



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Análisis, diseño y construcción de una balanza de Kibble

Leonardo Suárez Sánchez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias, Departamento de Física

Bogotá, Colombia

2022

Análisis, diseño y construcción de una balanza de Kibble

Leonardo Suárez Sánchez

Tesis presentada como requisito para optar al título de:

Magíster en ciencias - Física

Director

Jaime Villalobos Velasco, Ph.D.

Línea de investigación:

Metrología científica

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias, Departamento de Física

Bogotá, Colombia

2022

A mi madre que persevera siempre por mí.

A mi hija, a mi esposa, a mi padre y a mis hermanos, que son mi motivación y mi luz.

No limites a tu hija a tus conocimientos, ya que ella nació en otra época.

Rabindranath Tagore

Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.



Leonardo Suárez Sánchez

Fecha 2022-08-01

Agradecimientos

Agradezco a mi director de tesis Jaime Villalobos, quien siempre confió en mí y me motivó a pensar que puedo hacer grandes cosas por la metrología en el país. Agradezco al profesor Ovidio Almanza quien firmemente apostó por mi conocimiento y mi experiencia en el área, y todo el tiempo me motiva a hacer mucho más. Agradezco al físico Marco Polo García, que siempre me enseña cosas nuevas en la metrología. Agradezco a mi esposa que es mi consejera y mi motor. Agradezco al Departamento de Física que me ha permitido crecer profesionalmente. Y agradezco a la metrología, gracias a ella pude cumplir con mi objetivo de aportar a la industria de mi país.

Resumen

Análisis, diseño y construcción de una balanza de Kibble

Se diseñó y construyó una balanza de Kibble, utilizando piezas de Lego® para formar la estructura, y elementos no ferromagnéticos para las partes móviles. Haciendo uso de un multímetro calibrado de 5_{1/2} dígitos, un giroscopio y un sensor de ultrasonido, se determinó la masa de cargas de prueba de 1 g, 2 g, 5 g, 10 g y 20 g, pertenecientes a un juego de masas clase OIML E₂, lo que permitió hallar una diferencia en masa menor al 1,5 % del valor nominal. La incertidumbre expandida obtenida fue hasta cuatro (4) órdenes de magnitud superior a la de la clase OIML E₂, con lo cual se pudo identificar la velocidad como la magnitud de influencia dominante en el presupuesto de incertidumbre.

Palabras clave:

Masa, Metrología, Balanza de Kibble.

Abstract

Analysis, design and making of a Kibble balance

A Kibble Balance was designed and built, using Lego pieces to form the structure with non-ferromagnetic elements for the moving parts. A 5_{1/2}-digit calibrated multimeter, a gyroscope and an ultrasound sensor were used. The mass of test loads of 1 *g*, 2 *g*, 5 *g*, 10 *g* and 20 *g* belonging to a set of OIML E₂ class masses was determined. Thus, finding a difference in mass less than 1,5% of the nominal value. The expanded uncertainty obtained was up to four (4) orders of magnitude higher than that of the OIML E₂ class, identifying speed as the magnitude of dominant influence on the uncertainty budget.

Keywords:

Mass, Metrology, Kibble's balance.

Tabla de contenido

Resumen	xi
Abstract	xii
Términos y definiciones:	1
Introducción	3
Objetivos.....	5
Objetivos Específicos	5
Antecedentes.....	6
Justificación	8
Marco Teórico- Metodológico	10
Metodología	15
Descripción y Análisis	24
Conclusiones	34
Referencias	36
Anexo 1: Tablas de datos.....	38

Términos y definiciones:

Las definiciones a continuación son tomadas de la norma JCGM 200:2012 Vocabulario Internacional de Metrología, emitido por el Centro Español de Metrología como una traducción del original para el idioma español.

1. Magnitud, propiedad de un fenómeno, cuerpo o sustancia, que puede expresarse cuantitativamente mediante un número y una referencia.
2. Mensurando, magnitud que se desea medir.
3. Error de medida, diferencia entre un valor medido de una magnitud y un valor de referencia.
4. Exactitud de medida, proximidad entre un valor medido y un valor verdadero de un mensurando.
5. Clase de exactitud, clase de instrumentos o sistemas de medida que satisfacen requisitos metrológicos determinados destinados a mantener los errores de medida o las incertidumbres instrumentales dentro de límites especificados, bajo condiciones de funcionamiento dadas.
6. Error máximo permitido, valor extremo del error de medida, con respecto a un valor de referencia conocido, permitido por especificaciones o reglamentaciones, para una medición, instrumento o sistema de medida dado.
7. Incertidumbre de medida, parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza.
8. Calibración, operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los valores y sus incertidumbres de medida asociadas obtenidas a partir de los patrones de medida, y las correspondientes indicaciones con sus

incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un resultado de medida a partir de una indicación.

SI: Sistema Internacional de Unidades.

BIPM: Buró Internacional de Pesas y Medidas.

CIPM: Comité Internacional de Pesas y Medidas.

LMPM: Laboratorio de Metrología de Pequeñas Masas.

LABE: Laboratorio de Ensayos Eléctricos.

Símbolo	Magnitud	Unidad utilizada
<i>m</i>	masa	kilogramo [kg], gramo [g]
<i>g</i>	gravedad de la tierra	metro sobre segundo al cuadrado [m/s ²]
<i>q</i>	Carga de una partícula	Coulomb [C]
<i>v</i>	Velocidad	metro sobre segundo [m/s]
<i>B</i>	Campo magnético	Tesla [T]
<i>l</i>	Longitud de una bobina	Metro [m]
<i>t</i>	tiempo	segundo [s]
<i>I</i>	Corriente eléctrica	Ampere [A]
<i>V</i>	Voltaje / diferencia de potencial	Voltio [V]
<i>T_a</i>	Temperatura ambiental	Celsius [°C]
<i>hr</i>	Humedad relativa	Porcentaje de humedad relativa [%hr]
<i>P_a</i>	Presión atmosférica	hectopascal [hPa]

Notas:

1. Para reportar valores numéricos se utiliza la coma “,” como separador decimal.
2. Los valores numéricos con varias cifras significativas no se expresan en notación científica para mostrar el impacto en los cálculos, se expresan acorde con la recomendación del Sistema Internacional de Unidades separando cada tres (3) cifras con un espacio.

Introducción

La metrología se ha transformado en motor y pilar de todo tipo de medición en el planeta, bajo la premisa de que se mide una vez y es reconocido en todo el mundo; sin embargo, esto es apenas la punta del iceberg. La estandarización requiere de fuertes conocimientos técnicos, de sistemas de gestión de la calidad y, lo más importante, la trazabilidad metrológica, que vincula las mediciones realizadas directamente con las magnitudes básicas y/o derivadas establecidas en el Sistema Internacional de Unidades (SI).

Históricamente, la metrología ha sido una de las ciencias que más se ha adaptado a la evolución cultural del ser humano, cobrando gran relevancia científica e industrial en el último siglo y garantizando la reproducibilidad como resultado de la aplicación del método científico; a pesar de esto, también ha jugado un papel silencioso en las mediciones realizadas para transacciones comerciales.

El objetivo principal de la metrología es el de estandarizar toda medición a través de procedimientos detallados, donde se garantice la trazabilidad al SI mediante la calibración de los equipos con los que se adquieren los datos. En esta era digital, estar en capacidad de reproducir un resultado conlleva a desarrollar conocimiento, tecnología y, en el caso del mercado colombiano, estar a la altura de las grandes industrias extranjeras para poder ser competitivos.

Ahora bien, las empresas que desarrollan instrumentos de medición buscan constantemente alternativas tecnológicas y científicas que permitan obtener mejores valores de medición con suficiente consistencia teórica para garantizar la exactitud de los resultados ofrecidos. Es por esto que este tipo de trabajos potencia la investigación y el desarrollo de la metrología científica, al poner al servicio de la industria equipos que

afectan directamente los productos que ofrecen, con la exactitud necesaria para asegurar su calidad.

En la última década se han desarrollado múltiples experimentos para redefinir las magnitudes básicas del SI en términos de constantes universales (Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). (2018). Puntualmente para la magnitud de masa, los equipos de medición llamados comparadores de masa son instrumentos que se basan en la forma en la que se definía anteriormente el valor del kilogramo, que era a través de un artefacto, una unidad materializada (BIPM, 2019). La balanza de Kibble es uno de los experimentos utilizados para fijar la constante de Planck y redefinir la masa dada por el SI en términos de esta constante (National Institute of Standards and Technology (NIST), (14 de mayo de 2018); lo que hace pensar que estos nuevos progresos científicos cambiarán la forma en la que se mide la masa y las demás magnitudes, tanto a nivel industrial como a nivel de los laboratorios de calibración primarios y secundarios, con el fin de obtener mejores y más confiables valores de medida.

