

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

**MATERIAL CONCRETO COMO MEDIADOR EN LA ENSEÑANZA DEL
LÍMITE DE UNA FUNCIÓN**

JUAN CAMILO DUQUE HIGUITA

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2020

**MATERIAL CONCRETO COMO MEDIADOR EN LA ENSEÑANZA DEL
LÍMITE DE UNA FUNCIÓN**

JUAN CAMILO DUQUE HIGUITA

**Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar
al título de:**

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director (a):

Doctora Luz Stella Mejía Aristizábal

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2020

Resumen

El presente trabajo desarrolla la incidencia que tiene el material concreto en el aprendizaje del concepto de límite en estudiantes de educación media de la Institución Educativa Asia Ignaciana, donde a través de una propuesta de enseñanza se proponen actividades orientadas a potenciar conocimientos previos, al uso del material concreto y al análisis del aprendizaje alcanzado, por otra parte es importante resaltar el aprendizaje significativo, que permite la interacción entre el nuevo conocimiento y el conocimiento anterior, donde el medio que rodea al individuo juega un papel importante en la optimización de su aprendizaje, ahora bien la intervención tuvo 5 sesiones, las cuales se realizaron por medio de plataformas virtuales, de donde se desprenden resultados satisfactorios, pues se evidenció motivación, por parte de los estudiantes, al encontrarse alternativas diferentes las habituales para el aprendizaje de un teoría o concepto matemático.

Palabras Clave: Límite de una función, material concreto, construcción del conocimiento, representación mental.

Abstract

The present work develops the impact that the concrete material has on the learning of the concept of limit in high school students of the Asia Ignaciana Educational Institution, where through a teaching proposal activities aimed at enhancing previous knowledge are proposed, using the concrete material and the analysis of the learning achieved, on the other hand, it is important to highlight meaningful learning, which allows interaction between new knowledge and previous knowledge, where the environment that surrounds the individual plays an important role in optimizing their learning. However, the intervention had 5 sessions, which were carried out through

virtual platforms, from which very positive results are derived, that is, motivation is generated, captivating the student, where the students find alternatives to the usual ones in learning a theory or concept.

Keywords: Limit of a function, concrete material, construction of knowledge, mental representation.

CONCRETE MATERIAL AS A MEDIATOR IN THE TEACHING OF THE LIMIT OF A FUNCTION

Contenido

Resumen	V
Introducción	1
1. Capítulo I. Diseño teórico.....	3
1.1. Selección y Delimitación del Tema.....	3
1.2. Planteamiento del Problema	3
1.2.1. Descripción del problema	3
1.2.2. Formulación de la pregunta	7
1.3. Justificación	7
1.4. Objetivos	8
1.4.1. Objetivo General.....	8
1.4.2. Objetivos Específicos	8
1.5. Marco referencial	9
1.5.1. Referente antecedente	9
1.5.2. Referente teórico	12
1.5.3. Referente disciplinar y/o conceptual	15
1.5.4. Referente legal o normativo.....	17
1.5.5. Referente espacial.....	19
2. Capítulo II. Diseño metodológico: investigación aplicada	21
2.1. Enfoque	21
2.2. Técnicas e Instrumentos de recolección de la información.....	22
2.2.1. Cuestionario KPSI	22
2.2.2. Diario pedagógico.....	22
2.2.3. La entrevista semiestructurada.....	23

2.3.	Participantes y criterios de selección.....	23
2.4.	Impacto esperado	23
3.	Capitulo III. Propuesta de enseñanza del concepto de límite de una fusión: unidad didáctica.....	25
3.1.	La interacción con material concreto como alternativa en la construcción del concepto de límite	25
3.1.1.	Introducción.....	25
3.2.	Contexto.....	26
3.3.	Presentación de la unidad didáctica	27
Tabla 1	27
3.3.1.	Objetivo general	27
3.3.2.	Cronograma de actividades	27
3.3.3.	Procedimiento metodológico y actividades	28
4.	Capitulo IV. Resultados y análisis de la intervención	34
4.1.	Construyendo el Conocimiento.	35
4.1.1.	El saber desde lo visual.....	35
4.1.2.	Guías prácticas en la construcción del conocimiento.....	39
4.2.	Aprendizaje Independiente.....	41
4.2.1.	Participación activa.....	41
5.	Capitulo V. Conclusiones y recomendaciones	47
5.1.	Conclusiones	47
5.2.	Recomendaciones	48
Referencias	49
ANEXOS	52

Introducción

La presente investigación tiene como intención analizar la interacción del material concreto en el aprendizaje del alumnado, de ahí se propone diseñar una unidad didáctica con actividades sujetas al material tangible, donde el estudiante tenga la oportunidad de manipular estos elementos directamente.

Un asunto importante en la enseñanza y aprendizaje del concepto de límite de una función es la dificultad que genera tratar conceptos como infinito o discontinuidad de una función de forma analítica, puesto que no hay una correlación entre la parte visual o tangible del concepto y la parte operativa, teniendo en cuenta lo anterior se propone un trabajo, donde interactúen el material concreto en la construcción de un nuevo conocimiento, partiendo de conocimientos previos, todo en función del concepto de límite, en consecuencia se aplica la una unidad didáctica, la cual se compone de seis guías didácticas, donde se proponen actividades para que el estudiante inicialmente haga una exploración de conocimientos que lo acerquen instintivamente al concepto, gradualmente se abordaran actividades, en donde el estudiante incluya nuevos conocimientos, seguidamente pueda formalizarlos de una forma más rigurosa y por ultimo hacer una aplicación.

El presente trabajo está estructurado de la siguiente manera: en primer lugar, se presenta el diseño teórico, el cual comprende el planteamiento del problema, los antecedentes tanto internacionales como locales, el referente disciplinar legal y espacial; en segundo lugar el diseño metodológico que incluye las técnicas e instrumentos de recolección de información; en tercer lugar la propuesta de enseñanza, donde se presenta la unidad didáctica con el cronograma de actividades, que se llevó a cabo con estudiantes de educación media de la Institución Educativa Asia Ignaciana; en cuarto lugar se presenta los resultados y análisis de la intervención de la unidad didáctica; en quinto lugar las conclusiones y

recomendaciones que surgen del trabajo ejecutado y por último se exhibe las referencias.

1. Capítulo I. Diseño teórico

1.1. Selección y Delimitación del Tema

Las matemáticas a través de la historia han tenido diversas dificultades tanto en el aprendizaje como en la enseñanza, esto ha sido objeto de estudio, en donde muchos académicos centran sus investigaciones en tratar de definir cómo enseñar conceptos abstractos de este campo, concretamente el concepto de límite, el cual ha recibido una mirada especial por parte de profesionales del área, pues este se constituye en el objeto en sí de variados estudio, en los cuales es muy común encontrar una manifiesta necesidad de definir mecanismos para su enseñanza.

1.2. Planteamiento del Problema

1.2.1. Descripción del problema

Las problemáticas presentes en la explicación y definición del concepto de límite se han convertido en elemento de estudio en diversas investigaciones, en donde este concepto matemático, supone dificultades en su comprensión y enseñanza, atendiendo lo anterior es importante convocar a una reflexión sobre las herramientas didactas que, a nivel pedagógico, sean las más apropiadas, para desarrollar procesos de formación en los estudiantes en lo referente al límite de una función.

Precisamente, razonar en los diversos elementos que interactúan en la transformación de los procesos de enseñanza y posteriormente de aprendizaje, cuestiona piezas importantes en el entorno de la educación, como los medios, los componentes (ya sean estos didácticos y metodológicos que interactúan allí), los intereses de los estudiantes, la labor docente y la intención de la misma educación, influye en el proceso de formación, con ello se marca el propósito de una indagación, en donde se encuentren puntos que converjan y que posibiliten diseñar propuestas que estén direccionadas hacia un fortalecimiento importante en el

razonamiento lógico de los estudiantes, en el ámbito particular del concepto de límite.

Teniendo presente lo anterior es de esencial valor la integración de medios (herramientas) no usuales en la enseñanza de las matemáticas, los cuales originen y despierten el interés y la motivación en el estudiantado, en este camino, los procesos de razonamiento, es donde predomina una intervención dinámica en los estudiantes, donde se integren ejercicios tipo problema, los cuales estén relacionados con su contexto socio cultural. atendiendo lo anterior el presente trabajo está encaminado en la enseñanza de las matemáticas centrado en el concepto de límite, esto mediante el material tangible o concreto, material que sea palpable y visible en los estudiantes, puesto que según explican diversas investigaciones, describir, definir e interpretar el concepto límite de una función, se convierte en un tema abstracto, complejo y sin sentido en el aprendizaje de ellos, atendiendo a esta problemática se busca que el estudiante encuentre el tema en cuestión como algo ameno, divertido e interesante en el momento de estudiarlo, de ahí deriva la tarea de diseñar y fomentar metodologías apropiadas en la praxis docente.

Una de las desventajas más importantes en el proceso de enseñanza en el área de matemáticas y en el caso específico del concepto de límite, se encuentra asentado en la interpretación que se le da al concepto de infinito, es de saber que este concepto se encuentra soportado por teorías con análisis netamente abstracto, por lo anterior el estudiante debe apoyarse en operaciones algorítmicas con un alto nivel de abstracción e imaginación, este obstáculo se convierte en un inconveniente en el momento de la formación del concepto de límite, no obstante este concepto tiene una abundancia notable en distintos sistemas de representación, métodos que no son utilizados frecuentemente en la enseñanza del cálculo y específicamente en el concepto de límite. Este aspecto será una de los más importantes en el presente

trabajo, ya que se rastrearán otros medios o herramientas no usuales en la enseñanza de dicho concepto.

En la actualidad el concepto de límite se estudia, aprende y enseña de una forma sistemática, donde se hace uso fuertemente de los procesos tradicionales y típicos como el marcador y el tablero o la tiza y el tablero, lo cual implica una clase metódica y magistral, donde por medio de una estructura de enseñanza abstracta, imaginaria y pasiva, los estudiantes limitan su imaginación y razonamiento. Atendiendo lo anterior el presente trabajo propone espacios académicos con una enseñanza de índole participativa y estimulante por parte del estudiantado.

Así mismo el presente trabajo de profundización le apuesta a la implementación de una estrategia didáctica dentro de un proyecto de aula, tomando como aspecto central el material concreto o tangible en la construcción del concepto de límite, con esto se pretende que los estudiantes asuman un rol activo en la construcción de su propio aprendizaje con un papel protagonista, un obstáculo también en la comprensión del concepto de límite se encuentra en los textos, los cuales presentan temáticas anticuadas y con un alto grado de complejidad en su tecnicismo, este lenguaje se convierte en una problemática sobresaliente en el estudio del concepto de límite ya que deja al estudiantado lejos del alcance en la comprensión del lenguaje que se presenta en esos textos.

A este respecto Acaso (2006) describe lo importante de intervenir los espacios académicos en especial el área de las matemáticas, donde se propone trabajar el concepto de límite mediante el lenguaje visual, el cual desarrolla el cerebro y este a su vez hace una conexión de acuerdo a cómo se percibe y se interpreta nuestro alrededor, en donde los ojos en este caso son una pieza importante para que se pueda desarrollar y potenciar dicho lenguaje, el cual se establece mediante una diversidad importante de imágenes inherentes al mundo de la vida.

Clavijo (2009) explica La carencia de motivación en el estudiantado, es un aspecto relevante en el no aprendizaje de las matemáticas y en la poca apropiación de los conceptos intrínsecos en esta, en el caso particular en el concepto de límite, atendiendo lo anterior hay varias investigaciones, donde encuentra la motivación como un factor esencial hacia la interiorización y aprendizaje de un nuevo conocimiento, lo que supone un aprendizaje significativo más fuerte. Dicho de otra forma, la motivación actúa como el estímulo que necesitan los estudiantes en la apropiación de un nuevo conocimiento, en donde el estudiantado este más dispuesto en su aprendizaje.

Hay que tener presente que en el proceso de enseñanza del concepto de límite el docente se encuentra con dificultades relacionadas con el aprendizaje de los estudiantes de secundaria, esto queda visible gracias a un estudio cuyo propósito se fundamenta en la iniciación del concepto de límite por parte del docente, esto se debe a dos aristas principales: la intuición y conceptualización, A este respecto Hernández & Ward (2011), describen como el desarrollo de la clase se ve particionado en dos fases: la fase inicial se refiere a la percepción de un dialogo biunívoco entre el docente y los estudiantes y en la segunda fase es la implementación de una herramienta cualitativa, en este caso una entrevista. En este estudio participan 35 estudiantes y el docente referente al área.

En la investigación Hernández & Ward (2011) se considera importante iniciar las clases mediante una serie de interrogante, donde los estudiantes trataran de responder, como ejemplo se tiene la pregunta ¿qué se entiende por límite?, ante estas preguntas, las respuestas de los estudiantes pueden ser algo absurdas o ingenuas. “Cuando salgo a bailar con mi novia, la mama de mi novia nos da una hora límite, nos pone una hora de regreso”, “es como un acercamiento”, “que te vas aproximando”. (pág. 15)

Las posibles soluciones a la pregunta, los docentes las toman como algo insípido o sin sentido, sin embargo, son las soluciones que pueden ir acercando al estudiante intuitivamente al concepto, estas respuestas no se pueden suprimir ni anular, ya que estas respuestas son la iniciación del punto de partida en el razonamiento lógico hacia un nuevo aprendizaje. En la misma línea es importante fortalecer las ideas intuitivas de los estudiantes hacia un nuevo conocimiento.

1.2.2. Formulación de la pregunta

Sujeto a lo anterior, la presente propuesta se enfoca en la siguiente pregunta: ¿Cómo una propuesta de enseñanza del concepto de límite de una función, utilizando material concreto, favorece el aprendizaje de los estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Asia Ignaciana?

1.3. Justificación

El presente trabajo de maestría en profundización se encamina en rastrear las probables influencias e incidencias de la enseñanza del concepto de límite, a través de material físico. Con esto se pretende producir y generar motivación en los procesos de aprendizaje en el campo de las matemáticas en los estudiantes, teniendo en cuenta sus intereses y perspectivas frente al conocimiento.

