



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Pronóstico de volatilidades a los rendimientos de activos financieros de renta variable en Colombia a través de modelos ARCH y GARCH

Autor:

Edgar Leonardo Giraldo Picón

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería y Arquitectura, Departamento de Ingeniería Industrial

Manizales, Colombia

2022

Pronóstico de volatilidades a los rendimientos de activos financieros de renta variable en Colombia a través de modelos ARCH y GARCH

Autor:

Edgar Leonardo Giraldo Picón

Tesis de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Ingeniería Industrial

Director:

Alberto Antonio Agudelo Aguirre

Codirector:

José Hernán Parra Sánchez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería y Arquitectura, Departamento de Ingeniería Industrial

Manizales, Colombia, 2022

Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.



Edgar Leonardo Giraldo Picón

Fecha:15/02/2022

Resumen

Pronóstico de volatilidades a los rendimientos de activos financieros de renta variable en Colombia a través de modelos ARCH y GARCH

Se ha desarrollado un proceso de modelamiento de volatilidad bajo los parámetros ARCH y GARCH capaz de interpretar la volatilidad real de activos financieros de renta variable. Se utilizó como base de estudio las diez acciones más representativas del índice MSCI COLCAP en el tercer trimestre del 2021 y se evaluaron en periodos con y sin pandemia por COVID-19. La aplicación del proceso de modelamiento permitió identificar la existencia de componentes heterocedásticos y la varianza condicional de las acciones. Los resultados indican que la persistencia de los choques de volatilidad, representada por los parámetros de estudio es grande, denotando que el efecto de la conmoción de hoy permanece en el pronóstico de varianza durante múltiples periodos en el futuro.

Palabras clave: ARCH, GARCH, Volatilidad, MSCI COLCAP, COVID-19, Renta variable.

Abstract

Forecast of volatility to the returns of variable income financial assets in Colombia through ARCH and GARCH models

A volatility modeling process has been developed under the ARCH and GARCH parameters capable of interpreting the real volatility of variable income financial assets. The ten most representative actions of the MSCI COLCAP index in the third quarter of 2021 were used as the basis of study and were evaluated in periods with and without a COVID-19 pandemic. The application of the modeling process allowed to identify the existence of heteroscedastic components and the conditional variance of the actions. The results indicate that the persistence of volatility shocks, represented by the study parameters, is large, denoting that the effect of today's shock remains in the variance forecast for many periods in the future.

Keywords: ARCH, GARCH, Volatility, MSCI COLCAP, COVID-19, Equity.

Contenido

Resumen	VII
Lista de figuras	XII
Lista de tablas	XIII
Introducción.....	1
1. Planteamiento del problema.....	3
1.1. Pregunta de investigación.....	8
1.2. Objetivo general.....	9
1.3. Objetivos específicos	9
1.4. Hipótesis.....	9
2. Marco conceptual	10
2.1. Mercado de valores	10
2.1.1. Conceptualización de los mercados de valores.....	11
2.1.2. Mecánica del mercado de valores y sus variantes	11
2.1.2.1. Ventajas del mercado de valores	13
2.1.2.2. Desventajas del mercado de valores.....	14
2.1.3. Integrantes del mercado de valores	15
2.1.3.1. Emisores de valores:.....	15
2.1.3.2. Inversionistas:	15
2.1.3.3. Intermediarios de valores:	17
2.1.4. Índices bursátiles	17
2.1.5. Activos transados en el mercado de valores.....	18
2.1.5.1. Bonos:.....	18
2.1.5.2. Divisas:	19
2.1.5.3. Commodities:	20
2.1.5.4. Exchanged Trade Funds (ETF´S).....	21
2.1.5.5. Derivados Financieros.....	22
2.1.5.6. Acciones:	23
2.1.6. Inversión en el mercado de valores.....	25
2.1.7. Bolsa de valores.....	25
2.1.8. Bolsa de valores de Colombia (BVC)	27
2.1.8.1. Antecedentes de la BVC	27
2.1.8.2. BVC en la actualidad.....	28
2.1.8.3. Índices accionarios de Colombia.....	29

2.1.8.4.	El MSCI COLCAP y sus componentes.....	31
2.2.	Riesgo	33
2.2.1.	Conceptualización del riesgo.....	33
2.2.2.	Riesgo de los activos financieros o riesgo de mercado	34
2.2.3.	Riesgo de inversión.....	34
2.2.4.	Riesgo financiero	35
2.3.	Procesos estocásticos.....	35
2.4.	Modelos de regresión	39
2.4.1.	Regresión Lineal Simple:	40
2.4.2.	Regresión lineal múltiple	41
2.4.3.	Modelos lineales generalizados	41
2.4.4.	Modelos de mínimos cuadrados generalizados.....	42
2.4.5.	Modelos aditivos	43
2.4.6.	Modelos mixtos	44
2.4.7.	Modelos lineales mixtos generalizados	45
2.4.8.	Modelos aditivos mixtos generalizados	45
2.5.	Pruebas de validación de modelos de regresión.....	45
2.5.1.	Autocorrelación simple	46
2.5.2.	Pruebas de Normalidad.....	47
2.5.2.1.	Prueba de Kolmogorov-Smirnov (K-S)	47
2.5.2.2.	Prueba de Shapiro-Wilks (S-W)	48
2.5.3.	Raíz unitaria.....	48
2.5.4.	Heterocedasticidad	49
2.6.	Series de tiempo y principales modelos econométricos	49
2.6.1.	Modelo Autorregresivo (AR).....	50
2.6.2.	Modelo de Media Móvil (MA).....	51
2.6.3.	Modelo Autorregresivo de Media Móvil (ARMA).....	51
2.6.4.	Modelo Autorregresivo Integrado de Medias Móviles (ARIMA).....	51
2.6.5.	Modelo Autorregresivo Condicionalmente Heterocedástico (ARCH)	52
2.6.6.	Modelo Generalizado Autorregresivo Condicionalmente heterocedástico (GARCH).....	53
3.	Antecedentes de la investigación.....	55
4.	Metodología	59
4.1.	Preparación de la información	60
4.2.	Análisis exploratorio de datos – Rendimientos de la acción.....	61
4.3.	Pruebas de validación de estacionariedad.....	62
4.4.	Prueba de heterocedasticidad	63
4.5.	Modelación de ecuaciones ARCH y GARCH	65
5.	Desarrollo del proyecto de modelamiento y resultados	67
5.1.	Preparación de la información:	67
5.2.	Análisis exploratorio de datos – Rendimientos de la acción.....	68
5.3.	Pruebas de validación de estacionariedad.....	74

5.4.	Prueba de heterocedasticidad	78
5.5.	Modelación de ecuaciones ARCH y GARCH	80
6.	Discusión.....	93
7.	Conclusiones	95
8.	Recomendaciones	97
9.	Anexos.....	99
	Anexo 1: Precios y rendimientos de las acciones más representativas del índice MSCI COLCAP.....	99
	Anexo 2: Clúster de volatilidad de los rendimientos de las acciones más representativas del índice MSCI COLCAP.....	100
	Anexo 3: Prueba de normalidad de los rendimientos.....	101
	Anexo 4: Prueba de raíz unitaria de los rendimientos.....	102
	Anexo 5: Prueba de heterocedasticidad.....	103
	Anexo 6: Modelo GARCH seleccionado.....	104
	Referencias	106

Lista de figuras

Diagrama 2-1: Mercado Primario.....	12
Diagrama 2-2: Mercado Secundario.....	12
Diagrama 2-3: Índices accionarios de Colombia	29
Diagrama 4-1: Metodología elaboración proceso de análisis y pronóstico.....	60
Figura 4-1: Prueba de raíz unitaria de E-Views.....	63
Figura 4-2: Test de heterocedasticidad de E-Views.....	64
Figura 5-3: Parámetros hoja de trabajo E-Views.....	69
Gráfica 5-1: Comportamiento del precio y rendimiento de la acción preferencial de Bancolombia.....	70
Gráfica 5-2: Clúster de volatilidad de los rendimientos de la acción preferencial de Bancolombia.....	71
Figura 5-4: Test Histogram and Stats.....	72
Gráfica 5-3: Prueba de normalidad de la acción preferencial de Bancolombia.....	72
Figura 5-5: Test Correlogram en E-Views.....	74
Figura 5-6: Unit Root Test E-Views.....	76
Figura 5-7: Prueba de heterocedasticidad ARCH en E-Views.....	78
Figura 5-8: Modelación ecuaciones ARCH y GARCH en E-Views.....	80
Figura 5-9: Representación de ecuaciones ARCH y GARCH en E-Views.....	82
Figura 5-10: Procedimiento de obtención datos de residuos y varianza condicional rezagada en E-views.....	85

Lista de tablas

Tabla 2-1: Características y la clasificación de los diferentes tipos de agentes que intervienen en el mercado de valores.....	16
Tabla 2-2: Comportamiento principales parámetro del mercado de renta variable de la BVC	28
Tabla 2-3: Composición de la canasta COLCAP III trimestre 2021.....	31
Tabla 2-4: Comportamiento del MSCI COLCAP.....	33
Tabla 2-5: Correlogramas de serie de tiempo estacionaria (2.5.1.) y no estacionaria (2.5.2).....	39
Tabla 5-6: Acciones más representativas del MSCI COLCAP III Trimestre 2021.....	67
Tabla 5-7: Análisis de los gráficos de las acciones con más participación en el MSCI COLCAP. .	71
Tabla 5-8: Resultados prueba de normalidad.	73
Figura 5-5: Test Correlogram en E-Views.....	74
Tabla 5-9: Correlograma serie de tiempo acción preferencia de Bancolombia.....	75
Tabla 5-10: Prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller acción preferencial de Bancolombia.	76
Tabla 5-11: Resultados pruebas de validación de estacionariedad.	77
Tabla 5-12: Prueba de heterocedasticidad ARCH.....	79
Tabla 5-13: Resultados prueba de heterocedasticidad.	79
Tabla 5-14: Prueba de modelación ARCH-GARCH acción preferencial de Bancolombia.	81
Tabla 5-15: Modelos GARCH seleccionados.	82
Tabla 5-16: Ecuaciones modelos GARCH.....	83
Tabla 5-17: Hoja de cálculo varianza condicional acciones MSCI COLCAP.	87
Tabla 5-18: Varianza histórica vs. Varianza condicional.	87
Tabla 5-19: Periodos de estudio volatilidad de acciones.....	88
Tabla 5-20: Ecuaciones periodos Pre Pandemia y Pandemia.	88

Tabla 5-21: Varianza histórica vs. Varianza condicional Pre pandemia.....	90
Tabla 5-22: Varianza histórica vs. Varianza condicional Pandemia.	90
Tabla 5-23: Varianza condicional y rendimientos promedio periodos evaluados.	91

Introducción

La generación de rendimientos en activos financieros ha sido un asunto complejo para el inversor debido a que la volatilidad de los mercados genera constante incertidumbre sobre el comportamiento de las acciones. De hecho, la inmersión en el mercado bursátil es una actividad atractiva para el ciudadano común, sin embargo, el comprender su comportamiento y evitar que la inversión realizada no se traduzca en pérdidas requiere de conocimientos y habilidades técnicas que la gran mayoría no posee.

En Colombia, la baja actividad bursátil ha sido históricamente una dificultad importante para agentes y analistas del mercado accionario colombiano. El desconocimiento de las personas naturales y jurídicas acerca del comportamiento del mercado bursátil es una característica notable, donde la generación y manejo del ahorro en su gran mayoría es destinado a cubrir eventos inesperados en el futuro, a la inversión en renta fija y poco en renta variable. Lo anterior, por considerarse una inversión de bajo riesgo. Esta situación se atribuye a la deficiente cultura financiera del país y al perfil de riesgo de los colombianos, tendiente a ser mayoritariamente conservador. A su vez, la constante volatilidad del mercado y el no poseer las herramientas que permitan mitigar esta variable, dificulta el generar oportunidades donde las condiciones económicas de las personas naturales y jurídicas sean diferentes positivamente.

El objetivo del presente trabajo es identificar el nivel de volatilidad de los rendimientos de las acciones transadas en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), a través de la elaboración de un proceso de modelamiento bajo parámetros ARCH y GARCH que mejore la capacidad predictiva del analista ante cierto tipo de eventos.

El entender el contexto del mercado de valores y el riesgo que éste representa para obtener rendimientos mediante inversiones en compra y venta de activos crea la necesidad

de recurrir a herramientas que faciliten la incursión en dicho mercado. En Colombia existen diferentes intermediarios para acceder al mercado de valores: Comisionistas de bolsa, Fiduciarias, Bancos, Cooperativas, entre otros. Sin embargo, el tener claridad sobre qué activo financiero invertir y contar con un alto grado de seguridad de los rendimientos a obtener, es la tarea más compleja para el inversor.

Con base en lo expuesto, el documento se ha elaborado inicialmente mediante el planteamiento del problema que contextualiza al lector de la situación a tratar, pregunta de investigación, objetivos e hipótesis. Seguidamente se expone el marco teórico mostrando la investigación realizada mediante la consulta a diferentes autores, se desarrolla una metodología para la interpretación de la volatilidad mediante parámetros ARCH y GARCH, y, por último, se presentan los resultados obtenidos de los modelos y conclusiones del trabajo de investigación.

1. Planteamiento del problema

Colombia se encuentra en una situación paradójica debido a una percepción errada en la que dice estar en una economía abierta, cuando lo cierto es, que sigue siendo una economía bastante cerrada. Esto ha hecho que el país esté perdiendo una inmensa oportunidad de alcanzar un mayor crecimiento económico, crear más empleo, y de terminar con una perniciosa generación de rentas que benefician a actores poco competitivos, apertrechados en la intrincada economía política nacional (Reina, 2010). Para darle solución a esto, el gobierno colombiano debe trabajar simultáneamente en las tres áreas en que se requiere avanzar para lograr una inserción efectiva de Colombia en la economía global: (1) la búsqueda de un mayor acceso a más mercados, (2) la eliminación del sesgo anti-exportador y (3) la superación de obstáculos básicos a la competitividad de la economía colombiana (Reina, 2010). Esto establece que la búsqueda de mejores accesos a mercados requiere la comprensión de las características económicas de Colombia, y estas se deban convertir en un aspecto de prioridad para su desarrollo económico.

En todo país, un instrumento para dinamizar la economía es el mercado de valores, debido a que el papel que desempeña es importante, facilitando el aumento de transferencias de recursos entre los participantes de un sistema económico e incrementando la productividad y acumulación de riquezas dentro de un país.

En el mercado de valores intervienen oferentes y demandantes en pro de realizar transacciones que favorezcan el intercambio de títulos o papeles denominados como valores. Aquí, se hace factible la canalización de recursos económicos hacia actividades productivas, primordialmente de mediano y largo plazo (Valencia, Parreño & Narváez, 2016). Por otra parte, el diseño institucional del mercado de valores organizado no solo facilita relaciones interpersonales directas (y bilaterales) entre agentes del mercado, sino

incentiva y posibilita principalmente amplias vinculaciones anónimas y masificadas de inversores (García, 2017).

Desde mediados del 2014, Colombia se ha enfrentado a diferentes eventos adversos que han afectado su economía, como lo ha sido la fuerte caída de los precios internacionales de los principales bienes exportados (en especial el petróleo), la desaceleración de las economías de los principales socios comerciales, mayores costos de financiamiento externo ante el incremento de la prima de riesgo país y la depreciación de la moneda como consecuencia de los dos sucesos anteriores (Soto, 2017). Es así, que la depreciación del peso colombiano y los incrementos de las tasas de interés internas, contraen la actividad de cotización de las acciones debido al deterioro de la situación financiera de las empresas, inflando costos y disminuyendo sus beneficios, especialmente a inversores extranjeros, que finalmente verán reducidas sus ganancias, siendo esto síntomas de incertidumbre para el mercado de valores colombiano (Castro y Romero, 2015).

Es de destacar que, en los últimos años la actividad bursátil de Colombia se ha dinamizado y generado una tendencia alcista (Arevalo, 2017). Sin embargo, entidades financieras establecen que la participación de las personas naturales en el mercado de valores colombiano ha disminuido considerablemente. El banco Davivienda (2020) informa que en el año 2012 había un millón de personas naturales invirtiendo en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) y, para 2017, el número había bajado a 700.000. Entre septiembre de 2017 y septiembre de 2018, hubo una caída del 11,4% de personas naturales invirtiendo en la BVC. Es decir que, en promedio al mes, se retiraban 5.979 inversionistas. Para el cierre de 2018, de acuerdo con datos del mismo medio, la BVC quedaba con 546.000 personas naturales invirtiendo. Esta disminución en los compradores de acciones causa problemas de liquidez en el mercado bursátil colombiano, pues significa que las acciones se están comprando y vendiendo en menor cantidad. En principio, la BVC establece que una de las razones de tener pocas personas naturales invirtiendo, es la falta de conocimiento de los colombianos sobre el sistema financiero, el mercado de valores y sus beneficios. Así mismo, Luis y Beltrán (2017) atribuyen como problema principal de desinversión en la BVC, la deficiente cultura financiera del país y el perfil de riesgo de los colombianos, tendiente a ser mayoritariamente conservador.

Al revisar la memoria histórica de los colombianos a corto plazo, es común encontrar escándalos de corrupción en la bolsa de valores, fraudes masivos soportados en inversiones en bolsa, y caídas de los indicadores bursátiles debido a especulaciones sin fundamento. Es claro que el desconocimiento financiero en cada uno de los episodios relacionados, ha llevado a estigmatizar las inversiones en acciones, lo que priva a las personas de una forma de invertir atractiva y rentable (Cuartas, 2016).

Otro aspecto a considerar en el proceso de inversión es el papel que juegan las firmas comisionistas de bolsa. Una persona jurídica o natural debe saber que para invertir en el mercado de valores debe vincularse a una firma comisionista de bolsa, y pagar una comisión por cada transacción que se realice. Esta firma comisionista debe estar autorizada legalmente por la Bolsa de Valores y la Superintendencia Financiera para realizar negociaciones en la bolsa. Es claro que estas entidades deben generar ingresos por su intermediación y conexión con otras bolsas a través de cobros de tipo comisional.

De manera importante, la situación económica del colombiano no es la mejor. De acuerdo con el reporte realizado por Reddy, et. al. (2013) del Banco Mundial, cerca del 70% de la población colombiana ha experimentado dificultades económicas, lo que equivale a no tener suficiente dinero habitual u ocasional para satisfacer las necesidades básicas. Un 23% de los encuestados informó que habitualmente no tenía suficiente dinero para cubrir sus necesidades básicas, y un 42% adicional informó que ocasionalmente se quedaba sin dinero. Del total de entrevistados, el 69% informó que nunca tenía dinero de sobra después de comprar alimentos y cubrir otras necesidades, donde tres cuartas (3/4) partes eran mujeres. De estas, la mitad tenía menos de 25 años y casi la mitad se ubicaba en el nivel de ingreso más bajo. En el caso de los que tenían dinero sobrante, la práctica más común era ahorrar para protegerse de eventos inesperados en el futuro. Aquí es donde la falta de conocimiento limita a las personas naturales a potencializar el ahorro mediante la inversión de este en una bolsa de valores y generar rendimientos aún en tiempos difíciles.

Entendiendo lo anterior, y sin desconocer que existen eventos o situaciones adversas que afectan la participación de más personas en la inversión colombiana, se debe considerar el cómo funciona una economía o un sector de esta magnitud y así crear oportunidades de inversión y crecimiento.

Se hace necesario entonces saber por qué se debe invertir en renta variable y por qué la inversión es un tema del diario común. Villa (2018) expone que la inversión es la actividad por la cual una persona natural, empresa o institución destina sus ahorros o dividendos a otra actividad que le permita generar ganancias con el paso del tiempo y de evitar la pérdida o derroche de dicho capital. Cabe destacar que, aunque un gran porcentaje de la población colombiana desconozca el cómo invertir y si alguna vez invertirá, el hecho es que gran parte de la población con vinculación laboral formal se encuentra invirtiendo a través de su fondo de cesantías y fondo de pensiones, así no sea consciente de ello.

Empresas del sector privado, llamadas sociedades administradoras de fondos de pensiones y cesantías, se encargan de la administración de los ahorros realizados por las personas. Con este dinero, los fondos hacen inversiones en activos de renta fija y renta variable con el fin de obtener rentabilidad que valore los ahorros de los cotizantes. Con base en el Decreto 2555 del 2010, los fondos de pensiones obligatorios tienen que destinar hasta el 15% de sus inversiones en renta fija (exterior y local), y hasta el 40% en renta variable (exterior y local). Desde el nacimiento de los fondos de pensiones, el mercado de valores ha presentado una constante evolución que ha incrementado las transacciones en el mercado financiero, por lo que se deben reconocer los beneficios que implicó la reforma pensional en el desarrollo de la economía del país y la mejora en la profundidad financiera. Los recursos administrados por los fondos de pensiones con el tiempo se han incrementado y, por ende, las inversiones (Navarro y Alegría, 2019).

Así bien, el mercado bursátil colombiano en su intento de representar oportunidades de crecimiento y desarrollo económico al país, cada vez enfrenta mayores retos, influenciado principalmente por variables macroeconómicas. La BVC (2020) en su informe de gestión, expone que durante 2019 la economía mundial continuó enfrentándose a un panorama de incertidumbre, esto generó que los inversionistas salieran de posiciones en búsqueda de activos refugio. Sin embargo, a pesar de la incertidumbre mundial, las bolsas presentaron valorizaciones, esto en consecuencia de la reducción de las tasas de interés por parte de los bancos centrales, que llevó a los inversionistas a buscar retornos en Renta Variable. Ejemplo de esto, son los índices bursátiles de EE.UU., que tuvieron ganancias históricas con valorizaciones para el S&P 500 (Índice accionario compuesto por las 500 compañías más líquidas de EEUU) del 30% y para el Dow Jones del 24% en 2019. Por su parte, la

economía colombiana fue la más atractiva de la región latinoamericana dado sus resultados de crecimiento económico, inversión extranjera y dinámica de consumo. En la Bolsa, el índice MSCI COLCAP se valorizó un 25% al cierre de 2019, el segundo índice más valorizado de la región después del IBOVESPA con 27% (Bolsa de Valores de Colombia, 2019). Así mismo, desde la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL) en su informe de 2019 para Colombia, estableció que los principales sectores receptores de la inversión extranjera directa (IED) fueron la minería y el petróleo, servicios financieros, servicios empresariales, transporte y comunicaciones, correspondiente a la valorización del índice.

De forma semejante, Diaz y Ramoz (2019) realizaron una comparación entre las tasas de interés promedio, establecidas por los CDT's y los rendimientos promedios en el año 2016 a través del índice MSCI COLCAP, donde se pudo evidenciar que el promedio de ahorro de 100'000.000 de pesos a través de los CDT's generó 4% de interés anual para un periodo de 3 meses según cifras del banco BBVA en el 2017. Por otro lado, el índice MSCI COLCAP obtuvo un comportamiento que ubicó en 10,9% el rendimiento de las acciones en el periodo de los 3 meses según la Bolsa de Valores de Colombia en 2017, lo que induce a pensar que existe un costo de oportunidad representativo en la inversión en renta variable, que por desconocimiento y falta de planificación financiera de las personas naturales y jurídicas, se está dejando de aprovechar, por ende, se genera un estancamiento en su crecimiento financiero.

Es de resaltar que, aunque la inversión local en Colombia en renta variable genera rendimientos, existe un gran conjunto de bolsas a nivel mundial que presentan comportamientos en rendimientos iguales o mejores a la BVC. Haro (2019) informa que el mercado de valores norteamericano presentó una tendencia alcista por 10 años (2009-2019), en donde el S&P 500 ha generado rentabilidad anualizada del 17,5% si se incluyen los dividendos. Una escalada meteórica donde el sector tecnológico ha generado un 22% de rentabilidad, seguido por el financiero, con un 15%. En efecto, un total de diez valores, liderados por Apple, han contabilizado casi el 25% del rendimiento de la última década en este indicador. Microsoft ha generado una rentabilidad anualizada del 25%. Por detrás siguen otras compañías como Amazon, JP Morgan, Boeing, Home Depot, Intel, United Health y Cisco.

Es importante agregar, que la economía global se encuentra actualmente afectada por dos variables: La caída del precio del petróleo y una pandemia por COVID-19, situación que ha generado una recesión económica en la mayoría de los países. El Banco de la República (2020) informa que la cotización del mercado de renta variable, medida con el índice MSCI COLCAP, registró una tendencia creciente entre septiembre de 2019 y marzo del 2020. A partir de esta fecha, se presentó una fuerte caída que lo llevó a registrar niveles que no se observaban desde 2009.

A pesar del comportamiento de los mercados en tiempos de alta incertidumbre, el inversor debe reconsiderar su estrategia de inversión e identificar oportunidades que antes no eran posibles. Ejemplo de esto, son los portafolios de inversión a mediano y largo plazo en los sectores menos impactados por la caída del petróleo y la pandemia, como lo son las TIC's, comercio electrónico o bienes de consumo básico. Es claro que, Los activos financieros son afectados por un conjunto de variables que alteran de forma directa su comportamiento en el mercado de valores, que durante y al final del ejercicio fiscal, afectan los resultados de los rendimientos de los activos financieros de renta variable. De este modo, el presente trabajo busca evaluar como anticipar el nivel de los rendimientos de las acciones transadas en la Bolsa de Valores de Colombia a través de la elaboración de un proceso de modelamiento capaz de interpretar la volatilidad.

1.1. Pregunta de investigación

La formulación del problema de investigación facilita al autor la orientación y delimitación del proyecto que este desea desarrollar, generada por el interés hacia el tema y la construcción de nuevo conocimiento. En este sentido, la pregunta de investigación del proyecto planteado es:

¿Cómo realizar un proceso de análisis y pronóstico de volatilidades de los activos financieros de renta variable cotizantes en la bolsa de valores de Colombia a través de modelos ARCH y GARCH?

1.2. Objetivo general

Desarrollar un proceso de análisis y pronóstico de volatilidad bajo parámetros ARCH y GARCH de los rendimientos de los activos de renta variable más representativos de la Bolsa de Valores de Colombia.

1.3. Objetivos específicos

- a) Revisar la literatura y contextualizar teóricamente modelos de regresión y análisis de riesgo de inversión.
- b) Observar el comportamiento de diferentes modelos de regresión aplicables a un sistema de cotización de activos de renta variable.
- c) Desarrollar un proceso de modelamiento con el fin de interpretar la volatilidad de los rendimientos en un sistema de cotización de valores de renta variable.
- d) Analizar el riesgo de inversión y la capacidad predictiva del proceso de modelamiento ajustado a las condiciones del mercado de renta variable colombiano.

1.4. Hipótesis

Hipótesis nula: El sistema de regresión bajo modelos ARCH y GARCH tiene facultades de interpretación de la volatilidad de los rendimientos de activos financieros de renta variable del mercado de valores de Colombia.

Hipótesis alterna: El sistema de regresión bajo modelos ARCH y GARCH no tiene facultades de interpretación de la volatilidad de los rendimientos de activos financieros de renta variable del mercado de valores de Colombia.

2. Marco conceptual

La globalización como condición inherente para el desarrollo de la actual economía mundial conlleva a una dinámica empresarial altamente competitiva. El proceso de globalización se desenvuelve en torno al comercio internacional, los flujos de inversión extranjera directa (IED) y de capitales financieros. Tradicionalmente, la globalización ha sido representada a través de los clásicos factores productivos, como son el movimiento internacional de mercancías, la prestación de servicios, la libre circulación de capitales, el tránsito de personas y mano de obra (Coppelli, 2018). En cualquier caso, se puede afirmar que la globalización en el momento presente y específicamente en lo que se refiere a la integración de mercados financieros y de mercancías, se muestra evolucionada y dinámica, mientras que la de servicios y trabajo, se muestran un tanto más atrasadas, sin perjuicio de los firmes avances propuestos últimamente por la comunidad económica internacional (Organización Mundial de Comercio (OMC), 2017).

Ante la presente condición de mercados financieros desarrollados y dinámicos, es necesario comprender como la integración de múltiples elementos facilitan al inversor la toma de decisiones en el manejo de capitales. En este sentido, el presente proyecto aborda un gran conjunto de componentes del mercado de capitales, elementos de riesgo y metodologías de pronóstico y validación estadística que proporcionan las bases teóricas para dar solución al problema de investigación.

2.1. Mercado de valores

En la actualidad, las alternativas para la capitalización del dinero son diversas. Sin embargo, muchas veces se desconoce el cómo lograrlo. El mercado de valores facilita opciones de capitalización permitiendo aglutinar a todo aquel interesado en comprar y vender generar una dinámica económica entre las partes, por lo que, el entender el contexto del mercado de valores proporciona bases a posibles inversionistas para la

incursión en este y posibilidades de capitalización. Este capítulo contextualiza el mercado de valores realizando una definición del mismo, su funcionamiento, participantes, índices bursátiles, activos financieros, inversión, tipos de operaciones, renta variable y la bolsa de valores. En este último, se resalta la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) como uno de los componentes principales objeto de estudio de la investigación.

2.1.1. Conceptualización de los mercados de valores

Los mercados de valores son negocios habilitados para crear y vender valores repetidamente de forma continua. Un valor, es un instrumento financiero negociable. A su vez, un instrumento financiero es esencialmente un contrato que otorga al titular del contrato algún derecho sobre los flujos de efectivo y/o el control de una empresa. Los valores más conocidos en la bolsa de valores se clasifican en capital o deuda. Un ejemplo de instrumento financiero negociable son las acciones, donde el individuo o institución que inicialmente compra el valor recién emitido proporciona dinero a la corporación, y a cambio, recibe la promesa de algún paquete de derechos de control sobre las corporaciones y el derecho a sus ganancias residuales (Fox & Rauterberg, 2019), es decir, al emitir acciones, las empresas venden derechos sobre sus flujos de efectivo futuros a cambio de dinero de personas que ahora tienen ahorros.

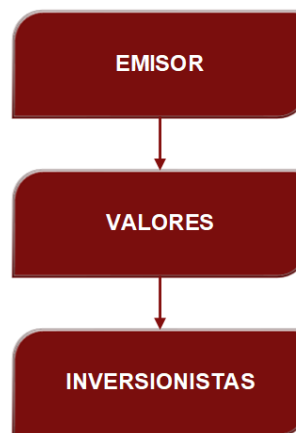
Este mercado primario de valores implica la transacción inicial entre una empresa y el primer comprador de sus valores. Además, todas las otras transacciones en ese valor componen el *“Trading Market”* o mercado secundario, en donde *“la vida de ese valor cambia a medida que pasa de manos de un comprador a otro, y la entidad original que emitió el valor, generalmente no tiene participación”* (Fox & Rauterberg, 2019).

2.1.2. Mecánica del mercado de valores y sus variantes

El mercado de valores permite que las personas e instituciones interesadas en comprar o vender acciones lo hagan. Según Fradique (2008), el mercado de valores se encuentra compuesto principalmente por emisores de valores, inversionistas e intermediarios entre emisores e inversionistas de acuerdo con los siguientes criterios: a). Mercado Primario y Mercado Secundario, y b). Mercado Bursátil y Mercado Extrabursátil.

El primer criterio, define el mercado primario como las transacciones donde se adquieren valores directamente del emisor (Ver Fig. 2-1). Sin embargo, puede haber intermediación por parte de un agente colocador y la emisión tenga lugar en el mercado bursátil o extrabursátil. Por otro lado, el Mercado Secundario (Ver Fig. 2-2) se refiere a las transacciones de valores que se negocian entre inversionistas que ya han sido previamente emitidas (Fradique, 2008).

Diagrama 2-1: Mercado Primario.



Fuente: Fradique, 2008, p. 20

Diagrama 2-2: Mercado Secundario.



Fuente: Fradique, 2008, p. 20

Un mercado secundario que funcione correctamente promueve un mercado primario saludable, debido a que los inversores pagarán más por los valores que se compren en el mercado primario. Para un inversionista, las razones para comerciar pueden ser muchas, ya sea comprar valores para guardarlos y generar ahorros. Hecho esto, podrán vender estos valores con el fin de generar efectivo con el que realizar el consumo. También pueden comprar o vender para diversificar sus carteras de inversión en muchos valores en un esfuerzo por reducir el riesgo. De igual forma, pueden ejecutar estrategias diseñadas

para obtener ganancias comerciales basadas en análisis de información pública o privada (Fox & Rauterberg, 2019).

Con relación al segundo criterio, se puede definir el mercado bursátil como un mercado centralizado y regulado, que permite a las empresas financiar sus proyectos y actividades, es decir, conseguir el dinero suficiente para ello, a través de la venta de diferentes productos, activos o títulos (Moral, 2016). Caso contrario al mercado extrabursátil, correspondiente a las operaciones de compra y venta de los valores fuera de los mercados bursátiles. Estos valores se negocian a través de un Bróker-Dealer, sea este una persona física o una entidad, debido a que dichos valores no cumplen los requisitos para aparecer en los mercados de valores tradicionales. La gran ventaja que posee el mercado extrabursátil frente al mercado bursátil, es el grado de personalización que este puede obtener. Pero esto conlleva una desventaja, la cual es la inexistencia de órganos de compensación y liquidación, lo que supone que no hay nada ni nadie que asegure que los agentes cumplan con lo establecido en el contrato en el que toman parte (Mallavia, 2020)

Lo anterior muestra un amplio panorama de la complejidad del mercado de valores, sin embargo, el desarrollo de este trabajo se centrará en el mercado bursátil dado que este se considera el sitio de reunión donde los analistas acuden a financiar sus actividades mediante la emisión y compra de acciones (Court & Tarradellas, 2010).

2.1.2.1. Ventajas del mercado de valores

Para los inversionistas, el acceder a transar en el mercado de valores genera ventajas que otras fuentes de financiamiento no proporcionan. Basantes (2014) menciona algunas de estas:

- Mercado organizado, integrado, eficaz y transparente, en el que la intermediación de valores es competitiva, ordenada, equitativa y continua, como resultado de una información veraz, completa y oportuna.
- Estimulación de la generación de ahorro, que deriva en inversión.
- Generación de flujo de recursos importantes y permanentes para el financiamiento de mediano y largo plazo
- Menor costo de financiamiento.
- Precio justo de compra y de venta.

- Liquidez permanente.
- Condiciones de transparencia e información constante que derivan en la generación de confianza para negociaciones.
- Información en línea de todas las transacciones que se realizan en los diferentes mecanismos de negociación.
- Diversificación del riesgo mediante las distintas alternativas de inversión y de financiamiento.

El mercado de valores es un gran motor financiero y fuente de capitalización, por lo que el conocerlo y saber gestionar adecuadamente sus riesgos permite obtener grandes beneficios. Aunque el mercado de valores posee imperfecciones y no siempre funcionan como se espera, ofrece beneficios a la sociedad que no serían posibles sin él.

