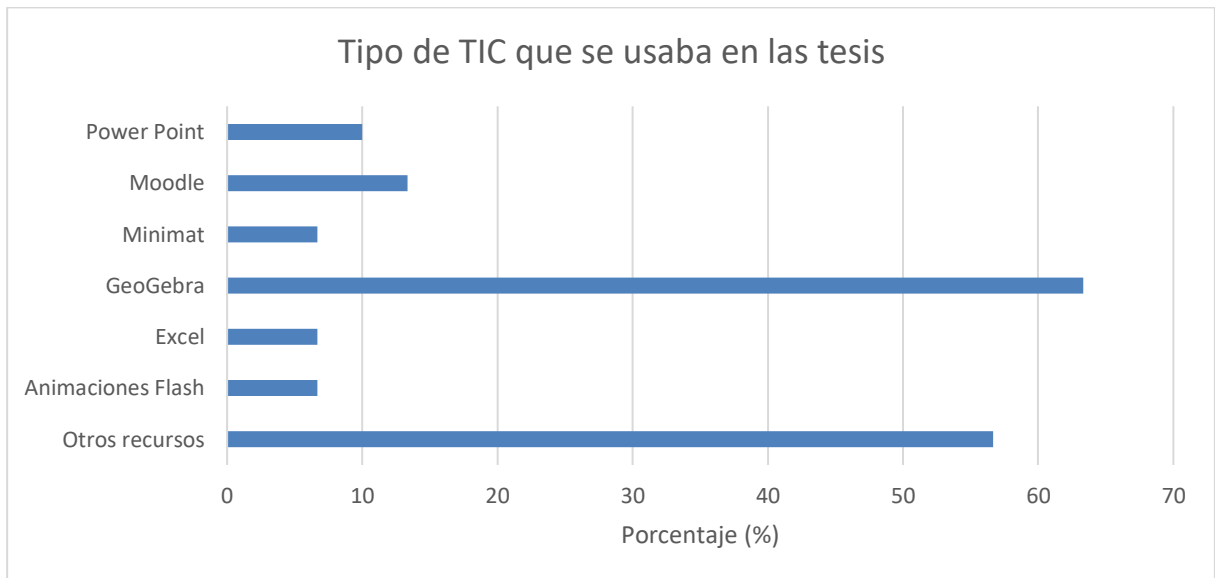


Figura 13: Barras agrupadas de los diferentes tipos de TIC encontrados en las tesis y su porcentaje .

En la Figura 14, se reportan los temas que estaban presentes en los diferentes documentos analizados relacionados con función lineal. Casi la mitad le dedica un tiempo importante a hablar del concepto de función. También encontramos que para algunos documentos es importante hacer la diferencia entre la función constante, la función afín y la función lineal como tres tipos de función diferente. Además, la función cuadrática aparece en muchos de los trabajos. La cantidad de trabajos enfocados sólo en el concepto de función lineal es casi la tercera parte, esto denota que casi todos los trabajos prefieren enseñar la función lineal relacionándola con otros tópicos.

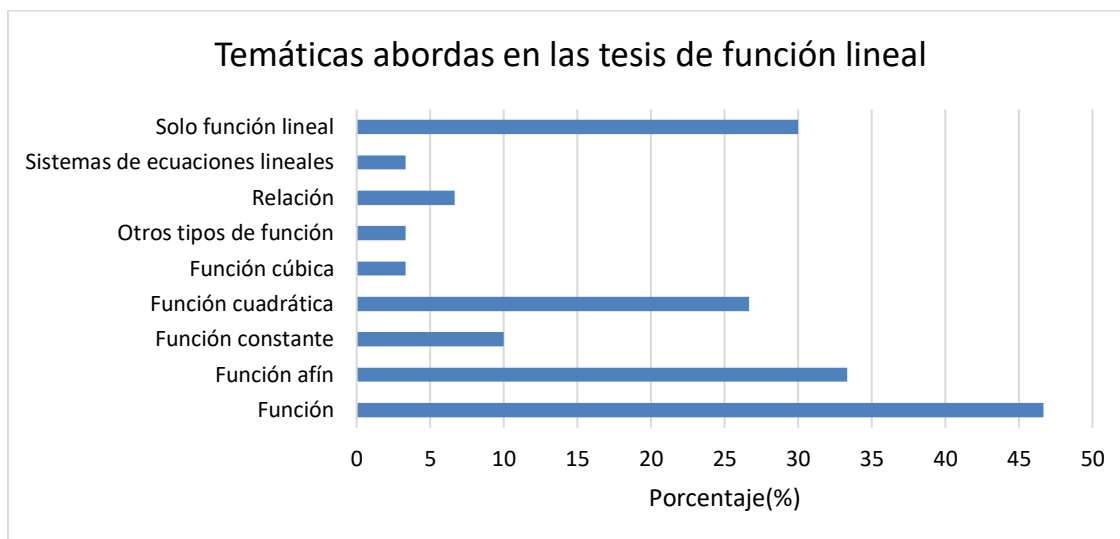


Figura 14: Barras agrupadas de las diferentes temáticas encontradas en las tesis y su porcentaje .

En la Figura 15 analizamos las ventajas más nombradas en estos trabajos con respecto al trabajo con TIC y funciones lineales. La mayoría dice que se mejora el aprendizaje porque el software permite visualizar las diferentes representaciones de la función lineal de manera fácil, y porque la evaluación se puede hacer en el sistema, en muchos casos se automatiza y se califica rápido permitiéndole al estudiante visualizar su progreso en tiempo real. También fue recurrente la motivación, por tratarse de una estrategia diferente a las que normalmente se lleva a clase, y porque el estudiante debe estar interactuando todo el tiempo con la herramienta para poder aprender.

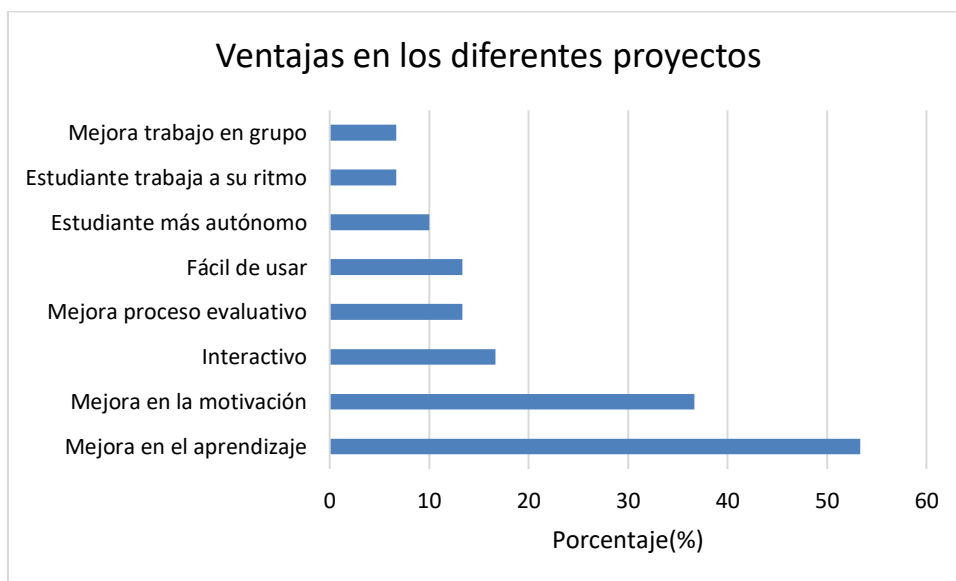


Figura 15: Barras agrupadas de las diferentes ventajas encontradas en las tesis y su porcentaje.

Los requerimientos en los documentos analizados no fueron muy nombrados. En la Figura 16 se observa que el mayor requerimiento fue que la infraestructura para adoptar las herramientas tecnológicas no estaba lo suficientemente disponible en la mayoría de las escuelas donde se ejecutaron los proyectos, o que las herramientas funcionaban en línea y la conexión a internet no era óptima. También hubo dificultades en que muchos estudiantes no estaban acostumbrados a trabajar con herramientas tecnológicas y esto hizo más lento el proceso de aprendizaje. Muchas propuestas también expresaron que el proyecto aún podía generar más investigación.

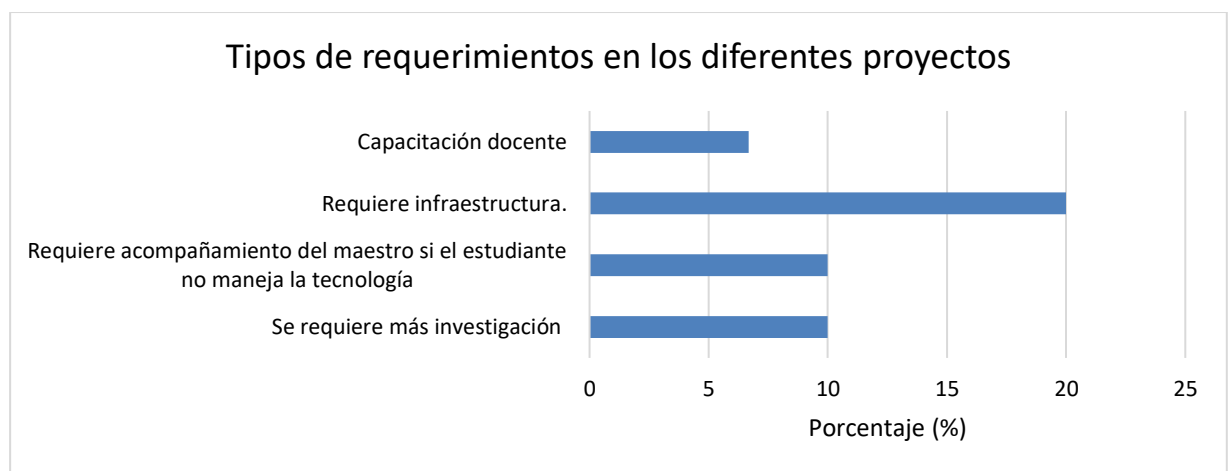


Figura 16: Barras agrupadas de los diferentes requerimientos que tuvieron las tesis y su porcentaje

4. Objeto Virtual de Aprendizaje para la enseñanza de la función lineal

4.1 Descripción del OVA

La definición de OVA para este trabajo será la siguiente: “Los OVA son herramientas pedagógicas mediadoras de conocimiento, los cuales permiten una presentación didáctica de los contenidos, teniendo en cuenta distintas formas audiovisuales e interactivas” (Feria-Marrugo & Zúñiga López, 2016, pág. 66). Estos mismos autores también mencionan como requisito de un OVA los siguientes aspectos: Ser fiables, interactivos, reutilizables, compatibles, estructurados, contener multimedia, atemporales, didácticos, auténticos, pertinentes, y con un diseño agradable.

El OVA sobre Función lineal cumple cada una de esas condiciones porque la información que está contenida allí es válida; muchos de los recursos presentes ahí son interactivos pues responden a las acciones de los usuarios; se pueden reutilizar en cualquier página web; es compatible con muchos sistemas ya que solo necesita de un navegador web para ejecutarse; tiene una estructura que facilita la navegación de usuario; contiene diferentes recursos multimedia como videos o imágenes; se pueden usar por mucho tiempo ya que las tecnologías con la que está hecho son muy populares en este momento; es diferente a otras OVA por las actividades que tiene; es pertinente para la enseñanza de las funciones lineales ya que es fácil visualizar qué se enseña , cómo se enseña y cómo se evalúa y también tiene un diseño agradable.

Según Sánchez (2014), es común encontrar a los OVA definidas como OA (Objetos de Aprendizaje) o con su versión en inglés OL (Object Learning). En algunos contextos significan lo mismo y en otros no dependiendo de los autores. En este trabajo se toma la definición de OVA escrita al principio sin tomar en cuenta las definiciones de los OA ni los OL.

4.1 Acceso y distribución del OVA sobre Función Lineal

El OVA tiene dos versiones, una online (requiere internet para funcionar) y otra offline (no requiere internet para funcionar).

La versión online se puede visitar desde cualquier dispositivo con acceso a internet en la página web: <https://lala923.github.io/OVA/> . Los archivos de esta página están almacenados en un repositorio de GitHub. Si se desea consultar el repositorio para clonarlo, descargarlo, o modificarlo se puede visitar la página web <https://github.com/lala923/OVA>. Los dispositivos que mejor funcionan con la página web son los computadores o las tabletas.