Cabe resaltar que la balanza de Kibble se inventó inicialmente para calcular la constante de Planck; sin embargo, su predecesora, la balanza de Ampere (que es una balanza de brazos iguales), fue un modelo que se desarrolló inicialmente para medir la masa, contrarrestando el efecto de su peso con una fuerza producida por un campo magnético. Este trabajo de tesis busca retomar ese camino para medir masa a través de las magnitudes eléctricas (relacionadas con el campo magnético), las cuales en la actualidad se miden con mucha exactitud.

Objetivos

Objetivo General

Analizar, Diseñar, construir y poner en operación una balanza de Kibble que mida la masa de forma indirecta a través de magnitudes eléctricas, estableciéndola como un modelo para desarrollar un patrón nacional de masa en Colombia.

Objetivos Específicos

1. Ensamblar el sistema, las piezas mecánicas y el sistema electrónico para asegurar que la balanza funciona, realizando pruebas y obteniendo valores experimentales que sean comparables a los teóricos.
2. Conseguir el equipamiento necesario para medir las magnitudes de influencia involucradas en la determinación de la masa, que permita determinarlas con muy buena exactitud.
3. Comparar los valores de masa obtenidos de la balanza (indirectamente) contra las masas convencionales de un patrón de masa calibrado de clase OIML E₂, para evidenciar la diferencia de masa e incertidumbre obtenida entre ambas metodologías.

Antecedentes

La balanza de Kibble fue desarrollada en el National Physical Laboratory (NPL) del Reino Unido en 1975, por el PhD Bryan Kibble, con el objetivo de redefinir de forma más simple el amperio. Inicialmente fue llamada balanza de Watt, cuyo nombre proviene del hecho de que, en este instrumento, el producto entre la masa bajo prueba y la velocidad es proporcional al producto de la corriente y el voltaje, que se mide en unidades de Watt (NIST, 2018). En junio de 2016, dos meses después de la muerte de Bryan Kibble, en el Comité Internacional de Pesos y Medidas acordaron cambiar el nombre del dispositivo en su honor.

En la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM), llevada a cabo en el año 2011, se manifestó la necesidad de redefinir las unidades del SI, incluyendo la redefinición del kilogramo en términos de la constante de Planck, esto debido a que el valor de masa del patrón materializado del kilogramo (Le Grande K) había perdido alrededor de 70 μg desde su construcción (1879). La balanza de Kibble fue uno de los experimentos propuestos para redefinir el kilogramo en términos de la constante de Planck; con este propósito se construyeron montajes experimentales en el National Institute of Standards and Technology (NIST, 2018), (EE UU), en la Oficina Federal Suiza de Metrología (METAS) (Berna, Suiza), en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (BIPM), (Francia) y en el Laboratoire National de Métrologie et D'essais (LNE), (Francia). Para 2018, el récord de exactitud lo ostentaba la balanza del NIST, con un margen de error de $3,6 \times 10^{-8}$, esta misma balanza mantiene, a 2022 un error de solo $1,0 \times 10^{-8}$ ¹.

¹ aunque el autor se refiere al concepto de error, en realidad corresponde al de incertidumbre relativa (VIM:2012).

En junio del año 2015, el NIST publicó en la American Journal of Physics un artículo denominado “A LEGO Watt balance: An apparatus to determine a mass based on the new SI” (Chao et al., 2015), en el cual muestran cómo crearon un modelo de balanza de Kibble utilizando piezas de Lego® combinadas con piezas electrónicas, logrando una incertidumbre relativa de (2×10^{-6}) .

En diciembre de 2019 en Colombia, se publicó el artículo “Construcción e implementación de la balanza de Kibble/Watts” de la Universidad de Antioquia (Torres, D. y Duque S. diciembre de 2019), en el cual se muestran diagramas de una balanza de Kibble (pero sin registros fotográficos), el análisis teórico del sistema y algunas gráficas, pero no son claros si obtuvieron algún resultado concreto.

Justificación

La balanza de Kibble fue creada con el propósito de fijar la constante de Planck, pero hasta la fecha (julio de 2022), no se tiene noticia de su uso para otras aplicaciones científicas o industriales. Este trabajo de tesis busca darle utilidad en otros campos, usándola como patrón de referencia indirecto de masa. Por otro lado, el método actual de medición de masa hace uso de equipos comerciales denominados comparadores de masa que dependen de masas de alta exactitud, cuyos valores de referencia no son constantes en el tiempo.

Los comparadores de masas y las masas de alta exactitud son instrumentos muy costosos y delicados. Sus condiciones de uso, almacenamiento y manipulación hacen que la calibración de masas e instrumentos de pesaje esté sujeta a muchas magnitudes de influencia que afectan la incertidumbre de la medición. Un patrón de masa puramente eléctrico eliminaría varias de estas fuentes de influencia del sistema de medición; además, las fuentes que afectarían directamente al mensurando tenderían a ser muy pequeñas ya que se considera que las magnitudes eléctricas son las que cuentan con mejor definición y menor incertidumbre del SI.

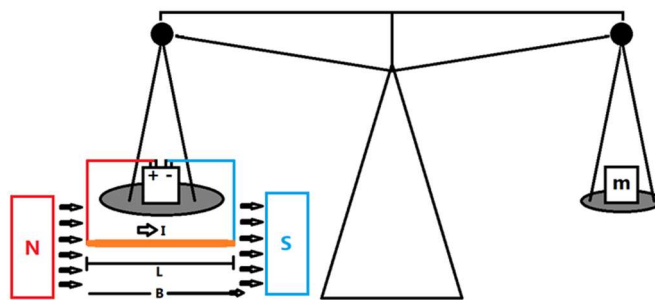
Consideramos que a corto plazo este tipo de modelos logrará la exactitud necesaria y suficiente para que la industria no dependa estrictamente de masas de alta exactitud y las magnitudes eléctricas sean consideradas como una opción para determinar la masa de un artefacto. Esperamos que el modelo que trabajamos en esta tesis contribuya precisamente a revolucionar la industria de medición de masa y la forma en la que se calibran las masas de alta exactitud.

Marco Teórico-Methodológico

La balanza de Kibble es una versión modificada de la balanza de Ampere. Esta última, es una balanza de brazos iguales en donde se equilibran dos fuerzas: una fuerza mecánica en uno de los brazos asociada al peso de un artefacto suspendido (de masa desconocida) y la otra una fuerza de Lorentz debida a la fuerza magnética que ejercen dos bobinas, una de las cuales está unida a uno de los brazos. La fuerza magnética debe ser tal que mantenga en equilibrio el sistema. Esto se puede visualizar en la Figura 1.

Figura 1

Diagrama de una balanza de Ampere



Matemáticamente se puede ver que, en el equilibrio, el sistema se comporta de la siguiente manera:

$$mg = q(v \times B) \quad (1)$$

Pero $v = l/t$ y $q/t = I$, la expresión se puede reescribir como:

$$mg = Il \times B \quad (2)$$

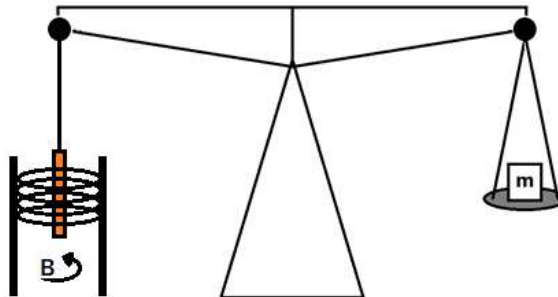
Para un conductor rectilíneo y considerando constantes B , l e I se tiene que:

$$mg = BlI \quad (3)$$

La anterior expresión implica medir muy bien los valores de B y l para obtener la mayor precisión y exactitud en el valor de m ; en la práctica no es tan fácil determinarlos con estas características dada las limitaciones tecnológicas y los modelos teóricos para calcularlas. Ahora bien, Kibble diseñó el sistema de tal forma que evita medir directamente los valores de B y l con un segundo paso de calibración; en su diseño lo llama Modo velocidad. La configuración del sistema ahora es como se muestra en la Figura 2.