2.1.2.2. Desventajas del mercado de valores

Es importante considerar que, aunque este sistema presenta beneficios, no se exenta de presentar desventajas. Basantes (2014) expone las siguientes:

- Alto riesgo para obtener alta rentabilidad, aún más si no se cuentan con los conocimientos y preparación adecuada.
- No existen inversiones garantizadas. Cualquiera que invierta en activos financieros, sea particular o a través de fondos de inversión, estará corriendo el riesgo de perder dinero.
- Cobro de tasas y comisiones. Cualquier fondo genera cobros de cargos administrativos.
- Mayor volatilidad que las inversiones tradicionales

Al analizar las desventajas que este mercado contempla, es posible pensar que solo un grupo con ciertas características puede incurrir en este y obtener beneficios dado la tolerancia al riesgo y gran capital de respaldo. Sin embargo, actualmente no se requiere de gran capital para realizar inversiones en el mercado, y variables como la volatilidad se pueden mitigar.

Las ventajas del mercado de valores son atractivas. Sin embargo, las desventajas muestran que se debe tomar con precaución y poseer conocimientos sólidos acerca de su funcionamiento. En el capítulo 2.2 del marco conceptual se realizará una descripción detallada de los Riesgos del mercado de valores y como mitigarlos.

2.1.3. Integrantes del mercado de valores

Como todo sistema, el mercado de valores se compone de un grupo de participantes que muestran dependencia uno del otro para existir. Estos son: Emisores de valores e inversionistas; no obstante, para facilitar las transacciones entre estos dos grupos existen los intermediarios de valores (Lagos, 2013). Estos se conceptualizan a continuación.

2.1.3.1. Emisores de valores:

Los emisores de valores son aquellas entidades, públicas o privadas, que buscan crecer y financiarse mediante una oferta pública en el mercado de valores al emitir valores de deuda o de capital (BVC, 2020). De acuerdo con el Decreto 2555 de 2010 podrán ser emisores de valores las entidades con los siguientes tipos de naturaleza jurídica:

- Las sociedades por acciones
- Las sociedades de responsabilidad limitada
- Las entidades cooperativas
- Las entidades sin ánimo de lucro
- La Nación y las entidades públicas descentralizadas por servicios y territorialmente
- Los gobiernos extranjeros y las entidades públicas extranjeras;
- Los organismos multilaterales de crédito
- Las entidades extranjeras
- Las sucursales de sociedades extranjeras
- Los patrimonios autónomos fiduciarios, constituidos o no como carteras colectivas

2.1.3.2. Inversionistas:

Los inversionistas son personas naturales o jurídicas que canalizan su dinero en el mercado de valores con el propósito de obtener una rentabilidad. De acuerdo con Agudelo

& Peláez (2017), los inversionistas en Colombia se caracterizan de acuerdo con la tabla 2-1:

Tabla 2-1: Características y la clasificación de los diferentes tipos de agentes que intervienen en el mercado de valores.

PARAMETROS	TIPOS DE INVERSIONISTAS				
	Personas naturales	Institucionales – Compañías de seguros	Corporativos	Entidades financieras – Bancos	Institucionales – Fondos de pensiones
Capital a invertir	Patrimonio	Ingresos por venta para respaldo de seguros, patrimonio.	Excedentes de Capital Planes de ahorro	Ingresos por captaciones a clientes e instituciones	Contribuciones periódicas de empleados y empleadores
Objetivo de la inversión	Mantener y acrecentar la riqueza	Retorno superior al crecimiento de las contingencias del pasivo en su negocio	De acuerdo con los objetivos de la empresa	Retorno que le permita generar una diferencia entre las tasas de captación y colocación	Retorno estable
Riesgo aceptado	Varía de acuerdo con el plan de vida y objetivo a alcanzar	Principalmente conservador, pero con capacidad para recibir retornos adicionales	Conservador, de acuerdo con los objetivos definidos	Variable	Varía de acuerdo con la proximidad de los pagos
Liquidez requerida	Varía de acuerdo con el plan de vida	Baja	De acuerdo con los objetivos de la empresa	Alta disponibilidad para hacer frente a retiros y demandas del cliente	Varía de acuerdo con la proximidad de los pagos
Horizonte de inversión	Varía de acuerdo con el plan de vida	Largo Plazo alineado a la vida media del pasivo	De acuerdo con los objetivos de la empresa	Corto Plazo	Largo Plazo
Límites	Ninguno	Calce de flujos	Pocos	Regulatorios	Regulatorios

Fuente: Agudelo y Peláez (2017).

Dentro de este grupo, las personas naturales han jugado un papel importante en el mercado bursátil colombiano, dado que su tasa de crecimiento en la actividad bursátil, junto con los fondos de inversión y otras instituciones, mostraron gran relevancia entre el periodo 2007 y 2016, convirtiéndose en los más importantes (Agudelo & Peláez, 2017).

Para mantener este crecimiento en la actividad bursátil, los inversionistas no deben tener trabas para acceder al mercado. De acuerdo con Callejas (2018), no existen requisitos especiales para transar en el mercado de valores dado que el procedimiento para acceder a este es muy sencillo, e inicia con la elección de una de las comisionistas autorizadas por la Bolsa de Valores de Colombia, que realiza un acompañamiento antes y durante el horizonte de inversión, con una comisión moderada, teniendo en cuenta la normatividad legal vigente en cuanto a tarifas de transacción en el mercado de valores y la disminución del riesgo del capital dispuesto por los analistas para transar en dicho mercado.

2.1.3.3. Intermediarios de valores:

El decreto 2555 de 2010 en el artículo 7.1.1.1.1 establece que los intermediarios de valores son entidades vigiladas con acceso directo a un sistema de negociación de valores o a un sistema de registro de operaciones sobre valores para la realización o registro de cualquier operación de intermediación de valores. Mayo, et. al., (2018) concuerdan que estos son agentes que facilitan los mecanismos y la infraestructura para realizar la negociación de valores. Estos, realizan operaciones que tienen por finalidad o efecto el acercamiento de demandantes y oferentes en los sistemas de negociación de valores o en el mercado mostrador, sea por cuenta propia o ajena (Superfinanciera, 2011).

De otro modo, un intermediario es aquella persona, natural o jurídica, que busca facilitar al inversor las operaciones de compra y venta en el mercado de valores y obtener una comisión por el servicio prestado.

2.1.4. Índices bursátiles

Los índices bursátiles son una medida estadística diseñada para seguir el comportamiento agregado o variaciones de valor de una lista de activos y ser utilizados para analizar los cambios en los valores de un activo financiero específico, de un sector, un mercado, un país, una región, una estrategia de inversión o un benchmark (Fuentes, 2016).

Actualmente se han construido alrededor de 3,429 índices bursátiles, de ellos, el 3% son índices principales, el 8% son índices adicionales, el 23% índice sectorial y el 66% son otros tipos de índices. De los índices principales, estados unidos posee 3: Dow Jones, Nasdaq-100 y S&P 500 (Canales, 2017).

Es de resaltar, que la mención de los indicadores principales de estados unidos, específicamente el Dow Jones, representa relevancia en el mercado de renta variable colombiano debido a su alta correlación con este y la dependencia con respecto al comportamiento bursátil internacional, teniendo en cuenta que si este sube o baja se ve afectada positiva o negativamente el mercado de valores colombiano (Arbeláez, et. al., 2018). En este sentido, se torna necesario realizar los análisis correspondientes de comportamiento de índices bursátiles, dada su dependencia con otros.

Por otro lado, los indicadores bursátiles principales actúan como potencializadores de los índices subyacentes, ofreciendo visibilidad local y extranjera. De este modo, el manejo e interpretación del movimiento del índice se convierte en dato específico y trascendental para la proyección de una inversión en el mercado de renta variable y determina la decisión de inversión (González, et. al., 2018).

2.1.5. Activos transados en el mercado de valores

Los activos son todos los bienes y derechos que posee una entidad o individuo para convertirse en dinero en algún momento. En el mercado de valores, al contrario que los activos tangibles, se transan activos financieros. Estos, de acuerdo a (Villamar, 2013) son títulos valores negociables de renta fija y renta variable. Así bien, es posible definir un activo financiero como el derecho de un comprador para recibir ingresos futuros sobre el activo del vendedor.

A lo anterior, la complejidad del mercado ha generado el desarrollo de múltiples activos financieros que, por necesidad de los inversores, han surgido y desarrollado con el tiempo. De esta manera, los activos o instrumentos financieros más utilizados en la actualidad son: Bonos, Divisas, Commodities, Acciones, ETF'S (Exchange Trade Funds) y Derivados financieros.

2.1.5.1. Bonos:

Los bonos son títulos que pagan intereses periódicos, a los que se les denomina cupones, y pueden ser emitidos por agentes públicos y privados (Gutiérrez & Tellez, 2015).

Montalvo, et. al, (2016), establecen que la modalidad de este producto financiero consiste en elaborar un contrato de préstamo en el que el derecho del prestamista al reembolso queda incorporado a un título de valor, que en este caso serían los bonos, donde también quedan establecidos los intereses correspondientes y su forma de pago. Dicho de otra manera, un bono es una obligación financiera que adquiere el emisor del bono a largo plazo con una promesa de pago más intereses al adquirente (comprador) a través de un título valor.

En el mercado existe variedad de bonos, siendo el plazo de reembolso y cupones a pagar el principal atributo diferencial entre estos. Entre los principales tipos de bonos se encuentran:

- Bonos simples
- Bonos corporativos
- Bonos de emisores públicos
- Bonos cupón cero
- Bonos perpetuos

El uso o funcionamiento de este activo financiero es sencillo dado que el emisor del bono se compromete a devolver el capital prestado en un plazo pactado y mediante cupones, es decir, mediante pagos periódicos, normalmente ejecutados de forma semestral o anual.

2.1.5.2. Divisas:

Solano (2019) expone que la divisa es la unidad monetaria que identifica un país extranjero y que no debe confundirse con el concepto de moneda, que se refiere a la unidad monetaria que identifica un país local. Es decir, si estamos en Colombia, podemos afirmar que su moneda es el peso colombiano, y las monedas de otros países que se utilizan en Colombia para realizar transacciones con el exterior, son las divisas.

Montes (2017) expresa que el interés de personas naturales por invertir en el mercado de divisas está creciendo significativamente. Por ello, conocer cómo se cotiza este activo, los determinantes económicos que guían su trayectoria y los instrumentos disponibles son de vital importancia para todas las personas ya que el uso de diferentes monedas es crucial para las transacciones financieras.

La insistencia sobre el entendimiento del mercado de divisas o Forex es debido a la incidencia que tiene este sobre el desempeño, la subsistencia, reservas y, sin duda alguna, las ganancias de las empresas que fungen como exportadores o importadores, los gobiernos y las personas naturales (Carlos, 2019).

Para participar en este mercado, es importante para el inversor conocer quienes integran el mercado de divisas y las generalidades del mismo, los determinantes del tipo de cambio o precio de la moneda de acuerdo a las condiciones de oferta y demanda, el cómo funcionan las operaciones de compraventa de divisas y, la administración de riesgos como respuesta a la volatilidad de los mercados e indicadores financieros.

2.1.5.3. Commodities:

Los commodities son bienes genéricos que generalmente no presentan ninguna transformación, por lo cual su significado tradicional se circunscribe primordialmente al de materias primas (Desireé, 2008).

Perazzi y Orlandoni (2017) exponen que el mercado de commodities está altamente influenciado por expectativas de corto plazo, lo que lo hace comportarse conforme los ciclos económicos y guardar fuerte correlación positiva tanto con la inflación, como con la exposición a eventos naturales y humanos que puedan afectar su oferta y demanda; esto hace que se considere un mercado volátil con precios influenciados por factores políticos, climáticos, niveles de existencia y crecimiento en demanda, tipo de cambio, restricciones al comercio, reglamentaciones sobre recursos naturales renovables y no renovables, especulación y precios de la energía, ya sea por su efecto directo sobre los costos de producción de commodities en general, como por su incidencia en la demanda y oferta de biocombustibles.

Con lo anterior, es necesario entender que la administración y/o manejo de los commodities en los mercados financieros presenta alta complejidad debido a las múltiples variables que influyen sobre este, por lo que se puede llegar a considerar como un mercado especializado.

De acuerdo con Rondinone y Otto (2016), en los últimos años un conjunto de innovaciones financieras permitió que categorías de commodities ingresaran a carteras de inversión para la constitución de portafolios; tal proceso se denominó financiarización de commodities. Este proceso se realizó con el propósito de reducir el riesgo de inversión. Garone (2017) explica que los inversores utilizan la información de diversos indicadores económicos para tomar sus decisiones de inversión y comparan los datos publicados con las expectativas y niveles de inversión pasados, dado que, en general, cuando se incrementan los inventarios es una señal de mayor oferta, lo que debería presionar a la baja los precios y viceversa.

El proceso de financiarización de commodities está estrechamente ligado al uso de instrumentos de cobertura y fondos de inversión colectiva, lo que ha logrado que el mercado de los commodities se comporte más como un mercado financiero, generando que el sector financiero influya en el sector real, determinando precios y cambios en la dinámica de retornos (Rondinone & Otto, 2016).

2.1.5.4. Exchanged Trade Funds (ETF'S)

Los ETF o Fondos Cotizados, al igual que el resto de fondos de inversión, son Instituciones de Inversión Colectiva (IIC) de carácter financiero que pueden invertir en una amplia variedad de clases de activos e instrumentos financieros. Se trata, en definitiva, de un patrimonio común, perteneciente a una pluralidad de inversores, llamados partícipes, que está gestionado y representado por una Sociedad Gestora y donde los rendimientos individuales se establecen en función de los resultados colectivos (CNMV, 2015).

De igual manera, la Comisión Nacional del Mercado de Valores (2015), establece que el objetivo de inversión de los ETF's es el replicar índices bursátiles, sean estos de renta fija, variable, materias primas o divisas. Por ejemplo, un fondo cotizado sobre el índice S&P 500 tendrá como política de inversión obtener una rentabilidad lo más parecida a este índice.

Si bien los ETF son negociados de la misma manera que las acciones, su acceso al mercado es distinto. Mientras que estas comienzan su negociación mediante una oferta pública de venta (OPV) los fondos cotizados tienen un sistema de creación y amortización que permite la variación continua en el número de participaciones. Este proceso de

creación y amortización es una de las principales características de los ETF's, además de que los hace únicos, les permite ser más baratos, más transparentes y eficientes fiscalmente que los fondos de inversión tradicionales (Hill, et. al., 2015).

A lo anterior, es necesario tener en cuenta que los costes asociados a cualquier inversión son un aspecto importante a tener en cuenta por los inversores debido a que estos reducen los rendimientos obtenidos y corresponde a un gasto fijo de una inversión en un mercado regulado. García (2018) explica que las comisiones aplicables a los ETF's corresponden a comisiones de gestión, comisiones de depósito y comisión de intermediación o corretaje. Estas comisiones son costos relevantes que pueden afectar los resultados de la inversión, pero que, sin duda alguna, cuanto mayor permanezca la inversión en cartera, menor impacto genera las comisiones en los rendimientos.

2.1.5.5. Derivados Financieros

Un derivado es un instrumento financiero cuyo valor depende de los precios de otros activos en otros mercados más básicos; estos activos se conocen como subyacentes. Así bien, los derivados se caracterizan por fijar hoy, mediante un contrato, precios para realizar una transacción financiera o comercial futura (Rona, 2016). Los derivados financieros surgen debido al riesgo de mercado, el cual es aquel que se presenta ante un posible cambio en los precios o valores, como por ejemplo el precio de una divisa, una tasa de interés, precio de acciones, otros (Quintero, 2016).

Es de anotar que el uso de estos instrumentos financieros genera mejores niveles de competitividad y reduce la volatilidad ante un mercado cambiante y dinámico que no es amable ante decisiones de compra y venta mal ejecutadas. Ante esto, los derivados financieros más utilizados actualmente son: forward, contratos de futuros, opciones financieras y swaps.

Finalmente, los instrumentos derivados mejoran el desarrollo de los mercados financieros, contribuyen con el aumento de la profundidad y la liquidez al ampliar la base de participantes y proporcionan diferentes instrumentos y opciones de inversión y cobertura en el mercado globalizado (Giraldo, et. al., 2017).

2.1.5.6. Acciones:

Una acción, de acuerdo con Mora (2009), es un título emitido por una entidad como parte alícuota de su capital social, con el objeto de captar recursos, sin asumir la obligación, en principio, de recibir una retribución y/o reembolso. Como se contempló en el segmento 2.1.2. Mecánica del mercado de valores, en el mercado primario se emiten valores por primera vez y el mercado secundario se compran y venden indefinidamente los valores ya emitidos. Para realizar la compra y venta de estos valores con un nivel de confianza aceptable, los inversores acuden a la bolsa de valores dado la normatividad y regulación aplicable en el mercado de capitales.

Así bien, el mercado de capitales se compone por dos (2) tipos de inversión: Renta fija y renta variable. Agudelo (2015) define la renta fija como aquellos activos cuyos pagos futuros asociados y su rentabilidad son conocidos en el momento de la compra o emisión; por otro lado, define la renta variable como aquellos activos cuyos pagos futuros y rentabilidad no son fácilmente estimables. Siendo las acciones, la inversión más característica de la renta variable en el mercado (Agudelo, 2018).

Es de saber que todo activo financiero contemplado como renta variable, se encuentra fuertemente ligado a un conjunto de variables que influyen en los resultados de las compañías. Así, el inversionista debe evaluar cuidadosamente si puede asumir el riesgo implícito de invertir en acciones, si prefiere fórmulas más conservadoras, o bien, una combinación de ambas. De cualquier forma, en el mercado accionario siempre se debe invertir con miras a obtener ganancias en el largo plazo, ya que, junto con una buena diversificación, se genera un mejor camino para diluir las bajas coyunturales del mercado o de la propia acción (Alonso, 2015). Así bien, algunas de los elementos o variables que inciden en el precio de un activo de renta variable son:

2.1.5.6.1. Tasas de interés:

En un mercado global, los efectos financieros por cambios violentos en las variables macroeconómicas, como los tipos de cambio y las tasas de interés, tienen diferentes niveles de afectación en las organizaciones, en las Instituciones Financieras, inversionistas individuales e institucionales y el Estado. Esto principalmente deteriora la capacidad de pago, liquidez, calificación crediticia y hasta se puede presentar la posibilidad de suspender

sus operaciones en el mercado de valores. Por ello, son necesarios instrumentos financieros actualizados y sofisticados, que permitan evaluar el entorno de la organización o institución en cuanto a los riesgos que enfrenta, y prevenir o reducir los efectos financieros negativos del mercado (López & Lourdes, 2020). Así mismo, Delfiner y Patrone (2017) comentan que frente a un aumento de tasas podrían producirse desplazamientos de cuentas a la vista a plazos fijos, o en un contexto de tasas bajas los clientes preferirán préstamos a tasas fijas y viceversa. También cabría la reacción en las tenencias de compromisos contingentes (como líneas de crédito), al producirse cambios en las tasas.

2.1.5.6.2. Sentimiento del mercado:

El sentimiento del mercado, definido como el optimismo o pesimismo de los inversores, representa las expectativas de los participantes en el mercado y, por tanto, mide la percepción global subjetiva acerca del precio de los activos, es decir, que en momentos de alto/bajo sentimiento los activos más sensibles se encontrarán sobrevalorados/infravalorados por lo que su rentabilidad futura será menor/mayor debido a la reversión del precio hacia valores de equilibrio (Corredor & Santamaría, 2013).

2.1.5.6.3. Cambios en los dividendos

Un dividendo es la retribución del poseedor de una acción a cambio de su inversión en la empresa (Pierre, 2015). Sin embargo, los riesgos generados por la insuficiencia de evaluaciones sobre las percepciones de los inversores en su valoración de políticas de dividendos, conduce inevitablemente a una subvaloración del potencial de la empresa por parte de los socios y a consecuentes sobre exigencias en el rendimiento requerido, generando incertidumbre en los inversores y en el mercado (Sánchez, 2017).

2.1.5.6.4. Estado de la economía

El mercado bursátil tiene una relación directa con la economía, sin embargo, se debe potencializar y relacionar directamente con el sistema económico de un país, ya que si este tiene un sistema financiero eficiente puede lograr un crecimiento económico a través de la asignación eficiente de capital, pues un sector financiero reprimido desalienta el

ahorro y la inversión, debido a que las tasas son más bajas a lo que obtendría en un mercado competitivo (Lezama, et. al., 2017).

2.1.5.6.5. Situación política

La situación política como uno de los componentes del riesgo país es una situación de estudio para los inversionistas ya que hace que estos no quieran invertir en una economía que afronta problemas de corrupción, deuda, sociales, otros, que afecten en cualquier momento las entradas de capital al país (Ceballos, et. al., 2017).

Con lo anterior, los cambios en la directiva de las empresas, noticias y rumores, la situación de la industria, la Inflación, fusiones y adquisiciones, cambios en las mismas acciones, lanzamientos de productos, publicación de las cuentas anuales, problemas legales y retornos en otras opciones son variables que afectan la volatilidad de los activos financieros y que todo analista debe considerar al tomar la decisión de inversión.

2.1.6. Inversión en el mercado de valores

Al tomar la decisión de invertir en activos financieros, el analista espera que este genere rendimientos en un futuro. Dicho objetivo hace que el proceso de inversión y el conocimiento que los analistas posean acerca de los criterios para evaluar la decisión de inversión, sean cruciales para el logro de los objetivos financieros.

Así bien, las inversiones realizadas en el mercado de valores consisten en la adquisición de valores de renta fija y renta variable, ya sea en el sector público o en el sector privado. En toda inversión se encuentran inmersos diferentes tipos de riesgos, sin embargo, es necesario tener en cuenta los factores de plazo (corto, mediano y largo), liquidez (convertir la inversión en dinero) y rentabilidad para determinar los beneficios de la inversión. Por otro lado, el realizar inversiones con diferentes tipos de activos financieros permite mejorar la asertividad en la(s) inversión(es) a realizar.

2.1.7. Bolsa de valores

Las bolsas de valores son un elemento clave para el desarrollo del mercado de capitales de toda nación basada en el sistema capitalista, ya que permiten el traslado de recursos

de agentes superavitarios a las actividades productivas que generan riqueza. Sin embargo, la eficiencia de las bolsas de valores es un tema que muchas veces se pasa por alto, al igual que el consecuente impacto positivo o negativo que la bolsa de valores puede tener sobre el mercado de valores y la economía de un país (Rodríguez, 2018).

Básicamente, las bolsas de valores son “organizaciones formales, aprobadas y reguladas por la Securities and Exchange Commission (SEC), que brindan facilidades para intercambiar ciertas acciones ordinarias a los integrantes que las componen” (definición de “stock exchanges” según Nasdaq).

Con lo anterior, es necesario destacar que algunas de las finalidades y funciones de la Bolsa de valores son: facilitar la realización de operaciones financieras, promover la oferta y demanda de títulos valores, y lograr un alto nivel de liquidez; teniendo por objetivo el intercambio de fondos, la fijación de precios, la realización de transacciones nacionales e internacionales (con los diversos instrumentos mencionados anteriormente) y el suministro constante de información y procesamiento de datos a los inversionistas y entidades interesadas (Pájaro & Ramos, 2015).

Así bien, es posible considerar que una bolsa de valores actúa en un mercado secundario ya que todos aquellos activos que se transan ya han sido emitidos en el mercado primario. Es de añadir que, aquellos inversores que transan en una bolsa de valores recurren a esta dada la seguridad en sus operaciones y las regulaciones normativas vigentes. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, el transar en una bolsa de valores implica recurrir a sociedades comisionistas de bolsa, ya que estas actúan como canal directo en las operaciones con la bolsa de valores y generando un cobro de una comisión por su intermediación.

La claridad del concepto de bolsa de valores facilita la comprensión del objeto de estudio de la presente investigación, siendo este la Bolsa de Valores de Colombia. A continuación, se detallarán aspectos de su historia, concepto, regulación y funcionamiento, no de forma muy amplia, sus generalidades.

2.1.8. Bolsa de valores de Colombia (BVC)

De acuerdo con la definición que proporciona la BVC en su página oficial, esta es una sociedad anónima domiciliada en Bogotá, Colombia, aliado estratégico del sector financiero y bursátil, y operador líder de la infraestructura del mercado de capitales colombiano con presencia en toda la cadena de valor. Es de resaltar la importancia de la bolsa en el mercado colombiano ya que estimula el crecimiento financiero de los inversores, y, a su vez, estimulan el crecimiento de la economía colombiana.

2.1.8.1. Antecedentes de la BVC

En la década de 1990, las bolsas de Bogotá, Medellín y Occidente (Cali), iniciaron conversaciones para crear una única plaza bursátil en Colombia. La razón, tener tres mercados de poco tamaño significaba continuar rezagados frente a las demás bolsas del continente, con objetivos comunes que no podrían alcanzarse de continuar cada una por su lado. Finalmente, en 2001, la unión de las bolsas se hizo realidad dando paso a la creación de la Bolsa de Valores de Colombia, una única entidad que desde esa época ha venido administrando los principales mercados de valores del país (BVC, 2021).

Desde este momento, el mercado de valores colombiano se ha caracterizado por presentar un vertiginoso crecimiento. A partir de este hecho, Colombia ha logrado consolidar su industria bursátil como la cuarta más importante de Latinoamérica, de la mano de la entrada de importantes empresas del sector petrolero, las cuales se constituyen como las más representativas dentro de la capitalización bursátil colombiana (Carmona & Vera, 2017).

No obstante, solamente hasta el 2005 hubo un avance sustancial en el mercado colombiano, pues hasta ese año se decretó el marco normativo y regulatorio por medio del cual el mercado de capitales debería funcionar. Posteriormente, la ley 964 le dio forma al sistema e introdujo herramientas para lograr estimular la llegada de capitales, fortalecer la confianza inversionista, introducir funciones de vigilancia, registro y control al regular los participantes a actividades e instrumentos financieros. Fue así como nació el Sistema Integral de Información del Mercado de Valores para ser un recurso de difusión y divulgación de información transaccional y así propender por un mercado más saludable y receptivo (Vargas, 2018)

2.1.8.2. BVC en la actualidad

Es de resaltar, como se mencionó en el planteamiento del problema de investigación del presente trabajo, que la situación actual de pandemia por COVID-19 ha creado un escenario de gran incertidumbre que ha afectado el comportamiento de los mercados y generado una desestabilización de la economía. Así mismo, Colombia presentó una desaceleración de su economía y un cambio en su dinámica comercial. Esta situación se evidencia en los resultados del año 2020 de la BVC; a continuación, en la tabla 2-2 se presenta el comportamiento de la BVC en los últimos cinco (5) años de sus principales parámetros del mercado de renta variable.

Tabla 2-2: Comportamiento principales parámetro del mercado de renta variable de la BVC

PARAMETRO	AÑO				
	2016	2017	2018	2019	2020
VOLUMEN TOTAL OPERADO (BILLONES)	42,04	42,22	44,4	46	34,8
NÚMERO DE OPERACIONES EN EL AÑO (UNDS)	583.029	509.533	572.630	555.000	898.000
PRINCIPAL ACTOR DEL MERCADO LOCAL EN EL AÑO	25%	28%	30%	36,80%	34%
	SCB	EXTRANJEROS	EXTRANJEROS	EXTRANJEROS	EXTRANJEROS
PARTICIPACIÓN PERSONAS NATURALES	16%	14%	13%	11%	14,90%

Fuente: Informes de gestión de la BVC años 2016, 2017, 2018, 2019 y 2020

- El volumen de operación presentaba un crecimiento contante año tras año desde el 2016 y cayó en el 2020 a causa de la pandemia y la incertidumbre generada.
- El principal actor en el mercado local en los últimos cuatro (4) años han sido los inversionistas extranjeros.
- Durante el año el número de operaciones totales en el mercado aumentaron 62%, pasando de 555 mil en 2019 a 898 mil en 2020.
- Por su parte, la participación de las personas naturales en este mercado entre 2019 y 2020 incrementó un 3,9% y aumentaron su número de operaciones en un 95%. Sin embargo, no ha recuperado los niveles de participación a cierre del 2016.

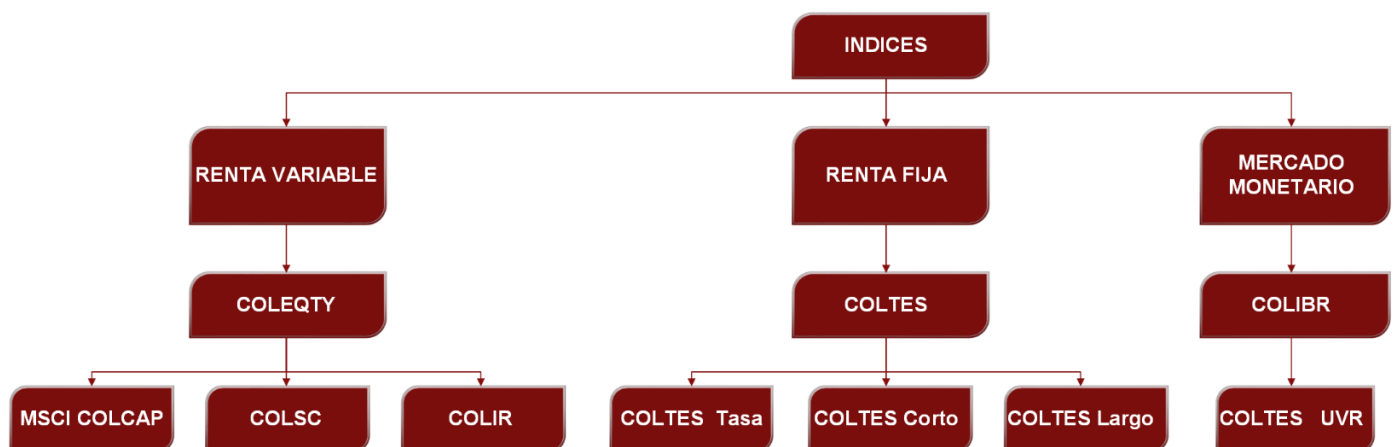
Ante la adversidad, los datos anteriores muestran un incremento importante en las operaciones de bolsa y una recuperación en la participación de las personas naturales en esta, situación que demuestra la confianza en este sistema y su utilidad como motor de apalancamiento para los pequeños inversionistas.

2.1.8.3. Índices accionarios de Colombia

En los mercados de valores, la predicción de los rendimientos de las acciones es una de las tareas más importantes y desafiantes debido a su naturaleza altamente dinámica, puesto que se ve afectada por factores económicos, políticos, condiciones del mercado global, tendencias del mercado y tasas de referencia que producen movimientos rápidos en los precios (Moreno & Quintana, 2020). Atendiendo a esto, el conocer el comportamiento de los índices bursátiles permite evaluar el panorama general de los rendimientos de las empresas listadas en éstos, de esta manera, ayudar al proceso de toma de decisión de inversión.

Así es que, para Colombia, existe un conjunto de índices bursátiles que reflejan la situación económica del país. La BVC creó tres familias de índices bursátiles para renta variable, renta fija y mercado monetario (Ver Fig. 2-3):

Diagrama 2-3: Índices accionarios de Colombia



Fuente: AMV, 2016.

- COLEQTY: Este índice está compuesto por las 40 acciones con mejor función de selección (el volumen pesa el 80%, la frecuencia el 15% y la rotación el 5%) de la Bolsa de Valores de Colombia, donde la participación

Pronóstico de volatilidades a los rendimientos de activos financieros de renta variable en Colombia a través de modelos ARCH y GARCH

de cada acción dentro del índice es determinada por Capitalización Ajustada. La capitalización bursátil ajustada hace referencia a la porción de la compañía que no se encuentra en manos de inversionistas con interés de control (AMV, 2016)

- MSCI COLCAP: El MSCI COLCAP es un índice de capitalización que refleja las variaciones de los precios de las 20 acciones más líquidas de la Bolsa de Valores de Colombia (AMV, 2016).
- COLSC: Es un índice que está compuesto por las 15 acciones de las empresas más pequeñas en capitalización bursátil que hacen parte del COLEQTY, donde la participación de cada acción dentro del índice es determinada por el flotante de cada una de las especies (AMV, 2016).
- COLIR: El COLIR es un índice que está compuesto por las acciones de las empresas que cuentan con el Reconocimiento IR y que hacen parte del índice COLEQTY. El Reconocimiento IR es Instrumento creado por la BVC que se le otorga a los emisores con mejores prácticas en materia de revelación de información y relación con inversionistas (AMV, 2016).
- Índice de deuda pública COLTES (CP, LP): Estos índices han sido diseñados para proveer a los inversionistas referencias de mercado de fácil replicación, que permitan medir la evolución general del segmento de títulos de deuda pública interna TES Clase B Pesos (AMV, 2016).
- COLIBR: Este índice permite seguir la evolución del mercado monetario colombiano, ya que replica una inversión que renta a la tasa IBR Overnight. Teniendo en cuenta la operatividad del cálculo de la tasa overnight y la forma de replicación del índice, éste solo se calcula los días hábiles. La IBR Overnight es la tasa de interés que nos indica la liquidez del mercado monetario colombiano, esta es calculada y publicada diariamente por el Banco de la República (AMV, 2016).

- Índice de deuda pública COLTES UVR: Este índice ha sido diseñado para proveer a los inversionistas con una referencia de mercado de fácil replicación, la cual permite medir la evolución general del segmento de títulos de deuda pública (bonos) interna (AMV, 2016).

2.1.8.4. El MSCI COLCAP y sus componentes

El índice bursátil MSCI COLCAP está compuesto por las 20 acciones más líquidas de la BVC, y la participación de cada una de ellas se calcula en función del valor de la capitalización bursátil ajustada (Greiff & Rivera, 2018).

Es de saber, que variables macroeconómicas poseen influencia en la economía global, es decir, afectan los índices bursátiles. Para el caso de Colombia, en calidad de país emergente, estas variables ejercen un fuerte efecto sobre sus índices bursátiles, haciendo que fluctúe e incremente la incertidumbre de los inversionistas en la decisión de inversión. Sin embargo, a pesar de la volatilidad de los mercados emergentes, estos siguen marcando la pauta a nivel mundial, impactando economías completas y por lo tanto los índices bursátiles del mundo, que a su vez afectan las grandes decisiones financieras; con respecto al MSCI COLCAP, este es un indicador con una volatilidad heterocedástica, debido a sus condiciones de serie financiera (León, 2015).

Por otra parte, el conocer la canasta de acciones que componen el índice bursátil, permite identificar las condiciones de mercado del país y facilita el gestionar profesionalmente los portafolios de inversión. En el tercer trimestre de 2021, la canasta del MSCI COLCAP se encuentra compuesta de la siguiente manera (Ver tabla 2-3):

Tabla 2-3: Composición de la canasta MSCI COLCAP III trimestre 2021.