Este trabajo, por lo tanto, pretende solucionar un evento actual, a saber, la displicencia universal de la gran mayoría de los estudiantes en el estudio de las matemáticas o en áreas afines, lo cual se presenta como un desafío. teniendo presente esto se desea incentivar, estimular, animar, atraer, la iniciación de diversos medios que lleven a los estudiantes a entender un poco más lo explicado en el aula de clase, donde lo enseñado y escrito no quede en letra muerta, al contrario que se materialice en elementos que aporte representaciones que lleven a nuevas interpretaciones, esto en problemas matemáticos los cuales estén conectados con el contexto socio cultural de cada estudiante e integrados con el concepto de limite.

Ahora bien, cabe destacar considerablemente que, por la esencia misma de las matemáticas, en donde su tratamiento es de carácter complejo y abstracto, encontramos una problemática en los procesos de aprendizaje en los estudiantes, ya que las estrategias didácticas llevadas a cabo por los docentes carecen de un componente de fascinación característico para los estudiantes, es por esto que se considera importante explorar trabajos, propuestas e investigaciones de estrategias direccionadas en el aprendizajes/enseñanza que sean originales, que exhiba a las matemáticas con su esencia intrínseca: una de los campos del conocimiento más fascinantes en la educación, donde la orientación principal de este trabajo, como se ha dicho en el desarrollo del mismo, esta soportada en desarrollar en el estudiantado la construcción de sus conocimientos en particular del concepto de limite, mediante estrategias y metodologías apoyadas en el material físico.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Evaluar cómo una propuesta de enseñanza del concepto de límite de una función, mediante el uso de material concreto, favorece el aprendizaje de los estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Asia Ignaciana

1.4.2. Objetivos Específicos

Indagar por los conocimientos previos que tienen los estudiantes del grado undécimo de la Institución Educativa Asia Ignaciana sobre el concepto de límite de una función.

Diseñar y aplicar una unidad didáctica para la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite de una función, en la que se privilegia el uso del material concreto

Identificar los aprendizajes alcanzados por los estudiantes frente el concepto de límite y la potencialidad de la propuesta de enseñanza con respecto al uso del material concreto.

1.5. Marco referencial

1.5.1. Referente antecedente

A continuación se hace un rastreo bibliográfico de los estudios e investigaciones que den cuenta de aspectos tales como: estudios acerca del concepto de límite y su enseñanza en la secundaria, de qué manera se aborda este concepto, como lo entienden y aprenden los estudiantes, de qué forma se lo representan entre otras, con estos estudios se pretende tener una base de referentes teóricos y metodológicos los cuales permitan iniciar dicho trabajo, con la certeza de contribuir con estrategias claras que posibiliten la interpretación de tales aspectos.

Hay que aclarar que en este rastreo bibliográfico se encuentran producciones intelectuales de más de 20 años, las cuales dan valiosos aportes en el desarrollo de la presente investigación, también se debe tener presente que en las investigaciones se encuentra una diversidad importante de antecedentes a nivel local, nacional e internacional

1.5.1.1. Antecedentes Internacionales

Pantoja & Gómez (2012) en este trabajo realizan un estudio comparativo acerca de los sistemas de representación utilizados por los libros de texto de grado once, específicamente, en la estructura de los ejemplos al desarrollar el concepto de límite de funciones; donde se discrimino los sistemas de representación utilizados por los textos escolares y se determinó los sistemas de representación utilizados por los textos escolares y se determinó los estándares de calidad de matemáticas que se desarrollan en estos. El enfoque en el cual se enmarca este

trabajo es semiótico, dado que se hace referencia a la interpretación de los sistemas de representación de límite, que aparecen en los ejemplos al abordar el concepto.

La importancia de este estudio radica en identificar por medio de las categorías planteadas en el instrumento de análisis, las características de los sistemas de representación y los cambios que se han dado en las ediciones de los manuales de texto de matemáticas, producidos antes y después de la implementación de los estándares básicos de matemáticas, permitiendo así, evidenciar si esta reestructuración es pertinente y aporta criterios para el mejoramiento de la práctica escolar

Asimismo Hernández & Ward (2011) en el presente trabajo reflexiona sobre el tránsito de la intuición a la conceptualización de la noción matemática del límite en el bachillerato, para ello se realizó un estudio de casos acerca del concepto de límite que promueve un profesor en el aula, considerando como eje metodológico la reflexión acción, e incluye componentes de la investigación acción. Los datos se recopilaron en dos momentos: primero, se realizaron registros de los diálogos entre el docente y sus estudiantes; y posteriormente una entrevista semiestructurada entre el investigador y el docente. Encontrando que el docente centra la enseñanza del límite en una destreza muy estereotipada, que consiste en fomentar la simplificación algebraica de funciones polinomiales y racionales elementales para obtener numéricamente un valor operativo del límite dejando de lado la parte conceptual.

Por otra parte Terrios (2014) este trabajo surge motivado por la necesidad de diseñar estrategias de enseñanza que contribuyan al aprendizaje significativo de la teoría de límites en estudiantes de educación superior. Plantea una estrategia de aprendizaje para el cálculo de límites de formas indeterminadas utilizando para tal efecto, las equivalencias asintóticas lo cual permite al estudiante de educación superior, explorar otras teorías, con lo cual se enriquezca y fortalezca el proceso de construcción de su conocimiento. El resultado es una secuencia didáctica, producto

del estudio de las funciones asintóticamente equivalentes y su aplicación en la solución de límites de formas indeterminadas. El estudio se logró siguiendo las fases establecidas en la ingeniería didáctica, como metodología de investigación. La pertinencia de este trabajo radica en la exposición de otra teoría que permite resolver límites. En este sentido se espera que la secuencia didáctica diseñada sirva como material de apoyo para el estudio de la teoría de límites

1.5.1.2. Antecedentes Locales

Gallón (2015) Las nuevas tecnologías ya están entrando en la educación con gran fuerza como Herramienta para mejorar los procesos de enseñanza. Se está viviendo un cambio social vertiginoso que como antes no había existido. La penetración del internet en las dinámicas sociales ha causado nuevas costumbres para relacionarse entre unos y otros, comunicarse, informar, las redes sociales, la facilidad de acceso a libros virtuales, videos de contenido académico, software más potentes, más útiles y hasta Gratis su descarga y otros más.

Si en verdad queremos innovar no olvidemos que su objetivo al usar una nueva tecnología, es el mismo objetivo al usar otro recurso, es decir las Tics deben estar articuladas a los procesos pedagógicos, didácticos y psicológicos que el maestro Domine. Por tal motivo este trabajo final de maestría articula tales procesos básicos las nuevas tecnologías y el concepto de límite, para generar estrategias de Enseñanza donde se emplean las nuevas tecnologías. Básicamente las tecnologías utilizadas en este trabajo fueron geogebra y la plataforma CK-12 que conformaron con otros recursos como documentos de análisis, los applet, videos, imágenes etc., este trabajo se espera que sea mejorado en el futuro, para que la herramienta que cumpla con el propósito de posibilitar nuevas estructuras cognitivas, es decir Posibilitar nuevas formas de aprender.

Las nuevas tecnologías que son aplicables en la educación son muchas, son accesibles, muchas son gratis, también hay tutoriales y videos, en otras

palabras información hay para acceder solo se necesita querer emprender cambios en nuestra Práctica.

Otro aspecto, Bustos (2013) en este trabajo de explora las contribuciones de la experiencia desarrollada con estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Técnica María Auxiliadora de Fresno Tolima, al introducir el concepto de límite de funciones reales mediante una estrategia didáctica basada en la visualización. La propuesta se aplicó durante el tercer trimestre escolar del año 2012, consistió en utilizar el software Geogebra como herramienta para el aprendizaje del concepto de límite de funciones y se organizó de la siguiente manera.

- Clases con uso de video beam y un portátil por cada 2 estudiantes.
- Conocimiento del software y sus herramientas (exploración libre y guía de instrucciones sobre el manejo del software).
- Construcción y análisis de funciones en Geogebra
- Clase teórica usando el software Geogebra: introducción al concepto de límite mediante la definición formal en términos de ϵ delta.
- Clase práctica considerando aspectos gráficos y numéricos.

Con el propósito de determinar el rendimiento académico se aplicó un Pre-Test y Post-Test. Se seleccionó un grupo experimental que recibió un tratamiento (clases utilizando un software Geogebra) y un grupo control como patrón de comparación, el cual sólo recibió clases aplicando una estrategia docente tradicional. La implementación del software en la práctica permitió a los estudiantes ser más activos, creativos, participativos y autónomos en la adquisición de conocimientos, que generó una notable mejora en las calificaciones que vio reflejado en los resultados obtenidos con el grupo experimental.

1.5.2. Referente teórico

Las matemáticas es una ciencia compuesta por una diversidad muy amplia de temáticas, en donde se encuentran unas más dificultosas que otras, y como es conocido por estudiosos del tema, se hallan asuntos más vagos. En esta línea y

teniendo presente que este trabajo se enfoca en la construcción conceptual del concepto de límite apoyado mediante material concreto, se plantea el uso del lenguaje visual como uno de los lenguajes más empleados en la cotidianidad, donde se entiende que este lenguaje, relacionado con una serie de dinámicas puede enriquecer de una forma importante el propósito planteado, donde converge en la aprehensión apropiada del concepto de límite.

Enfrentar este campo de manera visual mediante material concreto admite distinguir los elementos más importantes que se plantean de manera verbal. En donde, se encuentra pertinente el uso de material externo, además es importante proponer un vínculo semejante entre las teorías y formas de aprendizaje de los estudiantes. Es relevante por lo tanto aproximarse a componentes de determinados trabajos desarrollados por expertos en el área del aprendizaje.

Así Vygotsky, citado por Carrera, & Mazzarella (2001) encuentra importante el mérito de la cultura en la interrelación entre un colectivo social y la historia del proceso mental en el aprendizaje personal, donde se debe tener en cuenta que el medio que rodea las personas toma una función importante, ya que allí se encuentra inmerso la relación con el otro y lo otro, y a partir de esto el individuo optimiza su aprendizaje y el de las personas que lo rodea, en la misma línea Vygotsky nos dice que el ámbito limita la diversas formas de construir conocimiento, como primer paso se debe vivir una transformación interpsicológica y a continuación los procesos intrapsicológicos, lo cual Vygotsky llama: la internalización.

En la misma línea, Becoo (1999), sustentado en los estudios que se han desarrollado en las premisas de Vygotsky, soporta que los individuos por simple naturaleza no pueden desarrollarse plenamente en soledad, en otras palabras, el proceso de un individuo implica estar en contacto continuo con el medio que lo rodea, este argumento nos direcciona en la importancia existente entre el aprendizaje de una persona y el trabajo en equipo (colaborativo), lo cual converge en la elaboración de un conocimiento.

Por otro lado, los estudios de Acaso (2006) disertan de la importancia real y actual procedente de la percepción del mundo actual, en pocas palabras: la imagen que existe hoy, en donde se puede observar la pobreza bibliográfica existente sobre los puntos positivos y negativos que genera el lenguaje visual, como punto de partida en la construcción de un nuevo conocimiento, lo anterior es sorprendente ya que los individuos habitan un mundo, el cual está alimentado por una diversidad de imágenes enriquecedoras, estas imágenes toman gran importancia en la construcción de un nuevo concepto o conocimiento, donde se haga esto más claro, en síntesis se puede decir que la imagen es al lenguaje visual como la palabra al lenguaje verbal, sin embargo hay que tener presente que este campo es uno de los menos estudiados en la actualidad.

Ahora bien, Villafañe (2006) argumenta lo importante de conectar dos procesos contrarios para desplegar un producto nuevo, lo anterior es solo posible al culminar un proceso, cuando se acopla la sensación visual (estimulación) con la memoria visual (material almacenado), teniendo presente lo anterior, podemos encontrar la viabilidad existente entre el material tangible y el lenguaje visual, el segundo apoyado en el primero, en donde se puede lograr una estimulación y una memoria visual, Rutz (2008) si se logra una conexión coherente e importante de lo anterior se puede lograr un aprendizaje significativo más valioso del concepto de límite. En esta dirección es importante tener presente que a través de la historia el lenguaje oral es uno de los mecanismos más importantes para el individuo en la comunicación con sus semejantes, no obstante, en la educación y en el caso particular de las matemáticas (concepto de límite) hay sitios donde el lenguaje verbal no logra llegar tan claro como el lenguaje visual, el cual puede ser más flexible en este sentido, en donde se comprende de una forma más potente ciertas temáticas.

La teoría de las inteligencias múltiples propuesta por Gardner en 1983 citado en Macías (2002) propone la iniciación a la ductilidad en la praxis de las múltiples actividades realizadas por los individuos, en relación con esto hay asignaturas y/o áreas, donde la forma más común de explicar, enseñar o apropiarse de un tema es

mediante el uso de la palabra, asunto que se pretende intervenir en este trabajo, ya que hay asignaturas que comprenden una riqueza importante en el empleo de la vista, del tacto entre otros sentidos, los cuales pueden potenciar significativamente la adquisición e interiorización de un nuevo conocimiento.

1.5.3. Referente disciplinar y/o conceptual

En el presente trabajo se tendrán en cuenta una serie de conceptos que explicarán de una forma más profunda el objeto de la investigación.

Un concepto que hace parte fundamental del trabajo de investigación es la representación mental, el cual es punto de partida para la proposición concerniente a la manera que debe entenderse la representación mental en el ámbito de uno de los estudios que toma mayor peso en la actualidad, las neurociencias. Teniendo presente esto, es importante tomar la representación como una ejecución, donde el cerebro está en constante comunicación con el medio que lo rodea Castellano (2011). En otras palabras, esta ejecución se debe comprender como la edificación teórica que pretende explicar la comunicación existente entre el ser humano y el mundo.

Así mismo es importante tener en cuenta el concepto de aprendizaje, Velásquez (2001) argumenta que el aprendizaje de un individuo es el resultado de la relación estrecha, entre el individuo y el mundo que lo rodea. Este proceso al inicio es tomado de forma innata, ya que emerge en el contexto de la familia y el círculo social que lo rodea, después de una planificación previa se manifiesta la convicción de un conocimiento nuevo, lo cual se plasma en la persona cuando esta es capaz de dar respuesta a un interrogante de una forma clara tanto interiormente como exteriormente.