Figura 2

Diagrama de una balanza de Kibble



El mismo cable de la Figura 1 (en la práctica, una bobina de cable) se mueve a través del mismo campo magnético (producido por un electroimán) a una velocidad conocida v . Por la Ley de Inducción de Faraday, se genera una diferencia de potencial U a través de los extremos del cable, así:

$$V = Blv \quad (4)$$

Los valores de B y l , que continúan siendo desconocidos, se pueden eliminar de ambas ecuaciones, lo que resulta en:

$$VI = mgv \quad (5)$$

Ambos lados de la ecuación tienen unidades de potencia (*watts*), de allí el nombre de balanza de vatios, y puede reescribirse despejando la masa:

$$m = \frac{VI}{gv} \quad (6)$$

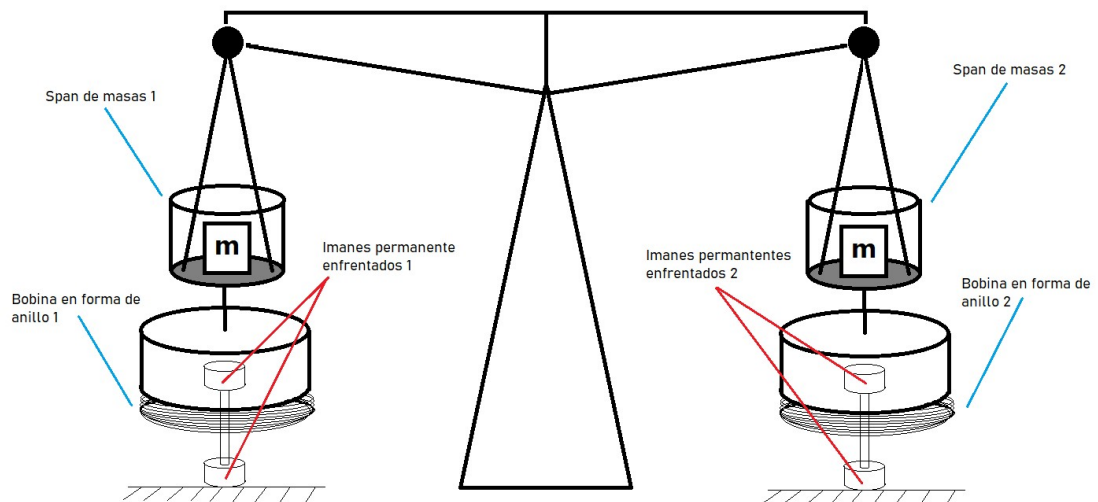
En este punto se puede afirmar que los valores de V , I , g y v pueden medirse con una muy alta exactitud, lo que genera un valor exacto también para m . En la práctica, para lograr una exactitud relevante para las magnitudes V , I y v , se requieren instrumentos de alta calidad metrológica; y para el caso de la gravedad local g , establecer su valor a través de certificación o modelo matemático.

Cabe resaltar que en el NIST elaboraron un modelo más complejo, matemáticamente igual de consistente, pero con algunas ventajas que se mencionan a continuación.

En ambos brazos de la balanza se ubica un *span* de masas, (para colocar las masas de prueba) la cual es una bobina en forma de anillo ubicada en la mitad geométrica de un campo magnético formado por un par de imanes cilíndricos huecos enfrentados en repulsión (ver Figura 3).

Figura 3

Diagrama de una balanza de Kibble modificada



En el modo de pesaje, vamos a suponer que es el *span 1* en el que se colocan las masas de prueba. Para este caso, se conecta una fuente de corriente en serie con un amperímetro en los extremos de la bobina 2, de modo que al colocar una masa de prueba en el *span 1*, una corriente que circule por la bobina 2 generará un campo magnético que se oponga a la fuerza que ejerce dicha masa y lleve el sistema hacia el equilibrio de nuevo. Esta corriente es directamente proporcional a la masa aplicada.

Por otra parte, en el modo velocidad, se coloca en la bobina 1 un voltímetro y un medidor de velocidad, se apaga la corriente que circula en la bobina 2 y se pone a oscilar el *span 2* para inducir un voltaje en la bobina 1. El voltaje inducido y la velocidad se utilizarán para determinar cualquier masa de prueba, ya que son características propias del sistema y del campo permanente generado por los imanes. Se considera que el modo velocidad caracteriza el sistema independientemente de la masa aplicada.

Este modelo genera mejor estabilidad debido a que ambos brazos se consideran iguales, ejerciendo el mismo peso y llevando a determinar el equilibrio de forma más fácil.

Masas de Alta Exactitud

Acorde con la norma NTC 1848:2007, una pesa es un artefacto que mantiene su valor de masa (denominado masa convencional) estable en el tiempo y difícil de alterar. Ahora bien, su forma, material de fabricación, acabado superficial, marcación y tolerancia definen su clase de exactitud; estas clases se dividen en E (especial), F (fina) y M (media), teniendo como clasificaciones de la mejor a la peor las siguientes: E₁, E₂, F₁, F₂, M₁, M₁₋₂, M₂, M₂₋₃ y M₃. Entre mejor sea su clase significa que menos tolerancia tiene al error y que su proceso de fabricación es tan elaborado que su incertidumbre es muy pequeña. La diferencia entre clases de exactitud es que la tolerancia (error máximo permitido) es tres (3) veces más grande que la clase siguiente; esto hace que una pesa de 100 g clase E₂ tenga una tolerancia de 0,16 mg, pero para la misma pesa de clase F₁ sea de 0,5 mg. Por otro lado, la diferencia en la tolerancia para dos pesas de la misma clase de exactitud va en la misma proporción que su masa convencional; para la misma pesa de 100 g clase E₂ con una tolerancia de 0,16 mg tendremos una de 200 g de la misma clase con tolerancia de ~0,3 mg.

El Problema del Kilogramo

Nuestra balanza quiere contribuir a solucionar el siguiente problema: las pesas de alta exactitud son especialmente delicadas y su masa varía significativamente en el tiempo; además, no sirven si no se utilizan en conjunto con un instrumento de pesaje. Al buscar una forma electromagnética de determinar esta masa, pretendemos dar una alternativa diferente para no depender de este conjunto, sabiendo que las magnitudes eléctricas (voltaje y corriente) y la longitud son las que se determinan con más alta exactitud dada la definición de sus unidades básicas (dadas en términos de la velocidad de la luz y la carga del electrón).

Metodología

De acuerdo con los antecedentes presentados, esta es la primera vez que se realiza en el país un sistema real y con estas características, planteando una tarea exploratoria, creativa, de diseño y de desarrollo. Todo esto implicó hallar los materiales y elaborar el diseño para su construcción. Comenzamos entonces con la construcción del prototipo que nos permitiera entender su funcionamiento y enfocarnos en los detalles.

Inicialmente se tomó como base la balanza de Kibble construida con piezas de Lego® en el año 2005 por Richard L. Steiner, Edwin R. Williams, David B. Newell y Ruimin Liu para elaborar la nuestra.

Adquirimos un juego de piezas Lego® con lo que construimos la base estructural, los soportes y los brazos (figuras 6 y 8). Como “primera” dificultad, cabe mencionar que el juego no contaba con piezas específicas para elaborar partes mecánicas ni piezas circulares, lo que nos llevó a ser recursivos con las siguientes partes del montaje.

- *Span* de masas para ambos brazos.
- Eje de suspensión.
- Base para los imanes de neodimio (figura 4).
- Posicionador para las bobinas en forma de anillo.

