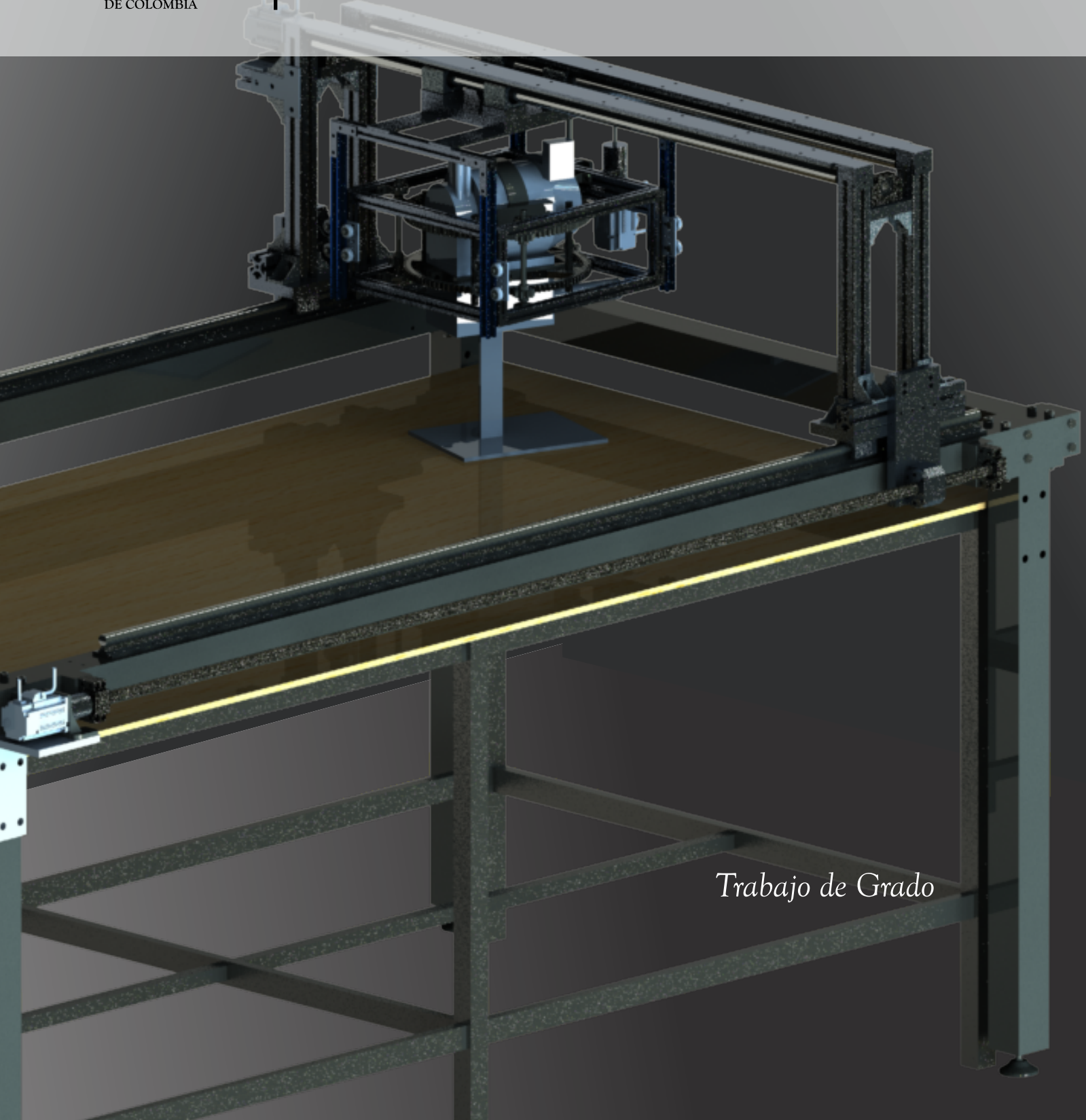




# Generación de trayectorias para un robot de 3GDL

## Aplicado al corte en confección textil



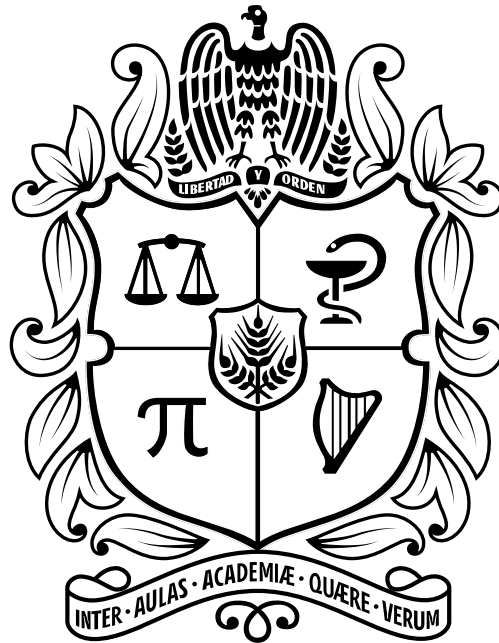
*Trabajo de Grado*

Tatiana Poveda



# Generación de Trayectorias para un Robot de 3 GDL Aplicado al Corte en Confección Textil

3GDL robot trajectory planning for a textile confection cutting process



Leidy Tatiana Poveda Galvis

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica  
Bogotá, Colombia  
2021

---



# **Generación de Trayectorias para un Robot de 3 GDL Aplicado al Corte en Confección Textil**

**3GDL robot trajectory planning for a textile confection cutting process**

**Leidy Tatiana Poveda Galvis**

Tesis o trabajo de grado presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:  
**Magíster en Ingeniería - Automatización Industrial**

**Director:**

Profesor. Ernesto Córdoba Nieto

**Línea de Investigación:**

Robótica Industrial en Manufactura

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

Bogotá, Colombia

2021

---

*A Holman Bueno.*



# Agradecimientos<sup>1</sup>

A mi familia: Esposo, madre y hermano; esas tres personas que siempre están presentes y aprecian el proceso educativo.

A la educación pública que ha sido la que me ha acogido durante todas las etapas de mi formación en ingeniería.

---

<sup>1</sup>Documento diseñado en LATEX versión 2.3.6.1





# Resumen

En la ejecución de actividades para confección textil, es necesario tomar las materias primas y transformarlas en piezas. Usualmente la tela es la materia prima que compone la mayor parte del producto final, cuya primera etapa de manufactura es el corte. Muchos productores en Colombia usan como herramienta una cortadora manual que permite fraccionar la tela, dispuesta en tendido multicapa, para así obtener el volumen de piezas deseado. Al realizar el corte en forma manual, surgen problemas relacionados con la disponibilidad de mano de obra, errores humanos y otras eventualidades que pueden afectar de manera negativa el proceso del corte textil. Con el objetivo abordar la primera capa de automatización del proceso sin necesidad de cambiar la herramienta de confección, en este documento se describe el planteamiento de una estrategia de planificación de trayectorias que debe seguir la cortadora textil orientada por un robot cartesiano de 3 grados de libertad (GDL). Se generaron contornos planos en el espacio de trabajo usando interpolación cúbica y parametrización de funciones, con el fin de abstraer trayectorias en el espacio operacional en función del tiempo. Posteriormente, se formularon los problemas de cinemática inversa, para calcular los perfiles de movimiento suavizado con Jerk acotado en el espacio articular. De esta forma, se determinaron las posiciones de articulación de referencia para un controlador basado en la dinámica del error CBDE y un observador de estados extendidos ESO. Como resultado se obtuvo un seguimiento robusto de la trayectoria de corte, que se evaluó en un entorno de simulación numérica mediante el complemento *Simscape Multibody de Matlab®*. Que considera parámetros físicos del diseño CAD del robot, adicionalmente se modelaron las posibles perturbaciones que se pueden presentar en un entorno real, con el objetivo de considerar una amplia variedad de contingencias operacionales que pueden afectar el seguimiento de las trayectorias de corte. Los contornos obtenidos fueron evaluados bajo indicadores KPI planteados, que involucran el error medio operacional que arroja precisión de rebordeo, el índice de diferenciación que cuantifica la similitud entre el patrón y el corte final, y los tiempos de corte automático disminuidos con respecto al manual.

**Palabras clave:** Control de Movimiento, Control basado en observador, Perfil Jerk, Interpolación cúbica, Parametrización, CNC, corte textil.



# Abstract

In textile manufacturing issues is required to taking raw material in order to cut it in sections. Usually, fabric is the most component material in textile product, its first manufacturing stage is the cutting process. In Colombia many producer use the manual vertical cutter for the multilayer laid fabric, to get the desired lot of cloth sections. Accordingly, when they run the manual cutting machine, they could have a trouble about available workforce, human mistakes and other textile cut inauspicious possibilities. In the approach first automation layer goal with the same fabric cutting tool, this document describes a trajectory planning strategy propose. Using a three dregrees of freedom cartesian robot, the manual cutter should follow the profile textil section trajectory. On the work space a flat contour is generated, then through parameterization and interpolation the trajectory is defined in function of the time. Subsequently the concern foward kinematics is present to compute the smoothed and bounded jerk move profile, in the joint space. Thus, reference joint position is established for a controller based on error dynamics and the states extended observer. As a result a cutter trajectory robust tracking is obtain and was evaluated in a *Simscape Multibody Matlab*® numerical simulation sotware which take into account computer assisted design physical parameters. In addition the posible real environment disturbances was modeling, to consider the mayor operational events during the trajectory tracking textile cut. The develop textile contour was reviewed under the propose KPI index, it involves the operational mean error (or the beading accuracy), the differentiation index (or correlation with the pattern) and the decreased cutting operation periods compared to the manual operation.

**Keywords:** Move controller, controller based on error dynamics, jerk profile, Spline interpolation, curve parametrization, CNC, textile cut.



# Contenidos

## CAPÍTULO 1—DESCRIPCIÓN GENERAL

1.1 INTRODUCCIÓN . . . . .	1
1.2 IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN . . . . .	3
1.3 ESTADO DEL ARTE . . . . .	6
1.4 OBJETIVOS . . . . .	8
1.4.1 General . . . . .	8
1.4.2 Específicos . . . . .	8
1.5 PIRÁMIDE DE AUTOMATIZACIÓN . . . . .	8
1.5.1 Medidas KPI . . . . .	10
1.6 ESPACIOS DE TRABAJO . . . . .	11
1.6.1 Espacio de operacional . . . . .	11
1.6.2 Espacio de articulación . . . . .	12
1.7 CORTES EN CONFECCIÓN TOMADOS . . . . .	12
1.8 ESQUEMA DE TRABAJO . . . . .	13

## CAPÍTULO 2—CAD Y SIMULACIÓN

2.1 CONDICIONES INICIALES DE LA PLANTA . . . . .	15
2.2 DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA . . . . .	18
2.2.1 Movimientos lineales . . . . .	19
2.2.2 Movimiento rotativo . . . . .	20
2.3 PIEZAS EMPLEADAS . . . . .	21
2.3.1 Piezas comerciales seleccionadas . . . . .	22
2.3.2 Piezas creadas . . . . .	23
2.4 MOTORES SELECCIONADOS . . . . .	24
2.4.1 Criterio de selección de los motores . . . . .	24

2.5 ANÁLISIS DE MODOS . . . . .	26
2.6 SIMULACIÓN <i>Simscape Multibody</i> . . . . .	27

### CAPÍTULO 3—MODELO CINEMÁTICO Y DINÁMICO DEL ROBOT 3GDL

3.1 MODELO GEOMÉTRICO DE POSICIÓN . . . . .	35
3.1.1 Modelo directo . . . . .	36
3.1.2 Modelo inverso . . . . .	38
3.2 CINEMÁTICA INSTANTÁNEA . . . . .	39
3.3 MODELO DINÁMICO DEL ROBOT DE 3GDL . . . . .	41
3.3.1 Modelo dinámico con <i>Lagrange-Euler</i> . . . . .	41
3.3.2 Funciones de transferencia y modelo de los actuadores . . . . .	43
3.3.3 Modelo dinámico con actuadores y perturbaciones . . . . .	44
3.3.4 Representación del modelo en el dominio del tiempo . . . . .	47

### CAPÍTULO 4—CONTROLADOR Y OBSERVADOR

4.1 OBJETIVOS Y ARQUITECTURA DE CONTROL . . . . .	49
4.2 DISEÑO DEL CBDE . . . . .	51
4.3 DISEÑO DEL ESO . . . . .	53
4.3.1 Modelo de Perturbación . . . . .	53
4.3.2 Diseño del observador . . . . .	57
4.4 LEY DE CONTROL CBDE BASADO EN ESO . . . . .	59

### CAPÍTULO 5—ESTRATEGIA DE PLANIFICACIÓN DE TRAYECTORIAS

5.1 GENERACIÓN DE CONTORNOS PLANOS. . . . .	61
5.1.1 Interpolación de contornos . . . . .	62
5.1.2 Parametrización de contornos . . . . .	62
5.2 GENERACIÓN DE PERFILES DE MOVIMIENTO . . . . .	64
5.2.1 Dedución de constantes . . . . .	66
5.2.2 Normalización de tiempo . . . . .	67
5.3 DEL ESPACIO OPERACIONAL AL ARTICULAR . . . . .	70
5.3.1 Constantes predefinidas . . . . .	70

### CAPÍTULO 6—ENTONO GRÁFICO SOFTWARE

6.1 INTERFAZ DE USUARIO . . . . .	73
6.2 LOCALIZACIÓN DE LA PRENDA . . . . .	75
6.3 TALLAJE DE PIEZAS . . . . .	76
6.4 VARIABLES <i>off-line</i> . . . . .	76

---

## **CAPÍTULO 7—RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

<b>7.1 PERFILES DE MOVIMIENTO OBTENIDOS.</b>	<b>79</b>
7.1.1 Perfiles de movimiento obtenidos	80
<b>7.2 DESEMPEÑO CON CONTORNOS TEXTILES</b>	<b>85</b>
7.2.1 Descripción de la trayectoria de corte	85
7.2.2 Desempeño en calidad del contorno	86
7.2.3 Tiempos de ejecución del corte	95

## **CAPÍTULO 8—CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO**

<b>A Partes físicas</b>	<b>105</b>
<b>B Obtención de las funciones de transferencia a partir de ecuaciones diferenciales</b>	<b>109</b>
<b>C Costos estimados de materiales para implementación</b>	<b>113</b>

## **BIBLIOGRAFÍA**





# Índice de Figuras

1.1	Tamaños comerciales de la máquina de corte de textiles vertical. . . . .	5
1.2	Temáticas relacionadas con el desarrollo del proyecto. . . . .	7
1.3	Capas en la pirámide de automatización, se abordan las capas sombreadas 0, 1 y una parte de la 2. . . . .	9
1.4	Dimensiones Mesa de corte de referencia y espacio operacional. . . . .	12
1.5	Escalado de piezas para prendas básicas <b>(a)</b> Corte de una camiseta básica. <b>(b)</b> Corte Pantalón largo básico. . . . .	13
1.6	Esquema general de la generación y seguimiento de trayectorias. . . . .	14
2.1	Forma de marcha y orientación para el funcionamiento de la máquina cortadora textil vertical. . . . .	16
2.2	Estructura base en viga metálica estructural cuadrada de 3mm de espesor, junto con los dos grados de libertad lineales. . . . .	18
2.3	Subestructura de sujeción para la máquina cortadora y movimiento a lo largo de $q_2$ . . . . .	19
2.4	Poleas, piñones y coronas dentadas que hacen parte de la articulación $q_3$ en el tercer grado de libertad rotativo. . . . .	21
2.5	Resultado visual del análisis modal realizado en simulación <b>(a)</b> Viga vertical de sostenimiento. <b>(b)</b> Guía lineal de $q_1$ . . . . .	28
2.6	Resultado visual del análisis modal realizado en simulación <b>(a)</b> Viga horizontal corta. <b>(b)</b> Viga horizontal larga que soporta a la guía lineal de $q_1$ . . . . .	29
2.7	Diagrama de bloques simplificado del sistema en <i>Simscape Multibody</i> . . . . .	30
2.8	Detalle de la unión <i>Pulley</i> en el esquema 3D de la simulación en <i>Simscape Multibody</i> . . . . .	31
2.9	Vista de la planta en el simulador <i>Simscape Multibody</i> con las distancias de eslabón y articulación. . . . .	32

---

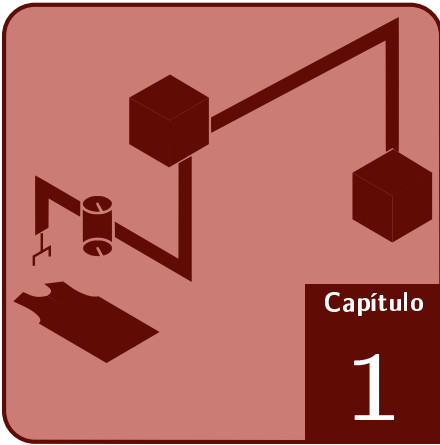
3.1	Diagrama simplificado para el Robot tipo Gantry de 3 GDL. . . . .	36
3.2	Diagrama de bloques para el modelo de cada uno de los actuadores articulares. . . . .	44
3.3	Diagrama de bloques de acoplamiento del motor con el modelo Lagrange-Euler para articulaciones prismáticas. . . . .	45
3.4	Diagrama de bloques de acoplamiento del motor con el modelo <i>Lagrange-Euler</i> para la articulación rotativa. . . . .	46
3.5	Modelo dinámico simplificado para cada articulación del robot de 3GDL. . . . .	47
4.1	Arquitectura de control. . . . .	51
4.2	Diagrama de bloques controlador basado en la dinámica del error. . . . .	53
4.3	Error de seguimiento para el sistema <b>(a)</b> Diagrama de bloques de prueba de desempeño robusto del CBDE ante perturbaciones externas, <b>(b)</b> resultado sin perturbaciones externas, error de seguimiento es nulo. <b>(c)</b> resultado con perturbación de entrada, el error de seguimiento es diferente de cero. . . . .	54
4.4	Secuencia de movimiento desde el reposo y afectación de las fricciones que actúan sobre la cortadora textil. . . . .	55
5.1	Comparación curvas de camiseta estandar interpoladas con dos métodos diferentes. . . . .	63
5.2	Graficas de la función Jerk para $t_0 = 0$ y $t_3 = 1$ y diferentes valores de $t_1$ y $t_2$ . [Autora] . . . . .	65
5.3	Relación lineal entre $t$ y $t_N$ . . . . .	67
5.4	Perfil de posición para $t_0 = 5s$ , $t_1 = 1/3$ , $t_2 = 2/3$ , $t_3 = 8s$ , $x_0 = 2m$ y $x_f = 2,5m$ . . . . .	68
5.5	Perfiles de movimiento para $t_0 = 5s$ , $t_1 = 1/3$ , $t_2 = 2/3$ y $t_3 = 8s$ <b>(a)</b> Perfil de velocidad para $v_0 = 0,01m/s$ y $v_f = 0,08m/s$ . <b>(b)</b> Perfil de aceleración obtenido. . . . .	69
5.6	Diagrama de bloques generación de contornos a movimiento articular $q(t)$ para cada grado de libertad. . . . .	71
6.1	Interfaz de usuario de la aplicación para la distribución de contornos de geometrías planas. . . . .	74
6.2	Mensaje de pieza ubicada y luz verde. . . . .	74
6.3	Mensaje de espacio agotado y opción de enviar distribución a corte. . . . .	75

---

7.1	Contorno cerrado triángulo sobre el espacio $xy$ operacional. Constituye una trayectoria compuesta de tramos rectos y rotaciones. . . . .	80
7.2	Unión de los perfiles de posición, velocidad y aceleración en cada movimiento necesario para realizar los recorridos lineales del contorno triángulo: <b>(a)</b> En la articulación $q_1$ <b>(b)</b> En la articulación $q_2$ . . . . .	81
7.3	Unión de los perfiles de posición, velocidad y aceleración en cada movimiento necesario para realizar los recorridos lineales del contorno triángulo en la articulación $q_3$ . . . . .	83
7.4	<i>Jerk</i> resultante del movimiento articular para ejecutar la trayectoria del triángulo para <b>(a)</b> La articulación $q_1$ . <b>(b)</b> La articulación $q_2$ . <b>(c)</b> La articulación $q_3$ . . . . .	84
7.5	Contorno textil usada para el análisis de resultados y desempeño del sistema de corte. . . . .	85
7.6	Método de generación de resultados para establecer índices de calidad del contorno textil cortado. . . . .	86
7.7	Interpretación gráfica del índice de error medio operacional para las señales de error para el desplazamiento en $x$ del espacio operacional. . . . .	88
7.8	Método de medición de la frecuencia de las vibraciones de la máquina sobre la mesa de corte. . . . .	90
7.9	Resultados de medición de vibraciones en la máquina cortadora sobre la mesa de corte. Espectro de la señal de vibración en la mesa a causa de la cortadora. . . . .	91
7.10	Contorno textil cortado por el robot de 3GDL con un error medio operacional aceptable en términos del error medio operacional, pero no por el índice de diferenciación. . . . .	92
7.11	Índices de diferenciación con relación al resultado final de los contornos cortados. <b>(a)</b> Caso ideal con rechazo completo de perturbaciones de vibración de la cortadora y sin incertidumbre en las mediciones. <b>(b)</b> Caso en que las vibraciones de la máquina son medianamente rechazadas por el sistema de control. <b>(c)</b> Contorno cortado bajo un fuerte efecto de las vibraciones de la cortadora, y <b>(d)</b> Contorno cortado con una incertidumbre de mediciones de 1mm y con rechazo preciso de la frecuencia fundamental de vibración de la cortadora. . . . .	94
7.12	Máxima capacidad de corte de la tela considerando un tendido multicapa. . . . .	96
7.13	Descripción del compromiso entre resolución y velocidad máxima de cruce para la ejecución del corte del contorno textil. . . . .	97
7.14	Análisis de las señales de torque de los motores para el primer caso de la generación del contorno de referencia. . . . .	99

---

A.1	Armazón rígido con todas las piezas adquiridas hasta el momento. . . . .	105
A.2	Guías lineales, tornillo de bolas recirculantes, husillos y rodamientos lineales para la articulación $q_2$ . . . . .	106
A.3	Mesa de corte hecha en tubo metálico de color rojo y armazón rígido hecho de tubo estructural cuadrado. . . . .	106
A.4	Detalle de la longitud de la guía lineal y tornillo de bolas para articulación $q_1$ con respecto los mismos elementos más cortos destinados para $q_2$ . . . . .	107



# Descripción General

---

## CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

- |   |                                  |
|---|----------------------------------|
| 1.1 INTRODUCCIÓN                                | 1.5 PIRÁMIDE DE AUTOMATIZACIÓN   |
| 1.2 IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN | 1.6 ESPACIOS DE TRABAJO          |
| 1.3 ESTADO DEL ARTE                             | 1.7 CORTES EN CONFECCIÓN TOMADOS |
| 1.4 OBJETIVOS                                   | 1.8 ESQUEMA DE TRABAJO           |
- 

En la comprensión de la generación de trayectorias para un robot de 3 grados de libertad (GDL) aplicado al corte textil, se necesitan conocer temas previos como: el contexto en el que se concibe la idea de dar el primer paso de la automatización del corte usando una herramienta ya existente, la delimitación de los alcances del trabajo a través de los objetivos planteados y las capas de la pirámide de automatización que se van a abordar y por último los conceptos más generales que se emplean en la solución descrita.

### 1.1 INTRODUCCIÓN

---

El mercado del sector textil y de confecciones tiene un buen lugar en cuanto al crecimiento industrial del país con una producción nacional que equivale al 3% del PIB nacional<sup>1</sup>, significativa parte de la dinámica la llevan a cabo numerosas pequeña, mediana y micro empresa que desarrollan actividades del sector confección textil en Colombia, el cual se encuentra en el tercer subsector de la cadena productiva y se encarga de la manufactura de indumentaria y vestuario en general. Diferentes entidades públicas en Colombia como *Inexmoda*, *PTP*, *Andi*, *SENA*, *Procolombia*, entre otras, apoyan

<sup>1</sup>véase en <https://enriqueortegaburgos.com/la-industria-textil-en-colombia-parte-2/>

## 1. DESCRIPCIÓN GENERAL

---

el emprendimiento y crecimiento del sector confecciones a través de programas como los que esta liderando el Ministerio de comercio, industria y turismo, que básicamente pretenden impulsar el aumento del valor agregado del producto nacional, la mejora en procesos de fabricación y la innovación, a través de recursos girados por *Bancoldex*<sup>2</sup>. En el marco de este tipo de iniciativas es viable la generación de proyectos de innovación que prometan una mejoría en los procedimientos para la elaboración de textiles, teniendo en cuenta que a pesar de su importancia en términos de economía nacional, actualmente no se encuentra en su mejor momento.

Se ha dado a conocer el proyecto *Paz Wear* cuyo propósito es capacitar a personas involucradas con el conflicto armado, en el sector confección y así mismo proporcionar medios, con la intención de posibilitar la creación de talleres de confección textil<sup>3</sup>. Para que proyectos como este puedan llegar a tener un peso significativo dentro del mercado local, es muy importante que se disponga de soluciones tecnológicas de bajo costo y con su puesta en marcha sea factible la tecnificación de la producción, obtención de buenos indicadores de calidad reflejados en el producto terminado, eficiencia operativa del proceso de fabricación, elevación del consumo del producto nacional y un bajo porcentaje de mortalidad de este tipo de empresas.

Compañías de automatización como *Softwear Automation* han lanzado al mercado líneas de trabajo automatizadas para celdas de manufactura del sector confección [1], entre ellas líneas de costura y otras operaciones para producir indumentaria textil. Son patentes prometedoras que pueden transformar la forma de producir en una fabrica de confección, estos automatismos responden a procesos para la fabricación de productos muy específicos, que se realizan después de la obtención del corte de telas; en el campo de corte corporaciones como *Yin USA inc* y *Eastman* han desarrollado máquinas que ejecutan tendido, aseguramiento, tizado y corte de telas de manera automática mediante sistemas CNC (control numérico computarizado) y robots tipo *Gantry* en mesa estática. En Colombia existen grandes empresas de confección textil que cuentan con este tipo de tecnología, sin embargo a causa de sus altos costos solo pueden ser adquiridos por fabricantes que manejan producción masiva como por ejemplo *ELIOT®* (pat primo).

La naturaleza del trabajo de corte textil requiere de una superficie plana, sobre la cual se pueda extender un cantidad adecuada de capas de tela y además sea factible el movimiento de una máquina cortadora sobre esa extensión. Razón por la cual el manipulador cartesiano tipo *Gantry* ha sido aplicado en cortadoras automatizadas [2], gracias a su estructura rígida tiene una muy buena capacidad para trabajos que requieren precisión, movimientos suaves y versatilidad en el cambio de orientación/posición, además el riesgo de colisiones entre sus eslabones es nulo. Mediante puentes de elevación, su efector final puede trasladarse a lo largo del espacio tridimensional de manera lineal e independiente, en algunos casos el número de grados de libertad se extiende a 4 cuando se agregan movimientos al rededor de un eje cartesiano [3], el efector

---

<sup>2</sup>véase en <https://www.bancoldex.com/creditos-de-bancoldex-para-micros-y-pequenas-empresas-del-sec>

<sup>3</sup>véase en <http://www.saladeprensainexmoda.com/prendas-confeccionadas-por-las-victimas-del-conflicto>

final es el que ejecuta estos movimientos de rotación a través de un mecanismo denominado *revolute wrist* con el fin de proveer orientación a la herramienta anclada en él. Una vez se ha planeado la trayectoria de navegación, se hace necesario disponer de la dinámica del manipulador para establecer el camino que debe seguir el efector según las restricciones mecánicas definidas. Se puede analizar el comportamiento dinámico de los manipuladores robóticos mediante cinemática directa, calculando la posición/orientación del efector final dados los ángulos y/o desplazamientos requeridos de las juntas de la cadena cinemática; o por el contrario pueden buscarse los ángulos y/o desplazamientos de las juntas teniendo la posición deseada del efector final [4].

Tomando en cuenta estos antecedentes descritos se propone un robot cartesiano que sujete a la cortadora y sus grados de libertad se definan de acuerdo a los movimientos que esta ejecuta cuando se pone en operación. Una vez se tiene el modelo CAD, se realiza la generación de trayectorias, usando una estrategia de planificación junto con un controlador que permita un seguimiento muy preciso. Posteriormente se valida la efectividad de la generación de trayectorias a través de una simulación que integra el CAD del robot, condiciones dinámicas y el conjunto generador de trayectorias - controlador - observador. Se espera contribuir a la automatización de bajo costo del corte en confección para que en un futuro, sea posible acceder a tecnologías que permitan redefinir la operación de corte en las pequeñas empresas locales de tal manera que no se vean obligadas a desechar la tecnología que usaban hasta el momento.

### 1.2 IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN

---

La necesidad de contar con prototipos que ofrezcan líneas de producción automatizadas de bajo costo, para las numerosas fábricas de confección pertenecientes a micro, pequeña y mediana empresa, es cada vez más urgente y por esto se ha pensado en obtener una línea de corte textil que funcione con mano de obra muy reducida, poco especializada y pueda ser adquirido por fabricantes que no producen en masa<sup>4</sup>. Este tipo de empresas dedicadas a la manufactura de confección textil se enfrentan a problemas asociados a la operación de corte, tales como: desperdicio de tela por incorrecta perfilación de las piezas (insumo que más aporta al costo de cada prenda confeccionada), calidad en acabados, poca disponibilidad de mano de obra y casi nula actualización de la tecnología para operaciones de corte a causa de los altos costos. A esto se suma la entrada de producto terminado de contrabando al país [5], situación que las obliga a crear estrategias para lograr mayor competitividad en el mercado. Eventualmente si a este tipo de fabricantes de prendas textiles les fuera posible acceder a un sistema de corte de telas automatizado, probablemente los parámetros que definen su capacidad de competencia y productividad presentarían una mejora, podrían sobrellevar

---

<sup>4</sup>Cuando se habla de producción en masa se hace referencia a una productividad no mayor a un aproximado de 200.000 prendas al año.



## 1. DESCRIPCIÓN GENERAL

---

de mejor manera las múltiples dificultades asociadas a este sector manufacturero en Colombia.

Un alto porcentaje de los productos de confección se elaboran bajo condiciones que en conjunto no les permite a los fabricantes ser suficientemente competitivos en el mercado, dando como resultado una reducción o estancamiento de su crecimiento. Algunas operaciones de manufactura que se realizan en la confección textil como lo es el corte, pueden ser automatizadas para mejorar tiempos de producción, no depender de mano de obra que en ocasiones es escasa<sup>5</sup>, evitar gasto innecesario de materias primas, reducir al máximo el producto imperfecto, reducir consumo energético gracias a tiempos más cortos de operación y contribuir a superar otras dificultades de este orden.

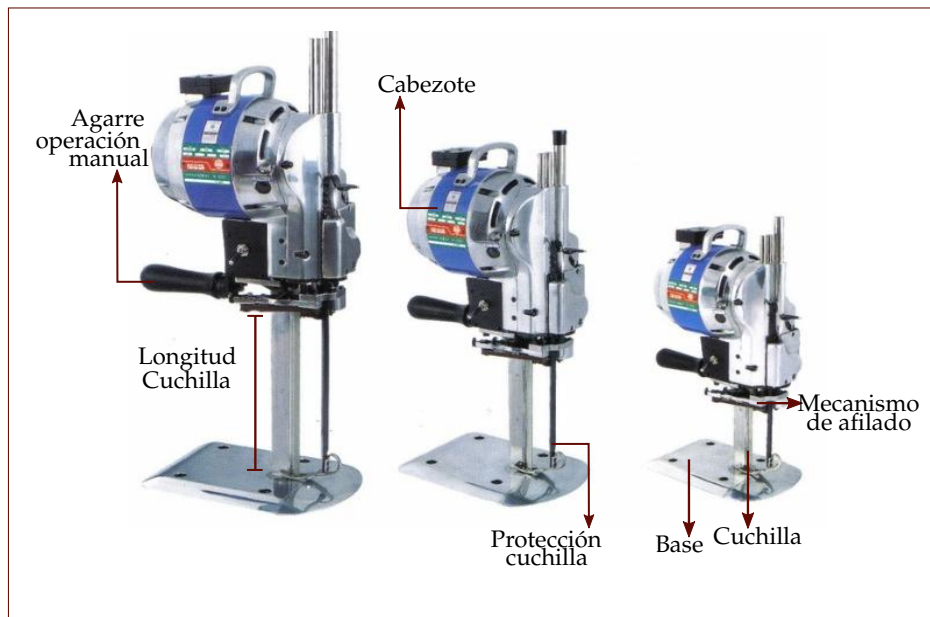
La inversión en maquinaria necesaria para montar un taller de confección textil, se define de acuerdo a las secciones que el proceso implique en función del producto que se desea trabajar. Es claro que la sección de corte no es una variable, excepto para algunas confecciones que trabajen con tejido de punto hecho a mano o máquina y no tejido plano [5]. Lo cual significa que en todas las fabricas que se maneje tejido plano, se incluye un modulo de corte de telas. Por lo tanto, independientemente de la variedad de mecanismos existentes para efectuar la tarea, se deben adquirir máquinas o herramientas cortadoras. Cabe agregar que el corte en confección textil es un punto crítico, debido a que se manipula el insumo que más aporta al costo de producción, se emplea mano de obra especializada que de igual manera incide sobre el precio final de cada prenda y además se invierten recursos importantes en energía eléctrica para alimentar las herramientas de corte.

La obtención regular de producto terminado con una demanda significativa de unidades, requiere del manejo de tiempos de producción, correcto empleo de materias primas y otros aspectos relevantes en la fabricación. Con el objetivo de cumplir con la cuota de producción que cada empresa se propone, estas adquieren máquinas de corte con mecanismo eléctrico que mueve una cuchilla la cual puede ser: redonda, vertical o sinfín; todas estas máquinas de bajo costo necesitan de mano de obra humana para operar. Siendo la cortadora vertical la que más se emplea debido a su simplicidad de operación, funciona con la red de distribución eléctrica monofásica domiciliaria y permite el corte simultaneo de muchas capas de tela dependiendo de la longitud de su cuchilla, la cual determina la altura de esta máquina que comercialmente se encuentra disponible en medidas de 4", 5", 8" y 12", como se ve en la Figura 1.1.

El procedimiento de corte en la mayoría de talleres de confección se ejecuta mediante la utilización de una cortadora vertical que suele ser de 8", este procedimiento se realiza con un operario que se encarga de mover la máquina una vez se ha extendido

---

<sup>5</sup>Según voceros de la cámara Colombiana de la confección y afines, <http://ccca.com.co/> existe escasez de mano de obra capacitada en el sector de confección textil. Además un alto porcentaje de los trabajadores que desarrollan sus labores al interior de los talleres de confección carecen de contrato formal y seguridad social.



**Figura 1.1:** Tamaños comerciales de la máquina de corte de textiles vertical.

y marcado la tela. La tarea de obtener un número considerable de piezas para confección tendiendo aproximadamente 60 capas de tela tipo tejido plano, toma de una a cuatro horas dependiendo de las dimensiones del tendido y la experticia del operario. Sin embargo estos tiempos pueden verse drásticamente disminuidos si se emplea una cortadora automatizada, pasando de tiempos de horas a solo minutos<sup>6</sup>. Existen empresas que poseen cortadoras tipo CNC automatizadas y prestan el servicio de corte para confección, sin embargo acudir a este tipo de alternativas genera costos adicionales y además para contratar el servicio anteriormente descrito, es necesario disponer de insumos suficientes para producción en masa y los talleres de confección de micro, pequeña y/o mediana empresa generalmente no manejan tal cantidad.

Existen mecanismos automatizados para el corte en confección, sin embargo solo las grandes empresas pueden adquirir estas tecnologías de alto costo. Las máquinas de corte textil automatizadas se encuentran con costos variados dependiendo de su marca, la tecnología que utilicen y los procesos adicionales que ofrezcan, algunas cortan la tela mediante láser y otras usando una cuchilla vertical, pueden presentar variaciones con respecto al diseño del trazo asistido por computador y el sistema de tensado de la tela para mantenerla estática sobre la mesa mediante mecanismos como la generación de vacío; sus precios oscilan entre \$150 y \$500 millones COP<sup>7</sup>, sin tener en cuenta gastos de importación, ya que este tipo de máquinas no se fabrican en Colombia.

Sabiendo que los pequeños y algunos medianos fabricantes efectúan su operación de

<sup>6</sup>véase <https://www.elespectador.com/impreso/cuadernilloa/negocios/articuloimpreso-tecnologia-moda>

<sup>7</sup>véase oferentes en <https://madingenieros.com/cortadora-tela-produccion-pequena.html>

corte de tela usando como herramienta principal la cortadora vertical manual, se entiende la necesidad de integrar esta tecnología de la que ya disponen a un mecanismo que le provea movimientos automáticos, recorriendo las trayectorias de corte de acuerdo a la marcación definida sobre la superficie de la tela. Con el objetivo de replantear la operación de corte en confección textil y al mismo tiempo abrir la posibilidad de obtener una solución automatizada asequible, se propone la aplicación de una estrategia de generación de trayectorias que considere las restricciones operacionales de la máquina vertical con el fin de orientarla mediante la planificación espacial de la trayectoria, a lo largo de los ejes  $x$  e  $y$  y alrededor de  $z$ , mientras la cuchilla vertical funciona normalmente siguiendo un camino definido por coordenadas cartesianas.

Se espera contribuir a que sea posible el rediseño de la operación de corte en confección textil, mediante la adaptación de una estrategia de seguimiento de trayectorias. Para que en un futuro pueda ser implementado en un manipulador robótico adecuado a la cortadora vertical, obteniendo ventajas como:

- Mejora de la calidad del corte.
- Reducción del desperdicio de material.
- Minimización de tiempos de inactividad. Cuando se tiene la cortadora funcionando y no se ejecuta el corte a causa de las pausas del operario, se desperdicia energía eléctrica
- Minimización de la mano de obra necesaria.
- Reducción del tiempo de corte.

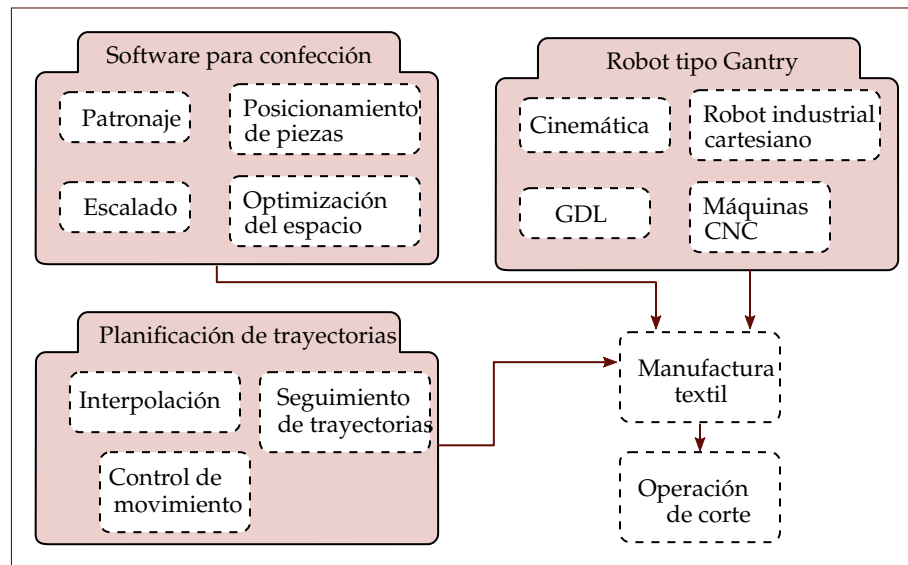
Con este proyecto se pretende aportar al avance de una alternativa a la adquisición de una cortadora textil automatizada, sin desechar la cortadora vertical manual con la que actualmente se produce, agregando asistencia por computador para la distribución de las piezas objetivo sobre el espacio de operación.

### 1.3

### ESTADO DEL ARTE

---

Una trayectoria es el lugar geométrico del espacio que une un conjunto de puntos dados para formar una ruta continua, la tarea típica de los manipuladores en robótica es llevar al efector final desde un punto inicial con una orientación inicial a un punto final con otra orientación definida. En algunos casos la ruta que sigue el robot en dicha tarea no es relevante porque el objetivo solo es llegar a una posición determinada cumpliendo con parámetros de velocidad y tiempo mínimo empleado, sin embargo para tareas como lo es el corte se hace indispensable que el recorrido entre una posición final e inicial siga fielmente una ruta definida por el contorno de confección.



**Figura 1.2:** Temáticas relacionadas con el desarrollo del proyecto.

En el mercado hay disponible Software como *Optiplan*<sup>8</sup>, *Diamino*<sup>9</sup> y *Automarket*<sup>10</sup> que tienen en común la función de disponer de los contornos que se quieren cortar sobre el tejido plano tipo *nesting* [6]. La metodología que cada uno de ellos usa es inherente a características adicionales, como la optimización del espacio utilizado, la importación de los contornos desde un patrón, automatización del trazo, entre otros. El conjunto de opciones que ofrece este tipo de software se ha convertido en una necesidad para el área de corte en confección, los tiempos que demora el proceso de marcado y la distribución de los contornos se ven drásticamente afectados de manera positiva. Si se tiene la vista preliminar de un trazo realizada de manera virtual, las correcciones que se quieran hacer o el retrazo de un corte se simplifica. A través de la observación y herramientas automáticas de cálculo, se puede percibir si los espacios de separación entre prendas por ejemplo es lo requerido o si por el contrario es necesario disminuirlos. Otra gran ventaja es que si recurrentemente se realiza un mismo corte, es posible guardar la distribución para luego utilizarlo sin tener que repetir el proceso. Estos programas están ligados a un mecanismo automático de corte o pueden ser destinados únicamente a la distribución del contorno, para luego generar un ploter que se ubica encima del tendido de tela con el objetivo de seguirlo a través del uso la cortadora manual.

Las cortadoras de tela automatizadas como lo son *Lectra Vector Series*<sup>11</sup>, *Freccia*<sup>12</sup> y *Path-*

<sup>8</sup>véase en <https://madingenieros.com/Optiplan.html>

<sup>9</sup>véase en <https://www.madingenieros.com/Diamino-fashion.html>

<sup>10</sup>véase en <https://www.nauticexpo.es/prod/kuris-spezialmaschinen/product-39298-294258.html>

<sup>11</sup>véase en <https://madingenieros.com/máquinas-cortadoras-vector-lectra.html>

<sup>12</sup>véase en <https://www.grupoa5.com/productos/máquinas-de-corte/industria-textil-y-de-moda/>

## 1. DESCRIPCIÓN GENERAL

---

*finder M-Series*<sup>13</sup> operan bajo un diseño de robot tipo Gantry [7]. Debido a que su estructura de mesa proporciona rigidez lo que hace posible adaptar los grados de libertad que típicamente son necesarios en la operación de corte textil. La cuchilla que es el efector final, se moviliza usando traslaciones en las tres dimensiones cartesianas y además una rotación que le permite cortar los contornos curvos. Este último grado de libertad en cortadoras con una hoja de corte tipo sierra, es importante ya que el corte solo es efectivo si la parte frontal a la sierra se mantiene tangente a la trayectoria. Entonces para cortar una pieza textil que contenga curvas, el corte automatizado requiere 4 grados de libertad, porque además necesita una traslación vertical que realiza el punzonado de la tela en puntos específicos.

