



Validación de metodología de estimación de incertidumbre de un laboratorio de metrología para la calibración de divisores de alta tensión

Wendy Patricia Hernández Acosta

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de ingeniería, Departamento de ingeniería eléctrica y electrónica
Bogotá, Colombia

2022

Validación de metodología de estimación de incertidumbre de un laboratorio de metrología para la calibración de divisores de alta tensión

Wendy Patricia Hernández Acosta

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título
de:

Magister en Automatización Industrial

Director:

PhD. Carlos Andres Perilla Rozo

Línea de Investigación:

Metrología eléctrica

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Departamento de ingeniería eléctrica y electrónica

Bogotá, Colombia

2022

A mi madre y a mi hermana por haberme acompañado y apoyado para llegar hasta aquí.

A mis amigos, que son como mi familia y siempre me apoyaron para poder culminar esta etapa.

Al Laboratorio de Ensayos Eléctricos Industriales - LABE y a los profesores encargados, por darme todas las herramientas y compartir su experiencia para culminar esta etapa.

Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.

Wendy Patricia Hernández Acosta

Fecha 07/03/2022

Agradecimientos

Agradezco al Laboratorio de Ensayos Eléctricos Industriales – LABE por permitirme realizar los experimentos requeridos para el desarrollo de este trabajo en sus instalaciones.

A mi director, Carlos Andrés Perilla Rozo, profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica y Jefe técnico del área de metrología del Laboratorio de Ensayos Eléctricos – LABE, por guiar este trabajo en la experimentación para obtener los resultados deseados.

Al profesor Francisco Javier Amórtegui Gil, profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica y Jefe técnico del área de ensayos del Laboratorio de Ensayos Eléctricos – LABE, por haber compartido su experiencia en trabajo en alta tensión y orientar mi trabajo.

Resumen

Validación de metodología de estimación de incertidumbre de un laboratorio de metrología para la calibración de divisores de alta tensión

En este trabajo se seleccionan dos metodologías de estimación de incertidumbre que pueden ser aplicadas a la calibración de divisores de alta tensión en un laboratorio de calibración que demuestra su competencia técnica con la norma ISO/IEC 17025. La primera es la metodología propuesta por la Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (GUM) que se basa en una aproximación de la serie Taylor de primer orden del modelo de la medición y la segunda metodología es el Método de Monte Carlo propuesto en el suplemento 1 de la GUM en la cual se realizan iteraciones teniendo en cuenta las funciones de distribución de probabilidad que componen el modelo de la medición. Se usan datos históricos de calibración y datos de experimentos realizados para realizar la validación de las metodologías.

Palabras clave: alta tensión, calibración, divisor, GUM, incertidumbre, metrología, Monte Carlo.

Abstract

Validation of the uncertainty estimation methodology of a metrology laboratory for the calibration of high voltage dividers

In this paper, for uncertainty estimation are selected two methodologies; which can be applied to the calibration of high voltage dividers in a calibration laboratory that demonstrates its technical competence with ISO / IEC 17025. The *Guide to the expression of uncertainty in measurement* (GUM) propose one methodology based on a first-order Taylor series approximation of the measurement model and the second methodology is the Monte Carlo Method proposed in Supplement 1 to the GUM, which makes iterations considering the probability distribution functions of the measurement model. To validate the methodologies, historical calibration data and experimental data are used.

Keywords: calibration, divider, GUM, high voltage, metrology, Monte Carlo uncertainty.

Contenido

	Pág.
1. Metodologías de estimación de incertidumbre	5
1.1 Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (GUM)	5
1.1.1 Modelo de medición.....	6
1.1.2 Evaluación Tipo A de la incertidumbre típica	7
1.1.3 Evaluación Tipo B de la incertidumbre típica	8
1.1.4 Estimación de la incertidumbre típica combinada	9
1.1.5 Estimación de la incertidumbre expandida.....	10
1.1.6 Elección del factor de cobertura.....	11
1.2 Propagación de distribuciones usando el método de Monte Carlo	15
1.2.1 Notación	16
1.2.2 Principios del MMC.....	17
1.2.3 Aproximación de MMC a las fases de propagación y resumen	18
1.2.4 Aplicación del MMC	19
1.2.5 Resultados a presentar.....	21
2. Calibración de divisores de alta tensión	23
2.1 Método de calibración según UNE-EN 60060-2	23
2.1.1 Comparación en el rango completo de medida asignado.....	25
2.1.2 Comparación en un rango limitado y linealidad.....	26
2.1.3 Variables de influencia.....	27
3. Validación de metodologías de estimación de incertidumbre	31
3.1 Variables seleccionadas para validación	31
3.1.1 Variables incluidas en el modelo de medición.....	32
3.1.2 Variables excluidas en el modelo de medición.....	33
3.2 Modelo de medición para validación.....	34
3.2.1 Parámetros para estimación de incertidumbre	35
4. Resultados de la validación	37
4.1 Calibraciones realizadas	37
4.1.1 Nivel de tensión	38
4.1.2 Temperatura y humedad relativa del espacio	39
4.1.3 Estabilidad de la fuente.....	41
4.2 Resultados de la estimación de incertidumbre	43
4.2.1 Resultados incluyendo la estabilidad a largo plazo	45
4.3 Resultados de validación.....	46
4.3.1 Resultados de validación para estabilidad a largo plazo	49
5. Conclusiones y recomendaciones	51

5.1	Conclusiones	51
5.2	Recomendaciones	52

Lista de figuras

	Pág.
Figura 2-1 Divisor de tensión	24
Figura 2-2 Método de calibración por comparación con un sistema de referencia	25
Figura 4-1 Factor de escala en diferentes niveles de tensión	39
Figura 4-2 Relación de transformación respecto a la temperatura ambiente con fuente Phenix	40
Figura 4-3 Relación de transformación respecto a la humedad ambiente con fuente Phenix	40
Figura 4-4 Relación de transformación respecto a la temperatura ambiente con fuente Haefely	41
Figura 4-5 Relación de transformación respecto a la humedad ambiente con fuente Haefely	41
Figura 4-6 Estabilidad fuente Haefely	42
Figura 4-7 Estabilidad fuente Phenix	42

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1-1 Valor de factor de cobertura k_p suponiendo una distribución normal	12
Tabla 3-1 Presupuesto de incertidumbre del modelo	35
Tabla 3-2 Contribuciones de incertidumbre Enfoque GUM	35
Tabla 3-3 FDP para aplicar el MMC.....	36
Tabla 4-1 Factores y niveles en diseño experimental	38
Tabla 4-2 Resultados por año Divisor de 25 kV	44
Tabla 4-3 Resultados por año Divisor de 50 kV	44
Tabla 4-4 Resultados por año Divisor de 100 kV	44
Tabla 4-5 Resultados por año Divisor de 150 kV	45
Tabla 4-6 Resultados por año Divisor de 25 kV	45
Tabla 4-7 Resultados por año Divisor de 50 kV	46
Tabla 4-8 Resultados por año Divisor de 100 kV	46
Tabla 4-9 Resultados por año Divisor de 150 kV	46
Tabla 4-10 Validación GUM por año Divisor de 25 kV	48
Tabla 4-11 Validación GUM por año Divisor de 50 kV	48
Tabla 4-12 Validación GUM por año Divisor de 100 kV	48
Tabla 4-13 Validación GUM por año Divisor de 150 kV	48
Tabla 4-14 Validación GUM por año Divisor de 25 kV	49
Tabla 4-15 Validación GUM por año Divisor de 50 kV	49
Tabla 4-16 Validación GUM por año Divisor de 100 kV	49
Tabla 4-17 Validación GUM por año Divisor de 150 kV	50

Lista de Símbolos y abreviaturas

A continuación, se presentan los subíndices y abreviaturas usadas en este documento.

Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
F	Factor de escala	---	Sección 2.1
G	Función de distribución	---	Sección 1.2
k	Factor de cobertura	---	Sección 1.1.6
M	Número de iteraciones	---	Sección 1.2
n	Número de observaciones	---	Sección 1.1
s	Desviación típica experimental	---	Ecuación (1.5)
T	Tiempo	---	Sección 2.1.3
u	Incertidumbre típica	---	Sección 1.1
U	Incertidumbre expandida	---	Ecuación (1.11)
X	<i>Magnitudes de entrada</i>	---	Ecuación (1.1)
Y	Mensurando	---	Ecuación (1.1)

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
σ	Varianza	---	Sección 1.1.2
ν	Grados de libertad	---	Sección 1.1.6

Subíndices

Subíndice	Término
c	Combinada
CC	Certificado de calibración
REF	Sistema de medida de referencia
SBC	Sistema bajo calibración

Abreviaturas

Abreviatura	Término
ANSI	American National Standards Institute
BIPM	Bureau International des Poids et Mesures
FDP	Función de densidad de probabilidad
GUM	Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (en inglés)

Abreviatura Término

<i>IEC</i>	International Electrotechnical Commission
<i>INM</i>	Institutos Nacionales de Metrología
<i>ISO</i>	International Organization for Standardization
<i>JCGM</i>	Joint Committee for Guides in Metrology
<i>MMC</i>	Método de Monte Carlo
<i>SBC</i>	Sistema bajo calibración

Introducción

La metrología es la ciencia de las mediciones y su aplicación (Joint Committee For Guides In Metrology, 2012) la cual ha sido aplicada y desarrollada durante décadas en todo el mundo. Actualmente el órgano principal de la metrología es el BIPM en Francia, allí es donde se produce la mayor cantidad de material de innovación e investigación en temas relacionados con la metrología. El BIPM se encarga entre muchos otros aspectos del mantenimiento y continua investigación de las unidades del sistema internacional de unidades (SI). Dentro de las actividades desarrolladas por el BIPM se encuentra el desarrollo de procedimientos para la realización de las unidades básicas y guías sobre expresión de incertidumbre. Es en el BIPM donde la trazabilidad de los resultados de las mediciones terminan entendiendo como trazabilidad la propiedad de un resultado de medida por el cual el resultado se puede relacionar con una referencia mediante una cadena ininterrumpida de calibraciones, las cuales cada una contribuye a la incertidumbre (Joint Committee For Guides In Metrology, 2012).

Siguiendo la cadena de trazabilidad se encuentran los INM que son las entidades de cada país encargadas de la metrología, estos se deben encargar de tener los patrones nacionales con trazabilidad al BIPM para así garantizar la trazabilidad de las mediciones en cada país. Estos institutos en su mayoría generan métodos de calibración para que los laboratorios del país hagan uso de ellos. Luego se pueden encontrar los laboratorios de calibración en los cuales se realizan las calibraciones de los equipos usados en la industria. Una vez los laboratorios de calibración cuentan con la trazabilidad, a diferencia de los INM, deben acreditarse para garantizar su competencia en la realización de las calibraciones.

En este proceso los laboratorios usualmente implementan los métodos normalizados que son los que se generan en los INM o en otras organizaciones que existen específicamente para generar estos métodos como IEC, IES, ISO, entre otros. Los laboratorios de calibración usan estos métodos ya que han sido validados y de esta forma únicamente se encargan de confirmar que están en la capacidad de ejecutar el mismo. Además, los

laboratorios que inician un proceso de acreditación deben cumplir con directrices dadas por los organismos internacionales de acreditación y normalización en metrología.

En varias partes del mundo se ha mostrado el interés por revisar métodos para calibración de divisores de alta tensión, en los cuales se han tomado diferentes variables en consideración como la forma de construcción de los divisores, la relación de transformación nominal de los divisores de alta tensión (Hirayama, Kobayashi, Murakami, & Kato, 2014), la cantidad de impedancias internas que el divisor pueda tener (Li, Wang, Zhang, Tang, & Xu, 2012), la facilidad de acceso a cada punto de conexión entre impedancias (Su, Chen, & Tsao, 1994), el nivel de tensión que pueden soportar (Styblikova & Draxler, 2008) (D'emilio, Gabanna, La Paglia, Negro, & Rua, 1985), entre otros. Estas investigaciones se han enfocado en buscar métodos de calibración y equipos de referencia de altas especificaciones sin embargo no se ha consolidado un método que tenga en cuenta todas las variables de influencia de esta calibración para la estimación de incertidumbre.

Recientemente en la Universidad Nacional de Colombia en el laboratorio de metrología eléctrica se ha planteado un procedimiento de calibración basado en el método normativo internacional UNE-EN 60060-2 Técnica de ensayo de alta tensión Parte 2: Sistemas de medida, en este método se plantean algunas posibles variables de interés que se pueden tener en cuenta en la calibración y la metodología para la estimación de la incertidumbre de medida. Como se mencionó antes, los laboratorios deben cumplir con ciertos requisitos cuando implementa un método de calibración, uno de estos requisitos es realizar la estimación de incertidumbre usando la GUM.

Para el caso de estudio de la calibración de divisores de alta tensión, la metodología planteada en el método normativo, debe ser validada ya que la función de distribución de probabilidad de la mayoría de las variables a tener en cuenta, tienen un comportamiento uniforme o rectangular lo que podría no cumplir todas las condiciones dadas por el teorema de límite central en la GUM (Joint Committee for Guides in Metrology, 2008a).

Se debe tener en cuenta que para tener resultados válidos en la calibración de un divisor de alta tensión, la incertidumbre de la medida debe ser menor al 1% por lo que si no se cumplen los requisitos del teorema de límite central, al aplicar la metodología GUM dicha incertidumbre estimada podría ser mayor al requisito, en cambio usando otra metodología

como el método de Monte Carlo, metodología descrita en el suplemento 1 de la GUM (Joint Committee for Guides in Metrology, 2008b) se podría obtener una incertidumbre menor acorde con el comportamiento del resultado de medida. Por lo que se hace necesario validar las dos posibles metodologías con resultados de medida reales y de esta forma seleccionar la metodología más apropiada para la estimación de incertidumbre en el caso de estudio aquí presentado.

1. Metodologías de estimación de incertidumbre

Es necesario saber que cuando se realiza una medición y se entrega un resultado se debe dar un indicador de la calidad de ese resultado para así permitir que exista una comparación cuando se requiera. El concepto de incertidumbre se incorporó desde que se reconoció que aun cuando se contemplan todos los posibles errores que afectan una medición aun existirá una duda sobre el valor de una magnitud medida. Por esto se estableció el desarrollo de metodologías aceptadas mundialmente para la evaluación y expresión de incertidumbre (Joint Committee for Guides in Metrology, 2008a) .

En este capítulo se presentan las dos metodologías seleccionadas para realizar la validación: Metodología de la Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (*GUM por su sigla en inglés*) que se basa en una aproximación de la serie Taylor de primer orden del modelo de la medición y el Método de Monte Carlo propuesto en el Suplemento 1 de la GUM en la cual se realiza la propagación de las funciones de distribución de probabilidad de las entradas y la salida del modelo de la medición. Estas metodologías fueron seleccionadas teniendo en cuenta que un laboratorio de calibración que aplica la norma ISO/IEC 17025 y que se acredita con organismos autorizados, debe cumplir con los requisitos establecidos por la norma y por el organismo.

1.1 Guía para la expresión de la incertidumbre de medida (GUM)

Se evidencia que en la actualidad la metodología exigida para la estimación de incertidumbre en un laboratorio de calibración es la que se da en el documento GUM, por eso a continuación se procederá con la explicación de los aspectos más relevantes de este documento.

1.1.1 Modelo de medición

Idealmente la incertidumbre se podría evaluar mediante la variación de todas las magnitudes de las que depende un resultado usando métodos estadísticos, pero por limitaciones de recursos en la práctica, la determinación de la incertidumbre se debe realizar usando un modelo matemático y la ley de propagación de incertidumbres. Normalmente un mensurando Y se obtiene a partir de otras N magnitudes denominadas aquí como $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ relacionadas por la función f así:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N) \quad (1.1)$$

En la función f se deben colocar tantas magnitudes de entrada como sean necesarias ya que esta debe representar el mensurando con la exactitud requerida por el resultado de medida. Estas magnitudes pueden provenir de hechos observados durante la medición, de datos basados en la experiencia o de datos tomados de publicaciones oficiales.

La estimación del mensurando Y , representada por y , se obtiene a partir de la ecuación (1.1), utilizando las estimaciones de las entradas $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ así la estimación de salida y , que sería el resultado de medición está dada por

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N) \quad (1.2)$$

La desviación típica estimada asociada al resultado de medida y , es la incertidumbre típica combinada y estará representada por $u_c(y)$ y se determina a partir de la desviación típica estimada asociada a cada estimación de entrada x_i , las cuales se denominan incertidumbres típicas y se representan por $u(x_i)$.