Figura 4

Lámina de madera con anclaje de imanes

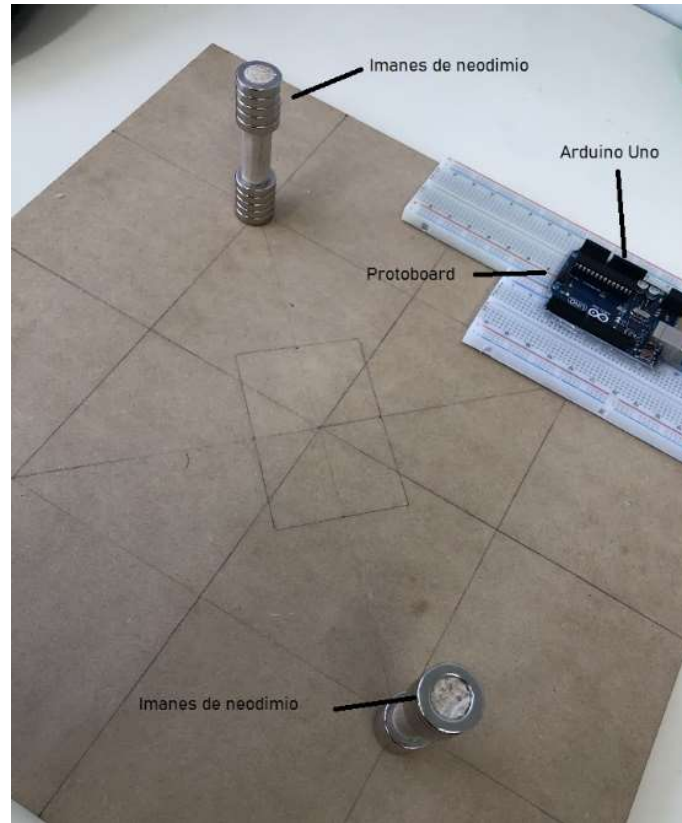
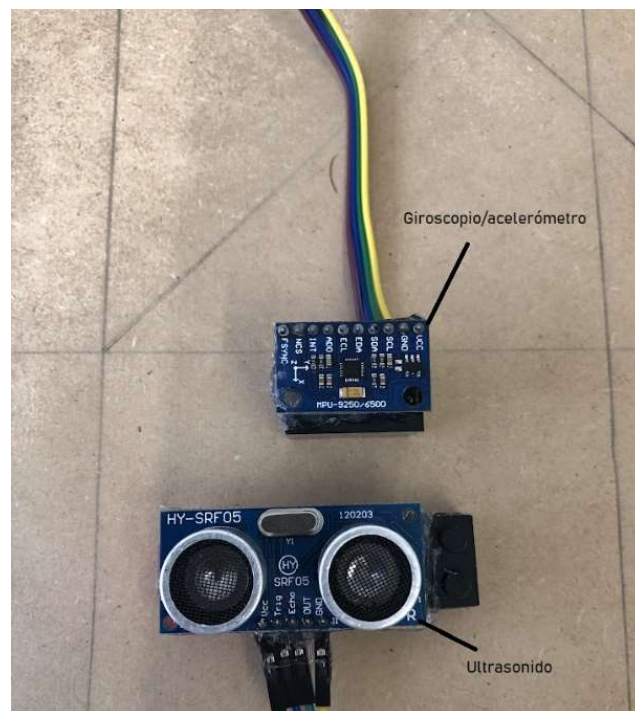


Figura 5

Sensores de ultrasonido y giroscopio utilizados



Estas piezas tuvieron que ser elaboradas en materiales que, en lo posible, no contuvieran componentes metálicos, ya que todos los intentos iniciales con piezas hechas de hierro eran atraídas a los imanes, lo que afectaba significativamente el equilibrio entre brazos. Por esta razón, se decidió usar recipientes, piezas, amarres y cadenillas plásticas, además de platillos y palos de madera, silicona y cinta de enmascarar.

Se inició la construcción del montaje en el Laboratorio de Metrología de Pequeñas Masas (LMPM) de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá (edificio 224, laboratorio 251).

Figura 6

Estructura del montaje construido con piezas Lego®

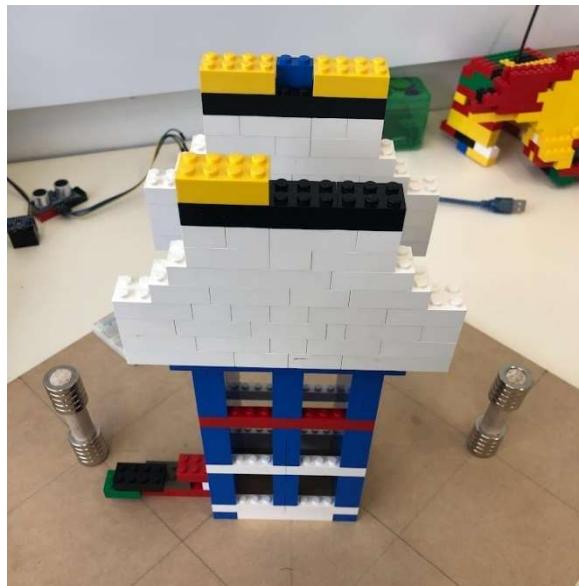


Figura 7

'Span' de masas, construidos de plástico y madera

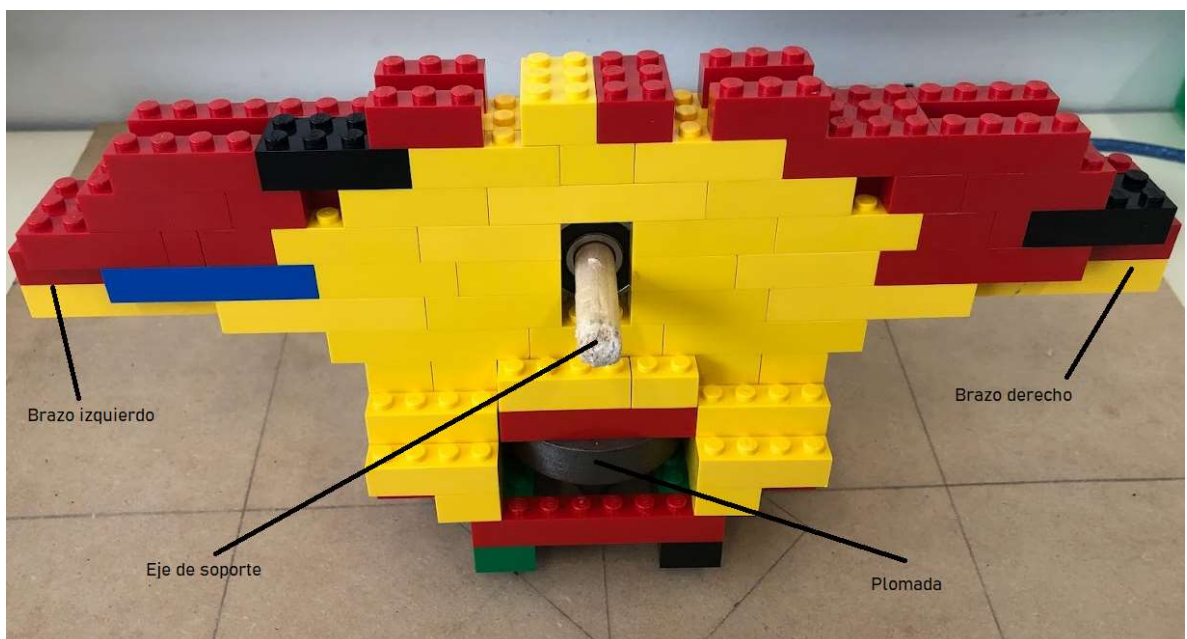


Construimos los *span* de masas (Figura 7) utilizando recipientes plásticos que modificamos con diferentes herramientas; luego, les colocamos unas cadenas plásticas para suspenderlos, y, por último, utilizamos armellas con rosca para pegarlos a los brazos de la estructura en piezas de Lego® (Figura 8). Anclamos los imanes a una barra de madera para garantizar que mantuvieran una distancia fija entre ellos y que el campo magnético generado fuera constante. Ensamblamos el sistema encima de una lámina de madera a la que le abrimos orificios para anclar los imanes (Figura 4); el eje de estos orificios lo alineamos directamente con la punta del brazo donde ubicamos los *span* de masas. Enrollamos las bobinas en un recipiente plástico con rosca en uno de los extremos, lo que nos permitió colocarlo en el centro geométrico de los imanes. Por último, utilizamos un palo de madera atravesado entre las piezas de Lego® como eje de giro para que el sistema se equilibrara y se pudieran inclinar los brazos (Figura 8). Más adelante, cableamos el sistema para poder medir el voltaje y la corriente de las bobinas. Encontramos una “segunda” dificultad, los medidores de corriente y voltaje que utilizaron los autores para el modelo Lego en el que nos basamos (Chao et al., 2015) se adherían fácilmente al sistema de *span* y enviaban datos de forma inalámbrica a un microcontrolador. En nuestro caso, el

cableado generaba tensión en los brazos impidiendo que se movieran únicamente por efecto del peso de las masas de prueba y de los campos magnéticos. Esto fue algo con lo que tuvimos que acostumbrarnos a trabajar debido a la dificultad económica de adquirir medidores de estas características.

Figura 8

Brazo central del montaje con eje de giro y plomada



Para esta fase, ya contábamos con un montaje que, considerábamos, estaba listo para las pruebas iniciales. Con este fin, colocamos un nivel de gota en uno de los brazos del montaje, y con fichas de Lego® generamos equilibrio haciendo contrapeso en el otro brazo. Con un multímetro convencional ($3\frac{1}{2}$ dígitos) y la fuente de corriente 3B Modelo U33020, placa: 2408343, prestada por el laboratorio de electricidad del Departamento de Física, iniciamos con las primeras pruebas de pesaje.

Lo primero que evidenciamos fue que, al hacer circular una corriente por la bobina el sistema se desequilibraba, y para ciertos valores de masa podía contrarrestar sin problema el efecto del peso.