Teniendo en cuenta lo anterior se puede observar que un aspecto importante en la presente investigación es el trabajo en equipo, el cual se define como un conjunto de individuos, en nuestro caso estudiantes, que, a partir de múltiples roles,

cooperan para un fin en común, atreves de sus diversas destrezas. Potencialidades y cualidades. Según Jara et al. (2004) El trabajo en equipo implica reconocer tanto sus capacidades como su impericia entre las personas que conformar el equipo, esto con el propósito de identificar cual es la forma más adecuada de trabajar en equipo.

Para que esto tenga unos resultados importantes el docente debe reinventarse ser un proveedor, en donde sus funciones se centran más en plantear, realizar y valorar etapas de aprendizaje para que el individuo alcance los propósitos propuestos.

Unos de los conceptos base de la investigación es el lenguaje visual, el cual está compuesto por una compilación de símbolos y métodos importantes en la intervención de la comunidad educativa, donde el cerebro se encarga de fomentar la parte visual y a su vez este se ocupa de conectar todo lo que sucede en nuestro alrededor mediante observaciones, análisis y apreciaciones, según Acaso (2006) las figuras e imágenes son la iniciación en la potenciación del lenguaje.

Sin embargo, pareciera que el lenguaje verbal fuera un punto negativo en el proceso de formación, hay que tener presente que este estudio no consiste en atacar los métodos convencionales que se dan en la educación, por el contrario, este tiene como propósito encontrar y potenciar nuevas alternativas y estrategia que sirvan como soporte en la enseñanza de nuevos conocimientos, basta con mirar que este concepto en toda la historia ha sido una de las herramientas más importantes en el desarrollo de la relación de los individuos mediante el habla y la voz, donde pueden transmitir sensaciones, ideas, reflexiones etc. En palabras de Calderon & Alfredo (2010) el lenguaje verbal es el manifiesto de una transformación en la reproducción y sensatez mediante incentivos que brinda el entorno que rodea un colectivo de individuos.

Es de gran importancia identificar un concepto que es inherente a la disposición de los estudiantes frente a una clase, la motivación tomándola como el impulso que le hace falta al estudiante por aprender, uno de los factores importantes

que permea una clase ya sea para una apropiación clara de un concepto o conocimiento es la carencia de motivación por parte de estos, donde varios estudios han señalado a la motivación como un elemento principal en la interiorización de un aprendizaje más significativo.

Así mismo Clavijo (2009) argumenta que la motivación se comporta como la pasión de los estudiantes hacia el estudio de un tema, actividad o trabajo, en donde la realización de dicha actividad se hará mediante un gusto pleno por realizarla, en el caso de la educación esto se alcanza mediante actividades que se alejen de lo convencional, esto con el fin que el estudiante provoque el deseo por aprender, no obstante, este concepto debe ser tratado como un elemento y no como un método o sistema, donde el estudiante lo tenga vigente en cualquier evolución de aprendizaje.

1.5.4. Referente legal o normativo

El presente trabajo tiene como factor principal en el marco nacional, la creación teórica y conceptual del concepto de límite de una función, a través del material concreto soportado mediante el lenguaje visual, en estudiantes de grados superiores (decimo y once), orientado siempre mediante las normas constitucionales, teniendo claro que en el contexto nacional la entidad suprema normalizadora de la educación, es el Ministerio de Educación Nacional (MINEDU, 2003), en donde se inclina por articular en los estudiantes capacidades asociadas al uso de las matemáticas, las cuales fortalecen la resolución de problemas aplicados a la vida cotidiana.

Hay que iniciar mencionando el artículo 67 (Constitucion Política de Colombia, 1991), el cual indica que la educación es un derecho básico de toda persona, donde hay una función social, que busca un acercamiento importante al conocimiento, ciencia, tecnología y demás valores culturales.

Así mismo la ley 715 del 2001, en su artículo 5 establece, que el servicio público tiene la obligación de ejercer las competencias educativas en todos sus niveles desde el preescolar hasta el básico y medio sin importar su ubicación geográfica, ya sea esta rural o urbana

Por otro lado la ley general de educación (ley 115 de 1994), establece en sus artículos 21 y 22, donde nos habla sobre la importancia del progreso en las habilidades del razonamiento lógico, las cuales son importantes en el manejo y aplicación de algoritmos simples ya sean de procedimiento o de cálculo, lo cual potencia el razonamiento lógico, a través de una aplicación importante en las estructuras lógicas, métricas, numéricas y geométricas, donde siempre se esté buscando una mayor interpretación dentro del mundo de la vida.

En correspondencia hay que analizar los documentos rectores como los derechos básicos de aprendizaje (DBA), los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias, en función al objeto de estudio, después de hacer un análisis importante en los documentos se encuentra la relación existente entre el constructivismo, el pensamiento espacial y el concepto de límite. Los lineamientos curriculares exponen que el constructivismo en las matemáticas se preocupa por los procesos que la mente realiza en el desarrollo de los conocimientos matemáticos.

Así mismo (Derechos Básicos de Aprendizaje, 2016) establece que el pensamiento espacial y la estructura geométrica es comprendida como los mecanismos intelectuales, donde se realiza y edifican representaciones mentales mediante material concreto o físico, el cual pueda ser manipulado por los individuos, en donde estos puedan hacer transformaciones hacia la adquisición de un nuevo aprendizaje, y por último los (Derechos Básicos de Aprendizaje, 2016) establecen como derecho básico en el grado decimo comprender el concepto de límite de una sucesión.

1.5.5. Referente espacial

Un objetivo importante en la presente investigación, es analizar las similitudes existentes entre la parte cognitiva y social de los estudiantes que actúan en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Dado lo denso de las temáticas en el área de las matemáticas, se considera pertinente razonar la investigación en función al concepto de limite, para dar cumplimiento a esto se sigue un modelo de investigación cualitativo, el cual permite realizar una caracterización mediante percepciones u observaciones, las cuales se traducen en diarios de campo, diálogos, grabaciones entre otras. Esto es importante ya que ayuda a enriquecer la explicación del concepto en la forma con la que el estudiante se identifique más ya sea de forma verbal, manual o gestual.

Teniendo en cuenta lo anterior esta investigación es de corte descriptivo, en donde lo primordial se encuentra en evidenciar los problemas presentes en la Institución Educativa Asia Ignaciana, donde se define los procesos de enseñanza – aprendizaje inherente al concepto de limite, tomando a los estudiantes como guía ya que estos son lo que establecen una narración, que servirá como apoyo al investigador para así analizar y encontrar soluciones en posibles problemáticas. Es decir, elementos que ayuden a encontrar sistemas del medio que la rodea del estudiantado los cuales beneficien o invalide la consecución de conocimientos, en el tema específico de las matemáticas.

Hay que tener presente que la investigación se está realizando en la Institución Educativa Asia Ignaciana, de carácter oficial, ubicada en el Barrio santa Cruz (comuna 2) del municipio de Medellín en la dirección Calle 122 Número 51B 30, Medellín, Antioquia. La Institución tiene como rector al señor Fernando Enrique Salamanca Becerra y como coordinador de convivencia al señor Duber León Holguín Pineda y coordinadora académica la señora Luz Marina Flórez Sánchez, hay que tener presente que la Institución educativa cuenta con dos jornadas, la mañana que comprende bachillerato y la tarde primaria; y cuenta actualmente con: 2 secciones, 66 docentes, 3 coordinadores y una población estudiantil de 1220

estudiantes (de los cuales el 51% son hombres con 674 estudiantes y el 49% son mujeres con 652 mujeres) , 2 secretarias, 1 bibliotecaria, 4 celadores, 1 contadora y 6 empleados de servicios.

En la sección #1 la Institución Educativa Asia Ignaciana de toda la comunidad escolar (750 estudiantes) 515 de los estudiantes están en un intervalo de 13 a 16 años, 435 estudiantes están en un intervalo de 9 a 12 años y por ultimo 131 estudiantes están en un intervalo de 17 a 20 años de edad.

Una arista importante en la caracterización de esta comunidad, se encuentra en el estrato socioeconómico de dicha población, en donde se observa que el 82% de la comunidad educativa (1095 estudiantes) reside en viviendas de estrato socioeconómico bajo-2, seguido por un 14% que reside en viviendas de estrato socioeconómico medio-bajo 3 con 183 estudiantes y solo el 1% reside en estrato socioeconómico 1 bajo – bajo.

Uno de los aspectos negativos que tiene la comunidad educativa, es la afiliación a la salud, donde se encuentre que el 52% de la población no está afiliada a ningún régimen de salud, el 43 % corresponden al régimen contributivo y el 5% restante se encuentra en el régimen subsidiado, este asunto no es de menor cuantía en la investigación ya que demuestra la desinformación existente entre las familias de los estudiantes

Ahora bien, uno de los aspectos más importantes que se deben analizar en la institución educativa es el entorno social que comprende dicho centro educativo, el cual está inmerso en una serie de condiciones culturales, económicas y políticas; pues el estudiantado es el fruto de la sociedad, donde su intelecto, su flexibilidad en el conocimiento, están permeadas con su situación propia de vida. Teniendo en cuenta lo anterior es importante anotar que la mayoría de los estudiantes son provenientes de Santa Cruz, Popular uno y dos y Zamora.

2. Capitulo II. Diseño metodológico: investigación aplicada

2.1. Enfoque

El presente trabajo de maestría en profundización tiene como objetivo analizar la influencia del material concreto en el aprendizaje del concepto de límite de una función en estudiantes de educación media. Para dar cumplimiento a esto y teniendo presente lo extenso de la temática en la enseñanza de las matemáticas se proponen actividades orientadas a la construcción de dicho concepto. Para tal misión se considera importante adoptar un tipo de investigación de corte cualitativo

Férrandez, Baptista, & Hernández (2014) La investigación cualitativa posibilita reunir elementos como entrevistas semiestructuradas, KPSI, destrezas, prácticas personales y puntos de vista del estudiantado, las cuales permiten hacer una observación más objetiva, donde el investigador propone una problemática, la cual no sigue un curso definido, apoyado en las vivencias personales del estudiante y del grupo en que se desarrolla, por otra parte el papel que juega el constructivismo en la investigación cualitativa es muy importante, ya que el individuo se convierte en el intérprete de su transformación formativa; en síntesis la investigación de corte cualitativa es de gran valor en el presente trabajo ya que no existe una realidad única, la cual el estudiante debe seguir.

Sin embargo, para otros autores LeCompte (1995) la investigación de corte cualitativa se puede ver como una clase de planteamiento, en donde la investigación tiene como punto fuerte la extracción de explicaciones y descripciones mediante percepciones, análisis e indagaciones que se escudan en forma de encuestas, entrevistas, diarios de campo, fotografías, videos, audios, grupos focales etc. Con todo esto se obtiene un conjunto de referencias y antecedentes, los cuales atañen diversos puntos de vista y lo más importante mantienen constantemente libre la

investigación, la cual pueda realizar cambios importantes que se puedan presentar en la elaboración del trabajo

Teniendo en cuenta lo anterior este trabajo está sujeto a una investigación de corte cualitativo (descriptivo), en donde se preocupa por dejar manifiesto la problemática existente en la Institución Educativa Asia Ignaciana, La cual se encuentra en el proceso de aprendizaje del concepto de límite de una función. En esta línea, el estudiantado cumple el rol de un agente transversal, donde se pretende fortalecer una narración del estudiantado, facilitando el proceso a los investigadores en el análisis, interpretación y solución a las problemáticas o circunstancias suscitadas allí.

2.2. Técnicas e Instrumentos de recolección de la información.

Las técnicas e instrumentos que se utilizaron para recoger la información fueron:

2.2.1. Cuestionario KPSI

El KPSI (*Knowledge and Prior Study Inventory*, 1978), fue creado por Tamir y Lunetta, cuyo propósito era diseñar un cuestionario con el fin de conseguir información más útil y precisa en el estudiantado a partir del nivel de conocimiento respecto a una temática en particular.

2.2.2. Diario pedagógico

Este mecanismo proporciona organizar un registro minucioso de la información adquirida en la praxis, mediante experiencias, las cuales conceden reflejar lo más significativo al momento de intervenir en el aula de clases a través de las actividades.

2.2.3. La entrevista semiestructurada

Una entrevista semiestructurada, se encarga de clasificar la información más relevante que se desea alcanzar y la menos relevante que se puede despreciar, para cumplir lo anterior esta entrevista se caracteriza por tener preguntas abiertas, las cuales presenten un abanico importante de percepciones.

2.3. Participantes y criterios de selección.

El presente trabajo se está desarrollando en la institución educativa Asia Ignaciana ubicada en el municipio de Medellín en el barrio Santa Cruz (comuna 2) Medellín, Antioquia.

Teniendo en cuenta la situación de pandemia, donde se impone la virtualidad como medio para el desarrollo de las clases, se seleccionan estudiante de educación media (décimo y undécimo), donde tenga la posibilidad de conexión a internet y puedan responder a las actividades propuestas en la unidad didáctica en contra jornada, puesto que, la gran mayoría deben cumplir con la media técnica que se desarrolla en la institución,

2.4. Impacto esperado

El presente trabajo esta direccionado a la construcción del concepto de límite de una función, mediante material físico, donde el estudiante pueda interactuar con este, el impacto esperado debe estar sujeto al progreso del proyecto de aula, auxiliado por los instrumentos de información, donde se pretende mediante actividades alejadas de la cotidianidad crear motivación e interés por el objeto de estudio en los estudiantes, para esto se diseñaran actividades enlazadas con materiales de la vida cotidiana de fácil adquisición, donde el centro de atención o el papel fundamental lo tenga el estudiante, el cual pueda vincular esta construcción

de la definición del concepto de límite con aspectos de la vida cotidiana. Donde favorezca y potencie un conocimiento más significativo en él. En síntesis, se espera que el estudiante después de la introversión este en la capacidad de definir tanto oralmente como algorítmicamente la definición del concepto de límite, todo esto mediante su propia construcción.