Cada estimación de entrada x_i y las incertidumbres típicas asociadas $u(x_i)$ provienen de distribuciones de valores posibles de cada magnitud de entrada X_N . Esta distribución de probabilidad puede basarse en una distribución de frecuencias es decir, en una serie de observaciones de X_N o en una distribución supuesta *a priori*. Siendo las primeras evaluaciones tipo A de la incertidumbre típica y las segundas evaluaciones tipo B de la incertidumbre típica.

1.1.2 Evaluación Tipo A de la incertidumbre típica

La mejor estimación de la esperanza matemática μ_q de una variable aleatoria q , de la que se han realizado n observaciones independientes q_k en las mismas condiciones de medida, es la media aritmética \bar{q} de las n observaciones.

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k \quad (1.3)$$

Por esto para una magnitud de entrada X_i estimada a partir de n observaciones repetidas e independientes $X_{i,k}$, la media aritmética \bar{X}_i obtenida de la ecuación (1.3) es utilizada como estimación de entrada x_i en la ecuación (1.2) para determinar el resultado de medida y , teniendo que $x_i = \bar{X}_i$.

Los valores de las observaciones individuales q_k difieren por los efectos aleatorios, por lo que la varianza experimental de las observaciones, que estima la varianza σ^2 de la distribución de probabilidad de q esta dada por:

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (1.4)$$

La raíz cuadrada positiva de la ecuación (1.4), denominada desviación típica experimental representa la variabilidad de los valores observados q_k , más específicamente su dispersión alrededor de la media \bar{q} . La mejor estimación de $\sigma^2(\bar{q}) = \sigma^2/n$, varianza de la media, viene dada por

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} \quad (1.5)$$

La desviación típica experimental de la media $s(\bar{q})$, igual a la raíz cuadrada positiva de $s^2(\bar{q})$, determina la bondad con que \bar{q} estima la esperanza matemática de μ_q de q , y puede ser usada como incertidumbre de \bar{q} .

Así que para una magnitud de entrada X_i obtenida a partir de n observaciones repetidas e independientes $X_{i,k}$, la incertidumbre típica $u(x_i)$ de su estimación $x_i = \bar{X}_i$ es $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$, con $s^2(\bar{X}_i)$ calculada según la ecuación (1.5).

1.1.3 Evaluación Tipo B de la incertidumbre típica

Para una estimación x_i de una magnitud de entrada X_i no obtenida a partir de observaciones repetidas, la incertidumbre típica $u(x_i)$ se establecen por decisión científica basada en la información disponible de X_i . La información puede provenir de:

- a. mediciones previas;
- b. experiencia sobre el comportamiento de los materiales e instrumentos utilizados;
- c. especificaciones de fabricante;
- d. datos de certificados de calibración;
- e. incertidumbres asignadas a valores de referencia publicados en medios oficiales.

Si la estimación x_i se obtiene a partir de una especificación del fabricante, de un certificado de calibración o de una publicación, y su incertidumbre viene dada como un múltiplo específico de una desviación típica, la incertidumbre típica $u(x_i)$, es simplemente el cociente entre el valor indicado y el factor multiplicador.

Si la incertidumbre no viene expresada de esa forma, puede estar definida en un nivel de confianza que suele ser 90 %, 95 % o 99 % y a menos que, se de una indicación, puede suponerse que se ha usado una *distribución normal* para estimarla, obteniendo así la incertidumbre típica $u(x_i)$ como una división del valor de incertidumbre por el factor correspondiente de la distribución normal. Siendo este factor igual a 1,64; 1,96 o 2,58 respectivamente para los niveles de confianza dados anteriormente.

En otros casos, solo se puede estimar límites inferior y superior para X_i , y así decir que “la probabilidad que el valor de X_i este comprendido en el intervalo de a_- a a_+ es prácticamente igual a 1 y la probabilidad de que X_i este fuera de este intervalo es casi 0”. Teniendo de esta forma la descripción de una distribución uniforme o rectangular. Entonces x_i , esperanza matemática de X_i , está en el punto medio del intervalo, $x_i = (a_- + a_+)/2$, con varianza asociada

$$u^2(x_i) = (a_+ - a_-)^2 / 12 \quad (1.6)$$

Y si la diferencia entre los límites $a_+ - a_-$ se considera como $2a$, entonces la ecuación (1.6) se convierte en

$$u^2(x_i) = a^2 / 3 \quad (1.7)$$

1.1.4 Estimación de la incertidumbre típica combinada

La incertidumbre típica de y , siendo esta la estimación del mensurando Y es decir el resultado de medida, se obtiene componiendo adecuadamente las incertidumbres típicas de las estimaciones de entrada $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$. Esta incertidumbre típica combinada se nota como $u_c(y)$ y es la raíz cuadrada positiva de la varianza combinada $u_c^2(y)$ dada por la ecuación (1.8)

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) \quad (1.8)$$

Donde f es la función de la ecuación (1.1) y cada $u(x_i)$ es una incertidumbre típica evaluada ya sea como tipo A (Ver 1.1.2) o tipo B (Ver 1.1.3). La ecuación (1.8) se encuentra basada en un desarrollo en serie de Taylor de primer orden de $Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N)$, expresa lo que en GUM se denomina *ley de propagación de la incertidumbre*.

Las derivadas parciales $\partial f / \partial x_i$ son iguales a $\partial f / \partial X_i$ calculadas para $X_i = x_i$, estas son conocidas como coeficientes de sensibilidad y describen como varía la estimación de salida y , en función de las variaciones de las estimaciones de entrada $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$.

Específicamente, la variación de y producida por una pequeña variación Δx_i en la estimación de entrada x_i viene dada por $(\Delta y)_i = (\partial f / \partial x_i)(x_i)$. Si esta variación es debida a la incertidumbre típica de la estimación x_i , la variación correspondiente de y es $(\partial f / \partial x_i) u(x_i)$. La varianza combinada $u_c^2(y)$ puede considerarse entonces como una

suma de términos, cada uno de ellos representando la varianza estimada asociada a y , debido a la varianza estimada asociada a cada estimación de entrada x_i , por lo que la ecuación (1.8) se puede escribir de la forma

$$u_c^2(y) = \sum_{j=1}^N [c_j u(x_j)]^2 \equiv \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (1.9)$$

Donde

$$c_i \equiv \partial f / \partial x_i, \quad u_i(y) \equiv |c_i| u(x_i) \quad (1.10)$$

Los coeficientes de sensibilidad $\partial f / \partial x_i$ pueden determinarse de forma experimental, midiendo la variación de Y producida por una variación de X_i dada, manteniendo constantes las otras magnitudes de entrada. Así, el conocimiento de la función f se reduce a un desarrollo empírico en serie de Taylor de primer orden, basado en los coeficientes de sensibilidad medidos.

1.1.5 Estimación de la incertidumbre expandida

Con el propósito de dar un valor de la incertidumbre que defina, alrededor del resultado de medida, un intervalo en el interior del cual pueda encontrarse gran parte de la distribución de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando, se da una nueva expresión de incertidumbre que se denomina *incertidumbre expandida*, se representa por U y se obtiene multiplicando la incertidumbre típica combinada $u_c(y)$ por un *factor de cobertura* k :

$$U = k u_c(y) \quad (1.11)$$

Es conveniente expresar el resultado de una medición de la forma $Y = y \pm U$, diciendo así que la mejor estimación del valor atribuible al mensurando Y es y , y que puede esperarse que en el intervalo que va de $y - U$ a $y + U$ esté comprendida una fracción importante de la distribución de valores que podrían ser razonablemente atribuidos a Y .

Según GUM, U define alrededor del resultado de medición, un intervalo que comprende una fracción elevada p de la distribución de probabilidad representada por este resultado y su incertidumbre típica combinada, siendo p la *probabilidad o nivel de confianza* de dicho intervalo. Se debe estimar e indicar el nivel de confianza p asociado al intervalo definido por U .

El hecho de multiplicar $u_c(y)$ por una constante no da información nueva, solo presenta la información existente de forma diferente.

1.1.6 Elección del factor de cobertura

El valor del factor de cobertura k se elige en función del nivel de confianza requerido para el intervalo $y \pm U$. Normalmente, k toma un valor entre 2 y 3, sin embargo en ciertos casos, k puede tomar otros valores. La elección de dicho valor puede facilitarse dada la experiencia y conocimiento sobre la utilización de los resultados de medida.

Idealmente, debería escogerse un valor específico del factor de cobertura k que de un intervalo $Y = y \pm U = y \pm k u_c(y)$ correspondiente a un nivel de confianza particular p , por ejemplo, un 95 % o un 99 % y, de forma equivalente, para un valor dado de k , debería ser posible enunciar de forma inequívoca el nivel de confianza asociado a dicho intervalo.

En la práctica, es necesario un conocimiento amplio de la distribución de probabilidad que caracteriza al resultado de medida y , y su incertidumbre típica combinada $u_c(y)$. Por ejemplo, para una magnitud z descrita por una distribución normal, de esperanza matemática μ_z y desviación típica σ , es fácil calcular el valor de k_p que proporciona un intervalo $\mu_z \pm k_p \sigma$ con una probabilidad o nivel de confianza p ., como se muestra en la Tabla 1-1.

Si se conocen las distribuciones de probabilidad de las magnitudes de entrada $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$, de las que depende el mensurando Y y si Y es una función lineal de las magnitudes de entrada; es decir, $Y = c_1 X_1 + c_2 X_2 + c_3 X_3 + \dots + c_N X_N$, la distribución de probabilidad de Y puede entonces obtenerse mediante convolución de las distribuciones de probabilidad individuales. Y los valores de k_p que proporcionan intervalos

correspondientes a niveles de confianza específicos p pueden calcularse a partir de la distribución resultante de la convolución. En la práctica, teniendo en cuenta que las distribuciones de probabilidad de las magnitudes de entrada son habitualmente estimaciones, que no es realista esperar que el nivel de confianza correspondiente a un intervalo dado pueda conocerse con un alto grado de exactitud y que la convolución es difícil de realizar, en su lugar, se utilizan aproximaciones basadas en el teorema del límite central.

Tabla 1-1 Valor de factor de cobertura k_p suponiendo una distribución normal

Nivel de confianza p (en porcentaje)	Factor de cobertura k_p
68,27	1
90	1,645
95	1,960
95,45	2
99	2,576
99,73	3

▪ Teorema de límite central

Si $Y = c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_3 + \dots + c_NX_N = \sum_{i=1}^N c_iX_i$, y todas las X_i vienen caracterizadas por distribuciones normales, la distribución de Y , resultante de la convolución, también es normal. No obstante, aunque las distribuciones de X_i no sean normales, es posible suponer una distribución normal para Y , teniendo en cuenta el teorema del límite central.

Este teorema establece que la distribución de Y será aproximadamente normal, con esperanza matemática $E(Y) = \sum_{i=1}^N c_iE(X_i)$ y varianza $\sigma^2(Y) = \sum_{i=1}^N c_i^2\sigma^2(X_i)$, donde $E(X_i)$ es la esperanza matemática de X_i y $\sigma^2(X_i)$ es la varianza de X_i , siempre que las X_i sean independientes y $\sigma^2(Y)$ sea mucho mayor que cualquier otra componente $c_i^2\sigma^2(X_i)$ de una X_i cuya distribución no sea normal.

Una consecuencia práctica del teorema de límite central es que siempre que pueda demostrarse que se cumplen aproximadamente las hipótesis para su validez, en particular que la incertidumbre típica combinada $u_c(y)$ no este dominada por una componente de incertidumbre típica obtenida por una evaluación tipo A basada en unas pocas observaciones, o por una componente de incertidumbre típica obtenida por evaluación tipo

B basada en una distribución rectangular, una primera aproximación razonable para el cálculo de una incertidumbre expandida $U_p = k_p u_c(y)$ que proporcione un intervalo con un nivel de confianza p , es utilizar para k_p un valor tomado de la distribución normal, como los presentados en la Tabla 1-1.

- **La distribución t y los grados de libertad**

Para obtener una mejor aproximación que la citada en la sección anterior, se debe saber que para el cálculo de un intervalo de nivel de confianza específico se necesita, no la distribución de la variable $[Y - E(Y)]/\sigma(Y)$, sino la distribución de la variable $(y - Y)/u_c(y)$. Debido a que en la práctica, solo se dispone de y , estimación de Y obtenida a partir de $y = \sum_{i=1}^N c_i x_i$, donde x_i es la estimación de X_i , la varianza combinada asociada a y , $u_c^2(y)$, evaluada a partir de $u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)$, donde $u(x_i)$ es la incertidumbre típica de la estimación x_i .

Si z es una variable aleatoria normalmente distribuida, con esperanza matemática μ_z y desviación típica σ , y \bar{z} es la media aritmética de n observaciones independientes z_k de z , siendo $s(\bar{z})$ la desviación típica experimental de \bar{z} , entonces la distribución de la variable $t = (\bar{z} - \mu_z)/s(\bar{z})$ es la *distribución t o distribución de Student*, que tiene $\nu = n - 1$ grados de libertad.

Por tanto, si el mensurado Y es simplemente una única magnitud X normalmente distribuida, $Y = X$; y si X se estima mediante la media aritmética \bar{X} de n observaciones repetidas independientes X_k de X , con una desviación típica experimental de la media $s(\bar{X})$, entonces la mejor estimación de Y es $y = \bar{X}$ y la desviación típica experimental de esta estimación es $u_c(y) = s(\bar{X})$. Entonces $t = (\bar{z} - \mu_z)/s(\bar{z}) = (\bar{X} - X)/s(\bar{X}) = (y - Y)/u_c(y)$ sigue una distribución t , con

$$\begin{aligned} Pr[-t_p(\nu) \leq t \leq t_p(\nu)] &= p \\ Pr[-t_p(\nu) \leq (y - Y)/u_c(y) \leq t_p(\nu)] &= p \end{aligned} \tag{1.12}$$

Donde Pr significa “probabilidad de” y el factor t, t_p , es el valor de t para un valor dado del parámetro ν , los grados de libertad, de forma que la fracción p de la distribución t esté

comprendida en el intervalo $-t_p(v)$ a $+t_p(v)$. En consecuencia, la incertidumbre expandida sería

$$U_p = k_p u_c(y) = t_p(v) u_c(y) \quad (1.13)$$

▪ Grados efectivos de libertad

En general, la distribución t no describe la distribución de la variable $(y - Y)/u_c(y)$ si $u_c^2(y)$ es la suma de dos o más componentes de varianzas estimadas $u_i^2(y) = c_i^2 u^2(x_i)$, ni siquiera si cada x_i es la estimación de una magnitud de entrada X_i distribuida normalmente. Sin embargo, es posible aproximarse a la distribución a la distribución de esta variable por medio de una distribución t con un número *efectivo* de grados de libertad v_{eff} obtenido mediante la fórmula de Welch-Satterthwaite

$$\frac{u_c^4(y)}{v_{eff}} = \sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i} \quad (1.14)$$

o

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}}$$

Donde $u_c^4(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y)$.

En la práctica, $u_c(y)$ depende de las incertidumbres típicas $u(x_i)$ de las estimaciones de entrada de las magnitudes, unas distribuidas normalmente y otras no, obteniéndose las $u(x_i)$ a partir tanto de distribuciones de frecuencia como de probabilidad a priori. Así mismo para la estimación y y de las estimaciones de entrada x_i de las que depende y . Sin embargo, la distribución de probabilidad de la función $t = (y - Y)/u_c(y)$ puede aproximarse mediante la distribución t , si ésta se desarrolla en serie de Taylor en torno a su esperanza matemática. Esto es lo que se consigue esencialmente, en la aproximación de menor orden, mediante la fórmula de Welch-Satterthwaite presentada en la ecuación (1.14).

Para esto se debe saber cuál es el número de grados de libertad a asignar a una incertidumbre típica obtenida mediante evaluación tipo B, cuando v_{eff} se calcula mediante la ecuación (1.14). Dado que la definición de grados de libertad admite que ν , tal como aparece en la distribución t , es una medida de la incertidumbre de la varianza $s^2(\bar{z})$, puede utilizarse la siguiente ecuación para definir el número de grados de libertad ν_i ,

$$\nu_i \approx \frac{1}{2} \frac{u^2(x_i)}{\sigma^2[u(x_i)]} \approx \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2} \quad (1.15)$$

Los corchetes grandes en la ecuación (1.15) es la incertidumbre relativa de $u(x_i)$. Para las evaluaciones tipo B se trata de una magnitud subjetiva que se obtiene mediante juicio científico basado en el conjunto de informaciones disponibles.

