



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

**PROCESO PARA CALCULAR LA
TEMPERATURA DE COLOR
CORRELACIONADA (CCT),
ÍNDICE DE REPRODUCCIÓN DE
COLOR (CRI) y TM30**

Proyecto presentado por:
Diego Alejandro Beltrán Ortiz

Dirigido por:
Ph.D. Jesús Quintero
Ph.D. Leonardo Bermeo

Índice

1. Tablas de Referencia	2
1.1. Función Armónica de Color	2
1.2. Tablas de espectro de reflectancia	2
1.3. Valores $S_0(\lambda), S_1(\lambda), S_2(\lambda)$ para la referencia Daylight (Para la luminaria con $CCT > 5000 K$)	3
1.4. Valores de la tabla de Robertson, para el cálculo del CCT . . .	3
1.5. Valores del Planckian Locus	4
2. Pasos para calcular el CCT	5
3. Pasos para calcular el CRI	6
4. Pasos para calcular el TM30	10
A. Métodos para el cálculo del CCT	18
A.1. Método de NIST (Yoshi Ohno)	18
A.2. Método de Robertson	19
B. Incertidumbre (Complementario)	19
C. Tablas	22
C.1. Funciones CMF ₂ con observador de 2 grados	22
C.2. Funciones CMF ₁₀ con observador de 10 grados	23
C.3. Tablas de isotermas de Robertson	24
C.4. Tablas de Daylight	25
C.5. Tablas ejemplo de puntos de Temperatura por NIST	26
Bibliografía	27

1. Tablas de Referencia

1.1. Función Armónica de Color

Esta tabla contiene los valores ideales que representan el color en un objeto o de una luminaria para los espectros \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} , en un rango entre los 360 nm y los 780 nm

$$\bar{X} = \{\lambda\bar{x}_1, \lambda\bar{x}_2, \lambda\bar{x}_3, \dots, \lambda\bar{x}_n\}$$

$$\bar{Y} = \{\lambda\bar{y}_1, \lambda\bar{y}_2, \lambda\bar{y}_3, \dots, \lambda\bar{y}_n\}$$

$$\bar{Z} = \{\lambda\bar{z}_1, \lambda\bar{z}_2, \lambda\bar{z}_3, \dots, \lambda\bar{z}_n\}$$

Existen dos tablas de Funciones Armónicas de Color definidos por el observador que utilizado en la representación del color:

- El Observado de 2 grados:

Esta tabla es utilizada para medir la representación del color de una Luminaria sobre un objeto.

$$\bar{X}_2, \bar{Y}_2, \bar{Z}_2$$

- El Observador de 10 grados:

Esta tabla es utilizada para medir la representación del color de una Luminaria.

$$\bar{X}_{10}, \bar{Y}_{10}, \bar{Z}_{10}$$

1.2. Tablas de espectro de reflectancia

Se forma de varias tablas donde cada tabla TSC (Para el CRI con 14 tablas de color) o CES (Para el TM30 con 99 tablas de color) tiene los valores de representación de un color para un ideal en el ancho de banda.

Se representa con la siguiente nomenclatura:

$$L_{01} = \{\lambda L_{01_1}, \lambda L_{01_2}, \dots, \lambda L_{01_n}\}$$

$$L_{02} = \{\lambda L_{02_1}, \lambda L_{02_2}, \dots, \lambda L_{02_n}\}$$

$$L_{03} = \{\lambda L_{03_1}, \lambda L_{03_2}, \dots, \lambda L_{03_n}\}$$

⋮

$$L_m = \{\lambda L_{m_1}, \lambda L_{m_2}, \dots, \lambda L_{m_n}\}$$

donde:

$m = 14$ ó 99 según sea el caso

1.3. Valores $S_0(\lambda), S_1(\lambda), S_2(\lambda)$ para la referencia Daylight (Para la luminaria con $\text{CCT} > 5000 K$)

La tabla tiene los valores de $S_0(\lambda), S_1(\lambda), S_2(\lambda)$ para el intervalo de la muestra y sirve para el cálculo de la función Daylight para determinar la Iluminante Ideal, cuando la Temperatura de Color Correlacionada de la Luminaria está por encima de los $5000 K$.

Representación de las tablas:

$$S_0 = \{\lambda S_{01}, \lambda S_{02}, \lambda S_{03}, \dots, \lambda S_{0n}\}$$

$$S_1 = \{\lambda S_{11}, \lambda S_{12}, \lambda S_{13}, \dots, \lambda S_{1n}\}$$

$$S_2 = \{\lambda S_{21}, \lambda S_{22}, \lambda S_{23}, \dots, \lambda S_{2n}\}$$

Descrito como:

$$S_D = [S_0, S_1, S_2]$$

1.4. Valores de la tabla de Robertson, para el cálculo del CCT

La tabla que se utiliza en el método de Robertson, fue presentada en el artículo del autor, donde explica el método para obtener los valores de la tabla. La Tabla C.3 muestra los valores utilizados para calcular la Temperatura de Color Correlacionada, por el método Robertson.

La representación esta dada en el plano $u - v$ para el rango en δnm :

$$\begin{aligned} u_R &= \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\} \\ v_R &= \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\} \\ (u - v)_R &= \{m_1, m_2, m_3, \dots, m_n\} \end{aligned}$$

Definiendo la tabla de la siguiente manera:

$$R = [u_r, v_r, m_r]$$

1.5. Valores del Planckian Locus

Esta tabla esta conformada por los valores que forman la función de Planck para cada temperatura entre los $1000 K$, hasta los $20000 K$. Esta tabla puede generarse con la cantidad de puntos que la iluminante lo requiera. Sin embargo, se utiliza una tabla definida con aproximadamente 1000 datos. Esta tabla se utiliza para calcular la Temperatura de Color Correlacionada por el método de NIST (Yoshi Ohno).