3.Capitulo III. Propuesta de enseñanza del concepto de límite de una fusión: unidad didáctica

3.1. La interacción con material concreto como alternativa en la construcción del concepto de límite

3.1.1. Introducción

En la actualidad hay diversos elementos que obstaculizan en general a la educación, en el caso particular de las matemáticas las dificultades que permean un buen desarrollo enseñanza – aprendizaje merecen una reflexión aparte, el asunto propio de este trabajo, pretende hacer un análisis a las matemáticas más desde la enseñanza que desde el aprendizaje.

El maestro es un elemento primordial en la comunidad educativa, este debe conocer las causas, característica, aptitudes y dificultades del alumnado, por separado lo complejo que son determinados temas que la componen, ahora bien, es un asunto en que diversas investigaciones se vinculan con la enseñanza. En esta lógica la proposición de una intervención está proyectada desde la mirada pedagógica a las realidades que sufre la enseñanza de la educación matemática en la actualidad en el caso particular del concepto de límite de una función. Por lo tanto, esta unidad didáctica se aplicará con estudiantes de undécimo grado de la institución educativa Asia Ignaciana, donde se busca a través de una participación, observar el peso que tiene el material concreto en la enseñanza del límite de una función.

Se planean las actividades donde el material concreto que se les presenta permita el enlace entre lo visual y kinestésico del estudiante en función de un nuevo conocimiento, donde el estudiante cumpla un papel más activo, construyendo su propio conocimiento y el docente cumpla el rol de asesor.

Estas actividades están sujetas al ciclo de aprendizaje expuesto por Jorba & Sanmartí (1994) el cual sustenta un trabajo configurado en cuatro etapas: exploración, introducción de los nuevos conocimientos, estructuración y aplicación. Esto a través de la percepción de que el material concreto suministra destrezas individuales, las cuales encaminan a una transformación en la construcción de nuevos conocimientos, transformaciones que generan aprendizajes más significativos, ahora bien, se procura buscar nuevos caminos para la enseñanza de la matemática, donde no se contemple como una ciencia fundamentada en la abstracción de algoritmos básicamente operativos sino a análisis holgados que tiendan al progreso de competencias en el alumnado.

Esta proposición exhibe innovación en dos direcciones: primero, el alumnado encuentra esta ciencia como un área con sentido, en donde puede trasladar todos los algoritmos complejos y la teoría rigurosa y técnica a la cotidianidad adaptable a la realidad con elementos que puede manipular, de otro lado, para el maestro es una opción renovadora en el trabajo de una temática tan especial-el limite-de una manera poco habitual. Teniendo en cuenta lo anterior se pretende presentar la utilidad de una nueva metodología no convencional apoyada en el uso del material concreto, que ayude a abandonar el pánico al enseñar temáticas complejas.

3.2. Contexto

El presente trabajo se desarrolla en la Institución Educativa Asia Ignaciana ubicada en el municipio de Medellín barrio Santa Cruz, con estudiantes de educación media, ahora bien, es importante tener presente que debido a la situación

de pandemia, la intervención se hará mediante plataformas virtuales como *Zoom* y *Google Meet*, que permitan videoconferencias con los estudiantes.

3.3. Presentación de la unidad didáctica

Tabla 1

<i>Tema</i>	<i>Límite de una función</i>
Nivel	Educación media
Número de Sesiones	6
Número de Horas	12
Materiales	Cartulina, transportador, hojas de block (iris y cuadriculadas), rotuladores, tijeras y la aplicación de Geogebra 5.0

3.3.1. Objetivo general de la propuesta de enseñanza

Promover actividades encauzadas a la construcción del concepto de límite de una función en estudiantes de educación media de la institución educativa Asia Ignaciana, mediante el uso de material concreto.

3.3.2. Cronograma de actividades

Tabla 2

<i>Actividades</i>	<i>Semanas</i>		
	1	2	3
Factorización	X		
Función lineal y cuadrática	X		
Límite con icopor		X	
Método de exhaustión		X	
Limites laterales y geogebra			X
Límite de una función			X

3.3.3. Procedimiento metodológico y actividades

La unidad se estructuró en 6 sesiones de trabajos, las actividades se diseñaron atendiendo a cada una de las fases del ciclo didáctico de Jorba & Sanmartí (1994), a continuación se presenta cada una de las fases con sus respectivas actividades.

Fase de exploración o de explicitación inicial, tiene como propósito confrontar la percepción que trae consigo el estudiante frente a cierto concepto matemático, en este caso particular al concepto de límite de una función con los objetivos que se buscan cumplir en la praxis. Jorba & Sanmartí (1994) Explicaron: El estudiante cumple el papel de objeto de estudio, donde se busca captar su atención; a la vez que permite diagnosticar y activar conocimientos previos. En esta fase se desarrollan actividades que contribuyen a que los estudiantes formulen preguntas iniciales e hipótesis desde situaciones, vivencias e intereses cercanos.

SESIÓN 1 Y 2

TEMA: Factorización y funciones

Cognitivo: se pretende hacer una exploración de los distintos tipos de funciones (lineal, cuadrática, cúbica, etc.), así mismo analizar los diversos casos de factorización.

Procedimental: se busca indagar los conocimientos previos y evocar temáticas trabajadas por el estudiantado en grados anteriores, sujeto a las guías respectivas.

Actitudinal: manifestar interés, disposición y participación a través de las actividades propuestas por las guías.

Planificación de la sesiones

Desarrollo de la sesión 1

Para esta sesión se hará uso de material concreto (cartulina y rotuladores), donde se abordaran los distintos casos de factorización, además estará auxiliado de la guía orientadora (Ver anexo 1), en donde el estudiante debe hacer una lectura previa de las instrucciones que están expuestas allí, así mismo de los ejemplos y la teoría correspondiente.

Desarrollo de la sesión 2

Para esta sesión se hará uso del software geogebra, teniendo en cuenta esto, en primer lugar se explicara el software, en donde todo el estudiantado tengan como mínimo los conocimientos básicos en el manejo de geogebra, por consiguiente se aproxima al estudiante a una función lineal, donde pueda construirla e identificar sus elementos. En segundo lugar se trabaja con la guía didáctica (ver anexo 2) la cual tiene una serie de actividades que potencian de una forma significativa el tema de funciones.

Fase de introducción de los nuevos conocimientos, en esta fase se tiene dispuesto dos sesiones las cuales acerque más al estudiantado al concepto de limite, por esta razón se implementan dos guías didácticas las cuales sirvan de insumo en la generación de nuevos conocimientos, Jorba & Sanmartí (1994) Explicaron: esta fase está orientada a observar, comparar o relacionar cada parte de lo que captó el estudiante inicialmente, de manera que estos se vean abocados a interactuar con el material de estudio, con sus pares y con el docente, buscando elaborar conceptos más significativos.

SESIÓN 3 Y 4

TEMA: Limite de una función

Cognitivo: Teniendo en cuenta los saberes previos tanto conceptuales como prácticos de los estudiantes en la fase anterior, se pretende acercar al estudiantado al concepto de límite de una función de forma intuitiva, ahora bien, se debe tener una aptitud importante para el trabajo con series y sucesiones, en donde identifique de una forma fácil el patrón, puesto que, con cálculo de áreas se visualiza de una mejor forma el concepto de límite.

Procedimental: A partir de las guías orientadoras se busca generar en el estudiante autonomía en la construcción de un nuevo conocimiento, en donde el material concreto sea clave en la definición del límite de una función.

Actitudinal: manifestar interés, disposición y participación a través de las actividades propuestas por el docente.

Desarrollo de la sesión 3

En primer lugar, la clase se trabajara a través de una guía orientadora (ver anexo 3) la cual se dará a cada uno de los estudiantes, esta guía cuenta con unas instrucciones fundamentales en el desarrollo de la actividad, cada estudiante debe contar con una cantidad determinada de esferas de icopor, las cuales estarán diferenciadas por sus diámetros. La finalidad de la actividad consiste en unir las esferas de icopor de mayor diámetro a menor hasta terminar las esferas.

Desarrollo de la sesión 4

La clase se divide en dos momentos, al inicio se socializara la guía didáctica (ver anexo 4), la cual nos indica cómo desarrollar la actividad, seguidamente se trabaja la actividad propuesta en la guía. La finalidad de esta sesión es mostrar las diversas aplicaciones que tienen el material concreto en los distintos temas o conceptos matemáticos.

El trabajo en esta sesión reside en inscribir polígonos regulares de diversos lados en circunferencias, las cuales se deben recortar con un radio definido, los polígonos regulares deben estar de mayor a menor, es decir, primero un polígono de tres lados (triángulo), segundo un polígono de cuatro lados (cuadrado), tercero un polígono de cinco lados (pentágono), etc. lo que se investiga es la variación existente entre el área de los polígonos y el área de la circunferencia.

Fase de estructuración y síntesis de los nuevos conocimientos, en esta fase se tiene como finalidad facilitar herramientas tanto algorítmicas como conceptuales, en donde el estudiante indague de una forma apropiada el concepto de límite de una función. En este espacio el estudiante debe presentar la producción que construye y genera mediante las guías didácticas que se trabajaron en las anteriores fases. Jorba & Sanmartí (1994) Explicaron: esta fase pretende ayudar al estudiante a construir el conocimiento como consecuencia de la interacción con el maestro, los compañeros y el ajuste personal.

SESIÓN 5

TEMA: Límite de una función

Cognitivo: a partir de las anteriores sesiones, acercar al estudiante al concepto de límite, asistido por geogebra, en donde la interpretación de los límites laterales sea de gran ayuda en la consolidación de dicho concepto.

Procedimental: Desarrollar las actividades propuestas en las guías con el estudiante, mediante elementos más utilizados en la cotidianidad.

Actitudinal: manifestar interés, disposición y participación a través de las actividades propuestas por el docente.

Desarrollo de la sesión 5

Para esa sesión se hará uso del geogebra, en donde se analizara el concepto de límite de manera más formal, inicialmente se le entregara al estudiante una guía didáctica (ver anexo 5) la cual exponga el propósito y las actividades a trabajar, seguidamente se les explicara la actividad propuesta en la guía a través de un video, finalmente el estudiante debe desarrollar la guía, a través de la explicación dada anteriormente.

Fase de aplicación, en esta fase se suministra el producto final del estudio hecho por el estudiante a través de este ciclo de aprendizaje, para esto se debe generar una guía didáctica que contenga actividades sujetas a entornos similares, en donde los estudiantes puedan trabajar los algoritmos, conceptos, software, que se analizaron en las anteriores fases. Jorba & Sanmartí (1994) Consideran que en esta fase los estudiantes aplican los conocimientos adquiridos en otras situaciones similares. Igualmente es la fase que permite evidenciar los aprendizajes de los estudiantes.

SESIÓN 6

TEMA: Limite de una función

Cognitivo: Evaluar en el estudiante las competencias desarrolladas en el concepto de límite de una función.

Procedimental: esta fase permite que el alumnado reflexione y construya el concepto de límite de una función a través del material concreto designado.

Actitudinal: manifestar interés, disposición y participación a través de las actividades propuestas por el docente.

Desarrollo de la sesión 6

El propósito de esta fase es indagar que aprendizaje hubo por parte de los estudiantes en la definición del concepto de limite o si por el contrario no hubo un aprendizaje positivo, por otra parte, se genera una guía análoga a las anteriores (ver

anexo 6), donde mediante actividades propuestas sujetas al material concreto, el estudiante evidencie lo aprendido.

Para dar cumplimiento a lo anterior, se proponen dos actividades paralelas, una con geogebra y otra con lápiz y papel, en donde, el estudiante le debe dar valores a la función y a través del comportamiento de esta, encontrar cual es la función $f(x)$, cuando x tiende a un valor determinado

4.Capitulo IV. Resultados y análisis de la intervención

A continuación se presenta en este capítulo los resultados y análisis derivados de la aplicación de la propuesta de enseñanza sobre el concepto de límite de una función, mediante el uso de material concreto.

Es importante, tener presente que debido a la situación de pandemia y la orden de cuarentena que inicio desde el mes de marzo, las posibilidades para la aplicación de las actividades tal y como se tenían planeadas inicialmente, debieron modificarse, puesto que preliminarmente se pretendía hacer la intervención con un grupo del grado undécimo, donde el trabajo sugerido iba encaminado a la interacción con material concreto, siempre que el estudiante pudiese interactuar con este de forma directa, sin embargo las condiciones de conectividad no ayudaron a la intervención, es decir se tuvo que realizar una invitación a los grados decimos y undécimos en jornada contraria a la habitual de estudio, donde se pudiese construir un grupo con conexión a internet, a pesar de que, la respuesta no fue la esperada por múltiples inconvenientes relacionados a la conexión o a la inexistencia de celular, Tablet o computador, se pudo formar un grupo de 15 estudiantes, donde se ejecutó la unidad didáctica, aunque hubo la necesidad de realizar ajustes a las actividades propuestas en las guías, donde estas estuviesen direccionadas a aplicaciones de matemáticas, por ejemplo geogebra 5.0, la cual brinda la posibilidad de realizar construcciones virtuales de diversos conceptos.

Ahora bien, a pesar de tal situación fue posible la aplicación de la unidad didáctica a los estudiantes del grado décimo y undécimo, mediante encuentros (sincrónicos o asincrónicos), en total se desarrollaron cinco encuentros, de 2 horas por encuentro. Logrando desarrollar con los estudiantes los temas y actividades propuestos.

Para el procedimiento de análisis de algunas de las actividades que realizaron los estudiantes, se generó un sistema de categorías y subcategorías, que

se presentan en el siguiente cuadro, y que igualmente son la posibilidad para presentar cada uno de los apartados de este capítulo:

Tabla 3.