Una vez se tienen los v_{eff} , se debe obtener el factor $t_p(v_{eff})$ de la ecuación (1.13) para el nivel de confianza deseado, usando las tablas disponibles para la distribución t .

En ciertos casos, no se satisfacen las condiciones del teorema del límite central y la aproximación propuesta en la ecuación (1.13) conlleva resultados inaceptables. Por ejemplo, si $u_c(y)$ esta dominada por una componente evaluada a partir de una distribución rectangular cuyos límites exactamente conocidos, es posible $[si t_p(v_{eff}) > \sqrt{3}]$ que $y + U_p$ e $y - U_p$, puedan estar fuera de los límites de la distribución de probabilidad de la magnitud de salida Y . Estos casos deben tratarse de forma individual y normalmente usar otras aproximaciones analíticas.

1.2 Propagación de distribuciones usando el método de Monte Carlo

Teniendo en cuenta que en algunos casos se puede no cumplir con las condiciones del teorema central o $u_c(y)$ puede estar dominada por una componente evaluada a partir de una distribución rectangular, se ha establecido otro método para la propagación de incertidumbres y es conocido como el método Monte Carlo (MMC). Este método también se usa cuando sea difícil aplicar el enfoque de GUM sobre la incertidumbre, por ejemplo, debido a la complejidad del modelo.

Además, este método permite realizar la validación de la metodología GUM debido a que el campo de aplicación del MMC es mayor por el procedimiento, que se basa en las funciones de densidad de probabilidad de cada entrada del modelo.

Con este método se puede obtener una representación de la función de densidad de probabilidad de la magnitud de salida, de la cual puede obtenerse:

- a. una estimación de la magnitud de salida,
- b. la incertidumbre típica asociada a esa estimación
- c. un intervalo de cobertura para dicha magnitud correspondiente a una probabilidad de cobertura determinada.

1.2.1 Notación

- a. El modelo matemático de medición de una magnitud simple (escalar) puede expresarse como una relación funcional f .

$$Y = f(\mathbf{X}) \tag{1.16}$$

Donde Y es una magnitud escalar de salida y \mathbf{X} representa las N magnitudes de entrada $(X_1, \dots, X_N)^T$. Cada X_i se considera como una variable aleatoria con ξ_i valores posibles y esperanza matemática x_i . Y es una variable aleatoria con η valores posibles y esperanza matemática y .

- b. Para este método para indicar una FDP y una función de distribución, se utilizan los símbolos g y G respectivamente.
- c. A una magnitud se le asigna una FDP, que puede ser una magnitud escalar X o una magnitud vectorial \mathbf{X} . Si es escalar, la FDP de X se indica por $g_x(\xi)$, donde ξ es una variable que describe los valores posibles de X . Esta X se considera como una variable aleatoria con esperanza matemática $E(X)$ y varianza $V(X)$.

- d. Cuando los elementos X_i de \mathbf{X} son independientes, la FDP de X_i se indica de la forma $g_{x_i}(\xi_i)$.
- e. La FDP de Y se representa por $g_Y(\eta)$ y la función de distribución de Y por $G_Y(\eta)$.

1.2.2 Principios del MMC

▪ Fases del método

El MMC tiene tres fases principales para la evaluación de la incertidumbre y son, formulación, propagación y resumen:

- a. Formulación:
 - definir la magnitud de salida Y , el mensurando;
 - determinar las magnitudes de entrada $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_N)^T$ de las que depende Y ;
 - desarrollar un modelo que relacione Y y \mathbf{X} ;
 - asignar las FDP que correspondan a cada magnitud de entrada;
- b. Propagación: propagar las FDP de las X_i mediante el modelo para obtener la FDP de Y ;
- c. Resumen: utilizar la FDP de Y para obtener:
 - la esperanza matemática de Y , considerada como una estimación y de la magnitud,
 - la desviación típica de Y , considerada como la incertidumbre típica $u(y)$ asociada a y ,
 - Un intervalo de cobertura que contenga Y con una probabilidad específica.

▪ Propagación de distribuciones

Se establece una aproximación generalmente eficaz para determinar la función de distribución para la Y considerada.

$$G_Y(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} g_Y(z) dz \quad (1.17)$$

▪ Obtención de información

Una estimación y de Y es la esperanza matemática $E(Y)$. La incertidumbre típica $u(y)$ asociada a y viene dada por la desviación típica de Y , la raíz cuadrada con signo positivo de la varianza $V(Y)$ de Y .

Un intervalo de cobertura de Y se puede determinar a partir de $G_Y(\eta)$. Si α representa cualquier valor numérico comprendido entre 0 y $1 - p$, donde p es la probabilidad de cobertura requerida, los puntos extremos de un intervalo de cobertura $100p\%$ de Y son $G_Y^{-1}(\alpha)$ y $G_Y^{-1}(p + \alpha)$, es decir los percentiles α y $(p + \alpha)$ de $G_Y(\eta)$.

La elección de $\alpha = (1 - p)/2$ da el intervalo de cobertura definido mediante los percentiles $(1 - p)/2$ y $(1 + p)/2$, proporcionado un intervalo de cobertura $100p\%$ simétrico en cuanto a probabilidad.

El intervalo de cobertura $100p\%$ simétrico respecto a la probabilidad y el menor intervalo de cobertura $100p\%$ son idénticos para FDP simétricas, tales como la distribución gaussiana y la distribución t .

1.2.3 Aproximación de MMC a las fases de propagación y resumen

El MMC da una aproximación general para obtener una representación numérica aproximada G de la función de distribución $G_Y(\eta)$ de Y . El punto clave de la propuesta es muestrear repetidamente a partir de las FDP de las X_i y evaluar el modelo de cada caso.

Puesto que $G_Y(\eta)$ codifica toda la información conocida acerca de Y , cualquier propiedad de Y tales como la esperanza matemática, la varianza y los intervalos de cobertura pueden aproximarse utilizando G . La calidad de los resultados mejora al aumentar el número de veces que se muestrean las FDP.

Las esperanzas matemáticas y varianzas se pueden determinar directamente a partir del conjunto de valores obtenidos del modelo. La determinación de intervalos de cobertura exige que estos valores del modelo estén ordenados.

Si y_r , para $r = 1, \dots, M$, representa valores del modelo de una distribución de probabilidad de Y muestreados independientemente, entonces la esperanza matemática $E(Y)$ y la varianza $V(Y)$ pueden aproximarse utilizando los y_r . En general, los momentos de Y se aproximan para aquellos valores del modelo muestreados.

M_{y_0} indica el número de y_r que no son superiores a cualquier número prefijado y_0 . La probabilidad $\Pr(Y \leq y_0)$ se aproxima mediante M_{y_0}/M . De esta forma, y_r proporciona una función escalón aproximada a la función de distribución $G_Y(\eta)$.

Cada y_r se obtiene mediante el muestreo aleatorio de cada una de las FDP de X_i y la evaluación del modelo para los valores obtenidos del muestreo. La salida primaria del MMC, \mathbf{G} , está formada por los y_r dispuestos en orden estrictamente creciente.

1.2.4 Aplicación del MMC

▪ Número de reiteraciones en el MMC

Teniendo en cuenta las fases establecidas del método y que la eficacia del MMC para determinar y , $u(y)$ y un intervalo de cobertura de Y depende de la utilización de un valor de M adecuadamente grande, es decir, el número de veces que se evaluará el modelo de medición. Un valor de $M=10^6$ suele dar un intervalo de cobertura del 95% para la magnitud de salida.

Debe elegirse un valor de M grande, comparado con $1/(1-p)$. Así se espera que \mathbf{G} proporcione una representación discreta y razonable de $G_Y(\eta)$ en las regiones cercanas a los límites de un intervalo de cobertura del $100p\%$ de Y .

- **Muestreo a partir de distribuciones de probabilidad**

Cuando se aplica MMC, se obtienen M vectores x_r , $r = 1, \dots, M$ a partir de las funciones de densidad de probabilidad (FDP) $g_{X_i}(\xi_i)$ para las N magnitudes de entrada X_i .

- **Evaluación del modelo**

Se calculan los M valores del modelo a partir de las FDP de las N magnitudes de entrada. Los M valores serían x_1, \dots, x_M , donde el r -ésimo valor x_r comprende $x_{1,r}, \dots, x_{N,r}$, siendo $x_{1,r}$ un valor para X_i obtenido a partir de su FDP. Entonces, los valores para el modelo serán:

$$y_r = f(x_r), r = 1, \dots, M \quad (1.18)$$

- **Estimación de la magnitud de salida y de su incertidumbre típica asociada**

La media

$$\hat{y} = \frac{1}{M} \sum_{r=1}^M y_r \quad (1.19)$$

Y la desviación típica $u(\hat{y})$ calculada como:

$$u^2(\hat{y}) = \frac{1}{M-1} \sum_{r=1}^M (y_r - \hat{y})^2 \quad (1.20)$$

Se toman, respectivamente, como una estimación y de Y , y su incertidumbre típica $u(y)$ asociada a y .

- **Intervalo de cobertura para una magnitud de salida**

Un intervalo de cobertura para Y puede determinarse a partir de la representación discreta G de $G_Y(\eta)$.

Sea $q = pM$, si pM es un entero. Si no es así, tómesese q como la parte entera de $pM + 1/2$. Entonces $[y_{inf}, y_{sup}]$ es un intervalo de cobertura del 100p% para Y donde, para cualquier $r = 1, \dots, M - q$, $y_{inf} = y_{(r)}$ y $y_{sup} = y_{(r+q)}$. El intervalo de cobertura con probabilidad simétrica del 100p% se calcula tomando $r = (M - q)/2$, si $(M - q)/2$ es un entero, o la parte entera de $(M - q + 1)/2$ en caso contrario. El menor intervalo de cobertura del 100p% se obtiene tomando un r tal que, para $r = 1, \dots, M - q$, $y_{(r+q)} - y_{(r)} \leq y_{(r+q)} - y_{(r)}$.

1.2.5 Resultados a presentar

Cuando se sigue el método de propagación de distribuciones, es conveniente proporcionar la siguiente información:

- a. una estimación y de la magnitud de salida Y ;
- b. la incertidumbre típica $u(y)$ asociada a y ;
- c. la probabilidad de cobertura 100p % establecida;
- d. los límites del intervalo de cobertura seleccionado 100p % para Y ;
- e. cualquier otra información relevante, por ejemplo, si el intervalo de cobertura es simétrico con respecto a la probabilidad o si se trata del menor intervalo de cobertura.

Para representar de forma adecuada $u(y)$ suele ser suficiente emplear uno o dos dígitos significativos.

2. Calibración de divisores de alta tensión

El propósito de la calibración de un divisor de alta tensión es la determinación de su factor de escala o relación de transformación, no el error de la medición como es común en la mayoría de las calibraciones y también estimar la incertidumbre de dicho factor de escala.

En este capítulo se explicará el método de calibración que se aplica a la calibración de divisores de alta tensión según el documento normativo UNE-EN 60060-2 y las variables de influencia en este proceso para posteriormente determinar el modelo de medición aplicable con el cual se determinará la incertidumbre de medida, ya sea usando enfoque GUM o MMC.

2.1 Método de calibración según UNE-EN 60060-2

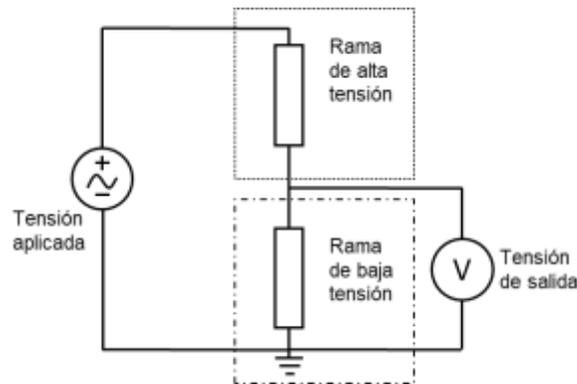
El método de calibración seleccionado es uno de los descritos en el documento normativo UNE-EN 60060-2 (AENOR, 2012) en el numeral 5 por su compatibilidad para la implementación en un laboratorio de calibración para servicios industriales. Primero se debe tener en cuenta la definición del elemento a calibrar:

- **Divisor de tensión:** es un dispositivo de conversión compuesto por una rama de alta tensión y otra de baja tensión tal que, la tensión de entrada es aplicada al dispositivo completo y la tensión de salida se toma de la rama de baja tensión (ver Figura 2-1). (AENOR, 2012)

En el documento normativo se identifica que para la calibración de divisores de alta tensión existen dos métodos: el primero es la comparación con un sistema de medida de referencia y el segundo es la determinación del factor de escala a partir de los factores de escala de sus componentes. Sabiendo que un sistema de medida de referencia es un sistema con

trazabilidad que tiene la estabilidad y precisión suficiente para utilizarlo en la aprobación de otros sistemas, para este caso el sistema de medida de referencia a usar también es un divisor de tensión. Este método se aplica comúnmente en las instalaciones donde se usa normalmente el divisor de tensión bajo calibración o *in situ*, para así evaluar las variables de influencia en uso normal.

Figura 2-1 Divisor de tensión



El método aplicado, en el laboratorio de metrología de la Universidad Nacional de Colombia, es la comparación con un sistema de medida de referencia, en este método se debe aplicar una tensión de entrada que sea del mismo tipo de la tensión de entrada en el uso normal del divisor de tensión bajo calibración, de ahora en adelante citado como *sistema bajo calibración SBC* ya que está compuesto por el divisor y el medidor de la rama de baja tensión, el sistema de medida de referencia se conecta en paralelo como se muestra en la **Figura 2-2**.

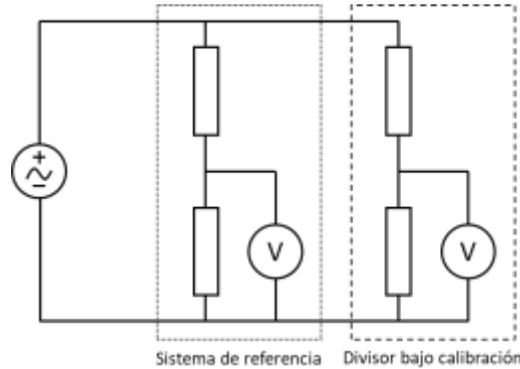
Este método a su vez se subdivide en dos métodos que son la comparación en el rango completo de medida asignado y la comparación en un rango limitado.

Para cada nivel de tensión se debe determinar el factor de escala dividiendo el valor leído en el sistema de referencia en el valor leído del sistema bajo calibración y multiplicando por el factor de escala del sistema de referencia (ver ecuación (2.2)).

$$F_g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_{i,g} \quad (2.1)$$

$$F_{i,g} = \frac{V_{REFi,g}}{V_{SBCi,g}} \cdot F_{REF} \quad (2.2)$$

Figura 2-2 Método de calibración por comparación con un sistema de referencia



Su desviación típica relativa es s_g (ver ecuación (2.3)) y la incertidumbre típica Tipo A es u_g (ver ecuación (2.4)).

$$s_g = \frac{1}{F_g} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n F_{i,g}^2} \quad (2.3)$$

$$u_g = \frac{s_g}{\sqrt{n}} \quad (2.4)$$

2.1.1 Comparación en el rango completo de medida asignado

Se realiza la comparación en el nivel mínimo y máximo del rango de tensión asignado al divisor bajo calibración y en al menos tres niveles intermedios. Se determina el factor de escala como el promedio de todos los F_g para los n niveles de tensión (ver ecuación(2.5)).

$$F = \frac{1}{n} \sum_{g=1}^n F_g \quad (2.5)$$

Para el enfoque GUM, la incertidumbre típica de la determinación del factor de escala F se obtiene como la mayor de las incertidumbres típica tipo A de cada nivel de tensión

$$u_A = \max. u_g |_{g=1}^n \quad (2.6)$$

En este método también se evalúa la linealidad del divisor bajo calibración, si aparece una no linealidad en F , para el enfoque GUM, se estima como una incertidumbre tipo B como esta en la ecuación (2.7).

$$u_{B0} = \frac{1}{\sqrt{3}} \max. \left| \frac{F_g}{F} - 1 \right| |_{g=1}^n \quad (2.7)$$

2.1.2 Comparación en un rango limitado y linealidad

‘Cuando el rango de tensión del divisor bajo calibración exceda el rango del sistema de referencia, el factor de escala se debe determinar hasta el nivel máximo de tensión del sistema de referencia. Es necesario tener en cuenta que según el documento normativo UNE-EN 60060-2 (AENOR, 2012), no se debe realizar la calibración en un nivel inferior al 20% del rango de tensión del divisor bajo calibración.