Su representación esta dada por el valor de la Temperatura T en los puntos (u, v) :

$$\begin{aligned} T_p &= \{T_1, T_2, T_3, \dots, T_n\} \\ u_p &= \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\} \\ v_p &= \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\} \end{aligned}$$

La tabla general esta representada con la siguiente nomenclatura:

$$P = [T_p, u_p, v_p]$$

2. Pasos para calcular el CCT

Paso 1 Ingresar el espectro de la Luminaria, con los datos adquiridos por el espectrómetro.

Paso 2 Filtrar los datos ingresados en el punto anterior (Paso 1), dentro del rango y el intervalo de las muestras (λnm)

S_t : Tabla de datos de la Iluminante

Se compone de dos columnas de datos:

$$\Lambda_t = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n\}$$

$$I_t = \{i_1, i_2, i_3, \dots, i_n\}$$

Definiéndola como:

$$S_t = [\Lambda_t, I_t]$$

Nota 1: Para realizar la filtración de datos se utiliza un método de extrapolación.

Para el caso del desarrollo del proyecto se utiliza la librería predefinida en Python (scipy.interpolate.interp1d) que aproxima los valores de interpolación mediante una función cúbica.

Nota 2: Para el caso del desarrollo del proyecto el λ de diferencia esta a cada $5nm$.

Si $\forall \lambda$ en $S_t(\Lambda_t)$ entre $\lambda_{k+1} - \lambda_k \neq 5nm$: Interpolar

Paso 3 Obtener los valores Triestimulos para la Luminaria Test con las Funciones Estándar Colorimetricas, reemplazando las Funciones Estándar en las siguientes formulas:

$$\begin{aligned} X_t &= k\Delta_T S \cdot \bar{X} \\ Y_t &= k\Delta_T S \cdot \bar{Y} \\ Z_t &= k\Delta_T S \cdot \bar{Z} \end{aligned}$$

Donde:

$$k = \frac{100}{\Delta_T S \cdot \bar{Y}}$$

Nota: Para el cálculo estándar del procedimiento, se define que el proceso debe ser realizado con la Función Armónica de Color con Observador de 2 Grados.

Sin embargo, el Grado de Observador 2 debe ser utilizado solo en el primer cálculo de los valores Triestimulos para encontrar la Iluminante de Referencia.

Posteriormente, para el cálculo del CRI debe ser utilizado y calculado nuevamente los valores triestimulos con un Observador de 10 Grados, para medir la representación de color en la Luminaria.

Paso 4 Se calculan las Coordenadas en el plano (u, v) de la Luminaria Test

$$u_t = \frac{4X_t}{X_t + 15Y_t + 3Z_t}$$

$$v_t = \frac{6Y_t}{X_t + 15Y_t + 3Z_t}$$

Paso 5 Calcular la Temperatura de Color Correlacionada CCT con uno de los métodos seleccionados (Anexos).

3. Pasos para calcular el CRI

Paso 1 Con el resultado del CCT , calcular el espectro de la Iluminante de Referencia, según corresponda dentro de los siguientes casos:

1) $T < 5000$, Función de Planck

El vector del espectro en la función de Planck, se obtiene con la siguiente formula $\forall \lambda$ en S_R :

$$I_r 1(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda_1^5 \left[e \left(\frac{c_2}{\lambda_1 T} \right) - 1 \right]}$$

Donde:

λ : Es el conjunto de datos de la Luminaria Test

T : Es el *CCT* de la Luminaria Test

C_1 : Es una constante de valor $3,7418 \cdot 10^{-16}$

C_2 : Es una constante de valor $1,4388 \cdot 10^{-2}$

Así se obtiene el vector

$$I_r = I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$$

Finalmente se tiene el vector S_r

$$S_r = [\Lambda_r, I_r]$$

2) $T > 5000$, Función de Daylight

Según el valor de T que corresponde al *CCT* se usa una de las siguientes formulas:

I) $T < 7000$

$$x_D = \frac{-4,607 \cdot 10^9}{T^3} + \frac{2,9678 \cdot 10^6}{T^2} + \frac{0,09911 \cdot 10^3}{T} + 0,244063$$

II) $T > 7000$

$$x_D = \frac{-2,0064 \cdot 10^9}{T^3} + \frac{1,9018 \cdot 10^6}{T^2} + \frac{0,24748 \cdot 10^3}{T} + 0,23704$$

Una vez se obtiene x_D se continua el proceso para hallar el espectro mediante Daylight

$$y_D = -3x_D^2 + 2,87x_D - 0,275$$

$$M_1 = \frac{-1,3515 - 1,7703x_D + 5,9114y_D}{0,0241 + 0,2562x_D - 0,7341y_D}$$

$$M_2 = \frac{0,03 - 3,14424x_D + 30,0717y_D}{0,0241 + 0,2562x_D - 0,7341y_D}$$

El valor de intensidad se haya con la siguiente formula, para cada S_0, S_1, S_2 y λ .

$$I_1(\lambda) = S_0(\lambda) + M_1S_1(\lambda) + M_2S_2(\lambda)$$

Así se obtiene el vector

$$I_r = I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$$

Finalmente se tiene el vector S_r mediante Daylight.

$$S_r = [\Lambda_r, I_r]$$

Paso 2 Repetir el Paso *Paso3*, *Paso4* para obtener los valores triestimulos y Coordenadas (u, v) del Iluminante de Referencia $T_r = CCT_r$ con el vector S_r .

Paso 3 Obtener los valores Triestimulos para el espectro de la muestra de color $i = 1$; debe ser realizado con el espectro de la Luminaria Test S_t y la Iluminante de Referencia S_r

$$X_{t01} = L_{01} \cdot S \cdot \bar{X}$$

$$Y_{t01} = L_{01} \cdot S \cdot \bar{Y}$$

$$Z_{t01} = L_{01} \cdot S \cdot \bar{Z}$$

L_{01} : es el espectro reflejante en la tabla TSC01.