Como “tercera” dificultad, encontramos que el nivel de gota parecía no moverse de su centro cuando utilizábamos cargas de prueba inferiores a 1 g lo que indica que la gota no es del todo sensible a variaciones pequeñas; por otro lado, el sistema golpeaba contra la estructura para valores superiores a 50 g , lo que nos llevó, inicialmente, a limitar la capacidad máxima del montaje a 20 g .

Al intentar medir la corriente en la bobina para las cargas de prueba de 2 g y 5 g , el multímetro utilizado no mostraba mayor diferencia en las indicaciones, ya que la resolución de este no nos permitía lecturas exactas. Al utilizar el mismo multímetro para medir el voltaje inducido por la bobina no encontramos respuesta en la indicación, ya que el voltaje inducido se encontraba por debajo de los 3 mV , a duras penas pudimos estimar el valor de esta tensión moviendo con fuerza el sistema. Lo anterior nos planteó nuevos retos, enfocados en encontrar:

- Un sistema de nivel más sensible.
- Un brazo que girara libremente y que conservara el equilibrio.
- Un sistema para medir de forma automatizada la velocidad de oscilación de las bobinas.
- Una fuente de corriente que suministrara un flujo más sensible y fino para tener corrientes más exactas.
- Mediciones de corriente y voltaje de alta exactitud.

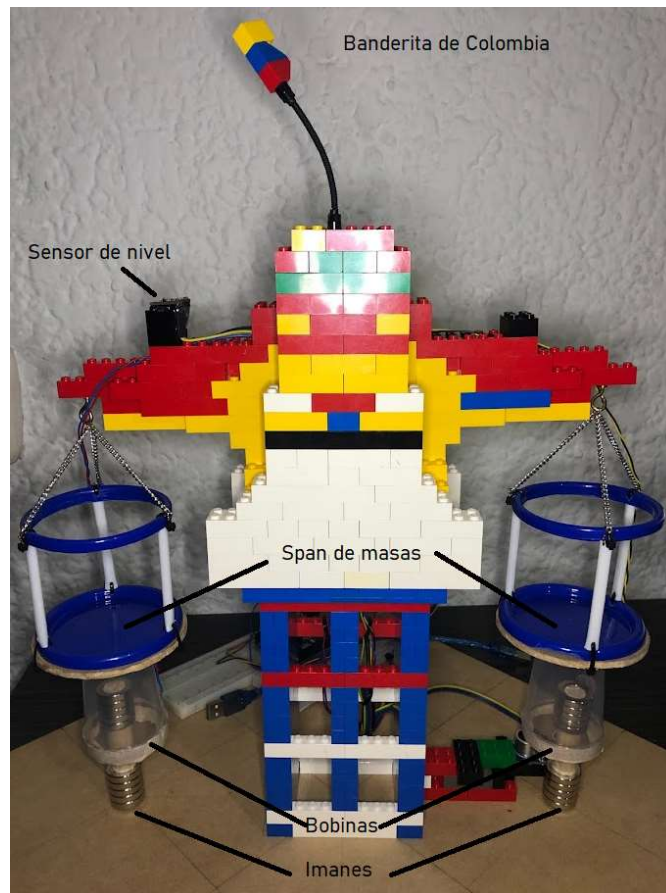
Para el sistema de nivel adquirimos un giroscopio con acelerómetro y magnetómetro MPU9250 (Figura 5) para configurar con Arduino® (el programa para su funcionamiento se encuentra en su datasheet). Al instalar este chip en el montaje, pudimos configurar el cero (equilibrio) del sistema y evidenciar cuando este salía y retornaba a cero.

Para que los brazos giraran sin fricción, colocamos un rodamiento en el eje de giro atravesado por una barra de madera, lo que mejoró bastante la sensibilidad de los brazos. Para que el sistema se mantuviera en equilibrio, le empotramos a la base de los brazos una plomada con dirección hacia el piso, eso aumentó el peso en la base del sistema bajando la posición del centro de masa y facilitando la forma de volver el sistema al equilibrio.

Debido a la imposibilidad económica de conseguir un tacómetro láser o de instalar un sistema láser para medir la velocidad de oscilación de las bobinas, optamos por adquirir un sensor de ultrasonido HY-SRF05 (Figura 5) para configurar con Arduino® (el programa de funcionamiento se encuentra en su datasheet), instalamos este sensor bajo el *span* 1 y al configurarlo con una respuesta de 100 *ms* pudimos ver cómo cambiaba la posición de la bobina por unidad de tiempo, lo que nos permitió saber punto a punto su velocidad.

Figura 9

Montaje experimental completo



Luego de instalar todos estos nuevos elementos en el montaje experimental, continuábamos teniendo inconvenientes para encontrar un multímetro de al menos 5_{1/2} dígitos y, lo más importante, que estuviera calibrado para validar la trazabilidad de las mediciones.

En este punto hay que resaltar que, aunque el Departamento de Física de la Universidad Nacional cuenta con equipos con estas características, no encontramos uno que estuviera calibrado.

Luego de buscar por varias semanas un multímetro de la exactitud mencionada, pudimos contactar con el Laboratorio de Ensayos Eléctricos (LABE) de la Universidad Nacional sede Bogotá (edificio 411, oficina 102 C). Ellos nos manifestaron desde el

principio que contaban tanto con el multímetro, como con una fuente de corriente de características similares a lo que necesitábamos. por lo que nos vimos obligados a trasladar el montaje hasta las instalaciones del LABE.

El sistema de medición correspondía a un juego de masas clase OIML E₂ de 1 mg a 1 kg con placa 236584 y certificado de calibración 102369 de 2018-11-22 emitido por el DKD (Alemania) que pertenece al Laboratorio de Metrología de Pequeñas Masas.

Los equipos facilitados por el LABE fueron los siguientes:

- Fuente de corriente Keithley 2231A-30-3 con serie 802196010706920066, ID: ILM-087 y placa 2333298.

- Multímetro Keithley 2110 con serie 8000370, con certificado de calibración LABE05CC9066V1 de 2021-11-04 emitido por el LABE (acreditado por el Organismo Nacional de Acreditación de Colombia).

Al momento de medir, observamos que el LABE ubica sus equipos de alta exactitud en un segundo piso y las mesas para los equipos son mesas de madera, esto no proporciona ninguna desventaja para las actividades que comúnmente se realizan allá, pero si afecta significativamente para las mediciones de masa; el movimiento generaba vibraciones, afectando significativamente las medidas del giroscopio, luego de un tiempo el sistema pudo estabilizarse y iniciamos las mediciones.

Luego de ajustar el cero del giroscopio, empezamos a hacer pruebas con cargas aleatorias, colocando la carga en el *span*, alimentando el otro brazo con corriente y nivelando de nuevo la balanza, luego apagando la corriente, descargando el *span* de masa y

verificando el cero con el sistema apagado y el *span* descargado, lo que funcionó perfectamente.

Iniciamos el modo de pesaje con cargas a partir de 100 mg , pero aún con el giroscopio no fue posible evidenciar un cambio significativo en el sistema de nivel. Empezamos a notar una diferencia sustancial a partir de 1 g . Colocamos la masa de 1 g en el *span* 1, alimentamos con corriente la bobina 2 hasta volver a obtener el cero en el giroscopio, anotamos esa corriente, apagamos la fuente y descargamos el *span* 1 y verificamos el cero, con el fin de obtener hasta 10 lecturas. Los pasos anteriores se repitieron para las masas de 2 g , 5 g , 10 g y 20 g . Para la carga de 50 g la corriente que debía pasar por la bobina era importante (superior a los 5 A), pero para la carga de 20 g la bobina se había calentado bastante y no quisimos arriesgarnos a subir pesas más grandes. Luego, pasamos al modo velocidad: conectamos la bobina 1 al voltímetro, habilitamos el programa para medición de la posición vs. tiempo de la bobina y empezamos a mover el *span* 2 de arriba hacia abajo de forma sistemática. Como las indicaciones del voltímetro y del sensor de ultrasonido eran bastante frecuentes, optamos por grabar un video para adquirir los datos.

Descripción y Análisis

Nuestro modelo matemático (6) cuenta con cuatro magnitudes de influencia, las cuales analizaremos de forma independiente.

Gravedad Local

Ante la imposibilidad económica de contratar el servicio del Instituto Geográfico Agustín Codazzi, buscamos una alternativa teórica (Martínez W. Flores J. y Sanchez L., octubre 1995), indicando que la gravedad local estimada para el LABE es de $9,773\,744\,87 \frac{m}{s^2}$.