La versión offline solo funciona desde un computador. Se puede descargar en la siguiente dirección: <https://drive.google.com/file/d/1FiGqDlvYqudOiqMHS4-9U9V1ES8UQkjY/view?usp=drivesdk> . Para navegar por el OVA debe descomprimir el archivo en una carpeta de su computador, y al abrirlo le deben aparecer los archivos de la Figura 17. Debe hacer clic en el archivo index.html para visualizar el OVA.

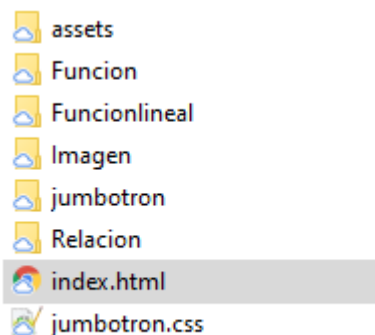


Figura 17: Archivos dentro de la carpeta comprimida de la versión offline del OVA

4.2 Diseño del OVA

Para navegar por el OVA es importante identificar los siguientes componentes, que se señalan en la Figura 18: (1) botón “Inicio”: Cada vez que se haga clic sobre él, se va a regresar a la página principal; (2) botón “Créditos”: Cada vez que se haga clic sobre él, se

redireccionará a una ventana donde aparecen los programas y personas que fueron importantes para la construcción del sitio; (3) botón “IR”: Cada vez que se haga clic sobre él, se redireccionará a una ventana donde aparece un video que explica el uso de la plataforma; (4) botón “Ruta de aprendizaje”: Cada vez que se haga clic sobre él, se redireccionará a una ventana donde aparecen los tres tópicos generativos que se abordan en este OVA.

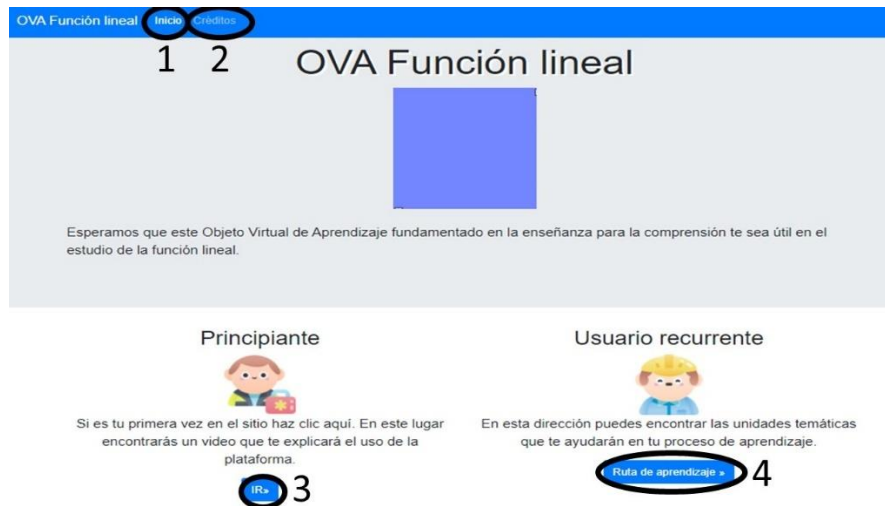


Figura 18: Botones importantes de la página principal del OVA.

En la ruta de aprendizaje del OVA es importante identificar los siguientes componentes, que se señalan en la Figura 19: (1) botón “Ir a la ruta de Relación”; (2) botón “Ir a la ruta de Función”; (3) botón “Ir a la ruta de Función Lineal”; (4) botón “Ir al Inicio”, donde se redirecciona a la página principal. Ya que la Función lineal es tanto una función como una Relación, desde los tres tópicos se abordan diferentes aspectos de la función lineal, como por ejemplo su dominio, su rango, su conjunto de partida y de llegada, entre otros aspectos.

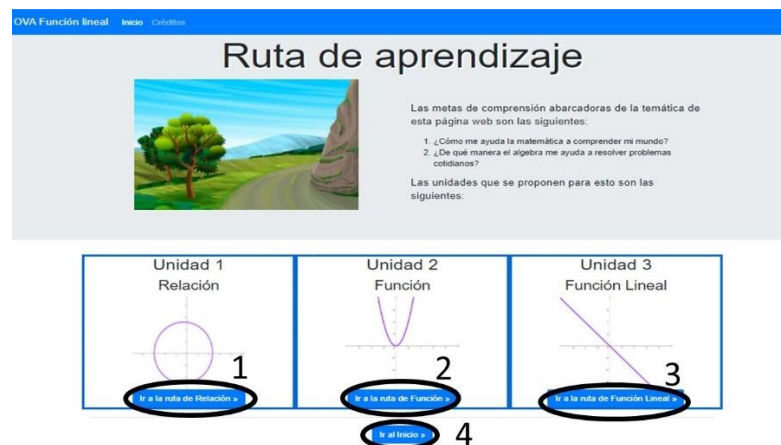


Figura 19: Botones importantes de la Ruta de aprendizaje presentes en el OVA.

Las rutas del tópico de Relación, Función y Función lineal son similares en su estructura. En la Figura 20 se señalan los siguientes componentes: (1) botón “Video introductorio”, este lo redirecciona a una nueva ventana, donde está un video con la definición del tópico y algunos aspectos importantes a considerar del mismo; (2) botón “Libro interactivo”, este tiene los contenidos de la unidad y unas actividades o ejemplos interactivos; (3) botón “Actividades de comprensión” con los desempeños que debe desarrollar; (4) botón “Evalúa lo aprendido”, donde se encuentra la evaluación diagnóstica continua; (5) botón “Regresar a la ruta de aprendizaje”, donde se observan los tres tópicos generativos.



Figura 20: Botones importantes de la Ruta de aprendizaje del tópico Relación presentes en el OVA.

4.3 Marco teórico de la EpC implementado en el OVA

El objeto virtual de aprendizaje se construyó a la par con el marco teórico de la Enseñanza para la Comprensión (EpC). Se eligió este modelo pedagógico por encima de otros modelos por dos razones: La primera es el concepto de comprensión, que centra la enseñanza en que los estudiantes se apropien de los conceptos y los apliquen, y la segunda es la estructura que debe tener la planeación de la enseñanza, que debe ser clara, no sólo para los maestros sino para los estudiantes, quienes saben desde el principio los temas que van a abordar (tópicos generativos), lo que se espera que ellos alcancen (metas de comprensión), lo que deben hacer los estudiantes para dar cuenta que lograron

esas metas (desempeños de comprensión) y la forma en la que se les va a evaluar (evaluación diagnóstica-continua).

Se construyeron en total 15 actividades diferentes: 5 para la unidad de Relación, 3 para la unidad de Función y 5 para la unidad de Función lineal. Dentro del OVA se puede tener acceso tanto a las actividades, como a los desempeños y a las evaluaciones diagnóstico-continuas que están estrechamente relacionadas con este. En la Figura 21 se puede observar que la Actividad 1 de la unidad de Función está relacionada con unas metas , desempeños y evaluación diagnóstica continua específicos.

PRIMERA ACTIVIDAD DE LA UNIDAD DE FUNCIÓN

<p>Actividad implementada en la OVA:</p> <div style="text-align: center; background-color: #e0e0e0; padding: 10px;">Actividad 1</div> <p><small>Instrucción: En esta actividad va a responder 15 preguntas en un tiempo de 60 segundos. Cuando finalice el tiempo el cuestionario le mostrará el total de respuestas correctas y la puntuación obtenida de 0 a 5. Debe tomar pantallazo para enviarla luego al docente a su correo electrónico, o por el medio que este disponga. Recuerde consultar el libro interactivo en caso de duda.</small></p> <div style="text-align: center; background-color: #2e7d32; color: white; padding: 20px;"> <p>15 preguntas en 60 segundos</p> <p style="background-color: #ffc107; color: black; padding: 5px 15px; border-radius: 5px; display: inline-block;">Comenzar</p> </div>	<p style="text-align: center;">Metas de comprensión</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica cuando una relación es una función. 2. Reconoce que una función se puede representar de diversas maneras.
	<p style="text-align: center;">Desempeño de comprensión</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se les asigna a los estudiantes un applet con un conjunto de relaciones con diferentes representaciones. Los estudiantes deben analizar si estas son o no funciones.
	<p style="text-align: center;">Evaluación diagnóstica continua</p> <p>Se califica mediante una rúbrica las :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Evidencias de los resultados obtenidos en la Actividad 1. 2. Realización de una sección del portafolio referente a esta actividad.

Figura 21: Ejemplo de la implementación del marco teórico de la EpC en el OVA.

Se detallan a continuación los cuatro componentes del marco teórico de la EpC mediados por el OVA.

4.3.1 Tópicos generativos

Según los textos revisados en la Unidad 2, específicamente, en los que se enseñaban las funciones lineales mediante el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC), se evidencia que los tópicos generativos se eligen según las intenciones del docente o los docentes que estén planificando la unidad, y de las relaciones que pueda establecer con otros temas o tópicos. Muchos en la justificación de los trabajos abordan la importancia del tema a enseñar y su relación con otros temas, y en algunos casos los autores ejemplifican

la elección de los tópicos mediante una red de ideas como lo sugiere Blythe (2002). Mientras más conexiones se puede establecer entre un tópico generativo y otros temas es mucho mejor.

Los autores Mendoza (2018), Gonzáles (2017) y Rendón (2009) abordan en sus trabajos la función lineal de una manera muy diferente, por las referencias que utilizaban, por el contexto o por la intencionalidad que tenían con sus trabajos de grado. En el trabajo de Mendoza, el tópico generativo del autor era la “función lineal” con un interés claro de profundizar en su identificación, clasificación, análisis e interpretación. Por otra parte, Gonzáles eligió tópico generativo “El Mundo de las Funciones y los números Reales”, de manera gráfica realizó una red de ideas donde lo relacionó con el concepto de función que lo clasifica en afín, creciente, decreciente e inverso; también lo relaciona con el concepto de función lineal y los temas de pendiente, gráfica y ecuación, y además lo relaciona con los números reales, el valor absoluto y las ecuaciones e inecuaciones. Por otra parte Rendón, aunque enfoca su marco teórico en el tópico generativo “En situaciones de la vida diaria, ¿Cómo sé que ha ocurrido un cambio? ¿Cómo puedo realizar la medición de un cambio? ¿Por qué es importante medir los cambios? ¿Cómo puede interpretarse la división entre dos cambios?”, no elabora una red de ideas para ejemplificar la relación de este tópico con otras ideas, pero en el desarrollo del texto, y por los autores que se fundamenta, aborda las funciones y sus diferentes formas de representación enfocada más en las variables que se relacionan y en la tasa de variación, que en identificar una función en concreto a lo largo de la estrategia.

Para esta monografía, en el marco conceptual de la Enseñanza para la comprensión (EpC) se eligen los siguientes tres tópicos : “Relación”, “Función” y “Función Lineal”. Por la posibilidad de conexiones que existen entre ellos, como se evidencia en la Figura 22, la Figura 23 y la Figura 24, que los hacen temas idóneos. Además, estos tres tópicos son abordados desde el grado octavo hasta el grado undécimo de manera reiterativa, como lo evidencia el MEN (2006).

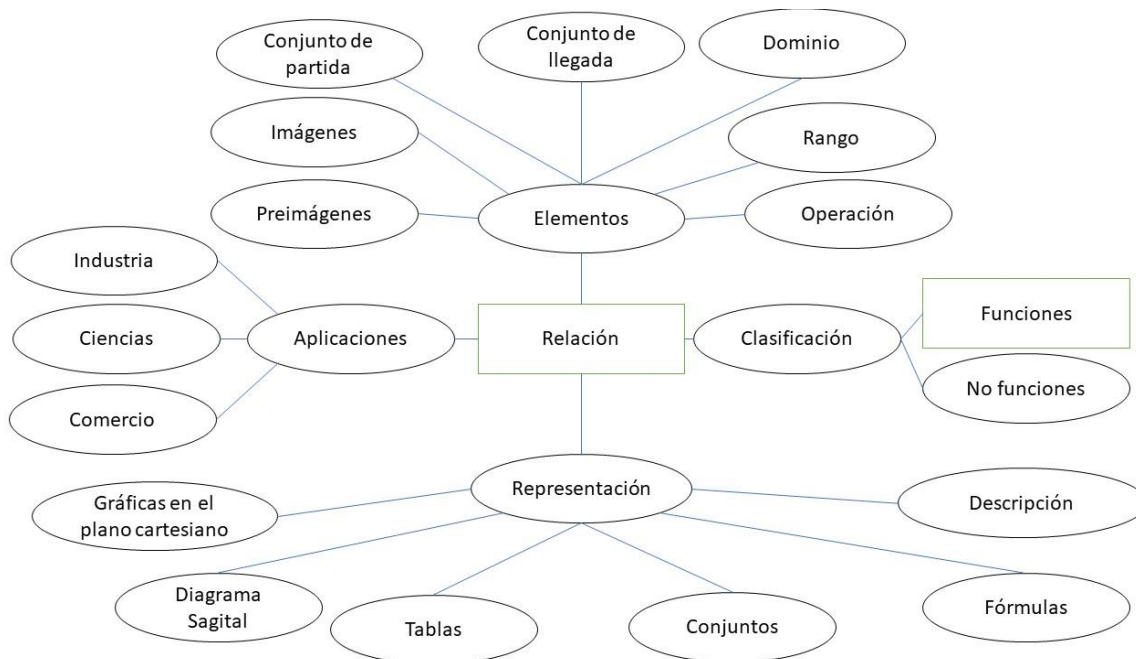


Figura 22: Red de ideas del tópico generativo Relación.