<i>Categorías</i>	<i>Subcategorías</i>	<i>Indicadores</i>
Construyendo el conocimiento	El saber desde lo visual	El estudiante identifica la imagen Mental de conceptos relacionados al concepto límite de una función
	Guías prácticas en la construcción del conocimiento	El estudiante utiliza material concreto en la construcción de su conocimiento
Aprendizaje independiente	Participación activa.	El estudiante se motiva para el aprendizaje de las matemáticas. El estudiante tiene autodeterminación

4.1. Construyendo el Conocimiento.

4.1.1. El saber desde lo visual

La relación existente entre aprendizaje y enseñanza está sujeto al ángulo de donde se mire, puesto que el docente tiene diversas formas de explicar, como el estudiante de construir su conocimiento. Concentrándonos más en el aprendizaje, donde existen múltiples estilos de estudio, tal como el visual, kinestésico, auditivo, entre otros, es importante intervenir una temática, un concepto o una teoría, donde el alumnado pueda hacer la construcción de su conocimiento apoyado en su estilo de aprendizaje, ahora bien, la labor del docente está en enlazar estos estilos, es decir que el alumnado no contemple una actividad apoyada en la parte visual desvinculada totalmente de la kinestésica o viceversa.

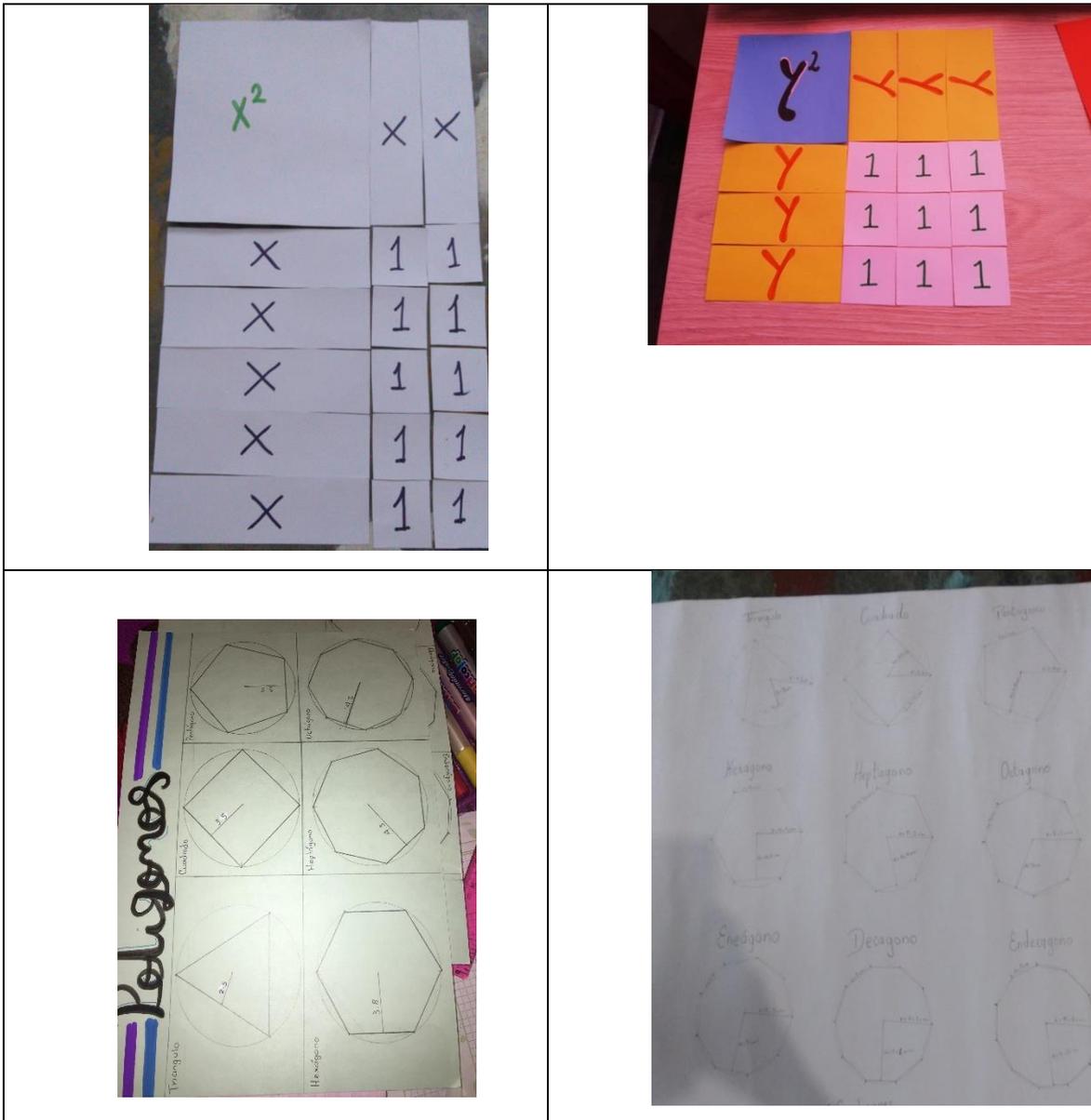
Un asunto importante es generar aprendizaje significativo en el estudiantado, en otras palabras, que el alumnado enlace conocimientos previos con los conocimientos que se pretenden aprender, reconociendo diferencias y semejanzas de su aprendizaje, del mismo modo, el estudiante construye y elabora su propio conocimiento, de esta forma estimula el aprendizaje de conceptos que están habituados al campo abstracto.

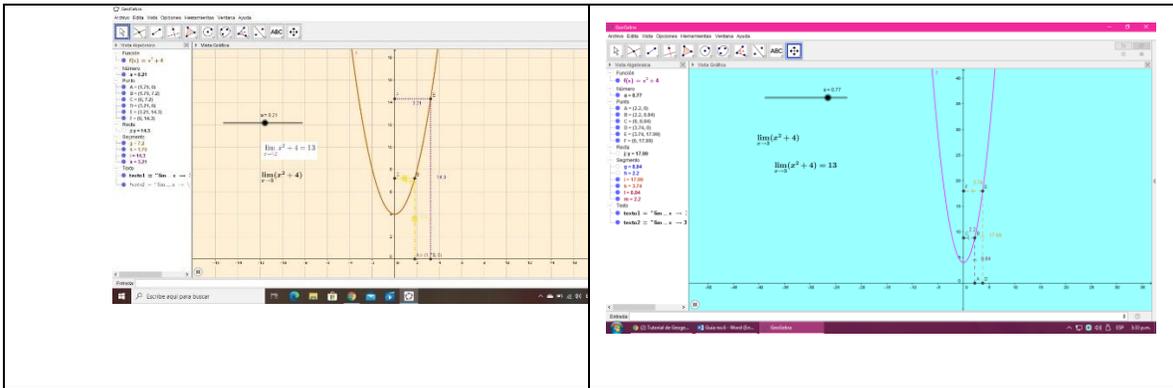
No obstante en el estudio de un concepto hay elementos intrínsecos tanto en la enseñanza como en el aprendizaje que influyen en la comprensión del mismo. Como lo es el sistema visual, Acaso (2006) describe que una forma de analizar el lenguaje visual es mediante la interpretación que tienen el aprendiz del objeto que se está analizando, en otras palabras el alumnado mediante su práctica individual es el intérprete del objeto recreado.

El potencial de este trabajo es el aprendizaje significativo desde la *imagen mental* respaldado por el material concreto, a este respecto Colom & Espinosa (1990) explican detenidamente las ventajas de la concepción de la imagen mental sobre la concepción proposicional en el paradigma cognitivo, donde la imagen mental como representación tiene cualidades duraderas y constantes imprescindibles, no obstante para que esto no se desarticule, se debe llevar la representación mental a la cotidianidad, dejando una impresión significativa, que ayude a la realización de una teoría o un concepto, de esta manera el estudiante tiene la oportunidad de interactuar con la imagen.

Una evidencia importante de lo anterior, son las construcciones realizadas por los estudiantes durante las actividades propuestas en las guías didácticas, más aun, cuando hay desconocimiento de los temas abordados, en otras palabras, hubo

la necesidad de plasmar lo intangible en tangible, iniciando con una imagen mental ayudado de las instrucciones propuestas en la guía didáctica, seguidamente recreándola mediante una representación mental, para interactuar con la construcción acabada.





Las anteriores imágenes exhiben la construcción acabada de algunas actividades propuestas en la unidad didáctica, siempre que, haya un propósito e instrucciones claras, otro aspecto importante son los interrogantes sugeridos en las guías, estos ayudan a generar una imagen mental direccionada al concepto a construir.

Lo anterior se refleja en las siguientes expresiones

1. Por obvias razones, su área se incrementaría. Así mismo, sus lados se acercarían más a la circunferencia, pero creo, que no la tocaría en ningún momento.

1. El ancho entre cada punto que se unen se haría más pequeño y quedaría totalmente el círculo solo.

Estas frases son la contestación a la pregunta. “En el caso eventual que se sumen polígonos con más lados, que sucedería...” se evidencia como los estudiantes construyen imágenes mentales mediante preguntas apoyadas en un material didáctico, enfocado a una temática en particular, más aun, cuando el estudiante construye el concepto desde su desconocimiento.

4.1.2. Guías prácticas en la construcción del conocimiento

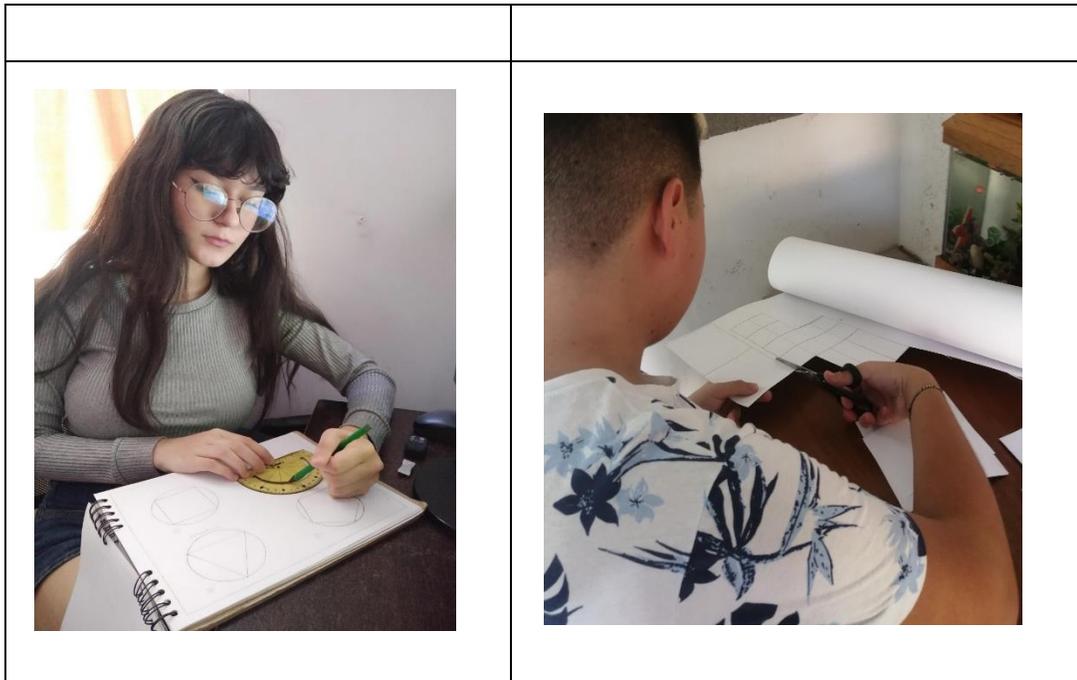
Es muy frecuente escuchar dos conceptos en el aula de clase enseñanza – aprendizaje, sobre todo, cuando uno depende del otro, es decir, una relación bidireccional, sin embargo esta correlación solo va en una dirección asociada a la enseñanza, en donde algunos docentes solo exhiben la parte algorítmica o el contenido de la temática, lo que es peor, apartando diversas actividades relacionadas con la cotidianidad que unificadas a la teoría, pueden generar una forma distinta de enseñar un concepto. Cañas (2010, pág. 170) “cuando el ser humano domina el aprendizaje relacionado con las cosas practicas tiene la oportunidad de relacionar la teoría con la practica en cuanto reflexiona alrededor de un conocimiento de sensaciones o de experiencia con el fin de construir representaciones mentales”.

Teniendo en cuenta lo anterior se hace participe al estudiante en la construcción de su conocimiento, puesto que se inicia con actividades prácticas, en donde el estudiante tiene la oportunidad de crear un concepto instintivamente para después hacer una confrontación con la parte teórica o algebraica expuesta por el docente, de esta manera el alumnado muestra una actitud positiva en la enseñanza del concepto, más aun, estimula competencias no solo de aprendizaje cognitivas si no también socioculturales.

Con respecto al indicador sobre si el estudiante es capaz de *correlacionar el conocimiento con el material concreto*, que se considera como uno de los asuntos más importantes en este trabajo, pues se busca reivindicar la interacción del alumnado con el material concreto, es por ello que, todas las guías están pensadas en elementos tangibles que acerquen al estudiante a un concepto en particular, estas actividades de aprendizaje relacionadas con los objetos llevan al estudiante a experimentar y observar, por ejemplo los ambientes virtuales trabajados con softwares como geogebra, contribuyen a un conocimiento sensorial - el cual está

asociado a todos los sentidos - esto indica la importancia que tiene los ambientes virtuales, ya que a partir de ellos el alumnado obtiene sus propias conclusiones, ahora bien el resultado de las actividades de aprendizaje invita a experimentar, creando escenarios, donde se puedan concluir ideas partiendo de premisas conocidas para llegar a conceptos desconocidos, tomando como referente las experiencias del docente.





Las anteriores imágenes evidencian como los estudiantes son participes en la construcción de un concepto oculto, a causa de, un material didáctico el cual cumple la función de enlace entre el estudiante y el conocimiento.

4.2. Aprendizaje Independiente

4.2.1. Participación activa

La participación en el aula de clases por parte del alumnado en general es limitada, ciertamente por la configuración de orden que opera, más aún por las diversas circunstancias relacionadas a la praxis del docente, la cual induce al estudiante a participar a través del silencio, otros a participar solo cuando se les pregunta y otros participan naturalmente sin tener en cuenta alguna norma, hay que tener presente que uno de los objetivos de la educación es formar ciudadanos críticos y autónomos, y un eje fundamental para esto es la participación.