COMPOSICION DE LA CANASTA MSCI COLCAP III TRIMESTRE 2021				
POS. ACTUAL	TICKER BVC	RAZÓN SOCIAL EMISOR	PRECIO	% PARTICIPACIÓN
1	PFBCOLOM	BANCOLOMBIA S.A.	33.300	15,58%
2	ECOPETROL	ECOPETROL S.A.	2.944	15,03%
3	ISA	INTERCONEXION ELECTRICA S.A. E.S.P.	22.820	10,46%
4	BCOLOMBIA	BANCOLOMBIA S.A.	33.330	8,79%
5	GEB	GRUPO ENERGIA BOGOTÁ S.A. E.S.P.	2.890	8,24%

COMPOSICION DE LA CANASTA MSCI COLCAP III TRIMESTRE 2021				
POS. ACTUAL	TICKER BVC	RAZÓN SOCIAL EMISOR	PRECIO	% PARTICIPACIÓN
6	GRUPOSURA	GRUPO INVERSIONES SURAMERICANA	21.970	5,33%
7	NUTRESA	GRUPO NUTRESA S.A	22.070	4,73%
8	PFAVAL	GRUPO AVAL ACCIONES Y VALORES S.A.	1.136	4,62%
9	PFDAVVNDA	BANCO DAVIVIENDA S.A	33.770	3,58%
10	GRUPOARGOS	GRUPO ARGOS S.A.	11.900	3,58%
11	CEMARGOS	CEMENTOS ARGOS S.A.	6.380	3,09%
12	CORFICOLCF	CORPORACION FINANCIERA COLOMBIANA S.A.	29.590	2,82%
13	PFGRUPSURA	GRUPO INVERSIONES SURAMERICANA	18.910	2,21%
14	CELSIA	CELSIA S.A	4.410	2,20%
15	PFGRUPOARG	GRUPO ARGOS S.A.	8.805	1,93%
16	CNEC	CANACOL ENERGY LTD	12.240	1,82%
17	BOGOTA	BANCO DE BOGOTA S.A.	73.700	1,52%
18	GRUBOLIVAR	GRUPO BOLIVAR S.A.	67.950	1,11%
19	PROMIGAS	PROMIGAS S.A. E.S.P.	7.500	0,97%
20	PFCEMARGOS	CEMENTOS ARGOS S.A.	4.385	0,95%
21	MINEROS	MINEROS S.A.	3.830	0,36%
22	PFCORFICOL	CORPORACIÓN FINANCIERA COLOMBIANA S.A.	24.000	0,36%
23	BVC	BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA S.A.	9.900	0,34%
24	TERPEL	ORGANIZACIÓN TERPEL S.A.	8.395	0,32%
25	ETB	EMPRESA DE TELECOMUNICACIONES DE BOGOTÁ S.A. E.S.P.	198	0,08%

Fuente: BVC (2021).

Teniendo en cuenta lo anterior, la acción más destacada en el MSCI COLCAP, con una participación del 15,58%, es PFBCOLOM. Le siguen en importancia ECOPETROL con 15,03%; ISA con 10,46%; BCOLOMBIA con 8,79% y GEB con 8,24%, siendo los sectores con más participación en este indicador, el financiero, petrolero y energía.

Es de destacar, que al revisar el MSCI COLCAP en los últimos 5 años, se observa un comportamiento aleatorio en sus resultados, donde la situación del año 2020 influenciado

por el escenario de pandemia producida por el COVID 19 y condiciones de negociación internacional del petróleo, incidió en los rendimientos negativos de este (Ver tabla 2-4).

Tabla 2-4: Comportamiento del MSCI COLCAP.

PARAMETRO	AÑO				
	2016	2017	2018	2019	2020
MSCI COLCAP (% VARIACIÓN)	17.16%	12%	-12,4%	25%	-14%

Fuente: Informes de gestión de la BVC años 2016, 2017, 2018, 2019 y 2020

Este resultado con rendimientos negativos presenta dos ópticas: la primera, es la visión de un mercado con problemas y con desaceleración de su economía; la segunda, la proyección de un mercado con miras a la recuperación de su economía. Es aquí donde el inversionista debe evaluar una estrategia de inversión dado que sus resultados dependerán de la óptica a seguir.

2.2. Riesgo

Con relación al capítulo anterior, para aquellos que participan en el mercado de valores, que realizan y/o elaboran estrategias de inversión o que conforman portafolios de activos financieros para inversión a corto, mediano o largo plazo, existen riesgos asociados a los que se encuentran expuestos. A continuación, se detalla el concepto y los tipos de riesgos a los que se exponen los inversionistas en el mercado de valores.

2.2.1. Conceptualización del riesgo

El riesgo está inmerso en todas las actividades humanas y es entendido como la probabilidad de ocurrencia de un evento que deviene en un perjuicio. Por ende, al hablar de riesgo en materia financiera, nos referimos a una eventual pérdida de dinero que signifique, de manera directa, una afectación al sistema financiero o a una de las instituciones o individuos que lo conforman (Villalva, 2008).

Galindo (2015) dice que el hablar de riesgo implica, pues, hablar de contingencia; así mismo, al referirse a un evento que todavía no acontece, es decir, el concepto de riesgo apunta a algo que no es ni necesario, ni imposible.

Chávez (2018) expone en su investigación que la mejor forma de referir el riesgo en la actualidad es con la definición del diccionario de la Real Academia Española como, contingencia o proximidad de daño, y su análisis de las condiciones que permiten esa situación y, eventualmente, el perjuicio derivado de ella y su intensidad. En donde dicho análisis es efectuado mediante la gestión del riesgo, así el grado de detalle y complejidad dependerá de las metodologías empleadas sin perder de vista el significado de los términos empleados, puesto que de la gestión del riesgo se desprenden los escenarios de riesgo, planes de contingencia y si bien mediante la gestión del riesgo no se pueden eliminar aquellos como los que proceden de fenómenos de origen natural (terremotos, huracanes, sequías, etc.), se generan las medidas con la finalidad de planificar, prevenir y o mitigar las consecuencias de los riesgos a los que se encuentra expuesta la población para evitar un desastre.

2.2.2. Riesgo de los activos financieros o riesgo de mercado

En los mercados de valores, el riesgo de mercado es aquel generado por la evolución del mercado en que cotiza un activo durante el plazo de la inversión, donde suele medirse mediante las variaciones en el índice correspondiente (rentabilidades) observado con una determinada frecuencia (hora, día, semana, mes) (Novales, 2013). Para el inversionista, es necesario obtener y usar toda la información disponible del mercado para tomar decisiones de forma eficiente con relación a los rendimientos que desea generar.

El activo de manera individual, al tener desplazamientos con el mercado, genera riesgos derivados de las fluctuaciones que no se logran eliminar a través de la diversificación, por tanto, se constituye como un riesgo sistemático no diversificable o de mercado (Carmona & Criollo, 2015). Por esto, es posible definir el riesgo de mercado como las variaciones en el precio o en el valor de una inversión a causa de la volatilidad.

2.2.3. Riesgo de inversión

En un sistema financiero, las inversiones realizadas por los participantes del mercado están expuestas a la materialización del riesgo generada por los cambios sobrevenidos de mercado. Así, el riesgo económico hace referencia a las fluctuaciones producidas en la

rentabilidad de una inversión debida a los movimientos producidos en el sector económico en que se produce la inversión y, en ocasiones, generando un contagio en el resto de los sectores de producción por la incertidumbre producida. Este riesgo económico básico, también puede provenir de las propias decisiones financieras de la empresa, aparición de nuevos competidores de mercado, fluctuaciones en el precio de las materias primas, impago de deudas, etc. (Pérez & Sotirova, 2015).

2.2.4. Riesgo financiero

También conocido como riesgo de crédito o insolvencia, son las variaciones que derivan de la posibilidad donde las contrapartes se nieguen o no puedan cumplir con sus obligaciones contractuales (Albarracín, et. al., 2017), es decir, el riesgo financiero se debe a un solo factor: las obligaciones financieras en las que se incurre.

Con los riesgos de naturaleza financiera definidos, es necesario que el inversor establezca la metodología de evaluación y medición del riesgo a utilizar dentro del panorama de la gestión del riesgo. Para este trabajo, el uso de modelos matemáticos facilita el medir la incidencia de una variable sobre otra. En el capítulo 2.4 se presenta el marco conceptual de diferentes modelos de regresión.

2.3. Procesos estocásticos.

Una característica importante para considerar de una variable es su comportamiento estocástico. De acuerdo con Mauricio (2007), un proceso estocástico es una secuencia de variables aleatorias, ordenadas y equidistantes cronológicamente, referidas a una o a varias características de una unidad observable en diferentes momentos. Con lo anterior, es posible establecer que los activos financieros poseen esta característica estocástica. Sin embargo, los procesos estocásticos se dividen en dos (2) tipos: estacionarios y no estacionarios.

Un proceso estocástico se dice que es estacionario si su media y su varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos periodos depende solamente de la distancia o rezago entre estos dos periodos de tiempo y no del tiempo en el cual se ha calculado la covarianza (Villavicencio, 2010). Este proceso también es llamado Ruido Blanco.

Si Y_t es una serie de tiempo estacionaria tendrá estas propiedades:

$$\text{Media:} \quad E(Y_t) = \mu \quad (1.1)$$

$$\text{Varianza:} \quad \text{var}(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2 \quad (1.2)$$

$$\text{Covarianza:} \quad Y_k = [E(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] \quad (1.3)$$

En resumen, si una serie de tiempo es estacionaria, su media, su varianza y su autocovarianza (en diferentes rezagos) permanecen iguales sin importar el momento en el cual se midan; es decir, son invariantes respecto al tiempo. Así, las fórmulas de la varianza, desviación estándar y covarianza son los siguientes:

$$\text{Varianza:} \quad \sigma^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n} \quad (2.1)$$

$$\text{Desviación estándar} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (2.2)$$

$$\text{Covarianza:} \quad \text{Cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}) \quad (2.3)$$

De otro modo, un proceso estocástico no estacionario es el que su distribución de probabilidad varía de manera no constante, es decir cuando una serie de datos actúa de forma desordenada (Cevallos & Cabrera, 2020). Este proceso también es llamado Modelo de Caminata Aleatoria (MCA). En otras palabras, una serie de tiempo no estacionaria tendrá una media que varía con el tiempo o una varianza que cambia con el tiempo, o ambas. Esto establece que las series de tiempo no estacionarias por su naturaleza cambiante no se pueden proyectar.

Ahora bien, saber el cómo determinar si una serie de tiempo es estacionaria o no, es un asunto de gran importancia. Esto, debido a que trabajar con una serie estacionaria es mucho más fácil de predecir debido a su comportamiento invariante en el tiempo. Sin embargo, cuando la variable de estudio son activos financieros de renta variable, esto no sucede, por lo que no tienen media ni varianza constante.

Para determinar si una serie es estacionaria o no, se requiere de pruebas que permitan identificar esta condición. Un tipo de prueba básica en la graficación de los datos. El realizar análisis de esta prueba permite obtener pistas de la posible naturaleza de la serie de tiempo. A pesar de esto, los gráficos no proporcionan información adicional más allá de la visual.

Gujarati y Porter (2010) proponen el uso de la función de autocorrelación (FAC) como herramienta de análisis estadístico para identificar el nivel de autocorrelación o dependencia de los datos en los k periodos anteriores (rezagos). Estos, definen la FAC como:

$$\rho_k = \frac{y_k}{y_0} = \frac{\text{Covarianza en el rezago } k}{\text{Varianza}} \quad (3)$$

En la práctica sólo se cuenta con la elaboración de un proceso estocástico (es decir, la muestra), por lo que sólo se puede calcular la función de autocorrelación muestral, $\hat{\rho}_k$. Para tal efecto, se debe calcular primero la covarianza muestral en el rezago k , \hat{y}_k , y la varianza muestral, \hat{y}_0 definidas como:

$$\hat{y}_k = \frac{(Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{n} \quad (3.1)$$

$$\hat{y}_0 = \frac{\sum(Y_t - \bar{Y})^2}{n} \quad (3.2)$$

donde n es el tamaño de la muestra y \bar{Y} es la media muestral. Por lo anterior, la función de autocorrelación muestral en el rezago k es:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{y}_k}{\hat{y}_0} \quad (4)$$

Correspondiente a la razón entre la covarianza muestral (en el rezago k) y la varianza muestral.

Hoy día, el uso de software estadísticos para el cálculo de la función de autocorrelación muestral permite al analista desarrollar de forma ágil correlogramas para la identificación

del posible comportamiento estacionario de la serie de tiempo a evaluar. En este sentido, es posible decir que un correlograma es el gráfico de las autocorrelaciones. Es así, cómo Oliva, et. al. (2018), establece que el coeficiente de correlación de un correlograma tiene que fluctuar de manera aleatoria alrededor de:

$$-1 < \hat{\rho}_k < 1 \quad (4.1)$$

Un correlograma que grafica un comportamiento estacionario generalmente se encuentra cercano a cero. De lo contrario, si la dispersión de los valores refleja oscilaciones altas y bajas y no rondan alrededor de cero, se entiende que no hay estacionariedad. De otra forma, si las barras de la FAC van disminuyendo lentamente hacia cero, es posible evidenciar una serie de tiempo no estacionaria (Ver tabla 2-5).

Tabla 2-5: Correlogramas de serie de tiempo estacionaria (2.5.1.) y no estacionaria (2.5.2).

2.5.1. Correlograma de una serie de tiempo estacionaria							2.5.2. Correlograma de una serie de tiempo no estacionaria						
Included observations: 505							Included observations: 506						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob		
		1	0.234	0.234	27.876	0.000			1	0.990	0.990	498.92	0.000
		2	0.076	0.023	30.846	0.000			2	0.977	-0.171	985.55	0.000
		3	0.022	-0.001	31.086	0.000			3	0.963	-0.002	1459.6	0.000
		4	-0.163	-0.179	44.671	0.000			4	0.949	-0.010	1921.0	0.000
		5	-0.189	-0.124	62.970	0.000			5	0.937	0.082	2371.7	0.000
		6	0.007	0.101	62.995	0.000			6	0.927	0.069	2813.6	0.000
		7	-0.189	-0.207	81.327	0.000			7	0.916	-0.079	3246.0	0.000
		8	-0.078	-0.018	84.495	0.000			8	0.908	0.156	3671.5	0.000
		9	0.009	-0.002	84.541	0.000			9	0.901	0.023	4091.5	0.000
		10	-0.042	-0.042	85.436	0.000			10	0.894	-0.020	4505.9	0.000
		11	0.015	0.001	85.548	0.000			11	0.887	0.015	4914.9	0.000
		12	0.103	0.027	91.049	0.000			12	0.881	0.003	5318.6	0.000
		13	0.051	0.045	92.401	0.000			13	0.872	-0.073	5715.3	0.000
		14	0.042	-0.024	93.303	0.000			14	0.863	-0.029	6104.2	0.000
		15	0.103	0.073	98.870	0.000			15	0.853	-0.022	6484.9	0.000
		16	-0.056	-0.079	100.49	0.000			16	0.841	-0.072	6855.6	0.000
		17	-0.117	-0.095	107.71	0.000			17	0.830	0.056	7217.4	0.000
		18	-0.090	-0.044	111.95	0.000			18	0.821	0.085	7572.4	0.000
		19	-0.110	-0.035	118.33	0.000			19	0.813	0.040	7921.6	0.000
		20	-0.055	0.008	119.91	0.000			20	0.807	0.011	8266.4	0.000
		21	0.058	0.018	121.66	0.000			21	0.802	0.016	8607.5	0.000
		22	0.046	0.034	122.76	0.000			22	0.796	-0.024	8944.3	0.000
		23	0.089	0.045	127.00	0.000			23	0.791	0.003	9277.1	0.000
		24	0.093	0.004	131.59	0.000			24	0.784	-0.064	9604.8	0.000
		25	0.007	-0.031	131.62	0.000			25	0.776	-0.003	9926.6	0.000
		26	-0.019	-0.030	131.81	0.000			26	0.768	0.025	10242.	0.000
		27	0.049	0.062	133.11	0.000			27	0.760	-0.012	10552.	0.000
		28	0.050	0.076	134.48	0.000			28	0.751	-0.016	10856.	0.000
		29	-0.023	-0.043	134.77	0.000			29	0.742	-0.043	11152.	0.000
		30	-0.045	-0.042	135.87	0.000			30	0.732	-0.031	11441.	0.000
		31	-0.062	0.007	137.93	0.000			31	0.723	0.060	11723.	0.000
		32	-0.022	0.062	138.19	0.000			32	0.715	-0.022	12001.	0.000
		33	0.013	0.005	138.28	0.000			33	0.707	-0.025	12272.	0.000
		34	0.051	0.030	139.70	0.000			34	0.699	-0.014	12539.	0.000
		35	0.043	0.019	140.71	0.000			35	0.690	-0.055	12799.	0.000
		36	0.011	-0.046	140.78	0.000			36	0.681	0.000	13052.	0.000

Fuente: elaboración propia

El uso de los correlogramas facilita al analista el identificar un posible comportamiento estacionario o no estacionario. Sin embargo, es importante utilizar pruebas de validación de estacionariedad adicionales y más robustas que permitan garantizar el comportamiento de la serie de tiempo. Estas pruebas se detallan en el capítulo 2.5.

2.4. Modelos de regresión

Cuando se quiere evaluar la relación entre una variable que suscita especial interés respecto a otro conjunto de variables, se requiere realizar pruebas que aporten la suficiente información sobre la relación en conjunto de todas ellas. Para esto, se utilizan los modelos de regresión lineal, una técnica estadística que consiste en calcular dicha similitud en forma

de función matemática (Montero, 2016). El presente capítulo proporciona a esta investigación los conceptos de diferentes modelos de regresión lineal y su uso. Esto, con el fin de explicar los modelos más básicos hasta los más complejos. Así mismo, la descripción de estos le permitirá al analista seleccionar el modelo de regresión que ayude a dar solución al problema de investigación.

2.4.1. Regresión Lineal Simple:

Los modelos de regresión lineal simple permiten evaluar y explicar la relación entre una variable dependiente respecto a otra(s) variable(s) independiente(s) (Moral, 2016). La regresión lineal consiste en modelar una ecuación de una recta y observar que tan cerca de esta se encuentran las variables dependientes. Un modelo de regresión lineal se describe de acuerdo con la ecuación:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X \quad (5)$$

Y : Variable a predecir (dependiente)

β_0 : Ordenada en el origen o intercepto

β_1 : Pendiente

X : Variable explicativa (independiente)

Como las relaciones del tipo anterior raramente son exactas, sino que más bien son aproximaciones en las que se han omitido muchas variables de importancia secundaria, debemos incluir un término de perturbación aleatoria, ε , que refleja todos los factores - distintos de X - que influyen sobre la variable endógena, pero que ninguno de ellos es relevante individualmente. Con ello, la relación quedaría de la siguiente forma:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad (5.1)$$

ε : Perturbación o error aleatorio

La expresión anterior refleja una relación lineal, y en ella sólo figura una única variable explicativa, recibiendo el nombre de relación lineal simple. El calificativo de simple se debe

a que solamente hay una variable explicativa. El objetivo principal de la regresión es la determinación o estimación de β_0 y β_1 a partir de la información contenida en las observaciones que disponemos. Esta estimación se puede llevar a cabo mediante diversos procedimientos (Montoro, 2007).

2.4.2. Regresión lineal múltiple

La regresión lineal múltiple (RLM) es un método estadístico que permite relacionar linealmente los datos con diferentes variables simultáneamente. De esta manera, el modelo RLM puede aplicarse a una base de datos disponible para desarrollar modelos de predicción, validarlo con mediciones y compararlo con simulaciones y metodologías propuestas (Muñoz, Marino & Thomas, 2021). De acuerdo con (Carrasquilla-Batista, y otros, 2016), los modelos de regresión múltiple son la extensión del modelo de regresión simple a k variables explicativas. Así, la estructura del modelo de regresión lineal múltiple tiene la forma de:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (6)$$

Donde X_1, \dots, X_k son las variables explicativas, regresores o variables independientes. Este modelo se utiliza cuando la variable dependiente, Y , depende linealmente de cada una de las variables explicativas, o cuando un regresor no basta para explicar suficientemente la variabilidad de Y .

2.4.3. Modelos lineales generalizados

Los modelos lineales generalizados (GLM, de las siglas en inglés de Generalized Linear Models) son una extensión de los modelos lineales que permiten utilizar distribuciones no normales de los errores (binomiales, Poisson, gamma, etc.) y varianzas no constantes, por lo que estas son una alternativa a la transformación de la variable respuesta y a la falta de normalidad (McCullagh & Nelder, 2019). Específicamente, podemos considerar utilizar GLM cuando la variable respuesta es:

- Un conteo de casos (p.e. abundancia de una especie);
- Un conteo de casos expresados como proporciones (p.e. porcentaje de plántulas muertas en un experimento de vivero);

- Una respuesta binaria (p.e. vivo o muerto, infectado o no infectado)

Un modelo lineal generalizado se expresa de la siguiente manera:

$$E(Y) = \mu = g^{-1}(X\beta) \quad (7)$$

Donde $E(Y)$ es el valor esperado, de Y ; $X\beta$ es el «predictor lineal», una combinación lineal de parámetros desconocidos β ; g es la función de enlace y μ es la media de Y .

2.4.4. Modelos de mínimos cuadrados generalizados

El algoritmo de los mínimos cuadrados generalizados es uno de los más adecuados para identificación de parámetros en ciertos modelos que involucran perturbaciones correlacionadas, es decir, la posibilidad de que los datos puedan de hecho estar influenciados por efectos aleatorios, ya que tales efectos son muy comunes en la mayoría de sistemas dinámicos, teniéndose, por lo tanto, que considerarlos como sistemas estocásticos, que a menudo son el mejor vehículo o medio posible para describir las diferencias del modelo ideal y las observaciones de la señal real de la planta de estudio; es necesario entonces, que alguna información de tales efectos sean incluidos en los cálculos de los parámetros del sistema (Cordero, 1986). De otro modo, la estimación de mínimos cuadrados generalizados (MCG) es un método eficiente para estimar los coeficientes desconocidos de un modelo de regresión lineal cuando las observaciones tienen una varianza desigual y existe un cierto grado de correlación entre las observaciones (Mert, 2015). En el modelo de regresión lineal dado en la ecuación (5), si la forma de la varianza $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$ es $\sigma^2 V = P$, el modelo MCG minimiza:

$$(Y - X\beta)' V^{-1} (Y - X\beta) \quad (8)$$

Que se resuelve por

$$\hat{\beta}_{\text{MCG}} = (X' V^{-1} X)^{-1} X' V^{-1} Y \quad (8.1)$$

Modelos aditivos Donde $\hat{\beta}_{MCG}$ es el vector de las estimaciones de MCG de $\beta = (\beta_1, \beta_2)$ y X es la matriz de unos y x_i . Además, las estimaciones de MCG son equivalentes al aplicar MC ordinarias a una forma transformada linealmente de los datos.

2.4.5. Modelos aditivos

Los modelos aditivos surgen dentro de la regresión no paramétrica para tratar el problema de la maldición de la dimensionalidad. Por analogía con el modelo de regresión múltiple se mantiene la aditividad del efecto de los predictores, pero se sustituye la relación lineal de cada uno por una función no paramétrica suave. Por lo general este tipo de modelos suelen ser poco útiles en dimensiones altas ya que resulta difícil proporcionar información visual que ayude a la comprensión de los resultados y a que las propiedades del estimador se deterioran, debido a que requiere que los datos proporcionen una estimación de una superficie en dimensiones altas para cualquier tamaño de muestra. Esto es lo que se conoce como la maldición de la dimensionalidad, para un número fijo de datos y para un entorno de dicha superficie a estimar, dicho entorno puede ser demasiado grande como para llamarlo local, tener pocas observaciones de la muestra o estar vacío, por lo que se necesita un número exponencialmente mayor de observaciones para que los entornos contengan observaciones de la muestra (Paredes, 2019). Consideremos ahora un modelo de regresión lineal múltiple, en el que la variable respuesta está relacionada con p predictores, dado por la siguiente expresión:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_p x_{pi} + \epsilon_i \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

Cuando la suposición de linealidad es insostenible se puede sustituir dicha relación lineal por funciones no paramétricas. Esta es la idea del Modelo Aditivo, permitir que cada una de las componentes tome esta forma no paramétrica:

$$y_i = \beta_0 + m_1(x_{1i}) + \dots + m_p(x_{pi}) + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (9.1)$$

Dado que está representando cada variable por separado, se puede representar las p funciones y examinar cómo influye cada predictor en el modelado de la respuesta y también obtener una estimación global como la suma de p funciones estimadas univariantes. De esta forma el modelo aditivo queda definido como:

$$y_i = \alpha + \sum_{j=1}^p m_j(x_{ij}) + \epsilon_i \quad i = 1, \dots, n \quad (9.2)$$

donde los errores ϵ_i son independientes de X_j con $E(\epsilon_i) = 0$ y $\text{var}(\epsilon_i) = \sigma^2$, y las $m_j(\cdot): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ son funciones cuya forma no están restringidas, solo tienen un supuesto de suavidad entendida en términos de derivabilidad de la función. Además, se impone la condición de $\sum_{j=1}^p m_j(x_{ij}) = 0$, $\forall j$ para hacer que las funciones sean únicas. Dichas funciones son estimadas individualmente y $\hat{m}(x_i) = \sum_{j=1}^p \hat{m}_j(x_{ij})$. Esto proporciona un modelo general útil para modelar datos que no se ajustan a supuestos lineales.

2.4.6. Modelos mixtos

Los modelos mixtos son una propuesta de modelación estadística avanzada, que permiten mejorar la calidad del análisis de los factores fijos y factores aleatorios, modelando la variabilidad aleatoria y la correlación de los errores, siendo muy útiles en el análisis de datos desbalanceado, datos con pseudoréplicas, o datos con algún tipo de estructura jerárquica o de agrupación. Los modelos mixtos se pueden usar cuando los datos tienen algún tipo de estructura jerárquica o de agrupación, estos modelos mixtos permiten tener factores fijos, aquellos cuyos niveles son de interés para el experimentador y factores aleatorios, aquellos cuyos niveles son solo una realización de todos los posibles niveles procedentes de una población, y varios términos de error (Dicovski & Pedroza, 2017). De acuerdo con Morales y Uribe (2016), un modelo mixto se define como:

$$y_i = X_i\beta + Z_i b_i + \epsilon_i \quad Z_i K_i = X_i \quad (10)$$

$$b_i \sim N(0, D)$$

$$\epsilon_i \sim N(0, D)$$

$$b_1, \dots, b_m, \epsilon_1, \dots, \epsilon_m: \text{ mutuamente independientes}$$

Donde

β : Efectos fijos.

Z_i y b_i : Efectos aleatorios.

Componentes de varianza: Elementos de las matrices D y Σ_i

2.4.7. Modelos lineales mixtos generalizados

Los Modelos Lineales Generalizados Mixtos (GLMMs, Generalized Linear Mixed Models) proporcionan una vía de análisis para aquellos datos que se encuentran correlacionados y no requiere necesariamente que la variable evaluada se distribuya normalmente, sino a una distribución de la familia exponencial (Gamma, Poisson, Binomial, entre otras). Los GLMM se obtienen a partir de los GLM (Modelos Lineales Generalizados), con la incorporación de efectos aleatorios en los predictores lineales. La incorporación de efectos aleatorios permite modelar sobredispersión, heterocedasticidad y correlación espacial o temporal (Toriz, et. al., 2019). La estructura de un GLMM está dada por la expresión:

$$g(\mu) = \eta = X\beta + Z\gamma \quad (11)$$

donde X , β , μ y g son definidos en la ecuación (7), Z es la matriz diseño de los efectos aleatorios, $\gamma \sim N(0, \psi)$ es el vector que contiene los efectos aleatorios y ψ es la matriz de covarianzas de los efectos.

2.4.8. Modelos aditivos mixtos generalizados

Los Modelos Aditivos Generalizados Mixtos (GAMM, del inglés Generalized Additive Mixed Models), son una extensión de los GAM (Modelos aditivos generalizados) mediante la incorporación de efectos aleatorios en los predictores lineales (Toriz, Ramírez, Fernández, Soria, & Barra, 2019). El modelo general es:

$$g(\mu) = \eta = X\beta + f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_k(x_k) + Z\gamma \quad (12)$$

En principio, los modelos mixtos aditivos generalizados (GAMM) permiten estimar efectos aleatorios para casos, tratamiento, tendencia y otras covariables; y pueden incluir estructuras de error complejas. Además, el uso exitoso de GAMM puede requerir grandes tamaños de muestra dado el aumento de los parámetros a estimar (Shadish, et. al., 2014).

2.5. Pruebas de validación de modelos de regresión

Una vez se ha encontrado el mejor modelo posible, este debe ser validado, es decir, comprobar si el modelo creado funciona igual en otros individuos distintos a los que se han empleado en el desarrollo del modelo. De acuerdo con Fernández y Borja (2018), en los

modelos predictivos “validar” significa ver si el modelo predice bien la variable dependiente en nuevos individuos. Existen dos modos de validación, externa e interna:

- La validación externa es la validación más estricta, consiste en emplear el modelo predictivo desarrollado en otra muestra de pacientes.
- La validación interna es menos estricta pues usa los datos de los sujetos a partir de los cuales se ha desarrollado el modelo predictivo, pero no necesita del esfuerzo añadido de reclutar nuevos individuos y, por tanto, está al alcance del propio investigador en el momento que desarrolla el modelo.

Así las cosas, a continuación, se presentan diferentes pruebas de validación que refuerzan el uso y veracidad del modelo de regresión a utilizar.

2.5.1. Autocorrelación simple

En ocasiones, sucede que los valores que toma una variable en el tiempo no son independientes entre sí, sino que un valor determinado depende de los valores anteriores (Villavicencio, 2010). A esto se le conoce como autocorrelación, una función que permite medir la dependencia que tienen los datos evaluados del ahora con respecto a los datos de periodos anteriores.

Para la identificación de esta dependencia de los datos, se usa la función de autocorrelación simple (FAC, por la sigla en inglés), que mide la correlación entre los valores de una secuencia temporal X_t , distanciados en un lapso de tiempo k . A este tiempo k se le conoce como retardo, retraso o rezago. El rezago denota el período entre los valores de la secuencia para la cual se miden el tipo y grado de autocorrelación de la variable considerada (León, et. al., 2016). Normalmente, el uso de la autocorrelación se da mediante programas estadísticos y se evita realizarla de forma manual, sin embargo, la fórmula general para la autocorrelación es la establecida en el capítulo 2.3 del marco conceptual:

$$p_k = \frac{y_k}{\sqrt{y_0} \sqrt{y_0}} = \frac{y_k}{y_0} \quad (13)$$

2.5.2. Pruebas de Normalidad

A través de la historia se ha tratado de encontrar un método confiable y eficiente para determinar la pertenencia de los datos a una distribución; de esto han surgido varias pruebas de normalidad que toman la información de la muestra para generar un valor que establezca un parámetro de decisión. Es así como la distribución normal es utilizada en múltiples campos como supuesto básico para uso de herramientas estadísticas (pruebas t-student, chi cuadrado, ANOVA, otras). Esto hace que muchos fenómenos físicos, biológicos, psicológicos o sociológicos puedan ser modelados mediante ella (Echeverri, et. al, 2015). Así es que, una prueba de normalidad se realiza para comprobar si la hipótesis nula es verdadera o no, de igual manera, para verificar si la muestra ha sido extraída de una población con distribución normal.

Es de saber que existen múltiples pruebas de normalidad para uso en condiciones específicas. Al conocer sus características, el investigador obtiene el criterio para el uso adecuado de estas y los resultados generados mediante su aplicación son más cercanos a la realidad. De acuerdo con de (Gandica, 2020), para utilizar una prueba de normalidad es importante chequear el supuesto de normalidad en los datos (medidas de media, mediana y moda similares), pues este se requiere para tomar la decisión en cuanto a la prueba que debe ser utilizada. A continuación, se presentan los tipos de pruebas de normalidad más utilizados.

2.5.2.1. Prueba de Kolmogorov-Smirnov (K-S)

La prueba de K-S es una de las más clásicas en el estudio de la normalidad. Esta se basa en el concepto de la función de distribución empírica y sus propiedades como aproximación de la función de distribución teórica cuando se trabaja sobre variables continuas y se conocen todos los parámetros muestrales. Así, esta prueba compara la función de distribución teórica con la empírica y calcula un valor de discrepancia máxima entre ambas distribuciones, proporcionando un valor p , asociado a la probabilidad de obtener una distribución que discrepe tanto como la observada si verdaderamente se hubiera obtenido una muestra aleatoria, de tamaño n , de una distribución normal (Pedrosa, Juarros, Robles, Basteiro, & García, 2015), siendo esta empleada para variables cuantitativas continuas y cuando el tamaño muestral es mayor de 50.

2.5.2.2. Prueba de Shapiro-Wilks (S-W)

Esta prueba de normalidad, desarrollada por Shapiro y Wilk (1965), es la prueba más poderosa en la mayoría de las situaciones (D'Agostino & Stevens, 1986). En los últimos años, la prueba de S-W de Shapiro-Wilks se ha convertido en la prueba de normalidad preferida debido a sus buenas propiedades de potencia en comparación con una amplia gama de pruebas alternativas (Mendes & Pala, 2003). Su fundamento estadístico está basado en una gráfica de probabilidad en la que se considera la regresión de las observaciones sobre los valores esperados de la distribución hipotetizada, en donde su estadístico W representa el cociente de dos estimaciones de la varianza de una distribución normal (Pedrosa, Juarros, Robles, Basteiro, & García, 2015). Este tipo de prueba es aplicada cuando la muestra es menor o igual a 50.

2.5.3. Raíz unitaria

Las pruebas de raíz unitaria verifican si la variable es estacionaria o no y, en consecuencia, puede contribuir a evitar el problema de regresión espuria. Las regresiones espurias son regresiones que parecen ofrecer un buen ajuste y predecir una relación estadística significativa entre variables, cuando no existe en absoluto (Mahedeva & Robinson, 2009). De otro modo, Castaño y Sierra (2012) describen el modelo como la forma de identificar la presencia de una tendencia estocástica posiblemente con una deriva o constante (denominado proceso Difference Stationary o DS); o si la serie es generada por un proceso estacionario alrededor de distintos cambios de nivel, los cuales podrían haber sido causados por diferentes eventos exógenos.

Para verificar la estacionariedad de las series se realizan pruebas de raíces unitarias. Las pruebas efectuadas son la Dickey-Fuller Aumentada (DFA), que controla por autocorrelación y la prueba de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (KPSS), cuya hipótesis es estacionariedad (Alonso, 2010).