Y adicionalmente se debe hacer una prueba de linealidad para cubrir el rango máximo del divisor bajo calibración y además considerarse como un componente de incertidumbre. La comparación con el sistema de referencia se realiza en $a \geq 2$ niveles de tensión, donde el nivel más alto corresponde a la máxima tensión del sistema de referencia. El ensayo de linealidad debe hacerse en $b \geq 2$ niveles de tensión, donde el máximo debe coincidir con el nivel máximo de uso del divisor bajo calibración.

El factor de escala corresponde a la ecuación (2.5) teniendo en cuenta que $n = a$. Para el enfoque GUM, la incertidumbre típica tipo A se determinará con la ecuación (2.6) y la contribución a la incertidumbre por linealidad será la indicada en la ecuación (2.7).

▪ Linealidad

Para extender la validez del factor de escala hasta el rango máximo de tensión del divisor bajo calibración, es necesario llevar a cabo la prueba de linealidad. En esta prueba se compara el SBC con un sistema de medida que previamente haya demostrado su linealidad o se pueda presumir que sea lineal en ese rango de tensión.

La evaluación de la linealidad se basa en la máxima desviación de las relaciones R_g del valor medio R_m de las b relaciones de la tensión medida a la tensión correspondiente del sistema de comparación. Para el enfoque GUM, la máxima desviación se toma como una incertidumbre típica tipo B así

$$u_{B1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \max. \left| \frac{R_g}{R_m} - 1 \right| \Big|_{g=1}^b \quad (2.8)$$

2.1.3 Variables de influencia

Teniendo en cuenta que para la estimación de incertidumbre es necesario establecer un modelo de medición, se deben considerar todas las posibles variables de influencia durante la calibración de un divisor de tensión.

▪ Comportamiento dinámico

La calibración de un divisor de tensión debe realizar en condiciones muy cercanas a su uso real, por ejemplo, las distancias a estructuras conectadas a tierra y energizadas. Uno de los métodos usados son la respuesta amplitud/frecuencia para tensiones alternas y continuas. Para el enfoque GUM, se toma como una incertidumbre típica tipo B y se relaciona como lo indica la ecuación (2.9), donde k es el número de determinaciones del factor de escala dentro de un rango de frecuencia, con F_i son factores de escala en cada frecuencia y F es el factor de escala a la frecuencia nominal.

$$u_{B2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \max. \left| \frac{F_i}{F} - 1 \right| \Big|_{i=1}^k \quad (2.9)$$

▪ Estabilidad a corto plazo

Para determinar la estabilidad a corto plazo se debe aplicar la tensión máxima del rango de medida asignado al SBC durante un periodo de tiempo apropiado al uso normal, por ejemplo, cuando se realizan ensayos de tensión aplicada a elementos de protección personal el tiempo de uso es de 1 minuto.

El factor de escala se determinará en el momento que se alcanza la máxima tensión e inmediatamente la tensión sea reducida. El resultado es la estimación del cambio del factor de escala dentro del tiempo de aplicación de la tensión y para el enfoque GUM se obtiene como una incertidumbre típica tipo B así

$$u_{B3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{F_{después}}{F_{antes}} - 1 \right| \quad (2.10)$$

▪ Estabilidad a largo plazo

La estabilidad del factor de escala se debe determinar en un periodo de tiempo prolongado T_{uso} , normalmente se estima para el intervalo de calibración establecido para el SBC.

La estimación se puede realizar con la información del fabricante o con el resultado de pruebas o calibraciones realizadas. Se obtiene la variación en el factor de escala en el T_{uso} y para el enfoque GUM se obtiene como una incertidumbre típica tipo B así

$$u_{B4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left| \frac{F_2}{F_1} - 1 \right| \cdot \frac{T_{uso}}{T_2 - T_1} \quad (2.11)$$

▪ Efecto de la temperatura ambiente

La temperatura ambiente es un parámetro que puede afectar el factor de escala por eso se cuantifica realizando pruebas a diferentes temperaturas ambiente o en cálculos basados en propiedades de los componentes internos. Para el enfoque GUM, se toma como una incertidumbre típica tipo B según la ecuación (2.12), donde F_T es el factor de escala a la temperatura de la prueba y F es el factor de escala a la temperatura de la calibración.

$$u_{B5} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left| \frac{F_T}{F} - 1 \right| \quad (2.12)$$

- **Efecto de proximidad**

Este efecto debe cuantificarse modificando la distancia entre el SBC y paredes o estructuras cercanas que estén energizadas o conectadas a tierra. Para el enfoque GUM, se toma como una incertidumbre típica tipo B como se indica en la ecuación (2.13), donde $F_{m\acute{a}x}$ y $F_{m\acute{i}n}$ son los factores de escala para la distancia máxima y mínima.

$$u_{B6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left| \frac{F_{m\acute{a}x}}{F_{m\acute{i}n}} - 1 \right| \quad (2.13)$$

3. Validación de metodologías de estimación de incertidumbre

Para realizar la estimación de incertidumbre, sin importar la metodología a usar, se debe establecer el modelo de medición que relaciona las entradas con la salida en la calibración de divisores de alta tensión tal como se indicó en la sección 1.1.1, en este caso las entradas que se pueden tener en cuenta en el modelo serán las variables de influencia de la sección 2.1.3.

En este capítulo se detalla que variables se seleccionaron y el modelo de medición final aplicado. Estas variables fueron seleccionadas teniendo en cuenta los siguientes factores:

- datos históricos de calibraciones realizadas por el laboratorio de metrología eléctrica de la Universidad Nacional;
- el procedimiento de calibración establecido en el laboratorio de metrología eléctrica de la Universidad Nacional;

3.1 Variables seleccionadas para validación

Se realiza un análisis de todas las variables mencionadas en la sección 2.1.3 y se toman los datos históricos de las últimas 7 calibraciones realizadas a 4 divisores de alta tensión, cada uno con un factor de escala diferente y se identifican las variables enlistadas a continuación:

- a. Efecto de no linealidad en los niveles de tensión de calibración
- b. Linealidad en los niveles superiores al nivel de tensión de calibración (hasta el rango de tensión asignado)
- c. Comportamiento dinámico
- d. Estabilidad a largo plazo

Como se muestra, no todas las variables de la sección 2.1.3 son aplicables al procedimiento de calibración del laboratorio de metrología de la Universidad Nacional de Colombia, ya sea por las condiciones del laboratorio o por el uso dado a los divisores de alta tensión que requieren calibración. A continuación, se indica las razones por las cuales cada una de las variables se incluyen y o no, en el modelo de medición a usar.

3.1.1 Variables incluidas en el modelo de medición

Las variables mostradas a continuación se tendrán en cuenta en el modelo de medición ya que fueron identificadas en datos históricos o debido a que en la revisión del documento normativo se evidencia que son necesarias para tener un modelo completo.

- **Efecto de no linealidad**

Este efecto puede aparecer aun cuando se cubre todo el rango del divisor de tensión bajo calibración, es la primera variable de influencia que se cuantifica durante la calibración del divisor ya que es un efecto que se da por la diferencia del factor de escala de cada nivel de tensión con el factor de escala F .

- **Linealidad en los niveles superiores al nivel de tensión de calibración (hasta el rango de tensión asignado)**

Se cuantifica en el caso que se aplique la calibración como comparación en un rango limitado, este parámetro se incluye en el modelo de medición, pero no siempre se asigna un valor ya que solo se tiene en cuenta en el caso de que el nivel máximo de tensión con trazabilidad del sistema de referencia sea menor al nivel máximo de tensión asignado del divisor bajo calibración.

- **Comportamiento dinámico**

Se debe tener en cuenta en el modelo de medición, pero no siempre se asigna un valor ya que, si el divisor de tensión bajo calibración no está diseñado para funcionar a diferentes frecuencias, cuando se cuantifique se obtendrán resultados alterados.

- **Estabilidad a corto plazo**

En los datos históricos de las calibraciones de divisores no se encuentran datos relacionados a esta variable, ya que no se contempló en el procedimiento de medida del laboratorio como una variable crítica. Igualmente se deja incluida en el modelo ya que es un parámetro relevante en la calibración porque también cuantifica la estabilidad de la fuente de alimentación y solo implica la ejecución de un par de mediciones adicionales.

- **Estabilidad a largo plazo**

Se puede cuantificar si se tiene al menos dos calibraciones del SBC, teniendo en cuenta esto, se asignó un valor a este parámetro desde la segunda calibración en los datos históricos del laboratorio.

3.1.2 Variables excluidas en el modelo de medición

- **Efecto de proximidad**

En los datos históricos de calibración del laboratorio de metrología eléctrica, esta variable nunca fue evaluada ya que en su procedimiento de calibración se define que la distancia a los planos de tierra o energizados debe ser de 1 cm/kV para que no se alteren las mediciones en la rama de baja tensión.

Estas alteraciones se deben a que los planos de tierra o energizados modifican el flujo de campo eléctrico alrededor del divisor, influyendo directamente en la indicación de la rama de baja tensión lo que modifica el factor de escala.

- **Efecto de la temperatura ambiente**

Dados los niveles de tensión a los cuales el laboratorio está en capacidad de realizar la calibración, esta se debe realizar en condiciones de espacio abierto. Dicho espacio no posee ningún control de condiciones ambientales, que sería necesaria para cuantificar esta variable, y la calibración debe ejecutarse en este espacio para cumplir con las distancias de seguridad. Así mismo, los divisores bajo calibración son usados en espacios donde las condiciones no son controladas, normalmente son espacios abiertos que permiten cumplir

con las reglas de seguridad para trabajo en alturas. Sin embargo, en la sección 4.1.2 se describen unos experimentos realizados para corroborar que las condiciones ambientales no influyen en el resultado de la calibración.

3.2 Modelo de medición para validación

Una vez se descartan los factores identificados en la sección 3.1, se consolida el modelo de medición basado en el modelo del capítulo 2.1 (ver ecuación (2.1)).

$$F = \left(\frac{V_{REF_{i,g}}}{V_{SBC_{i,g}}} \cdot F_{REF} \right) + \Delta F_{B0} + \Delta F_{B1} + \Delta F_{B2} + \Delta F_{B3} + \Delta F_{B4} \quad (3.1)$$

Donde:

- F factor de escala del SBC;
- $V_{REF_{i,g}}$ valor de referencia leído en la rama de baja tensión;
- $V_{SBC_{i,g}}$ valor del SBC leído en la rama de baja tensión;
- F_{REF} factor de escala del sistema de referencia;
- ΔF_{B0} corrección debida a la no linealidad del SBC;
- ΔF_{B1} corrección debida a la no linealidad en un rango de tensión extendido;
- ΔF_{B2} corrección debida al comportamiento dinámico del SBC;
- ΔF_{B3} corrección debida a la estabilidad a corto plazo;
- ΔF_{B4} corrección debida a la estabilidad a largo plazo.

Este modelo de la ecuación (3.1) es aplicable a todos los divisores de tensión seleccionados para el análisis de datos históricos. Una vez se conocen las variables de influencia, se determinan sus valores y el aporte a la incertidumbre de cada una como se muestra en la **Tabla 3-1**.

Es necesario denotar que en los datos históricos analizados no se encontraron todas las variables de influencia en todas las calibraciones, algunas porque en el momento que se hizo la calibración no se habían contemplado y otras porque no aplican, por ejemplo: comportamiento dinámico. En estos casos el valor de la contribución a la incertidumbre se hace cero.

Tabla 3-1 Presupuesto de incertidumbre del modelo

Entrada	Valor	Contribución de incertidumbre típica
F_{REF}	Factor de escala del certificado de calibración	$u_{REF} = \frac{U_{CC}}{k}$
$\frac{V_{REFi,g}}{V_{SBCi,g}}$	Relación de las indicaciones	$u_A = \text{máx} \left(\frac{S_g}{\sqrt{n}} \right)$
ΔF_{B0}	0	$u_{B0} = \text{máx} \left(\frac{F_g - F}{\sqrt{3}} \right)$
ΔF_{B1}	0	$u_{B1} = \text{máx} \left(\frac{R_g - R}{\sqrt{3}} \right)$
ΔF_{B2}	0	$u_{B2} = \text{máx} \left(\frac{Y_g - Y}{\sqrt{3}} \right)$
ΔF_{B3}	0	$u_{B3} = \text{máx} \left(\frac{F_T - F_{T-t}}{\sqrt{3}} \right)$
ΔF_{B4}	0	$u_{B4} = \text{máx} \left(\frac{F_2 - F_1}{\sqrt{3}} \right)$

3.2.1 Parámetros para estimación de incertidumbre

Posteriormente para la validación de las metodologías de estimación de incertidumbre se identifican los parámetros necesarios para cada una. Por una parte, para el procedimiento del enfoque GUM presentado en la sección 1.1 se presenta en la **Tabla 3-2** los coeficientes de sensibilidad y las contribuciones a la incertidumbre típica combinada.

Tabla 3-2 Contribuciones de incertidumbre Enfoque GUM

Contribución de incertidumbre típica	Coefficiente de sensibilidad	Contribución a la incertidumbre típica combinada
u_{REF}	$\frac{V_{REFi,g}}{V_{SBCi,g}}$	$\frac{V_{REFi,g}}{V_{SBCi,g}} \cdot u_{REF}$
u_A	F_{REF}	$F_{REF} \cdot u_A$
u_{B0}	1	u_{B0}
u_{B1}	1	u_{B1}
u_{B2}	1	u_{B2}
u_{B3}	1	u_{B3}
u_{B4}	1	u_{B4}

Y para el MMC descrito en la sección 1.2 se presenta en la **Tabla 3-3** las características de FDP de cada una de las entradas del modelo de medición necesarias para aplicar el método.

Tabla 3-3 FDP para aplicar el MMC

Contribución de incertidumbre típica	Tipo de distribución
u_{REF}	Normal
u_A	Normal
u_{B0}	Rectangular
u_{B1}	Rectangular
u_{B2}	Rectangular
u_{B3}	Rectangular
u_{B4}	Rectangular

4. Resultados de la validación

Así como para la determinación del modelo de medición se usaron datos históricos de calibraciones realizadas por el laboratorio de metrología eléctrica de la Universidad Nacional, también se usaron para aplicar cada una de las metodologías de estimación de incertidumbre del capítulo 1. Además, se diseñaron algunos experimentos para cuantificar variables que no se encontraban en los datos históricos y determinar si se requería un control de la variable o la inclusión en el modelo de estimación de incertidumbre.

Los datos históricos usados corresponden a calibraciones realizadas en 2010, 2012, 2013, 2015, 2017 y 2018 para los divisores de alta tensión con rango de tensión asignado de 25 kV, 50 kV, 100 kV y 150 kV. Estos divisores son equipos que pertenecen al Laboratorio de Ensayos Eléctricos “Fabio Chaparro” – LABE de la Universidad Nacional de Colombia y de los cuales se conoce el uso final y el manejo que se le da a los mismos.

En este capítulo se presentan los resultados de las calibraciones diseñadas para cuantificar las variables faltantes y los resultados de la estimación de incertidumbre con enfoque GUM y usando el MMC con sus resultados de validación.

4.1 Calibraciones realizadas

Teniendo en cuenta algunas herramientas de diseño experimental (Montgomery, 2009), primero se realiza un análisis de los factores que influyen en la calibración de los divisores y se identifican los siguientes:

- nivel de tensión aplicado al divisor bajo calibración;
- temperatura y humedad relativa ambiente;

- estabilidad de la fuente de alta tensión usada en la calibración;
- indicadores de la rama de baja tensión

Después se determinan los niveles de cada factor, es decir, los posibles valores que se asignarán al factor para los experimentos teniendo en cuenta la infraestructura del laboratorio de metrología, encontrando lo siguiente:

Tabla 4-1 Factores y niveles en diseño experimental

Factor	Nivel
Nivel de tensión	5 kV hasta 100 kV
Temperatura y humedad relativa	19 °C a 21 °C 55 %HR a 62 %HR
Estabilidad de la fuente	Fuente Phenix o Haefely
Indicadores	Mejor exactitud y resolución

Para el último factor no se diseñó un experimento ya que en el laboratorio de metrología siempre se usa el mejor indicador disponible para la calibración, es decir el que tenga mayor resolución y mayor exactitud. Para los demás factores se seleccionó el mejor dispositivo (divisor de tensión) disponible en el laboratorio, por su rango de medición y sus condiciones de estabilidad, para así determinar la influencia de los factores y no ver efectos asociados al propio dispositivo.