Una forma de generar participación espontanea en el alumnado es mediante actividades que no originen presión y estrés, al contrario, que ocasionen placer en el momento de su desarrollo.

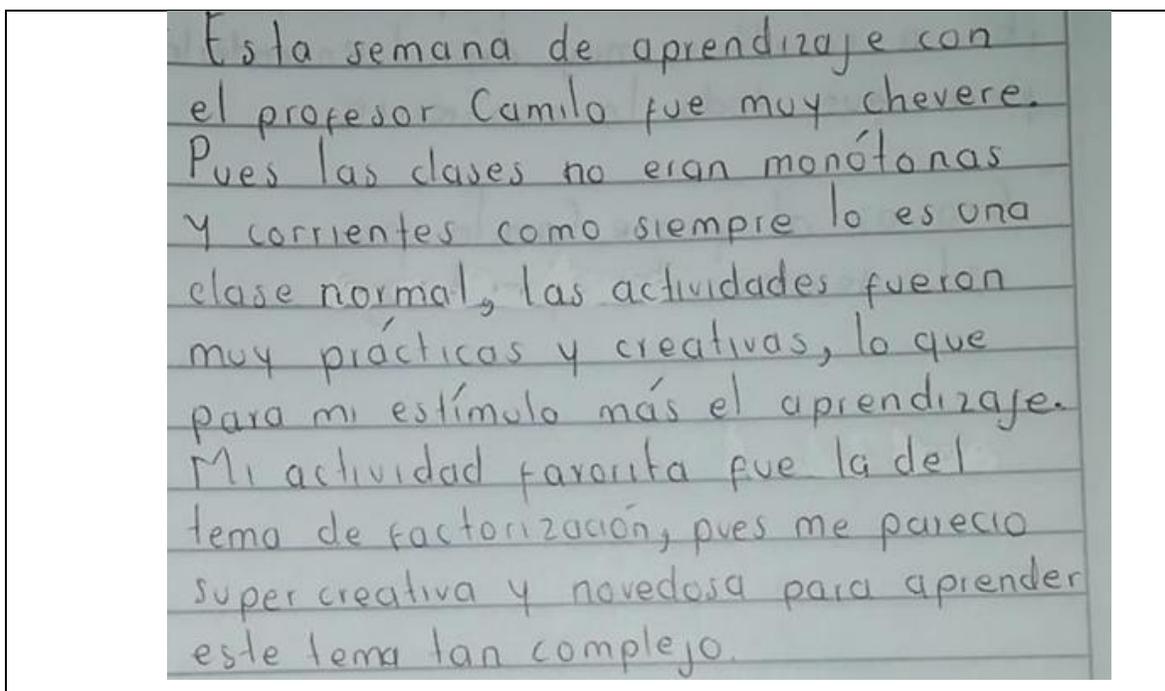
En este sentido algunos estudiantes expresan.

- Primero que todo ame esta última actividad ya que sentí que estaba manejando un nuevo tema de una manera más didáctica.
- Me encanta la aplicación que nos presentó el docente ya que nos facilitó el aprendizaje.
- Y por último me gustó todas las actividades por el simple hecho de que se aprende de forma didáctica y espontánea un tema tan complejo.

El material que usa el docente para sus clases, hace mucho más entendible los temas que para mí son un tanto difíciles.

Aprendí a factorizar de una manera más rápida y divertida, aprender a sacar el área de los polinomios y consigo, conocer cosas nuevas para expandir mi conocimiento.

En el tema de límites que es algo complejo con el profesor Juan Camilo lo entendí más fácil de lo que esperaba.



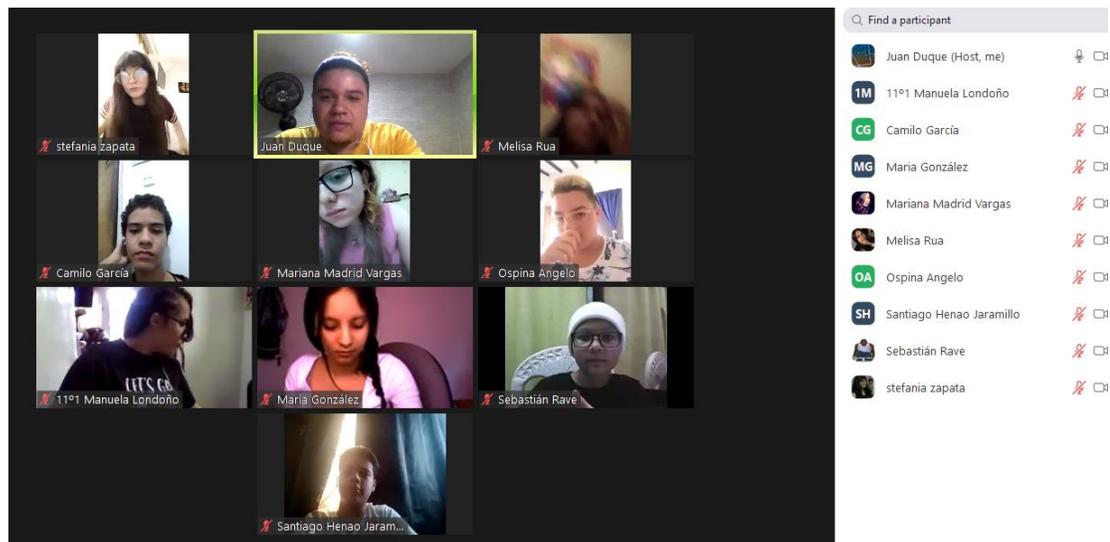
Las anteriores evidencias representan el sentir de algunos estudiantes que participaron en la intervención de la unidad didáctica, donde se puede examinar que sus opiniones frente a las clases convergen a expresiones no originarias del área de matemáticas, expresiones como “chévere, creativas, divertidas, espontáneo”, esto indica la importancia de intervenir las clases con material concreto, el cual estimula la participación y motivación del estudiante por aprender.

Específicamente frente a la *motivación* para todo es claro que es una La dificultad habitual en las clases de matemáticas es la falta de motivación por parte del alumnado en el aprendizaje de las temáticas, transformándose en un agente indiferente a la interacción de nuevos conocimientos, más aún, cuando las dinámicas que fluyen en las clases son de mecanización algorítmica, en donde el estudiante no tiene oportunidad de explorar, imaginar y construir su propio conocimiento, lo que es peor, se induce al alumnado a aceptar que las matemáticas coexisten en el campo de la abstracción desarticuladas totalmente del mundo real.

Identificar la motivación en el alumnado no es un asunto fácil de reconocer ya que no es visible directamente, puesto que, se debe tener en cuenta el interés, la inteligencia emocional y los deseos del estudiantado, para registrar este indicador es necesario hacer un análisis en cada uno de los estudiantes, lo cual es inviable por las particularidades de la intervención, aunque hay comentarios, conclusiones e imágenes que revelan motivación por parte de los estudiantes frente a las actividades propuestas.



Al respecto del indicador sobre *autodeterminación*, es importante tener presente el aprendizaje autónomo fundamental en el desarrollo humano, puesto que, el papel del estudiante está más haya de ser un actor sometido a cumplir ciertas tareas, por el contrario, debe ser una persona critica, con autocontrol, capaz de identificar sus pro y contra, tanto en el entorno educativo como en el social, el estudiante que desarrolle de una forma importante el aprendizaje autónomo está en la capacidad de habitar horarios de estudio, generar estrategias de aprendizaje y lo más importante fortalecer la inteligencia emocional, existencial y ética.



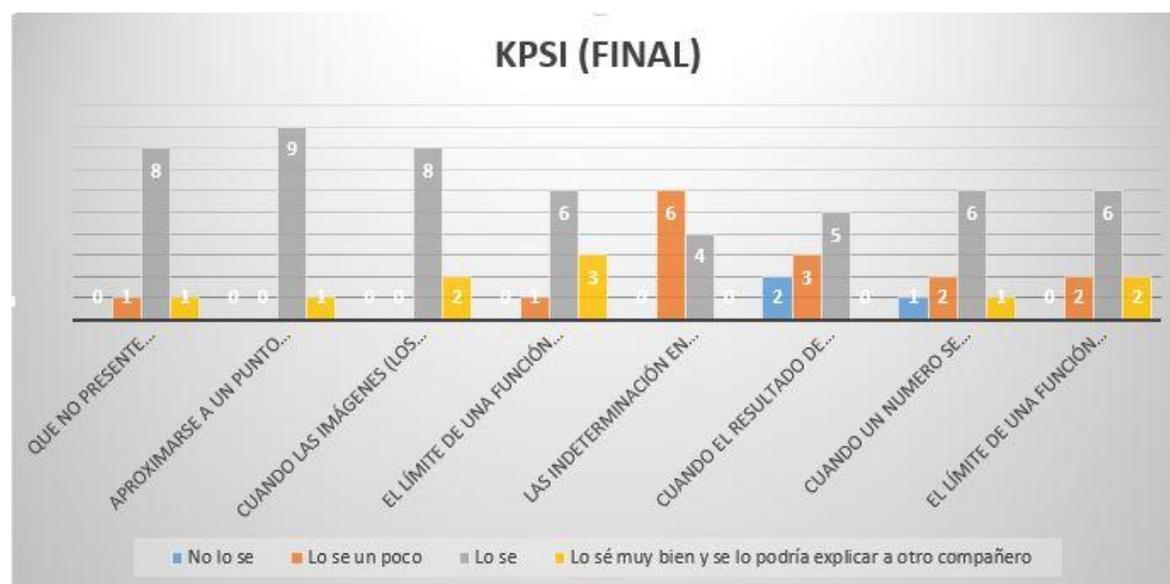
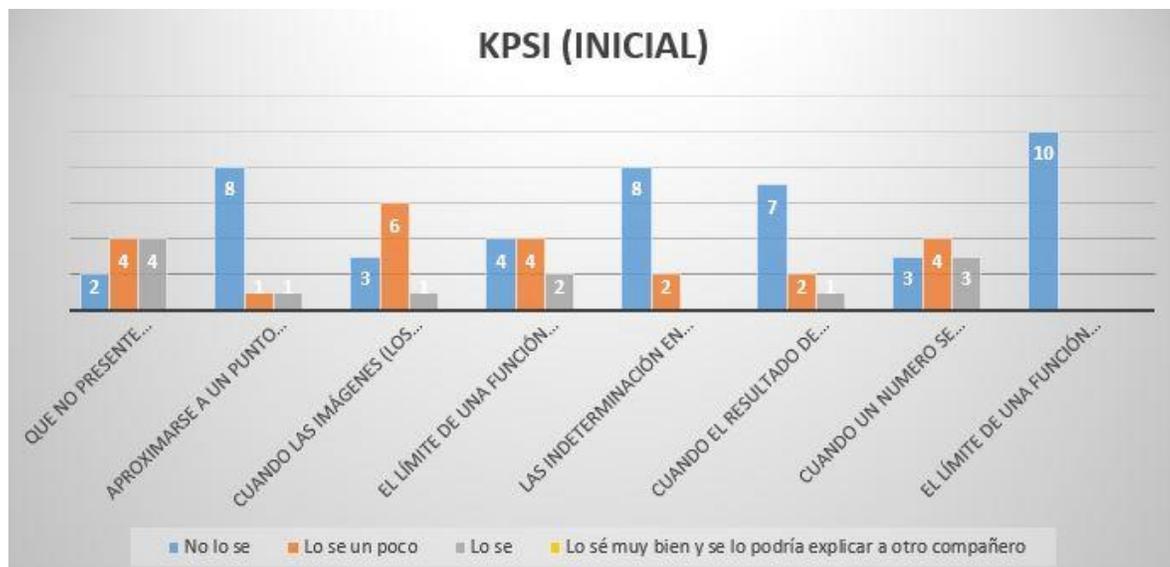
La anterior imagen identifica la autodeterminación, puesto que, se generó un espacio y un tiempo de estudio en un horario contrario al de clases, por otra parte, no hubo una imposición en asistir a estas clases, por el contrario, se hizo una invitación hacia la construcción de un concepto matemático, donde el alumnado tubo la necesidad de crear un horario de estudio tanto para la explicación como para el desarrollo de la actividad, asimismo creando nuevas estrategias de aprendizaje.

Lo anterior lo plasma un estudiante en el la siguiente frase.

Por último, agradecer un agradecimiento al educador por la oportunidad / posibilidad de ser participe y el esmero que presentó.

El comparativo que se presenta a continuación refleja la importancia de intervenir conceptos matemáticos, mediante material tangible, donde el estudiante pueda interactuar con este de forma espontánea, se puede observar como la barra de color azul es representativa en el kpsi inicial, la cual indica los vacíos epistemológicos y teóricos que tienen los estudiante frente a los interrogantes que

se les planteo, sin embargo se puede analizar la barra gris como representativa en el kpsi final, la cual permite establecer que hubo una adquisición de conocimiento.



5. Capitulo V. Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

Durante la intervención que se llevó a cabo con la unidad didáctica se evidencia como la adecuación del material concreto en las clases potencian representaciones mentales mediante el lenguaje visual, por ejemplo llegar a la conclusión que el área de un polígono de n lados inscrito en una circunferencia de radio arbitrario tiende al área de dicha circunferencia, señala que las actividades, interrogantes y el material físico con el que se intervino fue el adecuado.

El progreso de la unidad didáctica evidencio la importancia de intervenir las temáticas con material concreto, donde la construcción del conocimiento fortalece las competencias del alumnado hacia un aprendizaje más duradero, además la estrategia didáctica que se implementó posibilito reforzar conocimiento previos, donde se estimulan ideas inconscientes hacia un nuevo aprendizaje, por ejemplo la guía correspondiente a la actividad de factorización, tuvo una expectativa mayor que las demás, ya que el alumnado encontró una alternativa a la habitual para factorizar polinomios, en donde plasma la construcción tanto física como teóricamente, por esta razón la interacción con material concreto tiene ventajas importantes en el aprendizaje de un concepto

Otro aspecto importante que mostro el trabajo es la correlación existente con otros conceptos, los cuales fueron trabajados indirectamente por el alumnado, pero todos en conjunto aportan a la construcción del concepto en estudio, tal como el concepto de infinito, función, polinomio, fractal, polígono, área; si bien no se trabajaron de forma directa, el estudiante tuvo la necesidad de crear imágenes mentales, las cuales convergen a una construcción en particular.