Es de entender que, El DFA no posee una distribución estándar, por lo cual no puede utilizar los valores críticos habituales de la distribución normal para su contraste de raíz unitaria, en su lugar debe utilizarse un conjunto particular de valores críticos con base en la distribución del estadístico DFA con hipótesis nula (Quinde, Bucaram, Saldaña, &

Ordeñana, 2020). Con respecto a la prueba KPSS, esta sirve para examinar si la muestra aparente tiene una tendencia determinista o estacionaria (Fadhil & Shabri, 2019).

2.5.4. Heterocedasticidad

Uno de los supuestos estándar que subyacen a un modelo lineal es que los errores se distribuyen de forma independiente de forma idéntica (i.i.d.). En particular, cuando los errores son i.i.d., son homocedásticos, es decir, tienen media y varianza constante. Cuando los errores no son i.i.d., se dice que los errores son heterocedásticos (Klein, Gerhard, Büchner, Diestel, & Engel, 2016); en otras palabras, la varianza de los errores no es igual en todas las observaciones realizadas. Un modelo heterocedástico lineal se define por:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \dots + \beta_m x_{mi} + \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, n, \quad (14)$$

donde ε_i es el error correspondiente a cada valor de la muestra, siendo este diferente a todos los demás.

2.6. Series de tiempo y principales modelos econométricos

Hasta este punto, se ha logrado entender que el aplicar modelos de regresión facilita la evaluación de la dependencia entre variables a predecir (Dependientes) y las variables explicativas (Independientes); así mismo, las pruebas de validación que se pueden aplicar a estos para determinar la viabilidad o no de los datos evaluados.

Este último capítulo aborda la conceptualización de las series de tiempo, los diferentes modelos existentes a aplicar y como estos se relacionan y deben aplicarse con las herramientas estadísticas presentadas en los capítulos 2.3, 2.4 y 2.5.

En este sentido, (Contreras, et. al., 2016) explican que los modelos de series de tiempo predicen valores futuros para la variable de interés basándose exclusivamente en el patrón histórico de esa variable, suponiendo que ese patrón histórico continuará, es decir, facilitan el poder determinar tendencias y las variaciones estacionales (Contreras, et. al., 2016).

Del mismo modo, Nava (2015) recalca que una serie de tiempo es un conjunto ordenado de valores, que no son una función, y por lo tanto no debe ser tratada como tal.

Al hablar de modelos econométricos, se habla de la relación existente entre dos o más variables que permiten realizar estimaciones o predicciones del valor futuro de esa variable (Caridad & Ocerin, 2016). Es aquí donde se observa la relación metodológica que comparte con los modelos de regresión y las series de tiempo, dado que, los modelos econométricos son herramientas matemáticas y estadísticas aplicadas al campo económico.

Es importante destacar que las series de tiempo integran varios componentes de análisis: la tendencia, estacionalidad, ruido o componente residual y autocorrelación (Torrijos, 2019). Sin embargo, al utilizar los modelos de regresión y las pruebas de validación, este análisis queda implícito.

Atendiendo a lo anterior, a continuación, se exponen modelos de series de tiempo del tipo autorregresivo, medias móviles, combinados (autorregresivos y medias móviles) y heterocedásticos.

2.6.1. Modelo Autorregresivo (AR)

Un modelo autorregresivo (AR) establece que la variable de salida depende linealmente de sus valores previos (Torrijos, 2019). En términos matemáticos un modelo AR calcula el valor de la variable y en el instante t mediante la ecuación:

$$y_t = a + by_{t-1} + \varepsilon_t \quad (15)$$

Donde a y b son constantes propias de cada serie de tiempo y ε_t es ruido blanco. Así, un AR(1) es llamado como “modelo autorregresivo de primer orden”, donde la variable de salida X_t , está relacionada con únicamente un período anterior. Por tanto, siguiendo el ejemplo, en un modelo AR(2), la variable de salida estará relacionada con 2 períodos anteriores. Con esto, es posible concluir que entre más periodos se evalúen en el modelo, más información potencial tendrá el pronóstico.

2.6.2. Modelo de Media Móvil (MA)

Para (Montes, et. al., 2016), en otros casos, los datos de una serie de tiempo dependen del ruido blanco que se encuentre asociado a cada una de las observaciones que constituyen la serie. En este caso, no sólo se incluye un término que resume los ruidos de la totalidad de la serie (ε_t) sino que en cada observación (y_i) se deberá agregar el ruido correspondiente (ε_t), estos son los modelos con media móvil (MA). La forma general de un modelo MA se presenta de la siguiente manera:

$$y_t = a + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q\varepsilon_{t-q} \quad (16)$$

Donde a , θ_1 , θ_2 , θ_q , son parámetros que deben determinarse para el modelo, y q es el orden del modelo, es decir, el número de valores pasados que afectan el cálculo del valor actual.

2.6.3. Modelo Autorregresivo de Media Móvil (ARMA)

El modelo ARMA, por otro lado, es un modelo mixto que combina los procesos autorregresivos AR (p) y de medias móviles MA (q). Estos modelos afinan menos la predicción cuando la estimación es más lejana en el tiempo (Bautista, et. al., 2016). El modelo viene determinado por la siguiente ecuación:

$$y_t = a + by_{t-1} + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-q} \quad (17)$$

Hasta este punto, los modelos presentados (AR, MA y ARMA) tienen una característica común: son usados para representar procesos estocásticos estacionarios, es decir, que las variables están ordenadas cronológicamente y que la distribución de probabilidad de cada observación permanece constante en el tiempo.

2.6.4. Modelo Autorregresivo Integrado de Medias Móviles (ARIMA)

Este es un modelo estadístico que con variaciones y regresiones de los datos consigue descubrir patrones para una predicción futura, siendo este un modelo dinámico de series temporales. Esto quiere decir que cuando prediga futuros datos, estos estarán relacionados con los pasados y no con variables aleatorias (Cuesta, 2019). Este modelo

surge debido a que en algunos casos los modelos AR, MA y ARMA no cumplen con la condición de tener las variables ordenadas cronológicamente, y la realización de pronósticos utilizando modelos como los ya vistos tendrá un gran error asociado, razón por lo cual Box y Jenkins plantearon los modelos ARIMA, que además de contener un componente autorregresivo y uno de media móvil, incluyen un componente de integración (Montes, et. al., 2016).

Este modelo pretende llevar una serie no estacionaria a tener un comportamiento estacionario. En cuyo caso, la representación matemática del modelo es:

$$y_t = a + b_1 y_{t-1} + \dots + b_q y_{t-q} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (18)$$

A lo anterior, es de destacar que la aplicación de estos modelos a grandes cantidades de datos y las órdenes de los modelos que implican el realizar múltiples iteraciones, el análisis de forma manual resulta complejo, por lo que el ejecutar estos modelos requiere el uso de software estadístico.

2.6.5. Modelo Autorregresivo Condicionalmente Heterocedástico (ARCH)

En 1982 Robert Engle propuso una nueva variedad de procesos estocásticos denominados Procesos con Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva (ARCH), cuyo objetivo era modelar y predecir la volatilidad vigente en las series financieras. Estos procesos se caracterizan porque presentan varianzas condicionales no constantes; aun cuando sus varianzas incondicionales lo son (Romaní, 2015). Un proceso ARCH se define de varias maneras, la más simple es en términos de modelar la varianza condicional de mediciones pasadas, siendo esta no constante (σ_t^2). Para estos procesos, el pasado reciente proporciona información acerca de la varianza del pronóstico de un periodo (Dip & Romero, 2015). Así, considerando un modelo AR(1) descrito antes, la ecuación de un proceso ARCH(p) se define como:

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-p}^2 \quad (19)$$

Donde

$$\alpha_0 \geq 0, 0 \leq \alpha_1 < 1 \quad (19.1)$$

- σ_t^2 es la varianza en el momento t
- α_0 es una constante que actúa como una función ponderada de un promedio de largo plazo
- α_1 es un coeficiente de volatilidad
- ε_{t-p}^2 es el error aleatorio o residuo rezagado p periodos

El coeficiente α_1 mide la persistencia de la volatilidad, si el coeficiente es cercano a 1 se dice que hay una alta persistencia de los shocks de volatilidad. Este modelo es conocido como un ARCH(p) dado que la varianza condicional depende solo de los rezagos de los errores o residuos al cuadrado.

Uno de los problemas que tienen los modelos ARCH(p) es el uso de una gran cantidad de rezagos (p), lo que hace perder influencia a la volatilidad reciente (Amate, 2018). Aún cuando el modelo ARCH permite modelar varianzas dependientes del tiempo y varias propiedades de las series de rendimientos financieros, tiene el inconveniente de que el valor de p en el modelo de series de tiempo financieras tiende a ser grande. Además, el supuesto de no negatividad de los parámetros puede no cumplirse cuando el número de estos se incrementa.

2.6.6. Modelo Generalizado Autorregresivo Condicionalmente heterocedástico (GARCH)

Un modelo GARCH describe el agrupamiento de la volatilidad y supone que el grado de incertidumbre en el rendimiento de un activo varía en el tiempo, y por lo tanto la compensación que requieren los inversionistas con aversión al riesgo para invertir también debe variar. A diferencia del modelo ARCH, el modelo GARCH no solo involucra a las perturbaciones/errores/residuos sino también a las varianzas rezagadas, es decir, el modelo GARCH permite que la varianza condicional sea dependiente de sus propios

rezagos (Sosa, et. al., 2018). Así, considerando un modelo ARMA (1,1) descrito antes, la ecuación de un proceso GARCH(p,q) se define como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (20)$$

Donde

- σ_t^2 es la varianza en el momento t
- α_0 es una constante que actúa como una función ponderada de un promedio de largo plazo
- $\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ es la información de la volatilidad previa

Desde la aparición de los trabajos seminales de Engle (1982) y Bollerslev (1986) en los que se presentaron el modelo Autorregresivo Condicional Heterocedástico (ARCH) y el ARCH Generalizado (GARCH) respectivamente, el análisis de las series de tiempo de fenómenos económicos y financieros, cuyo comportamiento en general es no lineal, ha sido dominado por estos modelos. La razón fundamental es que gracias a que incorporan las relaciones funcionales que permiten relacionar la volatilidad condicional actual con las volatilidades condicionales pasadas, así como las innovaciones/perturbaciones, es posible incluir las variaciones temporales de la volatilidad en los valores de la serie de tiempo analizada. Esto permite tener una modelación estadística más robusta de las series temporales de origen financiero o económico, práctica que ciertamente ha dado muy buenos resultados en los procesos de seguimiento o descripción de la serie y, más importante aún, el poder elaborar un pronóstico de los valores futuros de la serie en un intervalo de tiempo (Ortiz, 2017).

Por lo anterior, en el capítulo 3 se presentan estudios comparables a esta investigación donde aplican y evalúan los modelos ARCH y GARCH sobre índices bursátiles alrededor de diferentes bolsas de valores del mundo.

3. Antecedentes de la investigación

La aplicación y estudio de los modelos econométricos ARCH y GARCH se ha vuelto cada vez más recurrente debido a su capacidad de estudiar el comportamiento de la volatilidad de series de tiempo de diversos tipos de activos financieros. Es así que este capítulo tiene como objetivo realizar un acercamiento a investigaciones realizadas a índices bursátiles de renta variable de diferentes bolsas de valores del mundo usando modelos ARCH y GARCH y sus derivados.

Abdelhafez (2018) quien realizó el estudio “Uso de Modelos GARCH para Modelar y Pronosticar la Volatilidad: Un Estudio Empírico de la Bolsa de Valores Egipcia”, estableció como objetivo la intencionalidad del título, usando series de tiempo con frecuencia de medición diarias del índice de renta variable IGX 30 del mercado bursátil egipcio. La metodología utilizada contempló el uso de modelos ARCH y GARCH simétricos y asimétricos empleando los criterios de información de Akaike y Schwarz para seleccionar los mejores modelos. Los resultados indican que los modelos GARCH (1,2), GARCH (2,1), T-ARCH (1,1) y E-GARCH (1,1) son apropiados para analizar datos del mercado bursátil egipcio.

El trabajo de Joldes (2019) llamado: “Modelización de la Volatilidad de la Bolsa de Valores de Bucarest utilizando Modelos GARCH”, propuso identificar un modelo econométrico de la familia ARCH y GARCH para dar forma a la volatilidad de 4 índices bursátiles de Rumania (BET, ETC, BETPlus y ROTX). El modelo econométrico utilizado fue el GARCH donde se identificó la existencia de leptocurtosis en los índices y como estos son influenciados por el comportamiento de otros mercados de valores.

De forma similar, Lin (2018) en su trabajo llamado “Modelado y Pronóstico de la Volatilidad del Mercado de Valores del Índice Compuesto SSE utilizando Modelos GARCH” donde el

objetivo general era estudiar el Índice Compuesto SSE de la bolsa de valores de Shanghái (China) aplicando modelos GARCH para realizar análisis empíricos, se obtuvo como resultado que se presenta la existencia de leptocúrtosis en este índice y la serie de tiempo de estudio presentó efectos ARCH y GARCH significativos. Además, el Índice Compuesto de Shanghái muestra que el impacto de los choques de la información en el mercado de valores revela un fenómeno en el que las fluctuaciones grandes tienden a ser seguidas por otras relativamente grandes, mientras que las fluctuaciones más pequeñas seguirán a las más pequeñas.

Mutaju y Pastory (2019) en su investigación “Modelado de la Volatilidad del Mercado de Valores Utilizando Modelos GARCH: Caso de Estudio de la Bolsa de Valores de Dar es Salaam (DSE)” de Tanzania y con objetivo establecido en la intencionalidad del título, la metodología se desarrolló estudiando los modelos ARCH y utilizando el modelo Heterocedástico Autorregresivo Generalizado (GARCH) simétrico y asimétrico, donde los hallazgos revelaron que los modelos GARCH (1,1), E-GARCH (1,1) y P-GARCH (1,1) fueron significativos para pronosticar la volatilidad de los rendimientos de las acciones en DSE (Tanzania).

Nguyen y Nguyen (2019) en su trabajo “Modelado de la Volatilidad del Precio de las Acciones: Evidencia Empírica de la Bolsa de Valores de la Ciudad de Ho Chi Minh (HSX) en Vietnam” donde utilizan series de tiempo del VN-Index (índice que comprende todas las cotizaciones de acciones de la bolsa de HSX) aplicando modelos simétricos GARCH y GARCH-M, y modelos asimétricos E-GARCH y T-GARCH, muestran como resultado que los modelos GARCH (1,1) y EGARCH (1,1) son los modelos más adecuados para medir el nivel de volatilidad tanto de simetría como de asimetría del VN-Index. Adicionalmente, estos modelos presentan efectos ARCH estableciendo que los efectos de la conmoción de hoy permanecen en el pronóstico de varianza durante múltiples períodos en el futuro. Por último, detallan que los modelos GARCH pueden usarse de mejor forma en la previsión de riesgos.

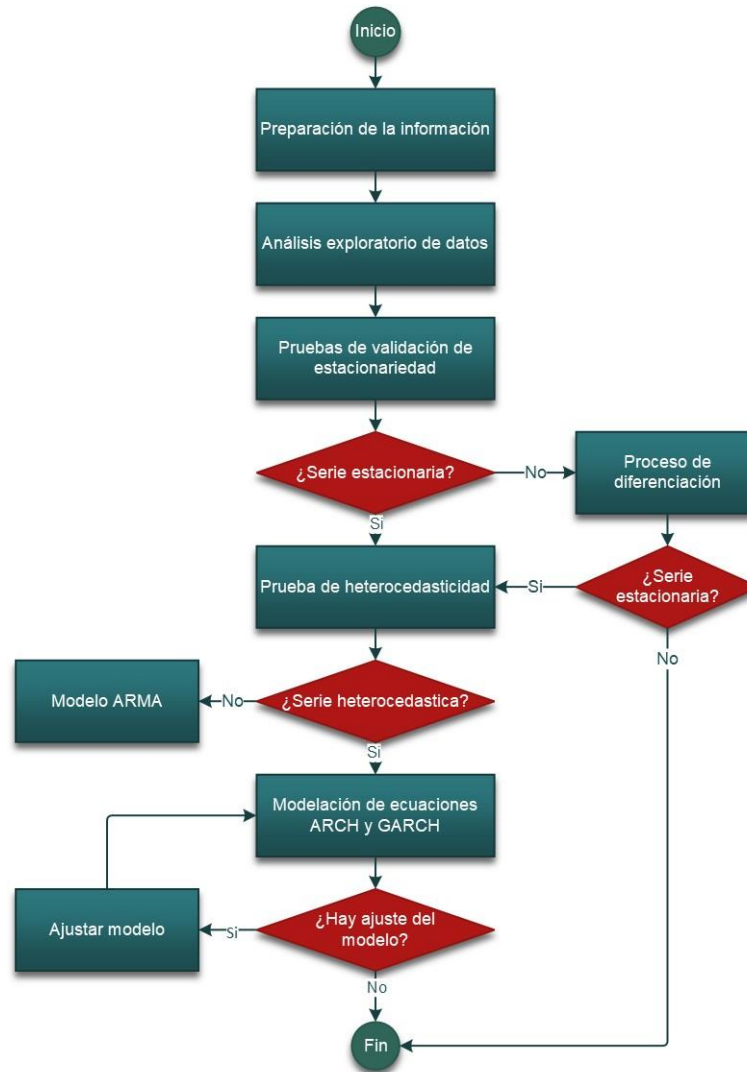
Por último, Makoko y Muzindutsi (2018) quienes estudiaron la “Modelización de la Volatilidad del Rendimiento de la Bolsa de Valores Principal (JSE) y Alternativo (AtIX) de

Johannesburgo: Aplicación de los Modelos GARCH” con el fin de establecer si existen efectos indirectos de volatilidad entre las bolsas de valores más importantes de Sudáfrica. En sus resultados mostraron que al estudiar los modelos ARCH, GARCH y sus extensiones, el mejor modelo de captura de volatilidad para la JSE fue el EGARCH; mientras que el mejor modelo para AltX correspondió al GARCH (1,1).

A lo anterior y correspondiente al contenido de este estudio, la revisión de trabajos previos muestra y desarrolla al lector una idea del posible logro de resultados semejantes en mercados de valores específicos del mundo. Es así, como a través del desarrollo de la metodología en el capítulo 4 se detalla el proceso de modelamiento, estudio y evaluación de series de tiempo mediante modelos ARCH y GARCH.

4. Metodología

Es de resaltar, que las finanzas y la estadística ofrecen ventajas para la comprensión de la economía global y sus usos. Sin embargo, el combinarlas de manera profesional permite obtener ventajas competitivas para el analista que pueden ser traducidas en resultados financieros positivos. Para lograr esto, es necesario la elaboración de un proceso de modelamiento bajo parámetros ARCH y GARCH que permita interpretar la volatilidad de los rendimientos de activos financieros. Así, la metodología del proceso de modelamiento implica los siguientes pasos: 1) Preparación de la información, 2) Análisis exploratorio de datos, 3) Pruebas de validación de estacionariedad, 4) Prueba de heterocedasticidad y 5) Modelación de ecuaciones ARCH y GARCH. En el diagrama 4-1 se muestra el flujograma de la metodología.

Diagrama 4-4: Metodología elaboración proceso de análisis y pronóstico.

Fuente: Elaboración propia.

4.1. Preparación de la información

Entendido que el objeto de estudio de este trabajo es el desarrollo de un proceso que interprete la volatilidad de activos financieros de renta variable, es importante que el analista conozca el mercado de valores, es decir, posea conocimiento de las variables que alteran su comportamiento, riesgos de inversión, rendimientos, entre otros. Así mismo, las

bases estadísticas que debe tener el responsable de la elaboración del proceso deben ser amplias, ya que son fundamentales para el correcto desarrollo de mismo.

Inicialmente, se debe seleccionar el activo de interés y el periodo a evaluar; el cómo seleccionar el activo y el rango o periodo de tiempo, dependerá exclusivamente del criterio del analista. Hecho esto, los datos del activo pueden obtenerse de plataformas financieras que suministren información confiable.

4.2. Análisis exploratorio de datos – Rendimientos de la acción

La exploración de los datos facilita al analista visualizar a través de gráficos comprender el comportamiento de estos, identificando tendencias, estacionalidad, ciclicidad o aleatoriedad. Así mismo, usando indicadores estadísticos se puede interpretar el desempeño de los datos a través del tiempo y generar concepciones que permitan tomar decisiones.

Es así como este trabajo utiliza gráficos descriptivos y pruebas de normalidad de datos que permiten entender la generalidad de la data. Para realizar el análisis, es necesario entender la forma como se encuentran apilados los datos. Para ello, usando la curtosis (g), se mide el grado de concentración de los datos alrededor de la media, generando una curva con características similares a una campana de gauss; donde dependiendo de que tan concentrados o no estén respecto a la media, la curva tendrá un pico pronunciado (Leptocúrtico), normal (Mesocúrtico) o aplanado (Platicúrtico).

A lo anterior, Seier (2003) establece que los datos se caracterizan de esta manera si cumplen las siguientes condiciones:

- Leptocúrtosis (g): Existe una gran concentración de los valores en torno a su media ($g > 3$)
- Mesocúrtosis (g): Existe una concentración normal de los valores en torno a su media ($g = 3$).
- Platicúrtosis (g): Existe una baja concentración de los valores en torno a su media ($g < 3$).

Por otro lado, usando el coeficiente de asimetría (Skewness (CA)), se mide la simetría de una variable con respecto a la media, es decir, si los datos tienden a concentrarse en la media, en su lado derecho o en su lado izquierdo. Rodríguez y Ruiz (2008), establecen que la asimetría puede clasificarse como:

- Si $CA < 0$: la distribución tiene una asimetría negativa y se alarga a valores menores que la media.
- Si $CA = 0$: la distribución es simétrica.
- Si $CA > 0$: la distribución tiene una asimetría positiva y se alarga a valores mayores que la media.

Los análisis de la curtosis y el skewness se realizan como elementos principales del estudio dada la facilidad que genera para interpretar el cómo se encuentran localizados los datos. Seguidamente, se revisa el comportamiento de la desviación estándar y la probabilidad obtenida de la prueba Jarque Bera en cada serie de tiempo, de esta manera identificar la existencia de distribución normal en los datos y su posible naturaleza homocedástica o heterocedástica.

4.3. Pruebas de validación de estacionariedad

Con la ejecución del análisis exploratorio de datos, es posible identificar la existencia o no de heterocedasticidad en las series de tiempo de estudio. Sin embargo, estas no son pruebas formales para determinar si los rendimientos de la serie de tiempo son estacionarios o no. En este trabajo de investigación, se hace uso de la función de autocorrelación muestral y prueba de raíz unitaria para determinar de manera formal la existencia de estacionariedad en las series de tiempo de estudio.

De acuerdo con lo establecido en el capítulo 2.3 del marco conceptual, la estacionariedad de una serie de tiempo puede ser identificada al elaborar un correlograma. Este gráfico puede ser probado mediante la elaboración de la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0: \hat{\rho} = 0 \text{ No hay autocorrelación}$$

$$H_1: \hat{\rho} \neq 0 \text{ Si hay autocorrelación}$$

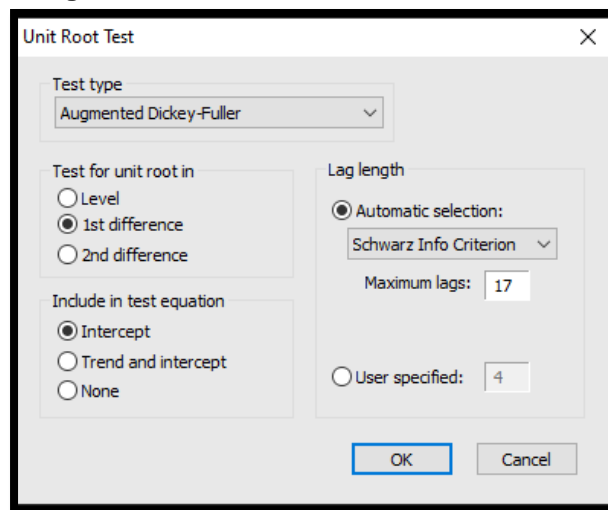
Sin embargo, el capítulo 2.5 muestra que un modelo de regresión puede validarse con múltiples pruebas, y de esta manera generar mayor robustez. En este sentido, al modelo creado debe aplicarse una prueba de raíz unitaria para identificar la existencia de estacionariedad de la serie de tiempo. Este trabajo utiliza la prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller aumentado (DFA), que de igual forma al correlograma, es validado mediante la elaboración de prueba de hipótesis. Esta es:

$H_0: \tau \text{ calculado} > \tau \text{ critico}$ La serie de tiempo tiene raíz unitaria

$H_1: \tau \text{ calculado} < \tau \text{ critico}$ La serie de tiempo no tiene raíz unitaria

Con la aplicación de pruebas de validación de estacionariedad, el analista comprueba que los datos de la serie de tiempo evaluada cumplen o no con este criterio, seguidamente, se aplican pruebas de heterocedasticidad. De no cumplir con la condición de estacionariedad, el analista debe aplicar un proceso de diferenciación de la serie de tiempo para transformarla en estacionaria. En la figura 4-1 se observa la prueba de raíz unitaria del software E-Views con las opciones de nivel y proceso de diferenciación que requiere el analista.

Figura 4-1: Prueba de raíz unitaria de E-Views.



Fuente: E-views.

4.4. Prueba de heterocedasticidad

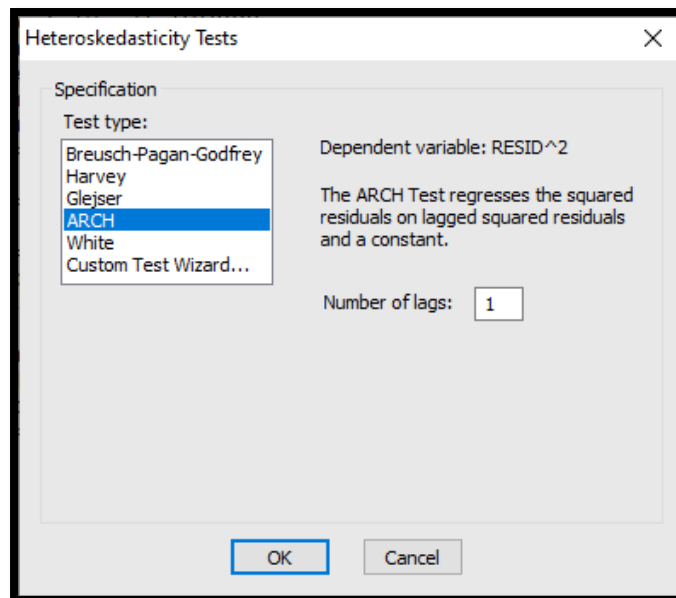
Teniendo la serie de tiempo evaluada un comportamiento estacionario, se debe realizar un proceso de regresión lineal de la serie en función de la media. Esto, debido a que antes de

elaborar los modelos ARCH y GARCH, se debe identificar si la serie de tiempo tiene efectos ARCH, de lo contrario correspondería a un modelo ARMA.

Para identificar los efectos ARCH en la serie de tiempo de estudio, se utilizan los residuos generados de la ecuación de la media, siendo esta ecuación correspondiente a una regresión lineal de la variable dependiente y la constante ($Y_t C$). Estos residuos son las diferencias entre los valores de la variable dependiente observados y los valores que predecimos a partir de nuestra recta de regresión (Menéndez, 2002). El estudio de los residuos permite determinar si se están cumpliendo las premisas de linealidad de las relaciones, homocedasticidad y normalidad de los residuos. Para evitar que los residuos sean muy grandes, la regresión debe ir acompañada de la técnica de mínimos cuadrados.

En este sentido, este trabajo utiliza la prueba de heterocedasticidad ARCH del software E-Views (Figura 4-2) para identificar estos efectos en los residuos.

Figura 4-2: Test de heterocedasticidad de E-Views.



Fuente: E-views.

Hecho esto, mediante la siguiente prueba de hipótesis se establece la existencia del efecto ARCH:

H_0 : ε_t son *homocedasticos* Los residuos o errores no tienen efecto ARCH

H_1 : ε_t son *heterocedasticos* Los residuos o errores tienen efecto ARCH

De comprobarse la existencia del efecto ARCH en los errores (Ver capítulo 5.4), se procede a elaborar los modelos ARCH y GARCH, de lo contrario se debe realizar un modelo ARMA.

4.5. Modelación de ecuaciones ARCH y GARCH

En el punto 4.4 se ha comprobado la existencia de estacionariedad en la serie de tiempo y efectos ARCH en los residuos. Sin embargo, este último paso es donde se debe elaborar y probar diferentes modelos heterocedásticos para lograr la ecuación con las mejores características, logrando que el modelo establezca el rango de volatilidad de la varianza del activo financiero a través del tiempo, de esta manera, identificar qué riesgo asumir con el activo financiero evaluado. Del mismo modo que la prueba de heterocedasticidad del punto 4.4, usando la ecuación de la media del activo financiero evaluado, se extraen los errores o residuos que esta genera para utilizarlos estimando la ecuación de la varianza condicional con los modelos ARCH y GARCH. Elaborada la ecuación, las características a evaluar para seleccionar el mejor modelo son:

- Criterio de información Akaike (AIC): Este es un indicador que permite seleccionar un modelo estadístico basándose en la teoría de información y en las propiedades del método de máxima verosimilitud. Cuando se comparan dos o más modelos estadísticos, se selecciona aquel que presenta el menor valor de AIC (Akaike, 1974; Astorga, et. al., 2016).
- Criterio de información Bayesiano (BIC) o Schwarz (SC): Indicador con características similares al AIC. Facilita la elección del mejor modelo entre una clase de modelos paramétricos con diferente número de parámetros (Laurento & Machaca, 2020). Sin embargo, introduce una penalización aún mayor que el criterio de Akaike, correspondiente a una disminución de su relevancia cuando el modelo incrementa el número de parámetros (Schwarz, 1978; Sotomayor & Castillo, 2016).
- Criterio de información Hannan-Quinn (HQ): Permite medir la longitud de los rezagos y seleccionar aquel que posea menor valor (Hannan, 1979).

Estos criterios (Ver capítulo 5.5, tabla 5-14) indican que el mejor modelo con sus determinantes estadísticamente significativos es aquel que posee el menor valor de los estadísticos de AIC, SC y HQ (Laurente & Laurente, 2019). De igual forma, son utilizados para penalizar el exceso de parámetros ajustados (Ruiz & Sinchigalo, 2018).

Adicional a lo anterior, los modelos ARCH y GARCH deben cumplir las siguientes condiciones:

- No negatividad: Dado que σ_t^2 es la varianza condicional, su valor siempre debe ser estrictamente positivo (la varianza condicional es el cuadrado de los errores) (Amate, 2018); ya que los coeficientes y parámetros del modelo deben ser iguales o mayores a cero:

$$\alpha_0 > 0$$

$$\alpha_i \geq 0$$

$$\beta_j \geq 0$$

- La sumatoria de los parámetros no puede ser mayor a 1: si la suma de los valores que reportan los parámetros del modelo es mayor a uno, la volatilidad de la serie explota con el tiempo, en otras palabras, el modelo genera pronósticos imprecisos (Dobaño, 1999):

$$(\alpha_0 + \alpha_i + \beta_j) < 1$$

Al mantenerse los coeficientes por debajo de 1, pero cercanos a este, los shocks de la varianza condicional serán altamente persistentes, es decir, los clústers de volatilidad generados serán excesivamente largos a través del tiempo.

Los modelos al cumplir estas condiciones presentan características predictivas aceptables, sin embargo, el analista tiene la obligación de modelar ecuaciones de distinto orden y hallar el modelo que presente las mejores propiedades para ser utilizado.

5. Desarrollo del proyecto de modelamiento y resultados

Este capítulo implementa la metodología para el proceso de modelamiento de la volatilidad bajo los parámetros ARCH y GARCH, utilizando los datos del periodo de tiempo a evaluar y detallando los resultados en cada punto.

5.1. Preparación de la información:

Para este trabajo, se estudiaron las 10 acciones más representativas del índice accionario MSCI COLCAP del tercer trimestre del año 2021. La tabla 5-6 muestra estas acciones:

Tabla 5-6: Acciones más representativas del MSCI COLCAP III Trimestre 2021.

Posición actual	Nombre	Ticker BVC	% Participación índice
1	PREFERENCIAL BANCOLOMBIA S.A.	PFBCOLOM	15,58%
2	ECOPETROL S.A.	ECOPETROL	15,03%
3	INTERCONEXION ELECTRICA S.A. E.S.P.	ISA	10,46%
4	BANCOLOMBIA S.A.	BCOLOMBIA	8,79%
5	GRUPO ENERGIA BOGOTA S.A. E.S.P.	GEB	8,24%
6	GRUPO INVERSIONES SURAMERICANA	GRUPOSURA	5,33%
7	GRUPO NUTRESA S.A	NUTRESA	4,73%
8	PREFERENCIAL GRUPO AVAL ACCIONES Y VALORES S.A.	PFAVAL	4,62%
9	PREFERENCIAL BANCO DAVIVIENDA S.A	PFDAVVNDA	3,58%
10	GRUPO ARGOS S.A.	GRUPOARGOS	3,58%

Fuente: BVC (2021).

El criterio de selección de estas acciones se estableció teniendo en cuenta un nivel de participación cercano al 80% del índice. Hecho esto, se definieron los rangos o periodos de la muestra correspondiente al 2/07/2019 hasta 31/07/2021, dado que durante el periodo

evaluado se presentó una muy alta incertidumbre en la economía colombiana generada por la pandemia del COVID-19, crisis petrolera y otros factores, ocasionando altas y bajas volatilidades en múltiples activos financieros. De forma semejante, se selecciona la fecha de cierre de la muestra (31 de Julio de 2021), momento donde merma la incertidumbre en los mercados y la economía colombiana presenta síntomas de reactivación, siendo estos:

- Reducción de la tasa de desempleo nacional de 5,9 puntos porcentuales en julio 2021 Vs una tasa del 20,2% en julio 2020.
- Crecimiento del 14,3% de la economía.
- Elaboración y estudio de la “Ley de inversión social” como apoyo a la reactivación económica del país.
- Aplicación de más de 27 millones de vacunas para la prevención del COVID-19 y cerca del 24% de la población colombiana inmunizada.

Los registros de los precios de las acciones se obtuvieron a través de www.investing.com, plataforma financiera dedicada a la recolección de información financiera. Los datos disponibles que ofrece la plataforma se obtienen de Terceros Proveedores considerados fuentes de información y datos confiables.