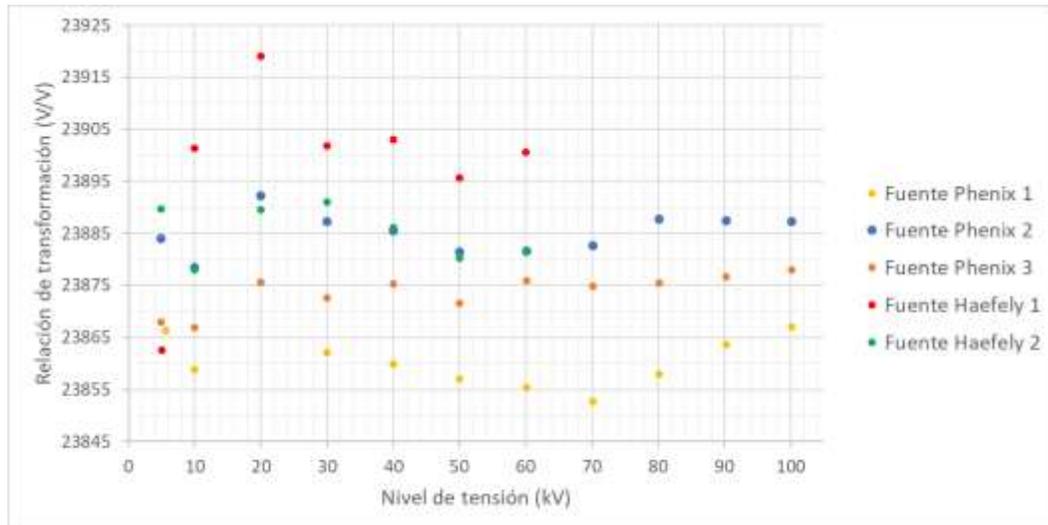
4.1.1 Nivel de tensión

Como se explicó en la sección 2.1, la calibración de los divisores debe hacerse en diferentes niveles de tensión con el fin de cubrir el rango completo del dispositivo o una parte de este para luego determinar la linealidad, por lo que justamente se podría presentar un cambio en el factor de escala en diferentes niveles de tensión.

Se realizaron calibraciones en 11 niveles de tensión desde 5 kV hasta 100 kV, para cubrir el mayor rango posible que puede calibrarse en el laboratorio de metrología. Como se observa en la **Figura 4-1** (cada calibración con un color diferente) entre calibraciones se presenta una pequeña variación en el factor de escala pero no hay una tendencia en los datos debido al nivel de tensión. Únicamente se configura una variación del factor de escala entre calibraciones para el mismo nivel de tensión que, por experiencia, es debido

a la forma en que se realiza la toma de datos, ya que se realiza mediante la toma de fotografías de los indicadores de la rama de baja tensión del sistema de referencia y del SBC. Las variaciones que puedan existir de una toma de datos a otra se ve reflejada en la incertidumbre típica debida a la repetibilidad de los datos y por eso se toman mínimo 10 lecturas por nivel de tensión para cubrir esta variación a corto plazo.

Figura 4-1 Factor de escala en diferentes niveles de tensión



4.1.2 Temperatura y humedad relativa del espacio

Este experimento se planteó debido a que como se mencionó en la sección 2.1.3, la infraestructura en la que se realizan las calibraciones no permite el control de las condiciones ambientales pero se debía asegurar que se pudiera despreciar esta variable de influencia.

En este caso se hicieron 4 calibraciones con 2 fuentes de alimentación diferentes cubriendo los intervalos planteados en la **Tabla 4-1**, debido a que no se podían controlar las condiciones ambientales por medios artificiales, los experimentos se hicieron en momentos diferentes del día donde la temperatura y humedad relativa cambian.

En las figuras **Figura 4-2**, **Figura 4-3**, **Figura 4-4** y **Figura 4-5** se evidencia que si hay una variación en el factor de escala con respecto a la temperatura o a la humedad pero esta variación queda ampliamente cubierta por la incertidumbre de las demás magnitudes de

influencia, siendo aproximadamente el 10% de la incertidumbre combinada, haciendo que no sea significativa esta variación en el valor final de la $u_c(y)$ y por tanto despreciable en el modelo.

Figura 4-2 Relación de transformación respecto a la temperatura ambiente con fuente Phenix

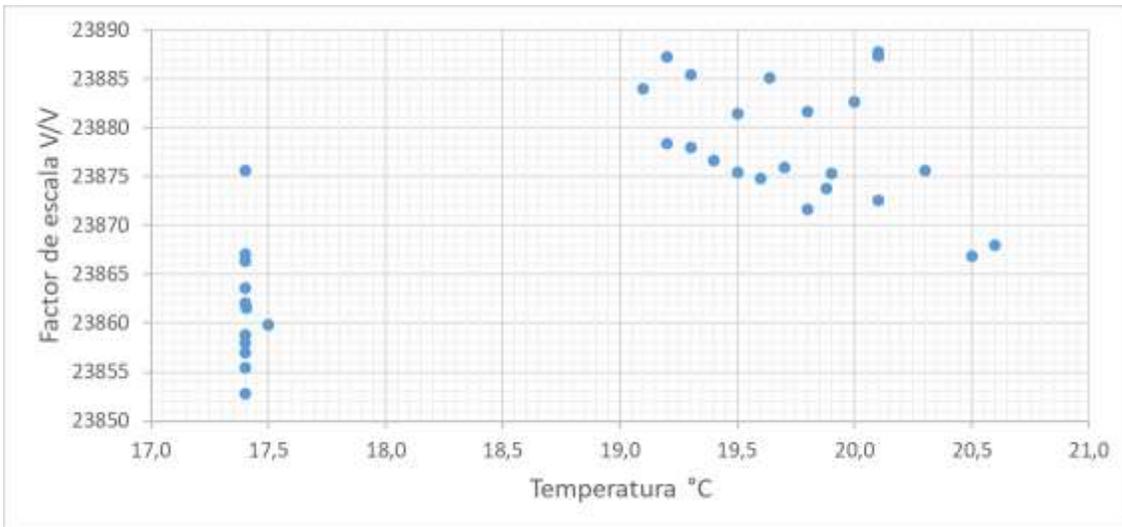


Figura 4-3 Relación de transformación respecto a la humedad ambiente con fuente Phenix

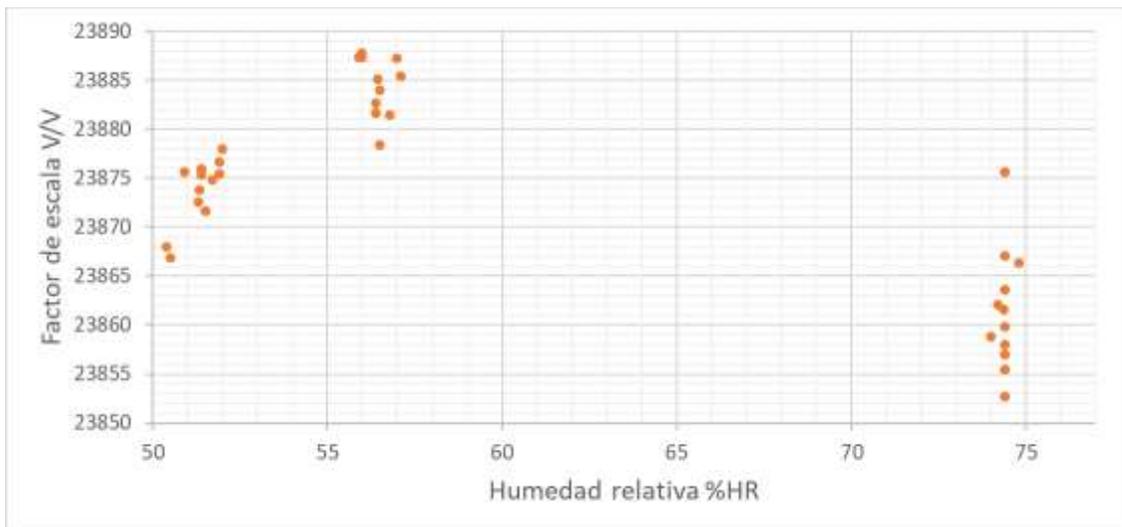


Figura 4-4 Relación de transformación respecto a la temperatura ambiente con fuente Haefely

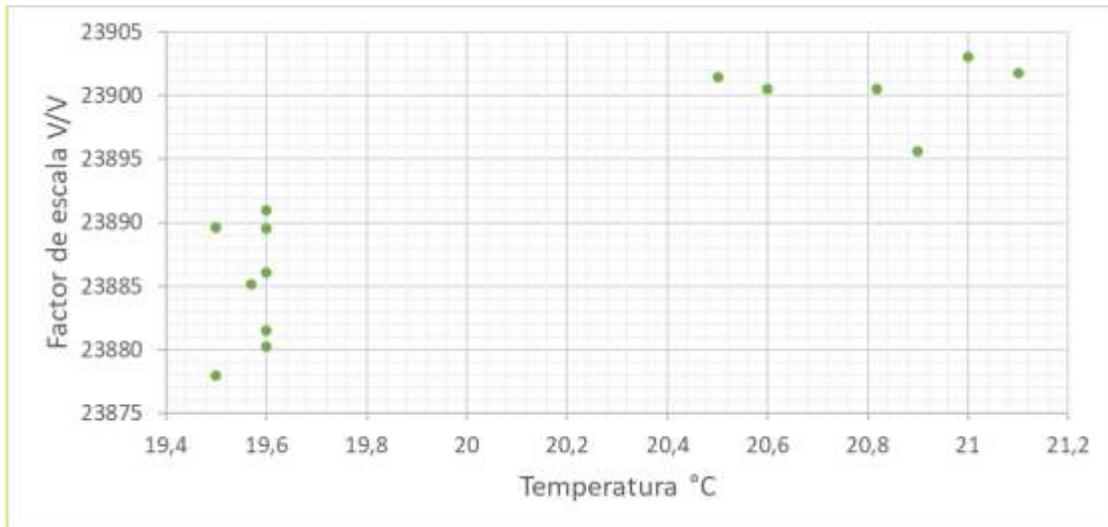
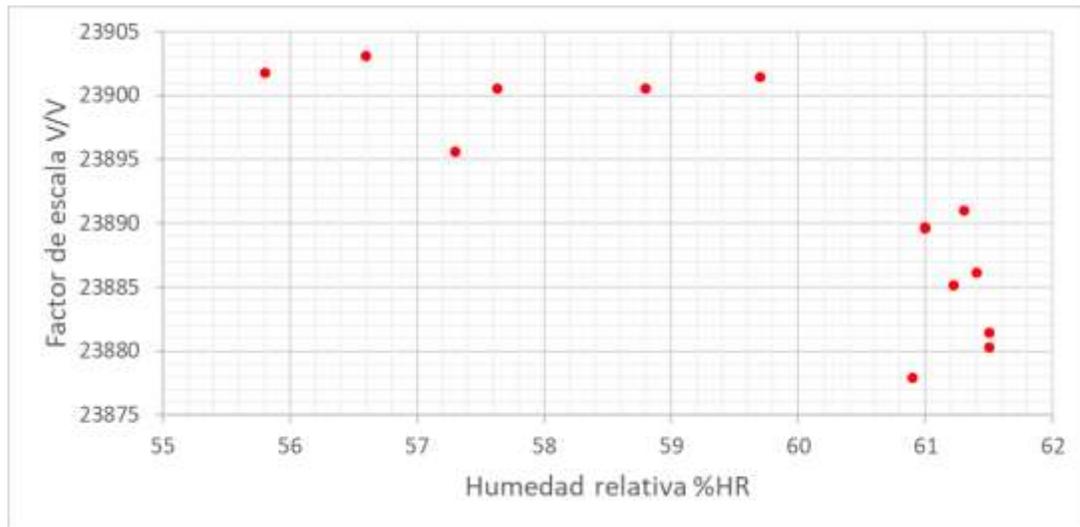


Figura 4-5 Relación de transformación respecto a la humedad ambiente con fuente Haefely



4.1.3 Estabilidad de la fuente

Al considerar el circuito de conexión para la calibración de un divisor de alta tensión (ver **Figura 2-2**) se resalta que la fuente de alta tensión es el medio para que se pueda llevar a cabo el proceso. Dicha fuente está conectada a la red eléctrica y compuesta por diferentes elementos que puede variar en el tiempo y esta deriva podría verse reflejada en el factor de escala del divisor bajo calibración.

Por esto se realizaron calibraciones en diferentes días con las dos fuentes disponibles en el laboratorio de metrología (ver **Tabla 4-1**) y los resultados obtenidos se muestran en las figuras **Figura 4-6** y **Figura 4-7**. Allí se determinó que se presenta una variación en el factor de escala, pero este no corresponde a variaciones de la fuente, ya que sin importar la fuente se da el mismo comportamiento en los datos, sino que corresponde a la forma en que se capturan los datos descritas en la sección 4.1.1. Dicha variación corresponde aproximadamente al 5% de la incertidumbre combinada reportada para el factor de escala.

Figura 4-6 Estabilidad fuente Haefely

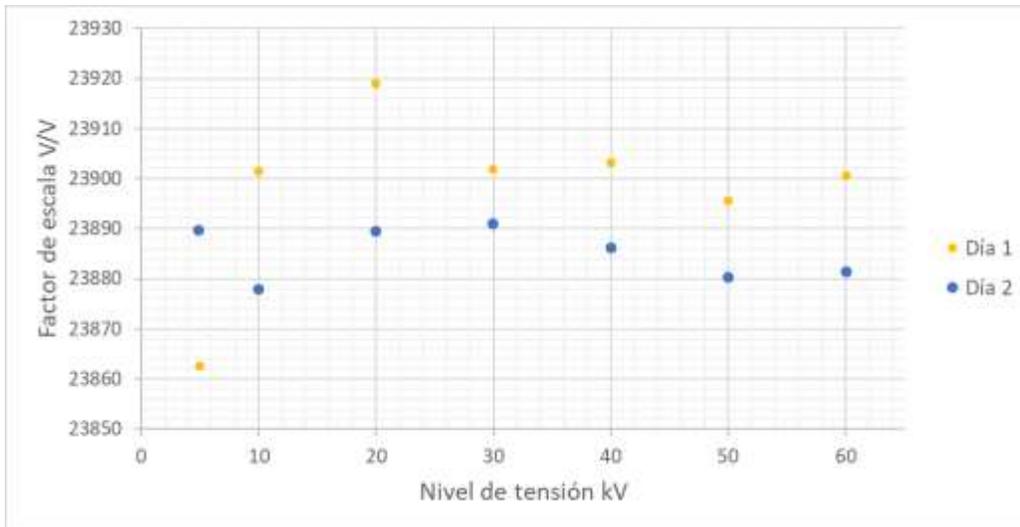
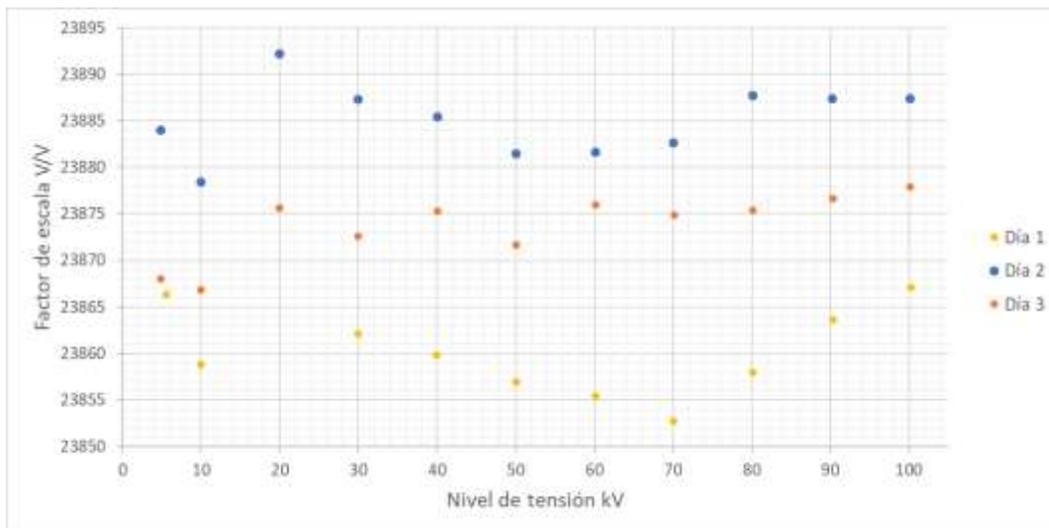


Figura 4-7 Estabilidad fuente Phenix



4.2 Resultados de la estimación de incertidumbre

Para la validación de las metodologías de estimación de incertidumbre se realizó una revisión de las calibraciones realizadas en el laboratorio de metrología eléctrica de la Universidad Nacional de Colombia encontrando una cantidad de datos considerable por lo que se hizo una clasificación y selección de la información de acuerdo con el propósito de este trabajo, determinando que los datos útiles eran los correspondientes a los años 2010, 2012, 2013, 2015, 2017 y 2018 para los cuatro divisores de alta tensión con rango de tensión asignado de 25 kV, 50 kV, 100 kV y 150 kV.