El tópico de relación mostrado en la Figura 22, es un contenido al que normalmente no se le dedica demasiado tiempo, como lo evidencian algunos libros para la enseñanza de la matemática en el grado noveno como por ejemplo los libros de Fajardo (2009) y de Martínez (2007) . En la mayoría de estos una relación no es más que un subconjunto del producto cartesiano de dos conjuntos que cumple con cierta regla, y luego se empieza a diferenciar las relaciones que son funciones en una variable de las que no lo son con el método de la recta vertical, del análisis de los diagramas sagitales, o del análisis de tablas. Para este marco teórico las relaciones son el concepto más importante de todos, porque sus elementos y representación son siempre utilizados para el estudio de las funciones.

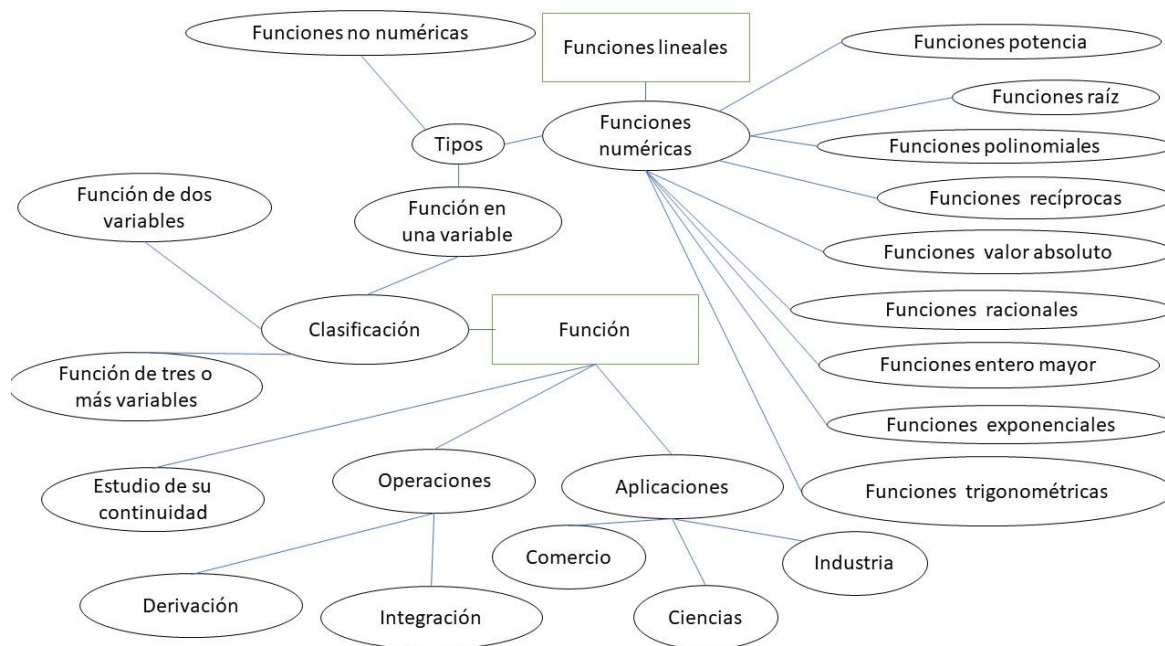


Figura 23: Red de ideas del tópic generativo Función.

Del tópic de función mostrado en la Figura 23, observamos que hay diferentes tipos de función dependiendo de la cantidad de variables involucradas, pero normalmente solo se ven las funciones en una variable. El estudio de las funciones se centra en su clasificación, en el análisis de sus diferentes representaciones y en la predicción de diferentes situaciones. También existen otras clasificaciones diferentes para las funciones en una variable numéricas, pero no profundizaremos en este aspecto. En este OVA, el concepto de función es abordado solo para las funciones en una variable, y se refuerzan conceptos como el dominio, el rango, y las representaciones de las relaciones vistos en el tópic de relación.

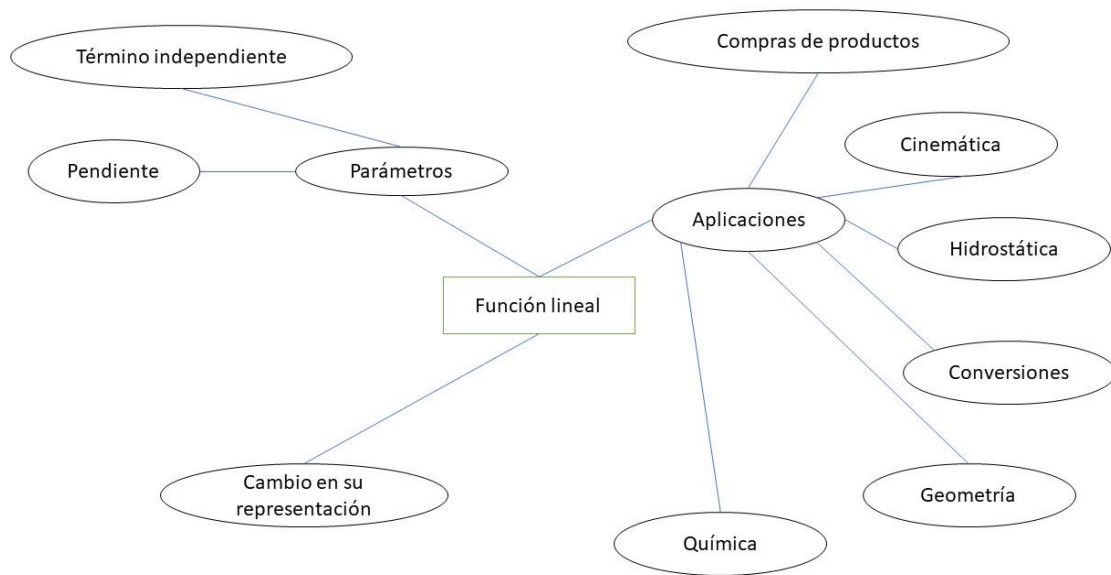


Figura 24: Red de ideas del tópico generativo Función lineal.

El tópico de función lineal mostrado en la Figura 24 es de los primeros tipos de función enseñados en bachillerato, pero tiene una aplicación en gran cantidad de áreas, y de situaciones. El currículo le presta importancia a su representación tanto por medio de fórmula como su representación gráfica, a determinar sus parámetros independientemente de la forma en la que esté representada y a hacer predicciones. La mayoría de estos aspectos tienen que ver más con la idea de relación que con algo especial dentro de la función lineal. Para el OVA construido fundamentado en la EpC, se abordaron funciones lineales desde que se empezó el tema de relación, sin tener que diferenciarlas de las demás, y en el tercer tópico se reforzaron los conceptos vistos con anterioridad y se profundizó en aspectos propios de las funciones lineales.

4.3.2 Metas de comprensión

Blythe (2002) clasifica a las metas de comprensión en dos tipos diferentes: El primer tipo tiene que ver con las metas de comprensión abarcadoras, también llamados hilos conductores que entrelazan varias unidades organizativas o todo un curso; el segundo tipo de metas de comprensión son las propias de cada unidad organizativa. Ambos tipos de metas se pueden redactar como preguntas o como afirmaciones.

Analizando las metas de comprensión abarcadoras de los autores Mendoza (2018), Gonzáles (2017) y Rendón (2009), quienes abordaron el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) para la enseñanza de la función lineal, tenemos el siguiente panorama: Tanto Mendoza como Gonzáles no plantean metas abarcadoras o los hilos conductores de las unidades que elaboran, sino que solamente plantean las metas de comprensión de la unidad, en cambio Rendón plantea como Meta abarcadora o Hilo conductor lo siguiente: “Los estudiantes comprenderán a partir de incrementos o disminuciones en diversas situaciones de la vida diaria la razón de cambio”. La meta de la autora Rendón es claramente una muestra de que busca desarrollar el pensamiento variacional a lo largo del curso.

En esta monografía se plantean las siguientes dos metas de comprensión abarcadoras o hilos de comprensión:

- ¿Cómo me ayuda la matemática a comprender mi mundo?
- ¿De qué manera el álgebra me ayuda a resolver problemas cotidianos?

Se eligieron esas dos metas de comprensión abarcadoras o hilos de comprensión porque es importante que los tres tópicos generativos tengan alguna intencionalidad compartida. En este caso, las tres unidades tienen aplicaciones a situaciones de la vida diaria o a fenómenos naturales.

Si se analizan las metas de comprensión de las unidades diseñadas por Mendoza, Gonzáles y Rendón encontramos lo siguiente. Mendoza plantea las siguientes dos metas de comprensión: “Reconocer el concepto de relación y de función, comparándolos y analizándolos con situaciones de la vida diaria” y “Reconoce el dominio, rango, gráfico e intercepto de una función lineal”. Por su parte Gonzáles plantea las siguientes tres metas: “Los estudiantes desarrollan comprensión acerca del concepto de función lineal”; “Los estudiantes desarrollan comprensión acerca de la importancia de modelar, interpretar, inferir, razonar y resolver situaciones problemas para una mejor comprensión del concepto de función lineal”; y “Los estudiantes descubren la variación con características funcionales como fenómeno cotidiano en la actividad humana”. En el caso de Rendón encontramos las metas de comprensión: “Comprenderán la diferencia entre variaciones de tipo cualitativo y cuantitativo”; “Reconocerán que las variaciones de tipo cuantitativo indican incrementos o

disminuciones de las magnitudes medidas”; “Utilizaran registros tabulares y gráficos de diversas situaciones de la vida diaria para determinar los incrementos o disminuciones de las variables asociadas”; “Identificaran razones de cambio a partir de los registros tabulares y gráficos”; y “Comprenderán la simbolización asociada a razones de cambio”. Gonzáles tiene un interés muy específico en profundizar en la función lineal, mientras que Mendoza y Rendón tienen unas metas mucho más generales. Para este marco conceptual nos interesa profundizar en la función lineal, pero también abordar aspectos más generales de las funciones y de las relaciones. Por esa razón se eligieron tres tópicos y para cada uno se plantearon unas metas de comprensión específicas.

Para el tópico generativo Relación se eligieron las siguientes tres metas de comprensión:

- M1. ¿Qué es una relación y que no?
- M2. ¿Entre qué se puede establecer una relación?
- M3. ¿Cómo se puede representar una relación?

Para el tópico generativo Función se eligieron las siguientes tres metas de comprensión:

- M1. Identifica cuando una relación es una función.
- M2. Reconoce que una función se puede representar de diversas maneras.
- M3. Encuentra el dominio y el rango de una función.

Para el tópico generativo Función lineal se eligieron las siguientes tres metas de comprensión:

- M1. Identifica e interpreta los parámetros de las funciones lineales en diferentes tipos de representación.
- M2. Puede transformar cualquier tipo de representación de función lineal en otro tipo de representación diferente.
- M3. Aplica las funciones lineales en situaciones de variación constante para resolver problemas.

4.3.3 Desempeños de comprensión

Los desempeños de comprensión abordados por los autores Mendoza (2018), Gonzáles (2017) y Rendón (2009), son muy diferentes entre sí. Mientras que Mendoza sólo clasifica

los desempeños de los estudiantes por las calificaciones que obtienen en las diferentes actividades que realiza (Desempeño superior, desempeño alto, desempeño básico y desempeño bajo), Gonzales nombra sus desempeños y las guías que desarrolla de la siguiente manera “Desempeño 1: Guía informativa”; “Desempeño 2: Guía Desarrollo “Que Vivan los Grados”; “Desempeño 3. Proyecto Final de Síntesis”; y “Desempeño 4: Guía de control”. Por otra parte, Rendón describe los desempeños para cada una de las actividades que realiza.