Paso 4 Repetir los pasos *Paso4* para obtener las Coordenadas Cromáticas con la muestra de color L_{01}

$$(u_{01}, v_{01})$$

Paso 5 Calcular la adaptación de las Coordenadas Cromáticas Von Kries.

Este valor debe ser calculado para espectros S_t y S_r y las Coordenadas Cromáticas de la muestra L_{01} .

$$c = \frac{(4 - u - 10v)}{v}$$

$$d = \frac{(1,708v + 0,404 - 1,481u)}{v}$$

Este proceso debe ser realizado al espectro de la Luminaria Test S_t

$$u'_{k01} = \frac{10,872 + \frac{0,404c_r c_{01}}{c_t} - \frac{4d_r d_{01}}{d_t}}{16,518 + \frac{1,481c_r c_{01}}{c_t} - \frac{d_r d_{01}}{d_t}}$$

$$v'_{k01} = \frac{5,52}{16,518 + \frac{1,481c_r c_{01}}{c_t} - \frac{d_r d_{01}}{d_t}}$$

La adaptación de la Coordenadas Cromáticas Von Kries para la Iluminante de Referencia, será el mismo valor u, v

$$u'_k = u_r$$

$$v'_k = v_r$$

Paso 6 Obtener el espacio de Color Uniformes para la Luminaria Test t y la Iluminante de Referencia r .

1) Iluminante de Referencia

$$W_{r01}^* = 25(Y_{r01})^{\frac{1}{3}} - 17$$

$$U_{r01}^* = 13W_{r01}^*(u_{r01} - u_r)$$

$$U_{r01}^* = 13W_{r01}^*(v_{r01} - v_r)$$

2) Luminaria Test con adaptación

$$W_{k01}^* = 25(Y_{k01})^{\frac{1}{3}} - 17$$

$$U_{k01}^* = 13W_{k01}^*(u_{k01} - u_k)$$

$$U_{k01}^* = 13W_{k01}^*(v_{k01} - v_k)$$

Paso 7 Calcular la diferencia de color para la muestra de color L_{01}

$$\Delta E_{01} = \sqrt{(U_{r01} - U_{k01})^2 + (V_{r01} - V_{k01})^2 + (W_{r01} + W_{k01})^2}$$

Paso 8 Calcular el Índice de Reproducción de Color para las muestra de color L_{01}

$$R_{01} = 100 - 4,6\Delta E_{01}$$

Paso 9 Repetir los desde el *Paso 5* al *Paso 8* para cada una de la muestras de color L_{02}, \dots, L_{14}

Calculando cada una de las diferencias se obtendrá el CRI Especial

Paso 10 (Opcional) Calcular el CRI estándar (R_a)

$$R_a = \sum_{i=1}^8 R_i$$

4. Pasos para calcular el TM30

Paso 1 Con el resultado del *CCT*, calcular el espectro de la Iluminante de Referencia, según corresponda dentro de los siguientes casos:

1) $T < 4000$, **Función de Planck**

El vector del espectro en la función de Planck, se obtiene con la siguiente formula $\forall \lambda$ en S_R :

$$I_r(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda_1^5 \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda_1 T}\right) - 1 \right]}$$

Donde:

λ : Es el conjunto de datos de la Luminaria Test

T : Es el *CCT* de la Luminaria Test

c_1 : Es una constante de valor $3,7418 \cdot 10^{-16}$

c_2 : Es una constante de valor $1,4388 \cdot 10^{-2}$

Así se obtiene el vector

$$I_r = I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$$

Finalmente se tiene el vector S_r

$$S_r = [\Lambda_r, I_r]$$

2) $T > 5000$, Función de Daylight

Según el valor de T que corresponde al CCT se usa una de las siguientes formulas:

I) $T < 7000$

$$x_D = \frac{-4,607 \cdot 10^9}{T^3} + \frac{2,9678 \cdot 10^6}{T^2} + \frac{0,09911 \cdot 10^3}{T} + 0,244063$$

II) $T > 7000$

$$x_D = \frac{-2,0064 \cdot 10^9}{T^3} + \frac{1,9018 \cdot 10^6}{T^2} + \frac{0,24748 \cdot 10^3}{T} + 0,23704$$

Una vez se obtiene x_D se continua el proceso para hallar el espectro mediante Daylight

$$y_D = -3x_D^2 + 2,87x_D - 0,275$$

$$M_1 = \frac{-1,3515 - 1,7703x_D + 5,9114y_D}{0,0241 + 0,2562x_D - 0,7341y_D}$$

$$M_2 = \frac{0,03 - 3,14424x_D + 30,0717y_D}{0,0241 + 0,2562x_D - 0,7341y_D}$$

El valor de intensidad se haya con la siguiente formula, para cada S_0, S_1, S_2 y λ .

$$I_1(\lambda) = S_0(\lambda) + M_1S_1(\lambda) + M_2S_2(\lambda)$$

Así se obtiene el vector

$$I_r = I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$$

Finalmente se tiene el vector S_r mediante Daylight.

$$S_r = [\Lambda_r, I_r]$$

3) $4000 < T < 5000$, Función de Referencia mezclada

Para encontrar la iluminaria de referencia se debe hacer una mezcla

de los procesos anteriores (Plank y Daylight), y utilizando la siguiente ecuación:

$$I_r(\lambda, T) = \frac{5000 - T}{1000} I_P + \left(1 - \frac{5000 - T}{1000}\right) I_D$$

Donde:

λ : Es el conjunto de datos de la Luminaria Test

T : Es el *CCT* de la Luminaria Test

I_P : El valor en el punto λ mediante la función de Planck

I_D : El valor en el punto λ mediante la función de Daylight

Así se obtiene el vector

$$I_r = I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$$

Finalmente se tiene el vector S_r mediante la referencia mezclada.

$$S_r = [\Lambda_r, I_r]$$

Paso 2 Repetir *Paso3*, *Paso4*, *Paso5* para obtener el CCT de la Iluminante de Referencia $T_r = CCT_r$ con el vector S_r .