### 1.4 OBJETIVOS

---

#### 1.4.1 General

Establecer una estrategia de planificación de trayectorias asistida por software para un robot de 3 GDL integrado a una cortadora textil vertical como parte de la solución de bajo costo para la automatización del corte en confección.

#### 1.4.2 Específicos

1. Desarrollar una aplicación por software para la creación y distribución de contornos de geometrías planas.
2. Plantear restricciones cinemáticas y operacionales dadas por el manipulador cartesiano y la herramienta de corte textil integrada a la estructura del robot de 3GDL.
3. Adaptar e implementar una estrategia de planeación de trayectorias para llevar a cabo el seguimiento de contornos en el espacio de operación distribuidos a través de la aplicación de software.

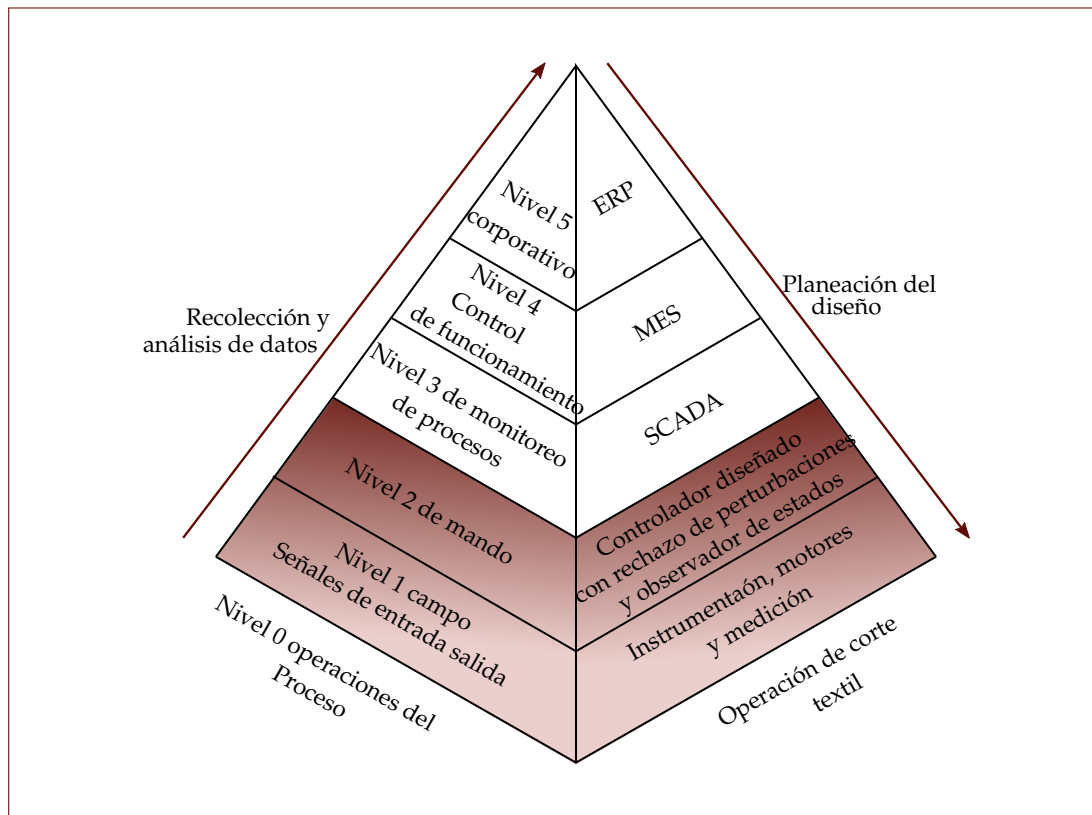
### 1.5 PIRÁMIDE DE AUTOMATIZACIÓN

---

Desde que se concibe la idea de automatización de un proceso en el nivel 0, hasta que se tiene un prototipo funcional cuya operación hace parte de toda una cadena de producción dentro una planta; se transitan diferentes niveles que pueden abordarse como cinco capas dentro la pirámide [8] en la figura 1.3 . Si se organizan las tareas que

---

<sup>13</sup>véase en <https://pathfinder.cut.com/es/cortadores-de-mC3BAltiples-capas/>



**Figura 1.3:** Capas en la pirámide de automatización, se abordan las capas sombreadas 0, 1 y una parte de la 2.

se deben ejecutar para cumplir los objetivos propuestos, es posible ubicarlas dentro de los niveles 0, 1 y parte del 2 de la pirámide. Entonces la pirámide no será abarcada a partir del nivel 3, debido al alcance planteado en la automatización del corte textil vista desde el establecimiento de la generación de trayectorias. Entonces de la base de la pirámide están presentes los siguientes aspectos:

- **Nivel 0:** En esencia se considera a la máquina textil vertical, es con la cual se ejecuta la operación elemental de producción que es el corte de telas. También se incluye el robot que le proporciona movimiento a la herramienta principal. Tiene inmersa la descripción de como se realiza el corte si se implementa la planificación de trayectorias y así mismo las condiciones operacionales que esto acarrea. Este nivel se aborda cuando a través del diseño CAD se describen los pormenores del corte, considerando la distribución de las piezas y la forma de acoplar al efector final para que sea posible su navegación mediante el sistema de generación trayectorias automático.
- **Nivel 1:** Los sensores necesarios en la automatización del corte bajo la metodo-

logía propuesta, son los finales de carrera en las articulaciones prismáticas que evitan un recorrido más largo que la longitud de las guías lineales; delimitando también el punto máximo al que puede avanzar el mecanismo. Por otro lado es necesario medir la posición articular de cada GDL del robot, que podría ser calculada con base en la posición angular del eje del motor considerando que en este caso los motores seleccionados tienen integrada la medición de torque, que permite calcular las posiciones articulares. Sin embargo no se descarta el uso de sensores adicionales para medir la posición articular.

Los actuadores seleccionados corresponden a servo motores trifásicos de imanes permanentes, con un *servodrive* [9] que incluye un lazo de control interno capaz de realimentarse a través de un torque requerido. Así mismo solo es necesario contar con una fuente de energía externa DC (que podría incluir corrección del factor de potencia) para que el servomotor y el *servodrive* trabajen. Los datos recolectados a través de estos dispositivos de campo, son con los que posteriormente implementa la estrategia de planificación de trayectorias.

- **Nivel 2:** Para que sea posible controlar la posición articular con una posición operacional requerida, a parte de obtener la señal de torque que proporcionan los actuadores a través de su correspondiente *servodrive*, es necesario contar con una tarjeta de adquisición de datos. Se proyecta que sea una DSP en la que se pueda montar el planificador de trayectorias y controlador, sin embargo la validación de estos se trabaja con simulación y se implementa directamente sobre el modelo de planta propuesto que ejecuta la operación del nivel 0.

### 1.5.1 Medidas KPI

Teniendo en cuenta la descripción acerca de la pirámide de automatización y su relación con la planificación de trayectorias para el corte textil, es posible abordar el tema de los KPI (indicadores clave de rendimiento) [10]. Estos deben ser seleccionados de acuerdo con la operación que se ejecuta, el nivel alcanzado en la pirámide de automatización y el punto de comparación respecto al corte manual que es lo que se transforma a corte automático. Cuando se plantea la estrategia de planificación de trayectorias, se determinan velocidades y tiempos a los que se van a recorrer las piezas de confección, además se evalúa la calidad de corte en comparación con el patrón predefinido en la aplicación de distribución de contornos. Esta última evaluación se puede realizar mediante la validación del corte extraído del simulador *Simmechanics* y las piezas predefinidas en la aplicación por *software* desarrollada en este proyecto. A continuación se nombran los KPI que se van a tratar en el análisis de los resultados de este proyecto:

1. Tiempos de corte: Evaluados para cada pieza sobre el espacio operacional. Comparación del tiempo de ejecución del corte Vs la precisión requerida (señal del error).

2. Velocidad de corte: Visto con respecto a la cuchilla de corte, la longitud del trayecto que recorre por unidad de tiempo.
3. Tiempos de marcación manual de la tela Vs determinación de la ubicación de las piezas con la aplicación. Cuando se habla de marcación manual, se hace referencia a la disposición de los moldes sobre el tendido de tela que se rotulan uno a uno con una distribución dependiente de la pericia humana. En donde la oportunidad de retracto implica una gran cantidad de tiempo adicional, mientras que visualizando a través de *software* se facilita enormemente la tarea.
4. Calidad de las piezas cortadas en el simulador con respecto a las piezas predefinidas en la aplicación.

## 1.6 ESPACIOS DE TRABAJO

---

En el análisis del robot cartesiano, se manejan dos espacios de trabajo que sirven como referencia para ubicar a la cortadora en una posición deseada. Debido a la necesidad de determinar cuál será el desplazamiento lineal o angular de las articulaciones, teniendo una posición deseada del efector final. La ubicación de la cuchilla de la cortadora va a depender de la colocación en conjunto de las tres articulaciones, esta es la razón por la que dentro del proceso de planeación y seguimiento de las trayectorias, se manejan las referencias de posición en los espacios operacional y de articulación.

### 1.6.1 *Espacio de operacional*

Es el espacio de trabajo que la cuchilla de la cortadora textil recorre para cortar la tela es decir, el área que puede alcanzar el efector final para ejecutar los movimientos deseados. Se habla del espacio operacional como bidimensional de geometría rectangular, porque en este caso el efector final ejecuta su trabajo sobre trazados planos dispuestos en una mesa de corte. Usando un robot tipo *Gantry* con dos traslaciones sobre un plano.

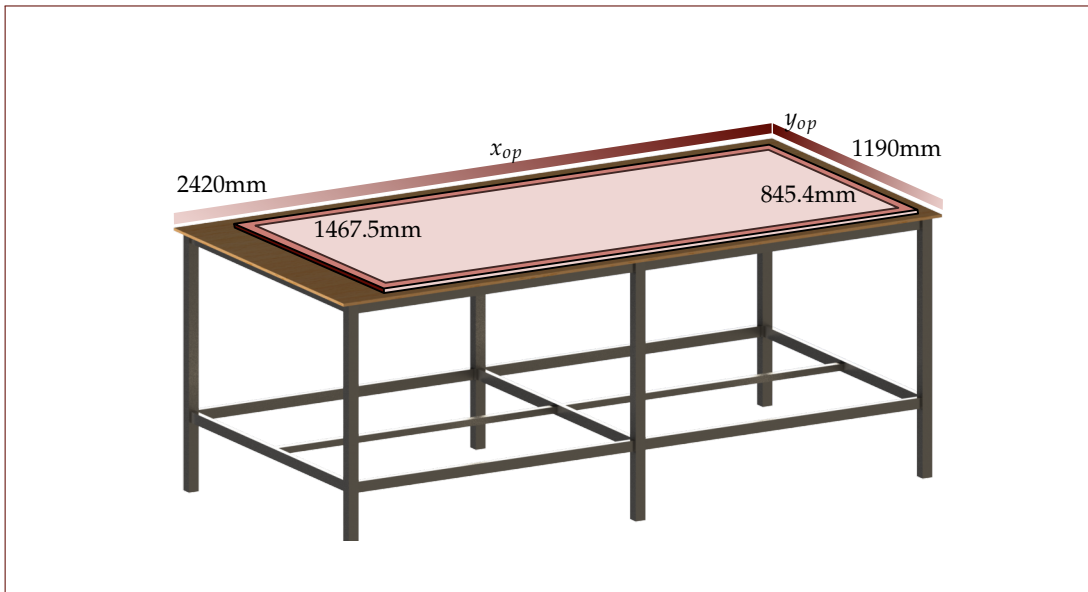
Las medidas se definen teniendo en cuenta varios aspectos que pueden ser impuestos por condiciones de diseño previas, como las dimensiones de la mesa de corte o la extensión del taller de confección. También existen aspectos que contribuyen a acotar el espacio de trabajo, como la longitud del recorrido en los ejes de desplazamiento y el tamaño del mecanismo que sujeta la cortadora y ejecuta los giros.

Se tomó como referencia una mesa de corte como la que se ve en la Figura 1.4. De acuerdo a sus dimensiones se realizó el diseño CAD del robot de 3 GDL que manipula a la cortadora textil. Considerando la longitud de las guías lineales sobre las que se desplaza la estructura del corte automático, menos las dimensiones del sistema de acople con la cortadora; se pudo determinar que el espacio efectivo de desplazamiento o la



## 1. DESCRIPCIÓN GENERAL

---



**Figura 1.4:** Dimensiones Mesa de corte de referencia y espacio operacional.

longitud de carrera efectiva de la cortadora sobre la mesa, corresponde a las medidas internas que se ven en la Figura 1.4.

Cuando se habla de la posición operacional, se indica la posición de un punto ubicado en la parte frontal de la cuchilla de la cortadora con respecto al espacio operacional.

### 1.6.2 Espacio de articulación

Se considera cada  $i$  GDL con los que cuenta el robot manipulador, están dados por la longitud de desplazamiento máxima a la que llegan las articulaciones  $q_{i=1,2}$  y la mayor área circular sobre la mesa de corte que cubre el giro de  $q_{i=3}$ . Los actuadores que mueven las articulaciones, en este caso son servomotores y a través de ellos es posible conocer el cambio de posición en las articulaciones. La posición de las articulaciones  $q_{1,2}$  se mide de acuerdo a la ubicación de los rodamientos lineales a lo largo de las guías sobre las que se desplazan y para  $q_3$  será la posición angular que gire el motor correspondiente.

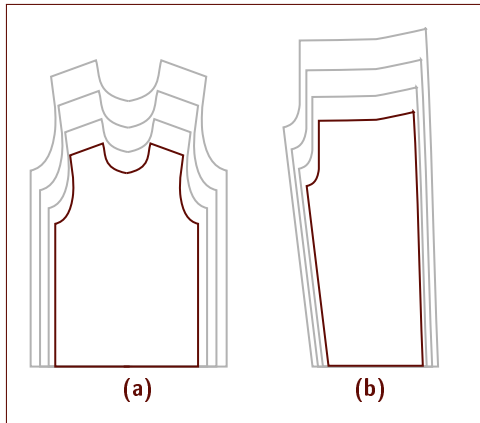
## 1.7 CORTES EN CONFECCIÓN TOMADOS

---

Se tomaron dos prendas de vestir que son muy comunes: la camiseta manga sisa y pantalón largo. A partir de estos dos moldes, puede desarrollarse con facilidad un escalado para reproducir las diferentes tallas requeridas como se ve en la Figura 1.5.

Teniendo el contorno solo es necesario tomar el porcentaje de incremento del área por talla.

También se puede personalizar el diseño de prendas similares teniendo estos básicos, en el caso de la camiseta por ejemplo se puede cambiar el estilo del cuello o variar la longitud de las mangas. La extensión de la bota del pantalón y/o el diseño en la pretina se podría personalizar también en el pantalón, todo depende de los requerimientos del fabricante textil.



**Figura 1.5:** Escalado de piezas para prendas básicas. **(a)** Corte de una camiseta básica. **(b)** Corte Pantalón largo básico.

## 1.8 ESQUEMA DE TRABAJO

En la figura 1.6, se presenta un diagrama de bloques que hace referencia a cada una de las etapas que componen la generación de trayectorias planteada, para la puesta en marcha de la ejecución del corte en confección textil. Teniendo como efector final a la cortadora vertical, acoplada al robot con 3GDL.

Los bloques dentro del proceso *Off-line*, son las tareas que el algoritmo ejecuta una sola vez antes de que la cortadora inicie su operación. Se calculan parámetros previos con base en los contornos planos que se desean cortar, obteniendo así todas las posiciones en el espacio operacional y los tiempos en los que se requiere el corte.

En cuanto a los bloques que pertenecen al proceso *On-line*, son las etapas que se llevan a cabo cuando la cortadora está ejecutando el corte. Es un proceso realimentado que finaliza cuando se ha terminado de recorrer el contorno de confección.

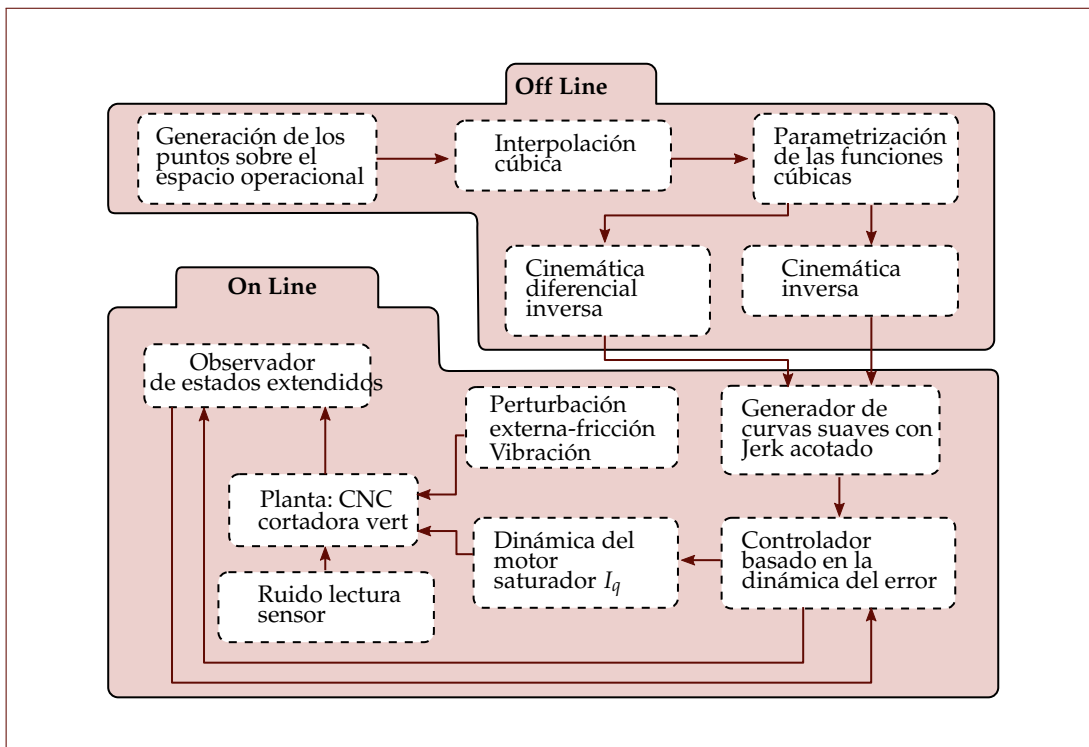
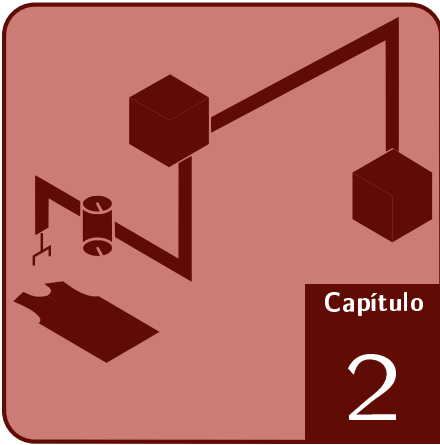


Figura 1.6: Esquema general de la generación y seguimiento de trayectorias.



## CAD y simulación

---

### CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

2.1 CONDICIONES INICIALES DE LA PLANTA

2.2 DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

2.3 PIEZAS EMPLEADAS

2.4 MOTORES SELECCIONADOS

2.5 ANÁLISIS DE MODOS

2.6 SIMULACIÓN *Simscape Multibody*

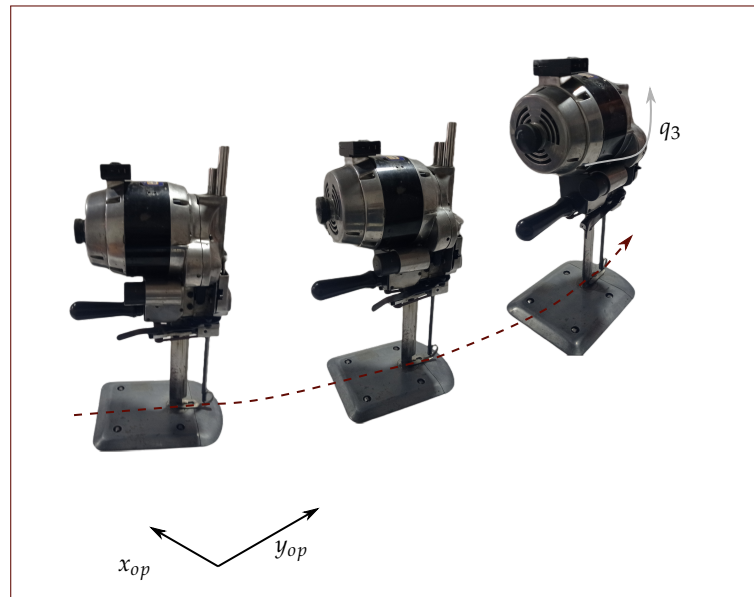
---

Se crea el modelo de un robot tipo *Gantry* o cartesiano [11] que se pueda acoplar a una cortadora textil vertical manual, para orientarla y desplazada sobre un espacio de trabajo plano. La primera consideración es que el robot cuente con tres grados de libertad, porque la cortadora requiere desplazarse sobre un plano bidimensional y hacer giros al rededor de un eje ortogonal a dicho plano para ejecutar su operación de corte como se ve en la figura 2.1. Con base en estos requerimientos se realiza el diseño CAD del robot, utilizando diferentes piezas tanto existentes en el mercado, como concebidas durante la creación de la estructura. La posterior estrategia de planificación de trayectorias y el controlador, cimientan su base sobre el diseño aquí descrito. Así mismo se hace una validación simulada del conjunto robot-cortadora a través de *Simscape Multibody*, cuyo procedimiento de traslado desde el CAD hasta el movimiento virtual también se aborda en este capítulo.

### 2.1 CONDICIONES INICIALES DE LA PLANTA

---

El parámetro inicial que se considera es la extensión de la mesa de corte disponible en el taller de confección (ver figura 1.4), de esto dependen las dimensiones del armazón base y la longitud de las guías lineales. Otro aspecto importante es la máquina



**Figura 2.1:** Forma de marcha y orientación para el funcionamiento de la máquina cortadora textil vertical.

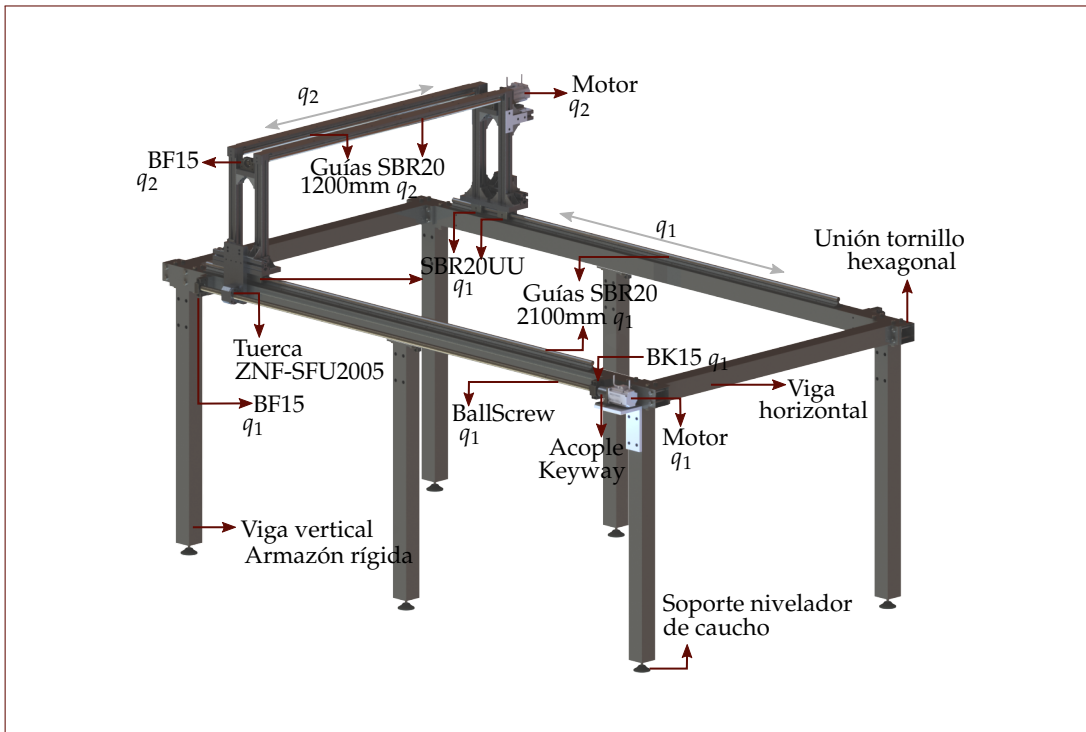
cortadora empleada, existen varias marcas y capacidades de corte que diversifican sus medidas, y por tanto la estructura de sujeción de la máquina. La capacidad de corte está dada por la longitud de la cuchilla como se ve en la figura 1.1 que permite abarcar el corte de un tendido de tela de mayor o menor espesor, en este caso se toma como referencia una cortadora marca *Jontex* de 8 pulgadas con un peso de 15kg. Su base tiene rodachines que disminuyen la fricción con la mesa cuando esta es impulsada al momento de ejecutar el corte. Junto a los anteriores aspectos nombrados se adicionan otras condiciones iniciales o requerimientos, clasificados según su tipo de origen como se ve en la tabla 2.1. Cada valor de los parámetros físicos fue medido tomando en cuenta la marca y capacidad de la cortadora con la que se trabaja y las dimensiones de la mesa existente. Adicional a eso los parámetros de operación, cinemáticos y dinámicos se tomaron bajo la condición de operación manual de la cortadora.

Los parámetros físicos se refieren a las medidas relevantes del cuerpo de los elementos involucrados en el corte dadas por el fabricante, como lo son la tela, la mesa de corte y por supuesto la cortadora. Los requerimientos del tipo operación están dentro de esa clasificación porque solo es tangible la necesidad de conocerlos, cuando se pone en funcionamiento a la herramienta de corte. En cuanto a los parámetros cinemáticos que en esencia incluyen posiciones y velocidades de la cuchilla, se puede decir que se hacen evidentes en el momento de realizar ensayos de corte. Por último las condiciones de tipo dinámico son las que se tratan de fuerzas y torques que se le imprimen a la cortadora en el momento de realizar el corte de forma manual.

## 2.1. Condiciones iniciales de la planta

**Tabla 2.1:** Condiciones iniciales de diseño.

Tipo	Parámetro	Medida	Descripción
Físicas	Longitud de la cuchilla de corte	8"	Determina la altura de la máquina y la capacidad de corte
	Peso de la cortadora vertical	15kg	Ligado directamente con la fuerza necesaria para desplazar la máquina
	Espesor máximo del tendido de tela	180mm	Es lo equivalente a 60 capas de tela térmica
	Dimensiones de la mesa de corte	1467.5mm x 845.4	Ancho y largo del plano de la mesa de corte
	Dimensión mínima de la pieza que se desea cortar	12m <sup>2</sup>	Depende del ancho de la cuchilla de corte
De operación	GDL necesarios para la operación de la cortadora	3	2 de traslación y 1 de rotación
	Ubicación de la cuchilla con respecto al centro de masa de la cortadora	45.87mm	Para determinar torque requerido del actuador del GDL de rotación
	Vibración de la máquina cortadora	20Hz	Constituye en una perturbación durante el corte
	Rango de movimiento rotacional	0-270°	Ángulo de barrido que debe cubrir la cuchilla para ejecutar el corte
Cinemáticas	Velocidad de movimiento lineal constante	30mm/s	Con la que se debe mover la máquina para ejecutar el corte en tramos rectos
	Velocidad de movimiento rotacional	15rad/s	Cuando se siguen trayectorias curvas
Dinámicas	Fuerza manual aproximada necesaria para desplazar la máquina	30N	Determinante para calcular la capacidad de los actuadores de traslación
	Torque necesario para girar la máquina	0.8Nm	Determinante para calcular la capacidad del actuador de rotación
	Fricción estimada entre la base de la cortadora y la mesa (con factor de seguridad)	$\mu=0.5$	Provoca una fuerza axial contraria a la dirección de movimiento de la cortadora



**Figura 2.2:** Estructura base en viga metálica estructural cuadrada de 3mm de espesor, junto con los dos grados de libertad lineales.

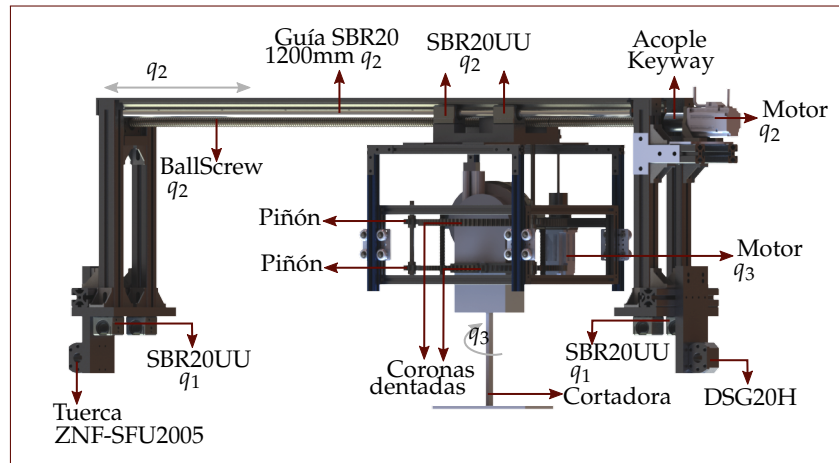
### 2.2

### DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

Todas las piezas que hacen parte del CAD descansan sobre un armazón rígido que se levanta sobre el suelo, nivelado gracias a unos tornillos ubicados en las bases con soporte en caucho para aumentar la fricción con el piso. Es necesario contar con un cimiento rígido capaz de evitar movimientos no deseados que interfieran en el funcionamiento del robot y la cortadora, por eso se establece que el armazón base está conformado por vigas estructurales en acero rectangulares con dimensiones de 70mmx70mm y 3mm de espesor. Además las uniones entre vigas se realizan a través de grupos de a cuarto tornillos hexagonales de 1/4 de pulgada, garantizando así que el armazón base se mantenga inflexible. El cual se conforma de seis vigas verticales y cuatro vigas horizontales como se puede ver en la figura 2.2. El diseño CAD se centra en la necesidad de posibilitar y soportar el movimiento lineal en dos dimensiones y la rotación de la cortadora, dado por motores localizados dentro de la estructura.

### 2.2.1 Movimientos lineales

La estructura del primer grado de libertad del robot que se plantea corresponde al desplazamiento  $q_1$  lineal más largo, por lo tanto es necesario implementar elementos que permitan la conversión de movimiento rotacional de un motor, a movimiento prismático. Entonces se usan dos guías lineales SBR20 de longitud 2100mm puestas en cada costado del armazón rígido, seleccionadas obedeciendo al criterio de la necesidad de inflexión dada su longitud con respecto a su diámetro como se puede apreciar en la hoja de datos [12]. Sobre cada SBR20 se deslizan dos rodamientos lineales SBR20UU [13], sobre los que se pretende transportar toda la parte móvil. El conjunto SBR20 y SBR20UU a su vez se acoplan a dos tornillos laterales de bolas recirculantes SFU2005 o *ballscrew* los cuales giran según lo haga el rotor del motor correspondiente, ya que tiene un acople tipo *keyway* que se une directamente con el motor (ver figura 2.2). Como se puede percibir, la transmisión del movimiento se realiza a través del *ballscrew* que gira simultáneamente con el motor, causando que la tuerca ZNF-SFU2005 haga un desplazamiento lineal que se verá reflejado en el cambio de posición los rodamientos. El segundo grado de libertad montado sobre los SBR20UU del primero, tiene un actuador acoplado a un otro *ballscrew* más corto que moviliza sus rodamientos lineales a lo largo de una guía de 1200mm  $q_2$ , también es lineal y se ubica en posición perpendicular con respecto al primer grado de libertad como se ve en las figuras 2.2 y 2.3. A lo largo de las guía de 1200mm se movilizan otros cuatro rodamientos SBR20UU, a los cuales se ancla la subestructura acoplada a la máquina cortadora.



**Figura 2.3:** Subestructura de sujeción para la máquina cortadora y movimiento a lo largo de  $q_2$ .

La longitud del tornillo *ballscrew* es inversamente proporcional a su rigidez, para evitar su deformación se debe compensar la medida con un diámetro adecuado (del que depende el área transversal). En este caso la longitud requerida según el largo de la mesa es de 2100mm y para un SFU2005 la rigidez dada por el fabricante equivale a  $390\text{N}/\mu\text{m}$  y su material es plomo I5 [13]. Entonces se selecciona un diámetro equivalente a 20mm asegurando que pese a la longitud del tornillo, no se flexionará por acción de la fuerza



normal causada por su disposición y funcionamiento dentro de la estructura. En aras de reforzar este aspecto, dentro del diseño la guía lineal SBR20 que es la que soporta la estructura móvil y en consecuencia el SFU2005 no es expuesto a cargas superiores a las que su condición de rigidez se lo permiten.

Como indica [13] el SFU2005 tiene un diámetro de 20mm y un paso de 5mm. Dado el radio del tornillo y la fuerza necesaria  $F_q$  para mover la estructura, que para el actuador de  $q_1$  incluye toda la masa móvil, se calcula el torque necesario del motor  $\tau_m$  a través de (2.1)

$$F_q \frac{20\text{mm}}{2} = \tau_m \quad (2.1)$$

En resumen se puede afirmar que el motor genera una rotación que se transmite al *ballscrew* y este a su vez produce una fuerza axial  $F_q$  sobre los rodamientos, que es contraria a la fuerza de fricción  $F_r$  causada por el roce entre la máquina cortadora y la mesa, calculada como se puede ver en (2.2).

$$F_r = \frac{\mu m_q L}{2\pi\eta} \quad (2.2)$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción,  $m_q$  es el peso de la articulación  $q_i$ ,  $L$  es el diámetro del tornillo y  $\eta$  es la eficiencia de transmisión del *ballscrew* que está entre 80 % y 95 %.

### 2.2.2 Movimiento rotativo

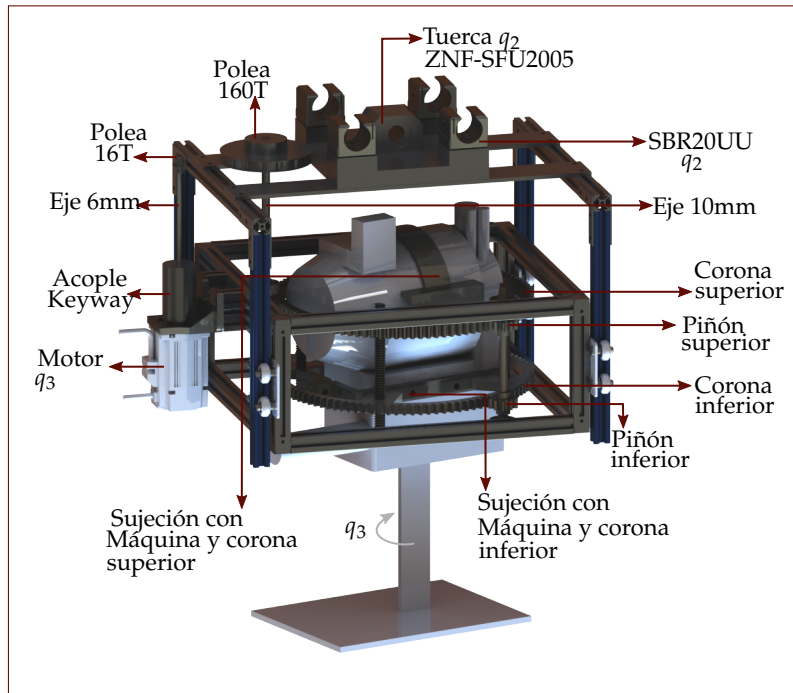
La necesidad de rotar la máquina cortadora al rededor del eje ortogonal con respecto a su base, obliga a que en el robot cartesiano propuesto incluya dentro de su estructura un tercer grado de libertad que permita el cambio de posición rotacional  $q_3$ . En consecuencia se usan dos coronas dentadas, 8 piñones, y un juego de poleas con transmisión por correa (también conocidas como poleas sincrónicas dentadas), para lograr que la cuchilla de la máquina cambie de orientación y así poder seguir trayectorias curvas.

Al tercer motor se le acopla con un *keyway* y un eje redondo de diámetro 6mm, una polea de  $p_{in}=16$  dientes que está enlazada con otra polea de  $p_{out}=160$  dientes mediante una correa dentada. Entonces la velocidad angular  $\omega_{out}$  de  $p_{out}$  será equivalente a una décima parte de  $\omega_{in}$  como se ve en (2.3), logrando con esto que el momento de torsión necesario en el actuador de  $q_3$  se reduzca considerablemente y del mismo modo aumente sus revoluciones por unidad de tiempo.

$$\omega_{out} = \frac{p_{in}}{p_{out}} \omega_{in} \rightarrow \omega_{out} = 0,1\omega_{in} \quad (2.3)$$

El soporte de la polea de 160 dientes que es un eje liso redondo de diámetro 10mm, tiene encajados con un anillo de retención dos piñones cilíndricos de 10 dientes rectos uno superior y otro inferior. Estos se encuentran engranados con las respectivas coronas de dientes rectos, las cuales poseen 100 dientes y disponen de la estructura

interna para asegurar a la cortadora usando la presión ejercida por tornillos y tuercas como se ve en la Figura 2.4. En el diseño se incluyen dos coronas dentadas, cada una engranada con tres piñones de los cuales uno está directamente anclado a una polea y los otros dos se ubican simétricamente a cada costado de la corona. De esta manera se logra que cuando se acciona el motor solamente rota la máquina cortadora, mientras que la estructura externa se mantiene sin cambio de orientación, disponible para hacer las traslaciones independientes de la rotación.



**Figura 2.4:** Poleas, piñones y coronas dentadas que hacen parte de la articulación  $q_3$  en el tercer grado de libertad rotativo.

Las relación de transmisión de las poleas a través de la correa en sistema directo, se eligió con base a los elementos que están comercialmente disponibles y al requerimiento de un torque necesario lo mínimo posible. Así mismo también interviene la distancia entre el eje del motor que opera en condición horizontal y el centro de masa de la cortadora, entre más grande sea esta longitud mayor será la capacidad exigida al motor.

### 2.3 PIEZAS EMPLEADAS

En el robot tipo *Gantry* que sujeta a la cortadora se usan diferentes piezas cuyos diseños bien pueden ser preexistentes o se dan por necesidad bajo los diferentes requerimientos.

### 2.3.1 *Piezas comerciales seleccionadas*

Con la popularidad de los robots tipo CNC se han empezado a comercializar partes básicas para ensamble, que son muy útiles a la hora de montar estructuras con movimientos lineales. Sin embargo cada caso de aplicación requiere de dimensiones muy específicas, lo que acota los parámetros del diseño. Entonces se debe hacer una selección de las piezas, de acuerdo a sus dimensiones, características físicas y dinámicas. A partir de los parámetros iniciales dados en la tabla 2.1 se seleccionaron las siguientes piezas genéricas existentes en el mercado:

- Tornillo SFU2005: Su diseño permite que se hagan movimientos lineales cortos con un avance de 5mm por vuelta, ideal para la transmisión lineal en la aplicación del corte de piezas de tela porque el avance y retroceso son igualmente efectivos. Debido a que su eficiencia dinámica del 95 % [13] cuando funciona junto al ZNF-SFU2005 garantiza que su oposición a la rotación del motor sea mínima.
- Tuerca de bolas ZNF-SFU2005: Es una de las piezas principales en la conversión del movimiento rotacional del actuador al movimiento lineal causado sobre los rodamientos. Su mecanismo de recirculación de esferas funciona mientras se mueve a lo largo del SFU2005, permite que la fricción entre la tuerca y el tornillo se minimice transmitiendo de una manera eficiente el movimiento generado en el motor.
- Acople tuerca DSG20H: A través de este elemento se realiza el empalme entre la tuerca de bolas y los rodamientos lineales. Este acople se ancla por medio de tornillos al ZNF-SFU2005 y a su vez, también dispone de ranuras para establecer unión con los rodamientos SBRUU.
- Guías Lineales SBR20: Además de disponer de la camisa tubular redonda de 20mm de diámetro sobre el que se deslizan los rodamientos, también cuenta con una base que lo soporta, siendo de fácil ensamble sobre una viga rígida gracias a dicha base. Por esta razón este tipo de guía es la apropiada, puede soportar el peso de toda la estructura de sujeción de la cortadora, mientras mantiene los recorridos rectos de los rodamientos sin curvarse gracias también a su diámetro seleccionado que soporta una carga máxima radial de 860N. Además tiene una baja deflexión con respecto a su la carga radial, como se puede ver en la gráfica del fabricante, página 91 de [12].
- Rodamientos cojinete SBRUU: Su selección se basa en dos aspectos, su compatibilidad con la guía SBR20 y su versatilidad para elegir libremente la distancia paralela a la guía con respecto a otro rodamiento igual para otorgar estabilidad en la estructura móvil.
- Husillos BK15 y BF15: Son soportes fijos sobre la estructura rígida que permiten el giro del eje, mediante los que se suspenden los tornillos SFU2005 gracias a que

sus extremos son mecanizados uno de ellos puede acoplarse al BK15 y el otro al BF15. Por su parte el BK15 permite que se suspenda el tornillo en su extremo mecanizado más largo para que pueda ser unido al eje del motor a través de un acople *Keyway*. En cuanto al BF15 su funcionamiento es más sencillo y se limita a sujetar el extremo mecanizado más corto del tornillo permitiéndole el giro al rededor de su propio eje.

- Acople de eje elástico con *Keyway*: Es el acople directo por presión que se usa en cada motor para unirlos ya sea con el SFU2005 en el caso de las traslaciones (D20L12), o hacer unión con la barra de 10mm (D12L6). La característica *Keyway* que es una muesca cuadrada debe ser incluida, porque el eje de los motores seleccionados tiene una protuberancia o “llave” que debe ser encajada en el acople.
- Poleas con transmisión por correa: Se emplean dos poleas GT12 hechas en aluminio, una de 16 dientes y otra de 160 dientes con acople por correa dentada para el movimiento de  $q_3$ .
- Otros elementos: Soporte motor para *frame* 60mm, soporte esquinas, uniones tipo ángulo, uniones tipo *T*, ejes lisas redondas de 10mm y 6mm, perfil de aluminio estructural 2020 *slot V*, ejes roscadas, anillo prisionero PK000, chumaceras eje 10mm, entre otros que se pueden visualizar en las figuras 2.2, 2.3 y 2.4.