Para este trabajo, se sigue una línea parecida a la de la autora Rendón, ya que, aunque las actividades que se llevan al aula de clase tienen unos desempeños implícitos, el hacerlos explícitos los hace mucho más fácil de entender tanto para los estudiantes que los desarrollan como para los maestros que diseñan las unidades.

Para el marco conceptual elaborado los desempeños se apoyan en la resolución de guías, actividades interactivas o applets de GeoGebra. Los desempeños que se definieron para cada tópico generativo son los siguientes:

Para el tópico de relación se tienen los siguientes cinco desempeños que están estrechamente relacionados con las metas de comprensión de la unidad:

D1. Se les presenta a los estudiantes en un applet diferentes situaciones en las que ellos deben identificar las variables relacionadas.

D2. Se les presenta a los estudiantes diferentes situaciones y dadas las variables los estudiantes deben identificar qué tipo de relación puede existir entre ellas.

D3. Los estudiantes completan una guía en parejas acerca de que puede ser una relación y que no.

D4. Dentro de un applet los estudiantes aparean dos representaciones de una misma relación.

D5. En grupos de 3 personas, se llena un documento con diferentes noticias propuestas por el maestro, los estudiantes identifican las relaciones presentes ahí y las representan de otra forma.

Para el tópico de Función se tienen los siguientes cuatro desempeños que están estrechamente relacionados con las metas de comprensión de la unidad:

D1. Se les asigna a los estudiantes un applet con un conjunto de relaciones con diferentes representaciones. Los estudiantes deben analizar si estas son o no funciones.

D2. Los estudiantes en grupos analizan fotografías de gráficos de línea, sacados de diarios, de internet o de cualquier otro medio e intentan identificar si son funciones o no.

D3. Los estudiantes analizan sus respuestas y en cada gráfico de las funciones buscan el dominio y el rango.

D4. Los alumnos trabajan en pequeños grupos en línea analizando algún fenómeno natural, o situación que se pueda modelar como una función dada por su maestro. Estos tienen que representarla de diversas formas. También tendrán que identificar el rango y el dominio de cada una.

Para el tópico de Función Lineal se tienen los siguientes cinco desempeños que están estrechamente relacionados con las metas de comprensión de la unidad.

D1. Los estudiantes identifican cuales de las funciones dadas son lineales por su tasa de variación. Luego verifican sus respuestas mediante un applet.

D2. Los estudiantes identifican los parámetros de las funciones lineales expresadas de formas diferentes en un applet.

D3. Los estudiantes interpretan la información de los parámetros en diferentes situaciones.

D4. Dadas diferentes representaciones de las funciones lineales, en un apareamiento el estudiante debe seleccionar una representación equivalente.

D5. Se les asigna un conjunto de situaciones de variación constante para realizar predicciones.

4.3.4 Evaluación diagnóstica-continua

El tipo de evaluación presente en los trabajos de Mendoza (2018), Gonzáles (2017) y Rendón (2009) es muy diferente entre sí, aunque los tres dicen seguir con la evaluación diagnóstica-continua planteada por el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC). Rendón, es quien describe con mayor detalle cómo se lleva a cabo la valoración continua y evaluación final: Los estudiantes elaboran y entregan un portafolio, realizan una

exposición después de cada actividad y presentan un informe escrito de los procesos llevados a cabo en la solución de los ejercicios propuestos. Por otra parte, tanto Mendoza como Gonzales, hacen explícitos los resultados de las actividades y reflexiona sobre estos, mostrando que también llevaron a cabo evaluaciones diagnósticas continuas de una manera diferente.

Realizar la evaluación diagnóstica-continua para el marco conceptual diseñado en esta monografía, que usa un objeto interactivo que no puede guardar el avance de los usuarios se hizo complejo. Por esta razón, se eligieron herramientas que le permitieran a los usuarios medir su rendimiento en los diferentes desempeños y tomar capturas de pantalla de lo que van obteniendo en el proceso. También es necesario el acompañamiento del docente y la evaluación manual de las guías para poder retroalimentar a los estudiantes. Dada esta situación particular, se toma como herramienta para hacer las evaluaciones diagnósticas continuas los portafolios virtuales y las rúbricas de evaluación.

La ventaja de los portafolios es que, según lo indica Díaz Barriga et al. (2021), se puede ver el crecimiento gradual y los aprendizajes logrados por los estudiantes en relación con el currículo o actividad profesional en cuestión. Los portafolios pueden tomar evidencia de las actividades realizadas o integrar nuevas actividades donde reflexionen sobre lo hecho.

La ventaja de las rúbricas es que según Gatica-Lara & Uribarren-Berrueta (2013) es posible para el estudiante identificar los objetivos docentes, se retroalimenta al estudiante, permite la autoevaluación y coevaluación y disminuye la subjetividad de la evaluación.

4.4 Pertinencia del recurso

El OVA que se construyó es pertinente para la enseñanza de las funciones lineales por las siguientes razones:

- Los videos que contiene son claros y presentan diversos ejemplos para facilitar la comprensión de los estudiantes. También son una manera diferente a la habitual de presentar los temas.
- Los libros interactivos que contiene presentan los contenidos de una forma más amigable que un libro de texto tradicional. Aquí son importantes las acciones que

el estudiante tome con los objetos interactivos del material. Por ejemplo, dentro del libro interactivo para el tópicico de Relación <https://lala923.github.io/OVA/Relacion/librorelacion.html>. Este contiene al final del apartado de los conceptos un objeto interactivo en el que los estudiantes ponen a prueba sus conocimientos para identificar en una relación una imagen, una preimagen, el conjunto de partida, el conjunto de llegada, entre otros.

- Las actividades para la comprensión fueron diseñadas para lograr las metas de desempeño propuestas, y se evalúa adecuadamente mediante la evaluación diagnóstica-continua. Por ejemplo, dentro de la unidad de Funciones lineales, en la actividad 4, que se encuentra en el link: <https://lala923.github.io/OVA/Funcionlineal/actividad4.html>, se tiene el desempeño "Dadas diferentes representaciones de las funciones lineales, en un apareamiento el estudiante debe seleccionar una representación equivalente", y se busca alcanzar las metas "Identifica e interpreta los parámetros de las funciones lineales en diferentes tipos de representación" y "Puede transformar cualquier tipo de representación de función lineal en otro tipo de representación diferente". Dado que es un applet, el estudiante verifica que sus respuestas estén correctas, le toma captura de pantalla a sus resultados, para realizar la evaluación diagnóstica-continua llenando la sección del portafolio referente a esta actividad y la calificación asignada se hace por medio de una rúbrica presente en <https://lala923.github.io/OVA/Funcionlineal/evaluacion4.html> .
- Existen pocos materiales interactivos para el estudio de las funciones lineales, mientras más existan, más herramientas tienen los estudiantes para aprender.
- El material que se elaboró funciona correctamente sin Internet. Solo hay una de todas las actividades que está diseñadas en Scratch que, si bien requiere cámara e internet para funcionar, es optativa. Esta OVA es adecuada para usar en los computadores de los colegios rurales en los que la mayoría de las veces no hay Internet o es de pésima calidad.
- El material también está en Internet.
- Cualquier maestro puede utilizar o modificar el OVA, adaptándola al contexto en el que se encuentre.

4.5 Tecnologías implementadas

4.5.1 GitHub

GitHub (2021) es un potente software que permite codificar colectivamente ya sea gratuitamente o pagando. Se gestiona mediante repositorios. Cuando en un repositorio se crea una página web que no tiene conexión con bases de datos es posible publicarla en línea como se hizo con el OVA construido en esta monografía.

4.5.2 Bootstrap

Bootstrap (2021) es un kit de herramientas de código abierto de front-end. Permite diseñar y personalizar sitios web mediante complementos en JavaScript y archivos CSS.

4.5.3 Descartes

Descartes (2021) es una herramienta que sirve para construir unidades didácticas que se puedan distribuir de forma libre y gratuita. Está orientado para estudiantes y maestros de Iberoamérica. Tiene las ventajas de funcionar en diferentes tipos de navegadores, tener una interfaz para construir los recursos que pueden ser de diferentes tipos, se puede usar de manera libre y gratuita, se actualiza por internet, y su código está en GitHub.

Esta herramienta está disponible desde finales del siglo XX (Descartes, 2021), inicialmente permitía crear solamente aplicaciones de escritorio en Java, pero con el tiempo la herramienta evolucionó para crear material que funcione en cualquier navegador web mediante HTML, JavaScript, y CSS. Este proyecto hace uso de la librería NW.js .

4.5.4 Plantillas de libros interactivos y de objetos interactivos de la RED Descartes.

La red Descartes ha generado plantillas, materiales de fácil edición que hacen uso del programa Descartes.

Juan Guillermo Rivera Berrío, presidente de RED Descartes Colombia y vicerrector de la Institución Universitaria Pascual Bravo de Medellín (Colombia), ha creado muchos de estos

archivos, los ha distribuido libremente en <https://proyectodescartes.org/> , y también ha dedicado un canal en YouTube para mostrar cómo se usan <https://www.youtube.com/channel/UCW21VMUJbXjPDDQ8Kvy1JVQ> .

De este tipo de material destacamos los libros interactivos, de los que ha sacado varias versiones, y permite poner cualquier recurso que funcione en una página web dentro de un libro virtual, como por ejemplo los recursos elaborados con Descartes, o con GeoGebra.

En este trabajo, usamos la última versión del libro interactivo disponible en https://github.com/jlongi/libro_interactivo.

También se destacan los objetos interactivos que se pueden modificar mediante plantillas y están presentes en <https://proyectodescartes.org/plantillas/objetos.htm> .

4.5.5 Hot Potatoes

Hot Potatoes es una suite que permite crear ejercicios interactivos de opción múltiple, respuesta corta, oraciones mezcladas, crucigramas, emparejar / ordenar y llenar espacios para páginas Web. Es un programa que se puede usar gratuitamente, pero solo si el usuario paga tiene la ventaja de poder almacenar los resultados de estos ejercicios en un servidor. Este programa no es de código abierto, es decir que no se puede modificar por terceros. En la última versión que es la 7, es posible exportar los objetos al formato SCORM (Hot Potatoes, 2021)

4.5.6 GeoGebra

Este es un software de matemáticas de código abierto que sirve para crear y compartir diseños y aplicaciones. Puede funcionar online u offline. Se puede manejar dinámicamente material de geometría, álgebra, estadística y cálculo (GeoGebra, 2021). Los materiales que se generan están en Código JavaScript y HTML. Dentro de un applet de GeoGebra es posible conectarse a Google Classroom, hacer libros y materiales evaluativos.

4.5.7 Librería Processing en JavaScript

Processing permite crear bocetos de software flexible, y también es un lenguaje para aprender a codificar dentro del contexto de las artes visuales (Processing, 2021). Hay muchos diseños ya creados que se pueden modificar y reutilizar.

4.5.8 Scratch

Este programa sirve para realizar y compartir historias interactivas, juegos y animaciones. (Scratch Foundation, 2021). Se puede trabajar en la página web o descargar una aplicación de escritorio. Se pueden consultar los programas de los demás para modificarlos y volverlos a compartir.

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

A continuación, se presentan las conclusiones que surgen al realizar esta monografía. Se comienza con el análisis de objetivo general y luego se revisan los resultados respecto a los objetivos específicos planteados.

La primera conclusión es que el objetivo general del trabajo se cumplió ya que se diseñó y construyó un objeto virtual de aprendizaje (OVA) bajo el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) que sirve para el aprendizaje de las funciones lineales. Esta herramienta está disponible para consultar en línea o para descargarla y trabajarla sin ningún tipo de conexión a internet. Contiene actividades que desarrollan diferentes niveles de comprensión en los estudiantes, y muchas de estas se evalúan automáticamente permitiendo que el estudiante sea consciente de los logros y dificultades que se le van presentando a medida que va avanzando. También permite el trabajo individual o grupal porque ambas estrategias son importantes para desarrollar la autonomía y la colaboración entre pares.

La segunda conclusión es que cada uno de los objetivos específicos se cumplieron. Respecto a esto, puede decirse que las investigaciones realizadas en torno a la enseñanza de la matemática orientada mediante TIC y/o bajo el marco de la EpC visualizaron una gran cantidad de propuestas que se han aplicado y que han generado motivación en los estudiantes, que han facilitado la planeación y evaluación de las clases, y que los resultados académicos de los estudiantes son positivos con la utilización de estos. Por otra parte, el OVA realizado bajo el marco de la EpC, aparte de integrar recursos para la enseñanza de las funciones lineales, es de libre acceso y no requiere ningún tipo de

autenticación para acceder a ella como lo son muchos de los OVA que están internet alojados en Moodle o en páginas de acceso privado.