De estas calibraciones se extrajeron los datos primarios, es decir, los datos tomados en el momento de la calibración, esto con el fin de aplicar todo el procedimiento de estimación de incertidumbre de las secciones 1.1 y 1.2 y aplicando el modelo definido en la sección 3.2. Con esto se logró establecer la información disponible en cada calibración para las variables de influencia determinadas y como se estableció en el capítulo anterior, en los casos que no se contaba con información, la contribución de incertidumbre se tomó como cero.

Para el enfoque GUM se estimaron las evaluaciones tipo A y tipo B de la incertidumbre típica, la incertidumbre típica combinada, sus grados de libertad efectivos y el factor de cobertura, esto para cada uno de los divisores de tensión. Para la aplicación del MMC se usó el software libre *Octave* aplicando el código mostrado en el Anexo B, este código se diseñó para recibir la información de las magnitudes de entrada del modelo de medición y con la posibilidad de modificar el número de iteraciones M , para esta aplicación se usó un $M = 1 \times 10^6$. Para ambas metodologías se determinó el nivel de confianza en 95%, que es el nivel usado en los laboratorios de calibración.

En las tablas **Tabla 4-3**, **Tabla 4-4**, **Tabla 4-5** y **Tabla 4-5** se presenta el resumen de los datos obtenidos para cada una de las metodologías y con los que posteriormente se validó la aplicación de estas.

Teniendo en cuenta que uno de los principales resultados del MMC es que se puede observar la forma de la distribución del mensurando, en la aplicación de la simulación se

configuró la visualización del histograma para cada año en cada divisor como se muestra en el anexo C.

Tabla 4-2 Resultados por año Divisor de 25 kV

Año	GUM			MMC			
	F	u_c	k	F	u_c	Intervalo de confianza 95%	
---	(V/V)	(V/V)	--	(V/V)	(V/V)	(V/V)	(V/V)
2010	8478,515	39,711	1,97	8478,453	39,720	8400,651	8556,284
2012	8553,358	73,428	1,97	8553,308	73,512	8409,219	8697,295
2013	8575,376	6,354	1,97	8575,376	6,347	8562,967	8587,805
2015	8610,174	28,082	1,97	8610,095	28,069	8555,053	8665,059
2015-2	8621,161	8,173	1,97	8621,177	8,171	8605,178	8637,179
2017	8771,145	5,331	2,16	8771,126	5,320	8760,700	8781,569
2018	8777,142	11,996	1,97	8777,212	11,998	8754,593	8799,881

Tabla 4-3 Resultados por año Divisor de 50 kV

Año	GUM			MMC			
	F	u_c	k	F	u_c	Intervalo de confianza 95 %	
---	(V/V)	(V/V)	--	(V/V)	(V/V)	(V/V)	(V/V)
2010	8434,200	40,558	1,97	8434,233	40,518	8354,851	8513,472
2012	8411,745	71,103	1,97	8411,767	71,105	8272,578	8551,133
2013	8341,995	6,746	1,97	8342,126	6,752	8328,889	8355,340
2015	8398,034	27,422	1,97	8398,399	27,412	8344,668	8452,152
2015-2	8431,516	9,254	1,96	8431,538	9,257	8413,455	8449,590
2017	8493,153	12,007	1,96	8493,139	12,004	8471,559	8514,761
2018	8512,438	14,947	1,97	8512,419	14,921	8485,200	8539,623

Tabla 4-4 Resultados por año Divisor de 100 kV

Año	GUM			MMC			
	F	u_c	k	F	u_c	Intervalo de confianza 95 %	
---	(V/V)	(V/V)	--	(V/V)	(V/V)	(V/V)	(V/V)
2010	956,198	4,914	1,97	956,182	4,912	946,542	965,810
2012	920,445	26,624	1,97	920,385	26,579	868,276	972,533
2013	958,144	0,904	1,97	957,869	0,904	956,103	959,629
2015	956,720	3,156	1,97	956,529	3,152	950,351	962,603
2015-2	958,921	1,110	1,96	958,920	1,110	956,778	961,058
2017	962,813	1,082	1,96	962,819	1,083	960,806	964,830
2018	964,275	0,745	1,97	964,334	0,746	962,872	965,794

Tabla 4-5 Resultados por año Divisor de 150 kV

Año	GUM			MMC			
	F	u_c	k	F	u_c	Intervalo de confianza 95 %	
---	(V/V)	(V/V)	--	(V/V)	(V/V)	(V/V)	(V/V)
2010	8233,713	42,093	1,97	8233,416	41,925	8151,440	8315,597
2012	8263,559	68,616	1,97	8263,496	68,609	8128,925	8398,113
2013	8276,070	6,335	1,97	8276,115	6,323	8263,726	8288,512
2015	8261,174	26,995	1,97	8261,113	26,999	8208,122	8313,976
2015-2	8292,984	8,104	1,97	8292,972	8,109	8277,104	8308,863
2017	8315,129	9,691	1,96	8315,121	9,695	8296,902	8333,323
2018	8301,090	7,703	1,97	8301,175	7,674	8286,212	8316,121

4.2.1 Resultados incluyendo la estabilidad a largo plazo

En el modelo propuesto en la ecuación (3.1) se presenta la entrada ΔF_{B4} correspondiente a la estabilidad a largo plazo del divisor de tensión bajo calibración, en los resultados presentados en la sección 4.2 se excluyó este parámetro debido a que en el análisis realizado de la información, el sistema de referencia usado no fue el mismo en cada calibración, haciendo que los resultados de estabilidad a largo plazo no sean comparables en todos los años que se calibró el equipo.

Por esta razón se hizo un análisis separado para los divisores y los años en que se había usado el mismo patrón de referencia y así no alterar la validez de este trabajo. En las tablas **Tabla 4-6**, **Tabla 4-7**, **Tabla 4-8** y **Tabla 4-9**, se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 4-6 Resultados por año Divisor de 25 kV

Año	GUM			MMC			
	F	u_c	k	F	u_c	Intervalo de confianza 95 %	
---	(V/V)	(V/V)	--	(V/V)	(V/V)	(V/V)	(V/V)
2012	8553,358	85,199	1,97	8553,582	85,176	8387,415	8719,728
2013	8575,376	14,212	1,97	8575,380	14,200	8549,696	8601,101
2017	8771,145	86,757	1,97	8771,088	86,826	8628,358	8913,834

Tabla 4-7 Resultados por año Divisor de 50 kV

Año	GUM			MMC			
	F	u_c	k	F	u_c	Intervalo de confianza 95 %	
---	(V/V)	(V/V)	--	(V/V)	(V/V)	(V/V)	(V/V)
2013	8341,995	40,831	1,97	8342,083	40,816	8273,839	8410,312
2015	8398,034	42,412	1,97	8398,424	42,389	8318,044	8478,847
2015-2	8431,516	21,432	1,97	8432,514	21,444	8392,791	8470,176
2017	8493,153	37,557	1,97	8493,167	37,569	8427,076	8559,275

Tabla 4-8 Resultados por año Divisor de 100 kV

Año	GUM			MMC			
	F	u_c	k	F	u_c	Intervalo de confianza 95 %	
---	(V/V)	(V/V)	--	(V/V)	(V/V)	(V/V)	(V/V)
2012	920,445	33,689	1,97	920,353	33,670	855,023	985,586
2013	958,144	21,784	1,97	957,839	21,792	922,049	993,692

Tabla 4-9 Resultados por año Divisor de 150 kV

Año	GUM			MMC			
	F	u_c	k	F	u_c	Intervalo de confianza 95 %	
---	(V/V)	(V/V)	--	(V/V)	(V/V)	(V/V)	(V/V)
2015-2	8292,984	20,074	1,97	8292,991	20,069	8257,068	8328,892

4.3 Resultados de validación

Una vez se obtiene la información para cada caso de estudio, se procede a determinar una herramienta que permita validar si el enfoque GUM en la estimación de incertidumbre de la calibración de divisores de alta tensión es apta y proporciona resultados adecuados para el uso.

Se determina que el procedimiento propuesto en el suplemento 1 de la GUM (Joint Committee for Guides in Metrology, 2008b) es aplicable para el resultado deseado ya que con este procedimiento se evalúa si los intervalos de cobertura proporcionados por cada metodología se encuentran dentro de una tolerancia estipulada δ , dicha tolerancia se establece así:

- a. Sea n_{dig} el número de cifras decimales significativas consideradas como imprescindibles en un valor numérico z ;
- b. Se expresa z en la forma $c \times 10^l$, donde c es un entero con n_{dig} cifras decimales significativas y l un entero;
- c. Y se determina la tolerancia como $\delta = \frac{1}{2} 10^l$

Para comparar los intervalos de cobertura se determinan las diferencias absolutas como se indica en la ecuación (4.1) y si tanto d_{inf} como d_{sup} son inferiores a δ entonces se concluye que el enfoque GUM es válido y entrega el resultado adecuado.

$$\begin{aligned} d_{inf} &= |y - U_p - y_{inf}| \\ d_{sup} &= |y + U_p - y_{sup}| \end{aligned} \quad (4.1)$$

En este caso se tiene que el parámetro numérico z es igual a la $u_c(y)$ y no se requieren cifras decimales ya que los valores normalmente son mayores a 10 y para la aplicación en laboratorio se deben expresar máximos dos cifras significativas, por tanto, $n_{dig} = 0$ y de esta forma el exponente l es igual a cero, concluyendo que δ es igual a

$$\delta = \frac{1}{2} 10^0 = 0,5$$

En las tablas **Tabla 4-11**, **Tabla 4-12**, **Tabla 4-13** y **Tabla 4-13** se presentan los resultados para cada uno de los divisores de tensión, con las diferencias absolutas calculadas y la evaluación si el enfoque GUM es válido.

Se evidencia que solamente para el divisor de 100 kV se valida el enfoque GUM en todas las calibraciones revisadas, para los demás en algunos años se valida y en otros no. Por lo que se procede a analizar el resultado numérico (dado por el enfoque GUM y por el MMC) y el resultado gráfico mostrado en el anexo C.

Tabla 4-10 Validación GUM por año Divisor de 25 kV

Año	d_{inf}	d_{sup}	δ	Enfoque GUM
2010	0,35	0,44	0,5	Validado
2012	0,51	0,72		No validado
2013	0,11	0,09		Validado
2015	0,23	0,47		Validado
2015-2	0,11	0,08		Validado
2017	1,07	1,09		No validado
2018	1,05	0,87		No validado

Tabla 4-11 Validación GUM por año Divisor de 50 kV

Año	d_{inf}	d_{sup}	δ	Enfoque GUM
2010	0,50	0,58	0,5	No validado
2012	0,94	0,72	0,5	No validado
2013	0,17	0,07	0,5	Validado
2015	0,71	0,04	0,5	No validado
2015-2	0,12	0,11	0,5	Validado
2017	1,97	1,95	0,5	No validado
2018	2,18	2,23	0,5	No validado

Tabla 4-12 Validación GUM por año Divisor de 100 kV

Año	d_{inf}	d_{sup}	δ	Enfoque GUM
2010	0,033	0,077	0,500	Validado
2012	0,329	0,411	0,500	Validado
2013	0,263	0,292	0,500	Validado
2015	0,148	0,339	0,500	Validado
2015-2	0,035	0,043	0,500	Validado
2017	0,117	0,108	0,500	Validado
2018	0,065	0,051	0,500	Validado

Tabla 4-13 Validación GUM por año Divisor de 150 kV

Año	d_{inf}	d_{sup}	δ	Enfoque GUM
2010	0,74	1,13	0,5	No validado
2012	0,62	0,70	0,5	No validado
2013	0,15	0,05	0,5	Validado
2015	0,18	0,43	0,5	Validado
2015-2	0,06	0,06	0,5	Validado
2017	0,78	0,82	0,5	No validado
2018	0,28	0,12	0,5	Validado

Si bien las formas de las FDP de salida no muestran una forma diferente de una distribución normal, para el número de cifras significativas requeridas para la $u_c(y)$ la diferencia en los intervalos de cobertura estimados por el enfoque GUM con el MMC hace que se obtenga un resultado no válido en los resultados. Es necesario denotar que a pesar de que el resultado es que el enfoque GUM no es válido, no significa que se hayan entregado resultados no satisfactorios en la calibración de los divisores ya que por el contrario el uso del enfoque GUM lo que hace es sobrestimar la $u_c(y)$ y el intervalo de cobertura por tanto es mayor al obtenido con MMC.

4.3.1 Resultados de validación para estabilidad a largo plazo

Para los resultados de incertidumbre estimada teniendo en cuenta la estabilidad a largo plazo se realizó el mismo análisis de los intervalos de cobertura, en las tablas **Tabla 4-14**, **Tabla 4-15**, **Tabla 4-16** y

Tabla 4-17 se presentan los resultados para cada uno de los divisores de tensión, con las diferencias absolutas calculadas y la evaluación si el enfoque GUM es válido.

Tabla 4-14 Validación GUM por año Divisor de 25 kV

Año	d_{inf}	d_{sup}	δ	Enfoque GUM
2012	1,579	1,154	0,5	No validado
2013	2,288	2,245		No validado
2017	28,284	28,382		No validado

Tabla 4-15 Validación GUM por año Divisor de 50 kV

Año	d_{inf}	d_{sup}	δ	Enfoque GUM
2013	12,333	12,173	0,5	No validado
2015	3,394	2,571		No validado
2015-2	3,453	3,519		No validado
2017	7,896	7,851		No validado

Tabla 4-16 Validación GUM por año Divisor de 100 kV

Año	d_{inf}	d_{sup}	δ	Enfoque GUM
2012	0,818	1,100	0,5	No validado
2013	6,861	7,408		No validado

Tabla 4-17 Validación GUM por año Divisor de 150 kV

Año	d_{inf}	d_{sup}	δ	Enfoque GUM
2015-2	3,600	3,608	0,5	No validado

Todos los casos evaluados dieron un resultado no satisfactorio para el enfoque GUM ya que las diferencias absolutas entre los intervalos de cobertura son mucho mayores que el valor δ definido, por lo que se procede a revisar los resultados gráficos del anexo D.

Allí se encuentra que la forma de la FDP está alejada de una distribución normal y es más parecida a una distribución rectangular lo que demuestra que al tener en cuenta la entrada de la estabilidad a largo plazo no se cumplen las condiciones para aplicar el enfoque GUM con la aproximación de series de Taylor de primer orden ya que existe un componente dominante cuya FDP no es gaussiana.

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

Se logró identificar dos metodologías que pueden ser aplicadas a la calibración de divisores de alta tensión, por una parte, se tiene la metodología GUM que es la que globalmente está definida y aceptada para ser aplicada en laboratorios de calibración y por otro lado el MMC, que si bien está definido por el JCGM no es una metodología que se use comúnmente ya que en la mayoría de casos los supuestos que se hacen en la metodología GUM se cumplen. Además, el MMC proporciona información gráfica que permite afirmar o rechazar los supuestos de GUM.

Se estudió un método de calibración internacionalmente aceptado, en el cual ya se ha realizado una evaluación de las posibles variables de influencia que son necesarias para la definición del modelo de medición, el cual es requerido para la aplicación de las dos metodologías de estimación de incertidumbre. También, se realizaron algunos experimentos que permitieron evaluar otras variables de influencia para incluir en el modelo y finalmente se analizaron los datos históricos de calibraciones del laboratorio de metrología de la Universidad Nacional, obteniendo como resultado el modelo de medición usado para la validación de las dos metodologías.

Con el uso de datos históricos fue posible cuantificar el mensurando deseado, el factor de escala para el caso de estudio, y su incertidumbre asociada con el enfoque GUM y con el MMC. Además, se aplicaron herramientas matemáticas y análisis visuales para determinar la validez de las metodologías. Encontrando que el enfoque GUM en muchos casos no tiene validez ya que proporciona intervalos de cobertura mayores a los que se obtienen con el MMC, aun cuando gráficamente se obtiene un comportamiento muy parecido al normal, la sobrestimación de los intervalos hace que matemáticamente se genere una diferencia significativa entre las dos metodologías.