Paso 3 Obtener los valores Triestimulos para el espectro de la muestra de color $i = 1$; debe ser realizado con el espectro de la Luminaria Test S_t y la Iluminante de Referencia S_r con las *Funciones Armónicas de Color* con Observador de 10 Grados (CMF₁₀)

$$X_{t01} = L_{01} \cdot S \cdot \bar{X}_{10}$$

$$Y_{t01} = L_{01} \cdot S \cdot \bar{Y}_{10}$$

$$Z_{t01} = L_{01} \cdot S \cdot \bar{Z}_{10}$$

L_{01} : es el espectro reflejante en la tabla CES01.

Paso 4 Repetir los pasos *Paso4*, *Paso5* para obtener las Coordenadas Cromáticas con la muestra de color L_{01}

$$(u_{01}, v_{01})$$

Paso 5 Para calculo de los siguiente pasos, se debe disponer las siguientes constantes, sabiendo que la función de la luminaria debe estar normalizada.

$$Y_b = 20 \frac{cd}{m^2}$$

$$F = 1$$

$$N_c = 1$$

$$c = 0,69$$

$$L_A = 100 \frac{cd}{m^2}$$

$$D = 1$$

$$k = 0,0020$$

$$F_L = \frac{1}{5}k^4(5L_A) + \frac{1}{10}(1 - k^4)^2(5L_A)^{\frac{1}{3}} = 0,7937$$

$$n = \frac{Y_b}{Y_w} = 0,2000$$

$$N_{bb} = N_{cb} = 0,725n^{-0,2} = 1,0003$$

$$z = 1,48 + \sqrt{n} = 1,9272$$

Paso 6 Se transforma los valores XYZ en los conos fundamentales RGB

$$M_{CAT02} = \begin{bmatrix} 0,7328 & 0,4269 & -0,1624 \\ -0,7036 & 1,6975 & 0,0061 \\ 0,0030 & 0,0136 & 0,9834 \end{bmatrix}$$

Para la función CES

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = M_{CAT02} \begin{bmatrix} X_{10} \\ Y_{10} \\ Z_{10} \end{bmatrix}$$

Para la función del Iluminante

$$\begin{bmatrix} R_w \\ G_w \\ B_w \end{bmatrix} = M_{CAT02} \begin{bmatrix} X_{10} \\ Y_{10} \\ Z_{10} \end{bmatrix}$$

Paso 7 A este resultado se aplica la adaptación de transformación

$$R_c = \left(\frac{100}{R_w} \right) R$$

$$G_c = \left(\frac{100}{G_w} \right) G$$

$$B_c = \left(\frac{100}{B_w} \right) B$$

Paso 8 Se realiza una segunda transformación

$$M_{HPE} = \begin{bmatrix} 0,38971 & 0,68898 & -0,07868 \\ -0,22981 & 1,18340 & 0,04641 \\ 0,00000 & 0,00000 & 1,00000 \end{bmatrix}$$

Para la función CES

$$\begin{bmatrix} R' \\ G' \\ B' \end{bmatrix} = M_{HPE} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = M_{HPE} M_{CAT02}^{-1} \begin{bmatrix} R_c \\ G_c \\ B_c \end{bmatrix}$$

Para la función del Iluminante

$$\begin{bmatrix} R'_w \\ G'_w \\ B'_w \end{bmatrix} = M_{HPE} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = M_{HPE} M_{CAT02}^{-1} \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Paso 9 Finalmente se aplica el factor de nivel adaptación de luminancia

Para la función CES

$$R'_a = \frac{400 \left(\frac{F_L R'}{100} \right)^{0,42}}{27,13 + \left(\frac{F_L R'}{100} \right)^{0,42}} + 0,1$$

$$G'_a = \frac{400 \left(\frac{F_L G'}{100} \right)^{0,42}}{27,13 + \left(\frac{F_L G'}{100} \right)^{0,42}} + 0,1$$

$$B'_a = \frac{400 \left(\frac{F_L B'}{100} \right)^{0,42}}{27,13 + \left(\frac{F_L B'}{100} \right)^{0,42}} + 0,1$$

Para la función del Iluminante

$$R'_{aw} = \frac{400 \left(\frac{F_L R'}{100} \right)^{0,42}}{27,13 + \left(\frac{F_L R'}{100} \right)^{0,42}} + 0,1$$

$$G'_{aw} = \frac{400 \left(\frac{F_L G'}{100} \right)^{0,42}}{27,13 + \left(\frac{F_L G'}{100} \right)^{0,42}} + 0,1$$

$$B'_{aw} = \frac{400 \left(\frac{F_L B'}{100} \right)^{0,42}}{27,13 + \left(\frac{F_L B'}{100} \right)^{0,42}} + 0,1$$

Paso 10 Se calcular las siguientes variable

$$a = R'_a - \frac{12}{11}G'_a + \frac{1}{11}B'_a$$

$$b = \frac{1}{9}(R'_a + G'_a - 2B'_a)$$

Paso 11 Se calcula la luminosidad (J), croma (C) y colorido (M), con la respuesta acromática (A)

Para la función CES

$$A = \left(2R'_a + G'_a + \frac{1}{20}B'_a - 0,305 \right) \times N_{bb}$$

Para la función del Iluminante

$$A_w = \left(2R'_{aw} + G'_{aw} + \frac{1}{20}B'_{aw} - 0,305 \right) \times N_{bb}$$

$$J = 100 \left(\frac{A}{A_w} \right)^{cz}$$

$$C = t^{0,9} \times \sqrt{\frac{1}{100}J} \times (1,64 - 0,29^n)^{0,73}$$

$$MC \times F_L^{0,25}$$

Paso 12 Se calcula de grado (h) y los valores t y e_t

$$h = \angle(a, b)$$

$$e_t = \frac{1}{4} \left(\cos \left(\frac{\pi}{180} h + 2 \right) + 3,8 \right)$$

$$t = \frac{\frac{50000}{13} \times N_{cb} \times N_c \times e_t \sqrt{a^2 + b^2}}{R'_a + G'_a - \frac{21}{20} B'_a}$$