5.2 Recomendaciones

A continuación, se abordan las recomendaciones que surgen al realizar esta monografía. Se comienza con las recomendaciones frente al alcance del objetivo general y luego se revisan los resultados relacionados con los objetivos específicos planteados.

Respecto al objetivo general del trabajo, consideramos adecuado que el OVA desarrollado sea implementado en el aula de clase, y que su diseño sea reevaluado por otros profesores de matemáticas en otros contextos. Esto implicaría agregar nuevas actividades, mejorar las actividades existentes, o generar nuevos objetos virtuales de aprendizaje en diferentes temáticas relacionadas con las matemáticas que produjeran nuevas investigaciones.

De los objetivos específicos, en las tesis y trabajos abordados en relación con la Enseñanza para la comprensión (EpC), enseñanza de las matemáticas y TIC, hace falta replicar esas intervenciones en otros lugares, y darles un carácter más general a los resultados obtenidos en estos. Casi todas las investigaciones realizadas son distintas entre sí y tienen unos resultados muy positivos en los estudiantes, y plantean nuevas investigaciones que se pueden realizar en esa misma línea. Con respecto al OVA diseñado, y el marco teórico de la EpC respecto a la enseñanza de la función lineal, se recomienda extender el tema a otros grados diferentes al que fue diseñado (novenio).

A. Anexo: Propuestas de enseñanza de las matemáticas relacionadas con la EpC

A continuación, se sintetiza en una tabla los documentos analizados del repositorio de la Universidad Nacional de Colombia y del repositorio FUNES:

Tabla Anexo A. Resumen de Propuestas de enseñanza de las matemáticas relacionadas con la EpC

<i>Documento Analizado</i>	<i>Objetivo general</i>
¿Pueden los sistemas algebraicos de cómputos (SAC) mejorar la comprensión de conceptos matemáticos? (Pastorelli & Cadoche, 2009)	Diseñar una secuencia didáctica para mejorar los desempeños de comprensión de los alumnos de primer año de la Licenciatura en Organización Industrial de la Facultad Regional Rafaela de la Universidad Tecnológica Nacional.
Aproximación para la comprensión de las fracciones en los grados transición, primero y segundo (Arroyave, Ciro, & Ocampo, 2017)	Acercar a los estudiantes de transición, primero y segundo a la noción de fracción, por medio de actividades fundamentadas en la Enseñanza para la Comprensión.
Comprendo y analizo mi entorno: una propuesta pedagógica para la comprensión de las medidas de tendencia central (Casallas & Angulo, 2016)	No está explícito.

Tabla Anexo A. (Continuación)

Documento Analizado	Objetivo general
Comprensión de algunos conceptos geométricos en el contexto de la agricultura del café (González, Santa, & Londoño, 2014)	Analizar el proceso de comprensión en los estudiantes del grado 5° de la Institución Educativa Santa Rita, de los conceptos de perímetro y de área, y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café.
Comprensión de gráficos estadísticos en estudiantes de grado 4° del gimnasio los andes a partir de la información presentada en álbum del mundial de Rusia (González, Beltrán, & Gómez, 2019)	Identificar las interpretaciones que le dan los estudiantes de grado 4° del Gimnasio los Andes a la información estadística y como esta permite construir gráficos estadísticos.
Comprensión de los conceptos de perímetro y área en el contexto de la agricultura del café en estudiantes del grado 6° (González, Santa, & Londoño, 2013)	Analizar el proceso de comprensión de los conceptos de perímetro y área, al establecer la independencia de sus medidas en el contexto de la agricultura del café, en los estudiantes del grado 6.
Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café (González J. D., 2014)	Analizar el proceso de comprensión de los estudiantes del grado 5° de la Institución Educativa Santa Rita, de los conceptos de perímetro y área, y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café.
Comprensión del concepto de simetría a través del doblado de papel en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (Cardona, Gómez, & Santa, 2015)	Analizar la comprensión del concepto de simetría en los estudiantes de grado décimo, a partir del doblado de papel como estrategia didáctica, bajo el marco teórico de la EpC.
Conceptualización de la razón de cambio en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (Rendón, 2009)	Describir y analizar el proceso de enseñanza y de aprendizaje para la conceptualización de la razón de cambio con el propósito de determinar la viabilidad de la implementación de una estrategia metodológica en el marco de la Enseñanza para la Comprensión.

Tabla Anexo A. (Continuación)

Documento Analizado	Objetivo general
Construcción del concepto de área y perímetro bajo el enfoque EpC “construcción de telares” (Mendivelso, 2018)	No está explícito
Desarrollo de la comprensión y de habilidades sociales. Una experiencia en álgebra lineal. (Pastorelli & Cadoche, 2010)	Retratar algunas de las interacciones logradas con los alumnos que exhibieron distintos niveles de comprensión.
Diseño de un modelo didáctico para la enseñanza del conjunto de los números racionales a partir de la solución de ejercicios y problemas en el grado séptimo (Ocampo Sánchez, 2020)	Diseñar un modelo didáctico de la estructura Aritmética que favorezca la competencia de razonamiento cuantitativo en la solución de ejercicios y problemas en el conjunto de los números racionales en los estudiantes del grado 7°1 de la Institución Educativa Ciudadela Las Américas del municipio de Medellín para contribuir en el proceso del aprendizaje de las matemáticas.
Diseño de un proyecto de aula que contribuya a la Enseñanza para la Comprensión mediante la herramienta tic en la función lineal (Mendoza Hernández, 2018)	Diseñar un proyecto de aula que contribuya a la Enseñanza para la Comprensión de la función lineal mediante la utilización de la herramienta TIC, con los estudiantes del grado once-dos de la Institución Educativa Comercial Antonio Roldan Betancur.
Diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza de la simetría axial en grado séptimo de educación básica desde el enfoque de la Enseñanza para la Comprensión (Rojas Sánchez, 2014)	Fundamentar teórica y metodológicamente el diseño y evaluación de una secuencia didáctica para la enseñanza de la simetría axial, en grado séptimo de Educación Básica en la Institución Educativa Pichindé (IEP) del sector rural de Cali, desde el enfoque de la Enseñanza para la Comprensión (EpC).

Tabla Anexo A. (Continuación)

Documento Analizado	Objetivo general
Ecuaciones de primer grado en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (Rivera & González, 2017)	Estructurar una propuesta metodológica en el marco de la Enseñanza para la Comprensión que permita al estudiante acceder a las ecuaciones de primer grado de forma comprensiva y significativa, que pueda identificar situaciones de contexto, modelar, interpretar y resolver eficientemente
El doblado de papel en la comprensión de algunas características de los triángulos en estudiantes del grado octavo (Cano, Flórez, & Zapata, 2017)	Analizar cómo comprenden los estudiantes del grado octavo, de la Institución Educativa Tomás Eastman del municipio de Santa Bárbara, los conceptos relacionados con algunas características de los triángulos, cuando realizan construcciones con doblado de papel, desde marco de la EpC.
El trabajo con sistemas algebraicos de cómputos como medio para la valoración continua del aprendizaje y de las prácticas educativas. (Ramírez, Suau, Moreno Días, & Pastorelli, 2009)	No está explícito
Estrategia de enseñanza para favorecer la comprensión del valor posicional (Angulo, Pulido, & Molano, 2017)	Diseñar, implementar y evaluar una unidad didáctica, desde el marco de la Enseñanza para la Comprensión, que favoreciera el aprendizaje del valor posicional, en la resolución de situaciones problema por estudiantes de segundo de primaria de dos colegios públicos de la ciudad de Bogotá (Colombia)
Estrategia didáctica para el fortalecimiento del cálculo de perímetro, área y volumen mediante el uso de prismas de bases rectangulares bajo el enfoque de Enseñanza para la Comprensión (EpC) en estudiantes de cuarto de primaria del Colegio de la Compañía de María "la Enseñanza" de Medellín (Ruiz Soto, 2018)	Diseñar un proyecto de aula bajo el enfoque de Enseñanza para la Comprensión (EpC), que contribuya al fortalecimiento del cálculo de las magnitudes perímetro, área y volumen, ajustado al grado cuarto del Colegio La Compañía de María - La Enseñanza.

Tabla Anexo A. (Continuación)

Documento Analizado	Objetivo general
Estrategia didáctica para el fortalecimiento del cálculo de perímetro, área y volumen mediante el uso de prismas de bases rectangulares bajo el enfoque de Enseñanza para la Comprensión (EpC) en estudiantes del grado quinto del colegio Bethlemitas Bello (Barrera Gómez, 2018)	Diseñar un proyecto de aula bajo el enfoque de Enseñanza para la Comprensión (EpC), que contribuya al fortalecimiento del cálculo de las magnitudes perímetro, área y volumen, ajustado al grado quinto del Colegio Bethlemitas Bello
Estrategia didáctica para el fortalecimiento del pensamiento aleatorio, significado de probabilidad mediante la Enseñanza para la Comprensión (Romero Camacho, 2020)	Diseñar una estrategia didáctica para el mejoramiento de los procesos de aprendizaje de la probabilidad desde el enfoque de EpC matemática de los significados Intuitivo, Clásico, Frecuencial, Subjetivo y Axiomático; a partir de la teoría del crecimiento de la comprensión de Pirie y Kieren; con estudiantes de grado séptimo de la I.E. Enrique Olaya Herrera.
Innovación metodológica en la educación superior para favorecer la comprensión (Esper & Juárez, 2017)	Aportar a los colegas una herramienta de planificación y de diseño de práctica de aula, que busca fomentar la comprensión del tema “Función Exponencial y Logarítmica”, a través de los cuatro elementos de la comprensión que plantea la EpC: tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión, y valoración continua y evaluación final, con el fin de potencializar las cuatro dimensiones de la comprensión: contenido, métodos, propósitos y formas de comunicación
La simetría y su comprensión a través del doblado de papel en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (Cardona, Gómez, & Santa, 2015)	No está explícito

Tabla Anexo A. (Continuación)

Documento Analizado	Objetivo general
Medidas de tendencia central en estudiantes de octavo grado mediante la Enseñanza para la Comprensión (García & Vargas, 2017)	Desarrollar una estrategia basada en la Enseñanza para la Comprensión para las Medidas de Tendencia Central en estudiantes de octavo grado
Propuesta de aula para la construcción del concepto de función lineal, enfocado en la Enseñanza para la Comprensión. (González Vélez, 2017)	Diseñar una propuesta de aula, enmarcada en la EPC, que permita mejorar la comprensión del concepto de función lineal, de los estudiantes de grado 9 ^o del colegio Bethlemitas.
Propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones de segundo grado de variable real en el marco de la Enseñanza para la Comprensión para fortalecer el pensamiento variacional en el grado 9 de la IER Yarumito (Mosquera Quintero, 2015)	Diseñar una propuesta didáctica en el marco de la Enseñanza para la Comprensión que posibilite en los estudiantes de grado 9 de la IER Yarumito el aprendizaje de las funciones cuadráticas de variable real para fortalecer sus competencias en el pensamiento variacional, con énfasis en la modelación, resolución y el planteamiento de problema
Propuesta didáctica para la Enseñanza para la Comprensión del concepto de probabilidad (Buitrago Berdugo, 2018)	Diseñar una secuencia didáctica que permita a los estudiantes el acercamiento, construcción y comprensión de conceptos referidos a la probabilidad, para el desarrollo de las competencias básicas del pensamiento aleatorio y sistema de datos.
Propuesta didáctica que fortalezca la comprensión de la ley de signos, en las operaciones básicas en el conjunto de números enteros para el desarrollo en la solución de problemas (Mena Mena, 2017)	Diseñar una propuesta didáctica que contribuya al desarrollo de las competencias matemáticas mediante el aprendizaje de las operaciones básicas (suma y resta) en el conjunto de los números enteros en el grado 8 ^o de la Institución Educativa Doce de Octubre.