### 2.3.2 Piezas creadas

Entre las más importantes se encuentran las coronas dentadas, que son concebidas teniendo como base las dimensiones del cabezote de la cortadora textil que se puede ver en la Figura 2.4. Por simetría se usan dos unidades, una superior y otra inferior que se diferencian en el sistema de sujeción anclado a su circunferencia interior. Estas piezas son fundamentales para generar el giro de la cortadora, transmitido a través del último actuador en la cadena cinemática. A continuación se describen las piezas cuyo diseño se realiza a partir de las necesidades de ensamble y operación del robot tipo *Gantry* y la cortadora vertical.

- Corona dentada superior: Para lograr que la corona rodee el cabezote de la cortadora, se hizo el diseño con un diámetro de 280mm para la circunferencia interior, cuyo módulo se definió como 3 y una cantidad de 100 dientes exteriores. El sistema de sujeción con la cortadora que está anclado en la circunferencia interior de la corona, se basa en la forma redondeada del cabezote de la cortadora. Que dispone de ranuras en las cuales originalmente se atornilla una manija para levantarla manualmente, dichas ranuras son ahora utilizadas para anclar el mecanismo de sujeción soldado a la corona superior.
- Corona dentada inferior: Tiene las mismas características que la superior, salvo el sistema de sujeción que para este caso se realiza tomando como referencia la

base cuadrada del cabezote de la cortadora. El aseguramiento se logra a través de la presión que ejercen dos tornillos, uno ubicado en la parte delantera de la cortadora y otro en la parte trasera. De esto resulta una pieza rectangular que sujeta satisfactoriamente a la cortadora ya que al apretarse los tornillos, encaja de manera correcta logrando que el giro de la máquina se transmita efectivamente.

- Piñón recto: Se emplean seis unidades de estos piñones de 10 dientes, tres para la corona superior y los otros tres para la corona inferior ubicados formando un triángulo. Para que fuera posible engranarlos con las coronas, también deben ser de módulo 3 teniendo una relación de engranaje  $\vartheta = 10/100$ . Estos piñones tienen un diámetro interior de 10mm con *keyway* en el anillo prisionero, integrado para que se puedan sujetar a un eje liso de 10mm. La transmisión del movimiento se origina en la polea 16T anclada al eje del motor para  $q_3$  que a través de una correa mueve a una segunda polea 160T, ubicada en el mismo eje de un par de piñones superior e inferior que al estar engranados con las coronas las hacen girar. Cabe agregar que los otros dos pares de piñones se emplean para lograr un ajuste sólido entre las coronas y el resto del mecanismo. Todos los piñones tienen su correspondiente chumacera fijada a la estructura que les permite girar.
- Piezas de unión y/o de soporte en aluminio: Diseñadas a partir de la necesidad de acoplar mecanismos o servir de base.

### 2.4 MOTORES SELECCIONADOS

---

Anteriormente se ha mencionado que cada una de las articulaciones del robot, debe disponer de un actuador que sea capaz de proveerles movimiento. En la tabla 2.1 se consignan algunos requerimientos iniciales que son base para la selección de los motores, adicionalmente después de realizar el diseño CAD se establece la masa total que cada uno de ellos debe desplazar considerando si se aplica a una rotación prismática o rotativa. Además se define claramente el tipo de transmisión que se va a implementar y consecuentemente es posible el dimensionamiento de los motores.

#### 2.4.1 Criterio de selección de los motores

El criterio de selección principal para elegir motor es su capacidad en torque, debido a que es el parámetro que se va a controlar y por lo tanto se consideró que el fabricante más apropiado es *DMM-Tech*. Los servomotores de imanes permanentes que ofrece son de tipo industrial y cuentan con un *Servo Drive* robusto que permite controlar directamente su torque, siendo además el que se encarga de manejar su potencia trifásica para el que es necesario solamente contar con una fuente DC externa [14]. Gracias a esto, como se verá en capítulos posteriores su dinámica puede aproximarse a la unidad.

Parámetro	Valor
Torque Pico instantáneo	3.82Nm
Torque de operación	1.27Nm
Coefficiente de torque	0.181Nm/A
Velocidad de operación	3000rev/min
Potencia	0.75kW
Tipo de <i>Servo Drive</i>	DYN 2
Tamaño de la carcasa	60mm

**Tabla 2.2:** Parámetros del motor DST-640 dados por el fabricante *DMM-Tech*.

El motor acoplado a la articulación  $q_1$  debe mover el peso de toda la estructura que incluyen las articulaciones  $q_2$  y  $q_3$ , en el diseño CAD se determinó que la masa equivale a 60kg en total. Entonces Si se asume que en (2.2) los parámetros equivalen a  $\mu = 0,5$ ,  $m_q=60\text{kg}$ ,  $L = 0,02\text{m}$  y  $\eta = 0,8$  entonces la fuerza de fricción entre la máquina cortadora y la mesa será de  $F_r = 0,019\text{N}$  la cuál es contraria a la fuerza causada por el motor sobre el primer *ballScrew*. Ahora se debe averiguar el valor de la fuerza  $F_{q1}$  partiendo del diámetro del *BallScrew* que son 20mm, el coeficiente de fricción entre los SBR20UU y la guía lineal que se aproxima a 0.05, la masa de la carga 60kg, el recorrido total 2100mm, el paso del *BallScrew* 5mm/rev, una velocidad de operación de la máquina de 30mm/s, tiempo promedio requerido para acelerar o desacelerar de 2s, una precisión de paro del motor de  $\pm 2\text{mm}$  y un factor de seguridad de 1.5. Con todos estos datos se calcula  $F_{q1} = 70\text{N}$  y finalmente aplicando (2.1), se halla el torque  $\tau_m$  necesario que corresponde a 0.7Nm.

Observando la lista de motores disponibles que ofrece *DMM-Tech* y sus características, se selecciona el DST-640 (ver características en la tabla (2.2)) porque tiene un torque de operación por encima del  $\tau_m$  calculado y se le puede aplicar a un DYN2, que es el más económico entre los *servo drive* disponibles.

En cuanto al motor que moviliza la articulación  $q_2$  se puede decir que el criterio de selección aplicado es el mismo, salvo que la masa de carga se disminuye a 30kg. El resultado del torque requerido es cercano al obtenido del  $\tau_m$  para  $q_1$ , entonces se opta por usar la misma referencia de la tabla (2.2).

Solo resta dimensionar el motor que mueve la articulación  $q_3$ , el cual tiene un procedimiento diferente ya que se trata de transmitir un movimiento rotativo. Se toman los siguientes datos: el diámetro y masa de las coronas dentadas, el diámetro de la polea del eje del motor, la longitud vertical que hay entre la polea y el eje del motor, la distancia horizontal entre las poleas, la distancia horizontal entre el eje del motor y el centro de las coronas, la relación de transmisión entre las poleas, la velocidad de operación requerida (dada por (2.3)), la eficiencia de posición en radianes y un factor de seguridad de 1.5 se obtiene un torque requerido de aproximadamente 0.8Nm. Entonces al igual que para las otras dos articulaciones, el motor DST-640 es apropiado.

El motor seleccionado tiene una longitud de 122mm, 60mm de ancho, 70mm de profundidad y un peso de 1.5kg que es fácilmente adaptable a través del soporte comercial

**Tabla 2.3:** Frecuencias naturales de los primeros 3 modos para la viga horizontal de la estructura base del robot.

Modo	Frecuencia [Hz]	Desplazamiento máximo en [mm]		
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
1	299.52	6.8743e-06	0.50062	3.9112e-11
2	325.05	0.48488	6.7091e-06	6.8317e-09
3	779.79	3.4265e-08	1.4779e-09	1.3302e-08

**Tabla 2.4:** Frecuencias naturales de los primeros 3 modos para la viga que soporta la guía lineal horizontal de 2100mm.

Modo	Frecuencia [Hz]	Desplazamiento máximo en [mm]		
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
1	1488	4.4215e-07	0.62971	2.8833e-12
2	1611.1	7.6529e-06	0.001221	2.0708e-07
3	1613.5	2.7062e-06	2.3669e-05	6.4315e-08

para el tipo de empaquetado milimétrico *frame 60* como se muestra en las figuras (2.2), (2.3) y (2.4).

## 2.5 ANÁLISIS DE MODOS

Las perturbaciones sobre la estructura que son causadas por los movimientos articulares y la operación de la máquina cortadora, pueden llegar a afectar la rigidez de la estructura diseñada. Por lo tanto es importante saber si las frecuencias de dichas perturbaciones, son soportadas por la estructura base del diseño. Dicho de otra forma, se debe evaluar si ocurre alguna deformación que se derive a partir de las vibraciones originadas en la operación del sistema. A través de software, se pueden realizar diferentes ensayos para verificar si hay resonancia entre las vibraciones causadas por los elementos que perturban y la estructura que las soporta. La rigidez debe ser suficiente para resistir las perturbaciones expresadas en excitaciones que eventualmente podrían llegar a ocasionar deformaciones [15]. Las excitaciones que se le introducen al sistema pueden ser modeladas como una superposición entre los modos de la estructura, cuya cantidad corresponde a los grados de libertad del robot que en este caso es tres. En las tablas 2.3, 2.4, 2.5 y 2.6 se puede apreciar la frecuencia de cada una de las piezas analizadas, que son críticas en el soporte de la estructura. Son las que se someten a fuerzas externas y de las que depende la rigidez de todo el sistema.

Las frecuencias de cada modo que corresponde a las piezas analizadas, se hallaron tomando en cuenta que cada uno de los motores que causa el movimiento en las articulaciones puede presentar una velocidad de 2000 rpm (Revoluciones por minuto) máximo [14], de la que depende que se alcance o no la frecuencia natural de la estructura. Se debe considerar la duración de la excitación introducida, porque entre más dure se tendrá un menor rango de frecuencias alcanzadas y podría ser perjudicial en

Modo	Frecuencia [Hz]	Desplazamiento máximo en [mm]		
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
1	623.22	0.43363	5.0052e-06	2.1293e-10
2	634.73	5.0701e-06	0.43779	1.3075e-09
3	1097.6	2.022e-07	1.1836e-07	1.1594e-06

**Tabla 2.5:** Frecuencias naturales de los primeros 3 modos para la viga vertical o pata sobre la que descansa la estructura.

Modo	Frecuencia [Hz]	Desplazamiento máximo en [mm]		
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
1	3979.6	7.966e-06	1,4247e-06	5.5866e-06
2	4014.8	0.00043906	2.7132e-06	2.7165e-06
3	4059.1	4.7144e-05	1.085e-06	1.2013e-06

**Tabla 2.6:** Frecuencias naturales de los primeros 3 modos para la guía lineal SBR20 de 2100mm.

el ensayo al ir más allá de los límites de rigidez de la estructura. Entre más rígida sea la estructura más rango de frecuencias podrá cubrir, en las figuras 2.5 y 2.6 se muestra dicho rango para las 4 piezas de ensamble de las que depende la rigidez del sistema. Para el análisis modal de la estructuras en las figuras anteriormente mencionadas, se seleccionan los elementos principales de soporte y sujeción, con el fin de analizar la frecuencia que provocan las cargas. Luego se averiguan las 3 primeras frecuencias naturales del sistema, seleccionadas por que la estructura está sometida a 3 grados de libertad. Cuyo valor máximo se da en el peor de los casos, que es cuando tres motores están en funcionamiento con un valor a 2000 rpm igual a 33.33 Hz. Adicionalmente es necesario que en torno a las sujeciones fijas se defina el enmallado, que se dispone tan fino como la capacidad del procesamiento del ordenador en donde se ejecuta el software de simulación.

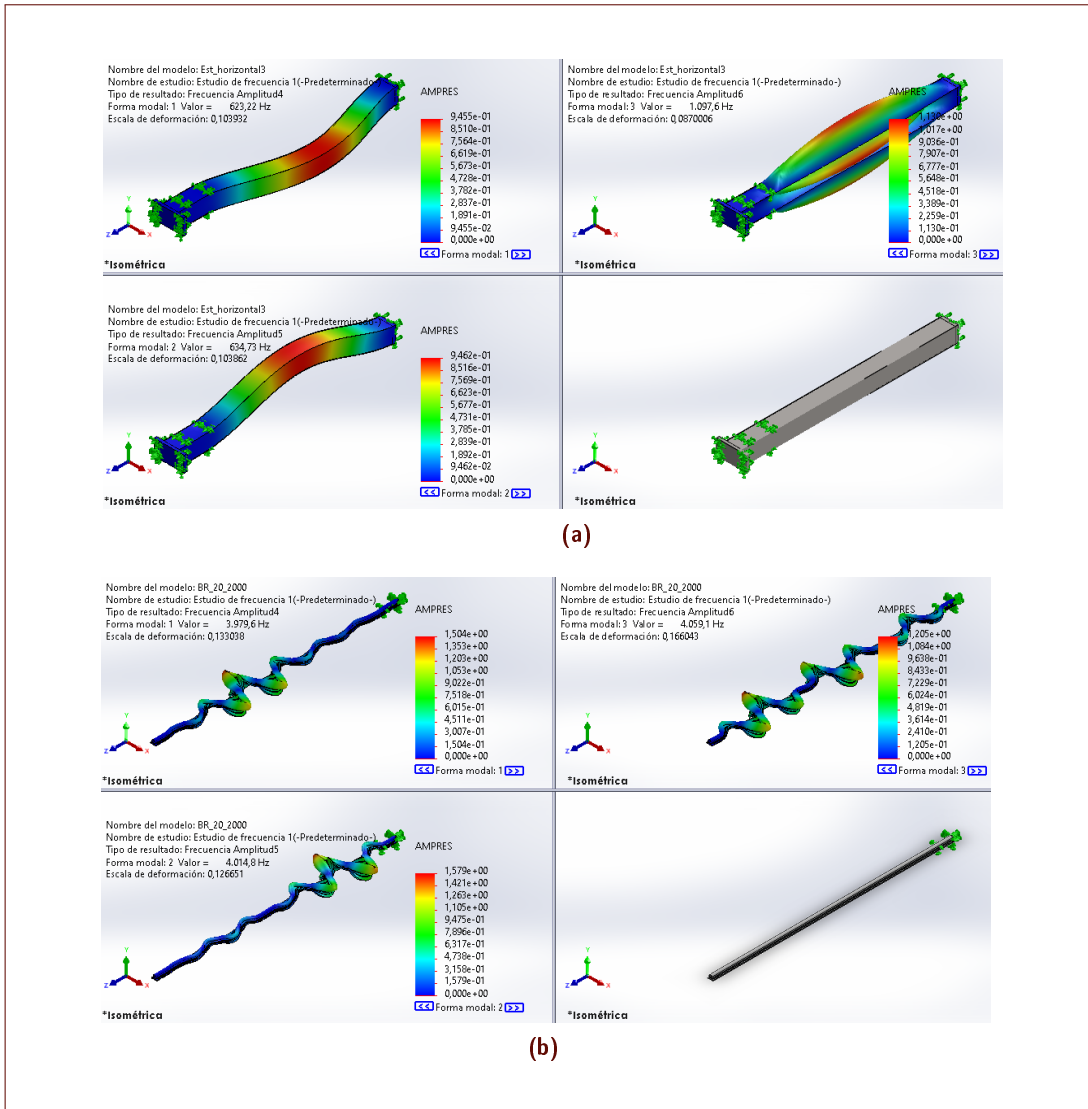
Las frecuencias obtenidas en los casos de las estructuras aquí analizadas, son altas y por eso según los datos de las tablas los desplazamientos son mínimos. Entonces los efectos externos no podrían afectar de manera apreciable el funcionamiento del robot. El factor de seguridad aumentará cuando se tenga la estructura ensamblada con las piezas aquí analizadas.

## 2.6 SIMULACIÓN *Simscape Multibody*

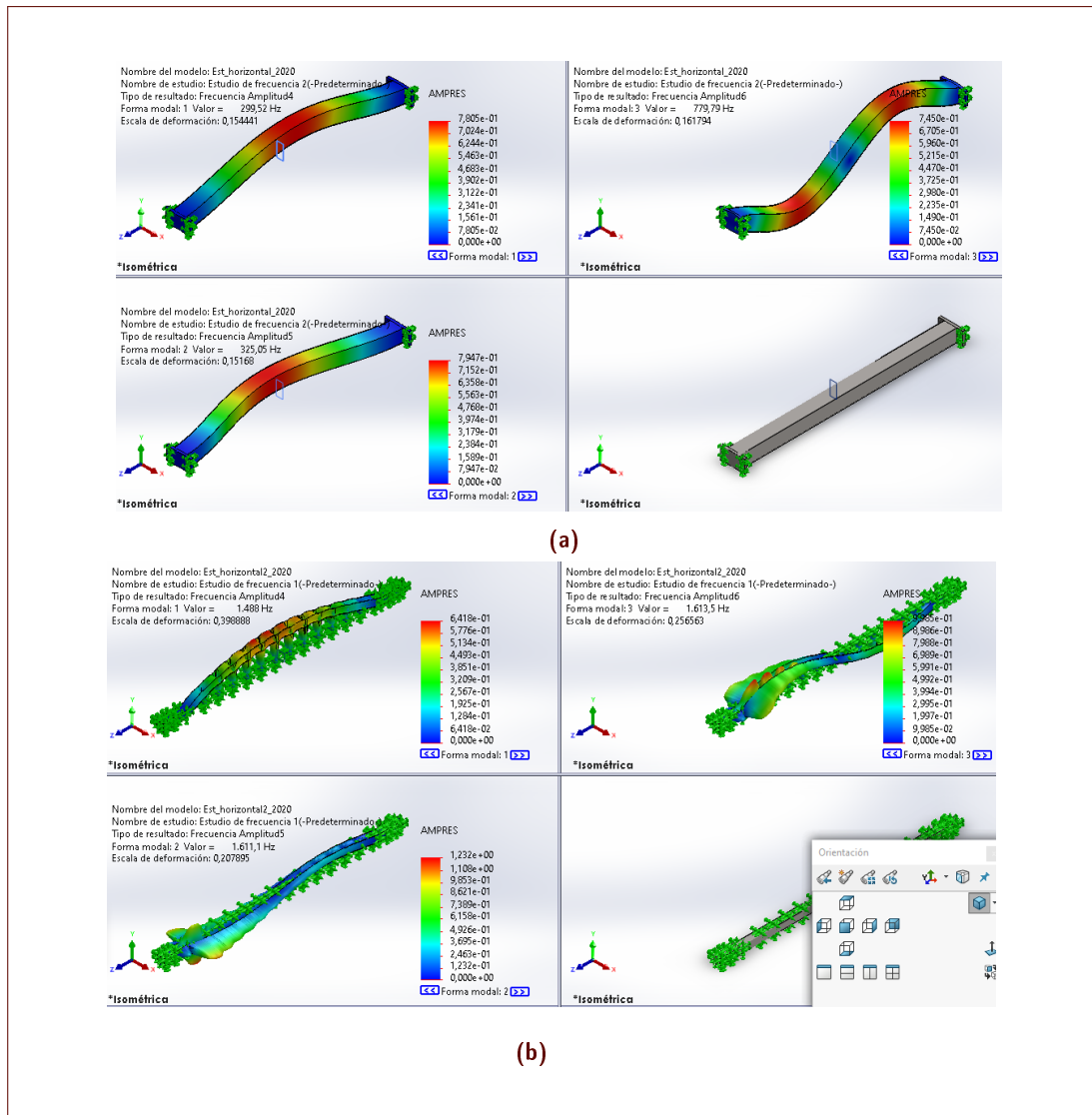
Una vez ha sido culminado el diseño y se conoce el mecanismo de cada una de las articulaciones, se procede a exportar el CAD a un sistema de bloques que representan cada masa móvil y fija referentes al conjunto robot y cortadora. Es muy importante que se organice el diseño tomando en cuenta que *Simscape Multibody* no soporta algunas relaciones de posición entre piezas, como por ejemplo las de engranaje o los límites de distancia recorrida impuestos desde el software donde se realizó el CAD. Entonces es necesario redefinir esas relaciones de posición a través de bloques que en *Simscape*



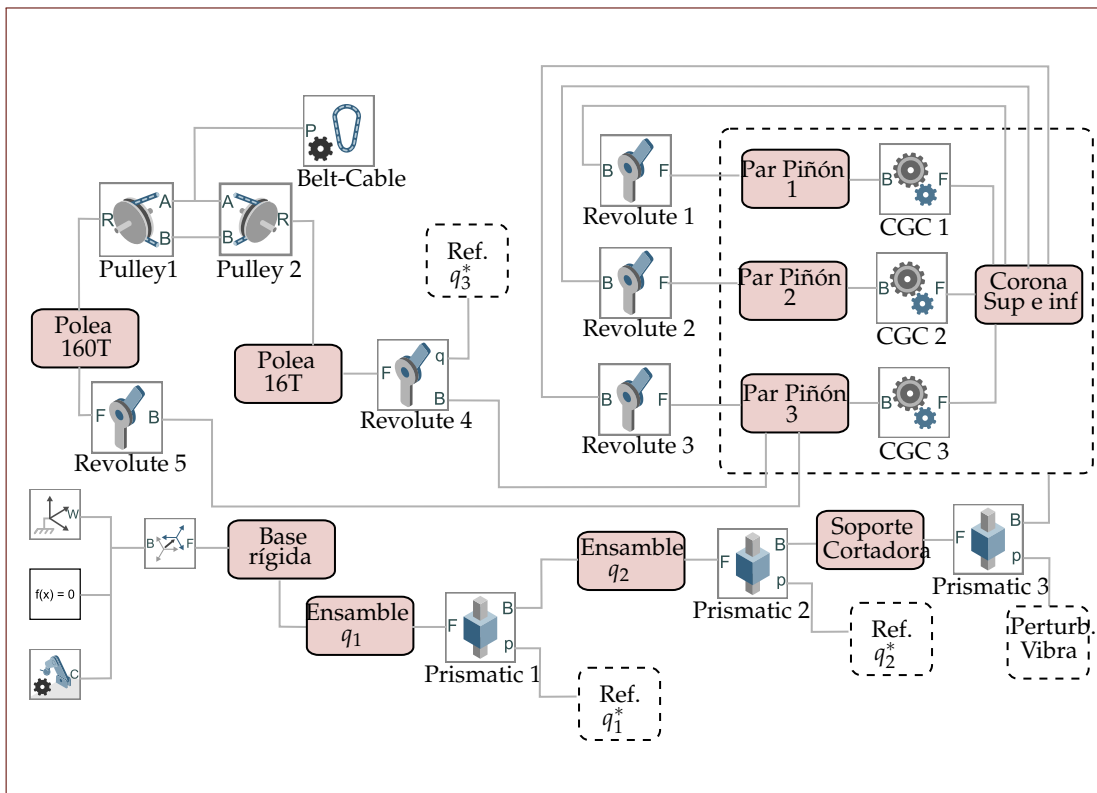
## 2. CAD Y SIMULACIÓN



**Figura 2.5:** Resultado visual del análisis modal realizado en simulación (a) Viga vertical de sostenimiento. (b) Guía lineal de  $q_1$ .



**Figura 2.6:** Resultado visual del análisis modal realizado en simulación (a) Viga horizontal corta. (b) Viga horizontal larga que soporta a la guía lineal de  $q_1$ .



**Figura 2.7:** Diagrama de bloques simplificado del sistema en *Simscape Multibody*.

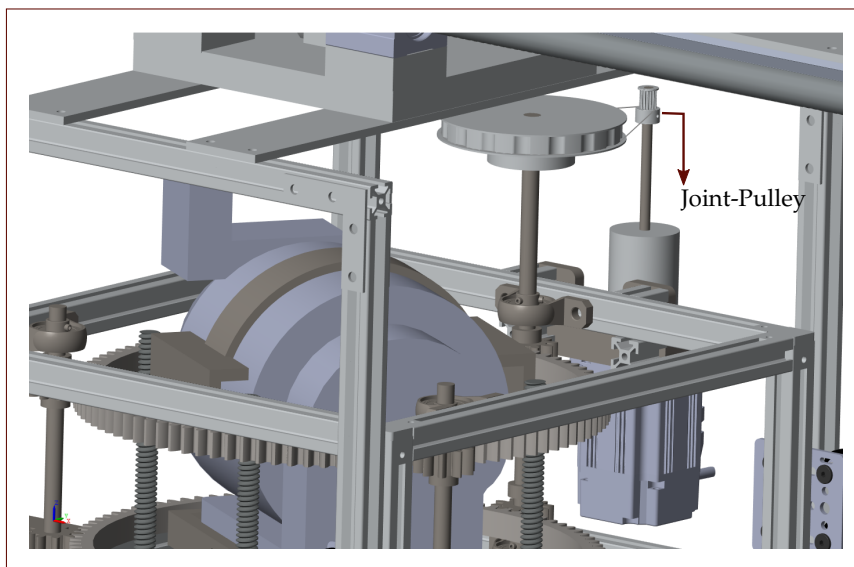
*Multibody* cumplen la misma función, y se interconectan con los subsensamblajes. Por lo tanto es conveniente disponer de un subsensamblaje por cada unidad móvil que se tenga, más uno adicional que represente la base al piso sobre la cual se montan todos los elementos. La simulación en cuestión emplea bloques *joint* existentes en *Simscape Multibody* como se ve en la figura 2.7. Se pueden distinguir las referencias  $q_1^*$ ,  $q_2^*$  y  $q_3^*$  de entrada en las dos bloques de articulación, que son provenientes del sistema de planificación de trayectorias cuya dinámica se verá reflejada en los movimientos generados durante la simulación.

A continuación se describen los bloques *joint* empleados:

- **Revolute:** Ejecuta un movimiento rotacional de una salida de bloque llamada *follower* al rededor del eje  $z$  correspondiente a una entrada de bloque llamada *base*. La entrada es un subsensamblaje que permanece inmóvil con respecto a la salida, que hace un movimiento rotativo con un solo grado de libertad. Se puede introducir una rotación deseada a través de una entrada adicional configurada, dicha referencia es posible darla en términos de posición o torque.
- **Common Gear Constraint:** Este *joint* solo puede estar entre dos subsensamblajes de tipo piñón, dispone de una entrada *base* y una salida *follower* que corresponden

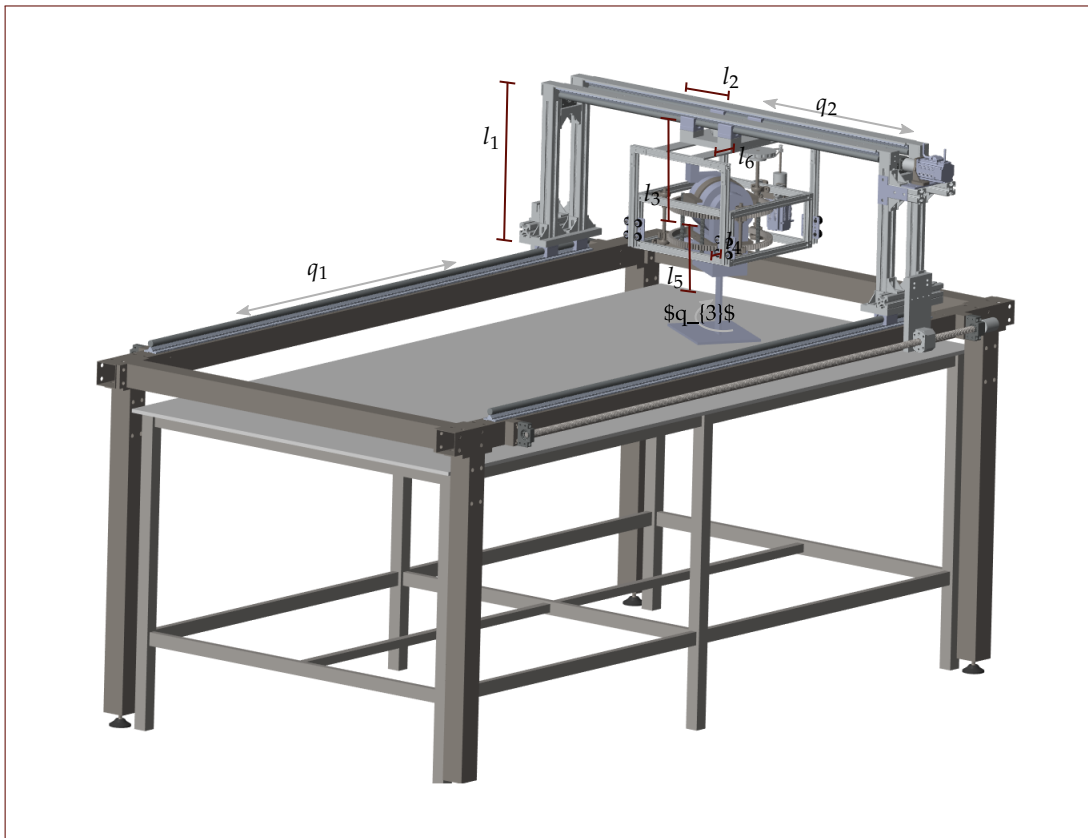
al piñón que transmite el movimiento y al que lo sigue respectivamente. En el bloque debe configurarse la relación de transmisión de engranajes o dicho de otra forma la relación de reducción, que para el caso en cuestión es el que está dado entre las coronas dentadas y cada piñón.

- *Prismatic*: La función de este bloque es relacionar dos subensamblajes bajo la interacción de traslación de la salida *follower* a lo largo del eje *z* asignado por *Simscape* a la entrada *base*. Para que se ejecute el movimiento prismático, debe seleccionarse un modo de actuación que se proporciona a través de una entrada adicional. Que bien puede ser de una posición deseada o dado en unidades de fuerza.
- *Pulley*: Posee una entrada *R* y dos salidas *A* y *B*, relaciona dos o más poleas teniendo como parámetro de configuración el radio de la polea conectada a su entrada *R*. Si se quiere establecer la relación de rotación entre dos poleas, es necesario utilizar dos *joint* de tipo *pulley*, una para cada polea. Teniendo cada polea conectada a la entrada *R* de su correspondiente bloque *Pulley*, luego se debe definir el mecanismo a través del cual se da la transmisión de movimiento entre el par de poleas ocupando sus salidas *A* y *B*. Esto se realiza a través de otro *joint* llamado *Belt-cable*, primero se conectan las salidas *A* y *B* de los dos *pulley* entre sí según se quiera que la correa esté cruzada o no, y luego se añade la conexión a la única entrada *P* del bloque *Belt-cable* indicando así que la transmisión entre las dos poleas será por correa. En la figura 2.8 se ve el hilo de unión entre las poleas que representa la transmisión por correa desde el motor al resto del sistema.



**Figura 2.8:** Detalle de la unión *Pulley* en el esquema 3D de la simulación en *Simscape Multibody*.

Cada *joint* toma como referencia el marco coordinado que *Simscape Multibody* asigna a los subensamblajes representados en bloques, para ejecutar la simulación de movi-



**Figura 2.9:** Vista de la planta en el simulador *Simscape Multibody* con las distancias de eslabón y articulación.

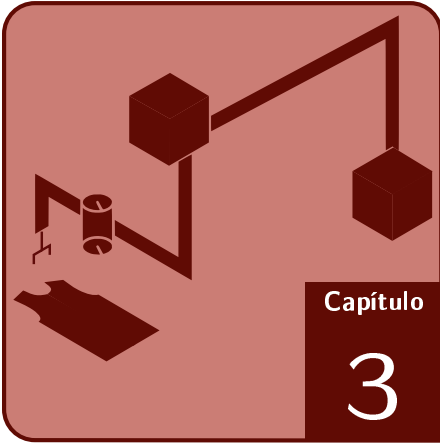
miento. A parte de los *joint* descritos que relacionan los bloques a través de un movimiento, también es posible interconectar cada bloque de subensamblaje usando una conexión rígida que significa una unión inmóvil entre estos con un marco coordinado que se asigna de manera específica. En estas conexiones rígidas representadas con líneas rectas, muchas veces se requieren bloques de transformación para orientar los marcos coordinados según convenga. El principal objetivo de simular el sistema en este software, es que se considere el efecto que tienen los aspectos físicos y mecánicos que contiene cada subensamblaje sobre la trayectoria que seguirá el efector final. De esta manera es posible realizar una validación de la estrategia de generación de trayectorias y de la robustez del controlador implementado, tomando las condiciones iniciales de operación cinemáticas y dinámicas de la tabla 2.1.

Para generar el modelo geométrico de posición es necesario conocer las distancias entre articulaciones y de eslabones, en la figura 2.9 se pueden visualizar 6 distancias que han sido medidas desde el diseño CAD y el sistema cortadora-robot montado con la mesa de corte desde la visualización 3D de *Simscape Multibody*. A continuación se describe cada distancia  $l$ :

- $l_1$  Distancia vertical de eslabón entre las articulaciones  $q_1$  y  $q_2$ , su valor corresponde a 459.81mm.
- $l_2$  Distancia *offset* entre el centro de masa de la cortadora y la caja de rotación (ver figura 2.4), medida sobre la línea del desplazamiento de  $q_2$ , su valor corresponde a 845.33mm.
- $l_3$  Distancia vertical de eslabón entre las articulaciones  $q_2$  y  $q_3$ , su valor corresponde a 230.48mm.
- $l_4$  Distancia horizontal entre  $q_3$  y el centro de masa del efector final (cortadora), su valor corresponde a 45.87mm.
- $l_5$  Distancia vertical entre  $q_3$  y la parte frontal de la cuchilla (punto que se considera la posición operacional), su valor corresponde a 137.18mm.
- $l_6$  Distancia horizontal de eslabón entre  $q_2$  y  $q_3$ , su valor corresponde a 13.01mm.

Las inercias, las masas, los materiales de construcción, la ubicación del centro de masa y los coeficientes de fricción son propiedades físicas que anterior a la exportación desde el software donde se hizo el diseño CAD, fueron definidas y luego son adoptadas por *Simscape Multibody* donde se obtiene el entorno mostrado en la figura 2.9. En el que se puede observar el movimiento de cada una de las articulaciones según las entradas  $q_1^*$ ,  $q_2^*$  y  $q_3^*$ , lo que finalmente resulta en la posición operacional de la cuchilla cortadora sobre la mesa de corte que puede ser graficada.





# Modelo Cinemático y dinámico del robot 3GDL

---

## CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

3.1 MODELO GEOMÉTRICO DE POSICIÓN

3.2 CINEMÁTICA INSTANTÁNEA

3.3 MODELO DINÁMICO DEL ROBOT DE 3GDL

---

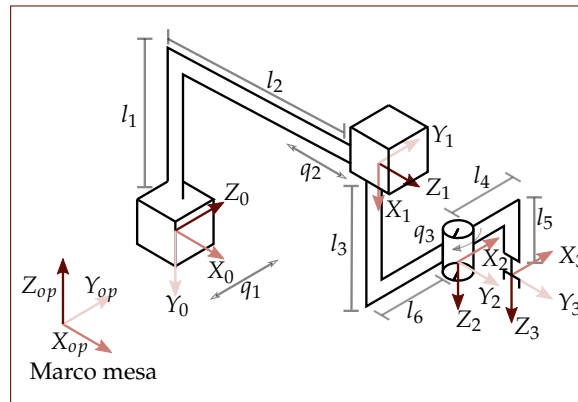
Desde la representación simbólica del robot de 3 GDL, se hace la deducción de los parámetros que intervienen en el modelo de la planta. Con el que posteriormente se sintoniza el controlador y constituye el sistema para el seguimiento de las trayectorias. Se deben considerar elementos concernientes al diseño CAD ya descrito, que es a través del cual se maneja el efector final, para determinar cómo será el movimiento de la máquina. En este capítulo se muestra como a partir del modelo de posición, se obtiene la función de transferencia de la planta.

### 3.1 MODELO GEOMÉTRICO DE POSICIÓN

---

A partir de la figura 3.1 a través de la cual se representa de manera simplificada partiendo del diseño CAD, el esquema que permite visualizar las articulaciones del robot de 3GDL, donde los cubos representan articulaciones prismáticas y el cilindro representa la articulación rotativa. Además se establecen las 6 longitudes  $l_m$  cuya medida se puede observar en el diseño CAD. Se resuelve el sistema mediante cinemática directa siguiendo el criterio de *Denavit-Hartenberg* [16].





**Figura 3.1:** Diagrama simplificado para el Robot tipo Gantry de 3 GDL.

### 3.1.1 Modelo directo

Consiste en determinar cuáles son los parámetros de posición de la cuchilla de corte, a partir de la posición de cada una de las tres articulaciones que componen la cadena cinemática el robot, estableciendo un sistema coordenado de referencia.

La primera articulación  $q_1$  es prismática y tiene un desplazamiento lineal, en la cadena cinemática luego se ubica la segunda articulación que también es prismática y su movimiento lineal se denomina  $q_2$ . La última articulación  $q_3$  es rotacional y se encuentra cercana al efector final que en este caso es la máquina cortadora de telas.

En cada articulación se ubica un marco coordenado  $Z_i$  paralelo y en dirección positiva hacia el movimiento lineal, en el caso de las prismáticas  $q_{1,2}$  y para la rotacional  $q_3$  se posiciona en dirección positiva siguiendo el giro dextrógiro. Luego se asignan los ejes  $X_i$  perpendiculares a cada par  $Z_i$  y  $Z_{i-1}$ , por último se agregan los  $Y_i$  sobre cada articulación en la dimensión que aún no tiene un eje coordenado. Cabe agregar que en el efector final el marco coordenado asignado corresponde al mismo que tiene la última articulación.

Como hay tres articulaciones  $q_i$  entonces  $i$  en la tabla 3.1 puede ser 1,2,3. Las filas entonces, hacen referencia al número de la articulación en cuestión. Por otro lado las columnas corresponden a dos parámetros de eslabón  $a_i$  y  $\alpha_i$  y dos de articulación  $d_i$  y  $\theta_i$ .

El parámetro  $\alpha_i$  se determina observando el ángulo de torsión de eslabón alrededor de  $X_i$  que existe entre  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ .  $a_i$  será la distancia que debe desplazarse el eje coordenado  $Z_{i-1}$  a lo largo de  $X_i$  para llegar a  $Z_i$ . Los parámetros  $d_i$  y  $\theta_i$  van a ser variables o no dependiendo de la naturaleza de la articulación, si se está trabajando con una prismática o con una rotacional. Cuando se tienen desplazamientos lineales de articulación en el robot,  $d_i$  será un parámetro variable y si se tienen movimientos rotacionales,  $\theta_i$  corresponderá a la posición angular que cambia según mueva  $q_i$ . La medida de  $\theta_i$  se determina observando el ángulo en el que debe girarse el eje  $X_{i-1}$  al rededor de  $Z_{i-1}$  para que quede paralelo con  $X_i$ , únicamente cuando se trata de una articulación prismática

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	$l_1$	$90^\circ$	$q_1$	$90^\circ$
2	$l_6$	$90^\circ$	$l_2 + q_2$	$90^\circ$
3	$l_4$	0	$l_5 + l_3$	$q_3$

**Tabla 3.1:** Parámetros *Denavit-Hartenberg* para la deducción de la matriz homogénea del robot tipo Gantry.

y si no será catalogado como  $q_i$ . La longitud de  $d_i$  es la distancia que debe desplazarse  $X_{i-1}$  en la dirección de  $Z_{i-1}$  para quedar alineado con  $X_i$  si se está midiendo sobre una articulación rotativa, y si por el contrario es prismática, será nombrado como  $q_i$  donde es posible que tenga una compensación y sea necesario sumarle una longitud.

La articulación se mueve conforme lo haga su marco correspondiente según se determine en la matriz de rotación  ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$  (con dimensiones de  $3 \times 3$ ) y el vector de traslación  ${}^{i-1}\mathbf{t}_i$  (con dimensiones de  $3 \times 1$ ). Como se puede percibir con ayuda de (3.1), la matriz de transformación homogénea se compone fundamentalmente de  ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$  y  ${}^{i-1}\mathbf{t}_i$ .

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} {}^{i-1}\mathbf{R}_i & {}^{i-1}\mathbf{t}_i \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Teniendo en cuenta los anteriores criterios, observando la figura 3.1 se consignan los parámetros  $\theta_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $a_i$  y  $d_i$  de la tabla 3.1 y con ellos se plantean las matrices de transformación homogénea (3.2) para cada articulación con respecto al marco coordenado de la anterior, que determinan los cálculos necesarios para realizar traslaciones o rotaciones del marco coordenado fijo  $i - 1$  considerando el marco móvil  $i$  siguiente.

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Usando (3.2) se hallan  ${}^0\mathbf{T}_1$ ,  ${}^1\mathbf{T}_2$  y  ${}^2\mathbf{T}_3$  con el fin de hacer la premultiplicación correspondiente a  ${}^0\mathbf{T}_3 = {}^0\mathbf{T}_1 \cdot {}^1\mathbf{T}_2 \cdot {}^2\mathbf{T}_3$  cuyo resultado se puede ver en (3.5).


$${}^0\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{Z_1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{O_1}$

$${}^0\mathbf{T}_2 = {}^0\mathbf{T}_1 \cdot {}^1\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & l_2 + q_2 \\ 0 & 0 & -1 & l_1 \\ -1 & 0 & 0 & q_1 - l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{Z_2} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{O_2}$

$${}^0\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} \sin q_3 & \cos q_3 & 0 & q_2 + l_4 \sin q_3 + l_2 \\ 0 & 0 & -1 & l_1 - l_3 - l_5 \\ -\cos q_3 & \sin q_3 & 0 & q_1 - l_4 \cos q_3 - l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$



Con (3.3), (3.4) y (3.5) se tiene la composición de la matriz de transformación homogénea en función de las coordenadas articulares  $q_i$ , mediante la que se encuentra la correspondencia entre la posición y la orientación de la cuchilla de corte textil, con respecto al marco coordenado de referencia  $[X_0, Y_0, Z_0]$  ilustrado en la Figura 3.1. De esta manera se establece como base la posición conocida de las articulaciones, para así hallar la posición del efector final asociado al último marco coordenado.