5.2. Análisis exploratorio de datos – Rendimientos de la acción

Teniendo la muestra de las 10 acciones a evaluar, a través del software econométrico E-Views versión 10 y con licencia de prueba, se realiza un análisis exploratorio de los datos. Este análisis facilita comprender a través de gráficos el comportamiento de los datos, identificando tendencias, estacionalidad, ciclicidad o aleatoriedad. Es así como inicialmente se estudian los precios de las acciones y derivado de estos surgen análisis de mayor complejidad.

De esta manera, para realizar este análisis en el software, se especifica la estructura de la hoja de trabajo, frecuencia de los datos y rango de fecha de los datos (Ver figura 5-3).

Figura 5-3: Parámetros hoja de trabajo E-Views.

The screenshot shows the 'Workfile Create' dialog box. The 'Workfile structure type' is set to 'Dated - regular frequency'. The 'Date specification' section shows 'Frequency' as 'Daily - 5 day week', 'Start date' as '07-02-2019', and 'End date' as '07-30-2021'. The 'Workfile names (optional)' section has 'WF' set to 'Pfbancolombia' and 'Page' is empty. There are 'OK' and 'Cancel' buttons at the bottom.

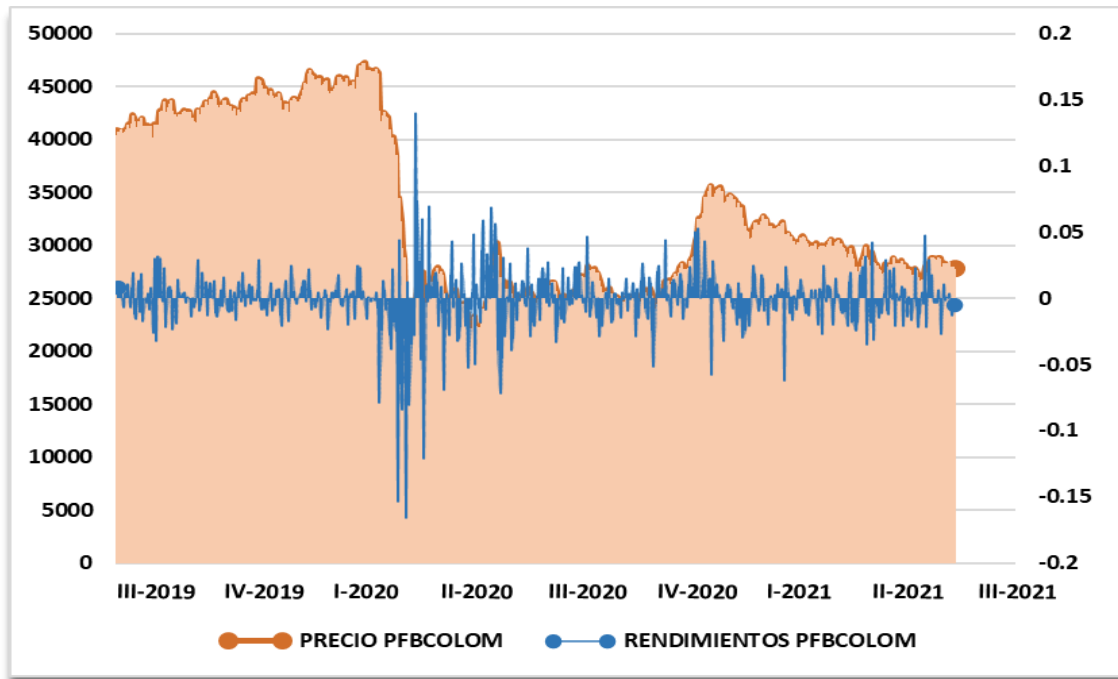
Fuente: Elaboración propia en E-views.

Hecho esto, se ingresa la data y se calculan los rendimientos. El cálculo de los rendimientos se estableció a través de la siguiente fórmula:

$$\text{Rendimiento de la acción} = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right)$$

Donde y_t es el precio de la acción en el momento t y y_{t-1} es la acción rezagada un periodo.

Realizado lo anterior, se elabora el grafico que muestra el comportamiento del precio de la acción y la volatilidad de los rendimientos de la acción preferencial de Bancolombia (PFBCOLOM) (Ver gráfica 5-1).

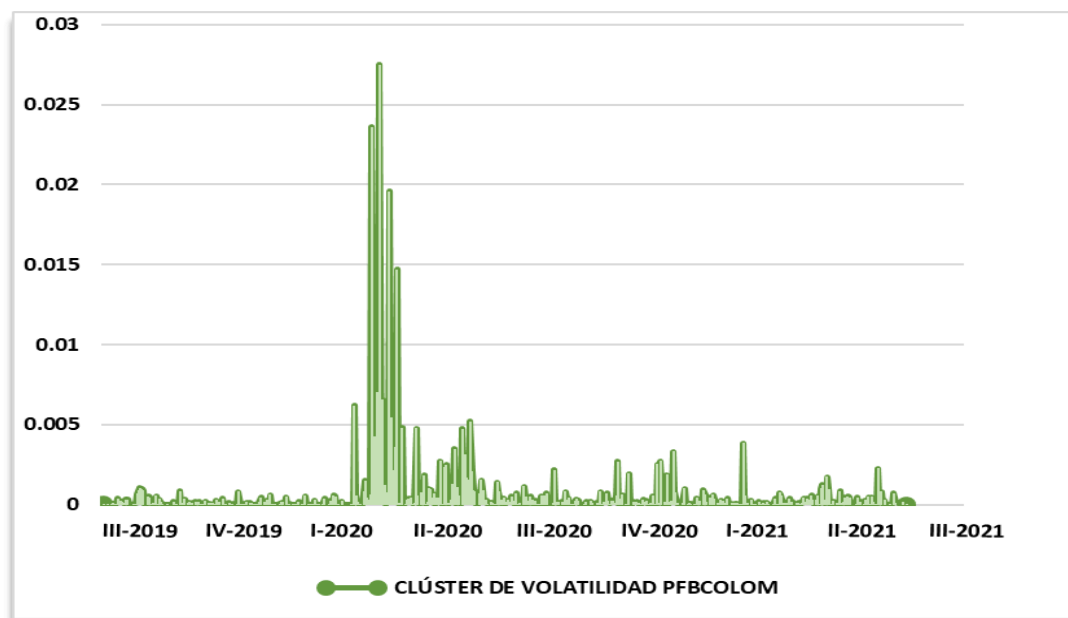
Gráfica 5-1: Comportamiento del precio y rendimiento de la acción preferencial de Bancolombia.

Fuente: Elaboración propia.

En la gráfica 5-1 se puede observar un comportamiento de picos con tendencia en el tercer y cuarto trimestre del 2019 y parte del primer trimestre del 2020, donde posteriormente se observa una alta volatilidad de los rendimientos debido a la incertidumbre de los mercados generada por la pandemia del COVID-19. Como elemento importante, se pueden observar y analizar diferentes distorsiones a través del periodo de tiempo evaluado, estableciendo la existencia de un probable componente heterocedástico en la serie de tiempo.

Atendiendo a lo anterior, en la tabla 5-7 se muestran los análisis a las gráficas de las 9 acciones del índice MSCI COLCAP (Ver anexo 1).

De igual manera, otro elemento que facilita la interpretación del comportamiento de las acciones es el graficar los clústeres de volatilidad de estas (que se obtienen a partir de los rendimientos al cuadrado), tal y como se muestran en la gráfica 5-2, que permite identificar los periodos más volátiles de la serie de tiempo evaluada.

Gráfica 5-2: Clúster de volatilidad de los rendimientos de la acción preferencial de Bancolombia.

Fuente: Elaboración propia.

Al observar las gráficas de clúster de los rendimientos de las acciones evaluadas (Ver anexo 2), todas presentan este nivel de volatilidad en el mismo periodo de tiempo, haciendo entender que el mercado colombiano accionario es propenso a eventos de riesgo de salud pública.

Tabla 5-7: Análisis de los gráficos de las acciones con más participación en el MSCI COLCAP.

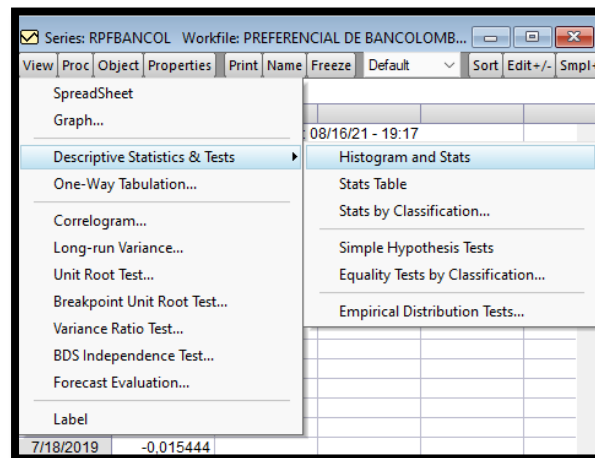
ACCIÓN	ANÁLISIS
ISA	Presentan volatilidades poco pronunciadas antes de la pandemia; durante el inicio de la pandemia, correspondiente a la primera mitad del primer trimestre del 2020, presentan alta volatilidad. Finalizando el segundo trimestre del 2020 merma su variabilidad.
GEB	Al graficar los clústeres de volatilidad de los rendimientos, se observan alrededor de ocho momentos en donde la volatilidad es más pronunciada, y los dos momentos más significativos se concentran en la primera mitad del primer y segundo trimestre del 2020, entendiéndose esto como momentos de alta incertidumbre en los mercados y donde los analistas no tenían claridad de las decisiones de inversión a realizar. De otro modo, las acciones de ISA y GEB muestran un comportamiento distinto con respecto a las otras 8 acciones evaluadas; estas presentan una recuperación de su valor y de mayor valorización después de la caída de su precio durante el inicio de la pandemia y durante esta.
ECOPETROL	Al revisar la volatilidad de los rendimientos de estas acciones se observan picos de volatilidad más pronunciados que otros, donde el más alto se destaca al inicio de la pandemia y el trimestre posterior a este. Los picos de volatilidad observados en las gráficas y clústeres de rendimientos son evidencia de la presencia del componente heterocedástico de los activos financieros de renta variable evaluados.
BCOLOMBIA	
GRUPOSURA	
NUTRESA	
PFAVAL	

ACCIÓN	ANÁLISIS
PFDVVNDA	Al cotejar estas acciones con ISA y GEB, se observa que no han podido recuperar su valor prepandemia, perdiendo la valorización obtenida de años de trabajo.
GRUPOARGOS	

Fuente: Elaboración propia.

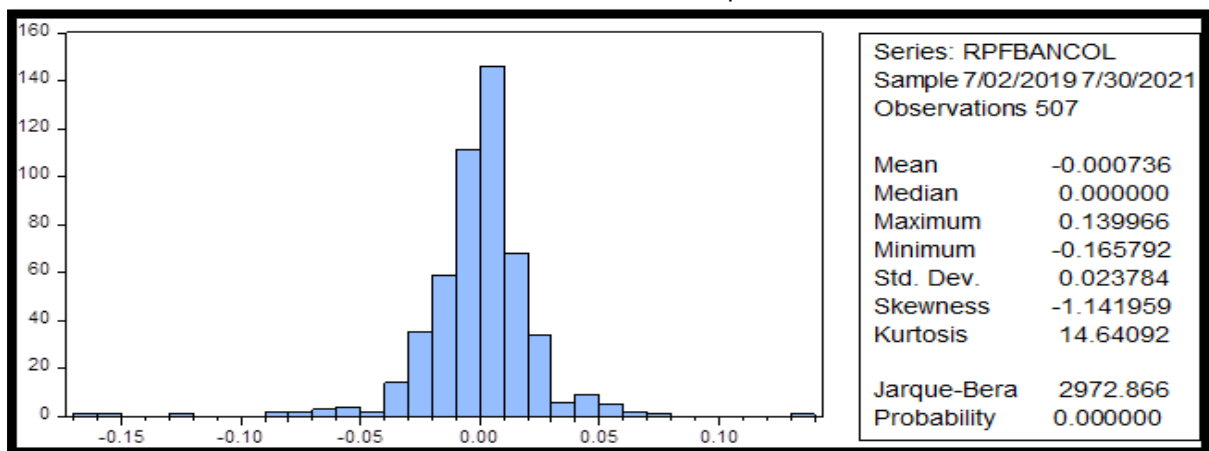
Adicional a lo anterior, el poder observar cómo se encuentran distribuidos los datos e indicadores estadísticos permite entender un poco más el comportamiento de estos; por lo que el uso de pruebas de normalidad, como se muestra a continuación en la gráfica 5-3, permite este análisis adicional. Para realizar la prueba de normalidad en el software se debe seleccionar el test Histogram and stats como se ve en la figura 5-4.

Figura 5-4: Test Histogram and Stats.



Fuente: E-Views.

Gráfica 5-3: Prueba de normalidad de la acción preferencial de Bancolombia.



Fuente: Elaboración propia en E-views.

Dada una curtosis mayor a 3, La gráfica 5-3 de la acción preferencial de Bancolombia muestra un comportamiento leptocúrtico, lo que, de acuerdo con la teoría, es un comportamiento normal de los activos financieros de renta variable. Como característica adicional, los datos con leptocúrtosis destacan la presencia de colas alargadas o colas pesadas, generando picos negativos o positivos de alta volatilidad.

En la tabla 5-8 se muestra la curtosis, media y desviación estándar de las 10 acciones evaluadas:

Tabla 5-8: Resultados prueba de normalidad.

ACCIÓN	CURTOSIS	MEDIA	DESVIACIÓN ESTÁNDAR
PFBCOLOM	14.64	-0.000736	0.023784
ECOPETROL	15.59	-0.000208	0.027699
ISA	31.48	0.000389	0.025591
BCOLOMBIA	18.16	-0.000694	0.028369
GEB	18.49	0.000367	0.018787
GRUPOSURA	20.00	-0.001320	0.027079
NUTRESA	9.79	-0.000372	0.016615
PFAVAL	31.17	-0.000433	0.021493
PFDVVNDA	13.72	-0.000652	0.021993
GRUPOARGOS	25.94	-0.001065	0.035064

Fuente: Elaboración propia en E-Views.

Al realizar el análisis de la tabla 5-3 se observa en todas las acciones una curtosis mayor a 3, indicando la presencia de leptocúrtosis. Así mismo, se observan valores negativos de la media en 8 acciones, entendiéndose como rendimientos promedios negativos, exceptuando a ISA y GEB que mantienen rendimientos promedios positivos (Ver anexo 3). Por último, la desviación estándar muestra la variación histórica promedio de la serie de tiempo.

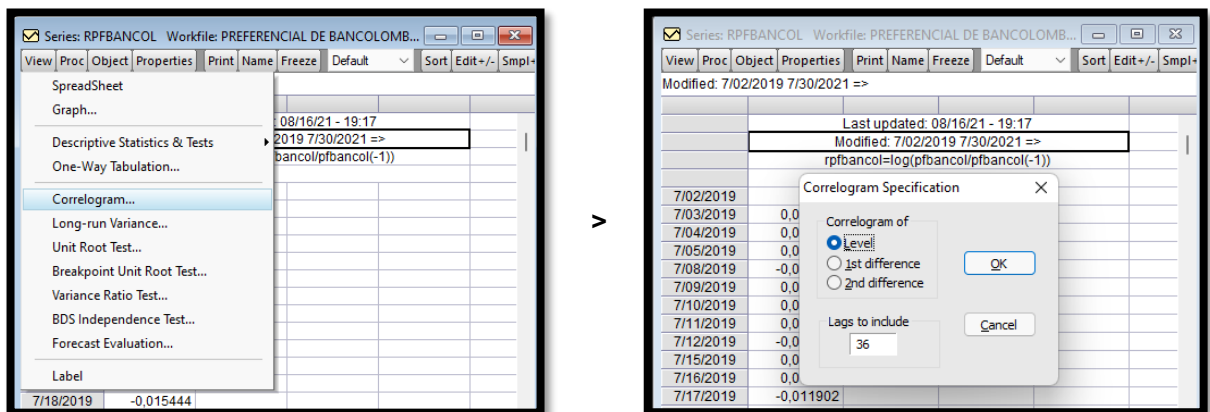
Hasta este punto se han realizado los análisis iniciales de las series de tiempo de estudio para entender su comportamiento. Sin embargo, una característica importante a considerar de las series de tiempo es su conducta estocástica. A continuación, se presentan las pruebas de validación que permiten identificar si las series de tiempo evaluadas cumplen o no la condición de estacionariedad.

5.3. Pruebas de validación de estacionariedad

Con los análisis previos se identificó que es posible la existencia de heterocedasticidad en las series de tiempo de estudio. Seguidamente, es necesario identificar la existencia de estacionariedad de las series de tiempo para determinar si la serie se puede predecir. Para esto, a partir de este punto las pruebas se validarán mediante el valor obtenido en la probabilidad, haciendo uso de un $P - Valor = 5\%$ en las pruebas de hipótesis a plantear. Para rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna, la probabilidad o significancia estadística debe ser menor al P-valor establecido ($<5\%$).

En la tabla 5-9 se presenta la función de autocorrelación y autocorrelación parcial a través del uso de un correlograma. Para realizar la FAC en el software se debe seleccionar “Correlogram...” como se ve en la figura 5-5 y seguidamente seleccionar la configuración de la prueba: A nivel, primera diferencia o segunda diferencia.

Figura 5-5: Test Correlogram en E-Views.



Fuente: E-Views.

Tabla 5-9: Correlograma serie de tiempo acción preferencia de Bancolombia.

Sample: 7/02/2019 7/30/2021 Included observations: 507						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.030	0.030	0.4653	0.495
		2	0.174	0.173	15.890	0.000
		3	0.028	0.019	16.281	0.001
		4	0.018	-0.013	16.455	0.002
		5	0.052	0.046	17.860	0.003
		6	-0.012	-0.016	17.933	0.006
		7	0.039	0.024	18.715	0.009
		8	-0.027	-0.026	19.080	0.014
		9	0.038	0.030	19.832	0.019
		10	-0.047	-0.045	20.982	0.021
		11	0.031	0.025	21.488	0.029
		12	-0.039	-0.030	22.285	0.034
		13	-0.001	-0.004	22.285	0.051
		14	0.037	0.045	23.004	0.060
		15	-0.022	-0.017	23.270	0.079
		16	-0.003	-0.022	23.273	0.107
		17	-0.146	-0.138	34.575	0.007
		18	0.004	0.011	34.582	0.011
		19	-0.045	0.005	35.630	0.012
		20	0.090	0.099	39.968	0.005
		21	0.046	0.055	41.105	0.005
		22	0.013	-0.009	41.198	0.008
		23	-0.079	-0.115	44.545	0.005
		24	0.004	0.015	44.552	0.007
		25	0.001	0.017	44.553	0.009
		26	-0.042	-0.030	45.488	0.010
		27	0.043	0.031	46.500	0.011
		28	-0.019	0.006	46.696	0.015
		29	-0.001	-0.032	46.697	0.020
		30	-0.077	-0.074	49.937	0.013
		31	0.000	0.021	49.937	0.017
		32	-0.028	-0.000	50.377	0.020
		33	0.069	0.080	52.936	0.015
		34	0.094	0.080	57.719	0.007
		35	0.044	0.016	58.794	0.007
		36	0.032	-0.021	59.364	0.008

Fuente: Elaboración propia en E-Views.

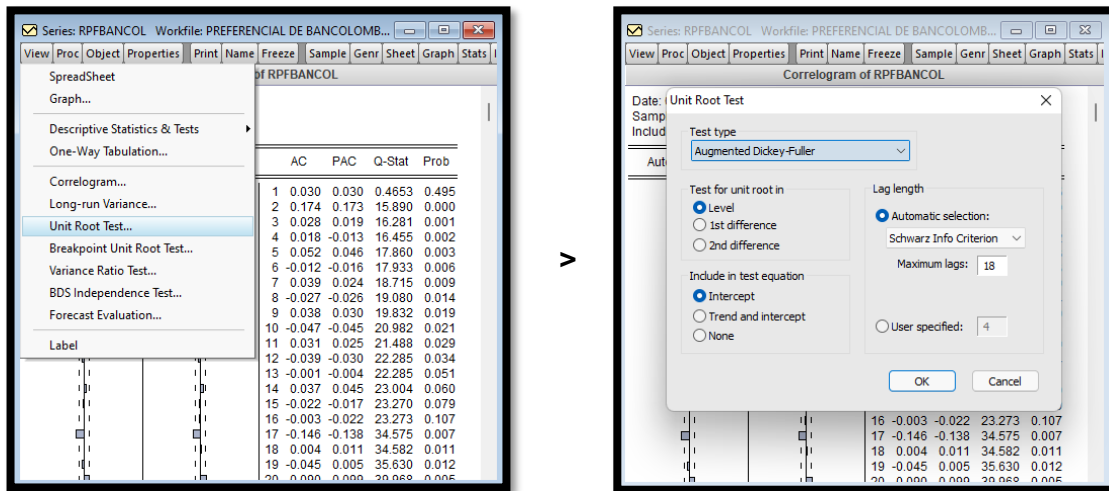
El correlograma anterior muestra aparentemente un comportamiento estacionario en los 36 rezagos evaluados debido a que las autocorrelaciones rondan alrededor de cero. Sin embargo, algunos analistas podrían establecer que la serie no es estacionaria debido a que los valores obtenidos en la FAC son cero. Para esto, se establece la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0: \hat{\rho} = 0 \text{ No hay autocorrelación}$$

$$H_1: \hat{\rho} \neq 0 \text{ Si hay autocorrelación}$$

Dado que se estableció un $P - Valor = 5\%$, la probabilidad de que exista estacionariedad se observa en la mayoría de los rezagos, sin embargo, los rezagos 1, 13, 14, 15 y 16 muestran un comportamiento no estacionario. Dado que todos los rezagos no son completamente estacionarios, se acepta la hipótesis nula (H_0) y se rechaza la alterna (H_1). Es de esta manera que en la tabla 5-10 se aplica la prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller. Para realizar la prueba en el software se debe seleccionar "Unit Root Test" como se ve en la figura 5-6 y seguidamente seleccionar la prueba de Dickey-Fuller Augmented > Level > Intercept.

Figura 5-6: Unit Root Test E-Views.



Fuente: E-Views.

Tabla 5-10: Prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller acción preferencial de Bancolombia.

Null Hypothesis: RPFBANCOL has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=18)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-13.10154	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.443072
	5% level	-2.867044
	10% level	-2.569763

Fuente: Elaboración propia en E-Views.

Para determinar si la serie de tiempo tiene raíz unitaria o no, se establece la siguiente prueba de hipótesis:

H_0 : τ calculado $>$ τ crítico La serie de tiempo tiene raíz unitaria

H_1 : τ calculado $<$ τ crítico La serie de tiempo no tiene raíz unitaria

Dado que el valor τ calculado es -13.10154 y el valor τ crítico al 5% es -2.867044 se rechaza la hipótesis nula (H_0) y se acepta la hipótesis alterna (H_1), estableciendo que la serie no tiene raíz unitaria y por lo tanto es estacionaria en media, es decir, los rendimientos de PFBCOLOM son estacionarios en media. En la tabla 5-11 y en el anexo 4 se muestran los resultados de las pruebas de validación de estacionariedad de las acciones restantes.

Tabla 5-11: Resultados pruebas de validación de estacionariedad.

Acción	Correlograma	Raíz unitaria	
	FAC	τ calculado	τ crítico
PFBCOLOM	No estacionaria	-13.10154	-2.867044
ECOPETROL	Estacionaria	-17.82853	-2.867044
ISA	No estacionaria	-21.44584	-2.867044
BCOLOMBIA	No estacionaria	-21.21759	-2.867044
GEB	Estacionaria	-25.67140	-2.867044
GRUPOSURA	Estacionaria	-11.47698	-2.867089
NUTRESA	No estacionaria	-13.95145	-2.867066
PFAVAL	Estacionaria	-10.39519	-2.867078
PFDVVNDA	Estacionaria	-18.83305	-2.867055
GRUPOARGOS	Estacionaria	-10.86374	-2.867124

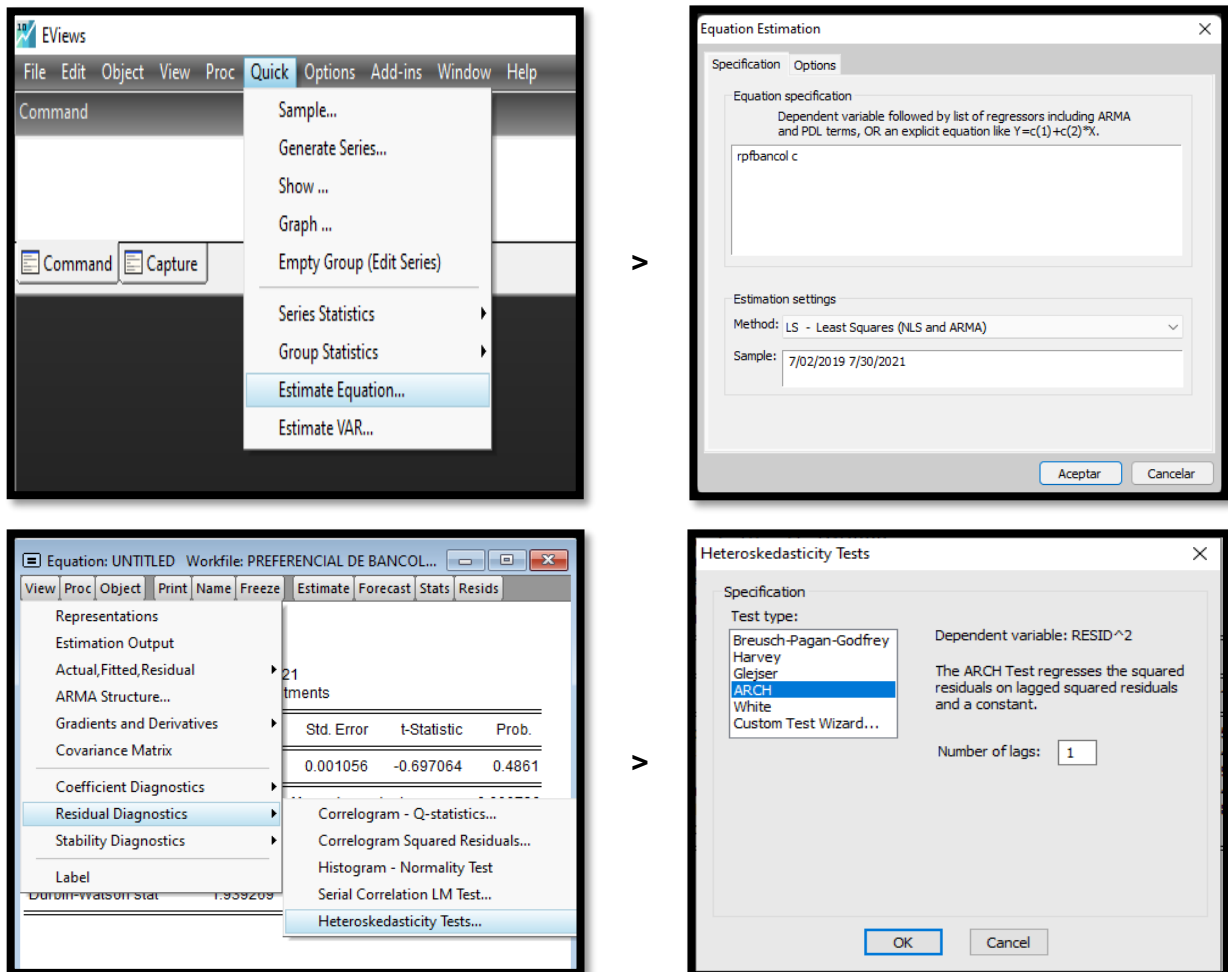
Fuente: Elaboración propia en E-Views.

Lo anterior establece que los correlogramas de 6 acciones evaluadas son estacionarios y los 4 restantes son no estacionarios. Al realizar la prueba de raíz unitaria a los rendimientos de las series de tiempo evaluadas, estas rechazan la hipótesis nula (H_0) y aceptan la hipótesis alterna (H_1), corroborando que tienen comportamiento estacionario, condición que establece que todas las acciones evaluadas son aplicables a procesos de modelamiento ARCH y/o GARCH.

5.4. Prueba de heterocedasticidad

Dado la identificación del comportamiento estacionario de los rendimientos de las acciones de estudio, se realiza la prueba de heterocedasticidad a las series de tiempo para identificar su comportamiento heterocedástico de sus residuos. La tabla 5-12 muestra los resultados de la prueba realizada a la acción preferencial de Bancolombia. Para realizar la prueba en el software se debe seleccionar en la barra de herramientas: Quick > Estimate Equation > Ingresar ecuación de la media > Método de mínimos cuadrados > Aceptar > View > Residual Diagnostics > Heteroskedasticity test > ARCH > Establecer número de rezagos (Lags), como se observa en la figura 5-7. Para determinar el número de rezagos apropiados, se debe validar que la significancia del estadístico F sea menor al 5%.

Figura 5-7: Prueba de heterocedasticidad ARCH en E-Views.



Fuente: E-Views.

Tabla 5-12: Prueba de heterocedasticidad ARCH.

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	7.298942	Prob. F(1,504)	0.0071
Obs*R-squared	7.223298	Prob. Chi-Square(1)	0.0072

Fuente: Elaboración propia en E-Views.

Para determinar la existencia de heterocedasticidad en los residuos se establece la siguiente prueba de hipótesis:

H_0 : ε_t son homocedasticos Los residuos o errores no tienen efecto ARCH

H_1 : ε_t son heterocedasticos Los residuos o errores tienen efecto ARCH

La tabla 5-12 indica la probabilidad asociada al estadístico F que indica un rechazo a la hipótesis nula de varianza constante y se valida la existencia de heteroscedasticidad. Con base en este resultado, se procede a estimar la varianza condicional heteroscedástica. En la tabla 5-13 y en el anexo 5 se muestran los resultados de la prueba ARCH de todas las acciones evaluadas.

Tabla 5-13: Resultados prueba de heterocedasticidad.

Acción	Significancia
PFBCOLOM	0.0071
ECOPETROL	0.0000
ISA	0.0767
BCOLOMBIA	0.0000
GEB	0.0000
GRUPOSURA	0.0000
NUTRESA	0.0000
PFAVAL	0.0000
PFDVVNDA	0.0000
GRUPOARGOS	0.0000

Fuente: Elaboración propia en E-Views.

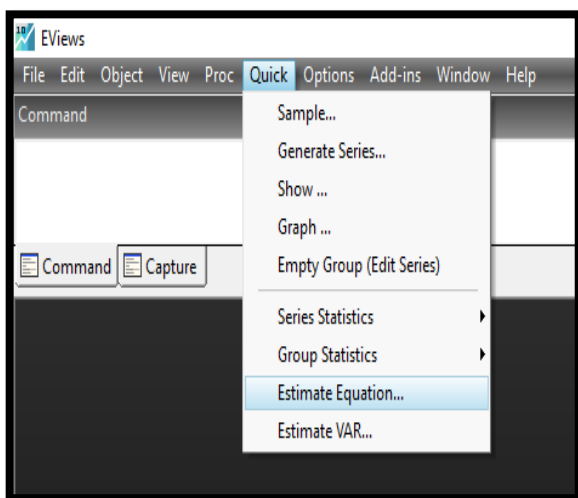
Es de observar que todos los residuos de los rendimientos de las acciones evaluadas, excepto una, contienen efectos ARCH, lo que establece que la serie de tiempo puede ser modelada mediante modelos ARCH y GARCH. La acción de ISA no cumple con este criterio dado que supera el P – Valor establecido, por lo tanto, no se recomienda modelar

mediante esta metodología, dado que la varianza es homocedástica con estas características. De otro modo, en un escenario donde $P - Valor = 10\%$, esta podría ser modelada.

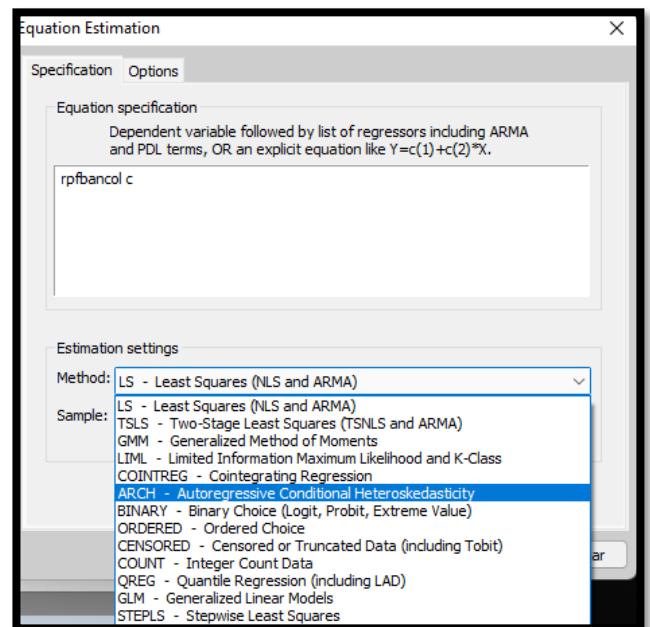
5.5. Modelación de ecuaciones ARCH y GARCH

Con base en lo anterior, se desarrollaron modelos de diferentes órdenes para las 9 acciones que cumplieron con todas las pruebas de validación. En la tabla 5-14 se muestra el resultado de la prueba ejecutada para obtener un modelo ARCH o GARCH en el software E-Views. Para desarrollar este proceso en el software se debe seleccionar en la barra de herramientas Quick > Estimate Equation > Ingresar ecuación de la media > Método ARCH > Seleccionar el orden del modelo > Options > Unconditional (Parameter= 1) como se muestra en la figura 5-8. Durante la selección del orden del modelo, es necesario evaluar las características de cada estructura y elegir aquel con mejores ajustes.