Paso 13 Con los valores obtenidos se transforma en el espacio de color CAM02-UCS, con las siguientes ecuaciones

$$M' = \left(\frac{1}{0,0228} \right) \ln (1 + 0,0228M)$$

$$J' = \frac{(1 + 100 \times 0,007) \times J}{1 + 0,007J}$$

$$a' = M' \times \cos \left(\frac{h\pi}{180} \right)$$

$$b' = M' \times \sin \left(\frac{h\pi}{180} \right)$$

Paso 14 Calcular la diferencia de color para la muestra de color L_{01}

$$\Delta E_{01} = \sqrt{(J'_{k01} - J'_{r01})^2 + (a'_{k01} - a'_{r01})^2 + (b'_{k01} + b'_{r01})^2}$$

Paso 15 Calcular el Índice de Fidelidad del TM30 para las muestra de color L_{01}

$$R'_{f,01} = 100 - 6,7 \Delta E_{01}$$

$$R_{f,01} = 10 \ln \left(e \left(\frac{R'_{f,01}}{10} \right) + 1 \right)$$

Paso 16 Repetir los pasos Paso 3 al Paso 15 para cada una de la muestras de color L_{02}, \dots, L_{99}
Calculando cada una de las diferencias se obtendrá el TM30

Paso 17 (Opcional) Calcular el Índice de Fidelidad (R_f)

$$R'_f = \frac{1}{99} \sum_{i=1}^{99} \Delta E_i$$

$$R_f = 10 \ln \left(e \left(\frac{R'_f}{10} \right) + 1 \right)$$

Paso 18 (Opcional) Calcular el índice de Gamut (R_g)

$$R_g = 100 \frac{A_t}{A_r}$$

A. Métodos para el cálculo del CCT

A.1. Método de NIST (Yoshi Ohno)

Paso 1 Con los datos de la Tabla de Planck P , se calcula la mínima distancia entre los puntos u_P, v_P del Planckian Locus y los puntos de las Coordenadas Cromáticas de la Luminaria Test (u_t, v_t)

$$d_1 = \sqrt{(u_{P1} - u_t)^2 + (v_{P1} - v_t)^2}$$

Paso 2 Se repite el calculo para cada punto de la tabla del Planckian Locus, hasta encontrar la mínima distancia con respecto a las Coordenadas Cromáticas de la Luminaria Test

$$\min = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$$

Paso 3 Con la mínima distancia, se toma el valor de Temperatura de la tabla de Planck P y se calcula el CCT con la siguiente ecuación:

$$T_x = T_{m-1} + (T_{m+1} - T_{m-1}) \cdot \frac{x}{l} \quad (1)$$

donde:

$$x = \frac{d_{m-1}^2 - d_{m+1}^2 + l^2}{2 \cdot l} \quad (2)$$

$$l = \sqrt{(u_{m+1} - u_{m-1})^2 + (v_{m+1} - v_{m-1})^2}$$

Paso 4 El cálculo de la distancias Duv desde las coordenadas (u, v) y el *Locus Planckiano* se hace por la Ecuación (3), complementando el resultado del CCT.

$$Duv = (u_{m+1} - u_{m-1})^2 \cdot \text{sgn}(v - v_{Tx}) \quad (3)$$

donde:

$$v_{Tx} = v_{m-1} + (v_{m+1} - v_{m-1}) \cdot \frac{x}{l} \quad (4)$$

A.2. Método de Robertson

Es un proceso de iteración con las líneas isotérmicas definidas en el documento donde se busca un punto común donde comutan los puntos del Planckian Locus[1], Para el proceso se busca las líneas isotérmicas que se aproxime más con las Coordenadas Cromáticas (u_t, v_t)

Paso 1 Con la tabla de Robertson R de busca la menor distancia entre el punto (u_R, v_R) y las Coordenadas Cromáticas de la luminaria (u_t, v_t) , repitiendo el cálculo hasta encontrar el valor de d_i que sea negativo o finalizar los valores de la tabla.

$$d_i = \frac{[(v - v_i) - m_i(u - u_i)]}{\sqrt{1 + m_i^2}}$$

Paso 2 Con el valor de la Tabla R se utiliza la siguiente ecuación para calcular el CCT

$$T_c = \left[\frac{1}{T_i} + \frac{d_1}{d_1 + d_{i+1}} \left(\frac{1}{T_{i+1}} - \frac{1}{T_1} \right) \right]^{-1}$$

B. Incertidumbre (Complementario)

El objetivo del procedimiento es buscar la tendencia y la incertidumbre en el valor del cálculo.

Esto se realiza registrando varias muestras en el valor de entrada, definiendo un rango donde la combinación aleatoria de datos por el método Montecarlo arroja un resultado estadístico.

Paso 1 Definir el número de iteraciones que se va a realizar el proceso

$$m : \text{Número de Iteraciones}$$

Paso 2 Definir los límites de variación de intensidad y longitud de onda para el espectro, donde se toma un valor cualquiera para el cálculo

$$\text{LimSup} > I_1 > \text{LimInf}$$

$$\text{LimSup} > Hz_1 > \text{LimInf}$$

Paso 3 Con los valores seleccionados se realiza el cálculo del CCT mediante el método Robertson y se almacena el valor obtenido en memoria

CCT_1 : Valor resultante de los valores I_i y Hz_i $CCT_1 = +1$

Paso 4 Repetir el cálculo para el número de iteraciones definido m , almacenando los resultados

$$CCT_1 = A_1$$

$$CCT_2 = A_2$$

⋮

$$CCT_z = A_z$$

Donde A_1, A_2, \dots, A_m son el número de veces que se obtuvo ese resultado

Paso 5 De los valores seleccionar el valor CCT que tenga mayor número de repeticiones.