### 3.1.2 Modelo inverso

Los actuadores que producen el movimiento en las articulaciones, deben accionarse siguiendo una instrucción específica bajo un criterio deseado. En este caso corresponde al requerimiento principal, que es satisfacer la navegación sobre el espacio operacional, de tal manera que se recorran las piezas de confección. Por este motivo los actuadores que controlan el movimiento de las articulaciones, se accionan con el objetivo de alcanzar la posición requerida para el perfilamiento del contorno. Entonces a partir de las piezas de confección que se ubiquen sobre el espacio operacional, se sabe cuales son las posiciones deseadas del efector final y en consecuencia las articulaciones se mueven para satisfacer este criterio. Entonces es necesario resolver el problema de cinemática inversa, porque ya no se tiene como base la posición de las articulaciones para hallar la del efector final, si no que se conoce la ubicación de los contornos y por tanto las posiciones deseadas de la cuchilla de corte en el espacio operacional para luego definir el movimiento necesario de las articulaciones.

La función que permite resolver el problema de cinemática inversa se puede expresar como (3.6), con  $f$  dada en el dominio de operación y es la que se va a hallar para poder resolver el modelo inverso.

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = f(x_{op}, y_{op}, \theta_{op}) \quad (3.6)$$

Se toma el vector  ${}^0\mathbf{t}_3$  dentro de (3.5) obtenido en la solución de cinemática directa, para definir (3.7) en donde se nombra la relación entre las posiciones de articulación  $q_i$  y la posición de la cuchilla de corte  $X_{op}$ ,  $Y_{op}$  y  $Z_{op}$ . La posición operacional ubicada sobre el marco mesa, tiene una equivalencia con respecto al marco coordenado base como se ve en la figura 3.1. Entonces se establecen las equivalencias entre el marco mesa y la

referencia base:  $X_0 \rightarrow X_{op}$ ,  $Y_0 \rightarrow Z_{op}$  y  $Z_0 \rightarrow Y_{op}$ .

$${}^0\mathbf{t}_3 = \begin{bmatrix} X_{op} \\ Z_{op} \\ Y_{op} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} q_2 + l_4 \sin q_3 + l_2 \\ l_1 - l_3 - l_5 \\ q_1 - l_4 \cos q_3 - l_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{op} \\ Z_{op} \\ Y_{op} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Como se ve en (3.7), no hay traslación del robot en  $Z_{op}$  y por lo tanto es un valor fijo que resulta de  $l_1 - l_3 - l_5$ . En cambio si se presentan traslaciones en  $X_{op}$  y  $Y_{op}$  que dependen de  $q_1$ ,  $q_2$  y  $q_3$ , por otro lado  $q_3$  sería el mismo  $\theta_{Y_{op}}$  de la cortadora. En este orden de ideas se pueden establecer las equivalencias (3.8), (3.9) y (3.10).

$$q_1 = Y_{op} + l_4 \cos q_3 + l_6 \quad (3.8)$$

$$q_2 = X_{op} - l_2 - l_4 \sin q_3 \quad (3.9)$$

$$q_3 = -\theta_{Y_{op}} \quad (3.10)$$

De esta forma con los parámetros operacionales se hallan las posiciones de articulación.

## 3.2 CINEMÁTICA INSTANTÁNEA

La matriz  ${}^0\mathbf{T}_3$  resultante se necesita para calcular el modelo geométrico o cinemática diferencial mediante el *Jacobiano* como se describe en [17]. En (3.13)  $Z_0$  es el vector unitario de dirección  $\hat{k} = [0 \ 0 \ 1]^T$ ,  $Z_1$  y  $O_1$  son los vectores columna que se muestran en (3.3),  $Z_2$  y  $O_2$  son los vectores columna que se muestran en (3.4) y  $O_3$  el vector columna que se muestra en (3.5). Cabe agregar que cada  $\mathbf{J}$  se puede dividir en dos partes, las primeras tres filas corresponden a velocidades lineales y las siguientes tres filas son

velocidades angulares:  $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 3 \times 3 \\ - - - \\ 3 \times 3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{vel lin} \\ - \\ \text{vel rot} \end{matrix}$

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} Z_0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} Z_0 & Z_1 & Z_2 \times (O_3 - O_2) \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Organizando los vectores y Realizando los cálculos propuestos en (3.13), (3.11) y (3.12), se obtienen las matrices (3.14), (3.15) y (3.16) con las que se pueden calcular las velocidades operacionales, a partir de las velocidades articulares. En función de las longitudes y grados de libertad especificados a través de la Figura 2.9.

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & l_4 \cos(q_3) \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & l_4 \sin(q_3) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Como era de esperarse en (3.16) se obtuvieron dos velocidades lineales y una angular, acorde a los grados de libertad del robot. Tomando en cuenta el marco coordenado base  $[ X_0 \ Y_0 \ Z_0 ]$  de la primera articulación que se ve en la figura 3.1, se puede establecer la relación de las velocidades operacionales  $v_x, v_y, v_z, \omega_x, \omega_y$  y  $\omega_z$  con las velocidades articulares  $\dot{q}_1, \dot{q}_2$  y  $\dot{q}_3$ , mediante (3.17).

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{J}_3 \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Si lo que se requiere es encontrar las velocidades de articulación a partir de las velocidades operacionales, es necesario definir la cinemática diferencial inversa calculando la pseudoinversa de  $\mathbf{J}_3$ . Haciendo la operación matemática de (3.18), la inversa se pue-

de expresar como (3.19).

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_3^{-1} \begin{bmatrix} v_{xop} \\ v_{zop} \\ v_{yop} \\ \omega_{xop} \\ \omega_{zop} \\ \omega_{yop} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{J}_3^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & l_4 \sin q_3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & l_4 \cos q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Finalmente se plantea el sistema de ecuaciones (3.20), (3.21) y (3.22), en las que se calculan las velocidades a las que deben desplazarse y/o girar las articulaciones, teniendo las velocidades operacionales basándose en el marco mesa de la Figura 3.1.

$$\dot{q}_1 = v_{yop} + l_4 \sin q_3 \omega_{zop} \quad (3.20)$$

$$\dot{q}_2 = v_{xop} + l_4 \cos q_3 \omega_{zop} \quad (3.21)$$

$$\dot{q}_3 = -\omega_{zop} \quad (3.22)$$

### 3.3 MODELO DINÁMICO DEL ROBOT DE 3GDL

Con el modelo geométrico de posición y la cinemática instantánea, se halla el modelo dinámico del robot de 3GDL a partir del método *Lagrange-Euler* para determinar las fuerzas de acción, aplicadas sobre las articulaciones prismáticas del robot y el torque de la articulación rotativa [17]. Posterior al modelo dinámico en forma de ecuación diferencial, se procede a hallar una representación en espacio de estados del robot de 3GDL incluyendo perturbaciones que luego se podrán modelar y atenuar con el diseño del sistema de control. En esta sección también se considera la influencia del motor acoplado al accionamiento de cada articulación.

#### 3.3.1 Modelo dinámico con Lagrange-Euler

Para extraer las ecuaciones diferenciales que caracterizan el comportamiento de la planta, se debe determinar la equivalencia de las energías cinética y potencial de cada eje de movimiento. Es necesario conocer las velocidades de movimiento del robot con respecto a la base  $[ X_0 \ Y_0 \ Z_0 ]$  que se ve en la figura 3.1, en la tabla 3.2 se presenta el calculo correspondiente.

En cada articulación se requiere energía cinética debido a que se ejecuta un movimiento mecánico, entonces se define para el movimiento lineal como  $E_{kl} = \frac{1}{2}mv^2$  y para el

### 3. MODELO CINEMÁTICO Y DINÁMICO DEL ROBOT 3GDL

Art.	Vel.	Operación	Equivalencia
Lineal 1	$\mathbf{v}_1$	$\mathbf{J}_{1\text{vel lin}} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}$
Lineal 2	$\mathbf{v}_2$	$\mathbf{J}_{2\text{vel lin}} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dot{q}_2 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}$
Rotativa 3	$\omega_3$	${}^0\mathbf{R}_3 \mathbf{J}_{3\text{vel rot}} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \sin q_3 & \cos q_3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -\cos q_3 & \sin q_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\dot{q}_3 \cos q_3 \\ 0 \\ -\dot{q}_3 \sin q_3 \end{bmatrix}$

**Tabla 3.2:** Equivalencia vectores de las 2 velocidades lineales y la velocidad angular del robot de 3GDL.

rotacional es  $E_{kr} = \frac{1}{2}I\omega^2$ . Donde  $m$  es la masa que mueve cada articulación prismática ( $m_1$  y  $m_2$ ),  $I$  es la inercia de rotación que mueve la articulación rotativa y  $\mathbf{v}$  y  $\omega$  son la magnitud de cada vector velocidad de la tabla 3.2 columna "Equivalencia". Luego por principio de conservación, se considera la energía potencial almacenada asumiendo que cada articulación está sometida a un campo de fuerza. Expresándola como  $E_p = mgh$  donde  $g$  corresponde a la aceleración de la gravedad y  $h$  es la altura a la que se encuentra la articulación con respecto a la base. Se halla el *Lagrangiano*  $L(t)$  (3.23) calculando las dos energías anteriormente mencionadas como se muestra en (3.24).

$$L(t) = E_k - E_p \quad (3.23)$$

$$L(t) = \left( \frac{1}{2}m_1\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}m_2(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) + \frac{1}{2}I\dot{q}_3^2 \right) - (m_2gl_1 + m_2g(l_1 - l_3 - l_5)) \quad (3.24)$$

Usando el método de *Lagrange-Euler* de (3.24) se extraen las derivadas parciales (3.25), (3.26) y (3.27) con las que se determinan las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  para las articulaciones prismáticas y el torque  $\tau_3$  para el tercer grado de libertad.

$$F_1 = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right\} - \frac{\partial L}{\partial q_1} \rightarrow F_1 = m_2\ddot{q}_1 \quad (3.25)$$

$$F_2 = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right\} - \frac{\partial L}{\partial q_2} \rightarrow F_2 = m_1\ddot{q}_2 \quad (3.26)$$

$$\tau_3 = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} \right\} - \frac{\partial L}{\partial q_3} \rightarrow \tau_3 = I_3\ddot{q}_3 \quad (3.27)$$

Debido a que las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  y el torque  $\tau_3$  obtenido solamente contienen el parámetro  $q_i$  respectivo, se puede decir que cada grado de libertad se expresa de manera independiente, por tanto el sistema es desacoplado y se puede presentar como se ve en (3.28).

$$\mathbf{G}_p = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{e1} + m_{e2} & 0 & 0 \\ 0 & m_{e2} & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

### 3.3.2 Funciones de transferencia y modelo de los actuadores

El modelo dinámico hallado con el método de *Lagrange-Euler* es completamente desacoplado para cada articulación, porque como se ve en (3.28) la matriz obtenida es diagonal. Por este motivo, se trabajarán los tres modelos (uno por cada articulación) de forma separada, pero asumiendo modelos similares en cuanto a la inclusión de los actuadores y de las perturbaciones. Partiendo de (3.28), se halla el sistema en términos de la variable de la frecuencia  $s$ , obteniendo (3.29) también como un modelo desacoplado compacto denominado  $\mathbf{G}_\gamma$ . El procedimiento matemático detallado para obtener el resultado mostrado en (3.29) se muestra en el Anexo B.

$$\mathbf{G}_\gamma(s) = \begin{bmatrix} \frac{q_1(s)}{F_1(s)} \\ \frac{q_2(s)}{F_2(s)} \\ \frac{q_3(s)}{\tau_3(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{\gamma 1} & 0 & 0 \\ 0 & G_{\gamma 2} & 0 \\ 0 & 0 & G_{\gamma 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(m_{e1}+m_{e2})s^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{e2}s^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_3s^2} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

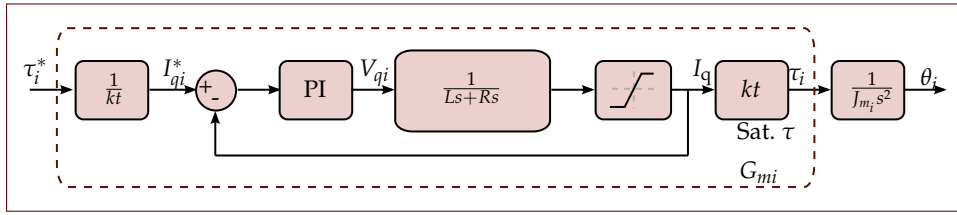
#### Modelo dinámico de los actuadores

El modelo hasta ahora hallado según los criterios de restricciones anteriormente descritos, consiste en la relación de las fuerzas o torques de las articulaciones sobre la cadena cinemática del robot. Se consideran masas e inercias de los eslabones que generan la estructura del robot, pero no se cuenta con un modelo más completo donde se incorpore la dinámica de los motores que se acoplarán como actuadores articulares. Así las cosas, se parte de la selección de actuadores *DMM-Tech 86M-DHT-A6MK1* [14], porque cuentan con un control de torque que puede ser utilizado para la generación de las señales de control que corresponden a las mismas señales de entrada del modelo  $\mathbf{G}_p$  (3.28).

Los motores seleccionados son trifásicos sincrónicos de imanes permanentes (PMSM), cuyo modelo dinámico se puede abstraer de forma simplificada teniendo en cuenta lo planteado por [18, 19] y el sistema de lazo cerrado propuesto por el fabricante de los actuadores. Donde se detalla un control de torque basado en la transformación de coordenadas  $d$ - $q$  [9].

El modelo dinámico simplificado de cada uno de los motores parte del diagrama de bloques de la Figura 3.2 donde los parámetros de resistencia e inductancia de armadura,  $R_s$  y  $L_s$ , se abstraen de aplicaciones similares como las trabajadas en [19], mientras





**Figura 3.2:** Diagrama de bloques para el modelo de cada uno de los actuadores articulares.

que la constante de torque  $kt$  para cada motor usado en la articulación  $i$  es un parámetro dado por el fabricante [9] en donde se especifica el esquema básico del PNSM.

En el lazo de control de la figura 3.2 se tiene un control de lazo cerrado proporcional integral (PI) de corriente, para regular el torque que debe aplicar cada motor.

De forma simplificada, considerando el diagrama de bloques del control de corriente/torque del fabricante [9], el modelo matemático descrito en [18] del motor consiste en el controlador empleado a la coordenada  $q$  (eje cuadratura) de la transformación de *Park* y *Clarke* aplicada a los PMSM. La referencia de una corriente proporcional al torque generado por el motor se da en la coordenada  $q$ , mientras que la coordenada  $d$  (eje directo) tiene una referencia de cero [9]. Cabe aclarar que el sistema de control manejado por el fabricante es un control de torque indirecto, dado por una corriente proporcional en  $q$  que se describe como  $I_q$  (ver figura 3.2). Normalmente los controladores usados para el torque (o en este caso la corriente proporcional al torque) son de tipo Proporcional-Integral (PI) tal y como se muestra en [19]. El compensador entrega una señal de tensión  $V_q$  de control para el PMSM, y la realimentación se da por medio de un sensor de corriente integrado al sistema de los motores. El modelo considera un saturador como se puede ver en la figura 3.2, cuya función consiste en limitar los valores máximos y mínimos de corriente máxima de los actuadores.

En cuanto al componente mecánico del PMSM, se tiene una inercia para cada actuador del robot  $J_{m_i}$ . También es un parámetro dado por el fabricante y supone una carga adicional, que debe tener en cuenta la parte eléctrica del motor para generar el torque necesario y consecuentemente, el movimiento articular sobre el eslabón. Así la salida del modelo del motor es la posición angular  $\theta_i$  posteriormente se transformará en un movimiento lineal para las dos articulaciones prismáticas, o rotacional para la articulación rotativa.

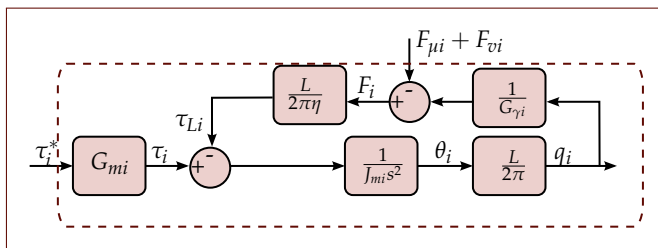
### 3.3.3 Modelo dinámico con actuadores y perturbaciones

Teniendo el modelo de los motores y el modelo *Lagrange-Euler* del robot de 3GDL, se considera el acoplamiento mecánico entre los actuadores de cada articulación, con el modelo  $\mathbf{G}_\gamma$  (3.29), de tal manera que tenga una señal de actuación directamente de los motores y no de fuerzas o torques articulares. Por lo tanto, se procede a ubicar la relación de posición angular con respecto a un desplazamiento lineal dado por el

tornillo de bolas recirculantes (*ballscrew*) que se usa como mecanismo de transmisión de movimiento para las articulaciones prismáticas [13]. La relación entre la posición angular  $\theta_i(t)$  y la posición articular  $q_i(t)$  de desplazamiento lineal para  $i = 1, 2$  se describe en (3.30) que depende del paso de rosca  $L$  (parámetro de construcción del *ballscrew* SFU2005 [13]).

$$q_i(t) = \frac{L}{2\pi} \theta_i(t) \quad (3.30)$$

Debido a que el motor ejecuta una acción dinámica sobre su respectivo eslabón, el modelo *Lagrange-Euler* de las articulaciones prismáticas  $i = 1, 2$  se considera como una carga adicional para el motor ya que tiene parámetros dinámicos de masa de eslabón, que a fin de cuentas, se traduce en un torque de carga adicional. Por este motivo, se usa la inversa de la función de transferencia  $G_{\gamma_i}(s)$  (ver funciones en (3.29)) con el objetivo de tener una salida de torque de carga al motor  $\tau_{Li}$  a raíz de una posición articular de entrada  $q_i$ . En la Figura 3.3 se muestra el diagrama de bloques correspondiente, donde se considera, a la vez, la transformación de fuerza a torque de carga dada por *ballscrew*, donde se asocia también el parámetro de eficiencia dinámica del mecanismo  $\eta$ .



**Figura 3.3:** Diagrama de bloques de acoplamiento del motor con el modelo Lagrange-Euler para articulaciones prismáticas.

### Señales de perturbación para articulaciones prismáticas

Se consideran las perturbaciones asociadas al movimiento de la máquina de corte, donde se origina el rozamiento y la vibración. Cuando la cortadora vertical se moviliza sobre el área de trabajo, el contacto entre su base y la mesa genera fuerzas contrarias al movimiento deseado en el robot. Se modela una fuerza de rozamiento  $F_{\mu i}(t)$  equivalente en dirección opuesta a la fuerza articular aplicada por la articulación  $i$ . Esta fuerza de rozamiento tiene un componente de fricción estática y otro componente de fricción dinámica que se asumen como fuerzas de oposición constante debido a que la máquina de corte permanentemente está en contacto con la superficie de la mesa. Sin embargo, la fricción estática se debe modelar como una fuerza mayor a la fuerza de fricción dinámica, y esto dependerá del movimiento de la máquina cortadora.

La vibración de la máquina en su operación normal genera cambios en la posición de la cuchilla que ejecuta el corte sobre la tela. Por este motivo, se modela una perturbación

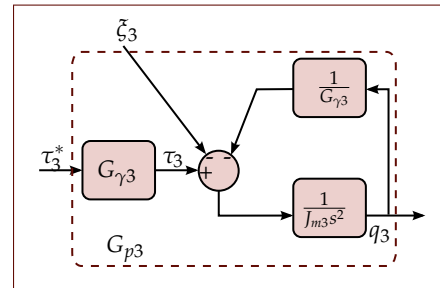
periódica que corresponde a una fuerza de oposición  $F_{vi}(t)$  equivalente sumada a la fuerza articular de actuación.

$$\zeta_i(t) = \frac{L}{2\pi\eta} \underbrace{(F_{\mu i}(t) + F_{vi}(t))}_{\delta_i} \quad (3.31)$$

La vibración de la máquina causa que en el robot de 3GDL la precisión de la ejecución del corte se vea disminuida. Las fuerzas de perturbación se suman para tener una perturbación total mostrada en (3.31) con  $i = 1, 2$ , de tal manera que  $\zeta_i(t)$  constituye una perturbación de torque en el motor a causa de la fricción y la vibración. Esta señal  $\zeta_i(t)$  se suma con el torque de carga  $\tau_{Li}$  que impone el eslabón sobre el actuador  $i$ .

### Modelo para articulación rotativa

La tercera articulación rotativa a diferencia de las articulaciones prismáticas, cuentan con un mecanismo de reducción por engranajes en vez de un *ballscrew*. Entonces el torque de carga que puede poner al tercer eslabón sobre el tercer actuador, sigue la relación inversa de  $G_{\gamma 3}$  junto con el bloque que representa la relación de engranajes  $\vartheta$  de la corona dentada. Que está acoplada a la máquina con el motor de accionamiento rotacional tal y como se describió en el modelo CAD. El diagrama de bloques asociado al acoplamiento del modelo *Lagrange-Euler* de la tercera articulación, con el motor articular correspondiente se muestra en la Figura 3.4.



**Figura 3.4:** Diagrama de bloques de acoplamiento del motor con el modelo *Lagrange-Euler* para la articulación rotativa.

$$\zeta_3 = \tau_{\mu} + \tau_v \cdot \frac{1}{J_{m3} s^2} \quad (3.32)$$

Para este caso, se tiene un torque de fricción  $\tau_{\mu}$  y un torque de vibración  $\tau_v$  que son las perturbaciones para este modelo y actúan como señales que se oponen al torque ejercido por el actuador para generar la rotación de la máquina. La perturbación unificada del modelo se describe en (3.32).

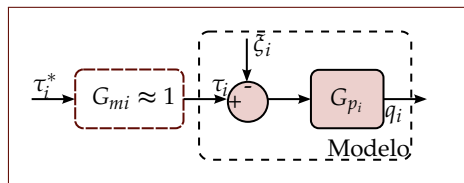
### Simplificación del modelo por cada articulación

Los diagramas de bloques mostrados en las Figuras 3.3 y 3.4 se simplifican por medio de álgebra de bloques, para obtener la posición articular como la señal de salida (3.33) correspondiente al modelo completo para articulaciones prismáticas (con  $i = 1, 2$ ). Para el caso de la articulación rotativa ( $i = 3$ ), se obtiene (3.34), donde la señal de salida es la posición angular. En todos los casos las entradas corresponden a los torques  $\tau_i(s)$  que se requieren por parte del actuador para generar el movimiento de cada articulación  $i$  del robot de 3GDL. Se define entonces el vector  $\mathbf{m} = [m_1 \ m_2]^T = [m_{e1} + m_{e2} \ m_{e2}]^T$ .

$$q_i(s) = \underbrace{\frac{2\pi\eta L}{(4\pi^2 J_{m_i} \eta + L^2 m_i) s^2}}_{G_{p_i}} (\tau_i^*(s) + \zeta_i(s)) = \frac{K_i}{s^2} (\tau_i(s) + \zeta_i(s)) \quad (3.33)$$

$$q_3(s) = \underbrace{\frac{\vartheta}{(\vartheta J_{m_3} + I_3) s^2}}_{G_{p_3}} (\tau_3^*(s) + \zeta_3(s)) = \frac{K_3}{s^2} (\tau_3(s) + \zeta_3(s)) \quad (3.34)$$

El modelo simplificado no incluye el lazo cerrado local que corresponde al control de corriente de los actuadores debido a que la dinámica de este lazo cerrado, al ser un sistema eléctrico, tendrá valores propios muy lejanos a los que pueden tener los modelos (3.33) y (3.34) ya que son de naturaleza mecánica. En consecuencia, el lazo cerrado local de tipo eléctrico para el control de corriente (proporcional al torque) de cada actuador no influirá significativamente en la dinámica dominante de los modelos mecánicos mencionados. Por lo tanto, el diagrama de bloques correspondiente al modelo de cada articulación del robot de 3GDL se muestra en la Figura 3.5.



**Figura 3.5:** Modelo dinámico simplificado para cada articulación del robot de 3GDL.

Como se observa  $G_{m_i}$  (modelo del actuador ver 3.2), está presente en el modelamiento pero no se considera dentro del diseño del sistema de control, debido a su baja influencia en la dinámica dominante de  $G_{p_i}$  (3.35). Esto se traduce en asumir que  $G_{m_i} \approx 1$  y su ventaja recae en la consideración de perturbaciones directamente sobre el torque de cada motor. El modelo del actuador  $G_{m_i}$  se considera como una dinámica no modelada.

### 3.3.4 Representación del modelo en el dominio del tiempo

### *Representación en espacio de estados*

Con el modelo de la planta expresado como funciones de transferencia, donde se consideraron perturbaciones exógenas descritas por  $\xi_i(t)$  equivalentes a la entrada de los modelos de articulación. Se procede a hacer la representación en espacio de estados para cada articulación  $i$ .

En todos los casos, los vectores de estados se seleccionan como  $\mathbf{x}_i(t) = [q_i(t) \quad \dot{q}_i(t)]^T$  con  $q_i$  como la posición articular del modelo  $i$ , mientras que  $\dot{q}_i$  es la velocidad articular. Se definen las matrices de dinámicas  $\mathbf{A}_i$ , el vector de entrada  $\mathbf{b}_i$  y la matriz de salida  $\mathbf{c}_i$ . Este modelo cuenta con la misma perturbación acoplada  $\xi_i(t)$  sumada con la señal de entrada  $\tau_i(t)$ . La representación en espacio de estados para cada modelo de articulación  $i$  se muestra en (3.35).

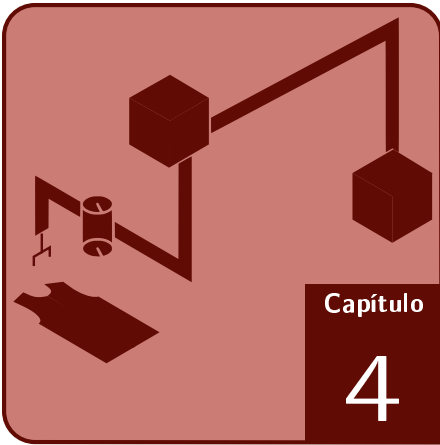
$$G_{p_i} = \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_i} \mathbf{x}_i + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ K_i \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_i} (\tau_i^* + \xi_i) \\ y_i(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}_i} \mathbf{x}_i \end{cases} \quad (3.35)$$

La salida del sistema se representa mediante  $y_i(t) = q_i(t)$  ya que se cuenta con sensores integrados al sistema de los motores, que arrojan mediciones de posición articular.

### *Representación como ecuación diferencial*

Otra representación útil para el diseño del sistema de control consiste en ecuaciones diferenciales, donde se da una relación directa, en el dominio del tiempo, de entrada a salida. Esto es especialmente útil en la definición de una ley de control basada en dinámicas del error de seguimiento. La representación del modelo de cada articulación  $i$  como una ecuación diferencial se muestra en (3.36), y se observa que es un sistema de segundo orden perturbado en la entrada.

$$\ddot{y}_i(t) = k_i (\tau_i(t) + \xi_i(t)) \quad (3.36)$$



# Controlador y Observador

---

## CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

4.1 OBJETIVOS Y ARQUITECTURA DE CONTROL

4.2 DISEÑO DEL CBDE

4.3 DISEÑO DEL ESO

4.4 LEY DE CONTROL CBDE BASADO EN ESO

---

El controlador es una parte importante dentro de la estrategia de planificación de trayectorias, se encarga de llevar el movimiento de las articulaciones a la referencia para que sea posible que la cortadora realice el recorrido deseado. Se consideran en primera instancia cuáles son los objetivos de control que satisfacen las condiciones del seguimiento de las trayectorias de corte, para luego aplicar la ley de control adecuada. En este capítulo se explican las razones para la selección del controlador, los motivos del uso de un observador de estados extendidos, el modelamiento de perturbaciones y su aplicación a la planta robot de 3 GDL y cortadora vertical.

### 4.1 OBJETIVOS Y ARQUITECTURA DE CONTROL

---

A continuación se enumeran los objetivos de control que se establecen como requerimientos iniciales, para conseguir un corte automatizado textil de calidad:

1. Seguimiento de posición con error nulo en estado estacionario, para obtener un perfilamiento de los cortes en confección bien definido y lo más cercano posible a los moldes de las prendas.
2. La acción de control  $u(t)$  debe estar limitada por el valor absoluto del torque máximo de los actuadores sobre cada articulación. Este parámetro lo proporciona el fabricante de los motores.

3. El controlador debe ser robusto ante dinámicas no modeladas o variación de parámetros. En este caso la fricción entre la cortadora y la mesa puede originar diferencias o inexactitudes, con respecto al modelo dinámico del robot de 3 GDL que se usa para sintonizar el controlador. Otras causas de dinámicas no modeladas son las vibraciones generadas por la máquina cortadora mientras se encuentra en funcionamiento. Dichas vibraciones generan señales armónicas de perturbación que repercuten directamente en la posición operacional de la cortadora, disminuyendo la precisión en los cortes.

Considerando los objetivos descritos, se propone una arquitectura de control sustentada en dos principios: Un controlador basado en la dinámica del error de seguimiento (CBDE), y un observador de estados extendidos (ESO). El controlador CBDE asegura que el lazo cerrado haga seguimiento sobre cualquier tipo de señal de referencia deseada. Entre tanto, el ESO añade la componente de desempeño robusto y rechazo de perturbaciones para que el CBDE cumpla con su objetivo principal que es mantener el error 0 en estado estacionario. Este requerimiento asegura una alta precisión de los cortes, debido a que las posiciones operacionales de la máquina de corte seguirán las posiciones operacionales deseadas (señales de referencia).

Con base en la sintonización del controlador, es posible cumplir el objetivo de prevención de saturación en las señales de control, que gobiernan a los actuadores de cada articulación del robot de 3GDL. También, el observador de estados extendidos elimina la necesidad de aplicar mediciones de velocidades articulares del robot, tomando solamente la información de medición de posición articular para generar todos los estados requeridos por el CBDE en la ley de control.

En la Figura 4.1 se observa el diagrama de bloques del sistema de control propuesto para cada articulación  $i$  del robot (debido a que el robot es de tres grados de libertad,  $i$  puede tomar los valores 1, 2 o 3). Dado que el modelo obtenido en el capítulo anterior es completamente desacoplado, se aplica la misma arquitectura para el control de cada articulación del robot de 3 GDL.

Para el caso mostrado en la Figura 4.1, el vector  $\mathbf{r}_i(t)$  representa las señales de referencia deseadas, donde  $\mathbf{r}_i(t) = [q_i^*(t) \ \dot{q}_i^*(t) \ \ddot{q}_i^*(t)]^T$  con  $q_i^*(t)$  como la posición articular de referencia de la articulación  $i$ ,  $\dot{q}_i^*(t)$  corresponde a la velocidad articular de referencia y  $\ddot{q}_i^*(t)$  es la aceleración articular de referencia.

La salida del modelo dinámico de cada articulación será  $y_i(t) = q_i(t)$  y los estados que estima el ESO del modelo dinámico de cada articulación se describen con el vector  $\hat{\mathbf{x}}_i(t) = [\hat{q}_i(t) \ \hat{\dot{q}}_i(t)]^T$ , que a su vez, se usan para el cálculo de la ley de control por parte del CBDE. La señal de control articular (torque del motor adaptado a la articulación), se describe como  $\tau_i(t)$ . La señal de salida del CBDE es  $u_i(t)$  mientras que la perturbación estimada acoplada equivalente a  $\hat{\xi}_i(t)$ , proveniente del ESO y se representa como  $\hat{\xi}_i(t)$ . El vector  $\hat{\xi}_i(t)$  representa dos perturbaciones: La fricción como una señal constante que se opone a la fuerza que emplea el robot para mover la máquina

y una señal periódica sinusoidal, que proviene de la vibración de la máquina de corte gracias a su operación.

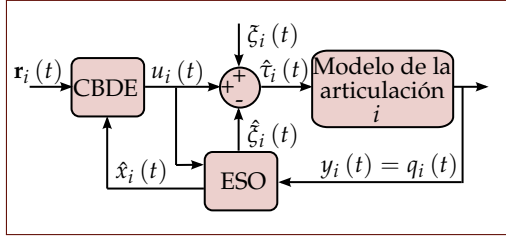


Figura 4.1: Arquitectura de control.

La ventaja de esta arquitectura de control presentada con respecto a otras basadas en espacio de estados [20, 21], consiste en que su diseño se concentra en rechazar las perturbaciones que pueda tener el modelo dinámico de cada articulación del robot. Logrando un modelo sin perturbaciones, el controlador CBDE será capaz de hacer seguimiento sobre cualquier tipo de señal de referencia sin que se presenten diferencias causadas por  $\zeta_i(t)$ .

## 4.2 DISEÑO DEL CBDE

El error de seguimiento que se define para cada articulación  $i$  como  $e_i(t) = q_i^*(t) - y_i(t)$ , debe comportarse según la ecuación diferencial homogénea descrita en (4.1) lo determine, con el objetivo de conseguir que  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$  es decir que el error en estado estacionario sea nulo. La ecuación diferencial que representa la dinámica del error depende de dos parámetros:  $k_1$  y  $k_0$ , que se escogen con base en un régimen transitorio deseado, para que no surjan sobrepicos (*overshoots*), y se ajuste correctamente el tiempo de establecimiento  $t_{ss}$  [22].

$$\ddot{e}_i(t) + k_1 \dot{e}_i(t) + k_0 e_i(t) = 0 \quad (4.1)$$

El diseño del CBDE consiste en hallar una ley de control  $u_i(t)$  que permita tener un error de seguimiento igual a cero en estado estacionario. Al reemplazar la definición  $e_i(t) = q_i^*(t) - y_i(t)$  de la dinámica del error y  $\ddot{y}_i(t)$  (3.36), en (4.1) y despejar  $u_i(t)$ , se obtiene (4.2).

$$u_i(t) = \frac{\ddot{q}_i^*(t) + k_1 \underbrace{(\dot{q}_i^*(t) - \dot{y}_i(t))}_{\dot{e}_i(t)} + k_0 \underbrace{(q_i^*(t) - y_i(t))}_{e_i(t)}}{k_i} \quad (4.2)$$

El criterio de sintonización de los parámetros de la ley de control (4.2) se determina a partir de la selección de los coeficientes del polinomio característico deseado de lazo



cerrado  $\lambda(s)$ , que para este caso corresponde a la transformada de *Laplace* aplicada a la dinámica del error (4.1). El resultado de esta operación describe a  $\lambda(s) = s^2 + k_1s + k_0 = 0$ . Con el objetivo de sintonizar correctamente los parámetros  $k_1$  y  $k_0$ , se expresa a  $\lambda(s)$  con la forma general de un polinomio característico de segundo orden  $\lambda_g(s) = s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2 = 0$ , encontrando las expresiones para calcular los coeficientes de sintonización tal y como lo muestran (4.3) y (4.4).

$$k_1 = 2\zeta\omega_0 \quad (4.3)$$

$$k_0 = \omega_0^2 \quad (4.4)$$

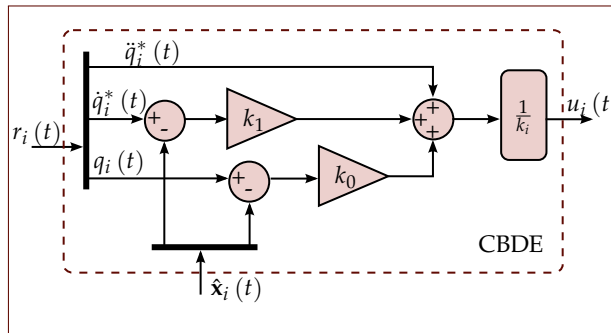
El valor de  $\zeta$  corresponde a la constante de amortiguamiento, y en este caso se asume como un valor unitario debido a que se desea una respuesta transitoria críticamente amortiguada (con ausencia de sobrepicos) [22]. El valor de  $\omega_0$  es la frecuencia natural deseada de lazo cerrado que depende del tiempo de establecimiento  $t_{ss}$  deseado. La relación entre  $\omega_0$  y  $t_{ss}$  se describe en (4.5) con base en la aproximación del 2% detallada por [22] para sistemas críticamente amortiguados.

$$t_{ss} \approx \frac{5,8335}{\omega_0} \quad (4.5)$$

Posterior a la sintonización de los valores  $k_1$  y  $k_0$ , se implementa el controlador CBDE de acuerdo con la ley de control (4.2). En esta ley de control se considera la realimentación de la salida de la planta  $y_i(t)$  por cada articulación, también la velocidad articular  $\dot{y}_i(t)$ , el cálculo del error de seguimiento  $e_i(t)$  y su derivada  $\dot{e}_i(t)$  con base en la información de las señales de referencia  $\ddot{q}_i^*(t)$  y  $q_i(t)$ . Las señales  $e(t)$  y  $\dot{e}(t)$  se multiplican por los coeficientes de sintonización  $k_0$  y  $k_1$  respectivamente, luego estas operaciones se suman con la señal de aceleración articular de referencia  $\ddot{q}_i^*(t)$  y por último, la operación se divide entre el parámetro definido por el modelo de cada articulación  $k_i$ . La implementación del controlador se muestra a través del diagrama de bloques representado en la Figura 4.2, donde se observa la realización de las operaciones de multiplicación y suma según (4.2).

Sin embargo el controlador CBDE no es capaz de generar un error nulo en estado estacionario cuando se presenta una perturbación en la planta, porque a la ley de control no se le ha aplicado el Principio del Modelo Interno (IMP) conceptualizado en [23] que permita cancelar perturbaciones externas. Además, la perturbación no está siendo medida ni se incluye en la ley de control. Esto se puede evidenciar mediante una prueba en la que se introduce una perturbación equivalente a la entrada, junto con el controlador CBDE actuando sobre la planta, donde se obtienen los resultados de las Figuras 4.3(b) y 4.3(c) basado en la estructura de lazo cerrado de la Figura 4.3(a).

Por lo tanto, el controlador CBDE por sí solo no es lo suficientemente robusto para cumplir con el tercer objetivo de control. Esto lleva a implementar un observador de



**Figura 4.2:** Diagrama de bloques controlador basado en la dinámica del error.

estados extendidos ESO que permita rechazar las perturbaciones de fricción y vibración de la máquina de corte.

### 4.3 DISEÑO DEL ESO

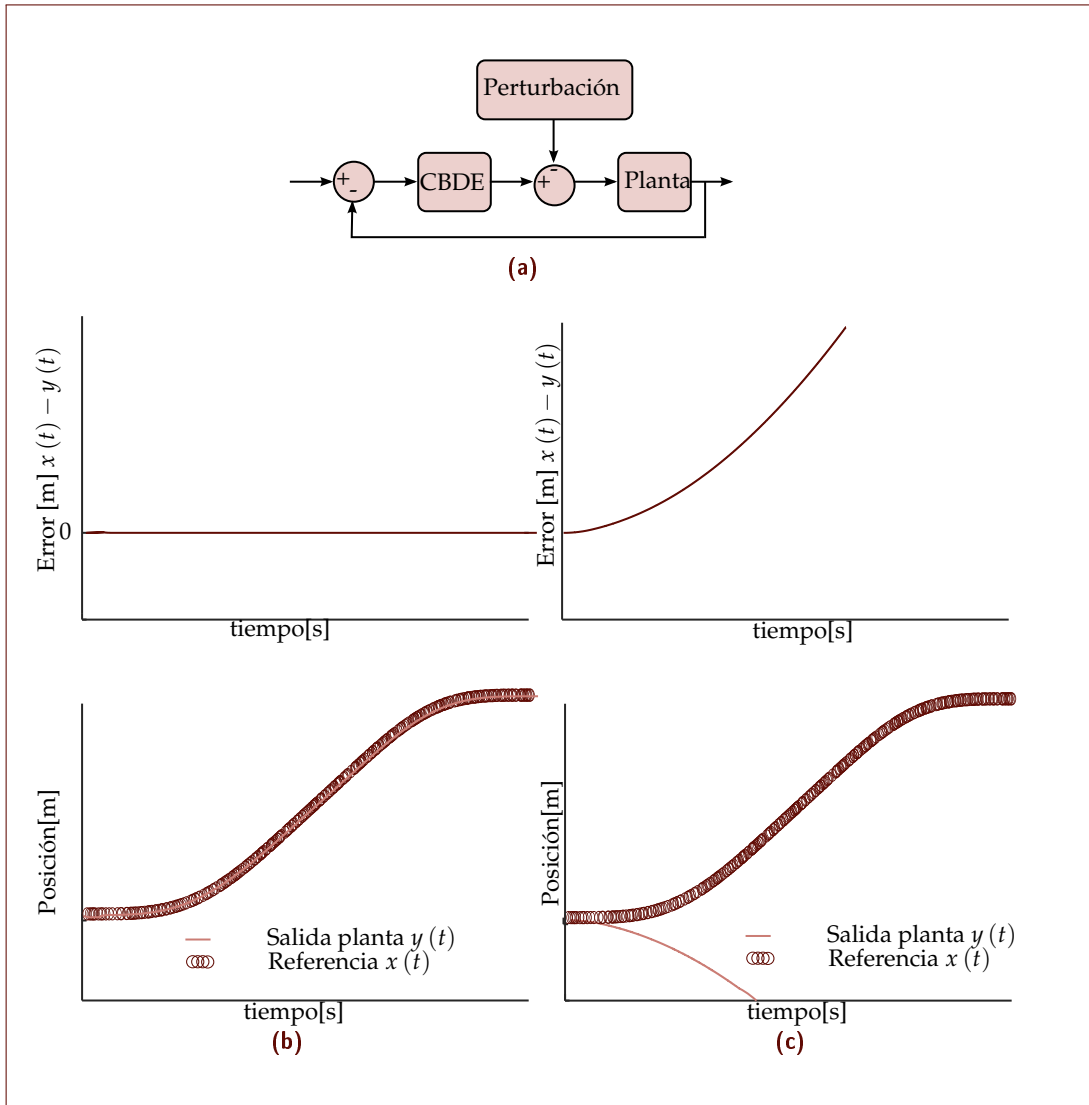
En esta sección se describe el diseño de un observador de estados extendidos, a partir del observador de *Luenberger* y los modelos de perturbación basados en el comportamiento de la fricción o rozamiento de la máquina de corte con la mesa cuando realiza sus movimientos. Y las vibraciones de esta misma herramienta causadas por la naturaleza del movimiento vertical tipo caladora de la cuchilla.

#### 4.3.1 Modelo de Perturbación

Con el fin de garantizar que el sistema de control de lazo cerrado tenga un desempeño robusto, se modelan las perturbaciones más relevantes que pueden llevar a que el error de estado estacionario no sea nulo. Para este caso, se identifican dos fuentes de perturbación relevantes que son la fricción de la máquina cortadora con la mesa y la vibración periódica de la máquina durante su operación habitual. Ambas fuentes de perturbación son señales que no son fáciles de medir porque se requiere una instrumentación electrónica de medición compleja. En vez de esto, se propone un modelo que permita aproximar las perturbaciones reales gracias al observador de estados, para posteriormente cancelar estas señales y así atenuar o rechazar los efectos de la fricción y la vibración en la salida de los modelos articulares del robot de 3 GDL.