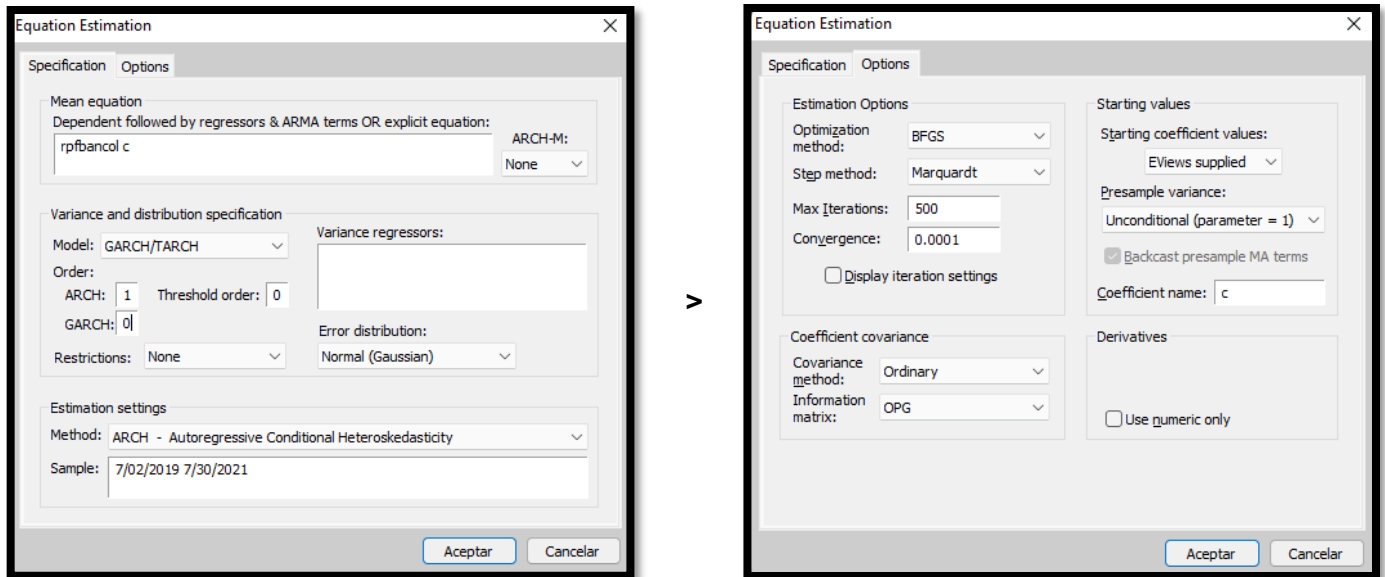
Figura 5-8: Modelación ecuaciones ARCH y GARCH en E-Views.



>



>



Fuente: E-Views.

Tabla 5-14: Prueba de modelación ARCH-GARCH acción preferencial de Bancolombia.

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000992	0.000656	1.510835	0.1308
Variance Equation				
C	0.000267	1.47E-05	18.16768	0.0000
RESID(-1)^2	0.805413	0.061238	13.15221	0.0000
R-squared	-0.005288	Mean dependent var		-0.000736
Adjusted R-squared	-0.005288	S.D. dependent var		0.023784
S.E. of regression	0.023847	Akaike info criterion		-4.845798
Sum squared resid	0.287740	Schwarz criterion		-4.820777
Log likelihood	1231.410	Hannan-Quinn criter.		-4.835986
Durbin-Watson stat	1.929068			

Fuente: Elaboración propia en E-Views.

El modelo presentado en la tabla 5-14 es un ARCH (1), donde la suma de los coeficientes no es superior a 1 y los criterios de información son negativos, cumpliendo con las características para considerarse un buen modelo. Como elemento adicional a sopesar, la significancia estadística de los coeficientes no puede ser mayor o igual al $P - Valor = 5\%$. Sin embargo, como se mencionó en capítulo 4.5 de la metodología, es responsabilidad del analista elaborar diferentes modelos y seleccionar aquel que presenten las mejores características. En la tabla 5-15 y en el anexo 6 se muestra el número de modelos ARCH y GARCH elaborados para cada serie de tiempo, modelo seleccionado, constante de los rendimientos, resultados de los criterios de información y sumatoria de coeficientes:

Tabla 5-15: Modelos GARCH seleccionados.

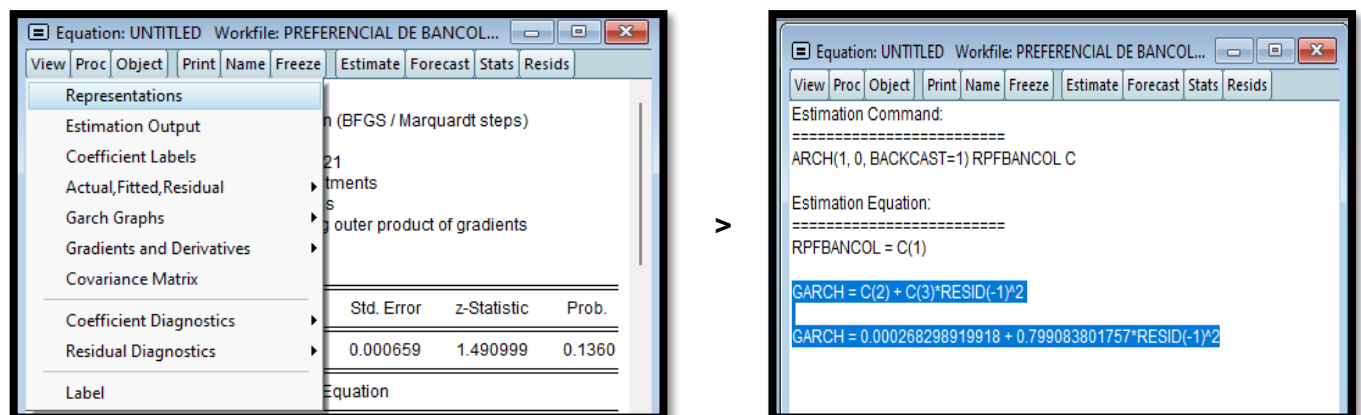
ACCIÓN	ARCH	GARCH	MODELO SELECCIONADO	Constante de los rendimientos	AIC	SC	HQ	Sumatoria de coeficientes
PFBCOLOM	3	3	GARCH (1,1)	- 0,000085	-5,047381	-5,014020	-5,034298	0,956102
ECOPETROL	4	5	GARCH (1,2)	0,000404	-4,838038	-4,796274	-4,821659	0,973452
BCOLOMBIA	3	1	GARCH (1,1)	0,000100	-4,712403	-4,678992	-4,699300	0,956581
GEB	5	1	GARCH (1,1)	0,000566	-5,667793	-5,634382	-5,654690	0,989472
GRUPOSURA	4	2	GARCH (1,1)	- 0,000945	-5,001407	-4,967995	-4,988303	0,954588
NUTRESA	2	3	GARCH (1,1)	- 0,000048	-5,587657	-5,554195	-5,574533	0,900270
PFAVAL	6	1	GARCH (1,1)	0,000639	-5,784861	-5,751450	-5,771757	0,949037
PFDVVNDA	4	1	GARCH (1,1)	- 0,000115	-5,324899	-5,291437	-5,311774	0,970400
GRUPOARGOS	2	3	GARCH (1,1)	- 0,000423	-4,649274	-4,615813	-4,636150	0,985113

Fuente: Elaboración propia en E-Views.

La tabla anterior muestra que las acciones estudiadas interpretan mejor la volatilidad con modelos GARCH (1,1), excepto Ecopetrol, que presentó mejores características con un modelo GARCH (1,2). Al evaluar la constante de los rendimientos, que expresa los rendimientos diarios promedio obtenidos tanto en corto como el largo plazo, solo las acciones de Ecopetrol, Bcolombia, Geb y Pfaaval han generado rendimientos promedios positivos, las acciones restantes rendimientos promedio negativos.

Teniendo en cuenta los modelos seleccionados, las ecuaciones pueden obtenerse del software seleccionando Views > Representations como se muestra en la figura 5-9.

Figura 5-9: Representación de ecuaciones ARCH y GARCH en E-Views.



Fuente: E-Views.

Con lo anterior, las ecuaciones generadas para cada modelo se observan en la tabla 5-16:

Tabla 5-16: Ecuaciones modelos GARCH.

ACCIÓN	ECUACIÓN
PFBCOLOM	$\sigma_t^2 = 2,0317467651e-05 + (0,111593948005\varepsilon_{t-1}^2) + (0,844488094441\sigma_{t-1}^2)$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción preferencial de Bancolombia depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,11$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,84$ de la volatilidad del periodo anterior.
ECOPETROL	$\sigma_t^2 = 3,89667767338e-05 + (0,319394205621\varepsilon_{t-1}^2) + (0,243561199369\sigma_{t-1}^2) + (0,410457679067\sigma_{t-2}^2)$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción de Ecopetrol depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,319$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,243$ de la volatilidad del periodo anterior y $\beta_2 = 0,41$ de hace dos periodos.
BCOLOMBIA	$\sigma_t^2 = 3,28890247743e-05 + (0,154056213381\varepsilon_{t-1}^2) + (0,802492188037\sigma_{t-1}^2)$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción de Bancolombia depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,154$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,802$ de la volatilidad del periodo anterior.
GEB	$\sigma_t^2 = 8,72058082566e-06 + (0,178322028142\varepsilon_{t-1}^2) + (0,811140863117\sigma_{t-1}^2)$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción de Geb depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,178$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,811$ de la volatilidad del periodo anterior.
GRUPOSURA	$\sigma_t^2 = 3,65813299306e-05 + (0,263833670732\varepsilon_{t-1}^2) + (0,690717390605\sigma_{t-1}^2)$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Gruposura depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,263$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,69$ de la volatilidad del periodo anterior.
NUTRESA	$\sigma_t^2 = 2,60573494481e-05 + (0,157761093677\varepsilon_{t-1}^2) + (0,742483198522\sigma_{t-1}^2)$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Nutresa depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,157$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,742$ de la volatilidad del periodo anterior.
PFAVAL	$\sigma_t^2 = 1,9230169121e-05 + (0,349302949229\varepsilon_{t-1}^2) + (0,599714842203\sigma_{t-1}^2)$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Pfaeval depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,349$, es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,599$ de la volatilidad del periodo anterior.
PFDAVVNDA	$\sigma_t^2 = 1,20529520003e-05 + (0,175110901961\varepsilon_{t-1}^2) + (0,795277233562\sigma_{t-1}^2)$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Pfdvnda depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,175$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos

ACCIÓN	ECUACIÓN
	económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,795$ de la volatilidad del periodo anterior.
GRUPOARGOS	$\sigma_t^2 = 4,40335754796e-05 + (0,315500248783\varepsilon_{t-1}^2) + (0,669569209087\sigma_{t-1}^2)$ <p>Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Grupoargos depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,315$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,669$ de la volatilidad del periodo anterior.</p>

Fuente: Elaboración propia en E-Views.

En consecuencia, los resultados muestran que es posible afirmar que entre mayor sea α_1 más riesgosa es la acción, dada la dependencia de aspectos no previsibles reflejados a través de los errores del modelo. Al reemplazar los valores de los errores ε_{t-1}^2 , y la varianza condicional rezagada σ_{t-1}^2 en cada modelo, se obtiene el valor de la varianza condicional para cada rezago de los rendimientos.

Para obtener la varianza condicional es necesario obtener el valor de los errores/residuos y la varianza condicional rezagada de cada dato del periodo evaluado. Entendiendo esto, y después de encontrar el modelo que mejor interpreta la volatilidad, se debe realizar lo siguiente (Ver figura 5-10):

- Residuos: Proc > Make residual series > Ordinary > Renombrar > OK
- Varianza condicional rezagada: Proc > Make GARCH variance series > Ordinary > Renombrar > OK

Figura 5-10: Procedimiento de obtención datos de residuos y varianza condicional rezagada en E-views.

Residuos/Errores

Equation: UNTITLED Workfile: PREFERENCIAL DE BANCOL...

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: RPFBANCOL
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Date: 01/30/22 Time: 12:28
Sample (adjusted): 7/03/2019 6/10/2021

Included observations: 7/03/2019 6/10/2021

Convergence achieved: Yes

Coefficient covariance matrix is positive semi-definite

Presample variance-covariance matrix is positive semi-definite

GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2

Variable	Coefficient	Standard Error	t-Statistic	Prob.
C	0.832	0.101883	8.168	0.0000

Variance Equation

Variable	Coefficient	Standard Error	t-Statistic	Prob.
C	2.03E-05	6.49E-06	3.129800	0.0017
RESID(-1)^2	0.111594	0.023767	4.695284	0.0000
GARCH(-1)	0.844488	0.036651	23.04116	0.0000

R-squared: -0.000752 Mean dependent var: -0.000736
Adjusted R-squared: -0.000752 S.D. dependent var: 0.023784
S.E. of regression: 0.023793 Akaike info criterion: -5.047279
Sum squared resid: 0.286442 Schwarz criterion: -5.013918

Equation: UNTITLED Workfile: PREFERENCIAL DE BANCOL...

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: RPFBANCOL
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Date: 01/30/22 Time: 12:28
Sample (adjusted): 7/03/2019 6/10/2021

Included observations: 7/03/2019 6/10/2021

Convergence achieved: Yes

Coefficient covariance matrix is positive semi-definite

Presample variance-covariance matrix is positive semi-definite

GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2

Make Residuals

Residual type

Ordinary
 Standardized
 Generalized

OK

Name for resid series: resid01

Cancel

Variable	Coefficient	Standard Error	t-Statistic	Prob.
C	0.832	0.101883	8.168	0.0000

Variance Equation

Variable	Coefficient	Standard Error	t-Statistic	Prob.
C	2.03E-05	6.49E-06	3.129800	0.0017
RESID(-1)^2	0.111594	0.023767	4.695284	0.0000
GARCH(-1)	0.844488	0.036651	23.04116	0.0000

R-squared: -0.000752 Mean dependent var: -0.000736
Adjusted R-squared: -0.000752 S.D. dependent var: 0.023784
S.E. of regression: 0.023793 Akaike info criterion: -5.047279
Sum squared resid: 0.286442 Schwarz criterion: -5.013918

Series: RESID01 Workfile: PREFERENCIAL DE BANCOLOMBIA:U...

View Proc Object Properties Print Name Freeze Default Sort Edit +/- Smp

Last updated: 01/30/22 - 12:49

Residuals from equation with dependent variable RPFBANCOL

Modified: 7/02/2019 7/30/2021 // makeresids resid01

Date	Value
7/02/2019	NA
7/03/2019	0.007978
7/04/2019	0.001558
7/05/2019	0.003514
7/08/2019	-0.007277
7/09/2019	0.004018
7/10/2019	0.004491
7/11/2019	0.010775
7/12/2019	-0.006705
7/15/2019	0.008323
7/16/2019	0.019679
7/17/2019	-0.011817
7/18/2019	-0.015360
7/19/2019	0.013612
7/22/2019	-0.010043
7/23/2019	0.018337

Varianza Condicional Rezagada

	C	RESID(-1) ²	GARCH(-1)
C	2.03E-05	6.49E-06	3.129800
RESID(-1) ²	0.111594	0.023767	4.695284
GARCH(-1)	0.844488	0.036651	23.04116

	C	RESID(-1) ²	GARCH(-1)
C	2.03E-05	6.49E-06	3.129800
RESID(-1) ²	0.111594	0.023767	4.695284
GARCH(-1)	0.844488	0.036651	23.04116

Date	Value
7/02/2019	NA
7/03/2019	0.000565
7/04/2019	0.000505
7/05/2019	0.000447
7/08/2019	0.000399
7/09/2019	0.000363
7/10/2019	0.000329
7/11/2019	0.000300
7/12/2019	0.000287
7/15/2019	0.000268
7/16/2019	0.000254
7/17/2019	0.000278
7/18/2019	0.000271
7/19/2019	0.000275
7/22/2019	0.000273
7/23/2019	0.000262
7/24/2019	0.000279

Fuente: E-Views.

Realizado lo anterior, se alimenta una hoja de cálculo con los datos de la ecuación de la acción evaluada, los residuos, la varianza condicional rezagada y se determina la varianza condicional para cada fecha, como se muestra en la tabla 5-17.

Tabla 5-17: Hoja de cálculo varianza condicional acciones MSCI COLCAP.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	Fecha	Precio Acción	Rendimientos	GARCH σ_t^2	RESIDUAL/ERROR GARCH ε_{t-1}	RESIDUAL/ERROR GARCH ε_{t-1}	VARIANZA GARCH σ_{t-1}^2	MODELO	Alfa 0	Alfa 1	Beta 1		
3	02.07.2019	40.380						GARCH (1,1)	0,00002032	0,11159395	0,84448809		
4	03.07.2019	40.700	0,00789348	0,000500739	0,007978292	0,0000636531394	0,000560479						
5	04.07.2019	40.760	0,001473116	0,000443456	0,001557928	0,000024271400	0,000500739						
6	05.07.2019	40.900	0,003428855	0,000396189	0,003513667	0,0000123458550	0,000443456						
7	08.07.2019	40.600	-0,007361996	0,000360804	-0,007277184	0,0000529574105	0,000396189						
8	09.07.2019	40.760	0,003933142	0,000326813	0,004017954	0,0000161439539	0,000360804						
9	10.07.2019	40.940	0,004406372	0,000298558	0,004491184	0,0000201707344	0,000326813						
10	11.07.2019	41.380	0,010690092	0,000285402	0,010774904	0,0001160985623	0,000298558						
11	12.07.2019	41.100	-0,006789551	0,000266353	-0,006704739	0,0000449535199	0,000285402						
12	15.07.2019	41.440	0,008238476	0,000252980	0,008323289	0,0000692771339	0,000266353						
13	16.07.2019	42.260	0,019594414	0,000277174	0,019679226	0,0003872719531	0,000252980						
14	17.07.2019	41.760	-0,011902069	0,000269971	-0,011817256	0,0001396475492	0,000277174						
15	18.07.2019	41.120	-0,015444322	0,000274631	-0,01535951	0,0002359145545	0,000269971						
16	19.07.2019	41.680	0,013526776	0,000272916	0,013611588	0,0001852753414	0,000274631						
17	22.07.2019	41.260	-0,01012789	0,000262048	-0,010043078	0,0001008634077	0,000272916						
18	23.07.2019	42.020	0,018252188	0,000279136	0,018337	0,0003362455680	0,000262048						
19	24.07.2019	41.280	-0,017767574	0,000290938	-0,017682762	0,0003126800735	0,000279136						
20	25.07.2019	41.300	0,000484379	0,000266047	0,000569191	0,000003239784	0,000290938						

GARCH $\sigma_t^2 = 2.0317467651e-05 + 0.111593948005 * \text{RESID}(-1)^2 + 0.844488094441 * \text{GARCH}(-1)$

Fuente: Elaboración propia.

Al obtener esta varianza condicional por cada dato y calcular su promedio general, se proyecta la volatilidad de la serie de tiempo para el siguiente periodo. Para evaluar este resultado, al compararla con la varianza histórica de los rendimientos en la Tabla 5-18 se detalla lo siguiente:

Tabla 5-18: Varianza histórica vs. Varianza condicional.

ACCIÓN	Promedio	Varianza Histórica (σ^2)	Coefficiente de Variación	Lim. Inferior	Lim. Superior	Varianza Condicional (σ_t^2)
PFBCOLOM	-0,00074	0,00056	-3227%	-0,02450	0,02302	0,00054
ECOPETROL	-0,00021	0,00077	-13313%	-0,02788	0,02746	0,00082
BCOLOMBIA	-0,00069	0,0008032	-4084%	-0,02904	0,02765	0,0007974
GEB	0,00037	0,00035	5109%	-0,01840	0,01914	0,00038
GRUPOSURA	-0,00132	0,00073	-2049%	-0,02837	0,02573	0,000744
NUTRESA	-0,00037	0,00028	-4460%	-0,01697	0,01623	0,000271
PFAVAL	-0,00043	0,00046	-4956%	-0,02191	0,02104	0,000452
PFDVVNDA	-0,00065	0,00048	-3368%	-0,02262	0,02132	0,000475
GRUPOARGOS	-0,00107	0,00123	-3288%	-0,03610	0,03396	0,001309

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla anterior se observa que existen diferencias entre la volatilidad histórica y la volatilidad condicional, lo que indica que la volatilidad histórica considera que los rendimientos tienen varianza homocedástica, hecho que no es cierto dado que como se

ha demostrado, existe heterocedasticidad en la varianza de los rendimientos. Así mismo, la desviación estándar presenta cambios notables con la varianza condicional, ampliando o reduciendo el rango establecido con la varianza histórica. Por otro lado, para determinar el riesgo de inversión en estas acciones, es posible establecer que aquellas que presenten menor desviación representan menor variabilidad en el posible resultado.

De otro modo, y con el propósito de realizar un análisis más profundo del comportamiento de la volatilidad de los rendimientos de los activos, se realizó un estudio adicional a través de dos componentes temporales diferentes, acorde a una situación de normalidad económica y otra de anormalidad producida por la pandemia del COVID 19. Estos periodos se establecieron así (Ver tabla 5-19):

Tabla 5-19: Periodos de estudio volatilidad de acciones.

PRE PANDEMIA	PANDEMIA
01/07/2019 – 28/02/2020	01/03/2020 – 31/07/2021

El resultado de estos se observa en la tabla 5-20, 5-21 y 5-22.

Tabla 5-20: Ecuaciones periodos Pre Pandemia y Pandemia.

ACCIÓN	MODELO SELECCIONADO	ECUACIÓN
PRE PANDEMIA		
ISA	ARCH (1)	$\sigma_t^2 = 0,000256311948762 + 0,253436794552 * \varepsilon_{t-1}^2$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción de ISA depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,253$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros).	
GRUPOARGOS	ARCH (1)	$\sigma_t^2 = 0,000175234109533 + 0,583809106764 * \varepsilon_{t-1}^2$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción de Grupoargos depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,583$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros).	
PANDEMIA		
PFBCOLOM	GARCH (1,1)	$\sigma_t^2 = 0,0000200662096863 + 0,0986290707991 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,857491732581 * \sigma_{t-1}^2$
	Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción preferencial de Bancolombia depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,09$ es el impacto o shock ocasionado por “Noticias” internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,857$ de la volatilidad del periodo anterior.	
ECOPETROL	GARCH (1,1)	$\sigma_t^2 = 0,000105351586318 + 0,268181901081 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,623984151717 * \sigma_{t-1}^2$

ACCIÓN	MODELO SELECCIONADO	ECUACIÓN
		Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Ecopetrol depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,268$ es el impacto o shock ocasionado por "Noticias" internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,623$ de la volatilidad del periodo anterior.
BCOLOMBIA	GARCH (1,1)	$\sigma_t^2 = 0,0000214970744521 + 0,120789312054 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,848723459857 * \sigma_{t-1}^2$
		Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Bcolombia depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,12$ es el impacto o shock ocasionado por "Noticias" internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,84$ de la volatilidad del periodo anterior.
GEB	ARCH (4)	$\sigma_t^2 = 0,000130629412721 + 0,154378796056 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,192411993223 * \varepsilon_{t-2}^2 + 0,0914055856184 * \varepsilon_{t-3}^2 + 0,347657584572 * \varepsilon_{t-4}^2$
		Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Geb depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,268$ es el impacto o shock ocasionado por "Noticias" internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Conforme aumenta su distancia del periodo t (hoy), se observa que el impacto de la varianza en periodos anteriores es mayor con respecto a la más reciente.
GRUPOSURA	GARCH (1,1)	$\sigma_t^2 = 0,0000483732833724 + 0,18280548363 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,745047763559 * \sigma_{t-1}^2$
		Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Gruposura depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,18$ es el impacto o shock ocasionado por "Noticias" internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,745$ de la volatilidad del periodo anterior.
NUTRESA	GARCH (1,1)	$\sigma_t^2 = 0,00000961273275791 + 0,0149392714894 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,94222234341 * \sigma_{t-1}^2$
		Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Nutresa depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,014$ es el impacto o shock ocasionado por "Noticias" internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,942$ de la volatilidad del periodo anterior.
PFAVAL	GARCH (1,1)	$\sigma_t^2 = 0,000019882319047 + 0,43456819707 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,556952968476 * \sigma_{t-1}^2$
		Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Pfaval depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,434$ es el impacto o shock ocasionado por "Noticias" internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,556$ de la volatilidad del periodo anterior.
PFDAVVNDA	GARCH (1,1)	$\sigma_t^2 = 0,0000193246402482 + 0,180168971053 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,78014029522 * \sigma_{t-1}^2$
		Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Pffavvnda depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,18$ es el impacto o shock ocasionado por "Noticias" internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,78$ de la volatilidad del periodo anterior.
GRUPOARGOS	GARCH (1,1)	$\sigma_t^2 = 0,0000469876675219 + 0,265055846167 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,708963660501 * \sigma_{t-1}^2$
		Descripción: La varianza de la rentabilidad de la acción Grupoargos depende de la rentabilidad del periodo anterior. El valor de $\alpha_1 = 0,265$ es el impacto o shock ocasionado por "Noticias" internas (aspectos estratégicos, de crecimiento y operación de la empresa) y externas (aspectos económicos, de mercado, políticos, entre otros). Y el impacto de la varianza del rendimiento en el momento t (hoy), es $\beta_1 = 0,708$ de la volatilidad del periodo anterior.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5-21: Varianza histórica vs. Varianza condicional Pre pandemia.

ACCIÓN	Promedio	Varianza Histórica (σ^2)	Desv. Estándar (σ)	Coefficiente de Variación	Lim. Inferior	Lim. Superior	Varianza Condicional (σ_t^2)	Desv. Estándar de σ_t^2
ISA	0,00023	0,00034	0,01849	8141%	-0,01826	0,01872	0,0003429	0,01852
GRUPOARGOS	-0,00086	0,00031	0,01755	-2034%	-0,01841	0,01668	0,0003556	0,01886

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5-22: Varianza histórica vs. Varianza condicional Pandemia.

ACCIÓN	Promedio	Varianza Histórica (σ^2)	Desv. Estándar (σ)	Coefficiente de Variación	Lim. Inferior	Lim. Superior	Varianza Condicional (σ_t^2)	Desv. Estándar de σ_t^2
PFBCOLOM	-0,00113	0,00075	0,02739	-2426%	-0,02852	0,02626	0,0006693	0,02587
ECOPETROL	-0,00044	0,00106	0,03255	-7385%	-0,03299	0,03211	0,0010397	0,03224
BCOLOMBIA	-0,00100	0,00108	0,03282	-3280%	-0,03382	0,03182	0,0010151	0,03186
GEB	0,00009	0,00049	0,02210	23751%	-0,02201	0,02220	0,0005145	0,02268
GRUPOSURA	-0,00157	0,00101	0,03183	-2034%	-0,03340	0,03027	0,0009214	0,03035
NUTRESA	-0,00050	0,00035	0,01882	-3796%	-0,01931	0,01832	0,0003033	0,01741
PFAVAL	-0,00093	0,00063	0,02511	-2707%	-0,02604	0,02419	0,0006666	0,02582
PFDVVNDA	-0,00112	0,00066	0,02565	-2291%	-0,02677	0,02453	0,0006325	0,02515
GRUPOARGOS	-0,00124	0,00167	0,04089	-3298%	-0,04213	0,03965	0,0016948	0,04117

Fuente: Elaboración propia.

Para resumir lo anterior y evaluar los tres periodos, en la tabla 5-23 se muestran las varianzas condicionales y su desviación estándar.

Tabla 5-23: Varianza condicional y rendimientos promedio periodos evaluados.

ACCIÓN	PRE PANDEMIA			PANDEMIA			PERIODO COMPLETO		
	Varianza Condicional (σ_t^2)	Desv. Estándar de σ_t^2	Rendimientos	Varianza Condicional (σ_t^2)	Desv. Estándar de σ_t^2	Rendimientos	Varianza Condicional (σ_t^2)	Desv. Estándar de σ_t^2	Rendimientos
PFBCOLOM	-	-	0,0251%	0,0006693	0,02587	-0,0663%	0,00054	0,02324	-0,0085%
ECOPETROL	-	-	0,0364%	0,0010397	0,03224	0,0468%	0,00082	0,02867	0,0404%
ISA	0,0003429	0,01852	0,0229%	-	-	0,0513%	-	-	0,0389%
BCOLOMBIA	-	-	0,0079%	0,0010151	0,03186	-0,0407%	0,0007974	0,02824	0,0100%
GEB	-	-	0,0840%	0,0005145	0,02268	0,0303%	0,00038	0,01951	0,0566%
GRUPOSURA	-	-	-0,0616%	0,0009214	0,03035	-0,1401%	0,000744	0,02728	-0,0945%
NUTRESA	-	-	-0,0393%	0,0003033	0,01741	0,00717%	0,000271	0,01645	-0,0048%
PFAVAL	-	-	0,0784%	0,0006666	0,02582	0,0476%	0,000452	0,02126	0,0639%
PFDVVNDA	-	-	0,0313%	0,0006325	0,02515	-0,0938%	0,000475	0,02179	-0,0115%
GRUPOARGOS	0,0003556	0,01886	-0,1875%	0,0016948	0,04117	-0,0239%	0,001309	0,03618	-0,0423%

Fuente: Elaboración propia.

Es de observar que el periodo pre pandemia solo cuenta con 2 acciones con componente heterocedástico, las acciones restantes en este periodo no poseen este componente debido a su varianza homocedástica. Al evaluar la acción de ISA, se detalla que no fue afectada en pandemia debido a que su comportamiento no presenta varianza condicional. Caso contrario lo presenta la acción de GRUPOARGOS al ser la que presenta mayor varianza condicional en los tres periodos evaluados. En el periodo pre pandemia, PFBCOLOM, ECOPETROL, BCOLOMBIA, GEB, GRUPOSURA, NUTRESA, PFAVAL y PFDVVNDA no poseían componente heterocedástico, es decir, su varianza era homocedástica. Durante la pandemia, el comportamiento de estas acciones cambio a uno con heterocedasticidad, generando mayor incertidumbre en su comportamiento.

Así mismo, se observan las acciones con mayor y menor volatilidad en los periodos de tiempo evaluados. Mediante la desviación estándar de la varianza condicional, se destaca que la acción con mayor volatilidad es GRUPOARGOS, seguida de ECOPETROL. A su vez, la acción con menor volatilidad con varianza condicional es NUTRESA. Considerando los rendimientos, la acción PFAVAL es la que presenta mayores rendimientos promedios, seguida de ISA y ECOPETROL. Por otro lado, GRUPOSURA es la acción con el desempeño más bajo en rendimientos, seguida de PFDVVNDA.

Como elemento adicional, los resultados obtenidos permiten facilitar la creación de portafolios de inversión para inversionistas con diferentes perfiles de riesgo, entendiendo que estos resultados presentan mayor nivel de confianza por el uso de la varianza condicional y no la varianza histórica. Así mismo, se logra observar una diferencia representativa en los resultados de la varianza histórica y la varianza condicional, destacando el error cometido por muchos analistas al trabajar con una varianza homocedástica, cuando la serie de tiempo presenta componente heterocedástico. Esto expone a los inversores a generar posibles pérdidas por análisis mal ejecutados a la volatilidad del activo financiero.

Al evaluar los rendimientos y la varianza condicional en los diferentes periodos para cada acción, se observa que la situación de pandemia no genero efectos iguales para todos, por el contrario, genero un efecto heterocedástico en la mayoría y afecto positiva y negativamente los rendimientos de las acciones. ECOPETROL en este caso, presentó un componente homocedástico en el periodo pre pandemia y generó rendimientos promedios del 0,0364%. Durante la pandemia, adquirió un componente heterocedástico, lo que aumento su volatilidad, sin embargo, sus rendimientos incrementaron a 0,0468%, es decir un 28,57% con relación al periodo pre pandemia. De otro modo, la acción de PFDAVVNDA en el periodo pre pandemia generaba rendimientos por 0,0313%, pero estos se tornaron negativos en el periodo de pandemia con rendimientos de -0,0938%.

Lo anterior establece que la existencia del componente heterocedástico no se encuentra correlacionado con rendimientos negativos o positivos, por el contrario, este componente puede llegar a crear condiciones donde potencialice efectos positivos o negativos de periodos anteriores.

Es así como estos resultados facilitan al inversor evaluar de forma más precisa los efectos de los cambios macroeconómicos en el comportamiento de las acciones, y como a través de modelos de heterocedasticidad condicional se logra traducir la volatilidad de estos efectos.

6. Discusión

Los resultados obtenidos en este trabajo establecen la persistencia del modelo GARCH (1,1) como modelo predominante en las acciones evaluadas. Los trabajos de Kantar (2021), Alva (2021), Lestari, et., al (2020) y Aliyev, et., al (2020) coinciden que al evaluar modelos ARCH y GARCH, las series de tiempo de estudio explican mejor la volatilidad con modelos GARCH (1,1).

Es de resaltar que las 9 acciones evaluadas con componente heterocedástico, solo 1 presentó un modelo ARCH (4), con las 8 acciones restantes el modelo predominante es el GARCH (1,1), comportamiento semejante a lo establecido en la teoría de Gujarati y Porter (2010), donde los mejores modelos son los más simples (parsimoniosos), es decir, entre menos parámetros contenga el modelo, este presentará mejores características para interpretar la volatilidad.

Por otro lado, también se evidencio la existencia de heterocedasticidad en la varianza de los rendimientos, por lo que el uso de la volatilidad histórica no es apropiado para la evaluación de acciones. A esto, De Lara (2011) establece que las series de tiempo en finanzas son de memoria corta, dado que la tendencia de los seres humanos es a darle mayor importancia a los más reciente, concluyendo también Sandoya (2020), Montenegro, et., al (2017) y Parody, et., al, (2012) que la volatilidad histórica (homocedástica) no es muy útil en la práctica profesional, por lo tanto, esos autores proporcionan peso al uso de la varianza condicional utilizada en este estudio.

Lo anterior establece que el uso de modelos ARCH y GARCH para realizar pronósticos de la volatilidad son adecuados. Sin embargo, y de acuerdo con las investigaciones presentadas en el capítulo 3, existen modelos derivados de la familia ARCH y GARCH que

94 Pronóstico de volatilidades a los rendimientos de activos financieros de renta variable en Colombia a través de modelos ARCH y GARCH

han sido objeto de estudio y pueden generar resultados complementarios al estudiar este tipo de series de tiempo financieras.

7. Conclusiones

Se desarrolló un proceso de modelamiento de volatilidad bajo los parámetros ARCH y GARCH capaz de interpretar la volatilidad real de activos financieros. Estos hallazgos establecen de forma clara la presencia de volatilidad condicional variable en el tiempo de los rendimientos, para este trabajo, el de las acciones más representativas del índice MSCI COLCAP, facilitando el identificar aquellas que por su volatilidad se puedan considerar con niveles de riesgo mayor o menor.

La revisión de la literatura permitió la consolidación y uso de conceptos financieros y estadísticos para la comprensión de una metodología de modelamiento de volatilidad, entendiendo que cada serie de tiempo es única y que existen diferentes modelos que facilitan la interpretación de esta.

Se revisó el comportamiento de diferentes modelos de regresión para los activos de renta variable del índice accionario MSCI COLCAP, probando en este estudio al menos 4 modelos para cada acción y un máximo de 9 para identificar aquel con mejores características para pronosticar la volatilidad. Es de destacar que el rango de modelos probados puede variar de acuerdo con el tipo de activo financiero a evaluar.

El análisis de los resultados muestra que la persistencia de los choques de volatilidad, representada por los parámetros ARCH y GARCH es grande, denotando que el efecto de la conmoción de hoy permanece en el pronóstico de varianza durante múltiples períodos en el futuro. Así mismo, se identificó que tan vulnerable es una acción a los shocks o impactos de las “noticias” del mercado.