También se reafirma, que GUM no es válida, cuando se incluye un componente dominante que no posee una FDP normal o gaussiana, como fue el caso evaluado de la estabilidad a largo plazo, en el que al ser una variable caracterizada por una FDP rectangular hace que la incertidumbre del mensurando no este caracterizada con una FDP normal como se supone en la metodología GUM. Se debe resaltar que el hecho que GUM no sea válida para este caso no significa que genere datos erróneos, solo se confirma que el enfoque GUM es conservador y tiende a sobrestimar la incertidumbre, lo que para el efecto práctico no es deseable ya que siempre se busca reportar la menor incertidumbre posible para no afectar las mediciones en las que se use el SBC.

Por todo esto, la metodología que se considera más adecuada para usar en la calibración de divisores de alta tensión sería el MMC, la cual es una metodología planteada y aceptada internacionalmente, permite entregar valores más adecuados de la incertidumbre y de sus intervalos de cobertura y una aproximación de la FDP asociada. Además, es una metodología que se puede aplicar fácilmente con las herramientas computacionales disponibles actualmente y que permite la actualización del modelo respecto a las variables de influencia fácilmente siempre que se tenga el conocimiento de las mismas.

5.2 Recomendaciones

Teniendo en cuenta que el laboratorio de metrología de la Universidad Nacional está acreditado y considera incluir la calibración de divisores de alta tensión en su alcance, sería una oportunidad para implementar el uso de MMC y ser uno de los primeros laboratorios del país en aplicar una metodología de estimación de incertidumbre diferente a GUM, sabiendo que ya se cuenta con un soporte para el uso de otra metodología.

Si bien en este trabajo se determinó el uso del MMC como mejor alternativa para la estimación de incertidumbre, se debe tener en cuenta que existen otras metodologías que se podrían estudiar como las aproximaciones de mayor orden de series de Taylor.

Aunque aquí se realizó un análisis bastante amplio de las entradas del modelo podrían aparecer más durante la ejecución de las calibraciones o al adquirir nuevos sistemas de referencia, en ese caso se debe tener especial cuidado ya que las condiciones para

incluirlos no solo es contar con la información sino revisar que implica la inclusión como por ejemplo, el estudio que se realizó aquí con la estabilidad a largo plazo, que no se aplicó a todas las calibraciones evaluadas ya que se necesitaba que se hubiera usado el mismo sistema de referencia para no generar una incertidumbre errónea.

A. Anexo: Términos y definiciones

Desviación típica: raíz cuadrada positiva $[V(X)]^{1/2}$ de la varianza.(Joint Committee for Guides in Metrology, 2008b)

Distribución de probabilidad: función que da la probabilidad de que una variable aleatoria tome un valor dado cualquiera o pertenezca a un conjunto de valores.(Joint Committee for Guides in Metrology, 2008a)

Esperanza matemática: propiedad de una variable aleatoria que, para una variable aleatoria continua X caracterizada por una FDP $g_X(\xi)$, viene dada por:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi g_X(\xi) d\xi$$

(Joint Committee for Guides in Metrology, 2008b)

Función de densidad de probabilidad: derivada de la función de distribución:

$$g_X(\xi) = dG_X(\xi)/d\xi$$

(Joint Committee for Guides in Metrology, 2008b)

Función de distribución: función que para cada valor de ξ , da la probabilidad de que la variable aleatoria X sea menor o igual que ξ :

$$G_X(\xi) = \Pr(X \leq \xi)$$

(Joint Committee for Guides in Metrology, 2008b)

Incetidumbre de medida: parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que utiliza.(Joint Committee For Guides In Metrology, 2012)

Intervalo de cobertura: intervalo que contiene el valor de una magnitud, con una probabilidad declarada, basada en la información disponible. (Joint Committee for Guides in Metrology, 2008b)

Magnitud: propiedad de un fenómeno, cuerpo o sustancia, que puede expresarse cuantitativamente mediante un número y una referencia. (Joint Committee For Guides In Metrology, 2012)

Mensurando: magnitud que se desea medir.(Joint Committee For Guides In Metrology, 2012)

Probabilidad de cobertura: probabilidad de que el valor de una magnitud esté contenido dentro de un intervalo de cobertura.(Joint Committee for Guides in Metrology, 2008b)

Varianza: propiedad de una variable aleatoria que, para una variable aleatoria continua X caracterizada por una FDP $g_X(\xi)$, viene dada por:

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [\xi - E(X)]^2 g_X(\xi) d\xi$$

(Joint Committee for Guides in Metrology, 2008b)

B. Anexo: Código en Octave para MMC

```
clear; close all;
pkg load statistics;

% Proporcione el numero de variables que utiliza su modelo
prompt = {'Numero de variables en el modelo','ecuacion o modelo',...
         'Tamano de cada vector para la simulacion por Monte Carlo'};
dlg_title = 'Estimacion de incertidumbres';
num_lines = 1;

Rho0=99.9564;
Alpha=0.00385246;
Delta=1.53318;
A=Alpha+Alpha*Delta/100;
B=-Alpha*Delta/(100^2);
modelo=@(x1,x2,x3,x4,x5) ((x1.*x2)+x3+x4+x5);

def = {'5',char disp(modelo),'le6'}; % el usuario puede cambiar estos valores
N = inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def);
modelo = eval(char(N(2))); % Modelo proporcionado por el usuario
VarModelo=[]; % inicializa estructura para variables del modelo
Y=[]; % inicializa estructura para los datos
ndatos=str2double(char(N(3))); % tamaño del vector de datos para cada variable del modelo

% obtener datos estadísticos para las variables del modelo
def ={
    'x1','0','le-14','normal','0.0','le-14','uniform', '0.0','le-14','normal';
    'x2','0','le-14','normal','0.0','le-14','uniform', '0.0','le-14','normal';
    'x3','0','le-14','normal','0.0','le-14','uniform', '0.0','le-14','normal';
    'x4','0','le-14','normal','0.0','le-14','uniform', '0.0','le-14','normal';
    'x5','0','le-14','normal','0.0','le-14','uniform', '0.0','le-14','normal';
};

for k=1:str2double(char(N(1))),
    % Proporcionar valor medio, desv. estándar y distribución PDF para cada variable del modelo
    S=struct('nombre_de_la_variable',[],...
            'valor_medido',[], 'u_Estandar_ki',[], 'pdf',[],... % variable, incertidumbre y distribución PDF
            'error_por_resolucion',[], 'u_resolucion_ki',[],'pdf_res',[],...
            'error_por_calibracion',[],'u_calibracion_ki',[],'pdf_cal',[]); % información solicitada para cada variable del modelo
    prompt = {'Nombre de la variable s ', num2str(k),'Valor medido','u Tipo s (k=i)','PDF mediciones',...
            'error por resolusion','u resolusion (k=i)','PDF resolusion',...
            'error por calibracion','u calibracion (k=i)','PDF calibracion'};
    dlg_title = 'Datos de las variables independientes';
    num_lines = 1;
    VarModelo(k) = cell2struct(inputdlg(prompt,dlg_title,num_lines,def(k:)),fieldnames(S),1); % variables del modelo
    Y(k)=smc_data2014SH(VarModelo,ndatos,k); % genera datos aleatorios para cada una de las variables proporcionadas
end

y_modelo=modelo(Y{:}); % evalua el modelo proporcionado por el usuario

[nn,xx]=hist(y_modelo,50); % histograma
R=cumtrapz(xx,nn); % para integrar y posteriormente obtener PDF normalizada
G_y=nn/max(R);
set(axes,'FontSize',18);
bar(xx,G_y)
```


C. Anexo: Histogramas de MMC

Las figuras presentadas en este anexo se muestran únicamente para ver las formas de las FDP ya que los resultados numéricos se presentan en la sección 4.2.