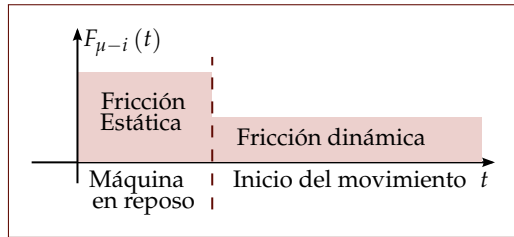
#### *Perturbación de rozamiento*

En el evento que la máquina de corte esté en reposo, se requiere una fuerza de oposición estática que permita modelar un esfuerzo adicional por parte de los actuadores articulares para vencer esta oposición y comenzar el movimiento. Una vez la máquina tenga una velocidad diferente de cero, la fuerza de oposición por rozamiento se



**Figura 4.3:** Error de seguimiento para el sistema (a) Diagrama de bloques de prueba de desempeño robusto del CBDE ante perturbaciones externas, (b) resultado sin perturbaciones externas, error de seguimiento es nulo. (c) resultado con perturbación de entrada, el error de seguimiento es diferente de cero.

convertirá en una fricción dinámica. Un modelo aproximado para este tipo de perturbación se describe como señales constantes de fuerza de oposición de la forma descrita en la Figura 4.4.



**Figura 4.4:** Secuencia de movimiento desde el reposo y afectación de las fricciones que actúan sobre la cortadora textil.

Si se consideran constantes las señales de perturbación, es posible establecer un modelo dinámico a partir de una representación en espacio de estados que parte de una señal tipo paso constante en el dominio de la frecuencia como  $\epsilon_i(s) = 1/s$ . Al desarrollar la representación en espacio de estados de  $\epsilon_i(s)$  se obtiene (4.6), donde  $x_{ei}$  es el estado del modelo de la señal de perturbación constante para el modelo de la articulación  $i$ .

$$\begin{cases} \dot{x}_{ei}(t) = 0 \\ \epsilon_i(t) = x_{ei}(t) \end{cases} \quad (4.6)$$

### *Perturbación periódica de vibración*

La naturaleza de las vibraciones de la máquina, se pueden asumir fundamentalmente como una señal sinusoidal periódica. Esto se debe a que la cuchilla incorporada a la máquina de corte, constantemente efectúa un desplazamiento lineal a lo largo del eje normal al plano de movimiento. Este movimiento repetitivo se da gracias a un mecanismo de leva que acopla el motor de la cortadora a la cuchilla [24]. Se considera en el modelo de perturbación para cada articulación del robot (4.7).

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{ri}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{ri}} \mathbf{x}_{ri}(t) \\ \epsilon(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}_{ri}} \mathbf{x}_{ri}(t) \end{cases} \quad (4.7)$$

La señal en función de la variable de la frecuencia  $\epsilon(s) = 1/(s^2 + \omega^2)$  donde  $\omega$  es la frecuencia de la señal sinusoidal fundamental de la vibración, modela de manera aproximada la perturbación periódica de vibración. En (4.7) se muestra la representación descrita, con  $\mathbf{x}_{ri} = [x_{r1i} \ x_{r2i}]^T$  como los estados del modelo aplicados a la planta que ilustra el movimiento de la articulación  $i$  del robot.

### Modelo de perturbación acoplado

Teniendo los modelos de perturbación de cada tipo de señal externa, que contribuye a la disminución del desempeño robusto del sistema de lazo cerrado. Se define la perturbación externa total como  $\zeta_i(t) = F_{\mu-i}(t) + F_{v-i}(t)$ , que actúa sobre los estados del sistema dinámico de la articulación  $i$ .

Sin embargo, el observador ESO es capaz de rechazar perturbaciones estimadas equivalentes a la entrada. Por este motivo  $\zeta_i(t)$  se expresa como una perturbación equivalente a la entrada.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{x}_{ei} \\ \dot{x}_{ri} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{ri} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{\zeta i}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{ei} \\ \mathbf{x}_{ri} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{\zeta i}} \\ \zeta_i(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \mathbf{c}_{ri} \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}_{\zeta i}} \begin{bmatrix} x_{ei} \\ \mathbf{x}_{ri} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

El modelo de la perturbación unificada teniendo en cuenta los modelos de vibración de la máquina y fricción se muestra en (4.8), que resulta de la suma de los dos modelos de perturbación (4.6) y (4.7).  $\mathbf{A}_{\zeta i}$  corresponde a la matriz de dinámicas de perturbación, mientras que  $\mathbf{c}_{\zeta i}$  es el vector de salida del modelo y el vector  $\mathbf{x}_{\zeta i}(t)$  son los estados de perturbación para cada articulación  $i$ .

### Ruido sensor

El ruido del sensor para la articulación  $i$  se modela por medio de una variable aleatoria  $Z_i$ , con distribución normal de ruido y un valor promedio de medición de 0, característico el ruido blanco o gaussiano según lo describe [25]. E incertidumbre alrededor de la medida dada por la desviación estándar  $\sigma_i$  tal y como lo muestra (4.9). Donde  $N$  representa una distribución normal y  $\sim$  hace referencia a una aproximación estocástica.

$$Z_i \sim N(0, \sigma_i) \quad (4.9)$$

El modelamiento del ruido de los sensores de posición, se usa para luego poder atenuar su influencia en el seguimiento del contorno de corte de salida sintonizando el ESO. Con ayuda del ancho de banda del observador ESO, es posible disminuir los efectos perjudiciales del ruido de medición en el seguimiento de la trayectoria de corte a partir de su sintonización. El valor de  $\sigma_i$  se determina con las hojas técnicas de los sensores de posición que se usarían en un entorno de implementación.

### 4.3.2 Diseño del observador

Mediante un observador de estados, se pueden calcular variables en lugar de medirlas a través de un sensor físico. Conociendo los elementos de medición que hacen parte de la instrumentación del robot y los requerimientos en la planeación de las trayectorias, son precisadas las variables a observar y las que se van a cuantificar en la realidad. Para el modelo dinámico del robot de 3GDL, se definió que el observador de estados debe estimar las velocidades articulares. Mientras que las posiciones articulares serán medidas con la realimentación proporcionada por el sistema de servomotores seleccionados. El observador ESO se define en (4.10) basado en la propuesta de [20], donde se tienen como entradas las señales del controlador CBDE y  $y_i(t)$  que es la salida de la planta. Por otro lado, la salida del ESO es el vector de estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}_i(t) = [\hat{q}_i \ \dot{\hat{q}}_i]^T$  y la perturbación estimada  $\hat{\zeta}_i(t)$ .

$$\mathbf{G}_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_i \\ \dot{\hat{\zeta}}_i \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{b}_i \mathbf{c}_{\zeta i} \\ \mathbf{0}_1 & \mathbf{A}_{\zeta i} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{ex}} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\zeta}_i \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{x}}_{ex}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{b}_i \\ \mathbf{0}_b \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{ex}} u_i + \underbrace{\mathbf{L}_i (y_i - \mathbf{c}_i \hat{\mathbf{x}}_i)}_{e_{yi}} \\ \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\zeta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0}_1^T \\ \mathbf{0}_t & \mathbf{c}_{\zeta i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\zeta}_i \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.10)$$

El modelo del ESO cuenta con la matriz de ceros  $\mathbf{0}_1 \in \mathbb{R}^{m_i \times n_i}$  siendo  $m_i$  el orden del modelo de perturbación, y  $n_i$  el orden del modelo de cada articulación  $i$ . También se definen los arreglos de ceros  $\mathbf{0}_b \in \mathbb{R}^{m_i \times 1}$ ,  $\mathbf{0}_t \in \mathbb{R}^{1 \times n_i}$ . La matriz de ganancias del observador es  $\mathbf{L}_i = [\mathbf{L}_{pi}^T \ \mathbf{L}_{\zeta i}^T]^T$  donde  $\mathbf{L}_{pi} \in \mathbb{R}^{n_i \times 1}$  y  $\mathbf{L}_{\zeta i} \in \mathbb{R}^{m_i \times 1}$  cuyos valores permiten la convergencia de las estimaciones, o en otras palabras la estabilidad del ESO.

El diseño de este sistema dinámico de estimación de estados y perturbaciones se lleva a cabo por medio de la definición del vector  $\mathbf{c}_{ex_i} = [\mathbf{c}_i \ \mathbf{0}_b^T]$  y el método Estimador Lineal Cuadrático (LQE) tal y como se propone en [26]. Pero en este caso se usa la función de costo  $\mathcal{J}_i$  para cada articulación  $i$  que se describe en (4.11). Cabe aclarar que desde un concepto físico, la función de costo hace referencia a un índice de energía empleada por el sistema de control para regular los estados [22].

$$\mathcal{J}_i = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}_{ex_i}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_{ex_i} + R e_{yi}^2) dt \quad (4.11)$$

El algoritmo LQE consiste en minimizar  $\mathcal{J}$  tal que los estados  $\hat{\mathbf{x}}_{ex}$  se encuentren acotados en amplitud proporcionalmente a la matriz de ponderación  $\mathbf{Q}$  y también, que el error de la estimación de salida  $e_{yi}$  quede acotado en amplitud según la ponderación  $R$ . Con el objetivo de tener versatilidad en la sintonización, se escoge como  $\mathbf{Q} = \text{diag}(\alpha \ \alpha \ \gamma \ \beta \ \beta)$  siendo  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$  los parámetros de sintonización, asignando:

- Igual ponderación  $\alpha$  para los estados de la planta.
- Una ponderación de  $\beta$  para los estados del modelo de perturbación referentes a la vibración de la máquina.
- Un peso de  $\gamma$  para el estado de perturbación referente a la fricción de la máquina con la mesa.

Si estos parámetros de sintonización tienen un alto valor, significa que el tiempo de asentamiento  $t_{ss}$  va a ser más alto. Por otro lado cuando dichos parámetros de sintonización son bajos, se traduce en la aparición de sobrepicos en la respuesta del sistema.

Debido a que las respuestas transitorias de lazo cerrado serán idénticas en cada articulación  $i$ , la sintonización de los controladores por cada  $i$ -ésimo modelo del robot de 3GDL será la misma. La única variación del modelo tiene origen en el valor  $k_i$ , que no implica un cambio en la respuesta de los ESO de cada articulación con respecto a los controladores CBDE.

Otro criterio de asignación de los parámetros de sintonización del algoritmo LQE es la consideración de los valores propios de lazo cerrado deseados a partir de  $\lambda(s)$ . Por principio de separación detallado en [22], es posible diseñar un observador de tal manera que la magnitud de sus valores propios sean de dos a seis veces la magnitud de los valores propios del sistema controlador-planta en lazo cerrado. Esto con el objetivo que los estados estimados converjan rápidamente, para que al CBDE ingresen los estados estimados correctos y así se calcule la ley de control adecuadamente.

La solución al problema de optimización de minimizar  $\mathcal{J}_i$ , considerando el sistema extendido compuesto por los estados de la planta y los estados del modelo de perturbación, se da por medio de la matriz  $\mathbf{P}_i \in \mathbb{S}^{n_i+m_i}$  definida positiva, que se determina con base en la ecuación de *Riccati* mostrada en (4.12). Donde  $n_i$  es el orden del modelo de la articulación  $i$  y  $m_i$  es el orden del modelo de perturbación asociado a la articulación.

$$\mathbf{A}_{ex_i} \mathbf{P}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{A}_{ex_i}^T - \mathbf{P}_i \mathbf{c}_{ex_i}^T \frac{1}{R} \mathbf{c}_{ex_i} \mathbf{P}_i + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (4.12)$$

Esta matriz de solución  $\mathbf{P}_i$  causa que la matriz del ESO  $(\mathbf{A}_{ex_i} - \mathbf{L}_i \mathbf{c}_{ex_i})$  genere los estados  $\mathbf{x}_{ex_i}$  que minimizan la función de costo  $\mathcal{J}_i$ .

$$\mathbf{L}_i = \left( \frac{1}{R} \mathbf{c}_{ex_i} \mathbf{P}_i \right)^T \quad (4.13)$$

La relación entre la matriz solución de la ecuación de *Riccati* y la matriz de ganancias del observador se define en (4.13), con esta solución la matriz de ganancias del observador es  $\mathbf{L}_i \in \mathbb{R}^{(n_i+m_i) \times 1}$ .

#### 4.4 LEY DE CONTROL CBDE BASADO EN ESO

Con el diseño del CBDE y el ESO, se define la ley de control consolidada en (4.14), donde se usan los componentes del vector de estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}_i(t)$  en lugar de la salida de la planta  $y_i(t)$  y su derivada, ya que el ESO es quien provee estas señales. Además, el ESO determina la perturbación acoplada estimada que se usa para cancelar los efectos de  $\zeta_i(t)$  sobre la salida del sistema de lazo cerrado.

$$\tau_i^*(t) = \frac{\ddot{q}_i^*(t) + k_1(\dot{q}_i^*(t) - \hat{q}_i(t)) + k_0(q_i^*(t) - \hat{q}_i(t))}{k_i} - \hat{\zeta}_i(t) \quad (4.14)$$

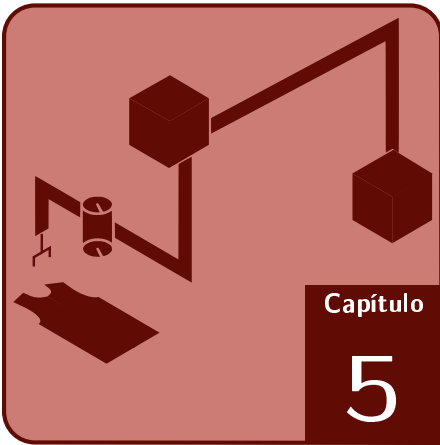
Para alcanzar el desempeño robusto y un seguimiento en estado estacionario deseados, se deben cumplir las siguientes condiciones:

1. Para que se alcance un rechazo a perturbaciones adecuado debe cumplirse que  $\hat{\zeta}(t) \approx \zeta(t)$ , con el objetivo de conseguir que la cancelación sea muy precisa y así sea minimizado el efecto de la perturbación equivalente a la entrada  $\zeta(t)$  sobre la salida  $y_i(t)$ .
2. Con ausencia de perturbaciones, el controlador CBDE que calcula la señal  $u_i(t)$  es capaz de hacer seguimiento sin error en estado estacionario. Esto teniendo en cuenta un estado transitorio descrito por los valores de  $k_1$  y  $k_0$  que se seleccionan tomando la respuesta críticamente amortiguada deseada.
3. Existe una relación inversamente proporcional entre la magnitud máxima de  $\tau_i(t)$  y el tiempo de establecimiento de lazo cerrado  $t_{ss}$ . Para prevenir saturación en los actuadores de cada articulación  $i$ , se debe seleccionar un  $t_{ss}$  que no exija grandes cantidades de energía en los actuadores, hasta el punto de alcanzar sus límites de torque máximo.
4. Es necesario construir las señales de referencia de tal manera que sea posible contar con la primera y segunda derivada de la posición articular de referencia  $q_i^*(t)$  para cumplir con las condiciones de implementación del CBDE. Esto se logra mediante el generador de los perfiles de movimiento descritos en este libro.
5. Los valores propios del ESO deben ser de dos a seis veces la magnitud de los valores propios dados por el polinomio característico de lazo cerrado  $\lambda(s)$  acorde con [22]. Esto con el objetivo que el CBDE use los estados estimados en el cálculo de  $u_i(t)$  bajo un régimen estacionario y con el mínimo error de estimación de estados. Así se puede lograr que el controlador se realimente con las señales correctas, es decir muy aproximadas a los estados reales de la planta.

Asegurando un controlador robusto es posible continuar con la construcción de la estrategia de planificación de trayectorias, se puede garantizar que en efecto la cortadora vertical recorra los contornos de los cortes en confección.







# Estrategia de planificación de trayectorias

---

## CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

5.1 GENERACIÓN DE CONTORNOS PLANOS

5.2 GENERACIÓN DE PERFILES DE MOVIMIENTO

5.3 DEL ESPACIO OPERACIONAL AL ARTICULAR

---

La planificación de trayectorias se realiza punto a punto, utilizando inicialmente puntos para definir el contorno y posteriormente empleando puntos equidistantes con respecto al tiempo para aplicar perfiles de movimiento. La creación de los contornos sobre el espacio operacional es un proceso que se realiza de *offline*, antes de que se ejecute la operación de corte. La posterior generación de los perfiles de movimiento por el contrario, se va dando conforme se recorre cada par de puntos definidos en la trayectoria.

### 5.1 GENERACIÓN DE CONTORNOS PLANOS

---

Cuando se habla de contornos planos, se hace referencia a las piezas que se sitúan sobre el espacio de trabajo operacional. Los contornos se manejan en un marco bidimensional perpendicular a la cuchilla de corte y son las siluetas que la máquina textil debe perfilar. Las trayectorias completas están definidas por una o más piezas y son definidas previamente al inicio del corte.

La creación de los contornos sobre el espacio operacional es un proceso precedente *offline*, el sistema debe conocer tanto los contornos como su distribución sobre la mesa. El fabricante textil proporciona el diseño de las piezas, luego se crean los puntos

necesarios para replicarlas con las coordenadas en donde se encuentren cambios de concavidad en  $y$  vs  $x$ . Se realiza la interpolación y parametrización de las curvas generando así una trayectoria para aplicar los perfiles de movimiento.

### 5.1.1 Interpolación de contornos

Interpolando los puntos que componen los contornos sobre el plano  $xy$  (mesa de corte), se obtiene una función cúbica continua  $f(x) = y(x)$  a través de la que se expresan las curvas de las piezas de confección. En (5.1) se puede ver la estructura de la función cúbica que se construye a partir de los puntos  $x$ , con los que se calculan los coeficientes numéricos  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  [27].

$$y(x) = \begin{cases} a_1(x-x_1)^3 + b_1(x-x_1)^2 + c_1(x-x_1) + d_1 & x_1 \leq x \leq x_2 \\ a_2(x-x_2)^3 + b_2(x-x_2)^2 + c_2(x-x_2) + d_2 & x_2 \leq x \leq x_3 \\ \vdots & \vdots \\ a_{n-1}(x-x_{n-1})^3 + b_{n-1}(x-x_{n-1})^2 + c_{n-1}(x-x_{n-1}) + d_{n-1} & x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases} \quad (5.1)$$

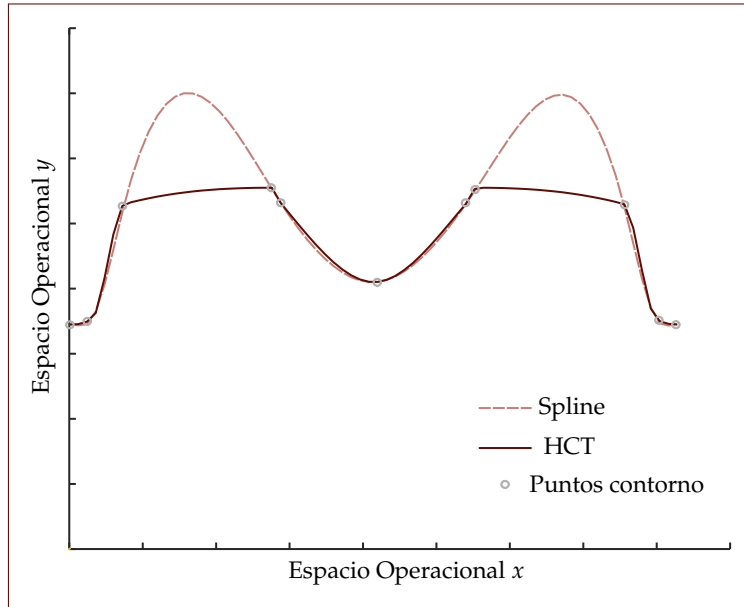
Se maneja entonces, una ecuación cúbica en cada par de puntos para generar la curva lo mas fiel posible al contorno original. La curva graficada por la función cúbica en cada intervalo de (5.1) inicia en el punto final  $x_n$  de la anterior curva y por lo tanto se garantiza que  $y(x)$  será continua.

Existen varios métodos de interpolación para calcular  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  como: *splines* [27] y *Hermite Cúbico a trozos (HCT)* [28], en cada uno se realiza la evaluación de diferentes condiciones de continuidad, de lo que resulta el grado de conservación de las curvas. Del método aplicado para calcular dichos coeficientes, depende la fidelidad de las curvas halladas con respecto al contorno requerido [27]. En la Figura 5.1 se trazan las curvas de la camiseta estandar mostrada en la Figura 1.5(a). Se puede percibir que dados los puntos del contorno en el espacio operacional, las curvas generadas por las funciones cúbicas entre cada par de puntos halladas con el método de *splines* son menos cercanas que las obtenidas con *HCT*.

Para simplificar el proceso de interpolación, es necesario asignar la menor cantidad de puntos posibles, con el mejor acercamiento al contorno guía dado por el fabricante. En el ejemplo de las curvas de la camiseta estándar, el resultado más aceptable es el obtenido con 13 puntos usando el método *HCT* como se ve en la figura 5.1.

### 5.1.2 Parametrización de contornos

Con el polinomio de grado tres (5.1) hallado mediante interpolación, se procede a definir las funciones  $x_{op}(t)$  y  $y_{op}(t)$ . Estableciendo una velocidad cruceo  $v_c$  constante a la que se moviliza la cortadora en el espacio operacional y sabiendo que  $v_c = x/t$ ; se



**Figura 5.1:** Comparación curvas de camiseta estándar interpoladas con dos métodos diferentes.

reescriben los intervalos  $x_{n-1} \leq x \leq x_n$  como  $x_{n-1} \leq v_c t \leq x_n$ . Entonces se puede expresar la función parametrizada (5.2).

$$x_{op}(t) = \begin{cases} v_c(t - t_1) & x_0 \leq v_c t \leq x_1 \\ v_c(t - t_2) & x_1 \leq v_c t \leq x_2 \\ \vdots & \vdots \\ v_c(t - t_n) & x_{n-1} \leq v_c t \leq x_n \end{cases} \quad (5.2)$$

Usando (5.2) y el intervalo  $x_{n-1} \leq v_c t \leq x_n$  se puede decir que  $y_{op}(t) = a_{n-1}(v_c t - x_1)^3 + b_{n-1}(v_c t - x_1)^2 + c_{n-1}(v_c t - x_1) + d_{n-1}$ .

Para que  $y$  parametrizado quede con los intervalos en términos de unidades de tiempo sin modificar los valores de los coeficientes, se puede realizar la factorización de  $v_c$  obteniendo:  $y_{op}(t) = a_{n-1}[v_c(t - x_1/v_c)]^3 + b_{n-1}[v_c(t - x_1/v_c)]^2 + c_{n-1}v_c(t - x_1/v_c) + d_{n-1}$ , entonces finalmente  $y_{op}(t)$  se puede expresar como se ve en (5.3).

$$y_{op}(t) = \begin{cases} a_1 v_c^3 \left(t - \frac{x_1}{v_c}\right)^3 + b_1 v_c^2 \left(t - \frac{x_1}{v_c}\right)^2 + c_1 v_c \left(t - \frac{x_1}{v_c}\right) + d_1 & \frac{x_1}{v_c} \leq t \leq \frac{x_2}{v_c} \\ a_2 v_c^3 \left(t - \frac{x_2}{v_c}\right)^3 + b_2 v_c^2 \left(t - \frac{x_2}{v_c}\right)^2 + c_2 v_c \left(t - \frac{x_2}{v_c}\right) + d_2 & \frac{x_2}{v_c} \leq t \leq \frac{x_3}{v_c} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n-1} v_c^3 \left(t - \frac{x_{n-1}}{v_c}\right)^3 + b_{n-1} v_c^2 \left(t - \frac{x_{n-1}}{v_c}\right)^2 + c_{n-1} v_c \left(t - \frac{x_{n-1}}{v_c}\right) + d_{n-1} & \frac{x_{n-1}}{v_c} \leq t \leq \frac{x_n}{v_c} \end{cases} \quad (5.3)$$

Donde  $t_1 = x_1/v_c, t_2 = x_2/v_c \dots t_n = x_n/v_c$  son conocidos.

Como la dinámica que "dibuja" el contorno requerido se encuentra en  $y_{op}(t)$ , se debe derivar la función para hallar  $v_{yop}(t)$  que será la velocidad operacional en cada punto

intermedio de la trayectoria (ver 5.4). Por su parte  $v_{xop}(t)$  será igual a  $v_c$  para todos los intervalos de tiempo porque es la derivada de (5.2).

$$v_{yop}(t) = \begin{cases} 3a_1 + 2b_1 + c_1 & \frac{x_1}{v_c} \leq t \leq \frac{x_2}{v_c} \\ 3a_2 + 2b_2 + c_2 & \frac{x_2}{v_c} \leq t \leq \frac{x_3}{v_c} \\ \vdots & \vdots \\ 3a_{n-1} + 2b_{n-1} + c_{n-1} & \frac{x_{n-1}}{v_c} \leq t \leq \frac{x_n}{v_c} \end{cases} \quad (5.4)$$

Es necesario encontrar la expresión parametrizada  $\theta_{op}(t)$ , que representa la posición operacional rotativa de la cuchilla de corte con respecto al tiempo. A partir de  $y_{op}(t)$  y  $x_{op}(t)$  con todos sus coeficientes conocidos, se evalúan cada  $\Delta t$  segundos hallando a través de (5.5) la posición angular deseada para perfilar el contorno en cuestión. Por último se halla  $\omega_{zop}(t)$  que es la velocidad angular, derivando (5.5).

$$\theta_{op}(t) = \arctan\left(\frac{y(t_n+\Delta t)-y(t_n)}{x(t_n+\Delta t)-x(t_n)}\right) \quad t_n \leq t \leq t_n + \Delta t \quad (5.5)$$

El parámetro  $\Delta t$  es muy importante porque con él se fija cada cuántos segundos va a haber un punto de evaluación en  $\theta_{op}$ ,  $x_{op}$ ,  $y_{op}$ ,  $v_{xop}$ ,  $v_{yop}$  y  $\omega_{zop}$  y con el resultado se ejecuta el algoritmo del perfil de movimiento, determinando cada cuánto tiempo se debe generar un perfil de movimiento sobre el recorrido.

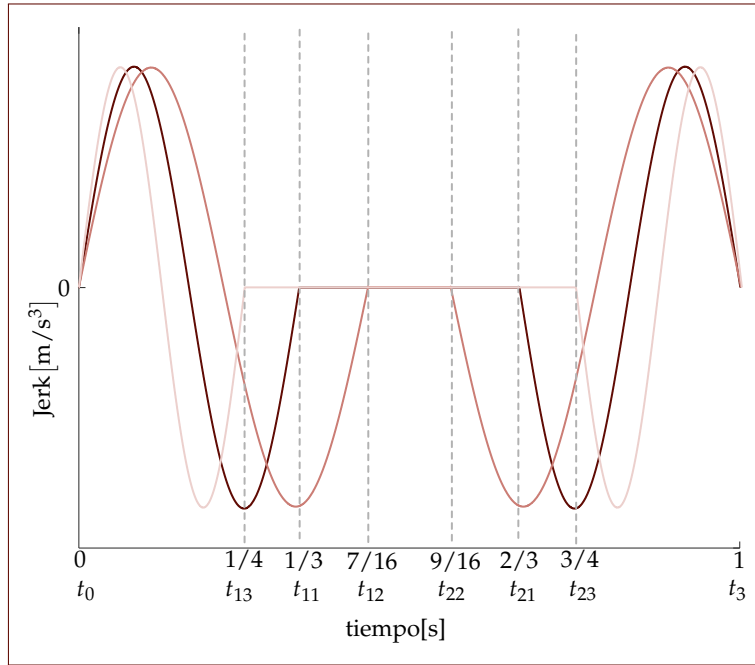
## 5.2 GENERACIÓN DE PERFILES DE MOVIMIENTO

Durante el recorrido alrededor de los contornos planos, es necesario evitar al máximo cambios bruscos de posición. Por esta razón se implementan perfiles suaves de movimiento acotando el Jerk. Deben disminuirse las posibilidades de que durante el seguimiento de las trayectorias, existan puntos en los que los motores presenten sobreaceleración y eventualmente se afecte la continuidad del corte.

Dicho lo anterior, para generar los perfiles de movimiento se parte de una función de Jerk sinusoidal acotada y continua [29]. Se da la función a trozos con (5.6) dependiente del tiempo, de acuerdo con [29] partiendo de esta ecuación que se considera continua (desde  $t_0$  a  $t_3$  no se presentan interrupciones).

Se pueden luego deducir los perfiles de: aceleración, velocidad y posición. Así se logra que en ningún momento se presenten instantes de tiempo en los que el jerk presente picos al infinito.

$$J(t) = \begin{cases} C_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{t_1}\right) & t_0 \leq t < t_1 \\ 0 & t_1 \leq t < t_2 \\ C_3 \sin\left(\frac{2\pi(t-t_2)}{t_2-t_1}\right) & t_2 \leq t \leq t_3 \end{cases} \quad (5.6)$$



**Figura 5.2:** Graficas de la función Jerk para  $t_0 = 0$  y  $t_3 = 1$  y diferentes valores de  $t_1$  y  $t_2$ . [Autora]

En la Figura 5.2 se puede ver la gráfica que se genera a partir de (5.6), nótese que al elegir diferentes valores para  $t_1$  y  $t_2$  teniendo fijos  $t_0$  y  $t_3$ , la señal resultante cambia de periodo en cada trozo.

Es necesario integrar de la función (5.6) con respecto al tiempo para hallar el perfil de aceleración (5.7), el resultado se integra nuevamente para hallar la función de velocidad (5.8) y luego se encuentra la función de posición (5.9) integrando la de velocidad. Se han obtenido 10 constantes:  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{21}$ ,  $k_{13}$ ,  $k_{31}$ ,  $k_{32}$ ,  $k_{33}$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ , cuyo valor se debe calcular resolviendo el sistema de ecuaciones que resulta de suponer la equivalencia de los parámetros de movimiento en instantes de tiempo específicos, como se explica más adelante.

$$a(t) = \ddot{q}_i^*(t) = \begin{cases} -C_1 t_1 \frac{\cos\left(\frac{2\pi t}{t_1}\right)}{2\pi} + k_{11} & t_0 \leq t \leq t_1 \\ 0 & t_1 \leq t \leq t_2 \\ -C_3 (t_2 - 1) \frac{\cos\left(\frac{2\pi(t-t_2)}{t_2-1}\right)}{2\pi} + k_{31} & t_2 \leq t \leq t_3 \end{cases} \quad (5.7)$$

$$v(t) = \dot{q}_i^*(t) = \begin{cases} -C_1 t_1^2 \frac{\sin\left(\frac{2\pi t}{t_1}\right)}{4\pi^2} + k_{11}t + k_{12} & t_0 \leq t \leq t_1 \\ C_2 & t_1 \leq t \leq t_2 \\ -C_3 (t_1 - 1)^2 \frac{\sin\left(\frac{2\pi(t-t_2)}{t_2-1}\right)}{4\pi^2} + k_{31}t + k_{32} & t_2 \leq t \leq t_3 \end{cases} \quad (5.8)$$

$$x(t) = q_i^*(t) = \begin{cases} C_1 t_1^3 \frac{\cos\left(\frac{2\pi t}{t_1}\right)}{8\pi^3} + \frac{k_{11} t^2}{2} + k_{12} t + k_{13} & t_0 \leq t \leq t_1 \\ c_2 t + k_{21} & t_1 \leq t \leq t_2 \\ C_3 (t_2 - 1)^3 \frac{\cos\left(\frac{2\pi(t-t_2)}{t_2-t_1}\right)}{8\pi^3} + \frac{k_{31} t^2}{2} + k_{32} t + k_{33} & t_2 \leq t \leq t_3 \end{cases} \quad (5.9)$$

Todos los grados de libertad del robot están sujetos a seguir los perfiles de movimiento, entonces se produce un (5.9) para el avance de la cortadora a lo largo de cada eje de desplazamiento y otro adicional para la posición rotacional. Por esta razón a los perfiles de aceleración, velocidad y posición también se les puede denominar  $q_i^*(t)$  que son la referencia  $r_i(t)$  para el movimiento articular  $i$ .

### 5.2.1 Deducción de constantes

Para hallar todas las constantes  $C_n$  y  $k_{ni}$  generadas en el proceso de integración desde la función del Jerk, es necesario considerar las condiciones de continuidad de las funciones a trozos de  $v(t)$  y  $x(t)$ . A continuación se muestra como se construye el sistema de 10 ecuaciones y 10 incógnitas, a partir de las condiciones de continuidad, que consisten en asignar la equivalencia de posición y velocidad cuando  $t$  está en el límite de cada intervalo.

Como se requiere que en los momentos de inicio y finalización del recorrido, el movimiento de la cortadora tenga una aceleración de 0. Porque cuando se alcanza el punto objetivo e inicia el nuevo tramo del trayecto en el mismo instante de tiempo, la suavidad del movimiento se da por una desaceleración previa y una nueva aceleración desde 0. Entonces se asume que:  $a(t_0 = 0) = 0$  y  $a(t = t_3) = 0$ , además tomando de (5.7) cuando la condición es  $t_1 \leq t < t_2$  la aceleración será  $a(t = t_1) = 0$  y  $a(t = t_2) = 0$ . Así se puede plantear lo siguiente:

$$a(0) = 0 \rightarrow 0 = \frac{-C_1 t_1}{2\pi} + k_{11} \rightarrow \boxed{k_{11} = \frac{C_1 t_1}{2\pi}}$$

$$a(t_3 = 1) = 0 \rightarrow 0 = \frac{-C_3 (t_2 - 1)}{2\pi} + k_{31} \rightarrow \boxed{k_{31} = \frac{C_3 (t_2 - 1)}{2\pi}}$$

Ahora se trabaja con la función (5.8) y se asume que:  $v(t = 0) = v_0$  y  $v(t = t_3) = v_f$ . La ecuación de velocidad en la condición  $t_0 \leq t \leq t_1$  por practicidad se nombrará como  $v_1(t)$ , en  $t_1 \leq t \leq t_2$  será  $v_2(t)$  y en  $t_2 \leq t \leq t_3$  será  $v_3(t)$ . Entonces se puede asumir que  $v_1(t_1) = v_2(t_1)$  y  $v_2(t_2) = v_3(t_2)$ , y se plantea:

$$v_1(0) = k_{12} \rightarrow \boxed{v_0 = k_{12}}$$

$$v_3(1) = v_f \rightarrow \boxed{v_f = k_{31} + k_{13}}$$

$$v_1(t_1) = v_2(t_1) \rightarrow k_{11}t_1 + k_{12} = C_2$$

$$v_2(t_2) = v_3(t_2) \rightarrow C_2 = k_{31}t_2 + k_{33}$$

Por último se realiza lo mismo para la función de posición (5.9), donde se asume que:  $x_1(t)$  es cuando  $t_0 \leq t \leq t_1$ ,  $x_2(t)$  cuando  $t_1 \leq t \leq t_2$  y  $x_3(t)$  cuando  $t_2 \leq t \leq t_3$ . Entonces con  $x_1(t_0 = 0) = x_0$ ,  $x_3(t_3 = 1) = x_f$ ,  $x_1(t_1) = x_2(t_1)$  y  $x_2(t_2) = x_3(t_2)$ . Se plantea que:

$$x_1(0) = x_0 \rightarrow x_0 = \frac{c_1 t_1^3}{8\pi^3} + k_{13}$$

$$x_1(t_1) = x_2(t_1) \rightarrow \frac{C_1 t_1^3}{8\pi^3} + \frac{k_{11} t_1^2}{2} + k_{12} t_1 + k_{13} = C_2 t_1 + k_{21}$$

$$x_3(t_3 = 1) = x_f \rightarrow \frac{C_3 (t_2 - 1)^3}{8\pi^3} + \frac{k_{31} t_2^2}{2} + k_{32} t_2 + k_{33} = x_f$$

$$x_2(t_2) = x_3(t_2) \rightarrow C_2 t_2 + k_{21} = \frac{C_3 (t_2 - 1)^3}{8\pi^3} + \frac{k_{31} t_2^2}{2} + k_{32} t_2 + k_{33}$$

Con las anteriores 10 ecuaciones dentro de los recuadros, es posible formular la solución del sistema. Conociendo los valores requeridos en la trayectoria:  $x_0 = q_0$ ,  $x_f = q_f$ ,  $v_0 = \dot{q}_0$ ,  $v_f = \dot{q}_f$ ,  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  y  $t_3$ , se hallan entonces las incógnitas  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{13}$ ,  $k_{21}$ ,  $k_{31}$ ,  $k_{32}$  y  $k_{33}$ .

### 5.2.2 Normalización de tiempo

La solución que se obtuvo en la anterior sección se definió para tiempos en el intervalo de  $0s \leq t \leq 1s$ . Sin embargo como en la planeación de trayectorias se trabaja un recorrido por tramos punto a punto, el tiempo que la máquina tarda en ir de un punto a otro varía. Además al terminar el trayecto entre el primer par de puntos, el tiempo no retorna a cero segundos, si no que sigue transcurriendo continuamente.

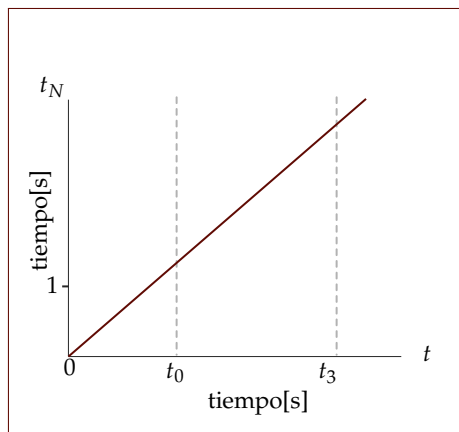


Figura 5.3: Relación lineal entre  $t$  y  $t_N$ .



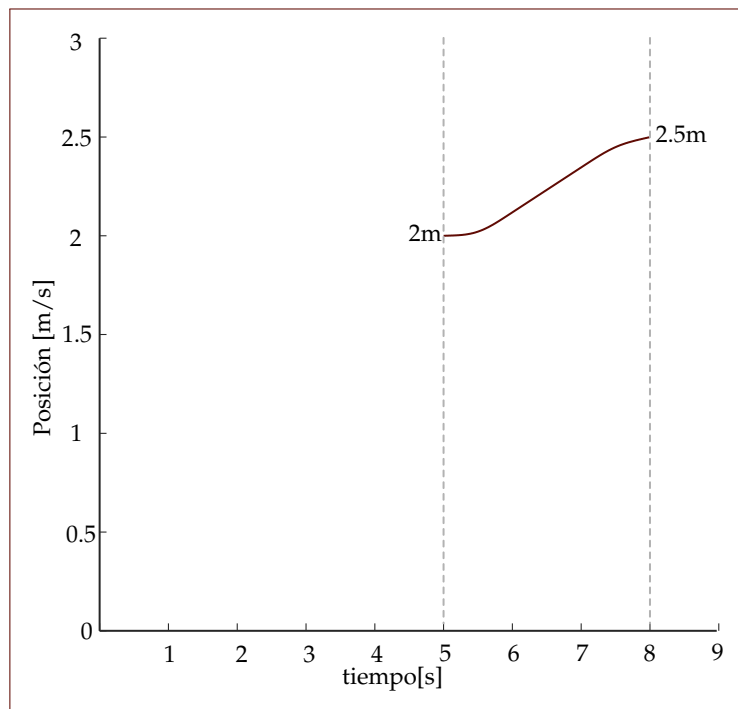
Entonces se plantea una normalización del tiempo, para que el perfil de movimiento se de en un intervalo cualquiera. La expresión  $t_N$  será el tiempo normalizado y el nuevo intervalo para las funciones (5.7), (5.8) y (5.9) será  $t_0 \leq t_N \leq t_3$ . Se debe hacer una conversión lineal del tiempo mediante la ecuación de la recta, teniendo en cuenta la figura 5.3, se puede plantear (5.10).

$$t_N - 0 = m(t - t_0)$$

$$m = \frac{1 - 0}{t_3 - t_0}$$

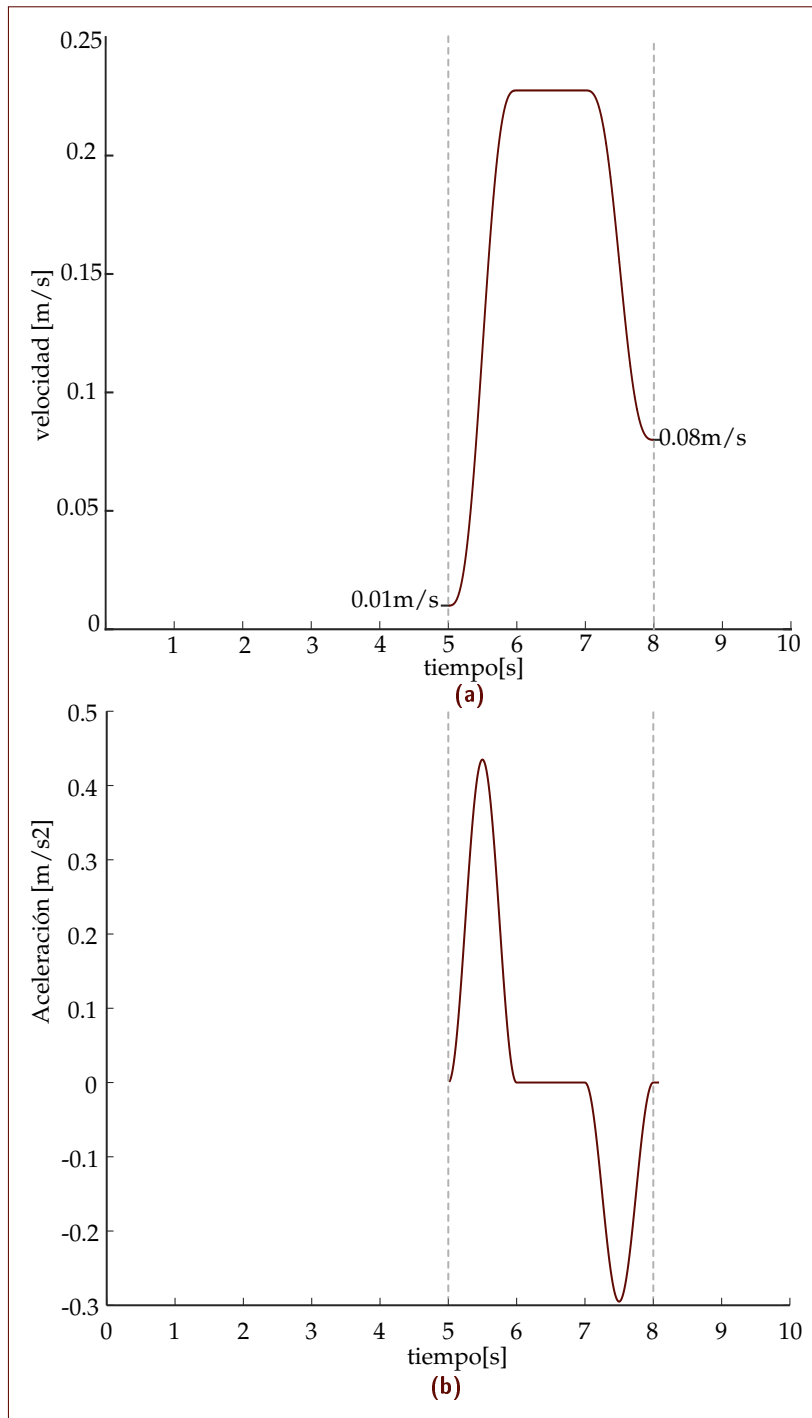
$$t_N = \frac{t - t_0}{t_3 - t_0} \tag{5.10}$$

De esta forma dentro de las ecuaciones de los perfiles de movimiento ya no se tendrá  $t$ , si no  $t_N$  que a su vez dependerá de  $t$  como se ve en (5.10). La expresión  $t$  será el tiempo que arranca desde 0 cuando inicia el recorrido y transcurre incrementalmente en segundos hasta que se termina la trayectoria. En la figura 5.4 se puede ver el ejemplo de un perfil de posición que inicia con una referencia diferente de 1 y además empieza en un instante de tiempo diferente de 0.