Se utilizaron los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autogresiva Generalizada - GARCH (1,1) para la mayoría de los modelos, excepto ISA y GRUPOARGOS que usaron modelos ARCH (1) en el periodo pre pandemia y GEB con un modelo ARCH (4) en el periodo de pandemia, demostrando que los modelos con mejores características para la interpretación de la varianza condicional son aquellos con conducta parsimoniosa.

Las volatilidades de las series objeto de estudio permiten a los agentes tomadores de decisiones prever el impacto de las variaciones en el precio para valorar sus portafolios y generar posibles reestructuraciones de este, entendiendo que los rendimientos de las acciones en el periodo de pandemia se afectaron de manera positiva y negativa con relación al comportamiento observado de los rendimientos en un periodo sin pandemia.

La información obtenida de la varianza histórica, utilizado como método tradicional, presentó diferencias importantes con respecto a la varianza condicional, donde en el periodo de pandemia 7 acciones presentaron una varianza condicional más pequeña, y las restantes una varianza condicional mayor, siendo esta la variación real. Es así como la capacidad de interpretación o predicción de la volatilidad del proceso de modelamiento desarrollado permite ejecutar análisis de riesgo de inversión con mayor certeza para múltiples portafolios de inversión, seleccionando activos de renta variable con menor varianza condicional y rendimientos positivos.

El modelamiento de este proceso permite de forma sencilla la ejecución y réplica del mismo para la evaluación de otras series de tiempo y otros tipos de activos financieros. La descripción paso a paso de este favorece a cualquiera que desee entender, pronosticar y evaluar la volatilidad de los mercados el riesgo de inversión.

Por último, los modelos encontrados pueden servir de insumo para cálculo de medidas de riesgo tales como el VaR (Value at Risk), que permite medir el valor en riesgo del portafolio considerando que estos presentan menor riesgo de manera conjunta que de forma individual.

8.Recomendaciones

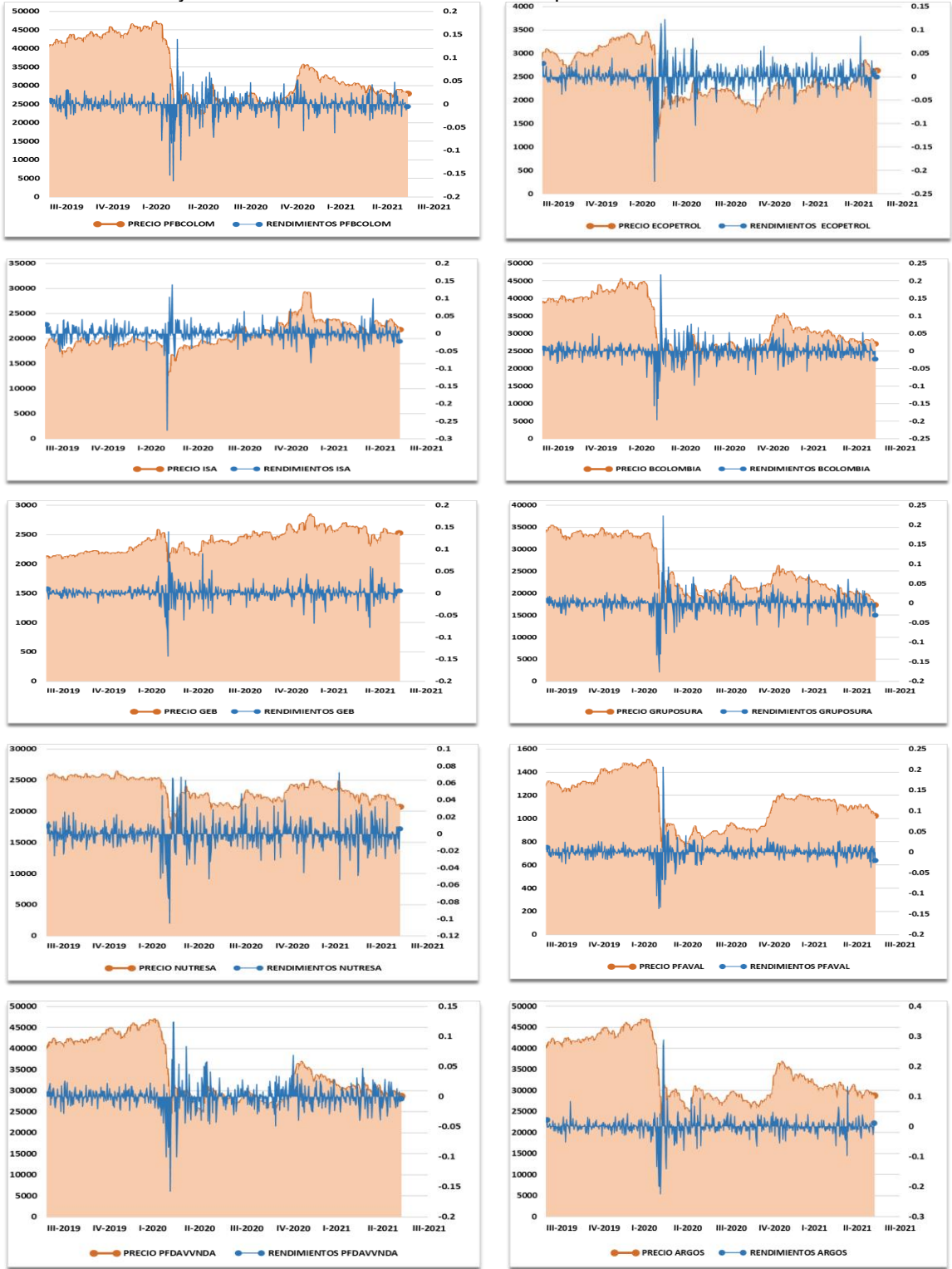
Para futuras investigaciones, este proceso tiene la capacidad de aplicarse a diferentes series de tiempo de múltiples activos financieros y con características distintas al mercado colombiano, lo que implica el determinar volatilidades reales para la conformación de portafolios y posterior aplicación.

De igual forma, para investigadores o futuros investigadores que conozcan el software E-Views o lo empleen, este puede ser aplicado en entornos empresariales automatizando el proceso desarrollado. De esta manera, facilitar la selección de activos financieros, periodo de estudio, registro de datos y pronósticos.

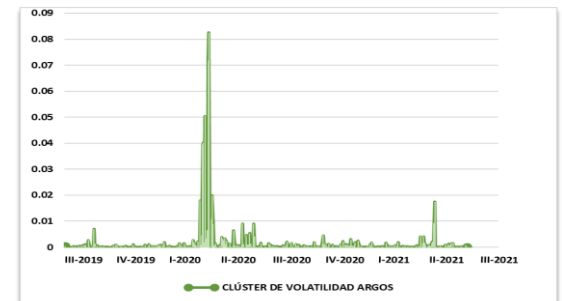
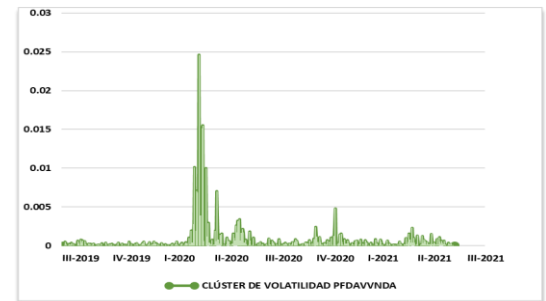
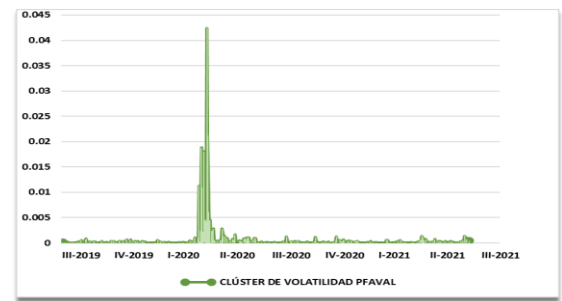
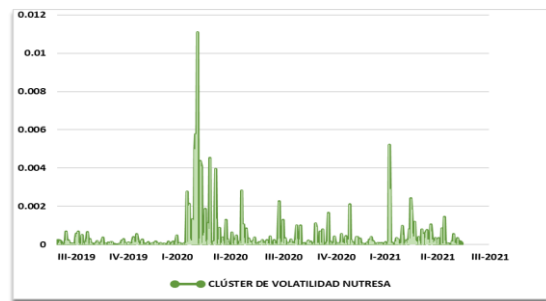
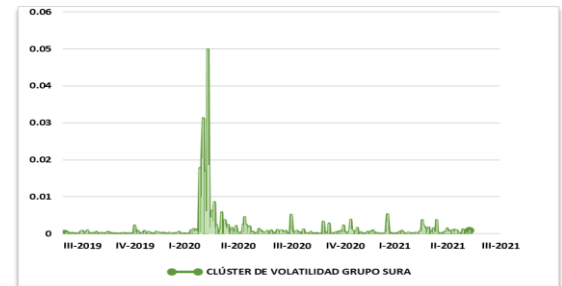
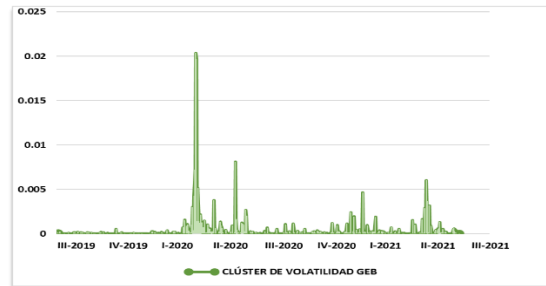
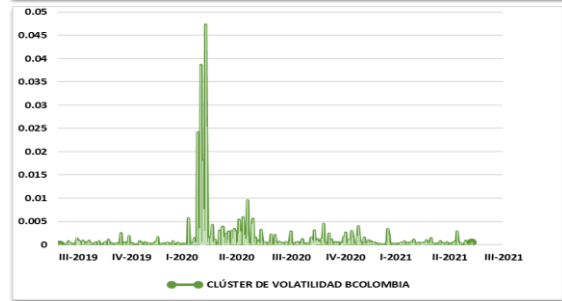
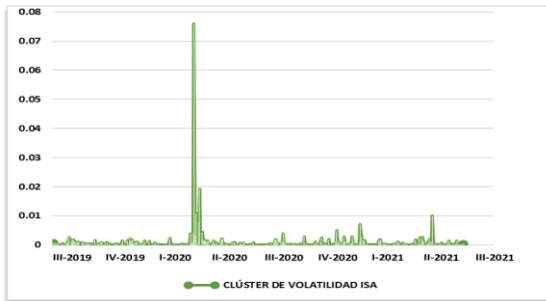
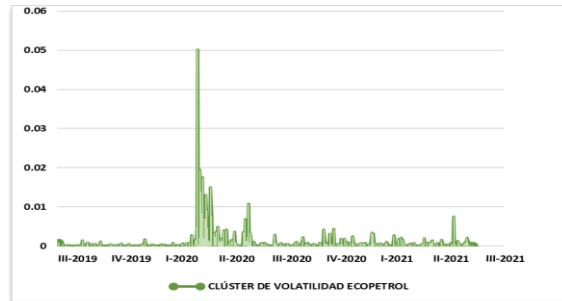
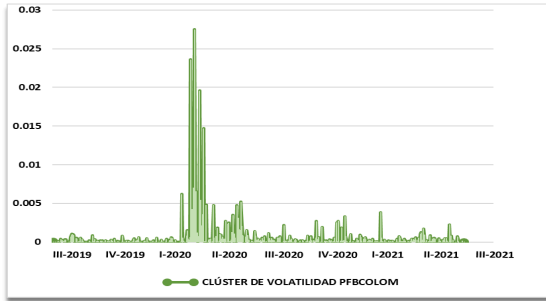
Por último, se debe evaluar el desempeño de los modelos ARCH y GARCH con modelos complementarios como el GARCH-M, E-GARCH, T-GARCH, TARCH, PARARCH y otras derivaciones que puedan proporcionar a los inversores resultados complementarios para mejorar la toma de decisiones de inversión.

9. Anexos

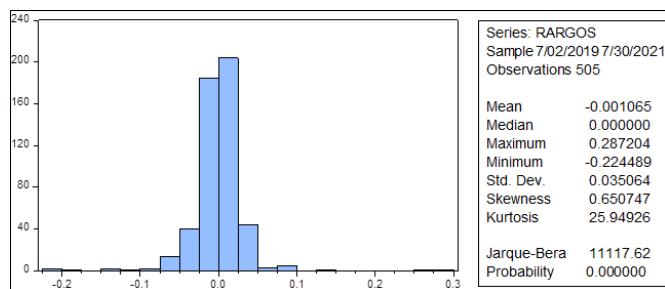
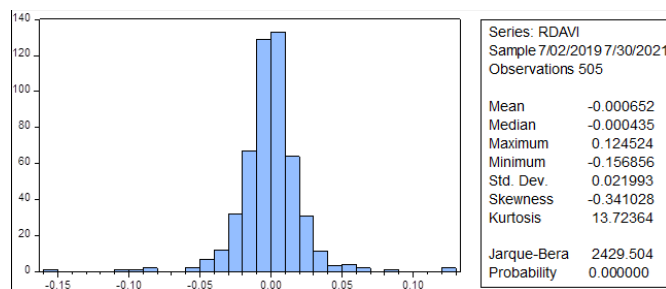
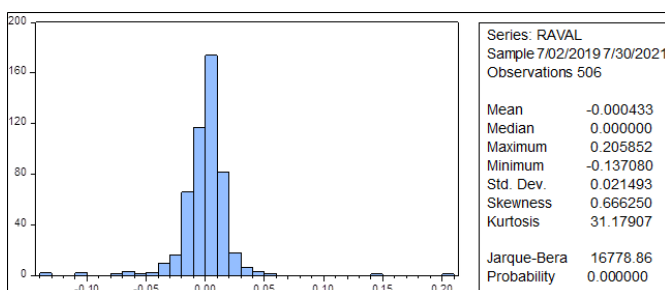
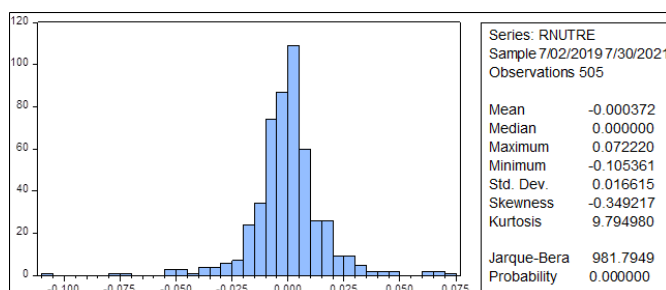
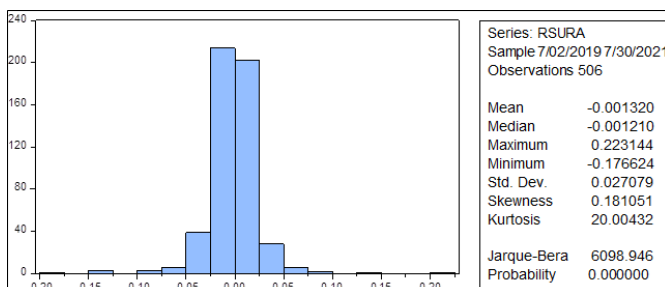
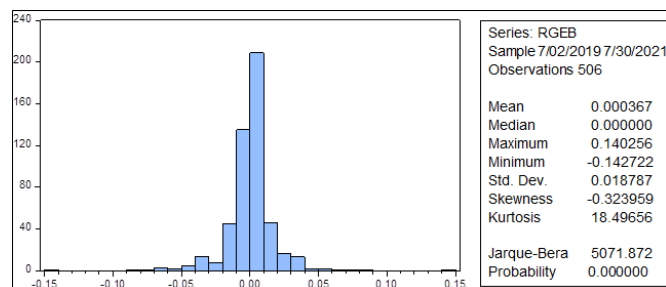
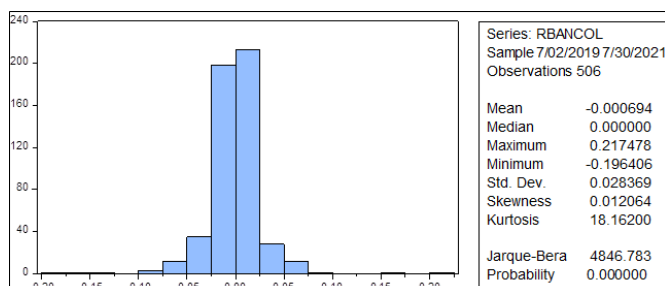
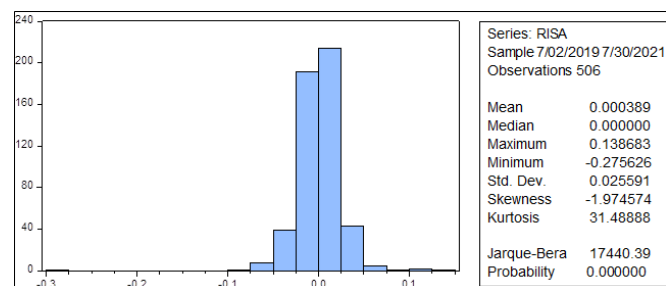
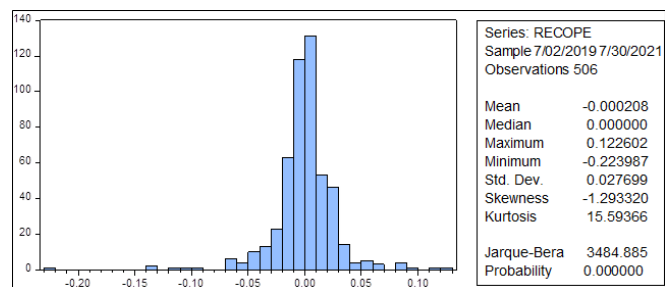
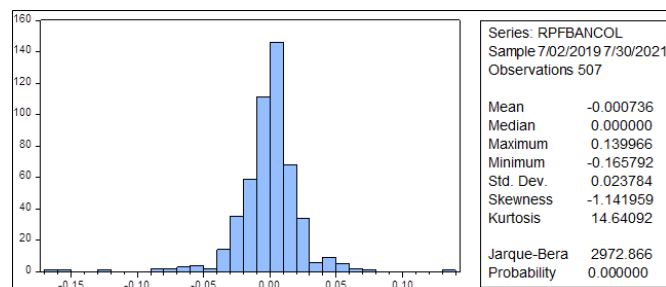
Anexo 1: Precios y rendimientos de las acciones más representativas del índice MSCI COLCAP.



Anexo 2: Clúster de volatilidad de los rendimientos de las acciones más representativas del índice MSCI COLCAP.



Anexo 3: Prueba de normalidad de los rendimientos.



Anexo 4: Prueba de raíz unitaria de los rendimientos.

Null Hypothesis: RPFBANCOL has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=18)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-13.10154	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443072	
5% level	-2.867044	
10% level	-2.569763	

Null Hypothesis: RECOPE has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-17.82853	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443072	
5% level	-2.867044	
10% level	-2.569763	

Null Hypothesis: RISA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-21.44584	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443072	
5% level	-2.867044	
10% level	-2.569763	

Null Hypothesis: RBANCOL has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-21.21759	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443072	
5% level	-2.867044	
10% level	-2.569763	

Null Hypothesis: RGEB has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-25.67140	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443072	
5% level	-2.867044	
10% level	-2.569763	

Null Hypothesis: RSURA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 4 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-11.47698	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443175	
5% level	-2.867089	
10% level	-2.569787	

Null Hypothesis: RNUTRE has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-13.95145	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443123	
5% level	-2.867066	
10% level	-2.569775	

Null Hypothesis: RAVAL has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.39519	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443149	
5% level	-2.867078	
10% level	-2.569781	

Null Hypothesis: RDAVI has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-18.83305	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443098	
5% level	-2.867055	
10% level	-2.569769	

Null Hypothesis: RARGOS has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 6 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.86374	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443254	
5% level	-2.867124	
10% level	-2.569806	

Anexo 5: Prueba de heterocedasticidad.

RPFBNCOLOM

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	7.298942	Prob. F(1,504)	0.0071
Obs*R-squared	7.223298	Prob. Chi-Square(1)	0.0072

ECOPETROL

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	32.21416	Prob. F(1,503)	0.0000
Obs*R-squared	30.39559	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

ISA

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	3.146853	Prob. F(1,503)	0.0767
Obs*R-squared	3.139723	Prob. Chi-Square(1)	0.0764

BCOLOMBIA

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	32.90717	Prob. F(1,503)	0.0000
Obs*R-squared	31.00933	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

GEB

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	251.3878	Prob. F(1,503)	0.0000
Obs*R-squared	168.2833	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

GRUPOSURA

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	65.20908	Prob. F(1,503)	0.0000
Obs*R-squared	57.95505	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

NUTRESA

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	22.32458	Prob. F(1,502)	0.0000
Obs*R-squared	21.45920	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

PFAVAL

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	137.7565	Prob. F(1,503)	0.0000
Obs*R-squared	108.5702	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

PFDVVNDA

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	35.02011	Prob. F(1,502)	0.0000
Obs*R-squared	32.86681	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

GRUPOARGOS

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	132.3257	Prob. F(1,502)	0.0000
Obs*R-squared	105.1387	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

Anexo 6: Modelo GARCH seleccionado.

RPFBNCOLOM

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-8.48E-05	0.000832	-0.101892	0.9188
Variance Equation				
C	2.03E-05	6.49E-06	3.129803	0.0017
RESID(-1)^2	0.111594	0.023767	4.695284	0.0000
GARCH(-1)	0.844488	0.036651	23.04114	0.0000
R-squared	-0.000752	Mean dependent var	-0.000736	
Adjusted R-squared	-0.000752	S.D. dependent var	0.023784	
S.E. of regression	0.023793	Akaike info criterion	-5.047381	
Sum squared resid	0.286442	Schwarz criterion	-5.014020	
Log likelihood	1283.511	Hannan-Quinn criter.	-5.034298	
Durbin-Watson stat	1.937812			

ECOPETROL

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000404	0.000859	0.470317	0.6381
Variance Equation				
C	3.90E-05	1.29E-05	3.023469	0.0025
RESID(-1)^2	0.319394	0.030971	10.31279	0.0000
GARCH(-1)	0.243561	0.062493	3.897398	0.0001
GARCH(-2)	0.410458	0.072285	5.678325	0.0000
R-squared	-0.000489	Mean dependent var	-0.000208	
Adjusted R-squared	-0.000489	S.D. dependent var	0.027699	
S.E. of regression	0.027706	Akaike info criterion	-4.838038	
Sum squared resid	0.387637	Schwarz criterion	-4.796274	
Log likelihood	1229.024	Hannan-Quinn criter.	-4.821659	
Durbin-Watson stat	1.543871			

ISA

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000290	0.000802	0.361731	0.7176
Variance Equation				
C	0.000125	1.79E-05	6.953706	0.0000
RESID(-1)^2	0.537679	0.043928	12.24001	0.0000
GARCH(-1)	0.325674	0.050697	6.423895	0.0000
R-squared	-0.000015	Mean dependent var	0.000389	
Adjusted R-squared	-0.000015	S.D. dependent var	0.025591	
S.E. of regression	0.025591	Akaike info criterion	-4.899703	
Sum squared resid	0.330720	Schwarz criterion	-4.866292	
Log likelihood	1243.625	Hannan-Quinn criter.	-4.886600	
Durbin-Watson stat	1.906539			

BCOLOMBIA

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	9.97E-05	0.000886	0.112536	0.9104
Variance Equation				
C	3.29E-05	7.84E-06	4.195868	0.0000
RESID(-1)^2	0.154056	0.033002	4.668116	0.0000
GARCH(-1)	0.802492	0.037875	21.18806	0.0000
R-squared	-0.000784	Mean dependent var	-0.000694	
Adjusted R-squared	-0.000784	S.D. dependent var	0.028369	
S.E. of regression	0.028381	Akaike info criterion	-4.712403	
Sum squared resid	0.406755	Schwarz criterion	-4.678992	
Log likelihood	1196.238	Hannan-Quinn criter.	-4.699300	
Durbin-Watson stat	1.887396			

GEB

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000566	0.000541	1.046744	0.2952
Variance Equation				
C	8.72E-06	1.55E-06	5.626784	0.0000
RESID(-1)^2	0.178322	0.023690	7.527366	0.0000
GARCH(-1)	0.811141	0.018964	42.77253	0.0000
R-squared	-0.000112	Mean dependent var	0.000367	
Adjusted R-squared	-0.000112	S.D. dependent var	0.018787	
S.E. of regression	0.018788	Akaike info criterion	-5.667793	
Sum squared resid	0.178259	Schwarz criterion	-5.634382	
Log likelihood	1437.952	Hannan-Quinn criter.	-5.654690	
Durbin-Watson stat	2.267306			

GRUPOSURA

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.000945	0.000740	-1.276945	0.2016
Variance Equation				
C	3.66E-05	6.64E-06	5.507490	0.0000
RESID(-1)^2	0.263834	0.046872	5.628775	0.0000
GARCH(-1)	0.690717	0.041629	16.59232	0.0000
R-squared	-0.000192	Mean dependent var	-0.001320	
Adjusted R-squared	-0.000192	S.D. dependent var	0.027079	
S.E. of regression	0.027082	Akaike info criterion	-5.001407	
Sum squared resid	0.370373	Schwarz criterion	-4.967995	
Log likelihood	1269.356	Hannan-Quinn criter.	-4.988303	
Durbin-Watson stat	1.604163			

Anexo 6: Modelo GARCH seleccionado.

NUTRESA

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-4.80E-05	0.000566	-0.084768	0.9324
Variance Equation				
C	2.61E-05	4.32E-06	6.034367	0.0000
RESID(-1)^2	0.157761	0.033791	4.668693	0.0000
GARCH(-1)	0.742483	0.039695	18.70460	0.0000
R-squared	-0.000381	Mean dependent var	-0.000372	
Adjusted R-squared	-0.000381	S.D. dependent var	0.016615	
S.E. of regression	0.016618	Akaike info criterion	-5.587657	
Sum squared resid	0.139187	Schwarz criterion	-5.554195	
Log likelihood	1414.883	Hannan-Quinn criter.	-5.574533	
Durbin-Watson stat	1.979022			

PFAVAL

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000639	0.000516	1.238994	0.2153
Variance Equation				
C	1.92E-05	4.96E-06	3.876157	0.0001
RESID(-1)^2	0.349303	0.043088	8.106749	0.0000
GARCH(-1)	0.599715	0.053400	11.23065	0.0000
R-squared	-0.002494	Mean dependent var	-0.000433	
Adjusted R-squared	-0.002494	S.D. dependent var	0.021493	
S.E. of regression	0.021520	Akaike info criterion	-5.784861	
Sum squared resid	0.233874	Schwarz criterion	-5.751450	
Log likelihood	1467.570	Hannan-Quinn criter.	-5.771757	
Durbin-Watson stat	1.692686			

PFDVVNDA

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.000115	0.000654	-0.175762	0.8605
Variance Equation				
C	1.21E-05	4.57E-06	2.636692	0.0084
RESID(-1)^2	0.175111	0.028186	6.212666	0.0000
GARCH(-1)	0.795277	0.030885	25.74938	0.0000
R-squared	-0.000599	Mean dependent var	-0.000652	
Adjusted R-squared	-0.000599	S.D. dependent var	0.021993	
S.E. of regression	0.022000	Akaike info criterion	-5.324899	
Sum squared resid	0.243933	Schwarz criterion	-5.291437	
Log likelihood	1348.537	Hannan-Quinn criter.	-5.311774	
Durbin-Watson stat	1.654879			

GRUPOARGOS

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.000423	0.000821	-0.515265	0.6064
Variance Equation				
C	4.40E-05	9.67E-06	4.555268	0.0000
RESID(-1)^2	0.315500	0.044400	7.105813	0.0000
GARCH(-1)	0.669569	0.031331	21.37080	0.0000
R-squared	-0.000336	Mean dependent var	-0.001065	
Adjusted R-squared	-0.000336	S.D. dependent var	0.035064	
S.E. of regression	0.035070	Akaike info criterion	-4.649274	
Sum squared resid	0.619885	Schwarz criterion	-4.615813	
Log likelihood	1177.942	Hannan-Quinn criter.	-4.636150	
Durbin-Watson stat	1.529907			

Referencias

- Abdelhafez, M. (2018). Using GARCH Models for Modelling and Forecasting Volatility. *European Journal of Social Sciences*, 57(2), 167-178.
- Agudelo, A. (2018). Aplicación de una estrategia activa de inversión en renta variable en el mercado de acciones colombiano. *Novun*, 2(8), 140-178. Obtenido de <https://www.redalyc.org/jatsRepo/5713/571360738008/571360738008.pdf>
- Agudelo, D. (2015). *Inversiones en renta variable: Fundamentos y aplicaciones al mercado accionario colombiano*. Medellín: Universidad EAFIT.
- Agudelo, D., & Peláez, J. (2017). Determinantes y pronóstico de la actividad bursátil para el mercado accionario colombiano. *Doctoral dissertation, Universidad EAFIT*. Obtenido de <https://repository.eafit.edu.co/handle/10784/11778>
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. In Selected Papers of Hirotugu Akaike. *Springer, New York, NY.*, 215-222. Obtenido de <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1100705>
- Albarracín, M., García, F., & García, C. (2017). Riesgo financiero: una aproximación cualitativa al interior de las mipymes en Colombia. *Aglala*, 8(1), 139-160. Obtenido de https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3814516
- Aliyev, F., Ajayi, R., & Gasim, N. (2020). Modelado de la volatilidad asimétrica del mercado con modelos GARCH univariados: Evidencia de Nasdaq-100. *Diario de las asimetrías económicas*, 22, e00167.
- Alonso, J. (2010). Tutorial para Pruebas de Raíces Unitarias: Dickey-Fuller Aumentado y Phillips-Perron en EasyReg. *Universidad Icesi(009100)*. Obtenido de <https://ideas.repec.org/p/col/000131/009100.html>
- Alva, V. (2021). Modelación de la Volatilidad del Tipo de Cambio del Dólar en el Perú: Aplicación de los Modelos GARCH y EGARCH. *Revista de analisis económico y financiero*, 4(2), 7-12. Obtenido de <http://contabilidadyeconomiausmp.edu.pe/OJS2020/index.php/RAEF/article/view/40>
- Amate, K. (2018). Modelos Arch y Garch: aplicación a series financieras. *Diposit digital*. Obtenido de <http://diposit.ub.edu/dspace/handle/2445/125023>
- AMV, Autorregulador del mercado de valores. (2016). Todo lo que un inversionista debe saber los indices de la BVC. 2. Obtenido de <https://www.ad-cap.com.co/wp-content/uploads/2015/07/10.-Todo-lo-que-un-inversionista-debe-saber-%C3%ADndices-de-la-BVC.pdf>
- Arbeláez, R., Duque, E., & Patiño, J. (2018). Relación de los principales mercados bursátiles durante y después de la crisis subprime con el mercado de renta variable colombiano. *Mercatec*, 4(55). Obtenido de <http://esumer.edu.co/revistas/index.php/mercatec/article/view/124>
- Astorga, J., Aróstica, R., & Iriate, Y. (2016). Criterio de INFORMACIÓN DE AKAIKE (AIC). *Tecnología y cultura, afirmando el conocimiento*, 20(48). Obtenido de [file:///C:/Users/Auxiliar%20de%20Cartera/Downloads/761-249-PB%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/Auxiliar%20de%20Cartera/Downloads/761-249-PB%20(1).pdf)
- Bandera, E., & Pérez, L. (2018). Los modelos lineales generalizados mixtos. Su aplicación en el mejoramiento de plantas. *Cultivos Tropicales*, 39(1), 127-133. Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0258-59362018000100019

- Basantes, O. (2014). El sector productivo y el mercado de valores en Ecuador. *Bachelor's thesis, pontificia Universidad Catolica de Ecuador*. Obtenido de <http://repositorio.puce.edu.ec/handle/22000/7781>
- Bautista, N., Pandiella, A., & Lascurain, M. (2016). Dinámicas y predicciones con modelos AR y ARMA de las solicitudes de patentes sobre energías renovables en España de 1985 a 2014. *Conama*. Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Nuria-Bautista-Puig/publication/322357504_Dinamicas_y_predicciones_con_modelos_AR_de_las_publicaciones_sobre_energias_renovables_en_Espana_de_1985_a_2014/links/5a55e68a0f7e9bf2a535921e/Dinamicas-y-predicciones-con-mode
- BNV. (2020). ¿Quiénes son? *BNV Bolsa de valores nacional Guatemala*. Obtenido de http://www.bvnsa.com.gt/bvnsa/emisores_quienes_son.php#:~:text=Los%20emisores%20de%20valores%20son,Emisor%20quien%20respalda%20la%20inversi%C3%B3n
- Bolsa de Valores de Colombia . (2016). Informe de gestión integrado. *BVC*.
- Bolsa de Valores de Colombia. (2017). Informe de gestión integrado. *BVC*.
- Bolsa de Valores de Colombia. (2018). Informe de gestión integrado. *BVC*.
- Bolsa de Valores de Colombia. (2019). Informe de gestión integrado. *BVC*.
- Bolsa de Valores de Colombia. (2020). Informe de gestión integrado. *BVC*.
- Bolsa de Valores de Colombia. (2021). 80 años del mercado de valores en Colombia. *BVC*. Obtenido de https://www.bvc.com.co/recursos/Files/Acerca_de_la_BVC/Ochenta_Anos_Mercado_de_Valores.pdf
- Bolsa de Valores de Colombia. (2021). Boletín informativo para comisionistas No.17. *BVC*.
- Callejas, V. (2018). El mercado de capitales, una alternativa de inversión rentable para la diversificación del portafolio de personas naturales. *Doctoral dissertation, Universidad EAFIT*. Obtenido de <https://repository.eafit.edu.co/handle/10784/12846>
- Camacho, F. (2016). El mercado bursátil y su relación con las Pymes. *Universidad de Jaén*. Obtenido de <http://tauja.ujaen.es/handle/10953.1/7397>
- Canales, R. (2017). Estado actual de los Índices Bursátiles en el mundo. *REICE: Revista Electrónica de Investigación en Ciencias Económicas*, 5(9), 65-84. Obtenido de <https://doi.org/10.5377/reice.v5i9.4363>
- Caridad, J., & Ocerin. (2016). *Econometría: modelos econométricos y series temporales*. Barcelona España: Reverté.
- Carmona, D., & Criollo, C. (2015). Determinantes de riesgo en la valoración de acciones en el mercado colombiano: modelo multifactorial comparativo. *Cuadernos de Administración*, 31(53), 68-84. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/2250/225040779007.pdf>
- Carmona, D., & Vera, M. (2017). Evaluación de los factores de riesgo en los activos de renta variable que conforman el índice S&P MILA 40: aplicación del modelo de tres factores de Fama y French en el periodo 2009-2013. *Revista Finanzas y Política Económica*, 9(2), 33-45. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S2248-60462017000200301&script=sci_abstract&lng=en

- Carrasquilla, B., Chacón, A., Kattia, N., Gómez, O., Valverde, J., & Guerrero, M. (2016). Regresión lineal simple y múltiple: aplicación en la predicción de variables naturales relacionadas con el crecimiento microalgal. *Revista Tecnología en Marcha*, 29, 33-45. Obtenido de https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0379-39822016000900033
- Carrasquilla-Batista, A., Chacón-Rodríguez, A., Núñez-Montero, K., Gómez-Espinoza, O., Valverde, J., & Guerrero-Barrantes, M. (2016). Regresión lineal simple y múltiple: aplicación en la predicción de variables naturales relacionadas con el crecimiento microalgal. *Revista Tecnología en Marcha*, 29, 33-45. Obtenido de https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0379-39822016000900033
- Castaño, E., & Sierra, J. (2012). Sobre la existencia de una raíz unitaria en la serie de tiempo mensual del precio de la electricidad en Colombia. *Lecturas de economía*, 76, 259-291. Obtenido de <https://revistas.udea.edu.co/index.php/lecturasdeeconomia/article/view/12817>
- Castro, A. (2019). Mercado de divisas internacionales. *Profit editorial*.
- Ccaccya, D. (2015). Riesgos financieros. *Actualidad Empresarial N° 337 segunda Quincena de Octubre*. Obtenido de https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/59682026/RIESGO_FINANCIERO20190612-15946-18usdkp-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1633728823&Signature=eGlSk1M6G3gC2MH4dKBbowO5YxX-pi0c1DwdpDNyCsPh3EI8C8rHwRvDDO-rjnR8W87P9i5tV0LuPmAGJDwvjVnHsbEgL28MxFCej~pXs50Qz6UldB5d
- Ceballos, G., Perez, D., & Gutiérrez, D. (2017). Impacto del Índice Riesgo País en el Mercado Accionario Colombiano. *Investigación administrativa*, 46(119). Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-76782017000100002
- Ceballos, G., Perez, D., & Gutiérrez, E. (2017). Impacto del Índice Riesgo País en el Mercado Accionario Colombiano. *Investigación administrativa*, 119. Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-76782017000100002
- Cevallos, D. (2020). Interferencia electromagnética estocástica no estacionaria, sobre redes de acceso basadas en Tecnología ADSL/ADSL2+. *Polo del Conocimiento*, 5(1), 500-520. Obtenido de <https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/1235>
- Chavez, S. (2018). El Concepto de Riesgo. *Centro de investigaciones biológicas del noroeste*. Obtenido de <http://dspace.cibnor.mx:8080/handle/123456789/2974>
- Colombia, Superintendencia Financiera de. (2011). Cartilla sobre mercado de valores. Obtenido de <file:///C:/Users/Auxiliar%20de%20Cartera/Downloads/cartillamercados.pdf>
- Comisión nacional del mercado de valores CNMV. (2015). *Los fondos cotizados*. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7121852>
- Contreras, A., Atziry, C., Martínez, J., & Sánchez, D. (2016). Análisis de series de tiempo en el pronóstico de la demanda de almacenamiento de productos perecederos.