Tabla Anexo A. (Continuación)

Documento Analizado	Objetivo general
Propuesta metodológica para la enseñanza de los conceptos básicos de geometría (rectas y ángulos) en la educación media a través de su aplicabilidad en la resolución de problemas (Rave Builes, 2017)	Diseñar una propuesta metodológica de enseñanza en el grado 9º del colegio Marymount Medellín que articule los conceptos básicos de la geometría (rectas y ángulos) a la resolución de algunos problemas iniciales de la trigonometría y el cálculo
Proyecto de aula que contribuya a la enseñanza de las funciones reales a partir de situaciones problema y el uso de tic (Valencia Carmona, 2018)	Elaborar un proyecto de aula que contribuya a la enseñanza de las funciones reales a partir de situaciones problema y el uso de TIC en el Colegio Campestre Horizontes
Situaciones de variación y cambio. Un enfoque desde la visualización matemática para su comprensión en la enseñanza (Tapias Vásquez, 2018)	Diseñar un proyecto de aula en relación a situaciones de variación y cambio mediante la visualización matemática que fortalezca el pensamiento variacional en los estudiantes del grado octavo del Colegio San José de La Salle.
Técnicas de estudio para la comprensión de algunos conceptos matemáticos durante el primer semestre universitario (Santa & García, 2020)	Analizar de qué manera el uso de algunas técnicas de estudio permite la comprensión de algunos conceptos matemáticos
Una experiencia basada en el enfoque de la Enseñanza para la Comprensión en una materia de matemática universitaria (Suarez & Gibelli, 2016)	Presentar el diseño e implementación de una propuesta pedagógica realizada desde este enfoque.
Una experiencia de aula sobre comprensión de función lineal en estudiantes de noveno grado (Arévalo, Orozco, & Guerrero, 2003)	Diseñar, implementar y sistematizar una unidad didáctica para abordar la noción de función lineal bajo el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC)

Tabla Anexo A. (Continuación)

Documento Analizado	Objetivo general
Uso de objetos de aprendizaje como facilitadores de la comprensión de los métodos numéricos para resolver problemas de valor inicial (Caligaris, Rodríguez, Favieri, & Laugero, 2017)	Mostrar los CDF diseñados junto con algunas de las actividades que se les propuso a los estudiantes durante el aprendizaje del tema. También se presentan los resultados obtenidos en la encuesta que se aplicó para medir el impacto que tuvieron los CDF en los estudiantes en el proceso de comprensión de los distintos conceptos matemáticos involucrados.
Uso eficiente del tiempo y desempeños de comprensión: una observación de su vínculo (Pastorelli & Casco, 2010)	Diseñar una secuencia didáctica para mejorar los “desempeños de comprensión” de los alumnos y analizar la relación horas destinadas al proyecto y el nivel de comprensión exhibido por cada alumno

B. Anexo: Resumen de las tesis de enseñanza de la función lineal relacionadas con las TIC

En la siguiente tabla se resume la información encontrada en las tesis cuya temática a enseñar era la función lineal e hicieron uso de las TIC.

Tabla Anexo B. Resumen de las tesis de enseñanza de la función lineal relacionadas con las TIC

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Activa las funciones (Ugarte García, 2017)	<p>Temáticas abordadas: Función, función lineal, función constante, función cuadrática, función afín.</p> <p>TIC: Transparencias participativas, plickers, vídeos, herramientas de representación de funciones(Excel, office calc, GeoGebra, el graphsketch o el fooplot).</p> <p>Referente teórico pedagógico: Educación matemática realista (EMR).</p> <p>Ventajas: Estudiantes más motivados.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Los resultados de la investigación no fueron mayores.</p> <p>Grado: 3° de la ESO.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Ambiente enriquecido con tic para el aprendizaje de funciones (Cruz-Huertas, 2015)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal, función afín y función cuadrática.</p> <p>TIC: Applets de GeoGebra, página web.</p> <p>Referente teórico pedagógico: No se identifica.</p> <p>Ventajas: Estudiantes más motivados.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Requiere mucho acompañamiento del maestro si los estudiantes no están acostumbrados a este tipo de trabajo.</p> <p>Grado: Universidad.</p>
Apropiación del concepto de función lineal usando la programación con el software Scratch (Betton, 2016)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal, función.</p> <p>TIC: Scratch.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Los registros de representación semióticas de Duval.</p> <p>Ventajas: Se logra aprendizaje significativo.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: 2° de la preparatoria del Tecnológico de Monterrey.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
<p>Desarrollo e implementación de un objeto de aprendizaje que apoye a los estudiantes en la adecuada apropiación del concepto de relaciones funcionales y sus distintas representaciones (Lozano Aldana, 2020)</p>	<p>Temáticas abordadas: Relación, función y función lineal.</p> <p>TIC: Objeto de aprendizaje, aplicación relaciones funcionales.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Estilos de aprendizaje, objeto de aprendizaje, desarrollo epistémico, teoría de las representaciones semióticas, teorías sobre el uso de las tic como mediadores de aprendizajes.</p> <p>Ventajas: Los estudiantes manejan mucho la tecnología. Estudiantes más motivados. Es interactivo. Resultados de las actividades inmediatos. El estudiante trabaja a su ritmo.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Octavo y noveno.</p>
<p>Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las tic: estudio de caso en el grado noveno de la institución educativa la Salle de Campoamor (Muñoz Cuartas, 2012)</p>	<p>Temáticas abordadas: Función lineal.</p> <p>TIC: Plataforma Moodle, animaciones en flash, Power Point.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Fundamentación pedagógica de la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel.</p> <p>Ventajas: Estudiantes más motivados.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Noveno.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Diseño de un proyecto de aula que contribuya a la Enseñanza para la Comprensión mediante la herramienta tic en la función lineal (Mendoza Hernández, 2019)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal.</p> <p>TIC: Moodle, Minimat.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Enseñanza para la Comprensión de Perkins.</p> <p>Ventajas: Optimización en la evaluación.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Se requiere mucho acompañamiento docente. Se requiere disponibilidad de la sala de sistemas.</p> <p>Grado: Undécimo.</p>
Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno mediada en las nuevas tecnologías: estudio de caso en el colegio Marymount grupo 9° b del municipio de Medellín (Giraldo Buitrago, 2012)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal.</p> <p>TIC: Moodle, flash, GeoGebra, that quiz, YouTube, Power Point, imágenes.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Enseñanza para la Comprensión de Perkins.</p> <p>Ventajas: El estudiante tiene más opciones para comprender conceptos. El estudiante puede investigar con más facilidad.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Requiere capacitación docente.</p> <p>Grado: Noveno.</p>
Diseño e implementación de unidad didáctica mediada por las tic para el desarrollo de competencias matemáticas (Morales García, 2017)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal, cuadrática y cúbica.</p> <p>TIC: GeoGebra.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Teorías pedagógicas de Vygotsky.</p> <p>Ventajas: Estudiantes más motivados.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Dificultad del colegio de tener las herramientas tecnológicas al alcance.</p> <p>Grado: Noveno.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Dispositivos móviles para el estudio de las funciones lineales (Castañeda, 2019)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal.</p> <p>TIC: Tracker.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Ingeniería didáctica.</p> <p>Ventajas: Motiva el trabajo autónomo. Muy interactivo.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: 1° de secundaria.</p>
Enseñanza de funciones y gráficas en 1° bachillerato basado en el uso de GeoGebra (Garijo-Alonso, 2014)	<p>Temáticas abordadas: Función, función constante, función lineal, función polinómica, función racional, función raíz.</p> <p>TIC: GeoGebra.</p> <p>Referente teórico pedagógico: No se identifica.</p> <p>Ventajas: Se puede aplicar en muchos grados diferentes.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Limitaciones temporales.</p> <p>Grado: 1° de bachillerato.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Enseñanza-aprendizaje de la función lineal con secuencia didáctica en 10mo de EGB de la unidad educativa Luis Cordero de Azogues (Lara Molina, 2020)	<p>Temáticas abordadas: Funciones, función cuadrática, funciones lineales, función afín.</p> <p>TIC: GeoGebra, material audiovisual.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Aprendizaje significativo de David Ausubel.</p> <p>Ventajas: Mejoras en el aprendizaje de los estudiantes . Se puede combinar con estrategias sin tecnología.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Décimo.</p>
Estudio de la función lineal mediado por tic (Coppié & Velázquez, 2013)	<p>Temáticas abordadas: Funciones y funciones lineales.</p> <p>TIC: Graphmatica y GeoGebra, guías virtuales.</p> <p>Referente teórico pedagógico: No se identifica.</p> <p>Ventajas: Reorganizan el escenario educativo.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Tercer año de secundaria.</p>
Fortalecimiento del proceso de la comunicación mediante la integración de las tic para mejorar la competencia matemática (Alfaro Alfaro, Delgado Sarmiento, & Torres Alfaro, 2018)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal.</p> <p>TIC: GeoGebra, Matlab, plataforma Socrative.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Fases del aprendizaje según Gagné.</p> <p>Ventajas: Mejora de resultados académicos.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Noveno.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Funciones en contexto. Una experiencia enriquecida en la modelación y simulación interactiva (Cruz-Huertas & Medina-Castañeda, 2013)	<p>Temáticas abordadas: Función, función lineal, función afín y función cuadrática.</p> <p>TIC: Recurso virtual modelación y simulación interactiva de funciones, GeoGebra.</p> <p>Referente teórico pedagógico: No se identifica.</p> <p>Ventajas: estudiantes más motivados. Mejores resultados académicos.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Universidad.</p>
Funciones lineales mediante el uso del REA descartes (Hernández, Ruíz, & Vásquez, 2017)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal.</p> <p>TIC: Descartes.</p> <p>Referente teórico pedagógico: El modelo de enseñanza de competencias digitales con estrategias mediadas por tecnología vinculadas al aprendizaje y uso de recursos educativos abiertos.</p> <p>Ventajas: estudiantes más motivados. Mejores resultados académicos.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Dificultad al acceso de los materiales por el internet.</p> <p>Grado: Noveno.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Las TIC y su relación en el rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura de matemáticas en el décimo año de educación general básica del colegio 27 de febrero de la ciudad de Loja, período académico 2018-2019 (Maldonado & Santiago, 2020)	<p>Temáticas abordadas: Función, función lineal, función afín, sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>TIC: GeoGebra.</p> <p>Referente teórico pedagógico: No se identifica.</p> <p>Ventajas: Más interactivo. Estudiantes más motivados.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Dificultad en el acceso a los recursos tecnológicos necesarios.</p> <p>Grado: Décimo.</p>
Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del GeoGebra (Calderón Zambrano, 2017)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal y cuadrática.</p> <p>TIC: GeoGebra.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Aprendizaje significativo , constructivismo.</p> <p>Ventajas: Mejora aprendizaje. Fomenta el trabajo autónomo de los estudiantes. Ayuda al estudiante a aprender a su ritmo. Estudiantes más motivados. Aumenta el trabajo en grupo. Es fácil de usar.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Tercero de bachillerato.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del GeoGebra (Calderón-Zambrano, Franco-Pesantez, & Alvarado-Espinoza, 2018)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal y cuadrática.</p> <p>TIC: GeoGebra.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Modelo constructivista.</p> <p>Ventajas: Fácil manejo. Mejora comprensión.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Tercero de bachillerato.</p>
Metodología con el software GeoGebra para desarrollar la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas con funciones lineales (Aguilar Hito, 2015)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal, función afín, función.</p> <p>TIC: GeoGebra.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Teoría cognitiva del aprendizaje de Piaget, la teoría sociocultural de Vygotsky.</p> <p>Ventajas: Fácil manejo, mejora aprendizaje, rapidez en la visualización de funciones, promueve participación.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: 2° de secundaria.</p>
Modelación matemática mediada por el software GeoGebra en la aplicación de funciones lineales, para la solución de problemas en el contexto del manejo ambiental (Barón Martínez, 2020)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal.</p> <p>TIC: OVA, GeoGebra, imágenes, videos.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Constructivista.</p> <p>Ventajas: Mejora aprendizaje.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Noveno.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Objeto virtual de aprendizaje función lineal (Contreras Santander & Espinosa Castro, 2017)	<p>Temáticas abordadas: Relación, función y función lineal.</p> <p>TIC: OVA y luego se exportó a Moodle.</p> <p>Referente teórico pedagógico: No se identifica.</p> <p>Ventajas: Mejora evaluación..</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Ninguno.</p> <p>Grado: Estudiantes universitarios.</p>
Propuesta de aula para la construcción del concepto de función lineal, enfocado en la Enseñanza para la Comprensión. (González Velez, 2017)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal, función.</p> <p>TIC: Minimat.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Enseñanza para la Comprensión de Perkins.</p> <p>Ventajas: Mejora aprendizaje.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: El docente debe manejar varias disciplinas.</p> <p>Grado: Noveno.</p>
Propuesta didáctica utilizando la modelación matemática en el aprendizaje de las funciones para estudiantes de octavo básico (Fuentes Acuña, Roa Puentes, & Vásquez Larenas, 2019)	<p>Temáticas abordadas: Funciones, funciones lineales, función afín.</p> <p>TIC: Videos, Phet, Excel, GeoGebra, software educativo de curriculum en línea.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Registros de representación semiótica de Raymond Duval, la socio epistemología de Ricardo cantoral y la teoría constructivista del aprendizaje.</p> <p>Ventajas: Se puede relacionar con el contexto.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Octavo.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Proyecto de aula que contribuya a la enseñanza de la función lineal y afín, por medio del aula invertida (Quintero Muñoz, 2019)	<p>Temáticas abordadas: Función, función lineal y función afín.</p> <p>TIC: Plataforma norma.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Aprendizaje significativo de David Ausubel, diseñado a través del esquema del proyecto de aula presentado por Hugo cerda, aula invertida.</p> <p>Ventajas: Mejora aprendizaje.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Sin internet no se puede acceder a la plataforma para hacer las actividades.</p> <p>Grado: Noveno.</p>
Razonamiento covariacional a través de software dinámico. El caso de la variación lineal y cuadrática (Ávila Mejía, 2011)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal y cuadrática.</p> <p>TIC: GeoGebra y Modellus.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Razonamiento covariacional de Carlson.</p> <p>Ventajas: Facilita aprendizaje.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Ninguna.</p> <p>Grado: Décimo.</p>
Resolución de problemas con la función lineal a través de una secuencia didáctica utilizando el programa GeoGebra con el fin de contribuir con el aprendizaje en los estudiantes del grado noveno de la I.E.D Codema (Gallo Duarte, 2018)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal.</p> <p>TIC: GeoGebra, diapositivas Power Point y video.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Resolución de problemas Pólya.</p> <p>Ventajas: Estudiantes autónomos.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Noveno.</p>