También, puede escoger el grado de incertidumbre que contenga la mayoría de los resultados obtenidos $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$

C. Tablas

C.1. Funciones CMF₂ con observador de 2 grados

nm	$x(\lambda)$	$y(\lambda)$	$z(\lambda)$	nm	$x(\lambda)$	$y(\lambda)$	$z(\lambda)$
360	0.000130	0.000004	0.000606	600	1.062200	0.631000	0.000800
365	0.000232	0.000007	0.001086	605	1.045600	0.566800	0.000600
370	0.000415	0.000012	0.001946	610	1.002600	0.503000	0.000340
375	0.000742	0.000022	0.003486	615	0.938400	0.441200	0.000240
380	0.001368	0.000039	0.006450	620	0.854450	0.381000	0.000190
385	0.002236	0.000064	0.010550	625	0.751400	0.321000	0.000100
390	0.004243	0.000120	0.020050	630	0.642400	0.265000	0.000050
395	0.007650	0.000217	0.036210	635	0.541900	0.217000	0.000030
400	0.014310	0.000396	0.067850	640	0.447900	0.175000	0.000020
405	0.023190	0.000640	0.110200	645	0.360800	0.138200	0.000010
410	0.043510	0.001210	0.207400	650	0.283500	0.107000	0.000000
415	0.077630	0.002180	0.371300	655	0.218700	0.081600	0.000000
420	0.134380	0.004000	0.645600	660	0.164900	0.061000	0.000000
425	0.214770	0.007300	1.039050	665	0.121200	0.044580	0.000000
430	0.283900	0.011600	1.385600	670	0.087400	0.032000	0.000000
435	0.328500	0.016840	1.622960	675	0.063600	0.023200	0.000000
440	0.348280	0.023000	1.747060	680	0.046770	0.017000	0.000000
445	0.348060	0.029800	1.782600	685	0.032900	0.011920	0.000000
450	0.336200	0.038000	1.772110	690	0.022700	0.008210	0.000000
455	0.318700	0.048000	1.744100	695	0.015840	0.005723	0.000000
460	0.290800	0.060000	1.669200	700	0.011359	0.004102	0.000000
465	0.251100	0.073900	1.528100	705	0.008111	0.002929	0.000000
470	0.195360	0.090980	1.287640	710	0.005790	0.002091	0.000000
475	0.142100	0.112600	1.041900	715	0.004106	0.001484	0.000000
480	0.095640	0.139020	0.812950	720	0.002899	0.001047	0.000000
485	0.057950	0.169300	0.616200	725	0.002049	0.000740	0.000000
490	0.032010	0.208020	0.465180	730	0.001440	0.000520	0.000000
495	0.014700	0.258600	0.353300	735	0.001000	0.000361	0.000000
500	0.004900	0.323000	0.272000	740	0.000690	0.000249	0.000000
505	0.002400	0.407300	0.212300	745	0.000476	0.000172	0.000000
510	0.009300	0.503000	0.158200	750	0.000332	0.000120	0.000000
515	0.029100	0.608200	0.111700	755	0.000235	0.000085	0.000000
520	0.063270	0.710000	0.078250	760	0.000166	0.000060	0.000000
525	0.109600	0.793200	0.057250	765	0.000117	0.000042	0.000000
530	0.165500	0.862000	0.042160	770	0.000083	0.000030	0.000000
535	0.225750	0.914850	0.029840	775	0.000059	0.000021	0.000000
540	0.290400	0.954000	0.020300	780	0.000041	0.000015	0.000000
545	0.359700	0.980300	0.013400	785	0.000029	0.000011	0.000000
550	0.433450	0.994950	0.008750	790	0.000021	0.000007	0.000000
555	0.512050	1.000000	0.005750	795	0.000015	0.000005	0.000000
560	0.594500	0.995000	0.003900	800	0.000010	0.000004	0.000000
565	0.678400	0.978600	0.002750	805	0.000007	0.000003	0.000000
570	0.762100	0.952000	0.002100	810	0.000005	0.000002	0.000000
575	0.842500	0.915400	0.001800	815	0.000004	0.000001	0.000000
580	0.916300	0.870000	0.001650	820	0.000002	0.000001	0.000000
585	0.978600	0.816300	0.001400	825	0.000002	0.000001	0.000000
590	1.026300	0.757000	0.001100	830	0.000001	0.000000	0.000000
595	1.056700	0.694900	0.001000				