**Figura 5.4:** Perfil de posición para  $t_0 = 5s$ ,  $t_1 = 1/3$ ,  $t_2 = 2/3$ ,  $t_3 = 8s$ ,  $x_0 = 2m$  y  $x_f = 2,5m$ .

Como para el perfil de posición, en la generación del de velocidad se puede manipular el inicio y la finalización introduciendo los parámetros  $v_0$  y  $v_f$ . Como se puede ver en la figura 5.5(a) además de iniciar y terminar con velocidades diferentes de 0, también



**Figura 5.5:** Perfiles de movimiento para  $t_0 = 5s$ ,  $t_1 = 1/3$ ,  $t_2 = 2/3$  y  $t_3 = 8s$  **(a)** Perfil de velocidad para  $v_0 = 0,01m/s$  y  $v_f = 0,08m/s$ . **(b)** Perfil de aceleración obtenido.

lo hace en instantes de tiempo diferentes de 0 y 1 segundos. Así mismo en la figura 5.5(b) el perfil de aceleración empieza en un tiempo diferente de 0s.

Usando el trabajo presentado en esta sección, se garantiza que la navegación del efector final sobre la trayectoria deseada va a presentar movimientos suaves. El recorrido entre cada par de puntos sobre el contorno, va a estar determinado por un perfil de movimiento. A su vez en el siguiente par de puntos, durante el movimiento va a haber otro perfil subsecuente que gracias a sus condiciones iniciales de tiempo, posición y velocidad, será consecutivo con respecto al anterior. Asegurando así la continuidad entre los perfiles de movimiento generados para cada par de puntos sobre la trayectoria.

### 5.3

### DEL ESPACIO OPERACIONAL AL ARTICULAR

---

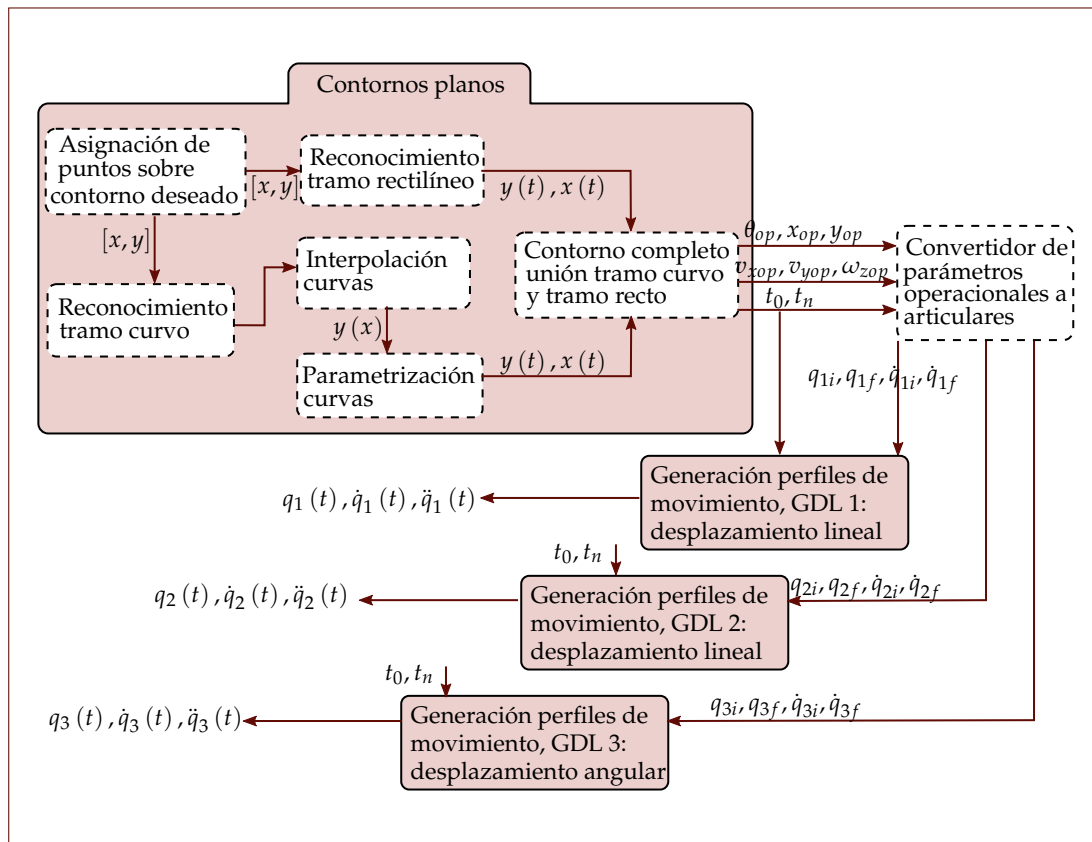
Los procesos descritos de interpolación y parametrización, se efectúan solamente cuando se tienen tramos curvos en el contorno. En cuanto a los recorridos rectos, es necesario contar con el punto inicial y final para determinar luego la orientación en cada uno y hallar velocidades lineales  $v_{xopr}$ ,  $v_{yopr}$  y angular  $\omega_{zopr}$  de la recta a seguir. Se define también una velocidad crucero  $v_{cl}$  para el recorrido lineal y una velocidad crucero rotacional  $v_{cr}$ , esta última para hacer el cambio de la orientación necesario entre rectas. Se requiere prestar especial atención en los puntos donde se termina la navegación sobre una recta y empieza otra, normalmente los cambios de orientación son grandes. Por esta razón entre el ángulo anterior y el ángulo siguiente, se toman  $g$  grados a los que el efector final debe rotar a una velocidad de  $v_{cr}$ , mientras los desplazamientos operacionales lineales se mantienen inmóviles.

El tiempo transcurrido en el recorrido de los tramos curvos, el recorrido de los tramos rectos y la rotación alrededor de los  $g$  grados, se considera el tiempo total necesario para realizar el perfilamiento completo del contorno.

Hasta ahora se han explicado todos los parámetros de posición, velocidad y tiempo en el espacio operacional que deben estar definidos antes de iniciar el corte. En la figura 5.6 se puede ver como se pasa desde las posiciones operacionales requeridas (originadas en el contorno), a los movimientos articulares de referencia dados por los perfiles posición, velocidad y aceleración. El convertidor de parámetros operacionales a articulares, en los siguientes capítulos se nombrará como cinemática inversa.

#### 5.3.1 *Constantes predefinidas*

Además tener clara la pieza de confección que se quiere cortar, hay otros parámetros que también se deben determinar antes de ejecutar el seguimiento de la trayectoria. Los valores que se le asignan a estos, pueden modificar significativamente el desempeño de la operación de corte y se nombran a continuación:



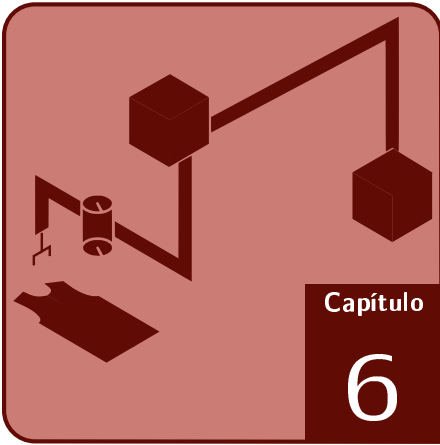
**Figura 5.6:** Diagrama de bloques generación de contornos a movimiento articular  $q(t)$  para cada grado de libertad.

- $v_c$ [mm/s]: Velocidad crucero de la cortadora en el espacio operacional cuando realiza trayectos curvos.
- $v_{cl}$ [mm/s]: Velocidad crucero de la cortadora en el espacio operacional cuando realiza trayectos rectos.
- $v_{cr}$ [rad/s]: Velocidad crucero angular de la cortadora en el espacio operacional, dada en el giro necesario del cambio de orientación al final de una recta para comenzar el recorrido la siguiente.
- $g$ [rad]: Cantidad de grados que se necesitan para cambiar de orientación en el recorrido sobre los tramos rectos.
- $\Delta t$ [s]: tiempo cada cuánto están ubicados los puntos equidistantes sobre el contorno visto desde la dimensión operacional con respecto al tiempo, se le llama resolución.

## 5. ESTRATEGIA DE PLANIFICACIÓN DE TRAYECTORIAS

---

El criterio utilizado para estimar el valor de esta lista de constantes, se establece con base en la emulación y las características físicas de la cortadora vertical.



# Entono gráfico Software

---

## CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

6.1 INTERFAZ DE USUARIO

6.3 TALLAJE DE PIEZAS

6.2 LOCALIZACIÓN DE LA PRENDA

6.4 VARIABLES *off-line*

---

A través de una aplicación por *Software* se distribuyen y visualizan los contornos de las geometrías planas sobre el espacio de trabajo, es muy útil que manualmente se puedan acomodar las piezas de confección para que así el usuario decida donde se ubica el corte específico de su preferencia.

### 6.1 INTERFAZ DE USUARIO

---

La aplicación que permite escalar y ubicar las piezas tiene una interfaz sencilla como la que se ve en la figura 6.1. Primero debe seleccionarse el tipo de corte que se va a ubicar en el espacio operacional con ayuda del menú desplegable “Tipo Corte”, en este caso se hizo el experimento con piezas para camiseta y para pantalón. Luego se debe desplazar el *mouse* al espacio operacional y luego se verá el contorno a ubicar dibujado con una línea azul, si se requiere cambiar la talla solo es cuestión de oprimir el clic del *mouse* y automáticamente se hace visible el cambio de tamaño. Dicha talla queda registrada en el mensaje “talla seleccionada”, si es la que se necesita cortar y está ubicada en la coordenada requerida solo basta con oprimir la tecla “p” para que sea incluida dentro de las piezas que se van a enviar a corte. Después de oprimir “p” aparece un mensaje preguntando si se desea incluir más piezas y la luz verde indicando que el proceso fue exitoso como se ve en la figura 6.2, de igual forma se procede con los siguientes contornos que se quieran acomodar.

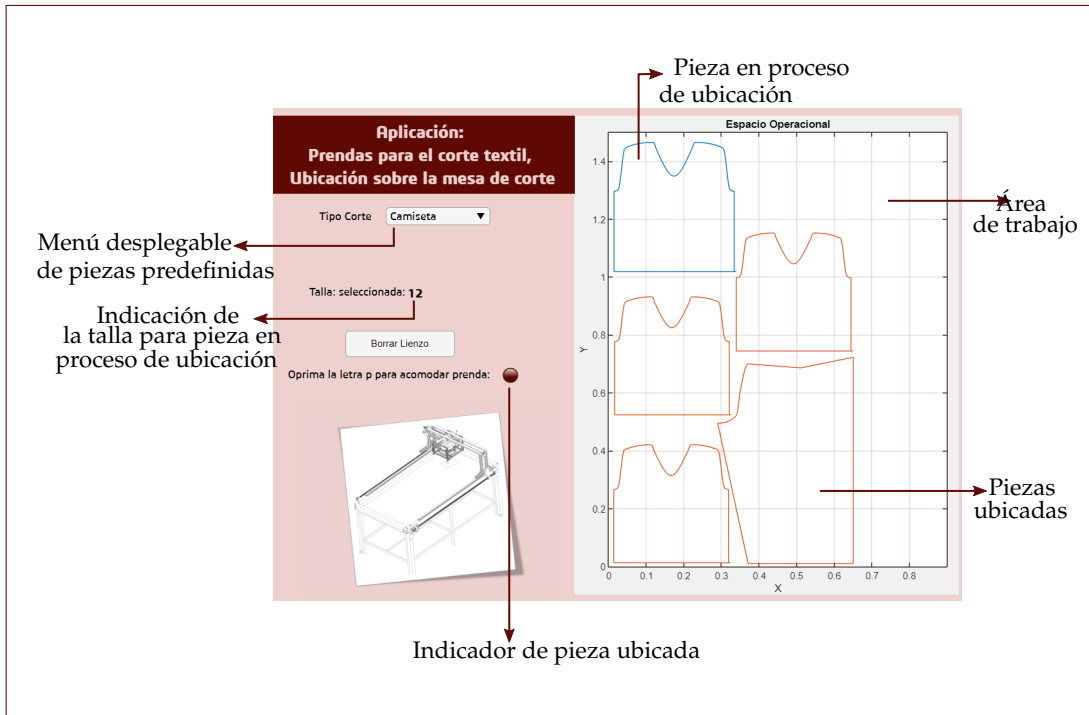


Figura 6.1: Interfaz de usuario de la aplicación para la distribución de contornos de geometrías planas.

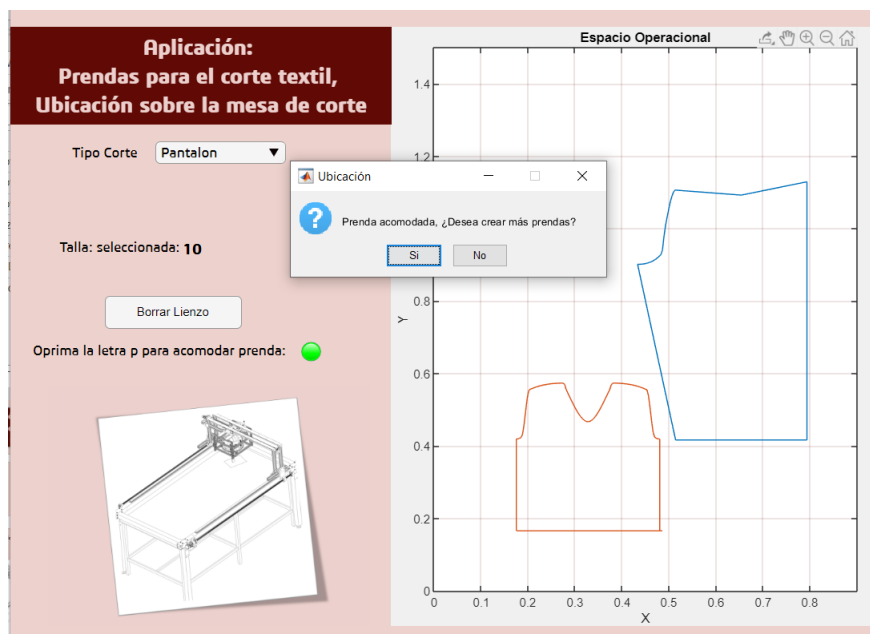
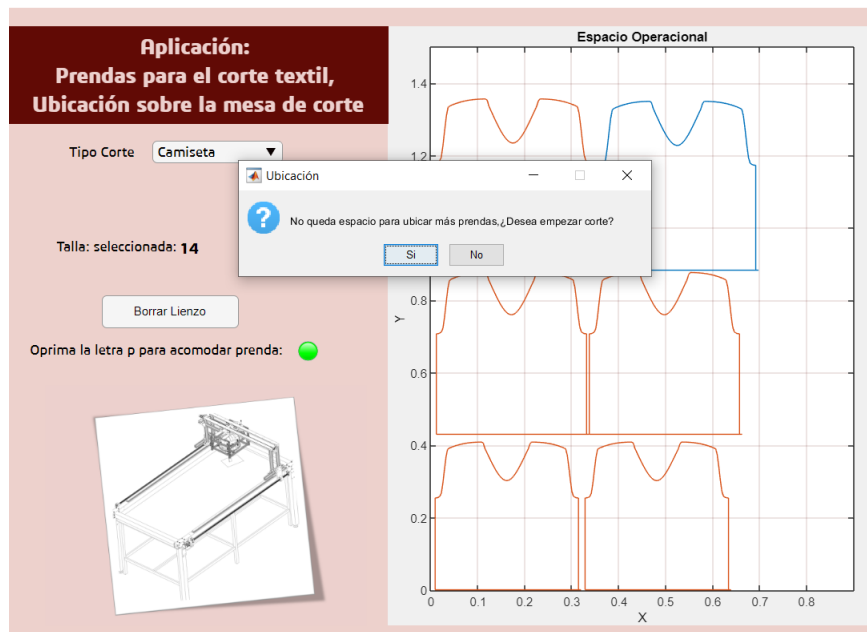


Figura 6.2: Mensaje de pieza ubicada y luz verde.



**Figura 6.3:** Mensaje de espacio agotado y opción de enviar distribución a corte.

Tan pronto se detecte por software que al espacio operacional no puede contener más piezas, aparece un mensaje indicando que no queda espacio y preguntando si se desea que esa distribución sobre el espacio es la que se quiere enviar a corte como se ve en la figura 6.3. Posterior a eso, las opciones que quedan son hacer clic en la opción “Si” y enviar esa distribución a corte o decantarse por la opción “No” y oprimir el botón “Borrar lienzo” para volver a empezar con una distribución nueva variando ubicación, talla y tipo de cortes.

## 6.2 LOCALIZACIÓN DE LA PRENDA

El espacio de trabajo es el único en donde deben ser localizadas las piezas de corte, debido a que es donde opera la máquina. Entonces el usuario debe seleccionar la prenda predefinida que quiere cortar, luego cuando ubique el puntero del mouse sobre el área activa se dibuja el contorno. Gracias a la interacción con el software, el usuario puede definir libremente con la navegación del mouse sobre el espacio operacional en donde se ubica el contorno. Visualmente es muy intuitiva esta propuesta porque conforme el usuario traslada el puntero del mouse la pieza seleccionada se mueve con él, de tal forma que en todo momento se conozca su localización y sea muy sencillo que el usuario evite traslape entre piezas o que alguna quede por fuera del espacio de trabajo. Así mismo se conoce en todo momento el área disponible para ocupar con más piezas.



### 6.3 TALLAJE DE PIEZAS

---

Para que una pieza de confección seleccionada pueda cambiarse de tamaño según se requiera, debe existir una interacción a través del software. Con el fin de lograr una comunicación sencilla entre el usuario y la máquina, la metodología propuesta para que una prenda seleccionada sea de la talla deseada, en primera instancia se trata del puntero del *mouse*. Una vez se ha seleccionado el contorno que se va a ubicar sobre el espacio de trabajo, con un clic dentro del área se incrementa el tamaño cambiando así de una talla actual a una talla siguiente de mayor proporción. Inicialmente la prenda seleccionada se visualiza dentro del área de trabajo en su menor talla si el usuario mantiene el puntero del *mouse* dentro del espacio operacional y hace clic, entonces la prenda se podrá ver en el tamaño de su siguiente talla. Luego al hacer clic por segunda vez se obtiene el mismo resultado, hasta que se llegue a la talla más grande que el usuario desea producir de la pieza en cuestión. En el ejercicio realizado con la pieza modelo que es la camiseta manga sisa después de seleccionarla desde el menú desplegable, aparece sobre entorno de corte en talla 10 y como se requieren camisetas en tallaje para niños de 7 a 14 años al tercer clic se visualiza la talla 16 y con un clic adicional otra vez aparece la talla 10. De este modo es factible que el usuario pueda seleccionar la talla que requiere enviar a corte, sin mover el mouse del área de trabajo. Para realizar el escalamiento de cada pieza es necesario que estas sean predefinidas, a partir de los puntos cartesianos sobre el espacio operacional. Cuando se tiene el área del espacio cuadrado que ocupa la pieza, con un porcentaje de aumento de tamaño definido previamente por el usuario, se procede a hacer el tallaje. En este caso si la talla 10 tiene un área  $A$  entonces la talla 12 por ejemplo tiene un área 5% mayor que  $A$ .

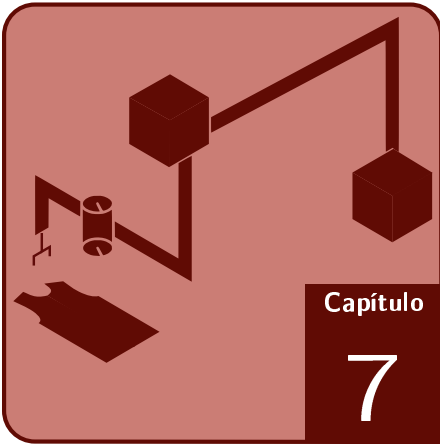
### 6.4 VARIABLES *off-line*

---

Son variables que se pueden elegir antes de poner en marcha el funcionamiento del *software*, como los tipos de corte que van a estar disponibles a la hora de realizar la distribución, el porcentaje de escalamiento o la cantidad de tallas por pieza. Estas variables *off-line* se pueden manejar como un cambio de número de 0 a 1 en el caso del escalamiento, en donde se define qué tan grande va a hacer la talla de una prenda con respecto a la anterior, o el cambio de un conjunto de puntos que llevan a la construcción de un nuevo tipo de corte. El patronaje necesario para definir nuevas piezas de corte se realiza bajo el lugar geométrico, tomando las coordenadas adecuadas de acuerdo con las medidas físicas de la misma. Luego se unen los puntos cartesianos directamente si el patrón indica que se tiene una recta o se usa interpolación cuando es necesario unir los puntos que rodean una curva. Teniendo los tramos curvos y rectos como un contorno cerrado sobre el espacio bidimensional, se procede a determinar su área para poder escalarlo y posteriormente trasladarlo para ubicarlo en la localización deseada sobre el espacio de trabajo. El tallaje que se va a disponer para cada pieza, depende

de las necesidades del usuario y constituye una etiqueta para expresar el escalamiento en términos de confección. Así las cosas se puede contar con una pieza de camiseta en tallas para dama S, M, L y XL por ejemplo o un pantalón para caballero en tallas 28, 30 y 32, que reflejan un cambio de área.





# Resultados y discusión

---

## CONTENIDOS DEL CAPÍTULO

7.1 PERFILES DE MOVIMIENTO OBTENIDOS

7.2 DESEMPEÑO CON CONTORNOS TEXTILES

---

En esta sección se muestran los resultados obtenidos en la implementación de la estrategia de planificación de trayectorias sobre el robot de 3GDL, a través de simulación numérica con su respectivo sistema de control. Se muestran los resultados del algoritmo de generación de perfiles de movimiento probados sobre dos tipos de contornos: triángulo y el molde de una camiseta, con el objetivo de presentar el desempeño de la estrategia de planificación y control sobre diferentes tipos de contornos curvos suaves y rectos. Posteriormente, se analizan los resultados de la generación del corte de un contorno textil con respecto a los tiempos de corte y calidad de corte del contorno. Se evalúan ambos criterios de desempeño con índices como el error de perfilación, correlación con el patrón y tiempo de ejecución del corte.

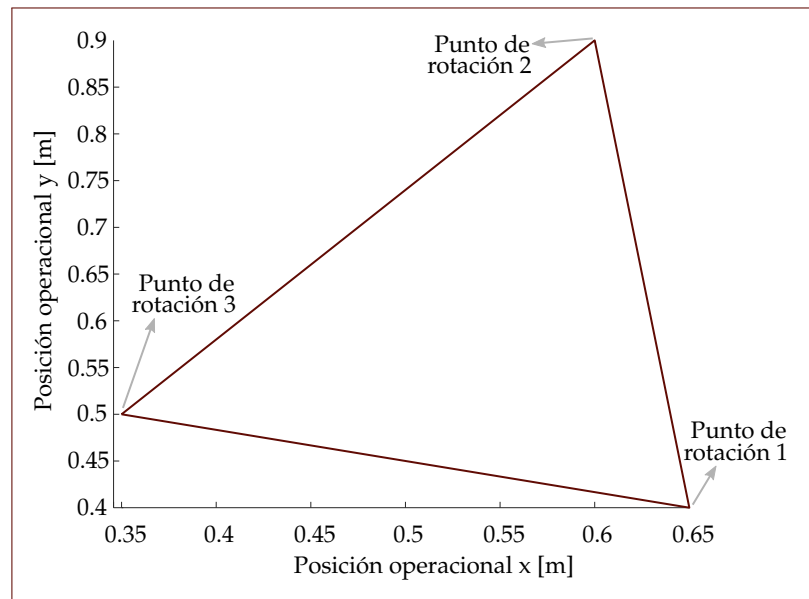
### 7.1

### PERFILES DE MOVIMIENTO OBTENIDOS

---

Con el objetivo de verificar la generación de los polinomios para diferentes contornos con un *Jerk* continuo y acotado, se muestran los resultados para un trayecto cerrado simple como lo es un triángulo (ver Figura 7.1). El recorrido está compuesto por tres líneas rectas donde la cortadora se traslada sobre el plano de corte, y tres rotaciones en los vértices, donde se hace el cambio de orientación de la cuchilla sin traslación para garantizar que las aristas del triángulo sean cortadas con precisión. El objetivo principal es obtener perfiles de movimiento de posición, velocidad y aceleración que generen un *Jerk* acotado y continuo.

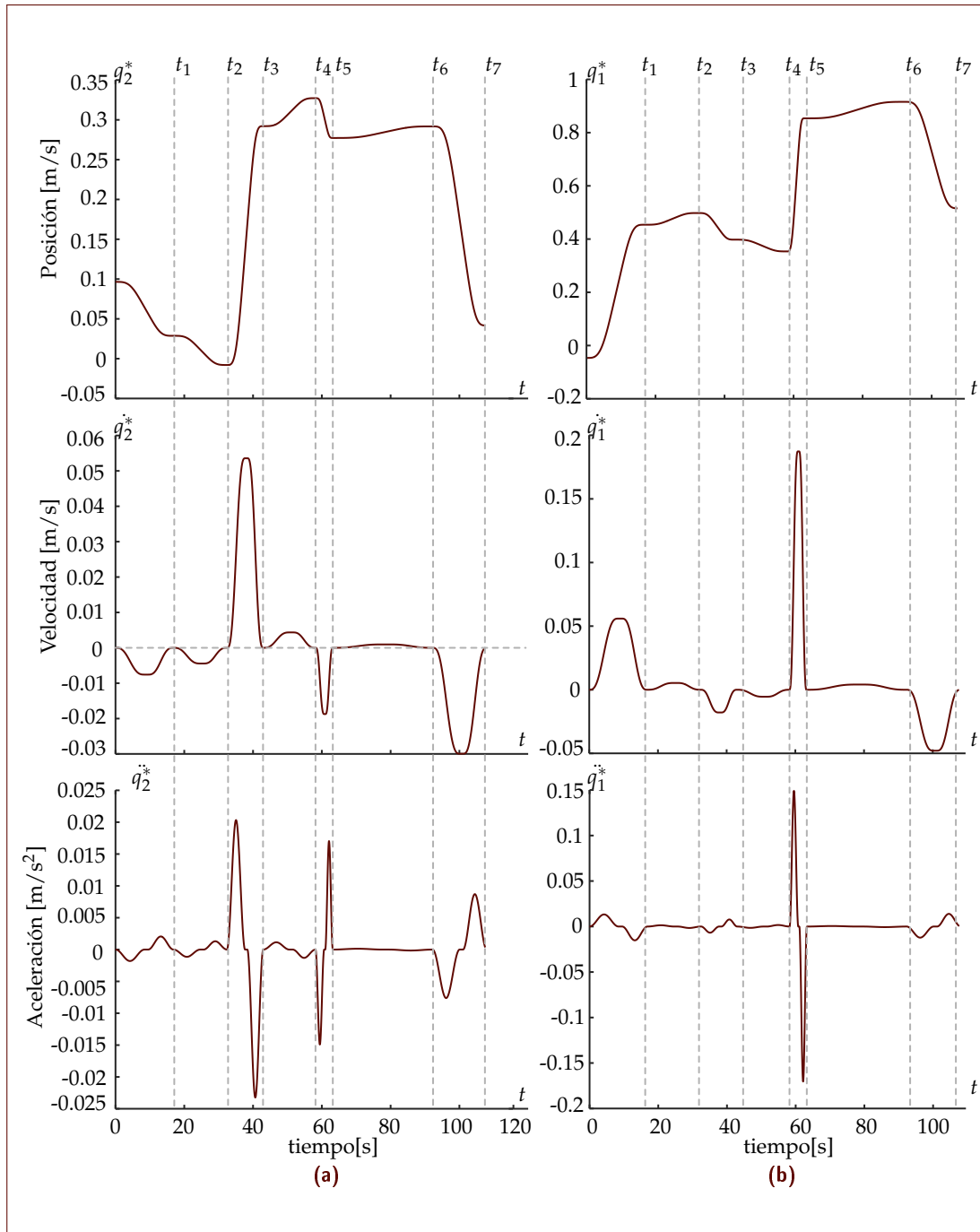
**Figura 7.1:** Contorno cerrado triángulo sobre el espacio  $xy$  operacional. Constituye una trayectoria compuesta de tramos rectos y rotaciones.



### 7.1.1 Perfiles de movimiento obtenidos

Desarrollada la generación de perfiles de movimiento con el procedimiento descrito en el capítulo 5, se consiguen los resultados de las gráficas de posición  $q_1^*(t)$  y  $q_2^*(t)$ , velocidad  $\dot{q}_1^*(t)$  y  $\dot{q}_2^*(t)$  y aceleración  $\ddot{q}_1^*(t)$  y  $\ddot{q}_2^*(t)$  mostradas en la Figura 7.2. Se observa que los perfiles de movimiento son funciones suaves y continuas, a pesar de ser funciones a trozos. Los perfiles de velocidad y aceleración tienen valores iguales a cero en los límites de los intervalos descritos por  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5$  y  $t_6$ . Sin embargo, esta medida de cero en las condiciones de aceleración y velocidad no implican que no se presente un desplazamiento, ya que en medio de los intervalos se tienen tramos de aceleración y desaceleración que generan el movimiento articular deseado para mover la cortadora en el espacio de trabajo.

Los valores máximos de velocidad y aceleración apreciados en las gráficas, resultan de la puesta en marcha del algoritmo de generación de perfiles con base en una velocidad de cruce de traslación de  $v_{cl}$ . La velocidad de cruce consiste en una rapidez promedio de desplazamiento en el que la máquina ejecuta un trayecto, ya sea curvo o recto. Esta rapidez promedio es un parámetro de entrada al algoritmo para determinar los intervalos de tiempo en que se construyen los perfiles de movimiento y en el que se desarrolla el recorrido. El criterio de selección de la velocidad de cruce se determina con base en el tipo de trayectoria y el torque máximo  $\tau_{max}$  que implica ese recorrido en los motores, siempre buscando la mayor velocidad promedio posible para reducir los tiempos de producción. En la tabla 7.1 se muestra el requerimiento de  $\tau_{max}$  que debe ser cubierto por la capacidad de los motores, cuando se realiza una traslación en línea recta del contorno triángulo. Es necesario tener en cuenta que los motores seleccionados tienen una capacidad máxima de torque equivalente 1.27Nm[14], de acuerdo



**Figura 7.2:** Unión de los perfiles de posición, velocidad y aceleración en cada movimiento necesario para realizar los recorridos lineales del contorno triángulo: **(a)** En la articulación  $q_1$  **(b)** En la articulación  $q_2$ .

## 7. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

**Tabla 7.1:** Torque requerido en los motores según la velocidad cruce en recorridos rectos.

Articulación	$\tau_{max}$ [N/m]	$v_{cl}$ [mm/s]	$v_c$ [mm/s]
$q_1$	0.2	30	N/A
$q_2$	0.37	30	N/A
$q_3$	0.8	N/A	15

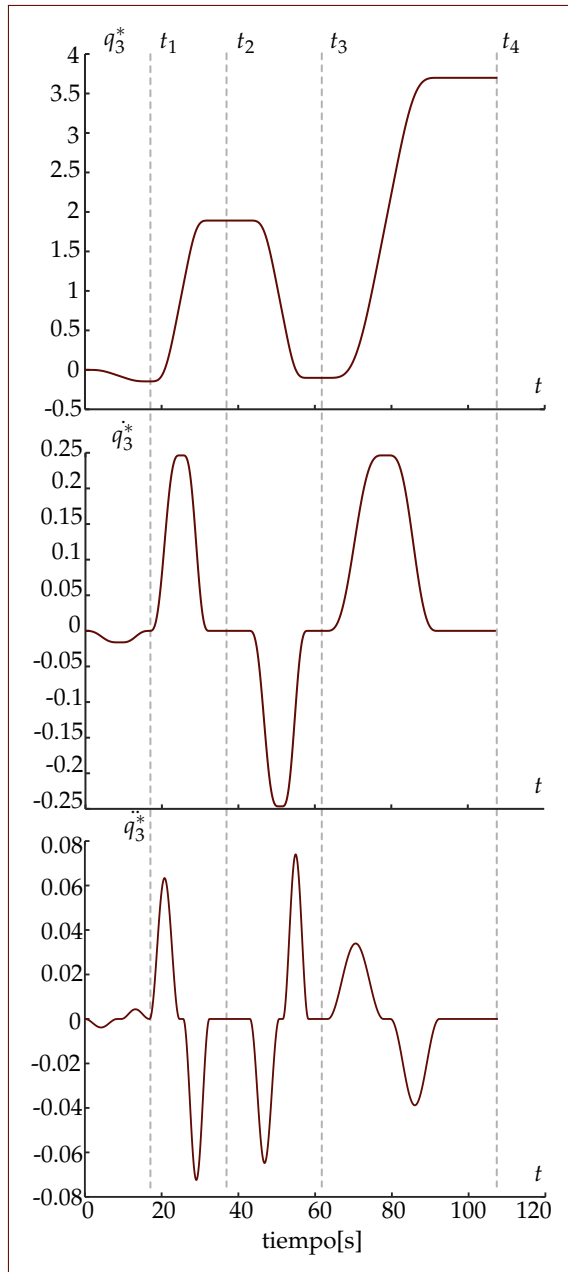
a los resultados se puede afirmar que el dimensionamiento es correcto, para ninguna articulación  $q_i$  se supera el  $\tau_{max}$ .

Por otro lado, el comportamiento de la rotación de la máquina se puede evidenciar en la posición angular articular deseada  $q_3^*(t)$ , la velocidad angular articular  $\dot{q}_3^*(t)$  y la aceleración angular articular  $\ddot{q}_3^*(t)$  en la Figura 7.3. En este caso se observa que la máquina tiene cuatro cambios de orientación en los vértices del triángulo y mientras se desplaza hacia el punto inicial del contorno triangular desde su posición inicial en el espacio operacional. En estos casos los cambios de orientación se hacen de forma suave, teniendo el mismo comportamiento de las funciones obtenidas en la Figura 7.2 pero con la diferencia que en los tramos de traslación no se tienen cambios de orientación.

Como análisis de los perfiles de movimiento articular obtenidos, se puede afirmar que mientras se ejecutan desplazamientos rectos como en este caso del contorno triangular, es necesario mantener la orientación de la máquina constante para asegurar un recorrido completamente recto entre dos puntos. De lo contrario, el contorno tendrá curvas indeseadas que generan diferencias con el contorno de confección y a su vez, afecta el índice de calidad del corte de la tela (que se explicará en secciones subsiguientes). Los cambios de orientación de la máquina se deben hacer en los vértices solamente, por lo tanto, en estos puntos es necesario mantener los valores de posición operacional  $x$  e  $y$  estáticos en la coordenada operacional de los vértices. Sin embargo, no se observan intervalos de tiempo  $[t_k \ t_{k+1}]$  (con  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) donde las velocidades articulares  $\dot{q}_1(t)$  o  $\dot{q}_2(t)$  se mantengan en cero. Esto se debe a que el hecho de que mantener constante la posición del efector final del robot (cuchilla de la cortadora textil) en una coordenada definida  $x, y$  mientras se lleva a cabo una rotación en los vértices, exige un cambio en las posiciones articulares  $q_1$  y  $q_2$ . Esto se debe fundamentalmente al modelamiento geométrico de posición del robot descrito en el Capítulo 3. Con esto, también se verifica la efectividad y precisión del modelo geométrico de posición propuesto para el robot, ya que los movimientos articulares en todo el recorrido garantizan la creación del contorno deseado en el espacio operacional.

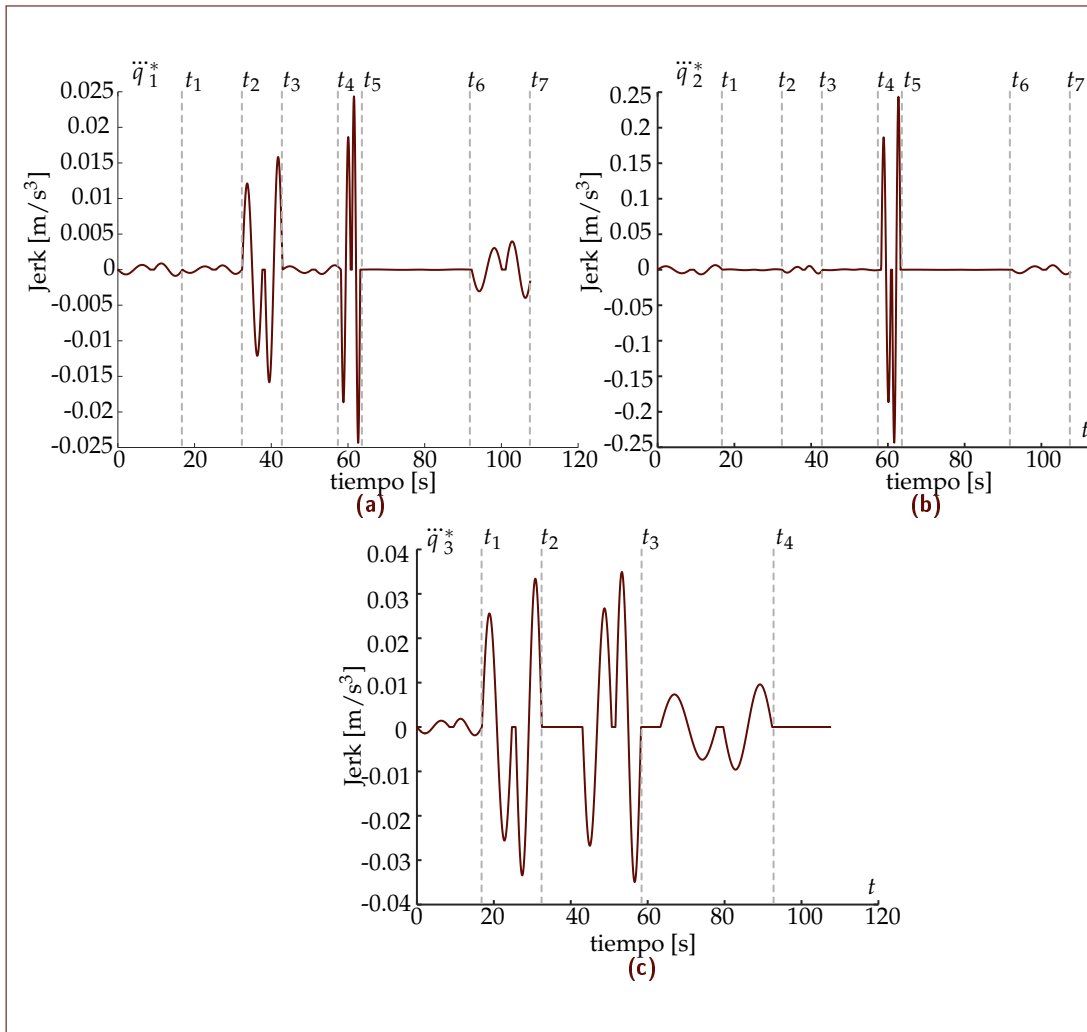
### *Perfil de Jerk alcanzado*

El *Jerk* resultante de los perfiles de movimiento en se observan en la Figura 7.4. La amplitud máxima del *Jerk* depende directamente de los intervalos de tiempo en los que se cumple  $\ddot{x}(t) \neq 0$ . Si el tiempo de aceleración o desaceleración es grande, la amplitud del *Jerk* disminuye. Sin embargo, el valor máximo que tenga esta tercera derivada



**Figura 7.3:** Unión de los perfiles de posición, velocidad y aceleración en cada movimiento necesario para realizar los recorridos lineales del contorno triángulo en la articulación  $q_3$ .





**Figura 7.4:** Jerk resultante del movimiento articular para ejecutar la trayectoria del triángulo para (a) La articulación  $q_1$ . (b) La articulación  $q_2$ . (c) La articulación  $q_3$ .

no influye de manera negativa en el desempeño a largo plazo de los motores, además porque la forma de esta señal es acotada y continua, a diferencia de señales Jerk que resultan de perfiles de movimiento parabólicos o trapezoidales como los presentados en [29]. Estos otros tipos de perfiles de movimiento generan un Jerk discontinuo, muchas veces con señales impulso que aplican una magnitud teóricamente infinita en ciertos intervalos de tiempo. Lo que representa daños y desgastes en la estructura mecánica y de los actuadores a largo plazo.

Con la forma del Jerk obtenida en la Figura 7.4, se puede observar un valor igual a cero en el intervalo de velocidad constante, que se ubica al inicio y al final de los intervalos descritos por  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$ ,  $t_5$  y  $t_6$ . Esto representa que los motores (y en este caso el

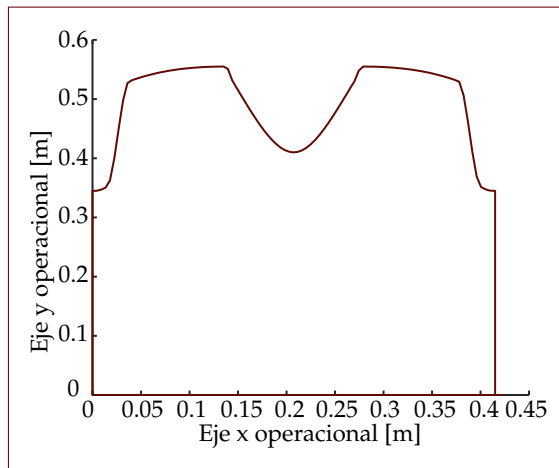
motor asociado a la primera articulación) no tendrán una carga inercial adicional a causa del movimiento y por el contrario se preservará su vida útil en la operación del corte textil. Adicionalmente, un *Jerk* con las características obtenidas en este apartado previene daños estructurales en los eslabones del robot de 3GDL, al evitar cambios repentinos de aceleración en tiempos muy cortos.