- Estudios Gerenciales*, 32(141), 387-396. Obtenido de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0123592316300754#!>
- Coppelli, G. (2018). La globalización económica del siglo XXI. Entre la mundialización y la desglobalización. *Estudios internacionales (Santiago)*, 50(191), 57-80. Obtenido de https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?pid=S0719-37692018000300057&script=sci_arttext&tlng=e
- Coppelli, G. (2018). La globalización económica del siglo XXI. Entre la mundialización y la desglobalización. *Estudios internacionales (Santiago)*, 50(191), 57-80. Obtenido de https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?pid=S0719-37692018000300057&script=sci_arttext&tlng=e
- Cordero, C. (1986). Mínimos cuadrados generalizados. *Bachelor's thesis Quito EPM*.
- Correa, J., & Salazar, J. (2016). Introducción a Los Modelos Mixtos. *Escuela de estadística*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/59699>
- Corredor, P., & Santamaría, R. (2013). El sentimiento del inversor y las rentabilidades de las acciones. El caso español. *Spanish Journal of Finance and Accounting/Revista Española de Financiación y contabilidad*, 42(158), 211-237. Obtenido de <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02102412.2013.10779746>
- Court, E., & Tarradellas, J. (2010). Mercado de capitales. *Mexico Pearson*.
- Cuartas, A. (2016). Optimización financiera de portafolios de inversión en la Bolsa de Valores de Colombia mediante el uso de RGOP. (*Doctoral dissertation, Universidad EAFIT*). Obtenido de <https://repository.eafit.edu.co/handle/10784/9565>
- Cuesta, D. (2019). Predicción de energía solar con modelos autorregresivos. *Bachelor's thesis*. Obtenido de <https://repositorio.uam.es/handle/10486/689524>
- Nguyen, C., & Nguyen, M. (2019). Modeling Stock Price Volatility: Empirical Evidence from the Ho Chi Minh City Stock Exchange in Vietnam. *Economics and Business*, 6(3), 19-26. Obtenido de <https://www.koreascience.or.kr/article/JAKO201915658234490.page>
- Delfiner, M., & Patrone, G. (2017). Diseño de pruebas de estrés para instituciones. *Econstor, Serie documentos de trabajo*. Obtenido de <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/163266/1/885658531.pdf>
- Desireé, H. (2008). La Nueva Dinámica del Mercado de los Commodities. *Revista Tópicos Económicos. Banco Central de Reserva el Salvador*, 7. Obtenido de <https://www.bcr.gob.sv/bcrsite/uploaded/content/category/611872653.pdf>
- Dicovski, L., & Pedroza, M. (2017). Modelos lineales generales y mixtos en la caracterización de la variable calificación, Ingeniería Agro industrial, Uni-Norte. *Nexo Revista Científica*, 30(2), 84-95. Obtenido de <https://www.lamjol.info/index.php/NEXO/article/view/5527>
- Dip, J., & Romero, P. (2015). Una comparación de redes neuronales y modelos ARCH-GARCH para predecir variaciones en el precio de acciones aplicación a un caso de acciones de telefonía. *Revista de investigación en modelos financieros*, 2, 1-29. Obtenido de <http://ojs.econ.uba.ar/index.php/RIMF/article/view/1505>
- Dobaño, L. (1999). Modelos Arch: Un análisis de volatilidad de series temporales financieras. *In Anales de estudios económicos y empresariales*(14), 67-84. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=274703>

- E Montenegro, a. T. (2017). Estimación del riesgo de acciones a través de un modelo financiero y de modelos de heteroscedasticidad condicional autorregresiva. *Dirección de investigación*, 1(1), 61-71.
- Echavarría, J. (2017). Coyuntura de la economía colombiana. *Banco de la República (Colombia)*, 90(1074), 5-28. Obtenido de <http://www.cervantesvirtual.com/obra/coyuntura-de-la-economia-colombiana-1105298/>
- Edder Parody, A. C. (2012). Modelación de la volatilidad y pronóstico del índice general de la bolsa de valores de Colombia (IGBC). 6(12), 223-239.
- Fadhil, M., & Shabri, A. (2019). Random Walk Behaviour of Malaysia Share Return in Different Economic Circumstance. *Matematika: malaysian Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 35(3). Obtenido de <https://matematika.utm.my/index.php/matematika/article/view/297-308>
- Fernández, F., & Borja, M. (2018). Validación interna de modelos predictivos de regresión logística. Comando Validation. *Universidad Complutense Madrid*. Obtenido de <https://eprints.ucm.es/id/eprint/49486/>
- Fidel, O., Solís, M., & Peña, L. (2018). Previsión de tipos de cambio. Utilización del E-Views para el contraste de técnicas. *Cofin Habana*, 12(2), 156-168. Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S2073-60612018000200010&script=sci_arttext&tlng=en
- Fox, M. B., & Rauterberg, L. G. (2019). *The New Stock Market*. Law, Economics, and Policy. Columbia University Press.
- Fox, M., Rauterberg, L., & Gabriel, G. (2019). *The New Stock Market*. Law, Economics, and Policy. Columbia University Press.
- Fradique, C. (2008). Guia de mercado de valores. *Bolsa de valores de Colombia y banco Interamericano de desarrollo*, 250. Obtenido de https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/45462234/guia_del_mercado_final-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1633791590&Signature=D5OWRCaLtaw4C-5MgZISf7fiRrjgz4jaB0IAjC8O~f2~VeWUzC3Em7HH5x7qoRYFcc9zocvmZAljIeEvyUMtXtQY5RvLgLf4lwRt53FWwsPnpgOmTJ4i99d52BjyPPKWv~X7T
- Fradique, C. (2012). Guia de mercado de valores. *Bolsa de valores de Colombia y banco Interamericano de desarrollo*, 250. Obtenido de https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/45462234/guia_del_mercado_final-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1633791590&Signature=D5OWRCaLtaw4C-5MgZISf7fiRrjgz4jaB0IAjC8O~f2~VeWUzC3Em7HH5x7qoRYFcc9zocvmZAljIeEvyUMtXtQY5RvLgLf4lwRt53FWwsPnpgOmTJ4i99d52BjyPPKWv~X7T
- Fradique, C. (2012). Guia del mercado de valores. Bogotá. . *Bolsa de valores de Colombia y Banco Interamericano de Desarrollo* , 250.
- Fuertes, A. (2016). Los índices bursátiles de sostenibilidad: registrando el valor del nuevo paradigma. *PUCP*, 1. Obtenido de <https://repositorio.pucp.edu.pe/index/handle/123456789/54908>
- Galindo, J. (2015). EL concepto de riesgo en las teorías de Ulrich Beck y Niklas Luhmann. *Science direct. Acta sociológica*, 67, 141-164. Obtenido de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0186602815000262>

- Gandica, E. (2020). Potencia y Robustez en Pruebas de Normalidad con Simulación Montecarlo. *Revista Cientific*, 5(18), 108-119. Obtenido de http://www.indteca.com/ojs/index.php/Revista_Scientific/article/view/468
- Gandica, E. (2020). Potencia y Robustez en Pruebas de Normalidad con Simulación Montecarlo. *Revista Cientific*, 5(18), 108-119. Obtenido de <https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2020.5.18.5.108-119>
- García, G. (2017). Equivalentes funcionales en los delitos económicos. Una aproximación de solución ante la falta de lesividad material en delitos de presentación de información falsa al mercado de valores. *Política criminal*, 12(23), 151-206. Obtenido de https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-33992017000100006&lng=en&nrm=iso&tlng=en
- García, L. (2018). Los Fondos Cotizados, una verdadera opción de inversión. *Repositorio comillas*. Obtenido de <https://repositorio.comillas.edu/xmlui/handle/11531/22615>
- Gardulo, J. (2015). Estimacion de un portafolio de inversión con. *Universidad Autonoma del Estado de Mexico*. Obtenido de <http://ri.uaemex.mx/handle/20.500.11799/66896>
- Garduño, J. (04 de 11 de 2015). Estimacion de un portafolio de inversión con acciones del sector de telecomunicaciones. *Universidad Autonoma Del Estado De Mexico*. Obtenido de <http://ri.uaemex.mx/handle/20.500.11799/66896>
- Garone, M. (2017). Especulación financiera y dinámica del precio del petróleo en la última década. *Universidad Torcuato di tella*. Obtenido de <http://repositorio.utdt.edu/handle/utdt/10444>
- Gea, J. (2017). Comprobaciones empíricas de las teorías sobrepolíticas de dividendos en el Mercado de Valores de Buenos Aires durante el período 2006-2011. *Master's Thesis*. Obtenido de <http://rephip.unr.edu.ar/bitstream/handle/2133/11413/Gea%20Sanchez%20Joaquin%20-%20Tesis%20Maestr%C3%ADa%20en%20Finanzas.pdf?sequence=3>
- Giraldo, C., González, G., Vesga, C., & Ferreira, D. (2017). Coberturas financieras con derivados y su incidencia en el valor de mercado en empresas colombianas que cotizan en Bolsa. *Science direct. Contaduría y Administración*, 62(5), 1553-1571. Obtenido de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0186104217301018>
- González, J., Botero, S., & Duque, E. (2018). Financial Eco-Innovation as a Mechanism for Fostering the Development of Sustainable Infrastructure Systems. *Sustainability*, 10(12), 4463. Obtenido de <https://www.mdpi.com/2071-1050/10/12/4463>
- González, R., & Castro, D. (2019). Crecimiento financiero en las entidades del sector cooperativo a través de la bolsa de valores de Colombia. *Centros: Revista Científica Universitaria*, 8(1), 127-143. Obtenido de <https://www.revistas.up.ac.pa/index.php/centros/article/view/485>
- Greiff, S., & Rivera, J. (2018). Optimización de portafolios de inversión con costos de transacción utilizando un algoritmo genético multiobjetivo: caso aplicado a la Bolsa de Valores de Colombia. *Estudios Gerenciales: Journal of Management and Economics for Iberoamerica*, 34(56), 74-8. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-59232018000100074

- Gujatati, D., & Porter, D. (2010). *Econometria. Mc GRAW-HILL, (Quinta ed.)*.
- Gutierrez, J., & Tellez, K. (2015). *Finanzas Empresariales: Valuacion de Obligaciones y Acciones. Doctoral dissertation, Universidad Autónoma de Nicaragua, Managua.* Obtenido de <https://repositorio.unan.edu.ni/3617/>
- Hannan, E., & Quinn, B. (1979). *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. *JRSS, B41*, 190-195. Obtenido de <https://rss.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.2517-6161.1979.tb01072.x>
- Haro, J. (2019). *El S&P 500 lleva una década subiendo al 17,5% anual, y este 2019 apunta aún más alto.* Obtenido de El economista : <https://www.economista.es/mercados-cotizaciones/noticias/9753688/03/19/El-SP-500-lleva-una-decada-subiendo-al-175-anual-y-este-2019-apunta-aun-mas-alto.html>
- Herrera, M. (2008). *Conceptualización del riesgo en los mercados financieros. Foro, Revista de Derecho,* 10, 141-155. Obtenido de <http://167.172.193.213/index.php/foro/article/view/359>
- Hill, J., Nading, D., & Hougan, M. (2015). *A Comprehensive Guide to Exchange-Traded Funds (ETFs)*. CFA Institute Research Foundation.
- Isaza, L., Acevedo, E., & Hernandez, F. (2015). *Camparacion de pruebas de normalidad. XXI Simp. Int Estad A.,* 8-11. Obtenido de https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/54899721/Isaza_Acevedo___Hernandez_Pru_ebas_Normalidad-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1633790897&Signature=URjW-8Jpns13i-xHQVVg6qdNokgJol~nJBS5DWCIBO5LtAG3ZKpwHanfZc1LyYYYYlkzWfP1Cr yRIOKPgXzrLE21ufmZG0tmN-SfluKJdNHJ-KRg
- Jiménez, C., Piraquive, R., Malaver, N., & Rivera, H. (2011). *Análisis estratégico sector fondos de pensiones en Colombia. Editorial Universidad del Rosario.* Obtenido de <https://repository.urosario.edu.co/handle/10336/3317>
- Joldes, C. (2019). *MODELING THE VOLATILITY OF THE BUCHAREST STOCK. Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research,* 53. Obtenido de [http://www.ecocyb.ase.ro/nr2019_1/18%20-%20Joldes%20Camelia%20Catalina%20\(18\).pdf](http://www.ecocyb.ase.ro/nr2019_1/18%20-%20Joldes%20Camelia%20Catalina%20(18).pdf)
- Kantar, L. (2021). *ARCH Models and an Application on Exchange Rate Volatility: ARCH and GARCH Models. Handbook of Research on Emerging Theories, Models, and Applications of Financial Econometrics,* 287-300. Obtenido de https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-54108-8_12
- Klein, A., Gerhard, C., Büchner, R., Diestel, S., & Engel, S. (2016). *The Detection of Heteroscedasticity in Regression Models for Psychological Data. Psychological Test and Assessment Modeling,* 58(4), 567. Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Karin-Schermelleh-Engel/publication/311518028_The_Detection_of_Heteroscedasticity_in_Regressio_n_Models_for_Psychological_Data/links/584d117408ae4bc8992c45ea/The-Detection-of-Heteroscedasticity-in-Regression-Models-for-
- Lagos, D. (2013). *Análisis de las Prácticas de Gobierno Corporativo en la Bolsa de Valores de Colombia. AD-minister,* 23, 25-43. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1692-02792013000200003

- Lara, A. d. (2005). Medición y control de riesgo financiero. Limusa: Editorial Limusa.
- Laurente, L., & Machaca, R. (2020). Modelamiento y proyección de la demanda de turismo internacional en Puno-Perú. *Revista Brasileira de Pesquisa em Turismo*, 14, 34-55. Obtenido de <https://www.scielo.br/j/rbtur/a/wPTj9cKKxLgBTCmtMbGT73c/abstract/?lang=es>
- Laurente, L., & Quiñonez, F. (2019). Aplicación del modelo ARIMA para la producción de la papa en la región de Puno-Perú. *Revista de Investigación e Innovación Agropecuaria y de Recursos Naturales*, 6(1), 30-40. Obtenido de http://www.scielo.org.bo/scielo.php?pid=S2409-16182019000100006&script=sci_arttext
- Lazo, W. (2017). Una aproximación a la teoría general de la oferta pública de adquisición (OPA) y crítica a la regulación obligatoria de la OPA en el Perú: evidencia empírica en el mercado de valores peruano. *PUCP*. Obtenido de <https://repositorio.pucp.edu.pe/index/handle/123456789/110986>
- León, A., Betancur, J., Jaimes, F., & Grisales, H. (2016). Ronda clínica y epidemiológica : series de tiempo. *Series de tiempo. Iatreja*, 29(3), 373-381. Obtenido de <http://tesis.udea.edu.co/handle/10495/5587>
- León, S. (2015). Factores macroeconómicos que influyen en la volatilidad del índice accionario COLCAP. (*Doctotal dissertation Univerdidad EAFIT*). Obtenido de <https://repository.eafit.edu.co/handle/10784/7749>
- Lestari, K., Pasaribu, U., & Indratno, S. (2020). Modelling Stock Return Volatility using ARCH and GARCH Models. 1-6. Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Karunia-Lestari/publication/343392639_Modelling_Stock_Return_Volatility_using_ARCH_and_GARCH_Models/links/5f27f12092851cd302d58a54/Modelling-Stock-Return-Volatility-using-ARCH-and-GARCH-Models.pdf
- Lezama, J., Laverde, M., & Gómez, C. (2017). El Mercado De Valores Y Su Influencia En La Economía: Estudio Del Caso Colombiano 2001-2013 (the Stock Market and its Impact on the Economy: A Colombian Case Study 2001-2013). *Revista Internacional Administracion & Finanzas*, 10(2), 29-39. Obtenido de https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3039736
- Lin, Z. (2018). Modelling and forecasting the stock market volatility of SSE Composite Index using GARCH models. 79(3), 960-972.
- López, N., & Lourdes, M. (2020). Valuación del precio de opciones europeas sobre la relación peso mexicano/dólar estadounidense para el periodo 2004-2018. *Universidad Autónoma del Estado de México*. Obtenido de <http://ri.uaemex.mx/handle/20.500.11799/110164>
- Luis, D., & Beltrán, D. (2017). Factores que intervienen en la decisión de las personas naturales al invertir en el mercado de renta variable en la bolsa de valores de Colombia. *Universidad la Gran Colombia*. Obtenido de <https://repository.ugc.edu.co/handle/11396/4406>
- Mahadeva, L., & Robinson, P. (2009). Ensayo 76 Prueba de raíz unitaria para ayudar a la construcción de un modelo. *Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos*. Obtenido de <https://www.cemla.org/PDF/ensayos/pub-en-76.pdf>

- Makoko K, y. M. (2018). Modelling Return Volatility in the Main Board and the Alternative Exchange of the Johannesburg Stock Exchange: Application of GARCH Models. *Central and easter european online library*.
- Mallavia, Á. (2020). Comparativa de mercados over the counter y mercados organizados sobre futuros y opciones. *Repositorio abierto de la Universidad de Cantabria*. Obtenido de <https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/20432>
- Mauricio, J. (2007). Análisis de Series Temporales. *Universidad Complutense de Madrid*. Obtenido de <https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/42396751/518-2013-11-11-JAM-IAST-Libro-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1633973865&Signature=MbL7qrvlr2Fdr5fLK0v10BrIP1ZOcmrySelmn9DzN4sK729LMKaq12uD6vkGeGyGjcOY~ZL4M2XeaKPSf8kyRRwqnNRoeRziBIZGgK4al8g5YnrbNYzDklekKQyUiU>
- Mayo, A., Pérez, B., & Morales, Y. (2018). La Sustentabilidad en el mercaco de valores. *Instituto de invertigaciones economicas*. Obtenido de <http://ru.iiec.unam.mx/3798/>
- McCullagh, P., & Nelder, J. (2019). Generalized Linear Models. *Taylor & Francis Group*. Obtenido de <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.1201/9780203753736/generalized-linear-models-mccullagh-nelder>
- Mendes, M., & Pala, A. (2003). Type I Error Rate and Power of Three Normality Tests. *Pakistan Journal of Information and Technology*, 2(2), 135-139. Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Akin-Pala/publication/26556526_Type_I_Error_Rate_and_Power_of_Three_Normality_Tests/links/0046352d4e5f57e58d000000/Type-I-Error-Rate-and-Power-of-Three-Normality-Tests.pdf
- Menéndez, F. (2002). Residuos, Residuos studentizados y valores DFFIT. *Departamento de Sociología - Universidad de la República*. Obtenido de <https://tabarefernandez.tripod.com/coco2.pdf>
- Mert, Y. (2015). Generalized least squares and weighted least squares estimation methods for distributional parameters. *REVSTAT – Statistical Journal*, 13, 263-28. Obtenido de <https://www.ine.pt/revstat/autores/pdf/rs150306.pdf>
- Montalvo, C., Parreño, M., & Narváez, M. (2016). Costos y beneficios de la emisión de obligaciones y el apalancamiento financiero ante impuestos. *ECA Sinergia*, 7(1), 45-62.
- Montalvo, C., Valencia, L., parreño, M., & Narváez, M. (2016). Costos y beneficios de la emisión de obligaciones y el apalancamiento financiero ante imouestos. *ECA Sinergia*, 7(1), 45-62. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6197572>
- Montero, R. (2016). Modelos de regresión lineal múltiple. *Departamento de Economía Aplicada*. Obtenido de http://www.ugr.es/~montero/matematicas/regresion_lineal.pdf
- Montes, E., Calvete, F., & Mantilla, C. (2016). Aplicación de series de tiempo en la realización de pronósticos de producción. *El reventón energético*, 14(1), 79-88. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6371161>
- Montes, J. (2017). Mercado de divisas. *Revista Moneda*, 169, 39-43. Obtenido de https://scholar.google.es/scholar?hl=es&as_sdt=0%2C5&q=-

- %09Montes%2C+J.+%282017%29.+Mercado+de+divisas.+Revista+Moneda%2C+%28169%29%2C+39-43.&btnG=
- Montoro, C. (2007). Regresión lineal simple. *Métodos estadísticos en la ingeniería*, 1-11.
- Mora, A. (2009). *Diccionario de contabilidad, auditoria y control de gestión*. Madrid España: Editorial de economista .2008.
- Moral, I. (2016). Modelos de regresión: lineal simple y regresión logística. *Reviasta Seden*, 14, 195-214. Obtenido de <https://www.revistaseden.org/files/14-cap%2014.pdf>
- Morales, J. C., & Uribe, J. C. (2016). Introducción a Los Modelos Mixtos. *Escuela de estadística*. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/59699>
- Moreno, D., & Quintana, M. (2020). Moc-Teml: caso de estudio predicción de tendencia en los índices bursátiles de la Bolsa de Valores de Colombia. *Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas*. Obtenido de <https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/25102>
- Muñoz, N., Marino, B., & Thomas, L. (2021). Caracterización térmica de edificios aplicando el modelo de regresión lineal múltiple. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente - AVERMA*, 20, 21-32. Obtenido de <http://portalderevistas.unsa.edu.ar/ojs/index.php/averma/article/view/1346>
- Mutaju, M., & Pastory, D. (2019). Modeling Stock Market Volatility Using GARCH Models Case Study of Dar es Salaam Stock Exchange (DSE). *College of business education institucional repository*. Obtenido de <http://dspace.cbe.ac.tz:8080/xmlui/handle/123456789/360>
- Nasdaq Financial Glossary. (s.f.). *Stock exchanges*. Recuperado el 2021, de Nasdaq: <https://www.nasdaq.com/glossary/s/stock-exchanges>
- Nava, A. (2015). *Procesamiento de series de tiempo*. Mexico : Fondo de cultura economica .
- Navarro, J., Jiménez, D., & Borrás, R. (2019). *La sociedad del riesgo*. Barcelona: Paidós.
- Novalés, A. (2013). Midiendo el riesgo en mercados financieros. *Departamento de Economía Cuantitativa*. Obtenido de <https://www.ucm.es/data/cont/media/www/pag-41460/Volatilidad.pdf>
- Oliva, F., Corvo, M., & Peña, L. (2018). Previsión de tipos de cambio. Utilización del E-Views para el contraste de técnicas. *Cofin Habana*, 2(2), 156-168. Obtenido de Cofin Habana: http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S2073-60612018000200010&script=sci_arttext&tlng=en
- Organización Mundial de Comercio (OMC). (2017). Examen estadístico del comercio mundial 2017. *Ginebra* .
- Ortiz, F. (2017). Pronóstico de precios de petróleo: una comparación entre modelos GARCH y redes neuronales diferenciales. *Investigación económica*, 76(300), 105-126. Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S0185-16672017000200105&script=sci_abstract&tlng=pt
- Ortiz, G. C. (2018). La globalización económica del siglo XXI. Entre la mundialización y la desglobalización. *Estudios internacionales (Santiago)*, 50(191), 57-80. Obtenido de https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?pid=S0719-37692018000300057&script=sci_arttext&tlng=e
- Pájaro, A., & Ramos, G. (2015). Determinantes macroeconómicos del comportamiento de índice general de la Bolsa de Valores de Colombia. *Revista Aglala*, 6(1), 199-228. Obtenido de <https://revistas.curn.edu.co/index.php/aglala/article/view/727>

- Pájaro, A., & Ramos, G. (2015). Determinantes macroeconómicos del comportamiento de índice general de la Bolsa de Valores de Colombia. *Revista Aglala*, 6(1), 199-228. Obtenido de <https://revistas.curn.edu.co/index.php/aglala/article/view/727>
- Paredes, Ó. (2019). Modelos aditivos y su implementación en R. *Univeridad de valladolid*. Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/232122848.pdf>
- Pedrosa, I., Juarros, J., Robles, A., Basteiro, J., & García, E. (2015). Pruebas de bondad de ajuste en distribuciones simétricas, ¿qué estadístico utilizar?
- Pedrosa, I., Juarros, J., Robles, A., Basteiro, J., & García, E. (s.f.). Pruebas de bondad de ajuste en distribuciones simétricas, ¿qué estadístico utilizar? 0.
- Perazzi, R., & Orlandoni, G. (2017). ¿Evaluacionan las exportaciones Colombianas hacia un mercado más volátil? un análisis del periodo 1974-2014. *Revista de la facultad de Ciencias Económicas Investigación y Reflexión*, 25(1), 25-40. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/909/90949035003.pdf>
- Perez, F. (2015). Algunas consideraciones para modelizar el riesgo de mercado mediante la técnica vaR. Aplicada para el caso Español. *Accelerating the world's research*. Obtenido de https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/36610025/VaR_-_Riesgo_de_Mercado_2015_VFinal_ACEDE-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1633800909&Signature=LdOtsxhdc2BxsFK1YL~iTTKeEc2KZ4RdCT7wb2YJ6MGuLd0pxtlt-b815nDyPmTz2TeXDP40V63p1UfD523XmmYNj2GWpMdOUnKJ3qe0KmMfVt65hc
- Pérez, J. (2017). Determinación y análisis de las fases del ciclo bursátil en Colombia en el periodo 2001-2016. *Ciencia Unisalle*. Obtenido de <https://ciencia.lasalle.edu.co/economia/518/>
- Pierre, G. (2015). Las políticas de dividendos : análisis de las empresas del CAC 40. *Comillas Universidad Pontificia*. Obtenido de <https://repositorio.comillas.edu/xmlui/handle/11531/4428>
- Quinde, V., Bucaram, R., Saldaña, M., & Ordeñana, A. (2020). Relación entre el crecimiento y el desarrollo económico: caso Ecuador. *Revista Universidad y Sociedad*, 12(3), 60-66. Obtenido de http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S2218-36202020000300060&script=sci_arttext&tlng=pt
- Quintero, D. (2016). Los riesgos generados por el uso de los derivados financieros y la normativa internacional contable. *CONTADURÍA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA*, 69, 173-185. Obtenido de <https://revistas.udea.edu.co/index.php/cont/article/view/328436>
- Reddy, R., Bruhn, M., & Tan, C. (2013). apacidades financieras en Colombia: resultados de la encuesta nacional sobre comportamientos, actitudes y conocimientos financieros. *The World Bank*., 1-122. Obtenido de [https://www.bancomundial.org/content/dam/Worldbank/document/LAC/Capacidad es% 20Financieras% 20en% 20Colombia.pdf](https://www.bancomundial.org/content/dam/Worldbank/document/LAC/Capacidad%20Financieras%20en%20Colombia.pdf)
- Reina, M. (2010). Internacionalización de la economía colombiana: comercio e inversión. *Bogotá: CAF, BID*. Obtenido de <https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/43310620/ComercioExterior-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1634614838&Signature=dzrB444DmBp6W0F89dIR4tcK2EC4Ri>

- B0esLNhk0Hu~IwuZYa2mYkYUG6JXtGSNNvNscHTXgPpymR--
6Pe5gM33zjDWxhc4-X5CT~6rDUhtSan6MoT8Q-R72JgqqM04pd9zJfHg~n2c
- Rodríguez, M., & Ruiz, M. (2008). Atenuación de la asimetría y de la curtosis de las puntuaciones observadas mediante transformaciones de variables incidencia sobre la estructura factorial. *Psicológica: Revista de metodología y psicología experimental*, 29(2), 205-227. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2718372>
- Rodríguez, N. (2018). La bolsa de valores de Colombia, su naturaleza y su posición sobre las sociedades comisionistas de bolsa: el planteamiento del Service Level Agreement (SLA) como posible forma de mitigación. *Derecho PUCP*, 81, 265-302. Obtenido de http://www.scielo.org.pe/scielo.php?pid=S0251-34202018000200009&script=sci_arttext
- Rona, J. (2016). *Guía práctica de los instrumentos financieros derivados*. Lima Perú : Fondo Editorial de la PUCP.
- Rondinone, G., & Otto, E. (2016). Financiarización de commodities: la incidencia de la tasa de interés en el precio del frijol de soya durante el periodo 1990-2014. *Análisis Económico*, 31(77), 53-83. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/413/41345703004.pdf>
- Ruiz, M., & Sinchigalo, K. (2018). El empleo: factor determinante del desarrollo humano. *Boletín de coyuntura*, 9-12. Obtenido de <https://revistas.uta.edu.ec/erevista/index.php/bcoyu/article/view/666>
- Sandoya, F. (2020). Modelos ARCH y GARCH y su aplicación en la estimación de la volatilidad. *Matemáticas*, 2(1). Obtenido de <http://www.revistas.espol.edu.ec/index.php/matematica/article/view/723>
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The Analysis of Statistics*, 6, 461-464.
- Seier, E. (2003). Curtosis. *REvista de la Fac*, 2, 1-26.
- Shadish, W., Zuur, A., & Sullivan, K. (2014). Using generalized additive (mixed) models to analyze single case designs. *Journal of school psychology*, 52(2), 149-178. Obtenido de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022440513001064#!>
- Solano, L. (2019). Mercado de divisas. *Repositorio Institucional*,. Obtenido de <https://repository.upb.edu.co/handle/20.500.11912/4819>
- Sosa, J., Cutz, J., Guerrero, E., Kant'un, D., Medina, S., & Pant'í, H. (2018). Un paseo por el modelo GARCH y sus variantes. Obtenido de http://redi.uady.mx/bitstream/handle/123456789/649/Art_Un%20paseo%20por%20el%20modelo%20GARCH%20y%20sus%20variantes_2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Sosa, J., Cutz, J., Guerrero, E., Kantún, D., Medina, S., & Pantí, H. (2018). Un paseo por el modelo GARCH y sus variantes. Obtenido de http://redi.uady.mx/bitstream/handle/123456789/649/Art_Un%20paseo%20por%20el%20modelo%20GARCH%20y%20sus%20variantes_2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Sotomayor, R., & Castillo, J. (2016). Modelamiento de la volatilidad del índice general de la Bolsa de Valores de Lima, periodo 2009 – 2011. *Anales Científicos, Universida*

- Nacional Agraria la Molina*, 7(1), 1-7. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6171130>
- Toriz, N., Ramírez, M., Fernández, Y., Soria, J., & Barra, M. (2019). Comparación de modelos lineales y no lineales para estimar el riesgo de contaminación de suelos. *Agrociencia*, 53(2), 269-283. Obtenido de <https://www.agrociencia-colpos.mx/index.php/agrociencia/article/view/1784>
- Torrijos, J. (2019). Predicción de energía eólica con modelos autorregresivos. (*Bachelor's thesis*). Obtenido de <https://repositorio.uam.es/handle/10486/689127>
- Vargas, J. (2018). Los principales obstáculos del mercado de capitales en Colombia. Obtenido de <https://repository.cesa.edu.co/handle/10726/2286>
- Villa, M. (2018). *¿Por qué es importante invertir tu dinero?* Obtenido de <https://forbes.es/empresas/42248/por-que-es-importante-invertir-tu-dinero/>
- Villamar, F. (2013). El valor de los activos financieros de acuerdo a las expectativas. *Revista de Ciencias de la Administración y Economía*, 3(6), 211-220. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/5045/504550956008.pdf>
- Villavicencio, J. (2010). Introducción a Series de Tiempo. *Accelerating the world's research*. Obtenido de https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/38458362/manual_intro_series_tiempo-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1633994656&Signature=TEuIUVq4oAEfXG4H79TsEgcs3w7vpkY9eO9ySLn7UHEBMhGarLtzrAcx5IyXDFI~GUsBfbe4craODMwhk00J6JkVFgrQXM0QpR5TcwUFkW7O3DIE9-ZGAu6LA9xRu7rv