C.2. Funciones CMF₁₀ con observador de 10 grados

nm	$x_{10}(\lambda)$	$y_{10}(\lambda)$	$z_{10}(\lambda)$	nm	$x_{10}(\lambda)$	$y_{10}(\lambda)$	$z_{10}(\lambda)$
360	0.000000	0.000000	0.000001	600	1.123990	0.658341	0.000000
365	0.000001	0.000000	0.000004	605	1.089100	0.593878	0.000000
370	0.000006	0.000001	0.000026	610	1.030480	0.527963	0.000000
375	0.000033	0.000004	0.000146	615	0.950740	0.461834	0.000000
380	0.000160	0.000017	0.000705	620	0.856297	0.398057	0.000000
385	0.000662	0.000072	0.002928	625	0.754930	0.339554	0.000000
390	0.002362	0.000253	0.010482	630	0.647467	0.283493	0.000000
395	0.007242	0.000768	0.032344	635	0.535110	0.228254	0.000000
400	0.019110	0.002004	0.086011	640	0.431567	0.179828	0.000000
405	0.043400	0.004509	0.197120	645	0.343690	0.140211	0.000000
410	0.084736	0.008756	0.389366	650	0.268329	0.107633	0.000000
415	0.140638	0.014456	0.656760	655	0.204300	0.081187	0.000000
420	0.204492	0.021391	0.972542	660	0.152568	0.060281	0.000000
425	0.264737	0.029497	1.282500	665	0.112210	0.044096	0.000000
430	0.314679	0.038676	1.553480	670	0.081261	0.031800	0.000000
435	0.357719	0.049602	1.798500	675	0.057930	0.022602	0.000000
440	0.383734	0.062077	1.967280	680	0.040851	0.015905	0.000000
445	0.386726	0.074704	2.027300	685	0.028623	0.011130	0.000000
450	0.370702	0.089456	1.994800	690	0.019941	0.007749	0.000000
455	0.342957	0.106256	1.900700	695	0.013842	0.005375	0.000000
460	0.302273	0.128201	1.745370	700	0.009577	0.003718	0.000000
465	0.254085	0.152761	1.554900	705	0.006605	0.002564	0.000000
470	0.195618	0.185190	1.317560	710	0.004553	0.001768	0.000000
475	0.132349	0.219940	1.030200	715	0.003145	0.001222	0.000000
480	0.080507	0.253589	0.772125	720	0.002175	0.000846	0.000000
485	0.041072	0.297665	0.570600	725	0.001506	0.000586	0.000000
490	0.016172	0.339133	0.415254	730	0.001045	0.000407	0.000000
495	0.005132	0.395379	0.302356	735	0.000727	0.000284	0.000000
500	0.003816	0.460777	0.218502	740	0.000508	0.000199	0.000000
505	0.015444	0.531360	0.159249	745	0.000356	0.000139	0.000000
510	0.037465	0.606741	0.112044	750	0.000251	0.000098	0.000000
515	0.071358	0.685660	0.082248	755	0.000178	0.000070	0.000000
520	0.117749	0.761757	0.060709	760	0.000126	0.000050	0.000000
525	0.172953	0.823330	0.043050	765	0.000090	0.000035	0.000000
530	0.236491	0.875211	0.030451	770	0.000065	0.000025	0.000000
535	0.304213	0.923810	0.020584	775	0.000046	0.000018	0.000000
540	0.376772	0.961988	0.013676	780	0.000033	0.000013	0.000000
545	0.451584	0.982200	0.007918	785	0.000024	0.000010	0.000000
550	0.529826	0.991761	0.003988	790	0.000018	0.000007	0.000000
555	0.616053	0.999110	0.001091	795	0.000013	0.000005	0.000000
560	0.705224	0.997340	0.000000	800	0.000009	0.000004	0.000000
565	0.793832	0.982380	0.000000	805	0.000007	0.000003	0.000000
570	0.878655	0.955552	0.000000	810	0.000005	0.000002	0.000000
575	0.951162	0.915175	0.000000	815	0.000004	0.000001	0.000000
580	1.014160	0.868934	0.000000	820	0.000003	0.000001	0.000000
585	1.074300	0.825623	0.000000	825	0.000002	0.000001	0.000000
590	1.118520	0.777405	0.000000	830	0.000002	0.000001	0.000000
595	1.134300	0.720353	0.000000				

C.3. Tablas de isotermas de Robertson

T_i^{-1}	u	v	m
0	0.18006	0.26352	-0.24341
1.0e ⁻⁵	0.18066	0.26589	-0.25479
2.0e ⁻⁵	0.18133	0.26846	-0.26876
3.0e ⁻⁵	0.18208	0.27119	-0.28539
4.0e ⁻⁵	0.18293	0.27407	-0.30470
5.0e ⁻⁵	0.18388	0.27709	-0.32675
6.0e ⁻⁵	0.18494	0.28021	-0.35156
7.0e ⁻⁵	0.18611	0.28342	-0.37915
8.0e ⁻⁵	0.18740	0.28668	-0.40955
9.0e ⁻⁵	0.18880	0.28997	-0.44278
1.00e ⁻⁴	0.19032	0.29326	-0.47888
1.25e ⁻⁴	0.19462	0.30141	-0.58204
1.50e ⁻⁴	0.19962	0.30921	-0.70471
1.75e ⁻⁴	0.20525	0.31647	-0.84901
2.00e ⁻⁴	0.21142	0.32312	-1.0182
2.25e ⁻⁴	0.21807	0.32909	-1.2168
2.50e ⁻⁴	0.22511	0.33439	-1.4512
2.75e ⁻⁴	0.23247	0.33904	-1.7298
3.00e ⁻⁴	0.24010	0.34308	-2.0637
3.25e ⁻⁴	0.24792	0.34655	-2.4681
3.50e ⁻⁴	0.25591	0.34951	-2.9641
3.75e ⁻⁴	0.26400	0.35200	-3.5814
4.00e ⁻⁴	0.27218	0.35407	-4.3633
4.25e ⁻⁴	0.28039	0.35577	-5.3762
4.50e ⁻⁴	0.28863	0.35714	-6.7262
4.75e ⁻⁴	0.29685	0.35823	-8.5955
5.00e ⁻⁴	0.30505	0.35907	-11.324
5.25e ⁻⁴	0.31320	0.35968	-15.628
5.50e ⁻⁴	0.32129	0.36011	-23.325
5.75e ⁻⁴	0.32931	0.36038	-40.770
6.00e ⁻⁴	0.33724	0.36051	-116.45