## 7.2 DESEMPEÑO CON CONTORNOS TEXTILES

En esta sección se describen los resultados de la implementación del sistema de control al robot de 3GDL, y su desempeño cuantificado en términos de los índices KPI propuestos en el capítulo 1. Para este caso se selecciona el corte de una camiseta con el objetivo de evaluar el desempeño del sistema de control en trayectorias rectas y trayectorias curvas.

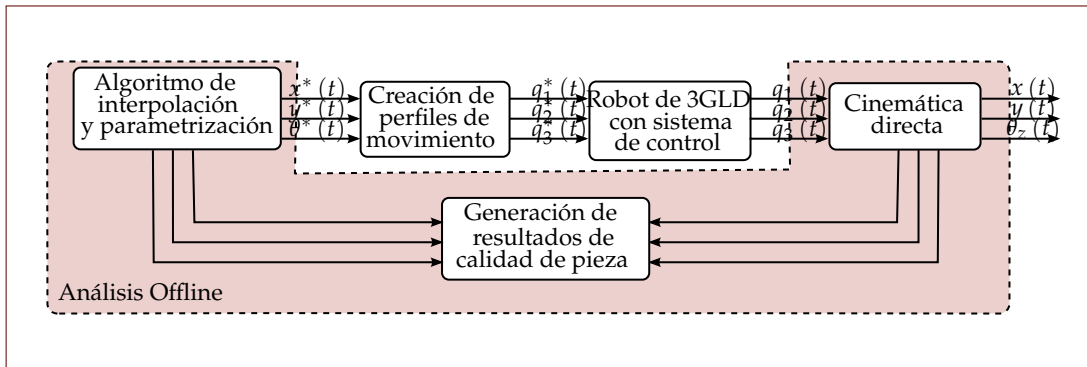
### 7.2.1 Descripción de la trayectoria de corte

El contorno de confección seleccionado es el patrón para la fabricación de una camiseta talla 10 cuyo modelo en espacio operacional se muestra en la Figura 7.5, cuenta con tres trayectorias curvas y tres trayectorias rectas. Las trayectorias curvas siguen el proceso de interpolación y parametrización propuesto en este documento, mientras que las trayectorias rectas se construyen con la información de los puntos iniciales y finales del recorrido.



**Figura 7.5:** Contorno textil usada para el análisis de resultados y desempeño del sistema de corte.

Los perfiles de movimiento articulares de referencia siguen funciones de formas similares a las gráficas de la Figura 7.2. Estas señales de referencia entran al sistema de control CBDE con observador ESO. Posteriormente, el sistema de control genera los torques necesarios para que los motores causen el movimiento articular deseado y así llevar el efector final del robot a las posiciones y orientaciones requeridas.



**Figura 7.6:** Método de generación de resultados para establecer índices de calidad del contorno textil cortado.

### 7.2.2 Desempeño en calidad del contorno

La calidad del contorno se evalúa con base en tres criterios:

- Error medio operacional.
- Error medio operacional a causa de las vibraciones de la máquina
- Correlación entre el contorno de referencia y el cortado.

Cada criterio muestra el desempeño del sistema de control de lazo cerrado por medio de índices cuantitativos que comparan la información del error, el efecto de las perturbaciones, y la comparación entre el contorno deseado y el cortado. Para esto es necesario aplicar cinemática directa a las señales medidas de desplazamiento articular sobre la máquina, con el fin de calcular las posiciones operacionales reales del efector final en su trayecto. Se aplica el método de recolección de resultados descrito en la Figura 7.6 que consiste en tomar los trayectos de referencia y compararlos con los trayectos operacionales resultantes de la cinemática directa aplicada a las mediciones de posición articular. Que son las mismas señales de salida del sistema de control realimentado, aplicado a la máquina de corte. Las señales de desplazamiento operacional deseadas en la cortadora se describen como  $x^*(t)$ ,  $y^*(t)$  y  $\theta_z^*(t)$ , y las señales reales de desplazamiento operacional de la cortadora se definen como  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $\theta_z(t)$ .

#### *Análisis del error medio operacional*

El criterio del error medio se determina con base en el índice IAE [30] y luego se divide entre el tiempo transcurrido del corte. Esto permitirá definir un índice de error medio entre los desplazamientos lineales o angulares en el espacio operacional deseados y los obtenidos con el sistema de control. Se extrae un índice de error medio por cada

componente del espacio operacional. Se define una señal del error para el desplazamiento en el eje  $x$  descrito como  $e_x = x^*(t) - x(t)$ , la señal del error en el eje  $y$  descrito como  $e_y = y^*(t) - y(t)$ , y la señal del error de desplazamiento angular operacional  $e_\theta = \theta_z^*(t) - \theta_z(t)$ .

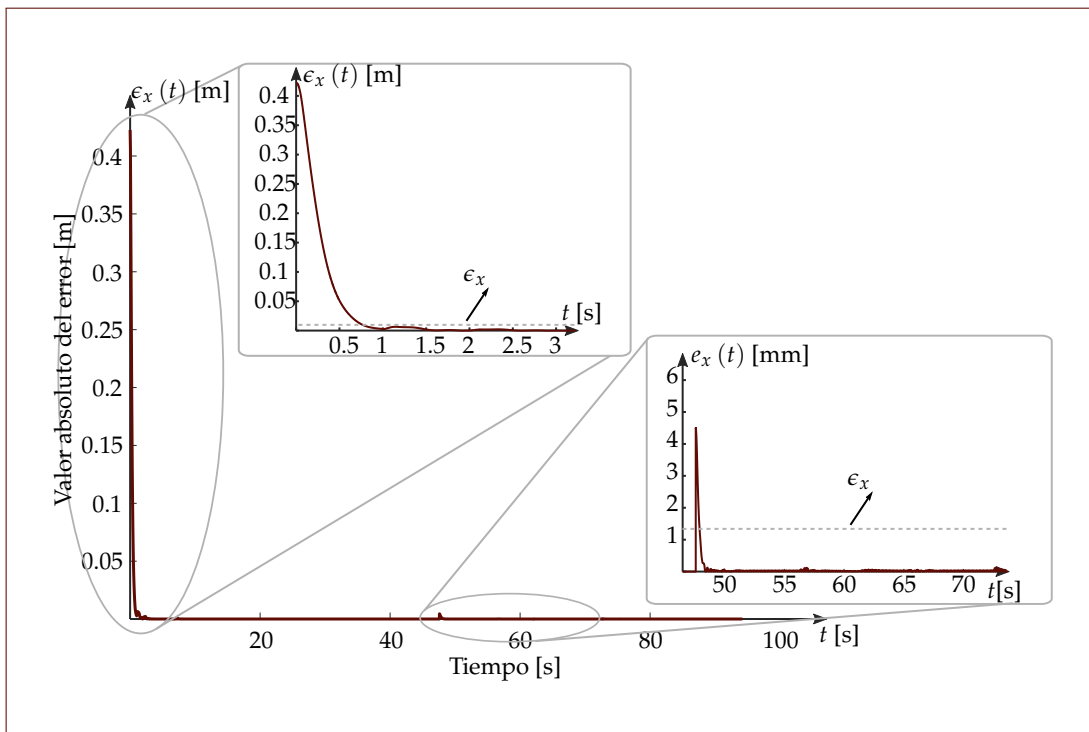
De forma general, se define el error medio para cualquier componente del espacio operacional como  $\epsilon$  en (7.1). Se usa el valor absoluto de la señal del error  $e_x, e_y$  o  $e_\theta$  (definido de forma general como  $e_c(t)$  en la ecuación) ya que las señales de error contienen valores positivos o negativos, pero sin importar su signo, igualmente representan errores que deben sumarse al índice en vez de restarlos en el caso que sean negativos. El tiempo  $T$  se define como el tiempo total en que la máquina ejecuta el corte del contorno textil.

$$\epsilon = \frac{1}{T} \int_0^T |e_c(t)| dt \quad (7.1)$$

El índice del error medio permitirá determinar la desviación media en unidades de longitud o ángulo, según corresponda, entre los desplazamientos de referencia conformados por la creación del contorno textil, y los desplazamientos reales que tiene la cortadora en medio de su operación. Gráficamente, el índice de error medio aparece como un valor numérico que depende del tiempo total del corte y la señal correspondiente al valor absoluto de las señales de error para la componente  $x$  tal y como se describe en la Figura 7.7. Con la variable  $\epsilon_x$  como el índice de error medio para el desplazamiento en  $x$ . También se tiene el caso para desplazamiento en  $y$  y desplazamiento  $\theta_z$  teniendo resultados gráficos similares. De forma general, si el valor absoluto de los errores tiene una amplitud cada vez más grande, así mismo el índice de error medio tiende a aumentar. Sin embargo, las señales obtenidas tienen una alta tendencia a cero durante todo el recorrido, dando como resultado un error medio muy cercano a cero. Esto indica que el sistema de control es capaz de mantener un seguimiento de las señales de referencia con errores muy bajos y tolerables en una operación como el corte de telas.

De forma consolidada, los resultados obtenidos para el análisis de la calidad de corte con respecto al error medio operacional se describen en la Tabla 7.2. Los índices muestran una desviación en el orden de los milímetros en los desplazamientos deseados con respecto a los desplazamientos reales de la cortadora. Estos errores medios en las dimensiones obtenidas indican que el proceso de corte es capaz de generar contornos textiles correctamente escalados en talla y con una alta precisión. Un error medio operacional superior a 5mm puede generar problemas en las contornos textiles cortadas debido a que se comienza a comprometer el tallaje requerido, en especial para contornos textiles de tallas para niños. Por eso, no es posible admitir errores medios operacionales superiores a los 5mm. En la Tabla 7.2 se observan resultados satisfactorios con base en este requerimiento de precisión asumiendo incertidumbres de medición apreciables de 4.5mm o 4° para el caso de la articulación rotacional.

## 7. RESULTADOS Y DISCUSIÓN



**Figura 7.7:** Interpretación gráfica del índice de error medio operacional para las señales de error para el desplazamiento en  $x$  del espacio operacional.

Índice del error medio operacional	Valor obtenido sin considerar ruido de medición	Valor obtenido con incertidumbre de medición $\sigma_{1,2} = 1\text{mm}$ o $\sigma_3 = 1,2^\circ$	Valor obtenido con incertidumbre de medición $\sigma_{1,2} = 2\text{mm}$ o $\sigma_3 = 3^\circ$	Valor obtenido con incertidumbre de medición $\sigma_{1,2} = 4,5\text{mm}$ o $\sigma_3 = 4^\circ$
$\epsilon_x$	1.31 mm	1.83 mm	1.96 mm	3.42 mm
$\epsilon_y$	1.07 mm	1.7 mm	2.14 mm	3.55 mm
$\epsilon_\theta$	0.015°	0.47°	1.05°	1.5°

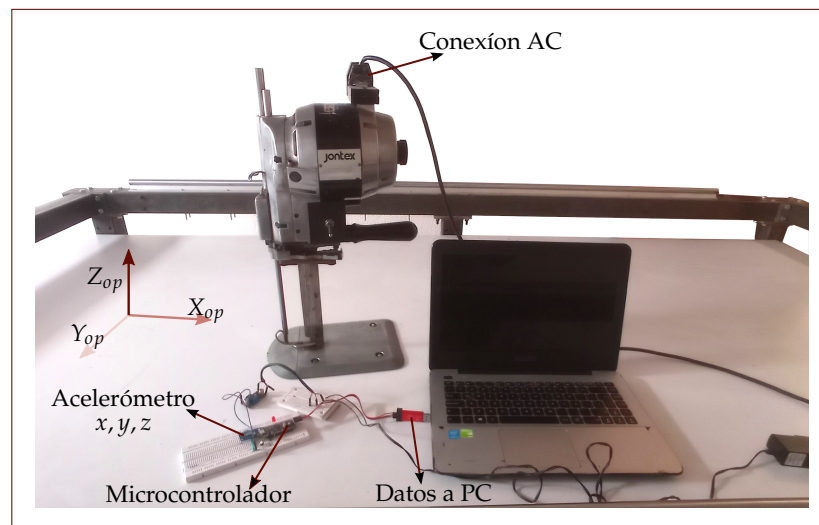
**Tabla 7.2:** Índices de error medio operacional obtenidos en cada componente para el corte del contorno textil trabajado y su relación con las incertidumbres en las mediciones.

El índice del error medio operacional también demuestra que el efecto de las señales de perturbación como las vibraciones o la fricción presentes en la máquina son correctamente rechazadas por el sistema de control, y generan un efecto mínimo en el desplazamiento de la cortadora en todo el plano de la mesa. Sin embargo, el ruido de medición juega un papel importante en el índice de error medio, y por lo tanto en la precisión de corte debido a que la incertidumbre del sensor incrementa los índices  $\epsilon_x, \epsilon_y$  y  $\epsilon_\theta$ . Haciendo pruebas en entornos de simulación, es posible establecer diferentes magnitudes de ruido en las mediciones articulares que representan la incertidumbre en la medición de los sensores, basado en un modelo estocástico de ruido ya mencionado en (4.9). La tabla con los índices de error medio muestra un incremento progresivo del error medio en los desplazamientos de las coordenadas y en el ángulo de orientación operacional a medida que se tiene más incertidumbre  $\sigma_i$  en los sensores de medición de posición articular para la obtención de  $q_1, q_2$  y  $q_3$ . Este incremento progresivo se debe a que el sistema de control no cuenta con un modelo de rechazo de ruido. De hecho al ser un modelo estocástico, no es posible aplicar un modelo de perturbación del ruido en el observador de estados extendidos debido a la alta frecuencia y aleatoriedad de las mediciones. Sin embargo, se observa que en cierta medida, el sistema de control es capaz de disminuir la incertidumbre en los desplazamientos operacionales en relación al valor de incertidumbre en las mediciones. Por ejemplo, con una incertidumbre de medición articular de 4.5mm para las dos primeras articulaciones, el sistema de control aplicado al robot de 3GDL es capaz de disminuir el error medio alrededor de 1mm con base en los resultados de  $\epsilon_x$  y  $\epsilon_y$ . Esto se debe a que el sistema de control de lazo cerrado hace un filtrado del ruido de medición por el ancho de banda manejado por todo el lazo cerrado, ocasionando que en cierta medida la incertidumbre se vea atenuada. Este efecto se nota más en el error medio para el desplazamiento angular operacional  $\epsilon_\theta$ , donde a pesar de tener una incertidumbre de hasta 4 grados en las mediciones de posición angular articular, el sistema de control de esa articulación es capaz de ejercer una atenuación más significativa obteniendo errores medios de hasta  $1.5^\circ$ .

En general, la magnitud de ruido de medición (incertidumbre de los sensores) se puede disminuir con el sistema de lazo cerrado garantizando un ancho de banda cada vez más pequeño según lo mostrado en [31]. Sin embargo, un ancho de banda de lazo cerrado disminuido genera altos tiempos de respuesta  $t_{ss}$ , que no es algo muy conveniente en este tipo de sistemas ya que el error medio operacional tiende a aumentar debido a la baja robustez que un alto tiempo de respuesta implica con respecto a las perturbaciones de vibración de la máquina que requieren un ancho de banda significativo para su rechazo. Por lo tanto, el sistema de control propuesto y aplicado a la máquina de corte deberá contar con sensores de alta precisión para alcanzar el desempeño deseado.

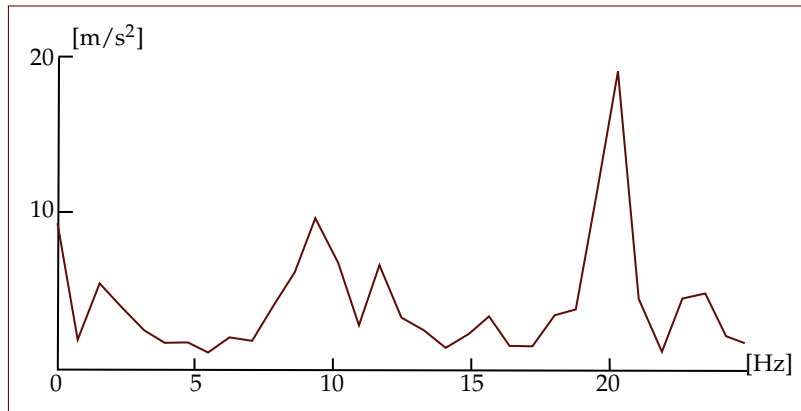
### *Error medio operacional con base en variaciones de sintonización del modelo de perturbación de las vibraciones*

Por otro lado, también es posible establecer el comportamiento del error medio operacional con base en variaciones en la sintonización de las frecuencias de vibración que generan perturbaciones en cada desplazamiento articular. Se vio que el observador de estados extendidos posee un modelo de señales periódicas con el objetivo de rechazar cualquier perturbación de esta característica, como lo es la naturaleza de las vibraciones articulares equivalentes causadas por la vibración de la cortadora. Así mismo, se definió una frecuencia de vibraciones de 20Hz causada en la mesa por la cortadora con base en mediciones con acelerómetro. El método experimental para determinar la frecuencia de las vibraciones se describe en la Figura 7.8, donde el sistema embebido consiste en la conexión de un acelerómetro ADXL345 [32] a un sistema microcontrolador que adquiere las señales y las envía a un computador para su visualización y análisis mediante un protocolo UART. Al encender la máquina de corte, se generarán vibraciones en la mesa que pueden ser vistas como cambios en los valores adquiridos por el acelerómetro y así obtener una señal periódica con una frecuencia fundamental de vibración.



**Figura 7.8:** Método de medición de la frecuencia de las vibraciones de la máquina sobre la mesa de corte.

A la señal periódica de vibración se le aplica una transformada de *Fourier* para determinar la frecuencia fundamental dominante cuyo resultado se describe en la Figura 7.9. Se observa en este caso que la componente fundamental de las vibraciones es de 20Hz. Como se ha mencionado antes, el parámetro requerido para rechazar las vibraciones en el sistema de control y disminuir su efecto en la precisión de los contornos cortados es la frecuencia de las señales obtenidas. Con esta información, se sintonizan los observadores de estados extendidos a esa frecuencia para que cualquier señal periódica con ese mismo parámetro se rechace completamente.



**Figura 7.9:** Resultados de medición de vibraciones en la máquina cortadora sobre la mesa de corte. Espectro de la señal de vibración en la mesa a causa de la cortadora.

Índice del error medio operacional	Valor obtenido con el controlador bien sintonizado en la frecuencia de vibración	Valor obtenido con una desviación de $\Delta\omega = 0,2\text{Hz}$ en la sintonización	Valor obtenido con una desviación de $\Delta\omega = 0,5\text{Hz}$ en la sintonización	Valor obtenido con una desviación de $\Delta\omega = 1\text{Hz}$ en la sintonización
$\epsilon_x$	1.31 mm	1.49 mm	2.88 mm	3.18 mm
$\epsilon_y$	1.07 mm	1.22 mm	2.45 mm	2.72 mm
$\epsilon_\theta$	$0.015^\circ$	$0.134^\circ$	$0.22^\circ$	$0.26^\circ$

**Tabla 7.3:** Error medio operacional debido a desviaciones en la sintonización de la frecuencia de vibración de la cortadora.

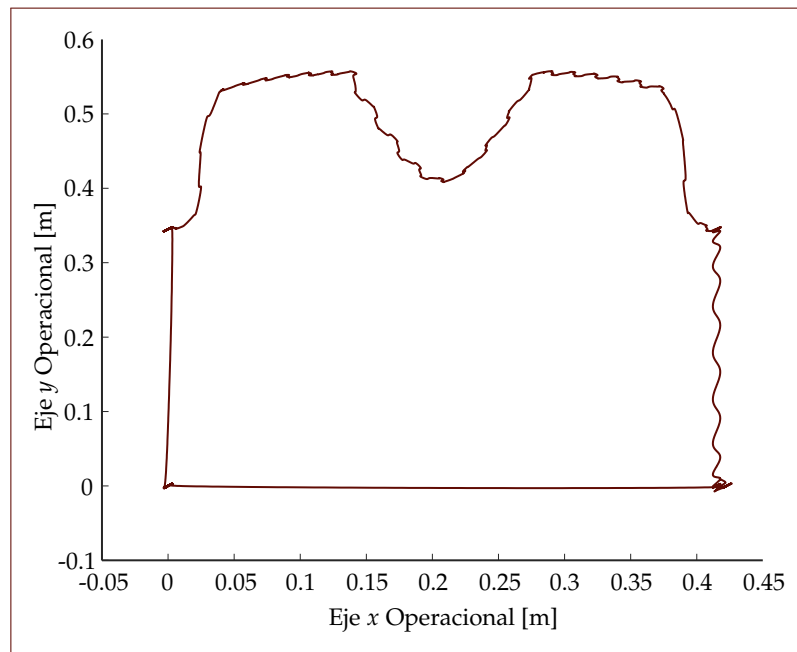
Sin embargo, es de esperarse que las frecuencias obtenidas no correspondan exactamente a las frecuencias de vibración reales debido a la rigidez de la estructura y los materiales usados en la construcción de la máquina. Por este motivo, se presenta el análisis del error medio cuadrático cuando existen desviaciones en el parámetro de frecuencia de las vibraciones en la Tabla 7.3. En la primera columna de la tabla se considera el sistema perfectamente sintonizado con la frecuencia de las vibraciones, mientras que en las columnas subsiguientes se consideran desviaciones en la sintonización en términos de la variable  $\Delta\omega$ . para la extracción de estos resultados, se asume que los sensores no tienen incertidumbre, con el objetivo de ver solamente los efectos de la perturbación de vibración en la precisión de las contornos textiles obtenidos. Las perturbaciones de torque equivalentes tienen una magnitud de 0.01 [Nm] para los motores actuadores en las coordenadas en  $x$  y  $y$ , y una vibración equivalente en la tercera articulación (en el motor actuador) con amplitud de 0.05 [Nm].

En la Tabla 7.3 se puede observar que entre mayor sea  $\Delta\omega$ , mayor será el error medio causado por la vibración de la máquina. Sin embargo, se tiene cierta tolerancia de



hasta 1Hz de desviación. Considerando que la frecuencia de vibración es baja, es posible tener mediciones precisas de este dato con el objetivo de sintonizar correctamente los Observadores de Estados Extendidos. Para modelar correctamente la perturbación de vibración y posteriormente rechazarla con la acción del sistema de control. Con desviaciones muy grandes en la medición de las frecuencias de vibración se puede comprometer el requerimiento de precisión para evitar afectar el tallaje y la calidad de los contornos textiles. En este sentido, se requiere hacer una sintonización precisa de los resonadores internos en los observadores de estados del sistema de control de lazo cerrado para obtener una precisión válida en el corte del contorno textil.

**Figura 7.10:** Contorno textil cortado por el robot de 3GDL con un error medio operacional aceptable en términos del error medio operacional, pero no por el índice de diferenciación.



### *Análisis de correlación del contorno cortado con el de referencia*

El error medio operacional es un parámetro válido para determinar de forma cuantitativa la calidad del contorno cortado en cuanto a precisión del corte. Sin embargo, se puede presentar el caso en donde se tenga un índice de error medio dentro de los requerimientos (de 5mm como máximo por cada componente del espacio operacional), pero visualmente, el resultado del corte textil no sea exactamente el esperado. Este caso se describe en la Figura 7.10, donde a pesar que los errores medios están dentro del margen permitido, se muestran ciertas oscilaciones que afectan la calidad del contorno cortado. Estas oscilaciones se presentan en el caso que los observadores no estén precisamente sintonizados en la frecuencia de vibración de la máquina.

Entonces se define otro parámetro basado en el índice de correlación de Pearson [33], pero transformado para volver más estricto el índice requerido con el fin de concluir

una similitud adecuada entre el contorno de referencia deseado y el contorno real cortado. Por lo tanto, el índice propuesto (llamado en este documento como “índice de diferenciación”  $r$ ), para evaluar la calidad del corte con base en las coordenadas operacionales  $x$  e  $y$  de forma conjunta se muestra en (7.2).

$$r = 100 \left( 1 - \frac{\sum_m \sum_n (\mathbf{M}_{mn} - \bar{\mathbf{M}}) (\mathbf{N}_{mn} - \bar{\mathbf{N}})}{\sqrt{\left( \sum_m \sum_n (\mathbf{M}_{mn} - \bar{\mathbf{M}})^2 \right) \left( \sum_m \sum_n (\mathbf{N}_{mn} - \bar{\mathbf{N}})^2 \right)}} \right) \quad (7.2)$$

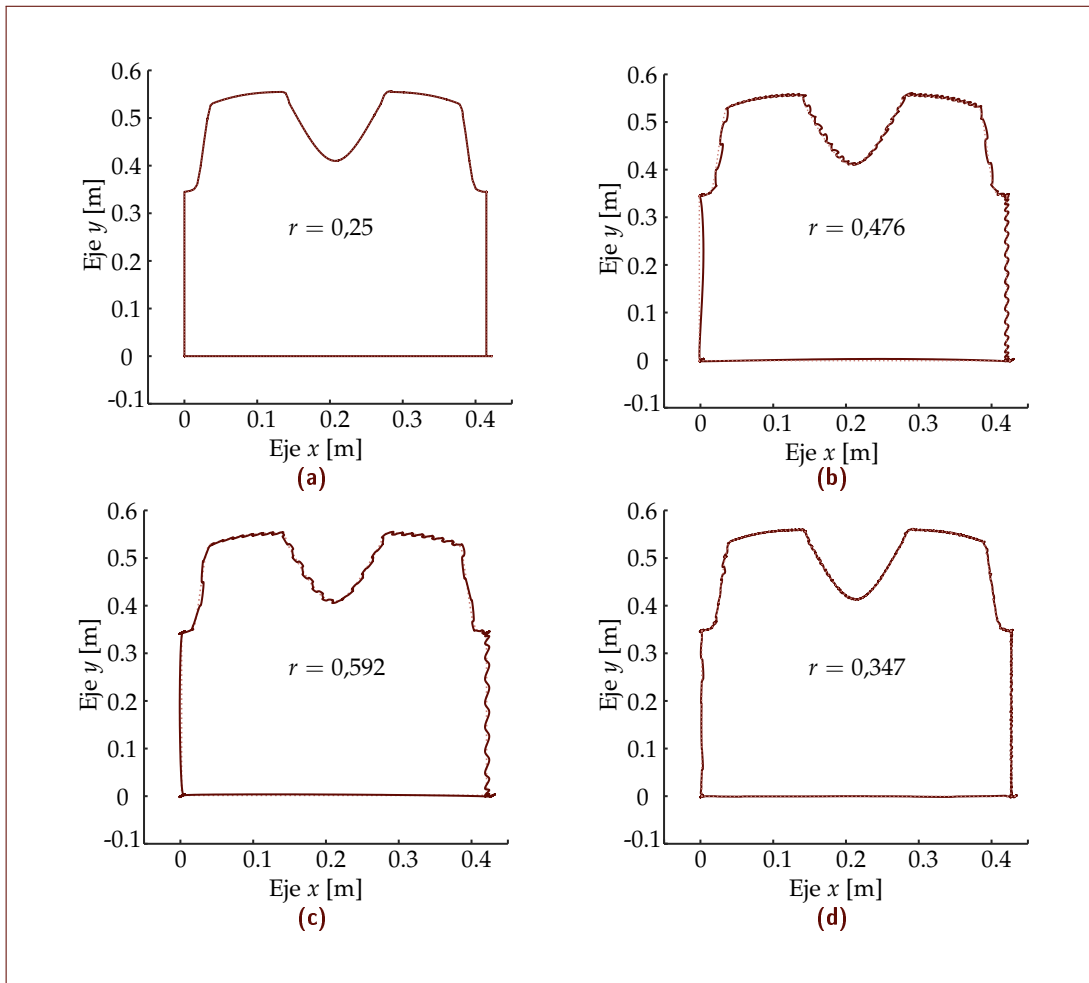
Tanto la matriz  $\mathbf{M}$  como la matriz  $\mathbf{N}$  tienen tamaños de  $2 \times k$  donde  $k$  es el número de datos seleccionados para el análisis de correlación. Se tienen dos filas en estas matrices ya que se cuenta con dos coordenadas cartesianas donde se desarrolla el corte textil. Los valores  $m$  y  $n$  son índices de las sumatorias que van desde 1 hasta el número de datos  $k$  seleccionados. Los valores  $\bar{\mathbf{N}}$  y  $\bar{\mathbf{M}}$  son números escalares que corresponden al promedio de los elementos de las matrices  $\mathbf{N}$  y  $\mathbf{M}$  respectivamente.

El índice de diferenciación  $r$  se puede comprender como un valor normalizado adimensional, donde  $r = 1$  indica una diferencia total del contorno de referencia y el contorno cortado, mientras que  $r = 0$  indica una similitud exacta. Por medio del desarrollo en entorno de simulación teniendo en cuenta las perturbaciones de incertidumbre de medición y vibraciones de la mesa, se observó que contar con índices  $r$  menores que 0.4 implican que los contornos cortados cumplirán con un criterio mínimo aceptable para que sea considerada de calidad estándar sin afectar los tallajes o la forma del contorno textil.

En la Figura 7.11 se pueden observar diferentes resultados de los contornos textiles cortados con su índice de diferenciación. Se puede observar a partir de apreciación visual, que los cortes de mayor calidad son los mostrados en las Figuras 7.11(a) y 7.11(d), cuyo índice  $r < 0,4$ , mientras que para los casos restantes, al tener un índice  $r$  mayor a 0.4, se observan contornos de más baja calidad ya que el sistema de control para estos ensayos no sintoniza de forma precisa la frecuencia fundamental de vibración de la cortadora.

### ***Discusión de los índices de calidad del contorno***

Para todos los casos anteriores de la Figura 7.11, si se evalúa el índice de error medio operacional, no se obtendrán valores adversos superiores a 5mm. Sin embargo, el resultado con el índice de diferenciación encuentra deficiencias de precisión de corte cuando este valor es superior a 0.4. Por lo tanto, se deduce que el índice de error medio operacional debe ser un parámetro de medición de calidad de los contornos cortados que puede definir de forma separada el desempeño sobre cada componente del espacio operacional, ya sea para la coordenada  $x$ ,  $y$  o para el desplazamiento angular  $\theta_z$ .



**Figura 7.11:** Índices de diferenciación con relación al resultado final de los contornos cortados. **(a)** Caso ideal con rechazo completo de perturbaciones de vibración de la cortadora y sin incertidumbre en las mediciones. **(b)** Caso en que las vibraciones de la máquina son medianamente rechazadas por el sistema de control. **(c)** Contorno cortado bajo un fuerte efecto de las vibraciones de la cortadora, y **(d)** Contorno cortado con una incertidumbre de mediciones de 1mm y con rechazo preciso de la frecuencia fundamental de vibración de la cortadora.

Entre tanto, el índice de diferenciación es un valor que toma en cuenta la información conjunta de todas las componentes del espacio operacional, arrojando un apéndice de calidad del contorno integral y teniendo en cuenta todos los datos.

Por tal razón, el índice de error medio es un valor útil para diagnosticar qué componente del espacio operacional presenta mayor precisión en el contorno cortado, y en qué componente se está presentando la mayor parte del error de medición. Esto puede ser útil para diagnosticar problemas de precisión en la máquina, de tal manera que sea posible corregirlos a partir de resintonizar el sistema de control en el robot de 3GDL, o en su defecto, verificar la creación de los contornos en el software de tal manera que sea posible aumentar la calidad del contorno textil cortado. El error medio operacional también arroja una medida clara en términos de desviaciones de longitud, indicando claramente qué trayectos se pueden mejorar en la programación de nuevos contornos para llevar el sistema de corte automatizado a valores menores a 5mm de error por cada eje y así evitar perjuicios en tallaje o escalamiento de los contornos textiles cortados.

Por otro lado, el índice de diferenciación  $r$  genera una medida compacta con respecto a la comparación del contorno de referencia y el real. Este índice tiene la ventaja de indicar de forma cuantitativa si un contorno generado es de alta calidad o no. Sin embargo, se tiene la desventaja de dar una visión global que hace difícil establecer diagnósticos y oportunidades de mejora en el sistema de control o en el diseño del trayecto para obtener mejores contornos. De todas maneras, muestra un punto de partida claro y global parametrizado acerca de la afirmación cualitativa: “contorno de alta calidad”. El índice de diferenciación establece un parámetro claro para determinar si un contorno resultante cortado es válido o no dependiendo de un valor umbral de 0.4.

En conclusión, ambos índices de calidad del contorno (error medio operacional e índice de diferenciación) son complementarios y dan información completa acerca de la precisión con la que se corta el contorno por parte del sistema automatizado.

### **7.2.3** *Tiempos de ejecución del corte*

Los tiempos de ejecución del corte se encuentran directamente ligados a la velocidad lineal de la cortadora al momento de ejecutar un trayecto para corte de un contorno textil. El objetivo de la máquina cortadora automatizada es reducir los tiempos de corte por contorno para aumentar la producción. Partiendo del contorno textil estudiado para el análisis y discusión de resultados, es posible afirmar a partir de pruebas de corte manual, que el operario se toma un tiempo de 2.5 minutos o 150 segundos para cortar el contorno de la Figura 7.5. Cabe aclarar que la condición de corte consiste en aprovechar la máxima capacidad de corte de la máquina, por ejemplo para una cortadora vertical con una cuchilla de 8 pulgadas de longitud, se hace el tendido de 60 capas de tela conocida comercialmente en Colombia como “Piel de Conejo”. Las 60 capas de tela cubren completamente la longitud de la cuchilla, por este motivo, se afirma que se aprovecha la máxima capacidad de corte. La disposición de las capas



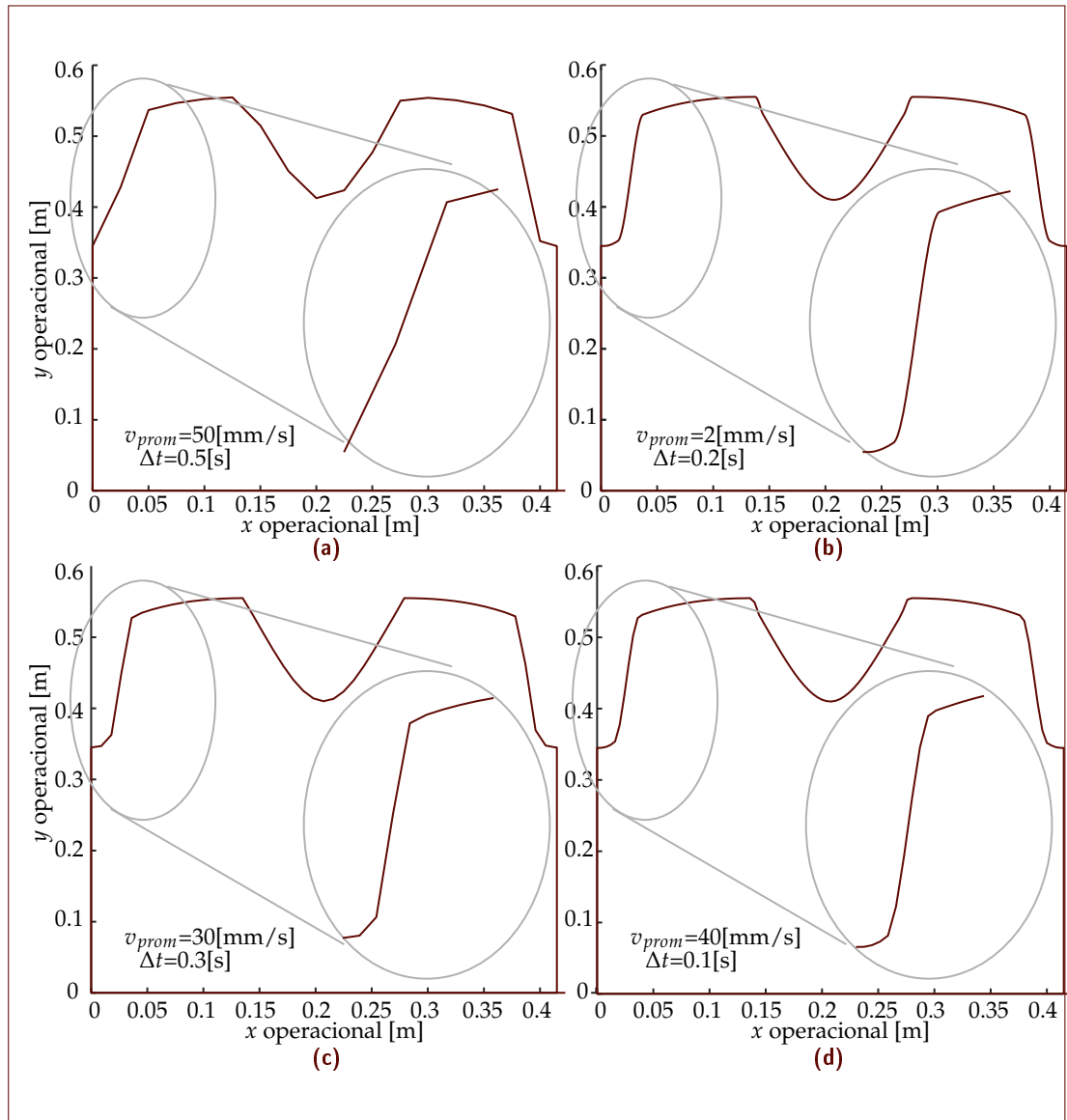
**Figura 7.12:** Máxima capacidad de corte de la tela considerando un tendido multicapa.

de tela sobre la máquina cortadora para máximo aprovechamiento se muestra en la Figura 7.12.

Bajo ese escenario de duración de tiempo de ejecución de corte manual para el contorno textil analizado, se examina la creación del contorno bajo condiciones de velocidad de cruceo máxima tanto en los tramos rectos como en las curvas suaves en el robot de 3GDL. Para determinar el tiempo de ejecución total del corte bajo las restricciones de torque máximo de los actuadores de las articulaciones y la resolución del contorno (número de puntos considerados en la trayectoria de corte). El objetivo principal es alcanzar la mayor velocidad de cruceo en los tramos rectos y curvas suaves sin que se vean afectados los índices de calidad del contorno y la forma general del contorno cortado con el número de puntos requeridos en la trayectoria.

### *Resolución del corte y velocidades de cruceo*

En la etapa de creación del contorno de referencia, es posible determinar la resolución o cantidad de puntos que se consideran en el trayecto y las velocidades cruceo en tramos rectos y suaves. Para el efecto de los tramos rectos, se define una velocidad de cruceo límite de 30mm/s con base en la velocidad de desplazamiento que impondría un operario en un corte con este tipo de recorrido. Para tramos suaves curvos, se requiere mantener la precisión del corte, pero entre más alta sea la resolución (precisión requerida), más baja deberá ser la velocidad de cruceo en las curvas suaves ya que se tiene una restricción de torque máximo dado por los motores que ejecutan los movimientos articulares. En la Figura 7.13 se muestran varios escenarios en los que se toman valores de alta o baja velocidad  $v_{prom}$  a alta o baja resolución  $\Delta t$  en la creación



**Figura 7.13:** Descripción del compromiso entre resolución y velocidad máxima de cruce para la ejecución del corte del contorno textil.

del contorno de referencia. La resolución  $\Delta t$  se toma con base en intervalos de tiempo, es decir, se toma un punto en la trayectoria de corte cada cierto tiempo determinado.

Se puede observar en la Figura 7.13(a) que al tener alta velocidad con baja resolución, el contorno pierde su forma original, atentando con la calidad del contorno. En el segundo caso de la Figura 7.13(b), se tiene un valor alto de resolución a baja velocidad, donde se observa una alta fidelidad con la forma original del contorno textil. Este caso puede ser ideal, pero como se mencionó antes, el objetivo principal es reducir los tiempos

pos de ejecución de corte con respecto a la ejecución manual, por lo tanto, no sería un escenario adecuado para la ejecución del corte. En el caso de la Figura 7.13(c) se observa una resolución menor a la del caso 7.13(b), con una velocidad de cruce más alta, donde se sacrifica un poco la forma del contorno, pero sin perder su morfología general. En el caso de la Figura 7.13(d), se tiene una resolución alta con una alta velocidad que sería el entorno esperado ya que se maneja una alta precisión reduciendo al máximo los tiempos de ejecución del corte. Entonces, por el momento, se podrían tomar como opciones válidas las mostradas en las Figuras 7.13(c) y 7.13(d) como contornos de referencia para que el robot de 3GDL las corte.