Es importante mencionar algunas dificultades que limitaron el trabajo del estudiante, puesto que no hubo un trabajo en equipo adecuado, el trabajo

cooperativo y colaborativo no estuvo presente, asimismo la interacción con el otro de una forma directa, donde el intercambio de ideas no fue fluido, más aun, cuando la correlación con el material concreto se limitó a un asunto virtual.

Sin embargo las actividades que se trabajaron ejemplifican lo importante de enlazar el campo teórico con lo práctico que aporta la cotidianidad, donde el estudiante estimula su imaginación, motivando su deseo por aprender, siempre que sea el protagonista de su propio conocimiento, es decir este trabajo aporta una diversidad de actividades que posibilitan una mejor participación y motivación por parte del alumnado en el aprendizaje del concepto de límite de una función, donde las actividades apoyadas en diversos elementos físicos del medio que los rodea seducen su atención convirtiéndose en algo representativo, lo que más tarde se traduce en un aprendizaje significativo.

5.2. Recomendaciones

Es importante, tener presente que debido a la situación de pandemia hubo actividades que no fueron posible ejecutar, teniendo en cuenta esto se sugiere trabajar dichas actividades lo cual permite hacer un análisis más claro de conceptos relacionados con la cotidianidad.

Se recomienda aplicar la unidad didáctica presencialmente, esto permite hacer un estudio más profundo de elementos como interacción social, trabajo en equipo, intercambio de ideas, tareas compartidas, puesto que el conocimiento es una construcción enmarcada en el campo de las experiencias y destrezas cognoscitivas, donde la interacción social es un eje fundamental.

Se invita a los docentes a desarrollar actividades sujetas a trabajar con elementos que proporcione la cotidianidad, esto genera interés, motivación y expectativas por parte del estudiantado

Referencias

- Acaso, M. (2006). *el lenguaje visual*. Barcelona: Paidós Iberoamérica.
- Becoo, G. R. (1999). Vygotsky y teorías sobre el aprendizaje. Conceptos generales perspectiva vygotskyana. Buenos Aires, Argentina. Obtenido de www.afaan.org.
- Bustos Gonzalez, I. (2013). <http://www.bdigital.unal.edu.co/9500/1/8411002.2013.pdf>. Obtenido de
- Calderon, M., & Alfredo, L. (2010). Lenguaje: Algo más que un mecanismo para la comunicación. Heredia, Costarrica. Obtenido de <http://www.redalyc.org/pdf/1941/194118804013.pdf>
- Cañas, F. A. (2010). Factores de la Enseñanza que favorecen el aprendizaje autónomo en torno a las actividades de aprendizaje. En F. A. Cañas, *Factores de la Enseñanza que favorecen el aprendizaje autónomo en torno a las actividades de aprendizaje* (pág. 170;194). Bogotá.
- Castellano, M. (2011). El Concepto de representación mental como fundamento epistemológico de la Psicología. Arica, Chile. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83622474005>
- citado, por, Carrera, B., & Mazzarella, C. (13 de 04 de 2001). Vygotsky: Enfoque Sociocultural. Merida, Venezuela. Obtenido de <http://www.redalyc.org/pdf/356/35601309.pdf>
- Clavijo, B. N. (02 de 2009). La motivación en el aula: funciones del profesor para mejorar la motivación en el aprendizaje. Sevilla, España. Obtenido de https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_15/BELLEN_NAVARRETE_1.pdf
- Colom, R. (s.f.).

Colom, R., & Espinosa, M. d. (1990). Las representaciones mentales: ¿El lenguaje del pensamiento, los lenguajes del pensamiento o los "lenguajes del pensamiento"? En R. Colom, & M. d. Espinosa, *Las representaciones mentales: ¿El lenguaje del pensamiento, los lenguajes del pensamiento o los "lenguajes del pensamiento"?* (págs. 8-18). Madrid.

Constitucion Politica de Colombia. (1991). Bogota, Colombia. Obtenido de <http://www.corteconstitucional.gov.co/inicio/Constitucion%20politica%20de%20Colombia.pdf>

Corrales, A. S. (2009). *La programación a medio plazo dentro del tercer nivel de concreción: las unidades didácticas*. Obtenido de file:///C:/Users/Personal/Downloads/Dialnet-LaProgramacionAMedioPlazoDentroDelTercerNivelDeCon-3175435.pdf

Derechos Básicos de Aprendizaje. (2016). Bogota, Colombia. Obtenido de http://www.santillana.com.co/www/pdf/dba_mat.pdf

ESTANDARES BASICOS DE COMPETENCIAS. (2006). Colombia: Ministerio de Educacion Nacional. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Férrnandez Collado, C., Baptista Lucio, P., & Hernández Sampieri. (2014).

Gallón Gómez, W. (2015). <http://www.bdigital.unal.edu.co/48918/1/15338162.2015.pdf>. Obtenido de <http://www.bdigital.unal.edu.co/48918/1/15338162.2015.pdf>:

Hernandez Vaca, S., & Ward Bringas, S. E. (2011). http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v11/docs/area_05/0576.pdf. Obtenido de http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v11/docs/area_05/0576.pdf:

http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v11/docs/area_05/0576.pdf

Hernandez, S., & Ward, S. (Noviembre de 2011). El Concepto de límite en Bachillerato: ¿intuición o conceptualización? Yucatán. Obtenido de http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v11/docs/area_05/0576.pdf

Jara, N. E., Castillo Ordoñez, M. C., Fajardo Peña, F., Rojas Osuna, J. H., & Nova Herrera, A. J. (2004). *EL AULA, UN ESCENARIO PARA TRABAJAR EN EQUIPO*. Obtenido de <https://repository.javeriana.edu.co/bitstream/handle/10554/229/edu27.pdf?sequence=1>

Jorba, J., & Sanmarti, N. (1993). Obtenido de https://elvs-tuc.inf.d.edu.ar/sitio/upload/Jorba_Jaume_y_S._Neus.pdf

Jorba, J., & Sanmartí, N. (1994). *ENSEÑAR, APRENDER Y EVALUAR: UN PROCESO DE REGULACIÓN CONTINUA Propuestas didácticas para las áreas de Ciencias de la Naturaleza y Matemáticas*. Barcelona.

LeCompte, M. (1995). *UN MATRIMONIO CONVENIENTE: DISEÑO DE INVESTIGACIÓN CUALITATIVA Y ESTÁNDARES PARA LA EVALUACION DE PROGRAMAS*. Obtenido de <https://ojs.uv.es/index.php/RELIEVE/article/view/6322/6072>

Macías, M. A. (2002). Las Múltiples Inteligencias. Barranquilla, Colombia. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=21301003>

Pantoja Portillo, Y. M., & Melo Gómez, L. M. (2012). <http://sired.udenar.edu.co/67/1/85565.pdf>. Obtenido de <http://sired.udenar.edu.co/67/1/85565.pdf>: <http://sired.udenar.edu.co/67/1/85565.pdf>

Rutz, P. P. (2008). Interacción entre el lenguaje verbal y visual aplicado al aprendizaje del modo imperativo en ele. Madrid, España. Obtenido de <https://www.mecd.gob.es/dam/jcr:83996f06-79f0-4cd1-97e5-887a78e0e35f/2011-bv-12-14pellon-pdf.pdf>

Taylor, S. J., & Bogdan, R. (1987). Introducción a los métodos cualitativos de investigación. Barcelona: PAIDÓS. Obtenido de <https://eugeniawagner.files.wordpress.com/2012/08/taylor-bogdan-intr-met-cuali-1.pdf>

Terrios Guzmán, L. M. (2014). <http://www.bdigital.unal.edu.co/47040/1/34551362-Lorena.pdf>. Obtenido de <http://www.bdigital.unal.edu.co/47040/1/34551362-Lorena.pdf>: <http://www.bdigital.unal.edu.co/47040/1/34551362-Lorena.pdf>

Velásquez, F. R. (Junio de 2001). *Enfoques sobre el aprendizaje humano*. Obtenido de <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:cHdKtsuGF2cJ:especializacion.una.edu.ve/teoriasaprendizaje/paginas/Lecturas/Unidad%25202/rojas2001.pdf+&cd=1&hl=es-419&ct=clnk&gl=co>

Villafañe, J. (2006). Introducción a la teoría de la imagen. *Introducción a la teoría de la imagen*. Madrid: Piramide. Obtenido de <file:///C:/Users/Personal/Downloads/572091083.villafac3b1e-justo-introduccion-a-la-teoria-de-la-imagen.pdf>

ANEXOS

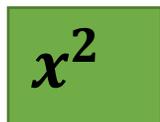
Anexo 1.	Factorización
----------	---------------

Objetivo: Comprender la Factorización de polinomios mediante material tangible.

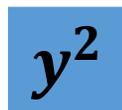
La siguiente actividad consiste en trabajar los casos de factorización a través de cuadriláteros (cuadrados y rectángulos), los cuales se representa mediante material didáctico en este caso particular cartulina.

Para solucionar los ejercicios propuestos se deben seguir las siguientes instrucciones.

1. Se deben recortar dos cuadrados de 15cm x 15cm de color verde.



2. Se deben recortar dos cuadrados de 10cm x 10cm de color azul.



3. Se deben recortar dos rectángulos de 15cm x 10cm de color rojo.



4. Se deben recortar 7 rectángulos de 15cm x 4cm de color negro.



5. Se deben recortar 6 rectángulos de 10cm x 4 cm de color amarillo.



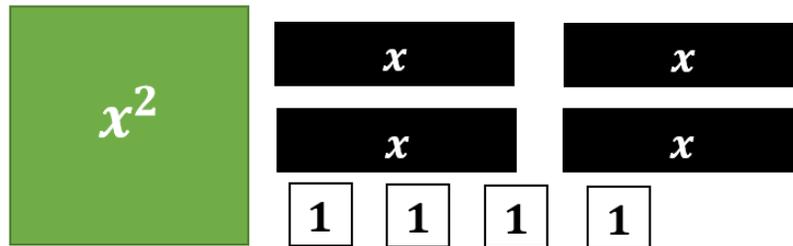
6. Se deben recortar 10 cuadrados de 4cm x 4cm de color blanco.



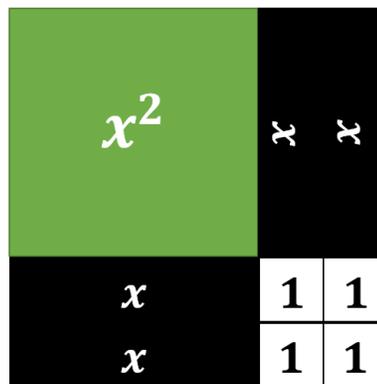
Posteriormente, se hace una explicación del uso de los cuadrados y rectángulos, hay que tener en cuenta que todo el estudiantado conoce los casos de factorización, entonces se hace una ilustración de forma tradicional y otra con el nuevo material, por ejemplo. $x^2 + 4x + 4$

En primer lugar se debe formar un rectángulo o un cuadrado, en donde la factorización del polinomio es el área de este cuadrilátero, el ejemplo

que se plantea se debe trabajar con un cuadrado de 15cm x 15cm, cuatro rectángulos de 15cm x 4cm y cuatro cuadrados de 4cm x 4cm.



Se ubican de tal forma que se pueda generar un cuadrado o un rectángulo. En este caso la expresión algebraica $x^2 + 4x + 4$ se factoriza como $(x + 2)(x + 2)$, donde el área del cuadrado es base $(x+2)$ por altura $(x+2)$

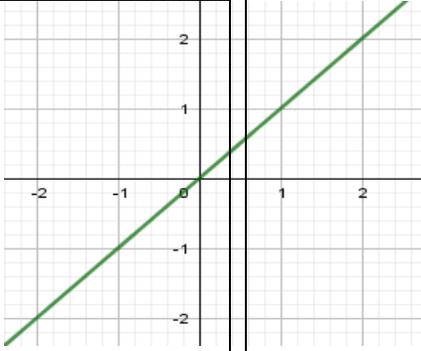
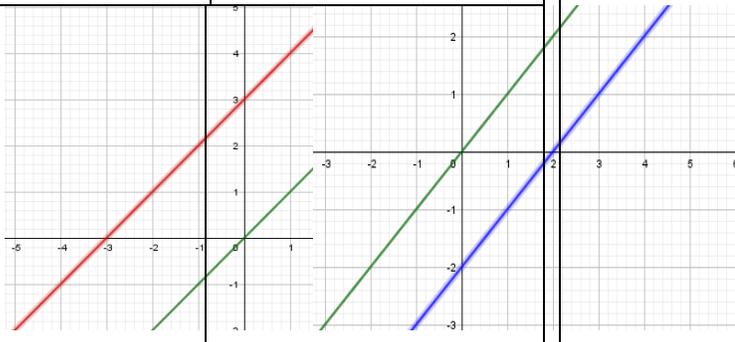


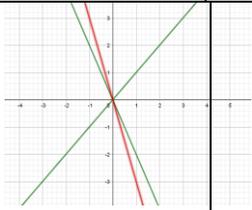
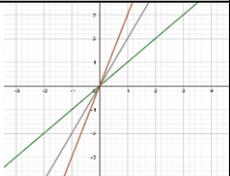
Actividad: Factorizar las siguientes expresiones algebraicas mediante el material anteriormente indicado.