Corriente, Voltaje y Velocidad

Si reescribimos el modelo matemático que tenemos en (6) como m en función de I , tenemos lo siguiente:

$$m = \frac{V}{gv} I \quad (7)$$

Lo que quiere decir que la relación entre la corriente y la masa corresponde a una línea recta con pendiente $\frac{V}{gv}$, esto nos permite dividir el análisis en varias secciones:

1. Analizar la curva m vs. I y determinar la pendiente. Para esto utilizaremos la masa convencional de las pesas E₂ utilizadas como masas de prueba y los valores de corriente determinados experimentalmente.
2. Recopilar las indicaciones de velocidad y voltaje del video registrado durante las mediciones, comparar el valor de la pendiente determinada en el paso anterior con esta.
3. Determinar la masa convencional de las pesas utilizadas durante el experimento, determinar el grado de correlación entre ambos valores de masa.

² Este valor fue obtenido de la referencia mencionada. Se reporta con todas las cifras decimales posible para que el cálculo de la masa no se vea afectado por el redondeo de esta cantidad.

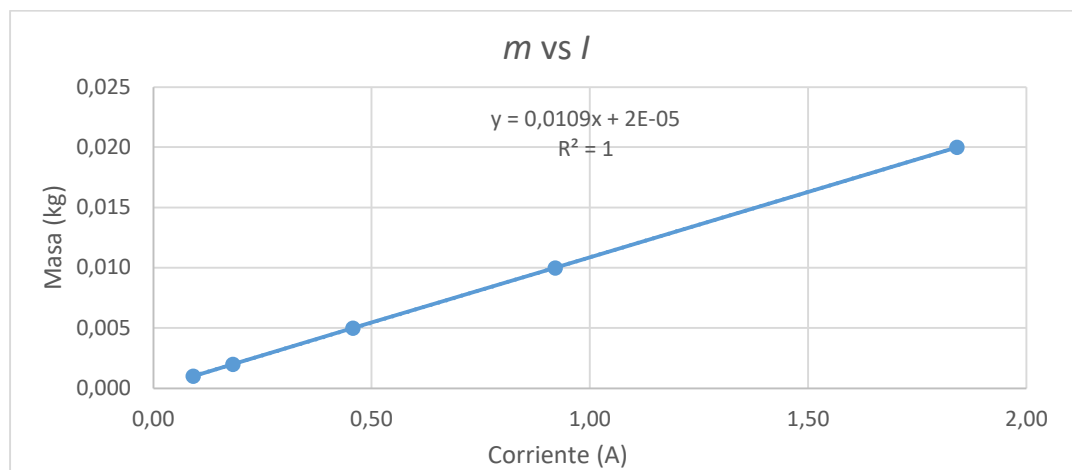
4. Evaluar la incertidumbre de la medición para cada carga y comparar, a través de un Test de Radio de la Incertidumbre (TUR, Mimbbs S. y NASA., 2007), la incertidumbre del modelo Kibble *vs.* la incertidumbre de las pesas calibradas clase E₂.

Análisis de la Curva *m vs. I*

Se utilizaron los valores de masa convencional del certificado de calibración del juego de masas. Los valores de corriente eléctrica del certificado de calibración no hubo necesidad de corregirlos ya que no son significativos para las indicaciones obtenidas. De los datos recopilados se graficó lo siguiente:

Figura 10

m vs. I para el modo de pesaje de una balanza de Kibble (Excel)



Esto indica que el cociente V/vg debería tener un valor aproximado a $0,010\ 85\ Vs^3/m^2$.

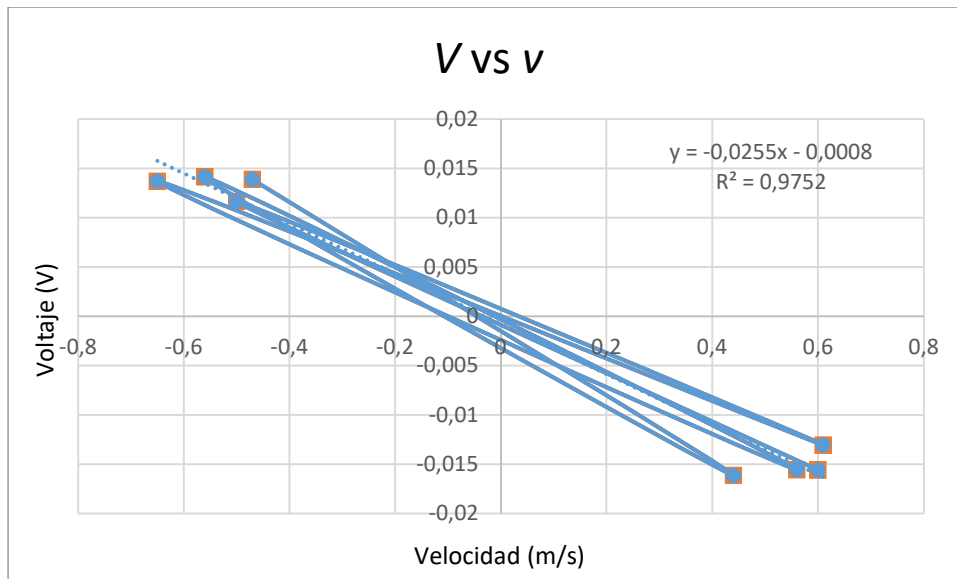
Análisis de los Datos de V y v

Del video se pudieron recopilar los datos de voltaje y de velocidad a medida que la bobina oscilaba entre los imanes, los datos de voltaje se tomaron directamente de las indicaciones del multímetro, mientras que los datos de velocidad fueron calculados con las indicaciones de distancia del programa Arduino de los datos que entregaba el sensor de ultrasonido.

Inicialmente, se estimó un retraso de 100 ms entre valores de distancia para las indicaciones del sensor de ultrasonido para poder calcular la velocidad. Ante la imposibilidad de poder sincronizar las frecuencias de los indicadores de voltaje y distancia, hubo necesidad de, para cada ciclo, tomar los datos máximos y mínimos de cada magnitud. De la ley de inducción de Faraday para el sistema de anillo tenemos la ecuación (4), lo que quiere decir que si graficamos V vs. v , la recta tendrá una pendiente igual al producto BL que también es igual a V/v , obteniendo el siguiente gráfico:

Figura 11

V vs. v para el modo de velocidad de una balanza de Kibble (Excel), velocidad adquirida por el sensor de ultrasonido en Arduino



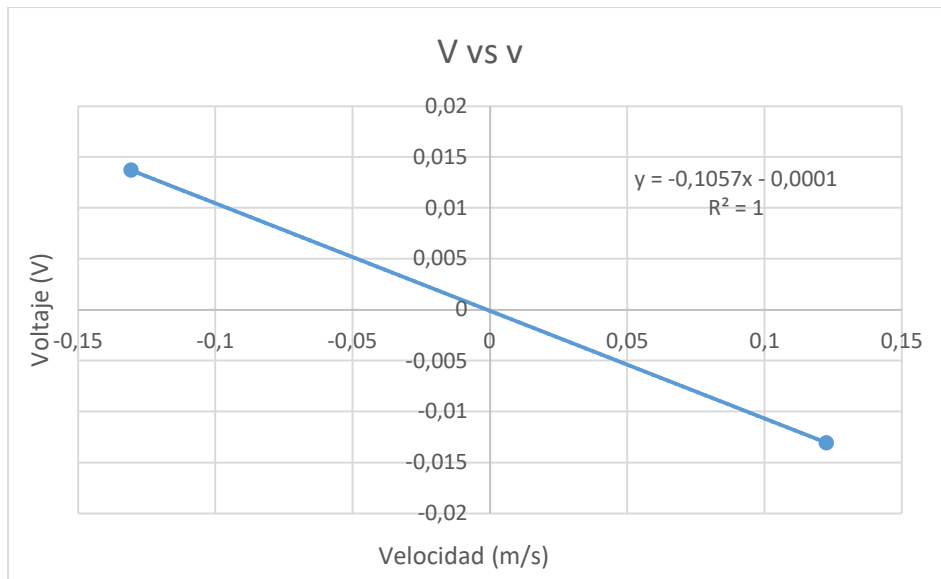
Dividiendo esta pendiente por la gravedad se tiene que $V/vg = 0,002\ 59Vs^3/m^2$.

Estos datos nos causaron inicialmente sorpresa, ya que confiábamos en que los datos se encontraban bastante consistentes, la duda surgió cuando analizamos la respuesta del sensor de ultrasonido.