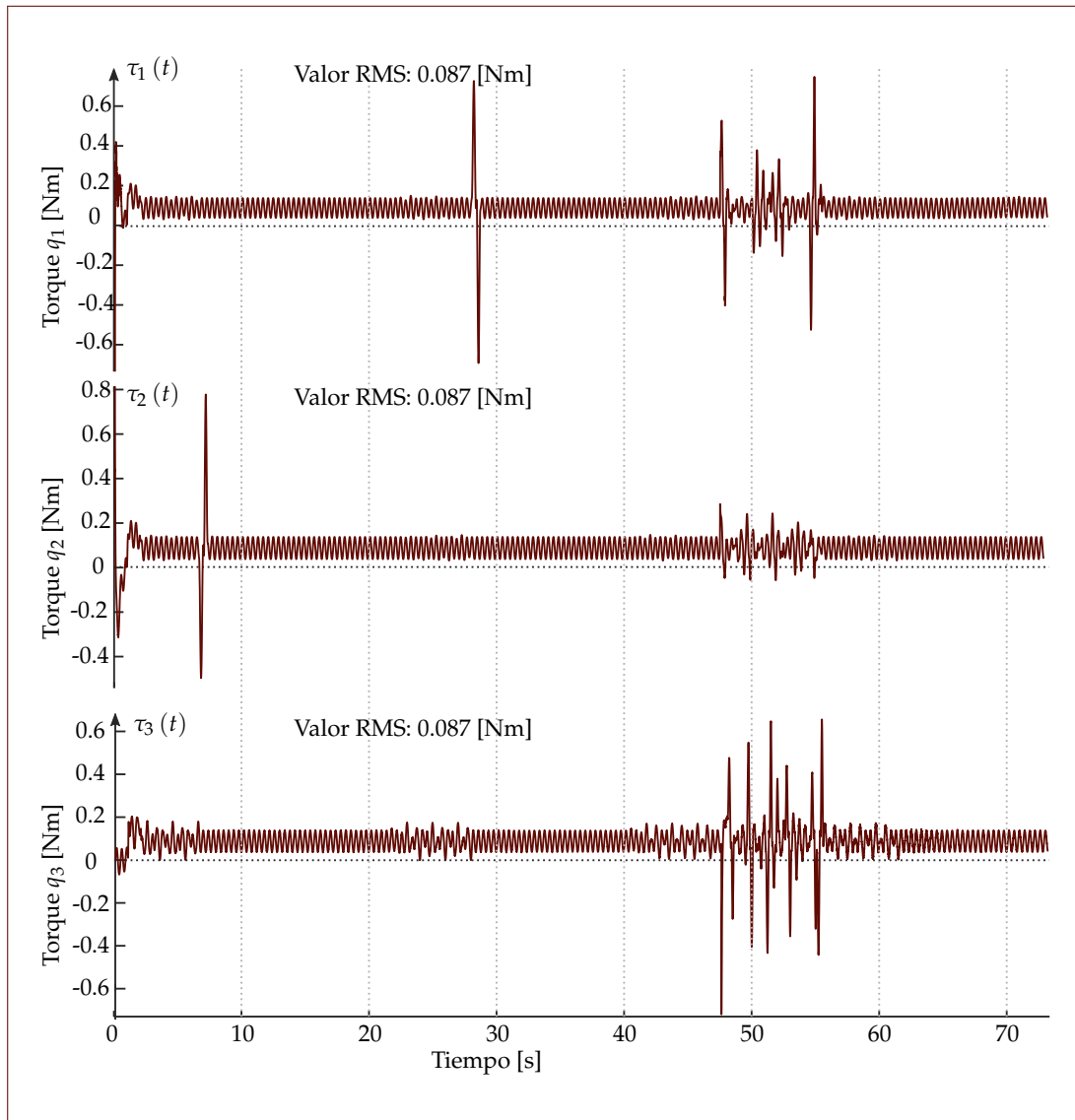
### *Restricción del torque máximo de los actuadores*

Considerando los contornos de referencia creadas para ser cortadas por la máquina automatizada mostradas en la Figura 7.13, se procede a analizar los tiempos de corte, y las señales de torque máximo que se pueden obtener en los actuadores, ya que estas restricciones físicas serán fundamentales para la operación. El torque máximo de los motores DST-640 descritos anteriormente en la sección 2.4.1 es de 1.27 [Nm] [14]. Cualquier torque requerido en la ejecución del trayecto ocasionará saturación, y será un evento que conllevará a inestabilidad del sistema de control, y por lo tanto de la localización de la cortadora. Un evento de saturación puede dañar completamente el contorno textil que se encuentra en proceso de corte, y puede ocasionar pérdidas económicas en las telas, ya que se tendría un desperdicio. Por lo tanto, no es posible admitir eventos inestables causados por saturación de los actuadores.

En la Figura 7.14 se observan los resultados correspondientes a las señales de torque de cada motor en medio de la ejecución de los cortes correspondientes para cada caso expuesto en la Figura 7.13a. Como es de esperarse, el corte se ejecuta en un tiempo corto, pero con la contraprestación de que la forma deseada del contorno se ve fuertemente afectada por su baja resolución. En este caso, al tener varios segmentos rectos cortos en la curva suave, los motores no tendrán eventos de saturación. De hecho, los motores alcanzarían como máximo el 60 % de capacidad bajo este escenario.

En la Tabla 7.4 se muestran los resultados para el torque máximo alcanzado por cada motor sobre cada articulación basado en los casos de estudio mostrados en la Figura 7.13.

Se puede observar que en el caso 4, donde se tiene una alta velocidad y alta resolución que existe una saturación en el motor de la tercera articulación. Esto evita que el sistema complete el corte en un tiempo determinado ya que se incurre en eventos de inestabilidad. Por este motivo, no es posible tener resoluciones altas en el contorno deseado con altas velocidades de corte debido a la limitación física de los actuadores. Entre tanto, para el segundo caso donde se aplicó una baja velocidad de cruce a alta resolución arroja un tiempo de corte de 272.5[s] que representaría el doble de tiempo en que un operario ejecutaría la operación de corte. Por este motivo, este caso de al-



**Figura 7.14:** Análisis de las señales de torque de los motores para el primer caso de la generación del contorno de referencia.



## 7. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Caso Estudiado	Tiempo de ejecución de corte [s]	Resolución $\Delta t$ [s]	Porcentaje sobre el Torque máximo en $q_1$ [%]	Porcentaje sobre el Torque máximo en $q_2$ [%]	Porcentaje sobre el Torque máximo en $q_3$ [%]	Evento inestable?
1	73.08	0.5	58.8	61.2	51.6	No
2	272.5	0.2	57.2	61.2	100	No
3	78.9	0.3	90.1	61.2	100	No
4	N/A	0.1	100	100	100	Sí

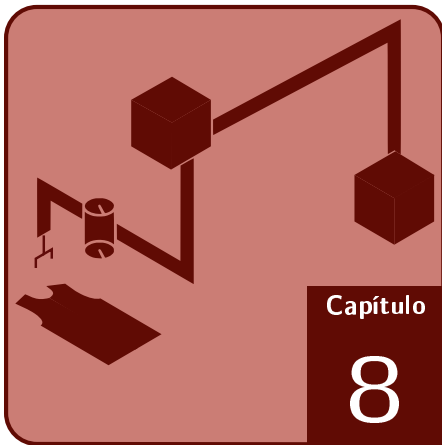
**Tabla 7.4:** Resultados de torque máximo para cada escenario estudiado.

ta resolución a baja velocidad crucero se descarta ya que no cumple el requerimiento inicial de tiempo de corte, disminuirlo con respecto a la operación manual.

Para el tercer caso, donde se reduce la resolución con una velocidad crucero igual a la usada en los tramos rectos, se obtiene un tiempo significativamente bajo con respecto a la operación manual. Se observa de forma adicional que el motor en la tercera articulación llega a su máxima capacidad de torque. Sin embargo, el tiempo en que se obtiene este torque máximo es muy corto y no causará eventos de inestabilidad en medio de la operación requerida.

Un hallazgo importante en este análisis de tiempos de ejecución con respecto a la magnitud máxima del torque en los actuadores arroja que los eventos de inestabilidad en la operación se pueden presentar por la tercera articulación, ya que en todos los casos, a excepción del primero puede llegar a usar su máxima capacidad de torque. Esto se debe a que el tercer motor es responsable de ejecutar la rotación de toda la máquina cortadora con una precisión determinada. Los eventos de capacidad máxima de torque se deben a la ejecución del corte del cuello de la camiseta (contorno textil usada en el análisis), que corresponde así mismo a la curva más cerrada del trayecto.

Con base en los resultados obtenidos, en el caso de estudio 3 se observa el menor tiempo de ejecución en el corte, llegando a mejorar los tiempos con respecto a un corte manual en un 47.4%. Esto implica que podría ser posible alcanzar hasta el doble de producción en un mismo tiempo determinado con respecto a la operación manual. Y de forma general, el tiempo de ejecución se puede reducir siempre y cuando se lleven los motores a su máxima capacidad. Esto va a depender fundamentalmente de las características de las curvas suaves que contenga el trayecto de un contorno textil determinado.



## Conclusiones y trabajo Futuro

Se realizó la estrategia de planificación de trayectorias para un robot de 3GDL que mueve y orienta a una cortadora vertical textil, usando como planta o maqueta funcional el diseño CAD simulado en *Simmscape Multibody*. Las trayectorias fueron predefinidas a partir de un contorno textil como lo es el corte de una camiseta, luego con sus coordenadas en el espacio operacional se interpoló y parametrizó (en los tramos curvos), después de convertirlo al espacio operacional, se generaron los perfiles de movimiento con Jerk acotado. Así se pudo establecer que si para los perfiles de movimiento se parte de un perfil de Jerk acotado, durante las variaciones de aceleración articular en ningún instante de tiempo se van a producir puntos en los que el Jerk sea discontinuo o se dispare al infinito.

El diseño propuesto y elaborado bajo herramientas CAD cumple con todas las restricciones cinemáticas de la cortadora textil vertical usada en este proyecto. El mecanismo diseñado bajo tres grados de libertad (dos traslaciones y una rotación) permite desplazar la máquina de corte manteniendo una orientación adecuada de la cuchilla y evitando desplazamientos indeseados de tela. El diseño de la máquina en el dimensionamiento de los motores considera el uso de la cortadora con la mayor cantidad de capas de tela posibles para maximizar la producción de prendas desde la etapa del corte de telas.

En cuanto a las restricciones operacionales de la cortadora y cinemáticas del robot, se pudo comprobar que es necesario detener la traslación de la máquina cortadora una vez se ha alcanzado el punto final de un recorrido recto, para que se haga efectiva la rotación y sea posible continuar con el rebordeo del resto del contorno. De esta forma se obtiene un error medio de seguimiento máximo de 3mm, lo cual indica que el contorno cortado tendrá una buena calidad ya que no se modificará ni el contorno ni la talla, teniendo en cuenta que regularmente entre una talla y otra el escalado no es menos del 6% de cambio en área (implica una reducción o ampliación cercana a 1.2cm).

El sistema de control CBDE con observador de estados extendidos requiere sistemas de medición de posición articular precisos para alcanzar un desempeño deseado en

calidad de los contornos. Si bien el controlador es capaz de atenuar el efecto de las incertidumbres de medición a causa de su ancho de banda, un requerimiento para la implementación de la máquina será contar con sensores de baja incertidumbre en las medidas. Algunos tipos de sensores adecuados para este objetivo pueden ser los encoders de cuadratura, que son capaces de otorgar valores de posición, velocidad angulares y dirección de movimiento con alta precisión.

La calidad de los contornos cortados depende de la inmunidad que tenga el robot de 3GDL respecto a las vibraciones de la máquina cortadora. Estas vibraciones se pueden atenuar por medio de un diseño mecánico riguroso de la estructura del robot. Sin embargo, en este trabajo se muestra un enfoque descrito desde el diseño del sistema de control de lazo cerrado, haciendo uso de observadores de perturbación. Se encontró que la calidad del contorno depende directamente de la precisión en la sintonización de los observadores de estados extendidos sobre la frecuencia de vibración de la máquina. Es decir, el modelo de perturbación descrito como sistemas con resonadores dentro del observador deben coincidir en su parámetro de frecuencia junto con la medición precisa de la frecuencia de vibraciones de la máquina. El requerimiento de precisión en los cortes con un error medio inferior a 5mm se cumple siempre y cuando existan variaciones hasta de 1Hz entre la frecuencia sintonizada en los observadores y la frecuencia real de vibración de la cortadora.

Con base en los resultados obtenidos considerando el sistema bajo perturbaciones de ruido y vibraciones de la cortadora, se puede concluir que el robot de 3GDL para corte textil es capaz de cortar contornos con errores medios operacionales menores a 3mm en cada coordenada. Esto indica que los contornos obtenidos serán altamente fiables con respecto a los contornos deseados ideales y no tendrán problemas en tallaje o confección. Esto se presenta en condiciones adversas del mecanismo como lo es la vibración inevitable de la cortadora, las incertidumbres de medición y las consideraciones de fricción dinámica de la cortadora que se desplaza sobre la mesa.

El sistema de control obtenido e implementado en un entorno de simulación para el robot de 3GDL es capaz de hacer un seguimiento de perfiles suavizados de *jerk* continuo y acotado durante todo el recorrido requerido para obtener un contorno textil. Esto permite concluir que el sistema de control obtenido junto con la estrategia de planificación de trayectorias es capaz de salvaguardar la vida útil de la máquina y de los actuadores articulares ya que el *jerk* cumple con las características deseadas de diseño, con intervalos de tiempo suficientes para llevar suavemente el efector final a posiciones deseadas en el espacio operacional.

Con base en los resultados obtenidos en cuanto al tiempo de ejecución de la operación, el robot de 3GDL es capaz de mejorar el tiempo de corte manual en un 47.4 % por cada una de los contornos textiles cortadas. Esto implica que podría ser posible alcanzar hasta el doble de producción por contorno en un tiempo determinado usando el robot de tres grados de libertad propuesto en este trabajo. De forma general, el tiempo de ejecución se puede reducir siempre y cuando se lleven los motores de las articulaciones a su máxima capacidad, pero en intervalos de tiempo cortos para evitar eventos

---

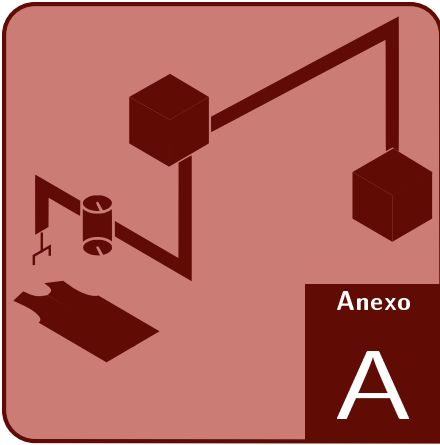
de inestabilidad. El tiempo de corte de un contorno específica va a depender fundamentalmente de las características de las curvas suaves que contenga el trayecto de un contorno textil determinado.

Con base en la filosofía de desarrollo del entorno gráfico de usuario (software) tipo *nesting* (ubicación directa de los contornos textiles), es posible contar con un punto de partida visual donde los usuarios podrán ubicar los contornos textiles de la mejor forma posible evitando desperdicio de telas. Por lo tanto, el sistema automatizado de corte con su interfaz de usuario es capaz de presentar las opciones necesarias para que los usuarios manejen de forma directa la optimización del uso de las telas donde se cortarán los contornos textiles. Subsecuentemente se puede afirmar que mediante el uso del simulador *simmechanics* además de obtener resultados que consideran condiciones mecánicas del sistema, también es posible observar que la trayectoria recorrida por la cortadora siempre va a mantener la dirección de la hoja tangente al contorno textil que es un de los principales requerimientos de operación de esta herramienta de corte manual.

Como trabajo futuro, se recomienda explorar la formulación de una técnica de optimización del tiempo de corte bajo las restricciones de resolución mínima del contorno deseado y la capacidad máxima en torque de los actuadores articulares. La solución a este problema de optimización podrá maximizar las velocidades crucero medias para minimizar el tiempo de corte sin perder calidad en los contornos cortados.

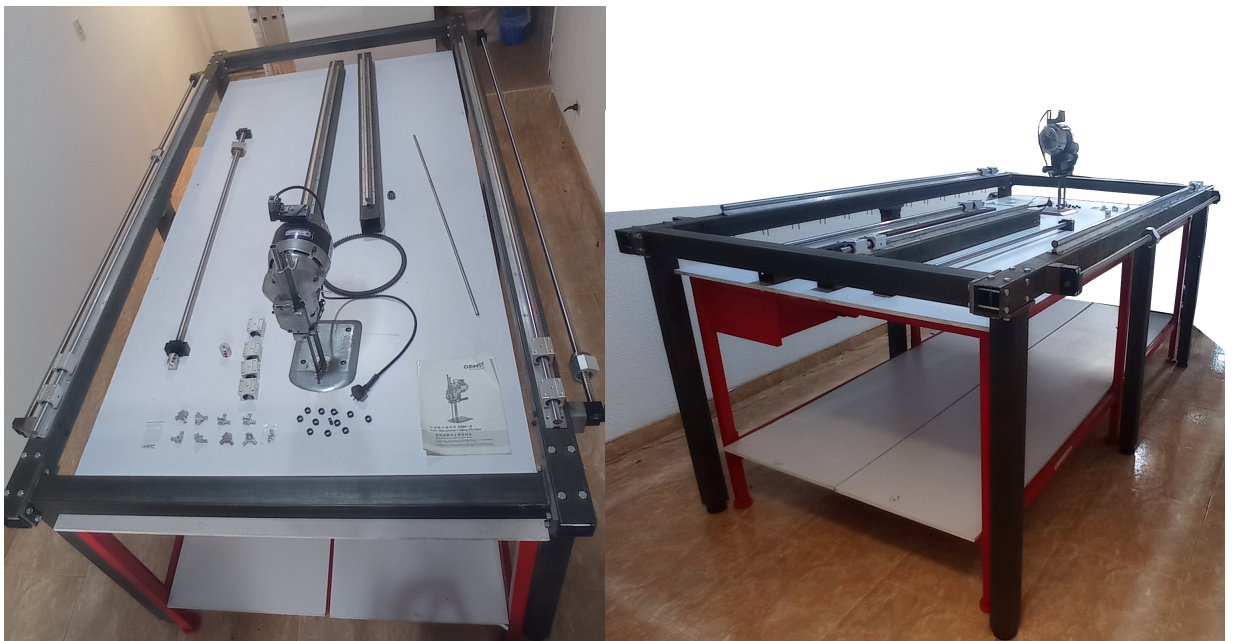
Como trabajo futuro se propone formular y dar solución al problema de optimización en cuanto al desperdicio de las telas bajo las restricciones de máxima rotación posible de un contorno en el espacio operacional de corte ya que la orientación de los contornos debe ser tal que el sentido de elaboración de la tela coincida con lo deseado dependiendo el contorno textil cortado. Esto permitirá optimizar el uso de la tela con base en la ubicación de los contornos en el entorno de la mesa antes de enviarlas a proceso de corte. Considerando también dicho uso además de la distribución de los contornos también depende del tamaño de las mismas y de las dimensiones del espacio de trabajo.



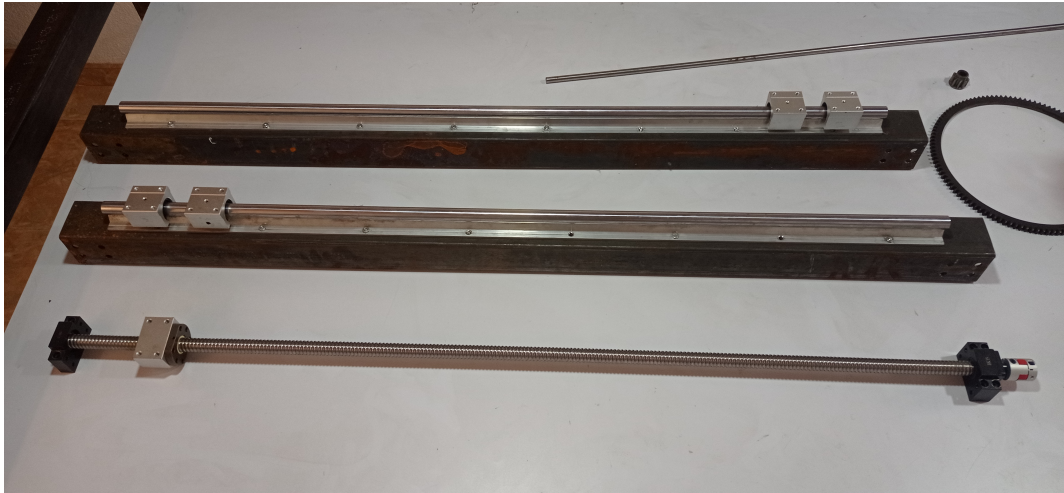


## Partes físicas

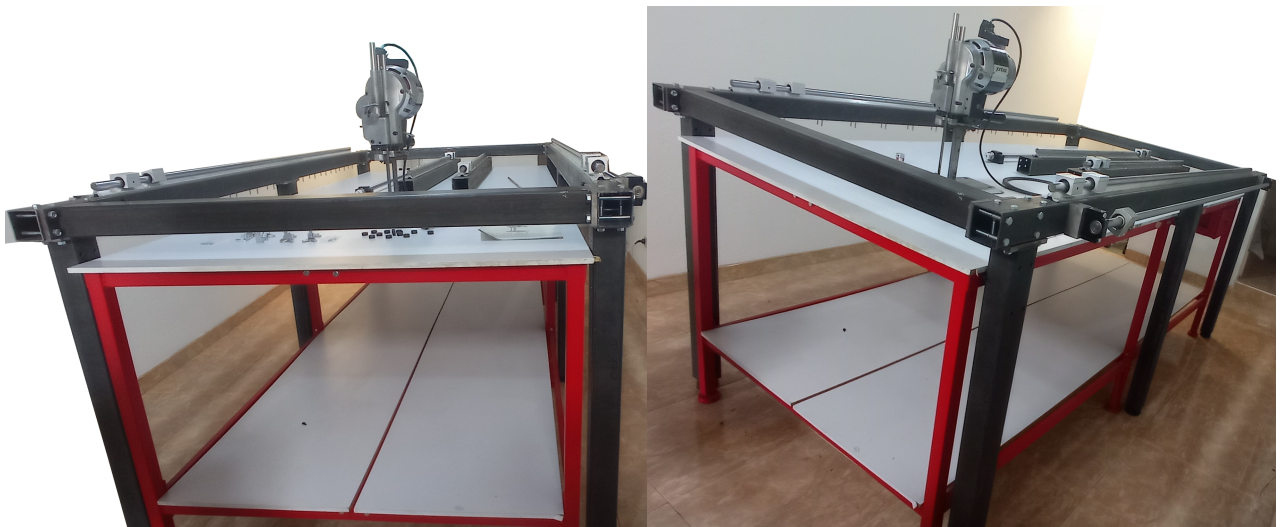
En este Anexo se presenta la estructura base del espacio operacional, en donde se incluye al armazón que sostiene el robot, la mesa de corte, la máquina de corte y algunas piezas adquiridas. Se proyecta como trabajo futuro abordar la maqueta funcional descrita a través del CAD, de manera real disponiendo de los elementos presentados en las siguientes imágenes.



**Figura A.1:** Armazón rígido con todas las piezas adquiridas hasta el momento.



**Figura A.2:** Guías lineales, tornillo de bolas recirculantes, husillos y rodamientos lineales para la articulación  $q_2$ .



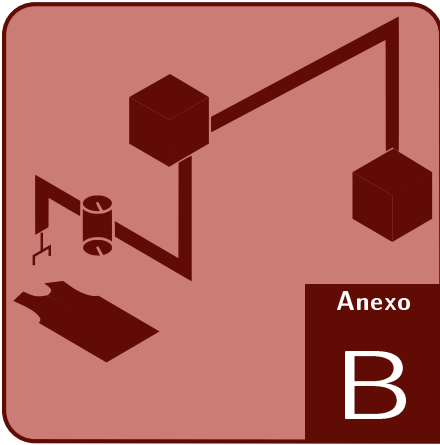
**Figura A.3:** Mesa de corte hecha en tubo metálico de color rojo y armazón rígido hecho de tubo estructural cuadrado.



**Figura A.4:** Detalle de la longitud de la guía lineal y tornillo de bolas para articulación  $q_1$  con respecto los mismos elementos más cortos destinados para  $q_2$ .







## Obtención de las funciones de transferencia a partir de ecuaciones diferenciales

En este anexo se muestra el procedimiento matemático para hallar las funciones de transferencia de los modelos de cada articulación del robot de 3GDL. Partiendo del modelo dinámico en forma de ecuaciones diferenciales mostrado (3.28), se tiene un sistema completamente desacoplado con tres ecuaciones diferenciales como se muestra a continuación en (B.1). Las señales  $f_1$ ,  $f_2$  con las fuerzas articulares de entrada para la primera y segunda articulación, mientras que  $\tau_3$  es el torque aplicado a la tercera articulación.

$$\begin{aligned}f_1(t) &= (m_{e1} + m_{e2})\ddot{q}_1(t) \\f_2(t) &= m_{e2}\ddot{q}_2(t) \\ \tau_3(t) &= I_3\ddot{q}_3(t)\end{aligned}\tag{B.1}$$

Ahora, se define la transformada de Laplace a partir de una variable compleja  $s$  que especifica el dominio de la frecuencia. La definición general de la transformada de Laplace se muestra en (B.2) basado en [34], donde  $H(s)$  es una función en el dominio de la frecuencia de Laplace resultante de la transformación sobre la señal  $h(t)$ .

$$\mathcal{L}\{h(t)\} = H(s) = \int_0^{\infty} e^{-st}h(t)dt\tag{B.2}$$

Para el caso de una ecuación diferencial, se aplica esta herramienta matemática para expresar las relaciones de entrada a salida como funciones de transferencia y diseñar los sistemas de control requeridos. Para el caso de (B.1), se aplica la transformación

B. OBTENCIÓN DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA A PARTIR DE ECUACIONES DIFERENCIALES

---

considerando la propiedad sobre derivadas de funciones como se describe en (B.3) [34].

$$\mathcal{L} \left\{ h^{(n)}(t) \right\} = s^n \mathcal{L} \{ h(t) \} - s^{n-1} h(0) - s^{n-2} \dot{h}(0) - \dots - h^{(n-1)}(0) \quad (\text{B.3})$$

Aplicando la propiedad anterior a las ecuaciones diferenciales de (B.1), se obtiene:

$$F_1(s) = (m_{e1} + m_{e2}) s^2 Q_1(s) - s q_1(0)$$

$$F_1(s) = m_{e2} s^2 Q_2(s) - s q_2(0)$$

$$F_1(s) = I_3 s^2 Q_3(s) - s q_3(0)$$

En este caso, al hallar funciones de transferencia, ya que solamente se requiere saber la relación de entrada a salida, las condiciones iniciales de las ecuaciones diferenciales se asumen como iguales a cero. Esto implica que la función de transferencia tiene en cuenta solamente la repuesta forzada de un sistema dinámico y descarta la respuesta natural a entrada cero. Con esto se obtienen los siguientes resultados mostrados en (B.4).

$$\begin{aligned} F_1(s) &= (m_{e1} + m_{e2}) s^2 Q_1(s) - \cancel{s q_1(0)} \stackrel{0}{=} (m_{e1} + m_{e2}) s^2 Q_1(s) \\ F_2(s) &= m_{e2} s^2 Q_2(s) - \cancel{s q_2(0)} \stackrel{0}{=} m_{e2} s^2 Q_2(s) \\ \tau_3(s) &= I_3 s^2 Q_3(s) - \cancel{s q_3(0)} \stackrel{0}{=} I_3 s^2 Q_3(s) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Las funciones de transferencia se pueden hallar en forma algebraica despejando la relación  $out(s)/in(s)$  con  $out(s)$  como la señal de salida e  $in(s)$  como la señal de entrada, ambos expresados en el dominio de Laplace. Para este caso las salidas del modelo serán las señales  $Q_i(s)$  con  $i = 1, 2, 3$  representando las posiciones articulares del robot, mientras que las entradas serán las fuerzas o torques articulares aplicados al modelo dinámico del robot de 3GDL. Despejando las ecuaciones descrita en (B.4), se obtiene (B.5).

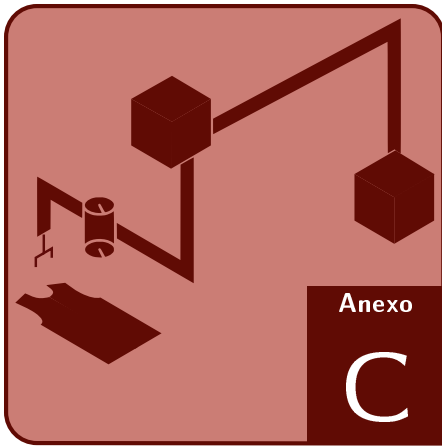
$$\begin{aligned} \frac{Q_1(s)}{F_1(s)} &= [(m_{e1} + m_{e2}) s^2]^{-1} = G_{\gamma 1}(s) = \frac{1}{(m_{e1} + m_{e2}) s^2} \\ \frac{Q_2(s)}{F_2(s)} &= [m_{e2} s^2]^{-1} = G_{\gamma 2}(s) = \frac{1}{m_{e2} s^2} \\ \frac{Q_3(s)}{\tau_3(s)} &= [I_3 s^2]^{-1} = G_{\gamma 3}(s) = \frac{1}{I_3 s^2} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

---

Por último, se escribe el sistema completo en forma de un sistema multivariable como una matriz de transferencia para obtener la forma de (3.29). Este sistema es completamente desacoplado, por lo tanto no se tendrán componentes diferentes de cero fuera de la diagonal principal en la matriz  $\mathbf{G}_\gamma(s)$ .

$$\begin{bmatrix} \frac{Q_1(s)}{F_1(s)} \\ \frac{Q_2(s)}{F_2(s)} \\ \frac{Q_3(s)}{F_3(s)} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_{\gamma 1} & & \\ & G_{\gamma 2} & \\ & & G_{\gamma 3} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_\gamma(s)} \quad (\text{B.6})$$





## Costos estimados de materiales para implementación

Estos son los costos estimados en materiales para la implementación del sistema de corte automatizado con el robot de 3GDL.

Etapa de diseño	ítem	Descripción	Fabricante	Cantidad	Costo Total
Diseño Electrónico	DYN2-TLA6S-00	<i>Driver</i> para los servomotores	DMM Tech	3	\$1.557.580
	640-DST-A6TK1	Motores AC para articulaciones prismáticas de 400W	DMM Tech	2	\$1.106.107
	86M-DHT-A6MK1	Motor AC para la articulación prismática de 700W	DMM Tech	1	\$729.880
	CAEN-LH3-TSP	Cable de encoder para los servomotores	DMM Tech	3	\$586.914
	CAMP-LH3-SSP	Cable de potencia para los servomotores	DMM Tech	3	\$793.838
	S-1K0-48	Fuente de voltaje DC para los <i>drivers</i> de los motores	DMM Tech	1	\$970.665
	HW-04-NPS	Sensores de proximidad - Fin de carrera	DMM Tech	3	\$158.015

**Tabla C.1:** Costos estimados en materiales para implementación del corte automatizado.

C. COSTOS ESTIMADOS DE MATERIALES PARA IMPLEMENTACIÓN

Diseño Electrónico	LAY37	Botón de paro de emergencia	N/A	1	\$20.000
	CA-MTUSB-FR1	Cables USB para sintonización y configuración de los <i>drivers</i>	DMM Tech	1	\$120.392
	TMS320F28384S	DSP <i>Texas Instrumens</i> C2000 para la implementación de sistema de control	TI	1	\$127.917
	N/A	Instrumentación discreta electrónica para el desarrollo del proyecto	N/A	N/A	\$250.000
	N/A	Diseño y prototipado de circuitos impresos	N/A	N/A	\$1.800.000
	1	Soporte Motor	Wave top Sign	3	\$44.620,52
Diseño Mecánico	2	Acople flexible Keyway 12-14 mm	HL TNC	3	\$50.903,51
	3	Tuerca deslizante en T	Zhuhai	1 Paquete	\$10.423,81
	4	Riel lineal de extrusión de perfil de aluminio 2020	Zhuhai	2	\$69391,75
	5	Conector de aluminio de junta de placa Tipo T	Zhuhai	4	\$150524,4
	6	Placa de Unión negra/5 plateada de agujeros, soporte de ángulo de esquina	Zhuhai	4	\$75262,2
	7	Soporte de junta de conector de esquina Interior, perfil de aluminio en forma de L	Zhuhai	5	\$15.428,75
	8	Eje de rodamiento de aleación de Zinc, rodamiento montado KP001	Zhuhai	10	\$60.209,76
	9	Perfil de aluminio 2020	Zhuhai	14	\$126.967,33

**Tabla C.2:** Costos estimados en materiales para implementación del corte automatizado.

Diseño Mecánico	10	Piñón plano recto de acero, engranaje recto de 3 dientes, de 3 M 3 módulos, diámetro piloto de 9,42mm	Shop5476080 Store	8	\$32.099,33
	11	FitSain-Correa de goma MXL, ancho de 10mm, correa de distribución	Fit Sain	2	\$14.375,08
	12	Fitsain-mxl 16T + 160T 1:10 ancho 10mm Motor paso a paso de rueda sincrónica polea reducción de engranajes	Fit Sain	1	\$62.505,26
	14	Tubos estructurales de acero 70mmx70mm de 3mm de espesor, taladrado, corte y soldadura	N/A	12m	\$3.500.000
	15	Set Ball Screw 2005: 2 SFU2005 2100mm, 1 SFU2005 1300mm, 3 BF15, 3 Cobertura Tuerca, 8 SBR20UU, 2 SBR20 1200mm, 2 SBR 2100mm	Linear motion solution Store	N/A	\$2.562.677
	16	Union Angulo L Interior Perfil De Aluminio 2020 25mm	N/A	14	\$84.000
	17	Tornillo M5 X 20mm Allen Negro X 20 Unidades	N/A	3	\$21.000
	18	Tuerca T Perfil 2020 Deslizable Series 20 M5 5mm 10x10x4	N/A	30	\$292.500
	19	Soporte Esquina De Aluminio Para Perfil 4040	N/A	20	\$112.960
	20	Fabricación de coronas para rotación de la cortadora	N/A	2	\$3.160.000
<b>TOTAL</b>					<b>\$20.094.244</b>

**Tabla C.3:** Costos estimados en materiales para implementación del corte automatizado.





# Bibliografía

- [1] K. Reddy. (2016, Jun) Avance de automatización robotizada en la industria de la confección. Textiles Panamericanos. CEO de SoftWear Automation Inc. [Online]. Available: <http://textilespanamericanos.com/textiles-panamericanos/2016/06/avance-de-automatizacion-robotizada-en-la-industria-de-la-confeccion/>
- [2] M. Ramírez, “Diseño de una plataforma mecánica de una mesa cartesiana xyz automatizada,” *Visión electrónica Universidad Distrital Francisco José de Caldas*, 2013.
- [3] M. Gao, D. Chen, and P. Din, “A fixed-distance cartesian path planning algorithm for 6-dof industrial robots,” *Industrial Electronics (ISIE), IEEE 24th International Symposium*, Oct 2015.
- [4] T. Giam, K. Tan, and S. Huang, “Precision coordinated control of multi-axis gantry stages,” *ISA Transactions*, no. 46, pp. 399–409, Apr 2007.
- [5] Legiscomex, “Estudio de mercado de sector textil confecciones colombia;,” Compañía analista de mercados, Tech. Rep., 2012.
- [6] F. Vora and J. Trivedi, “Cnc profile gas cutting machine application with nesting software and computer aided programming mechanism.”
- [7] X. Hu, X. Deng, and Q. Zhao, “A gantry robot system for cutting single y-shaped welding grooves on plane workpieces,” vol. 235, no. 2, pp. 321–331.
- [8] M.-F. Korner, D. Bauer, R. Keller, M. Rosch, A. Schlereth, P. Simon, T. Bauernhansl, G. Fridgen, and G. Reinhart, “Extending the automation pyramid for industrial demand response,” vol. 81, pp. 998–1003.
- [9] W. Gordon. Dyn servo control. DMM Technology corp. [Online]. Available: <https://www.dmm-tech.com/technology/td/dynservo.html>
- [10] M. M. noz, M. Fernández, and J. Rivera, “List of best practices and kpis of the textile products life cycle,” Master’s thesis.

- [11] M. Filiposka, A. Djuric, and W. ElMaraghy, "Kinematic analysis of a 6dof gantry machine," *SAE Technical Papers*, Apr 2015. [Online]. Available: <https://www.researchgate.net/publication/277892652>
- [12] Thomson. Raundrail linear guides and components. [Online]. Available: [https://www.thomsonlinear.com/downloads/bearings\\_guides/RoundRail\\_LinearGuides\\_Components\\_cten.pdf](https://www.thomsonlinear.com/downloads/bearings_guides/RoundRail_LinearGuides_Components_cten.pdf)
- [13] A. Aluflex. Datasheet ball screw sfu2005 linear module. [Online]. Available: <https://www.linearmodul.dk/Filer/PDF-Kataloger/PDF-KatalogBallscrews.pdf>
- [14] D. Dynamic, *DHT/DST Series AC Servo motor Specification Manual*.
- [15] P. Chaphalkar, N. Khetre, and M. Meshram, "Modal analysis of cantilever beams-structure using finite elementanalysis and experimental analysis," in *American journal of Engineering Research (AJER)*, vol. 4, pp. 178–185. [Online]. Available: <https://www.academia.edu/download/47618248/W04101780185.pdf>
- [16] A. Barrientos, F. P. nín, C. Balaguer, and A. Aracil, *Fundamentos de Robótica*, 2nd ed., M. G. Hill, Ed.
- [17] M. Spong, *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons, Inc.
- [18] C.-K. Lai, Y.-T. Tsao, and C.-C. Tsai, "Modeling, analysis, and realization of permanent magnet synchronous motor current vector control by MATLAB/simulink and FPGA," vol. 5, no. 4, p. 26.
- [19] Z.-C. You, C.-H. Huang, and S.-M. Yang, "Online current loop tuning for permanent magnet synchronous servo motor drives with deadbeat current control," vol. 12, no. 18, p. 3555.
- [20] F. Franklin, J. Powell, and N. Abbas, *Feedback control of dynamic systems*, 7th ed., Pearson, Ed.
- [21] Y. L. Perry, *Advanced Control Systems Design ME 8281*. University of Minnesota.
- [22] T. Chen, *Analog and Digital Control System Design*.
- [23] B. Francis and W. Wonham, "The internal model principle of control theory," vol. 12, no. 5, pp. 457–465.
- [24] E. M. Company. Blue streak ii instruction manual and parts list. [Online]. Available: [www.sewnproducts.com/uploads/7/7/1/5/77156939/blue\\_streak\\_and\\_brute\\_with\\_auto\\_stop.pdf](http://www.sewnproducts.com/uploads/7/7/1/5/77156939/blue_streak_and_brute_with_auto_stop.pdf)
- [25] R. Howard, "White noise: A time domain basis."

- [26] H. Bueno-Contreras and G. A. Ramos, "Extended state observer based control of an UPQC to assure power quality in electric distribution grids," in *2019 IEEE 4th Colombian Conference on Automatic Control (CCAC)*. IEEE.
- [27] A. Howard and C. Rorres, *Álgebra Linear Com aplicações*, 10th ed., Bookman, Ed. P. Joao.
- [28] F. N. Fritsch and R. E. Carlson, "Monotone piecewise cubic interpolation," vol. 17, no. 2, pp. 238–246.
- [29] A. G. E. Córdoba, J. Paternina, *Control de movimiento en manufactura. Automatización CNC fundamentos de diseño y modelamiento experimental*, C. ingenio propio, Ed. Universidad Nacional de Colombia, 2013.
- [30] R. C. Dorf and R. H. Bishop, *Modern Control Systems*, 12th ed., P. Hall, Ed.
- [31] K. Zhou, *Essentials of robust control*. Prentice Hall.
- [32] A. Devices, *Three-Axis,  $\hat{\Delta}2/4/8/16g$  Digital Accelerometer ADXL345*.
- [33] J. Benesty, J. Chen, Y. Huang, and I. Cohen, "Pearson correlation coefficient." Springer Berlin Heidelberg, pp. 1–4.
- [34] D. Zill and M. Cullen, *Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera*. Cengage Learning Latin America, 2009. [Online]. Available: <https://books.google.com.co/books?id=5d7awAEACAAJ>
- [35] L. Biagiotti and C. Melchiorri, *Trajectory Planning for Automatic Machines and robots*, I. R. . A. Magazine, Ed. IEEE, Dec 2009, vol. 19.
- [36] N. Cubillos, "Desempeño del sector textil confección 2012 -2014," in *Superintendencia de Sociedades*. Grupo de estudios económicos y financieros, 2014, pp. 1–31.
- [37] E. Díaz, "Metodología del diseño axiomático aplicada al diseño de una máquina etiquetadora," Master's thesis, Universidad Nacional de Colombia, 2007.
- [38] R. Fleisch, R. Schoch, T. Prante, and R. Pfefferkorn, "A path planning algorithm for a materials handling gantry robot and its validation by virtual commissioning," in *Advances in Manufacturing Technology XXX*, 2016. [Online]. Available: <https://www.researchgate.net/publication/314204579>
- [39] A. Gasparetto and V. Zanotto, "Optimal trajectory planning for industrial robots," *Advances in Engineering Software*, no. 41, pp. 548– 556, 2010.
- [40] J. Hong, Y. Kim, and I. Ha, "Simplified time-optimal path planning of x-y gantry systems along circular paths," *Automatica*, no. 44, pp. 149– 156, 2008.

- [41] L. Matica, Z. Kovendi, and H. Silaghi, "Cartesian coordinates computation with interpolation algorithms of differential numerical analysis for industrial robot motion," *Computers Communications and Control (ICCCC), 6th International Conference*, may 2016.
- [42] T. Mohammad, M. Arshad, and M. Ahmad, "Modeling and control of cartesian robot manipulator," *9th International Multitopic Conference, IEEE INMIC*, 2005.
- [43] J. Paternina, "Control del jerk en el sistema de posicionamiento de alta velocidad con servomotor lineal," Master's thesis, Universidad Nacional de Colombia, 2012.
- [44] N. Pyo, *Axiomatic design advances and applications*, M. editors, Ed. Oxford University Press, 2001.
- [45] Q. Ronghuai, Q. Huihuan, and T. Lun, "A new cartesian cutting robot with laser height control system," *Mechatronics and Automation (ICMA)*, Aug 2011.
- [46] P. Wang, Z. Zhang, P. Yan, and Y. Lei, "Design, modeling and control of a novel parallel kinematics servo gantry for high precision tracking," *American Control Conference*, pp. 2190– 2195, Jun 2014.
- [47] R. Zhao, *Trajectory planning and control for robot manipulations*, english ed., U. P. Sabatier, Ed. HAL, Oct 2016. [Online]. Available: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01285383v2>
- [48] C. Zielinski and T. Kornuta, "Generation of linear cartesian trajectories for robots using industrial motion-controllers," *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, no. 16, sep 2011.
- [49] E. Córdoba, J. Paternina, and J. García, *Control de Movimiento en Manufactura*, U. N. de Colombia, Ed. Colección Ingenio Propio.



En la ejecución de actividades para confección textil, es necesario tomar las materias primas y transformarlas en piezas. Usualmente la tela es la materia prima que compone la mayor parte del producto final, cuya primera etapa de manufactura es el corte. Muchos productores en Colombia usan como herramienta una cortadora manual que permite fraccionar la tela, dispuesta en tendidos multicapa, para así obtener el volumen de piezas deseado. Sin embargo, al realizar el corte en forma manual, surgen problemas relacionados con la disponibilidad de mano de obra, errores humanos y otras eventualidades que pueden afectar de manera negativa el proceso del corte textil. Con el objetivo abordar la primera capa de automatización del proceso sin necesidad de cambiar la herramienta de confección, en este documento se describe el planteamiento de una estrategia de planificación de trayectorias que debe seguir la cortadora textil orientada por un robot cartesiano de 3 grados de libertad (GDL). Se generaron contornos planos en el espacio de trabajo usando interpolación cúbica y parametrización de funciones, con el fin de abstraer trayectorias en el espacio operacional en función del tiempo. Posteriormente, se formularon los problemas de cinemática inversa, para calcular los perfiles de movimiento suavizado con Jerk acotado en el espacio articular. De esta forma, se determinaron las posiciones de articulación de referencia para un controlador basado en la dinámica del error CBDE y un observador de estados extendidos ESO. Como resultado se obtuvo un seguimiento robusto de la trayectoria de corte, que se evaluó en un entorno de simulación numérica mediante el complemento Simscape Multibody de Matlab. Que considera parámetros físicos del diseño CAD del robot, adicionalmente se modelaron las posibles perturbaciones que se pueden presentar en un entorno real, con el objetivo de considerar una amplia variedad de contingencias operacionales que pueden afectar el seguimiento de las trayectorias de corte.