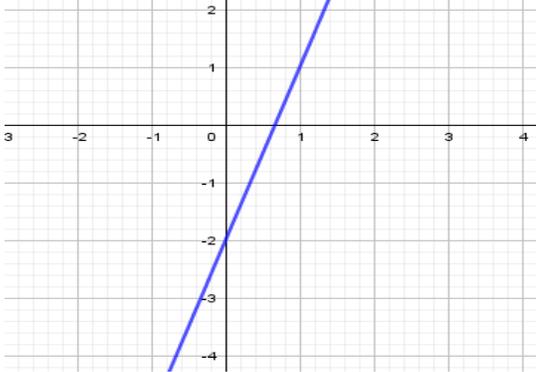
1. $xy + 2x + 4y + 8$
2. $y^2 + 6y + 9$
3. $x^2 + 7x + 10$

Referencia

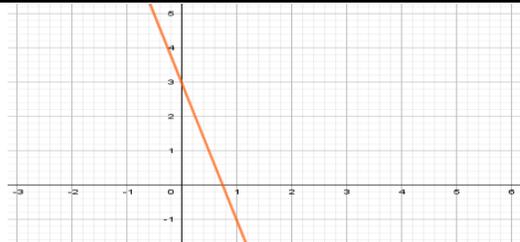
Ospina, S. (2015). Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM. Tesis de maestría. Universidad

	Nacional de Colombia, Manizales, Colombia. Recuperado de. http://www.bdigital.unal.edu.co/9500/1/8411002.2013.pdf	
Anexo 2	Función lineal con geogebra	
	Objetivo: Analizar el comportamiento de la función lineal a través de geogebra.	
	Actividad	
	Llenar la tabla	
	Procedimiento	Imagen
	Geogebra	
	Insertar X En el editor de ecuaciones escribir: x Grafica hacia arriba	 Entrada de funciones; lado izquierdo inferior
		 Vista algebraica Lado Izquierdo
		 Vista Grafica Central
	Realizar las siguientes transformaciones: <ul style="list-style-type: none"> • $x + 3$ • $x - 2$ • $x - 4$ 	

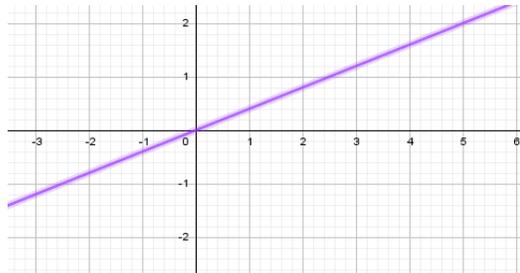
	<ul style="list-style-type: none"> • $X + 1$ <p>Escribe tus conclusiones:</p> <p>Que le pasa a la gráfica, hacia donde se traslada....</p>		
	<p>Realizar las siguientes transformaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $2X$ • $3X$ • $-2X$ • $-3X$ <p>Escribe tus conclusiones:</p> <p>Que le pasa a la gráfica, se acerca a que eje?</p> <p>Que hacemos para que se acerque al eje x?</p> <p>Conclusiones:</p>	 <p>Identificar cual función es cada una</p>	 <p>Identificar cual función es cada una</p>

	<p>Realizar las siguientes transformaciones, predice como es la gráfica antes de utilizar geogebra</p> <ul style="list-style-type: none"> • $X + 4$ estuviste cerca? • $-X - 3$ estuviste cerca? • $2X - 1$ • $-3X + 2$... • $0.5X - 2$... <p>Escribe tus conclusiones:</p> <p>Que le pasa a la gráfica, los valores numéricos en la ecuación, que representan?</p> <p>Conclusiones:</p>	Dibuja 1	Dibuja 2
		Dibuja 3	Dibuja 4
		Dibuja 5	
	<p>Cual función representa las siguientes graficas:</p> <p>$Y_1 =$</p>		

$$Y_2 =$$



$$Y_3 =$$

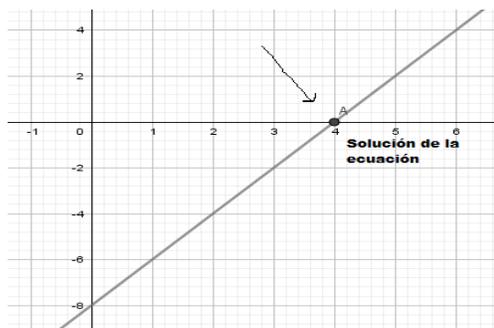
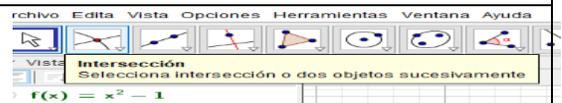


Se inventa una y la grafica

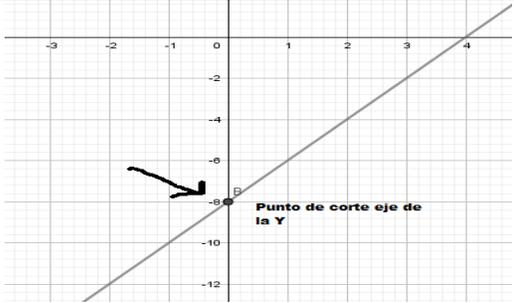
$$Y_4 =$$

Corte con los ejes:
Seleccione intersección
en el menú

Señalar la función y el
eje de las x



Solución de la ecuación cuadrática,
haciendo $y=0$

	<p>Seleccione intersección en el menú</p> <p>Señalar la función y el eje de las Y</p>	 <p>Punto de corte eje Y; Haciendo $x=0$</p>
<p>Dominio y rango</p> <p>Seleccione punto sobre objeto</p> <p>Ubicarlo sobre la grafica</p> <p>Seleccione perpendicular</p> <p>Tocar punto y eje Y</p> <p>Tocar punto y eje X</p> <p>Seleccionar texto</p> <p>Escribir Punto de corte con y seleccionar en vista algebraica i:x</p> <p>Otro texto</p> <p>Escribir Punto de corte con y seleccionar en vista algebraica i:y</p>	<p>Realiza las acciones y dibuja lo creado</p>	
<p>Conclusiones del trabajo</p>		
<p>Anexo 3.</p>	<p>Límite con icopor</p>	

Objetivo: Analizar competencias matemáticas con la ayuda de material concreto, en la interpretación del concepto infinito.

Actividad

Para la implementación de la siguiente actividad se debe tener en cuenta, en primer lugar, el material didáctico que se va utilizar, seguidamente la descripción del material y por último el desarrollo de la guía.

El material didáctico está compuesto por esferas de icopor, estas están organizadas de acuerdo a su diámetro, de mayor a menor, pegamento y palillos de dientes.

En un primer momento se les explica cómo deben trabajar con el material concreto, en donde las esferas de icopor deben estar unidas una con otra, con la siguiente característica, a las esferas de mayor diámetro se le deben unir esferas de menor diámetro hasta agotar el material, la idea es generar un fractal.



En un segundo momento se elaboran cuatro interrogantes, los cuales cuestionen y originen una reflexión importante en el estudio del concepto de límite.

Preguntas

	<ol style="list-style-type: none"> 1. En el escenario de unir (pegar) infinitas esferas de icopor, que sucedería 2. Después de observar la figura, usted que nombre le daría. 3. Hasta qué punto cree usted es posible unir las esferas.
Anexo 4.	<p style="text-align: center;">Método de exhaución</p> <p>Objetivo: Analizar el comportamiento de las áreas en los polígonos regulares respecto a una circunferencia dada.</p> <p>En la antigüedad hubo diversos trabajos en el cálculo de áreas, en especial para calcular el área de un círculo, una de las investigaciones más importantes ya que se considera como los inicios del cálculo integral es el método de exhaución, este método fue creado por el matemático Eudoxo y posteriormente perfeccionado por Arquímedes.</p> <p>El método de exhaución consiste en hacer una aproximación importante en el área en casos de círculos y elipses, la idea se fundamenta en inscribir polígonos regulares, a medida que se inscriben polígonos con más lados, se puede observar que este polígono tiende a tener el área del círculo.</p> <p>Actividad</p> <p>La presente actividad tiene como finalidad hacer un análisis de las áreas entre los polígonos regulares y una circunferencia de radio “r”. Tomando como insumo el método de exhaución de Eudoxo.</p> <p>Material: Cartulina, Transportador y Lápiz</p>

Se toma medio pliego de cartulina y se dibujan diez circunferencias, en cada una de ellas se inscribe un polígono regular, en orden ascendente.

1. Un polígono de tres lados (triángulo).
2. Un polígono de cuatro lados (cuadrado).
3. Un polígono de cinco lados (pentágono).
4. Un polígono de seis lados (hexágono)
5. Polígono de siete lados (heptágono)
6. Polígono de ocho lados (octágono)
7. Polígono de nueve lados (nonágono)
8. Polígono de diez lados (decágono)
9. Polígono de once lados (endecágono)
10. Polígono de doce lados (dodecágono)

A continuación se hace el cálculo del área tanto de los polígonos regulares como de la circunferencia.

Área del polígono regular

$$A = \frac{p \cdot a}{2}$$

Donde

A=área

p= perímetro

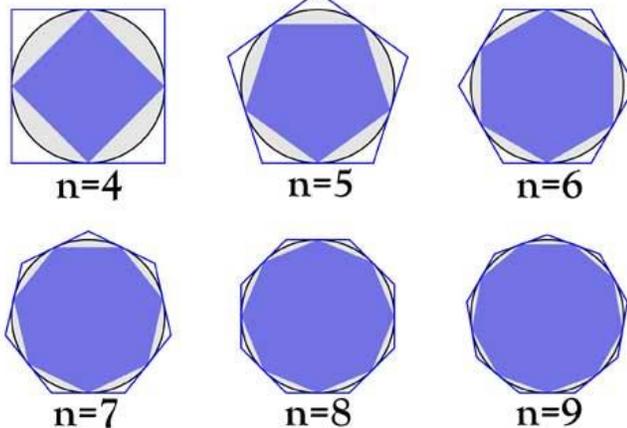
a= apotema

Área de la circunferencia

$$A = \pi \cdot r^2$$

r= radio

Lo ideal es que el trabajo quede como se muestra en la siguiente figura.



Preguntas

1. En el caso eventual que se sumen polígonos con más lados, que sucedería...
2. Que se puede decir respecto al área de los polígonos en comparación con el área de la circunferencia.
3. En el caso en que no se conozca la fórmula para encontrar el área de una circunferencia, Es posible encontrar esta si inscribimos un polígono de n lados.

Anexo 5.

Límite de funciones

Objetivo: Interpretar gráficamente el concepto el límite de una función en un valor dado.

Sea $f(x) = x - 4$, Sin graficar la función, encontrar $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$, para esto se deben tomar puntos cada vez más cercanos al cinco tanto por la derecha como por la izquierda, por ejemplo el 4,6 por la izquierda y el 5,4 por la derecha, seguidamente se evalúan estos puntos en la función y por último se analiza a que valor en especial se acercan en el eje y.

Completar la tabla.

x									
	,6								,4
$y = f(x)$ $= x - 4$									

$$f(4,6) = 4,6 - 4$$

$$5,4 - 4$$

$$f(4,5) = 0,4$$

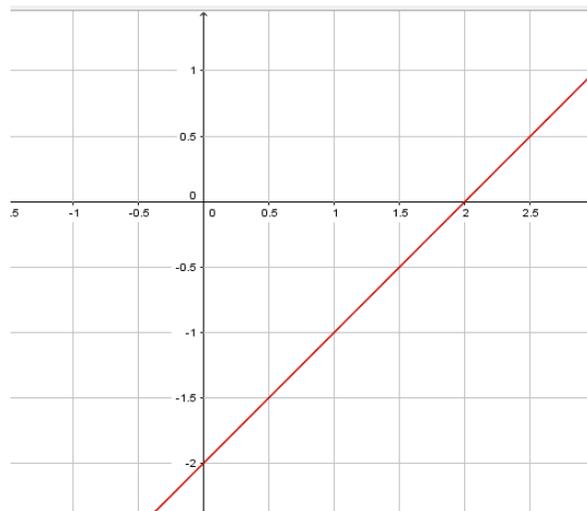
$$1,4$$

$$f(3,5) =$$

$$f(5,4) =$$

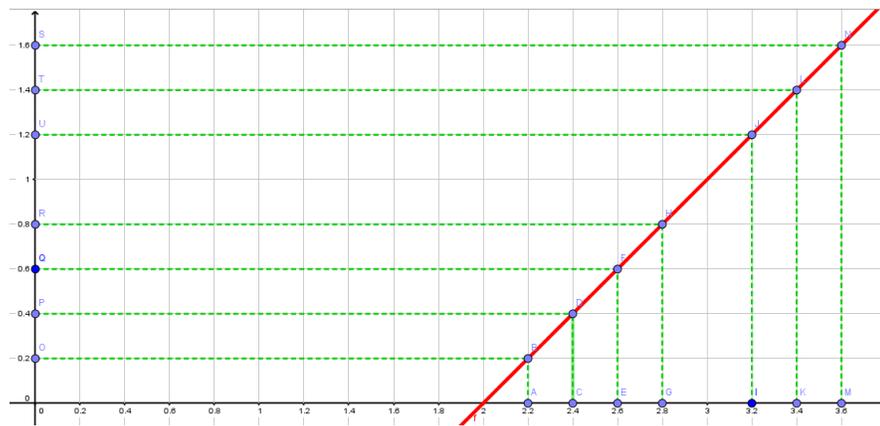
Actividad

Graficar en hojas de block (iris, cuadrículada), hojas de cuaderno o en un octavo de cartulina la gráfica de la siguiente función.



- Seguidamente, tomamos varios puntos, sobre la abscisa, que estén ubicados tanto por la derecha como por la izquierda, los puntos deben estar cercanos al 3.

- Luego, se determina su valor correspondiente en la ordenada, de cada uno de los puntos que se tomaron. Para encontrar este valor se debe trazar una paralela al eje “y” hasta que interseque la función, este punto que se genera en la intersección, se debe proyectar sobre el eje “y”
- Confronta lo elaborado con el siguiente grafico



¿Qué sucede con los puntos en “y” si los valores de “x” se aproximan más y más a 3? ¿Los puntos de la ordenada se acercan a un valor en especial?

Anexo 6.

EVALUACIÓN CONCEPTO DE LÍMITE

Objetivo: Evaluar mediante geogebra el límite de una función

Actividad

Límites: observar el video sobre el desarrollo del concepto de límite de una función.

https://www.youtube.com/watch?v=HxV_JSv8ByA

Después de observar el video, análogamente realizar la siguiente construcción $f(x) = x^2 + 4$, a continuación encontrar el límite y tomarle un pantallazo a dicha construcción.

	Conclusiones.
--	---------------