Para descartar que el ultrasonido estuviera entregando datos anómalos utilizamos el programa Tracker®, midiendo bien los extremos de las bobinas (como patrón de longitud) y propagando la posición de la bobina como una masa puntual. De esta forma, el programa nos entregó los datos de velocidad, y con estos realizamos de nuevo el gráfico:

Figura 12

V vs. v para el modo de velocidad de una balanza de Kibble (Excel), velocidad adquirida del análisis de video con el programa Tracker



Inmediatamente, se pudo constatar la pobre exactitud del sensor de ultrasonido, al comparar los datos experimentales con los datos teóricos; por lo que cambiamos los datos de velocidad por los del software Tracker e hicimos el análisis con estos últimos.

Para el segundo análisis se determinó una pendiente de $0,1057 \text{ Vs}^2/\text{m}$, lo que indica un valor de $\frac{V}{vg} = 0,01081 \text{ Vs}^3/\text{m}^2$, que permitió estimar el error porcentual para el cálculo de este cociente en 0,33 % contra el valor teórico.

Cálculo de la Masa Convencional con la Balanza

Utilizando los valores experimentales como si no conociéramos el valor de masa convencional de las pesas utilizadas, se encontraron los siguientes valores.

Tabla 1

Cálculo de los valores de masa de las cargas de prueba

$I (A)$	V/v	g	V/vg	$m (kg)$
0,091 075	0,105 700 0	9,773 7	0,010 814 69	0,000 984 95
0,182 15	0,105 700 0	9,773 7	0,010 814 69	0,001 969 9
0,457 179	0,105 700 0	9,773 7	0,010 814 69	0,004 944 25
0,920 408	0,105 700 0	9,773 7	0,010 814 69	0,009 953 93
1,840 816	0,105 700 0	9,773 7	0,010 814 69	0,019 907 85

En un primer momento, confirmamos que los valores obtenidos experimentalmente son consistentes y coherentes. Ahora, procedemos a evaluar el nivel de correlación entre los valores determinados a través de la balanza y a compararlos con los del certificado de calibración de las pesas.

Tabla 2

Diferencias porcentuales entre los valores de masa calculados por la balanza de Kibble vs. certificado de calibración de las pesas

m experimental (g)	m calibrada (g)	Error (g)	Diferencia (%)	U certificado (g)
0,984 948	1,000 009	-0,015 061	1,51	0,000 010
1,969 895	2,000 012	-0,030 117	1,51	0,000 012
4,944 248	5,000 010	-0,055 762	1,12	0,000 016
9,953 925	10,000 030	-0,046 105	0,46	0,000 020
19,907 850	20,000 024	-0,092 174	0,46	0,000 025

Evaluación de la Incertidumbre de la Medición

Se comienza por el modelo matemático de Kibble (6), que cuenta con varias magnitudes de influencia, entre las que se incluyen las debidas a las condiciones ambientales para evaluar el efecto de la flotabilidad del aire:

$$m = m(V, I, v, g, T_a, h_r, p_a) \quad (8)$$

De igual forma, la incertidumbre típica combinada (incertidumbre estándar) dependerá de estas magnitudes de influencia, y al aplicar la ley de propagación de la incertidumbre se tiene entonces:

$$u^2(V, I, v, g) = \left(\frac{\partial m}{\partial V} u(V)\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial I} u(I)\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial v} u(v)\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial g} u(g)\right)^2 \quad (9)$$

A continuación, se presenta el análisis de cada una de estas magnitudes.

Incertidumbre Debida al Voltaje

La contribución del voltaje a la incertidumbre depende del multímetro, por lo que tendrá contribuciones por la resolución y por el certificado de calibración:

$$u(V) = \frac{U_{\text{certificado}}}{k} + \frac{d_{\text{voltímetro}}}{2\sqrt{3}} \quad (10)$$

Con coeficiente de sensibilidad:

$$\frac{\partial m}{\partial V} = \frac{I}{vg} \quad (11)$$

Incertidumbre Debida a la Corriente:

La contribución de la corriente a la incertidumbre depende del multímetro también, por lo que tendrá contribuciones por la resolución, dispersión y por el certificado de calibración:

$$u(I) = \frac{U_{\text{certificado}}}{k} + \frac{d_{\text{amperímetro}}}{2\sqrt{3}} + \frac{S_{\text{corriente}}}{\sqrt{n}} \quad (12)$$

Con coeficiente de sensibilidad:

$$\frac{\partial m}{\partial I} = \frac{V}{vg} \quad (13)$$

Incertidumbre Debida a la Aceleración de la Gravedad

Dado que no tenemos un certificado asociado a la determinación del valor de la gravedad, le daremos el valor de precisión determinado en Martinez W. Flores J. y Sanchez L., octubre 1995.

$$u(g) = \frac{0,000\ 020\ 31}{\sqrt{3}} \quad (14)$$

Con coeficiente de sensibilidad:

$$\frac{\partial m}{\partial g} = -\frac{VI}{vg^2} \quad (15)$$

Incertidumbre Debida a la Velocidad

Al no tener un medidor físico para la velocidad, se procede a estimar la dispersión de los valores atribuyéndole un 10 % al valor de velocidad medido acorde con la recomendación de la GUM (Guía para la determinación de la incertidumbre JCGM:2008) para una magnitud de influencia de tipo B.

$$u(v) = \frac{v \cdot 0,1}{\sqrt{3}} \quad (16)$$

Con coeficiente de sensibilidad:

$$\frac{\partial m}{\partial v} = -\frac{VI}{v^2 g} \quad (17)$$

Para la incertidumbre expandida se usó un factor de cobertura $k = 1,7$ ya que se contaba con una incertidumbre dominante (contribución por velocidad).

Los resultados de la evaluación de la incertidumbre se presentan en la siguiente tabla junto con los de los correspondientes valores de carga clase E₂:

Tabla 3

Incertidumbre del valor de masa utilizando una balanza de Kibble

<i>m</i> experimental (g)	<i>U</i> evaluada (g)	<i>m</i> calibrada (g)	<i>U</i> certificado (g)	TUR
0,98	0,10	1,000 009	0,000 010	9667
1,97	0,10	2,000 012	0,000 012	8056
4,94	0,10	5,000 010	0,000 016	6042

9,95	0,10	10,000 030	0,000 020	4834
19,91	0,10	20,000 024	0,000 025	3868

Conclusiones

1. La pandemia por el COVID-19 limitó el acceso a los laboratorios y a recursos para la compra de equipos y accesorios; aun así, hubo cumplimiento de los objetivos planteados, exceptuando por el objetivo específico No. 2, donde la exactitud se vio afectada por la determinación de una de las magnitudes de influencia.

Cabe resaltar que, aunque existe un antecedente de construcción de una balanza de Kibble en el país, nuestra tesis tiene elementos teóricos y experimentales robustos, registros en video y fotográficos que demuestran que este prototipo se puede llevar más allá de un montaje didáctico. Siendo ambiciosos y con la experiencia adquirida al construir esta balanza, estado del arte de la metrología, se justifica plenamente la necesidad de crear un patrón nacional de masa haciendo uso de este trabajo.

2. Consideramos que las dificultades en la adquisición de un medidor de velocidad láser, una fotocelda o algún otro sistema de alta exactitud, determinó el hecho de que la velocidad fuera la magnitud que más influencia tuvo en el cálculo de masa y en la incertidumbre de la medición. Irónicamente, la velocidad fue la mayor contribución, siendo la magnitud que los humanos medimos con la más alta exactitud.

3. Aunque las mediciones de corriente tuvieron un impacto bajo en la incertidumbre, su contribución hubiese sido significativa si el sistema completo hubiera tenido la exactitud necesaria, lo que indica que la estabilidad de la fuente de corriente afecta

significativamente las mediciones. Una fuente de corriente/voltaje de más alta exactitud puede reducir ese impacto.

4. El cociente voltaje sobre velocidad (V/v) debe determinarse midiendo en simultáneo ambas magnitudes, pero cuando esto no es posible, la diferencia entre la frecuencia de actualización de los medidores genera distorsión entre las indicaciones y limita el análisis a los valores extremos.

5. Aunque nuestra balanza realiza mediciones correctas de masa a través de las magnitudes de entrada del modelo matemático, hay espacio para mejorar. Hay muchos aspectos, consejos y sugerencias de los cuales dejamos registro para que otras generaciones perfeccionen el diseño y los elementos que la componen, el Laboratorio de Metrología del Departamento de Física ya cuenta con los registros de esta información.