C.4. Tablas de Daylight

<i>nm</i>	<i>S</i> ₀	<i>S</i> ₁	<i>S</i> ₂	<i>nm</i>	<i>S</i> ₀	<i>S</i> ₁	<i>S</i> ₂
360	61.50	38.00	5.30	600	90.50	-5.80	3.20
365	65.15	40.20	5.70	605	90.40	-6.50	3.65
370	68.80	42.40	6.10	610	90.30	-7.20	4.10
375	66.10	40.45	4.55	615	89.35	-7.90	4.40
380	63.40	38.50	3.00	620	88.40	-8.60	4.70
385	64.60	36.75	2.10	625	86.20	-9.05	4.90
390	65.80	35.00	1.20	630	84.00	-9.50	5.10
395	80.30	39.20	0.05	635	84.55	-10.20	5.90
400	94.80	43.40	-1.10	640	85.10	-10.90	6.70
405	99.80	44.85	-0.80	645	83.50	-10.80	7.00
410	104.80	46.30	-0.50	650	81.90	-10.70	7.30
415	105.35	45.10	-0.60	655	82.25	-11.35	7.95
420	105.90	43.90	-0.70	660	82.60	-12.00	8.60
425	101.35	40.50	-0.95	665	83.75	-13.00	9.20
430	96.80	37.10	-1.20	670	84.90	-14.00	9.80
435	105.35	36.90	-1.90	675	83.10	-13.80	10.00
440	113.90	36.70	-2.60	680	81.30	-13.60	10.20
445	119.75	36.30	-2.75	685	76.60	-12.80	9.25
450	125.60	35.90	-2.90	690	71.90	-12.00	8.30
455	125.55	34.25	-2.85	695	73.10	-12.65	8.95
460	125.50	32.60	-2.80	700	74.30	-13.30	9.60
465	123.40	30.25	-2.70	705	75.35	-13.10	9.05
470	121.30	27.90	-2.60	710	76.40	-12.90	8.50
475	121.30	26.10	-2.60	715	69.85	-11.75	7.75
480	121.30	24.30	-2.60	720	63.30	-10.60	7.00
485	117.40	22.20	-2.20	725	67.50	-11.10	7.30
490	113.50	20.10	-1.80	730	71.70	-11.60	7.60
495	113.30	18.15	-1.65	735	74.35	-11.90	7.80
500	113.10	16.20	-1.50	740	77.00	-12.20	8.00
505	111.95	14.70	-1.40	745	71.10	-11.20	7.35
510	110.80	13.20	-1.30	750	65.20	-10.20	6.70
515	108.65	10.90	-1.25	755	56.45	-9.00	5.95
520	106.50	8.60	-1.20	760	47.70	-7.80	5.20
525	107.65	7.35	-1.10	765	58.15	-9.50	6.30
530	108.80	6.10	-1.00	770	68.60	-11.20	7.40
535	107.05	5.15	-0.75	775	66.80	-10.80	7.10
540	105.30	4.20	-0.50	780	65.00	-10.40	6.80
545	104.85	3.05	-0.40	785	65.50	-10.50	6.90
550	104.40	1.90	-0.30	790	66.00	-10.60	7.00
555	102.20	0.95	-0.15	795	63.50	-10.15	6.70
560	100.00	0.00	0.00	800	61.00	-9.70	6.40
565	98.00	-0.80	0.10	805	57.15	-9.00	5.95
570	96.00	-1.60	0.20	810	53.30	-8.30	5.50
575	95.55	-2.55	0.35	815	56.10	-8.80	5.80
580	95.10	-3.50	0.50	820	58.90	-9.30	6.10
585	92.10	-3.50	1.30	825	60.40	-9.55	6.30
590	89.10	-3.50	2.10	830	61.90	-9.80	6.50
595	89.80	-4.65	2.65				

C.5. Tablas ejemplo de puntos de Temperatura por NIST

i	T_i	u	v	D_{uv}
1	1000.00	0.448011	0.354625	0.230361
2	1010.00	0.445681	0.354826	0.228073
3	1020.10	0.443353	0.355026	0.225787
4	1030.30	0.441028	0.355223	0.223504
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$m-1$	4404.38	0.218633	0.329547	0.002536
m	4448.42	0.218016	0.329042	0.002328
$m+1$	4492.91	0.217407	0.328537	0.002377
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
300	19592.54	0.183990	0.277410	0.060959
301	19788.47	0.183939	0.277254	0.061115

Referencias

- [1] A. R. Robertson, “Computation of Correlated Color Temperature and Distribution Temperature,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 58, no. 11, pp. 1528–1535, 1968.
- [2] IES, *Technical Memorandum : Ies Method for Evaluating Light Source Color Rendition*. 2020.
- [3] D. Alejandro and O. Rangel, “Procedimiento para la comparacion inter-laboratorios como herramienta para la comprobacion de la competencia tecnica de los laboratorios de fotometrias,” 2017, [Online]. Available: <http://bdigital.unal.edu.co/61999/1/comparacion.pdf>.
- [4] D. Malacara, *Color Vision and Colorimetry: Theory and Applications*, Second Edition. 2011.
- [5] N. Ohta, *Colorimetry: Fundamentals and Applications*.
- [6] J. S. B. Valencia, F. E. L. Giraldo, and J. F. V. Bonilla, “Calibration method for Correlated Color Temperature (CCT) measurement using RGB color sensors,” *Symp. Signals, Images Artif. Vis. - 2013, STSIVA 2013*, pp. 3–8, 2013, doi: 10.1109/STSIVA.2013.6644921.
- [7] J. Hernández-Andrés, R. L. Lee, and J. Romero, “Calculating correlated color temperatures across the entire gamut of daylight and skylight chromaticities,” *Appl. Opt.*, vol. 38, no. 27, p. 5703, 1999, doi: 10.1364/ao.38.005703.
- [8] K. L. Kelly, “Lines of Constant Correlated Color Temperature Based on MacAdam’s (u_v) Uniform Chromaticity Transformation of the CIE Diagram,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 53, no. 8, p. 999, 1963, doi: 10.1364/josa.53.000999.
- [9] F. Grum, R. F. Witzel, and P. Stensby, “Evaluation of Whiteness.,” *J Opt Soc Am*, vol. 64, no. 2, pp. 210–215, 1974, doi: 10.1364/JOSA.64.000210.
- [10] P. D. F. Yoshi Ohno, “Practical Use and Calculation of CCT and Duv.” 2013.

- [11] *A. Zukauskas, M. Shur, and R. Gaska, “Introduction to Solid-State Lighting,”* 2002.
- [12] *A. Mahmoud and I. Alturani, “Review on Sorting Algorithms A Comparative Study,”* no. January, 2013.
- [13] *N. P. Jacobson, M. R. Gupta, and J. B. Cole, “Linear fusion of image sets for display,” IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 45, no. 10, pp. 3277–3288, 2007, doi: 10.1109/TGRS.2007.903598.*