Tabla Anexo B. (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Transposición didáctica en matemática de la función lineal en un ambiente tic aplicado a estudiantes de nm 1 en un colegio subvencionado de la comuna de Curacaví (Moglia Fernández, 2015)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal y afín.</p> <p>TIC: Power Point, mathally calculadora, podómetro.</p> <p>Referente teórico pedagógico: La teoría de la transposición didáctica de Chevallard.</p> <p>Ventajas: Mejora evaluación. Mejora aprendizaje.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: Curso de primer año medio .</p>
Transposición didáctica para apoyar la enseñanza de la función lineal y afín para estudiantes de cálculo usando las NTIC (Acevedo Rodríguez, Ortega, & M. y Nieto Sánchez, 2020)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal, función, función afín.</p> <p>TIC: NTIC, es decir herramientas tecnológicas digitales tales como Arduino, módulo de ethernet, termocuplas, teléfonos inteligentes (smartphone) y pc.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Modelo didáctico y metodológico Cuvima.</p> <p>Ventajas: Mejora aprendizaje.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: Todos los aprendizajes no fueron los esperados.</p> <p>Grado: Universidad</p>
Unidad didáctica "funciones lineales" (Trujillo, 2020)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal.</p> <p>TIC: GeoGebra.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas de Gómez.</p> <p>Ventajas: Planificar la practica.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: No identificado.</p> <p>Grado: 3° de eso.</p>

Tabla Anexo B . (Continuación)

Documento Analizado	Aspectos relevantes
Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la institución educativa latinoamericana (López Orozco, 2018)	<p>Temáticas abordadas: Función lineal.</p> <p>TIC: GeoGebra.</p> <p>Referente teórico pedagógico: Representación semiótica.</p> <p>Ventajas: Permite encontrar información de manera rápida. Acceso a múltiples recursos. Favorece el trabajo colaborativo. Permite el aprendizaje interactivo y la educación a distancia. Favorece el aprendizaje autónomo. Permite diseñar materiales didácticos.</p> <p>Sugerencias o Requerimientos: El uso de los computadores puede causar cansancio visual en los estudiantes. Los estudiantes pueden volverse dependientes de la tecnología. Hay algunas estudiantes que no saben utilizar los computadores.</p> <p>Grado: Noveno.</p>

Bibliografía

- Acevedo Rodríguez, G., Ortega, V., & M. y Nieto Sánchez, Z. (30 de junio de 2020). Transposición didáctica para apoyar la enseñanza de la función lineal y afín para estudiantes de cálculo usando las NTIC. *Aglala*, 11(2), 200-221. Obtenido de <http://revistas.curnvirtual.edu.co/index.php/aglala/article/view/1732>
- Aguilar Hito, A. E. (2015). Metodología con el software Geogebra para desarrollar la capacidad de comunica y representa ideas matemáticas con funciones lineales. *tesis de maestría*. Perú. Obtenido de <https://hdl.handle.net/11042/3188>
- Alfaro Alfaro, E., Delgado Sarmiento, L., & Torres Alfaro, J. (2018). Fortalecimiento del proceso de la comunicación mediante la integración de las TIC para mejorar la competencia matemática. *masterThesis*. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10584/7947>
- Angulo, A., Pulido, N., & Molano, E. (2017). Estrategia de enseñanza para favorecer la comprensión del valor posicional. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(1), 1-31. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/9559/>
- Arévalo, S., Orozco, A., & Guerrero, N. F. (2003). Una experiencia de aula sobre comprensión de función lineal en estudiantes de noveno grado. *Memorias del 5º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, (págs. 61-62). Bucaramanga: Gaia.
- Arroyave, B. A., Ciro, Y. A., & Ocampo, G. C. (2017). Aproximación para la comprensión de las fracciones en los grados transición, primero y segundo. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/11390/>
- Ávila Mejía, P. E. (2011). Razonamiento covariacional a través de software dinámico. El caso de la variación lineal y cuadrática. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/9757>
- Barón Martínez, G. (2020). Modelación matemática mediada por el software GeoGebra en la aplicación de funciones lineales, para la solución de problemas en el contexto del manejo ambiental. *Trabajo de Grado para optar por el título de Magister en Educación en Tecnología Modalidad: Profundización*. Obtenido de <http://hdl.handle.net/11349/22955>

- Barrera Gómez, N. (2018). Estrategia didáctica para el fortalecimiento del cálculo de perímetro, área y volumen mediante el uso de prismas de bases rectangulares bajo el enfoque de enseñanza para la comprensión (EpC) en estudiantes del grado quinto del colegio Bethlemitas Bello. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63282>
- Betton, L. G. (2016). Apropiación del concepto de función lineal usando la programación con el software Scratch. *Tesis de Posgrado*. Obtenido de <http://www.repositorioinstitucional.uson.mx/handle/unison/248>
- Blythe, T. (2002). *La enseñanza para la comprensión*. Argentina.
- Bootstrap. (21 de Mayo de 2021). *Getbootstrap*. Obtenido de <https://getbootstrap.com/>
- Buitrago Berdugo, J. (2018). Propuesta didáctica para la enseñanza para la comprensión del concepto de probabilidad. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/76202>
- Calderón Zambrano, R. L. (2017). Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del GeoGebra. Ecuador. Obtenido de <https://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/27378/1/Tesis.pdf>
- Calderón-Zambrano, R. L., Franco-Pesantez, F., & Alvarado-Espinoza, T. M. (2018). Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del Geogebra. doi:10.23857/pc.v3i8.624
- Caligaris, M., Rodríguez, G., Favieri, A., & Laugero, L. (2017). Uso de objetos de aprendizaje como facilitadores de la comprensión de los métodos numéricos para resolver problemas de valor inicial. *X CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA ASISTIDA POR COMPUTADORA*, (págs. 153-166). Cartago, Costa Rica: Tecnológica de Costa Rica. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/17380/>
- Cano, Z. S., Flórez, M. E., & Zapata, A. H. (2017). El doblado de papel en la comprensión de algunas características de los triángulos en estudiantes del grado octavo. *Maestría tesis, Maestría en Educación Matemática - Universidad de Medellín*. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/11322/>
- Cardona, A. M., Gómez, J. E., & Santa, Z. (2015). Comprensión del concepto de simetría a través del doblado de papel en el marco de la enseñanza para la comprensión. *Memorias del encuentro de geometría y sus aplicaciones*, 22, (págs. 103-110). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/8734/>

- Cardona, A. M., Gómez, J. E., & Santa, Z. M. (2015). La simetría y su comprensión a través del doblado de papel en el marco de la Enseñanza para la Comprensión. *RECME*, 1(1), 218-223. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/8591/>
- Casallas, L., & Angulo, H. (2016). Comprendo y analizo mi entorno: una propuesta pedagógica para la comprensión de las medidas de tendencia central. *Memorias EDEM-3. Tercer Encuentro: Universidad y Escuela. Voces en la construcción de la comunidad de Educadores Matemáticos en Bogotá*, (págs. 233-238). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/9991/>
- Castañeda, A. (2019). Dispositivos móviles para el estudio de las funciones lineales. *Atenas*, 2(46). Obtenido de <https://www.redalyc.org/jatsRepo/4780/478060100007/html/index.html>
- Contreras Santander, Y. L., & Espinosa Castro, J. F. (2017). Objeto virtual de aprendizaje: función lineal. En *Las tecnologías de información y comunicación y la gestión empresarial* (Vol. 1, págs. 29-38). Universidad del Zulia.
- Coppié, Á. M., & Velázquez, F. E. (2013). Estudio de la Función Lineal mediado por TIC. Obtenido de <http://documents.famaf.unc.edu.ar/institucional/biblioteca/trabajos/6085/16933.pdf>
- Cruz-Huertas, J. (2015). Ambiente enriquecido con TIC para el aprendizaje de funciones. *Ponencias Cuarto Congreso Internacional Pedagogía y TIC "La Educación Superior en la era digital: Tendencias e Innovaciones"*. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.12313/716>
- Cruz-Huertas, J., & Medina-Castañeda, Y. (2013). Obtenido de http://repository.icesi.edu.co/biblioteca_digital/handle/10906/71676
- Descartes*. (21 de Abril de 2021). Obtenido de <https://descartes.matem.unam.mx/>
- Descartes*. (4 de Abril de 2021). Obtenido de <https://descartes.matem.unam.mx/doc/DescartesJS/DescartesJS.pdf>
- Deulofeu, J. (2002). Las funciones en la Educación Secundaria : ¿ para qué ?, ¿ cómo ? Aportaciones de la investigación. *Ponencia*. X JAEM.
- Díaz Barriga Arceo, F., & Romero Martínez, E. (21 de Mayo de 2021). Los e-portafolios de aprendizaje como recurso de reflexión y evaluación auténtica: Una experiencia con estudiantes universitarios de psicología. Obtenido de <http://hdl.handle.net/20.500.12579/3168>

- Díaz G, J. L. (2013). El concepto de función: ideas pedagógicas a partir de su historia e investigaciones. *El Cálculo y su Enseñanza*, 4, 13-25. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/14913/>
- Esper, L. B., & Juárez, M. G. (2017). Innovación metodológica en la educación superior para favorecer la comprensión. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 355-364. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/12157/>
- Fajardo Tirath, D. M. (2009). *Formula de Noveno grado*. Bogotá: Voluntad.
- Feria-Marrugo, I. M., & Zúñiga López, K. S. (Enero-Diciembre de 2016). Objetos virtuales de aprendizaje y el desarrollo de aprendizaje autónomo en el área de inglés. *Revista Praxis*, 12, 63-77. doi:10.21676/23897856.1848
- Fuentes Acuña, N. S., Roa Puentes, P. I., & Vásquez Larenas, V. A. (2019). Propuesta didáctica utilizando la modelación matemática en el aprendizaje de las funciones para estudiantes de octavo básico. *Tesis*. Obtenido de <http://repositorio.udec.cl/jspui/handle/11594/413>
- Gallo Duarte, E. (2018). Resolución de problemas con la función lineal a través de una secuencia didáctica utilizando el programa Geogebra con el fin de contribuir con el aprendizaje en los estudiantes del grado noveno de la I.E.D Codema. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10818/34109>
- García, B. E., & Ponce, V. (2008). Diseño de cursos online basados en Learning Design en el marco de la enseñanza para la comprensión. *XIV Congreso Argentino de Ciencias de la Computación*. Obtenido de <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/22011>
- García, J., & Vargas, L. (2017). Medidas de tendencia central en estudiantes de octavo grado mediante la enseñanza para la comprensión. *Encuentro de Investigación en Educación Matemática* (págs. 400-408). Puerto Colombia, Colombia: Universidad del Atlántico. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/14251/>
- Gardner, H. (Enero de 2016). El Proyecto Cero de Harvard: Una historia personal. *Uaricha*, 13(30), 26-52. Obtenido de http://www.pz.harvard.edu/sites/default/files/pz-history-gardner-spanish_0.pdf
- Garijo-Alonso, L. (2014). Enseñanza de funciones y gráficas en 1º Bachillerato basado en el uso de GeoGebra. *masterThesis*. Obtenido de <https://reunir.unir.net/handle/123456789/2432>
- Gatica-Lara, F., & Uribarren-Berrueta, T. d. (Enero-Marzo de 2013). ¿Cómo elaborar una rúbrica? *Investigación en Educación Médica*, 2(5), 61-65. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=349733230010>
- GeoGebra. (21 de Abril de 2021). Obtenido de <https://www.geogebra.org/>