6. Inicialmente, no esperábamos obtener corrientes de estos órdenes de magnitud (cercano a los 2 A), pero analizando el sistema, nos dimos cuenta de que el campo magnético generado por los imanes es de una magnitud alta ($\sim 1 T$), contrarrestar ese campo magnético le costaba esfuerzo a la bobina y esta es la razón por la que la corriente generaba calentamiento, un electroimán podría variar el campo magnético del sistema y reducir la corriente de la espira.

7. El Datasheet del sensor de ultrasonido utilizado HY-SRF05 recomienda una frecuencia de actualización de 1 s, lo que significa que es muy bueno para medir distancias de forma estática, pero no dinámica como se usó en este montaje.

8. Los resultados indican que, mejorando las mediciones de la velocidad, se podrían comparar los resultados obtenidos contra las masas de clase E2. El TUR determinado indica

que la incertidumbre expandida obtenida es hasta 4 órdenes de magnitud mayor que la de las masas, lo que nos pone la tarea de encontrar los elementos que nos permitan mejorarla.

9. Las magnitudes velocidad y gravedad se pueden medir con mucha más exactitud, para lo que buscaremos en el futuro conseguir las certificaciones y el equipamiento necesario para este fin; esto reducirá sustancialmente el error y la incertidumbre de la medición.

Referencias

- Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). (2018). *General Conference on Weights and Measures. Proceedings of the 26th meeting* (13-16 November 2018). <https://www.bipm.org/en/committees/cg/cgpm/26-2018/resolution-1>
- Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). (2019). *SI Brochure, The International System Of Units (SI)*. <https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure>
- Chao, L. S., Schlamminger S., Newell, D. B., Pratt, J. R., Seifert, F., Zhang, X., Sineriz G., Liu, M. and Haddad, D. (2015). *A LEGO Watt balance. An apparatus to determine a mass based on the new SI*. <https://doi.org/10.1119/1.4929898>
- Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación, Icontec. (2007). *Pesas de clases E₁, E₂, F₁, F₂, M₁, M₁₋₂, M₂, M₂₋₃ y M₃. Parte 1: Requisitos metrológicos y técnicos. Generalidades*. (NTC 1848).
- Martínez, W., Flórez, J. y Sánchez, L. (1995). Determinación de Nuevas Estaciones Absolutas de Gravedad en Colombia. *Earth Sciences Research Journal*, (3), 81–87. <https://revistas.unal.edu.co/index.php/esrj/article/view/31239>
- Mimbs, S. y NASA. (2007). *Measurement Decision Risk - The Importance of Definitions*. [Conference paper]. <https://ntrs.nasa.gov/citations/20130011498>

National Institute of Standards and Technology (NIST). (14 de mayo de 2018). *Kilogram:*

The Kibble Balance. <https://www.nist.gov/si-redefinition/kilogram-kibble-balance>

Steiner, R., Williams, E., Newell, D. y Liu, R. (2005). Towards an electronic kilogram: an

improved measurement of the Planck constant and electron mass. *Metrologia*, 42, 431-

44. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/42/5/014>

Torres, D. y Duque S. (diciembre de 2019). Construcción e implementación de la Balanza de

Kibble/Watts. Universidad de Antioquia.

Anexo 1: Tablas de datos

Masa de 1 g						
Fuente de incertidumbre	Valor	Distribución	Factor de distribución	Valor típico	Coefficiente de	Contribución
Resolución del voltímetro (V)	0,0000010	Rectangular	3,464101615	2,88675E-07	0,076065914	0,000000022
Certificado de calibración del voltímetro	0,0000017	Normal	2	0,00000085	0,076065914	0,000000065
Resolución del amperímetro (A)	0,0000010	Rectangular	3,464101615	2,88675E-07	0,011809739	0,000000003
Certificado de calibración del	0,0000088	Normal	2	0,0000044	0,011809739	0,000000052
desviación estándar de las mediciones de	0,0000149	T-student	3,16227766	4,72535E-06	0,011809739	0,000000056
Debida a la estimación de la gravedad	0,0000203	Rectangular	1,732050808	1,1726E-05	0,000100775	0,000000001
Debida a la estimación de la velocidad	0,0122503	Rectangular	1,732050808	0,007072736	0,008040167	0,000056866
Incertidumbre estándar (kg)						0,000057
Factor de cobertura						1,7
Incertidumbre expandida (kg)						0,000097

Masa de 2 g						
Fuente de incertidumbre	Valor	Distribución	Factor de distribución	Valor típico	Coefficiente de	Contribución
Resolución del voltímetro (V)	0,0000010	Rectangular	3,464101615	2,88675E-07	0,152131828	0,000000044
Certificado de calibración del voltímetro	0,0000017	Normal	2	0,00000085	0,152131828	0,000000129
Resolución del amperímetro (A)	0,0000010	Rectangular	3,464101615	2,88675E-07	0,011809739	0,000000003
Certificado de calibración del	0,0000088	Normal	2	0,0000044	0,011809739	0,000000052
desviación estándar de las mediciones de	0,0000205	T-student	3,16227766	6,49786E-06	0,011809739	0,000000077
Debida a la estimación de la gravedad	0,0000203	Rectangular	1,732050808	1,1726E-05	0,000100775	0,000000001
Debida a la estimación de la velocidad	0,0122503	Rectangular	1,732050808	0,007072736	0,008040167	0,000056866
Incertidumbre estándar (kg)						0,000057
Factor de cobertura						1,7
Incertidumbre expandida (kg)						0,000097

Masa de 5 g						
Fuente de incertidumbre	Valor	Distribución	Factor de distribución	Valor típico	Coefficiente de	Contribución
Resolución del voltímetro (V)	0,0000010	Rectangular	3,464101615	2,88675E-07	0,381836272	0,000000110
Certificado de calibración del voltímetro	0,0000017	Normal	2	0,00000085	0,381836272	0,000000325
Resolución del amperímetro (A)	0,0000010	Rectangular	3,464101615	2,88675E-07	0,011809739	0,000000003
Certificado de calibración del	0,0000088	Normal	2	0,0000044	0,011809739	0,000000052
desviación estándar de las mediciones de	0,0000303	T-student	3,16227766	9,59745E-06	0,011809739	0,000000113
Debida a la estimación de la gravedad	0,0000203	Rectangular	1,732050808	1,1726E-05	0,000100775	0,000000001
Debida a la estimación de la velocidad	0,0122503	Rectangular	1,732050808	0,007072736	0,008040167	0,000056866
Incertidumbre estándar (kg)						0,000057
Factor de cobertura						1,7
Incertidumbre expandida (kg)						0,000097

Masa de 10 g						
Fuente de incertidumbre	Valor	Distribución	Factor de distribución	Valor típico	Coefficiente de	Contribución
Resolución del voltímetro (V)	0,0000010	Rectangular	3,464101615	2,88675E-07	0,768725508	0,000000222
Certificado de calibración del voltímetro	0,0000017	Normal	2	0,00000085	0,768725508	0,000000653
Resolución del amperímetro (A)	0,0000010	Rectangular	3,464101615	2,88675E-07	0,011809739	0,000000003
Certificado de calibración del	0,0000088	Normal	2	0,0000044	0,011809739	0,000000052
desviación estándar de las mediciones de	0,0000408	T-student	3,16227766	1,28927E-05	0,011809739	0,000000152
Debida a la estimación de la gravedad	0,0000203	Rectangular	1,732050808	1,1726E-05	0,000100775	0,000000001
Debida a la estimación de la velocidad	0,0122503	Rectangular	1,732050808	0,007072736	0,008040167	0,000056866
Incertidumbre estándar (kg)						0,000057
Factor de cobertura						1,7
Incertidumbre expandida (kg)						0,000097

Masa de 20 g						
Fuente de incertidumbre	Valor	Distribución	Factor de distribución	Valor típico	Coefficiente de	Contribución
Resolución del voltímetro (V)	0,0000010	Rectangular	3,464101615	2,88675E-07	1,537451017	0,000000444
Certificado de calibración del voltímetro	0,0000017	Normal	2	0,00000085	1,537451017	0,000001307
Resolución del amperímetro (A)	0,0000010	Rectangular	3,464101615	2,88675E-07	0,011809739	0,000000003
Certificado de calibración del	0,0000088	Normal	2	0,0000044	0,011809739	0,000000052
desviación estándar de las mediciones de	0,0000568	T-student	3,16227766	1,79505E-05	0,011809739	0,000000212
Debida a la estimación de la gravedad	0,0000203	Rectangular	1,732050808	1,1726E-05	0,000100775	0,000000001
Debida a la estimación de la velocidad	0,0122503	Rectangular	1,732050808	0,007072736	0,008040167	0,000056866
Incertidumbre estándar (kg)						0,000057
Factor de cobertura						1,7
Incertidumbre expandida (kg)						0,000097