Figura C-1. Divisor 25 kV, año 2010

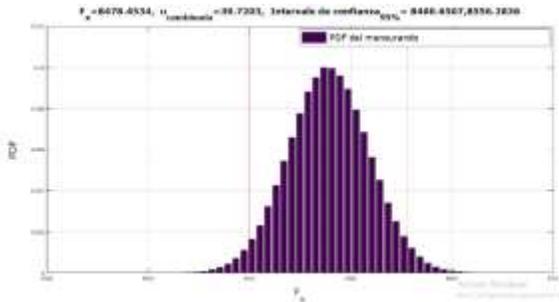


Figura C-4. Divisor 25 kV, año 2015-1

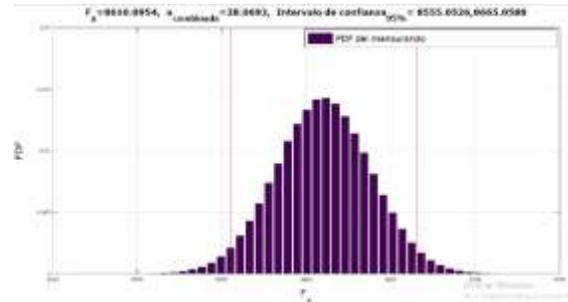


Figura C-2. Divisor 25 kV, año 2012

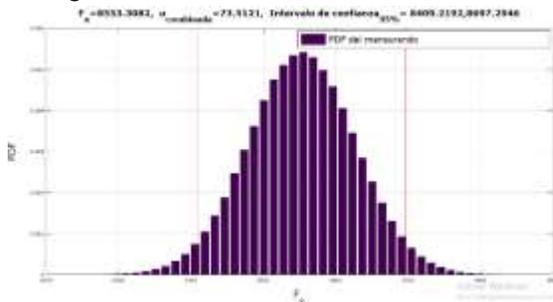


Figura C-5. Divisor 25 kV, año 2015-2

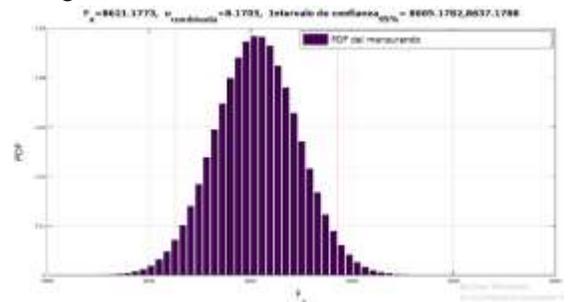


Figura C-3. Divisor 25 kV, año 2013

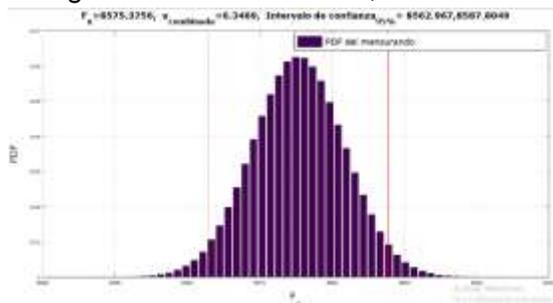


Figura C-6. Divisor 25 kV, año 2017

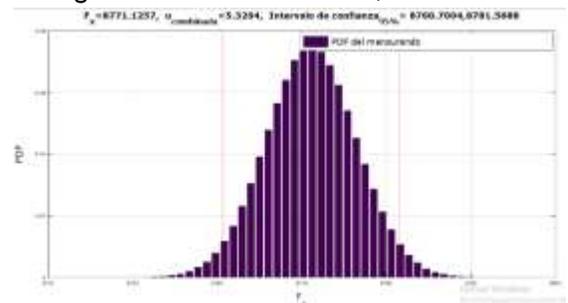


Figura C-7. Divisor 25 kV, año 2018

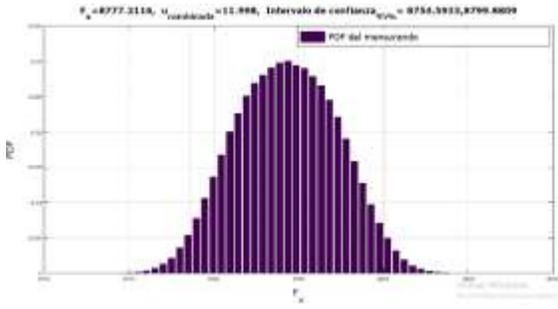


Figura C-11. Divisor 50 kV, año 2015-1

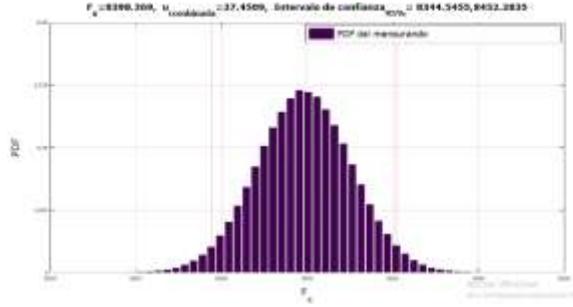


Figura C-8. Divisor 50 kV, año 2010

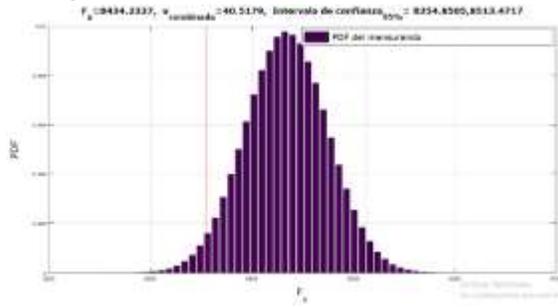


Figura C-12. Divisor 50 kV, año 2015-2

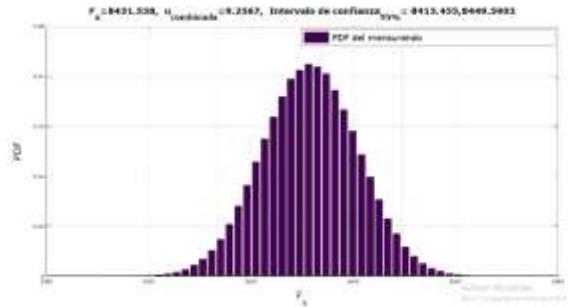


Figura C-9. Divisor 50 kV, año 2012

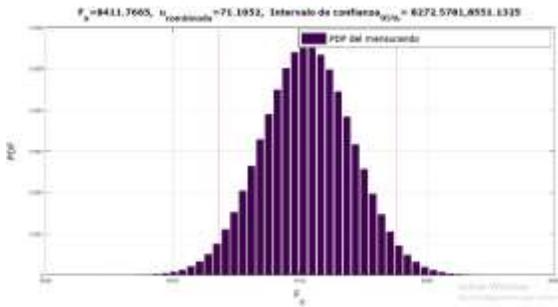


Figura C-13. Divisor 50 kV, año 2017

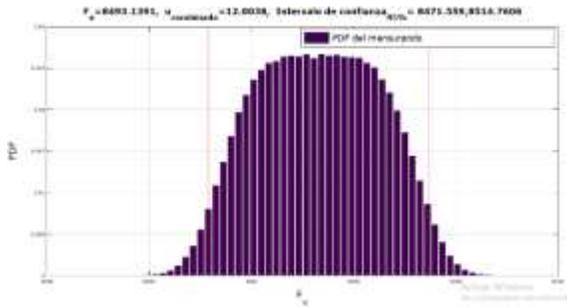


Figura C-10. Divisor 50 kV, año 2013

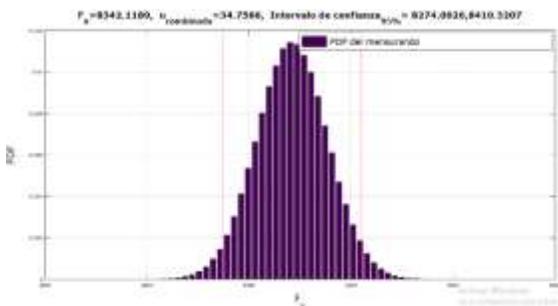


Figura C-14. Divisor 50 kV, año 2018

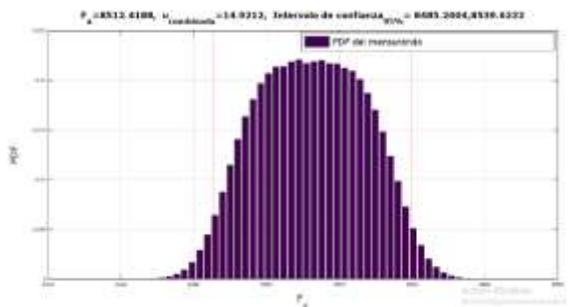


Figura C-15. Divisor 100 kV, año 2010

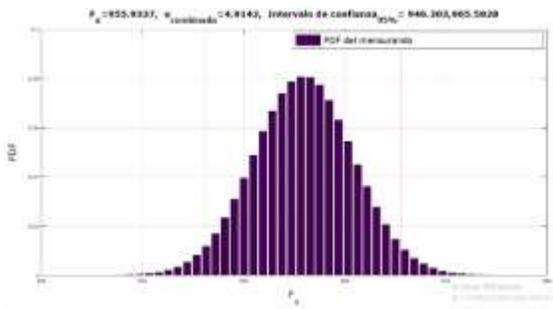


Figura C-19. Divisor 100 kV, año 2015-2

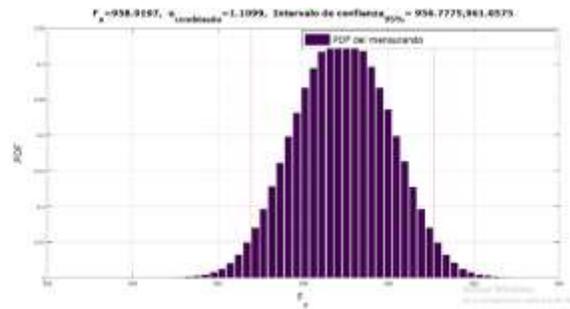


Figura C-16. Divisor 100 kV, año 2012

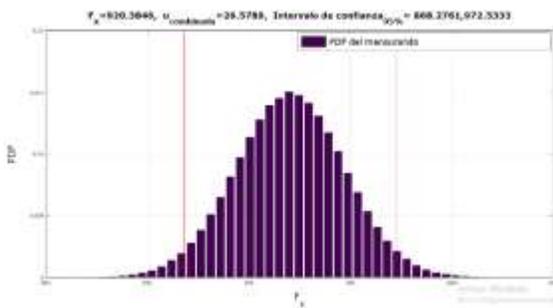


Figura C-20. Divisor 100 kV, año 2017

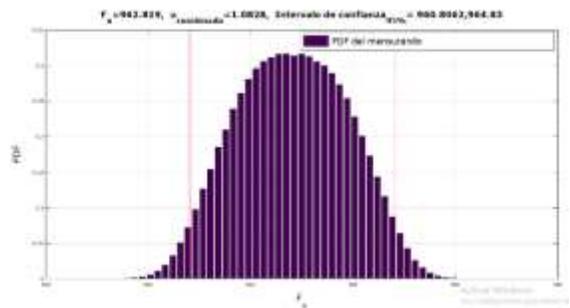


Figura C-17. Divisor 100 kV, año 2013

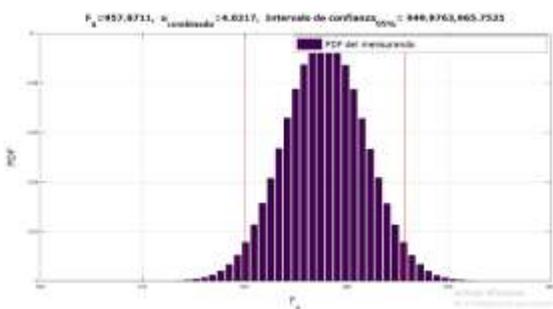


Figura C-21. Divisor 100 kV, año 2018

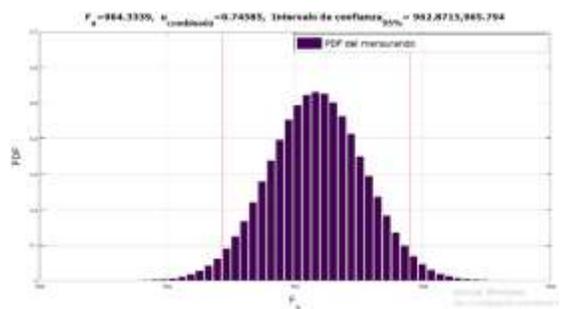


Figura C-18. Divisor 100 kV, año 2015-1

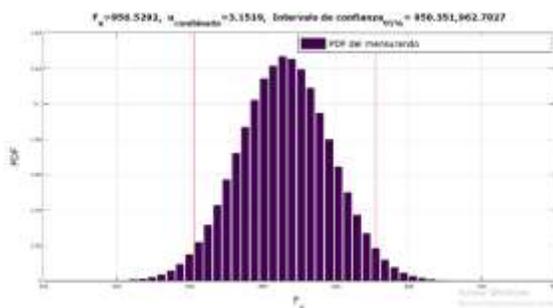


Figura C-22. Divisor 150 kV, año 2010

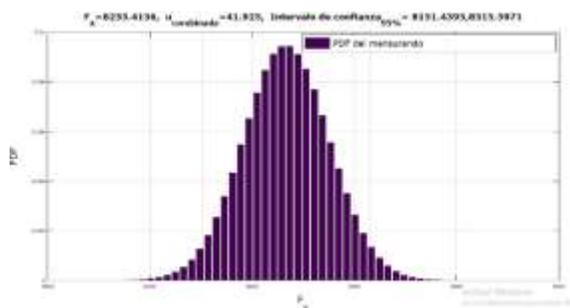


Figura C-23. Divisor 150 kV, año 2012

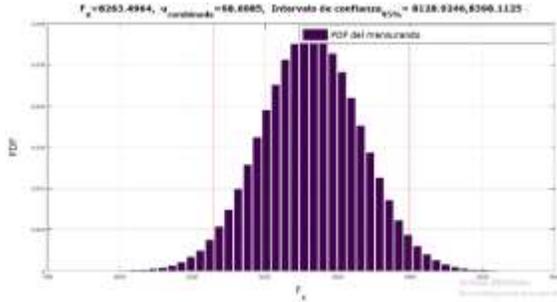


Figura C-27. Divisor 150 kV, año 2017

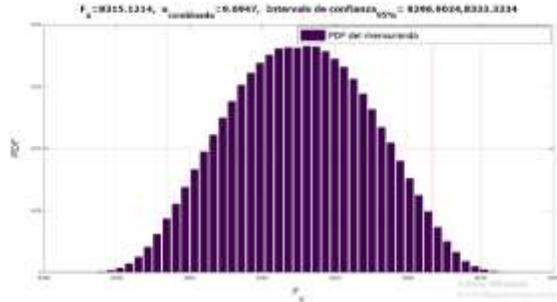


Figura C-24. Divisor 150 kV, año 2013

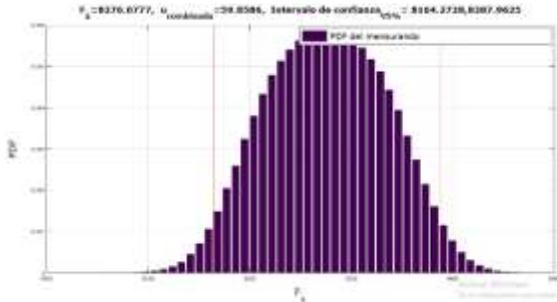


Figura C-28. Divisor 150 kV, año 2018

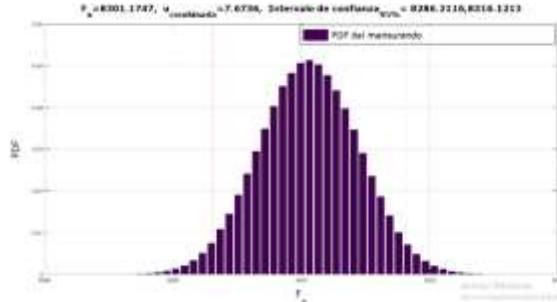


Figura C-25. Divisor 150 kV, año 2015-1

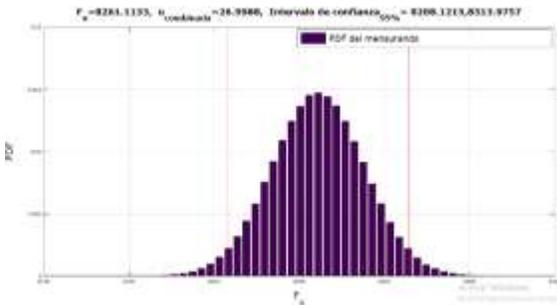
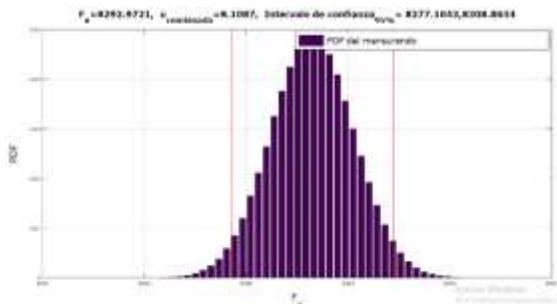


Figura C-26. Divisor 150 kV, año 2015-2



D. Anexo: Histogramas de MMC para estabilidad a largo plazo

Las figuras presentadas en este anexo se muestran únicamente para ver las formas de las FDP ya que los resultados numéricos se presentan en la sección 4.2.1.

Figura D-1. Divisor 25 kV, año 2012

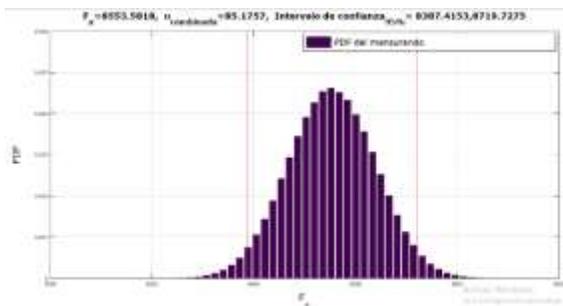


Figura D-4. Divisor 50 kV, año 2013

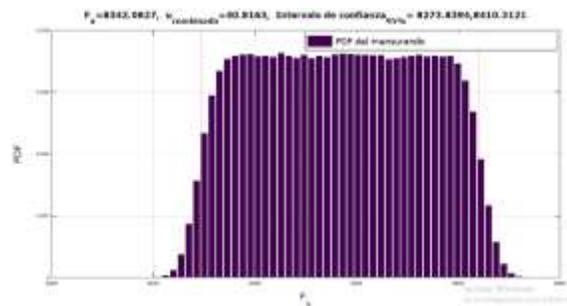


Figura D-2. Divisor 25 kV, año 2013

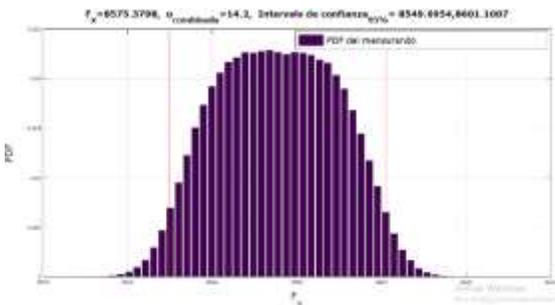


Figura D-5. Divisor 50 kV, año 2015-1

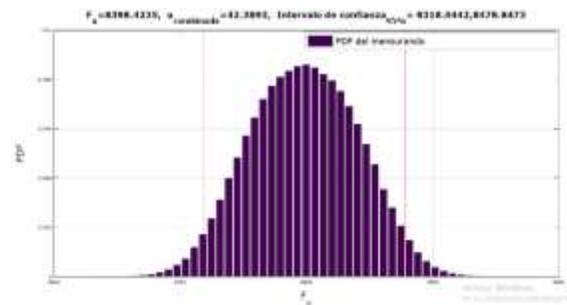


Figura D-3. Divisor 25 kV, año 2017

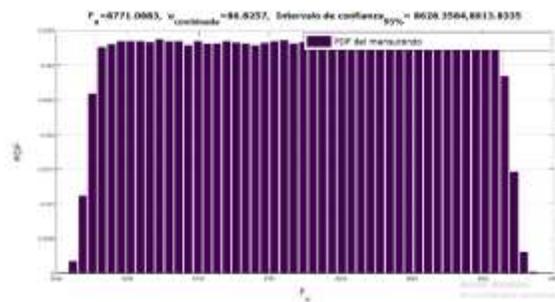


Figura D-6. Divisor 50 kV, año 2015-2

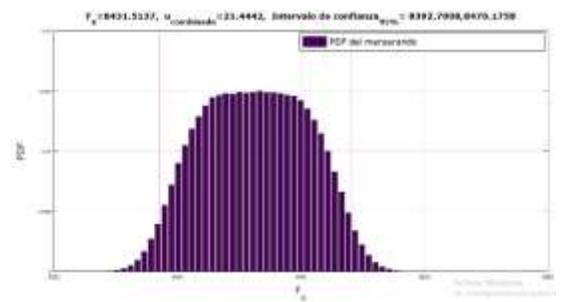


Figura D-7. Divisor 50 kV, año 2017

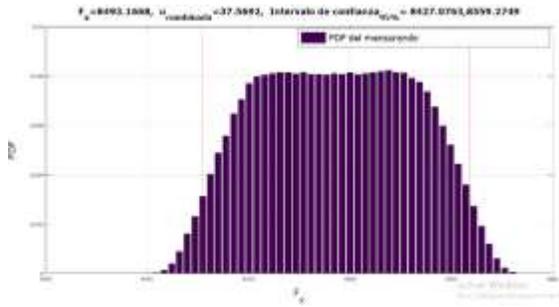


Figura D-8. Divisor 100 kV, año 2012

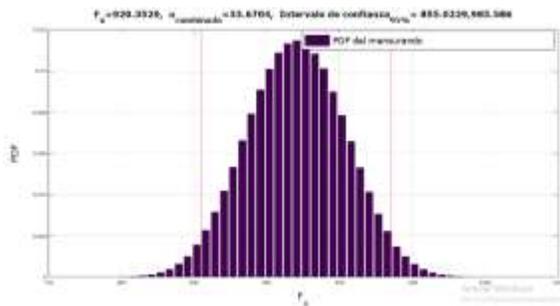


Figura D-9. Divisor 100 kV, año 2013

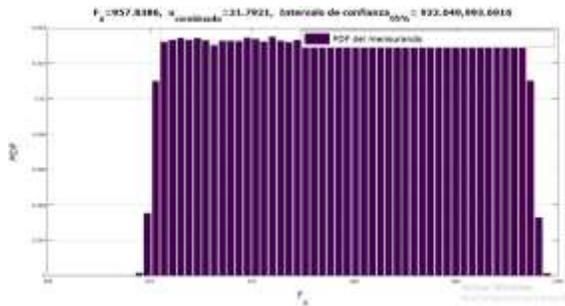
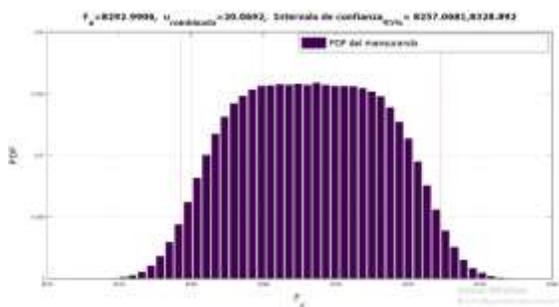


Figura D-10. Divisor 150 kV, año 2015-2



Bibliografía

- AENOR. (2012). Técnicas de ensayos de alta tensión Parte 2: Sistemas de medida, 2, 80. Retrieved from <http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>
- D'emilio, S., Gabanna, F., La Paglia, G., Negro, M., & Rua, G. (1985). Calibration of DC Voltage Dividers up to 100 KV. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 34(2), 224–227. <https://doi.org/10.1109/TIM.1985.4315309>
- Hirayama, H., Kobayashi, M., Murakami, K., & Kato, T. (2014). 10-kV High-Accuracy DC Voltage Divider. *Igarss 2014, IM(1)*, 1–5. <https://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2>
- Joint Committee for Guides in Metrology. (2008a). Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement. *BIPM, JCGM 100*(September), 134. <https://doi.org/10.1373/clinchem.2003.030528>
- Joint Committee for Guides in Metrology. (2008b). Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method. *BIPM, JCGM 101*, 90. <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2005.07.003>
- Joint Committee For Guides In Metrology. (2012). Basic and general concepts and associated terms (VIM). *BIPM, JCGM 200*(3rd edition), 108. [https://doi.org/10.1016/0263-2241\(85\)90006-5](https://doi.org/10.1016/0263-2241(85)90006-5)
- Li, Q., Wang, L., Zhang, S., Tang, Y., & Xu, Y. (2012). Method to determine the ratio error of DC high-voltage dividers. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 61(4), 1072–1078. <https://doi.org/10.1109/TIM.2011.2178672>
- Montgomery, D. C. (2009). Introduction. In *Design and Analysis of Experiments* (pp. 1–22).
- Styblíkova, R., & Draxler, K. (2008). Calibration of high voltage resistor dividers. *IEEE*, (5), 1–8.

Su, T., Chen, I., & Tsao, S. H. (1994). Automated calibration methods for a high-voltage park divider. *IEEE Conferences*, 307–308.