- Giraldo Buitrago, H. (2012). Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno mediada en las nuevas tecnologías: Estudio de caso en el Colegio Marymount grupo 9° B del municipio de Medellín. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/10911>
- Github. (21 de Mayo de 2021). *Github*. Recuperado el 21 de Mayo de 2021, de <https://github.com/>
- González Vélez, J. (2017). Propuesta de aula para la construcción del concepto de función lineal, enfocado en la enseñanza para la comprensión. *Documento de trabajo*, 2017. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63127>
- González Velez, J. M. (2017). Propuesta de aula para la construcción del concepto de función lineal, enfocado en la enseñanza para la comprensión. *Trabajo final de maestría*. Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63127>
- González, D., Beltrán, J. A., & Gómez, J. (2019). Comprensión de gráficos estadísticos en estudiantes de grado 4° en torno al álbum del mundial de Rusia 2018. *Comunicación presentada en Foro EMAD 2019: investigación e innovación en Educación Matemática (4 de octubre de 2019)*. Bogotá.
- González, J. D. (2014). Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café. *Maestría tesis, Universidad de Antioquia*. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/12094/>
- González, J., Santa, M., & Londoño, R. A. (2013). Comprensión de los conceptos de perímetro y área en el contexto de la agricultura del café en estudiantes del grado 6°. *REVISTA CIENTÍFICA*, 267-272. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/6639/>
- González, J., Santa, Z., & Londoño, R. A. (2014). Comprensión de algunos conceptos geométricos en el contexto de la agricultura del café. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 7(2), 61-80. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/6808/>
- Hernández, M., Ruíz, S., & Vásquez, B. (2017). Funciones Lineales mediante el uso del REA Descartes. *Revista de Investigación Educativa del Tecnológico de Monterrey*, 8(15), 21-26. Obtenido de <https://riege.mx/index.php/riege/article/view/205/323>
- Hot Potatoes. (21 de Abril de 2021). *Hot Potatoes*. Obtenido de <https://hotpot.uvic.ca/>

- Lara Molina, R. R. (2020). Enseñanza-Aprendizaje de la Función Lineal con secuencia didáctica en 10mo de EGB de la Unidad Educativa Luis Cordero de Azogues. Obtenido de <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/123456789/1472>
- López Orozco, L. E. (2018). Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericana. *Trabajo de grado de pregrado*. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10839/2204>
- Lozano Aldana, C. A. (2020). Desarrollo e implementación de un objeto de aprendizaje que apoye a los estudiantes en la adecuada apropiación del concepto de relaciones funcionales y sus distintas representaciones. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/77640>
- Maldonado, T., & Santiago, J. (2020). Las tic y su relación en el rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura de matemáticas en el décimo año de educación general básica del colegio 27 de Febrero de la ciudad de Loja, período académico 2018-2019. *TRABAJOS DE TITULACION AEAC*. Obtenido de <http://dspace.unl.edu.ec/jspui/handle/123456789/23195>
- Martínez Velandia, F. (2007). *Aciertos Matemáticos 9*. Bogotá: Educar Editores.
- Medina Rojas, A. (2012). Modelado de funciones: una propuesta didáctica mediada por diversos contextos de las ciencias naturales. *Maestría thesis*. Universidad Nacional de Colombia.
- Mena Mena, L. (2017). Propuesta didáctica que fortalezca la comprensión de la ley de signos, en las operaciones básicas en el conjunto de números enteros para el desarrollo en la solución de problemas. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/62212>
- Mendivelso, N. (2018). Construcción del concepto de área y perímetro bajo el enfoque EPC "Construcción de telares". *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 3(1), 89-92. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/12792/>
- Mendoza Hernández, J. C. (2018). Diseño de un proyecto de aula que contribuya a la enseñanza para la comprensión mediante la herramienta tic en la función lineal. *Trabajo final de maestría*. Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/76193>
- Mendoza Hernández, J. C. (2019). Diseño de un proyecto de aula que contribuya a la enseñanza para la comprensión mediante la herramienta tic en la función lineal. *Trabajo de grado - Maestría*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/76193>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. Bogotá: MEN.

- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias Ciudadanas*.
- Ministerio de educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V2*.
- Ministerio de Educación Nacional. (s.f.). *Matriz de referencia. Caja de materiales Siempre día E. Matemáticas*. Recuperado el 13 de Mayo de 2021, de https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf
- Moglia Fernández, E. (2015). Transposición Didáctica en Matemática de la Función Lineal en un ambiente TIC aplicado a estudiantes de NM 1 en un colegio subvencionado de la comuna de Curacaví. *Artículo para optar al grado de Licenciado en Educación*. Obtenido de <http://repositorio.uahurtado.cl/handle/11242/23946>
- Morales García, P. F. (2017). Diseño e implementación de Unidad Didáctica mediada por las Tic para el desarrollo de Competencias Matemáticas. *Trabajo de grado - Maestría*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63060>
- Mosquera Quintero, M. (2015). Propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones de segundo grado de variable real en el marco de la enseñanza para la comprensión para fortalecer el pensamiento variacional en el grado 9 de la IER Yarumito. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/55777>
- Muelas Vidal, J. M. (2014). Estrategias de enseñanza de ecuaciones y funciones matemáticas mediante el texto conceptual y el uso de las tic en estudiantes del grado noveno de la institución educativa El Palmar, Santander de Quilichao – Cauca. Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira.
- Mullis, I., Martin, M., & Foy, P. (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report*. TI. Obtenido de https://timss.bc.edu/timss2007/PDF/TIMSS2007_InternationalMathematicsReport.pdf
- Muñoz Cuartas, O. (2012). Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC : Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/11654>
- Naranjo, B. C. (2016). Estudio de una propuesta metodológica, para la enseñanza de funciones de variable real a partir de su producción textual, en el grado noveno de

la Institución Educativa Fe y Alegría Nueva Generación del municipio de Bello.
Documento de trabajo.

- Ocampo Sánchez, L. (2020). *Diseño de un modelo didáctico para la enseñanza del conjunto de los números racionales a partir de la solución de ejercicios y problemas en el grado séptimo*. Medellín- Ciencias - Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/78352>
- OCDE. (22 de Mayo de 2020). *El programa PISA de la OCDE Qué es y para qué sirve*. Obtenido de <https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>
- OECD. (2019). *Colombia - Country Note - PISA 2018 Results*. Recuperado el 11 de Mayo de 2021, de https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf
- Pastorelli, S., & Cadoche, L. (2009). ¿Pueden los Sistemas Algebraicos de Cómputos (SAC) mejorar la comprensión de conceptos matemáticos? *ACTAS DE LA VII CONFERENCIA ARGENTINA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, (págs. 160-168). Buenos Aires, Argentina: SOAREM. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/17681/>
- Pastorelli, S., & Cadoche, L. (2010). Desarrollo de la comprensión y de habilidades sociales. Una experiencia en álgebra lineal. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 22, 109-119. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/15193/>
- Pastorelli, S., & Casco, E. (2010). Uso eficiente del tiempo y desempeños de comprensión: una observación de su vínculo. *ACTAS DE LA VIII CONFERENCIA ARGENTINA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, (págs. 107-113). Buenos Aires, Argentina: SOAREM.
- Perkins, D. (2001). *La escuela inteligente*. Barcelona: Gedisa.
- Processing*. (21 de Abril de 2021). Obtenido de <https://processing.org/>
- Propuesta didáctica para la enseñanza de las funciones de segundo grado de variable real en el marco de la enseñanza para la comprensión para fortalecer el pensamiento variacional en el grado 9 de la IER Yarumito. (2015). *Documento de trabajo*.
- Proyecto de aula que contribuya a la enseñanza de las funciones reales a partir de situaciones problema y el uso de TIC. (2018). *Documento de trabajo*.
- Puig, L. y. (2013). Fenómenos y ajustes. Un modelo de enseñanza del proceso de modelización y los conceptos de parámetro y familia de funciones. *T. Rojano (Ed.) Las tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas*, 9-35.

- Quintero Muñoz, C. J. (2019). Proyecto de aula que contribuya a la enseñanza de la función lineal y afín, por medio del aula invertida. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/77158>
- Ramirez, S., Suau, S., Moreno Días, M., & Pastorelli, S. (2009). El trabajo con sistemas algebraicos de cómputos como medio para la valoración continua del aprendizaje y de las prácticas educativas. *ACTAS DE LA VII CONFERENCIA ARGENTINA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, (págs. 178-186). Buenos Aires, Argentina: SOAREM. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/17645/>
- Rave Builes, J. (2017). Propuesta metodológica para la enseñanza de los conceptos básicos de geometría (rectas y ángulos) en la educación media a través de su aplicabilidad en la resolución de problemas. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/60136>
- Reid, M. E., Gareis, M. I., Hernández, A. E., & Roldán, M. V. (Noviembre de 2012). Funciones con modelización matemática. *Números. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 81, 91-101.
- Rendón, P. A. (2009). Conceptualización de la razón de cambio en el marco de la enseñanza para la comprensión. *Maestría tesis, Universidad de Antioquia*. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/12118/>
- Rivera, E., & González, R. (2017). Ecuaciones de primer grado en el marco de la enseñanza para la comprensión. *Encuentro de Investigación en Educación Matemática*, (págs. 283-300). Puerto Colombia, Colombia: Universidad del Atlántico. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/14281/>
- Rodriguez, M., Pochulu, M., & Ceccarini, A. (2011). Criterios para organizar la enseñanza de Matemática Superior que favorecen la comprensión. Un ejemplo sobre aproximaciones polinómicas de funciones. *Educ. Matem.*, 13(3), 461-487.
- Rojas Sánchez, G. (2014). Diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza de la simetría axial en grado séptimo de educación básica desde el enfoque de la enseñanza para la comprensión. *Trabajo de grado - Maestría*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/53136>
- Romero Camacho, E. (2020). estrategia didáctica para el fortalecimiento del pensamiento aleatorio, significado de probabilidad mediante la enseñanza para la comprensión. *Medellín - Ciencias - Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/78813>
- Ruiz Soto, I. (2018). Estrategia didáctica para el fortalecimiento del cálculo de perímetro, área y volumen mediante el uso de prismas de bases rectangulares bajo el enfoque de enseñanza para la comprensión (EpC) en estudiantes de cuarto de

- primaria del Colegio de la Compañía. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63336>
- Salgado-García, E. (septiembre-diciembre de 2012). Enseñanza para la comprensión en la educación superior: la experiencia de una universidad costarricense. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 3(8), 34-50.
- Sánchez Medina, M. I. (Septiembre de 2014). Estado del arte de las metodologías y modelos de los Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVAS) en Colombia. *ENTORNOS*(28). Obtenido de <https://journalusco.edu.co/index.php/entornos/article/view/528/1000>
- Santa, Z., & García, Y. (2020). Técnicas de estudio para la comprensión de algunos conceptos matemáticos durante el primer semestre universitario. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (págs. 305-315). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Scratch Foundation. (21 de Abril de 2021). *Scratch*. Obtenido de <https://scratch.mit.edu/>
- Suarez, P., & Gibelli, T. (2016). Una experiencia basada en el enfoque de la enseñanza para la comprensión en una materia de matemática universitaria. *Actas del Segundo Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática y Tercer Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática*, (págs. 551-557). Tandil, Argentina: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/21358/>
- Tapias Vásquez, J. (2018). Situaciones de variación y cambio : un enfoque desde la visualización matemática para su comprensión en la enseñanza. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/64211>
- Trujillo, D. (2020). Unidad Didáctica "Funciones Lineales". *Trabajo Fin de Máster de la Universidad de Almería*. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10835/10081>
- Ugalde, W. J. (2014). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 14(1), 1-48.
- Ugarte García, E. (2017). Activa las funciones. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10498/19843>
- Valencia Carmona, S. (2018). Proyecto de aula que contribuya a la enseñanza de las funciones reales a partir de situaciones problema y el uso de TIC. *Documento de trabajo*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/68867>